Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

MARTIN GRÖTSCHEL
HINRICH HINRICHS[1]
KLAUS SCHRÖER[1]
ANDREAS TUCHSCHERER

Ein gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell für ein Laserschweißproblem im Karosseriebau

[1]Volkswagen AG, PP-F2, Planung – Karosseriebau, 38436 Wolfsburg, Germany

ZIB-Report 06-21 (Mai 2006)

EIN GEMISCHT-GANZZAHLIGES LINEARES OPTIMIERUNGSMODELL FÜR EIN LASERSCHWEISSPROBLEM IM KAROSSERIEBAU

MARTIN GRÖTSCHEL, HINRICH HINRICHS, KLAUS SCHRÖER, AND ANDREAS TUCHSCHERER

ZUSAMMENFASSUNG. Wir beschäftigen uns mit dem Problem der Betriebsplanung von Laserschweißrobotern im Karosseriebau. Gegeben ist eine Menge von Schweißnähten, die innerhalb einer Fertigungszelle an einem Karosserieteil gefertigt werden müssen. Die Schweißnähte werden durch mehrere parallel betriebene Roboter bearbeitet. Die Aufgabe besteht darin, für jeden Roboter eine Reihenfolge und eine zeitliche Koordinierung seiner Bewegungen zu finden, so dass alle Schweißnähte innerhalb der Taktzeit der Fertigungszelle bearbeitet werden und so wenig Laserquellen wie möglich eingesetzt werden. Dabei müssen einige Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Für dieses spezielle Schweißproblem haben wir eine Formulierung als gemischt-ganzzahliges lineares Programm entwickelt, welches sich für die untersuchten praktischen Fälle sehr schnell lösen lässt.

1. EINLEITUNG

Schweißen ist ein wesentlicher Bestandteil des Karosseriebaus. In der Entwurfsphase einer Produktionslinie wird die Menge der Schweißnähte, die zur Fertigung der Karosserie erforderlich sind, in zwei aufeinander folgenden Schritten unterteilt. Zunächst wird jeder Schweißzelle eine Menge von Schweißnähten zugewiesen. Diese wird anschließend in weitere Teilmengen unterteilt, eine für jeden Roboter in der Fertigungszelle (üblich sind 2-6 Roboter pro Zelle). Die Aufteilung der Schweißnähte muss so gewählt werden, dass jeder Roboter die zugehörigen Schweißaufgaben innerhalb der Taktzeit fertig stellen kann. Verschiedene Nebenbedingungen müssen zusätzlich erfüllt werden, zum Beispiel müssen die Roboterbewegungen kollisionsfrei erfolgen.

Betrachtet werden hier Laserschweißroboter. Das Ziel besteht darin, die Bewegungen der Roboter so festzulegen und zeitlich zu koordinieren, dass die Anzahl der dazu erforderlichen Laserquellen so klein wie möglich ist.

Ein Schweißroboter befindet sich aus unserer Sicht immer in einem der folgenden zwei Zustände: entweder schweißt der Roboter oder er schweißt nicht. Im zweiten Fall ist der Roboter entweder gerade ungenutzt oder er verfährt. Während ein Roboter schweißt, muss er von einer Laserquelle gespeist werden. Aufgrund von technischen Nebenbedingungen wird jeder Roboter immer nur von einer festen Laserquelle versorgt. Während Roboter in dieser Beziehung nicht flexibel sind, kann jede Laserquelle mehrere (in unserem Fall bis zu sechs) Roboter versorgen, aber zu jedem Zeitpunkt immer nur einen. In den meisten uns bekannten Fällen versorgte jede Laserquelle allerdings nur einen einzigen Roboter.

In diesem Artikel wird untersucht, ob es möglich ist, die Anzahl Laserquellen zu reduzieren, indem die Roboterbewegungen so koordiniert werden, dass eine Laserquelle mehrere Schweißroboter versorgt. Das Potenzial unseres Ansatzes ist dadurch beschränkt, dass jeder Roboter die Bearbeitung der Schweißnähte in einer vorgegebenen Reihenfolge durchführen muss. Daher ist das Verlangsamen von bestimmten Roboterbewegungen zunächst der einzige mögliche Freiheitsgrad. Diese in gewisser Weise ungewöhnliche Einschränkung resultiert aus bestimmten praktischen Gegebenheiten.

Der Grund dafür, diese spezielle Zielfunktion zu betrachten, ist, dass Laserquellen die bei weitem teuersten Geräte solcher Fertigungszellen sind und daher ihre Kapazität so weit wie möglich ausgelastet sein sollte. Üblicherweise zielen Algorithmen zur Steuerung von Schweißrobotern darauf ab, die verrichtete Arbeit je Produktionstakt zu maximieren, was im Allgemeinen der Minimierung von Leerfahrtzeiten entspricht. Aus diesem Grund sind entsprechende Algorithmen für das hier betrachtete Problem ungeeignet.

2. Problembeschreibung

In diesem Beitrag betrachten wir das Problem der Bearbeitung von Schweißnähten innerhalb einer einzigen Schweißzelle, wir betrachten nicht das Problem der Konfigurierung der Fertigungszellen der gesamten Produktionslinie und das Zuweisen von Schweißnähten auf Zellen und Schweißroboter.

Zunächst sind einige technische Details zu nennen. Eine Produktionslinie hat eine feste Taktzeit, innerhalb welcher alle Schweißnähte einer Zelle bearbeitet werden müssen. Zu Beginn jedes Taktes befindet sich jeder Schweißroboter in seiner vorgegebener Nullposition. Von hier aus startet der Roboter seine Schweißsequenz, und vor Ende der Taktzeit muss er seine Nullposition wieder erreicht haben.

Angenommen wird, dass für jeden Schweißroboter folgende Daten gegeben sind:

- die Bearbeitungsreihenfolge der Schweißnähte,
- eine *Schweißzeit* für jede Schweißnaht und
- eine *Mindestverfahrzeit* (dies ist die Verfahrzeit, die der Roboter mindestens benötigt, um von einer Schweißnaht zu der nächsten Naht zu verfahren, bzw. zu seiner Nullposition).

Offensichtlich bleibt bei einer gegebenen festen Sequenz von Schweißnähten pro Roboter wenig zu entscheiden übrig. Ein Roboterschweißpfad kann nur modifiziert werden, indem man den zugehörigen Roboter *warten* lässt: Während der Schweißroboter verfährt, ist es möglich, die Roboterbewegung zu verlangsamen, wodurch sich der Bearbeitungsbeginn der nächsten Schweißnaht entsprechend verzögert.

Untersucht wird, ob es möglich ist, Laserquellen einzusparen, indem die Roboter die verbleibenden Quellen gemeinsam nutzen. Dazu benutzen wir den Begriff der Produktionsspanne. Dies ist die maximale Laufzeit eines Roboterschweißpfades in einer Fertigungszelle. Für eine vorgegebene Anzahl Laserquellen berechnen wir die minimale Produktionsspanne. Liegt diese unterhalb der Taktzeit, so können alle Schweißnähte mit der gegebenen Anzahl von Laserquellen gefertigt werden. Falls nicht, so gibt die Differenz aus minimaler Produktionsspanne und Taktzeit das Ausmaß der Verletzung der Taktzeit an.

Die Entscheidungen, die bei dem untersuchten Problem getroffen werden müssen, sind die folgenden:

- Jedem Roboter muss eine Laserquelle zugewiesen werden.
- Die Startzeit jeder Schweißnaht muss festgelegt werden.

Die Nebenbedingungen, die dabei erfüllt werden müssen, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

(i) Jedem Roboter wird nur genau eine Laserquelle zugewiesen.
(ii) Jede Verfahrzeit eines Roboters ist mindestens so groß wie die entsprechende Mindestverfahrzeit.
(iii) Je zwei Roboter, die von derselben Laserquelle versorgt werden, schweißen nicht gleichzeitig. Falls ein Roboter direkt nach einem anderen schweißt, muss ferner

eine bestimmte *Umschaltzeit* berücksichtigt werden. Diese ist erforderlich, um den Output der Laserquelle umzulenken.

3. Bisherige Arbeiten

Falls die Umschaltzeit kleiner ist als alle Mindestverfahrzeiten, kann diese vernachlässigt werden. In dieser (üblicherweise zutreffenden) Situation kann das gegebene Problem leicht als ein ähnliches Problem ohne Umschaltzeiten formuliert werden: Die Schweißzeit für jede Schweißnaht wird um die Umschaltzeit vergrößert und die folgende Mindestverfahrzeit wird um denselben Wert verringert.

Falls es nur eine Laserquelle gibt, entspricht dieses transformierte Problem einem speziellen Scheduling-Problem (*single-machine scheduling with minimum time lags*). In der Literatur sind viele Versionen dieses Scheduling-Problems untersucht worden (siehe [1, 2]). Die Komplexität des hier betrachteten Problems ist bei zwei Ketten von Jobs (zwei Roboterschweißpfade) noch offen. Es existiert aber ein pseudopolynomialer Algorithmus [3]. Falls die Anzahl von Ketten jedoch Teil des Probleminputs ist, ist das Problem bereits NP-schwer, wenn eine der Ketten aus zwei oder mehr Jobs besteht (zwei oder mehr Schweißnähte in einem Roboterschweißpfad), vgl. [4]. Nach unserer Kenntnis sind in diesem Zusammenhang noch keine gemischt-ganzzahligen linearen Programme vorgeschlagen worden.

4. Modellierung als gemischt-ganzzahliges lineares Programm

In diesem Abschnitt wird das betrachtete Laserschweißproblem als gemischt-ganzzahliges lineares Programm (mixed integer program, MIP) modelliert. Gegeben ist eine Menge von Schweißrobotern R und eine Menge von Laserquellen L. Zum Umschalten des Outputs einer Laserquelle zwischen zwei Robotern werden δ Zeiteinheiten benötigt. Jeder Roboter $r \in R$ spezifiziert:

- eine Menge von zugehörigen Schweißnähten J_r,
- eine Schweißnaht $first_r \in J_r$, die im Schweißpfad von Roboter r als erste bearbeitet wird,
- eine Schweißnaht $last_r \in J_r$, die im Schweißpfad von Roboter r als letzte bearbeitet wird und
- eine Mindestverfahrzeit t_r, um die Schweißnaht $first_r$ von der Nullposition des Roboters r zu erreichen.

Für jeden Roboter $r \in R$ hat jede Schweißnaht $j \in J_r$ die folgenden Daten:

- eine Schweißzeit p_j,
- eine Schweißnaht $next_j \in J_r$, die im Roboterschweißpfad nach der Naht j bearbeitet wird, falls $j \neq last_r$ und
- eine Mindestverfahrzeit d_j, die von Roboter r benötigt wird, um die Schweißnaht $next_j$ zu erreichen, falls $j \neq last_r$, bzw. um die Nullstellung des Roboters zu erreichen, falls $j = last_r$.

Bevor wir das MIP für das allgemeine Problem vorstellen, soll zunächst der Spezialfall mit nur einer verfügbaren Laserquelle betrachtet werden. Unser Modell wird mit Hilfe der folgenden Variablen formuliert. Die reelle Variable x_j bezeichnet die Startzeit der Bearbeitung der Schweißnaht j. Für zwei verschiedene Roboter $r,s \in R$ und Schweißnähte $j \in J_r$

und $k \in J_s$ ist die binäre Variable

$$y_{jk} := \begin{cases} 0, & \text{falls Schweißnaht } j \text{ vor Schweißnaht } k \text{ bearbeitet wird,} \\ 1, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Mit Hilfe dieser Variablen lassen sich die Nebenbedingungen des Problems wie folgt formulieren. Die Nebenbedingung (ii), die die Verfahrzeiten betrifft, wird über zwei Typen von Ungleichungen realisiert: einen für die Bewegung eines Roboters von seiner Nullposition zur ersten Schweißnaht und einen für die Bewegung zwischen zwei aufeinander folgenden Schweißnähten:

$$\begin{aligned} x_{first_r} &\geq t_r & \forall r \in R \\ x_{next_j} &\geq x_j + p_j + d_j & \forall r \in R \forall j \in J_r \setminus \{last_r\} \end{aligned}$$

Die Restriktion für das Umschalten einer Laserquelle (Bedingung (iii)) wird über eine so genannte *„big-M"-Formulierung* umgesetzt:

$$x_k + M y_{jk} \geq x_j + p_j + \delta \quad \forall r, s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \tag{1}$$

$$x_j + M(1 - y_{jk}) \geq x_k + p_k + \delta \quad \forall r, s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \tag{2}$$

Offenbar ist für ein hinreichend großes M genau eine der obigen Ungleichungen trivialerweise für jede zulässige Variablenbelegung erfüllt, und zwar abhängig davon, in welcher Reihenfolge die Schweißnähte j und k bearbeitet werden. Wenn zum Beispiel y_{jk} gleich 0 ist, das heißt die Schweißnaht j vor der Naht k bearbeitet wird, dann ist die Ungleichung (2) immer erfüllt. In diesem Fall erzwingt Ungleichung (1), dass die Schweißnaht k, die von einem anderen Roboter bearbeitet wird, nicht vor der Fertigstellungszeit von der Naht j plus der Umschaltzeit δ gefertigt wird.

Durch Hinzunahme von Ungleichungen, die zusammen mit der Zielfunktion die maximale Arbeitszeit eines Roboters bestimmen, erhalten wir das folgende MIP für das Problem mit nur einer Laserquelle:

$$\text{(SL)} \qquad \begin{aligned} &\min \; z \\ &\text{unter den Nebenbedingungen:} \\ z &\geq x_{last_r} + p_{last_r} + d_{last_r} & \forall r \in R \\ x_{first_r} &\geq t_r & \forall r \in R \\ x_{next_j} &\geq x_j + p_j + d_j & \forall r \in R \forall j \in J_r \setminus \{last_r\} \\ x_k + M y_{jk} &\geq x_j + p_j + \delta & \forall r, s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \\ x_j + M(1 - y_{jk}) &\geq x_k + p_k + \delta & \forall r, s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \\ y_{jk} &\in \{0, 1\} & \forall r, s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \end{aligned}$$

Im verbleibenden Teil dieses Abschnitts beschreiben wir, wie sich das Modell (SL) (single laser) für den Fall mehrerer Laserquellen erweitern lässt. Dazu werden zusätzliche Variablen benötigt, die die Situation modellieren, dass zwei Roboter r und s von derselben Laserquelle gespeist werden. In diesem Fall soll die reelle Variable v_{rs} mindestens 1 sein. Dies wird realisiert durch Verwenden der folgenden binären Variablen für jeden Roboter r und jede Laserquelle l:

$$u_{rl} := \begin{cases} 1, & \text{falls Roboter } r \text{ von Laserquelle } l \text{ gespeist wird,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die folgenden Ungleichungen stellen sicher, dass jedem Roboter genau eine Laserquelle zugewiesen wird (Bedingung (i)) und dass v_{rs} mindestens 1 ist, falls die Roboter r und s durch dieselbe Laserquelle versorgt werden:

$$\sum_{l \in L} u_{rl} = 1 \quad \forall r \in R$$
$$v_{rs} \geq u_{rl} + u_{sl} - 1 \quad \forall r,s \in R : r \neq s \forall l \in L$$

Offensichtlich kann v_{rs} auf 0 gesetzt werden, falls die Roboter r und s von verschiedenen Laserquellen gespeist werden.

In dem allgemeinen Fall müssen die Ungleichungen (1) und die Ungleichungen (2) etwas modifiziert werden, damit diese Bedingungen nicht einschränkend sind für Roboter r und s, die von verschiedenen Laserquellen versorgt werden, das heißt v_{rs} kann auf 0 gesetzt werden. Dies wird dadurch realisiert, dass der Term $M(1 - v_{rs})$ jeweils auf der linken Seite der beiden Ungleichungen hinzuaddiert wird:

$$x_k + M(1 + y_{jk} - v_{rs}) \geq x_j + p_j + \delta \quad \forall r,s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s$$
$$x_j + M(2 - y_{jk} - v_{rs}) \geq x_k + p_k + \delta \quad \forall r,s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s$$

Schließlich sieht das gemischt-ganzzahlige lineare Programm (ML) (multiple laser), das das allgemeine Problem modelliert, wie folgt aus:

$$\text{(ML)} \qquad \min \; z$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned}
z &\geq x_{last_r} + p_{last_r} + d_{last_r} && \forall r \in R \\
\sum_{l \in L} u_{rl} &= 1 && \forall r \in R \\
v_{rs} &\geq u_{rl} + u_{sl} - 1 && \forall r,s \in R : r \neq s \forall l \in L \\
x_{first_r} &\geq t_r && \forall r \in R \\
x_{next_j} &\geq x_j + p_j + d_j && \forall r \in R \forall j \in J_r \setminus \{last_r\} \\
x_k + M(1 + y_{jk} - v_{rs}) &\geq x_j + p_j + \delta && \forall r,s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \\
x_j + M(2 - y_{jk} - v_{rs}) &\geq x_k + p_k + \delta && \forall r,s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \\
y_{jk} &\in \{0,1\} && \forall r,s \in R : r \neq s \forall j \in J_r \forall k \in J_s \\
u_{rl} &\in \{0,1\} && \forall r \in R \forall l \in L
\end{aligned}$$

5. Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Modell (ML) für ein reales Problem beispielhaft angewendet. Die betrachtete Fertigungszelle besteht aus drei Schweißrobotern. Derzeit werden auch drei Laserquellen eingesetzt, von denen jede nur einen Roboter speist. Insgesamt müssen 34 Schweißnähte bearbeitet werden. Die Taktzeit der betrachteten Zelle beträgt 36 Sekunden und die Zeit zum Umschalten einer Laserquelle zwischen zwei Robotern beträgt 0,1 Sekunden. Im Folgenden werden die Roboter mit R1, R2 und R3 bezeichnet. Abbildung 1 veranschaulicht die zuvor verwendeten Roboterschweißpfade: Die Blöcke repräsentieren die Schweißnähte und die dazwischen verlaufenden Linien symbolisieren das Verfahren der Roboter.

Bei zwei eingesetzten Laserquellen lässt sich das entsprechende Modell (ML) mit Hilfe der kommerziellen MIP-Software CPLEX innerhalb von nur einer Sekunde optimal lösen. Wie an den optimalen Roboterschweißpfaden zu erkennen ist (Abbildung 2), teilen sich die Roboter R1 und R2 eine Laserquelle. Der verbleibende Roboter R3 wird von der zweiten

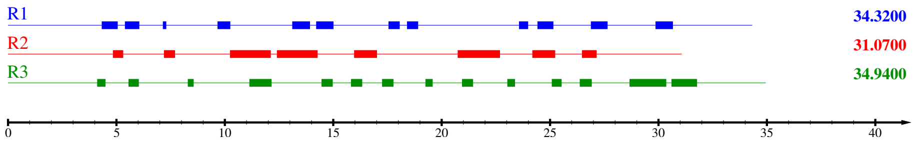

ABBILDUNG 1. Ursprüngliche Roboterschweißpfade.

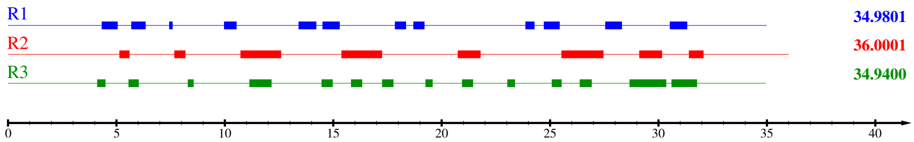

ABBILDUNG 2. Für zwei Laserquellen optimierte Roboterschweißpfade.

Laserquelle allein gespeist, weshalb sein Roboterschweißpfad unverändert ist. Offenbar ist die Bearbeitungszeit des Schweißroboters R2 fast genau identisch mit der Taktzeit von 36 Sekunden. Da die Problemdaten nicht auf vier Nachkommastellen genau sind, ist in solchen Fällen eine praktische Verifikation erforderlich, um zu entscheiden, ob die Schweißsequenz in der Praxis die Taktzeit einhält oder nicht. Falls nicht, gibt es mehrere Optionen. Zum Beispiel kann eine Schweißnaht geringfügig verkürzt werden oder in eine andere Fertigungszelle ausgelagert werden. Auf diese Weise konnte nachgewiesen werden, dass die betrachtete Zelle nur zwei der ursprünglichen drei Laserquellen benötigt.

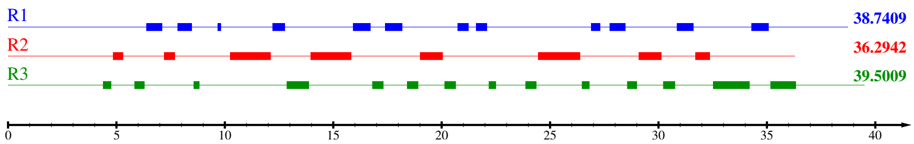

ABBILDUNG 3. Für eine Laserquelle optimierte Roboterschweißpfade.

Als letztes versuchen wir herauszufinden, ob vielleicht eine einzige Laserquelle ausreicht, um alle drei Roboter zu versorgen. Mit Standardeinstellungen löst CPLEX das entsprechende MIP in weniger als drei Sekunden optimal. Wie man an den resultierenden Roboterschweißpfaden sieht (Abbildung 3), benötigen alle Schweißsequenzen länger als die Taktzeit. Die maximale Bearbeitungszeit beträgt etwa 39,5 Sekunden. Bei den Einschränkungen unseres Ansatzes ist eine Reduktion auf nur eine Laserquelle also nicht möglich. Allerdings könnte es möglich sein, die Fertigungszelle mit nur einer Laserquelle zu betreiben, sofern alle zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade ausgenutzt werden können. Das folgende einfache heuristische Argument zeigt, dass es jedoch unwahrscheinlich ist, dass eine Laserquelle genügt. Die gesamte Schweißzeit (Summe aller Schweißzeiten) in der betrachteten Zelle beträgt etwa 25 Sekunden. Da die Zeit zwischen der Bearbeitung zweier Nähte mindestens so groß ist wie die Umschaltzeit, kommen noch einmal 3,3 Sekunden hinzu. Damit verbleiben nur noch 7,7 Sekunden zum Verfahren. Bedenkt man, dass die Roboter von ihren Nullpositionen aus starten und dahin zurückkehren müssen, verbleibt wahrscheinlich nicht genügend Zeit für die erforderlichen kollisionsfreien Bewegungen. Ein echter Beweis hierfür erfordert jedoch die Kenntnis der Verfahrzeiten zwischen allen möglichen Paaren von Schweißnähten. Diese waren nicht verfügbar.

Wir können aus unseren Berechnungen eine weitere Schlussfolgerung ziehen. Falls die Taktzeit auf 40 Sekunden oder mehr verlängert würde oder wenn der Produktionsprozess eine Bearbeitungszeit von 40 Sekunden in dieser Schweißzelle tolerieren könnte, würde die Fertigungszelle mit einer Laserquelle auskommen.

6. Schlussfolgerungen

Wir haben für das Problem der Auslegung/Planung von Roboterschweißaufgaben mit minimierter Anzahl Laserquellen eine Formulierung als gemischt-ganzzahliges lineares Programm vorgestellt, welches sehr schnell optimal gelöst werden kann. Der Hauptnachteil unseres Modells ist, dass es auf einem heuristischen Ansatz basiert und damit signifikantes Potenzial ungenutzt lässt: Es werden nur existierende Roboterschweißpfade durch Einfügen kleiner Wartezeiten in den Roboterbewegungen modifiziert. Für das betrachtete reale Beispiel genügte jedoch dieses Verfahren bereits, um die Anzahl an erforderlichen Laserquellen von drei auf zwei zu reduzieren.

Anspruchsvollere Schritte zur Minimierung der Anzahl an erforderlichen Laserquellen könnten wie folgt aussehen. Als erstes ließe sich das Verbesserungspotenzial deutlich steigern, wenn die Sequenz der Schweißnähte pro Roboter nicht im Voraus festgelegt wäre. Das heißt, die Reihenfolgeplanung der Schweißnähte für jeden Roboter wäre Teil der Optimierung. In einem zweiten Schritt würde man versuchen, auch die Zuordnung von Schweißnähten auf Roboter zu berücksichtigen, das heißt, die den Robotern zugeordneten Teilmengen von Nähten sind nicht fest, sondern können ebenfalls optimiert werden. Mit diesen Modifikationen können alle Freiheitsgrade in der Fertigungszelle ausgenutzt werden. Wir sind überzeugt, dass ein angepasstes *Spaltengenerierungsverfahren* die entsprechenden praktischen Problembeispiele optimal oder mindestens mit einer guten Gütegarantie lösen kann, so dass in fast allen Fällen die exakte Anzahl an benötigten Laserquellen bestimmt werden kann.

In einem dritten Schritt könnte man den Betrachtungshorizont auf die gesamte Produktionslinie erweitern anstatt nur eine einzige Fertigungszelle zu betrachten. Durch zusätzliche Optimierung der Zuordnung von Schweißnähten auf Fertigungszellen würden sich noch weitere Möglichkeiten eröffnen.

Die hier vorgestellten Ergebnisse und aufgezeigten weiteren Schritte und Möglichkeiten zeigen, dass der Einsatz mathematischer Optimierungsmethoden ein erhebliches Potenzial erschließt, um die Anzahl erforderlicher Laserquellen zu reduzieren und die Wirtschaftlichkeit der Fertigung zu erhöhen. Bei der praktischen Umsetzung muss dabei immer beachtet werden, dass als Ergebnis der mathematischen Problemlösung komplexe Strukturen und Abhängigkeiten entstehen können, mit denen umzugehen das Fertigungspersonal erst einmal lernen muss; z. B. war hier die Frage zu beantworten: Was sind die Auswirkungen in der optimierten Schweißfolge, wenn die Instandhaltung die Schweißgeschwindigkeit bei einzelnen Nähten (aus ganz anderen Gründen) reduzieren muss?

Literatur

[1] Peter Brucker and Sigrid Knust, *Complexity results for single-machine problems with positive finish-start time-lags*, Computing **63** (1999), 299–316.

[2] Alix Munier and Francis Sourd, *Scheduling chains on a single machine with non-negative time lags*, MMOR **57** (2003), 111–123.

[3] Erick D. Wikum, *One-machine generalized precedence constrained scheduling*, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, 1992.

[4] Erick D. Wikum, Donna C. Llewellyn, and George L. Nemhauser, *One-machine generalized precedence constrained scheduling problems*, Operations Research Letters **16** (1994), 87–99.

{MARTIN GRÖTSCHEL, ANDREAS TUCHSCHERER}, KONRAD-ZUSE-ZENTRUM FÜR INFORMATIONSTECHNIK BERLIN, DEPARTMENT OPTIMIZATION, TAKUSTR. 7, 14195 BERLIN, GERMANY.

E-mail address: {groetschel,tuchscherer}@zib.de

{HINRICH HINRICHS, KLAUS SCHRÖER}, VOLKSWAGEN AG, PP-F2, PLANUNG – KAROSSERIEBAU, 38436 WOLFSBURG, GERMANY.

E-mail address: {hinrich.hinrichs,klaus.schroeer}@volkswagen.de