

UNIVERSITÄT PASSAU



Optische Vermessung partiell reflektierender Oberflächen

Reiner Kickingeder
Universität Passau
Fakultät für Informatik und Mathematik

Eingereicht zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften

Passau im November 2006

FÜR PETRA

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Softwaresysteme in technischen Anwendungen der Informatik (FORWISS Passau).

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz besonders bei Prof. Dr. Klaus Donner für das mir entgegengebrachte Vertrauen bedanken. Durch zahlreiche Anregungen und seine unermüdliche Geduld als wissenschaftlicher Diskussionspartner hat er die Arbeit entscheidend geprägt.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. Siegfried Graf für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Allen meinen Kollegen am Institut und am Lehrstuhl von Prof. Donner danke ich für die fachliche und moralische Unterstützung. Besonders hervorheben möchte ich Dr. Georg Pisinger, der mir in vielen mathematischen Gesprächen und durch sein Interesse an meinen Problemen weitergeholfen hat.

Für ihre Unterstützung und ihr Verständnis möchte ich mich herzlich bei meiner Frau Petra Kickingereder bedanken. Sie hat alle Höhen und Tiefen, die eine Dissertation mit sich bringt geduldig ertragen und mich immer wieder ermuntert. Schließlich sollen auch meine Eltern nicht unerwähnt bleiben, die alles dafür getan haben, mir eine solide Ausbildung zu ermöglichen.

Passau, im November 2006

Reiner Kickingereder

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der dreidimensionalen Rekonstruktion reflektierender Oberflächen. Dabei wird sowohl die Oberflächenform als auch die absolute Lage im Raum bestimmt. Es werden Oberflächen behandelt, die einerseits total reflektieren, andererseits diffuse und spiegelnde Reflexionsanteile aufweisen. Zur Lösung des Problems werden zwei Kameras und mehrere Lichtquellen verwendet. Eine genauere Analyse der Lichtreflexion an spiegelnden Objekten führt zu einer Beschreibung des Problems als Lösung einer totalen Differentialgleichung. Diese Lösung wird als Startwert für die Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen verwendet.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xii
Tabellenverzeichnis	xiii
Symbolverzeichnis	xv
1 Einführung	1
1.1 Problembeschreibung	1
1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit	2
2 Stand der Forschung	5
2.1 Übersicht der Arbeiten	7
2.1.1 Beleuchtungsmodelle, Entfernung der Spiegelung, Photo- metrisches Stereo	8
2.1.2 Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen	10
2.1.2.1 Verfolgung der Spiegelung	11
2.1.2.2 Projektion bzw. Beobachtung eines Musters	11
2.2 Abgrenzung der eigenen Arbeit	12
3 Modellierung der Lichtreflexion	15
3.1 Strahlungsphysikalische Grundlagen	16
3.1.1 Größen unabhängig vom Raumwinkel	17
3.1.2 Größen abhängig vom Raumwinkel	18
3.1.3 Lambert-Strahler	22
3.2 Bidirektionale Reflektanzfunktion	24
3.3 Beleuchtungsmodelle	27
3.3.1 Ambiente Beleuchtung	30
3.3.2 Gerichtetes Licht	31
3.3.2.1 Diffuse Reflexion	32
3.3.2.2 Spiegelnde Reflexion	36
3.4 Der Bildentstehungsprozess	41
3.4.1 Sensormodellierung	41

3.4.2	Kameramodellierung	45
3.5	Simulation der Lichtreflexion an Spline-Oberflächen	47
4	Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen	55
4.1	Voraussetzungen	56
4.2	Beobachtung einer einzelnen Kamera	58
4.2.1	Bestimmung der Oberflächennormale	59
4.2.2	Lichtquellenfunktion	62
4.3	Stereosystem	70
4.3.1	Bestimmung des Rekonstruktionsbereichs	75
4.3.2	Oberflächenrekonstruktion	77
4.3.3	Rekonstruktionsergebnisse	78
5	Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen	83
5.1	Voraussetzungen	84
5.2	Mehrdeutigkeiten	85
5.3	Totalreflexion als Startlösung	87
5.4	Rekonstruktionsergebnisse	91
6	Zusammenfassung und Ausblick	95
	Literaturverzeichnis	97

Abbildungsverzeichnis

3.1	Bestrahlungsstärke E	17
3.2	Raumwinkel	18
3.3	Infinitesimales Raumwinkelement	19
3.4	projizierter Raumwinkel	19
3.5	Strahlstärke I	20
3.6	Strahldichte L	20
3.7	Strahlungsfluss zwischen dA_1 und dA_2	21
3.8	Lambert-Strahler	23
3.9	Strahlstärke und Strahldichteverteilung eines Lambert-Strahlers.	23
3.10	Koordinatensystem der BRDF	25
3.11	Totalreflexion: Einfallswinkel = Ausfallswinkel	28
3.12	Umgebung um den Totalreflexionsstrahl	29
3.13	Beleuchtungsmodell von Warn	31
3.14	Einschränkung der Lichtquelle durch einen Kegel	32
3.15	Verwendete Vektoren	33
3.16	Entstehung von Lambert-Reflexion (a) mehrfache Reflexionen, (b) interne Reflexionen	33
3.17	Lambert Reflexion	34
3.18	Zusammenhang zwischen Fläche und Einfallswinkel	34
3.19	Diffuse Reflexion (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt	35
3.20	Sichtbarer Flächenanteil für den Beobachter bzw. die Lichtquelle	37
3.21	Mikrofacetten (a) blockiert einfallendes Licht, (b) maskiert reflektiertes Licht	38
3.22	Spiegelnde Reflexion nach Torrance-Sparrow bzw. Blinn (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt	40
3.23	Lichtreflexion nach Blinn bzw. Torrance-Sparrow (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt	40
3.24	Modellierung des Sensors	41

3.25	Lochkameramodell und perspektivische Projektion	45
3.26	Umgebender Quader mit Aufteilung	50
3.27	Binärbaum	51
3.28	Ein durch Quader repräsentierter Tensorprodukt-B-Spline	51
3.29	Schnitt eines Sichtstrahls mit einem Teilquader	52
3.30	Strahlverfolgung durch jedes Pixel	54
4.1	Aufbau des Systems	55
4.2	Rekonstruktion eines virtuellen Merkmals	56
4.3	Reflexion einer Punktlichtquelle	57
4.4	unbekannte Lichtquellenpositionen	57
4.5	Normalen der Ellipse	59
4.6	Ellipse mit den Brennpunkten O und L	59
4.7	Berechnung des reflektierten Strahls	63
4.8	Erste Komponente der Lichtquellenfunktion	65
4.9	Zweite Komponente der Lichtquellenfunktion	65
4.10	Mögliche Oberflächenneigungen	68
4.11	Vektorfeld und mögliche Lösung	70
4.12	Überlappungsbereich der Sichtkegel C_{M_1} und C_{M_2}	72
4.13	Sichtstrahlen der Beobachter O_1 und O_2 entlang der y -Achse	74
4.14	Steigungsverlauf der beiden Differentialgleichungen entlang der y -Achse	75
4.15	Schnitt der Sichtstrahlen der Kameras mit einer Ebene	76
4.16	Rekonstruktionsbereich	77
5.1	Zwei Ansichten einer partiell reflektierenden Oberfläche	83
5.2	Mehrdeutigkeit der Oberflächennormale bei Lambert-Reflexion	86
5.3	Rekonstruktionsergebnis für Ebene als Startlösung und erhöhter Anzahl von Knotenpunkten, rekonstruierter Spline (blau)	89
5.4	Originalbilder (oberste Reihe), Bilder aus der Rekonstruktion (untere Reihe)	89
5.5	Schwerpunkte der Lichtreflexionen beider Bilder	90
5.6	Zu rekonstruierende Oberfläche	92
5.7	Simuliertes Bild der Oberfläche mit niedrigem diffusen Anteil	92
5.8	Simuliertes Bild der Oberfläche mit höherem diffusen Anteil	93

Tabellenverzeichnis

2.1	Überblick der Arbeiten (chronologisch)	14
3.1	Strahlungsphysikalische und photometrische Größen	24
4.1	Rekonstruktionsgenauigkeit	69
4.2	Mittlerer quadratischer Fehler bei der Ebenenrekonstruktion . . .	80
4.3	Mittlere Abweichung vom Kugelradius	81
5.1	Rekonstruktionsfehler bei partiell reflektierenden Oberflächen . . .	93

Symbolverzeichnis

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen, einschließlich 0
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Z}_{m,n}$	$\mathbb{Z}_{m,n} = \{l \in \mathbb{Z} \mid m \leq l \wedge l \leq n\}$
\mathbb{N}_n	$\mathbb{N}_n = \{l \in \mathbb{Z} \mid l \geq n\}$
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{R}^n	Vektorraum der reellen n -Tupel
$\text{card}(M)$	Anzahl der Elemente der Menge M
$\langle \cdot \cdot \rangle$	Skalarprodukt
$\ \cdot \ $	(Euklidische) Norm
	wobei $c \in \mathbb{R}^2$
$S_1^{(n)}(c)$	Einheitssphäre um den Punkt c , $S_1^{(n)}(c) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \ x - c\ = 1\}$, wobei $c \in \mathbb{R}^n$
$\langle v_1, \dots, v_n \rangle$	der von $\{v_1, \dots, v_n\}$ erzeugte Vektorraum
$\text{pr}_j(v)$	j -te Komponente von $v = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$, also $\text{pr}_j(v) = x_j$
$\mathcal{F}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$	Raum der Funktionen von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R}^m
$\mathcal{P}_n(\mathbb{R}^m, \mathbb{R})$	Raum der Polynome bis zum Grad n von \mathbb{R}^m nach \mathbb{R}
N_f	Nullstellenmenge der Funktion f , $N_f = \{x \in D \mid f(x) = 0\}$, $D \subset \mathbb{R}^n$
\otimes	Tensorprodukt
λ^n	n -dimensionales Lebesgue-Maß
$L^1(\mu)$	Menge der μ -integrierbaren reellen Funktionen
A^T	Transponierte der Matrix A
$\mathbb{1}_M$	Indikatorfunktion, definiert durch $\mathbb{1}_M = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in M \\ 0, & \text{falls } x \notin M \end{cases}$
$\partial_i f$	partielle Ableitung der Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ nach der i -ten Koordinate
$\stackrel{\text{def}}{=}$	definitorische Gleichheit

Kapitel 1

Einführung

1.1 Problembeschreibung

Optische Messverfahren auf der Basis von digitalen Bildern finden immer mehr Anwendung in der industriellen Qualitätssicherung und Prozessüberwachung. Geometrische Größen können heutzutage berührungslos bei hohen Messgeschwindigkeiten bestimmt bzw. überprüft werden. Typische Anwendungsgebiete der 2D-Bildverarbeitung sind die Detektion von Oberflächendefekten, die Anwesenheits-, Vollständigkeits- und Aufdruckkontrolle, sowie die Überprüfung von Maßhaltigkeiten (Geradheit, Rundheit, Abstand und Winkel). Die Vermessung bzw. Kontrolle findet allerdings immer in einer Ebene statt.

Oft ist man aber auch an der Oberflächenform des zu untersuchenden Objekts interessiert. Die optische 3D-Formfassung mit Hilfe eines Bildverarbeitungssystems ist jedoch ein schwieriges Problem, da durch die Projektion eines dreidimensionalen Objektes auf die zweidimensionale Bildebene ein Teil der räumlichen Information verloren geht. Zudem stellt die Menge an anfallenden Messdaten eine hohe Anforderung an die Rechenleistung der Messanlage, weshalb Methoden zur optischen Formvermessung erst in den letzten 10 Jahren eine weite Verbreitung gefunden haben. Zu den Einsatzbereichen gehören die Robotik (3D-Objekterkennung, sichtbasierte Navigation), die Auswertung von Satelliten- bzw. Luftbildern und in der jüngsten Zeit auch die bildgebende medizinische Diagnostik.

Bei der Bestimmung der Oberflächenform spielt die Reflexionseigenschaft des Objekts eine sehr große Rolle. Die Funktionsweise fast aller derzeit verfügbaren Systeme zur Rekonstruktion dreidimensionaler Objekte basiert auf der Annahme, dass das zu vermessende Objekt eintreffendes Licht diffus in den Raum reflektiert. Dies ist der Fall, wenn die Oberflächenrauigkeit deutlich größer als die Wellenlänge des verwendeten Lichts ist. Man spricht deshalb auch von stumpfen bzw. matten Oberflächen. Sobald jedoch Glanzeffekte in den aufgenommenen Bildern

zu beobachten sind, stoßen alle Verfahren an ihre Grenzen. Es werden oft Maßnahmen unternommen, die Glanzlichter durch eine Veränderung der Beleuchtung zu unterdrücken. Auch eine Aufbereitung der Oberfläche durch Mattierung ist sehr aufwändig und bei der Qualitätskontrolle in der Serienfertigung nicht praktikabel. Je stärker der spiegelnde Anteil in einem digitalen Bild ist, desto schwieriger ist es, die Oberfläche zu rekonstruieren. Die Vermessung spiegelnder Oberflächen ist deswegen ein aktuelles Forschungsgebiet. Die Schwierigkeit besteht darin, dass ein Objekt nicht direkt sichtbar ist, sondern es wird nur die Wirkung wahrgenommen, die das Objekt auf das einfallende Licht ausübt. Aus diesem Grund werden sehr häufig taktile Messverfahren verwendet. Die komplette Vermessung einer total reflektierenden Oberfläche ist aber bedingt durch die eindimensionale Messcharakteristik sehr zeitaufwändig und mit zahlreichen anderen Problemen behaftet. So muss die Abtasteinheit beispielsweise sehr genau positioniert werden können und sie darf das zu vermessende Objekt dabei nicht beschädigen. Um solchen Problemen aus dem Weg zu gehen, ist man auch bei spiegelnden Objekten sehr an berührungslosen Messverfahren interessiert. Viele der derzeit verfügbaren Systeme zielen meist nur auf eine Rekonstruktion der Oberflächenform ab. Die Bestimmung der Position und der Orientierung des beobachteten Objekts wird nicht berücksichtigt.

Ein weiteres Problem bei der Vermessung reflektierender Objekte stellen Oberflächen dar, die sowohl einen diffusen, als auch einen spiegelnden Reflexionsanteil aufweisen, die also partiell reflektieren. Hier wird oft versucht, die spiegelnden Anteile im Bild vorab zu detektieren und dann bei der Rekonstruktion nicht zu berücksichtigen. Diese Vorgehensweise ist natürlich sehr von der Reflektanz der Oberfläche abhängig und oft mit sehr großen Fehlern behaftet. Die Behandlung partiell reflektierender Oberflächen erfordert die Einbeziehung eines Modells zur Beschreibung der Oberflächenbeschaffenheit eines Objekts. Solche Modelle werden oft in der Computergraphik verwendet und dort als Beleuchtungsmodelle bezeichnet. Damit ist es möglich, den Bildentstehungsprozess mathematisch zu modellieren und die Lichtreflexion an Objekten zu simulieren. Bei bekannter Beleuchtungssituation und bekannten Reflexionseigenschaften kann ein Optimierungsprozess für die Oberflächenrekonstruktion angestoßen werden, in dem ein aktuell beobachtetes digitales Bild mit einem berechneten simulierten Bild verglichen wird. Es wird also die gemessene Bildintensität mit der Oberflächenorientierung in Beziehung gesetzt.

1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Problem der 3D-Rekonstruktion reflektierender Oberflächen mit Hilfe digitaler Kameras und mehrerer Lichtquel-

len. Dabei werden einerseits Objekte behandelt, die total reflektieren, andererseits werden auch Oberflächen berücksichtigt, die sowohl eine diffuse, als auch eine spiegelnde Reflexionskomponente aufweisen. Aufgrund der fehlenden Möglichkeit herkömmlicher Verfahren, die absolute Lage eines Objektes zu rekonstruieren wird hier eine algorithmische Vorgehensweise beschrieben, die es erlaubt, sowohl die Oberflächenform als auch die Lage eines Objektes im Raum zu bestimmen. Dazu werden Oberflächen benutzt, die über eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ darstellbar sind. Zur Modellierung dieser Funktionen werden Tensorprodukt-B-Splines verwendet.

Um Oberflächen dreidimensional vermessen zu können, ist es erforderlich, die Systemumgebung, in der die Rekonstruktion stattfindet, zu kennen. Dazu gehört sicherlich, dass die verwendeten Kameras kalibriert sind, d.h. die optischen Verzeichnungen des Kameraobjektivs müssen berücksichtigt bzw. korrigiert werden. Dies ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit. Dieses Problem wirklich gut zu lösen ist sehr schwierig und immer noch Gegenstand aktueller Forschung. Es wird deshalb angenommen, dass die Verzeichnungsparameter der Kameras bekannt sind, also in einem Vorverarbeitungsschritt bestimmt wurden.

Kurz zusammengefasst ergeben sich also folgende Anforderungen und Ziele für die hier vorgestellte Arbeit:

- bekannte Systemumgebung
- Oberflächen sind differenzierbar und werden durch Tensorprodukt-B-Splines modelliert
- Berücksichtigung des Abstrahlverhaltens von Oberflächen zur Vermessung partiell reflektierender Objekte
- Möglichkeit der 3D-Rekonstruktion spiegelnder Objekte
- Rekonstruktion der Oberflächenform und der absoluten räumlichen Lage

Dies führt zu folgendem Aufbau der Arbeit:

In Kapitel 2 wird zunächst ein Überblick über den aktuellen Stand der Forschung auf dem Gebiet der Rekonstruktion reflektierender Oberflächen gegeben. Dabei werden auch kurz diejenigen Verfahren aufgeführt, die diffus reflektierende Oberflächen behandeln.

Um über die Lichtreflexion an Oberflächen sprechen zu können, werden in Kapitel 3 die physikalischen Grundlagen der Lichtreflexion erläutert. Dabei werden auch Beleuchtungsmodelle eingeführt, speziell das hier verwendete Modell nach Torrance-Sparrow bzw. Blinn, das eine mathematische Modellierung der Oberflächenreflexion ermöglicht und eine Approximation eines physikalischen Modells darstellt. Mit Hilfe dieses Modells ist es möglich, Oberflächen zu behandeln,

die diffuse und spiegelnde Reflexionsanteile besitzen. In diesem Kapitel wird zusätzlich ein Simulationssystem beschrieben, das den Bildentstehungsprozess modelliert. Dabei wird ein mathematisches Modell für den Sensor der Kamera präsentiert und kurz auf den Abbildungsprozess der Kamera eingegangen. Der Vorgang der Bilderzeugung entspricht dem aus der Computergraphik bekannten Prinzip des Raytracing-Verfahrens (Strahlverfolgung). Da in dieser Arbeit Spline-Oberflächen behandelt werden, wird im letzten Abschnitt des Kapitels ein Algorithmus zur Berechnung des Schnittpunktes eines Strahls mit einem Tensorprodukt-B-Spline beschrieben.

Kapitel 4 ist vollständig total reflektierenden Oberflächen gewidmet. Es wird untersucht, welche Information aus einem Bild eines spiegelnden Objekts gewonnen werden kann. Um die Lage der unbekanntes Oberfläche im Raum zu lokalisieren, werden zwei Kameras verwendet. Das in dem Kapitel entwickelte Verfahren zur Vermessung spiegelnder Oberflächen stützt sich dabei aber nicht auf Verfahren der klassischen Stereorekonstruktion, d.h. es werden keine korrespondierenden Paare in den Bildern gesucht, die dann zur Rekonstruktion verwendet werden.

Abschließend wird in Kapitel 5 ein Verfahren zur Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen entwickelt. Dazu werden alle in den vorigen Kapiteln vorgestellten Konzepte benötigt. Dieses Kapitel vereint also die präsentierten Lösungen zu einem Gesamtsystem und rundet damit die Arbeit ab.

Kapitel 6 schließlich fasst die wesentlichen Ergebnisse zusammen und es wird ein Ausblick auf mögliche Erweiterungen gegeben.

Kapitel 2

Stand der Forschung

Für die Rekonstruktion dreidimensionaler Objekte aus digitalen Bildern gibt es zahlreiche unterschiedliche Methoden. In diesem Kapitel wird ein Überblick über den aktuellen Stand der Wissenschaft auf dem Gebiet der optischen 3D-Formerfassung gegeben. Dabei werden Verfahren näher untersucht, die sich insbesondere mit der Überprüfung spiegelnder Objekte beschäftigen. Die Vermessung diffus reflektierender Oberflächen ist gut erforscht, weshalb es zahlreiche Systeme gibt, die für unterschiedliche Messabstände und Messauflösungen geeignet sind. Die einzelnen Methoden zur Rekonstruktion diffus reflektierender Oberflächen lassen sich in aktive und passive Verfahren aufteilen, je nachdem ob Energie in Form von Licht eingebracht wird oder das an der Oberfläche reflektierte Licht ausgewertet wird. Zusätzlich können die Messverfahren je nach verwendetem Lichttyp in kohärent-optische Verfahren oder in Systeme, die Weisslicht verwenden, aufgliedert werden. Andererseits kann eine Gruppierung der unterschiedlichen Messmethoden auch nach der Information, die verarbeitet wird (Lichtlaufzeit, Lichtinterferenz, optisches Triangulationsprinzip) erfolgen (vgl. [Wol03]). Die einzelnen Prinzipien werden aufgeführt und die grundsätzliche Funktionsweise wird kurz erläutert. Dabei wird auch auf die Probleme der einzelnen Messmethoden eingegangen.

Lichtlaufzeitmessung Es wird ein Lichtimpuls ausgesendet, der von der Oberfläche reflektiert und in einem Empfänger detektiert wird. Die Messauflösung und der minimale Messabstand sind dadurch begrenzt, dass die Messung extrem kurzer Zeiten nur mit erheblichen elektronischem Aufwand realisiert werden kann. Bei einem Messabstand von wenigen Metern liegt die Lichtlaufzeit im Nanosekundenbereich. Um eine Messauflösung im Mikrometerbereich zu erreichen, müsste die Lichtlaufzeit femtosekundengenau gemessen werden, was praktisch aber derzeit nicht möglich ist. Deshalb wird solch ein Verfahren meist nur bei geringeren Messauflösungen und bei der Vermessung großer Abstände eingesetzt.

Interferometrie Dies ist ein phasenmessendes, kohärent-optisches Verfahren. Dabei wird das Licht in eine Mess- und Referenzwelle geteilt. Die am Objekt reflektierte Messwelle wird mit der Referenzwelle in einem Detektor überlagert. Interferometer werden meist für die Messung der Verformung eines Objekts eingesetzt. Da die Interferenzmuster periodisch sind, ist der Eindeutigkeitsbereich mit $\lambda/2$ (λ : Wellenlänge des verwendeten Lichts) sehr klein. Deshalb hat man das Messprinzip durch unterschiedliche Methoden verfeinert:

- Mehrwellenlängen Interferometrie
- Speckle-Interferometrie
- Weißlicht-Interferometrie (*Kohärenzradar*)
- Holographische Interferometrie
- Shearographie

Mit Hilfe der Interferometrie lassen sich Verformungen bis in den nm-Bereich feststellen. Allerdings ist beispielsweise die Weißlicht- bzw Speckle-Interferometrie auf diffuse Oberflächen beschränkt. Spiegelnnde Objekte können nur mit Spezialoptiken vermessen werden, d.h. für jedes Objekt muss eine neue Auswerteoptik erstellt werden. Außerdem dürfen die Objekte nur eine geringe Welligkeit aufweisen, d.h. die periodischen Unregelmäßigkeiten der Oberfläche sollten sehr gering sein, da diese zu einer Defokussierung des reflektierten Strahls führen.

Triangulation Bei diesem Messprinzip messen zwei Beobachter, die einen bekannten Abstand voneinander besitzen, die Winkel zu einem Punkt auf dem Messobjekt. Die Entfernung des Oberflächenpunktes wird dann aus diesen Daten berechnet. Dabei kann ein Beobachter durch eine aktive Beleuchtung ersetzt werden. Die unterschiedlichen optischen Triangulationsverfahren lassen sich folgendermaßen einordnen:

- Theodoliten (Tachymeter, Laser-Tracker)
- Fokussierungsverfahren (*Shape from focus/defocus*)
- Schattierungsverfahren (*Shape from shading*)
- Passive Verfahren (Photogrammetrie/Stereosehen)
- Aktive Verfahren mit strukturierter Beleuchtung
 - Laser-Lichtpunkt
 - Laser-Lichtschnitt
 - Streifenprojektion

Zu den wichtigsten Vertretern der optischen Triangulationsverfahren zählen sicherlich Streifenprojektionsverfahren, Lasertriangulation und Stereosehen. Allerdings sind diese Verfahren hauptsächlich nur auf diffus reflektierende Oberflächen anwendbar, und im Falle der Stereorekonstruktion muss zusätzlich das Korrespondenzproblem gelöst werden. Fokussierungsverfahren eignen sich nur für sehr kleine Messbereiche, wie bei der Mikroskopie.

Jedes Rekonstruktionsverfahren liefert für seinen Anwendungsbereich gute Ergebnisse. Große Probleme ergeben sich allerdings bei dem Versuch, spiegelnde Oberflächen zu rekonstruieren oder schlimmer noch, Oberflächen, die sowohl diffus reflektieren als auch spiegeln. Im Folgenden werden die in der Literatur erwähnten Ansätze diskutiert, die sich mit Spiegelungen in einem Bild beschäftigen. Das größte Problem bei der Vermessung spiegelnder Oberflächen besteht darin, dass man nur virtuelle Merkmale rekonstruieren kann, da das zu vermessende Objekt selbst nicht direkt sichtbar ist, sondern nur die Wirkung, die es auf einfallendes Licht hat. Erste Arbeiten, die sich mit Spiegelungen beschäftigen, sind ab 1981 zu finden, aber wirklich vielversprechende Ansätze sind erst in den letzten Jahren erschienen. Fast alle Verfahren ermöglichen nur eine Formrekonstruktion des Objekts und keine Bestimmung der absoluten Lage.

2.1 Übersicht der Arbeiten

Vergleicht man die verschiedenen Arbeiten zur optischen Formerfassung spiegelnder Oberflächen, so stellt man fest, dass sich die Verfahren in verschiedene Klassen einteilen lassen. Auffällig dabei ist, dass sich die einzelnen Veröffentlichungen nur mit den beiden Extremfällen beschäftigen, nämlich die Untersuchung total reflektierender Oberflächen bzw. die Rekonstruktion von Oberflächen, die nur einen sehr geringen spiegelnden Anteil aufweisen. Bei letzteren wird dann versucht, die Spiegelung zu eliminieren und mit herkömmlichen Triangulationsverfahren zu arbeiten. Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal liefert die Berücksichtigung von Beleuchtungsmodellen, wie sie beispielsweise in der Computergrafik eingesetzt werden. Oberflächen, die dem Totalreflexionsgesetz genügen werden rekonstruiert, indem entweder ein Muster, wie z.B. ein Streifenmuster mit sinusförmigen Intensitätsverteilungen (phasenmessende Deflektometrie) oder ein Schachbrettmuster verwendet wird, das über das spiegelnde Objekt beobachtet wird. Einige Arbeiten beschreiben eine Methode, die auf der Verfolgung eines am Objekt gespiegelten Merkmals über die Objektoberfläche basiert. Dadurch können aber nur einfache Oberflächenprofile rekonstruiert werden. Die in der Literatur erwähnten Verfahren werden nun den oben angesprochenen Kriterien entsprechend zugeordnet und kurz erklärt.

2.1.1 Beleuchtungsmodelle, Entfernung der Spiegelung, Photometrisches Stereo

Die wohl älteste Methode zur optischen Formerfassung ist das Verfahren „Form aus Schattierung“ (*Shape from Shading*). Das Objekt, mit dem man sich beschäftigte, war der Mond. Ziel war dabei die Bestimmung der Oberflächenform der Mondmeere aus den Bildintensitäten eines einzelnen Bildes. Dies ist im allgemeinen Fall ein schlecht gestelltes Problem (*ill-posed problem*), da durch die Projektion des dreidimensionalen Raums auf die zweidimensionale Bildebene ein Teil der räumlichen Information verloren geht. Unter Berücksichtigung von zahlreichen Nebenbedingungen, z.B. an die Oberflächenform, die Beleuchtung oder die Reflexionseigenschaften der Oberfläche, lassen die Bildintensitäten eine Rekonstruktion dennoch teilweise zu. Die erste quantitative Beschreibung für das Rekonstruktionsproblem stammt von Horn 1977 (vgl. [Hor77]). Ein wichtiger Bestandteil in der Formulierung ist die Reflektanzfunktion. Die gemessene Bildintensität wird mit der Oberflächenorientierung unter Berücksichtigung der Anordnung von Kamera und Lichtquelle in Beziehung gesetzt. Mathematisch gesehen ist eine nicht-lineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung zu lösen. Die verschiedenen Verfahren zur Formrekonstruktion lassen sich in Wachstumsverfahren (vgl. [Hor86]), lokale (vgl. [Pen84], [LR85], [Pen84], [LR85], [Pen90], [TS94]) bzw. globale Verfahren (vgl. [IH81], [BH85], [ZC91], [FC88], [Hor89]) unterteilen. Ein Vergleich der verschiedenen Arbeiten ist in [ZTCS99] zu finden. Hier wurden jeweils zwei Vertreter der unterschiedlichen Methoden bzgl. Rekonstruktionsfehler und Laufzeit genauer untersucht und einander gegenübergestellt. Es werden jedoch nur Oberflächennormalen rekonstruiert. Aus diesen können relative, jedoch nicht absolute Tiefenwerte gewonnen werden (vgl. [Hor89], [KS96]). Keine der Methoden ist in der Lage, unter realistischen Bildaufnahmebedingungen die Szenengeometrie mit ausreichender Qualität zu rekonstruieren. Jeder Ansatz enthält zahlreiche Einschränkungen und geht davon aus, dass sowohl die Beobachter als auch die Lichtquellenposition weit entfernt vom beobachteten Objekt ist und dass Licht diffus reflektiert wird. Alle bisher erwähnten Verfahren zielen auf eine Rekonstruktion aus einem einzigen aufgenommenen Bild ab. Eine Verbesserung der Rekonstruktionsgenauigkeit lässt sich mit Hilfe des photometrischen Stereos erreichen. Die Idee geht auf die Arbeit von Woodham (vgl. [Woo80]) zurück. Nimmt man bei gleichbleibender Kameraposition drei Bilder eines Objektes mit wechselnden Lichtquellenpositionen unter der Bedingung auf, dass die Lichtquellen nicht koplanar angeordnet sind, so erhält man unterschiedliche Bildintensitäten für einen projizierten Oberflächenpunkt. Aus diesen drei Werten kann dann in der Regel die Flächennormale eindeutig bestimmt werden. Deshalb wurde dieses Prinzip von einigen Forschern aufgegriffen und auf spiegelnde Objekte angewendet. Die Oberfläche wird dabei mit diffusem Licht beleuchtet. Dies

wurde in [Ike81] mit Hilfe dreier Stablampen und in [NIK90] durch Punktlichtquellen erreicht, die das Objekt über einen Diffusor bestrahlen. Beide Verfahren ermöglichen eine Rekonstruktion der Oberflächenform, jedoch keine Bestimmung der absoluten Lage. Die erste Arbeit beschränkt sich auf rein spiegelnde Oberflächen, wohingegen die zweite auch auf Objekte eingeht, die sowohl diffus als auch spiegelnd reflektieren. Dabei werden die beiden Anteile getrennt betrachtet und die zugehörigen Reflexionsparameter approximiert. Ein anderer Ansatz wird in [SI91] bzw. in [CJ82] verfolgt. Hier werden 4 Lichtquellen verwendet, um eine Rekonstruktion der Oberflächenform zu gewährleisten. Es wird davon ausgegangen, dass eine der Lichtquellen für die Spiegelung zuständig ist. Deshalb wird die Spiegelung detektiert und die Oberflächennormale mit Hilfe der restlichen Lichtquellen durch die Annahme einer diffusen Reflexion berechnet, d.h. die Spiegelung wird ignoriert. In [SI91] wird zudem ein Verfahren zur Bestimmung der Oberflächenrauigkeit beschrieben, in dem ein Beleuchtungsmodell (vgl. [TS67]) berücksichtigt wird, das Spiegelungen modelliert. Eine vereinfachte Form dieses Modells wurde auch in [HB88] verwendet, um die Oberflächenkrümmung in der lokalen Umgebung einer Spiegelung zu bestimmen. Falls der spiegelnde Anteil innerhalb eines Bildes nur sehr gering ist, wird dieser oft vorher detektiert und die Oberflächenform ohne diesen Anteil berechnet. In [RH01, RH02] bzw. [RH03] wird dies mit Hilfe eines Wahrscheinlichkeitsmodells durchgeführt, das für jedes Pixel die Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit der Oberflächennormale zur spiegelnden bzw. diffusen Reflexion bestimmt. Die zu einer Spiegelung gehörigen Normalen werden benutzt, um die Intensität des spiegelnden Anteils zu berechnen und vom verwendeten Beleuchtungsmodell zu subtrahieren, damit die Oberfläche über den verbleibenden diffusen Anteil mit herkömmlichen Schattierungsverfahren rekonstruiert werden kann. Die Detektion der Spiegelung kann jedoch auch unter Zuhilfenahme mehrerer Kameras erfolgen. In [BN98] wird die optimale Anordnung dreier Kameras bestimmt um eine gute Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen zu erhalten. Dabei wird die Tatsache ausgenutzt, dass unter einer gewissen Anordnung der Kameras Punkte der Oberfläche, die in einem Bild spiegelnd erscheinen, in den verbleibenden beiden Bildern diffus reflektieren. Dadurch können korrespondierende Punktepaare ermittelt werden und das Objekt mit Standardverfahren der Stereobildverarbeitung rekonstruiert werden. Ebenfalls drei Kameras werden in [LLK⁺02] verwendet. Hier werden Pixel, die einer Spiegelung entsprechen durch Differenzbildung von Farbhistogrammen ermittelt, da Spiegelungen in unterschiedlichen Ansichten die Farbe wechseln und diffuse Anteile unabhängig von der Beobachtungsrichtung sind. Ein weiteres interessantes Verfahren, das mit Stereobildverarbeitung arbeitet ist in [MKZB01] zu finden. Die Autoren beschreiben einen Ansatz, welcher die Helmholtz-Reziprozität (Unabhängigkeit des Lichtwegs) ausnutzt. Dabei werden zwei Aufnahmen eines Objektes gemacht, wobei bei der zweiten Aufnahme die Kamera- und Lichtquel-

lenposition vertauscht werden. Dadurch wird das Verfahren unabhängig von der Oberflächenreflexion und Spiegelungen werden zu Merkmalen. Es bleibt jedoch das Problem der Korrespondenzfindung in den beiden Bildern. Die Verwendung mehrerer Ansichten wird oft auch dazu benutzt, sowohl die Oberflächenform als auch die zugehörigen Reflexionsparameter des verwendeten Beleuchtungsmodells zu berechnen (vgl. [JSY03] bzw. [YXA04]), da die gleichzeitige Bestimmung der Parameter in der Regel ein schlecht gestelltes Problem ist.

2.1.2 Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen

Bisher wurden nur solche Verfahren beschrieben, bei denen die Spiegelung nur einen geringen Anteil im Bild hat und durch verschiedene Verfahren herausgerechnet werden kann. Die meisten Methoden beruhen dabei auf Beleuchtungsmodellen. In diesem Abschnitt werden Arbeiten untersucht, die sich ausschließlich mit ideal spiegelnden Oberflächen beschäftigen. In [SWN88] wird ein spiegelndes Objekt über ein sphärisches Array von Punktlichtquellen beleuchtet. Der Abstand der Lichtquellen zum Objekt ist dabei viel größer als die Objektdimension. Für jeden Oberflächenpunkt kann die Normale mit Hilfe des Totalreflexionsgesetzes berechnet werden. Durch die Annahme von weit entfernten Lichtquellen kann nur die Oberflächenform des zu untersuchenden Gegenstands ermittelt werden. Falls sich die Lichtquellen näher am Objekt befinden, schlagen die Autoren die Verwendung einer zweiten Kamera vor, um die Normale geeignet zu bestimmen, da die Objektform abhängig vom Abstand zum Beobachter ist. Für jede Oberflächennormale in einem Bild wird die korrespondierende Normale des Objekts im zweiten Bild gesucht, was mit Fehlern behaftet ist und nur für diskrete Punkte durchgeführt werden kann. Eine andere Möglichkeit, eine konsistente Oberflächenrekonstruktion zu erhalten wird in [SH03] bzw. [SAH03] erwähnt. Hier wird die Einbindung der spiegelnden Objektrekonstruktion in ein herkömmliches System zur Formrekonstruktion diffus reflektierender Oberflächen vorgeschlagen. Dadurch kann vorab ein bekannter Punkt der Oberfläche berechnet und die Form ausgehend von diesem Punkt entwickelt werden. Ein weiteres Verfahren zu Rekonstruktion glatter, kantenloser und texturfreier Oberflächen wird in [RC01] erläutert. Dabei wird der physikalische Effekt ausgenutzt, dass unpolarisiertes Licht durch die Reflexion an metallischen Objekten teilweise linear polarisiert wird. Die Richtung der Polarisierung kann mit einem vor der Kamera montierten Polarisationsfilter gemessen werden. Daraus kann die Oberflächenform bestimmt werden, da die Oberflächennormale in Beziehung mit der Orientierung der Polarisierung steht. Mit Hilfe zweier Polarisationsbilder wird die absolute Lage des Objektes bestimmt indem die spiegelnde Oberfläche als explizite Funktion dargestellt wird und die Bilder der Kamera mit den aus der Oberflächenfunktion erzeugten Bildern verglichen werden. Die unbekannt Funktion wird mit Hilfe hierarchischer

Basisfunktionen approximiert.

2.1.2.1 Verfolgung der Spiegelung

Eine weitere Klasse von Verfahren zur Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen beschäftigt sich mit der Tatsache, dass sich eine Spiegelung mit dem Beobachter bewegt, wenn dieser seine Position ändert. Diffus reflektierende Oberflächenpunkte bleiben jedoch an gleicher Stelle. In [ZB89] wird deshalb eine Methode beschrieben, die es ermöglicht zu unterscheiden, ob die Oberfläche in einem bestimmten Punkt konvex oder konkav verläuft. Ist die Oberfläche konvex, bewegt sich die Spiegelung mit dem Beobachter, ist sie konkav, bewegt sich die Spiegelung in die entgegengesetzte Richtung. Diese Beobachtung läßt sich für den Leser leicht mit Hilfe der Vorder- bzw. Rückseite eines Löffels nachvollziehen. Zur Rekonstruktion der Oberfläche gehen die Autoren davon aus, dass ein bekannter Punkt auf der Oberfläche existiert. Erst die in [ON97] beschriebene Arbeit liefert eine analytische Formulierung der Objektrekonstruktion auf Basis der Verfolgung einer Spiegelung in einem Bild. Auch hier wird zwischen realen und virtuellen Merkmalen (Reflexion eines realen Merkmals) unterschieden. Virtuelle Merkmale bewegen sich mit dem Beobachter, reale Merkmale bleiben stationär. Es wurde eine geschlossene Beziehung zwischen der Trajektorie eines virtuellen Bildmerkmals und der spiegelnden Objektgeometrie, auf der sich das Merkmal bewegt, hergeleitet. Dabei wurde ein Algorithmus beschrieben, der die Rekonstruktion eines 3D-Profiles ausgehend vom Rand des Objekts ermöglicht. In [ZM00] wird nicht nur ein einzelnes Merkmal verfolgt sondern es wird eine ringförmige Lichtquelle verwendet und das Objekt wird rotiert. Dabei wird aber davon ausgegangen, dass sich sowohl die Beleuchtung als auch der Beobachter weit entfernt (im Bezug auf die Objektgröße) vom Objekt befinden. Dadurch wird aber lediglich eine Rekonstruktion der Objektform ermöglicht.

2.1.2.2 Projektion bzw. Beobachtung eines Musters

Die neuesten Verfahren zur Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen verwenden Muster, die von einem spiegelnden Objekt reflektiert und von einer Kamera beobachtet werden. In [SP01, SP02] bzw. [SCP04] wird eine Methode beschrieben die es ermöglicht, sowohl die Form als auch die absolute Lage der unbekanntes Oberfläche aus nur einem Bild einer kalibrierten Kamera zu ermitteln. Dazu wird ein Kalibrieremuster verwendet. In dem ersten erwähnten Artikel besteht dieses Muster beispielsweise aus den Punkten zweier sich schneidender Geraden. Dadurch lassen sich allerdings nur Ebenen und sphärische Objekte rekonstruieren. Mit Hilfe eines Schachbrettmusters lässt sich die Form und Lage beliebiger Oberflächen bestimmen, jedoch bleibt das Problem der Korrespondenzfindung. Das

Muster muss im reflektierten Bild zuverlässig detektiert werden. Die Autoren haben festgestellt, dass die Oberflächenform entlang eines Sichtstrahls vom Abstand zum Beobachter abhängt. Mit Hilfe differentialgeometrischer Methoden wird die Beziehung zwischen der lokalen Geometrie der spiegelnden Oberfläche um den Reflexionspunkt und dem Bild der reflektierten Szene näher untersucht und daraus ein Algorithmus zur Objektrekonstruktion abgeleitet. In [KKH04] wird ein Sinusmuster mit einem Projektor auf einer Mattscheibe erzeugt. Die Reflexion dieses Musters an dem spiegelnden Objekt wird von einer Kamera beobachtet. Je nach Oberflächenform erscheint das Muster verzerrt. Das zugrundeliegende Messprinzip wird phasenmessende Deflektometrie genannt. Die Phase der Sinusstreifen kann für jedes Kamerapixel über bekannte Phasenschiebe-Verfahren ermittelt werden und dadurch die Form der Oberfläche berechnet werden. Die Phase steht in Beziehung mit der lokalen Neigung der Oberfläche und dem Abstand des Objektes zur Mattscheibe. Durch die Verwendung einer zweiten Kamera und einer geeigneten Kalibrierung des Systems kann auch die Objekthöhe bestimmt werden.

2.2 Abgrenzung der eigenen Arbeit

Die Analyse der verschiedenen Artikel zur Formrekonstruktion spiegelnder Oberflächen verdeutlicht, dass eine Lösung des Problems schwierig ist. Deshalb wurden verschiedene Ansätze von den Wissenschaftlern verfolgt. Tabelle 2.1 zeigt einen chronologischen Überblick der Veröffentlichungen. Auffällig ist, dass in vielen Arbeiten versucht wird, die Spiegelung vorab zu detektieren und die unbekannte Oberfläche dann ohne diesen Anteil zu berechnen. Dadurch können herkömmliche Triangulationsverfahren zur Bestimmung der Form verwendet werden. Dies ist allerdings nur sinnvoll, wenn der spiegelnde Anteil im Bild sehr gering ist, was bei technischen Oberflächen oft nicht der Fall ist. Die meisten Verfahren sind außerdem nur in der Lage, die Form der Oberfläche zu bestimmen, nicht die absolute Objekthöhe. Einzig die Vermessung total reflektierender Objekte hat in den letzten Jahren große Fortschritte gemacht. Die phasenmessende Deflektometrie ermöglicht eine großflächige Vermessung glatter spiegelnder Oberflächen. Auch die Rekonstruktion über die Beobachtung eines Kalibrieremusters mit nur einer Kamera zeigt einen vielversprechenden Ansatz bei spiegelnden Objekten. Probleme gibt es jedoch, wenn Objekte partiell reflektieren. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit ein Verfahren beschrieben, das sowohl total reflektierende Oberflächen behandelt, als auch die Rekonstruktion von Objekten mit hybriden Reflektanzeigenschaften ermöglicht. Die Lösung für spiegelnde Oberflächen stützt sich auf den in [Don04] beschriebenen Ansatz. Hier wird das Rekonstruktionsproblem erstmals als Lösung einer totalen Differentialgleichung beschrieben. Es wird in Kapitel 4 näher untersucht und dient als Startlösung für die Rekonstruktion

teilweise reflektierender Objekte. Dabei wird nicht nur die Form der Oberfläche berechnet sondern auch die absolute Lage. Keine der hier vorgestellten Methoden ist in der Lage, alle genannten Anforderungen zu erfüllen. Um das gesteckte Ziel zu erreichen ist es notwendig, ein Beleuchtungsmodell, wie man es aus der Computergrafik kennt, zur Rekonstruktion zu verwenden. Damit können Oberflächen mit beliebigen Reflexionseigenschaften behandelt werden.

Arbeit	Form	Lage	Photometrisches Stereo und/oder Beleuchtungsmodell	Totalreflexion	partiell reflektierend	Entfernung der Spiegelung	Verfolgung der Spiegelung	Muster	Stereo
Ikeuchi (1981)	✓		✓	✓					
Coleman (1982)	✓		✓		✓	✓			
Sanderson (1988)	✓	✓	✓	✓					✓
Healy (1988)	✓		✓	✓					
Zisserman (1989)	✓			✓			✓		
Nayar (1990)	✓		✓		✓				
Solomon (1991)	✓		✓		✓	✓			
Oren (1996)	✓	✓		✓			✓		✓
Bhat (1998)	✓	✓	✓		✓	✓			
Zheng (2000)	✓	✓		✓			✓		✓
Magda (2001)	✓	✓			✓				
Ragheb (2001)	✓		✓		✓	✓			
Rahmann (2001)	✓	✓		✓					✓
Lin (2002)	✓	✓			✓	✓			✓
Jin (2003)	✓		✓		✓				✓
Solem (2003)	✓			✓					
Savarese (2004)	✓	✓		✓				✓	
Yu (2004)	✓		✓		✓				✓
Donner (2004)	✓	✓		✓				✓	✓
Häusler (2004)	✓	✓		✓				✓	✓
Kickingeder (2006)	✓	✓	✓	✓	✓				✓

Tabelle 2.1: Überblick der Arbeiten (chronologisch)

Kapitel 3

Modellierung der Lichtreflexion

Die optische Vermessung von Oberflächen erfordert eine genauere Untersuchung der Reflexion von Licht an Objekten. Durch die Berücksichtigung der Reflexion in einem Rekonstruktionsverfahren können Oberflächen mit unterschiedlichen Reflexionseigenschaften behandelt werden. Wenn Licht auf Materialien trifft, entsteht eine komplizierte Licht-Materie Wechselwirkung. Diese hängt sowohl von den physikalischen Eigenschaften des Lichts, der Beobachter- bzw. Lichtquellenposition als auch von der Oberflächenbeschaffenheit des Materials ab. Eine rauhe, lichtundurchlässige Oberfläche reflektiert Licht anders als eine glatte spiegelnde Oberfläche. Ein Beobachter sieht das reflektierte Licht, das von einer beleuchteten Oberfläche abgestrahlt wird. In einem Bildverarbeitungssystem wird der Beobachter durch eine Kamera repräsentiert. Der Grauwert eines einzelnen Pixels eines digitalen Bildes repräsentiert die Menge an Licht, die von dem beobachteten Oberflächenanteil reflektiert und von dem verwendeten Kamerasensor in ein elektrisches Signal gewandelt wird. Der Bildentstehungsprozess wird in Abschnitt 3.4 modelliert, indem der Lichtweg verfolgt wird. In Abschnitt 3.5 wird das in dieser Arbeit entwickelte Simulationssystem beschrieben, welches die rechnerische Erzeugung eines Bildes der Lichtreflexion an Freiformflächen ermöglicht, die mit Hilfe von Tensorprodukt-Splines modelliert werden. Dabei werden Raytracing-Verfahren aus der Computergraphik verwendet.

Um die Wechselwirkung des Lichts mit Materialien beschreiben zu können, werden in Abschnitt 3.1 strahlungsphysikalische Grundlagen erläutert. Dabei wird auch auf Begriffe aus der physikalischen Optik eingegangen. In der Physik wird zwischen geometrischer Optik, Wellenoptik und Quantenoptik unterschieden. Die geometrische Optik, mit deren Hilfe Schatten und einfache Wechselwirkungen wie Reflexion und Brechung berechnet werden können, reicht für die Erzeugung realistischer Bilder auf einem Computerbildschirm bereits aus und wird deshalb in dieser Arbeit näher beschrieben. Wechselwirkungen, die sich in der Wellenoptik abspielen (z.B. Beugung und Interferenz) oder nur mit Hilfe des Photonenmodells

erklärt werden können, sind dadurch nicht beschreibbar. Auf die physikalischen Grundlagen aufbauend wird in Abschnitt 3.2 die bidirektionale Reflexionsverteilungsfunktion eingeführt, mit deren Hilfe das Reflexionsverhalten von Oberflächen beschrieben werden kann. Abschnitt 3.3 behandelt schließlich Beleuchtungsmodelle, wie sie in der Computergraphik verwendet werden, um realistische Bilder einer definierten Szene zu erzeugen. Dabei wird in dieser Arbeit insbesondere auf das Modell von Torrance-Sparrow eingegangen, da es das Abstrahlverhalten realer Oberflächen sehr gut approximiert.

3.1 Strahlungsphysikalische Grundlagen

Die Physik unterscheidet drei Gebiete der Optik: die Strahlenoptik (geometrische Optik), die Wellenoptik und die Quantenoptik. Die Wellenoptik beschäftigt sich mit Phänomenen, die sich im mikroskopischen Bereich abspielen, d.h. die Abmessungen der betrachteten Objekte liegen in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichts. Damit werden beispielsweise die Begriffe Beugung und Interferenz erklärt. Die Strahlenoptik hat für die Computergraphik zur Zeit die größte Bedeutung, da sich die meisten eingesetzten Beleuchtungsmodelle auf makroskopische Vorgänge bei der Lichtausbreitung beschränken. Von großer praktischer Bedeutung ist die Superpositionseigenschaft des Lichtes. Diese Eigenschaft erlaubt, dass die Einflüsse mehrerer Lichtquellen und auch kleiner Wellenlängenbereiche einzeln berechnet und überlagert werden können.

Die Strahlungsphysik (Radiometrie) beschäftigt sich mit der physikalischen Erfassung und Meßbarkeit von elektromagnetischer Energie. Sie wird beschrieben durch Größen im SI-Einheitensystem und verwendet die Einheiten Joule und Watt als Dimensionen für Energie und Leistung. Licht wird mit Hilfe eines Spektrometers für jede Wellenlänge gemessen und damit das Spektrum einer Lichtquelle bestimmt. An dieser Stelle ist anzumerken, dass viele Informationen (wie z.B. die Daten zur Beschreibung von Lampen) nur als lichttechnische Größen verfügbar sind. Diese lassen sich allerdings in radiometrische Größen umrechnen (vgl. [Mül96]). Die Photometrie beschäftigt sich mit der Wirkung des elektromagnetischen Spektrums auf ein visuelles Empfängersystem. Die korrespondierenden Einheiten für Joule und Watt sind die Lumen-Sekunde und das Lumen. Die lichttechnischen Größen sind wellenlängenunabhängig und spiegeln nur den Helligkeitseindruck für das menschliche Auge wieder. Im Folgenden werden die einzelnen strahlungsphysikalischen Größen aufgeführt, die zur Beschreibung des Reflexionsverhaltens einer Oberfläche benötigt werden. Die zugehörigen photometrischen Begriffe werden jeweils in Klammern angegeben. Die verwendete Notation lehnt sich dabei stark an die in diesem Bereich anzutreffende physikalische Notation an, um dem Leser das Studium der einschlägigen Literatur zu erleich-

tern. Einige Größen hängen vom durchstrahlten Raumwinkel ab. Deshalb wird eine kurze Definition dieses Begriffes gegeben. (vgl. [NRH⁺77])

3.1.1 Größen unabhängig vom Raumwinkel

Strahlungsmenge (Lichtmenge) : Elektromagnetische Strahlung kann als Strom von Photonen betrachtet werden. Die Strahlungsenergie bzw. Strahlungsmenge Q kann daher als Energie betrachtet werden, die von diesen Photonen transportiert wird. Die Energie eines Photons ist laut Planck proportional zur Frequenz der Schwingung der Teilchen. Wenn ein Strahl auf ein Objekt trifft, dann kann die Energie teilweise oder insgesamt absorbiert, und in eine andere Energieform umgewandelt werden. Die Einheit der Strahlungsenergie ist das Joule [$J = W \cdot s$], die Einheit der Lichtmenge ist Lumen \cdot Sekunde [$lm \cdot s$].

Strahlungsfluss (Lichtstrom) : Die Strahlungsleistung bzw. der Strahlungsfluss ist die Strahlungsenergie dQ , die pro Zeiteinheit dt von elektromagnetischen Wellen transportiert wird. Diese Größe bezeichnet deshalb die Leistung der Lichtquelle. Die Einheit ist das Watt [W] bzw. das Lumen [lm].

$$\phi = \frac{dQ}{dt} \quad (3.1)$$

Bestrahlungsstärke (Beleuchtungsstärke) : Die Bestrahlungsstärke E ist definiert als der auftreffende Strahlungsfluss $d\phi$ pro Flächeneinheit dA . Die Einheiten sind [$\frac{W}{m^2}$], bzw. das Lux [lx] (mit $lx = \frac{lm}{m^2}$).

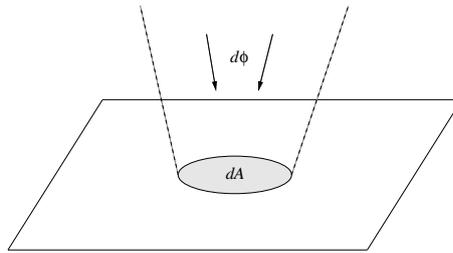


Abbildung 3.1: Bestrahlungsstärke E

$$E = \frac{d\phi}{dA} \quad (3.2)$$

Die Bestrahlungsstärke wird oft in eine Empfangs- (Irradianz) bzw. Sendegröße (Radiosity) aufgeteilt. In dieser Arbeit wird aber ausschließlich von

der Empfangsgröße Gebrauch gemacht. Dies ist ein sehr wichtiger Begriff in der Bildverarbeitung, da die Beleuchtungsstärke diejenige Größe ist, die von einem CCD-Sensor gemessen und in einen Grauwert umgewandelt wird.

3.1.2 Größen abhängig vom Raumwinkel

Die vorhergehenden Definitionen werden benutzt, um die Größen Strahlstärke und Strahldichte einzuführen. Dabei wird der Strahlungsfluss in Beziehung zu einem Raumwinkel bzw. zu einer Fläche gesetzt. Doch zunächst wird eine kurze Definition für den Raumwinkel gegeben.

Raumwinkel : Analog zum Bogenwinkel in der Ebene wird der Raumwinkel ω (in der Literatur oft auch Ω) im Raum definiert. Er beschreibt das Verhältnis einer Teilfläche einer Kugelfläche A zum Quadrat des Radius dieser Kugel: $\omega = \frac{A}{r^2}$ (vgl. Abbildung 3.2). Seine Einheit wird in Steradian [sr] angegeben. Der volle Raumwinkel ist die Fläche der Einheitskugel und hat die Größe $4\pi sr$. Ein Raumwinkel von $\omega = 1 sr$ schneidet auf einer Kugel mit Radius $r = 1 m$ eine Fläche der Größe $1 m^2$ aus. Zur Bestimmung eines

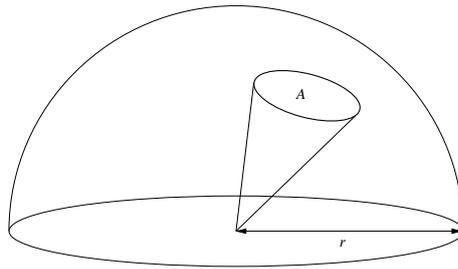


Abbildung 3.2: Raumwinkel

Raumwinkels, unter dem ein Punkt eine Fläche sieht, wird diese Fläche auf eine Kugel mit Radius r um den Betrachterpunkt projiziert und die Fläche der Kugelkalotte berechnet. Diese wird meist durch Integration über infinitesimale Flächenelemente in Kugelkoordinatendarstellung (Zenitwinkel θ und Azimutwinkel ϕ) bestimmt (vgl. Abbildung 3.3). Ein infinitesimal kleiner Raumwinkel berechnet sich mit:

$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (3.3)$$

Ist die Fläche um den Winkel α zum Betrachter geneigt, so wird die sichtbare Fläche mit Hilfe der senkrechten Projektion bestimmt (vgl. Abbildung 3.4): $dA_{\perp} = dA \cdot \cos \alpha$. Falls die sichtbare Fläche sehr klein gegenüber dem

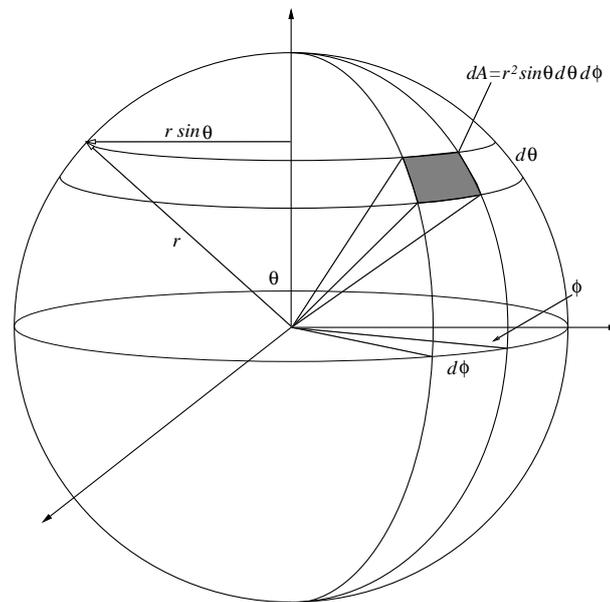


Abbildung 3.3: Infinitesimales Raumwinkelement

Abstand d zum Beobachter ist, lassen sich infinitesimale Raumwinkel berechnen zu

$$d\omega = \frac{dA_{\perp}}{d^2} = \frac{dA \cdot \cos \alpha}{d^2}. \quad (3.4)$$

Eine Fläche A kann in infinitesimal kleine Flächenelemente zerlegt werden.

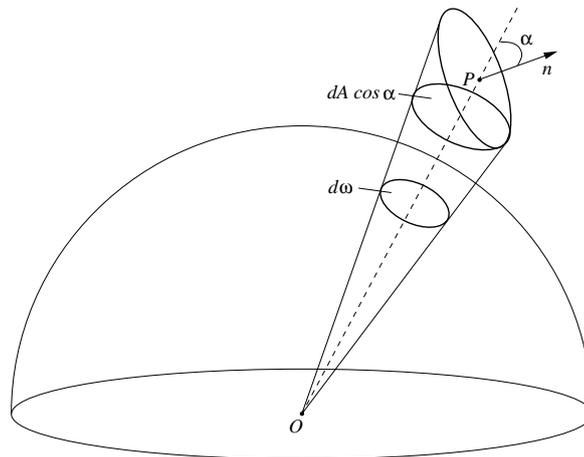


Abbildung 3.4: projizierter Raumwinkel

Der Raumwinkel von A berechnet sich dann als Integral der korrespondierenden Raumwinkel $d\omega$.

Strahlstärke (Lichtstärke) : Die Strahlstärke I ist die Strahlungsleistung einer Lichtquelle pro Raumwinkel. Misst man die Strahlstärke über den gesamten Raumwinkel in Steradian, erhält man den Strahlungsfluß in Watt. Die Einheiten sind $[\frac{W}{sr}]$ bzw. die Candela $[cd = \frac{lm}{sr}]$.

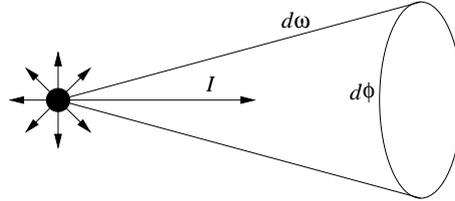


Abbildung 3.5: Strahlstärke I

$$I = \frac{d\phi}{d\omega} \quad (3.5)$$

I ist ein Maß für die Intensität der Lichtquelle und im allgemeinen winkelabhängig. Oftmals weisen Materialien ein rotationssymmetrisches Abstrahlverhalten bzgl. ihrer Oberflächennormalen auf. Diese werden in der Computergraphik als isotrope Materialien bezeichnet. Im Gegensatz dazu stehen die anisotropen Materialien. Das Abstrahlverhalten eines solchen Materials wird mit einer zweidimensionalen Funktion in Abhängigkeit von zwei Ausgangswinkeln beschrieben.

Strahldichte (Leuchtdichte) : Die Strahldichte L ist der Strahlungsfluss pro durchstrahlter Fläche dA und pro Raumwinkel $d\omega$ einer gegebenen Richtung. Betrachtet man eine Lichtquelle aus einer bestimmten Richtung, so erscheint sie umso heller, je kleiner die leuchtende Fläche dA im Vergleich zu einer konstanten Strahlstärke dI ist. Steht dabei dA nicht senkrecht zu der betrachteten Strahlungsrichtung, so ist nur die Flächenprojektion $dA \cdot \cos \theta$ wirksam. Die Strahldichte hat die Einheit $[\frac{W}{m^2 \cdot sr}]$, die Leuchtdichte $[\frac{cd}{m^2}]$.

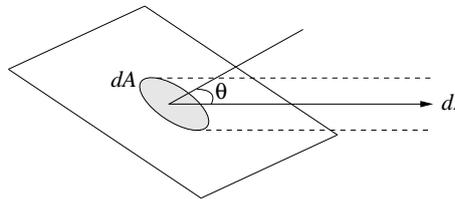


Abbildung 3.6: Strahldichte L

$$L = \frac{dI}{dA \cdot \cos \theta} = \frac{d^2\phi}{dA \cdot \cos \theta \cdot d\omega} \quad (3.6)$$

Die Strahldichte ist die wichtigste Größe, da ihr photometrisches Pendant vom menschlichen Auge als Helligkeit wahrgenommen wird. Es kommt nicht auf die empfangene Gesamtmenge an Licht an, um verschiedene Gegenstände als gleich hell zu empfinden, sondern auf deren Strahldichte, dem Verhältnis der Strahlstärke der Lampe zur wirksamen Senderfläche. Die differentielle Strahlungsleistung, die ein differentielles Flächenelement dA_1 in den differentiiellen Raumwinkel $d\omega_1$ abstrahlt, ergibt sich zu $d^2\phi = L \cos \theta_1 dA_1 d\omega_1$. Setzt man in diese Gleichung die Definition des Raumwinkels $d\omega_1 = \frac{dA_2 \cdot \cos \theta_2}{r^2}$ ein, so erhält man das wichtige Grundgesetz der Strahlungsübertragung, das die differentielle Strahlungsleistung beschreibt, die ein Flächenelement dA_1 abstrahlt und die von einem Flächenelement dA_2 im Abstand r von dA_1 aufgenommen wird (vgl. Abbildung 3.7):

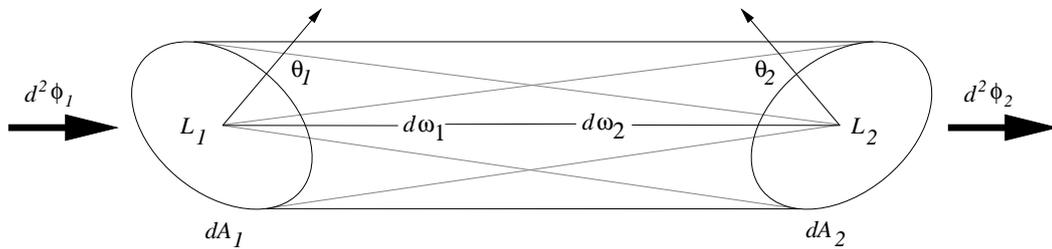


Abbildung 3.7: Strahlungsfluss zwischen dA_1 und dA_2

$$d^2\phi = \frac{L \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_1 \cdot dA_2}{r^2} \quad (3.7)$$

Wegen der Energieerhaltung ist die ausgestrahlte und empfangene Leistung gleich. Somit ist die Strahldichte in Richtung eines Lichtstrahls konstant. Da bei der Definition der Strahldichte der Raumwinkel berücksichtigt wird, nimmt die Strahldichte nicht mit der Distanz ab. Daher erscheint eine weiße Wand immer gleich hell unabhängig von der Distanz des Beobachters.

Bei der Definition der Strahlstärke fließt die Tatsache mit ein, dass die gesamte abgestrahlte Strahlungsleistung einer Punktlichtquelle durch eine beliebig geformte Oberfläche um die Lichtquelle aus energetischen Gründen nicht von der Form und Größe der Fläche abhängen darf. Strahlt die Punktlichtquelle in alle Richtungen gleich ab, so muß die auf das differentielle Raumwinkelement $d\omega_1$ entfallende Strahlungsleistung $d\phi$ diesem proportional sein. Es gilt also:

$$d\phi = I \cdot d\omega_1. \quad (3.8)$$

Natürliche Lichtquellen strahlen nicht in alle Richtungen gleich stark ab. Deshalb ist die Strahlstärke im allgemeinen eine Funktion der Abstrahlrichtung. Bei einem

Abstand r zwischen Strahlungsquelle und einem differentiellen Flächenelement dA_2 ergibt sich mit Hilfe der Definition für den Raumwinkel:

$$d\phi = \frac{I \cdot \cos \theta_2 \cdot dA_2}{r^2}. \quad (3.9)$$

Setzt man nun diese Gleichung in die Definition der Bestrahlungsstärke ein (vgl. Gleichung 3.2) , so erhält man das quadratische Entfernungsgesetz für die Bestrahlungsstärke.

$$E = \frac{I \cdot \cos \theta_2}{r^2} \quad (3.10)$$

Das quadratische Entfernungsgesetz besagt, dass bei einer punktförmigen Lichtquelle die ankommende Lichtstärke umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung ist. Das liegt daran, dass das Licht sich in alle Richtungen ausbreitet, also z.B. einen Lichtkegel bildet. Bei einem festen Winkel dieses Lichtkegels wächst die Querschnittsfläche des Lichtkegels quadratisch, das Licht verteilt sich also auf eine größere Fläche. Bei doppeltem Abstand wird die vierfache Fläche ausgeleuchtet, im Gegensatz dazu schrumpft die Strahlstärke um ein Viertel pro Flächeneinheit. Obwohl das Gesetz streng genommen nur für punktförmige Strahler gilt, sind in der Praxis die Fehler auch für nichtpunktförmige Strahler klein, solange das Verhältnis zwischen der lateralen Abmessung des Strahlers und der Entfernung zwischen Strahler und Empfänger klein ist.

3.1.3 Lambert-Strahler

Ein Lambert-Strahler zeichnet sich dadurch aus, dass seine Strahldichte unter jedem Betrachtungswinkel θ konstant ist und er dadurch von jeder Blickrichtung gleich hell erscheint. Ein Lambert-Strahler kann dabei eine Lichtquelle oder eine bestrahlte Fläche sein, die ihr Licht nach dieser Gesetzmäßigkeit wieder in den Raum abstrahlt. Eine matt geschliffene Gipsplatte oder ein Blatt Papier sind beispielsweise Materialien, die diese Eigenschaft besitzen. In der Bildverarbeitung werden fast ausschließlich Oberflächen mit dieser Abstrahleigenschaft in den mathematischen Modellen zur Formrekonstruktion verwendet, da sich der Berechnungsaufwand dadurch stark reduziert und der Formalismus sehr vereinfacht. Aus der Bedingung, dass die Strahldichte L unabhängig vom Winkel θ zwischen Flächennormale und Beobachtungsrichtung immer den Wert L_0 aufweist (vgl. Abbildung 3.8), lässt sich die Strahlstärkeverteilung eines Lambert-Strahlers ableiten:

$$L = \frac{dI}{\cos \theta \cdot dA} = \frac{dI_0}{dA} = L_0 \quad (3.11)$$

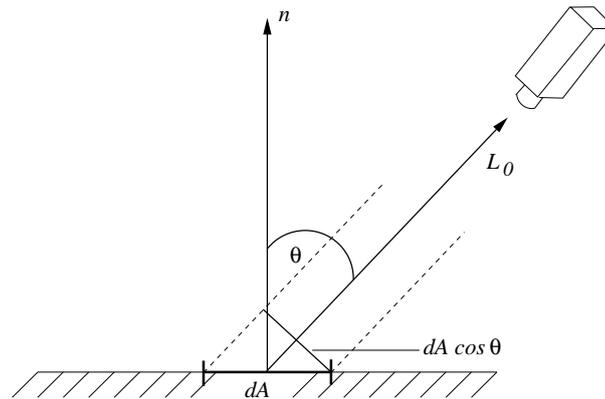


Abbildung 3.8: Lambert-Strahler

Die Strahlstärke dI in Richtung θ ist also proportional zu $\cos \theta$ (Kosinusetz von Lambert):

$$dI = dI_0 \cdot \cos \theta. \quad (3.12)$$

Trägt man die Strahlstärken, die ein Lambertsches Flächenelement in die verschiedenen Richtungen sendet, als entsprechend lange Pfeile auf, so liegen deren Spitzen auf einer Kugel, die das Flächenelement tangiert (vgl. 3.9).

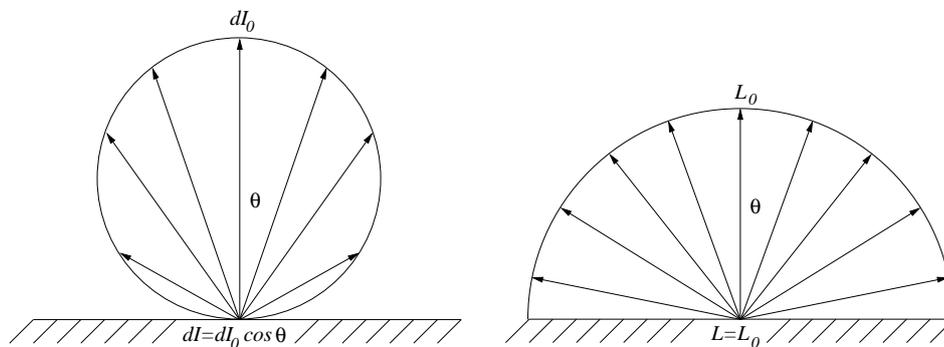


Abbildung 3.9: Strahlstärke und Strahldichteverteilung eines Lambert-Strahlers.

In den letzten Abschnitten wurde gezeigt, dass eine kleine Anzahl von strahlungsphysikalischen Größen genügt, um die Auswirkung von Licht makroskopisch zu beschreiben. Tabelle 3.1 gibt einen kleinen Überblick über die eingeführten Größen. Dabei werden sowohl die englischen Begriffe als auch die photometrischen Begriffe zusammen mit den zugehörigen Einheiten aufgeführt. Die englischen Begriffe sind sehr hilfreich beim Studium und zum Verständnis der englischsprachigen Literatur.

Symbol	Radiometrie	Einheit	Photometrie	Einheit
Q	Strahlungsmenge (radiant energy)	$J = W \cdot s$	Lichtmenge (luminous energy)	$lm \cdot s$
ϕ	Strahlungsfluß (radiant flux)	W	Lichtstrom (luminous flux)	lm
I	Strahlstärke (radiant intensity)	$\frac{W}{sr}$	Lichtstärke (luminous intensity)	$cd = \frac{lm}{sr}$
E	Bestrahlungsstärke (irradiance)	$\frac{W}{m^2}$	Beleuchtungsstärke (illuminance)	$lx = \frac{lm}{m^2}$
L	Strahldichte (radiance)	$\frac{W}{m^2 \cdot sr}$	Leuchtdichte (luminance)	$\frac{cd}{m^2}$

Tabelle 3.1: Strahlungsphysikalische und photometrische Größen

3.2 Bidirektionale Reflektanzfunktion

Wenn Licht aus einer bestimmten Richtung auf ein kleines Flächenelement einfällt, kann prinzipiell unterschiedlich viel Licht in alle Richtungen des Halbraums reflektiert werden. Bei gleichen Beleuchtungsverhältnissen erscheinen viele Materialien unterschiedlich für den Betrachter. Bei einer glatten Oberfläche (d.h. die Rauheit der Oberfläche ist viel kleiner als die Wellenlänge des Lichts) liegen einfallende und ausfallende Strahlen symmetrisch bzgl. der Oberflächennormalen. Man spricht hier von spiegelnder Reflexion. Bei rauen Oberflächen dagegen dringt ein Teil der Strahlung in die Oberfläche ein, wird dort hin- und herreflektiert und tritt schließlich geschwächt in irgendeiner Richtung wieder aus. Im Inneren der Oberflächenschicht erleidet die Strahlung auch Absorption, die für die Wellenlängen verschieden ist. Ist die Strahldichte der reflektierten Strahlung konstant für alle Richtungen, spricht man von einer diffusen Reflexion (vgl. Abschnitt 3.1.3). Natürliche Materialoberflächen sind in der Regel weder ideal spiegelnd noch ideal diffus.

Zur Beschreibung des Reflektionsverhaltens benötigt man eine Funktion, die für alle möglichen Einfallrichtungen das reflektierte Licht für alle möglichen Ausfallrichtungen angibt (bidirektionale Funktion). Deshalb wurde 1977 vom National Bureau of Standards (heute National Institute of Standards and Technology, NIST), einer Standardisierungsbehörde in den USA die *bidirektionale Reflexionsverteilungsfunktion* (*Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF*) definiert. Sie gibt das Reflexionsverhalten eines Materials an. Für jeden auf dem Material auftreffenden Lichtstrahl mit gegebenem Eintrittswinkel (vgl. Abbildung 3.10) liefert die Funktion den Quotienten aus Bestrahlungsstärke und Strahldichte für jeden austretenden Lichtstrahl, sie gibt also das Verhältnis von reflektierter Strahldichte L_r zur einfallenden Bestrahlungsstärke E_i an.

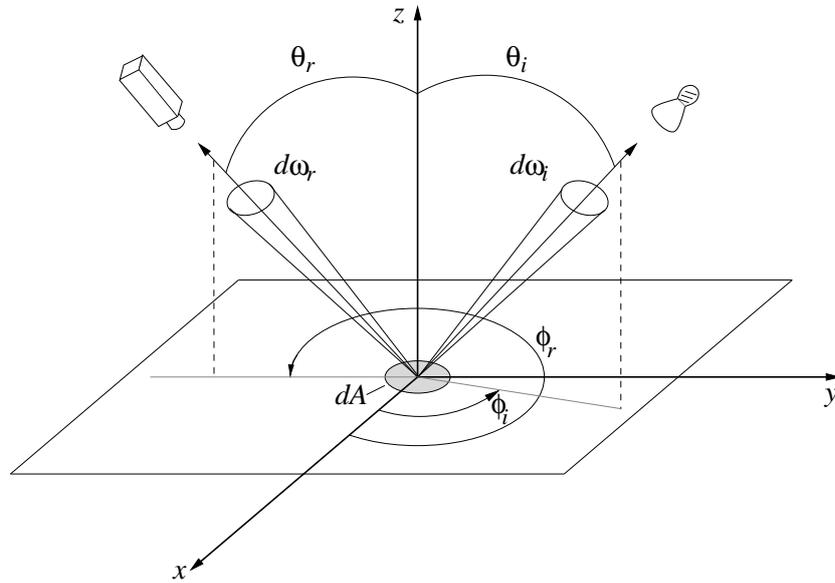


Abbildung 3.10: Koordinatensystem der BRDF

$$f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)} = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot \cos \theta_i d\omega_i} \quad (3.13)$$

Die Einheit ist $[\frac{1}{sr}]$. Um die reflektierte Strahlendichte zu erhalten, muss über den gesamten Raumwinkel Ω_i der auftreffenden Strahlung integriert werden:

$$L_r = \int_{\Omega_i} f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) \cdot L_i(\theta_i, \phi_i) \cdot \cos \theta_i d\omega_i \quad (3.14)$$

Bidirektionale Reflexionsverteilungsfunktionen müssen zwei wichtige Eigenschaften erfüllen, um physikalisch korrekte Modelle darzustellen. Zum einen muss die *Helmholtz-Reziprozität* gelten, die besagt, dass sich der Wert der BRDF nicht ändern darf, wenn man Einfallswinkel und Ausfallswinkel vertauscht.

$$f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_r, \phi_r; \theta_i, \phi_i) \quad (3.15)$$

Die zweite wichtige Eigenschaft ist die *Energieerhaltung*. Der Energieerhaltungssatz bezieht sich in diesem Fall auf die Lichtverteilung während der Licht-Materie-Wechselwirkung. Wenn Licht auf eine Oberfläche trifft und von dort aus in verschiedene Richtungen reflektiert wird, kann die Summe des in alle Richtungen reflektierten Lichtes nicht größer sein als die Menge des einstrahlenden Lichtes.

$$\int_{\Omega_i} f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_r, \phi_r) \cdot \cos \theta_i d\omega_i \leq 1. \quad (3.16)$$

Bei der Verwendung von BRDFs wird das *Superpositionsprinzip* genutzt, d.h. Reflexionen an einem Punkt auf der Oberfläche, die durch Lichtstrahlen aus verschiedenen Richtungen resultieren, haben keinen Effekt aufeinander und können linear überlagert werden.

BRDFs werden unter anderem in der 3D-Computergraphik verwendet, um Oberflächen möglichst realistisch und physikalisch korrekt darstellen zu können. Bei der obigen Definition der BRDF wird nur die Einfalls- und Ausfallsrichtung der Lichtstrahlen berücksichtigt, also ist die bidirektionale Reflexionsverteilungsfunktion eine vierdimensionale Funktion. Je nach gewählter Genauigkeit ist die BRDF sehr komplex. Nimmt man die Wellenlänge des Lichts hinzu, so erhält man eine fünfdimensionale Funktion. Zudem gilt die BRDF in der Regel nicht für die gesamte Oberfläche des betrachteten Materials, sondern nur für einen kleinen lokalen Ausschnitt. Eine Hinzunahme der Position auf der Oberfläche erhöht die Dimension der BRDF entsprechend. Das Abstrahlverhalten von Oberflächen lässt sich in zwei Klassen aufteilen. Es wird zwischen isotropen und anisotropen Materialien unterschieden. Isotropie bedeutet für Oberflächen, dass die wahrgenommene Lichtintensität an einem Punkt sich nicht ändert, wenn die Oberfläche um den Normalenvektor gedreht wird. Beispielsweise hat glattes Plastik diese Eigenschaft. Bei anisotropen Oberflächen ändert sich bei Drehung um den Normalenvektor die Intensität des reflektierten Lichtes. Gebürstetes Metall, Satin oder Haare haben zum Beispiel anisotrope Oberflächen.

Eine reale Messung der Reflexionsverteilungsfunktion ist sehr aufwändig, da möglichst viele Richtungen berücksichtigt werden müssen, um eine gute Approximation der Funktion zu erhalten. Tastet man beispielsweise den Halbraum um eine Materialprobe in fünf Grad Schritten ab, so erhält man ca. 1,68 Millionen Werte. Wiederholt man dies auch noch für jede Wellenlänge, so vervielfachen sich die Werte entsprechend. Eine vollständige Erfassung der Abstrahleigenschaft einer Oberfläche erfordert zusätzlich, dass jeder Punkt auf der Oberfläche berücksichtigt wird. Man erhält also eine riesige Datenflut, die mit Hilfe von Computersystemen kaum vernünftig gehandhabt werden kann. Es werden deshalb einige Vereinfachungen getroffen. Man misst z.B. nur an einem Punkt der Oberfläche und nimmt dann die entsprechenden Werte als konstant über die Oberfläche an. Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn man photometrisch vermisst und nicht strahlungsphysikalisch für jede Wellenlänge. Das Gerät, mit dem man die Abstrahlcharakteristik einer Oberfläche vermessen kann heißt Gonioreflektometer (vgl. [Foo97]). Es besteht aus einer Lichtquelle, die das zu vermessende Material beleuchtet und einem Sensor (Beleuchtungsmesser, Luxmeter), welcher das vom Material reflektierte Licht aufnimmt. Die Lichtquelle sollte auch die Umgebung des Materials beleuchten können und der Sensor auch Daten aus einer halbkugelförmigen Umgebung um das Ziel herum aufnehmen können. Der halbkugelförmige Bewegungsspielraum des Sensors und der Lichtquelle korrespondieren mit den

(mindestens) vier Dimensionen der BRDF. Oft wird anstatt des lichtquellenintensitätsmessenden Sensors eine Kamera verwendet, um einen zweidimensionalen Messwert zu erhalten.

Aufgrund dieser Komplexität werden in der Computergraphik als BRDFs meist einfache Beleuchtungsmodelle verwendet, mit deren Hilfe die Reflexionsverteilungsfunktion mathematisch modelliert wird. Da Objekte unterschiedliche Abstrahleigenschaften aufweisen, werden sie in verschiedene Klassen unterteilt. Häufig betrachtet man dabei nur die beiden Grenzfälle diffuse und spiegelnde Lichtreflexion. Von diffuser Reflexion spricht man, wenn das einfallende Licht in alle Richtungen gleichmäßig verteilt wird. Spiegelnde Reflexion liegt vor, wenn ein einfallender Strahl hauptsächlich in die an der Oberflächennormale gespiegelte Richtung reflektiert wird. Diese beiden Reflexionsarten lassen sich mit Hilfe einfacher mathematischer Modelle beschreiben. Um die verschiedenen Abstrahleigenschaften von Oberflächen zu modellieren, werden die beiden Modelle entsprechend gewichtet kombiniert. Es wird insbesondere zwischen geometrischen bzw. physikalisch fundierten Modellen unterschieden. Geometrische Modelle sind einfach und schnell berechenbar, haben aber wenig mit der Realität zu tun. Es wird anschaulich von Lichtstrahlen gesprochen, was aber nur gültig ist, solange die zu vermessende Dimension nicht in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichts liegt. Physikalisch fundierte Modelle sind vorzuziehen, ihre Berechnung erfordert allerdings einen höheren Aufwand. Deshalb wird oft ein Kompromiss gesucht, d.h. das Modell soll schnell berechenbar sein, aber auch physikalisch plausibel. Ein Objekt kann zusätzlich von einer Hintergrund- bzw. Umgebungsbeleuchtung aufgehellt werden. Der Anteil dieser Beleuchtung ist üblicherweise klein, hat aber einen Anteil am Aussehen der Oberfläche. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von indirekter Beleuchtung. Die diffuse Lichtreflexion wird durch das Lambert-Modell (vgl. Abschnitt 3.1.3) beschrieben, d.h. die Oberfläche fungiert als Lambert-Strahler, die spiegelnde Reflexion wird sehr häufig durch das Torrance-Sparrow-Modell beschrieben (vgl. [TS67]). Dieses Modell war 1967 das erste physikalisch basierte Modell. Viele weitere Modelle, die sich mit Spiegelungen beschäftigen, bauen auf dieser Arbeit auf. Erwähnenswert ist, dass in der Praxis fast alle realen Materialien Oberflächen mit untergründiger Anisotropie haben, allerdings gehören die meisten der analytischen BRDF-Modelle zur Klasse der isotropen BRDFs.

3.3 Beleuchtungsmodelle

Als Beleuchtungsmodell wird in der 3D-Computergraphik allgemein ein Verfahren bezeichnet, das die Reflexion von Lichtquellen an Oberflächen simuliert. Ein Teil des einfallenden Lichts wird von der Oberfläche absorbiert und in Wärmeenergie

umgewandelt und der Rest wird reflektiert. Im Speziellen wird zwischen globalen und lokalen Beleuchtungsmodellen unterschieden, wobei in dieser Arbeit nur von einem lokalen Beleuchtungsmodell Gebrauch gemacht wird. Lokale Beleuchtungsmodelle sind eine Vorschrift zur Berechnung der Farbe bzw. des Grauwerts einer Oberfläche an einem bestimmten Punkt. Dabei werden die Materialeigenschaften der Oberfläche, die Helligkeit der verwendeten Lichtquellen sowie die Position und Lage der Oberfläche, der Lichtquellen und des Beobachters berücksichtigt. Man unterscheidet bei den Beleuchtungsmodellen zwischen

- empirischen Modellen,
- Übergangsmodellen und
- analytischen Modellen.

Diese unterscheiden sich im Wesentlichen in der Berechnungskomplexität und der physikalischen Korrektheit (vgl. [Fel88]). Allen gemeinsam ist die in Abschnitt 3.2 beschriebene Aufteilung der Reflexion in eine diffuse und in eine spiegelnde Komponente. Die Modellierung der Spiegelung, man spricht auch von einer gerichteten Reflexion, ist hierbei das größte Unterscheidungsmerkmal, da die diffuse Komponente bei jedem Modell durch die Lambert-Reflexion repräsentiert wird. Bei einer ideal spiegelnden Oberfläche gilt das Totalreflexionsgesetz, d.h. der Eintrittswinkel des einfallenden Lichtstrahls ist gleich dem Austrittswinkel und die Strahlen liegen in der gleichen Ebene. Die Winkel werden zur Oberflächennormale hin gemessen (vgl. Abbildung 3.11). Über die einzelnen Beleuchtungsmodelle wird

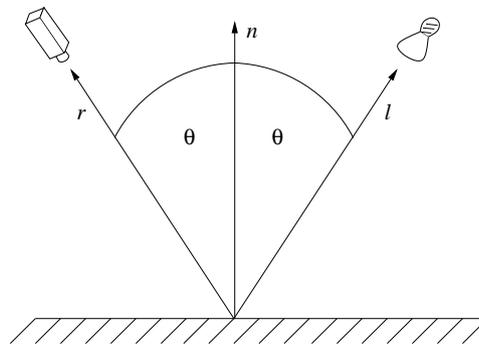


Abbildung 3.11: Totalreflexion: Einfallswinkel = Ausfallswinkel

eine Berechnungsvorschrift für die Lichtverteilung um den Totalreflexionsstrahl angegeben (vgl. schraffierter Bereich in Abbildung 3.12).

Empirische Modelle, wie beispielsweise das Phong-Beleuchtungsmodell (vgl. [Pho75]), sind schnell berechenbar, bauen aber auf keinerlei physikalischen Grundlage auf. Sie erfüllen meist nicht den Energieerhaltungssatz, der vorschreibt, dass

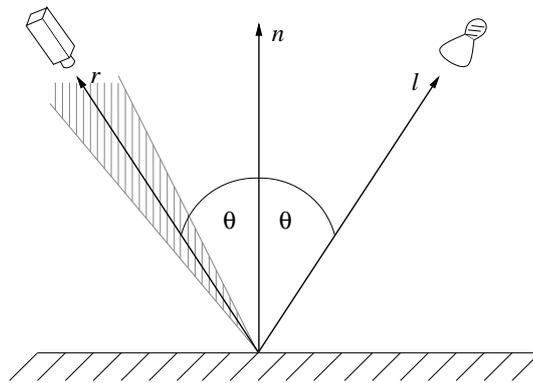


Abbildung 3.12: Umgebung um den Totalreflexionsstrahl

eine Oberfläche nicht mehr Licht reflektieren kann als von der Lichtquelle ausgesendet wird.

Deshalb wurden analytische Modelle entwickelt, die das physikalische Verhalten von Lichtreflexionen beschreiben. Einerseits existieren Arbeiten, die sich auf Theorien der Wellenoptik stützen, wobei das Modell nach Beckmann-Spizzichino (vgl. [BS63]) ein Vertreter dieser Kategorie ist. Andererseits werden aber fast ausschließlich geometrische Ansätze verwendet, da sie leichter zu berechnen sind und eine gute Approximation der physikalischen Modelle darstellen. Der wichtigste Vertreter dieser Kategorie ist das Modell nach Torrance-Sparrow (vgl. [TS67]). Es stammt von angewandten Physikern. Damit können spiegelnde Oberflächen modelliert werden, deren Rauigkeit groß gegenüber der Wellenlänge des verwendeten Lichts ist. Dem Modell liegt die Annahme zugrunde, dass die Oberfläche aus sehr vielen kleinen, ebenen und unterschiedlich ausgerichteten Facetten zusammengesetzt ist, die alle perfekte Spiegel sind (vgl. [CT82]). Diese werden im Folgenden als Mikrofacetten bezeichnet. Einen guten Vergleich beider Beleuchtungsmodelle liefert [NIK91].

Um einen Kompromiss zwischen schneller Berechenbarkeit und physikalischer Korrektheit zu schaffen, wurden Übergangmodelle entwickelt, die zwischen empirischen und analytischen Modellen stehen. Zur Verbesserung der empirischen Beleuchtungsmodelle werden Ergebnisse aus der Physik und Optik berücksichtigt, indem auch die Oberflächenstruktur in das Modell einfließt. Es werden zudem Brechungen und Spiegelungen behandelt. In dieser Arbeit wird das Modell von Blinn verwendet. Es basiert auf dem Beleuchtungsmodell von Phong und auf dem theoretischen Modellen von Torrance-Sparrow und Trowbridge-Reitz. Blinn modifizierte das Torrance-Sparrow-Beleuchtungsmodell als erster für den Einsatz in der Computergraphik. Gegenüber dem Phong-Modell führt Blinn einen Spiegelungsanteil ein, mit dessen Hilfe Glanzlichter in Bildern sehr viel realistischer dargestellt werden können. Durch experimentelle Untersuchungen wird das theoretische

Modell der Glanzlichtkomponente untermauert. Das Blinn-Beleuchtungsmodell wird im Folgenden näher erläutert. In der Literatur über Computergraphik und in den meisten Computergraphik-Systemen werden optische Eigenschaften nur durch die Angabe von empirischen und dimensionsfreien Größen definiert. Diese Werte werden zur Beschreibung der Lichtquellen, Materialeigenschaften und den dazugehörigen Berechnungen verwendet, obwohl sie in der Regel keine physikalische Bedeutung haben. Dabei wird oft der Begriff Intensität sowohl für die Beleuchtungsstärke und Strahldichte als auch für die Strahlstärke verwendet.

Wie in Abschnitt 3.2 über die BRDF beschrieben, wird die Lichtreflexion als gewichtete Summe von Komponenten modelliert. Dabei wird zwischen einem indirekten, einem diffusen und einem spiegelnden Lichtanteil unterschieden. Jeder dieser Anteile wird für das verwendete Blinn-Modell (vgl. [Fel88, BGZ96]) kurz erläutert, wobei in dieser Arbeit ausschließlich monochrome Lichtquellen und Flächen verwendet werden. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Modellierung der Spiegelungskomponente.

3.3.1 Ambiente Beleuchtung

Der visuelle Eindruck einer Oberfläche für den Betrachter entsteht einerseits durch die Reflexion von Lichtquellen, die direkt auf das Objekt strahlen und andererseits durch die vorhandene Hintergrundbeleuchtung. Man kann sich diese Beleuchtung vorstellen als eine diffuse Lichtquelle ohne bestimmte Strahlrichtung. Sie entsteht durch viele Lichtreflexionen an den einzelnen Flächen einer Szene. Man nennt diese Art der Beleuchtung auch indirekte Beleuchtung bzw. ambientes Licht.

Allgemein wird ein Beleuchtungsmodell durch eine Beleuchtungsgleichung ausgedrückt, deren Variablen dem jeweiligen Punkt auf dem zu schattierenden Objekt zugeordnet sind. Im Fall von ambienten Licht ist die Gleichung sehr einfach und ergibt sich unter der Annahme, dass indirektes Licht aus allen Richtungen gleichmäßig auf alle Flächen einfällt zu

$$I = I_a \cdot k_a, \quad I_a \in [0, 1], k_a \in [0, 1]. \quad (3.17)$$

I ist dabei die resultierende Intensität für ein infinitesimal kleines Flächenstück dA , I_a steht für die Intensität des indirekten Lichts und ist für alle Objekte konstant in der Szene. Die Variable k_a bezeichnet den ambienten Reflexionskoeffizienten und gibt an, welchen Anteil des indirekten Lichts die Oberfläche eines Objekts reflektiert. Sie ist eine Materialeigenschaft, eine empirische Größe die nicht direkt mit physikalischen Eigenschaften realer Materialien zusammenhängt. Mit diesem Modell lassen sich allerdings noch keine realistischen Bilder erzeugen, da jede Oberfläche unabhängig von ihrer Orientierung dieselbe Menge an Licht erhält. Jeder Punkt der Oberfläche wird damit mit gleicher Intensität dargestellt.

3.3.2 Gerichtetes Licht

Für die Beschreibung der restlichen Komponenten des verwendeten Beleuchtungsmodells von Blinn werden punktförmige Lichtquellen verwendet. Näherungsbeispiele für solche Lichtquellen sind die Sonne oder Glühbirnen. Von der punktförmigen Lichtquelle gehen Lichtstrahlen aus, d.h. das Licht ist gerichtet. Es wird angenommen, dass es gleichmäßig in alle Richtungen abgestrahlt wird. Die Helligkeit des Objekts ändert sich von Punkt zu Punkt und hängt von Abstand und Richtung der Lichtquelle ab. Da reale Lichtquellen in der Regel keine gleichmäßigen Abstrahleigenschaften besitzen, wird das Modell von Warn benutzt, das leicht implementierbare Steuermöglichkeiten für eine Lichtquelle zur Verfügung stellt. Es modelliert eine Lichtquelle L als Punkt auf einer hypothetischen Oberfläche mit gerichteter Reflexion (vgl. Abbildung 3.13). Um die Intensität der Lichtquelle

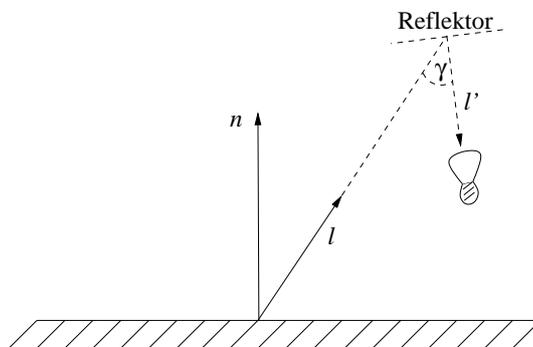


Abbildung 3.13: Beleuchtungsmodell von Warn

zu berechnen, benutzt man die Beleuchtungsgleichung von Phong. Der Reflektor reflektiert jedoch nur gerichtetes Licht, reagiert also wie ein idealer Spiegel. Die Beleuchtungsgleichung ergibt sich somit zu:

$$I_W = I_{L'} \cos^p \gamma = I_{L'} \langle -l | l' \rangle^p, \quad p \in \mathbb{Z}_{[0, \infty[}, \quad (3.18)$$

wobei l, l' Einheitsvektoren sind. Diese Gleichung kann nun in jede Beleuchtungsgleichung als Intensität der Lichtquelle eingesetzt werden. Der Spiegelungsexponent p des Reflektors gibt dabei an, wie stark das Licht gebündelt werden soll. Mit $p = 0$ modelliert man eine gleichmäßig strahlende punktförmige Lichtquelle. Je größer man p wählt, desto stärker konzentriert sich das Licht um die Hauptstrahlrichtung. Auf diese Art kann man also verschieden starke Spotlights modellieren. Man kann die Lichtquelle zusätzlich durch einen Kegel mit dem Erzeugungswinkel δ einschränken, indem man das Beleuchtungsmodell nur für $\gamma \leq \delta$ auswertet (vgl. Abbildung 3.14).

Die Energie einer punktförmigen Lichtquelle nimmt wie in Abschnitt 3.1.2 beschrieben mit dem Kehrwert des Quadrats des Abstandes zwischen Lichtquelle

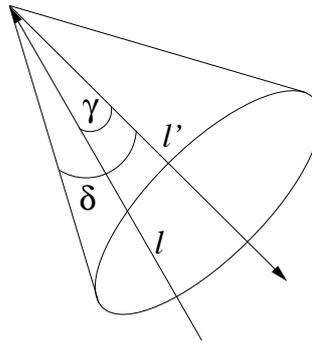


Abbildung 3.14: Einschränkung der Lichtquelle durch einen Kegel

und Oberfläche ab (quadratisches Entfernungsgesetz). Dies wird folgendermaßen modelliert:

$$C = \min\left\{1, \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \cdot d + \alpha_2 \cdot d^2}\right\}.$$

d bezeichnet die mittlere Entfernung des betrachteten Punktes auf der Oberfläche zur punktförmigen Lichtquelle, α_0 , α_1 und α_2 sind Konstanten, die vom Benutzer festgelegt und der Lichtquelle zugeordnet werden. α_0 verhindert, dass der Nenner zu klein wird, wenn sich die Lichtquelle sehr nahe am Objekt befindet. Der Ausdruck wird immer unter dem Wert 1 gehalten, um eine Abschwächung sicherzustellen. Diese Gleichung approximiert sowohl die atmosphärische Abschwächung zwischen dem Betrachter und dem Objekt als auch die Abnahme der Energiedichte von der Lichtquelle zum Objekt.

Die dargestellte Lichtmodellierung wird im Folgenden verwendet, um die diffuse bzw. spiegelnde Reflexion an Oberflächen zu beschreiben. Dazu werden die im Modell verwendeten Vektoren kurz erläutert. Für einen Punkt auf der Objektoberfläche wird die äußere Flächennormale mit n bezeichnet, l ist der Vektor vom Punkt zur Lichtquelle (damit ist $-l$ der einfallende Strahl). Der Vektor r repräsentiert den perfekt reflektierten Strahl, a ist der Vektor vom Punkt zum Beobachter und h wird als Winkelhalbierende des Winkels zwischen Beobachtungs- und Beleuchtungsrichtung definiert. Alle Vektoren sind normiert (vgl. Abbildung 3.15).

3.3.2.1 Diffuse Reflexion

Bei matten bzw. stumpfen Flächen tritt eine diffuse Lichtreflexion auf. Sie wird auch Lambert-Reflexion genannt (vgl. Abschnitt 3.1.3). In der Realität gibt es zwei Möglichkeiten, wie es zu einer solchen Reflexion kommt (vgl. [NIK89]). Einerseits werden die auf das diffuse Material eintreffenden Lichtstrahlen von kleinen Unebenheiten an der Oberfläche des Materials sehr oft hin und her reflektiert,

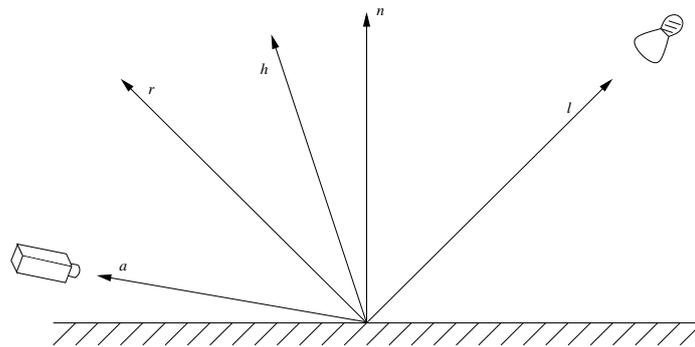


Abbildung 3.15: Verwendete Vektoren

bevor sie dann wieder in den Raum reflektiert werden. Wenn diese auftretenden mehrfachen Reflexionen scheinbar auf zufällige Art und Weise geschehen, wird das Licht in alle Richtungen verstreut. Andererseits dringt Licht in das Material ein und trifft dort auf mikroskopisch kleine Unterschiede in der Dichte innerhalb des Materials. Das Licht wird hierbei an den Grenzen zwischen den verschiedenen Materialdichten immer wieder gestreut und irgendwann zum Teil in den Raum reflektiert, wodurch die diffuse Reflexion entsteht. Eine Kombination aus beiden Reflexionsarten kann genauso Lambert-Reflexion erzeugen. Abbildung 3.16 zeigt die beiden Reflexionsarten.

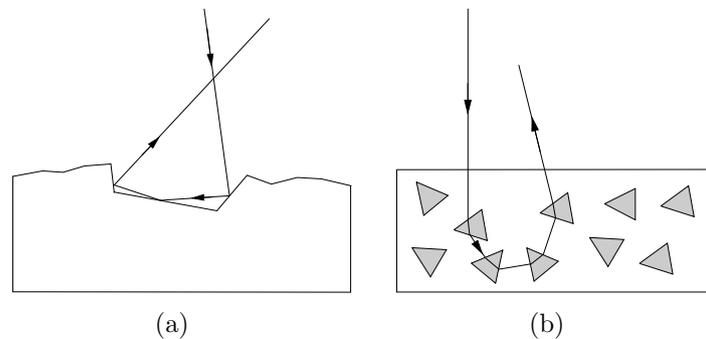


Abbildung 3.16: Entstehung von Lambert-Reflexion (a) mehrfache Reflexionen, (b) interne Reflexionen

Eine bestrahlte Oberfläche erscheint dabei aus allen Beobachtungsrichtungen gleich hell, da das Licht mit gleicher Intensität in alle Richtungen gleichförmig reflektiert wird. Die Helligkeit einer Fläche hängt nur vom Winkel θ zwischen der Richtung l zur Lichtquelle und der Oberflächennormalen n ab (siehe Abbildung 3.17). Dies hat im Wesentlichen zwei Gründe. Ein Lichtstrahl mit dem Querschnitt dA bedeckt eine Fläche von $\frac{dA}{\cos\theta}$ auf dem bestrahlten Objekt, d.h. die

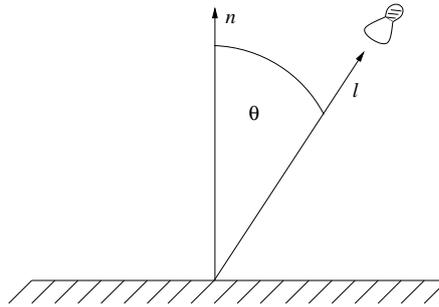


Abbildung 3.17: Lambert Reflexion

Größe dieser Fläche ist umgekehrt proportional zu $\cos \theta$ (vgl. Abbildung 3.18). Die Energie des Lichtstrahls auf dA ist also proportional zu $\cos \theta$. Dies gilt für

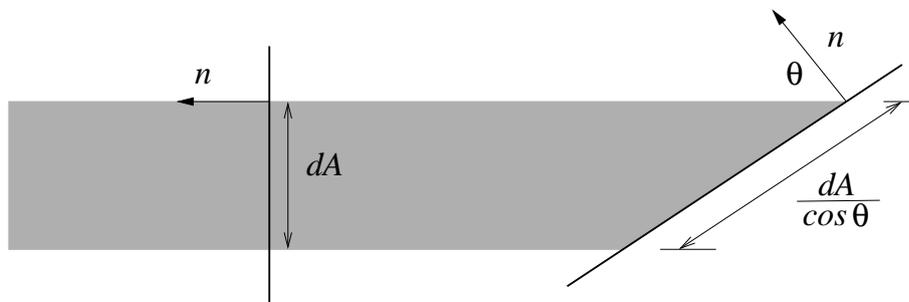


Abbildung 3.18: Zusammenhang zwischen Fläche und Einfallswinkel

alle Oberflächen unabhängig vom Material. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, wieviel Licht ein Betrachter sieht. Das Lambertsche Gesetz besagt, dass der Betrag des Lichts, den der differentielle Bereich dA zum Betrachter reflektiert, direkt proportional zum Kosinus des Winkels zwischen Blickrichtung und der Oberflächennormalen ist (vgl. Abschnitt 3.1.3). Da die Größe der sichtbaren Fläche umgekehrt proportional zum Kosinus dieses Winkels ist, heben sich diese beiden Faktoren gegenseitig auf. Die Intensität eines Punktes hängt also nur vom Winkel θ und nicht von der Blickrichtung ab.

Die Beleuchtungsgleichung für eine diffuse Reflexion an einem infinitesimal kleinen Flächenstück lautet also

$$I = I_W \cdot k_d \cdot \cos \theta, \quad k_d \in [0, 1], \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3.19)$$

I_W ist die Intensität der punktförmigen Lichtquelle, die nach Gleichung 3.18 berechnet wird, k_d ist der diffuse Reflexionskoeffizient, eine Materialkonstante. Sie wird oft auch diffuse Albedo genannt und beschreibt, wieviel Licht reflektiert wird. Der restliche Anteil $(1 - k_d)$ wird absorbiert. Der Kosinus von θ kann als

Skalarprodukt der normierten Vektoren n und l geschrieben werden, wobei n die äußere Oberflächennormale bezeichnet und l die Richtung zur Lichtquelle. Damit läßt sich Gleichung 3.19 schreiben als

$$I = I_W \cdot k_d \cdot \langle l|n \rangle. \quad (3.20)$$

Insgesamt ergibt sich zusammen mit der ambienten Beleuchtung und unter Verwendung m punktförmiger Lichtquellen, wobei die Entfernung der Lichtquellen (vgl. 3.3.2) berücksichtigt wird, das folgende verfeinerte Modell für die Lichtintensität an einem infinitesimal kleinen Flächenstück:

$$I = I_a \cdot k_a + \sum_{j=1}^m I_{W_j} \cdot k_d \cdot \langle l_j|n \rangle \cdot C_j. \quad (3.21)$$

Die einzelnen Anteile der jeweiligen Lichtquelle werden nach dem Superpositionsprinzip (vgl. Abschnitt 3.2) einfach aufaddiert. Mit Hilfe dieses Modells werden zwar noch relativ matte Bilder erzeugt, allerdings sind Schattierungen bereits gut erkennbar. Abbildung 3.19 zeigt die Reflexion an einer Kugel, die mit Hilfe dieses Modells berechnet wurde. Auf der rechten Seite der Abbildung ist der Anteil des reflektierten Lichts an einem Punkt der Oberfläche in allen möglichen Ausfallrichtungen dargestellt. Wie man hier sieht, hängt die reflektierte Lichtintensität nur vom Winkel zwischen der Oberflächennormale und dem einfallenden Lichtstrahl ab. Dies bedeutet, dass immer die gleiche Lichtintensität beobachtet wird, wenn der Betrachter um die Oberflächennormale rotiert und die Lichteinfallrichtung konstant bleibt.

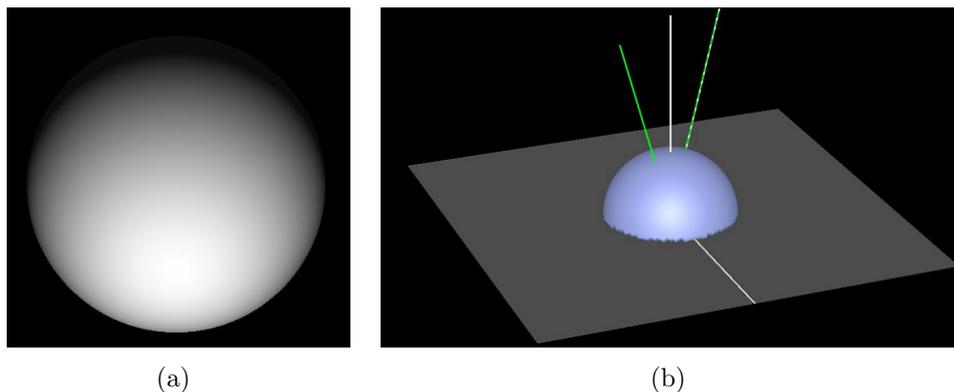


Abbildung 3.19: Diffuse Reflexion (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt

3.3.2.2 Spiegelnde Reflexion

Bei der diffusen Reflexion wird das Licht gleichförmig in alle Richtungen abgestrahlt. Für eine realistische Darstellung von Objekten fehlt noch die Modellierung von Glanzeffekten. In diesem Abschnitt wird der spiegelnde Anteil des Beleuchtungsmodells beschrieben. Wenn Licht auf glatte Oberflächen trifft, wird es hauptsächlich in eine bestimmte Richtung reflektiert. Bei einem perfekten Spiegel ergibt sich die Richtung aus dem Sachverhalt, dass einfallender und reflektierter Strahl mit der Oberfläche denselben Winkel bildet (Einfallswinkel = Ausfallswinkel). Es muss jedoch beachtet werden, dass kaum eine Oberfläche die Eigenschaft eines perfekten Spiegels besitzt. Deshalb wird die Glanzlichtkomponente mit Hilfe des theoretisch fundierten Modells nach Torrance-Sparrow bzw. Blinn beschrieben.

Wie zu Beginn des Abschnittes 3.3 erläutert, basiert dieses Modell auf der Annahme, dass eine Oberfläche aus sehr vielen Mikrofacetten besteht, die alle perfekte Spiegel sind. Weisen alle Facetten dieselbe Richtung wie die gesamte Oberfläche auf, liegt eine glatte bzw. stark glänzende Oberfläche vor. Ist die Ausrichtung der einzelnen Facetten aber stark gestreut, wirkt die Oberfläche matt und die Grenze des Glanzlichts verschwimmt. Ausgehend von dieser Modellvorstellung müssen für jeden Punkt auf der Oberfläche gewisse Eigenschaften berücksichtigt werden die dazu beitragen, dass nur ein gewisser Anteil des eingestrahnten Lichts reflektiert wird. Ein gewisser Anteil von Facetten spiegelt direkt in Richtung des Beobachters und führt so zu dem Glanzeffekt. Außerdem ist nur ein gewisser Oberflächenanteil für den Betrachter sichtbar. Zusätzlich geht ein gewisser Prozentsatz des eingestrahnten Lichts durch die Rauheit der Oberfläche verloren oder wird vom Objekt absorbiert. Diese Eigenschaften gehen in das Modell als Parameter ein und werden im Folgenden genauer erläutert.

Der Parameter $D \in [0, 1]$ beschreibt den Anteil der Mikrofacetten, die aufgrund ihrer Lage ($n = h$ bzw. $a = r$ (siehe Abbildung 3.15)) zur Spiegelung beitragen. Der Wert von D ist dabei am Größten, wenn die Oberflächennormale n mit der Winkelhalbierenden h zusammenfällt. Dies entspricht einer Totalreflexion. Er wird am Kleinsten, falls die Oberflächennormale und die Winkelhalbierende aufeinander senkrecht stehen. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, den Parameter D über den Winkel ϕ zwischen n und h zu modellieren:

- Methode von Phong

$$D = \langle n|h \rangle^k, k \geq 0$$

- Methode von Trowbridge-Reitz

$$D = \frac{c^2}{\langle n|h \rangle^2 \cdot (c^2 - 1) + 1}, 0 \leq c \leq 1$$

- Methode unter Verwendung der Exponentialfunktion

$$D = d \cdot e^{-\left(\frac{\phi}{m}\right)^2}, d \geq 0$$

- Methode von Beckmann

$$D = \frac{1}{m^2 \cdot \langle n|h \rangle^4} \cdot e^{-\left(\frac{\tan \phi}{m}\right)^2}$$

Hierbei bezeichnen c und d beliebige Konstanten, m ist das quadratische Mittel der Facettenneigungen und k wird als Spiegelreflexionsexponent bezeichnet. In dieser Arbeit wurde die Methode von Beckmann gewählt, da sie keine willkürlichen Parameter verwendet. Der Parameter D bestimmt im Wesentlichen die Glattheit bzw. Rauheit der Oberfläche.

Gewisse Anteile der Objektoberfläche sind abhängig vom Einfallswinkel des Lichtstrahls zur Oberflächennormalen bzw. vom Winkel zwischen dem Beobachtungsstrahl und der Oberflächennormalen nicht sichtbar. Von einer geneigten Fläche sieht man einen größeren Teil als von einer senkrecht zum Beobachter liegenden Fläche. Abbildung 3.20 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Der Anteil der sichtbaren bzw. beleuchteten Oberfläche wird mit dem Faktor $\frac{1}{\langle l|n \rangle \cdot \langle a|n \rangle}$ beschrieben.

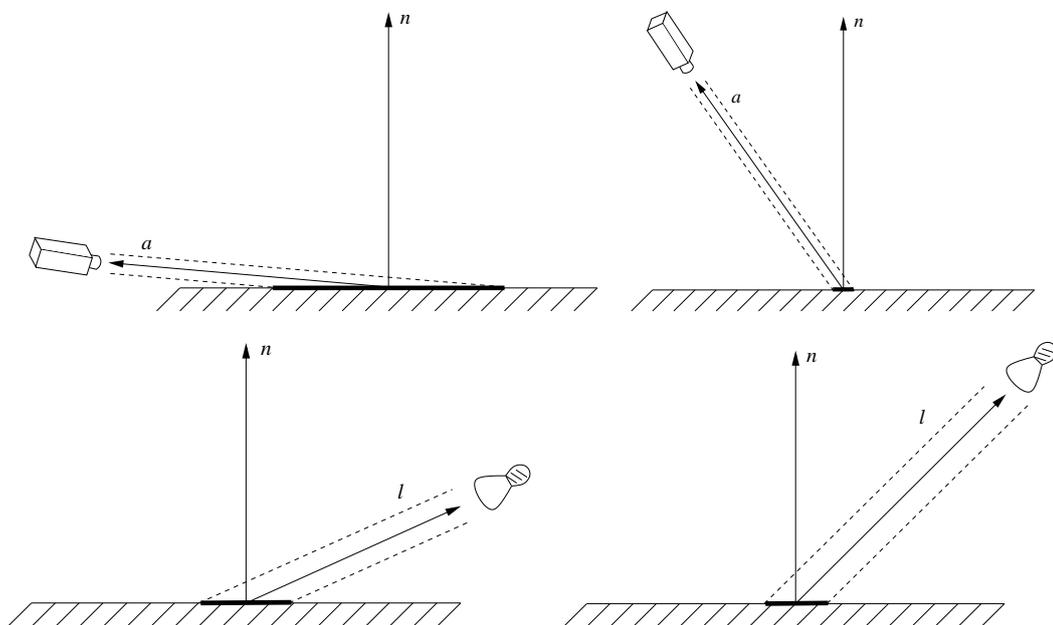


Abbildung 3.20: Sichtbarer Flächenanteil für den Beobachter bzw. die Lichtquelle

Ein gewisser Anteil des Lichts geht durch die Oberflächengeometrie verloren. Durch die Unebenheit der Oberfläche wird Licht am Einfall bzw. an der Reflexion an bestimmten Stellen gehindert, da die Facetten unter Umständen einander verschatten. Dieser Sachverhalt wird über den Parameter $G \in [0, 1]$ modelliert. Für die Berechnung von G wird angenommen, dass die Facetten in V-förmigen Rillen angeordnet sind, wobei die beiden Seiten der Rille gleich lang sind und die Winkelhalbierende der Rille der Oberflächennormalen entspricht (vgl. Abbildung 3.21).

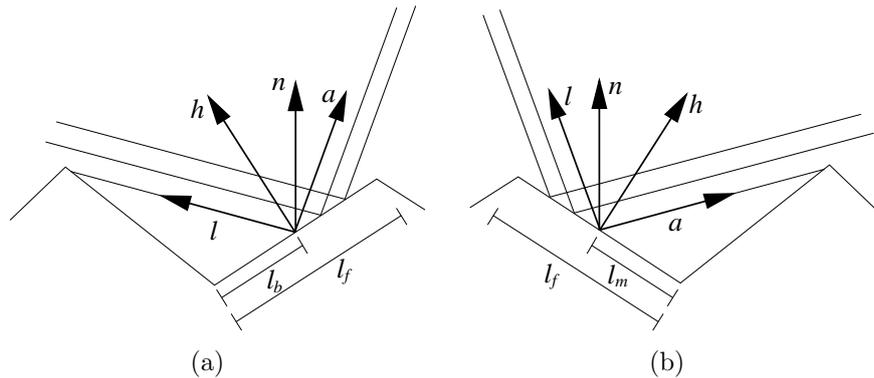


Abbildung 3.21: Mikrofacetten (a) blockiert einfallendes Licht, (b) maskiert reflektiertes Licht

Der Verminderungsfaktor für den behinderten Lichteinfall ergibt sich zu

$$G_l = 1 - \frac{l_b}{l_f} = 2 \cdot \frac{\langle n|h \rangle \cdot \langle n|l \rangle}{\langle l|h \rangle},$$

und für das maskiert reflektierte Licht beträgt er

$$G_a = 1 - \frac{l_m}{l_f} = 2 \cdot \frac{\langle n|h \rangle \cdot \langle n|a \rangle}{\langle a|h \rangle}$$

(vgl. [Bli77]). Der geometrische Abschwächungsfaktor G ergibt sich dann zu

$$G = \min\{1, G_l, G_a\},$$

da der Fall eintreten kann, dass das gesamte einfallende Licht auf die Facette trifft und komplett zum Betrachter reflektiert wird ($G = 1$).

Ein weiterer Parameter $F_\lambda \in [0, 1]$ bei der Modellierung der spiegelnden Komponente verwendet das Reflexionsgesetz von Fresnel, um das Verhältnis von reflektiertem zu absorbiertem Licht zu beschreiben. Dabei wird der Einfalls- und

Beobachtungswinkel bzw. der Brechungsindex des Materials berücksichtigt. Dieser Zusammenhang lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$F_\lambda = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{g-c}{g+c} \right)^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{c \cdot (g+c) - 1}{c \cdot (g-c) + 1} \right)^2 \right),$$

wobei $c = \langle l|h \rangle$, $g = \sqrt{\eta^2 + c^2 - 1}$ und η der effektive Brechungsindex des verwendeten Materials ist. Der Brechungsindex eines Mediums ist definiert als Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit im Medium. Der effektive Brechungsindex ergibt sich als Quotient der Brechungsindizes der beiden Medien abhängig von der Wellenlänge λ . Bei transparenten Objekten liegt der effektive Brechungsindex nahe bei 1, was zu kleinen Werten von F_λ führt. Metalle dagegen besitzen einen großen Brechungsindex, woraus Werte nahe bei 1 für Werte von F_λ folgen. Die wellenlängenabhängigen Brechungsindizes sind jedoch meist nicht verfügbar. Deshalb muss F_λ in der Praxis experimentell für einen festen Einfallswinkel (beispielsweise für $l = h$, Beleuchtung von hinten) bestimmt werden. Der effektive Brechungsindex η kann nun mit Hilfe des gemessenen Wertes F durch die Formel

$$\eta = \frac{1 + \sqrt{F}}{1 - \sqrt{F}}$$

(vgl. [Fel88]) angenähert werden. In der Arbeit wurde der Brechungsindex so gewählt, dass F_λ nahe bei 1 liegt.

Die Beleuchtungsgleichung für die spiegelnde Reflexion an einem infinitesimal kleinen Flächenstück ergibt sich unter Verwendung der obigen Parameter zu

$$I = I_W \cdot k_s \cdot \frac{D \cdot G \cdot F_\lambda}{\langle l|n \rangle \cdot \langle a|n \rangle}, \quad k_s \in [0, 1], \quad (3.22)$$

wobei I_W die Intensität der punktförmigen Lichtquelle ist und k_s der spiegelnde Reflexionskoeffizient. Abbildung 3.22 zeigt wie schon bei der diffusen Reflexion eine Kugel, die mit Hilfe der spiegelnden Reflexion berechnet wurde. Dabei ist links das erzeugte Bild zu sehen und rechts die Lichtverteilung des Beleuchtungsmodells an einem bestimmten Oberflächenpunkt. Wie man sieht, wird hier die Lichtverteilung um den Totalreflexionsstrahl modelliert. Je nach Parametereinstellung ist der Bereich um den Strahl breiter bzw. schmaler.

Insgesamt ergibt sich zusammen mit der ambienten Beleuchtung und der diffusen Reflexion unter Verwendung m punktförmiger Lichtquellen und Berücksichtigung der Entfernung der Lichtquellen das folgende verfeinerte Modell für die Lichtintensität an einem Flächenstück:

$$I = I_a \cdot k_a + \sum_{j=1}^m I_{W_j} \cdot C_j \left(k_d \cdot \langle l_j|n \rangle + k_s \cdot \frac{D \cdot G \cdot F_\lambda}{\langle l_j|n \rangle \cdot \langle a|n \rangle} \right). \quad (3.23)$$

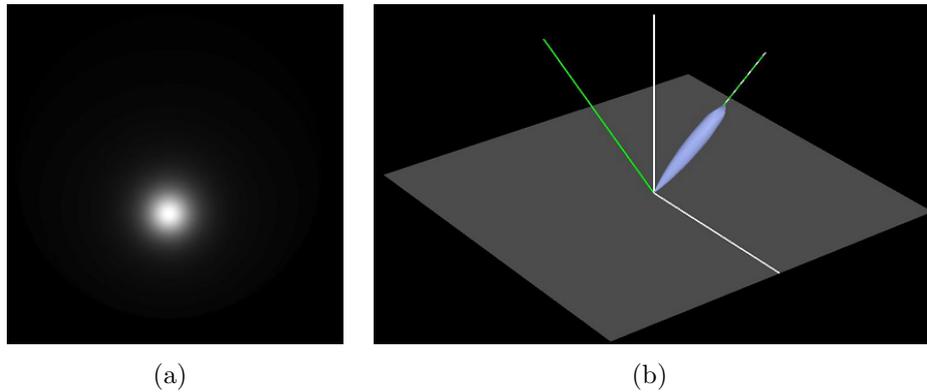


Abbildung 3.22: Spiegelnde Reflexion nach Torrance-Sparrow bzw. Blinn (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt

Für den diffusen und spiegelnden Reflexionskoeffizienten gilt $0 \leq k_d, k_s \leq 1$ und $k_d + k_s \leq 1$. Die Anwendung des dargestellten Beleuchtungsmodells nach Blinn ist in Abbildung 3.23 wiederum am Beispiel einer Kugel zu sehen. Es wird sowohl das erzeugte Bild als auch die Lichtverteilung des Gesamtmodells an einem Oberflächenpunkt dargestellt.

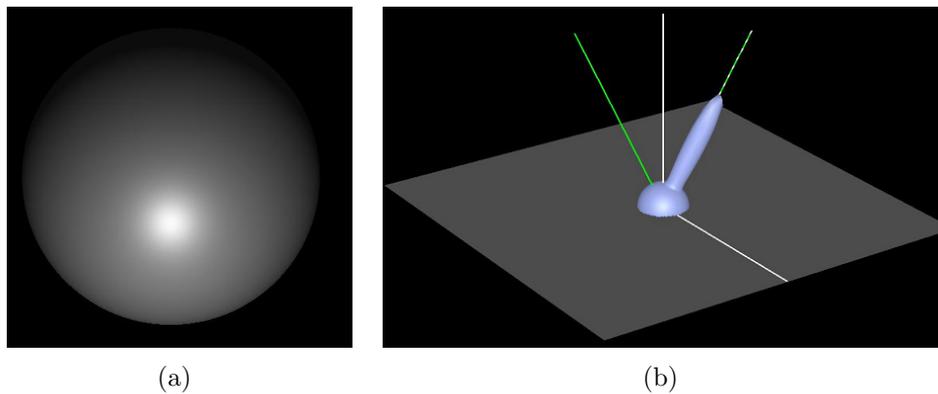


Abbildung 3.23: Lichtreflexion nach Blinn bzw. Torrance-Sparrow (a) Simulation der Reflexion an einer Kugel, (b) Lichtverteilung an einem Oberflächenpunkt

3.4 Der Bildentstehungsprozess

Eine realistische Darstellung einer 3D-Szene auf einem Computerbildschirm ist im Prinzip nichts anderes als eine physikalische Simulation von Licht. Der vorangegangene Abschnitt bildet hierbei die Grundlage für diese Simulation. Das beschriebene Beleuchtungsmodell gibt an, wieviel Licht von einer Oberfläche in eine bestimmte Richtung reflektiert wird. Ein Bild, durch das ein Mensch seine Umgebung wahrnimmt, entsteht durch das Licht, das von den Lichtquellen einer Szene ausgesendet wird und an Oberflächenmaterialien gestreut bzw. gespiegelt wird. Ein Teil des Lichts gelangt schließlich durch die Pupille des Auges und erzeugt auf der Netzhaut des Betrachters verschiedene Farbreize. In der optischen Messtechnik bzw. auf dem Gebiet der digitalen Bildverarbeitung ist der Beobachter nicht der Mensch, sondern ein elektronischer Sensor (eine Kamera), welcher die Lichtenergie in elektrische Ladung wandelt. Die Kamera funktioniert dabei ähnlich wie das menschliche Auge. Ein optisches System sammelt das eintreffende Licht und fokussiert es auf eine Bildebene, in welcher ein CCD-Chip sitzt. Wenn

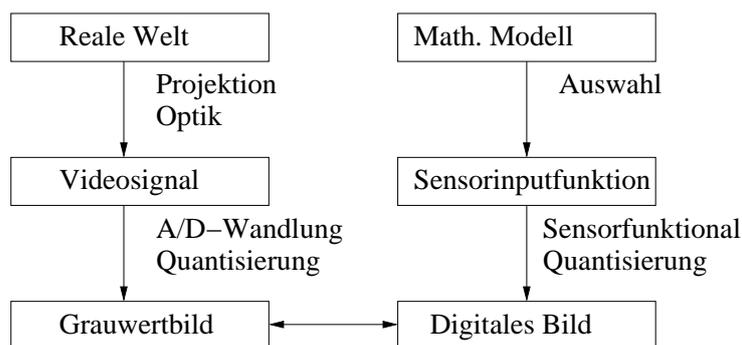


Abbildung 3.24: Modellierung des Sensors

die Photonen auf die lichtempfindliche Sensorfläche treffen, wird Ladung freigesetzt die proportional zur einfallenden Energie ist. Die entstandene Ladung wird in Registern gespeichert und anschließend zeilenweise hintereinander ausgelesen. Eine Ausgabeeinheit erzeugt daraus ein analoges Videosignal, das mit Hilfe eines Frame-Grabbers analog-digital gewandelt und quantisiert wird. Dadurch erhält man ein Grauwertbild aus digitalisierten Pixeln (vgl. [Pis03]).

3.4.1 Sensormodellierung

Im Folgenden wird das Messprinzip einer Kamera mathematisch modelliert (vgl. Abbildung 3.24). $A \subseteq \mathbb{R}^2$ sei der aktive Oberflächenanteil des Sensors (die *Sensorapertur*), $f(x, y, t)$ die zum Zeitpunkt t im Punkt $(x, y) \in A$ auftreffende Lichtleistung. Sie entspricht der in Abschnitt 3.1.2 eingeführten Strahldichte. Bei Be-

leuchtungsmodellen wird sie meist als Intensität I bezeichnet (vgl. Abschnitt 3.3). Die resultierende elektronisch-physikalische Sekundärgröße Ladung $l(f)$ ergibt sich als Integral über ein kleines Zeitintervall $[t_0, t_0 + \tau]$, dem *Akquisitionsintervall*, und der aktiven Oberfläche A :

$$l(f) = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \int_A f(x, y, t) g(x, y, t) d\lambda^2(x, y) dt. \quad (3.24)$$

g ist eine sensorspezifische Dichtefunktion mit der die Lichtleistung gewichtet wird, da die Sensorfläche weder zeitlich noch örtlich völlig homogen reagiert.

Ist $A \times [t_0, t_0 + \tau] \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ und $\lambda_{A \times [t_0, t_0 + \tau]}$ die Einschränkung des Lebesgue-Maßes λ^3 auf $A \times [t_0, t_0 + \tau]$, dann wird das mit der nicht-negativen $\lambda_{A \times [t_0, t_0 + \tau]}$ -messbaren Gewichtsfunktion g multiplizierte Maß $\lambda_{A \times [t_0, t_0 + \tau]}$ als *Sensormmaß* μ bezeichnet:

$$\mu = g \cdot \lambda_{A \times [t_0, t_0 + \tau]}.$$

Die Funktion

$$l : L^1(\mu) \rightarrow \mathbb{R} : f \rightarrow l(f) = \int f d\mu$$

heißt *Sensorfunktional*. Für einen Sensor mit Sensormmaß μ heißen die Funktionen in $L^1(\mu)$ *Sensorinputfunktionen*.

Die resultierende Messgröße Ladung liegt zunächst kontinuierlich, d.h. als Analogsignal vor. Zur weiteren Verarbeitung in einer digitalen Rechenanlage muss das Signal analog-digital gewandelt werden, d.h. quantisiert werden. Ist $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die *Quantisierungsfunktion*, wobei $q[\mathbb{R}]$ eine endliche Menge reeller Werte ist, wird für einen Sensor mit Sensorfunktional l und Sensormmaß μ für jedes $f \in L^1(\mu)$ das Resultat $q(l(f))$ geliefert. q sollte dabei prinzipiell die Eigenschaft $q \circ q = q$ besitzen und monoton steigend sein. Bei realen Kameras ist meist eine logarithmische *Umskalierungsfunktion* $\varphi : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ nachgeschaltet, da die skalierten Werte der Wahrnehmung des Menschen wesentlich besser angepasst sind. Es ist also damit zu rechnen, anstatt $q(l(f))$ das Resultat $q(\varphi(l(f)))$ zu erhalten. In [Haa00] wird eine Methode beschrieben, solche Effekte durch eine Helligkeitsskalierung auszugleichen, d.h. zu linearisieren bzw. umzukehren. Deshalb werden die Umskalierungen von Sensorergebnissen im Folgenden nicht berücksichtigt.

Ist q eine Quantisierungsfunktion und $f \in L^1((\mu_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}})$, so wird die Familie

$$(q(l_{i,j}(f)))_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}}$$

als *digitales Bild* bezeichnet mit entsprechenden Sensorfunktionalen $l_{i,j}$ und Sensormäßen $\mu_{i,j}$. Das Paar $(i, j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}$ wird auch *Pixelindex* genannt, wobei $n, m \in \mathbb{N}_1$.

Zur Vereinfachung der weiteren Modellierung werden folgende Annahmen getroffen. Die in Gleichung 3.24 eingeführte Gewichtungsfunktion wird auch *Faltungskern* genannt, falls sie für jedes Pixel mit Index $(i, j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}$ identisch ist. Diese wird hier als konstant 1 angenommen. Es kann zusätzlich angenommen werden, dass die Sensormäße $\mu_{i,j}$ ($(i, j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}$) der Einzelsensoren der Kamera zeithomogen sind, d.h. es gibt ein Maß $\alpha_{i,j}$ auf der Apertur $A_{i,j} \subseteq \mathbb{R}^2$ des Sensors, so dass für das von τ abhängige Sensorfunktional gilt:

$$f \in L^1((\mu_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}}) \quad \forall (i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m} \quad \int_{A_{i,j} \times [t_0, t_0 + \tau]} f d\mu_{i,j} = \int_{t_0}^{t_0 + \tau} \int_{A_{i,j}} f(x, y, t) d\alpha_{i,j}(x, y) dt.$$

Ist die Lichtleistungsdichte für eine ausreichend große Zeitspanne $\sigma > \tau$ konstant folgt

$$f \in L^1((\mu_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}}) \quad \forall (i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m} \quad \int_{A_{i,j} \times [t_0, t_0 + \tau]} f d\mu_{i,j} = \tau \cdot \int_{A_{i,j}} f(x, y, t_0) d\alpha_{i,j}(x, y),$$

d.h. das Analogsignal des Sensors ist proportional zur Belichtungsdauer. Die Proportionalitätskonstante wird in dieser Arbeit ebenfalls als konstant 1 angenommen. Die in Gleichung 3.24 definierte Größe Ladung vereinfacht sich demnach zu

$$l(f) = \int_A f(x, y, t_0) d\alpha(x, y),$$

wobei α das Maß auf der Apertur A des Sensors bezeichnet.

Das Integral der Sensorinputfunktion über die Fläche A ist nicht direkt berechenbar. Eine differenzierbare Funktion kann aber aufgrund der Taylorapproximation mit Polynomen approximiert werden. Die Berechnung des Integrals erfolgt daher mit Hilfe der Gauß-Quadratur, die für Polynome bis zu einem bestimmten Grad exakt ist. Für zwei nicht leere Intervalle $I_1, I_2 \subseteq \mathbb{R}$ wird das kartesische Produkt $Q = I_1 \times I_2 \subseteq \mathbb{R}^2$ als 2-dimensionaler Quader bezeichnet. Seien nun

$V_1 \subseteq \mathcal{F}(I_1, \mathbb{R})$ und $V_2 \subseteq \mathcal{F}(I_2, \mathbb{R})$ zwei endlich-dimensionale Vektorräume mit den Basen $B_1 = (b_1, \dots, b_m)$ und $B_2 = (c_1, \dots, c_n)$. Das Tensorprodukt $V_1 \otimes V_2$ wird dann definiert als

$$V_1 \otimes V_2 = \text{VR}(\{b_i \otimes c_j \mid i \in \mathbb{Z}_{1,m}, j \in \mathbb{Z}_{1,n}\}), \text{ wobei } b_i \otimes c_j(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} b_i(x) \cdot c_j(y).$$

$$f \in V_1 \otimes V_2 : f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} (b_i \otimes c_j).$$

In [Pis03] wurde hergeleitet, dass für einen 2-dimensionalen Quader, $m \in \mathbb{N}_1$ und zwei positiven Linearformen $l_1 : \mathcal{P}_{2m}(I_1, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ und $l_2 : \mathcal{P}_{2m}(I_2, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, die auf $\mathcal{P}_{2m-1}(I_i, \mathbb{R})$, $i \in \mathbb{Z}_{1,2}$ strikt positiv sind, reelle Zahlen $x_1^{(1)}, \dots, x_m^{(1)} \in I_1$, $x_1^{(2)}, \dots, x_m^{(2)} \in I_2$, $\alpha_1^{(1)}, \dots, \alpha_m^{(1)} \in]0, \infty[$, $\alpha_1^{(2)}, \dots, \alpha_m^{(2)} \in]0, \infty[$ existieren, so dass für

$$l : \mathcal{P}_{2m-1}(I_1, \mathbb{R}) \otimes \mathcal{P}_{2m-1}(I_2, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, \quad l = l_1 \otimes l_2$$

gilt

$$\forall_{p \in \mathcal{P}_{2m-1}(I_1, \mathbb{R}) \otimes \mathcal{P}_{2m-1}(I_2, \mathbb{R})} l(p) = \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \alpha_{i_1}^{(1)} \cdot \alpha_{i_2}^{(2)} p(x_{i_1}^{(1)}, x_{i_2}^{(2)}).$$

Speziell für $m = 2$ und für die beiden Linearformen l_1, l_2 mit

$$l_1 : \mathcal{P}_3(I, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R} : p \mapsto \int_I p(x) dx$$

und

$$l_2 : \mathcal{P}_3(J, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R} : q \mapsto \int_J q(y) dy$$

und den nicht leeren Intervallen $I, J \subseteq \mathbb{R}$ existieren also $x_1, x_2 \in I$, $y_1, y_2 \in J$, $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in]0, \infty[$, so dass für $l : \mathcal{P}_3(I, \mathbb{R}) \otimes \mathcal{P}_3(J, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R} : l = l_1 \otimes l_2$ gilt:

$$\forall_{h \in \mathcal{P}_3(I, \mathbb{R}) \otimes \mathcal{P}_3(J, \mathbb{R})} l(h) = \alpha_1 \beta_1 h(x_1, y_1) + \alpha_1 \beta_2 h(x_1, y_2) +$$

$$\alpha_2 \beta_1 h(x_2, y_1) + \alpha_2 \beta_2 h(x_2, y_2).$$

Da $\mathcal{P}_3(I \times J, \mathbb{R})$ ein Untervektorraum von $\mathcal{P}_3(I, \mathbb{R}) \otimes \mathcal{P}_3(J, \mathbb{R})$ ist, kann die Linearform l auf $\mathcal{P}_3(I \times J, \mathbb{R})$ eingeschränkt werden. Für $I = [a, b]$, $J = [c, d]$ gilt für $h \in \mathcal{P}_3(I \times J, \mathbb{R})$

$$\int_c^d \int_a^b h(x, y) dx dy = \frac{b-a}{2} \frac{d-c}{2} (h(a+\xi, c+\rho) + h(a+\xi, d-\rho) +$$

$$+ h(b-\xi, c+\rho) + h(b-\xi, d-\rho)), \quad (3.25)$$

wobei $\xi = \frac{1}{6}(b-a)(3-\sqrt{3})$ und $\rho = \frac{1}{6}(d-c)(3-\sqrt{3})$ (vgl. [Pis03]). Es ist also möglich, das Integral von Polynomen vom Grad ≤ 3 über einen rechteckigen Bereich durch Auswertung an 4 Punkten zu bestimmen.

Die anschließende Quantisierung der berechneten Lichtleistungsdichten wird durch eine uniforme Skalierung $q : [0, \infty[\rightarrow [0, 255]$ mit

$$q(x) = \left[\left(\frac{x}{l_{max}} \cdot 255 \right) + \frac{1}{2} \right]$$

realisiert, wobei $[\cdot]$ die Gauß-Klammer ist und $l_{max} = \max_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}} (l_{i,j}(f))$ die maximale Lichtleistungsdichte.

3.4.2 Kameramodellierung

Ein 3D-Punkt wird mit Hilfe des Lochkameramodells auf die Sensorfläche abgebildet. Dieses Modell beschreibt die Projektion $\Pi : \mathbb{R}^2 \times]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}^2$ eines 3D-Punktes auf einen 2D-Bildpunkt in der Bildebene A , der Sensorfläche (vgl. Abbildung 3.25).

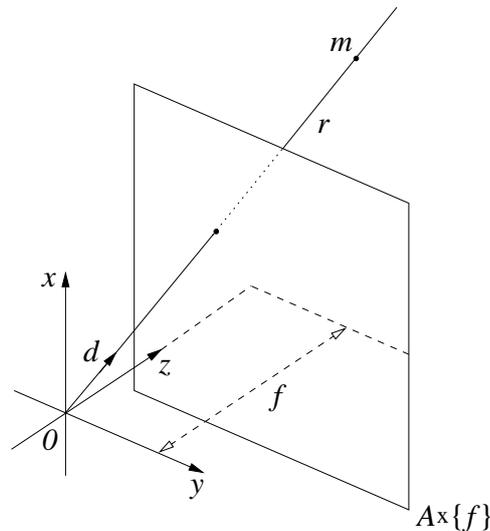


Abbildung 3.25: Lochkameramodell und perspektivische Projektion

$0 \notin A \times \{f\}$ ist das Projektionszentrum und der Ursprung des Kamerakoordinatensystems (kartesisches Koordinatensystem). Die z -Achse steht dabei senkrecht auf der Bildebene und wird auch als *optische Achse* bezeichnet, die x - und y -Achsen sind parallel zur Bildebene. Der Schnittpunkt der optischen Achse mit der Bildebene ist das so genannte *optische Zentrum* der Kamera. Der Parameter

f bezeichnet den Abstand zwischen der Bildebene und dem Projektionszentrum und wird *Brennweite* der Kamera genannt. Die Abbildung Π lässt sich nun schreiben als

$$\Pi(x, y, z) = \left(f \frac{x}{z}, f \frac{y}{z}\right)$$

Dieses einfache Kameramodell ist aber für reale Kameras viel zu ungenau. Deshalb wurde das Lochkameramodell durch komplexere Modelle ersetzt. Von Tsai (vgl. [Tsa87]) stammt beispielsweise eine Modellierung, welche die Abbildung Π zwischen Punkten eines gegebenen 3D Koordinatensystems und ihren Pixelpositionen in der Bildebene in folgende vier Einzeltransformationen zerlegt:

- Transformation $\Pi_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ zwischen einem gegebenen 3D Koordinatensystem (Weltkoordinatensystem) in das Kamerakoordinatensystem, die durch eine Rotation R und eine Translation t beschrieben wird
- Perspektivische Projektion $\Pi_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ der transformierten Punkte auf die Bildebene einer idealen Lochkamera,
- Nachträgliche Korrektur $\Pi_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die Punktpositionen bezüglich der idealen Lochkamera in verzeichnungsbehaftete (tangential, radial) Punktkoordinaten einer Lochkamera umrechnet und, schließlich,
- Nachträgliche Korrektur $\Pi_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die verzeichnungsbehaftete Punktkoordinaten in Pixel-Koordinaten des realen optischen Systems umwandelt.

Die zur Abbildung Π_1 gehörigen Parameter (Rotationswinkel, Translationsvektor) werden *extrinsische*, die restlichen Parameter der Abbildungen Π_2, Π_3 und Π_4 werden *intrinsische* Kameraparameter genannt. Sowohl die extrinsischen als auch die intrinsischen Parameter werden durch eine Kamerakalibrierung ermittelt (vgl. [Tsa87]). Das Gesamtmodell der Kamera kann nun als Komposition $\Pi = \Pi_4 \circ \Pi_3 \circ \Pi_2 \circ \Pi_1$ geschrieben werden.

Die Abbildung Π_2 beschreibt die Projektion eines 3D-Punktes auf die 2D-Bildebene. Deshalb werden alle Punkte auf der Geraden

$$\{m \in \mathbb{R}^3 \mid m = \lambda d, \lambda \in \mathbb{R}\}$$

durch das Projektionszentrum mit Hilfe der Projektion Π auf den Bildpunkt $\Pi(m)$ abgebildet. Das Urbild Π^{-1} jedes Bildpunktes ist der Sichtstrahl, auf dem der zugehörige 3D-Punkt liegt. Bei realen optischen Systemen sind natürlich nur Punkte relevant, die sich vor der Kamera befinden. Im Folgenden wird deshalb ein zu einem Bildpunkt gehöriger Sichtstrahl r durch

$$r = \{m \in \mathbb{R}^3 \mid m = \lambda d, \lambda \in \mathbb{R}, \lambda \geq 0, \|d\| = 1\}$$

definiert.

3.5 Simulation der Lichtreflexion an Spline-Oberflächen

In den beiden Abschnitten 3.4.1 und 3.4.2 wurde das in dieser Arbeit verwendete Sensor- bzw. Kameramodell eingeführt. Damit wird beschrieben, wie sich der Grauwert eines Pixels auf der Sensorfläche einer Kamera berechnen lässt. Für die Berechnung wird der von der Oberfläche reflektierte Lichtanteil benötigt, d.h. die auf ein Pixel auftreffende Lichtleistung. Diese wird mit Hilfe der in Abschnitt 3.3 erläuterten Beleuchtungsgleichung ermittelt. Da die Auswertung der Gleichung an einem 3D-Objektpunkt erfolgt, muss dieser Punkt durch eine Schnittpunkt-berechnung ermittelt werden. Dazu wird der zu einem Pixel gehörige Sichtstrahl mit der Objektoberfläche geschnitten. In dieser Arbeit werden Freiformflächen verwendet, die durch eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dargestellt werden können bzw. durch einen Tensorprodukt-B-Spline. Deshalb werden im Folgenden kurz die notwendigen Definitionen und Eigenschaften von Splines erläutert (vgl. [Zim97]). Für eine ausführlichere Darstellung sei auf [Don03] bzw. [DeB78] verwiesen.

Sei $I = [a, b] \subseteq \mathbb{R}$ ein nicht-leeres Intervall. Eine Funktion $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ heißt polynomieller Spline vom Grad $k \in \mathbb{N}$ (bzw. der Ordnung $k+1$) mit Knotensequenz $\tau = (\tau_0, \dots, \tau_n)^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ und Glattheitsbedingung $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_{n-1})^T \in \mathbb{Z}_{0,k+1}^{n-1}$, wenn gilt

- (a) $\tau_0 = a, \tau_n = b,$
- (b) $\forall_{i \in \mathbb{Z}_{0,n-1}} \tau_i < \tau_{i+1},$
- (c) $\forall_{i \in \mathbb{Z}_{0,n-1}} f|_{[\tau_i, \tau_{i+1}[} \in \mathcal{P}_k([\tau_i, \tau_{i+1}[, \mathbb{R})$
- (d) f ist für $i \in \mathbb{Z}_{1,n-1}$ an der Stelle τ_i mindestens $(\nu_i - 1)$ -mal differenzierbar, falls $\nu_i - 1 \geq 1$, bzw. stetig, falls $\nu_i - 1 = 0$, bzw. unstetig, falls $\nu_i - 1 = -1$.

Die Menge aller polynomieller Splinefunktionen mit diesen Eigenschaften heißt Spliner Raum vom Grad k mit Knotensequenz $\tau = (\tau_0, \dots, \tau_n)^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ und Glattheitsbedingung $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_{n-1})^T \in \mathbb{Z}_{0,k+1}^{n-1}$ und wird mit $\mathbb{P}_{k,\tau,\nu}$ abgekürzt.

Die Menge $\mathbb{P}_{k,\tau,\nu}$ ist ein Vektorraum der Dimension

$$n(k+1) - \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i.$$

Der Beweis ist in [DeB78] zu finden.

B-Splines werden über dividierte Differenzen definiert. Die k -te dividierte Differenz einer genügend oft differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an den Stellen $s_0, \dots, s_k \in \mathbb{R}$ ist definiert als der führende Koeffizient (Koeffizient von x^k) des eindeutig bestimmten Polynoms $p \in \mathcal{P}_k(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ für das gilt:

$$\forall_{i \in \mathbb{Z}_{0,k}} \quad \forall_{j \in \mathbb{Z}_{0,m-1}} : f^{(j)}(s_i) = p^{(j)}(s_i), \quad m = |\{l \in \mathbb{Z}_{0,k} \mid s_l = s_i\}|.$$

$f^{(j)}$ bezeichne hierbei die j -te Ableitung der Funktion f für $j > 0$ und $f^{(0)} = f$. Die angegebene dividierte Differenz wird mit $[s_0, \dots, s_k]f$ bezeichnet.

Der (normalisierte) B-Spline $N_{i,k+1,t} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vom Grad k für $i \in \mathbb{Z}_{0,n-k-1}$, $n, k \in \mathbb{N}_1, n > k$ ist definiert als

$$N_{i,k+1,t}(x) = (t_{i+k+1} - t_i)[t_i, \dots, t_{i+k+1}]f_x,$$

wobei $t = (t_0, \dots, t_n)^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ und $t_i < t_{i+k+1}$ für $i \in \mathbb{Z}_{0,n-k-1}$ und $f_x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f_x(y) = (\max\{0, y - x\})^k$ definiert ist.

Die B-Splines $N_{i,k+1,t}$ besitzen folgende Eigenschaften:

- (a) $N_{i,k+1,t}(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
- (b) $N_{i,k+1,t}(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R} \setminus [t_i, t_{i+k+1}]$.
- (c) $N_{i,k+1,t} > 0$ für alle $x \in]t_i, t_{i+k+1}[$.
- (d) $\sum_{i=0}^{n-k+1} N_{i,k+1,t}(x) = 1$ für alle $x \in [t_k, t_{n-k}]$.
- (e) $N_{i,1,t} = \begin{cases} 1, & x \in [t_i, t_{i+1}[\\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$
 $N_{i,k+1,t}(x) = \frac{x-t_i}{t_{i+k}-t_i} N_{i,k,t}(x) + \frac{t_{i+k+1}-x}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} N_{i+1,k,t}(x)$
- (f) $N'_{i,k+1,t} = k \left(\frac{N_{i,k,t}}{t_{i+k}-t_i} - \frac{N_{i+1,k,t}}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} \right)$

Setzt man $l = n + 2k + \sum_{i=1}^{n-1} (k - \nu_i) = k + n(k + 1) - \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i$ und definiert man $r = (r_1, \dots, r_n) \in \mathbb{R}^n$ durch

1. $r_1 = k + 1$
2. $r_{i+1} = r_i + ((k + 1) - \nu_i)$ für $i \in \mathbb{Z}_{2,n}$

dann ist für alle $t = (t_0, \dots, t_l) \in \mathbb{R}^{l+1}$ mit den Eigenschaften

1. $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_k = a$
2. $t_j = \tau_i$ für $i \in \mathbb{Z}_{1,n-1}$ und $j = r_i, \dots, r_{i+1} - 1$, falls $r_{i+1} > r_i$
3. $b = t_{l-k} \leq t_{l-k+1} \leq \dots \leq t_l$

die Menge $\{\hat{N}_{i,k+1,t} \mid i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}\}$ eine Basis von $\mathbb{P}_{k,\tau,\nu}$, wobei

$$\forall_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}} : \hat{N}_{i,k+1,t} = N_{i,k+1,t} \Big|_{[t_k, t_{l-k}]}$$

Der Beweis ist in [DeB78] zu finden.

Aufgrund der Beziehungen zwischen τ, ν und t wird zur Definition von Splineräumen üblicherweise der Vektor t (mit Knotenvervielfachungen) angegeben. Er wird dann als Knotenvektor bezeichnet und seine Komponenten als Knotenpunkte (breakpoints). Mit den oben eingeführten Bezeichnungen lässt sich der Splineraum schreiben als

$$\mathbb{P}_{k,t} = \left\langle \hat{N}_{0,k+1,t}, \dots, \hat{N}_{l-k-1,k+1,t} \right\rangle,$$

und es gilt $\mathbb{P}_{k,t} = \mathbb{P}_{k,\tau,\nu}$ (vgl.[Zim97]).

Ein Spline $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$ ist also eindeutig in der Form

$$f(x) = \sum_{i=0}^{l-k-1} \alpha_i \hat{N}_{i,k+1,t}(x)$$

darstellbar. Die Folge $(\alpha_i)_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}}$, $\alpha_i \in \mathbb{R}$ heißt Koeffizientenfolge für f .

Im mehrdimensionalen Fall ist das Tensorprodukt von B-Splines zu verwenden. In dieser Arbeit wird von Oberflächen gesprochen, die durch Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ darstellbar sind. Ein Tensorprodukt-B-Spline $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$ ist definiert als

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{l_1-k-1} \sum_{j=0}^{l_2-m-1} \beta_{i,j} (\hat{N}_{i,k+1,p} \otimes \hat{N}_{j,m+1,q})(x, y),$$

wobei die Folge $(\beta_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{0,l_1-k-1} \times \mathbb{Z}_{0,l_2-m-1}}$ wiederum als Koeffizientenfolge bezeichnet wird und k bzw. m der Grad der verwendeten B-Splines ist. p und q bezeichnen die dazugehörigen Knotenvektoren.

Die Schnittpunktberechnung eines Strahls mit einem Tensorprodukt-B-Spline erfolgt numerisch. Dazu ist allerdings ein guter Startwert für die iterative Lösung des Problems notwendig. Es wird die Eigenschaft ausgenutzt, dass die Oberfläche komplett im Inneren der konvexen Hülle der Knotenpunkte des Tensorprodukt-B-Splines liegt (Zerlegung der Eins-Eigenschaft, vgl. [Die93]). Deshalb wird zuerst ein umgebender Quader $Q = I_1 \times I_2 \times I_3 \subseteq \mathbb{R}^3$ gesucht, der die Oberfläche komplett enthält. Die Knotenpunkte des Splines liegen ebenfalls in $I_1 \times I_2 \subseteq \mathbb{R}^2$, d.h. der Träger des Splines liegt in der (x, y) -Ebene. Damit ist die Breite und Tiefe des umgebenden Quaders bekannt. Es muss also nur noch der minimale und maximale z -Wert des Quaders bestimmt werden. Durch Untersuchung der Koeffizientenfolge des Splines lässt sich eine obere bzw. untere Schranke für das Minimum bzw. Maximum der zu untersuchenden Funktion finden. Für einen Spline $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \sum_{i=0}^{l-k-1} \alpha_i \hat{N}_{i,k+1,t}(x)$ gilt nämlich folgender Sachverhalt:

$$\min_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}} (\alpha_i) \sum_{i=0}^{l-k-1} \hat{N}_{i,k+1,t}(x) \stackrel{(\sum \hat{N}_{i,\dots}=1)}{\leq} \sum_{i=0}^{l-k-1} \min_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}} (\alpha_i) \hat{N}_{i,k+1,t}(x) \stackrel{(\hat{N}_{i,\dots} \geq 0)}{\leq} f(x)$$

$$f(x) \stackrel{(\hat{N}_{i,\dots} \geq 0)}{\leq} \sum_{i=0}^{l-k-1} \max_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}} (\alpha_i) \hat{N}_{i,k+1,t}(x) \stackrel{(\sum \hat{N}_{i,\dots}=1)}{\leq} \max_{i \in \mathbb{Z}_{0,l-k-1}} (\alpha_i) \sum_{i=0}^{l-k-1} \hat{N}_{i,k+1,t}(x).$$

Entsprechendes gilt natürlich auch bei Tensorprodukt-B-Splines.

Der umgebende Quader wird anschließend sukzessive durch Ebenen parallel zur (x, z) -, (x, y) - bzw. (y, z) -Ebene in Paare von kleineren Teilquadern zerlegt, indem die Seitenlängen halbiert werden. Dabei entsteht ein Binärbaum von Quadern (vgl. Abbildung 3.26 bzw. Abbildung 3.27). Eine Aufteilung eines Quaders

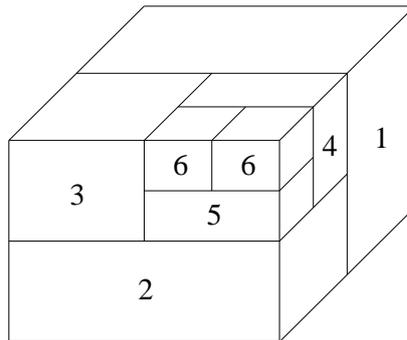


Abbildung 3.26: Umgebender Quader mit Aufteilung

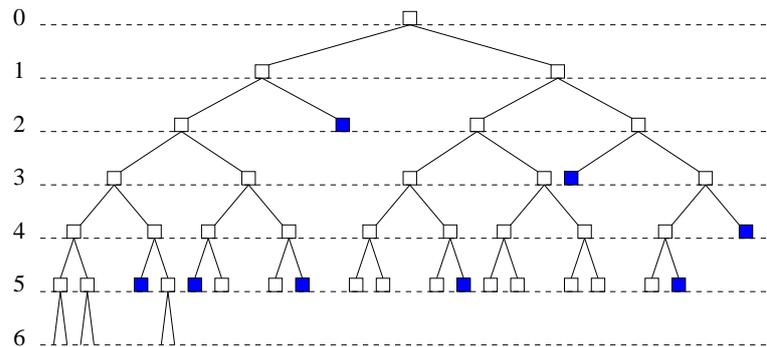


Abbildung 3.27: Binärbaum

erfolgt immer dann, wenn ein Teil der Oberfläche darin enthalten ist. Die Unterteilung geht so lange weiter, bis kein Quader mehr aufgeteilt werden kann oder bis eine vorher festgelegte Tiefe (Level) des Baumes erreicht ist. Abbildung 3.27 zeigt die Aufteilung eines umgebenden Quaders bis Tiefe 6. Der Knoten auf Level 0 entspricht dem umgebenden Quader, also der Wurzel des Baums. Die ausgefüllten Rechtecke symbolisieren die Blätter des Baums, also Quader, die nicht mehr geteilt werden können. Der Tensorprodukt-B-Spline muss innerhalb der entstandenen Quader verlaufen. Abbildung 3.28 zeigt die Aufteilung einer Spline-Funktion in einzelne Quader. Der dazugehörige Binärbaum enthält insgesamt 15616 Knoten (Teilquader), wobei 4995 davon Blätter sind. Diese Quader sind in der Abbildung zu sehen.

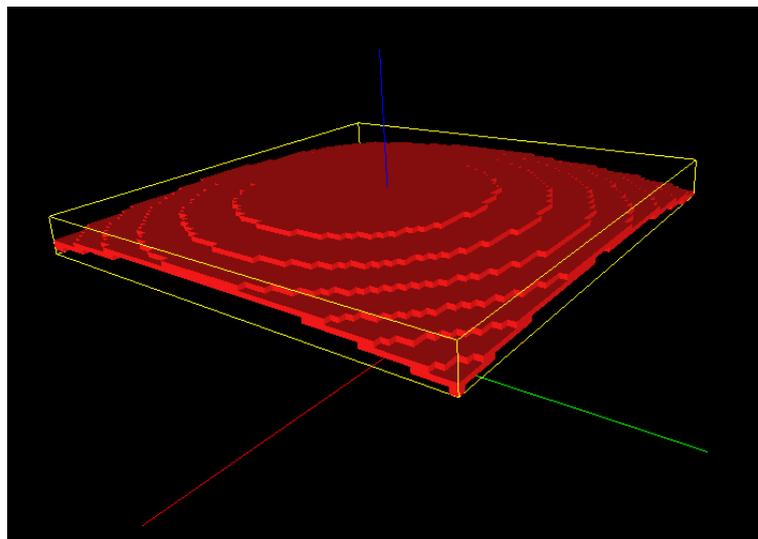


Abbildung 3.28: Ein durch Quader repräsentierter Tensorprodukt-B-Spline

Um festzustellen, ob ein Sichtstrahl $r = \{m \in \mathbb{R}^3 \mid m = \lambda d, \lambda \in \mathbb{R}, \lambda \geq 0, \|d\| = 1\} \subseteq \mathbb{R}^3$ die gesuchte Oberfläche schneidet, werden zuerst die Schnittpunkte des entsprechenden Strahls mit den Quadern in den Blättern des Baumes bestimmt. Der Schnitt einer Gerade mit der Oberfläche eines Quaders liefert maximal zwei Schnittpunkte. Diese beiden Schnittpunkte liefern eine Eingrenzung, genauer gesagt ein Intervall $[\lambda_1, \lambda_2]$, das für die weitere Suche nach dem tatsächlichen Schnittpunkt des Strahls mit der Oberfläche genutzt wird (vgl. Abbildung 3.29). Der Schnitt eines Strahls mit einem Tensorprodukt-B-Spline

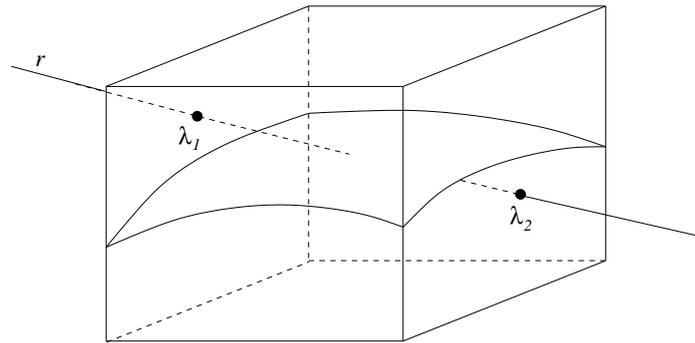


Abbildung 3.29: Schnitt eines Sichtstrahls mit einem Teilquader

lässt sich folgendermaßen darstellen.

Sei p also ein Tensorprodukt-B-Spline. $G_p = \{(x, p(x)) \mid x \in \mathbb{R}^2\}$ bezeichne den Graph der Funktion p . Gesucht ist nun ein Punkt $Z \in G_p \cap r$, d.h. der Punkt $Z \in \mathbb{R}^3$ muss die beiden Gleichungen $Z = (x_0, p(x_0))$ und $Z = \lambda_0 \cdot d$ erfüllen. Wie man leicht nachrechnen kann, lässt sich die Suche nach dem Schnittpunkt in ein Nullstellenproblem überführen. Sei

$$g : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$\lambda \mapsto p(\lambda \cdot d_1, \lambda \cdot d_2) - (\lambda \cdot d_3).$$

Gesucht ist also ein λ_0 mit $g(\lambda_0) = 0$. Der erste Schnittpunkt eines Sichtstrahls mit der Oberfläche ergibt sich dann aus der kleinsten Nullstelle dieses Problems. Zur Ermittlung der Nullstelle werden bekannte Verfahren aus der Numerik herangezogen. Durch Bildung einer Sturmschen Kette auf dem Intervall $[\lambda_1, \lambda_2]$ lassen sich die Intervalle ermitteln, in denen sich mögliche Nullstellen befinden. Auf diesen Intervallen kann dann das Newton- bzw. Bisektionsverfahren angewandt werden, um die jeweilige Nullstelle zu finden (vgl. [Don05]).

Mit den in diesem Kapitel beschriebenen Verfahren ist es möglich, ein simuliertes Bild einer spezifizierten Szene zu berechnen, genauer gesagt die Reflexion

von Lichtquellen an Freiformflächen. Dabei müssen folgende Faktoren bekannt sein:

- Kameramodell (intrinsische und extrinsische Kameraparameter)
- Lichtquellen (Position, Parameter)
- Beleuchtungsmodell (Modellparameter)
- Oberflächenparameter (Splinekoeffizienten; hier: Splines maximal 3. Grades)

Die Kamera, Lichtquellen- und Beleuchtungsmodellparameter werden über einen Kalibrierprozess ermittelt (vgl. [Tsa87], [KHC00]). Mit Hilfe des Kameramodells werden die zu einem Pixel gehörigen Sichtstrahlen berechnet. Um den Grauwert eines Pixels zu bestimmen, werden Sichtstrahlen durch die durch die Gauß-Quadratur ermittelten Stellen (siehe Gleichung 3.25) mit der Oberfläche geschnitten und die reflektierte Lichtintensität an den Schnittpunkten mit Hilfe des beschriebenen Beleuchtungsmodells (siehe Gleichung 3.23) berechnet. Der Grauwert ergibt sich dann als Integral über die spezifizierte Sensorfläche nach Gleichung 3.25 und anschließender Quantisierung mit Hilfe der in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen uniformen Skalierung. Für ein komplettes Bild ist dieser Vorgang über die ganze Sensorfläche zu iterieren (vgl. Abbildung 3.30). Diese Vorgehensweise entspricht dem aus der Computergraphik bekannten Strahlverfolgungsverfahren (Raytracing). Falls kein Schnittpunkt zwischen einem Sichtstrahl und der Objektoberfläche existiert, wird das entsprechende Pixel auf die Farbe des Hintergrunds gesetzt, in dieser Arbeit schwarz.

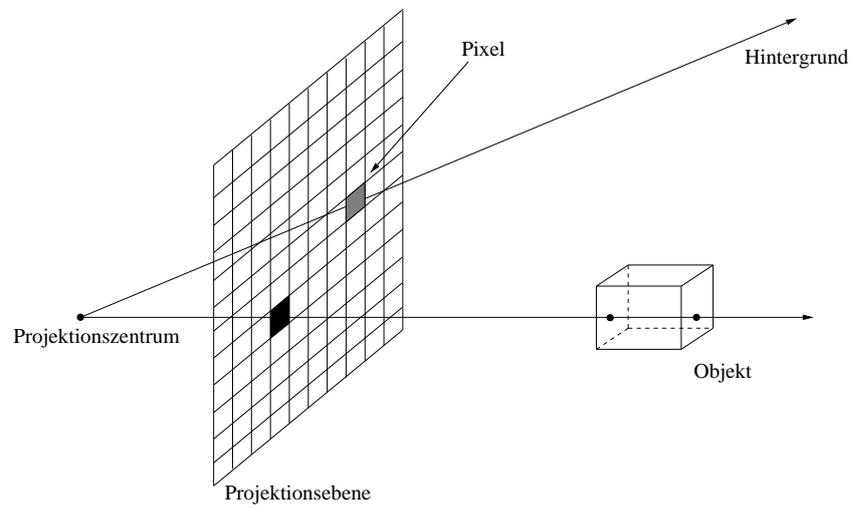


Abbildung 3.30: Strahlverfolgung durch jedes Pixel

Kapitel 4

Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen

Die Oberflächenrekonstruktion spiegelnder Objekte mit Hilfe optischer Verfahren ist ein schwieriges Problem, da die Oberfläche selbst nicht sichtbar ist. Ein Beobachter nimmt nur die Wirkung wahr, die das Objekt auf das einfallende Licht ausübt. Aus diesem Grund werden hauptsächlich taktile Messverfahren verwendet, um total reflektierende Oberflächen zu vermessen.

In diesem Kapitel wird ein Verfahren beschrieben, das es ermöglicht, sowohl die Oberflächenform als auch die absolute 3D-Lage eines spiegelnden Objekts zu rekonstruieren. Die geschilderten Ausführungen stützen sich im Wesentlichen auf die theoretische Herleitung in [Don04]. Das Hauptaugenmerk liegt auf der praktischen Realisierung der geschilderten Rekonstruktionsmethode (vgl. [KD04]).

Es werden zwei Kameras verwendet, welche die Reflexion mehrerer regelmäßig angeordneter Lichtquellen beobachten (vgl. Abbildung 4.1). Wendet man das

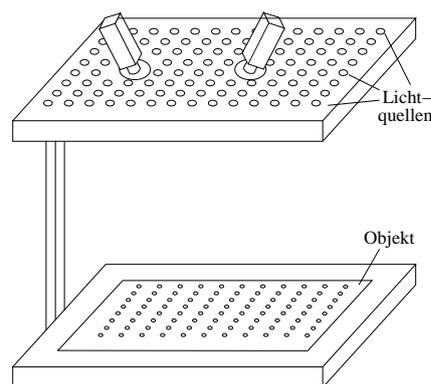


Abbildung 4.1: Aufbau des Systems

aus der klassischen Stereorekonstruktion bekannte Triangulationsprinzip an, wird

nicht der Punkt auf der Oberfläche rekonstruiert, sondern sein virtuelles Abbild (vgl. Abbildung 4.2). Deshalb wird in den folgenden Abschnitten erläutert,

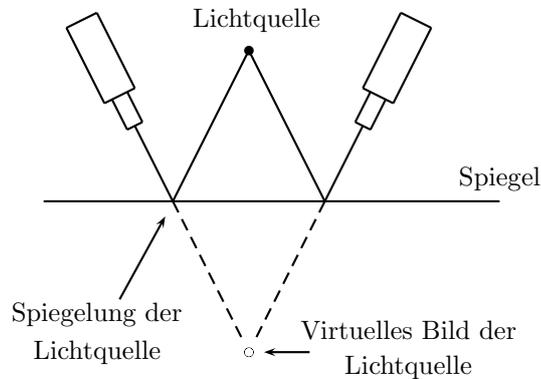


Abbildung 4.2: Rekonstruktion eines virtuellen Merkmals

wie dieses Problem gelöst werden kann. In Abschnitt 4.1 werden zunächst die notwendigen Voraussetzungen für eine optische Vermessung spiegelnder Objekte erläutert. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 4.2 genauer untersucht, welche Information aus einem aufgenommenen Bild einer einzelnen Kamera gewonnen werden kann. Die erzielten Ergebnisse werden dann in Abschnitt 4.3 auf ein Stereosystem erweitert und in Abschnitt 4.3.2 wird ein Algorithmus vorgestellt, mit dessen Hilfe total reflektierende Freiformflächen rekonstruiert werden können. Die erzielten Ergebnisse werden schließlich in Abschnitt 4.3.3 präsentiert.

4.1 Voraussetzungen

Die optische Vermessung spiegelnder Oberflächen ist nur unter bestimmten Nebenbedingungen möglich. Da digitale Kameras bzw. die verwendeten Objektive, bedingt durch den Produktionsprozess, optische Verzeichnungen aufweisen und zusätzlich zu der Objektform auch die absolute Lage des Objekts im Raum bestimmt werden soll, ist es notwendig, die Kameras zu kalibrieren. Sind die extrinsischen und die intrinsischen Parameter bekannt, so kann zu einem Bildpixel der zugehörige Sichtstrahl angegeben werden. Da in dieser Arbeit ein Stereo-System verwendet wird, muss zudem die Stellung der Kameras zueinander kalibriert werden. Die Kalibrierung der einzelnen Kameras, speziell die intrinsischen Kameraparameter, können mit Hilfe von [Zha00] bestimmt werden. Die Bestimmung der Position der beiden Kameras, d.h. die extrinsischen Parameter, können mit dem in [HGP04] vorgestellten Verfahren berechnet werden.

Zusätzlich muss diffuses Licht verwendet werden, da sich die Kamera ansonsten für jede Lichtquelle genau in der Richtung des Totalreflexionsstrahls befinden

muss, um die Reflexion detektieren zu können. Auch die Positionen der verwendeten Lichtquellen im Raum müssen bekannt sein und die Lichtquellen müssen eindeutig identifizierbar sein. Zur Erklärung dieses Sachverhalts stelle man sich folgende Situation vor. In einem dunklen Raum befindet sich an fest vorgegebenen Positionen eine Kamera und eine Lichtquelle. An einer unbekanntem Stelle im Raum ist ein Spiegel angebracht. Wird die Lichtquelle angeschaltet, so ist ein winziger Lichtpunkt zu beobachten (vgl. Abbildung 4.3), d.h. man kennt nur die

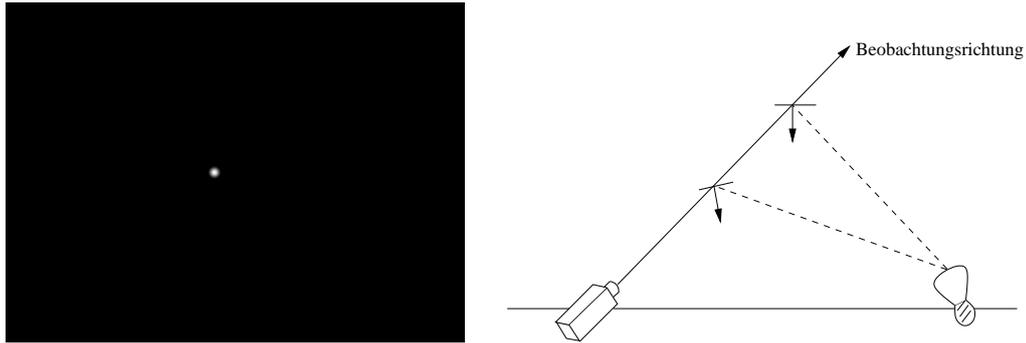


Abbildung 4.3: Reflexion einer Punktlichtquelle

Richtung (den Beobachtungsstrahl), in der sich der unbekanntem Spiegel befinden muss. Da die Lichtquellenposition bekannt ist, kann die Oberflächennormale entlang der Beobachtungsrichtung aufgrund des Totalreflexionsgesetzes (Einfallswinkel = Ausfallswinkel) berechnet werden. Bei unbekanntem Lichtquellenpositionen kann nichts mehr über die zu rekonstruierende Oberfläche ausgesagt werden, da entlang eines Beobachtungsstrahls beliebige Oberflächennormale möglich sind (vgl. Abbildung 4.4). Die Ermittlung der Position der Lichtquellen kann mit Hilfe

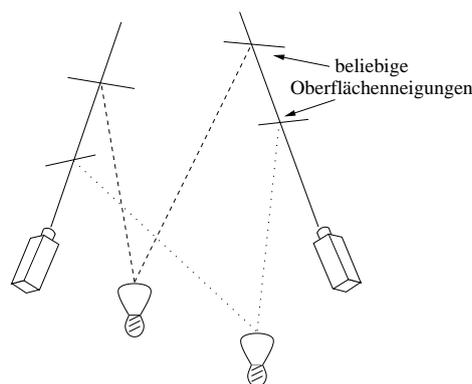


Abbildung 4.4: unbekanntem Lichtquellenpositionen

eines planaren Spiegels erfolgen, dessen 3D-Position bekannt ist. Die Lichtquel-

len erzeugen ein regelmäßiges Muster auf dem Spiegel wodurch das Problem auf ein Prototyp-Passproblem zurückgeführt werden kann, das durch Zuhilfenahme von Methoden aus [Don97] gelöst werden kann. Die Identifizierung der einzelnen Lichtquellen läßt sich durch die Verwendung eines Binärschemas erreichen (vgl. [NSWS90]). Um $2^n - 1$ Lichtquellen unterscheiden zu können, sind n Aufnahmen der Szene nötig, wobei entsprechende Lichtquellen angeschaltet sind.

Für die zu rekonstruierenden Oberflächen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wird die Annahme getroffen, dass sie glatt (stetig differenzierbar) sind und dass jeder Punkt der Oberfläche einsehbar ist, d.h. die Oberfläche überdeckt sich nicht selbst und eine Oberflächentangente ist nicht parallel zur z -Achse des entsprechenden Koordinatensystems. Zusammenfassend werden in dieser Arbeit also folgende Nebenbedingungen für das Rekonstruktionsproblem gefordert:

- bekannte Beobachterpositionen
- bekannte Lichtquellenpositionen (im Bezug auf die Kamerakoordinatensysteme), Identifizierbarkeit der Lichtquellenposition, Punktlichtquellen
- differenzierbare Oberfläche, keine Selbstüberdeckungen

4.2 Beobachtung einer einzelnen Kamera

Um einen Algorithmus für die optische Vermessung total reflektierender Oberflächen entwerfen zu können, wird zunächst genauer untersucht, wie groß der Informationsgehalt in einem Bild einer einzelnen digitalen Kamera ist, welche die Reflexion von Punktlichtquellen an spiegelnden Objekten beobachtet. Die Beobachtungsrichtung und die Position des optischen Zentrums der Kamera O sowie der Lichtquelle L ist aufgrund der gemachten Annahmen bekannt. Abhängig vom Abstand des Reflexionspunktes zum optischen Zentrum O lässt sich die Oberflächennormale mit Hilfe des Totalreflexionsgesetzes berechnen (s.o.). Andererseits bilden die Lichtquellen- und Kameraposition sowie der Reflexionspunkt eine Ebene. Setzt man die Kamera- bzw. Lichtquellenposition als Brennpunkte einer Ellipse, so stellt man aufgrund der Brennpunkteigenschaft von Ellipsen fest, dass ein Lichtstrahl, der von einem Brennpunkt ausgeht und an der Ellipse reflektiert wird, den anderen Brennpunkt (die Kamera) trifft. Die Normale in einem Punkt der Ellipse ist also identisch mit der Normalen der unbekanntes Oberfläche in diesem Punkt, da die eingehenden und ausgehenden Lichtstrahlen identisch sind. Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 4.5 zwei konfokale Ellipsen für verschiedene Abstände zum optischen Zentrum der Kamera dargestellt. Im Folgenden wird erläutert, wie sich die Oberflächennormale analytisch entlang eines Beobachtungsstrahls bestimmen läßt, indem die Brennpunkteigenschaft von Ellipsen (2D) bzw. von Rotationsellipsoiden (3D) ausgenutzt wird.

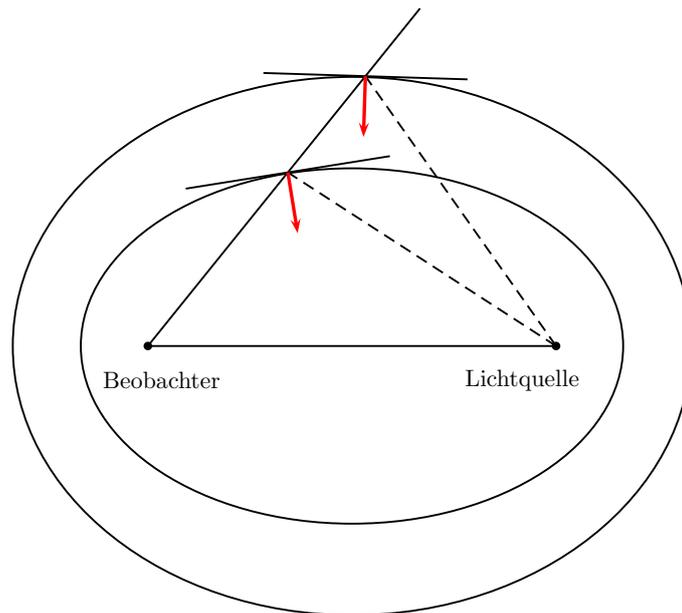
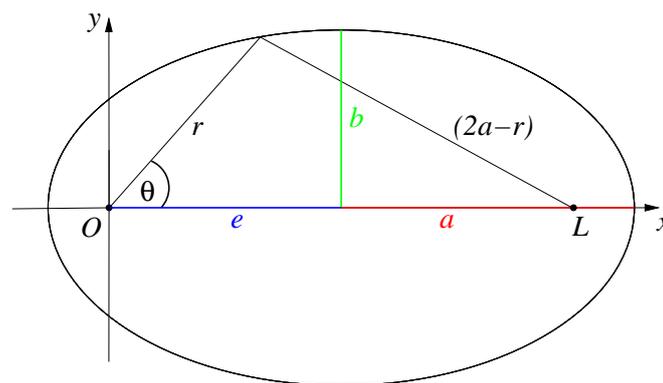


Abbildung 4.5: Normalen der Ellipse

4.2.1 Bestimmung der Oberflächennormale

Wählt man ein orthonormales affines zweidimensionales Koordinatensystem mit dem Ursprung in O , wobei die Kamera und die Lichtquelle auf der x -Achse liegen (vgl. Abbildung 4.6), so stellt man fest, dass für eine weitere Untersuchung der Reflexion an spiegelnden Oberflächen eine Polarkoordinatendarstellung der Ellipsengleichung die beste Wahl ist. Diese läßt sich leicht mit Hilfe des Kosinussatzes herleiten. Mit den in Abbildung 4.6 eingeführten Bezeichnungen ($a > e$,

Abbildung 4.6: Ellipse mit den Brennpunkten O und L

$a, b, e, r \in]0, \infty[$) erhält man:

$$(2a - r)^2 = r^2 + (2e)^2 - 2 \cdot (2e) \cdot r \cdot \cos \theta.$$

Nach geeigneter Umformung und wegen $a^2 - e^2 = b^2$ erhält man

$$r = \frac{b^2}{a - e \cos \theta},$$

also lässt sich eine Ellipse in Polarkoordinaten als $r : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$r(\theta) = \frac{b^2}{a - e \cdot \cos \theta} \quad (4.1)$$

darstellen. Diese zweidimensionale Darstellung dient lediglich zum Verständnis der weiteren Herleitung für die Berechnung der Oberflächennormalen entlang eines Beobachtungsstrahls. Im dreidimensionalen Raum erfüllt ein Rotationsellipsoid die Brennpunkteigenschaft. Die kartesische Gleichung eines Rotationsellipsoids mit großer Halbachse $a \in]0, \infty[$ lässt sich leicht aus der Polarkoordinatendarstellung einer Ellipse herleiten. Seien wiederum $O \in \mathbb{R}^3$ und $L \in \mathbb{R}^3$ die beiden Brennpunkte des Ellipsoids. Zusätzlich sei O der Ursprung des Kamerakoordinatensystems und L liege in der (x, y) -Ebene $P = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid \langle p \mid (0, 0, 1) \rangle = 0\}$. Die Lichtquellenposition hat also die Koordinaten $(x_L, y_L, 0) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$. Schreibt man Gleichung 4.1 in der Form $r(\theta)(a - e \cdot \cos \theta) = a^2 - e^2$ und wandelt die Darstellung in dreidimensionale kartesische Koordinaten $(x, y, z \in \mathbb{R})$ um, so erhält man folgende Gleichung (mit $a > \frac{1}{2}\sqrt{x_L^2 + y_L^2}$):

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \left(a - \frac{\sqrt{x_L^2 + y_L^2}}{2} \cdot \frac{x \cdot x_L + y \cdot y_L}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x_L^2 + y_L^2}} \right) = a^2 - \frac{x_L^2 + y_L^2}{4}.$$

Nach entsprechender Umformung ergibt sich

$$4a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2(x \cdot x_L + y \cdot y_L) = 4a^2 - x_L^2 - y_L^2,$$

oder äquivalent

$$E_a(x, y, z) = 0,$$

wobei $E_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion

$$E_a(x, y, z) = 4a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 4a^2 + x_L^2 + y_L^2 - 2(x_L x + y_L y) \quad (4.2)$$

ist. Jeder Punkt (x, y, z) des Rotationsellipsoids mit den Brennpunkten O, L und großer Halbachse a genügt dieser Gleichung.

In den Voraussetzungen wurde gefordert, dass die unbekannte Oberfläche differenzierbar ist und dass sie sich nicht selbst überdeckt, wenn sie senkrecht in Richtung der z -Achse beobachtet wird. Also existiert ein Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}^2$ und eine differenzierbare Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, welche die unbekannte Oberfläche beschreibt. Für jedes Paar $(x, y) \in D$ gibt es eine Koordinate $f(x, y) \in \mathbb{R}$, so dass $(x, y, f(x, y))$ ein Punkt der Oberfläche ist. Zusätzlich wird angenommen, dass $f(x, y) > 0$ für alle $(x, y) \in D$ und dass Geraden parallel zur z -Achse immer die Oberfläche schneiden und nicht tangieren. An jedem Punkt $(x, y, f(x, y))$ der Oberfläche existiert eine Oberflächennormale n , so dass der Strahl

$$\{(x, y, f(x, y)) + \lambda \cdot n \mid \lambda \in]0, \infty[\}$$

die Ebene P schneidet. Die Oberflächennormale zeigt also in Richtung dieser Ebene. Sei nun $(x, y) \in D$ und $a \in \left] \frac{1}{2} \sqrt{x_L^2 + y_L^2}, \infty \right[$, so dass $E_a(x, y, z) = 0$. Aufgrund der obigen Ausführungen und wegen der Identität des Normalenvektors am Punkt $(x, y, f(x, y))$ der Oberfläche und des Ellipsoids, das durch diesen Punkt geht, lassen sich die partiellen Ableitungen der unbekanntes Funktion mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen bestimmen. Somit erhält man für die partiellen Ableitungen folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \partial_1 f(x, y) &= - \frac{\partial_1 E_a(x, y, f(x, y))}{\partial_3 E_a(x, y, f(x, y))}, \\ \partial_2 f(x, y) &= - \frac{\partial_2 E_a(x, y, f(x, y))}{\partial_3 E_a(x, y, f(x, y))}. \end{aligned}$$

Setzt man $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + f(x, y)^2}$, so erhält man

$$\begin{aligned} \partial_1 f(x, y) &= \frac{x_L r(x, y) - 2ax}{2af(x, y)}, \\ \partial_2 f(x, y) &= \frac{y_L r(x, y) - 2ay}{2af(x, y)}. \end{aligned}$$

Die große Halbachse a lässt sich aus Gleichung (4.2) mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung bestimmen, wobei $z = f(x, y)$.

$$\begin{aligned} a &= \frac{r(x, y)}{2} + \sqrt{\frac{r(x, y)^2 + x_L^2 + y_L^2 - 2(x_L x + y_L y)}{4}} = \\ &= \frac{r(x, y)}{2} (1 + \sqrt{1 + \sigma(x, y)}), \end{aligned}$$

wobei $\sigma(x, y) = \frac{x_L^2 + y_L^2 - 2(x_L x + y_L y)}{r(x, y)^2}$.

Da $f(x, y) > 0$ ist, gilt $\sigma(x, y) \in]-1, \infty[$. Somit bestimmt sich die Ableitung der unbekanntes Funktion $f(x, y)$ zu

$$\begin{aligned}\partial_1 f(x, y) &= \frac{x_L \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \sigma(x, y)}} - x}{f(x, y)} \quad \text{und} \\ \partial_2 f(x, y) &= \frac{y_L \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \sigma(x, y)}} - y}{f(x, y)}.\end{aligned}\tag{4.3}$$

Diese Gleichungen sind erfüllt, falls $(x, y, f(x, y))$ der Reflexionspunkt der Oberfläche ist.

Die Reflexion einer Lichtquelle L an einer unbekanntes Oberfläche $f(x, y)$ liefert einen Sichtstrahl in Richtung des Reflexionspunktes (ausgehend vom optischen Zentrum O der Kamera). Falls dieser Strahl die Oberfläche in genau einem Punkt schneidet, werden die Gleichungen (4.3) erfüllt. Entlang eines solchen Sichtstrahls kann nun die Ableitung der unbekanntes Funktion mit Hilfe der obigen Herleitung analytisch bestimmt werden.

4.2.2 Lichtquellenfunktion

Falls eine Lichtquelle in L mehrere Reflexionen erzeugt, erhält man eine Menge von Sichtstrahlen entsprechend den jeweiligen Reflexionspunkten. Schneiden diese Sichtstrahlen die spiegelnde Oberfläche nur in jeweils einem Punkt, werden die oben angegebenen Gleichungen (4.3) ebenfalls erfüllt. Zur Vereinfachung der folgenden Erläuterung wird also angenommen, dass alle Sichtstrahlen die spiegelnde Oberfläche jeweils in genau einem Punkt schneiden.

Identifiziert man die Sichtstrahlen mit ihrem Schnittpunkt mit der Einheitskugel $S_1^{(3)}(O)$, so gibt es einen Definitionsbereich $M \subseteq S_1^{(3)}(O)$ mit den folgenden Eigenschaften:

1. Für jeden Vektor $u \in M$ schneidet der Strahl $]0, \infty[\cdot u$ die unbekanntes Oberfläche in genau einem Punkt $v = (x, y, f(x, y))$.
2. Falls n die Oberflächennormale am Punkt v ist und in Richtung der (x, y) -Ebene P zeigt, schneidet der reflektierte Strahl

$$\{(1 + \lambda)v - 2\lambda\langle v|n\rangle n \mid \lambda \in]0, \infty[\}$$

die Ebene P in genau einem Punkt, denn $v \in P$ steht im Widerspruch zu der Annahme, dass $f(x, y) > 0$ für alle $(x, y) \in D$.

Der reflektierte Strahl lässt sich sehr leicht über eine geometrische Betrachtung bestimmen (vgl. Abbildung 4.7). Die Projektion des Sichtstrahls v auf die Ober-

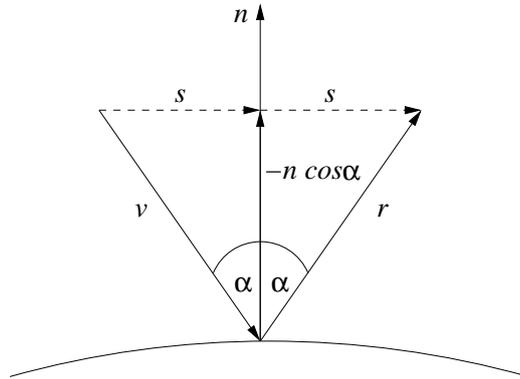


Abbildung 4.7: Berechnung des reflektierten Strahls

flächennormale n ($\|n\| = 1$) ergibt $-\langle v|n\rangle n$. Der Vektor s aus Abbildung 4.7 bestimmt sich zu $s = v - \langle v|n\rangle n$. Somit erhält man den reflektierten Strahl durch

$$r = v - \langle v|n\rangle n - \langle v|n\rangle n = v - 2\langle v|n\rangle n.$$

Verfolgt man andererseits den Weg eines Lichtstrahls ausgehend vom Schnittpunkt mit der (x, y) -Ebene zum Reflexionspunkt v , so stellt man fest, dass der reflektierte Strahl das optische Zentrum der Kamera O trifft. Also gibt es eine Funktion $l : M \rightarrow P$, die einen Sichtstrahl auf eine Lichtquellenposition in P abbildet. Diese Funktion wird im Folgenden *Lichtquellenfunktion* genannt. Das Urbild $l^{-1}[\{(x_L, y_L, 0)\}]$ der einelementigen Punktmenge $\{(x_L, y_L, 0)\}$ liefert alle Sichtstrahlen, die zu einer Punktlichtquelle in $(x_L, y_L, 0)$ gehören. Definiert man

$$C_M \stackrel{\text{def}}{=} \{\lambda u \mid \lambda \in]0, \infty[, u \in M\}$$

als die Menge aller Strahlen, die ihren Ausgang vom optischen Zentrum O der Kamera haben und durch Punkte von M gehen, so lässt sich l erweitern zu

$$\tilde{l} : C_M \rightarrow P, \quad \text{mit} \quad \forall_{u \in M} : \tilde{l}(\lambda u) = l(u).$$

Für $(x, y) \in D$ und $(x, y, f(x, y)) \in C_M$ ist $(x, y, f(x, y))$ der Reflexionspunkt der Punktlichtquelle in $\tilde{l}(x, y, f(x, y))$, der von O aus sichtbar ist.

Wie oben erläutert, setzt sich die Lichtquellenfunktion aus zwei Abbildungen zusammen. Zuerst wird der Schnittpunkt eines Sichtstrahls mit der Oberfläche bestimmt, anschließend wird der an diesem Punkt reflektierte Strahl mit der (x, y) -Ebene geschnitten. Am Beispiel einer Ebene wird die Lichtquellenfunktion näher untersucht. Sei also $\alpha \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{R}^3$, $\|n\| = 1$ und $E = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x|n\rangle = \alpha\}$

die zu rekonstruierende Ebene mit Normalenvektor n . Gesucht ist der Schnittpunkt v des Strahls $\{\lambda_1 u \mid u \in M, \lambda_1 \in]0, \infty[\}$ mit dieser Ebene, d.h. der Punkt $v \in \mathbb{R}^3$ muss die beiden Gleichungen

$$v = \lambda_1 \cdot u \quad \text{und} \quad \langle v|n \rangle = \alpha$$

erfüllen. Durch Einsetzen erhält man $\lambda_1 \langle u|n \rangle = \alpha$, also $\lambda_1 = \frac{\alpha}{\langle u|n \rangle}$. Für den Punkt v auf der Oberfläche gilt demnach

$$v = \frac{\alpha}{\langle u|n \rangle} \cdot u.$$

Falls der Sichtstrahl die Ebene nicht tangiert, d.h. falls $\langle u|n \rangle \neq 0$ für alle $u \in M$, ist die Abbildung $M \rightarrow E$, $u \mapsto \frac{\alpha}{\langle u|n \rangle} \cdot u$ differenzierbar.

Weiter ist nun der Schnittpunkt p des reflektierten Strahls

$$\{(1 + \lambda_2)v - 2\lambda_2 \langle v|n \rangle n \mid \lambda_2 \in]0, \infty[\}$$

mit der (x, y) -Ebene

$$P = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x \mid (0, 0, 1) \rangle = 0\}$$

gesucht. Durch Einsetzen erhält man

$$\begin{aligned} \langle (1 + \lambda_2)v - 2\lambda_2 \langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle &= 0 \\ \lambda_2 \langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle &= -\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle \\ \lambda_2 &= -\frac{\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle}{\langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle}. \end{aligned}$$

Für den Schnittpunkt p in der (x, y) -Ebene ergibt sich

$$p = \left(1 - \frac{\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle}{\langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle}\right) v + 2 \left(\frac{\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle}{\langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle}\right) \langle v|n \rangle n,$$

d.h. die Abbildung $\{v \in E \mid \langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle \neq 0\} \rightarrow P$, $v \mapsto \left(1 - \frac{\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle}{\langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle}\right) v + 2 \left(\frac{\langle v \mid (0, 0, 1) \rangle}{\langle v - 2\langle v|n \rangle n \mid (0, 0, 1) \rangle}\right) \langle v|n \rangle n$ ist ebenfalls differenzierbar. Somit ist auch die Lichtquellenfunktion für eine Ebene differenzierbar, da sie eine Komposition der oben erwähnten Einzelabbildungen ist. Beschreibt man einen Sichtstrahl mit Hilfe von sphärischen Koordinaten durch seinen Zenitwinkel θ und seinen Azimutwinkel ϕ , so lässt sich die Lichtquellenfunktion als Abbildung $D \rightarrow \mathbb{R}^2$ darstellen, wobei $D \subseteq \mathbb{R}^2$ ist. Abbildung 4.8 bzw. Abbildung 4.9 zeigt die erste bzw. zweite Komponente der Funktion für eine zu P parallele Ebene.

Die Differenzierbarkeit der Lichtquellenfunktion bei einer Ebene legt die Vermutung nahe, dass die Lichtquellenfunktion für stetig differenzierbare Oberflächen (siehe Voraussetzung) differenzierbar ist.

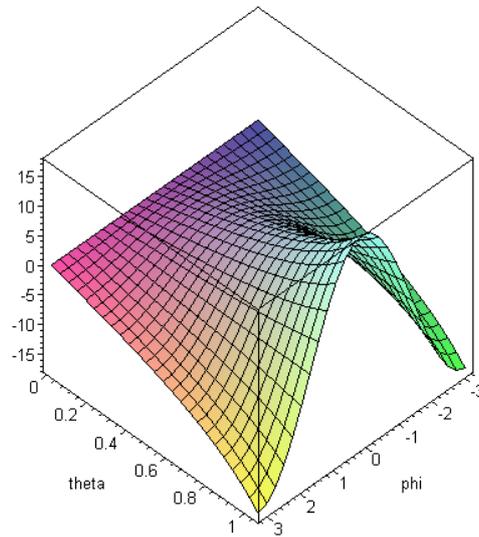


Abbildung 4.8: Erste Komponente der Lichtquellenfunktion

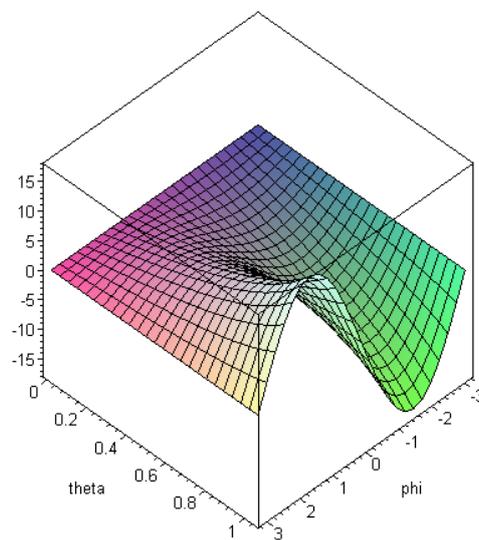


Abbildung 4.9: Zweite Komponente der Lichtquellenfunktion

Satz 1 : Sei $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A \subseteq \mathbb{R}^2$ stetig differenzierbar, $G_f = \{(x, y, f(x, y)) \mid (x, y) \in A\} \subseteq \mathbb{R}^3$ der Graph von f . Weiter sei

$$u : [0, 2\pi] \times [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (\phi, \theta) \mapsto (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

und $D \subseteq [0, 2\pi] \times [0, \pi]$ eine offene zusammenhängende Menge, so dass gilt:

1. $\forall_{x \in D} \text{card}(\{\lambda u(x) \mid \lambda \in]0, \infty[\} \cap G_f) = 1,$
d.h. $\forall_{x \in D} \exists_1 \lambda_x \in]0, \infty[f(\text{pr}_1(\lambda_x u(x)), \text{pr}_2(\lambda_x u(x))) = \text{pr}_3(\lambda_x u(x))$
2. $\forall_{x \in D} \langle (\text{grad} f(\text{pr}_1(\lambda_x u(x)), \text{pr}_2(\lambda_x u(x))), -1) \mid u(x) \rangle \neq 0$

Dann gilt: Die Abbildung $S : D \rightarrow \mathbb{R}^3$, $x \mapsto \lambda_x \cdot u(x)$ ist differenzierbar.

BEWEIS: Sei $H : D \times]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$

$$(\phi, \theta, \lambda) \mapsto f(\lambda \cdot \sin \theta \cos \phi, \lambda \cdot \sin \theta \sin \phi) - \lambda \cdot \cos \theta.$$

Dann ist H stetig differenzierbar auf $D \times]0, \infty[$.

Sei nun $(\phi_0, \theta_0) \in D$. Dann gibt es nach Voraussetzung ein $\lambda_0 \in]0, \infty[$ mit $H(\phi_0, \theta_0, \lambda_0) = 0$. Zudem ist für alle $(\phi, \theta, \lambda) \in D \times]0, \infty[$

$$\begin{aligned} \partial_3 H(\phi, \theta, \lambda) &= \text{grad} f(\lambda \cdot \sin \theta \cos \phi, \lambda \cdot \sin \theta \sin \phi) \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \end{pmatrix} - \cos \theta \\ &= \langle (\text{grad} f(\lambda \cdot \sin \theta \cos \phi, \lambda \cdot \sin \theta \sin \phi), -1) \mid u(\phi, \theta) \rangle \end{aligned}$$

Nach 2. ist $\partial_3 H(\phi_0, \theta_0, \lambda_0) \neq 0$ und nach dem Satz über implizite Funktionen existieren offene Umgebungen U von (ϕ_0, θ_0) und V von λ_0 , so dass $g \stackrel{\text{def}}{=} (U \times V) \cap N_H$ eine bzgl. $U \times V$ linkstotale und auf U stetig differenzierbare Funktion ist. Da (ϕ_0, θ_0) beliebig war, ist S differenzierbar. \square

Die Argumentation sowie der Beweis der Differenzierbarkeit der Abbildung des Oberflächenpunktes auf die (x, y) -Ebene ist analog zur obigen Ausführung. Also ist die Lichtquellenfunktion für stetig differenzierbare Oberflächen unter Zusatzvoraussetzungen differenzierbar, da die Komposition differenzierbarer Funktionen differenzierbar ist. Voraussetzung ist einerseits, dass es einen Schnittpunkt mit der Oberfläche bzw. der (x, y) -Ebene gibt und andererseits, dass der Sichtstrahl nicht die unbekannte Oberfläche und der reflektierte Strahl nicht die (x, y) -Ebene tangiert.

Nimmt man an, dass die Lichtquellenfunktion \tilde{l} bekannt ist und bezeichne $\tilde{l}_1(x, y, z)$ and $\tilde{l}_2(x, y, z)$ die 1. bzw. 2. Koordinate von $\tilde{l}(x, y, z)$, so lässt sich entsprechend der Definition von σ die Funktion $\tau : C_M \rightarrow]-1, \infty[$ definieren mit

$$\tau(x, y, z) = \frac{\tilde{l}_1(x, y, z)^2 + \tilde{l}_2(x, y, z)^2 - 2(x \cdot \tilde{l}_1(x, y, z) + y \cdot \tilde{l}_2(x, y, z))}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Für $F_1, F_2 : C_M \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$F_1(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_1(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau(x, y, z)}} - x}{z},$$

$$F_2(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_2(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau(x, y, z)}} - y}{z},$$

folgt aus Gleichung (4.3), dass die unbekannte Oberflächenfunktion f die totale Differentialgleichung

$$\text{grad}f(x, y) = F(x, y, f(x, y)), \quad (4.4)$$

erfüllen muss, wobei $F : C_M \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $F(x, y, z) = (F_1(x, y, z), F_2(x, y, z))$.

Die Funktion F beschreibt ein Feld von Normalenvektoren auf dem Definitionsbereich C_M , also eine Menge von möglichen Lösungen für das Oberflächenrekonstruktionsproblem abhängig vom Abstand zum optischen Zentrum der Kamera. Es wird im Folgenden als *Vektorfeld* in Bezug auf die Beobachterposition O bezeichnet und ist komplett durch die Lichtquellenfunktion l bestimmt.

Mit nur einer Lichtquelle L erhält man eine Abtastung der Lichtquellenfunktion auf der Menge $l^{-1}[\{(x_L, y_L, 0)\}]$. Die Verwendung mehrerer Lichtquellen resultiert in einer Menge von Paaren $u_i \in M$ und $l(u_i)$, d.h. einer dichteren Abtastung der Lichtquellenfunktion, welche sich somit approximativ bestimmen lässt (vgl. Abbildung 4.10). Zur Approximation werden Tensorprodukt-B-Splines aufgrund ihrer guten Approximationseigenschaften und der schnellen Berechenbarkeit verwendet. Wird ein Sichtstrahl durch sphärische Koordinaten repräsentiert (s. o.) so ist eine Funktion $\hat{l} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit minimalem Quadratmittelabstand zu den gegebenen Lichtquellenpositionen gesucht. Für n Lichtquellenpositionen in der (x, y) -Ebene P ist also der Ausdruck

$$\sum_{i=1}^n \|\hat{l}(\theta_i, \phi_i) - (\text{pr}_1(p_i), \text{pr}_2(p_i))\|^2, \quad \text{mit } p_i \in P$$

zu minimieren, wobei θ_i, ϕ_i die Zenit- bzw. Azimutwinkel der Sichtstrahlen und p_i die Positionen der Lichtquellen bezeichnen. Die gesuchte Funktion lässt sich

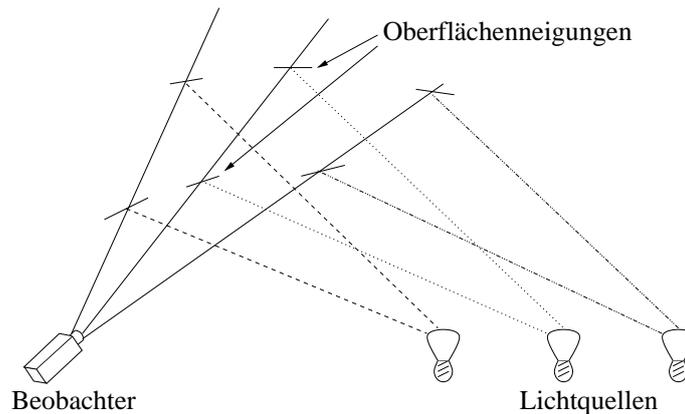


Abbildung 4.10: Mögliche Oberflächenneigungen

nun komponentenweise durch zwei Tensorprodukt-B-Splines $f_i : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2$ mit zugehörigen Knotensequenzen approximieren. Am Beispiel einer Ebene bzw. am Segment einer Kugel wird die Güte der Approximation überprüft. Diese ist von sehr vielen Faktoren abhängig. Die Anzahl der Lichtquellen spielt dabei eine wichtige Rolle, aber auch die Anzahl der Knotenpunkte (die Länge des Knotenvektors t) und der verwendete Spline-Grad beeinflussen das Ergebnis. Alle diese Parameter sind zusätzlich noch von der unbekanntem Oberfläche abhängig. Tabelle 4.1 zeigt den mittleren quadratischen Abstand der rekonstruierten Lichtquellenpositionen. Betrachtet man die Ergebnisse genauer, so stellt man fest, dass eine Erhöhung der Anzahl der Lichtquellen erwartungsgemäß ein besseres Approximationsergebnis liefert. Sowohl bei der Ebene als auch bei der Kugel hat sich herausgestellt, dass ein Tensorprodukt-B-Spline der Ordnung 4 für die Approximation geeignet ist. Erniedrigt man die Ordnung, verschlechtert sich das Rekonstruktionsergebnis. Eine Erhöhung des Spline-Grades bewirkt zwar eine Verbesserung des Fehlers an den gegebenen Datenpunkten, allerdings verschlechtert sich der Fehler an den Zwischenstellen enorm, da es durch den hohen Grad zu Überschwingungen kommt. Die Anzahl der Knotenpunkte ist bei ebenen Flächen geringer zu halten als bei Oberflächen, die eine stärkere Krümmung aufweisen.

Da die Lichtquellenfunktion approximiert wurde, ist das Vektorfeld F auch nur approximativ bekannt. Die unbekanntem spiegelnde Oberfläche ist eine Lösung der durch die Lichtquellenfunktion gegebenen totalen Differentialgleichung. Dieses Vektorfeld bestimmt die Gesamtheit der Lösungen der zugehörigen Differentialgleichung (vgl. Abbildung 4.11). In der Theorie über totale Differentialgleichungen wird durch den Satz von Frobenius (vgl. [Die69]) eine Aussage über die Existenz von Lösungen einer Differentialgleichung gemacht (bei gewöhnlichen Differenti-

Oberfläche	Anzahl Lichtquellen	Anzahl Knotenpunkte	Spline-Grad	mittlerer quadr. Abstand (RMS)
Ebene	10 × 10	2 × 2	3	0.059779
	20 × 20	4 × 4	3	0.007341
	30 × 30	6 × 6	3	0.001713
	40 × 40	8 × 8	3	0.000593
	50 × 50	10 × 10	3	0.000256
	60 × 60	12 × 12	3	0.000134
	70 × 70	14 × 14	3	0.000077
	80 × 80	16 × 16	3	0.000048
	90 × 90	18 × 18	3	0.000032
	100 × 100	20 × 20	3	0.000022
Kugelsegment	10 × 10	3 × 3	3	0.024065
	20 × 20	6 × 6	3	0.000501
	30 × 30	9 × 9	3	0.000161
	40 × 40	12 × 12	3	0.000075
	50 × 50	15 × 15	3	0.000036
	60 × 60	18 × 18	3	0.000021
	70 × 70	21 × 21	3	0.000014
	80 × 80	24 × 24	3	0.000010
	90 × 90	27 × 27	3	0.000007
	100 × 100	30 × 30	3	0.000003

Tabelle 4.1: Rekonstruktionsgenauigkeit

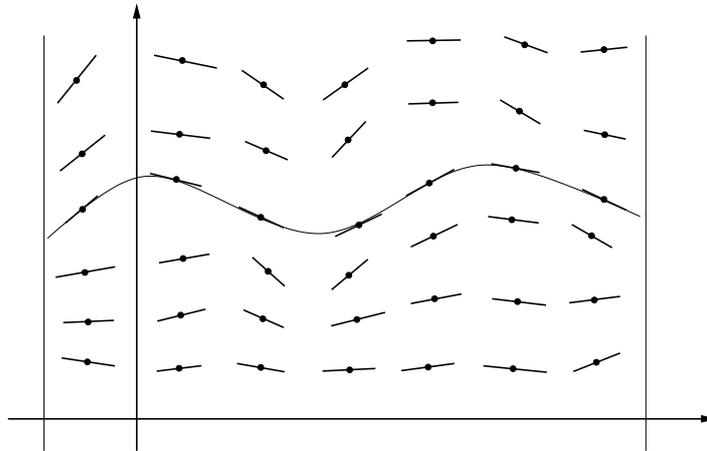


Abbildung 4.11: Vektorfeld und mögliche Lösung

gleichungen durch den Satz von Picard-Lindelöf). Da in dem hier geschilderten Fall das Vektorfeld allerdings nicht analytisch zu beschreiben ist, kann eine Lösung der Differentialgleichung nur numerisch erfolgen. Die Betrachtung eines Vektorfeldes zeigt, dass es zahlreiche Lösungen einer Differentialgleichung gibt, je nachdem, in welchem Punkt mit der Konstruktion einer Lösungskurve begonnen wird. Dies bedeutet, dass zusätzliche Information über die unbekannte Funktion in Form eines Anfangswerts vorhanden sein muss, hier also die genaue 3D-Position eines Punktes auf der Oberfläche. Bei spiegelnden Oberflächen ist dies allerdings schwierig und oft mit einem sehr hohen Aufwand verbunden. Deshalb wird in dem nun folgenden Abschnitt die Verwendung einer zweiten Kamera beschrieben, um das Rekonstruktionsproblem zu lösen.

4.3 Stereosystem

Im vorangegangenen Abschnitt wurde beschrieben, dass die Beobachtung von Punktlichtquellen an einer spiegelnden Oberfläche mit Hilfe einer Kamera zu einer Differentialgleichung führt. Aus der Theorie über Differentialgleichungen ist bekannt, dass zur Lösung einer solchen Gleichung Zusatzwissen (Anfangswert) erforderlich ist. In diesem Abschnitt wird erläutert, wie das Rekonstruktionsproblem ohne Kenntnis der exakten Position eines Punktes auf der Oberfläche gelöst werden kann, indem eine zweite Kamera benutzt wird, die ebenfalls die Reflexion der Punktlichtquellen beobachtet. Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, dass es sich hierbei nicht um eine herkömmliche Stereorekonstruktion handelt, die auf dem Triangulationsprinzip beruht, denn dies würde, wie schon zu Be-

ginn dieses Kapitels erläutert, zu einer Rekonstruktion der virtuellen Abbilder der Punktlichtquellen führen.

Im Folgenden wird angenommen, dass sich die beiden optischen Zentren O_1, O_2 der Kameras sowie die Lichtquellen in einer Ebene befinden, die analog zum vorherigen Abschnitt P genannt wird. Wählt man ein affines orthonormales Koordinatensystem, dessen Ursprung in der Mitte zwischen O_1 und O_2 liegt und dessen x -Achse durch die beiden optischen Zentren verläuft, und bezeichne P die (x, y) -Ebene, so erhält man für jede Kamera jeweils ein Vektorfeld der unbekannt-ten Oberfläche. Sei also $2d$ der Abstand zwischen O_1 und O_2 , d.h. die beiden optischen Zentren besitzen die Koordinaten $O_1 = (d, 0, 0)$ und $O_2 = (-d, 0, 0)$. Die zu den beiden Kameras gehörigen Lichtquellenfunktionen l_{O_1} und l_{O_2} seien auf den beiden Mengen $M_1 \subseteq S_1^{(3)}(O_1)$ und $M_2 \subseteq S_1^{(3)}(O_2)$ definiert, wobei die beiden Erweiterungen \tilde{l}_{O_1} und \tilde{l}_{O_2} auf der Menge

$$C_{M_1} = \{(d, 0, 0) + \lambda(x - (d, 0, 0)) \mid \lambda \in]0, \infty[, x \in M_1\}$$

bzw. der Menge

$$C_{M_2} = \{(-d, 0, 0) + \lambda(x + (d, 0, 0)) \mid \lambda \in]0, \infty[, x \in M_2\}$$

definiert sind. Bezeichnen $\tau_{O_1} : C_{M_1} \rightarrow]-1, \infty[$ bzw. $\tau_{O_2} : C_{M_2} \rightarrow]-1, \infty[$ (analog zur Herleitung bei einer einzelnen Kamera) die beiden Funktionen

$$\tau_{O_1}(x, y, z) = \frac{\tilde{l}_{O_1,1}(x, y, z)^2 + \tilde{l}_{O_1,2}(x, y, z)^2 - 2((x-d)\tilde{l}_{O_1,1}(x, y, z) + y\tilde{l}_{O_1,2}(x, y, z))}{(x-d)^2 + y^2 + z^2}$$

bzw.

$$\tau_{O_2}(x, y, z) = \frac{\tilde{l}_{O_2,1}(x, y, z)^2 + \tilde{l}_{O_2,2}(x, y, z)^2 - 2((x+d)\tilde{l}_{O_2,1}(x, y, z) + y\tilde{l}_{O_2,2}(x, y, z))}{(x+d)^2 + y^2 + z^2}$$

und ist $F_{O_i} : C_{M_i} \rightarrow \mathbb{R}^2$ für $i = 1, 2$ definiert durch

$$F_{O_1,1}(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_{O_1,1}(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau_{O_1}(x, y, z)}} - (x-d)}{z},$$

$$F_{O_1,2}(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_{O_1,2}(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau_{O_1}(x, y, z)}} - y}{z},$$

$$F_{O_2,1}(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_{O_2,1}(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau_{O_2}(x, y, z)}} - (x+d)}{z},$$

$$F_{O_2,2}(x, y, z) = \frac{\frac{\tilde{l}_{O_2,2}(x, y, z)}{1 + \sqrt{1 + \tau_{O_2}(x, y, z)}} - y}{z},$$

so muss die unbekannte Funktion f die beiden totalen Differentialgleichungen

$$\forall_{(x,y,f(x,y)) \in C_{M_1}} : \text{grad}f(x,y) = F_{O_1}(x,y,f(x,y)), \quad (4.5)$$

$$\forall_{(x,y,f(x,y)) \in C_{M_2}} : \text{grad}f(x,y) = F_{O_2}(x,y,f(x,y)) \quad (4.6)$$

erfüllen, wobei $F_{O_1}(x,y,f(x,y)) = (F_{O_1,1}(x,y,z), F_{O_1,2}(x,y,z))$ und $F_{O_2}(x,y,f(x,y)) = (F_{O_2,1}(x,y,z), F_{O_2,2}(x,y,z))$ ist. Die gesuchte Oberfläche ist also die gemeinsame Lösung der gegebenen Differentialgleichungen. Da die beiden Vektorfelder F_{O_1} und F_{O_2} nur approximiert werden können, kann auch eine gemeinsame Lösung der beiden Differentialgleichungen nur approximativ bestimmt werden. Im Überschneidungsbereich $C_{M_1} \cap C_{M_2}$ der beiden Sichtkegel wird die gesuchte Oberfläche S von beiden Differentialgleichungen gleichzeitig kontrolliert, da hier der gleiche Oberflächenabschnitt betrachtet wird (vgl. Abbildung 4.12). Deshalb wird im Folgenden am Beispiel einer zu rekonstruierenden

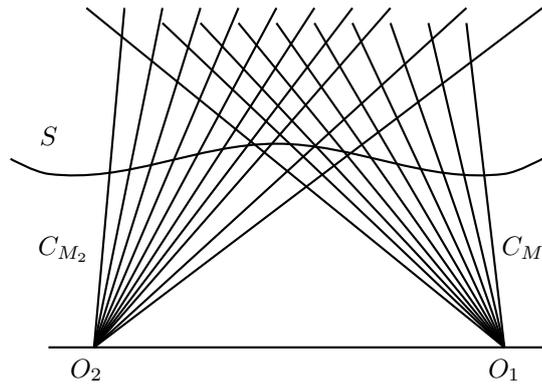


Abbildung 4.12: Überlappungsbereich der Sichtkegel C_{M_1} und C_{M_2}

Geraden im \mathbb{R}^2 das Steigungsverhalten der sich ergebenden Differentialgleichungen entlang der y -Achse näher untersucht. Sei also $\alpha \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{R}^2$, $\|n\| = 1$ und $G = \{g \in \mathbb{R}^2 \mid \langle g|n \rangle = \alpha\}$ die gesuchte Gerade mit Normalenvektor n . Die optischen Zentren der beiden Kameras befinden sich an den Positionen $O_1 = (d, 0)$ und $O_2 = (-d, 0)$. Analog zur Herleitung in Abschnitt 4.2.1 ergibt sich für die parametrisierte Darstellung einer Rotationsellipse mit großer Halbachse a und den beiden Brennpunkten $(0, 0)$ und $(x_L, 0)$ die Gleichung $E_a(x, y) = 0$, wobei $E_a : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion $E_a(x, y) = 4a\sqrt{x^2 + y^2} - 4a^2 + x_L^2 - 2xx_L$ ist, und die Lichtquelle L sich an der Position $L = (x_L, 0)$ befindet. Für die Ableitung der unbekanntenen Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ergibt sich

$$\partial_1 f(x) = -\frac{\partial_1 E_a(x, f(x))}{\partial_2 E_a(x, f(x))} = \frac{x_L - x(1 + \sqrt{1 + \sigma(x)})}{f(x)(1 + \sqrt{1 + \sigma(x)})},$$

wobei $\sigma(x) = \frac{x_L^2 - 2xx_L}{x^2 + f(x)^2}$ ist. Die zu den Kameras gehörigen Lichtquellenfunktionen l_{O_1} und l_{O_2} sind auf den beiden Mengen $A_1 \subseteq S_1^{(2)}(O_1)$ und $A_2 \subseteq S_1^{(2)}(O_2)$ definiert, die Erweiterungen \tilde{l}_{O_1} und \tilde{l}_{O_2} auf den beiden Mengen

$$C_{A_1} = \{(d, 0) + \lambda(x - (d, 0)) \mid \lambda \in]0, \infty[, x \in A_1\}$$

bzw.

$$C_{A_2} = \{(-d, 0) + \lambda(x + (d, 0)) \mid \lambda \in]0, \infty[, x \in A_2\}.$$

Analog zu oben bezeichnen $\tau_{O_1} : C_{A_1} \rightarrow]-1, \infty[$ bzw. $\tau_{O_2} : C_{A_2} \rightarrow]-1, \infty[$ die beiden Funktionen

$$\tau_{O_1}(x, y) = \frac{\tilde{l}_{O_1,1}(x, y)^2 - 2(x - d)\tilde{l}_{O_1,1}(x, y)}{(x - d)^2 + y^2}$$

bzw.

$$\tau_{O_2}(x, y) = \frac{\tilde{l}_{O_2,1}(x, y)^2 - 2(x + d)\tilde{l}_{O_2,1}(x, y)}{(x + d)^2 + y^2},$$

und $F_{O_i} : C_{A_i} \rightarrow \mathbb{R}$ für $i = 1, 2$ ist definiert durch

$$F_{O_1}(x, y) = \frac{\tilde{l}_{O_1,1}(x, y) - (x - d)(1 + \sqrt{1 + \tau_{O_1}(x, y)})}{y(1 + \sqrt{1 + \tau_{O_1}(x, y)}),$$

$$F_{O_2}(x, y) = \frac{\tilde{l}_{O_2,1}(x, y) - (x + d)(1 + \sqrt{1 + \tau_{O_2}(x, y)})}{y(1 + \sqrt{1 + \tau_{O_2}(x, y)}),$$

wobei $\tilde{l}_{O_i,1}$ die 1. Koordinate der jeweiligen Lichtquellenfunktion bezeichnet. Somit ergeben sich also für die beiden Beobachter O_1 und O_2 die Differentialgleichungen

$$\forall_{(x, f(x)) \in C_{A_1}} : \text{grad}f(x) = F_{O_1}(x, f(x)) \quad (4.7)$$

bzw.

$$\forall_{(x, f(x)) \in C_{A_2}} : \text{grad}f(x) = F_{O_2}(x, f(x)). \quad (4.8)$$

Da die zu rekonstruierende Funktion eine Gerade ist, lässt sich die erste Koordinate der jeweiligen Lichtquellenfunktion direkt analytisch bestimmen. Bewegt man sich entlang der positiven y -Achse, so erhält man die beiden

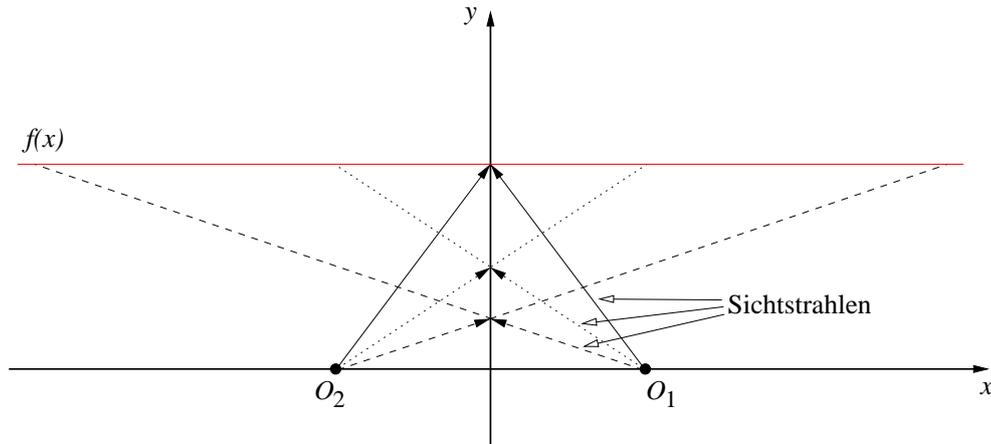


Abbildung 4.13: Sichtstrahlen der Beobachter O_1 und O_2 entlang der y -Achse

Sichtstrahlmengen $U_1 = \left\{ (d, 0) + \frac{(-d, y)}{\|(-d, y)\|} \mid y \in]0, \infty[\right\} \subseteq A_1$ bzw. $U_2 = \left\{ (-d, 0) + \frac{(d, y)}{\|(d, y)\|} \mid y \in]0, \infty[\right\} \subseteq A_2$ (vgl. Abbildung 4.13). Um die 1. Koordinate der Lichtquellenfunktionen zu berechnen, ist zuerst der Schnittpunkt des jeweiligen Sichtstrahls mit der Geraden zu bestimmen, anschließend der Schnittpunkt des reflektierten Strahls mit der x -Achse. Für $u_1 \in U_1$ ergibt sich der Schnittpunkt v_1 auf der Geraden zu $v_1 = (d, 0) + \frac{\alpha - \langle (d, 0) | n \rangle}{\langle u_1 - (d, 0) | n \rangle} \cdot (u_1 - (d, 0))$, für $u_2 \in U_2$ zu $v_2 = (-d, 0) + \frac{\alpha + \langle (d, 0) | n \rangle}{\langle u_2 + (d, 0) | n \rangle} \cdot (u_2 + (d, 0))$, vorausgesetzt $\langle u_1 - (d, 0) | n \rangle \neq 0$ und $\langle u_2 + (d, 0) | n \rangle \neq 0$. Der Schnittpunkt p_1 des reflektierten Strahls mit der x -Achse $P = \{q \in \mathbb{R}^2 \mid \langle q | (0, 1) \rangle = 0\}$ bestimmt sich für v_1 zu

$$p_1 = \left(1 - \frac{\langle v_1 | (0, 1) \rangle}{\langle v_1 - 2\langle v_1 | n \rangle n | (0, 1) \rangle} \right) v_1 + 2 \left(\frac{\langle v_1 | (0, 1) \rangle}{\langle v_1 - 2\langle v_1 | n \rangle n | (0, 1) \rangle} \right) \langle v_1 | n \rangle n,$$

für v_2 zu

$$p_2 = \left(1 - \frac{\langle v_2 | (0, 1) \rangle}{\langle v_2 - 2\langle v_2 | n \rangle n | (0, 1) \rangle} \right) v_2 + 2 \left(\frac{\langle v_2 | (0, 1) \rangle}{\langle v_2 - 2\langle v_2 | n \rangle n | (0, 1) \rangle} \right) \langle v_2 | n \rangle n,$$

vorausgesetzt $\langle v_1 - 2\langle v_1 | n \rangle n | (0, 1) \rangle \neq 0$ und $\langle v_2 - 2\langle v_2 | n \rangle n | (0, 1) \rangle \neq 0$. Somit lässt sich der Steigungsverlauf der beiden Differentialgleichungen entlang der y -Achse graphisch darstellen (vgl. Abbildung 4.14). Die zu rekonstruierende Gerade ist parallel zur x -Achse und besitzt den Abstand $\alpha = 3$. Die beiden Beobachter befinden sich an den Positionen $O_1 = (3, 0)$ und $O_2 = (-3, 0)$. Wie man am Verlauf der Steigungen sehen kann, schneiden sich die beiden Graphen in genau einem Punkt. Allerdings ist daran aber auch zu erkennen, dass die Wahl eines guten Startwerts ausschlaggebend für die Konvergenz eines Lösungsverfahrens für das

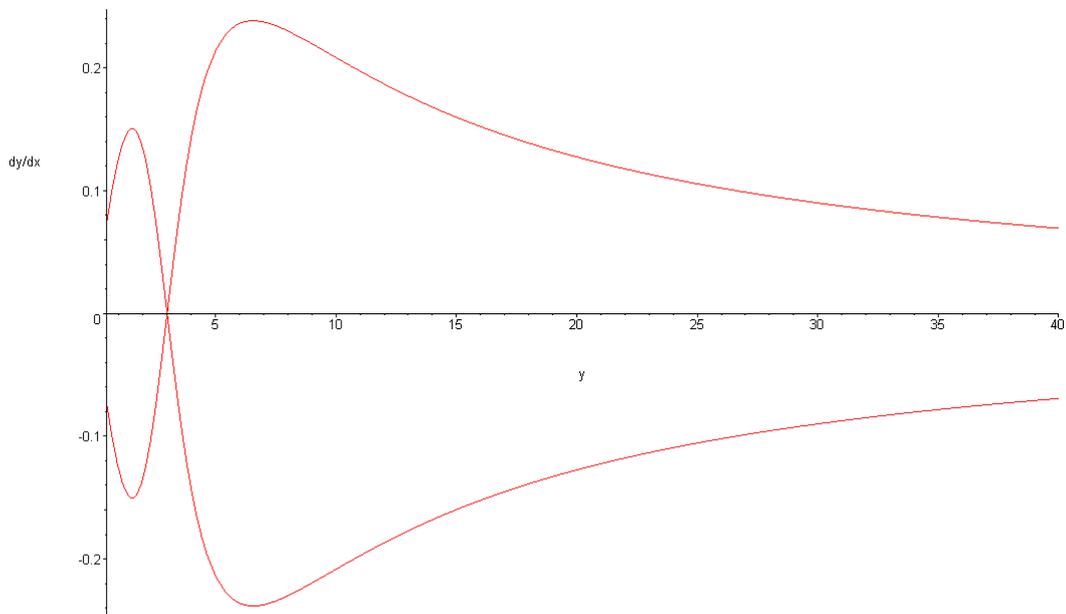


Abbildung 4.14: Steigungsverlauf der beiden Differentialgleichungen entlang der y -Achse

Rekonstruktionsproblem ist. Dieser lässt sich aber in der Regel durch den Messaufbau recht gut bestimmen, da der ungefähre Abstand zum Messobjekt leicht angegeben werden kann. Bei den in dieser Arbeit untersuchten Beispielen führte die Wahl des ungefähren Abstandes als Startlösung immer zu einem korrekten Rekonstruktionsergebnis.

Die Eindeutigkeit des Lösungsverfahrens im Überschneidungsbereich der Sichtkegel der beiden Kameras für beliebige Oberflächen ist ein offenes Problem.

4.3.1 Bestimmung des Rekonstruktionsbereichs

Wie im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, muss die unbekannte Oberfläche S die beiden Differentialgleichungen im Überlappungsbereich der Sichtkegel der Kameras gleichzeitig erfüllen. Eine Lösung des Rekonstruktionsproblems ist allerdings auch ausserhalb des gemeinsamen Schnittbereichs möglich, d.h. die Oberfläche kann insgesamt im Bereich von $S \cap (C_{M_1} \cup C_{M_2})$ rekonstruiert werden. Ist eine Simultanlösung im Überschneidungsbereich $S \cap (C_{M_1} \cap C_{M_2})$ ermittelt worden, so kann diese Lösung ausserhalb des Schnittbereichs in den jeweiligen Sichtkegeln der Kameras fortgesetzt werden, da man in diesem Fall geeignete Anfangswerte für die jeweilige Differentialgleichung zur Verfügung hat. Zur Lösung der

einzelnen Anfangswertprobleme kann beispielsweise das Runge-Kutta-Verfahren (vgl. [SB90]) angewendet werden. Dieser Abschnitt zielt aber besonders auf die Lösung des Oberflächenrekonstruktionsproblems im Überschneidungsbereich der Sichtkegel ab. Ziel ist deshalb die Festlegung eines geeigneten Rekonstruktionsbereichs. Analytisch lässt sich der Überlappungsbereich der beiden Sichtkegel nur sehr schwer ermitteln. Da man bedingt durch den Messaufbau den ungefähren Abstand d_f der Oberfläche zu den Kameras in der Regel kennt, wird in dieser Arbeit folgendes Verfahren zur Bestimmung des Rekonstruktionsbereichs verwendet.

Man wähle eine Ebene parallel zur (x, y) -Ebene im Abstand d_f . Schneidet man die Sichtstrahlen der beiden Kameras mit dieser Ebene (vgl. Abbildung 4.15), so

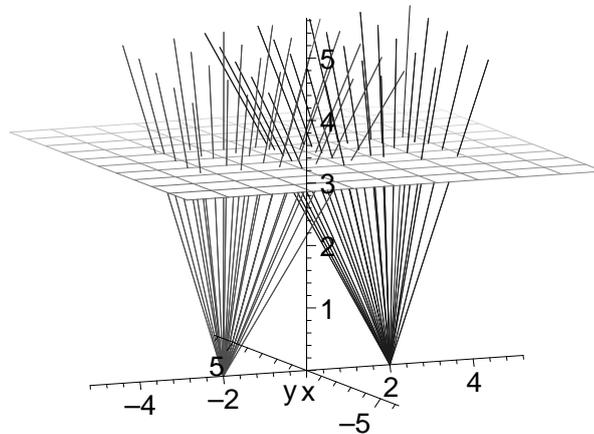


Abbildung 4.15: Schnitt der Sichtstrahlen der Kameras mit einer Ebene

erhält man für jede Kamera eine endliche Menge von Punkten $A_i \subseteq \mathbb{R}^2$, $i = 1, 2$, indem die Schnittpunkte orthogonal auf die (x, y) -Ebene projiziert werden. Für jede dieser Punktmenge lässt sich sehr schnell die konvexe Hülle

$$\text{co}(A_i) = \left\{ \sum_{j=0}^{n_i} \lambda_j x_j \mid x_j \in A_i, \lambda_j \in [0, 1], \sum_{j=0}^{n_i} \lambda_j = 1 \right\}$$

berechnen, wobei $n_i \in \mathbb{N}_1$ die Anzahl der jeweiligen Punkte bezeichnet und $i = 1, 2$. Schneidet man die erhaltenen konvexen Hüllen miteinander, so ergibt sich wiederum eine konvexe Menge $B = \text{co}(A_1) \cap \text{co}(A_2)$, da der Durchschnitt konvexer Mengen bekanntlich konvex ist. Es gilt $B \neq \emptyset$, da vorausgesetzt wird, dass sich die Sichtkegel der beiden Kameras überlappen. Allerdings wird, wie zu

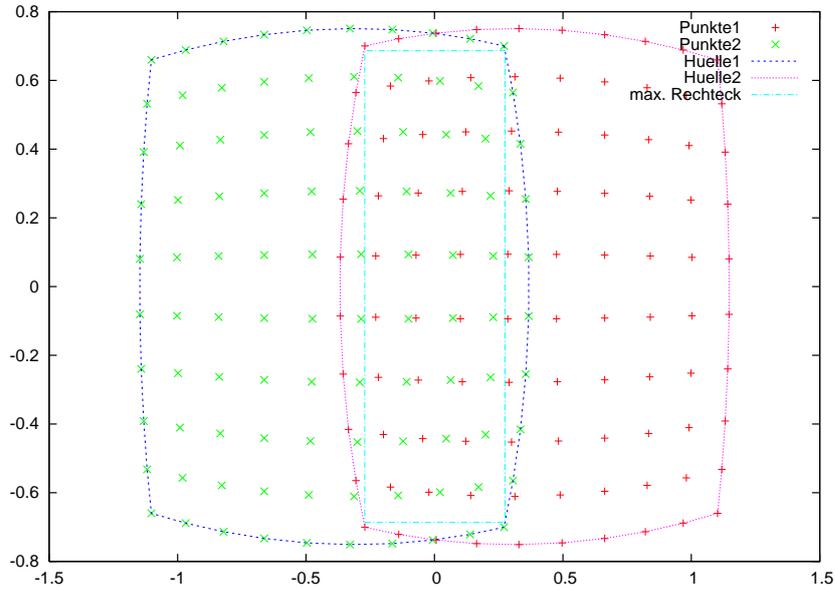


Abbildung 4.16: Rekonstruktionsbereich

Beginn der Arbeit erläutert, die unbekannte Oberfläche mittels Tensorprodukt-B-Splines approximiert. Aus diesem Grund ist man an einem rechteckigen Gitter als Rekonstruktionsbereich interessiert. Die Suche nach einem achsparallelen Rechteck mit maximalem Flächeninhalt $B_0 \subseteq B$ liefert den gewünschten Bereich (vgl. Abbildung 4.16). Das Rechteck lässt sich beispielsweise mit dem in [Ber06] beschriebenen Verfahren ermitteln.

Mit Hilfe der vorgestellten Algorithmik lässt sich also ein rechteckiger Bereich des Überlappungsbereichs der Sichtkegel der beiden Kameras bestimmen und man erhält einen geeigneten Rekonstruktionsbereich für die nachfolgende Oberflächenapproximation.

4.3.2 Oberflächenrekonstruktion

Die Lösung des Rekonstruktionsproblems kann nur approximiert werden, da die gegebenen Differentialgleichungen ebenfalls nur approximativ bekannt sind. Zur Approximation der unbekanntenen Funktion $f(x, y)$ werden Tensorprodukt-B-Splines aufgrund ihrer guten Lokalisierung und schnellen Auswertemöglichkeit verwendet. Für gegebene Knotenvektoren t_1 und t_2 und Splinegrad k_1 und k_2 lässt sich die zu approximierende Oberfläche schreiben als

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \beta_{i,j} N_{i,k_1+1,t_1}(x) N_{j,k_2+1,t_2}(y), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

Zur Vereinfachung wird im Folgenden die Schreibweise $f(x, y) = \sum_{i=1}^p \alpha_i g_i(x, y)$ für die Approximation verwendet, wobei $g_i(x, y)$ die Basisfunktionen des Splineraums darstellen und p die Dimension des Raumes ist. Gesucht werden also die unbekanntenen Koeffizienten $\alpha_1, \dots, \alpha_p$. Die Suche nach den bestapproximierenden Koeffizienten ergibt ein nichtlineares Optimierungsproblem. Dazu ist eine geeignete Fehlerfunktion für den Rekonstruktionsbereich $B_0 = [a, b] \times [c, d]$, mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ anzugeben, der nach dem im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Verfahren ermittelt wurde. Da die unbekanntene Oberfläche die beiden Differentialgleichungen

$$\text{grad}f(x, y) = F_{O_i}(x, y, f(x, y)), \quad i = 1, 2$$

erfüllen muss wird für die jeweilige Kamera die Fehlerfunktion $\Phi_i : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\Phi_i(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \sum_{k=0}^{n_1} \sum_{l=0}^{n_2} \left\| \sum_{j=1}^p \alpha_j \text{grad}g_j(x_k, y_l) - F_{O_i}(x_k, y_l, \sum_{j=1}^p \alpha_j g_j(x_k, y_l)) \right\|^2$$

für $i = 1, 2$ verwendet, wobei $(x_k, y_l) \in B_0$ und $n_1, n_2 \in \mathbb{N}_1$. Die Punkte werden äquidistant über die beiden Intervalle $[a, b]$ bzw. $[c, d]$ verteilt, d.h. $x_k = a + \frac{b-a}{n_1}k$ und $y_l = c + \frac{d-c}{n_2}l$.

Die gesamte Fehlerfunktion für das Optimierungsproblem ergibt sich dann zu $\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \Phi_1(\alpha_1, \dots, \alpha_p) + \Phi_2(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$. Die Konvergenz nichtlinearer Optimierungsverfahren zur Lösung dieses Problems ist abhängig von der Wahl der Startlösung. Hier werden alle Spline-Koeffizienten mit dem Wert d_f initialisiert, dem Abstand der verwendeten Ebene zur Bestimmung des Rekonstruktionsbereichs. Dies entspricht wegen der Zerlegung der Eins-Eigenschaft der Splines dieser Ebene. Als Optimierungsverfahren wird das Levenberg-Marquardt Verfahren (vgl. [Alt02]) verwendet, da es eine Kombination zwischen dem Gauß-Newton- und dem Gradientenabstiegsverfahren darstellt und auch bei schlecht konditionierten Problemen oft noch gute Konvergenzeigenschaften hat. Allerdings ist der sehr hohe Rechenaufwand ein Nachteil dieses Verfahrens. Eine kurze Zusammenfassung der geschilderten Vorgehensweise zeigt Algorithmus 1.

4.3.3 Rekonstruktionsergebnisse

Die in diesem Kapitel entwickelte Algorithmik zur Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen wird im Folgenden anhand einer Simulation von Lichtquellenreflexionen an einer Ebene und einem Ausschnitt einer Kugel getestet. Dabei wird ein Rekonstruktionsbereich von $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ verwendet. Der Abstand der Kameras bei der Vermessung der Kugel beträgt 20 cm , bei der Vermessung der Ebene 40 cm . Die Objekte befinden sich in einem Abstand von ca. 30 cm zu der Kamera, die einzelnen Lichtquellen sind äquidistant über einen Bereich von $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ angeordnet. Zur Rekonstruktion der Kugeloberfläche wird ein Tensorprodukt-B-Spline

Algorithmus 1 Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen

 ▷ **Berechnung der Sichtstrahlen:**

Bestimme aus den beobachteten Reflexionspunkten die beiden Strahlkegel C_{M_1} und C_{M_2} mit Hilfe der Kalibrierdaten der Kameras

 ▷ **Approximation der Lichtquellenfunktionen:**

Bestimme die Kugelkoordinaten für alle Beobachtungsrichtungen und approximiere die Lichtquellenfunktionen \hat{l}_1 und \hat{l}_2

 ▷ **Bestimmung des Rekonstruktionsbereichs:**

- Schneide alle Sichtstrahlen mit einer Ebene mit Abstand d_f zur (x, y) -Ebene
- Bilde die konvexen Hüllen $\text{co}(A_1)$ und $\text{co}(A_2)$ der erhaltenen Schnittmengen
- Bestimme die Schnittmenge $B = \text{co}(A_1) \cap \text{co}(A_2)$ der beiden konvexen Hüllen
- Suche achsenparalleles Rechteck $B_0 = [a, b] \times [c, d]$ mit maximalem Flächeninhalt in B

 ▷ **Parameteroptimierung** (nichtlineare Optimierung):

Bestimme die Splinekoeffizienten α_j mit Hilfe der Fehlerfunktion $\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \Phi_1(\alpha_1, \dots, \alpha_p) + \Phi_2(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$, wobei

$$\Phi_i(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \sum_{k=0}^{n_1} \sum_{l=0}^{n_2} \left\| \sum_{j=1}^p \alpha_j \text{grad} g_j(x_k, y_l) - F_{O_i}(x_k, y_l, \sum_{j=1}^p \alpha_j g_j(x_k, y_l)) \right\|^2$$

für $i = 1, 2$, $(x_k, y_l) \in B_0$.

der Ordnung 3 verwendet, wobei 2 Stützstellen äquidistant über den Rekonstruktionsbereich verteilt werden. Dies ergibt einen Knotenvektor mit 8 Elementen (vgl. Abschnitt 3.5), d.h. für das Optimierungsproblem sind insgesamt 25 Parameter zu optimieren. Für die Ebene werden wiederum 2 Stützstellen verwendet, jedoch reicht hier ein Spline der Ordnung 2 zur Rekonstruktion aus. In diesem Fall sind also insgesamt 16 Splinekoeffizienten zu optimieren. Der Lösungsraum ist demnach sehr hochdimensional. Aus diesem Grund lässt sich keine Aussage über die Anzahl und Existenz von Minima treffen. Wie oben erwähnt, wird das Optimierungsverfahren von Levenberg-Marquardt zur Optimierung verwendet. Als Startlösung wird die parallel zur (x, y) -Ebene gewählte Ebene zur Bestimmung

des Rekonstruktionsbereichs gewählt, d.h. die Elemente des Lösungsvektors werden alle mit dem Wert d_f initialisiert.

Tabelle 4.2 zeigt das Rekonstruktionsergebnis für eine Ebene $E : 0.05x + 0.09y - z + 5.2 = 0$. Hierbei ist anzumerken, dass die Optimierung bei 10×10 bzw.

Anzahl Lichtquellen	Anzahl Punkte im Rekonstruktionsbereich	mittlerer quadr. Fehler (RMS)
10×10	10×10	0.0136079469
20×20		0.0000608965
30×30		0.0000756508
40×40		0.0000112839
50×50		0.0000149670
60×60		0.0000020088
10×10	20×20	0.0055076582
20×20		0.0003382234
30×30		0.0000297436
40×40		0.0000077975
50×50		0.0000068764
60×60		0.0000037277

Tabelle 4.2: Mittlerer quadratischer Fehler bei der Ebenenrekonstruktion

20×20 Lichtquellen nach 100 Schritten abgebrochen wurde. Eine Erhöhung der Anzahl der Punkte im Rekonstruktionsbereich hat nur sehr wenig Einfluss auf die Rekonstruktionsgenauigkeit. Die Anzahl der Lichtquellen spielt eine größere Rolle bei der Rekonstruktion, wie schon bei der Approximation der Lichtquellenfunktion zu beobachten war. Werden mehr als 20 Lichtquellen verwendet, konvergiert das Verfahren sehr schnell (ca. 12 Iterationen) und es stellt sich umgerechnet ein mittlerer quadratischer Fehler von ca. $0.8 - 1.4 \mu m$ ein, wobei als Fehler der mittlere quadratische Abstand der rekonstruierten Oberfläche zur gegebenen Ebene über den Rekonstruktionsbereich angegeben ist.

Die erhaltenen Rekonstruktionsergebnisse für eine Kugel mit einem Radius von 30 cm zeigt Tabelle 4.3. Hierbei wird der Fehler als mittlere quadratische Abweichung des Kugelradius über den Rekonstruktionsbereich angegeben. Auch hier erfolgt eine schnelle Konvergenz (ca. 14 Iterationen) des Verfahrens ab einer Anzahl von 20 Lichtquellen. Es ergibt sich eine mittlere Abweichung von ca. $2 \mu m$. Die Anzahl der Punkte im Rekonstruktionsbereich bestimmt unter anderem die Geschwindigkeit der Rekonstruktion. Wie man an den Ergebnissen sehen kann, reicht eine Auswertung an 100 Stellen im Rekonstruktionsbereich völlig aus, um eine sehr gute Oberflächenrekonstruktion zu erhalten. Eine Erhöhung der Anzahl führt nur zu einer Erhöhung der Rechenzeit.

Anzahl Lichtquellen	Anzahl Punkte im Rekonstruktionsbereich	mittlere quadr. Abweichung vom Radius
10 × 10	10 × 10	0.0013814727
20 × 20		0.0002068964
30 × 30		0.0001333364
40 × 40		0.0000886562
50 × 50		0.0000931323
60 × 60		0.0000892572
10 × 10	20 × 20	0.0009984304
20 × 20		0.0001563811
30 × 30		0.0001126096
40 × 40		0.0000707656
50 × 50		0.0000808656
60 × 60		0.0000765327

Tabelle 4.3: Mittlere Abweichung vom Kugelradius

Bemerkung 1 *Bisher wurde nur über die Verwendung von Punktlichtquellen zur Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen gesprochen. Prinzipiell ist das Verfahren aber nicht auf punktförmige Lichtquellen beschränkt. Wichtig ist nur, dass diffuses Licht für die Rekonstruktion verwendet wird. So kann beispielsweise auch ein phasenverschobenes sinusförmiges Streifenmuster (vgl. deflektometrische Verfahren, z.B. [KKH04]), das auf eine Mattscheibe projiziert und über das spiegelnde Objekt beobachtet wird, als Lichtquellenkodierung verwendet werden. Dadurch erhält man eine dichtere Abtastung der hier eingeführten Lichtquellenfunktion.*

Kapitel 5

Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen

Im vorangegangenen Kapitel wurde ein Verfahren hergeleitet, das die Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen mit Hilfe von zwei Kameras und mehreren Lichtquellen ermöglicht. Eine Totalreflexion ist allerdings in technischen Anwendungen fast ausschließlich bei metallischen Spiegeln zu beobachten. Viel öfter treten Oberflächen auf, die sowohl spiegeln, als auch diffus reflektieren. Solche Objekte werden in dieser Arbeit partiell reflektierend genannt. In Abbildung 5.1 ist ein Beispiel für solche Oberflächen zu sehen. Betrachtet man die beiden Bil-

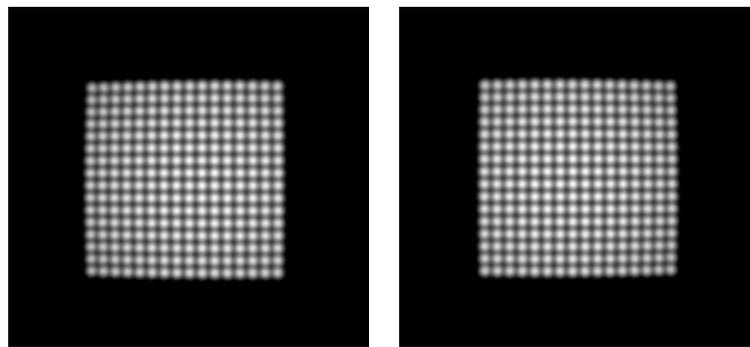


Abbildung 5.1: Zwei Ansichten einer partiell reflektierenden Oberfläche

der genauer, so stellt man fest, dass man einer Lichtquelle nun keine eindeutige Beobachtungsrichtung zuteilen kann wie im Fall der Totalreflexion. Vielmehr ist eine Lichtquelle hier als „Lichtfleck“ zu beobachten, d.h. zu einer punktförmigen Lichtquelle existiert also eine Menge von Sichtstrahlen. Die Größe dieses Flecks ist abhängig von den Reflexionseigenschaften der Oberfläche. Im Folgenden wird eine Methode vorgestellt, die es ermöglicht, sowohl die Oberflächenform als auch die

absolute Lage partiell reflektierender Oberflächen zu bestimmen. Hierbei findet das in Kapitel 3 geschilderte Beleuchtungsmodell Anwendung. Insbesondere wird das dort beschriebene Verfahren zur Schnittpunktberechnung eines Sichtstrahls mit der Oberfläche benötigt sowie die entwickelte Algorithmik zur Bilderzeugung. In diesem Kapitel werden also die verschiedenen Einzelkomponenten, die in den vorangegangenen Kapiteln erläutert wurden zu einem Gesamtsystem zusammengeführt.

In Abschnitt 5.1 werden kurz die Nebenbedingungen erläutert, unter denen eine Rekonstruktion möglich ist. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 5.2 näher auf die Problematik der Mehrdeutigkeiten eingegangen, die bei der Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen vorhanden sind. Die Algorithmik zur Lösung des Rekonstruktionsproblems wird in Abschnitt 5.3 erläutert und das erhaltene Rekonstruktionsergebnis wird abschließend in Abschnitt 5.4 präsentiert.

5.1 Voraussetzungen

Wie schon bei total reflektierenden Oberflächen ist eine Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen nur unter bestimmten Voraussetzungen möglich. Auch hier muss gefordert werden, dass eine kalibrierte Situation vorliegt, d.h. es müssen einerseits die verwendeten Kameras kalibriert sein (bekannte extrinsische und intrinsische Parameter), andererseits müssen auch die Positionen der Lichtquellen im Bezug auf die Kamerakoordinatensysteme bekannt sein. Außerdem müssen die Lichtquellen eindeutig identifizierbar sein (vgl. Abschnitt 4.1). Es wird wiederum angenommen, dass die zu rekonstruierenden Oberflächen differenzierbar sind und dass ein Lichtstrahl nicht mehrfach auf der Oberfläche reflektiert wird.

Da die beobachtete Lichtreflexion abhängig von den Reflexionseigenschaften der Oberfläche ist, muss in diesem Fall zusätzlich gefordert werden, dass auch die Reflexionsparameter des Beleuchtungsmodells bekannt sind. Die Anzahl der Parameter ist wie bei dem in dieser Arbeit verwendeten Beleuchtungsmodell nach Torrance-Sparrow bzw. Blinn (vgl. Abschnitt 3.3) oft sehr groß. Deshalb ist es sinnvoll, die Reflexionsparameter in einem Vorverarbeitungsschritt zu bestimmen. Dies kann beispielsweise mit Hilfe des in [Aue06] bzw. [KHC00] beschriebenen Verfahren erfolgen. Die Bestimmung der Parameter in den Rekonstruktionsprozess zu verlagern ist nicht ratsam, da es die Komplexität des Problems noch zusätzlich erhöht und die Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen Mehrdeutigkeiten aufweist, wie im nächsten Abschnitt erläutert wird. Zur Vereinfachung wird die Vereinbarung getroffen, dass die Reflexionseigenschaften über den zu rekonstruierenden Oberflächenabschnitt konstant sind.

Zusammengefasst sind also folgende Voraussetzungen für eine Rekonstruktion

erforderlich:

- bekannte Beobachterpositionen
- bekannte Lichtquellenpositionen (im Bezug auf die Kamerakoordinatensysteme), Identifizierbarkeit der Lichtquellenposition
- bekannte Reflexionsparameter (Beleuchtungsmodell), konstant über den Rekonstruktionsbereich
- differenzierbare Oberfläche, keine Selbstüberdeckungen, keine Sekundärreflexionen

5.2 Mehrdeutigkeiten

In Abschnitt 3.4 wurde der Bildentstehungsprozess erläutert. Licht wird an Oberflächenmaterialien gestreut und ein Teil trifft anschließend auf einen elektronischen Sensor, der die Lichtenergie in elektrische Ladung wandelt. Durch eine anschließende Analog/Digital-Wandlung und Quantisierung des Signals entstehen Grauwerte, die als Bild auf einem Computerbildschirm dargestellt werden. Die Rekonstruktion reflektierender Oberflächen ist jedoch invers zu diesem Prozess, also ein inverses Problem. Gegeben sind verschiedene Aufnahmen eines Objekts, gesucht wird diejenige Oberfläche, welche die beobachtete Lichtverteilung erzeugt. Durch die Projektion des dreidimensionalen Raums auf die zweidimensionale Bildebene geht ein Teil der räumlichen Information verloren und das Problem kann nur unter zahlreichen Nebenbedingungen gelöst werden. Sind alle obigen Voraussetzungen erfüllt, bleibt die Lösung des Oberflächenrekonstruktionsproblems dennoch mehrdeutig. Somit gehört dieses Problem zur Klasse der schlecht gestellten Probleme (ill-posed problems).

Dies soll am Beispiel der Lambert-Reflexion erklärt werden. Im Abschnitt über Beleuchtungsmodelle wurde die Intensitätsgleichung für eine diffuse Lichtreflexion angegeben. Sie lautet $I = I_W \cdot k_d \cdot \langle l | n \rangle = I_W \cdot k_d \cdot \cos \alpha$, wobei I_W die Intensität der Lichtquelle und k_d der diffuse Reflexionskoeffizient ist (im Englischen als albedo bezeichnet). Soll nun die Oberflächennormale n an einem Bildpunkt mit beobachtetem Intensitätswert I berechnet werden, stellt man fest, dass alle Vektoren, die den Winkel α mit der Beleuchtungsrichtung l einnehmen, die Intensitätsgleichung erfüllen. Identifiziert man diese Vektoren mit ihrem Schnittpunkt mit der Einheitssphäre, so bilden sie die Mantelfläche eines Rotationskegels mit Rotationsachse l (vgl. Abbildung 5.2). Dies bedeutet also, dass prinzipiell unendlich viele Lösungen für die lokale Oberflächennormale n existieren, falls die beobachtete Lichtintensität an einem Oberflächenpunkt von einer diffusen Reflexion herrührt.

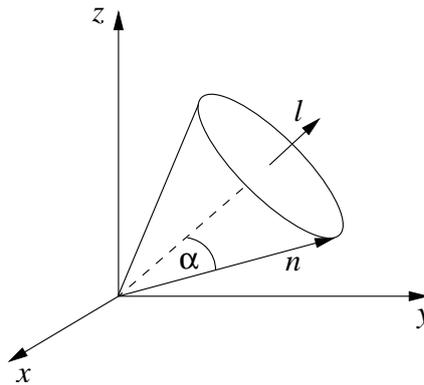


Abbildung 5.2: Mehrdeutigkeit der Oberflächennormale bei Lambert-Reflexion

Um dieses Problem in den Griff zu bekommen, wurde im Bereich der Verfahren „Form aus Schattierung“ (shape from shading) das sogenannte photometrische Stereo-Verfahren eingeführt. Shape from shading-Verfahren beschäftigen sich mit dem Problem der Formrekonstruktion einer Oberfläche aus den Bildintensitäten eines monokularen Bildes. Beim photometrischen Stereo werden bei gleichbleibender Aufnahmegeometrie mehrere Bilder der Szene aufgenommen, wobei die Lage der Lichtquelle für jede Aufnahme verändert wird. Dadurch erhält man für einen projizierten Oberflächenpunkt mehrere unterschiedliche Bildintensitäten. Sind mindestens drei unterschiedliche Aufnahmen vorhanden, so lässt sich das Rekonstruktionsproblem bei diffuser Reflexion in der Regel eindeutig lösen. Der interessierte Leser sei hier auf die einschlägige Literatur zu Form aus Schattierung und photometrisches Stereo verwiesen (vgl. beispielsweise [HB89, Hor86] bzw. [Woo80, KKS98]). Eine genauere Erläuterung würde den Rahmen dieser Arbeit komplett sprengen. Hinzu kommt, dass mit Hilfe dieser Verfahren nur die Oberflächenform, also die Oberflächennormale, rekonstruiert werden kann und es wird davon ausgegangen, dass sich der Beobachter und das verwendete Licht in einem großen Abstand zur Oberfläche befinden (paralleles Licht, orthogonale Projektion). Sind zusätzlich Spiegelungen im Bild vorhanden, so wird meist versucht, diese im Vorfeld aus dem Bild zu entfernen. Somit sind die geschilderten Methoden nicht auf die Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen anwendbar, zumal das Ziel dieser Arbeit sowohl die Bestimmung der Oberflächenform als auch die Rekonstruktion der absoluten Lage im Raum ist. Im nächsten Abschnitt wird die gewählte Vorgehensweise für die Rekonstruktion näher erläutert.

5.3 Totalreflexion als Startlösung

Die Gewinnung von Tiefeninformation aus einem bzw. mehreren aufgenommenen digitalen Bildern ist wie oben beschrieben ein schwieriges Problem. Dem Autor ist kein Verfahren bekannt, das die Bestimmung der absoluten Lage eines partiell reflektierenden Objekts mit ausreichender Performanz ermöglicht. Vorhandene Lösungen zielen nur auf eine Formrekonstruktion ab. Bei rein diffus reflektierenden Oberflächen gewinnt die Methode des photometrischen Stereo zur Rekonstruktion der Oberflächenform immer mehr an Bedeutung, da außer einer Kamera und mindestens drei Lichtquellen keine teure zusätzliche Hardware für die Lösung des Problems notwendig ist. Das Problem der Lagebestimmung diffus reflektierender Objekte wird heutzutage sehr gut mit Hilfe von Lichtschnitt- bzw. Streifenprojektionsverfahren gelöst. Bei partiell reflektierenden Oberflächen, d.h. falls auch spiegelnde Anteile in der Lichtreflexion vorhanden sind, treten bei allen erwähnten Verfahren große Schwierigkeiten auf. Deshalb wird im Folgenden ein Lösungsweg aufgezeigt, der die Rekonstruktion solcher Oberflächen erlaubt.

Eine zentrale Rolle spielt dabei das in Abschnitt 3.4 erläuterte Verfahren zur Simulation der Bilderzeugung einer vordefinierten Szene, wobei die Oberflächen mit Hilfe von Tensorprodukt-B-Splines modelliert werden. Es wird wiederum ein Stereo-Ansatz für die Rekonstruktion verfolgt. Als Eingangsdaten stehen neben den erfüllten Voraussetzungen, die zu Beginn des Kapitels genannt wurden, zwei Aufnahmen der unbekanntenen Oberfläche zur Verfügung. Deshalb bietet sich für die Rekonstruktion, d.h. für die Bestimmung der Spline-Koeffizienten, die Abweichung des simulierten Bildes vom beobachteten Bild als Minimierungsfunktion an. Interpretiert man zwei Bilder als quadratintegrierbare Funktionen $g, h : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$ kompakt, so kann die Abweichung zwischen den Bildern g und h gemessen werden durch

$$\int_D (g(x) - h(x))^2 d\lambda^2(x),$$

wobei λ^2 das zweidimensionale Lebesgue-Maß bezeichnet und g bzw. h das beobachtete bzw. simulierte Bild repräsentiert. Die Bilder einer Kamera liegen jedoch diskretisiert vor.

Sei also $I : \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m} \rightarrow \mathbb{Z}_{0,255}$ ein diskretisiertes Grauwertbild. Mit den in Abschnitt 3.4.1 eingeführten Bezeichnungen lässt sich die Abweichung des beobachteten vom simulierten Bild mit den Sensorfunktionalen $l_{i,j}$, der Sensorinputfunktion f und der Quantisierungsfunktion q im diskreten Fall schreiben als

$$\sum_{(i,j) \in \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}} (I(i,j) - q(l_{i,j}(f)))^2.$$

Die Sensorinputfunktion f entspricht dabei dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Beleuchtungsmodell. Da die Intensitätsgleichung des Beleuchtungsmodells abhängig von der Oberflächennormale ist (und damit vom Punkt auf der Oberfläche), wird der simulierte Grauwert $q(l_{i,j}(f))$ eines Pixels zur Vereinfachung als $\tilde{I}_{i,j}(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ geschrieben. Hierbei bezeichnen $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ wie in Kapitel 4 die zu bestimmenden Splinekoeffizienten. Der Bildentstehungsprozess wurde ausführlich in Kapitel 3 beschrieben.

Die Suche nach den bestapproximierenden Spline-Koeffizienten ist auch im Fall partiell reflektierender Oberflächen ein nichtlineares Optimierungsproblem. Für die jeweilige Kamera wird $\Phi_k : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\Phi_k(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \sum_{(i,j) \in A} \left(I^{(k)}(i, j) - \tilde{I}_{i,j}^{(k)}(\alpha_1, \dots, \alpha_p) \right)^2$$

für $k = 1, 2$ als Fehlerfunktion über den gemeinsamen Sichtbereich $A \subseteq \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m}$ der beiden Kameras gewählt, wobei für die Darstellung des Splines die in Kapitel 4 gewählte Vereinfachung benutzt wird. Die gesamte Fehlerfunktion für das Optimierungsproblem ergibt sich dann zu $\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \Phi_1(\alpha_1, \dots, \alpha_p) + \Phi_2(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$. Man beachte, dass hier der gemeinsame Sichtbereich A der Kameras eine Pixelmenge ist. Die Bestimmung des Bereichs erfolgt analog der Vorgehensweise bei der Totalreflexion.

Die Konvergenz dieses nichtlinearen Optimierungsproblems ist, wie schon bei der Totalreflexion erwähnt, abhängig von der Wahl des Startwertes. Aufgrund der geschilderten Mehrdeutigkeiten bei der Lösung des Rekonstruktionsproblems ist die Wahl einer guten Startlösung ausschlaggebend für die Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen. Am Beispiel einer Oberfläche, die durch eine quadratische Funktion repräsentiert wird, wird dieser Sachverhalt erläutert. Wird für den Beginn der Iteration eine Ebene parallel zur (x, y) -Ebene wie im Fall der Totalreflexion gewählt, und werden zu viele Stützstellen für die Spline-Rekonstruktion verwendet, so bleibt das Optimierungsverfahren sofort in den zahlreich vorhandenen lokalen Minima des Optimierungsproblems hängen. Der rekonstruierte Spline erscheint in diesem Fall „wellig“ (vgl. Abbildung 5.3). Auch eine Reduzierung der Knotenpunkte löst den geschilderten Fall nicht, da die Optimierungsfunktion in dem gewählten Abstand der Ebene hängen bleibt. Abbildung 5.4 zeigt die erzeugten Bilder aus der rekonstruierten Oberfläche. Zum Vergleich sind die beiden Originalbilder der Kameras in der oberen Reihe der Abbildung zu sehen.

Einen Ausweg aus dieser Situation liefert die in Kapitel 4 geschilderte Vorgehensweise bei spiegelnden Objekten. Bei partiell reflektierenden Oberflächen ist ein gewisser spiegelnder Anteil in der Lichtreflexion enthalten. In einem Kamerabild ist wegen des diffusen Anteils ein Lichtfleck für eine Lichtquelle zu beobachten. Das „Zentrum“ dieses Flecks kann als Totalreflexionsrichtung interpretiert werden. Dazu müssen allerdings erst die einzelnen Bereiche für die jeweiligen

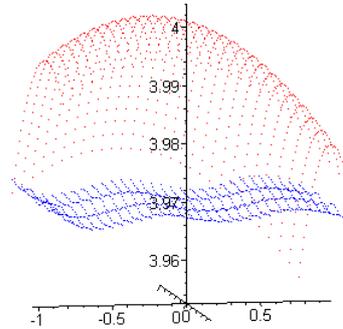


Abbildung 5.3: Rekonstruktionsergebnis für Ebene als Startlösung und erhöhter Anzahl von Knotenpunkten, rekonstruierter Spline (blau)

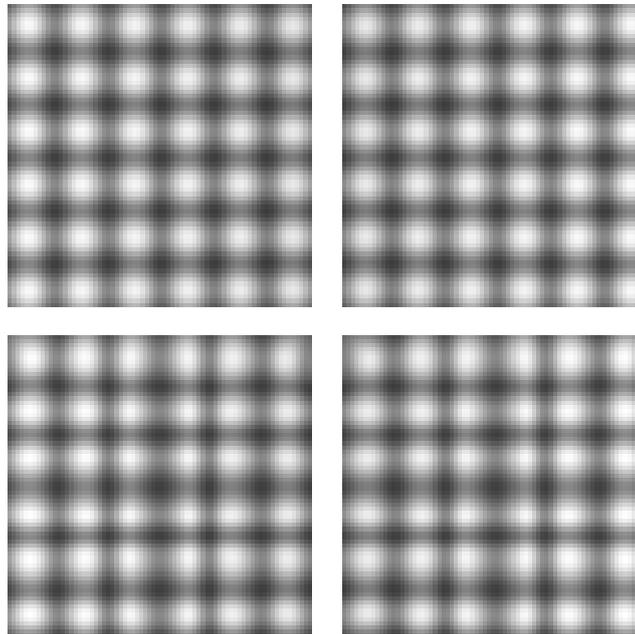


Abbildung 5.4: Originalbilder (oberste Reihe), Bilder aus der Rekonstruktion (untere Reihe)

Lichtquellenpositionen im Bild identifiziert werden. Dies ist ein Segmentierungsproblem. Es wird ein Schwellwert $s \in \mathbb{Z}_{0,255}$ als Grenze dafür gesucht, dass ein Bildpunkt zu einem Objekt oder zum Hintergrund gehört. Dieser Schwellwert kann je nach Größe der Umgebung und Anzahl der einzelnen Grauwerte verschieden sein. Einen in diesem Sinne optimalen Grenzwert liefert die Zwei-Niveau-Passung. Für ein digitales Bild $I : \mathbb{Z}_{1,n} \times \mathbb{Z}_{1,m} \rightarrow \mathbb{Z}_{0,255}$ werden in einem Ausschnitt M des Bildrechtecks eine meßbare Menge $A \subset M$ und zwei Werte $\gamma_A, \gamma_{M \setminus A} \in \mathbb{R}$ bestimmt, sodass

$$\sum_M \left(I - (\gamma_A \cdot \mathbb{1}_A + \gamma_{M \setminus A} \cdot \mathbb{1}_{M \setminus A}) \right)^2$$

minimal wird. Hierbei bezeichnet A das gesuchte Objekt. Dieser Ausdruck ist minimal, falls γ_A der Grauwertmittelwert des Objekts und $\gamma_{M \setminus A}$ der Grauwertmittelwert des Hintergrunds ist. Eine genauere Herleitung und Beschreibung des Verfahrens ist in [Don91] zu finden. Mit Hilfe des ermittelten Schwellwerts lassen sich im Bild die genannten „Lichtflecken“ bestimmen, indem zusammenhängende Bereiche im Bild gesucht werden, die über der angegebenen Schwelle liegen. Der Grauwertschwerpunkt der jeweiligen Pixelmenge liefert dann einen Repräsentanten für die Totalreflexionsrichtung. In Abbildung 5.5 sind die detektierten Schwerpunkte in den Kamerabildern zu sehen.

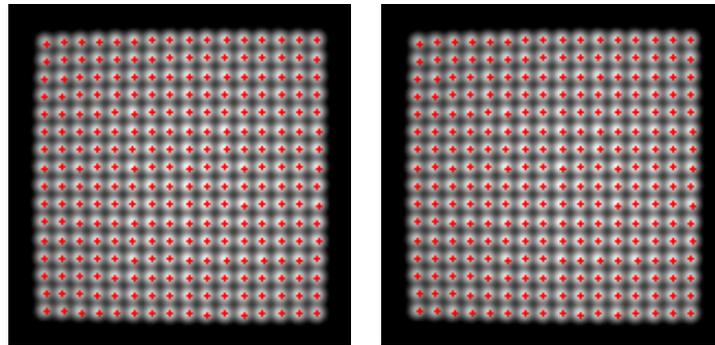


Abbildung 5.5: Schwerpunkte der Lichtreflexionen beider Bilder

Mit den so berechneten Totalreflexionsrichtungen wird der Algorithmus für die Rekonstruktion spiegelnder Objekte angestoßen. Da bei der Bestimmung des Zentrums des Lichtflecks ein gewisser numerischer Fehler enthalten ist, ist die rekonstruierte Oberfläche noch nicht sehr genau, aber sie ist schon sehr „nahe“ an der optimalen Lösung. Wird nun der Optimierungsprozess für partiell reflektierende Oberflächen nachgeschaltet, so erhält man eine sehr gute Rekonstruktion der unbekanntes Oberfläche. Wegen seiner guten Konvergenzeigenschaften wird wiederum das Verfahren von Levenberg-Marquardt zur Berechnung der optimalen

Spline-Koeffizienten verwendet. Algorithmus 2 liefert einen Überblick der vorgestellten Methodik.

Algorithmus 2 Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen

▷ **Berechnung der Sichtstrahlen:**

Bestimme die Sichtstrahlkegel C_{M_1} und C_{M_2} mit Hilfe der Kalibrierdaten der Kameras aus den beobachteten Bildern

▷ **Berechnung einer Startlösung über Totalreflexion:**

- Bestimme optimalen Schwellwert mit Hilfe der Zwei-Niveau-Passung zur Segmentierung der beiden Kamerabilder
- Bestimme die zu den Lichtquellen gehörigen Pixelmengen durch Berechnung der Zusammenhangskomponenten
- Berechne grauwertgewichteten Schwerpunkt jeder Zusammenhangskomponente
- Wende das Verfahren zur Rekonstruktion total reflektierender Oberflächen an (vgl. Algorithmus 1)

▷ **Nachiteration über Bildvergleich:**

Bestimme die Splinekoeffizienten $\alpha_1, \dots, \alpha_p \in \mathbb{R}$ mit Hilfe der Fehlerfunktion $\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \Phi_1(\alpha_1, \dots, \alpha_p) + \Phi_2(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$, wobei

$$\Phi_k(\alpha_1, \dots, \alpha_p) = \sum_{(i,j) \in A} \left(I^{(k)}(i, j) - \tilde{I}_{i,j}^{(k)}(\alpha_1, \dots, \alpha_p) \right)^2$$

für $k = 1, 2$ und gemeinsamen Sichtbereich A der beiden Kameras.

5.4 Rekonstruktionsergebnisse

Die Güte der entwickelten Algorithmik zur Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen wird im Folgenden durch die Berechnung von simulierten Bildern anhand zweier verschiedener Oberflächen bestimmt. Dabei wird eine zur (x, y) -Ebene parallele Ebene bzw. eine quadratische Funktion mit der Gleichung $f(x, y) = -0.015x^2 - 0.015y^2 + 0.01x + 0.009y + 4.0$ (vgl. Abbildung 5.6) als zu rekonstruierende Oberfläche verwendet. Die Berechnung der einzelnen Bilder erfolgt mit Hilfe des in Kapitel 3 beschriebenen Verfahrens. Der Abstand zwischen

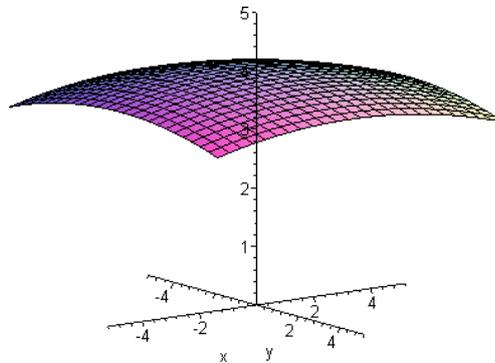


Abbildung 5.6: Zu rekonstruierende Oberfläche

den beiden Kameras beträgt 40 cm, die gesuchte Oberfläche befindet sich in einem Abstand von ca. 20 cm zu den beiden Kameras. Es werden 16×16 Lichtquellen verwendet, die äquidistant über einen Bereich von $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ angeordnet sind. Der Rekonstruktionsbereich beträgt $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$. Für jede Oberfläche werden zwei unterschiedliche Reflexionssituationen simuliert. Zum einen wird ein höherer spiegelnder Anteil berücksichtigt, zum anderen ein höherer diffuser Reflexionsanteil. Die beiden Abbildungen 5.7 bzw. 5.8 zeigen die unterschiedlichen Reflexionseigenschaften. Zusätzlich wird die Rekonstruktion anhand verrausch-

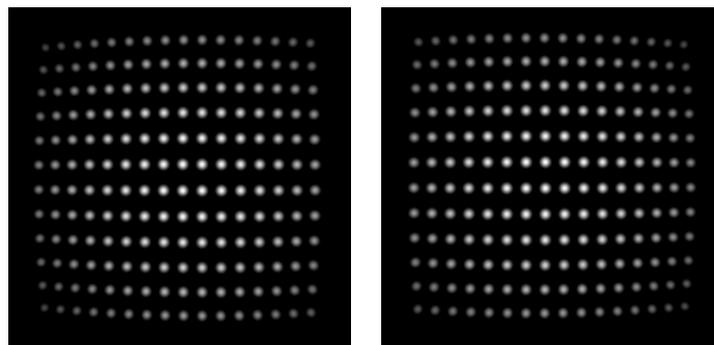


Abbildung 5.7: Simuliertes Bild der Oberfläche mit niedrigem diffusen Anteil

ter Daten überprüft, indem die erzeugten Bilder additiv mit weißen Rauschen

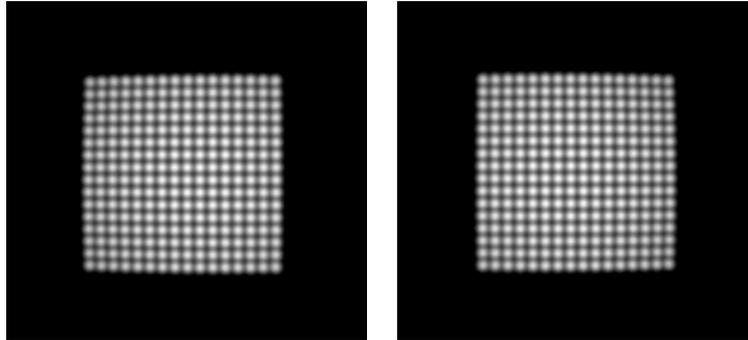


Abbildung 5.8: Simuliertes Bild der Oberfläche mit höherem diffusen Anteil

überlagert werden.

Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die erhaltenen Resultate. Die Abweichung der rekonstruierten zur tatsächlichen Oberfläche wird mit Hilfe der Supremumsnorm $\|f - g\|_\infty$ über den Rekonstruktionsbereich beschrieben. Dabei bezeichne f die Originalfunktion und g die rekonstruierte Oberfläche. Die Bestimmung der Startlösung mit Hilfe des Verfahrens bei der Totalreflexion lieferte bei allen Versuchen eine mittlere Abweichung von 0.03. Betrachtet man die ein-

Oberfläche	Rekonstruktionssituation	Abweichung
quadratische Funktion	hoher spiegelnder Anteil	0.0000792
	hoher diffuser Anteil	0.0002943
quadratische Funktion	hoher spiegelnder Anteil und Rauschen ($\mu = 0, \sigma = 2$)	0.0004926
	hoher diffuser Anteil und Rauschen ($\mu = 0, \sigma = 2$)	0.0009943
Ebene	hoher spiegelnder Anteil	0.0000378
	hoher diffuser Anteil	0.0001523
Ebene	hoher spiegelnder Anteil und Rauschen ($\mu = 0, \sigma = 2$)	0.0002487
	hoher diffuser Anteil und Rauschen ($\mu = 0, \sigma = 2$)	0.0007041

Tabelle 5.1: Rekonstruktionsfehler bei partiell reflektierenden Oberflächen

zelnen Ergebnisse, so stellt man fest, dass das vorgestellte Verfahren sehr gut zur Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen geeignet ist. Umgerech-

net ergibt sich bei den nicht verrauschten Daten ein Fehler von ca. $10\mu m$, bei verrauschten Daten von ca. $70\mu m$.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die dreidimensionale Rekonstruktion reflektierender Oberflächen ist Gegenstand aktueller Forschung. Die Nachfrage nach guten Lösungen für das Rekonstruktionsproblem ist sehr hoch, da die meisten technischen Oberflächen spiegelnde Reflexionsanteile aufweisen. Alle derzeit verfügbaren Systeme ermöglichen allerdings nur eine Bestimmung der Oberflächenform. Wie aber in Kapitel 4 bei der Vermessung spiegelnder Oberflächen gezeigt wurde, ist die Berechnung der Form abhängig vom Abstand des Objekts zum Betrachter. Soll beispielsweise eine Unebenheit auf einem Bauteil qualitativ bewertet werden, so kann dies mit herkömmlichen Verfahren nur relativ in Bezug auf eine Referenzebene erfolgen. Die Angabe einer absoluten Abweichung von der gewünschten Oberflächenform ist damit nicht möglich. In der vorliegenden Arbeit wurde deshalb besonders viel Wert auf die Bestimmung der absoluten Lage der zu vermessenden Oberfläche gelegt.

Eine sehr zentrale Rolle bei der Entwicklung eines Verfahrens zur Vermessung partiell reflektierender Oberflächen spielt die Lösung des Rekonstruktionsproblems bei total reflektierenden Objekten. Hier wird insbesondere der Begriff der Lichtquellenfunktion verwendet, wie er in [Don04] eingeführt wurde. Mit Hilfe dieser Funktion ist es möglich, das Rekonstruktionsproblem als Lösung einer totalen Differentialgleichung zu formulieren. Diese Funktion ist abhängig von der Oberfläche und nicht direkt analytisch beschreibbar, sie wird aber durch die Verwendung mehrerer Lichtquellen diskret abgetastet. Die Lichtquellenfunktion wurde in der Arbeit näher untersucht und es konnte gezeigt werden, dass die Funktion differenzierbar ist, falls folgende Bedingungen erfüllt werden:

1. Die zu rekonstruierende Oberfläche ist differenzierbar.
2. Ein Sichtstrahl schneidet die Oberfläche in einem Punkt und tangiert sie nicht.

3. Der von der Oberfläche reflektierte Strahl schneidet die Ebene, in der sich die Kameras und Lichtquellen befinden und tangiert sie nicht.

Somit ist es möglich, die Lichtquellenfunktion zu approximieren. Aus der Theorie über Differentialgleichungen ist bekannt, dass die Lösung einer Differentialgleichung anfangswertabhängig ist. Ein solcher Anfangswert lässt sich aber oft sehr schwer angeben. Deshalb wird in der Arbeit ein Stereoansatz verfolgt. Mit Hilfe des vorgestellten Verfahrens lässt sich die Oberfläche in einem rechteckigen Bereich des Überlappungsbereichs der Sichtkegel der beiden Kameras gut rekonstruieren. Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass sowohl die Oberflächenform spiegelnder Objekte, als auch die absolute Lage im Raum sehr genau rekonstruiert werden kann.

Die Rekonstruktion partiell reflektierender Oberflächen erfordert eine gute Kenntnis der Reflektanzeigenschaft der Oberfläche. Deshalb wurde die Modellierung der Lichtreflexion an Objekten sehr ausführlich behandelt. Zusätzlich wurde ein mathematisches Modell zur Simulation des Bildentstehungsprozesses eingeführt. Die unbekannte Oberfläche wird in einem Optimierungsprozess ermittelt, indem ein beobachtetes Bild mit dem berechneten simulierten Bild verglichen wird. Ein guter Startwert ist für die Optimierung sehr wichtig, da das Rekonstruktionsproblem Mehrdeutigkeiten enthält. Hierbei hat sich die Totalreflexionslösung als sehr gute Wahl herausgestellt. Somit ist die Vermessung partiell reflektierender Oberflächen in Form und Lage ebenfalls möglich. Auch bei vertauschten Eingangsdaten liefert das vorgestellte Verfahren sehr gute Ergebnisse.

Beim Entwurf der Lösung wurde auf einen modularen Aufbau geachtet. So lässt sich das Oberflächenmodell leicht austauschen, falls das Schnittproblem eines Sichtstrahls mit der Oberfläche gelöst werden kann. Auch das hier verwendete Beleuchtungsmodell ist ein modularer Baustein der Gesamtlösung und kann problemlos gewechselt werden, falls zukünftig bessere Modelle entwickelt werden. Erwähnt werden muss, dass eine hochgenaue Vermessung reflektierender Oberflächen nur möglich ist, wenn die Systemumgebung kalibriert ist. Dies bedeutet einen sehr hohen Kalibrierungsaufwand. Es müssen sowohl die Kamera-, als auch die Lichtquellenpositionen und die Reflexionsparameter der Oberfläche bekannt sein.

Die Komplexität des Rekonstruktionsproblems lässt viel Spielraum für weitere Untersuchungen. Die Berechnung der simulierten Bilder ist sehr rechenintensiv. Deshalb ist es notwendig, numerisch effiziente und stabile Verfahren zu entwickeln, die eine schnelle Aktualisierung der berechneten Grauwerte ermöglichen, wenn sich die Oberflächenform nur minimal ändert. Auch die Berücksichtigung von mehrfachen Lichtreflexionen erhöht die Anforderung an die Rechenleistung enorm. Für eine praktische Umsetzung der hier vorgestellten Konzepte sollten die Lichtquellen nicht matrixförmig angeordnet werden, sondern zusammen mit den Kameras in einer Verfahreinheit montiert werden, die dann über die Oberfläche bewegt wird.

Literaturverzeichnis

- [Alt02] ALT, W.: *Nichtlineare Optimierung - Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen*; Vieweg Verlag, 2002
- [Aue06] AUER, C.: *Positionsrekonstruktion geometrisch einfacher Objekte mit Hilfe von Beleuchtungsmodellen*; Diplomarbeit; Universität Passau, 2006
- [Ber06] BERNDL, A.: *Computing the largest axis-aligned rectangle within a convex polygon*; Diplomarbeit; Universität Passau, 2006
- [BGZ96] BUNGARTZ, H.-J.; GRIEBEL, M.; ZENGER, C.: *Einführung in die Computergraphik*; Vieweg, 1996
- [BH85] BROOKS, M. J.; HORN, B. K. P.: *Shape and source from shading*; Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence; S. 932–936, 1985
- [Bli77] BLINN, J. F.: *Models of Light Reflection for Computer Synthesized Pictures*; in: *SIGGRAPH '77: Proceedings of the 4th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*; S. 192–198; ACM Press, New York, NY, USA, 1977
- [BN98] BHAT, D. N.; NAYAR, S. K.: *Stereo and Specular Reflection*; International Journal of Computer Vision; Bd. 26 (2), S. 91–106, February 1998
- [BS63] BECKMANN, P.; SPIZZICHINO, A.: *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*; New York: Pergamon, 1963
- [CJ82] COLEMAN, E. N.; JAIN, R.: *Obtaining 3-Dimensional Shape of Textured and Specular Surfaces Using Four-Source Photometry*; Computer Graphics and Image Processing; Bd. 18, 1982
- [CT82] COOK, R. L.; TORRANCE, K. E.: *A Reflectance Model for Computer Graphics*; ACM Transactions on Graphics; Bd. 1 (1), S. 7–24, 1982

- [DeB78] DEBOOR, C.: *A practical guide to splines*; Springer Verlag, 1978
- [Die69] DIEUDONNÉ, J.: *Foundations of Modern Analysis*; Academic Press, 1969
- [Die93] DIERCKX, P.: *Curve and Surface Fitting with Splines*; Oxford University Press, 1993
- [Don91] DONNER, K.: *Hierarchical approximation for pattern recognition*; AI; S. 213–226, 1991
- [Don97] DONNER, K.: *Image interpretation based on local transform characterization*; Pattern Recognition and Image Analysis; Bd. 7 (4), S. 431–447, 1997
- [Don03] DONNER, K.: *Skriptum zur Vorlesung CAD*; Universität Passau, 2003
- [Don04] DONNER, K.: *Stereo Reconstruction of Reflecting Surfaces*; Pattern Recognition and Image Analysis; Bd. 14 (2), S. 168–172, 2004
- [Don05] DONNER, K.: *Skriptum zur Vorlesung Numerik*; Universität Passau, 2005
- [FC88] FRANKOT, R. T.; CHELLAPPA, R.: *A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 10, S. 439–451, 1988
- [Fel88] FELLNER, W.-D.: *Computer Grafik*; BI Wissenschaftsverlag, 1988
- [Foo97] FOO, S. C.: *A Gonioreflectometer for Measuring the Bidirectional Reflectance of Material for Use in Illumination Computation*; Diplomarbeit; Cornell University, 1997
- [Haa00] HAAS, J.: *Echtzeit-Korrespondenzprobleme in Bildsequenzen und Subpixelgenauigkeit*; Dissertation; Universität Passau, 2000
- [HB88] HEALY, G.; BINFORD, T. O.: *Local Shape from Specularity*; Computer Vision Graphics and Image Processing; Bd. 42 (1), S. 62–86, 1988
- [HB89] HORN, B.; BROOKS, M.: *Shape from Shading*; MIT Press, 1989
- [HGP04] HANNING, T.; GRAF, S.; PISINGER, G.: *Extrinsic Calibration of a stereo camera system fulfilling generalized epipolar constraints*; International Conference on Visualization Imaging and Image Processing Conference VIIP, 2004

- [Hor77] HORN, B. K. P.: *Understanding Image Intensities*; Artificial Intelligence; Bd. 8, S. 201–231, 1977
- [Hor86] HORN, B. K. P.: *Robot Vision*; MIT Press, 1986
- [Hor89] HORN, B. K. P.: *Height and Gradient from shading*; International Journal of Computer Vision; S. 37–75, 1989
- [IH81] IKEUCHI, K.; HORN, B. K. P.: *Numerical shape from shading and occluding boundaries*; Artificial Intelligence; Bd. 17 (1-3), S. 141–184, 1981
- [Ike81] IKEUCHI, K.: *Determining Surface Orientations of Specular Surfaces by Using the Photometric Stereo Method*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 3 (6), S. 661–669, 1981
- [JSY03] JIN, H.; SOATTO, S.; YEZZI, A. J.: *Multi-view Stereo Beyond Lambert*; in: *IEEE Intl. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*; S. 171–178, 2003
- [KD04] KICKINGEREDER, R.; DONNER, K.: *Stereo Vision on Specular Surfaces*; in: *Visualization, Imaging, and Image Processing* (Hg. Villanueva, J. J.); Series on Signal and Image Processing; S. 335–339; IASTED; ACTA Press, 2004
- [KHC00] KIM, T.-E.; HONG, H.-K.; CHOI, J.-S.: *Estimation of hybrid reflectance properties and shape reconstruction using the LMS method*; Pattern Recognition; Bd. 33, S. 161–171, 2000
- [KKH04] KNAUER, M. C.; KAMINSKI, J.; HÄUSLER, G.: *Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces*; in: *Optical Metrology in Production Engineering* (Hg. Osten, W.; Takeda, M.); Bd. 5457; S. 366–376; SPIE, 2004
- [KKS98] KLETTE, R.; KOZERA, R.; SCHLÜNS, K.: *Shape from Shading and Photometric Stereo Methods*; Techn. Ber.; Computer Science Department of The University of Auckland, May 1998
- [KS96] KLETTE, R.; SCHLÜNS, K.: *Height data from gradient fields*; in: *Proc. Machine Vision Applications, Architectures and System Integration V*; Bd. 2908; S. 204–215; SPIE; Boston, Massachusetts, November 1996

- [LLK⁺02] LIN, S.; LI, Y.; KANG, S. B.; TONG, X.; SHUM, H.-Y.: *Diffuse-Specular Separation and Depth Recovery from Image Sequences*; in: *ECCV02*; S. III: 210 ff., 2002
- [LR85] LEE, C. H.; ROSENFELD, A.: *Improved methods of estimating shape from shading using the light source coordinate system*; Artificial Intelligence; Bd. 26, S. 125–143, 1985
- [MKZB01] MAGDA, S.; KRIEGMAN, D. J.; ZICKLER, T.; BELHUMEUR, P. N.: *Beyond Lambert: Reconstructing Surfaces with Arbitrary BRDFs*; in: *Proceedings Eight IEEE International Conference on Computer Vision*; Bd. 2; S. 391–398, 2001
- [Mül96] MÜLLER, S.: *Simulation von Kunst- und Tageslicht mit dem Radiosity-Verfahren*; Dissertation; Technische Hochschule Darmstadt, 1996
- [NIK89] NAYAR, S. K.; IKEUCHI, K.; KANADE, T.: *Surface Reflection: Physical and Geometrical Perspectives*; Techn. Ber.; Carnegie Mellon University, 1989
- [NIK90] NAYAR, S. K.; IKEUCHI, K.; KANADE, T.: *Determining Shape and Reflectance of Hybrid Surfaces by Photometric Sampling*; IEEE Transactions on Robotics and Automation; Bd. 6 (4), S. 418–431, August 1990
- [NIK91] NAYAR, S. K.; IKEUCHI, K.; KANADE, T.: *Surface Reflection: Physical and Geometrical Perspectives*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 13 (7), S. 611–634, 1991
- [NRH⁺77] NICODEMUS, F. E.; RICHMOND, J. C.; HSIA, J. J.; GINSBERG, I. W.; LIMPERIS, T.: *Geometrical considerations and nomenclature for reflectance*; Techn. Ber.; National Bureau of Standards, Oct 1977; NBS Monograph 160
- [NSWS90] NAYAR, S. K.; SANDERSON, A. C.; WEISS, L. E.; SIMON, D.: *Specular Surface Inspection Using Structured Highlight and Gaussian Images*; IEEE Transactions on Robotics and Automation; Bd. 6 (2), S. 208–218, April 1990
- [ON97] OREN, M.; NAYAR, S. K.: *A Theory of Specular Surface Geometry*; International Journal of Computer Vision; Bd. 24 (2), S. 105–124, September 1997

- [Pen84] PENTLAND, A. P.: *Local shading analysis*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 6 (2), S. 170–187, 1984
- [Pen90] PENTLAND, A. P.: *Linear shape from shading*; Int Journal of Computer Vision; Bd. 4 (2), S. 153–162, 1990
- [Pho75] PHONG, B.-T.: *Illumination for Computer Generated Pictures*; Communications of the ACM; Bd. 18 (6), S. 311–317, 1975
- [Pis03] PISINGER, G.: *Lokale Stützstrukturen zur Transformationspassung von Bildern*; Dissertation; Universität Passau, 2003
- [RC01] RAHMANN, S.; CANTERAKIS, N.: *Reconstruction of Specular Surfaces using Polarization Imaging*; IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition CVPR; Bd. 01, S. 149–155, 2001
- [RH01] RAGHEB, H.; HANCOCK, E. R.: *Separating Lambertian and Specular Reflectance Components using Iterated Conditional Modes*; in: *BMVC01*; S. Poster Session 2. and Demonstrations, 2001
- [RH02] RAGHEB, H.; HANCOCK, E. R.: *Highlight Removal Using Shape-from-Shading*; in: *ECCV02*; S. II: 626 ff., 2002
- [RH03] RAGHEB, H.; HANCOCK, E. R.: *A probabilistic framework for specular shape-from-shading*; Pattern Recognition; Bd. 36 (2), S. 407–427, February 2003
- [SAH03] SOLEM, J. E.; AANÆS, H.; HEYDEN, A.: *PDE Based Shape from Specularities*; in: *ScaleSpace03*; S. 401–415, 2003
- [SB90] STOER, J.; BULIRSCH, R.: *Numersiche Mathematik 2*; Springer Verlag, 1990
- [SCP04] SAVARESE, S.; CHEN, M.; PERONA, P.: *Recovering Local Shape of a Mirror Surface from Reflection of a Regular Grid*; in: *ECCV04* (Hg. Pajdla, T.; Matas, J.); LNCS 3023; S. 468–481; Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2004
- [SH03] SOLEM, J. E.; HEYDEN, A.: *Surface Shape from Specularities*; in: *SCIA03*; S. 828–835, 2003
- [SI91] SOLOMON, F.; IKEUCHI, K.: *Extracting the Shape and Roughness of Specular Lobe Objects Using Four Light Photometric Stereo*; Techn. Ber.; Carnegie Mellon University - The Robotics Institute, October 1991

- [SP01] SAVARESE, S.; PERONA, P.: *Local Analysis for 3D Reconstruction of Specular Surfaces*; in: *CVPR01*; S. II:738–745, 2001
- [SP02] SAVARESE, S.; PERONA, P.: *Local Analysis for 3D Reconstruction of Specular Surfaces: Part II*; in: *ECCV02*; S. II: 759 ff., 2002
- [SWN88] SANDERSON, A.; WEISS, L.; NAYAR, S.: *Structured Highlight Inspection of Specular Surfaces*; *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*; Bd. 10 (1), S. 44–55, January 1988
- [TS67] TORRANCE, K. E.; SPARROW, E. M.: *Theory for off-specular reflection from roughened surfaces*; *Journal of the Optical Society of America*; Bd. 57 (9), S. 1105–1114, September 1967
- [TS94] TSAI, P.-S.; SHAH, M.: *Shape from Shading Using Linear Approximation*; *Image Vision and Computing*; Bd. 12 (8), S. 487–498, 1994
- [Tsa87] TSAI, R. Y.: *A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses*; *IEEE Journal of Robotics and Automation*; Bd. 3 (4), S. 323–344, 1987
- [Wol03] WOLF, T.: *Streifenprojektion zur Inspektion großflächiger Bauteile in der Formteil-Serienproduktion*; Dissertation; Universität Hannover, 2003
- [Woo80] WOODHAM, R. J.: *Photometric method for determining surface orientation from multiple images*; *Optical Engineering*; Bd. 19 (1), S. 139–144, 1980
- [YXA04] YU, T.; XU, N.; AHUJA, N.: *Recovering Shape and Reflectance Model of Non-Lambertian Objects from Multiple Views*; *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition CVPR04*; Bd. 02, S. 226–233, 2004
- [ZB89] ZISSERMAN, A. GIBLIN, P.; BLAKE, A.: *The information available to a moving observer from specularities*; *Image and Vision Computing*; Bd. 7 (1), S. 38–42, 1989
- [ZC91] ZHENG, Q.; CHELLAPPA, R.: *Estimation of illuminant direction, albedo and shape from shading*; *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*; Bd. 13 (7), S. 680–702, 1991

-
- [Zha00] ZHANG, Z.: *A Flexible new technique for camera calibration*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 22 (11), S. 1330–1334, 2000
- [Zim97] ZIMMERMANN, A.: *Parametrisierungs- und Lokalisierungstechniken in der Spline-Oberflächenapproximation*; Dissertation; Universität Passau, 1997
- [ZM00] ZHENG, J. Y.; MURATA, A.: *Acquiring a Complete 3D Model from Specular Motion under the Illumination of Circular-Shaped Light Sources*; IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence; Bd. 22 (8), S. 913–920, August 2000
- [ZTCS99] ZHANG, R.; TSAI, P.-S.; CRYER, J. E.; SHAH, M.: *Shape from Shading: A Survey*; Techn. Ber.; University of Central Florida, 1999