Optimale Blockauswahl bei der Kraftwerkseinsatzplanung

D. Dentcheva[1], *A. Möller*[1], *P. Reeh*[3], *W. Römisch*[1], *R. Schultz*[2], *G. Schwarzbach*[3] *und J. Thomas*[3]

[1] Humboldt–Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, 10099 Berlin
[2] Konrad–Zuse–Zentrum für Informationstechnik Berlin, Heilbronner Straße 10, 10711 Berlin
[3] VEAG Vereinigte Energiewerke Aktiengesellschaft, Allee der Kosmonauten 29, 12681 Berlin

Abstract. The paper addresses the unit commitment problem in power plant operation planning. For a real power system comprising coal and gas fired thermal as well as pumped storage hydro plants a large-scale mixed integer optimization model for unit commitment is developed. Then primal and dual approaches to solving the optimization problem are presented and results of test runs are reported.

1 Aufgabenstellung

Das Problem der optimalen Blockauswahl (unit commitment) besteht in der kostenoptimalen Auswahl von Erzeugereinheiten eines Kraftwerkssystems, so daß die auftretende Last in einem gewissen Planungszeitraum (mittel- bis langfristig) gedeckt wird und weitere wirtschaftliche und technologische Nebenbedingungen eingehalten werden. Für Elektroenergieversorger ist die optimale Blockauswahl eine wichtige Routineaufgabe bei der Kraftwerkseinsatzplanung. Resultat der optimalen Blockauswahl sind kostenminimale Einsatzpläne für die einzelnen Erzeugereinheiten.

Das Kraftwerkssystem der VEAG Vereinigte Energiewerke AG Berlin besteht aus thermischen Einheiten (konventionellen Kraftwerksblöcken und Gasturbinen) sowie Pumpspeicherwerken. Die zu optimierenden Kosten setzen sich aus Brennstoffkosten für das Anfahren und den Betrieb der Kraftwerksblöcke sowie Strombezugskosten zusammen. Einsatzpläne basieren auf einem Zeitraster (viertelstündlich, stündlich oder gröber) und beinhalten Schaltzustände und Leistungswerte für die Kraftwerksblöcke sowie Leistungswerte für den Turbinen- bzw. Pumpbetrieb in den Pumpspeicherwerken und Bezüge. Zu den Nebenbedingungen zählen die Lastdeckung, das Vorhalten einer schnell wirkenden Reserveleistung, Leistungsbeschränkungen der Erzeugereinheiten, Mindeststillstandzeiten der thermischen Blöcke nach Trennung vom Netz und Bilanzen in den Pumpspeicherwerken. Typische Zeithorizonte für die Optimierung reichen von wenigen Tagen bis zu mehreren Monaten.

Für eine Literaturübersicht zu Problemen der optimalen Blockauswahl, die Arbeiten seit 1970 berücksichtigt, sei auf [13] verwiesen. In [6] und [15] wird das aktuelle Interesse an der Entwicklung effizienter Algorithmen mit

Hilfe moderner mathematischer Methoden deutlich. In einigen Arbeiten (z.B. [1], [15]) werden auch Lösungsvorschläge für Erzeugerstrukturen, die der der VEAG ähnlich sind, entwickelt. In den im folgenden beschriebenen Modellierungsansätzen und Lösungsstrategien verfolgen wir jedoch neue Wege.

2 Mathematische Modellierung

Das folgende mathematische Modell der optimalen Blockauswahl ist ein gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblem mit linearen Nebenbedingungen. Im Modell bezeichnen

T – die Anzahl der Unterteilungsintervalle des Optimierungszeitraums,
I, J – die Anzahl der thermischen Kraftwerksblöcke bzw. der Pumpspeicherwerke (PSW).

Folgende Variablen werden benutzt

$\boldsymbol{u}_i^t \in \{0,1\}$ – Schaltzustand des thermischen Blockes i im Zeitintervall t,
$\boldsymbol{p}_i^t$ – Leistungswert des thermischen Blockes i im Zeitintervall t,
$\boldsymbol{s}_j^t, \boldsymbol{w}_j^t$ – Turbinen- bzw. Pumpleistung des Pumpspeicherwerkes j im Zeitintervall t.

Die Zielfunktion des Optimierungsproblems lautet

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I} B_i(\boldsymbol{p}_i^t, \boldsymbol{u}_i^t) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{I} A_i(\boldsymbol{u}_i(t)).$$

Dabei bezeichnet B_i die Brennstoffkostenfunktion für den Betrieb des $i-$ten Blockes. Sie ist bezüglich $\boldsymbol{p}_i^t$ monoton wachsend, wird oft als konvex (linear, stückweise linear, quadratisch) angesetzt, ist aber bei genauer Modellierung zunächst im unteren Leistungsbereich des Blockes konvex und dann konkav ([9]). Die Anfahrkosten $A_i(\boldsymbol{u}_i(t)) = A_i(\boldsymbol{u}_i^t, \ldots, \boldsymbol{u}_i^{t-t_{Si}})$ des $i-$ten Blockes werden durch die vorausgegangene Stillstandszeit $t - t_{Si}$ des Blockes bestimmt, hängen also sowohl vom aktuellen als auch von vorausgegangenen Schaltzuständen des Blockes ab.

Die Nebenbedingungen des Optimierungsproblems werden als lineare Gleichungen und Ungleichungen formuliert, obwohl auch elegante äquivalente Beschreibungen mittels nichtlinearer Funktionen möglich sind. Die lineare Variante wurde gewählt, um - bei linearer Zielfunktion - auch Methodiken der gemischt-ganzzahligen linearen Optimierung anwenden zu können.

Die Nebenbedingungen umfassen zunächst Leistungsgrenzen für die thermischen Blöcke sowie die Turbinen und Pumpen in den PSW. Bezugsverträge werden analog zu thermischen Blöcken behandelt.

$$\begin{aligned} p_{it}^{min} \cdot \boldsymbol{u}_i^t \;\le\; \boldsymbol{p}_i^t \;\le\; p_{it}^{max} \cdot \boldsymbol{u}_i^t \quad &, \quad i = 1,\ldots,I;\; t = 1,\ldots,T, \\ 0 \;\le\; \boldsymbol{s}_j^t \;\le\; s_{jt}^{max} \quad &, \quad j = 1,\ldots,J;\; t = 1,\ldots,T, \\ 0 \;\le\; \boldsymbol{w}_j^t \;\le\; w_{jt}^{max} \quad &, \quad j = 1,\ldots,J;\; t = 1,\ldots,T. \end{aligned}$$

Die Größen $p_{it}^{min}, p_{it}^{max}, s_{jt}^{max}, w_{jt}^{max}$ bezeichnen dabei die minimalen bzw. maximalen Leistungswerte.

Die Lastdeckung in jedem Teilintervall t des Optimierungszeitraumes führt zu den Gleichungen

$$\sum_{i=1}^{I} \boldsymbol{p}_i^t + \sum_{j=1}^{J} (\boldsymbol{s}_j^t - \boldsymbol{w}_j^t) = D^t \quad , \quad t = 1, \ldots, T,$$

wobei D^t den Lastwert im $t-$ten Zeitintervall bezeichnet.

Bei der Festlegung des Schaltregimes für die thermischen Blöcke ist in jedem Zeitintervall eine ausreichende Reserve R_t vorzusehen, damit unerwartete Lastanstiege durch einfaches Nachregeln der Blöcke bzw. der PSW abgefangen werden können:

$$\sum_{i=1}^{I} (\boldsymbol{u}_i^t p_{it}^{max} - \boldsymbol{p}_i^t) \quad \geq \quad R^t \ , \ t = 1, \ldots, T.$$

Über den gesamten Optimierungshorizont müssen für die Pumpspeicherwerke gewisse Bilanzen gelten, d.h. das Arbeitsvermögen der Turbinen und Pumpen ist durch die Energiemengen bestimmt, welche den Füllständen in Ober- und Unterbecken entsprechen:

$$S_j^{in} - S_j^{max} \quad \leq \quad \sum_{t=1}^{\tau} (\boldsymbol{s}_j^t - \eta_j \boldsymbol{w}_j^t) \quad \leq \quad S_j^{in} \quad , \ j = 1, \ldots, J; \ \tau = 1, \ldots, T.$$

Hier bezeichnen S_j^{in}, S_j^{max} die Anfangs- bzw. maximale Energiemenge im Oberbecken und η_j den Wirkungsgrad des $j-$ten PSW. Durch die Nebenbedingungen

$$\sum_{t=1}^{T} (\boldsymbol{s}_j^t - \eta_j \boldsymbol{w}_j^t) = S_j^{lev} \quad , \ j = 1, \ldots, J$$

können Zustände S_j^{lev} in den Oberbecken der PSW am Ende des Optimierungszeitraumes vorgegeben werden. Eine Nebenbedingung, die gleichzeitigen Pump– und Turbinenbetrieb in den PSW ausschließt, ist nicht notwendig, da man zeigen kann [4], daß dieser Effekt im optimalen Einsatzplan nicht auftritt.

Nach einer Abschaltung vom Netz muß jeder thermische Block eine Mindeststillstandszeit von τ_i Zeitintervallen einhalten, was zu folgenden Ungleichungen führt

$$(\boldsymbol{u}_i^{t-1} - \boldsymbol{u}_i^t)\tau_i \leq \tau_i - (\boldsymbol{u}_i^t + \ldots + \boldsymbol{u}_i^{t+\tau_i-1}), ; \ i = 1, \ldots, I \ ; \ t = 2, \ldots, T - \tau_i + 1.$$

Für die dabei nicht aufgeführten Intervalle $t > T - \tau_i + 1$ am Ende des Zeithorizontes sind die Ungleichungen entsprechend zu modifizieren.

3 Primale Lösungsverfahren

In diesem Abschnitt berichten wir über erste Testrechnungen mit dem obigen Blockauswahlmodell, die auf primalen Lösungszugängen beruhen.

Das für diese Rechnungen genutzte Datenmaterial spiegelt prospektive Erzeugerstrukturen und Lastszenarien im Verbund der VEAG wider. Die Daten werden zunächst in eine dem Lösungsverfahren entsprechende Datenbank eingelesen und dabei auf syntaktische Richtigkeit überprüft.

Zweck der ersten Testrechnungen ist die Validierung des Blockauswahlmodells aus Abschnitt 2 mit realen Daten. Dazu wurde auf einen robusten Löser für gemischt-ganzzahlige lineare Programme aus der Cplex Callable Library (Version Mach) [3] zurückgegriffen. Dabei handelt es sich um eine Implementierung der klassischen Branch-and-Bound Methode: Es wird ein Baum von Unterproblemen aufgebaut, an dessen Knoten Entscheidungsvariablen für Schaltzustände der thermischen Blöcke entweder auf 0 oder auf 1 fixiert sind. Jedes Unterproblem ist ein lineares Programm. Besitzt dessen Lösung gebrochen-rationale Komponenten $\boldsymbol{u}_i^t$ $(i \in \{1, \ldots, I\}, t \in \{1, \ldots, T\})$, so wird eine dieser Komponenten ausgewählt und der Baum weiter verzweigt, indem die Komponente einmal auf 0 und einmal auf 1 gesetzt wird. Lösungen ohne gebrochen-rationale Komponenten $\boldsymbol{u}_i^t$ sind zulässige Punkte für das Blockauswahlproblem und liefern obere Schranken für

dessen Optimalwert. Das Minimum der Optimalwerte aller Unterprobleme an noch nicht weiter verzweigten Knoten im jeweils aktuellen Verzweigungsbaum ist eine untere Schranke für den Optimalwert des Blockauswahlproblems. Ist an einem Knoten der Optimalwert größer als der Zielfunktionswert der besten bekannten zulässigen Lösung des Blockauswahlproblems, so können Verzweigungen an diesem Knoten nicht mehr zu besseren zulässigen Punkten führen, und der Knoten wird nicht weiter betrachtet ("abgeschnitten"). Gleiches gilt für Knoten, an denen der Restriktionsbereich des Unterproblems leer ist. Knoten mit zulässiger Lösung brauchen ebenfalls nicht weiter verzweigt werden. Das Verfahren bricht ab, falls obere und untere Schranke des Optimalwertes des Blockauswahlproblems zusammen- bzw. unter eine vorgegebene Toleranz fallen oder falls keine weiteren Verzweigungen mehr möglich sind.

Die Testrechnungen zeigten, daß das Blockauswahlmodell aus Abschnitt 2 prinzipiell mit primalen Lösungstechniken erfolgreich behandelbar ist. Ausgehend vom Datenmaterial der VEAG zielen gegenwärtige Untersuchungen auf die Entwicklung angepaßter Verzweigungsstrategien und die Erweiterung der Methodik in Richtung eines Branch-and-Cut Verfahrens [5]. Dabei werden interaktiv weitere Ungleichungen in das Modell aufgenommen, die aus der Geometrie des Restriktionsbereiches abgeleitet sind (Halbräume, welche die konvexe Hülle des zulässigen Bereiches enthalten) [11]. Aus Anwendersicht sollen diese Aktivitäten zu Punkten mit verbesserter Gütegarantie und zur Senkung der Rechenzeit führen.

Die obigen Modellrechnungen wurden mit linearen Approximationen der

Brennstoffkostenfunktion durchgeführt. Stückweise lineare Funktionen liefern genauere Näherungen für die Brennstoffkosten. Auch dann läßt sich das Blockauswahlproblem als gemischt-ganzzahliges lineares Programm modellieren und mit der verwendeten Software prinzipiell behandeln. Solche Untersuchungen finden sich in [9], wo auch über erste Testrechnungen für Lastverteilungsprobleme im Tagesbereich bei nichtkonvexer stückweise linearer Brennstoffkostenfunktion berichtet wird.

Details der Testrechnungen zur Blockauswahl sind in Abbildung 1 und den Tabellen 1-3 dargestellt. Es wurden drei Kraftwerksparke zugrundegelegt: Park 1 mit 16 kohlebefeuerten Kraftwerksblöcken, 7 Gasturbinen und 6 Pumpspeicherwerken; Park 2 mit einem zusätzlichen Pumpspeicherwerk sowie Park 3 mit weiteren zwei Kohleblöcken. Die Lastszenarien entsprechen einer Schwachlastwoche im August, einer Normallastwoche im Oktober, einer Höchstlastwoche im Dezember und einer Feiertagswoche im Mai mit Feiertag am Donnerstag. Als Optimierungszeiträume wurden 2, 4, 6 bzw. 8 aufeinanderfolgende Tage mit einer Diskretisierung in Stundenintervalle betrachtet.

Die Gütegarantie errechnet sich aus der Differenz von oberer und unterer Schranke für den Optimalwert des Blockauswahlproblems im Verhältnis zur unteren Schranke des Optimalwertes.

Abbildung 1 zeigt die Anteile von Erzeugung in thermischen Einheiten (rot) und PSW (grün) sowie Pumpbetrieb in den PSW (blau) für das Testergebnis (Gütegarantie 1.6 Promille) bezüglich des Kraftwerksparkes 2 in der Schwachlastwoche.

Die zugrundegelegten Kraftwerksparke enthielten 8 (Parke 1 und 2) bzw. 10 (Park 3) kohlebefeuerte Neubaublöcke. In allen Lastszenarien waren diese Blöcke im besten ermittelten Punkt jeweils durchweg am Netz ($\boldsymbol{u}_i^t = 1$ für alle t). Daher wurde für diese Blöcke einmal mit freien (Methode 1) und einmal mit auf 1 fixierten Schaltzuständen (Methode 2) gerechnet. Das Symbol $\emptyset$ soll verdeutlichen, daß in der Höchstlastwoche für den Park 1 kein zulässiger Einsatzplan existiert.

Die CPU-Zeiten beziehen sich auf eine SUN SPARCstation 20,501.

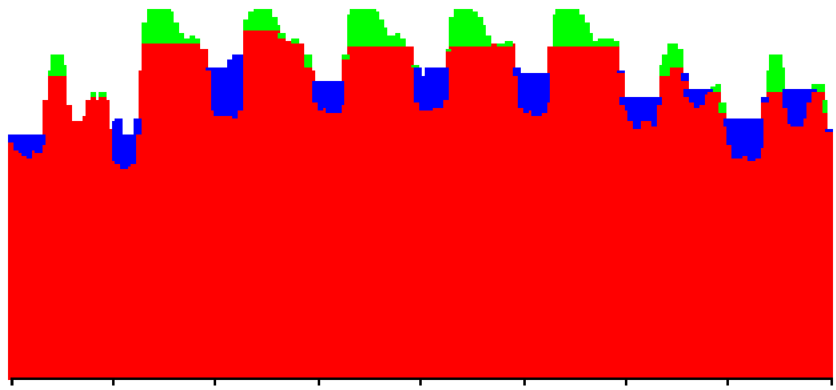

Abbildung 1: Einsatzplan für Park 2 in Schwachlastwoche

Variante		Güte		CPU-Zeit	
		Meth.1	Meth.2	Meth.1	Meth.2
Schwachlast	Park 1	1.6	5.4	44:18	24:48
	Park 2	1.6	2.0	50:36	35:32
	Park 3	2.1	0.7	61:02	36:59
Normallast	Park 1	0.5	0.8	34:50	19:58
	Park 2	0.4	0.5	35:01	22:10
	Park 3	5.3	1.7	109:02	43:23
Höchstlast	Park 1	$\emptyset$	$\emptyset$	7:05	4:35
	Park 2	32.5	54.4	24:47	14:59
	Park 3	2.7	1.2	107:05	34:06
Feiertag	Park 1	2.6	4.0	47:04	33:34
	Park 2	3.3	5.2	61:17	40:58
	Park 3	2.4	2.4	78:53	42:43

Tabelle 1: Gütegarantie der Lösung in Promille und CPU-Zeit in Minuten

Variante	Methode	2 Tage	4 Tage	6 Tage	8 Tage
Park 1	1	2:25	10:04	32:03	47:04
	2	1:35	8:50	18:02	33:34
Park 2	1	2:09	20:12	28:14	61:17
	2	1:16	10:36	16:44	40:58
Park 3	1	2:16	14:58	41:38	78:53
	2	1:06	8:12	20:04	42:43

Tabelle 2: CPU-Zeit in Minuten für verschiedene Zeithorizonte

Park	Horizont	# Zeitintervalle	# Variablen	# binäre Var.	# Nebenbed.
Park 1	2 Tage	48	3865	1104	3673
	4 Tage	96	7753	2208	7369
	6 Tage	144	11641	3312	11065
	8 Tage	192	15529	4508	14761
Park 2	2 Tage	48	3961	1104	3625
	4 Tage	96	7945	2208	7273
	6 Tage	144	11929	3312	10921
	8 Tage	192	15913	4508	14569
Park 3	2 Tage	48	4247	1200	4007
	4 Tage	96	8519	2400	8039
	6 Tage	144	12793	3600	12071
	8 Tage	192	17065	4800	16103

Tabelle 3: Größe der Modelle

4 Duale Lösungsverfahren

Seit etwa 15 Jahren wird in der Literatur ein dualer Lösungszugang für das Problem der optimalen Blockauswahl mittels Lagrange-Relaxation der Lastdeckungs- und Reserverestriktionen vorgeschlagen (vgl. [13]). Dieser Zugang wird insbesondere für große Kraftwerkssysteme und lange Optimierungszeiträume favorisiert, da dann die (relative) Dualitätslücke aus theoretischen Gründen klein ist [2], was auch experimentell bestätigt wurde. Im folgenden wird eine neue Variante dieses dualen Zugangs beschrieben, die insbesondere neuere Implementierungen von Bündelverfahren (im Unterschied zu den häufig in der Literatur eingesetzten Subgradienten-Verfahren) zur iterativen Maximierung der dualen nichtglatten konkaven Funktion verwendet. Um diesen Zugang genauer zu beschreiben, führen wir Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^T$ für die beiden oben genannten Restriktionen (die Erzeugereinheiten verbinden) ein und betrachten die Lagrange-Funktion

$$
\begin{aligned}
L(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w}; \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := & \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{I} [B_i(\boldsymbol{p}_i^t, \boldsymbol{u}_i^t) + A_i(\boldsymbol{u}_i(t))] \\
& + \sum_{t=1}^{T} \boldsymbol{\lambda}^t \left[D^t - \sum_{i=1}^{I} \boldsymbol{p}_i^t - \sum_{j=1}^{J} (\boldsymbol{s}_j^t - \boldsymbol{w}_j^t) \right] \\
& + \sum_{t=1}^{T} \boldsymbol{\mu}^t \left[R^t + D^t - \sum_{i=1}^{I} \boldsymbol{u}_i^t p_{it}^{max} - \sum_{j=1}^{J} (\boldsymbol{s}_j^t - \boldsymbol{w}_j^t) \right]
\end{aligned}
$$

sowie die duale Funktion d, die aus der Lagrange-Funktion durch Minimierung bzgl. der Variablen $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w})$ unter Einhaltung aller anderen Restriktionen (Leistungsgrenzen, Wasserbilanzen, Füllstande) entsteht,

$$
\begin{aligned}
d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) := \min\{ & L(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w}; \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) | \\
& (\boldsymbol{p}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w}) \text{ erfüllt die eben genannten Restriktionen} \}.
\end{aligned}
$$

Da diese Restriktionen nur die einzelnen Einheiten betreffen, entsteht eine Separabilitätsstruktur für d bzgl. der Erzeugereinheiten:

$$
d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{i=1}^{I} d_i(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + \sum_{j=1}^{J} \hat{d}_j(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + \sum_{t=1}^{T} [\boldsymbol{\lambda}^t D^t + \boldsymbol{\mu}^t (R^t + D^t)]
$$

wobei

$$
\begin{aligned}
d_i(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) &:= \min_{\boldsymbol{u}_i} \left\{ \sum_{t=1}^{T} [\min_{\boldsymbol{p}_i^t} \{ B_i(\boldsymbol{p}_i^t, \boldsymbol{u}_i^t) - \boldsymbol{\lambda}^t \boldsymbol{p}_i^t \} + A_i(\boldsymbol{u}_i(t)) - \boldsymbol{\mu}^t \boldsymbol{u}_i^t p_{it}^{max}] \right\} \\
\hat{d}_j(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) &:= \min \left\{ \sum_{t=1}^{T} (\boldsymbol{\lambda}^t + \boldsymbol{\mu}^t)(\boldsymbol{w}_j^t - \boldsymbol{s}_j^t) \right| \\
& \qquad (\boldsymbol{s}_j, \boldsymbol{w}_j) \text{ erfüllt die Wasserbilanzen und Füllstände der PSW } j \Big\}.
\end{aligned}
$$

Zur Berechnung der d_i (bei gegebenen $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\mu}$) kann dabei die "innere" Minimierung bzgl. $\boldsymbol{p}_i^t$ in den meisten Fällen explizit (bzw. mit dem geringen Aufwand einer eindimensionalen Optimierung) erfolgen und die "äußere" Minimierung bzgl. $\boldsymbol{u}_i$ wird mittels dynamischer Optimierung realisiert. Die Berechnung der $\hat{d}_j$ erfordert die Lösung linearer Optimierungsprobleme der Dimension $2T$. Auf Grund der speziellen Struktur von d ist auch die Berechnung von Subgradienten in einfacher Weise möglich.

Zur numerischen Lösung des dualen nichtglatten Optimierungsproblems

$$\max\{d(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) | (\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \in \mathbb{R}^T \times \mathbb{R}^T_+\}$$

wird in der gegenwärtigen Implementierung ein BT-Verfahren (bundle trust methods) nach [12] eingesetzt. In diesem Verfahren wird eine Aufstiegsrichtung als Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems auf der Grundlage eines "Bündels" von Subgradienten- und Funktionswert- Informationen an Iterations- und Hilfspunkten berechnet. Die zugehörige Theorie liefert geeignete Abbruchkriterien und auch eine endliche Konvergenzaussage für den Fall stückweise linearer Zielfunktionen (die insbesondere für lineare bzw. stückweise lineare konvexe Brennstoffkosten B_i relevant ist).

Der Gesamtalgorithmus [7,8] beginnt mit der Berechnung einer Startlösung für die Multiplikatoren $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$. Hierzu werden zunächst die Lastspitzen mit Hilfe der PSW gebrochen und dann die Fahrweise der thermischen Kraftwerke mit einem Prioritätenlistenzugang festgelegt. Die sich dabei für jedes Zeitintervall ergebenden Durchschnittskosten werden für die Initialisierung der Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$ genutzt und die Multiplikatoren $\boldsymbol{\mu}$ werden anfangs 0 gesetzt. Dann beginnt die iterative Lösung des dualen Problems mittels BT-Verfahren. Für jede Funktionswert- und Subgradientenberechnung werden die aus der Dekomposition erhaltenen I Teilprobleme für die thermischen Kraftwerke mittels dynamischer Optimierung und die J Teilprobleme für die Pumpspeicherwerke mit einem Transportalgorithmus [10] gelöst. Nach erfolgtem Abbruch schließt sich zunächst die Suche nach einer zulässigen Lösung $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w})$ an, die neben den individuellen Restriktionen für jeden Erzeuger auch die Reserve-Restriktionen erfüllt. Dies erfolgt in zwei Schritten. Als erstes wird versucht, die Reservebedingung mit Hilfe der Pumpspeicherwerke zu erfüllen, wobei in den Lastspitzen begonnen wird. Auf diese Weise wird erreicht, daß die Reservebedingung unter Berücksichtigung der PSW soweit möglich bereits erfüllt oder nur in den Intervallen verletzt ist, in denen die Zuschaltung weiterer thermischer Einheiten am günstigsten erscheint. Um bei Notwendigkeit die Reservebedingung im zweiten Schritt mit Hilfe der thermischen Einheiten zu erfüllen, wird eine Prozedur verwendet, die im wesentlichen auf [15] zurückgeht und in der der Multiplikator $\boldsymbol{\mu}^t$ systematisch so verändert wird, daß (falls nötig) im Zeitintervall t eine weitere thermische Einheit zugeschaltet wird und die Reserverestriktion erfüllt werden kann. Abschließend werden die Variablen $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{w})$ bei fixierten Schaltzuständen $\boldsymbol{u}$ so bestimmt, daß das System kostenoptimal arbeitet und alle Restriktionen eingehalten werden (economic dispatch).

Eine Version des Algorithmus ist in Fortran 77 implementiert und auf einer HP-Workstation an zufällig erzeugten Problemen verschiedener Größe getestet worden. Die Tabelle zeigt Resultate für thermische Systeme mit 50 bzw. 100 Einheiten, bei denen auch der Warmhaltezustand (neben der on/off - Entscheidung) in die diskreten Entscheidungen einbezogen wurde.

T	I	# binäre Variablen	# stetige Variablen	relativer BT-Abbruch-parameter	# BT-Iterationen	relative Dualitäts lücke	CPU-Zeit*
168	50	12600	8400	1D-3	3	0.08 %	1:20 min
168	50	12600	8400	1D-4	25	0.04 %	17:07 min
168	50	12600	8400	1D-5	50	0.05 %	34:12 min
168	100	25200	16800	1D-3	3	0.09 %	2:48 min
168	100	25200	16800	1D-4	13	0.01 %	9:13 min
168	100	25200	16800	1D-5	53	0.01 %	38:57 min

* auf HP apollo 715/50

Tabelle 4: Modellgröße, Gütegarantie und CPU–Zeit für zufällig erzeugte thermische Kraftwerkssysteme

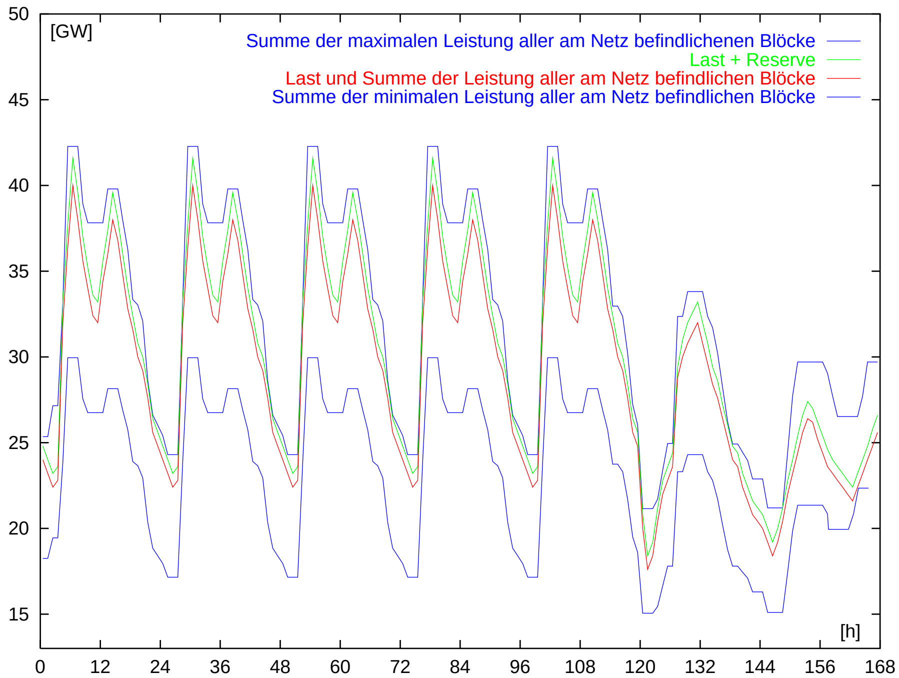

Abbildung 2: Ergebnisse eines zufällig erzeugtes Blockauswahlproblems für eine Woche und 100 thermische Einheiten

Die Resultate zeigen, daß das Verfahren in der Lage ist, thermische Kraftwerkssysteme, die zu den größten in der Literatur behandelten gehören zuverlässig und in angemessener Zeit zu optimieren.

Literatur:

[1] Aoki, K.; Itoh, M.; Satoh, T.; Nara, K.; Kanezashi, M.: Optimal Long–Term Unit Commitment in Large Scale Systems Including Fuel Constrained Thermal and Pumped–Storage Hydro. IEEE Transactions on Power Systems 4 (1989), 1065 – 1073.

[2] Bertsekas, D.P.; Lauer, G.S.; Sandell, N.R.; Posbergh, T.A.: Optimal Short–Term Scheduling of Large–Scale Power Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, AC–28(1983), 1–11.

[3] Using the CPLEX Callable Library, CPLEX Optimization, Inc. 1994.

[4] Guddat, J.; Römisch, W.; Schultz, R.: Some Applications of Mathematical Programming Techniques in Optimal Power Dispatch. Computing 49(1992), 193–200.

[5] Jünger, M.; Reinelt, G.: Thienel, S.: Practical Problem Solving with Cutting Plane Algorithms in Combinatorial Optimization, in: Cook, W.; Lovasz, L.; Seymour, P. (Hrsg.) DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol. 20, 1995, 111-152.

[6] Lemaréchal, C.; Pellegrino, F.; Renaud, A.; Sagastizábal, C.: Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem. Proceedings of the 17th IFIP–Conference on System Modelling and Optimization, Prague, July 10 – 14, 1995. (erscheint)

[7] Möller, A.: Über die Lösung des Blockauswahlproblems mittels Lagrangescher Relaxation. Diplomarbeit, Humboldt–Universität Berlin, Institut für Mathematik, 1994.

[8] Möller, A.; Römisch, W.: A Dual Method for the Unit Commitment Problem, Humboldt–Universität Berlin, Institut für Mathematik, Preprint Nr. 95-1, 1995.

[9] Müller, D.: Minimierung stückweise linearer Zielfunktionen mit Anwendung in der elektrischen Lastverteilung, Diplomarbeit, Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik, 1995.

[10] Nowak, M.: Ein Lösungsverfahren für mehrstufige lineare Optimierungsprobleme mit beschränkten Variablen, Gleichungsnebenbedingungen und einer stochastischen Zielfunktion. Diplomarbeit, Humboldt–Univerität Berlin, Institut für Mathematik, 1996. (in Vorbereitung)

[11] van Roy, T.; Wolsey, L.A.: Valid Inequalities for Mixed 0-1 Programs, Discrete Applied Mathematics 14 (1986), 199-213.

[12] Schramm, H.; Zowe, J.: A Version of the Bundle Idea for Minimizing a Nonsmooth Function: Conceptual Idea, Convergence Analysis, Numerical Results. SIAM Journal on Optimization 2(1992), 121–152.

[13] Sheble, G.B.; Fahd, G.N.: Unit Commitment Literature Synopsis. IEEE Transactions on Power Systems 9(1994), 128–135.

[14] Takriti, S.; Birge, J.R.; Long, E.: A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem. IEEE Transactions on Power Systems. (erscheint)

[15] Zhuang, F.; Galiana, F.D.: Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation. IEEE Transactions on Power Systems 3(1988), 763–773.