

Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

ZIB

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

ANDREAS BLEY
MARCUS PATTLOCH¹

Modellierung und Optimierung der X-WiN Plattform²

¹DFN-Verein e.V., Berlin

²Erschienen in DFN-Mitteilungen 67, 2005

Modellierung und Optimierung der X-WiN Plattform

Andreas Bley und Marcus Pattloch[‡]

23. Februar 2005

In diesem Artikel werden die Optimierungsmodelle und -verfahren beschrieben, die bei der Planung des Kernnetzes und der Zugangsinfrastruktur des X-WiN verwendet wurden [3]. Bis spätestens Januar 2006 wird das G-WiN als technische Plattform des Deutschen Forschungsnetzes durch das Nachfolgenetz X-WiN abgelöst. Bei der Planung des X-WiN müssen zahlreiche Entscheidungen getroffen werden, um ein funktionstüchtiges, qualitativ hochwertiges und wirtschaftliches Netz zu erhalten. Die Auswahl der Kernnetzstandorte ist dabei von besonderer Bedeutung, da diese Entscheidung langfristige und große Auswirkungen auf den Netzbetrieb sowie alle nachfolgenden Planungsschritte hat.

Die dabei zu berücksichtigenden technischen und organisatorischen Alternativen und Randbedingungen sind jedoch so vielfältig und komplex, dass eine manuelle Planung mit großen methodischen Unzulänglichkeiten behaftet wäre. Nur durch den Einsatz mathematisch fundierter Lösungsansätze und weitgehend automatisierter Verfahren können eine hohe Planungsqualität und -sicherheit gewährleistet und die vorhandenen Optimierungspotentiale voll ausgeschöpft werden.

1 Aufgabenstellung

Beim Entwurf der Netzstruktur des X-WiN waren mehrere sich gegenseitig beeinflussende Fragen zu beantworten:

- Wie viele und welche Standorte sollen für die Aufstellung aktiver Gerätetechnik des Kernnetzes aufgebaut werden?
- Wie werden diese untereinander verbunden?
- Wie werden die Anwender angebunden?
- Welche Übertragungstechnologien und Kapazitäten müssen diese Verbindungen haben?

Ausgangspunkt für die Planung war die Menge aller G-WiN Standorte. In Abbildung 1 sind diese mit ihren aktuellen Anschlussbandbreiten dargestellt. Zwischen diesen Standorten sollte ein Netz mit drei logischen Ebenen aufgespannt werden. Für die Zwecke der Optimierung wird zwischen sogenannten V- und A-Standorten unterschieden. Die erste Ebene wird von 10 V-Standorten gebildet, die Verkehr vermitteln (routen) und aggregieren können. Aufgrund praktischer Überlegungen sind diese mit den Level1- Kernnetzknotten im G-WiN identisch. Untereinander werden die V-Standorte durch direkte Wellenlängen- oder Glasfaserverbindungen ausfallsicher vernetzt. Die zweite Netzebene besteht aus A-Standorten, die Verkehrsströme aggregieren und zum nächst gelegenen V-Standort leiten. Die A-Standorte müssen ausfallsicher über zwei physikalisch getrennt verlaufende Verbindungen an das V-Netz angebunden werden, wofür aus Kapazitätsgründen ausschließlich Glasfaser- und Wellenlängenverbindungen in Frage kommen. Alle

[‡]DFN-Verein e.V., Berlin, pattloch@dfn.de

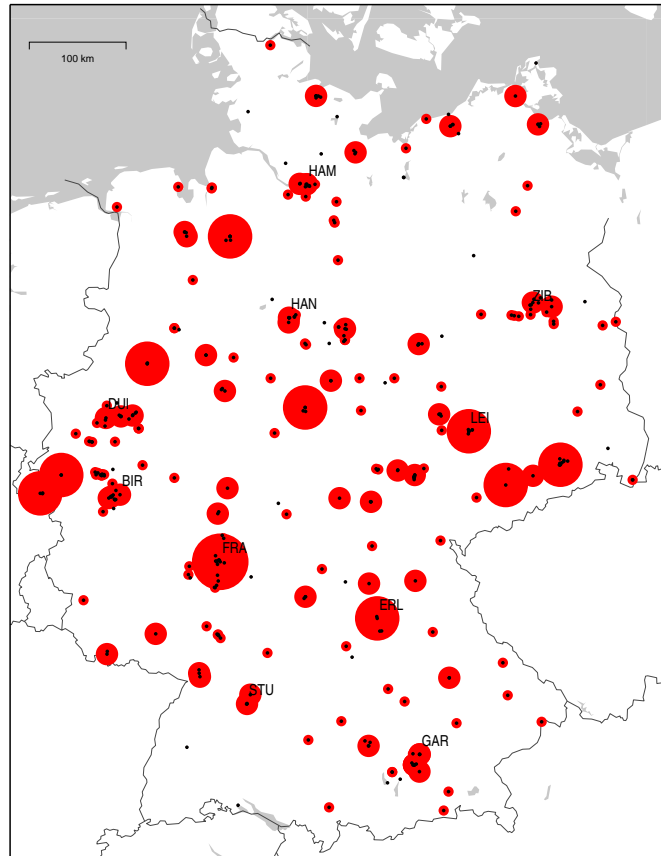


Abbildung 1: Aktuelle Anschlussbandbreiten

übrigen Anwenderstandorte bilden die dritte Netzebene. Sie müssen jeweils einfach an einen A- oder V-Standort angebunden werden. Dafür konnten neben Glasfasern und Wellenlängen auch Zugangsleitungen zwischen 2 Mbit/s und 622 Mbit/s gewählt werden.

Anders als im G-WiN wird das X-WiN in der zweiten und dritten Ebene nicht zwangsläufig eine einfache Baum- oder Sternstruktur haben. Um Ausfallsicherheit zu gewährleisten, werden bisher Standorte der zweiten Ebene mit zwei parallelen Direktverbindungen an jeweils einen einzigen Standort der ersten Ebene doppelt angebunden. Im X-WiN können jedoch ein oder mehrere A-Standorte, z.B. A1, A2, A3, alternativ auch über eine „Kette“ V1-A1-A2-A3-V2 an zwei verschiedene V-Standorte V1 und V2 angebunden werden.

In Abbildung 2 ist ein Beispiel für eine solche Kette mit vier A-Standorten zwischen Hannover und Frankfurt dargestellt. Auch wenn eine Verbindung einer solchen Kette ausfällt, sind immer noch alle A-Standorte mit dem V-Netz verbunden. Die Kapazität jeder Verbindung in der Kette muss dafür mindesten so groß sein wie die Anschlussbandbreiten aller A-Standorte und aller daran angebotenen Anwenderstandorte zusammen. Dennoch kann die Möglichkeit, mehrere A-Standorte über eine gemeinsame Kette an das V-Netz anzubinden, gegenüber der klassischen Doppelanbindung jedes einzelnen A-Standorts zu wirtschaftlichen Vorteilen führen.

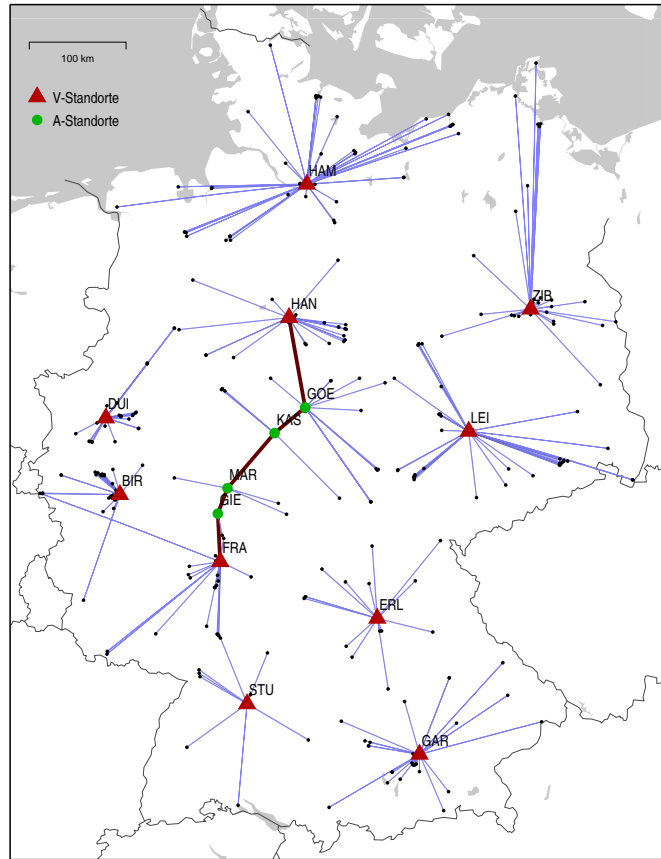


Abbildung 2: Beispiel für eine mögliche Kette von A-Standorten

2 Mathematisches Modell

Für dieses neue Verfahren der Netzhierarchie- und Strukturplanung wurde in Kooperation mit dem MATHÉON Projekt „Integrierte Planung von Multi-Level/Multi-Layer Netzen“ [2] ein gemischt-ganzzahliges Optimierungsmodell entwickelt, mit dem große reale Planungsprobleme effizient gelöst werden können. Dieses Modell kam bei der Optimierung des X-WiN zum Einsatz.

In Abbildung 3 ist eine leicht vereinfachte Variante dieses Modells dargestellt. Es berücksichtigt die vorgegebenen Mengen an V-, möglichen A- und Anwenderstandorten sowie alle zwischen diesen Standorten möglichen Verbindungen mit ihren jeweiligen Kosten und Kapazitäten. Die Auswahl der A- Standorte, die ausfallsichere Anbindung dieser Standorte an die V- Standorte, sowie die Anbindung der übrigen Anwender werden gemeinsam optimiert. Ziel ist dabei die Minimierung der entstehenden Gesamtkosten.

Strukturelle Anforderungen, wie zum Beispiel die Notwendigkeit jeden Anwender an einen A- oder V-Standort anzubinden, werden explizit durch lineare Ungleichungen ausgedrückt. Die Bandbreitenanforderungen der Anwender werden weitgehend indirekt durch eine geeignete Wahl der möglichen Verbindungen und der möglichen Ketten im Modell berücksichtigt. Für jeden Nutzerstandort enthält die Verbindungsmenge L von vornherein nur solche Zugangsleitungen, deren Kapazität mindestens so groß ist wie die Anschlussbandbreite des Anwenders. Für jede topologisch mögliche V_1 - A_1 - A_2 - A_3 - V_2 Kette zur Anbin-

Gegebene Parameter

- V Menge der V-Standorte.
A Menge der möglichen A-Standorte. Sie werden entweder A-Standort oder Anwenderstandort.
N Menge der Anwenderstandorte
L Menge aller möglichen Verbindungen zwischen Anwenderstandort und V- oder A-Standort. Für jede Anbindung wird jeweils nur die billigste Verbindung berücksichtigt, deren Kapazität mindestens so groß ist wie die Anschlussbandbreite des Anwenders.
P Menge aller möglichen Ketten zur Anbindung von A-Standorten an die V-Standorte. Jede Kette hat die Form $(v_1, a_1, \dots, a_m, v_2)$, d.h. sie bindet die A-Standorte a_1, \dots, a_m ausfallsicher an die beiden V-Standorte v_1 und v_2 an. Für jede Kombination von Kapazitäten auf den einzelnen Verbindungen gibt es eine eigene Kette p .
 k_a^A Kosten für das Einrichten des A-Standortes $a \in A$.
 k_{ij}^L Kosten der (billigsten) Zugangsleitung $ij \in L$ von Anwenderstandort i zu A- oder V-Standort j .
 k_p^P Kosten der Kette $p = (v_1, a_1, \dots, a_m, v_2) \in P$ zur Anbindung der A-Standorte a_1, \dots, a_m an die V-Standorte v_1, v_2 . Die Kosten einer Kette sind die Summe aller Einzelverbindungskosten.
 c_p Kapazität der Kette p . Sie ist die kleinste Kapazität aller Einzelverbindungen.

Entscheidungsvariablen

- y_a 1 genau dann, wenn a zum A-Standort wird, 0 sonst.
 x_{ij} 1 genau dann, wenn i ein Anwenderstandort ist oder wird und i an den A- oder V-Standort j angebunden wird, 0 sonst.
 z_p 1 genau dann, wenn a_1, \dots, a_m zu A-Standorten werden und diese über die Kette $p = (v_1, a_1, \dots, a_m, v_2)$ an die V-Standorte v_1, v_2 angebunden werden, 0 sonst.

Zielfunktion

Ziel ist die Minimierung der Gesamtkosten für das Einrichten der gewählten A-Standorte, für die Ketten zur Anbindung dieser A-Standorte an das V-Netz, sowie für die Zugangsleitungen zu den übrigen Anwenderstandorten:

$$\min \sum_{a \in A} k_a^A y_a + \sum_{p \in P} k_p^P z_p + \sum_{ij \in L} k_{ij}^L x_{ij}$$

Nebenbedingungen

Jeder Anwenderstandort wird an genau einen A- oder V-Standort angebunden:

$$\sum_{ij \in L} x_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i \in N.$$

Wird ein möglicher A-Standort nicht eingerichtet, so wird dieser Standort als Anwenderstandort an einen anderen A- oder V-Standort angebunden:

$$\sum_{aj \in L} x_{aj} = 1 - y_a \quad \text{für alle } a \in A.$$

Ein Anwenderstandort kann nur dann an einen möglichen A-Standort angebunden werden, wenn dieser auch tatsächlich eingerichtet wird:

$$x_{ia} \leq y_a \quad \text{für alle } a \in A \text{ und } ia \in L.$$

Jeder eingerichtete A-Standort wird über genau eine Kette doppelt an das V-Netz angebunden:

$$\sum_{p \in P \text{ mit } a \in p} z_p = y_a \quad \text{für alle } a \in A.$$

Die Kapazität einer Kette muss mindestens so groß sein wie die Anschlussbandbreiten aller über sie angebundenen Standorte zusammen:

$$\sum_{a \in p} (b_a + \sum_{ia \in L} b_i x_{ia}) \leq c_p + \left(\sum_{i \in A \cup N} b_i \right) (1 - z_p) \quad \text{für alle } p \in P.$$

Abbildung 3: Mathematisches Modell zur kostenoptimalen Auswahl der A- Standorte und Anbindung der Anwender

dung der A-Standorte A1, A2, A3 an die V-Standorte V1 und V2 enthält die Menge P so viele unterschiedliche Ketten, wie es Kombinationsmöglichkeiten von Übertragungstechnologien auf den einzelnen Verbindungsabschnitten gibt. Gibt es für die vier Verbindungen der Kette V1- A1-A2-A3-V2 jeweils drei mögliche Kapazitäten, so enthält die Menge P für alle 81 Kombinationsmöglichkeiten eine eigene Kette mit individuellen Kosten und Kapazitäten. Dieser Modellierungsansatz führt zu gemischt- ganzzahligen Programmen mit sehr vielen Entscheidungsvariablen. Mit ihm lässt sich aber mathematisch sehr effektiv formulieren, dass die Kapazität jeder Verbindung einer solchen Kette mindestens so groß sein muss wie alle angebotenen A- und Anwenderstandorte. Auch Beschränkungen der zulässigen Kettenlängen lassen sich bei dieser Formulierungsweise leicht berücksichtigen.

3 Optimierungsverfahren

Übersetzt man das reale Netzplanungsproblem für das X-WiN auf natürliche Weise in das zuvor dargestellte Modell, so erhält man ein gemischt- ganzzahliges Programm mit weit mehr als einer Billion(!) Variablen. Selbst mit modernsten Hochleistungsrechnern wäre ein Problem dieser Größenordnung nicht lösbar.

Verschiedene Ansätze erlauben es jedoch, die Größe des tatsächlich zu lösenden gemischt-ganzzahligen Programms drastisch zu reduzieren, ohne das Problem qualitativ zu verändern. So können etwa Verbindungen und Ketten ignoriert werden, die beweisbar in keiner optimalen Lösung vorkommen. Gibt es zum Beispiel zwei Ketten V1-A1-A2-V2 und V1-A2-A1-V2 gleicher Kapazität zur Anbindung der A-Standorte A1 und A2 an das V-Netz, so wird die teurere der beiden niemals in einer kostenminimalen Lösung verwendet. Bei der Planung des X-WiN ergaben sich mit diesen und anderen, mathematisch komplexeren Reduktions- und Aggregationstechniken gemischt-ganzzahlige Programme mit „nur noch“ 50.000 bis 100.000 Variablen und Ungleichungen.

Diese wurden mit Schnittebenenverfahren und einem Branch-and-Cut Algorithmus optimal gelöst. Erzeugt wurden die reduzierten Formulierungen mit der am ZIB entwickelten Modellierungssprache ZIMPL (www.zib.de/koch/zimpl) sowie mit speziell für diese Anwendung programmierten Skripten und C++-Programmen. Zur Lösung der gemischt- ganzzahligen Programme wurde CPLEX (www.cplex.com) benutzt. Eine Beschreibung dieser und anderer mathematischer Optimierungsmethoden und ihrer Anwendung bei der Planung von Telekommunikationsnetzen finden sich im Übersichtsartikel „Kosten- und Qualitäts-optimierung in Kommunikationsnetzen“ [1].

4 Ergebnisse

Ein wesentlicher Punkt beim Entwurf des X-WiN war die Stabilität der Lösung. Ziel war es, eine robuste Lösung zu finden, deren Qualität sich auch für leicht schwankende Inputparameter nicht stark verändert. Aus diesem Grund wurden bei der Planung zahlreiche Szenarien mit verschiedenen Parameterwerten betrachtet. Dabei wurden unter anderem unterschiedliche Entwicklungen des Netzdurchsatzes, der zukünftigen Kosten für Zugangsleitungen sowie der Anzahl der Kernnetzstandorte angenommen.

Für jeden Satz von Parametern wurde eine kostenoptimale Lösung berechnet. Auf Basis der Ergebnisse wurden Diagramme wie in Abbildung 4 erstellt. Diese zeigen für eine bestimmte Anzahl von Kernnetzstandorten und einen bestimmten Satz von Parametern die resultierenden Kosten. Solche Diagramme wurden für diverse Variationen der Inputparameter erstellt.

Auch wenn sich die einzelnen Kurven quantitativ unterscheiden, so zeigen sie doch alle einen ähnlichen Verlauf, der durch folgende Punkte gekennzeichnet ist:

- Für eine geringe Anzahl von Kernnetzstandorten liegen die resultierenden Kosten deutlich über dem

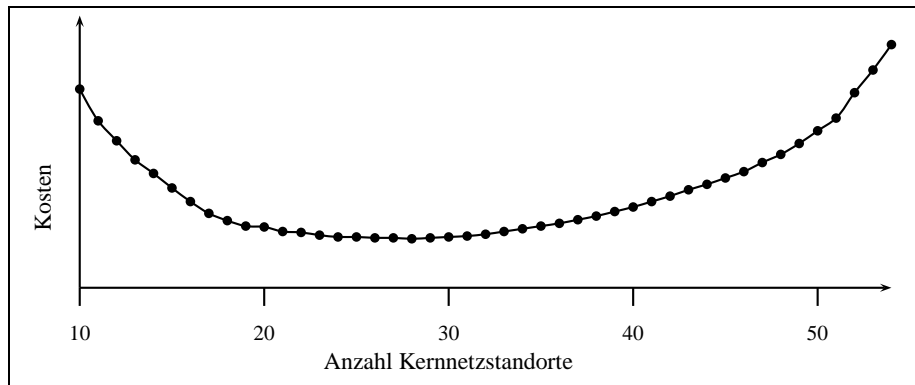


Abbildung 4: Beispielhafte Kostenentwicklung in Abhängigkeit der Anzahl der Kernnetzstandorte

Minimum. Dies ist dadurch zu erklären, dass viele Anwenderstandorte dann über sehr lange Zugangsleitungen an die Kernnetzstandorte geführt werden müssen.

- Für eine sehr hohe Anzahl von Kernnetzstandorten liegen die resultierenden Kosten ebenfalls deutlich über dem Minimum. Dies resultiert daraus, dass in diesem Fall auch Standorte realisiert werden müssen, die nur über sehr teure Verbindungen an das V-Netz angebunden werden können. Außerdem lässt der Einspareffekt bei den Zugangsleitungen nach, da die Standortdichte bereits hoch ist.
- Rein rechnerisch ergibt sich ein exaktes Minimum. In einem gewissen Bereich sind die Kosten der Lösungen jedoch praktisch unabhängig von der Anzahl der Standorte und nahezu identisch mit dem rechnerischen Minimum und somit aus wirtschaftlicher Sicht gleichwertig.

Durch Berechnungen für verschiedene Parametermengen liefert das Verfahren schließlich das Ergebnis, für welche Anzahl von A-Standorten sich Lösungen ergeben, die entweder rechnerisch optimal sind oder nur gering vom Optimum abweichen. Für jeden dieser Fälle wird angegeben, welche Kernnetzstandorte in diesem Fall realisiert werden sollen und wie hoch die resultierenden Kosten sind. Die Ergebnisse der Optimierungsrechnung sind somit eine wichtige Entscheidungsgrundlage für die Planung des Kernnetzes und der Zugangsinfrastruktur des X-WiN.

Literatur

- [1] A. Bley, A.M.C.A. Koster, A. Kröller, R. Wessäly, and A. Zymolka. Kosten- und Qualitätsoptimierung in Kommunikationsnetzen. *Tele-Kommunikation Aktuell*, (07/08), 2003. <http://www.zib.de/PaperWeb/abstracts/ZR-03-31>.
- [2] Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin. MATHEON Projekt B3: Integrierte Planung von Multi-Level/Multi-Layer Netzen, 2002–2006. <http://www.zib.de/Optimization/Projects/Telecom/Matheon-B3>.
- [3] Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin. Projekt: Optimierung des Wissenschaftsnetzes X-WiN, 2004–2007. <http://www.zib.de/Optimization/Projects/Telecom/X-WiN>.