Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

JENS BURGSCHWEIGER, BERND GNÄDIG UND
MARC C. STEINBACH

Optimierte Tagesplanung im Berliner Trinkwassernetz

ZIB-Report 05-32 (July 2005)

OPTIMIERTE TAGESPLANUNG IM BERLINER TRINKWASSERNETZ

JENS BURGSCHWEIGER, BERND GNÄDIG, AND MARC C. STEINBACH

ZUSAMMENFASSUNG. Der Artikel beschreibt ein mathematisches Optimierungssystem zur Betriebsplanung in großen Wassernetzen, das bei den Berliner Wasserbetrieben eingesetzt wird. Für das Berliner Versorgungsnetz werden Optimierungsergebnisse vorgestellt.

0. EINLEITUNG

Städtische Trinkwasserversorgungssysteme sind Grundbestandteil der öffentlichen Infrastruktur. Sowohl die Auslegung als auch der Betrieb bedürfen einer sorgfältigen Planung, um unnötige Kosten zu vermeiden. Wir stellen ein mathematisches Optimierungssystem vor, das eine weitgehend automatisierte Betriebsplanung auch für sehr große Wasserversorgungsnetze ermöglicht. Ziel ist die Erstellung eines Netzfahrplans zur Deckung des prognostizierten Bedarfs über einen gegebenen Planungshorizont, wobei die variablen Betriebskosten zu minimieren sind und physikalische, technische, hygienische sowie vertragliche Nebenbedingungen eingehalten werden müssen. Die Betriebskosten setzen sich im Wesentlichen zusammen aus Grundwasserentnahmeentgelten, Betriebsmitteln für die Wasseraufbereitung und Energiekosten für die Pumpen. Der Netzfahrplan beinhaltet die Pumpensteuerungen zur Rohwasser- und Reinwasserförderung, Ventilsteuerungen sowie Befüllung und Entleerung der Behälter, jeweils im gesamten Zeitverlauf. Die Optimierung liefert im Ergebnis zusätzlich alle Druck- und Flussprofile im gesamten Netz.

Im Versorgungsnetz der Berliner Wasserbetriebe erfolgt die Betriebsplanung jeweils abends für den folgenden Tag, der im Stundenraster unterteilt ist. Mit 7800 km Rohrleitungen, neun Wasserwerken, acht Zwischen- und Überpumpwerken, mehr als 250000 Hausanschlüssen und einem Tagesbedarf zwischen einer halben und einer Million Kubikmetern ist das Netz vergleichsweise groß und komplex. Dies wirkt sich unmittelbar (und drastisch) auf den Rechenaufwand zur Optimierung aus. Mit speziell entwickelten Optimierungstechniken halten wir die Antwortzeiten in akzeptablen Grenzen.

Dieser Artikel beschreibt einige Besonderheiten der Modellierung, Optimierung und Implementierung, und stellt ausgewählte Ergebnisse vor. Mathematische Details werden nur unvollständig angegeben; für eine ausführliche Darstellung verweisen wir auf [1, 2].

1. MODELLIERUNG

Unsere Modellierung folgt im Wesentlichen der üblichen Herangehensweise, die auch in Simulationspaketen wie EPANET [4] verwendet wird. Aus dem Optimierungkontext ergeben sich allerdings auch wesentliche Unterschiede. Um eine gute Konvergenz der verwendeten gradientenbasierten Optimierungsverfahren zu gewährleisten, benötigen wir einerseits ein glattes Modell, also zweimal stetig differenzierbare Problemfunktionen. Andererseits ist es beispielsweise unnötig, flussgeregelte und druckgeregelte Ventile zu unterscheiden, da die Optimierung ohnehin beide Größen liefert.

Die Netztopologie wird mathematisch als Graph $G = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$ mit Knotenmenge $\mathcal{N}$ und Kantenmenge $\mathcal{A}$ abgebildet. In den Knoten wird Wasser eingespeist (Reservoirs $\mathcal{N}_{\mathrm{rs}}$), gespeichert (Behälter bzw. Tanks $\mathcal{N}_{\mathrm{tk}}$) oder an die Verbraucher abgegeben (Anschlüsse

2000 *Mathematics Subject Classification.* 65K10, 90C30, 90C35, 90C90.

Key words and phrases. Trinkwasserversorgung, kostenminimale Betriebsplanung, nichtlineare Optimierung, diskrete Entscheidungen.

bzw. Verteiler $\mathcal{N}_{jc}$). Über die Kanten (Verbindungen) wird Wasser ohne Zu- oder Abfluss transportiert (Rohrleitungen $\mathcal{A}_{pi}$) und ggf. der Druck erhöht (Pumpen $\mathcal{A}_{pu}$) oder reduziert (Schieber bzw. Ventile $\mathcal{A}_{vl}$). Auf jeder Kante ist eine positive Flussrichtung festgelegt.

Zustandsvariablen sind die Volumenströme Q_{ijt} (m^3/s) auf den Kanten $ij \in \mathcal{A}$ und die Druckhöhen H_{jt} (m) in den Knoten $j \in \mathcal{N}$. Letztere hängen ab vom hydraulischen Druck p_{jt} und der geodätischen Höhe h_j und bilden Knotenpotenziale, $H_{jt} = p_{jt}/(g\rho) + h_j$. In Pumpen und Ventilen kommen als weitere Variablen die Druckhöhendifferenzen (Druckerhöhungen in Pumpen bzw. Druckverluste in Ventilen) hinzu, ΔH_{ijt}, $ij \in \mathcal{A}_{pu} \cup \mathcal{A}_{vl}$. Die Volumenströme werden als konstant auf den Teilintervallen des äquidistant unterteilten Planungshorizonts betrachtet, $t = 1, \dots, T$ (Quasistationaritätsannahme); Druckhöhen und ihre Differenzen sind jeweils die Werte zum Zeitpunkt t.

Die Modellgleichungen (Flussbilanzen und Druckbeziehungen) sind glatt für alle Netzelemente außer Leitungen und Pumpen; hierfür wurden spezielle Glättungen entwickelt.

1.1. **Leitungen.** Der flussabhängige hydraulische Druckverlust in einem kreisförmigen Rohr mit Länge L_{ij}, Durchmesser D_{ij} und Rauigkeit k_{ij} ist physikalisch gegeben durch die Gesetze von Hagen–Poiseuille (laminar) bzw. Prandtl–Colebrook (turbulent),

$$\Delta H_{ij}(Q_{ijt}) \equiv H_{jt} - H_{it} = \begin{cases} -\frac{128\upsilon L_{ij}}{\pi g D_{ij}^4} Q_{ijt}, & \text{laminar,} \\ -\frac{8L_{ij}}{\pi^2 g D_{ij}^5} \lambda_{ijt} Q_{ijt}|Q_{ijt}|, & \text{turbulent,} \end{cases} \tag{1}$$

wobei der flussabhängige Reibungsverlustkoeffizient λ_{ijt} implizit definiert ist durch

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{ijt}}} = -2\log\left(\frac{2.51}{\mathrm{Re}_{ijt}\sqrt{\lambda_{ijt}}} + \frac{k_{ij}/D_{ij}}{3.71}\right), \qquad \mathrm{Re}_{ijt} = \frac{4}{\pi\upsilon D_{ij}}|Q_{ijt}|.$$

Beim Übergang laminar/turbulent (Reynolds-Zahl Re $= 2320$) tritt in (1) ein Sprung auf. Deshalb verwenden wir eine Glättung, und zwar die globale Approximation

$$\Delta H_{ij}(Q_{ijt}) \approx \varphi_{ij}(Q_{ijt}) = r_{ij}\left(\sqrt{Q_{ijt}^2 + a_{ij}^2} + b_{ij} + \frac{c_{ij}}{\sqrt{Q_{ijt}^2 + d_{ij}^2}}\right)$$

mit

$$r_{ij} = \frac{8L_{ij}}{\pi^2 g D_{ij}^5}\,(2\log\beta_{ij})^{-2}, \qquad \beta_{ij} = \frac{k_{ij}/D_{ij}}{3.71},$$

$$b_{ij} = \frac{2.51\pi\upsilon D_{ij}}{\beta_{ij}\ln 10}, \qquad c_{ij} = (\ln\beta_{ij} + 1)\,\frac{b_{ij}^2}{4} - \frac{a_{ij}^2}{2}.$$

Die Wahl der Parameter b_{ij}, c_{ij} stellt hierbei sicher, dass die Approximation für hochturbulenten Fluss ($Q_{ijt} \to \infty$) asymptotisch korrekt ist bis zur zweiten Ableitung. Zusätzlich kann mittels $a_{ij} > 0$ und $d_{ij} > 0$ eine beliebige positive Steigung $\varphi_{ij}'(0)$ erreicht und der relative Anteil der beiden Quadratwurzelterme ausbalanciert werden. Wir wählen $\varphi_{ij}'(0)$ systematisch größer als die korrekte Steigung im laminaren Fall (1). Damit werden die optimalen Kosten geringfügig überschätzt (konservative Lösung); zugleich wird stagnierender Fluss tendenziell vermieden, was aus hygienischen Gründen wünschenswert ist.

1.2. **Pumpen.** Da eine zeitliche Auflösung des Anfahrens und Abfahrens einzelner Pumpen nur mit sehr feiner Zeitdiskretisierung möglich wäre und für unsere Zwecke auch nicht sinnvoll ist, entsteht die Schwierigkeit, eingeschaltete Pumpen mit strikt positivem Volumenstrom $Q_{ijt} \in [Q_{ij}^-, Q_{ij}^+]$ und ausgeschaltete Pumpen mit $Q_{ijt} = 0$ zu unterscheiden. Dies erfordert strenggenommen ein gemischt-ganzzahliges Modell; allerdings wird ein solches in absehbarer Zukunft nicht mit akzeptabler Antwortzeit lösbar sein. Durch eine Kombination verschiedener (nichtlinearer) Techniken können wir trotzdem auch die Schaltentscheidungen der Pumpen automatisiert treffen.

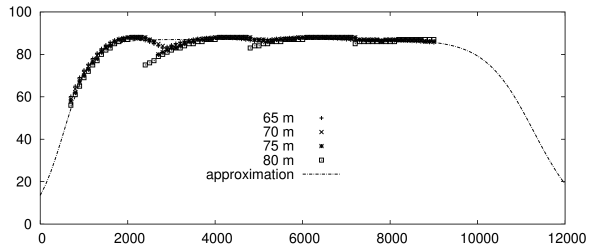

ABBILDUNG 1. Aggregierter Wirkungsgrad von Reinwasserpumpen bei optimaler Konfiguration

Zunächst entspricht eine konzeptionelle Pumpe $ij \in \mathcal{A}_{pu}$ stets mehreren parallel betriebenen Einzelpumpen $ij\nu$, $\nu = 1, \ldots, N_{ij}$, in unserem Fall drehzahlgeregelten elektrischen Kreiselpumpen. Die insgesamt über 600 Rohwasserpumpen in Berlin (in der Regel Unterwasser-Motorpumpen zur Grundwasserförderung) arbeiten je Werk in großen Gruppen von über einem Duzend bis weit mehr als 100 Einzelpumpen, so dass der unzulässige Flussbereich $0 < Q_{ijt} < Q^-_{ij} = \min_\nu\{Q^-_{ij\nu}\}$ ignoriert werden kann. Der Wirkungsgrad ist in weiten Bereichen unabhängig vom Gesamtvolumenstrom, so dass die Leistungsaufnahme proportional zu diesem angenommen werden kann, $P_{ij}(Q_{ijt}) = w_{\text{roh},ij} Q_{ijt}$.

Für die Reinwasserförderung stehen je nach Werk ein bis acht Reinwasserpumpen zur Verfügung, wobei in der Regel nur ein oder zwei dieser Pumpen gleichzeitig in Betrieb sind. Je Werk verwenden wir ein aggregiertes Wirkungsgradmodell (Abb. 1),

$$\eta_{ij}(Q_{ijt}) = \eta^{\max}_{ij} \left(\frac{1}{\phi^-_{ij}(Q_{ijt})} - \frac{1}{\phi^+_{ij}(Q_{ijt})} \right) + 0.001$$

mit

$$\phi^\pm_{ij}(Q) = 1 + \alpha^\pm_{ij} \exp\left(\beta^\pm_{ij} \frac{Q - q^\pm_{ij}}{q^\pm_{ij}} \right).$$

Die Parameter $\alpha^\pm_{ij}$ und $\beta^\pm_{ij}$ werden hierbei aus Messungen geschätzt; die Werte $q^\pm_{ij}$ bestimmen die Lage der linken und rechten Flanke und sind definiert als

$$q^-_{ij} = Q^-_{ij} = \min\left\{Q^-_{ij\nu}\right\}_{\nu=1}^{N_{ij}}, \quad q^+_{ij} = \sum_{\nu=1}^{N_{ij}} Q^+_{ij\nu}.$$

Durch einen geringen Wirkungsgrad (somit hohe Energiekosten) wird der unzulässige Flussbereich $0 < Q_{ijt} < Q^-_{ij}$ bei der Optimierung tendenziell vermieden, während Q^+_{ij} explizit als obere Grenze spezifiziert ist. Zusätzlich kann q^+_{ij} als weiche Grenze relevant werden, falls eine oder mehrere Pumpen nicht verfügbar sind. Die Vermeidung unzulässigen Schaltens wird weiter verbessert durch Mindestlauf- und -stillstandszeiten (vgl. Abschnitt 2.2); verbleibende Unzulässigkeiten werden dann in der Einzelpumpenoptimierung beseitigt (vgl. Abschnitt 2.4).

2. OPTIMIERUNG

2.1. **Netzgraph.** Erste Optimierungsrechnungen wurden bei den Berliner Wasserbetrieben mit einem stark vereinfachten Netzgraphen durchgeführt. Diese *Testkonfiguration* mit 144 Knoten und 192 Kanten erwies sich als zu grob für den Praxiseinsatz. Gute Ergebnisse liefert das auch zur Simulation verwendete *Hauptrohrnetz* mit 1481 Knoten und 1935 Kanten; allerdings liegen die Rechenzeiten trotz rascher Konvergenz im Bereich mehrerer Stunden. Akzeptable Antwortzeiten (15–25 min) erreichen wir durch eine geschickte Reduktion des Hauptrohrnetzes auf etwa ein Drittel seiner Größe. Hierbei werden parallele Leitungen sowie Leitungssequenzen ohne Verzweigung jeweils durch ein einzelnes

Rohr ersetzt, und genügend kurze Rohre werden durch einzelne Knoten ersetzt. Wie zuvor verwenden wir Glättungstechniken zur approximativen Berechnung des Druckverlusts.

2.2. **Mindestlauf- und -stillstandszeiten der Pumpen.** Aus Verschleißgründen wie auch aus betriebstechnischen Gründen ist es wünschenswert, dass die Werksausgänge (Pumpengruppen) nicht nur für eine oder zwei Stunden aktiviert oder ausgeschaltet werden. Solche Bedingungen modelliert man klassisch als lineare Restriktionen an Schaltvariablen. In unserem rein kontinuierlichen Modell müssen wir andere Formulierungen verwenden. Es stellt sich heraus, dass man das kurzfristige *Einschalten* der Pumpen durch lineare Restriktionen an aufeinanderfolgende Volumenströme vollständig unterbinden kann:

$$\begin{aligned}(c_1+1)Q_t+(c_1-2)Q_{t+1}+(c_1+1)Q_{t+2}&\geq 0, \quad t=0,\dots,T-2,\\(c_2+1)Q_t+(c_2-1)Q_{t+1}+(c_2-1)Q_{t+2}+(c_2+1)Q_{t+3}&\geq 0, \quad t=0,\dots,T-3.\end{aligned}$$

Diese Restriktionen lassen sich als Beschränkung der (diskreten) Krümmung interpretieren, wobei geeignete Parameter $c_1 \in [\frac{1}{2},2)$ (Mindeststillstandszeit 2 Stunden) bzw. $c_2 \in [\frac{1}{3},1)$ (Mindeststillstandszeit 3 Stunden) existieren. Das kurzfristige *Ausschalten* der Pumpen lässt sich weitgehend verhindern durch nichtlineare Beschränkungen der Form

$$\begin{aligned}Q_{t+1}-c\Big(Q_t+Q_{t+2}-\sqrt{(Q_t+Q_{t+2})^2+\alpha^2}\Big)&\geq 0, \quad t=0,\dots,T-2,\\Q_{t+i}-c\Big(Q_t+Q_{t+3}-\sqrt{(Q_t+Q_{t+3})^2+\alpha^2}\Big)&\geq 0, \quad t=0,\dots,T-3, \quad i=1,2.\end{aligned}$$

Die Parameter der NCP-Funktionen sind hierbei $c \in (0,\frac{1}{2}]$ und $\alpha > 0$.

2.3. **Lösungsverfahren.** Das Optimierungsproblem ist auf Anforderung des Endkunden im algebraischen Modellierungssystem GAMS [3] spezifiziert und wird mit den Codes CPLEX (Erzeugung einer Startschätzung) und MINOS (NLP-Iteration) gelöst. Die zunächst favorisierten SQP-Codes CONOPT und SNOPT sind zumeist langsamer als MINOS. Diese zunächst überraschende Beobachtung lässt sich dadurch erklären, dass die NLP-Iteration typischerweise rasch konvergiert; der Zusatzaufwand zur Erzeugung zweiter Ableitungen in SQP-Methoden zahlt sich dadurch letztlich nicht aus.

2.4. **Einzelpumpenoptimierung.** Die schon beschriebene Schwierigkeit der Schaltentscheidungen für Pumpen wird durch eine gemischt-ganzzahlige Optimierung jedes Werksausgangs im Anschluss an die Gesamtnetzoptimierung gelöst. Aus der bereits gegebenen gemeinsamen Förderhöhe und dem aggregierten Volumenstrom werden dabei die Volumenströme der einzelnen Pumpen unter Berücksichtigung ihrer Verfügbarkeit bestimmt. Da die entstehenden Probleme niedrigdimensional sind, ist die gemischt-ganzzahlige Optimierung praktikabel und führt zu guten Ergebnissen.

3. Implementierung

Bei den Berliner Wasserbetrieben ist das Verfahren als Optimierungsmodul ins Betriebsleitsystem integriert (LSW, LeitSystem Wasser). Für die Tagesplanung werden alle Netzdaten sowie die Bedarfsprognose automatisch aus der LSW-Datenbank übernommmen. Das Preprocessing konvertiert insbesondere das EPANET-Modell nach GAMS und erzeugt aggregierte Modelle der Pumpen und Tanks. Zusätzliche Vorgaben wie die Verfügbarkeit von Wasserwerken oder Tanks, zeitweise fixierte Ventile usw. kann der Benutzer über graphische Eingabemasken vornehmen. Das Optimierungsmodul wurde mit verschiedenen Bedarfsszenarien und anschließend im Betrieb validiert. Hierbei kam zunächst eine spezielle Version des Optimierungsmodells zum Einsatz, in der viele Ungleichungsrestriktionen durch Strafterme ersetzt sind („elastische Variablen"). Dies erleichtert die Lokalisierung unvermeidbarer Fehler und Inkonsistenzen der Modelldaten, was auch für spätere Änderungen des Netzes relevant ist (Austausch, Hinzufügen, Entfernen von Komponenten).

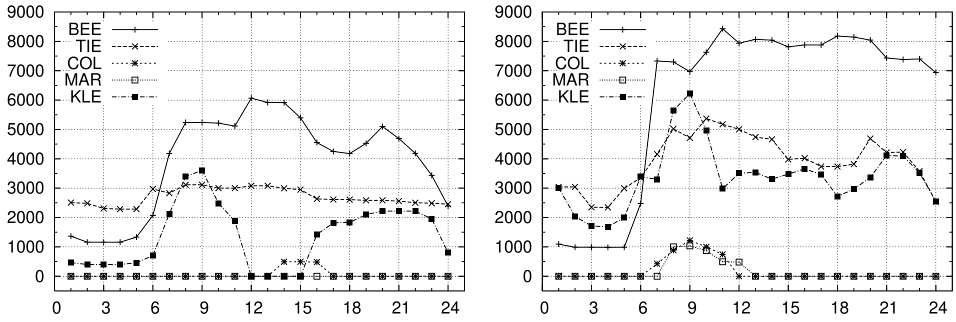

ABBILDUNG 2. Optimale Werksausgangsströme in BEE, TIE, COL, MAR und KLE (m^3/h). Links: normaler Bedarf, rechts: hoher Bedarf.

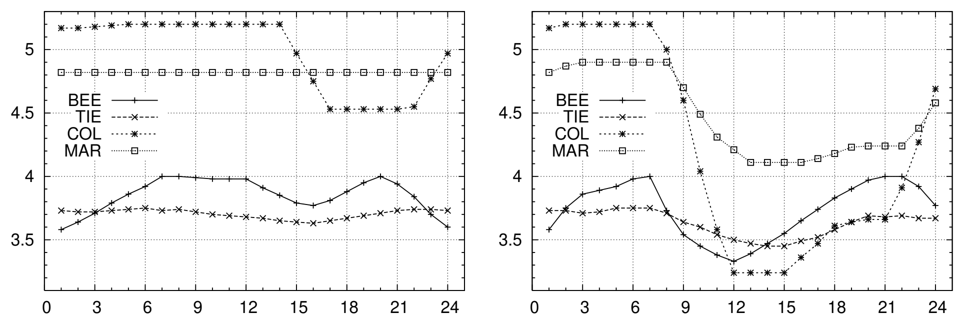

ABBILDUNG 3. Optimale Tankfüllstände in BEE, TIE, COL, MAR (m). Links: normaler Bedarf, rechts: hoher Bedarf.

4. ERGEBNISSE

Exemplarisch betrachten wir optimale Lösungen für einen Tag mit normalem Bedarf ($\approx 585000\,\text{m}^3$) und für einen Tag mit hohem Bedarf ($\approx 1000000\,\text{m}^3$). Aufgrund der Größe und Komplexität des Gesamtnetzes beschränken wir uns auf den Bereich der südlichen Hochstadt. Dieser wird hauptsächlich von den Wasserwerken Beelitzhof (BEE) und Tiefwerder (TIE) versorgt, zusammen mit den Zwischenpumpwerken Columbiadamm und Marienfelde (COL und MAR) und dem Überpumpwerk Kleistpark (KLE, ohne Tank).

Abbildung 2 zeigt die Ausgangsströme zur südlichen Hochstadt in den Wasserwerken BEE und TIE sowie in den Pumpwerken COL, MAR und KLE. Bei normalem Bedarf variiert der Ausgangsstrom in TIE nur wenig, während BEE im Wesentlichen dem Abnahmeprofil folgt. Die Pumpwerke liefern kräftige Beiträge während der Morgen- und Abendspitzen (KLE), einen geringen Beitrag zwischen den Spitzen (COL), bzw. gar keinen Beitrag (MAR). Bei hohem Bedarf liefern BEE und TIE tagsüber starke Ausgangsströme und bleiben auch nachts aktiv, während COL und MAR nur während der Morgenspitze fördern. Das Pumpwerk KLE fördert in diesem Fall rund um die Uhr Wasser aus einer benachbarten Druckzone, in der Wasserwerke mit hoher Kapazität und hohem Wirkungsgrad liegen.

Abbildung 3 zeigt die Tankfüllstände der Wasserwerke BEE und TIE und der Pumpwerke COL und MAR. Bei normalem Bedarf variieren die Tankfüllstände relativ wenig. Außer in BEE wird nachts befüllt und tagsüber Wasser entnommen. Die geringen Änderungen sind teilweise durch den Stromtarif bedingt (kein nächtlicher Preisnachlass), teilweise durch die höhere potentielle Energie des Wassers im vollen Tank, die zu einer geringeren Pumpenleistung am Werksausgang führt. Bei hohem Bedarf werden die Tanks auf ähnliche Weise genutzt, allerdings mit deutlich größeren Füllstandsschwankungen im Tagesverlauf.

LITERATUR

[1] J. BURGSCHWEIGER, B. GNÄDIG, AND M. C. STEINBACH, *Optimization models for operative planning in drinking water networks*, ZIB Report ZR-04-48, Zuse-Institut Berlin, 2004.

[2] ———, *Nonlinear programming techniques for operative planning in large drinking water networks*, ZIB Report ZR-05-31, Zuse-Institut Berlin, 2005.

[3] *GAMS – A Users Guide*, Redwood City, 1988.

[4] L. A. ROSSMAN, *EPANET Users Guide*, US Environmental Protection Agency, Cincinnati, 1994.

JENS BURGSCHWEIGER, BERLINER WASSERBETRIEBE, NETZ- UND ANLAGENBAU, 10864 BERLIN
E-mail address: jens.burgschweiger@bwb.de
URL: http://www.bwb.de

BERND GNÄDIG, DÜSSELDORF
E-mail address: bernd.gnaedig@gmx.de

MARC C. STEINBACH, ZUSE-INSTITUT BERLIN (ZIB), OPTIMIERUNG, TAKUSTR. 7, 14195 BERLIN
E-mail address: steinbach@zib.de
URL: http://www.zib.de/steinbach