



---

Konrad-Zuse-Zentrum  
für Informationstechnik Berlin

Takustraße 7  
D-14195 Berlin-Dahlem  
Germany

RALF BORNDÖRFER      MARIKA KARBSTEIN

## **Neue Planungsinstrumente nutzen: Das Verkehrsangebot verbessern und Kosten sparen**

Gefördert vom DFG Forschungszentrum MATHEON "Mathematik für Schlüsseltechnologien", Projekt B15.

Herausgegeben vom  
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin  
Takustraße 7  
D-14195 Berlin-Dahlem

Telefon: 030-84185-0  
Telefax: 030-84185-125

e-mail: [bibliothek@zib.de](mailto:bibliothek@zib.de)  
URL: <http://www.zib.de>

ZIB-Report (Print) ISSN 1438-0064  
ZIB-Report (Internet) ISSN 2192-7782

# Neue Planungsinstrumente nutzen: Das Verkehrsangebot verbessern und Kosten sparen<sup>1</sup>

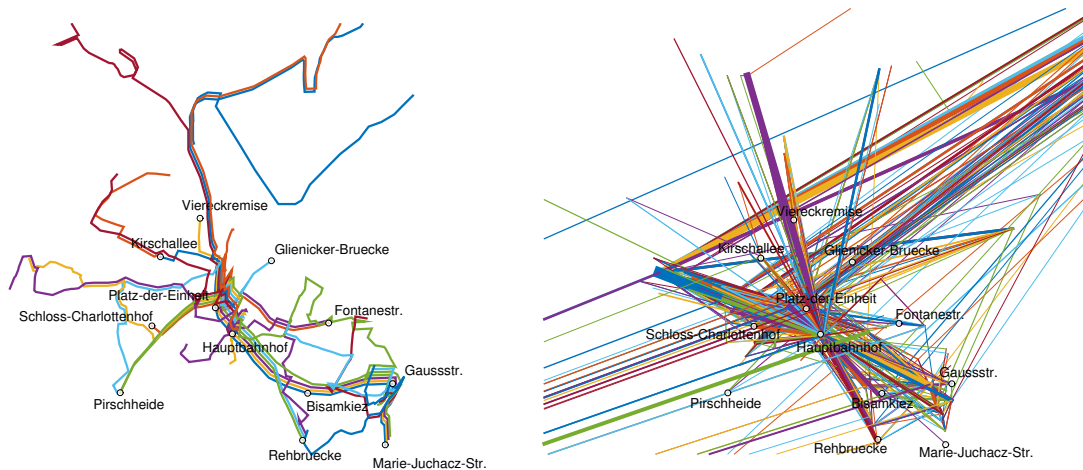
**Ralf Borndörfer**

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, Tel. +49-30-84185-243, Fax. +49-30-84185-269, E-Mail: borndoerfer@zib.de

**Marika Karbstein**

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, Tel. +49-30-84185-294, Fax. +49-30-84185-269, E-Mail: karbstein@zib.de

**Kurzfassung.** Wir illustrieren anhand des Liniennetzes der Stadt Potsdam das Potenzial mathematischer Methoden der Angebotsplanung. Wir zeigen, dass das “bestmögliche” Verkehrsangebot stark von planerischen Vorgaben beeinflusst wird, mit denen man die Erreichung unterschiedlicher und teilweise gegenläufiger Ziele steuern kann. Die Komplexität des Systems führt zum Auftreten von Rückkoppelungseffekten, die man nicht mit Hilfe von Daumenregeln beherrschen kann. Vielmehr ist der Einsatz moderner Planungsverfahren in einer interdisziplinären Zusammenarbeit von politischen Entscheidungsträgern, Verkehrsingenieuren und Mathematikern notwendig, um die aktuellen Herausforderungen in der Verkehrsplanung zu meistern. Der Artikel dokumentiert einen Beitrag zum 7. ÖPNV Innovationskongress des Ministeriums für Verkehr und Infrastruktur des Landes Baden-Württemberg, der vom 9.-11. März 2015 in Freiburg stattfand.



**Abbildung 1:** Links: Das Bus- und Tramnetz der Stadt Potsdam aus dem Jahr 2010. Rechts: Die dazugehörige Nachfrage; die verschiedenen Verbindungen repräsentieren mit ihrer Dicke das Volumen.

**Die Kombinatorik der Angebotsplanung.** Die Stadt Potsdam steht mit ihren 161 468 Einwohnern aktuell auf Platz 46 der Wikipedialiste der 76 deutschen Städte mit mehr als 100 000 Einwohnern. Ihr öffentliches Nahverkehrsnetz verbindet  $n = 525$  Haltestellen in einer baumähnlichen Struktur, die vom Hauptbahnhof und dem Platz der Einheit ausgeht, siehe Abbildung 1. Tatsächlich muss jedes zusammenhängende Liniennetz einen

<sup>1</sup>Gefördert vom DFG Forschungszentrum MATHEON “Mathematik für Schlüsseltechnologien”, Projekt B15.

sogenannten “aufspannenden Baum” enthalten — und dafür gibt es extrem viele Möglichkeiten. Der englische Mathematiker Arthur Cayley bewies schon 1889, dass die Anzahl der unterschiedlichen Bäume in einem “beschrifteten vollständigen Graphen” (beschriftet: mit unterscheidbaren Haltestellen, vollständig: mit allen Verbindungen) mit  $n$  Knoten genau  $n^{n-2}$  beträgt [5]. Nun ist das Streckennetz von Potsdam nicht vollständig. Von den  $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{525 \cdot 524}{2} = 137\,550$  theoretisch möglichen Strecken gibt es nur 2 728, also etwa  $5n$ . In Potsdam existiert damit jede mögliche Verbindung im Schnitt mit Wahrscheinlichkeit  $5n/(n(n-1)/2) = 10/(n-1)$ , alle  $n-1$  Kanten eines aufspannenden Baums demnach mit Wahrscheinlichkeit  $10^{n-1}/(n-1)^{n-1}$ . Nach diesem Argument können wir in einem Graphen mit  $n$  Knoten und  $5n$  Kanten mit

$$n^{n-2} \cdot \left(\frac{10}{n-1}\right)^{n-1} = \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-2} \cdot \frac{10^{n-1}}{n-1} \approx \frac{e}{n-1} \cdot 10^{n-1}$$

unterschiedlichen beschrifteten Bäumen rechnen. Im Fall  $n = 525$  von Potsdam liefert diese Formel eine gewaltige Anzahl von mehr als  $10^{500}$  Möglichkeiten, von denen jede auch noch vielen verschiedenen Liniennetzen entspricht, d.h. die Anzahl möglicher Liniennetze ist noch wesentlich größer. Sicherlich sind die meisten davon unsinnig, trotzdem ist klar: Eine solche Vielzahl an möglichen Alternativen ist ohne leistungsfähige Planungsmethoden nicht überschaubar.

**Qualität versus Kosten.** Eine zweite Schwierigkeit bei der Planung von Nahverkehrsnetzen ist der Zielkonflikt zwischen der Maximierung der Angebotsqualität und der Minimierung der Betriebskosten. Beides zusammen kann man normalerweise nicht haben. Die Fragestellung der Angebotsplanung muss daher lauten: Welche Qualität lässt sich bei gegebenem Mitteleinsatz erreichen? Oder umgekehrt: Wieviel kostet ein gewisser Qualitätslevel? Die Auswahl eines geeigneten Kompromisses ist eine politische Fragestellung, die Mathematik und Verkehrsplanung nicht beantworten können. Sehr wohl kann man aber die Entscheidungsfindung unterstützen, indem die unter gegebenen Prämissen jeweils besten Alternativen aufgezeigt und die Abhängigkeit des Ergebnisses von den Prämissen transparent gemacht werden. Wir werden am Beispiel des Liniennetzes von Potsdam zeigen, wie auf diese Weise objektive und fundierte Entscheidungen getroffen werden können.

**Herausforderungen und Chancen.** Nahverkehrsnetze wachsen historisch, die Leute haben sich nach einiger Zeit an die Situation gewöhnt. Wegen dieser hohen Beharrungskraft werden solche Netze gewöhnlich nur dann umgestaltet, wenn der Veränderungsdruck sehr groß wird. Dies ist aber momentan der Fall. Winfried Hermann, der Minister für Verkehr und Infrastruktur des Landes Baden-Württemberg, benannte in seinem Begleitwort zum 7. ÖPNV Innovationskongress zwei Haupttreiber: *“Die Folgen dieses demografischen Wandels sind bereits vielerorts spürbar und betreffen auch die Mobilität. ... Gesucht werden innovative Ideen, die den Nahverkehr fit für die Zukunft machen. Aber auch in den stetig wachsenden Städten und Ballungszentren besteht Handlungsbedarf.”* Neben demografischem Wandel und Urbanisierung sind weitere wichtige Faktoren die aufkommende Elektromobilität, die erhebliche Veränderungen und Investitionen in die Angebotsstruktur erfordert [6], sowie die Informationstechnik, die die Datenbasis für die Planung verbessert und die Hürden für Veränderungen des Verkehrsangebotes senkt. Im Zusammenspiel mit der Verfügbarkeit neuer mathematischer Optimierungsmethoden ergeben sich aus diesen Herausforderungen auch Möglichkeiten zur nachhaltigen Verbesserung der Verkehrssysteme in Deutschland [7]. Winfried Hermann formulierte das

so: *“Diese Chance kann der Nahverkehr nutzen, wenn es gelingt, dauerhaft ein leistungsfähiges System zu etablieren, das Service, Komfort und Qualität nicht außer Acht lässt.”*

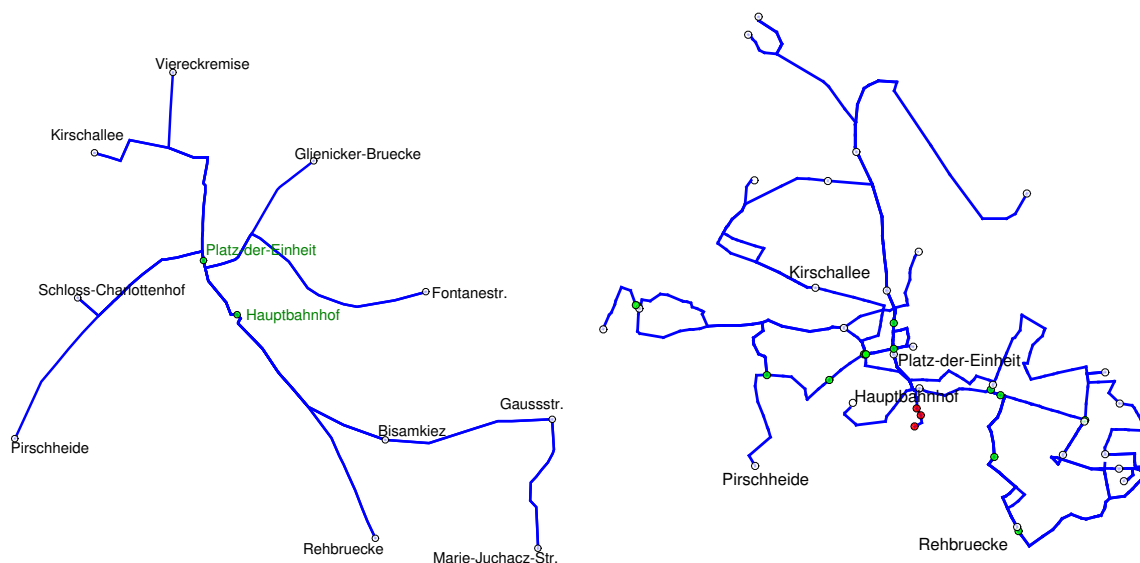
**Neue Planungsinstrumente.** Wir haben am Zuse-Institut Berlin im Forschungsprojekt B15 “Angebotsplanung im öffentlichen Personennahverkehr” des DFG Forschungszentrums MATHEON “Mathematik für Schlüsseltechnologien” ein neues mathematisches Optimierungsverfahren entwickelt, mit dem sich optimale Liniennetze für verschiedene Zielkriterien und mit Vorgaben für die Netzbildung berechnen lassen [2], siehe [4, 8] für eine genauere Darstellung. Mit diesem Verfahren wurde 2010 in einem Projekt mit ViP, dem Nahverkehrsunternehmen der Stadt Potsdam, das hiesige Nahverkehrsnetz optimiert [1]; die damals verwendeten Daten liegen auch den Untersuchungen in diesem Artikel zugrunde. Das Verfahren wurde zwischenzeitlich weiterentwickelt und kann nun auch Direktverbindungen genauer behandeln [3]. Auf diese Weise können die Routenwahl, die Fahrzeiten und die Anzahl an Umstiegen sehr präzise geschätzt werden.

**Ziele und Regeln.** Als Maß für die Angebotsqualität nehmen wir die Gesamtfahrzeit aller Passagiere, die sich aus der eigentlichen Fahrzeit, der Umsteigewege- und wartezeit und aus Strafkosten für das Umsteigen zusammensetzt. Die Betriebskosten werden durch Kilometersätze für Bus und Tram geschätzt. Bei der Netzgestaltung werden Regeln für die Bildung von Linien, die Vermeidung von Parallelverkehren, für Mindestbedienhäufigkeiten für bestimmte Stationen, zur Bevorzugung bestimmter Verkehrsträger (Tram vor Bus) usw. beachtet, die das Ergebnis ebenfalls stark beeinflussen.

**Die Nachfrage.** Wie es in der Angebotsplanung derzeit üblich ist, gehen auch wir davon aus, dass eine gegebene Nachfrage vollständig befriedigt werden muss, d.h., es wird ein Netz konstruiert, in dem alle Passagiere ihr Ziel erreichen können. Diese Daten liegen meist in Form einer Quelle-Ziel-Matrix (englisch Origin-Destination- oder OD-Matrix) vor, die das Verkehrsaufkommen zwischen einzelnen “Verkehrszellen” angibt, siehe dazu auch Abbildung 1, rechts. Wir verwenden eine OD-Matrix für die Hauptverkehrszeit zwischen 6:00 und 9:00 Uhr.

**Der Linienpool.** Zu Beginn einer Linienoptimierung muss man sich überlegen, wie mögliche (neue) Linienrouten aussehen können/dürfen und mit welchen Taktungen sie betrieben werden können. Für die Taktung gibt es meistens eine kleine Menge von Möglichkeiten, in der Regel 10, 15, 20, 30 und 60 Minuten. Die Auswahl der Linienrouten ist dagegen komplizierter. Der erste Schritt ist die Definition möglicher Endhaltestellen mit passender Infrastruktur. Erlaubt man alle Linienrouten zwischen je zwei Endhaltestellen, dann ergibt sich der größtmögliche “Pool” zur Linienauswahl; im Potsdamer Fall sind das mehrere Millionen mögliche Linien. Allerdings sind einige dieser Linienrouten nicht umsetzbar, da man z.B. nicht an jeder Kreuzung links abbiegen kann oder soll. Wir hatten zum Beispiel eine Linie generiert, die direkt vor dem Hauptbahnhof abbiegt ohne die Haltestelle Hauptbahnhof zu bedienen; diese Linienführung wurde als nicht vermittelbar verworfen. Solche Linienrouten müssen durch geeignete Abbiegerestriktionen für technisch nicht mögliche oder nicht gewollte Verbindungen ausgeschlossen werden. Wir haben außerdem die Länge der Routen eingeschränkt. Jede Linienroute sollte höchstens 50 verschiedene Stationen anfahren. Für Potsdam reduziert sich die Anzahl möglicher Linienrouten auf diese Weise auf etwa 100 000.

Doch auch viele dieser Linienrouten bestanden nicht den planerischen Check. Das KO-Kriterium: Eine gute Buslinie muss mindestens eine wichtige Umsteigestation enthalten,



**Abbildung 2:** Infrastrukturnetz von Tram (links) und Bus (rechts) in Potsdam. Die weiß markierten Haltestellen entsprechen möglichen Endhaltestellen für Linien, grün sind die wichtigen Umsteigestationen, rot sind Haltestellen, die nicht von neuen Linien bedient werden dürfen.

eine gute Tramlinien muss das Zentrum durchfahren. Wir haben daher getrennt für Bus und Tram “wichtige Haltestellen” definiert, von denen mindestens eine in jeder Linie enthalten sein muss. Die Abbildung 2 zeigt links das Infrastrukturnetz für die Tram. Weiß sind die Haltestellen, die als Endhaltestellen möglich sind. Jede Linie muss mindestens eine der zwei grün markierten Haltestellen enthalten. Dadurch wird z.B. eine Linie, die nur den Bisamkiez mit der Marie-Juchacz-Str. verbindet, ausgeschlossen, denn eine solche Linie führt nicht durch das Stadtzentrum. Die Abbildung 2 zeigt rechts das Infrastrukturnetz für den Bus. Weiß sind die Haltestellen, die als Endhaltestellen möglich sind, grün sind die Haltestellen, von denen mindestens eine in jeder Buslinie enthalten sein muss, und rot sind Haltestellen markiert, die nicht (mehr) zusätzlich angefahren werden dürfen, da sie nicht (mehr) von ViP bedient wurden. Außerdem sollten Linien nicht länger als 45 Minuten Fahrtdauer haben und mindestens 5 Stationen enthalten. Mit diesen Bedingungen reduzierte sich die Anzahl aller möglichen Linien auf etwa 6 200 Buslinien und 33 Tramlinien. Mit diesen Bausteinen kann man verschiedenste Arten von Liniennetzen konstruieren, und die Frage war natürlich: Welches ist das “Beste”? Die Antwort kann mit Hilfe von Linienoptimierungen gefunden werden.

**Systematische Szenarioanalyse.** Wir analysieren im Folgenden den Einfluss unterschiedlicher Zielvorgaben und typischer Planungsregeln auf das Liniennetz. Der Zielkonflikt zwischen der Maximierung der Angebotsqualität und der Minimierung der Betriebskosten wird durch Betrachtung einer bikriteriellen Zielfunktion transparent, mit der sich alle sinnvollen Kombinationen, die sogenannten effizienten oder “Pareto-optimalen” Lösungen, darstellen lassen. Dazu wird eine repräsentative Auswahl möglicher Gewichtungen der beiden Zielkriterien getroffen. Für jede Kombination berechnen wir jeweils eine Abschätzung<sup>2</sup> des bestmöglichen Zielfunktionswertes, die sehr nah am tatsächlichen Optimum liegt. Es ergibt sich ein Paar von “Pareto-Kurven”, die den Trade-off zwischen

<sup>2</sup>Wir lösen die LP-Relaxierung des Linienplanungsmodells.

Qualität und Kosten deutlich machen, vgl. Abbildung 3. In Bezug auf die Netzgestaltung betrachten wir vier zunehmend restriktivere Szenarien, für die wir jeweils die gerade beschriebenen Pareto-Kurven berechnen. Auf diese Weise entsteht ein vollständiger Überblick über alle (im Rahmen der Untersuchung betrachteten) sinnvollen Handlungsalternativen. Wir betrachten im Anschluss die Szenarien 1 bis 3 genauer und untersuchen jeweils drei Liniennetze für unterschiedliche Gewichtungen der Zielfunktion. Zum Abschluss untersuchen wir die Abhängigkeit des Planungsergebnisses von den Eingangsdaten in Bezug auf eine Änderung der Nachfrage. Das ist wichtig, um sich gegen Fehler bei der Datenerhebung abzusichern, aber auch, um sicherzustellen, dass das Netz auch für einige Zeit in der Zukunft noch gut sein wird.

**Vier Szenarien.** Um den Einfluss verschiedener Regelsätze auf die Linienplanung zu untersuchen, betrachten wir folgende Regeln:

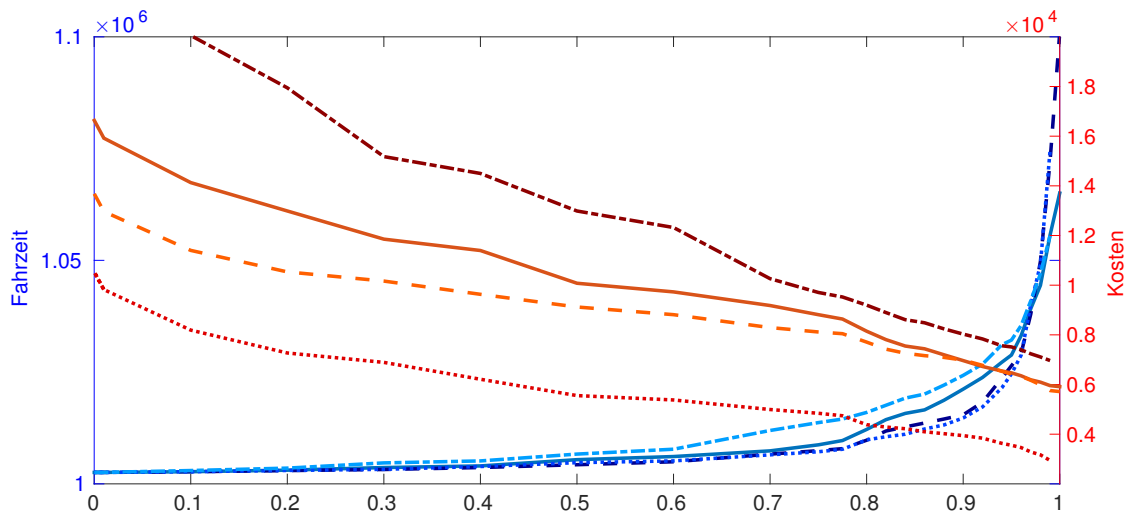
1. Die möglichen Takte sind 10, 20, 30, 60 Minuten.
2. Für einige Haltestellen sind Mindestbedienhäufigkeiten von 10, 20, 30 oder 60 Minuten vorgegeben; ein 10- und 30-Minutentakt kann auch mit je zwei Linien im 20- bzw. 60-Minutentakt durchgeführt werden, die anderen Takte müssen durch eine Linie mit diesem oder einem dichteren Takt durchgeführt werden.
3. Mindestbedienhäufigkeiten müssen in erster Linie von der Tram erfüllt werden. Die Tram fährt mindestens im 20-Minutentakt.
4. Alle Linien fahren im 20-Minuten Takt.

Mit diesen Regeln definieren wir folgende vier zunehmend restriktivere Szenarien:

1. Szenario „Standardtakte“: Regel 1
2. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit“: Regel 1, 2
3. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit + Tram“: Regel 1, 2, 3
4. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit + Tram + Takt“: Regel 1, 2, 3, 4

**Pareto kurven.** Für jedes der vier Szenarien berechnen wir ein Paar von Pareto-Kurven, die für jede mögliche Gewichtung von Fahrzeit und Kosten eine untere Schranke an die zu erwartende Fahrzeit bzw. die zu erwartenden Kosten in einem optimalen Linienplan angibt, siehe Abbildung 3. Jedes Kurvenpaar ist aus 25 Stützpunkten interpoliert, so dass Abbildung 3 die Ergebnisse von insgesamt  $4 \times 25 = 100$  Linienoptimierungen zusammenfasst. Man kann leicht erkennen, dass die zunehmende Reglementierung vor allen Dingen die Kosten steigert und vergleichsweise geringe Auswirkungen auf die Fahrzeit hat. Der Kostensprung von einer Lösung mit Standardtakt zu einer Lösung mit Mindestbedienhäufigkeiten liegt gleichbleibend bei etwa 3000€ und ist unabhängig von der Gewichtung von Fahrzeit und Kosten. Eine zusätzliche Bevorzugung der Tram sowie eine höhere Taktung der Tram wirken sich bei einer Gewichtung der Kosten von weniger als 80% kostensteigernd aus, bei mehr als 80% geringfügig fahrzeitsteigernd, außer bei extremem Gewicht auf den Kosten, bei dem die Regeln eine Mindesttaktichte garantieren. Aus dieser Perspektive scheidet Szenario 4 aus. Es scheint aber auch zunächst keinerlei Grund zu geben, sich für Szenario 3 zu entscheiden, also die Tram zu bevorzugen. Allerdings sind bei einer Gewichtung von etwa 80:20 (Parameter  $\lambda = 0,8$ ) die zusätzlichen Kosten und die höhere Fahrzeit in Szenario 3 sehr gering im Vergleich zu Szenario 2. Bei dieser Gewichtung kann man aus anderen Erwägungen heraus (weil man z.B. die





**Abbildung 3:** Pareto-Kurven für Szenario 1 „Standardtakt“ (gepunktet), Szenario 2 „Mindestbedienhäufigkeit“ (gestrichelt), Szenario 3 „Mindestbedienhäufigkeit + Tram“ (durchgezogen) und Szenario 4 „Mindestbedienhäufigkeit + Tram + Takt“ (gestrichpunktet). Abhängig von dem Wert eines Parameters  $\lambda$  (Werte zwischen 0 und 1) werden Kosten und Fahrzeiten (in Minuten, mit Umsteigestrafe) für die Zielfunktion prozentual gewichtet. Ein Wert von 1 bedeutet, nur die Kosten sind wichtig (100%=1) und die Fahrzeiten unwichtig (0%=0), ein Wert von 0 bedeutet das Gegenteil.

Tram als höherwertigeres Transportmittel ansieht) eine Entscheidung pro Tram sehr gut rechtfertigen. Der Gewichtungsfaktor 0,8 markiert auch in etwa die Stelle, an der die Gesamtfahrzeit erstmals merklich ansteigt (oder genauer: an der der Grenzanstieg der Fahrzeit pro eingespartem Euro erstmals deutlich ansteigt). Aufgrund dieser günstigen Eigenschaften ist es vielleicht nicht überraschend, dass ViP bei der Konstruktion des Linienplans 2010 genau diese Gewichtung der beiden Optimierungsziele zugrunde gelegt hat.

**Drei Liniennetze.** Für die Extrem Lösungen, d.h., eine reine Kostenminimierung und eine reine Fahrzeitminimierung, sowie eine Kompromisslösung für den Gewichtungsfaktor 0,8 haben wir optimale Linienpläne berechnet. Die wichtigsten Kennzahlen sind in den Tabellen 1, 2 und 3 jeweils für Szenario 1, 2 und 3 dargestellt.

Die Ergebnisse bestätigen die Tendenz in den Pareto-Kurven. Die Reglementierung beeinflusst vor allen Dingen die Kosten. Bei einer reinen Kostenminimierung hat eine zusätzliche Mindestbedienhäufigkeit keinen großen Einfluss auf die Fahrzeit und die Anzahl der Direktfahrer. Erst bei einer zusätzlichen Bevorzugung der Tram wird das Grundangebot so verbessert, dass die Anzahl der Direktfahrer um 5% steigt und die Gesamtfahrzeit um 3% sinkt. Durch die Bevorzugung der Tram entstehen also neue Direktverbindungen. Bei einer reinen Fahrzeitminimierung kommen im Rahmen der numerischen Rechen-toleranz immer die gleichen Lösungen heraus, weil alle Passagiere bereits auf den besten möglichen Wegen befördert werden. Die Kompromisslösung verhält sich in Bezug auf die Mindestbedienhäufigkeiten ähnlich wie die kostenminimale Lösung. Bei einer zusätzlichen Bevorzugung der Tram verschlechtern sich allerdings die Gesamtfahrzeit und die Anzahl der Direktfahrer tatsächlich geringfügig. Auffällig ist, dass sich das Busnetz nicht verändert während die Tramkilometerleistung steigt, aber die Anzahl der Tramlini-



**Tabelle 1:** Berechnungen für das 1. Szenario „Standardtakte“.

	minimale Kosten	minimale Fahrzeit	Lösung ( $\lambda = 0,8$ )
Linienanzahl	37	95	47
Bus-km	891,3	4666,1	1378,6
Tram-km	448,0	1403,7	1012,7
Kosten	2795,2	12 430,4	5071,6
Fahrzeit[s] (ohne Umsteigestrafe)	53 632 436	52 339 466	52 456 367
Fahrzeit[s] (mit Umsteigestrafe)	66 654 536	60 623 966	61 086 467
Direktfahrer	33 599	38 669	38 309
1 Umstieg	13 823	8 946	9 283
2 Umstiege	320	128	150
>2 Umstiege	2	1	2

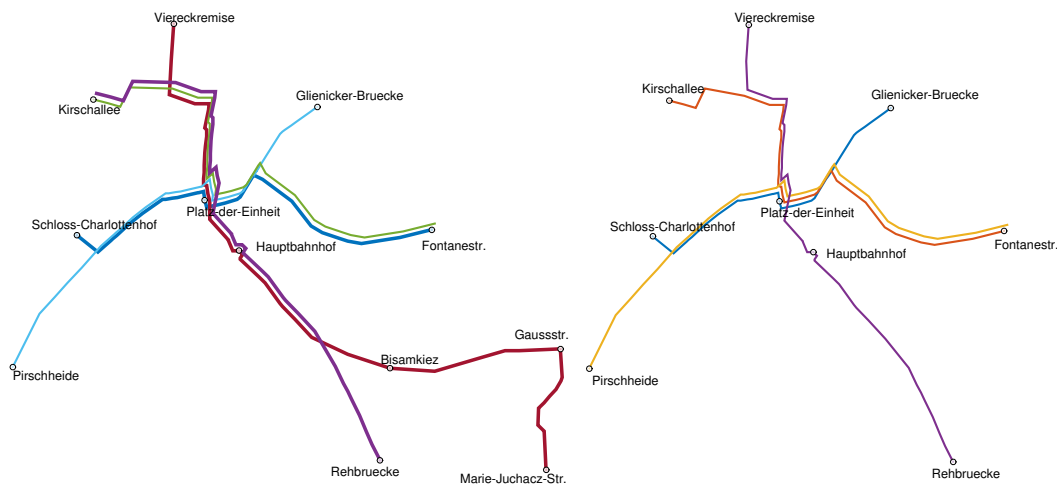
**Tabelle 2:** Berechnungen für das 2. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit“ .

	minimale Kosten	minimale Fahrzeit	Lösung ( $\lambda = 0,8$ )
Linienanzahl	39	105	53
Bus-km	1859,4	6273,3	2613,9
Tram-km	924,0	1698,9	1244,3
Kosten	5806,7	16 271,1	8034,9
Fahrzeit[s] (ohne Umsteigestrafe)	53 357 555	52 339 314	52 425 377
Fahrzeit[s] (mit Umsteigestrafe)	66 467 855	60 623 814	61 008 676
Direktfahrer	33 558	38 669	38 353
1 Umstieg	13 809	8 946	9 246
2 Umstiege	373	128	144
>2 Umstiege	4	1	1

**Tabelle 3:** Berechnungen für das 3. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit + Tram“.

	minimale Kosten	minimale Fahrzeit	Lösung ( $\lambda = 0,8$ )
Linienanzahl	41	105	52
Bus-km	1859,4	6273,3	2613,9
Tram-km	1054,3	3003,9	1640,1
Kosten	6111,5	19 324,8	8961,1
Fahrzeit[s] (ohne Umsteigestrafe)	53 111 304	52 339 314	52 430 029
Fahrzeit[s] (mit Umsteigestrafe)	64 545 804	60 623 814	61 048 429
Direktfahrer	35 354	38 669	38 314
1 Umstieg	12 076	8 946	9 285
2 Umstiege	313	128	144
>2 Umstiege	1	1	1

en um eins abnimmt, d.h. in Szenario 3 fahren weniger Tramlinien mit höheren Takten. Der generelle 20-Minuten Takt für alle Tramlinien ist offenbar so teuer, dass eine Linie wegfällt und damit die Anzahl der Direktfahrer insgesamt geringfügig sinkt. Abbildung 4



**Abbildung 4:** Tramlinien, die sich in der Optimallösung von Szenario 2 (links) und Szenario 3 (rechts) unterscheiden. Links die besten Linien für weniger Restriktion, die dicken Linien fahren im 20-Minuten Takt, alle anderen im Stundentakt. In der rechten Abbildung verkehren alle Linien im 20-Minuten Takt.

zeigt die unterschiedlichen Tramlinien der Kompromisslösung in Szenario 2 und 3. Ist der 20-Minutentakt für die Tram eine Linie und einige Direktfahrer wert? Da die Unterschiede insgesamt marginal sind, kann man auch diese Entscheidung sicherlich rechtfertigen.

**Variation der Nachfrage.** Wir betrachten abschließend die Abhängigkeit des Planungsergebnisses von einer Änderung der Nachfrage. Dazu erhöhen wir für das realitätsnächste 3. Szenario die Nachfrage um 20%. Dieser Mehrbedarf kann auch mit dem optimalen Liniennetz für die Standardnachfrage befördert werden. Tabelle 4 zeigt die Kenndaten dieser Lösung im Vergleich mit einer Neuoptimierung: Es ist praktisch kein Unterschied festzustellen. Tatsächlich unterscheiden sich die Liniennetze nur in einer zusätzlichen und einer modifizierten Linie. Dies zeigt, dass durch die Mindestbedienhäufigkeiten genügend Reserven im Netz vorhanden sind, um eine erhöhte Nachfrage mit fast optimaler Qualität zu befördern<sup>3</sup> — besser könnte es nicht sein.

**Fazit.** Bei einer rein kostenorientierten Netzplanung wirken sich zusätzliche Restriktionen positiv auf die Angebotsqualität aus. Bei Betrachtung eines Kompromisses zwischen Fahrzeit und Kosten ist Vorsicht angebracht. Zu viele Restriktionen können nicht nur zu hohen Kosten führen, sondern sich sogar negativ auf das Angebot auswirken. Mit mathematischen Optimierungsmethoden können die Handlungsalternativen in der Angebotsplanung effizient ausgelotet werden, um maßgeschneiderte Lösungen zu finden.

#### Literatur.

- [1] Borndörfer, R.; Friedow, I.; Karbstein, M. Optimierung des Liniennetzes 2010 in Potsdam. *Der Nahverkehr*, 4:34–39, 2012. ZIB Report 12-04, <http://opus4.kobv.de/opus4-zib/frontdoor/index/index/docId/1448>.
- [2] Borndörfer, R.; Heismann, O.; Karbstein, M.; Möhring, R. H.; Möller, A.; Römisches, W. Travelling efficiently with mathematics. In Deuffhard, P.; Grötschel, M.; Hömberg, D.;

<sup>3</sup>Es könnte sogar sein, dass die Bestandslösung für eine geringfügig andere Gewichtung der Zielfunktion optimal ist.

**Tabelle 4:** Berechnungen für das 3. Szenario „Mindestbedienhäufigkeit + Tram“ mit um 20% erhöhter Nachfrage.

	Bestandslösung	neu optimiert
Linienanzahl	52	53
Bus-km	2613,9	2705,8
Tram-km	1640,1	1640,1
Kosten	8961,1	9141,2
Fahrzeit[s] <small>(ohne Umsteigestrafe)</small>	62 916 034	62 920 428
Fahrzeit[s] <small>(mit Umsteigestrafe)</small>	73 258 145	73 162 068
Direktfahrer	45 977	46 076
1 Umstieg	11 142	11 054
2 Umstiege	173	161
>2 Umstiege	1	2

Horst, U.; Kramer, J.; Mehrmann, V.; Polthier, K.; Schmidt, F.; Schütte, C.; Skutella, M.; Sprekels, J. Hrsg., *MATHEON – Mathematics for Key Technologies*, Kap. B3, S. 113–129. European Mathematical Society, 2014.

- [3] Borndörfer, R.; Karbstein, M. Metric inequalities for routings on direct connections with application in line planning. Technical Report 15-07, ZIB, Takustr.7, 14195 Berlin, 2015. <http://opus4.kobv.de/opus4-zib/frontdoor/index/index/docId/5350>.
- [4] Borndörfer, R.; Neumann, M. Linienoptimierung – reif für die Praxis? In *HEUREKA'11*. FGSV Verlag, 2011. ZIB Report 10-20, <http://opus.kobv.de/zib/volltexte/2010/1244/>.
- [5] Cayley, A. A theorem on trees. *Quarterly Journal of Mathematics*, 23:376–378, 1889.
- [6] Gauger, J.; Funke, S. Elektrische Linienbusse: Vom Generalisten zum Spezialisten. *Der Nahverkehr*, 3:19–22, 2015.
- [7] Grötschel, M.; Borndörfer, R. Mathematik im Verkehr. In *HEUREKA'14*. FGSV Verlag, 2014. ZIB Report 14-03, <http://opus.kobv.de/zib/volltexte/2010/1244/>.
- [8] Karbstein, M. *Line planning and connectivity*. Dissertation, TU Berlin, 2013.