

# **Das Unterrichtskonzept „*MatheLernWelt*“**

## **im Mathematikunterricht der 5. Jahrgangsstufe an der Realschule.**

Theoretische Fundierung, methodische Realisierung und  
empirische Evaluation.

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades  
einer Doktorin der Philosophie im Fach Didaktik der Mathematik  
vorgelegt der Philosophischen Fakultät der Universität Passau

vorgeschlagener Erstgutachter

Prof. emerit. Dr. Ludwig Bauer

Philosophische Fakultät der Universität Passau

vorgeschlagene Zweitgutachterin

Prof. Dr. Jutta Mägdefrau

Philosophische Fakultät der Universität Passau

vorgelegt von

**Anita Peißinger**

**Juli 2017**



### **Danksagung**

Die Entstehung der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* und diese Arbeit wurden von vielen Menschen begleitet.

Mein Dank gilt allen wohlwollenden Weggefährten des Projektes *MatheLernWelt* der ersten Jahre, insbesondere dem Planungsteam an meiner Schule in Oberbayern.

Danken möchte ich meinem Schulleitungsteam sowie den beiden Kolleginnen, die mir beratend zur Seite standen und das Projekt in ihren Klassen durchführten. In besonderer Weise danke ich den Schülerinnen und Schülern, durch deren Begeisterung das Projekt überhaupt erst zum Leben erweckt wurde.

Für das Zeichnen der in der Lernwerkstatt verwendeten Symbole und die Korrektur der Dissertation bedanke ich mich herzlich bei Herrn Jan André Kalkbrenner.

Frau Prof. Dr. Jutta Mägdefrau sage ich Danke für die bereitwillige Übernahme des Zweitgutachtens und die Motivation, die sie mir mit ihrem Team und durch ihre konstruktive Zusammenarbeit geschenkt hat.

Ein besonderes Wort des Dankes möchte ich an meinen Doktorvater Herrn Prof. emerit. Dr. Ludwig Bauer für seine ausdauernde und engagierte Begleitung richten. Ich bewundere nicht nur seine kritischen und fachlich tiefgründigen Anmerkungen, sondern auch seine Gabe, mir stets scheinbar mühelos Impulse für die Weiterarbeit zu geben, mich damit entscheidend zu motivieren und zu fördern.

Mein herzlichster Dank gilt meiner Familie, die mir liebevoll gezeigt hat, was Geduld, Verständnis und Unterstützung bedeuten. Vielen Dank!



# INHALT

---

EINLEITUNG .....	9
I THEORETISCHE FUNDIERUNG .....	11
<b>1 „GUTER“ MATHEMATIKUNTERRICHT .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 PRINZIPIEN FÜR EINEN GUTEN MATHEMATIKUNTERRICHT .....</b>	<b>14</b>
1.1.1 Selbsttätigkeit .....	16
1.1.2 Differenzierung und Individualisierung .....	28
1.1.3 Kooperatives Lernen .....	39
1.1.4 Veranschaulichung und Materialbezug.....	53
1.1.5 Ganzheit .....	63
1.1.6 Motivation .....	71
<b>1.2 BILDUNGSSTANDARDS .....</b>	<b>88</b>
<b>1.3 LEHRPLÄNE .....</b>	<b>101</b>
<b>2 LERNWERKSTATT .....</b>	<b>108</b>
<b>2.1 BEGRIFFLICHE KLÄRUNG .....</b>	<b>108</b>
<b>2.2 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND .....</b>	<b>113</b>
<b>2.3 BEGRÜNDUNGEN .....</b>	<b>115</b>
<b>2.4 METHODISCHE GESTALTUNG.....</b>	<b>118</b>
2.4.1 Formen des Werkstattunterrichts .....	118
2.4.2 Arbeitsvereinbarungen und Rituale .....	121
2.4.3 Ordnungs- und Strukturhilfen .....	122
2.4.4 Arbeitsaufträge .....	123
2.4.5 Lernmaterialien.....	124
2.4.6 Durchführung des Werkstattunterrichts.....	125
2.4.7 Leistungsfeststellung- und bewertungsrahmen.....	126
2.4.8 Reflexion .....	128
2.4.9 Raumkonzept .....	129
<b>2.5 LERNWERKSTATT IM FACH MATHEMATIK .....</b>	<b>131</b>
2.5.1 Begründungen .....	131
2.5.2 Methodische Gestaltung .....	134
<b>2.6 GRENZEN, SCHWIERIGKEITEN, GEFAHREN .....</b>	<b>142</b>

II	METHODISCHE REALISIERUNG .....	144
3	<b>ENTSTEHUNG DES PROJEKTES <i>MatheLernWelt</i></b> .....	146
4	<b><i>MatheLernWelt</i> – EIN UNTERRICHTSKONZEPT</b> .....	149
4.1	<b>VORÜBERLEGUNGEN</b> .....	149
4.2	<b>METHODISCHES PROFIL</b> .....	152
4.2.1	<i>MatheLernWelt</i> -Regeln und -Ritual .....	152
4.2.2	Wechsel der Sozialformen .....	153
4.2.3	Differenzierung des Anforderungsniveaus.....	154
4.2.4	<i>MatheLernWelt</i> -Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen .....	155
4.2.5	Selbstkontrolle und -reflexion .....	158
4.2.6	Raumkonzept .....	162
4.3	<b>LERNANGEBOT</b> .....	163
4.3.1	Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“ .....	164
4.3.2	Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“ .....	180
4.3.3	Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“ .....	199
4.4	<b>ABSCHLUSSREFLEXION</b> .....	217
III	EMPIRISCHE EVALUATION.....	218
5	<b>FORSCHUNGSDESIGN</b> .....	218
5.1	<b>FORSCHUNGSZIELE</b> .....	218
5.2	<b>FORSCHUNGSMETHODE</b> .....	220
5.3	<b>DATENERHEBUNG</b> .....	222
5.4	<b>DATENAUSWERTUNG</b> .....	225
5.5	<b>FORSCHEN UND LEHREN</b> .....	227
5.6	<b>STICHPROBE</b> .....	229
6	<b>EVALUATION</b> .....	231
6.1	<b>MATHELERNWELT – EIN UNTERRICHTSKONZEPT (FZ 1)</b> .....	231
6.1.1	Realisierung des Unterrichtskonzeptes <i>MatheLernWelt</i> .....	231
6.1.2	Methodisches Profil.....	232
6.1.3	Lernangebot.....	242
6.2	<b>PRINZIPIEN FÜR EINEN „GUTEN“ MATHEMATIKUNTERRICHT (FZ 2)</b> .....	248
6.2.1	Selbsttätigkeit .....	248
6.2.2	Differenzierung und Individualisierung .....	254
6.2.3	Kooperatives Lernen.....	259
6.2.4	Veranschaulichung und Materialbezug .....	264

6.2.5	Ganzheit .....	271
6.2.6	Motivation .....	280
<b>6.3</b>	<b>EINSCHÄTZUNGEN IM HINBLICK AUF DAS FACHLICHE LERNEN (FZ 3) .....</b>	<b>289</b>
6.3.1	Auswertung der geschlossenen Befragungen .....	289
6.3.2	Auswertung der offenen Befragungen .....	293
<b>6.4</b>	<b>ANGABEN ÜBER ZUSÄTZLICHE LERNERFAHRUNGEN (FZ 4) .....</b>	<b>302</b>
6.4.1	Auswertung der geschlossenen Befragungen .....	302
6.4.2	Auswertung der offenen Befragungen .....	308
<b>6.5</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK .....</b>	<b>326</b>
SCHLUSS .....		332
LITERATURVERZEICHNIS.....		334
ANHANG.....		350





## **EINLEITUNG**

Im Schuljahr 2014/15 entschieden sich in Bayern rund 33 000 Kinder, das ist knapp ein Drittel der Grundschüler und -schülerinnen der Jahrgangsstufe 4, für den Übertritt an die Realschule (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2016, 11-28). Mit den in den letzten Jahren gestiegenen Anmeldungen an der Realschule und der entstehenden Vielfalt der Lernenden steigt auch die pädagogische Verantwortung und Herausforderung für die Lehrkräfte, dem Spannungsfeld zwischen unterrichtlichen Rahmenbedingungen im Fach Mathematik und den individuellen Bedürfnissen jedes Kindes gerecht zu werden.

Als unterrichtliche Rahmenbedingungen für die Lehrerinnen und Lehrer gelten die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss der Kultusministerkonferenz sowie die amtlichen Lehrpläne Mathematik für die Realschule. Die darin enthaltenen Orientierungshilfen bringen zugleich umfangreiche und anspruchsvolle Vorgaben und Forderungen mit sich. Im schulischen Alltag stellen deren Umsetzung sowie die organisatorischen Anforderungen die Mathematiklehrkräfte vor didaktische Herausforderungen. Offensichtlich gibt es in der unterrichtlichen Praxis Defizite bezüglich den mathematikbezogenen Leistungen der Schülerinnen und Schüler sowie der Motivation der Lernenden. Bereits zu Beginn der 5. Jahrgangsstufe gilt es, die gegebene Neugier der Kinder gegenüber dem Fach Mathematik aufrechtzuerhalten. Aus diesem Grund ist eine Umorientierung der Lehr-/ Lernkonzeption von einer passiv-lehrerzentrierten Vermittlungsdidaktik hin zu einer aktiv-schülerorientierten Aktivitätsdidaktik notwendig. Theorien der Informationsverarbeitung, nach denen alle neuen Inhalte des geistigen Lebens aktiv erfasst werden und durch Konstruktion aus einfacheren Elementen hervorgehen, treten in den Mittelpunkt. Die konkrete Umsetzung von theoretischen Ideen und Forderungen in den schulischen Alltag führt teilweise zur Verunsicherung der Lehrerinnen und Lehrer und stellt diese vor neue didaktische Herausforderungen.

Die vorliegende Arbeit setzt im Schnittpunkt dieser Aspekte an. Die Autorin möchte zeigen, wie sie als Mathematiklehrerin in der 5. Jahrgangsstufe der Realschule ihren eigenen Unterricht konzipiert, realisiert und evaluiert hat. Ihr Anspruch dabei ist es, dass

- mit dem Unterricht die Vorgaben und Forderungen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss sowie des amtlichen Lehrplanes erfüllt werden,
- sich der Unterricht an wichtigen Prinzipien für einen nach heutigen Einschätzungen „guten“ Mathematikunterricht orientiert und
- die Schülerinnen und Schüler ansprechende Leistungen erbringen und ihre Motivation bezüglich des Faches Mathematik gestärkt und gefördert wird.

Inhaltlich gliedert sich die Arbeit in drei Teile:

- I Theoretische Fundierung,
- II Methodische Realisierung,
- III Empirische Evaluation.

In Teil I stehen Prinzipien für einen „guten“ Mathematikunterricht als Grundsätze oder Handlungsregeln im Zentrum. Diese sind Selbsttätigkeit, Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen, Veranschaulichung und Materialbezug, Ganzheit sowie Motivation. Ebenso Beachtung finden die Bildungsstandards im Fach Mathematik sowie der zugehörige Lehrplan. Ein wesentliches Augenmerk liegt auf den Merkmalen einer Lernwerkstatt als zweckmäßig eingerichteter Raum oder Raumteil, in dem Schülerinnen und Schüler zu einem bestimmten Thema ein vielfältiges Arrangement von Lernsituationen und -materialien vorfinden, um selbstständig oder unter Anleitung an einem Auftrag geistig und handwerklich zu arbeiten.

Auf der Basis dieser theoretischen Grundlagen wird in Teil II das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* im Mathematikunterricht der 5. Jahrgangsstufe an der Realschule entwickelt und methodisch realisiert. Dabei ist mit den Vorüberlegungen und dem methodischen Profil der Schwerpunkt verlagert von inhaltlichen Fragen auf die Lehr- und Lernprozesse. Dies wirft auch ein neues Licht auf die Bedeutung der Lernangebote und des Arbeitsmaterials.

Die anschließende empirische Evaluation in Teil III stellt die Frage nach einem geeigneten Forschungsdesign des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt*. Die Evaluation erstreckt sich schließlich über ein Schuljahr, in dem das vollständige Lernangebot in der Lernwerkstatt zum Tragen kommt. Neben den Befragungen der Schülerinnen und Schüler mit geschlossenen und offenen Fragen spielen die Beobachtungen und Einschätzungen der Lehrerin eine zentrale Rolle, um den Unterricht gegenstands- und prozessorientiert zu erforschen und empirische Aussagen über Lerngeschehen und den eigenen Unterricht zu treffen.

Im Schluss wird das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* kritisch reflektiert.

# I THEORETISCHE FUNDIERUNG

## 1 „GUTER“ MATHEMATIKUNTERRICHT

---

### **Behaviorismus**

Bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts stellt die Schule durch das Prinzip des Vormachens und Nachahmens eine scheinbar praktikable Lösung für das Erlangen von Erkenntnissen und Wissen dar. Der monotone Dialog des Rechenmeisters, dessen Inhalt von den Schülerinnen und Schülern nicht hinterfragt werden durfte, und das sinnlose Auswendiglernen konnten die Kinder und Jugendlichen mit ihren unterschiedlichen Lernvoraussetzungen jedoch nur schwer abholen oder das Lernen erleichtern. Die zu dieser Zeit von Pestalozzi hervorgebrachte fortschrittliche Bemühung der Anschauungslehre gilt als didaktische Revolution. Doch auch dieser Praxis wurde ein „sinnblindes Lernen“ (Vom Hofe 2001, 4) nachgesagt.

### **Konstruktivismus**

Es überrascht daher nicht, dass schließlich im Zuge der Reformpädagogik etwa von 1900 bis 1933 (vgl. Bönsch 2006b, 11) der Ruf nach mehr Eigentätigkeit und einer weniger alltagsfremden Unterrichtskultur laut wurde. Diese Ziele wurden in den folgenden Jahren wesentlich durch die genetische Entwicklungs- und Denkpsychologie Piagets (1896 – 1980) über die kognitiven Funktionen, insbesondere seine Assimilationstheorie, gestützt. Darin konkretisiert er, dass das Individuum durch Einwirkung und Anpassung versucht, einen möglichst konfliktfreien Gleichgewichtszustand mit der Umwelt herzustellen. Dies führt zu einer ständigen Erweiterung, Umorganisation und Neukoordinierung seiner kognitiven Fähigkeiten. Dabei entwickelt sich ein immer besseres inneres „Bild der Wirklichkeit“. Diese Erkenntnis beeinflusst bis heute viele Bereiche der Lehr- und Lernforschung (vgl. Hofe vom 2001, 5). Führt man den reformpädagogischen Gedanken der Eigentätigkeit und des Alltagsbezugs weiter, so wird durch dessen praktische Tätigkeit die kognitive Tätigkeit angetrieben. Damit ist der Grundstein für eine kognitionstheoretische Sicht des Lernens gelegt.

Im Zuge des Konstruktivismus entwickelt sich diese Theorie in den 70er und 80er Jahren des 20. Jahrhunderts weiter (vgl. Wittmann 2003, 5). Aebli fügt hinzu, dass die Umwelt den Schülerinnen und Schülern nur Betätigungsmöglichkeiten, im besten Falle Verhaltensvorbilder biete (vgl. Aebli 2006, 391). Er legt dar, „dass von seiner [die der Lernenden] sozialen Umwelt, insbesondere der Familie, aber auch von der Schule wichtige Anstöße zur Entwicklung ausgehen“ (Aebli 2006, 391). Dementsprechend sind „die klassischen Lerntheorien, die das Lernen als Assoziation von Reiz und Reaktion unter

Bedingungen der Verstärkung verstehen, [...] auf dem Rückzug, und die Theorien der Informationsverarbeitung [...] auf dem Vormarsch“ (Aebli 2006, 383). Er ergänzt, „dass alle neuen Inhalte des geistigen Lebens durch Konstruktion aus einfacheren Elementen hervorgehen“ (Aebli 2006, 389). Die Neurobiologen Maturana und Varela gehen in ihrer Autopoiesis davon aus, dass es nicht möglich ist, durch die Einwirkung äußerer Zustände Informationen aus der Außenwelt im Sinne eines Sender-Empfängermodells direkt zu übertragen. Lediglich „Störungen“ lösen kognitive Aktivitäten des Individuums aus, die sich aber nach eigenen Gesetzmäßigkeiten entwickeln (vgl. Vom Hofe 2001, 6). Vom „Knüpfen eines Netzes“ spricht Müller. Lernen besteht im fortlaufenden Knüpfen und Umstrukturieren eines flexiblen Netzes aus Wissenselementen und Fertigkeiten, wobei es die Lernenden selbst sind, die aktiv-entdeckend weiterknüpfen (vgl. Müller 1997, 21). Aebli greift hier erneut auf die Erkenntnisse von Piaget zurück. „Diese Überlegungen zeigen zugleich die Bedeutung des Assimilationsbegriffs. Wenn neue Erscheinungen nicht einfach im Geiste kopiert werden, so müssen sie aktiv erfasst werden“ (Aebli 2006, 390).

Damit bringt er das operative Prinzip als Komplex von sieben hauptsächlichen Regeln auf den Weg, das als typisches Produkt der deutschen Mathematikdidaktik gilt (vgl. Bauer 1993, 76). Bauer sieht das operative Prinzip als „ein fundierendes, wesentliches Instrument zur Beschreibung und Gestaltung des mathematischen Lernprozesses“ (Bauer 1993, 81). Als Grundidee sieht er (vgl. Bauer 1993, 76)

- den Aufbau von Operationen als Handlungen,
- die Gruppierung von Handlungen bzw. Operationen zu beweglichen Gesamtsystemen und
- die aktiv-entdeckende Auseinandersetzung mit dem Lernmaterial.

Es genügt nicht, eine konkrete und spezifische Problemstellung wahrzunehmen, bereits bestehende Produkte des Denkens und Lernens müssen angewandt, die Handlungen verinnerlicht, abstrakt betrachtet, rekonstruiert, durcharbeitet und systembildend verarbeitet werden (vgl. Aebli 1985, 4-6). „Indem Kinder sich selbstständig mit einem Gegenstand auseinandersetzen, dadurch dass sie mit Problemen konfrontiert werden, für die sie eigene Lösungen finden müssen, sollen Erfahrungen erzeugt werden, die tiefer wurzeln und die anknüpfen an das, was die Kinder mitbringen“ (Brügelmann 2001, 54). Dabei liegt es im Wesen des Menschen, Eindrücke individuell zu verarbeiten, Neues selbst zu erfinden und somit dynamisch neue Strukturen des Wissens aufzubauen. Es wird nicht irgendeine beliebige Wirklichkeit erzeugt, da die Auseinandersetzung mit einer gemeinsamen Umwelt bei verschiedenen Individuen zu ähnlichen kognitiven Strukturen und somit zu einem ähnlichen Bild der Wirklichkeit führt. Entscheidend ist die normative Rahmung: Wird die eigene Sicht der Kinder akzeptiert oder wird eine rasche Anpassung an Konventionen gefordert? Darin kommt dem Phänomen der Wissenskonstruktion neben der Interpretation „von innen“ eine zweite Interpretation „von außen“ zu, die sichtbare äußere Handlung.

Aus der konstruktivistischen Sicht des Lernens ist allenfalls zu fordern, dass die Methoden des Lernens Raum lassen zur eigenen Verarbeitung und eigenen Ergebnissen (vgl. Brügelmann 2001, 56). Eine Schülerin oder ein Schüler kann aus der Abgeschlossenheit des Gehirns nicht von der Lehrkraft zu einer Änderung seiner oder ihrer internen Struktur gezwungen werden, er oder sie kann lediglich dazu angeregt werden. Hieraus ergeben sich wichtige Konsequenzen für die Gestaltung von mathematischen Lernprozessen: Ziel ist es, Lernumgebungen zu schaffen, die Lernen im konstruktivistischen Sinne ermöglichen. Sie sollen so gestaltet werden, dass sie

- unterschiedliche Wege und individuelle Lernstrategien eröffnen,
- Gelegenheit zum Einbringen von intuitivem Vorwissen und Alltagswissen bieten,
- Möglichkeiten zur aktiven Auseinandersetzung mit den Lerninhalten bieten,
- Kommunikations- und Interaktionsprozesse unterstützen,
- auf Eigenverantwortlichkeit und Selbstorganisation der Lernenden basieren.

Zur wichtigsten Aufgabe des Unterrichts wird damit das Erfinden und Gestalten von anregenden Lernumgebungen. Der Lehrer wird vom Vermittler von Stoff zum Gestalter und Initiator von Lernprozessen und zum individuellen Betreuer (vgl. Vom Hofe 2001, 6).

Aus der geforderten Gestaltung der Lernprozesse ergeben sich wiederum Konsequenzen für die Unterrichtspraxis im Fach Mathematik. Hier setzt auch Wittmann an und spricht sich für eine neue Lehr-Lernkultur aus. Er sieht nicht nur das Individuum, sondern auch das Unterrichtsgeschehen selbst als lebendiges, gegenseitig aufeinander einwirkendes System. Trotz seiner Komplexität darf dieses dennoch nicht reduziert werden. Unterricht muss lebendig sein, von einem lebendigen Bild von Mathematik ausgehen, individuelle Lernprozesse, „Aha-Erlebnisse“, Vorgriffe, Sprünge, Brüche, Stillstände, Rückschläge ermöglichen und daher von der Lehrkraft im Einzelnen in der Planung offen gehalten werden (vgl. Vom Hofe 2001, 6). Lehren ist die Anregung an den Schüler, seine bisherigen Konstruktionen von Wirklichkeit zu aktivieren, zu überprüfen und weiterzuentwickeln. Die moderne Didaktik fordert, dass sich die Lehrerin und der Lehrer bei der Planung und Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen an bestimmten Unterrichtsprinzipien orientieren (vgl. Wiater 2007b, 97/209).

## 1.1 PRINZIPIEN FÜR EINEN GUTEN MATHEMATIKUNTERRICHT

„Unterrichtsprinzipien sind für alle Fächer geltende Grundsätze oder Handlungsregeln der Unterrichtsgestaltung. Ihre Beachtung vergrößert und sichert die Effizienz und Qualität des Unterrichts“ (Wiater 2012, 6). „Sie versuchen, die in lernpsychologischen und erkenntnistheoretischen Theorien gewonnenen Erkenntnisse für das (Mathematik-)Lernen im Unterricht fruchtbar zu machen“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 132). „Inzwischen gibt es eine ganze Reihe von Versuchen, die Essenz der Forschung zur Qualität des Unterrichts in Gestalt von Listen und Katalogen von Schlüsselmerkmalen, zentralen Prinzipien, Dimensionen und Qualitätsbereichen zu klassifizieren“ (Helmke 2009, 168). In der Fachliteratur finden sich noch andere Bezeichnungen: Unterrichtsgrundsätze, Prinzipien effektiver Unterrichtsgestaltung, Bildungsprinzipien, didaktische Prinzipien, Prinzipien guten Unterrichts, Grundsätze unterrichtlichen Handelns u. Ä. (vgl. Wiater 2012, 6), die in der vorliegenden Arbeit allesamt unter dem Begriff „Unterrichtsprinzipien“ zusammengefasst werden. Es ist üblich geworden, zwischen zwei Arten der Unterrichtsprinzipien zu unterscheiden (vgl. Wiater 2007b, 209-213).

### **Fundierende Unterrichtsprinzipien als konstitutive Prinzipien des Lehr-Lern-Prozesses**

Als fundierende Unterrichtsprinzipien gelten die Schüler-, Sach- und Handlungsorientierung. Alle drei stehen gleichwertig nebeneinander und bedingen sich gegenseitig.

Schülerorientierung bedeutet, die Lehrerzentriertheit zugunsten eines Unterrichts aufzugeben, der vom Schüler und der Schülerin her, mit dem Schüler und der Schülerin zusammen und auf die Schülerin und den Schüler hin geplant und gestaltet ist (vgl. Wiater 2012, 9). Bönsch sieht die Beziehungsdidaktik „angesichts aktueller Bedrohungen institutionalisierten Lernens durch wachsende soziale Taubheit, Aggressivität, gar Gewalt“ (Bönsch 2006a, 94) als „für geregeltes Lernen geradezu existentielles Thema“ (Bönsch 2006a, 94).

Sachorientierung besagt, dass die Unterrichtsthemen sachgerecht behandelt werden müssen sowie beim Schüler und der Schülerin zu Sachverstand und zu einer sachlichen Einstellung führen sollen (vgl. Wiater 2012, 10). Bönsch weist darauf hin, dass „mit der zunehmenden Rezeption des Konstruktivismus in der Didaktik-Diskussion [...] das Konzept einer subjektiven Didaktik bedeutend geworden“ (Bönsch 2006a, 94) ist.

Handlungsorientierung des Unterrichts beachtet, dass Lernen eine aktive, selbst gesteuerte Tätigkeit des individuellen Schülers oder der individuellen Schülerin ist (vgl. Wiater 2012, 14). Dabei sieht Bönsch die Handlung als „eine sinnbestimmte, für die Beteiligten also relevante Bearbeitung einer Thematik, die in Planung, Durchführung, Ergebnis und Auswertung von einer Gruppe oder einem Einzelnen getragen wird, die immer kognitive Elemente [...] enthält, mit der man sich identifizieren (kann) [...] , die

Gebrauchswert hat, [...] und die häufig praktische Tätigkeiten , [...] und Ergebnisse [...] beinhaltet“ (Bönsch 2006a, 95).

Unterricht konstituiert sich als Unterricht, insofern es in ihm um die Vermittlung von Sachverhalten an eine bestimmte Zielgruppe (Schülerinnen/ Schüler) und um aktiv betriebenes Lernen geht (vgl. Wiater 2007b, 209). Die konstitutiven Prinzipien des Lehr-Lern-Prozesses stellen formale, allgemeingültige Anforderungen an den Unterricht dar. „Sich an ihnen zu orientieren, ist eine übergeordnete grundsätzliche Forderung“ (Wiater 2012, 8) und soll daher in dieser Arbeit vorausgesetzt werden.

### **Regulierende Unterrichtsprinzipien der methodischen Unterrichtsgestaltung**

„Die [...] Prinzipien der methodischen Gestaltung sind für die Planung von Unterricht höchst wichtig, da sie zur Begründung unterrichtlicher Maßnahmen und Vorgehensweisen herangezogen werden. [...] Ihre Beachtung dient dem Auslösen, Unterstützen und Überprüfen der geplanten Lehr-Lern-Prozesse. [...] Regulierende Unterrichtsprinzipien [haben] den Charakter von Handlungsanweisungen für die Planung und Durchführung konkreter Unterrichtsstunden/ Unterrichtseinheiten. Sie fungieren als regulative Ideen, an denen sich die methodischen Entscheidungen der Lehrers/ der Lehrerin orientieren sollen [...] und weisen [...] dem Lehrer für seine Unterrichtsplanung und Unterrichtsgestaltung den Weg zur Erreichung von didaktischen und pädagogischen Zielen [...]“ (Wiater 2013, 134). Zur methodischen Unterrichtsgestaltung gelten ranggleich die regulierende Unterrichtsprinzipien Selbsttätigkeit, Differenzierung, Veranschaulichung, Motivierung, Ganzheit, Zielorientierung und Zielverständigung, Strukturierung, Ergebnissicherung und Nachhaltigkeit (vgl. Wiater 2013, 134-139). Es bleibt anzumerken, dass diese Liste offen und uneinheitlich ist und dass sie teilweise um Nennungen ergänzt wird (vgl. Wiater 2007b, 209/210).

Die von Wiater allgemein als grundlegende für einen „guten“ Unterricht formulierten Prinzipien gelten insbesondere auch für einen „guten“ Mathematikunterricht. Fachspezifische Besonderheiten und eventuelle Ergänzungen ergeben sich bei der Konkretisierung der Prinzipien an den fachlichen Inhalten des Lehrplans. Dieser werden im Verlauf der Arbeit an geeigneten Stellen thematisiert. Zunächst werden für die didaktisch-methodische Gestaltung eines „guten“ Mathematikunterrichts die folgenden regulierenden Unterrichtsprinzipien heran:

- Selbsttätigkeit,
- Differenzierung und Individualisierung,
- Kooperatives Lernen,
- Veranschaulichung und Materialbezug,
- Ganzheit,
- Motivation.

## 1.1.1 Selbsttätigkeit

### Begriffliche Klärung

Beim Unterrichtsprinzip der Selbsttätigkeit spiegelt sich das Menschenbild der freien, mündigen Person aus der Zeit Aufklärung wider. In der Pädagogik und Didaktik wird es oftmals mit den Begriffen „Selbstkompetenz“, „Selbstorganisation“, „Selbststeuerung“, „Selbstverantwortung“, „Selbstständigkeit“ und „Selbstbestimmung“ sowie dazu analog „selbstorganisiertes Lernen“, „selbstgesteuertes Lernen“, „selbstverantwortliches Lernen“, „selbstständiges Lernen“ und „selbstbestimmtes Lernen“ in Beziehung gebracht oder synonym verwendet. In manchen Ausführungen wird auch von „Aktivierung“ gesprochen (Glötzl 2000; Wiater 2007b). Dabei wird „Aktivierung im Unterricht [...] vorwiegend aus Sicht des Lehrers, Selbsttätigkeit aus Schülersicht interpretiert“ (Glötzl 2000b, 276-277).

„Aktivierung oder Selbsttätigkeit bedeutet allgemein, sich oder andere in eine Tätigkeit, in eine Auseinandersetzung mit einer Sache, einem Gegenstand, der Umwelt, mit anderen Personen oder mit sich selbst zu versetzen. Dabei kann diese Aktivität von der Person selbst, von anderen, von der Sache oder dem Lernmaterial angeregt, auf ein bestimmtes Ziel hin oder ziellos, bewusst reflektiert oder unreflektiert ablaufen“ (Glötzl 2000b, 276). „Aktivierung bedeutet [aus Sicht der Lehrerinnen und Lehrer], die Schüler zur selbsttätig handelnden, sachgerechten Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand zu motivieren [...] [und] zur aktiven Gestaltung ihres Lebens, zum selbstverantworteten, überlegten, umweltbewussten Handeln anzuleiten“ (Glötzl 2000b, 276).

Bannach führt diesen Gedanken fort und überträgt sie auf die Sicht der Schülerinnen und Schüler: „Mit dem Begriff der ‚Selbsttätigkeit‘ wird in didaktischen Ansätzen betont, dass sich ‚wirkliches‘ Lernen nur in Eigenaktivität des Lernsubjekts vollziehen kann“ (Bannach 2002, 51). „Schülerinnen und Schüler [soll] Gelegenheit gegeben werden, sich einen Sachverhalt zu erarbeiten [...] [und so] dazu kommen, sich möglichst aus eigenem Antrieb, mit eigenen Zielen, nach eigenen Methoden, mit selbst gewählten Lernpartnern und mit der Möglichkeit zur Lernselbstkontrolle mit einer schulischen Aufgabenstellung zu befassen“ (Wiater 2007b, 211). Selbsttätiges Lernen ist dabei nicht immer auch individualisierend.

**Selbsttätigkeit** bedingt, sich als Schüler oder Schülerin in eine Tätigkeit, in eine Auseinandersetzung mit einer Sache, einem Gegenstand, der Umwelt, mit anderen Personen oder mit sich selbst zu versetzen. Dabei kann diese Aktivität fremd- oder selbstinitiiert, ziellos oder -gerichtet, bewusst reflektiert oder unreflektiert ablaufen (vgl. Glötzl 2000b, 276).

Der Begriff der Selbsttätigkeit wird in der Literatur unterschiedlich ausdifferenziert, im Blick auf die Intentionen des Unterrichtskonzepts jedoch in die Selbstbestimmung und Selbstorganisation. Beide Begriffe stehen dabei gleichwertig nebeneinander und bedingen sich gegenseitig. „Die Selbstbestimmung bezieht sich in diesem Kontext auf die Macht- und Mitbestimmungsfragen des



Unterrichts“ (Bannach 2002, 51). „Selbstbestimmtes Lernen meint die umfassende Selbstständigkeit, die in Inhalt wie im Weg und Ergebnis von Lernern selbst festgelegt wird“ (Bönsch 2006b, 5). Sie realisiert sich einerseits im konkreten Handeln der Schülerinnen und Schüler und ist andererseits Ziel des Unterrichts (vgl. Bannach 2002, 81). Selbstbestimmung ermöglicht den Schülerinnen und Schülern, im Rahmen der Intention des Unterrichtskonzepts, selbst die inhaltlichen und sozialen Entscheidungen zu treffen, was sie inhaltlich, auf welches Ziel hin und mit wem ihrer Mitschüler und Mitschülerinnen sie arbeiten wollen.

„Der Aspekt Selbstorganisation betrifft die operativen Dimensionen der Arbeits- und Lernorganisation in der Schule, in der Lerngruppe und bei der Aneignung eines Gegenstandes [...] [und] ist sowohl Ziel als auch Methode des Unterrichts“ (Bannach 2002, 51). Insbesondere wird darunter „die eigene Lernarbeit im Rahmen didaktischer Vorgaben bezeichnet“ (Bönsch 2006b, 5). Selbstorganisation ermöglicht den Schülerinnen und Schülern im Rahmen der Intention des Unterrichtskonzepts selbst die Entscheidungen zu treffen, wann sie zu welcher Zeit und wie sie mit welcher Methode arbeiten wollen.

Bei Bönsch hingegen wird die Selbsttätigkeit in die drei Punkte Selbstorganisation, Selbststeuerung und Selbstverantwortung untergliedert (vgl. Bönsch 2006b, 235). Dabei können die beiden letzten Aspekte als erneute Differenzierung der oben genannten Selbstbestimmung gesehen werden. Selbststeuerung beinhaltet die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu Beginn und während des Lernprozesses, selbstdiszipliniert im Umgang mit sich selbst zu arbeiten und sowohl den Inhalt als auch Verabredungen mit anderen zu planen (vgl. Bönsch 2006b, 235). Selbstverantwortung beinhaltet die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler während und am Ende des Lernprozesses, ihre Etappen und den Sinn ihrer Arbeit zu überprüfen, Bedürfnisse und Ziele zu vereinbaren und selbst seinen Ansprüchen gerecht zu werden (vgl. Bönsch 2006b, 235).

Zusammenfassend bleibt anzumerken, dass das Unterrichtsprinzip der Selbsttätigkeit mit all seinen Untergliederungen das Ziel, die Schülerinnen und Schüler zur Selbstständigkeit zu erziehen, verfolgt. Die Forderung der Pädagogik nach Selbstständigkeit sowie die Diskussion um offenen Unterricht zielen im Wesentlichen nicht auf eine Wissenserweiterung, sondern auf die Vermittlung von Kompetenzen ab. Die Schule ist damit angestoßen, Kompetenzen auf den Weg zu bringen und zu entwickeln (vgl. Bönsch 2006b, 7-9). Es muss ein Anliegen der Lehrerinnen und Lehrer und implizit des Unterrichtskonzepts sein, sich im Lernprozess schrittweise überflüssig zu machen.

### **Begründungen**

Das Unterrichtsprinzip der Selbsttätigkeit wird in der Anthropologie durch die im Menschen zugrundeliegende Möglichkeit des Menschwerdens und der Persönlichkeitsentwicklung begründet.

Dem natürlichen Aktivierungsdrang entspricht es, selbst tätig, kompetent, im individuellen Tempo und Zeitraum wirksam und autonom zu sein. Heutige Handlungstheorien verweisen darauf, dass zwischen Aktion und Kognition eine Deutung durch den erkennenden Menschen liegt. Erkennen in Form von Lernen vollzieht sich dabei als Erwerb von neuem Wissen (Konstruktion), der Anreicherung mit weiter Erlerntem (Rekonstruktion) und der Umstrukturierung bei nicht stimmigem Wissen (Dekonstruktion) (vgl. Wiater 2007b, 16-18). Ein Vergleich an Normen, wie er im Schulsystem allgemeingültig ist, kann den natürlichen Aktivierungsdrang bestärken, ihn aber auch beim Unterschreiten durch mögliche Negativbewertungen oder Sanktionen hemmen. Bönsch bezeichnet das konstruierte Wissen als Meta- bzw. Handlungswissen und führt damit wieder auf das fundierende Unterrichtsprinzip der Handlungsorientierung zurück. Es ermöglicht dem Lernenden, sein Lernverhalten möglichst optional zu organisieren. Hierunter fällt beispielsweise das Wissen über die eigenen kognitiven Möglichkeiten sowie das Selbstkonzept (vgl. Bönsch 2006b, 10-16). Das Umfeld kann dazu beitragen, dass solche Lernprozesse angeregt werden.

Die Argumente der Psychologie beziehen sich überwiegend auf die Relation zwischen Tun und Erkennen, Handeln und Lernen. Nach Aebli geht Denken aus dem Handeln hervor und trägt grundlegende Züge des Handelns, wie seine Zielgerichtetheit und seine Konstruktivität. Ähnlich wie Aebli sah auch Kerschensteiner im praktischen Tun den Ursprung allen Denkens, und Dewey forderte das bekannte „learning by doing“. Die Erinnerung an Thorndikes trial-and-error-Lerntheorie und Skinners Reiz-Reaktionsmuster führt zu einer weiteren theoretischen Absicherung der Forderung nach Schülerelbsttätigkeit im Unterricht (vgl. Wiater 2007b, 18-20). In einem handlungsorientierten Unterricht beispielsweise werden hiernach die rein rezeptiven Formen des Lernens ergänzt durch aktive Formen wie ganzheitliches oder auch lebensnahes Lernen. Ebenfalls untermauert die Gedächtnispsychologie das Prinzip der Selbsttätigkeit. Forschungen der Lernpsychologie zum Behalten und Vergessen zeigen, dass durch das eigenständige Handeln 90% des Lernstoffes behalten werden (vgl. Bauer 1998, 28). Zu ergänzen sind noch die unterschiedlichen Lern- und Arbeitsstrategien, die jeder spezifische Lerntyp ohne die starren Vorgaben eines linearen, gleichgetakteten und lehrerzentrierten Unterrichts entwickeln kann (vgl. Bönsch 2006b, 11-13). Dabei gelingt dem haptischen Lerntyp die Aufnahme und Erarbeitung einer neuen Information besonders gut durch das Anfassen, Umgehen, Handhaben und Experimentieren mit Lerngegenständen (vgl. Wiater 2007b, 18-20).

In der Pädagogik tritt das Prinzip der Selbsttätigkeit besonders in der Reformpädagogik mit ihren Vertretern wie Kerschensteiner, Dewey, Montessori, Petersen oder Freinet auf. Zur Zeit des Konstruktivismus erfolgte ein Wandel weg von der objektiven und hin zur subjektiven Didaktik. Der Lernende wird fortan als handelndes Subjekt verstanden, es geht im Wesentlichen nicht um eine Wissenserweiterung, sondern um die Vermittlung von Kompetenzen, die selbsttätiges Lernen

ermöglicht. Durch die Vernetzung, in Form von Menschen oder Gruppen, ist es Schülerinnen und Schülern möglich, ihre eigene geschaffene Wirklichkeit in Bezug zur Realität zu stellen. Darüber hinweg soll dennoch nicht das Streben nach Wissensanreicherung in der Schule vernachlässigt werden. So ergeben sich die drei Komponenten Ich, Wir und Wissen für den Unterricht. Parallel dazu wird auch die Frage nach dem Sinn von Schule und Unterricht konstruiert. Was ist für die Schülerin und den Schüler wichtig (subjektive Sinnvergewisserung)? Was betrifft die Mitschüler und Mitschülerinnen (soziale und gesellschaftliche Sinnkonstituierung)? Was wird den Schülerinnen und Schülern als wichtig vermittelt (kommunikative Sinnvermittlung)? Und was hat sich den Schülerinnen und Schülern selbst als bedeutsam konstruiert (individuelle Sinnkonstituierung) (vgl. Bönsch 2006b, 16-21)? Erfolgreiche Lerner schenken dabei ihren kognitiven Prozessen mehr Aufmerksamkeit, überprüfen ihre Lernarbeit selbstständig und wissen, wann und wie dieses Wissen zu nutzen und Strategien anzuwenden sind. Es gelingt nicht, die Strategien dieser Schülerinnen und Schüler auf schwächere Schulkameraden und Schulkameradinnen zu übertragen. Diese müssen ihre individuellen Lernprozesse eigenständig erfahren, beobachten und erkennen. Weiter werden die Taktiken zwar leichter gelernt, aber kaum spontan genutzt. Ein Transfer gelingt nur dann, wenn Strategien so in einem Kontext gelernt werden, dass gleichzeitig auch die Bedingungen für eine erfolgreiche Anwendung gelernt werden können. So ist es möglich, durch das selbstständige Lernen ein Repertoire von metakognitiven Verfahren aufzubauen und mehr und mehr ohne fremde Hilfe Lernfortschritte zu erzielen. Forschungen haben gezeigt, dass Schülerinnen und Schüler das Wissen selten als ein erstrebenswertes Ziel verstehen und daher auch keine Problemlösestrategien anwenden. Sie müssen ermutigt werden, sich selbst verschiedener Informationsquellen zu bedienen, eigene Ziele zu setzen und Lösungen zu finden, Aktivitäten selbst zu planen, Entscheidungen zu fällen und zu lernen, die eigenen Lernerfahrungen erfolgreich auszuwerten. Folglich liegt beim Unterrichtsprinzip der Selbsttätigkeit der Schwerpunkt nicht primär auf dem Wissenszuwachs, sondern auf dem individuellen Lernprozess (vgl. Beck 1995, 15-20). Wiater sieht die Selbsttätigkeit als einen unverzichtbaren Bestandteil der Mündigkeit des Menschen. Diese kann nur durch Selbsterfüllung erreicht werden, durch übernommene Verantwortung und durch praktizierte Nachdenklichkeit. Daher kommt Schule und Unterricht nicht ohne die Eigenaktivität und das Engagement der Schülerinnen und Schüler aus (vgl. Wiater 2007b, 20-21). Bedauerlicherweise ist jedoch systembedingt die Selbsttätigkeit im Bereich der Schule eingeschränkt. Viel zu sehr beeinflussen Regeln, Verordnungen und Konsequenzen das Lernen. Die Komponenten der Schule sind Menschen und diese wiederum lernen natürlicherweise selbsttätig. Ein konstruktivistisches Verständnis von Lehren und Lernen birgt, dass die Schülerinnen und Schüler ohne eine Person als zentrales Steuerungselement tätig sind. Dennoch heißt Selbsttätigkeit nicht „Schüler ohne Lehrer“, sondern ein systematisches Umdenken und Einführen des Unterrichtsprinzips der Selbsttätigkeit (vgl. Herold, 45-47).

Verfolgt man die soziologisch-gesellschaftliche Entwicklung, so sind Veränderungen der privaten Lebensführung sowie diverse Trends der Gesamtgesellschaft zu beobachten. Dazu gehören die Pluralisierung der Lebensformen, größere Freizügigkeit, der Non-stop-Konsum und Vorstellung des grenzenlos Machbaren. Die Kehrseite dieser gewonnenen Freiheiten sind erheblich gestiegene Zwänge, Verunsicherungen, Gefährdungen und Orientierungslosigkeit. Als Schüler und Schülerin unter diesen Umständen aufzuwachsen, bedeutet, vermehrt entscheidungsfähig sein zu müssen. Die Schule ist daher angehalten, durch Selbstständigkeit diese Eigenverantwortlichkeit einzuüben (vgl. Wiater 2007b, 21-22). Ein selbsttätiger Unterricht versucht die Verantwortungsbereitschaft, das kritische Reflektieren des eigenen Tuns und das Selbstwertgefühl zu fördern (vgl. Bannach 2002, 81-82). Darüber hinaus bietet er eine hervorragende Plattform für das Lernen im Team und das soziale Lernen (vgl. Bönsch 2006b, 24-26). Dabei können die Jungen und Mädchen die Erfahrung machen, anders zu sein als ihre Mitschüler - nicht besser oder schlechter, sondern an anderen Interessen orientiert. Dies impliziert, dass sie eigenständig die Entscheidung für ein Thema und deren Relevanz für ihr Leben treffen müssen (vgl. Bannach 2002, 82-83).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

„Das Prinzip der Aktivierung der Schüler durch Unterricht entspricht [...] dem [fundierenden] Prinzip der Handlungsorientierung von Unterricht. [...] [Dieses] fördert über die aktiv handelnde Auseinandersetzung mit den Unterrichtsinhalten, mit Lehrern und Mitschülern die Persönlichkeitsentfaltung der Schüler und die Entwicklung ihrer Handlungs- und Sozialkompetenz“ (Glötzl 2000b, 276-277). Darüber hinaus wird die Metakompetenz geschult. Damit die Ergebnisse und Prozesse langfristig vom Individuum genutzt werden können, bedarf es einer kontinuierlichen Reflexion der Handlungsprozesse. Insofern übernehmen die Handlungs- und Metakompetenz eine strukturierende Funktion zum Verständnis von Lernprozessen (vgl. Hußmann 2004, 6-7).

Bannach befürwortet daher, „die Subjektposition des Lernenden in Schule und Didaktik zu stärken [...] [und] fordert einen Unterricht ein, der sowohl die vernachlässigten Persönlichkeitsanteile der Lernenden (Emotionen, Körper, Biographie) einbezieht, als auch ihre Eigenkräfte stärker herausfordert. [...] Betont wird die Offenheit von Planungen, Zielsetzungen und die stärkere Berücksichtigung der Lernenden beim ‚Wirklichwerden‘ der Inhalte“ (Bannach 2002, 56-57). Weiter empfiehlt der Bannach „schulisches Handeln in einer gesellschaftskritischen, interdisziplinären Perspektive [zu] konstruieren. [...] Unterricht [soll] den Schülern ermöglichen, sich in aktiver und kooperativer Form mit Lerngegenständen ihrer Erfahrungswelt auseinanderzusetzen. Schülerorientierung des Unterrichts wird hier als Prozess zunehmender Partizipation der Schüler an den Entscheidungen im Klassenzimmer begriffen. [...] Der Unterricht nimmt zwar die Erfahrungen der Heranwachsenden zum Ausgangspunkt, setzt sich aber zum Ziel, sie gegenstandsorientiert zu reorganisieren. [...] [Er wird deshalb] als

interdependenter Zusammenhang von Ziel, Inhalten, Methoden und Organisationsentscheidungen konzipiert“ (Bannach 2002, 61). Ansprechende, lehrplanbezogene Arbeitsmaterialien in speziellen Ecken, Regalen, Schränken oder auf Tischen des Klassenzimmers regen dazu an, in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit tätig zu werden. Orientierung verschafft ein differenzierter Plan mit Pflicht- und Wahlaufgaben und hilft, die Aufgaben und Fragen aus der Lebenssituation der Schülerinnen und Schüler durch direkte Erfahrungen mit allen Sinnen zu erfassen. Das selbsttätig gewonnene Wissen wird abschließend mit einer Fehlerkontrolle durch den Lernenden selbst sowie den Hausaufgaben gefestigt (vgl. Wiater 2007b, 22-26).

Die Möglichkeit, das Prinzip der Selbsttätigkeit im Unterricht umzusetzen, ergibt sich im lehrergesteuerten sowie im offenen Unterricht. „Es ist inzwischen aber wohl Konsens, dass das selbstständige Lernen nur effektiv gefördert werden kann, wenn es im Rahmen von Fachunterricht stattfindet“ (Bruder et al. 2014, 103). Huber fordert darüber hinaus fächerübergreifende Aufgaben und betont, selbstständiges Lernen sei sowohl ein Ziel wie Mittel oder Weg, dieses zu erreichen. Es wäre offensichtlich ineffektiv oder gar kontraproduktiv, wenn allgemeine Kompetenzen und Schlüsselqualifikationen in jedem Fach oder gar in jedem Schuljahr von neuem vermittelt werden sollte (vgl. Huber 2004, 26 - 31).

### **Mathematikdidaktische Aspekte**

Im Bereich des Mathematikunterrichts gibt es eine Reihe von wissenschaftlichen Untersuchungen zum Unterrichtsprinzip der Selbsttätigkeit, beispielsweise in Verbindung mit dem Fachbereich Psychologie im Rahmen des fachlichen Lernens (vgl. Leutner et al. 2004, Gürtler et al. 2002, Artelt et al. 2001) und in der Pädagogik im Rahmen der schulischen Bildung (vgl. z. B. Huber 2000 und Bastian/ Merzinger 2007). Für das selbstständige Lernen im Mathematikunterricht sieht Leuders drei Hauptgründe (vgl. Bruder et al. 2014, 105):

- Das Lernen (und insbesondere die mathematische Begriffsbildung) ist immer eine aktive und konstruktive Tätigkeit des Individuums. Mathematische Zusammenhänge müssen auf eigenen Wegen erkundet werden. Die Lehrerin und der Lehrer haben weiterhin die Funktion, dieses Begriffslernen sinnvoll und effektiv zu gestalten.
- Der Erwerb von fachlichen Kompetenzen ist immer eng verbunden mit dem Erwerb von übergreifenden Kompetenzen. Der Mathematikunterricht fördert nicht nur das mathematische Wissen, sondern zugleich mathematische Tätigkeiten, wie beispielsweise das Problemlösen, Modellieren und Argumentieren. Daneben hat selbsttätiges Lernen auch sozial-kommunikative Aspekte.
- Das authentische Mathematiktreiben ist ein Prozess, der immer wieder individuelle Entscheidungen verlangt. Die mathematische Erkenntnisgewinnung vollzieht sich in

Schritten des Fragens, Erkundens, Absicherns, Kommunizierens und Anwendens. Ziel des Mathematikunterrichts muss es sein, dass Schülerinnen und Schüler dies authentisch erleben können.

Darüber hinaus verstehen es eigenständige Lerner, wann und wie sie ihr Wissen und ihre kognitiven Strategien auch außerhalb der Schule in Bereichen der Lebenswirklichkeit anwenden (vgl. Beck 1991, 738).

Um sich angemessen mit Problemsituationen auseinanderzusetzen, müssen Voraussetzungen von Seiten der Schülerinnen und Schüler erfüllt sein. Nach Hußmann (vgl. Hußmann 2004, 6-11) bedarf es ... personaler Voraussetzungen. Hierzu zählen

- die Lernbereitschaft in Form von Interesse und Motivation. Diese wird durch extrinsische und intrinsische Gründe, der Erwartungshaltung bezüglich der Selbst-Wirksamkeit und dem Schwierigkeitsgrad der Aufgabe bzw. der eigenen Leistungsfähigkeit beeinflusst.
- die Aufrechterhaltung des Willens. Ist das Interesse an der Sache geweckt, muss es weiterentwickelt werden. Ebenso verhält es sich mit der Konzentration auf den Lerngegenstand während des Lernprozesses. Im Wesentlichen sollte sich die Motivation zu Lernen weniger an Leistungsbeurteilungen, als am Können orientieren.
- die selbstständige Regulierung und Überwachung von Lernprozessen. Sie bedarf bestimmter Techniken und Strategien, wie der Enkodierung, Einprägung, Erinnerung, des Problemlösens, der Systematisierung und Kontrolle.
- die Reflexion und Selbstevaluation. Die gesetzten Ziele müssen mit den Bemühungen und Ergebnissen abgeglichen und modifiziert werden. Erst die Reflexion der kognitiven Prozesse führt zu Wissensstrukturen, die zu situationsunabhängigen Wissen und Können führen.

... sozialer Voraussetzungen. Sie umfassen die Kommunikation und Kooperation und verhelfen den Schülerinnen und Schülern ihre individuellen Perspektiven mit denen der anderen abzugleichen und auf diese Weise zu einer gefestigten und tragfähigen Sicht zu gelangen. Da Kommunikation nicht mit einem Übertragungsprozess gleichzusetzen ist, sind die Bereitschaft zu sozialem Austausch und die Fähigkeiten zum Argumentieren vorauszusetzen. Komplexe Problemstellungen machen gemeinsame Anstrengungen in Form von Kooperation notwendig.

... fachlicher Voraussetzungen. Im Mathematikunterricht wird üblicherweise eine vom Subjekt unabhängige Wahrheit zugrunde gelegt, die von den Schülerinnen und Schülern nachvollzogen oder bewertet werden soll. Dies widerspricht dem Verständnis von Lernen als aktive Konstruktion von Wissen. Das selbsttätige Erarbeiten von Zusammenhängen basiert auf individuellen Vorstellungen und mathematischen Grundbildungen. Erst wenn sich bei einer Problemsituation der Verwendungszweck für die Schülerinnen und Schüler als real erwiesen hat, so wird diese zur mathematischen

Problemsituation. Die Mathematik stellt sodann Werkzeuge, Begriffe und Verfahren zu Verfügung, mit denen man die Strukturen der Wirklichkeit systematisch erfassen kann. Es treten daher folgende Kompetenzen in der den Vordergrund:

- Mathematisieren und mathematisch Modellieren
- Probleme erkennen und lösen
- mathematische Darstellungen verwenden
- symbolische, formale und technische Elemente der Mathematik sinnvoll und reflektiert einsetzen und
- mathematisch Argumentieren und Kommunizieren.

Erst wenn die Notwendigkeit und Nützlichkeit eines mathematischen Begriffs an verschiedenen praktischen Beispielen erlebt wurde, kann er in eine präzise Form gebracht werden.

Die unterrichtlichen Voraussetzungen werden durch eine entsprechende Lernumgebung gesichert, die Freiräume in den oben genannten Bereichen sichert. Sie umfassen die Aufgaben, Organisationsformen des Lernens und Unterstützungsangebote. Die Aufgaben entstehen aus originalen Begegnungen, echten Fragen, herausfordernden Situationen, produktiven Aufgaben, Kernideen und zugehörigen Aufträgen, intentionalen Problemen oder open-end problems. Effektive Unterrichtsplanung (vgl. Bruder et al.2014, 106-128)

... ermöglicht genetisches Lernen und lässt die Schülerinnen und Schüler Begriffe selbstständig entdecken. Selbstständigkeit lässt sich daran messen, in welchem Maß Schülerinnen und Schüler mathematische Begriffe selbstständig und auf eigenen Wegen entdecken und entwickeln können. Selbstständiges mathematisches Denken im Sinne von Problemlösen, Modellieren und Argumentieren kann nur dann gelernt werden, wenn die Möglichkeit besteht, auf entsprechende Weise selbstständig Mathematik zu treiben. „Schüler sollten in einer Umgebung aufwachsen, in der sie dazu ermutigt werden, sich selbst verschiedener Informationsquellen zu bedienen, ihre eigenen Ziele zu setzen und Lösungen zu finden, ihre Aktivitäten selbst zu planen und Entscheidungen zu fällen und zu lernen, ihre eigenen Lernerfahrungen erfolgreich auszuwerten“ (Beck 1991, 738). Dazu sind geeignete offene und herausfordernde Probleme erforderlich, die mathematisch gehaltvoll, für alle Schülerinnen und Schüler zugänglich und hinreichend offen sein müssen. Wissen entsteht so in einem Kontext, aktiv von Schülerinnen und Schülern generiert und mathematische Begriffe werden als Lösung eines Problems „erfunden“. Das selbstständige Lernen ersetzt keinesfalls die Instruktion, sondern es geht ihr sinnstiftend voraus. Das anschließende anwendende Üben, das Festigen und der Transfer der erlernten Begriffe dürfen nicht zu kurz kommen.

... regt mathematisches Forschen an und lässt die Schülerinnen und Schüler eigene Fragen stellen und untersuchen. Die von den Lernenden im Mathematikunterricht zu lösenden Probleme müssen in ungünstiger Weise oft erst im Bearbeitungsprozess zu deren eigenen gemacht werden. Bedeutender

ist die eigene Entscheidung nicht nur über die Lernwege, sondern auch im Rahmen der Kompetenzorientierung über bestimmte Lerninhalte nachzudenken. Eine hierfür geeignete Unterrichtsform ist das Projekt. Die Mathematik kommt erst dann zum Tragen, wenn sie für das Projektziel relevant wird. Die Schülerinnen und Schüler machen dabei die Grunderfahrung, dass Mathematik ein nützliches Werkzeug bei der Bewältigung von Situationen im Alltag und in unserer Umwelt ist. Gleichzeitig wird die mathematische Handlungskompetenz unterstützt und ausgebildet. Die Lernenden machen nicht nur aktiv forschend die Grunderfahrungen, sie können selbstgesteuert mathematisch forschen, indem sie bewährte mathematische Begriffe wiederentdecken, eigene Begriffe erfinden, mathematische Situationen erkunden, eigene Vermutungen aufstellen und diese zu begründen versuchen oder mathematische Probleme selbst finden und lösen. Als Aufgaben werden von der Lehrkraft möglichst nur mathematische Situationen präsentiert, die es zu lösen gilt. Eine weitere Möglichkeit bietet die Aufgabenvariation, bei der nach der Lösung eines Problems die Ausgangssituation variiert und die Aufgabe erneut parallel durchlaufen wird. Solche Variationen lassen Ober- und Unterbegriffe identifizieren und logische Beziehungen erkunden. Das Arbeiten mit Aufgabenvariationen ist für Lehrerinnen und Lehrer interessanter, aber auch anspruchsvoller als das Lösenlassen ausgesuchter Probleme (vgl. Bruder et al. 2014, 120).

... lässt die Schülerinnen und Schüler Lernprozesse aktiv steuern und nutzt Methoden für selbstständiges Lernen. Bei der Auswahl der Organisationsform des Unterrichts bietet die Zielvorstellung den wichtigsten Orientierungspunkt. Will man das selbsttätige Lernen stärken, so müssen die Schülerinnen und Schüler aktiviert werden sowie die Lehrerinnen und Lehrer eine moderierende und die Schülerinnen und Schüler eine aktive Rolle und die Verantwortung für die Organisation ihres Lernens übernehmen. Als geeignete Methoden für das selbsttätige Lernen im Zusammenhang mit dem kooperativen Lernen gelten das Projekt, das Experimentieren und das Gruppenpuzzle. Andere Methoden, wie die Freiarbeit oder der Stationenzirkel, eignen sich besonders für das selbsttätige Lernen im Rahmen der Individualisierung. Wieder andere Methoden, wie die Präsentation, das Gutachten oder das Portfolio, fordern das selbsttätige Lernen im Zusammenhang mit individuellen Lernprodukten. Neben alledem darf eine wesentliche Gelegenheit für selbsttätiges Lernen nicht vergessen werden: die Hausaufgabe. Ihr wesentliches Ziel ist es, mit den Formen des selbsttätigen Arbeitens vertraut zu werden, der wesentliche Vorteil ist das mögliche individuelle Arbeitstempo. Hausaufgaben können dabei als Reflexion und Vernetzung oder als Vorbereitung auf komplexere Leistungen angelegt sein.

... kann Produkte selbstständigen Lernens auswerten. Eine zentrale Tätigkeit des selbsttätigen Lernens ist das Reflektieren. „Gerade zu Beginn [des selbsttätigen Lernens] ist es von besonderer Wichtigkeit, mit den Schülerinnen und Schülern über die Lernprozesse zu reflektieren, ihnen Hilfestellungen zu geben, so dass sie von dem großen Feld freier Entscheidungsmöglichkeiten nicht verunsichert werden, sondern Schritt für Schritt hineinfinden“ (Fröhlich/ Hußmann 2005, 5). Fachliche verbale Darstellungen



allein verleiten dazu, die Erkenntnisse als fertig zu begreifen. Jedoch weist häufig erst der Versuch, die Erkenntnisse in Worte zu fassen, auf Inkonsistenzen und Unzulänglichkeiten der eigenen Vorstellung hin. Ein geeignetes Instrument für diese Art der Reflexion stellen Lerntagebücher und jegliche Art von Forschungsheften für Schülerinnen und Schüler bereit (vgl. Hußmann 2004, 20). In der Mathematik wird oft unabsichtlich die falsche Botschaft vermittelt, dass alle Lösungen immer vollständig sein müssen. Dagegen ist der Alltag in der Schule häufig mit Fehlern und Fehlversuchen gepflastert. Bei den Lernenden kann so die Vorstellung entstehen, dass diejenigen Schwierigkeiten haben, Aufgaben zu lösen. Dabei fördert eine gezielte Fehleranalyse in besonderem Maße das gesamte mathematische Denken. Es ist daher überlegenswert, zeitweilig Lern- und Leistungssituation sichtbar zu trennen und eine Arbeitsatmosphäre in der Form zu schaffen, dass Fehler nichts Schlechtes sondern Anlässe für produktive Weiterentwicklungen sind. Das heißt, Schülerinnen und Schüler müssen dazu bereit sein, ihre eigene Arbeit selbst zu hinterfragen und auszuwerten (vgl. Fröhlich/ Hußmann 2005, 8).

Wenn selbsttätiges Lernen gefördert werden soll, müssen auch Verfahren für Lehrerinnen und Lehrer weiterentwickelt werden, die geeignet sind, die Qualität und die Ergebnisse des selbsttätigen Lernens zu bewerten. Leuders zieht auf schulorganisatorischer Ebene eine grundsätzliche Reform in Betracht, denn innerhalb des Unterrichts erläutert er die Möglichkeit einer Trennung von Lernen und Leistung durch den Lehrer und die Lehrerin. Darüber hinaus empfiehlt der Mathematikdidaktiker eine Reform und Innovation durch methodische Vielfalt und Entwicklung. Diese beinhalten zum einen die Bewertung selbstständiger Schülerarbeit durch die Lehrenden und zum anderen die Selbstbewertung durch Schülerinnen und Schüler. Letztere bringt zusätzlich die Bewertungskompetenz als Komponente von selbsttätigem Lernen hervor (vgl. Leuders 2004, 65–69).

Neben der angemessenen didaktischen Aufbereitung bedarf es eines entsprechenden Unterrichtsdesigns, das tatsächlich selbsttätiges Arbeiten ermöglicht, bei gleichzeitiger schülerspezifischer Unterstützung durch die Lehrperson. Geeignete Designs können die Projektarbeit, der Wochenplan, das Stationenlernen oder die Freiarbeit sein. Der Projektunterricht ist in besonderer Weise geeignet, entdeckendes, forschendes und problemlösendes Lernen zu verwirklichen. Das Thema kann im besten Fall von den Lernenden selbst bestimmt werden oder sie können im Rahmen eines gegebenen Themas selbst Fragen formulieren, Ziele definieren bzw. bestimmte Inhalte auswählen. Die Lern- und Anstrengungsbereitschaft wird dadurch besonders gut stimuliert. In der Phase der Projektbearbeitung werden Informationen gesammelt, der Projektverlauf geplant und das anvisierte Projektprodukt hergestellt. In der Abschlussphase wird die Projektarbeit reflektiert und evaluiert. Die Herstellung eines eigenen Produkts ermöglicht das Erleben von Selbst-Wirksamkeit, die Kooperation mit anderen Schülerinnen und Schülern stillt das Bedürfnis nach sozialer Integration und das selbstgesteuerte Handeln und die anschließende Rückschau auf den Erarbeitungsprozess unterstützt den Erwerb und die Weiterentwicklung der in den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss

festgelegten Kompetenzen: Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen und Kommunizieren (vgl. Hußmann 2004, 18-20). Die Projektarbeit beinhaltet ein dem selbsttätigen Lernen entsprechenden Lern- und Arbeitsprinzip. Ausgehend von der subjektiven Didaktik zeigt das von den Schweizern Gallin und Ruf formulierte Ich-Du-Wir-Prinzip im Mathematikunterricht einen Weg auf, wie das Lernen und Arbeiten in der Schule organisiert und strukturiert werden kann, um Lernprozesse möglichst wirksam und nachhaltig anzuregen. Ulm formuliert er wie folgt (vgl. Ulm 2005, 20):

- ICH - Individuelles Arbeiten: Jeder einzelne Schüler und jede einzelne Schülerin macht sich eigenständig mit einer Thematik oder Problemstellung vertraut, stellt Bezüge zum eigenen Ich, zum individuellen Vorwissen her und geht eigene Schritte in Richtung einer Lösung.
- DU – Lernen mit dem Partner: Jeder Schüler und jede Schülerin tauscht sich mit einem Partner oder einer Partnerin aus, erklärt seine oder ihre Ideen, vollzieht die Gedanken des oder der anderen nach und dringt so tiefer in das Themengebiet ein. In Partnerarbeit wird weiter an der Problemlösung gearbeitet.
- WIR – Kommunikation im Klassenteam: Die Resultate der Arbeitsgruppen werden im Klassenplenum präsentiert und diskutiert. Aus den Beiträgen aller wird ein gemeinsames Ergebnis erarbeitet.

Das Besondere am Ich-Du-Wir-Prinzip ist, dass die Schülerinnen und Schüler ihr eigenes, individuelles „Denk-Netz“ vor der Besprechung eines Lösungsmusters im Klassenplenum knüpfen können. Sie ordnen das Neue in ihr eigenes Vorwissen ein, bevor der Lehrer oder die Lehrerin zu strukturieren und erklären beginnt (vgl. Ulm 2005, 23).

Für die Leistungsbewertung von selbsttätigem Lernen in der Schule sind eine Reihe verschiedener Instrumente denkbar. Ein Instrument für die Bewertung von kreativen Produkten kann ein transparenter Kriterienkatalog darstellen, der den Schülerinnen und Schülern vorab eröffnet wird. Ein solcher Kriterienkatalog berücksichtigt bei der Leistungsbeurteilung die Divergenz in Form von Kreativität gleichermaßen wie die Konvergenz in Form von Richtigkeit. Beide Dimensionen sind somit unabhängig voneinander. Darüber hinaus bietet er für die Schülerinnen und Schüler einen Anreiz zu kreativen, individuellen Leistungen und regt sie an, auch die mathematischen Prozesse der Lösungsfindung darzustellen, zu reflektieren und zur Diskussion zu stellen. Dabei wird deutlich, dass bei mathematischen Arbeiten die Mathematisierung nur eine Teilkomponente darstellt. Ein Instrument für die Schülerselbsteinschätzung stellt ein strukturierter Fragebogen dar. Eine Selbsteinschätzung des Lernerfolges in einer Unterrichtsstunde beinhaltet kurze Anmerkungen oder Stichworte von Schülerinnen und Schülern zu klar formulierten Fragen zum Inhalt und der Gestaltung des Unterrichts. Kompetenzbezogene Fragebögen klären, wie sicher sich die Lernenden in Situationen, in denen Mathematik angewendet werden muss, fühlen. Das Portfolio eignet sich als Instrument zur

langfristigen Dokumentation von Lernprodukten. Um die Ergebnisse ihres selbsttätigen Lernens sammeln und strukturieren zu können, legen Schülerinnen und Schüler eine Art Sammelmappe, ein Portfolio, an. Dieses wird immer wieder ergänzt, aktualisiert und reflektiert. Es kann den Lehrerinnen und Lehrern als produktive Repertoireergänzung für die Leistungsbewertung dienen und die traditionelle Bewertungsperspektive erweitern.

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Trotz der überzeugenden Begründungen für das Prinzip der Selbsttätigkeit gibt es Grenzen. Zu komplizierte mathematische Lerninhalte könnten für einen offenen Unterricht, ausgerichtet nach dem Prinzip der Selbsttätigkeit, ungeeignet sein. Selbsttätigkeit beim Lernen muss anfangs eingeübt und Lern- und Methodenkompetenzen erworben werden. Der höhere Zeitaufwand dafür und für den Lernprozess an sich, ist nur bedingt in den Lehrplänen vorgesehen. Lernende könnten zudem versuchen, sich den größeren Anforderungen durch das selbsttätige Lernen zu entziehen und Lernschwächeren sollten strukturierte, kleinschrittige Aufgabenstellungen und die Förderung durch den Lehrer oder die Lehrerin, den Mitschüler oder die Mitschülerin erhalten. Die Sicherung des Mindestwissens bedarf der genauen Vorüberlegung der Lehrkraft (vgl. Wiater 2007b, 26-27). Grenzen könnten auch in Klassen mit einem hohen Anteil an Ausländer, Asylanten, Aussiedlern liegen, die der deutschen Sprache nicht ausreichend mächtig sind (vgl. Glözl 2002, 279). Eine vorgebrachte Sorge könnte auch sein, dass die überwiegend selbsttätigen Schülerinnen und Schüler in den folgenden Jahrgangsstufen bei wissenszentrierten Unterrichtsformen nicht zurechtkommen könnten. Tatsache ist, dass gerade diese Schüler keine Probleme mit der Umstellung haben, weil sie von Anfang an gelernt haben, selbstständig zu arbeiten, sich ihre Zeit selbst einzuteilen und angemessene Arbeitstechniken auszuwählen und anzuwenden (vgl. Aring 2002, 41). Ein Unterricht nach dem Prinzip der Selbsttätigkeit bedingt darüber hinaus für die Lehrerin und den Lehrer einen erhöhten Vorbereitungsaufwand. Auch das Selbstverständnis aller Beteiligten wird durch die neuen Rollen verändert und nicht zuletzt bleibt anzumerken, dass bei aller Selbsttätigkeit die Sozialerziehung und Inklusion nicht vergessen werden darf (vgl. Wiater 2007b, 26-27).

Ein weiterer Einwand gegen selbsttätiges Lernen bezieht sich auf die Kennzeichnung von Mathematik als eine präzise, hoch formalisierte, deduktiv strukturierte Wissenschaft, denen lange Entwicklung von den Schülerinnen und Schülern nicht in kurzer Zeit selbstgesteuert neuentdeckt oder nacherfunden werden kann. Aber Mathematik vollzieht sich nicht allein über die Zurkenntnisnahme bedeutender Sätze, sondern über den aktiven Vollzug typischer mathematischer Kerntätigkeiten. Diese Kompetenzen benötigt man, um mathematikhaltige Phänomene aus der Alltagswelt zu verstehen und mögliche Problemsituationen zu bewältigen. Derartige Kompetenzen werden wiederum an gegebenen exemplarischen Inhalten im Mathematikunterricht selbstgesteuert entwickelt (vgl. Hußmann 2004, 15).

## 1.1.2 Differenzierung und Individualisierung

### Begriffliche Klärung

Das Unterrichtsprinzip der Differenzierung ist in der Literatur auch unter den Begriffen „Prinzip der Angemessenheit“ oder „Prinzip der optimalen Passung“ zu finden. Oftmals wird auch vom „Prinzip der Differenzierung und Individualisierung“ gesprochen, wobei dann die Individualisierung als intensivste Form der Differenzierung betrachtet wird (vgl. Wiater 2014, 27).

Ausgangspunkt ist die früher angenommene Homogenität bzw. Linearität der Schülerinnen und Schüler. Spätestens seit der Reformpädagogik verbreitete sich die Einsicht in die Verschiedenheit der Lernenden. Seitdem ist der Umgang mit Gleichheit und Differenz ein stets diskutiertes Thema. Ihm kommt Bedeutung in der Bildungspolitik zu, in Bereichen von Kindern und Jugendlichen verschiedenen Geschlechts, mit und ohne Behinderung, mit besonderen Begabungen aber auch mit Migrationshintergrund (vgl. Gudjons 2012, 372 – 373). Weitere Aspekte, bezüglich derer sich Schülerinnen und Schüler unterscheiden, sind Alter, sozialer/ familiärer/ ökonomischer/ kultureller Background, Sprachkenntnisse, Status und Bildungsniveau des Elternhauses, Interessen und Neigungen, Temperament, Agilität, Lernfähigkeit sowie Leistungs- und Anstrengungsbereitschaft (vgl. Wiater 2007a, 266). Seit den Ergebnissen der PISA-Studien sehen sich Länder mit leistungsbezogener Differenzierung des Schulsystems verstärkter Kritik ausgesetzt. Auch die ethnische Vielfalt der Schülerinnen und Schüler hat in den vergangenen Jahrzehnten deutlich zugenommen (vgl. Haag 2010, 129). Diese Diskussion spiegelt sich auch im fundierenden Unterrichtsprinzip der Schülerorientierung wieder.

Das Unterrichtsprinzip der Differenzierung fordert, die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler schul- und unterrichtsorganisatorisch zu berücksichtigen (vgl. Wiater 2007b, 211). Sie ist damit gleichzeitig Gegenbegriff zum Klassenunterricht, der die Homogenität der Lerngruppe in Bezug auf die Lernziele zur Voraussetzung hat. Das Wort „Differenzierung“ lässt sich aus dem Lateinischen „differentia“ (Verschiedenheit, Unterschied) und „differe“ (verschieden sein) herleiten.

**Differenzierung** bedeutet in Schule und Unterricht, die Schülerinnen und Schüler zu unterscheiden und unterschiedlich zu behandeln (vgl. Wiater 2014, 28).

Unterschiede der Lernenden liegen zum Beispiel in der biografischen Entwicklung, der körperlichen und psychischen Verfasstheit, den Bedürfnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten, Lernvoraussetzungen und Lernweisen, den Wahrnehmungs-, Sprach- und Handlungskompetenzen, der Leistungsbereitschaft, den Einstellungen und Verhaltensweisen, des Förderbedarfs sowie den Interessen und Neigungen begründet.

Das Unterrichtsprinzip der Differenzierung wird oftmals aufgrund der Dauer der differenzierenden Maßnahmen unterteilt. Erfolgt die Unterscheidung auf schulorganisatorischer Ebene, spricht man von äußerer Differenzierung. Die äußere Differenzierung nutzt Maßnahmen auf schulorganisatorischer Ebene, die einen Klassenverband oder eine Lerngruppe zeitweilig oder auf Dauer auflösen (vgl. Wiater 2014, 28). Bei der interschulischen Differenzierung werden die Schülerinnen und Schüler auf verschiedene Schularten unterteilt. Man unterscheidet zwischen Differenzierung nach Leistung und nach Interesse. Beim Streaming-System befindet sich ein Schüler in allen Fächern in Lerngruppen (Klassen) desselben Leistungsniveaus. Unter diese Differenzierungsart fällt auch das dreigliedrige Schulsystem Mittel-, Realschule und Gymnasium in Bayern. Die intraschulische Differenzierung erfolgt innerhalb einer Schule durch die Aufteilung der Kinder und Jugendlichen zu neuen Gruppen. Beim Setting-System entscheidet die Leistung der einzelnen Kernfächer, welchem Kurs bzw. welcher Jahrgangsstufe eine Schülerin oder ein Schüler zugewiesen wird. Beide Arten der äußeren Differenzierung haben eine möglichst große Homogenität der Lerngruppe zum Ziel (vgl. Wiater 2014, 29). Da sich die vorliegende Arbeit rein auf die Schulart Realschule und die Jahrgangsstufe 5 bezieht, ist eine vorläufige äußere Differenzierung bereits gegeben und wird daher nicht weiter diskutiert. Erfolgt die Unterscheidung mit unterrichtsorganisierenden Maßnahmen, spricht man von innerer Differenzierung, auch Binnendifferenzierung genannt. Die innere Differenzierung nutzt Maßnahmen auf unterrichtsorganisatorischer Ebene, die den Klassenverband erhalten und innerhalb des Unterrichts die Schülerinnen und Schüler, unter der Berücksichtigung von bestimmten Gesichtspunkten, neu gruppieren (vgl. Wiater 2014, 29). Die klasseninterne Heterogenität wird dabei didaktisch reflektiert, genutzt und zu bewältigen versucht. Die wesentlichen Ziele der inneren Differenzierung sind die individuelle Förderung und soziale Integration. Dabei kann von der Lernzielgleichheit abgewichen werden (vgl. Wiater 2014, 29). Laut Aschersleben wird in der Schule überwiegend am heterogen zusammengesetzten Klassenverband festgehalten und dieser nur zweitweise aufgelöst. Die Gruppierung kann dabei nach Begabungs-, Leistungs-, Interessens-, Alters- oder Geschlechtskriterien erfolgen. Je nach Art der Zusammensetzung sind homogene und heterogene Gruppen zu unterscheiden (vgl. Aschersleben 1979, 47). In Anlehnung an Saalfrank gliedert Haag die innere Differenzierung nach den vier Dimensionen Unterrichtsorganisation (nach Zielen, Inhalten, Methoden und Medien, Sozialform, Lernvoraussetzungen, Organisation und Zufall), Didaktik (nach Lerninteressen, Motivation, Lerntempo, Lernstilen/ Lernpräferenzen), Unterrichtsgestaltung (nach individualisiertem, kooperativem oder gemeinsamen Unterricht) und Kompetenz (nach Fach-, Methoden-, Sozial-, Selbst- oder Handlungskompetenz) (vgl. Haag 2010, 128).

Die Individualisierung intensiviert zum einen den Gedanken der inneren Differenzierung durch die Berücksichtigung der spezifischen Besonderheiten der Schülerinnen und Schüler. Das Wort

„Individualisierung“ lässt sich aus dem Lateinischen „individuum“ (Einzelding, Einzelperson, Unteilbares) herleiten.

**Individualisierung** bedeutet die Berücksichtigung des Besonderen und der Eigentümlichkeit jedes einzelnen Schülers und jeder einzelnen Schülerin, seiner und ihrer lernbezogenen und allgemeinen Bedürfnisse und Eigenart, durch didaktische und organisatorische Maßnahmen im Unterricht (vgl. Wiater 2014, 28).

Darunter fällt auch die Integration der Ziele, Inhalte, Methoden und Medien, die auf den einzelnen Schüler bzw. die Schülerin zugeschnitten ist. Individualisierung ist zum anderen aber nicht eine Spezialform der Differenzierung, sondern ein didaktischer Oberbegriff, dem entsprechende Organisations- und Unterrichtsformen untergeordnet werden. Der pädagogische Wert liegt nicht darin, möglichst homogene Gruppen zu schaffen, sondern allein oder in Kleingruppen sich selbst erfahren und so weiterentwickeln zu können (vgl. Haag 2010, 128-129).

### **Begründungen**

Die Anthropologie verweist auf die Persönlichkeitsentwicklung des Menschen als einen sich teilweise in Phasen aufbauenden Entfaltungsprozess. Dieser verläuft in dynamischer Weise von Mensch zu Mensch unterschiedlich und wird von anthropologischen, genetischen und soziokulturellen Faktoren beeinflusst. Infolgedessen ist jeder individuell von jedem und jeder anderen verschieden. Dabei geht der Mensch als ein produktiv realitätsverarbeitendes Subjekt vor. Mit seinen Veranlagungen wendet er sich an die Außenwelt, macht Erfahrungen, unterliegt Rahmenbedingungen, entwickelt ein individuelles Bild von der Außenwelt und schafft sich seine persönliche Organisation von Verhaltensmerkmalen, Eigenschaften, Einstellungen, Handlungskompetenzen und Selbstkonzepten. Individuelle Besonderheiten finden sich beispielsweise bei der Ausprägung und dem Entwicklungsstand der körperlichen und psychischen Konstitution, Vitalität und Temperament, Emotionalität, Fähigkeiten und Fertigkeiten, Interessen und Neigungen, Anstrengungs- und Konzentrationsbereitschaft, Gedächtnis- und Lernfähigkeit, Bedürfnisse, Sprache, Verhaltensnormen, Werteinstellungen, Gewissensausprägungen und Überzeugungen. Hinzu kommt, dass jeder Schüler und jede Schülerin individuelle Strukturen des Denkens, Fühlens, Handelns und Wollens entwickelt hat, die die Voraussetzung für alle Lern- und Verstehensprozesse in der Schule sind. (vgl. Wiater 2014, 31-32).

Im Bereich der Psychologie verweist die Entwicklungspsychologie auf die Entwicklungsunterschiede von Kindern und Jugendlichen, wie beispielsweise die Erziehungs-, Sozialisations- und Lebenssituation. Sie hängen eng mit dem Erfolg des schulischen Lernens zusammen. Entwicklungsbesonderheiten

müssen daher im Unterricht wahrgenommen und berücksichtigt werden. Dazu zählen u. a. die Wahrnehmung von Berührungsreizen, motorisch-kinästhetischen Wahrnehmungen mit der willentlichen Kontrolle der eigenen Bewegung, visuelle Wahrnehmungen, Serialität (Muster- und Folgeerkennung), auditive Wahrnehmungen, Lautsprachenkontrolle, Aufmerksamkeitsfokussierung und das Durchhaltevermögen. Wird auf die Entwicklungsbesonderheiten der Schülerinnen und Schüler nicht angemessen eingegangen, sind meist Lernprobleme mit der Konsequenz eines negativen Selbstbildes, Schulangst, -versagen und -verweigerung und soziale Auffälligkeiten die Folge. Die Lernpsychologie belegt mithilfe der Neurophysiologie, dass Lernen beim Menschen eine höchst individuelle Sache ist. Lernende unterscheiden sich durch ihre Hirnhälftendominanz und ihren Lerntyp bzw. der Lernstrategie. Je nach Dominanz der Hirnhälften können die einen Informationen leichter aufnehmen und behalten, wenn sie ihnen verbal und kognitiv präsentiert werden, die anderen, wenn das bildhaft und synthetisch geschieht. Die Lerntypen bedingen sich aus den durch genetische Bedingungen und Umwelterfahrungen entstandenen Synapsenschaltungen des Gehirns. Sie entwickeln für den Menschen eine Art Grundmuster der Informationsaufnahme und -verarbeitung mit Schwerpunkten und je nach Lerninhalten verschieden. Sie können später aufgrund neuer, intensiv praktizierter Lernweisen zu individuellen Lernstilen weiterentwickelt werden. Im Schulalter muss ihnen und den Lernstrategien der Kinder und Jugendlichen Rechnung in Form eines gehirnkongruenten Unterrichts getragen werden, damit Lernen erfolgreich verlaufen kann (vgl. Wiater 2014, 3-34).

Im Bereich der Pädagogik wird der Unterricht für gewöhnlich nach dem Prinzip der Linearität geplant. Dabei orientiert sich die Lehrkraft an den durchschnittlichen, mittleren Leistungsfähigkeiten der Schüler. Dass dieser gedachte Lernprozess für den Großteil den idealen Lernprozess darstellt, bleibt eine Illusion. Seit der Reformpädagogik wird daher das Unterrichtsprinzip der Differenzierung verstärkt gefordert. Anhänger wie beispielsweise Parkhurst, Sickinger, Petersen, Otto, Montessori und Gaudig setzten in ihrem Unterricht auf die Förderung der individuellen sozialen Persönlichkeit des Menschen. Aufgabe der Erziehung ist es, dem Kind oder Jugendlichen zu helfen, sich mit seinen individuellen Anlagen und Kräften in einer herausfordernden und zugleich förderlichen Umgebung zur Individualität zu entfalten. Der Unterricht muss die Lernausgangslage jedes Lernenden berücksichtigen, psychosoziale Belastungen und körperliche Einschränkungen ernstnehmen, seine besonderen Kompetenzen, Interessen und Motivationen didaktisch wahrnehmen, erkennbare Begabungsschwerpunkte beachten und Unterforderung ebenso vermeiden wie Überforderung. Die Forderung nach Individualisierung besagt, dass den einzelnen Schülerinnen und Schülern in den jeweiligen Unterrichtsfächern Lernangebote gemacht werden sollen, die speziell auf die Lernvoraussetzungen, ihr Lerntempo, ihre bevorzugten Lernweisen, ihre Lerninteressen und ihre Lernfähigkeiten zugeschnitten sind. Jeder Schüler und jeder Schülerin lernt dabei auf seine und ihre Weise, gewinnt Einblick in das eigene Lernen und erreicht nach einer bestimmten Lernzeit Ziele und

Kompetenzniveaus, die von denen der anderen Schülerinnen und Schüler verschieden sein können (vgl. Wiater 2014, 35). Das Unterrichtsprinzip der Differenzierung hat neben der Funktion, der Eigenart der einzelnen Schülerinnen und Schüler in Bezug auf Leistungsfähigkeit und Interesse besser gerecht zu werden, zugleich die Funktion, das soziale Lernen zu verbessern. Durch die verschiedenen Differenzierungsmöglichkeiten werden beispielsweise die soziale Integration und die kommunikative Kompetenz geschult, was sich insgesamt durch Untersuchungen bestätigen lässt. Hier spielen allerdings andere Faktoren, die die unterrichtliche Effizienz beeinflussen (Klassengröße, Methodenvariation, Lerninhalt, Lernziel, Lehrerpersönlichkeit und andere mehr) ebenfalls eine Rolle (vgl. Aschersleben 1979, 47).

Die soziologisch-gesellschaftliche Begründung findet sich bereits im Grundgesetz im Artikel 2 wieder: Jeder hat das Recht auf die freie Entfaltung seiner Persönlichkeit. In der Bayerischen Verfassung, Artikel 128, heißt es dazu: Jeder Bewohner Bayerns hat Anspruch darauf, eine seinen erkennbaren Fähigkeiten und seiner inneren Berufung entsprechende Ausbildung zu erhalten. Durch die interschulische Differenzierung in Form des dreigliedrigen Schulsystems in Bayern wird versucht, diesem Anspruch Rechnung zu tragen. Die gesellschaftliche Entwicklung zur globalen Wissens- oder Informationsgesellschaft mit hohem Anteil an Dienstleistungen, vielen Berufszweigen und –feldern sowie neue Spezialisierungen, ließen den Anspruch an die Schulabgänger steigen. Die Schule hat die Aufgabe, einerseits die Schülerinnen und Schüler auf diese neuen Herausforderungen vorzubereiten, andererseits muss durch Differenzierung gewährleistet werden, dass durch Schulprobleme oder – scheitern keine sozialen Randgruppen entstehen (vgl. Wiater 2014, 35-36).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

Die oft bildungspolitisch motivierte Einheitlichkeit des Unterrichts einerseits und die psychologisch-pädagogische Notwendigkeit der Differenzierung im Interesse des Schülers andererseits sind die Pole, zwischen denen sich Unterricht orientiert, ohne dass sich bisher allgemeingültige Lösungen im Interesse der Unterrichtsoptimierung finden ließen (vgl. Aschersleben 1979, 47). Differenzierung als Unterrichtsprinzip verfolgt kompensatorische, remediale und Kompetenz verstärkende Ziele.

Eine Möglichkeit stellt die Differenzierung durch Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit dar. Hierzu wird der Klassenverband im Unterricht zweitweise aufgelöst, um den Schülern Gelegenheit zur Arbeit allein (Einzelarbeit), in Zweiergruppen (Partnerarbeit) oder Dreier- bis Sechsergruppen (Gruppenarbeit) zu geben. „Diese Sozialformen werden je nach Lerninhalt, Lernzielen, Lerngruppen und Lernsituation eingesetzt, um die Heterogenität der Schüler beim Lernen zu kompensieren (defizitorientierter Ansatz) oder vorhandene besondere Befähigungen der Schüler für das Lernen zu nutzen (kompetenzorientierter Ansatz)“ (Wiater 2014, 37).



Eine weitere Differenzierungsform ermöglicht die Differenzierung durch unterrichtsmethodische Einzelmaßnahmen. Sie liegt immer dann vor, wenn Schülerinnen und Schüler mit ihren spezifischen Lern- und Handlungsmöglichkeiten im Unterricht berücksichtigt werden. Das gilt für die Freie Arbeit, die Tages-/ Wochenplanarbeit und das Stationentraining aufgrund der unterschiedlich schweren, umfangreichen, verschiedenen Sinne ansprechenden Arbeitsaufgaben ebenso wie für das Bereitstellen von Lernlandschaften und Lernumgebungen mit frei wählbaren Lernangeboten (vgl. Wiater 2014, 37). Bönsch zeigt als Lösungsansatz der inneren Differenzierung durch unterrichtsmethodische Einzelmaßnahmen das Prinzip der kontrollierten Variabilität auf. Es plant nach einer Vermittlungsphase eine differenzierende Lernphase ein, in der die unterschiedlichen Lernwege und -stände der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt und Umwege, Abweichungen und Varianten gewählt werden können, ehe es gemeinsam weitergeht. Dabei kann das Prinzip auch auf die Gestaltung der Lernprozesse nach Interessen abzielen. Die Heranwachsenden sollen zunehmend lernen, das Lernen selbst in die Hand zu nehmen, ein Selbstkonzept des Lernens zu entwickeln und zu merken, wo Lernstärken und -schwierigkeiten liegen. Als besonders effektive Form bietet Bönsch das Lernen an Stationen an. Die Lernstation ist ein Arbeitsangebot, das in strukturierter Weise die selbstständige Erledigung von enger oder offener gestellten Aufgaben mithilfe von Materialien und Geräten ermöglicht und auf verfügbaren Flurflächen, in einer Lernwerkstatt oder in Fachräumen eingerichtet wird. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig die Sozialform sowie die Reihenfolge der Pflicht- und Wahlaufgaben, die in der Art der Bearbeitung und im Anspruchsniveau variieren (vgl. Bönsch 2006b, 168-181). Brunnhuber sieht breitgefächert sieben mögliche Differenzierungsformen (vgl. Brunnhuber 1976, 58):

- nach Arbeitsweisen,
- nach stofflichem Umfang,
- nach Schwierigkeitsgraden,
- nach sozialen Motiven (spontane Gruppenbildung nach Sympathie, Hilfestellung oder Betreuung durch andere Schüler),
- aus methodischen Gründen (verschiedene Intensität der Betreuung durch den Lehrer, weitgehend selbstständige Arbeit anderer Gruppen),
- nach Lern- und Arbeitstempo,
- aus sachlichen Gründen (zum Beispiel thematische Differenzierung ohne Zeitlimit).

Sowohl die innere Differenzierung durch das Lernen an Stationen nach Bönsch, als auch die Differenzierungsformen nach Brunnhuber berücksichtigen das Besondere und die Eigentümlichkeit jedes einzelnen Schülers und jeder einzelnen Schülerin sowie seine und ihre lernbezogenen und allgemeinen Bedürfnisse und Eigenart. Damit beziehen beide Pädagogen bei der inneren Differenzierung zugleich die Individualisierung der Lernenden mit ein.

Wiater verfolgt hierzu ein zweiteiliges Modell, indem er zum einen die Lernwege individualisiert, zum Persönlichkeit stärkt (vgl. Wiater 2007a, 267-270). Ersteres ermittelt differenziert die Sachstruktur des Lerninhalts sowie die Lernstruktur der einzelnen Schülerinnen und Schüler und beobachtet den einzelnen Lernenden bei der, im Sinne der dosierten Diskrepanz, gestellten Lernaufgabe. Dabei ist zu bedenken, dass Lernen nicht linear voranschreitet, sondern ein konstruktiver und selbstgesteuerter Akt ist, dass Schülerinnen und Schüler höchst individuelle Weisen des Lernens, Verstehens und Behaltens haben können. Dieses Modell der Individualisierung prägt die aktuelle Diskussion und unterstützt die Theorie der Bildungsstandards, das Lernen an unterschiedlichen Kompetenzniveaus zu orientieren. Wiaters zweites Modell zur Stärkung der Schülerpersönlichkeit richtet den Unterricht vorrangig auf die Ziele Kompetenz, Selbstvertrauen und Interesse bzw. intrinsische Motivation. Bestätigt wird dieses durch empirische Untersuchungen, die zeigen, dass die Selbstwirksamkeit der Schülerinnen und Schüler ein zentrales Lernmotiv ist, dass selbstreguliertes Lernen nachweislich zu besseren Leistungsergebnissen führt und dass ein Verfolgen von Interessen im Output dem reproduktiven Einüben von Lehrstoff überlegen ist (vgl. Wiater 2007a, 267- 270). Genügend Freiraum hierfür bietet besonders das selbsttätige Lernen. Die Möglichkeit, sich in Ruhe einem Thema zu nähern, eigene Fragen zu formulieren, eigene Gesichtspunkte hervorzuheben und eigene Lösungswege zu beschreiten, statt auf vorgezeichnete Pfade verpflichtet zu werden, schafft eine individuelle Plattform, um in der Sache Fuß zu fassen (vgl. Hefendehl-Hebeker 2004, 48). Insofern kann individualisierender Unterricht selbstständiges Lernen in unterschiedlichen Ausmaßen veranlassen, je nachdem, in welchem Maß die Aufgaben Entscheidungsmöglichkeiten bieten, zur Selbsttätigkeit auffordern und Planungs-, Steuerungs- und Bewertungsprozesse einschließen (vgl. Haag 2010, 130). Zentral für Individualisierung, bei der auch selbsttätiges Lernen ermöglicht und gefördert wird, ist eine entsprechende Lernumgebung. Diese besteht aus einem Arrangement von Unterrichtsmethoden, Unterrichtstechniken, Lernmaterialien und Medien und ist durch die besondere Qualität der aktuellen Lernsituation in zeitlicher, räumlicher und sozialer Hinsicht charakterisiert (vgl. Haag 2010, 130). Schließlich soll noch auf die Möglichkeit hingewiesen werden, Hausaufgaben individuell zu erteilen. Ideal ist eine flexible Differenzierung, was sowohl das Pensum als auch das Schwierigkeitsniveau der Aufgaben betrifft. In einem schriftlich gefassten Arbeitsplan werden verbindliche Aufgaben vorgegeben, die das Grundpensum sichern. Darauf aufbauend wird ein sogenanntes Additum angeboten. Zentral ist bei diesem Ansatz die Freiheit der individuellen Zeiteinteilung. Dabei müssen die Schülerinnen und Schüler neben den inhaltlichen und methodischen Kompetenzen Planungs- und Steuerungsfertigkeiten aktivieren (vgl. Haag 2010, 138).

## **Mathematikdidaktische Aspekte**

Während die Differenzierungsansätze, die die Unterrichtsstrukturen und -methoden betreffen, wesentlich auf allgemeindidaktischen Ansätzen beruhen, ist hingegen im Fach Mathematik die Differenzierung durch Aufgaben eine genuin fachdidaktisch zu bearbeitende Herausforderung. Gleiches gilt für das je themenspezifisch geeignete Zusammenspiel aller drei Ebenen (Struktur, Methode und Aufgabe) und die dahinter liegende grundlegende Analyse und Aufbereitung mathematischer Themenbereiche (vgl. Leuders 2012, 35-36).

Ziel des Unterrichts der Eingangsklasse an der Realschule ist es, Informationen und grundlegende Kenntnisse für den späteren Bildungsgang der Lernenden zu vermitteln. Für den Mathematikunterricht ergibt sich hieraus eine wesentliche Konsequenz: Es müssen auch Differenzierungsmodelle entwickelt werden, damit die Schülerinnen und Schüler angemessen gefördert werden können (vgl. Jahner 1985, 82). Dabei zielt individuelle Förderung nicht mehr nur vorrangig auf das Abbauen von Defiziten ab, sondern in gleichem Maß auf die Verstärkung von Begabungen (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 20-21). Weitere Gründe für eine innere, methodische Differenzierung im Mathematikunterricht führt auch Fell an. Er sieht den Gewinn darin, die Klasse zu unterteilen nach (vgl. Feil 1976, 65-84)

- speziellen mathematischen Interessen  
beispielsweise nach besonderen Problemstellungen oder Anwendungsbereichen oder
- Schwerpunkten  
wie Symbolverständnis und Bevorzugung einer bestimmten Darstellungsform.

Der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler kann mit einem unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad der Aufgaben Rechnung getragen werden und es erfolgt die Anbahnung von individuellen Lernfortschritten (vgl. Bruder 2014, 72-73):

- Lernschwache Schülerinnen und Schüler beginnen mit den einfacheren Aufgaben, mit denen sie erfolgreich sind, um sich von dort aus schrittweise zu steigern.
- Leistungstärkere Schülerinnen und Schüler steigen mit schwierigeren Aufgaben ein.

Im Hinblick auf die Arbeitsökonomie kann im differenzierenden, individualisierenden Unterricht das Lerntempo variiert werden (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 21):

- Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler machen häufiger einige Lösungsschritte mehr und gehen dabei möglicherweise Umwege. Sie benötigen Unterstützung bei den Fragen, wann sie welche Aufgabe gemäß ihren Fähigkeiten, Neigungen und Vorlieben bearbeiten können und wie mit dem bereitgestellten Material gearbeitet wird.
- Stärkere Lernende schlagen oft kürzere, dafür aber komplizierte Lösungswege ein.

Es ist weiter denkbar, dass derselbe mathematische Sachverhalt als Lernangebot unterschiedlich dargeboten wird. So kann

- in den Formulierungen abgestuft (beispielgebunden, allgemein),
- Einsichten unterschiedlich vermittelt (Einsichten mit oder ohne bildliche Darstellung) oder
- ein unterschiedlicher Reflexionsgrad

verwendet werden. Krauthaus spricht sich ebenfalls für die unterschiedlichen Darbietungsformen der Aufgaben aus und fügt hinzu, dass sich geschlechtsspezifische Unterschiede hinsichtlich der Mathematikleistungen mit zunehmendem Alter vergrößern bzw. entwickeln. Dies hängt nicht von allgemeinen Vor- oder Nachteilen, sondern von den jeweiligen Aufgaben ab (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 225). Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler brauchen mehr Struktur, leistungsstärkere mehr Freiraum. Erst wenn diese Voraussetzung gegeben ist, kann ein eigenständiges Begreifen der Zusammenhänge beginnen. Lernen ist ein individueller Prozess. Dennoch oder gerade deswegen ist gemeinsames Lernen und Üben besonders wichtig. Die einzelnen Lernenden sind darauf angewiesen, die eigenen Ideen mit anderen auszutauschen, sich von anderen anregen zu lassen und selbst Denkanstöße geben zu können (vgl. Katzenbach 2008, 5). Diesbezüglich können leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht eine Betreuungsfunktion anbieten. Diese Aufgabe qualifiziert sie und nützt dem Betreuten, kann also von allen Beteiligten als effektive Zusammenarbeit erlebt werden. Jedoch ist ein Tutor in der Regel mit der Betreuung einer Gruppe allgemein leistungsschwacher Schüler im Mathematikunterricht überfordert (vgl. Stampe 1984, 124-125). Nicht vergessen werden darf ein resultierender, umfassender Vorteil für Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer: Die Adaptivität des Lernangebots bedingt eine Reduzierung der häufig beklagten Disziplinprobleme, da Schwierigkeiten mit Disziplin, Aufmerksamkeit, Konzentration, Ausdauer oder Anstrengungsbereitschaft nicht selten auch die Folge von Überforderung sind (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 233). Für die Lehrerin und den Lehrer ergibt sich durch den hohen Anteil an selbsttätiger Arbeit der Lernenden die Möglichkeit, sich als Betreuer wahrzunehmen, der die individuellen Lernprozesse im Klassenzimmer begleitet, den Lernstand und die Verstehenstiefe diagnostiziert und individuelle Unterstützung anbietet (vgl. Krammer 2010, 108). Dies alles in einer für den Lehrer und Lehrerin ausgesprochen ökonomischen Art und Weise, was die Organisation der Lernprozesse betrifft (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 233).

Bei der inneren Differenzierung lassen sich zwei Strategien zur Herstellung von Adaptivität unterscheiden. Bei geschlossener Differenzierung übernimmt die Lehrkraft die Alleinverantwortung und weist den Lernenden ihre individuellen Herausforderungen zu. Leuders sieht hier die Dringlichkeit, die Kernprozesse nach Anknüpfen, Erkunden, Austauschen, Ordnen und Vertiefen zu unterscheiden und fachspezifische Konsequenzen zu ziehen. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der zweiten Strategie zur Herstellung von Adaptivität, der Selbstdifferenzierung. Hierzu wird ein gemeinsames Lernangebot für alle so gestaltet, dass die Lernenden es auf unterschiedlichen Wegen und Niveaus bearbeiten

können. Diese Strategie zur Herstellung von Adaptivität wird in der Literatur oftmals auch als „offene“ oder „natürliche“ Differenzierung bezeichnet (vgl. Leuders 2012, 37-65).

Auf diesem Verständnis bauen Hugener und Krauthausen vier Differenzierungsmaßnahmen zur inneren Differenzierung im Mathematikunterricht auf (vgl. Hugener 2010, 93/ Krauthausen/ Scherer 2007, 228-229):

- Differenzierung des Lerntempos  
Eine Differenzierung des Lerntempos liegt dann vor, wenn die Lernenden nicht nur eine einzelne Aufgabe nach eng geführten Zeitvorgaben während der selbstständigen Arbeitsphase lösen, sondern wenn die Lernenden im Rahmen eines aufgegebenen Aufgabensets nach eigenem Tempo arbeiten können.
- Differenzierung des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben  
Die Lehrerin und der Lehrer stellen unterschiedliche, naturgemäße Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad oder Zusatzaufgaben von unterschiedlicher Komplexität zur Wahl. Die Schülerinnen und Schüler treffen eine selbst verantwortete Wahl des Schwierigkeitsgrades, dem sie sich zu stellen versuchen. Dies dient nicht nur der Förderung zunehmend realistischer Selbsteinschätzung, sondern auch der Kompetenz, die eigenen spezifischen Fähigkeiten einzuschätzen.
- Möglichkeit zur Selbstkontrolle der Ergebnisse  
Die Lehrperson legt Lösungsblätter oder einen Lösungsschlüssel frei zugänglich im Schulzimmer auf, sodass die Lernenden die Korrektur ihrer Ergebnisse individuell vornehmen können. Der Lösungsweg, die Hilfsmittel, die Darstellungsweise und in bestimmten Fällen auch die Problemstellung sind den Schülerinnen und Schülern freigestellt.
- Möglichkeit zur Kooperation beim Bearbeiten der Aufgaben  
Neben der explizit verordneten Partner- und Gruppenarbeit fördert die Lehrperson den Austausch und die Kooperation unter den Lernenden. Das soziale Mit- und Voneinanderlernen wird natürlich erfüllt, da es von der Sache her sinnvoll ist, unterschiedliche Zugangsweisen, Bearbeitungen und Lösungen in einen interaktiven Austausch einzubringen.

Zu ergänzen bleibt der Anspruch einer inhaltlichen Ganzheitlichkeit. Bei der inneren Differenzierung darf eine gewisse Komplexität nicht unterschritten werden, weshalb es einer anspruchsvollen und komplexeren Lernumgebung bedarf (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 228-229). Beim individuellen Lernen und Üben räumen die Lehrerin und der Lehrer nicht alle Schwierigkeiten aus dem Weg. Es werden vielmehr ganzheitliche Lernsituationen angeboten, die Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus beinhalten. Dadurch sind sie für leistungsschwächere Lernende zugänglich,

beanspruchen aber gleichzeitig Anstrengungsbereitschaft für eine Bearbeitung auf höherem Niveau. Alle Lernenden können sich nach ihren Möglichkeiten an der Lösung von Problemen beteiligen. Die Arbeit an einem gemeinsamen Gegenstand bietet vielen Gelegenheit, von den Ideen und Erfahrungen der anderen zu profitieren (vgl. Katzenbach 2008, 5).

Individuelles Lernen im Mathematikunterricht meint, dass die Lehrerin und der Lehrer die persönlichen Lernwege und individuellen Lösungsversuche der Schülerinnen und Schüler nicht nur wahrnehmen und zulassen, sondern sie bewusst unterstützen, zu ihrer Darstellung ermutigen und ihren Austausch mit anderen Lernenden anregen (vgl. Hengartner 1992, 22). Daraus ergeben sich auch für die Lehrerinnen und Lehrer wichtige Voraussetzungen bei der Unterrichtsgestaltung und -planung, die später unter einem eigenen Unterrichtsprinzip erläutert werden.

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Durch individuelle Förderkonzepte kann aktives Handlungswissen, statt sogenanntem „trägen“ Wissen aufgebaut werden. Dies darf jedoch keineswegs als Beliebigkeit der Unterrichtsinhalte und Schüler- und Schülerinnenaktivitäten missverstanden werden. Ganz im Gegenteil müssen die Anstrengungen stets auf ein bestimmtes Ziel gerichtet sein, das bewusst angestrebt wird (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 22). Krauthausen warnt, den Unterricht zu einer „Beschäftigungstherapie“ verkommen zu lassen (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 226). Bereits bei der Planung innerer Differenzierung sind die methodischen Maßnahmen in Beziehung zu anderen Strukturmomenten abzuwägen. So zum Beispiel bei thematischer Differenzierung den Aspekt der Individualisierung des Lernens gegen den der Schulung kooperativer Arbeitsformen. Organisatorische Probleme ergeben sich bei der Vorbereitung und Durchführung von differenziertem Unterricht, da diese nicht nur erheblich mehr Arbeit vorab auf Seiten des Lehrers und der Lehrerin beansprucht, sondern auch Grenzen bei den Arbeitsmaterialien, Räumlichkeiten und Lernzeitbedarf aufzeigt (vgl. Wiater 2014, 41). Hier sei auch die weiterhin gegebene notwendige Lehrerzentriertheit genannt. Diese wird zwar vordergründig vermieden, findet sich jedoch in Aufgabenmaterialien und vor allem in den meist vorgeschriebenen Lösungswegen wieder (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 226).

Im Unterricht selbst besteht bei der Einteilung der Klasse in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit durch die Schülerinnen und Schüler selbst die Gefahr, dass sich homogene leistungsschwache bzw. leistungsstarke Lerngemeinschaften finden. Für die eher leistungsschwächeren Gruppen kann die Einteilung eine stabilisierende Wirkung ihres Lern- und Leistungsniveaus mit sich bringen. Die leistungsstarken Gruppen könnten sich uneinholbar von den anderen entfernen (vgl. Stampe 1984, 125). Insgesamt gesehen kann es zu einem Schereneffekt zwischen Schülerinnen und Schülern kommen. Nicht außer Acht zu lassen sind der zunehmende Konkurrenzdruck, die steigenden Versagensängste und die mögliche Bildung eines negativen Selbstbildes (vgl. Wiater 2014, 41-42). Eine

weitere Problematik der inneren Differenzierung kann auch die sich widerspiegelnde soziale Schichtung bei der Gruppenfindung sein (vgl. Stampe 1984, 123). Denkbar ist ebenso eine soziale Abgrenzung einzelner Schülerinnen und Schüler aufgrund ihrer auffallend positiven wie negativen Leistung.

Um den Unterricht vorlaufend der Lernentwicklung der Schülerinnen und Schüler bestmöglich anzupassen, müssen die Lehrerinnen und Lehrer über weitreichende diagnostische Kompetenzen verfügen. Bönsch warnt darüber hinaus vor einer größeren Unübersichtlichkeit durch eine innere Differenzierung, die durch die Einrichtung eines entsprechenden Planungs-, Gestaltungs- und Leistungsfeststellungs- und Bewertungsrepertoires kontrolliert werden muss (vgl. Bönsch 2006b, 178-181). Und bei aller Anstrengung, die Gemeinsamkeit im Lernen bei großen Unterschiedlichkeiten in den Lernmöglichkeiten so lange wie möglich zu wahren, wird es dennoch immer wieder Anlässe geben, die zu einer äußeren Differenzierung zwingen (vgl. Bönsch 2006b, 181).

### **1.1.3 Kooperatives Lernen**

#### **Begriffliche Klärung**

Kooperatives Lernen ist auf dem Hintergrund von Sozialisationsprozessen zu diskutieren. Sozialisation meint die Gesamtheit der gesellschaftlichen Einflüsse auf die Persönlichkeit eines Menschen, genauer: die dynamische Interaktion zwischen gesellschaftlicher Umwelt und individuellem Organismus (vgl. Gudjons 2012, 157). Der lebenslange Vermittlungsprozess zwischen beiden geschieht wesentlich durch Interaktion, Kommunikation und Tätigkeit. Der Schule als Sozialisationsinstanz kommt nach der primären Sozialisation durch Familienbeziehungen, Kindergarten und Erziehung in der sekundären Sozialisationsphase eine wesentliche Rolle zu. Insbesondere in dem wirkungsvollen Hauptbereich der Schüler-Schüler-Beziehung balancieren Kinder und Jugendliche ihr Gleichgewicht zwischen Konkurrenz- und Gemeinschaftsnormen aus (vgl. Gudjons 2012, 159-160/ 177).

Soziales Lernen meint das Lernen als Prozess und die sozialen Inhalte, die in diesem Prozess transportiert werden, also die sozialen Normen und Regeln (vgl. Kron/ Jürgens/ Standop 2013, 59). Nach Kron, Jürgens und Standop kann man das soziale Lernen in fünf Auffassungen verstehen: Soziales Lernen als soziale Integration, angstfreies Lernen, Sozialerziehung, Interaktion und Lernen durch Erfahrung (vgl. Kron/ Jürgens/ Standop 2013, 59). In der Schule wird soziales Lernen als Sammelbezeichnung für Lernsituationen verwendet, die eine Kooperation mit anderen Schülerinnen und Schülern ermöglicht oder erfordert (vgl. Tenorth/ Tippelt 2007, 669).

**Kooperatives Lernen** umfasst das Lernen in strukturierten kleinen Gruppen, um das eigene Lernen und das Lernen der anderen Gruppenmitglieder zu maximieren (vgl. Tenorth/ Tippelt 2007, 419).

Die Basiselemente des kooperativen Lernens, die das Gelingen bedingen, sind nach Johnson und Johnson (vgl. Johnson/ Johnson 2008, 16-20): Individuelle Verantwortung, positive Abhängigkeit, unterstützende Interaktion, soziale Kompetenz sowie Reflexion und Evaluation.

Individuelle Verantwortung liegt vor, wenn jeder Schüler und jede Schülerin seinen und ihren Anteil an der Arbeit erledigt und in der Lage ist, das Ergebnis und die Lernfortschritte zu demonstrieren und die erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten anzuwenden (vgl. Brüning/ Saum 2009a, 133). Da individuelle Verantwortung nur systematisch und langfristig gelernt und trainiert werden kann, muss sie im Unterricht eine zentrale Rolle spielen (vgl. Behnke 2013, 23-42).

Positive Abhängigkeit liegt vor, wenn alle Schülerinnen und Schüler einer Gruppe für den gemeinsamen Erfolg mitverantwortlich sind. Erst wenn alle Gruppenmitglieder erfolgreich sind, ist die Gruppe erfolgreich (vgl. Brüning/ Saum 2009a, 133). Jeder Schüler und jede Schülerin trägt aufgrund seiner und ihrer Fähigkeit einen unverzichtbaren Beitrag zum Erfolg der Gruppe oder der Klasse bei. Sie werden zu Experten in einem Gebiet oder einer Sache. Während das Ziel vorgegeben ist, ist die Vorgehensweise optional. Green unterscheidet hierzu das Vorgehen nach (vgl. Green 2005, 77):

- Ziel: Wenn einer eine gemeinsame Absicht erreicht, sind alle erfolgreich.
- Belohnung: Alle Teammitglieder erhalten bei Erfolg die gleiche Belohnung.
- Äußeren Einflüssen: Die Gruppe konkurriert mit anderen Gruppen.
- Reihenfolge: Die Aufgaben werden Schritt für Schritt erledigt.
- Umgebung: Die Gruppenmitglieder finden sich räumlich nah zusammen.
- Rolle: Jedes Mitglied übernimmt eine feste Rolle.
- Identität: Die Gruppe kreiert einen eigenen Gruppennamen.
- Simulation: Gruppenmitglieder überdenken eine hypothetische Situation.
- Ressourcen: Pro Gruppe steht ein Satz Material zur Verfügung.

Unterstützende Interaktion meint die Zusammenarbeit von Schülerinnen und Schülern in räumlicher Nähe, sodass diese leise miteinander sprechen können und die individuelle Einbindung in den Gruppenprozess intensiviert wird (vgl. Brüning/ Saum 2009a, 133). Unterstützende Interaktion, auch „Face-to-Face Interaction“ genannt, setzt die unmittelbare räumliche Nähe voraus. Darauf aufbauend hängt sie von weiteren Faktoren ab (vgl. Behnke 2013, 23-42):

- Die Gruppengröße sollte bei vier bis fünf Mitgliedern liegen, die optimale Gruppenstärke liegt bei vier Schülern.
- Die Sitzordnung muss schnell umgebaut werden können.
- Teambildung und Teamidentität entstehen in einem zeitintensiven Prozess.
- Basisgruppen über einen längeren Zeitraum sind besonders erfolgsversprechend, damit Teambildung gelingen kann.



- Das Unterstützungs- und Helfersystem nimmt die Lehrkraft aus dem Fokus und verlagert sich hin zu den Schülerinnen und Schülern.

Soziale Kompetenz ist zugleich Bedingung und Ziel des kooperativen Lernens. Sie ist die Voraussetzung für gelingende Kommunikation, wechselseitiges Vertrauen, Verantwortungsübernahme, Entscheidungsfindung und selbstständige Konfliktlösung (vgl. Brüning/ Saum 2009a, 133). Die Sozialkompetenz gehört neben der Fach-, Selbst- und Methodenkompetenz zum erweiterten Kompetenzmodell. Kooperatives Lernen kann zum einen nicht ohne die soziale Kompetenz der Schülerinnen und Schüler gelingen. Sind soziale Kompetenzen ganz oder in Teilen nicht vorhanden, ist der Erfolg der Arbeit gefährdet. Deshalb sind die Anbahnung und das Training der sozialen Kompetenz speziell in der Angangphase des kooperativen Lernens besonders wichtig. Zum anderen führt das kooperative Lernen aber im Rückschluss zu verbesserten Lernergebnissen, da es das Lernen als sozialen Prozess annimmt und diesen mit dem Lerninhalt gleichstellt. Durch wissenschaftliche Studien konnte ein deutlicher Zuwachs an Fach-, Selbst-, Methoden- und Sozialkompetenz nachgewiesen werden (vgl. Brüning/ Saum 2009b, 150ff).

Reflexion und Evaluation meinen, über den gemeinsamen Lern- und Arbeitsprozess nachzudenken, sodass sich die Arbeit immer weiter verbessert und die Schülerinnen und Schüler ihre fachlichen, methodischen, sozialen und personalen Kompetenzen ausbauen (vgl. Brüning/ Saum 2009a, 133). Die Reflexion und Evaluation von Arbeits- und Lernprozessen, von Ergebnissen und von Kooperation gehören deshalb zum kooperativen Lernen unabdingbar dazu. Auf der Seite der Schülerinnen und Schüler findet eine Selbst- und Fremdreiflexion statt. Dabei werden die individuellen und gemeinsamen Anstrengungen beurteilt, es erfolgt ein Austausch darüber und es werden Verbesserungen angestrebt. Studien von Johnson und Johnson zur Wirksamkeit des sogenannten „group processing“ haben den Lernerfolg bei kooperativem Lernen ohne Reflexion und kooperativem Lernen mit anschließender Reflexion untersucht und gezeigt, dass sich kooperatives Lernen mit anschließender Reflexion und Evaluation auf die Lernergebnisse aller Schülerinnen und Schüler positiv auswirkt (vgl. Behnke 2013, 23-42).

### **Begründungen**

In der Anthropologie wird der Mensch ein „animal sociale“, ein soziales Wesen genannt. Steht beim Kennenlernen einer Person zunächst die Frage nach Wissen und Können im Vordergrund, so kommen doch spätestens im zweiten Moment die Fragen auf, die sich auf das soziale Verhalten, auf die mitmenschlichen Eigenschaften der Person beziehen. Es ist auch interessant, dass vorrangig die Meinung herrscht, dass diese, und nicht sein Wissen und Können, den Menschen kennzeichnen. Wir scheinen den sozialen Charakter als den Kern des Menschen anzusehen und sein Wissen und Können

als seine oberflächlichen Züge. Eine solche Auffassung wird auch durch zahlreiche Erfahrungen gestützt. Sie gehen davon aus, dass alle Tüchtigkeit eines Menschen nichts nützt, wenn er mit seiner Umwelt nicht auskommt, ein schwieriger Mensch oder ein Egoist ist. Wir können daher die sozialen Qualitäten eines Menschen als notwendige Bedingung dafür bezeichnen, dass er seine Funktion in einer Gesellschaft erfüllt (vgl. Aebli 1987, 63). Hengartner geht sogar davon aus, dass der Wunsch nach dem Austausch der Gedanken und Gefühle, nach Beziehung zu Gleichaltrigen, nach Erfahrungen von Andersartigem und nach Freiraum für Einfälle zu den Grundbedürfnissen von Kindern zählt (vgl. Hengartner 1992, 25). Beim Lernen in der Gruppe kann sich diese so weit als soziales Subjekt betrachten, dass sie ihr Lernen in allen Belangen als gemeinsame Angelegenheit ansieht. Thema und Arbeitsziel sind nicht nur Sache des jeweils einzelnen, sie gehen alle an. Die Zusammengehörigkeit wird nicht als Einschränkung der Individualität erfahren, sondern als Steigerung (vgl. Rauschenberger 1999, 155).

Aus Sicht der Psychologie erfordert die Bildung sozialer Kompetenzen kognitive Fähigkeiten. Die soziale Entwicklung kann als ein durch Interaktion mit anderen initiiertes, aktiver Konstruktionsprozess sozialer, emotional-affektiver und kognitiver Strukturen verstanden werden. Durch Assimilation, Akkommodation, Differenzierung und Generalisierung sozialer Handlungskompetenzen und sozialem Wissen wird eine immer flexiblere Anpassung an den Umgang mit anderen Personen und mit sich selbst erreicht. Soziale und kommunikative Kompetenzen sind Ziel und teils Voraussetzung sozialen Lernens. Um diese zu erreichen, werden vor allem spezifische Handlungsrountinen und –schemata benötigt, die soziale Interaktion routiniert in Gang halten, mit spezifischem Wissen gefüllt werden können und Handlungssicherheit ermöglichen. Mit zunehmendem Alter werden die Handlungsabfolgen länger und ihrer Verknüpfungen und Inhalte komplexer. Zu den kognitiven Komponenten gehören das Dekodieren nonverbaler Kommunikation, der Perspektivenübernahme und das Selbstkonzept der sozialen Kompetenz. Die sozialen Erfahrungen in den Interaktionen mit anderen Personen sind die Grundlage jeglicher sozialen Kognition. Mit dem Schuleintritt und –wechsel sind die Schülerinnen und Schüler zu einer Akkommodation und Differenzierung vorhandener sozialer Handlungsschemata und zur Konstruktion neuer gezwungen. Dies gefährdet nicht nur ihr Gleichgewicht zu ihrer sozialen Umwelt, sondern auch ihr Selbstkonzept, das zunehmend auf die schulische Leistung hin ausgerichtet werden muss. Neben der kognitiven Förderung ist es die wichtigste Aufgabe der Schule, die Individuen aus ihrem Egozentrismus herauszuführen und sie durch kontinuierliche soziale Prozesse zur sozialen-, wert-, sach- und aufgabenbezogenen Handlungskompetenz, Kooperation, Team- und Konfliktlösefähigkeit und zur Solidarität für gemeinsame Interessen zu weisen (vgl. Glözl 2000, 44-45). „Einige Untersuchungen berichten von Steigerungen des Selbstwertgefühls kooperativ lernender Schüler. Es wächst offenbar das Gefühl, sich

selber etwas zuzutrauen und auch für andere wichtig zu sein; das Selbstkonzept wird demnach positiv beeinflusst“ (Gudjons 2003, 154).

In der Pädagogik bilden neurobiologische Erkenntnisse die Grundlage für das kooperative Lernen, die darüber hinaus die Thesen der konstruktivistischen Lerntheorie bestätigen. Im Wesentlichen lassen sich zwei Richtungen unterscheiden. Einige Forscher sehen den Hauptvorteil kooperativen Lernens darin, die Lernmotivation zu steigern (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 163). Lernen läuft über das Bilden von Hypothesen und deren Bestätigung oder Ablehnung mithilfe von Wahrnehmung ab. An jedem Lernvorgang ist das Belohnungssystem des Gehirns, zum Beispiel über die Ausschüttung von Dopamin, beteiligt. Besonders stark reagiert es auf positive Sozialkontakte wie Anerkennung oder Lob. Insbesondere Emotionen, ihre Bewertung und die bewusste Vernetzung der Sinneseindrücke beeinflussen die Verarbeitungstiefe von Informationen und damit ihre Verankerung im Gehirn. Eine tiefe und nachhaltige Verarbeitung setzt neben möglichst positiven Emotionen umfangreiche und anspruchsvolle mentale Prozesse voraus (vgl. Behnke 2013, 9). Andere Lernforscher setzen den Schwerpunkt, dass das kooperative Lernen die Qualität der kognitiven Prozesse fördert und sich deswegen positiv auf den Wissenserwerb auswirkt (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 163). Lernprozesse laufen individuell im Inneren jedes Einzelnen ab. Jeder Mensch knüpft sein eigenes, persönliches „Denk-Netz“. Lernen ist das Wahrnehmen von Gelegenheiten, um das persönliche Denk-Netz weiter auszubauen und Lücken in diesem zu schließen. Doch obwohl Lernen ein sehr individueller Prozess ist, ist gemeinschaftliches Lernen besonders wichtig. Das Individuum lernt dann besonders effektiv, wenn es seine Ideen mit anderen austauscht, sich von anderen anregen lässt und auch selbst Denkanstöße gibt (vgl. Behnke 2013, 9). „Lernende dazu anzuhalten, ihre Sichtweise des Problems und ihre eigenen vorläufigen Zugangsweisen zu diskutieren, erhört ihr Selbstvertrauen und bietet ihnen Gelegenheiten, auch neue und vielleicht tragfähigere Strategien zu bedenken und zu generieren“ (Glaserfeld 1991; zitiert nach Krauthausen/ Scherer 2007, 166). Der Vorteil für den Wissenserwerb wird hier weniger in Bezug auf das Behalten von Fakten gesehen, sondern hauptsächlich in Bezug auf das Verstehen von Zusammenhängen und die Fähigkeit, komplexe Probleme zu lösen (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 162). Und letztlich fördern die erhöhten Interaktionschancen sprachlich gehemmte Kinder und Jugendliche (vgl. Gudjons 2003, 155).

Die soziologisch-gesellschaftliche Begründung findet sich im Zuwachs an kommunikativen und kooperativen Kompetenzen wieder. Bedingt durch die gesellschaftlichen und familiären Veränderungen verlieren die bisherigen natürlichen Lernorte an Bedeutung und werden soziale Lernerfahrungen in der Schule immer wichtiger (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 165). Verglichen mit großen Lerngruppen führt die größere Nähe in kleineren Lerngruppen zu intensiveren persönlicheren Beziehungen und zu vermehrtem Feedback, das für die Verhaltenssteuerung von großer Wichtigkeit ist. Die Kommunikation ist offener, individueller und breiter. Sensibilität und Zuhören sind

gleichermaßen nötig wie Sich-Durchsetzen und Reden. Aktivitäten müssen koordiniert werden, Konflikte bearbeitet, Außenseiter integriert und Entscheidungen tragfähig gemacht werden (vgl. Gudjons 2003, 154-155). Wissenschaftliche Untersuchungen zeigen auch, dass Schülerinnen und Schüler sich vorab verstärkt selbst von einer Sache überzeugen, Argumente wohl überlegen und sich gegen mögliche Einwände und Vorbehalte wappnen, wenn sie ein gut gesonnenes Gruppenmitglied überzeugen wollen. Dabei wird die Rolle des Freundes und der Freundin wie auch des Kritikers und der Kritikerin in einer Person verinnerlicht (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 164). Das kooperative Lernen in der Schule kann helfen, die Fähigkeit und Bereitschaft zur Kooperation im Alltag früh zu erlernen und einzuüben. Die Schülerinnen und Schüler lernen, sich in andere einzufühlen und deren Erwartungen und Haltungen zu verstehen (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 162). Eigene Ideen zu überdenken, zu revidieren, zu akzeptieren, dass beispielsweise andere Ideen leicht umzusetzen sind, erhöht die Frustrationstoleranz und leistet einen wertvollen Beitrag zur Persönlichkeitsentwicklung (vgl. Waasmaier 2009, 68). Darüber hinaus erfahren die Gruppenmitglieder, dass es Vorteile hat, mit anderen zusammenzuarbeiten und erwerben Kooperationsbereitschaft. Und schließlich lernen sie, ihren eigenen Standpunkt zu vertreten und darzulegen. Letztlich kann kooperatives Lernen helfen, soziale Probleme zu minimieren, beispielsweise in Form von aggressionsfreiem Verhalten oder der Verständigung zwischen verschiedenen ethnischen Gruppen (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 162).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

Der Erfolg von kooperativem Lernen im Unterricht ist abhängig von der Ausprägung der Einflussfaktoren (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 162):

- Motivationaler Anreiz. Eine Reihe von Studien bestätigt, dass besonders dann, wenn sowohl Anreize für individuelle Einzelleistungen als auch Gruppenbelohnungen berücksichtigt werden, kooperatives Lernen effektiver ist. Daneben stellt die Art der anschließenden Prüfung einen wichtigen motivationalen Anreiz. Lernende konzentrieren sich auf jene Lerninhalte, von denen sie wissen, dass sie prüfungsrelevant sind. Wird hauptsächlich Faktenwissen verlangt, ist es unnötig, sich auf zeit- und mühevollere Kooperationsprozesse einzulassen.
- Lern- und Gruppenaufgabe. Eine Lernaufgabe ist dann eine „echte Gruppenaufgabe“, wenn der eigenständige Anteil jedes Schülers und jeder Schülerin zum Lernprozess beiträgt. Die Gruppenaufgaben können entweder so komplex sein oder sie sind so gestellt, dass die einzelnen Lernenden nur über einen Teil der Ressourcen, zum Beispiel das Material, verfügen.
- Strukturierung der Interaktion. Die psychologisch kognitive Begründung des kooperativen Lernens betont, dass die Art und Weise, wie sich die Lernenden über den Gegenstand

austauschen, für den Lernerfolg zentral ist. Allerdings treten intensive Kommunikations- und Austauschprozesse im Unterricht nur selten spontan auf. Durch die Strukturierung der Interaktion werden solche Prozesse angeregt. Untersuchte Formen einer solchen Strukturierung haben gemeinsam, dass die Aufgaben elaboriert und die Rollen untereinander gewechselt werden.

- Merkmale Lernender. Eine Vielzahl von Personenmerkmalen wie Alter, kognitive und sprachliche Fähigkeiten, Leistungsmotivation oder der kulturelle Hintergrund wirken sich darauf aus, wie sich Schülerinnen und Schüler in kooperativen Lernsituationen verhalten (vgl. Gräsel/ Gruber, 167-170). Die Heterogenität der Lerngruppe wird häufig als erschwerendes Hindernis für gelingende Kommunikation angesehen. Doch gerade dann ist kooperatives Lernen lohnenswert, da erst durch die Verschiedenheit eine größere Vielfalt wahrscheinlich ist (vgl. Krauthausen/ Schwerer 2007, 170-171). Empirisch untersucht wurden bislang vor allem die Kooperationsfertigkeit und die Einstellung zur Gruppenarbeit. Es wird empfohlen, diese durch Kommunikationstrainings, Gruppenregeln oder Diskussionen über Gruppenprozesse zu fördern. Ebenfalls untersucht wurde das Personenmerkmal der Gewissheitsorientierung. Während Ungewissheitsorientierte Personen daran interessiert sind, Neues und Unerwartetes zu finden, bewegen sich Gewissheitsorientierte lieber in bekannten Bahnen. Es konnte gezeigt werden, dass Gewissheitsorientierte weniger motiviert sind in Gruppen zu arbeiten und daher von kooperativen Unterrichtsformen weniger profitieren als Ungewissheitsorientierte.
- Organisatorische Rahmenbedingungen. Die Planung und Durchführung kooperativen Lernens erfordert beträchtlichen Zeitaufwand und große didaktische Kompetenz. Möglichkeiten, die ein kooperatives Lernen einschränken, sind ein Lehrplan, der zeitlich als auch inhaltlich wenig Spielräume lässt, ein strenger Zeittakt für die Unterrichtsfächer sowie die epistemologische Auffassung der Eltern und Kollegen, dass kooperative Unterrichtsformen keinen „ordentlichen“ Unterricht darstellen (vgl. Gräsel/ Gruber, 167-170).

Aus dem neurobiologischen und konstruktivistischen Ansatz sowie aus den Einflussfaktoren für die Lernwirksamkeit von kooperativem Lernen lassen sich unterrichtsrelevante Schlussfolgerungen ableiten (vgl. Behnke 2013, 9):

- Bewusstes Lernen findet selbstorganisiert und eigenverantwortlich statt. Wichtig ist dabei die Selbstevaluation.
- Soziale Interaktionen sind für das Lernen entscheidend. Die stärkste Motivation ist das Gefühl, verstanden zu werden.

- Aufgabenstellungen sollen problemorientiert sein. Entsprechende Aufgabenstellungen weisen eine „Lücke“ zwischen Ausgangs- und Zielzustand auf und stellen für die Schülerinnen und Schüler eine Hürde dar, die es zu überwinden gilt.
- Jede Lernsituation verändert die neuronalen Netze. Das vorhandene Wissen wird modifiziert, d. h. erweitert, umstrukturiert und sogar teilweise gelöscht. Lernen modifiziert auch die Strategien, die weiteres Lernverhalten steuern.
- Der Transfer- und Anwendungsbezug muss gegeben sein.
- Der Lernende muss eine eigenständige Konstruktions- und Reflexionsleistung erbringen.
- Das Lerngeschehen ist aktiv und selbständig durch den Lernenden gesteuert.
- Jeder Lernende bestimmt selbst, was und wie er lernt. Er entscheidet oftmals unbewusst aufgrund von Erfahrungen, Wertungen und Gefühlen.
- Lernprozesse werden durch eine entsprechende Lernumgebung ausgelöst und optimiert.

Daraus ergeben sich folgende Merkmale für kooperatives Lernen im Unterricht (vgl. Behnke 2013, 9):

- Bei der Unterrichtsplanung sollte berücksichtigt werden, dass Lernen ein sozialer Prozess ist, in dem man durch vielfältige Auseinandersetzung mit anderen Lernenden Wissen und Kompetenzen erwirbt.
- Lernende sollten im Unterricht entsprechend angeleitet und unterstützt werden, um erfahren zu können, dass sie für ihr Lernen selbst verantwortlich sind.
- Der Unterricht sollte so angelegt werden, dass die Lernenden sich ihres Lernens und insbesondere ihrer Lernstrategie bewusst werden. Zum Unterricht sollte somit immer die Reflexion darüber, was, wozu und wie gelernt wird, gehören.

Ein besonders geeignetes Umfeld für kooperatives Lernen stellt der Gruppenunterricht dar, bei dem sich die Teilnehmer wechselseitig unterrichten (vgl. Tenorth/ Tippelt 2007, 419). Gruppenunterricht ist im engeren Sinn ein Unterricht in Kleingruppen von drei bis sechs Schülerinnen und Schülern einer Klasse, beim selben Lehrer oder derselben Lehrerin, zur selben Zeit, meist auch im selben Raum, mit Aufgabenstellungen, die in einem unterrichtlichen Zusammenhang stehen und auf die Entwicklung von Kooperationsfähigkeit, auf forschend-entdeckendes Verhalten und gemeinsame Problemlösungen zielen. Er soll drei Wochen für einen Arbeitsabschnitt bei vier bis fünf Wochen, möglichst in Blockform, nicht überschreiten (vgl. Gudjons 2003, 142-146). „Sehr arbeitsintensiv für den Lehrer ist die Auswahl der Medien und Materialien. Günstig sind vor allem „offene“ Lernmaterialien, die auch kontroverse Standpunkte zum Thema provozieren, die verschiedene Lernwege ermöglichen und von daher eine stärkere Mitbestimmung der Schüler unterstützt. [...] Erkundungen, Aktionen, Beobachtungen usw. in der Lebenswirklichkeit haben in der Regel stark motivierende Kraft“ (Gudjons 2003, 146). Während des Gruppenunterrichtes müssen die Lehrerin und der Lehrer sorgfältig auf das Gleichgewicht von Produkt- und Prozessorientierung achten. Wird der Akzent ausschließlich auf der Erstellung von

Produkten gelegt, verkümmern die Lernchancen im Bereich der sozialen Prozesse. Wird hingegen die soziale und gruppenpädagogische Ebene einseitig in den Vordergrund gestellt, geraten die Arbeitsziele leicht in Vergessenheit. Um Ausgeglichenheit der beiden Pole bemüht, sollten die Gruppen auch für längere Zeit alleine arbeiten dürfen und später von der Lehrkraft hilfreiche Rückmeldung erhalten. Für die Selbstkontrolle der Gruppe ist die Formulierung von Arbeitsergebnissen ebenso wichtig wie eine Zusammenfassung ihrer Arbeitsergebnisse. Eine Gruppe entfaltet eine eigene Dynamik und Wirkung, die sich positiv oder negativ auf Leistung, Zusammenhalt oder Befindlichkeit auswirken kann. Sie handelt keineswegs nur rational, sondern auch gefühlsbetont. Innerhalb der Gruppe nehmen die Mitglieder bestimmte Positionen ein, was für das Erlernen von gesellschaftlichen Rollen von großer Bedeutung sein kann. Die Bildung einer gefährlichen Hierarchie muss durch die Selbsteinschätzung der Gruppe und eine Rückmeldung durch die Lehrerinnen und Lehrer verhindert werden (vgl. Gudjons 2003, 149-153).

### **Mathematikdidaktische Aspekte**

Ein Überblick über Untersuchungen aus dem Bereich des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts zur Frage, wie sich kooperativ Lernende von Einzellernenden hinsichtlich des Wissenserwerbs unterscheiden, bestätigt, dass kooperatives Lernen hinsichtlich des Lernerfolgs deutlich effektiver ist. Zudem zeigt sich, dass sich kooperatives Lernen auch positiv auf die Lernmotivation, die Einstellung gegenüber den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern und das akademische Selbstkonzept auswirkt (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 167).

Neben den fachübergreifenden Argumenten werden für das kooperative Lernen im Fach Mathematik vor allem zwei fachspezifische Gründe angeführt. Kooperation ist (vgl. Leuders 2014b, 130-134)

*... eine tragende Säule eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Wesentliche Aspekte des Bildungsauftrages von Schule, wie etwa die Vermittlung sozialer Kompetenzen oder die Förderung kritischen Reflexionsvermögens, können nicht an einzelne Fächer delegiert werden, sondern müssen von allen Fächern entsprechend ihren Möglichkeiten mitgetragen werden. Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht ist der Mathematik als Kulturtechnik in gleichem Maße verpflichtet wie als Wissenschaftsdisziplin. Als Kulturtechnik ist Mathematik in hohem Maße zum Kommunikationsinstrument geworden. Ein beträchtlicher Teil der Information, deren Austausch zur gesellschaftlichen Teilhabe notwendig ist, tritt uns in mathematischer Gestalt, beispielsweise in Zahlenangaben, Tabellen oder Graphen, entgegen. Demzufolge gewinnt die Fähigkeit über mathematische Aspekte nachzudenken und in angemessener Weise darüber miteinander kommunizieren zu können zunehmend an Bedeutung. Als Wissenschaftsdisziplin durchdringt die Mathematik unseren zunehmend technisch bestimmten Alltag, beispielsweise durch das Handy oder Internet.*

... die Grundlage für das Mathematiktreiben und Mathematiklernen, das sich in Kommunikationsprozessen vollzieht. Mathematische Zusammenhänge werden in der Regel nicht einfach nur abgeleitet oder bewiesen, sondern haben eine verzweigte Entwicklungsgeschichte. Mathematik ist also ein Prozess, in dem sich Begriffe und Ideen in einem Wechselspiel von Vermuten und Überprüfen weiterentwickeln. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Kommunikation und Kooperation zwischen Menschen. Solche sozial-kommunikativen Phänomene des mathematischen Erkenntnisgewinns können und sollen sich auch in der Organisation des Mathematikunterrichts widerspiegeln. Ein so entstehendes dialogisches Lernen basiert auf Kooperation zwischen Schülerinnen und Schülern und hat als Ergebnis soziale Aushandlungen und nicht etwa übermitteltes „Fertigwissen“.

Leuders zieht daraus eine Konsequenz für den Mathematikunterricht: „Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht muss diese sozialen Aspekte von Mathematik in seinen Inhalten und in seiner Gestaltung ernst nehmen. Er ist dabei mindestens ebenso den sozialen Prozessen, der Einübung in Kooperation und sozialer Verantwortung, wie den fachlichen Inhalten verpflichtet“ (Leuders 2006, 2). Für das Lehren und Lernen im Mathematikunterricht muss sich daher das Recht ergeben (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 163)

- zum Erklären und Rechtfertigen eigener Deutungen wie Lösungsvorschläge,
- die Möglichkeit eigene Zustimmung wie Abweichung zu artikulieren,
- Deutungen anderer mit eigenen Worten zu formulieren,
- Sinnkonstruktion zu Vorschlägen anderer zu versuchen,
- Alternativen zu suchen,
- kognitive Konflikte zum Gegenstand der gemeinsamen Diskussion werden zu lassen.

Bei der Planung des Unterrichts steht zunächst ein mathematischer Gegenstand oder ein Lernfeld mit starkem Alltagsbezug, an dem sich mathematische Gegenstände entfalten, im Vordergrund. Es folgt die Gestaltung des Lernprozesses mithilfe geeigneter Ideen, Probleme, Fragen oder Tätigkeiten. Erst danach werden aus diesen Überlegungen konkrete Aufgaben und Unterrichtsarrangements. „Mathematisch gehaltvollen, komplexen Lernumgebungen ist gemeinsam, dass durch die inhärente Substanz und Komplexität naturgemäß Kommunikationsbedarf und -gelegenheiten gegeben sind“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 163). Um Prozesse sozialen Lernens zu ermöglichen, ist der Unterricht so zu gestalten, dass den Schülerinnen und Schülern Erlebnisse von Selbstwirksamkeit, Autonomie und sozialer Eingebundenheit ermöglicht werden (vgl. Hefendehl-Hebeker 2004, 46). Dabei achtet die Lehrerin und der Lehrer auf folgende Aspekte bei der Planung von kooperativen Lernarrangements (vgl. Leuders 2014b, 134-135):



- Die geplante Unterrichtsphase soll die Funktion des Erkundens, Üben oder Anwenden erfüllen.
- Der mathematische Prozess des Problemfindens und -lösen, Vermutens und Begründens, mathematischen Realisierens oder begrifflichen Systematisierens soll angeregt werden.
- Durch unterschiedliche Gelegenheiten oder Wege soll auf mathematische Ideen, Begriffe und Inhalte hingearbeitet werden.
- Bereits bestehende Fähigkeiten kooperativen Arbeitens sollen vorausgesetzt und einzelne Aspekte besonders gefördert werden.

Bei der Berücksichtigung dieser Aspekte wird erkennbar, inwieweit und welche kooperativen Lernformen zum Einsatz kommen können, welche im Einzelfall geeignet sind und wie sinnvoll methodische Arrangements aussehen können. Grundsätzlich sind die inhaltliche Gestaltung der Aufgabe und die organisatorische Gestaltung in Form einer Unterrichtsmethode sowie die Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler als Voraussetzung und Ziel nicht zu trennen.

Aus dieser Einschränkung von Inhalt und Methode, Voraussetzung und Ziel ergeben sich notwendige Bedingungen an kooperative Lernsituationen im Mathematikunterricht. Eine beständige Kommunikation und Argumentation zwischen den Schülerinnen und Schülern ist Voraussetzung und Bestandteil zugleich. Um dies anzuregen sind offene Problemstellungen mit genügend Bewertungs- und Entscheidungsraum notwendig (vgl. Leuders 2014b, 136). Divergente Problemstellungen, die ein Spektrum von Lösungswegen und Ergebnissen ermöglichen, eignen sich besser als konvergente Aufgabenstellungen (vgl. Krauthausen/ Schwerer 2007, 166-167). „Es wäre allerdings ein Irrtum, zu meinen, eine solche Offenheit liege bei den typischen Problemen des Faches Mathematik weniger nahe. Es ist kein unumgängliches Charakteristikum der Mathematik, sondern ein Defizit in der Qualität der Aufgabenstellung, wenn Schüler keine eigenen Wege beschreiben können. In diesem Sinne ist also Offenheit die Voraussetzung für Vielfalt, Vielfalt eine gute Voraussetzung für Kommunikation und Argumentieren, und dies wiederum eine Vorbedingung für Kooperation“ (Leuders 2014b, 136).

Fasst man die Aspekte bei der Planung von kooperativen Lernarrangements und die Bedingungen an kooperative Lernsituationen zusammen, lassen sich folgende Kennzeichen eines Kooperation fördernden Mathematikunterrichts ableiten. Schülerinnen und Schüler (vgl. Leuders 2014b, 136)

- kommunizieren direkt miteinander und nicht über die Lehrperson,
- stellen „echte“ Fragen an ihre Mitschüler und Mitschülerinnen und an den Lehrer und die Lehrerin,
- handeln Ziele und Produkte miteinander aus,
- präsentieren Ergebnisse ihrer Gruppenarbeit und vertreten diese,
- erleben eine positive Abhängigkeit voneinander, Zusammenarbeit erscheint lobenswert.

„Gallin und Ruf bezeichnen das Reden mit dem Stoff und das Gespräch mit anderen, die sich ebenfalls mit dem Stoff auseinandersetzen, als ‚Quellen des Verstehens‘. Die eigenen Möglichkeiten und Grenzen erfährt man in der persönlichen Auseinandersetzung mit dem Stoff. Im Austausch mit anderen erfolgen die Gestaltung der eigenen Erkenntnisse und die Erweiterung des Horizonts“ (Gallin/ Ruf 2003; zitiert nach Waasmaier 2009, 67). Zuhören heißt, zu versuchen, dem Gedankengang eines anderen zu folgen, mit den eigenen Lösungen zu vergleichen und über beides kritisch nachdenken (vgl. Hengartner 1992, 25). Am Ende der Darstellung „ihrer Sicht der Dinge“ und nach dem Austausch ihrer Erfahrungen, erfolgt die Erarbeitung eines tragfähigen Konsens der Schülerinnen und Schüler (vgl. Waasmaier 2009, 67).

Geeignete Methoden für kooperatives Lernen richten sich nach angestrebten Aspekten. Kooperativ gestaltet werden können im Mathematikunterricht (vgl. Leuders 2014b, 137-154)

... Begriffsbildungsprozesse durch

- Gruppenexploration

Einer divergenten Phase, in der die Schülerinnen und Schüler zunächst eine Vielfalt individueller Ergebnisse produzieren, folgt die Zusammenführung und Systematisierung der Einzelprodukte. Aufgaben, die sich für ein solches arbeitsteiliges Vorhaben eignen, sind vor allem ergebnisoffene Erkundungen beispielsweise an normativen Modellen, also Aufgabensituationen, in denen konkurrierende mathematische Bewertungs- oder Entscheidungsmodelle aufgestellt werden können. Solche Situationen fördern in besonderem Maße den Diskurs zwischen den Schülerinnen und Schülern, da auch subjektive Aspekte in die Konstruktion und Bewertung eines Modells eingehen können.

- Kooperatives Systematisieren

Durch das Vergleichen und Systematisieren einer zunächst unsortierten Vielfalt von Einzelprodukten oder Erfahrungen werden Zusammenhänge sichtbar, die zu mathematischen Abstraktionen und Begriffen führen.

... Problemlösen und Modellieren durch

- Kooperatives Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler entscheiden innerhalb einer Gruppe selbst über die Gewichtung und Verteilung verschiedener Ansätze. Diese Arbeitsform ist in hohem Maße in der Projektarbeit umgesetzt. Ein gemeinsames Produkt als Ziel der Arbeit kann zu einer positiven, der Kooperation fördernden Abhängigkeit in der Gruppe führen. Besonders geeignet sind Aufgabenstellungen, deren Ergebnisse nicht nach richtig oder falsch zu werten sind, sondern Gelegenheit geben, zur Qualität des Produktes beizutragen. In besonderem Maße regen Experimente zum kooperativen Arbeiten an, vor allem dann,

wenn die Mitarbeit aller Teilnehmer und Teilnehmerinnen einer Gruppe für die erfolgreiche Durchführung benötigt wird.

... Üben durch

- Gegenseitiges Aufgabenstellen

Auch Schülerinnen und Schüler können zu mathematisch Forschenden werden, Fragen aufwerfen und gemeinsam an deren Lösung arbeiten. Als geeignetes Prinzip erweist sich die Aufgabenvariation. Die Lernenden gehen von einem gelösten Problem aus und variieren dieses durch Verändern, Ersetzen, Hinzufügen oder Wegnehmen von einzelnen Teilen der Problemsituation oder der Fragestellung. Aber auch in einfacheren Situationen, wenn es um das Üben von Gelerntem geht, können Schülerinnen und Schüler einander Aufgaben stellen um ihre Fertigkeiten zu sichern bzw. zu vertiefen.

- Spielend üben

Übungsspiele können auf ein den Schülerinnen und Schülern bekanntes oder auch eigens erfundenes Regelsystem basieren. Sie dienen entweder als unterhaltsame Verpackung oder aber die Regeln des Spiels erweisen sich als besonders geeignet für den angestrebten Lerneffekt. Der vorrangige Nutzen liegt jedoch darin, dass die Lernenden über die Lösung und ihre Zulänglichkeit nachdenken und im besten Fall diskutieren und so in Kooperation treten müssen. Der einem Spiel zu Grunde liegende Konkurrenzgedanke sollte durch implizierte Zufälligkeiten oder die Bildung von Teams statt Einzelspielern unterbunden werden.

- Übungspuzzle

Durch seine hohe Schüleraktivität und geringen Lehrerlenkung erfreut sich das Gruppenpuzzle immer größerer Beliebtheit. In Phasen der Erarbeitung von Wissen, zur Vertiefung oder als methodischer Rahmen für kooperative Übungsphasen werden die einzelnen Schülerinnen und Schüler zu Experten. Durch die Weitergabe ihres Wissens übernehmen sie eine höhere individuelle Mitverantwortung und erleben gegenüber ihren Mitschülern und Mitschülerinnen eine positive Abhängigkeit.

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Tatsächlich zeigen Untersuchungen, dass kooperatives Lernen unter bestimmten Bedingungen gelingen kann. Sie zeigen aber auch, dass es nicht genügt, wenn mehrere Lernende mit beliebigen Aufgaben konfrontiert werden (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 162). In der Sekundarstufe überwiegt der Klassenunterricht mit 77 %, wohingegen Gruppenarbeit nur in 7 % der Fälle zu beobachten war. Die Gründe für die Zurückhaltung sind Schwierigkeiten durch fehlende soziale und methodische Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern, Orientierung der Schule auf die reine

Stoffvermittlung, Überbetonung des kognitiven Lernens und erschwerte Organisation durch räumliche und materielle Bedingungen (vgl. Gudjons 2003, 142). Nicht wegzudiskutieren sich auch Effekte wie das Verstecken in der Gruppe, der soziale Druck, die sozial-kommunikative Überforderung oder die mangelnde Passung zum Lernstil einzelner Schülerinnen und Schüler (vgl. Leuders 2014b, 129). Der Eindruck gemeinsamer Aktivität wird leicht dadurch suggeriert, dass zwar jedes Gruppenmitglied etwas tut, jedoch können sich die Art und vor allem die Substanz der einzelnen Aktivitäten sehr wohl unterscheiden. Untersuchungen zeigen, dass Lernende im Sinne der Arbeitsminimierung vorschnell eine Arbeitsteilung vornehmen und nachträglich in additiver Weise die isoliert geschaffenen Elemente zusammenfügen (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 163). Aber auch die Überbetonung des sozialen Aspekts kann die Sachzentrierung und Leistungsnormen an den Rand drängen. Eine weitere Gefahr liegt darin, dass der gemeinsame Klassenverband auseinander gerissen wird. Es muss darauf geachtet werden, dass Gruppenergebnisse einen Bezug zur gemeinsamen Arbeit aller haben. Überholt ist auch die etwas starre traditionelle Unterscheidung von zwei Gruppentypen der Gruppenarbeit: dem themengleichen und themendifferenzierten Verfahren. Neue Untersuchungen haben ergeben, dass eine Mischung aus beiden Formen in jeder der beiden einzelnen für das Interesse, die geistige Beweglichkeit und die Lerneffektivität deutlich überlegen ist. Eine weitere schwierige und weitgehend noch ungelöste Problematik des kooperativen Lernens liegt in der Leistungsbewertung durch den Lehrer und die Lehrerin. Nicht nur die Einzelleistung in Form der individuellen Leistungsveränderung muss beurteilt werden, sondern auch die gemeinsame Leistung der Gruppe durch Rückmeldeverfahren, bei denen der individuelle Anteil am Gruppenerfolg sichtbar wird. Geeignet sind kurze Rückmeldebögen der Schülerinnen und Schüler zur Selbsteinschätzung, die von den Lehrerinnen und Lehrern ausgewertet und regelmäßig den Gruppen zurückgespiegelt werden. Und schließlich kommen auf die Lehrenden neue und andere Funktionen wie initiieren, informieren, regulieren, bewerten und stimulieren zu (vgl. Gudjons 2003, 150-156). Der Hauptgrund dafür, warum kooperatives Lernen zwar allgemein hochgeschätzt ist, aber nur wenig praktiziert wird, ist, dass Lehrerinnen und Lehrer in ihrer eigenen Lehr- und Lernkarriere kaum Erfahrungen mit dieser Form des Unterrichts machen und ihr gegenüber daher negativ eingestellt sind: Die Disziplin scheint hier nicht sichergestellt werden zu können, Lautstärke und organisatorisches Chaos wären zu groß. Damit kooperatives Lernen stärker in der Schule eingesetzt werden kann, ist eine Reihe von Veränderungen der organisatorischen Rahmenbedingungen notwendig (vgl. Gräsel/ Gruber 2000, 172). Dennoch wäre nichts so falsch wie eine Verabsolutierung des Konzepts Gruppenunterricht. Der gut gemachte Frontalunterricht wird weiterhin nötig und auch sinnvoll sein (vgl. Gudjons 2003, 156). Und schließlich kann das kooperative Lernen eine mangelnde Identifikation mit einer abgelehnten Schule in einem oder zwei Fächern nicht beseitigen (vgl. Gudjons 2008, 34).

## 1.1.4 Veranschaulichung und Materialbezug

### Begriffliche Klärung

Die bloße Wahrnehmung durch die Sinnesorgane reicht als Veranschaulichung allein nicht aus. Damit es beim Menschen wirklich zu einer Anschauung über einen Sachverhalt kommt, bedarf es einer denkenden Verarbeitung, der Bildung einer Vorstellung. Diese innere Befassung mit dem Gegenstand oder Sachverhalt ist als dynamischer Verstehens- und Erkenntnisprozess zu betrachten, an dessen Ende statisch ein klares inneres Bild des Sachverhalts steht, das in die vorhandene kognitive Struktur des Menschen integriert wird. Infolgedessen kann man zwischen äußerer und innerer Anschauung unterscheiden. Äußere Anschauung meint die sinnliche Wahrnehmung des Gegenstandes oder Sachverhalts (vgl. Wiater 2014, 42). Innere Anschauung meint die innere Verarbeitung des Gegenstands oder Sachverhalts zu einer zutreffenden Vorstellung (vgl. Wiater 2014, 42). Veranschaulichung ist demnach auch in Schule und Unterricht nicht einfach nur Medieneinsatz. Es geht vielmehr darum, über die äußere Anschauung von Lerngegenständen bei Schülerinnen und Schülern eine innere Anschauung anzubahnen. Die Lernenden sind daran aktiv beteiligt, da die selektive Wahrnehmung aufmerksamkeitsgesteuert und strukturiert ablaufen muss und die Bedeutungskonstruktion und Begriffsbildung aus den Sinneseindrücken eine individuelle Leistung der Schülerinnen und Schüler ist.

„Das Unterrichtsprinzip **Veranschaulichung** fordert, Lerninhalte so aufzubereiten, dass sich Schülerinnen/ Schüler über Sinneseindrücke eine genaue Vorstellung und eine sachgemäße Kenntnis davon verschaffen können“ (Wiater 2014, 43).

In einem Unterricht, der diesem Unterrichtsprinzip zugrunde legt, kommt Anschauung als lernfördernde Strategie u. a. durch materielle Visualisierung mit Originalobjekten zur Gestaltung vor (vgl. Tenorth/ Tippelt 2007, 26). Dabei kann weder in der Fachliteratur noch in der Unterrichtsrealität von einem einheitlichen Sprachgebrauch gesprochen werden. Die Begriffe Arbeitsmittel, Lernmaterialien, Lernhilfen, Veranschaulichungen oder Anschauungshilfen werden ebenso verwendet wie Diagramme oder Bilder (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 240). Ein Lernen mit diesen Hilfen und Mitteln wird in der vorliegenden Arbeit als „Materialbezug“ bezeichnet.

Unter **Materialbezug** (im Mathematikunterricht) ist das Lernen unter Zuhilfenahme von Arbeitsmitteln zu verstehen, die der Veranschaulichung dienen.

Arbeitsmittel sind konkrete, „handgreifliche“ Materialien (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 243).

Eine Unterscheidung der Arbeitsmittel nach ihren verschiedenen Zwecken in kollektive und individuelle Materialien geht auf Castelnovo zurück: Kollektive Arbeitsmittel sind Materialien für die Klasse. Sie werden vom Lehrer und der Lehrerin gezeigt und die Deutung den Schülerinnen und Schülern überlassen. Die schriftliche Aufzeichnung und mündliche Äußerung des einen sollen die des anderen nicht beeinflussen (vgl. Castelnovo 1968, 92). Individuelle Arbeitsmittel werden an jeden einzelnen Schüler und jede einzelne Schülerin ausgegeben. Das Kind arbeitet für sich, es baut und zerstört, es setzt zusammen und zerlegt und fügt wieder aneinander (vgl. Castelnovo 1968, 92).

In der Mathematikdidaktik kann man weiter in Veranschaulichungs- und Anschauungsmitteln unterscheiden. Veranschaulichungsmittel werden hauptsächlich eingesetzt, um bestimmte (mathematische) Ideen und Konzepte zu illustrieren. Sie dienen dazu, (mathematische) Zusammenhänge möglichst konkret darzustellen, um so das Lernen und Verstehen zu vereinfachen (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 242). Als Werkzeuge der Lehrerinnen und Lehrer unterliegen sie dem didaktischen (passivistischen) Grundverständnis, dass Wissen von Lehrenden an Lernende übermittelt werden kann. Demgegenüber steht der Begriff des Anschauungsmittels, der dem aktivistischen Lerngedanken zugrunde liegt. Anschauungsmittel meinen Arbeitsmittel oder Darstellungen (mathematischer) Ideen in der Hand der Lernenden, Werkzeuge ihres eigenen (Mathematik-)Treibens, d. h. zur (Re-)Konstruktion (mathematischen) Verstehens (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 242).

Der Status der Materialien und Werkzeuge ist nicht mehr ein vorrangig didaktischer, sondern ein epistemologischer. Das bedeutet auch, dass sie Materialien und Werkzeuge für alle Schülerinnen und Schüler sein müssen, denn „Anschauung ist nicht eine Konzession an angeblich theoretisch schwache Schüler, sondern fundamental für Erkenntnisprozesse überhaupt“ (Winter zitiert nach Krauthausen/ Scherer 2007, 242). Entscheidend für die Lehrerin und den Lehrer ist, dass nicht nur die Veranschaulichungsfunktion eines Demonstrationsmaterials erkannt, sondern es zunehmend selbstständiger sachgerecht als Anschauungsmittel genutzt wird. Auch die Schülerinnen und Schüler können gewisse Darstellungen und Materialien zur Veranschaulichung nutzen, wenn sie beispielsweise Ergebnisse ihrer Erkundungen präsentieren wollen (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 243). Bleibt noch zu ergänzen, dass bei der äußeren Anschauung keineswegs nur an das Auge gedacht ist, sondern ebenso an Ohr, Zunge, Nase, Tast- und Bewegungssinn (vgl. Winter 2014, 43).

## **Begründungen**

Die Frage, wie der Mensch zu Erkenntnissen gelangt, bewegt die philosophische Anthropologie besonders seit dem Aufklärungsjahrhundert. Während die Empiristen und Sensualisten annahmen, alle Erkenntnis könne ausschließlich aus der Erfahrung und dort wesentlich aus der Sinneswahrnehmung entstehen, votierten die Rationalisten für Verstand und Vernunft als alleinige Erkenntnisquelle und das

Vorhandensein von „angeborenen Ideen“. Kant stellte diese beiden Pole gegenüber und erkannte, dass menschliche Erkenntnis nicht ohne Anschauung und sinnliche Wahrnehmung möglich ist, was aber nicht bedeutet, dass sie ohne das Vorhandensein vorgegebener Verstehensdispositionen und Verstehenskategorien gewonnen werden kann. Erkenntnis ist also eine Weise des Denkens, die auf Sinneserfahrungen aufbaut. Sie erschöpft sich aber nicht im sinnlichen Erfassen der Dinge, sondern besteht aus deren kognitiver Durchdringung, der die Befähigung des Intellekts grundsätzliche vorausgegangen sein muss. Verstärkung bekommt diese Ansicht durch die Kognitionstheorien von Piaget, denen zufolge das Kind im vorschulischen Alter und im Grundschulalter besonders dringend wirklichkeitsnahe, der unmittelbaren Erfahrung zugängliche Objektbeziehungen benötigt, um sein Denken alters- und phasengerecht entwickeln zu können. Den beiden Phasen der sensumotorischen Intelligenz und des symbolischen, intuitiven oder vorlogischen Denkens folgt die Phase des konkreten operativen Denkens. Hier, im Alter bis ca. zwölf Jahre, steht die phänomengebundene äußere Anschauung im Zentrum des Aufbaus von Vorstellungen und inneren Bildern. Ohne sie könnte es weder zur Begriffsbildung noch zum Schlussfolgern kommen. Erst danach kann sich das Kind mehr und mehr aus der Anschauungsgebundenheit lösen (vgl. Wiater 2014, 43-44).

Im Bereich der Psychologie führt die Lernpsychologie die „Theorie der doppelten Kodierung“ nach Piavio an. Diese macht sich die Forschung zu den Hemisphären des menschlichen Gehirns zueigen. Die linke Gehirnhälfte ist demnach mehr für die Verarbeitung symbolischer (auch mathematischer), die Rechte für ikonische Zeichen sensibilisiert. Beide Zeichensysteme weisen Vor- und Nachteile auf, Ersteres spricht den Verstand, Zweiteres das Gefühl beim Menschen an. Da das limbische System im menschlichen Gehirn vor der Kognition eine emotionale Wertung vornimmt, kommt es für erfolgreiches Lernen wesentlich darauf an, den Lernstoff durch die Einbeziehung der Sinne so aufzubereiten, dass er beide Gehirnhälften betrifft. Die Gedächtnispsychologie macht darauf aufmerksam, dass der Prozess der Aufnahme und Verarbeitung von Informationen mit dem Ultrakurzzeitgedächtnis beginnt, das ein sensorisches Register ist. Neue Informationen müssen dementsprechend klar und eindrucksvoll sein, dass sie ins Arbeitsgedächtnis gelangen können. Empirische Untersuchungen belegen seit langem, dass die Veranschaulichung im Unterricht durch reale Gegenstände, bildliche Darstellungen und Modelle eindeutig bessere Leistungen beim Auffassen und Behalten neuen Lernstoffs gegenüber verbaler Darstellung bringen. Es sei auch daran erinnert, dass der Mensch nur 13 % der Informationen über das Gehör aufnimmt, wohl aber 75 % mit den Augen. Das hängt auch damit zusammen, dass Lernen leichter am Gegenständlichen, mit den Sinnen Erfahrbarem gelingt. Wo ein unmittelbares Begreifen im Sinne von Be-greifen im Schulunterricht nicht möglich ist, bedarf es entsprechender Mittel der Veranschaulichung (vgl. Wiater 2014, 44-45). Darüber hinaus hat die Motivationspsychologie nachgewiesen, dass das Interesse von Schülerinnen und Schülern an einem Sachverhalt mit der Art der Darbietung korreliert. Durch Anschauungsmittel – vor

allem das reale Objekt, das Modell und die mehrfarbige bildliche Darstellung – fühlen sie sich stärker motiviert, sich mit einem Lerngegenstand über einen längeren Zeitraum hin zu befassen. Eine Einbeziehung möglichst vieler Sinne vergrößert die Möglichkeit dazu (vgl. Wiater 2014, 45).

In der Geschichte der Pädagogik vertraten schon früh Forscher wie Comenius, Basedow, Pestalozzi und Herbart die Meinung, dass alle Erkenntnis ihren Anfang bei den Sinnen nimmt, das sinnlich Wahrgenommene besser behalten wird und die Sicherheit aller Wissenschaft auf dem Sinneszeugnis gründet. Sie alle plädierten für eine Förderung der Anschauung durch Modelle, Bilder und realen Objekten. Laut weiteren empirischen Untersuchungen haben Schülerinnen und Schüler weniger Schwierigkeiten mit realen Situationen und konkreten Problemen, als mit dem formalen Umgang damit. Dies basiert auf fehlenden Vorkenntnissen und Vorerfahrungen und schließlich auf darauf aufgebauten adäquaten Vorstellungen. Darüber hinaus fehlen die Voraussetzungen zur Anwendung von Regeln als auch das Verständnis für weiterführende Aufgaben, die das Lernverhalten und den Lernerfolg wesentlich beeinflussen. Im traditionellen Unterricht sollen die Schüler mithilfe der Einstiegsaufgabe durch eine allgemeine Veranschaulichung über fertiges Ausgangsmaterial zur konkreten Veranschaulichung gelangen. Geeigneter erscheint es hingegen anhand von Anschauungsmitteln zuerst die Zusammenhänge zu erfassen, geeignete Modelle zu bilden und in der Folge auf die Lösung und die allgemeine Beziehung zu schließen. Die pädagogische Systematik teilt die Anschauungsmittel in Realität (original, präpariert), Abbildung (auditiv, visuell, audio-visuell), Symbol (grafische Zeichen, Farbe) und traditionelle (Tafel, Schulbuch) bzw. digitale Medien (Internet, Smartphone) ein. Klafki beschäftigt sich mit der Anschauung als wichtigen Faktor der doppelseitigen Erschließung des Menschen durch und für die Welt. Zum einen erläutert er die Bildungswirksamkeit. Nicht alle Lerngegenstände sind für die Erschließung gleichermaßen gut geeignet. Vielmehr sind solche zu bevorzugen, bei denen sich Wesentliches in exemplarischer, typischer, repräsentativer und elementarer Form zum Ausdruck bringt und die die Schülerin und den Schüler zur Lernanstrengung herausfordern. Zum anderen thematisiert Klafki die Bildungsbedeutsamkeit. Die Veranschaulichung allein ist kein probates Mittel zur Erleichterung und Beschleunigung der Wissensaneignung, sondern soll zur Erkenntnis und Anschauung auf Seiten der Schülerinnen und Schüler führen. Dies ist besonders in einer Gesellschaft wichtig, in der Medien für alle Lebensbereiche zunehmend an Bedeutung gewonnen haben und die Mediennutzung der Kinder und Jugendlichen steigt. Im Zusammenhang mit der Forderung nach Veranschaulichung im Unterricht steht die Notwendigkeit einer Medienerziehung in der Schule. Sie muss sich am Ziel der Mündigkeit orientieren und Schülerinnen und Schüler Lernerfahrungen machen lassen in den Bereichen Analysieren von Medienproduktionen, im Produzieren, Verbreiten und Evaluieren von Medien, im Kritisieren von Medien und Medienprodukten sowie im verantwortlichen Nutzen von Medienangeboten (vgl. Wiater 2014, 45-47).



Eine weitere Begründung findet das Prinzip Veranschaulichung und Materialbezug in der Mathematikdidaktik durch das eingangs beschriebene operative Prinzip (siehe 1 „Guter“ Mathematikunterricht, 11-107).

Die soziologisch-gesellschaftliche Begründung findet sich in der heutigen Gesellschaft wieder, die als Mediengesellschaft bezeichnet werden kann. Moderne Medien beeinflussen die Informations- und Kommunikationskultur vor allem der jungen Generation. Zu großen Teilen repräsentieren sie für Kinder und Jugendliche die Wirklichkeit. Medien bilden jedoch die Umwelt nicht ab, sondern schaffen selbst neue Wirklichkeiten und transportieren darin enthaltene Verhaltensorientierungen und Lebensstile.

Kindern und Jugendlichen bieten die Medien viel, beispielsweise flexibel abrufbare Informationen, selbstbestimmtes Lernen und autonomen Wissenserwerb, Orientierung bei persönlichen Problemen und moralischen Fragen, Auskunft über die politische Situation, Unterhaltung und Entspannung, Integration in kulturelle und subkulturelle Gruppen, Sozialprestige durch „Freunde“, Plattformen zur Selbstdarstellung, Identitätsfindung mit (oftmals: vermeintlichen) Gleichaltrigen, Ersatz für direkte Kommunikation und zwischenmenschliche Kontakte, das Füllen von freier Zeit und die Möglichkeit zur Realitätsflucht. Daraus erwachsen für den Einzelnen und die Gesellschaft nicht nur Chancen, sondern auch Gefahren durch Beeinflussungsmöglichkeiten wie beispielsweise die Verherrlichung von Gewalt und negativem Gedankengut, die Übernahme selbstgefährdender Handlungen von Vorbildern sowie der Daten- und Identitätsmissbrauch. Schnelle Effekt- und Bildwechsel und die lockere Unverbindlichkeit von Meinungsäußerungen in den Medien beeinflussen die Erwartungen der Kinder und Jugendlichen an eine interessante Vermittlung von Informationen bzw. Inhalten und ihre sachbezogene Konzentrationsbereitschaft. Ohne mediale Aufbereitung ist Unterricht heute nicht mehr denkbar. Gleichzeitig muss durch die Veranschaulichung in der Schule der Weg zu einem nachhaltigen, kritisch-reflexiven Lernen angebahnt werden (vgl. Wiater 2014, 47-48).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

Neben den personalen Medien wie der Mimik, Gestik, Sprache und Bewegung können im Unterricht nichtpersonale Medien eingesetzt werden. Dazu konfrontieren die Lehrerin und der Lehrer die Schülerinnen und Schüler mit Originalen, Präparate, Modelle, Bilder, Schemata oder symbolische Formen durch Exkursionen, Erkundungen, Experimente, Sammlungen, tabellarischen und modellhaften Darstellungen, Arbeitsblättern, Folien, Schulbüchern, Dias, Videos, CDs, DVDs, Computerprogrammen, Multimedia, Smartphone und Internet. Es können auch gemeinsam Medien hergestellt werden, um den Entwicklungsprozess und die Wirkungsweise einer Medienproduktion erfahrbar zu machen. Ob und wann ein Veranschaulichungsmittel eingesetzt wird, entscheidet sich nach den Unterrichtsinhalten, den Unterrichtszielen und der Lernausgangslage der Schülerinnen und Schüler. Intentionen der Veranschaulichung können sein (vgl. Wiater 2014, 48-50):

- Die Veranschaulichung als Motivation um das Lern- und Leistungsbedürfnis auf den Unterricht zu lenken, in das Stundenthema einzuführen oder die Motivation der Schülerinnen und Schüler während des Unterrichts zu erhalten beispielsweise durch instruierende Kurzfilme oder strukturierte Tafelbilder.
- Die Veranschaulichung als Erkenntnis- und Verstehenshilfe um den Schülerinnen und Schülern einen Lerngegenstand nahe zu bringen beispielsweise durch Originale oder Modelle. Gerade eine schematische Darstellung oder ein Modell haben den Vorteil, den Sachverhalt didaktisch reduzieren zu können und den Blick auf wesentliche Zusammenhänge zu lenken.
- Die Veranschaulichung als Behaltenshilfe um beide Gehirnhälften durch die doppelte Kodierung eines Lerninhalts gezielt auszunutzen und den Lernstoff besser vor dem Vergessen abzusichern, beispielsweise durch Mindmapping oder Skizzen.
- Die Veranschaulichung als Hilfe bei der Wahrnehmungsschulung um die visuellen, auditiven und taktilen Wahrnehmungsfunktionen zu trainieren beispielsweise durch Rhythmen nachklatschen oder Figuren ertasten.
- Die Veranschaulichung als Baustein der Medienerziehung um die Leistung und Wirkung eingesetzter Medien zu ermitteln und sie zu reflektieren. Medienkompetenz setzt sich zusammen aus dem Auswählen und Nutzen von Medienangeboten, Gestalten und Verbreiten eigener Medienbeiträge, Verstehen und Bewerten von Medienbotschaften, Erkennen und Aufarbeiten von Medieneinflüssen sowie Durchschauen und Beurteilen der Bedingungen von Medienproduktionen und der Verbreitung von Medien.

Gerade visuell begabte Schülerinnen und Schüler arbeiten mithilfe von graphischen Darstellungen intensiver und konzentrierter. Und visuell dargestellte Sachzusammenhänge ziehen oft größere Aufmerksamkeit auf sich, auch die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler, denen die Konzentration nicht leicht fällt. Dabei ergeben sich folgende Einsatzmöglichkeiten im Unterricht (vgl. Brüning/ Saum 2007, 11-16):

- Sachinhalte erarbeiten und ihre logische Struktur darstellen
- Die Struktur eines Themenbereiches vor einer Erarbeitung im Überblick darstellen
- Wissensvoraussetzungen aktivieren
- Texte erschließen
- Wissen einprägen
- Gedanken kreativ entwickeln
- Das Schreiben von Texten vorbereiten
- Präsentieren und Vortragen

## **Mathematikdidaktische Aspekte**

Eine große Flut von Anschauungs- und Arbeitsmittel im Fach Mathematik gibt es vor allem die Grundschule. Es genügt für die Lehrerinnen und Lehrer jedoch nicht, die konkreten Materialien kennenzulernen. Mindestens genauso bedeutsam ist der Erwerb systematischer Kenntnisse über die Bedeutung der Anschauung, der Visualisierung und der Wahrnehmung in Lehr-/Lern-Kontexten, über die verschiedenen Funktionen, die solche Materialien übernehmen können, und wie die Förderung der Anschauungsfähigkeit als ein übergeordnetes Lernziel legitimiert und der Mathematikunterricht entsprechend organisiert werden kann (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 240-241).

Es ist kein Zufall, dass die Suche nach hilfreichen Lernmaterialien eine lange Tradition hat. Dahinter steht die Überzeugung, dass Kinder handelnd lernen müssen und dass das Rechnen keinesfalls auf den Umgang mit Zahlenzeichen reduziert werden darf. Bis heute haben die Intentionen des Materialbezugs im Mathematikunterricht nichts an ihrer Bedeutung verloren (vgl. Floer 1996, 13-18). Vorrangiges Bestreben ist nicht eine schlichte Vereinfachung der Zugänge zu mathematischen Sachverhalten, sondern die Konstruktion und der Ausbau klarer, tragfähiger mentaler Vorstellungsbilder. An ihnen sollen die arithmetischen Operationen in der Vorstellung ausgeführt und die Rechenergebnisse abgelesen werden können. Erst danach folgt der Aufbau langfristig tragfähiger und flexibler Rechenstrategien und –fertigkeiten durch ausdrückliche und planvolle Aktivitäten (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 246). Mit guten Veranschauligungsmitteln zu arbeiten kostet Zeit, die Schülerinnen und Schüler müssen sich zunächst mit ihnen vertraut machen können (vgl. Jahner 1985, 37). Vorschnelles Mechanisieren sollte zu Gunsten der Förderung der Einsicht in Rechenoperationen und Zahlbeziehungen verhindert werden (vgl. Bauer 1998, 21-25). Die Lehrerin und der Lehrer dürfen sich hier nicht von vordergründigen Lernerfolgen blenden lassen und den Einsatz von Arbeitsmitteln vorschnell reduzieren (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 246-247).

Eine weitere Intention des Materialbezugs im Mathematikunterricht sehen Krauthausen und Scherer in den Materialien selbst impliziert. Zwar mag es widersprüchlich erscheinen, im Zusammenhang mit Arbeitsmitteln, die gemeinhin zur Konkretisierung mathematischer Zusammenhänge dienen sollen, von Symbolcharakter und theoretischen Begriffen zu sprechen. Dennoch sind Veranschauligungen ebenso Symbole, da ihr Verstehen immer auch einen symbolischen Akt in Form einer mentalen Operation beinhaltet. Insofern können Arbeitsmittel zwischen der mathematisch-relationalen Struktur der Symbole einerseits und der inhaltsbezogenen Struktur von konkreten Elementen und Sachsituationen andererseits vermitteln. Hilfreich ist eine gewisse Merkmalsarmut und Vagheit der Arbeitsmittel. Die Veranschauligungen sind so gesehen symbolische Repräsentanten, in denen Beziehungen enthalten sind und die einen epistemologischen Charakter haben, der es ermöglicht, den Übergang zwischen gegenstandsbezogenem und symbolischem Rechnen zu erleben und das

„theoretische Sehen“ zu entwickeln. Die enthaltenen strukturellen Beziehungen eines Arbeitsmittels müssen daher bewusst in den Blick genommen werden (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 247-250).

Arbeitsmittel lassen sich in unterschiedlichen Funktionen und damit an unterschiedlichen didaktischen Orten nutzen. Neben der Darstellung von Zahlen und dem Mittel zum Rechnen stellen sie vor dem Hintergrund der allgemeinen Lernziele des Mathematikunterrichts ein Mittel zum Argumentieren und Beweisen dar. Letztere Funktion ergibt sich in Situationen, in denen die Schülerinnen und Schüler bestimmte Einsichten, Regelmäßigkeiten oder Muster erkannt haben, diese aber aufgrund ihrer derzeitigen (schrift-)sprachlichen Ausdrucksfähigkeit nicht mitteilen können. Erklärungen und sogar Argumentationen und Beweise dürfen dann alternativ durch Skizzen oder konkrete Handlungen bewerkstelligt werden (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 257-260). „Dies macht aber lediglich einen Teil anschaulichen Beweisens oder allgemeinen Verstehens aus. Wie gezeigt, können Veranschaulichungen auch eine ‚symbolische Struktur‘ erhalten, d. h. sie können sich nur exemplarische Beispiele, sondern allgemeingültige Begründungen liefern. Nicht schon die Kenntnis eines Rechenwegs, sondern erst die Wahrnehmung der Struktur der Rechnung ermöglicht mathematisches Verstehen“ (Scherer/ Steinbring 2001; zitiert nach Krauthausen/ Scherer 2007, 260). Analog ist die Situation bei anderen mathematischen Themen.

Zu den unterrichtlichen Vorüberlegungen gehört die Beachtung, dass Lernen mit Arbeitsmitteln nicht automatisch und in jedem Fall erfolgreich sein muss.

Zum einen gibt es keinen zwingenden Weg vom Anschauen des Arbeitsmittels zur gewünschten Verinnerlichung des mathematischen Begriffs (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 245-246). Ein Theorieansatz, der mathematische Denkprozesse von Kindern geeignet abbildet, ist nach Lorenz das Modell der Repräsentationsumorganisation (vgl. Lorenz 2006, 58). Es beschreibt die drei Phasen datengetriebene Lernphase, Repräsentationsveränderung, Bewusstseinsbildungen und Verbalisierungen, die generell für das Lernen gelten, unabhängig vom Alter und Entwicklungsstand der Lernenden sowie vom Denkinhalt (vgl. Käpnick 2014, 154-155). Da es sich hierbei um einen konstruktiven Akt des lernenden Individuums handelt, sind mehrere Prozessergebnisse beim Lernen mit Arbeitsmitteln denkbar:

- Es ist dem Schüler oder der Schülerin nicht möglich, die intendierte Struktur hineinzudenken. Möglicherweise passt die angebotene Repräsentation wenig zu den bisherigen Wahrnehmungsgewohnheiten, dem Vorwissen über den Sachverhalt oder den Möglichkeiten des benutzten Arbeitsmittels. Oder aber die Situation kann nicht gleich in Zusammenhang gebracht werden.
- Der Schüler oder die Schülerin entwickelt eine fehlerhafte oder weniger tragfähige Vorstellung. Dies kann dann eintreten, wenn die Vorstellung zu eng an die empirische

Anschaulichkeit eines konkreten Falls gekoppelt ist, nicht aber die notwendigen Abstraktionen und damit Transfers auf strukturgleiche Situationen erlaubt.

- Der Schüler oder die Schülerin entwickelt eine tragfähige Vorstellung, die sich von der Vorstellung eines Mitschülers oder einer Mitschülerin unterscheiden kann.

Unabhängig von der Güte gibt es keine automatische Verinnerlichung mathematischer Ideen, Strukturen oder Begriffe, nur weil konkret mit Arbeitsmitteln gehandelt wird (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 245-246).

Zum anderen muten die Lehrerinnen und Lehrer trotz der Verwendung von Arbeitsmitteln unvermeidlich den Schülerinnen und Schülern bereits abstrakte, theoretische Begriffe zu, die erst durch die aktive und bewusste Deutung von Veranschaulichungen vollständig erfasst werden können (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 247-249). Der Veranschaulichung durch Arbeitsmittel muss demzufolge immer ein aktiver Verstehensprozess der Schülerinnen und Schüler folgen.

Die didaktischen Vorüberlegungen orientieren sich zudem an wesentlichen Kriterien für den Einsatz von Arbeitsmitteln. Bei der Auswahl der Veranschaulichungen kommt es auf ein bewusstes Auswählen einiger weniger, didaktisch wohlüberlegter und sinnvoller Arbeitsmittel an. Die Lehrerin und der Lehrer entscheiden selbst, welche Materialien sie für ihre Klassensituation für sinnvoll und verantwortbar halten, welche und wie viele Gütekriterien damit erfüllt sind und welche Gewichtung den einzelnen Kriterien zukommt. Einige wegweisende Kriterien zur Beurteilung von Arbeitsmitteln sind (vgl. Engelhardt 2006, 100; Käpnick 2014, 157 und Krauthausen/ Scherer 2007, 262-263):

- Wird die jeweilige mathematische Grundidee angemessen verkörpert?
- Ist die Verständlichkeit bzw. leichte Erlernbarkeit gegeben?
- Sind eine Probehandlung bzw. Wiederholungen möglich?
- Ist eine Übersetzung in grafische Bilder (Ikonisierung) möglich?
- Werden die Ausbildung von Vorstellungsbildern und das mentale Operieren unterstützt?
- Werden verschiedene individuelle Bearbeitungs- und Lösungswege zu ein und derselben Aufgabe ermöglicht?
- Wird die Ausbildung heuristischer Rechenstrategien unterstützt?
- Werden das eigenverantwortliche Lernen und der kommunikative und argumentative Austausch über verschiedene Lösungswege gefördert?
- Beinhaltet das Arbeitsmaterial eine Selbstkontrolle?
- Ist eine strukturgleiche Fortsetzbarkeit gewährleistet?
- Ist ein Einsatz in unterschiedlichen Inhaltsbereichen gegeben?
- Ist ein Einsatz im Rahmen unterschiedlicher Arbeits- und Sozialformen möglich?
- Entspricht der Motivationscharakter dem Alter der Schülerinnen und Schüler?
- Ist eine ästhetische Qualität gegeben?

- Ist die Handhabung auch für Kinder und Jugendliche und ihre Motorik angemessen?
- Ist eine Haltbarkeit auch unter Alltagsbedingungen gegeben?
- Sind die Arbeitsmittel übersichtlich gegliedert?
- Ist die organisatorische Handhabung alltagstauglich, beispielsweise schnell bereitzustellen und geordnet wegzuräumen?
- Sind ökologische Aspekte angemessen berücksichtigt?
- Stimmt das Preis-Leistungs-Verhältnis?
- Eignet sich das Arbeitsmittel zur eigenen Herstellung?

Eine gleichzeitige Verwendung sehr vieler verschiedener Anschauungsmittel ist keine gute didaktische Lösung, da (vgl. Käpnick 2014, 156-157)

- jedes Material zunächst für die Schülerinnen und Schüler selbst ein Lerngegenstand ist, der zuerst erlernt werden muss.
- Arbeitsmittel trotz vorgegebener didaktischer Konventionen verschieden gedeutet werden können. Mit der Nutzung mehrerer Veranschaulichungsmittel erhöht sich auch das Problem der Mehrdeutigkeit.
- die Handlungen für das Ausführen sehr unterschiedlich und somit für die Kinder verwirrend sein können.

Kindern die freie Auswahl von Anschauungsmitteln zu überlassen, ist nur dann sinnvoll, wenn sie mit den Lernmitteln bereits vertraut sind. Aus der Perspektive des Lehrers und der Lehrerin ist es wichtig, wiederholt zu erfassen, ob die Schülerinnen und Schüler im Umgang mit einem Arbeitsmittel Probleme haben, wie sie Anschauungen deuten und inwiefern sie bereits tragbare Visualisierungen und Konzepte entwickelt haben (vgl. Käpnick 2014, 173).

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Das Unterrichtsprinzip der Veranschaulichung verfehlt seinen Zweck, wenn (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 254-256; Krauthausen 1998, 40-44 und Wiater 2014, 51)

- die gewählte Veranschauungsform die Schülerinnen und Schüler unter- oder überfordert.
- die Art der Veranschaulichung nicht dem Lerngegenstand entspricht, die Strategie nicht nahelegt und auch nicht auf das Lernziel hinführt, was zu verfälschter oder verzerrter Darstellung führt und das Lernen in eine falsche Richtung lenkt.
- die Schülerinnen und Schüler lediglich einem Handlungsalgorithmus folgen und in eine passive, nur rezeptive Konsumentenhaltung gedrängt werden, anstatt dass sie zu tätigen und sprachlichen Auseinandersetzungen mit dem veranschaulichten Sachverhalt herausgefordert werden.

- den Schülerinnen und Schülern fertige Lösungen statt Zugänge zu Sachverhalten und Problemen geboten und damit genaue Beobachtungen, vertieftes Nachdenken und das Auffinden von Strukturen und Kategorien überflüssig gemacht werden.
- es im Unterricht ein Überangebot von Veranschauungsmitteln gibt.
- der Gebrauch von Arbeitsmittel einen negativen Beigeschmack bekommt und diese letztlich zu einer „Krücke“ für die Schwächeren verkommen.
- zu wenig Zeit für den Aufbau tragfähiger mentaler Bilder verwendet wurde.
- der Ablösungsprozess von den konkreten Materialien nur sehr schwer oder gar nicht vollzogen werden kann.
- bei der Unterrichtsplanung nicht die außerschulischen Mediennutzungsstile bedacht werden.

## 1.1.5 Ganzheit

### Begriffliche Klärung

Hinter dem Prinzip der Ganzheit steht die Vorstellung, dass „das Ganze mehr ist als die Summe seiner Teile“ (Wundt 1910; zitiert nach Wiater 2014, 63) und dass zufällig und unverbunden vorhandenes Einzelnes noch kein Ganzes ausmacht. Was ein Ganzes ist, bildet eine in sich strukturierte und innerlich verbundene differenzierte Einheit aus unterscheidbaren Elementen. Wahrgenommen wird diese Ganzheit als Gestalt, die sich von allem anderen unterscheidet. Erst wenn den Einzelteilen eine Ordnung, eine Gliederung oder ein gemeinsames Gestaltungsprinzip zugrunde liegt, kann von einer Ganzheit oder einem Ganzen gesprochen werden. Der Sinn dieser Einzelteile ergibt sich aus ihrer Verbindung, wenngleich sie für sich allein auch Bedeutung haben. Für das Prinzip der Ganzheit finden sich auch die Begriffe „Ganzheitlichkeit“ und „Mehrperspektivität“.

Im Kontext von Schule und Unterricht betrifft die Ganzheit nach Wiater drei Aspekte (vgl. Wiater 2014, 63-64):

- Die Ganzheit der Person des Schülers und der Schülerin als Leib-Seele-Geist-Einheit, als Einheit von Denken, Fühlen und Handeln.
- Die Ganzheit des Unterrichtsinhalts, der stets Zugänge aus unterschiedlichen Perspektiven zulässt und multivalente Wirkungen haben kann, der außerdem immer mit Menschen zu tun hatte, aus deren Lebenszusammenhängen erwachsen ist und meist über eine interessante Wirkungs- und Rezeptionsgeschichte verfügt.
- Die Ganzheit der Erlebnis- und Auffassungsweise des Schülers und der Schülerin, die nicht nur wegen des symbolischen, intuitiven, bildhaften und konkreten Denkens im Grundschulalter anzutreffen ist, sondern das Lernen jedes Menschen jeden Alters prägt,

insofern Lernen die individuellen kognitiven, emotionalen, motorischen und volitionalen Strukturen aktiviert.

Aus diesen Aspekten sind die Schlüsse zu ziehen:

- Der Unterricht sollte sich nicht nur an die Kognition (Wissen, Verstehen, Behalten) richten.
- Die „Sache an sich“ gibt es nicht und eine mehrperspektivische Betrachtungsweise entspricht dem Sachanspruch.
- Unterrichten und Lernen müssen den Aufbau von subjektiven Bedeutungen im Blick haben.

Das Unterrichtsprinzip **Ganzheit** verlangt, Unterrichtsinhalte mehrperspektivisch zu behandeln und dabei den Schülerinnen und Schülern ein bedeutungsvolles Lernen mit Kopf, Herz und Hand zu ermöglichen (vgl. Wiater 2014, 64).

„Die Pestalozzi (fälschlich) zugeschriebene Formel der ‚Einheit von Kopf, Herz und Hand‘ drückt exemplarisch die mit Ganzheitlichkeit verbundenen Erwartung an pädagogische Arbeit aus. Sie kann aber offenbar eher gefordert als praktisch eingelöst werden und zeigt insofern die Risiken, die jedes holistische Denken mit sich führt“ (Tenorth/ Tippelt 2007, 267).

### **Begründungen**

Die Ganzheit des Menschen in der Anthropologie meint: Geist, Psyche (Emotionalität) und Leib bilden eine strukturierte Einheit, und diese ist für den Menschen als Person konstitutiv. An jeder Handlung sind Geist, Psyche und Leib zugleich und integrativ beteiligt. Wird eine dieser drei Grunddimensionen unterdrückt (beispielsweise die emotionale Dimension), sucht sie sich andere Ausdrucksmöglichkeiten (beispielsweise Gefühlsausbrüche), wird eine verabsolutiert oder überbewertet (beispielsweise der heutige Körperkult), gilt das für die beiden anderen. So wie es kein geistiges Erkennen ohne Mitwirkung des Körperlich-sinnlichen gibt, so auch keine affektive Reaktion, an der nicht auch Geist und Körper beteiligt sind. Unbestritten gibt es zwischen den drei Grunddimensionen Spannungen: Leibliche Antriebe können gegen geistige Einsichten stehen und Letztere gegen große Gefühle, Gefühle können beim gleichen „Gegenstand“ gegensätzlich sein und Antriebe sich widersprechen, mal kann die eine Dimension, mal die andere dominieren. Alle menschlichen Handlungen und Verhaltensweisen sind demnach mehrdimensional, sind zugleich beeinflusst von Gefühlen, Absichten, Hoffnungen, Erkenntnissen, Wertungen, Entscheidungen, Motiven und Volitionen, so wie sie im Individuum vorhanden und durch Erfahrungen geprägt sind. Aus der Leib-Seele-(Gefühl-)Geist-Struktur des Menschen ist auf einen Unterricht zu folgern, der ihm zur Entfaltung seiner Möglichkeiten verhilft. Der Unterricht muss alle personalen Dimensionen des Schülers und der Schülerin für das



Lernen nutzen und ihn und sie alle Bereiche menschlicher Praxis, die Welt als Ganzes, in den Blick nehmen lassen (vgl. Wiater 2014, 65).

In der Psychologie erinnern die neurophysiologischen neurobiologischen Forschungen daran, dass die Nutzung beider Hirnhälften bei Menschen die Lerneffizienz deutlich erhöht. Untersuchungen zum vernetzten Denken sprechen zudem dafür, den Schülerinnen und Schülern den Lernstoff über möglichst viele Eingangskanäle anzubieten (vgl. Wiater 2014, 65). Die Lernpsychologie geht davon aus, dass wir 10 % von dem behalten, was wir lesen. 20 % von dem behalten, was wir hören. 30% von dem behalten, was wir sehen. 50 % von dem behalten, was wir hören und sehen. 70 % von dem behalten, worüber wir selbst sprechen und 90 % von dem behalten, was wir selbst ausprobieren und ausführen (vgl. Bauer 1998, 28). Je mehr Wahrnehmungsfelder im Gehirn bei der Informationsaufnahme und –verarbeitung beteiligt sind, desto mehr Assoziationsmöglichkeiten bieten sich ihnen für ein tieferes Verständnis, desto größer ist die Aufmerksamkeit und die Lernmotivation, desto besser wird die Information behalten und desto leichter lässt sie sich wieder erinnern, wenn sie benötigt wird. Ein Lernen, das nicht auf den menschlichen Organismus Rücksicht nimmt, das neben dem kognitiven Bereich nicht auch die anderen, teils unbewussten Gehirnpartien einbezieht, ist unökonomisch und entgegen der Natur, weil es die Einheit von Körper, Seele und Geist des Menschen verkennt (vgl. Wiater 2014, 65-66). Die eingängige, vielerorts zu lesende und als grobe Orientierung durchaus nützliche Faustformel des Behaltens darf nicht missverstanden werden als Rechtfertigung eines naiven „Lernens mit allen Sinnen“ durch bloßes Anfassen, Riechen und Schmecken (vgl. Brügelmann 2005, 81). Laut der Ganzheitspsychologie lässt sich Ganzheit nicht wirklich definieren, sie zeigt sich vielmehr im Erlebnis, das sich psychophysisch beispielsweise bei der Freude über eine gute Nachricht, oder in der Strukturiertheit geistiger Prozesse beim einzelnen Menschen und geistiger Objektivierungen, zum Beispiel bei Kunstwerken. Eine dominierende Rolle spielen dabei die Gefühle. Diese prägen die Einstellung des Menschen zu seiner Um- und Mitwelt. Alle Wahrnehmungen sind mit bewusstem und unbewusstem, gefühlstragenem Erleben verknüpft. Menschliches Sein und Erleben sind eine urtümliche, komplexe und geschlossene Ganzheit, die sich in der Entwicklung als Ganzes wandelt. Seelische Erscheinungen sind daher nicht die Summe oder Aneinanderreihung von psychischen Elementen, sondern ein Erlebniszusammenhang, eine Ganzheit, die eine Struktur aufweist und sich weiterentwickelt. Mit der Ganzheitspsychologie verbindet die Gestaltungspsychologie den Ausgangspunkt bei der Struktur psychischer Prozesse und die Ablehnung von Reizelementen zu deren Erklärung. Ein psychisches Geschehen wie beispielsweise das Wahrnehmen von Gestalten lässt sich demnach nicht aus Elementen zusammensetzen, sondern nur als eine schöpferische Synthese. Eine Gestalt ist anders als die Summe seiner Einzelteile, vielmehr ist sie ein geordnetes Ganzes, das eine wahrnehmbare Form hat. Teile einer Gestalt können sogar verändert werden, ohne dass deren Ganzes beeinträchtigt wird. Denken wird aus gestaltpsychologischer Sicht veranlasst, wenn es im

Vorstellungsbereich zu einer Störung kommt und deshalb eine Umstrukturierung nötig wird. Einsicht ist daher nichts anderes als das Erfassen der wichtigen Merkmale eines Ganzen (vgl. Wiater 2014, 65-66).

In der Geschichte der Pädagogik wird man beim Prinzip Ganzheit zuerst auf Pestalozzi verwiesen. Sein Konzept von Elementarbildung enthält als zentrale Aufgabe, alle Grundkräfte des Menschen zu entwickeln, indem Lernen mit „Kopf, Herz und Hand“ erfolgen soll. Für die Reformpädagogik wurden Erlebnis und Ganzheit konzeptionell bedeutsam, weil Erlebnisse stark, eindrucksvoll, persönlich und einprägsam sind. Die Schülerinnen und Schüler sollen im Unterricht nicht nur verstandesmäßig beteiligt, sondern innerlich berührt werden, sollten ganzheitlich erfassen und in der Ganzheit ihrer Persönlichkeit ernst genommen werden. Im Zusammenhang mit der Abkehr von behavioristischen Persönlichkeitstheorien im letzten Drittel des vergangenen Jahrhunderts erhielt die Ganzheitspsychologie in der Pädagogik neue Aufmerksamkeit. Das Erziehungsziel Humanität oder humanes Leben wird seitdem auf einer ganzheitspsychologischen Grundlage entwickelt. Die Vorstellung von der Ganzheit des Menschen führt in der pädagogischen Systematik dazu, alles menschliche Tun als vieldimensionalen Akt zu betrachten, an dem immer Wissen, Können, Gefühle, Absichten, Hoffnungen, Wertungen, Stimmungen, körperliche Zustände beteiligt sind. Daraus folgt die Forderung nach einer ganzheitlichen Erziehung. Ganzheitliches Erziehen bedeutet

- die ganze Lebenswirklichkeit zum Ausgangs- und Zielpunkt der Erziehung zu machen. Die gesamte Lebenspraxis mit all ihren differenzierten Bereichen ist Ort menschlichen Handelns und Gegenstand menschlichen Nachdenkens. Um damit sachgerecht und verantwortlich umgehen und zurecht kommen zu können, muss der Schüler und die Schülerin nicht nur vielfältige Qualifikationen und Dispositionen erwerben, sondern auch die Bereitschaft und Fähigkeit, sich Neuem zu öffnen und seine Perspektive permanent zu erweitern.
- alle Dimensionen des Menschen entfalten und dabei die Dimension des Kognitiven mit der des Somatischen und der des Emotionalen eng zu verbinden. Nur so können Verkopfung, Entsinnlichung und Körperferne wie auch die Unterdrückung der Gefühlsebene beim Lernen verhindert werden. Der affektiven Seite muss sogar besondere Aufmerksamkeit zukommen, da sie das Fundament für die anderen Dimensionen ist.
- von der ursprünglich ganzheitlichen Erlebnis- und Auffassungsgabe des Kindes ausgehen und im Blick halten, dass das Kind über die Beschäftigung mit der „Außenwelt“ seine „Innenwelt“ aufbaut und ausdifferenzieren muss.

Allgemeine Bildung erhebt den Anspruch auf das Ganze, d. h. auf die Gesamtheit menschenmöglicher Erfahrungen, Schülerinnen und Schüler in Form von Selbst-, Sozial- und Sachkompetenz vorzubereiten (vgl. Wiater 2014, 66-68). In den letzten zwanzig Jahren hat sich das Wissen über neurophysiologische

Prozesse und die daraus resultierenden psychischen Aspekte mithilfe der Gehirnforschung vervielfacht. Lernen ist demnach vergleichbar mit dem Knüpfen eines Netzes, es kann also als Konstruieren, Ordnen und Umstrukturieren von komplexen, interagierenden Ganzheiten verstanden werden, wobei gleichzeitig verschiedene Hirnbereiche, Sinnesformen und Informationskanäle zusammenwirken. Daraus ergibt sich die Forderung nach einem ganzheitlichen, integrativen, mehrdimensionalen und multisensorischen Lernen (vgl. Behnke 2013, 8).

Eine weitere Begründung findet das Prinzip Ganzheit in der Mathematikdidaktik durch das eingangs beschriebene operative Prinzip (siehe 1 „Guter“ Mathematikunterricht, 11-107).

Die soziologisch-gesellschaftliche Begründung findet sich im Lernen in der Schule wieder, das in sozialen Situationen, in Interaktionen zwischen Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Unterrichtsgegenständen erfolgt. Letztere gibt es nicht an sich, sie sind immer personal und sprachlich-medial repräsentiert. Subjekt und Objekt sind gesellschaftlich vermittelt. Sie werden Zielen und Absichten unterstellt, das kann nur eine mehrperspektivische Sichtweise der Unterrichtsgegenstände korrigieren. Die heutige Mediengesellschaft hat es mit sich gebracht, dass viele Schülerinnen und Schüler die Wirklichkeit weitgehend visuell und selektiv präsentiert bekommen. Sie erleben die Welt mediatisiert und reduziert, was große Auswirkungen auf deren kulturelle Aneignung hat. Um mündiger Bürger und mündige Bürgerin werden zu können, braucht der Schüler und die Schülerin aber eine möglichst ganzheitliche Sicht von Mensch und Welt. Es heißt, die Gesellschaft entwickelt sich von der Informationsgesellschaft zur Wissensgesellschaft. Durch die Informations- und Kommunikationstechnologie verfügt der Mensch über einen grenzenlosen Zugriff auf unendlich große Datenmengen, aus denen er Informationen entnimmt. Zu Wissen werden diese Informationen, wenn sie nicht allein zum Verstehen eines Problems oder Sachverhalts ausgewertet, sondern auch problemlösend und Innovationen fördernd angewendet werden können. Wissen wird von der Wirtschaft als entscheidender „Standortfaktor“ gewertet. Die Wissenschaft fordert aber fast ausschließlich die kognitive Dimension des Menschen. Soll dieser seine Kreativität, Lebensfreude und Innovationskraft nicht verlieren, bedarf es gleichermaßen der Herausforderung seiner anderen Dimensionen. Angesichts der sich beschleunigt veränderten Gesellschaft und der immer neuen Verantwortungsprobleme muss bei aller Notwendigkeit von Spezialwissen die Förderung der Gesamtpersönlichkeit des Schülers und der Schülerin im Blick bleiben (vgl. Wiater 2014, 68).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

Das Unterrichtsprinzip Ganzheit lässt sich sowohl im fächerübergreifenden Unterricht als auch im herkömmlichen Unterricht verwirklichen. Der Fokus wird dazu auf ein Thema gelegt, das aus verschiedenen Perspektiven untersucht wird. Die Schülerinnen und Schüler können dabei alle

Dimensionen ihrer Persönlichkeit beteiligen, verschiedene Fachperspektiven zusammenführen und ihren eigenen Lebens- und Anwendungsbezug erfahren (vgl. Wiater 2014, 69-70). Die hier vorliegende Arbeit beschränkt sich jedoch auf einen herkömmlichen Unterricht mit Fachprinzip, in dem auch die Forderung nach dem Unterrichtsprinzip Ganzheit gilt.

Zu den unterrichtlichen Vorüberlegungen gehört die Beachtung, dass „Ein ‚Lernen mit allen Sinnen‘ [...] Unterschiedliches bedeuten [kann]. Und es kann auf verschiedene Weise sinnvoll sein; dies aber nur, wenn sich die Lehrerin und der Lehrer vorher klar machen, welche Erfahrungen sie Kindern vermitteln wollen, welches fachdidaktische Potential und entsprechend welche Grenzen ihre konkreten Aktivitäten jeweils haben. Und sie müssen wissen, ob das Ziel des Unterrichts und das Potential des Materials in einer Aufgabe zur Deckung gebracht werden können“ (Brügelmann 2005, 83). Ganzheitliches Lernen bedeutet zunächst, die Aufgabe als Ganzes zu verstehen. Die dadurch gegebene Komplexität ist für das Verständnis nicht erschwerend, sondern hilfreich, weil in der ganzen Struktur mehr Bedeutung, mehr Sinn, mehr Information für Lösungen enthalten ist, als in isolierten Teilaufgaben (vgl. Hengartner 1992, 16-17). Die ganzheitliche Erlebnis- und Lernweise des Schülers und der Schülerin als ungeteiltes Lernen, an dem er und sie mit seiner und ihrer ganzen Person beteiligt ist, lässt sich berücksichtigen durch (vgl. Wiater 2014, 71):

- Erfahrungslernen in direkter Konfrontation mit der Lebenswelt durch Entdecken, Erkunden, Experimentieren, Beobachten, Kooperieren, Spielen, „Phantasieren“, freie Gespräche, Sammeln und Ordnen von Gegenständen
- handelndes Lernen im Unterricht, bei dem die Schülerinnen und Schüler einerseits heuristische Strategien von Handlungen entwickeln, eigenständige Fragen an Sachverhalte richten, Lösungsmöglichkeiten finden und Ziele setzen, diese ausprobieren und gegebenenfalls verbessern. Andererseits setzen sie Lerninhalte in Handlungen um, lassen diese praktisch werden, präsentieren sie motorisch und gestalten sie handwerklich
- Lernen mit allen Sinnen, wobei die Unterrichtsvorbereitung gezielt eine mehrkanalige Informationsaufnahme vorsieht, statt nur das Gehör und den Intellekt der Schülerinnen und Schüler herauszufordern.

Eine bessere Wirkung erzielt das ganzheitliche Lernen jedoch in außerunterrichtlichen Veranstaltungen des Schullebens. Die Möglichkeiten sind hier naturgemäß sehr groß. „Spiele, Feiern und Feste, von Schülerinnen und Schülern vorbereitet und durchgeführt, freie Arbeitsgemeinschaften und gesellige Schülerzusammenkünfte, Schulpartnerschaften und Schulfahrten, die Mitarbeit bei der SMV und der Schülerzeitung – all diese Aktivitäten fordern Schüler und Schülerinnen mit ‚Kopf, Herz und Hand‘. Da es hier um das Unterrichtsprinzip Ganzheit [im Fachunterricht] geht, braucht auf diese Möglichkeit nicht weiter eingegangen zu werden“ (Wiater 2014, 71).

## **Mathematikdidaktische Aspekte**

Einige mathematikdidaktische Vorüberlegungen finden, sich (vgl. Wiater 2014, 64):

- durch die Ganzheit der Person des Schülers und der Schülerin, als Einheit von Denken, Fühlen und Handeln. Das Mathematiklernen soll daher nicht rein kognitiv stattfinden.
- durch die Ganzheit des Unterrichtsinhalts. Mathematikaufgaben können dazu in eine Lernumgebung eingebettet werden, die an bereits verinnerlichteten mathematischen Strukturen anknüpft und den Kindern einen Zugang aus unterschiedlichen Perspektiven ermöglicht. Eine mehrperspektivische mathematische Betrachtungsweise entspricht dabei ebenso dem Sachanspruch wie die multivalenten Wirkungen.
- durch die Ganzheit der Erlebnis- und Auffassungsweise des Schülers und der Schülerin. Mathematische Aufgaben und Lernumgebungen, die Beziehungen zum Alltag und zur Umwelt der Schülerinnen und Schüler herstellen und damit deren individuellen kognitiven, emotionalen, motorischen und volitionalen Strukturen hervorheben, betonen in besonderer Weise die subjektive Bedeutung der Mathematik.

Darüber hinaus regen Lernumgebungen und Materialien zu unterschiedlichen Lernaktivitäten und Lernerfahrungen an (Entdecken, Ausprobieren, Üben), ermöglichen die freie Wahl der Aufgabenfolge, die Zusammenarbeit mit den Mitschülern, Handlungsorientierung und Selbstkontrolle (vgl. Bauer 1998, 21-25).

Krauthausen und Scherer plädieren neben der bewussten Betrachtung der enthaltenen strukturellen Beziehungen eines Arbeitsmittels für eine potentielle Offenheit für die gezielte Nutzung von Mehrdeutigkeiten der Materialien. Neben dieser empirischen Mehrdeutigkeit gibt es zudem eine theoretische, strukturelle Mehrdeutigkeit, die sich gezielt die mehrdeutige Interpretation der Lernenden zunutze macht. Der dabei zu vollziehende Perspektivenwechsel fördert den aktiv-entdeckenden Umgang mit Arbeitsmitteln und ihr konstruktives Verstehen. Die geforderte Offenheit bedeutet demnach, den Schülerinnen und Schülern zunächst eine Phase der freien Exploration einzuräumen, denn der Wunsch nach selbstbestimmten Aktivitäten ist stärker als die Bereitschaft, sofort den Intentionen des Lehrers und der Lehrerin zu folgen. Offenheit bedeutet aber auch verschiedene Veranschaulichungen zu einer arithmetischen Aufgabe zu koordinieren und zugleich verschiedene arithmetische Aufgaben in einem Veranschaulichungsmittel zu konstruieren. Und nicht zuletzt bedeutet Offenheit, dass die Schülerinnen und Schüler die Entscheidungsfreiheit haben, welche Arbeitsmittel sie nutzen bis hin zur Freiheit, sie auch gar nicht zur Hand zu nehmen (vgl. Krauthausen/Scherer 2007, 250-254).

Einen besonderen Stellenwert nehmen Alltagsgegenstände und Materialien mit Umweltbezug ein. Um den Ansprüchen nach Materialbezug im Mathematikunterricht gerecht zu werden, genügt eine bloße Materialzusammensetzung nicht. Unabdingbar muss das didaktisch hochwertige Material in einen

abstrakten, für die Schüler begreifbaren, Zusammenhang gestellt werden. Dabei haben die zur Verfügung gestellten Mittel unterschwellig auch die Funktion, die sozialen Kompetenzen zu fördern (vgl. Engelhardt 2006, 100). Um den Fokus beim Betrachten aber auf die mathematischen Inhalte und nicht auf Nebensächlichkeiten zu lenken, eignen sich Materialien aus der Umwelt der Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise. Durch sie wird zumeist ein beabsichtigter mathematischer Inhalt eindeutig interpretierbar dargestellt. Weitere Vorteile stellen sich wie folgt dar (vgl. Kämpnick 2014, 158):

- Das Betrachten und Interpretieren von Alltagsgegenständen ist den Lernenden im Allgemeinen gut vertraut, sodass einerseits eine leichte Veränderlichkeit gegeben ist. Andererseits sind die Kinder gewöhnt, Materialien aus ihrer Umwelt aus einer ganzheitlichen bzw. aus ihrer individuellen Perspektive zu interpretieren. Es bleibt, die Fokussierung und Beschränkung auf mathematische Sachverhalte zu erlernen und sich dann diese Konvention immer wieder zu vergegenwärtigen.
- Durch einen Alltagsgegenstand können mathematische Sachverhalte statisch oder durch Prozess- oder Handlungsabläufe dargestellt werden, sodass vielfältige mathematische Sachverhalte „sachlich eingekleidet“ exemplarisch dargestellt werden können.
- Auch Prototypen können einprägsam veranschaulicht werden. Die Gefahr besteht aber darin, dass Schülerinnen und Schüler sich auf diese Weise einseitig nur bestimmte Prototypen für einen mathematischen Sachverhalt einprägen. Außerdem könnten Kinder Veranschaulichungen anders als erwartet deuten. Die Mehrdeutigkeit kann als Problem, ebenso aber auch als Chance der Förderung von Kreativität angesehen werden.
- Das Erkennen und Nutzen struktureller Zusammenhänge ist keine vordergründige Intention der Schülerinnen und Schüler. Vielmehr ist die Möglichkeit von selbstaktiven simultanen Auffassungen gegeben.
- Die realitätsnahen und vergleichsweise sehr anschaulichen Alltagsgegenstände wirken auf Kinder meist lernmotivierend und phantasieanregend.
- Das Analysieren und Interpretieren von Materialien aus der Umwelt der Schülerinnen und Schüler birgt Potenziale für ein Fächer verbindendes Lernen in sich.

Besonders in Spielen lässt sich die Ganzheit wiederfinden. Anstehende Lerninhalte werden in ganzheitlich-spielerischer Weise vorweggenommen, das Rechnen mit sozialen Erfahrungen und Gefühlen der Spannung und Freude kombiniert. Die Schülerinnen und Schüler sind im Spiel vielseitiger, eben ganzheitlicher beansprucht. Darüber hinaus begünstigen Alltagserfahrungen der Lernenden das ganzheitliche Lernen. Die darin entstandenen situationsspezifischen Erfahrungen und Kenntnissen bilden sinnbezogene Betätigungsfelder für vielfältiges mathematisches Tun (vgl. Hengartner 1992, 16-17).

## **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Das Unterrichtsprinzip Ganzheit büßt seine Geltung ein angesichts (vgl. Wiater 2014, 71-72)

- der Bedeutsamkeit des Fachunterrichts.  
Der Fachunterricht ist unverzichtbar, da hier die Welt und der Mensch unter sprachlichen, mathematischen, naturwissenschaftlichen, philosophischen, ökonomischen, rechtlichen und anderen Aspekten betrachtet werden. Zwar gehören alle zusammen, doch gibt es für ihr Verstehen je einen spezifischen Zugang. So hat jedes Fach eigene Fragestellungen, eine eigene Methodik und eigene Grundbegriffe, die sich die Schülerinnen und Schüler zunächst gesondert erarbeiten müssen, um sie dann sachkundig zu einem Bild zusammenführen zu können. Ohne die Fachkompetenz lässt sich die erforderliche Sachkompetenz nicht aufbauen.
- organisatorischer Probleme in der Schule.  
Ganzheitlicher Unterricht braucht kleine Klassen, viel Zeit, mehr Räume und Stundenpläne, die Kooperation ermöglichen. Dem stehen nicht nur situative Gegebenheiten an der einzelnen Schule entgegen, sondern oft auch ein Lehrplan, der mehr am speziellen Fachwissen interessiert ist als an fächerverbindenden Aspekten und der 45-Minuten-Taktung der Fächerstunden.
- personaler Probleme in der Schule.  
Schülerinnen und Schüler sind Individuen und als personale Ganzheit im Unterricht nur begrenzt zugänglich. Ob und wie sie sich entfalten, hängt von ihrer Bereitschaft ab, sich zu öffnen. Ebenso wichtig ist aber die Fähigkeit der Lehrerin und des Lehrers mit den Schülerinnen und Schülern zu kooperieren und Beziehungen von einem Fach zu den anderen Schulfächern und zu den Fachkollegen und –kolleginnen herzustellen.

## **1.1.6 Motivation**

### **Begriffliche Klärung**

Ein Motiv ist ein Beweggrund, der Antrieb, die Ursache oder der Zweck für eine Tat oder Verhalten. Motivation ist dann die Umsetzung eines Motivs in eine Tat oder Handlung. Der lateinische Wortstamm „movere“ = bewegen, anstoßen ist wissenschaftlich betrachtet in den Begriffen Motiv und Motivation zu unterscheiden: „Motive sind angeborene oder erworbene dispositionelle Einstellungen, relativ überdauernde individuelle Anliegen, die als Triebfeder, Antriebskräfte oder Beweggründe das Agieren und Reagieren des Menschen steuern“ (Wiater 2014, 52). Lukesch beschreibt die Motive als einen „Oberbegriff für alle Bedingungen, um derentwillen eine Person handelt“ (Lukesch 1998; zitiert nach Glötzl 2000, 229). Nach Heckhausen macht der Motivbegriff Aussagen darüber, „dass Personen

sich in den allgemeinen Erwartungen über Erfolg und Misserfolg ihrer Handlungen unterscheiden; desgleichen in den für sie verbindlichen Normwerten, die sie zu erreichen oder aufrechtzuerhalten suchen; desgleichen in den bevorzugten Ursachenfaktoren, mit denen sie ihre Handlungsergebnisse zu erklären geneigt sind“ (Heckhausen 1989; zitiert nach Glötzl 2000, 229-230). Motive lassen sich nur aus erfolgten Handlungen eines Menschen als deren psychisch bedingte Ursachen erschließen, sie sind deshalb Konstrukte (vgl. Wiater 2014, 52). Es wäre jedoch unpassend, für jede konkrete Situation ein eigenes Motiv anzunehmen. „Motive sind vielmehr hochgeneralisierte Wertungsdispositionen für einzelne Grundsituationen“ (Heckhausen 1989; zitiert nach Glötzl 2000, 230). Diese Grundsituationen bilden sich auf der Basis physiologischer und psychologischer Bedürfnisse aus und werden durch unterschiedliche Lern- und Interaktionserfahrungen sowie die Bekräftigung erwünschten Verhaltens durch Bezugspersonen und das Nachahmen von Vorbildern weiterentwickelt. Die so gemachten Erfahrungen bilden die Grundlage für die sozialen (Streben nach Geborgenheit), prosozialen (Helfen, Unterstützen) und kognitiven (Auseinandersetzung mit der Umwelt) Motive (vgl. Glötzl 2000, 230).

**Motivation** wird teils als die Gesamtheit der Motive verstanden, die im Menschen wirksamen sind und sein Handeln und Verhalten in einer bestimmten Situation steuern, teils als Prozess, bei dem Situationsanreize beim Menschen ein bestimmtes Handlungsmotiv aktivieren und ihn so zum zielgerichteten Handeln veranlassen (vgl. Wiater 2014, 52).

Heckhausen sieht Motivation als „situationsabhängig und ein kurzfristiges Geschehen. Man bezeichnet damit alle aktuellen Faktoren und Prozesse, die unter gegebenen situativen Anregungsbedingungen zu Handlungen führen und dies bis zu ihrem Abschluss in Gang halten. In der Motivation treten Situations- und Motivfaktoren miteinander in Wechselwirkung“ (Heckhausen 1989; zitiert nach Glötzl 2000, 231). Motivation ist eine Sache aus der ganzen Person und so vielfältig, wie nur Strebungen von Menschen vielfältig sein können (vgl. Brunnhuber 1976, 21).

Aus psychologischer Sicht muss zwischen primärer und sekundärer Motivation unterschieden werden. „Von primärer Motivation spricht man [...] bei Tätigkeiten, die um ihrer selbst willen vollzogen werden (z. B. Spiele)“ (Wiater 2014, 52). Von sekundärer Motivation spricht man bei Tätigkeiten, die nur Mittel zum Zweck sind, also um etwas anderem willen vollzogen werden (z. B. Verbesserung der sozialen Position in einer Gruppe) (vgl. Wiater 2014, 52).

„Die in realen Situationen wirksame Motivation ist in vielfältiger Weise mit motivationalen und kognitiven Merkmalen der Person und den aktuellen Umweltbedingungen verknüpft und kann in der Regel nicht aus der Aktivierung eines einzigen Motivs erklärt werden. Im Kontext von Lehren und Lernen spielt die Unterscheidung von intrinsischer und extrinsischer Motivation eine wichtige Rolle“ (Tenorth/ Tippelt 2007, 516). „Intrinsische Motivation [liegt vor], wenn jemand aus Interesse, Neugier



oder Freude an eine Lernsituation herangeht und Befriedigung aus der Lösung des Problems oder einer Aufgabe zieht“ (Wiater 2014, 52). „Der intrinsische Handlungsanreiz kann entweder im Tätigkeitsvollzug liegen (z. B. spielerische Tätigkeit) oder in der subjektiv erlebten Attraktivität des Lerngegenstandes“ (Tenorth/ Tippelt 2007, 357). Für Schülerinnen und Schüler und ihre Persönlichkeitsentwicklung ist es wichtig, für das Lernen und die damit verbundenen Anstrengungen Sinn zu sehen, Sinn zu konstruieren, Sinn vermittelt zu bekommen. Die Frage bleibt, ob jemand ohne Sinn auf Dauer erfolgreich lernen kann oder ob „Sinn“ als Bedeutung oder Wichtigkeit nicht die entscheidende Kategorie ist. Dabei muss Sinnstiftung unmittelbar aus dem unmittelbaren Interaktionsrahmen der beteiligten Menschen gewonnen werden können. So ist Sinn gegeben, wenn etwas für wichtig, weil existenznotwendig, gehalten wird (subjektive Sinnvergewisserung), es andere betrifft bzw. ein gesellschaftliches Problem ist (sozial/ gesellschaftliches Sinnkonstruktion) oder mir etwas wichtig gemacht wird (kommunikative Sinnvermittlung) (vgl. Seibert 2000, 42-47). Intrinsische Motivation zeigt sich auch in dem Bestreben, eine Sache ganz zu beherrschen. „Das Individuum fühlt sich frei in der Auswahl und Durchführung seines Tuns. Das Handeln stimmt mit der eigenen Auffassung von sich selbst überein“ (Deci/ Ryan 1990; zitiert nach Glötzl 2000, 237). Nur die intrinsische Motivation führt auf Dauer zu Lerninteressen, die eine Fortführung der Anregungen des Unterrichts im späteren Leben bewirken (vgl. Brunnhuber 1976, 21). Extrinsische Motivation liegt vor, wenn jemand zum Lernen „von außen“ veranlasst wird, beispielsweise um Lob zu bekommen oder Tadel und Strafe zu vermeiden, um eine bessere Note zu erhalten oder aus Sympathie der Lehrerin und dem Lehrer gegenüber (vgl. Wiater 2014, 52). Csikszentmihalyi und Schiefele sprechen von extrinsischer Motivation, „wenn eine Handlung hauptsächlich wegen bestimmter mit ihr verbundener Konsequenzen, die zu der Handlung selbst in keinem direkten Verhältnis stehen, erfolgt“ (Csikszentmihalyi/ Schiefele 1998; zitiert nach Glötzl 2000, 237). Extrinsisch motivierte Handlungen treten deshalb in der Regel nicht spontan auf, sondern werden von außen initiiert (vgl. Glötzl 2000, 237). Extrinsische Motivation bewirkt überwiegend, dass die Schülerinnen und Schüler an Fächern und am Lernen überhaupt die Lust verlieren und später von dem in der Schule Gelernten nichts mehr wissen wollen (vgl. Brunnhuber 1976, 21). Dennoch schließen sich extrinsische Motivation und Selbstbestimmung nicht aus: Ob eine Handlung als fremd- oder selbstbestimmt wahrgenommen wird, hängt davon ab, wie stark sich der und die Handelnde mit den extrinsischen Zielen persönlich identifiziert (vgl. Tenorth/ Tippelt 2007, 227). Lernt eine Schülerin oder ein Schüler, weil eine weitere Person dies von ihr oder ihm erwartet, ist diese Verhaltensregulation external. Lernt sie oder er, weil sie oder er sich sonst gegenüber Mitmenschen minderwertig vorkommen würde, ist diese Verhaltenssteuerung introjiziert. Lernt eine Schülerin oder ein Schüler, um schulisch oder beruflich voranzukommen, ist diese Verhaltensregulation integriert (vgl. Glötzl 2000, 238). Die Klassifizierung in intrinsische und extrinsische Motivation birgt darüber hinaus die Gefahr, intrinsisch motivierte, selbst bestimmte Handlungen als positiv und extrinsisch motivierte Handlungen als negativ einzustufen.

Beide Orientierungen schließen sich jedoch nicht aus, sondern bilden die gemeinsame Basis für selbstbestimmtes Handeln. So entsteht im Laufe der Entwicklung eines Menschen sein individuelles Selbstkonzept. Es ist durch eine charakteristische Struktur an selbstbezogenen Wissensbeständen, an Fähigkeiten, Kenntnissen, Überzeugungen, Einstellungen, und Zielsetzungen gekennzeichnet und äußert sich in der Wahrnehmung, Einschätzung und Bewertung des eigenen Verhaltens, der eigenen Leistungsmöglichkeiten, Fähigkeiten, Einstellungen zur Bewältigung geforderter Aufgaben und der Reaktion der Mitmenschen (vgl. Glötzl 2000, 237-238). Aus empirischen Studien wissen wir, dass jeder junge Mensch sich im Laufe der Zeit ein Bild von sich selbst macht, ein Selbstkonzept entwickelt, wenn auch auf unterschiedlichem Niveau. Aus neueren Psychoanalysen ist bekannt, dass das Selbstwertgefühl Heranwachsender sich in dem Maße bildet, wie sie verlässliche, vertrauensvoll-ruhige Zuwendung erfahren haben. Das Vertrauen in die Menschen ist daher ein wesentlicher Grundwert. Entscheidend ist weiter, ob ein und ggf. welches Gerüst von Werten, Normen und guten Gewohnheiten dem Heranwachsenden angeboten werden kann. Die Dialektik von Orientierungs- und Anspruchsrepräsentanzen kann dem Individuum helfen, sich selbst zu finden und seinen Platz in den je eigenen sozialen Verhältnissen zu gewinnen. Diese Dialektik ist deshalb wichtig, weil mit ihr bloße Abhängigkeitsverhältnisse und pure Freigaben ersetzt werden durch einen Vorgaberahmen, der freigibt und gleichzeitig bindet, der Individualität und Soziabilität fördert (vgl. Bönsch 2006a, 214).

Die intrinsische und extrinsische Motivation steuern sowohl die Lern- als auch die Leistungsmotivation. „Lernmotivation liegt vor, wenn ein Individuum den Wunsch oder die Absicht hat, bestimmte Inhalte oder Fähigkeiten zu erlernen“ (Reiss/ Hammer 2013, 40). „Lernmotivation ist keine feste Eigenschaft eines Schülers, sondern entsteht immer wieder neu als Wechselprodukt zwischen Schülermotiven und situativen Anregungsvariablen der Unterrichtsführung“ (Lukesch 1998; zitiert nach Glötzl 2000, 231). „Lernmotivation kann also nicht ‚mitgebracht‘ werden, weil sie erst in der aktuellen Situation entsteht“ (Prenzel zitiert nach Glötzl 2000, 231). Dabei wird sie von verschiedensten Bedingungsfaktoren, die die Persönlichkeitsmerkmale des Lernalters, Bedingungen des sozialen Umfeldes, die Gestaltung der Lernumwelt und die Steuerung der Lernsituation betreffen, bestimmt. Frühere Entwicklungsbedingungen wirken auf aktuellen Bedingungsfaktoren ein. Dazu zählen die Bedingungen in der Person, des sozialen Umfeldes des Lernalters und der Lernsituation und des Lerngegenstandes. Die aktualisierten motivationalen Orientierungen und Lernmotivationen steuern wiederum die kognitiven, psychomotorischen und emotional-affektiven Prozesse während der Lernhandlung (vgl. Glötzl 2000, 234-236). Zu den überdauernden Persönlichkeitsvariablen der Lernmotivation zählen die Leistungsmotivation, die Wertschätzung bestimmter Lehrbereiche und die sozialen Motivationen, wie Identifikation, Zustimmung, Geltung und Strafvermeidung. Situationsabhängige Anregungsvariablen sind der Erreichbarkeitsgrad und Anreizcharakter von gestellten Aufgaben und der Neuigkeitsgehalt eines Stoffes. Leistungsmotivation und die Wertschätzung von Lernbereichen, die Erreichbarkeit und

der Anreiz- und Neuigkeitscharakter von Aufgaben zählen zu den intrinsischen Variablen der Lernmotivation. Extrinsische Variablen spielen dennoch bei allem Lernen eine ebenfalls bedeutsame Rolle (vgl. Brunnhuber 1976, 22). „Leistungsmotivation ist an den Erfolg des Lernens bzw. das Vermeiden von Misserfolg geknüpft“ (Reiss/ Hammer 2013, 40). Nach Heckhausen ist Leistungsmotivation das Bestreben „die persönliche Tüchtigkeit in allen jenen Tätigkeiten zu steigern oder möglichst hoch zu halten, in denen man einen Gütemaßstab für verbindlich hält und deren Ausführung deshalb gelingen oder misslingen kann“ (Heckhausen 1989; zitiert nach Glötzl 2000, 232). Sie ist abhängig von der Förderung der kindlichen Selbstständigkeit der Leistungserwartung und dem Bekräftigungsverhalten der Eltern bei Erfolg und Misserfolg, der Beobachtung und Nachahmung der Eltern, dem Anregungs- und Aufforderungsgehalt der Lernumwelt und der Wahrnehmung unterschiedlicher Aufgabenschwierigkeiten (vgl. Glötzl 2000, 232). Leistungsmotivation kann beispielsweise auf gute Noten oder andere Formen der Anerkennung ausgerichtet sein. Diese Form der Motivation ist nicht primär an ein Fach gebunden, zeigt sich im schulischen Kontext allerdings oft fachbezogen (vgl. Reiss/ Hammer 2013, 40). Erwähnt soll noch werden, dass die Leistungsmotivation eine überdauernde Variable ist, die nicht anlagemäßig vorgegeben ist, sondern fortwährend wächst (vgl. Brunnhuber 1976, 22-23). So bilden Leistungsmotive „Selbstbekräftigungssysteme“, bei denen kognitive wie motivationale Bedingungen und Entwicklungen eng miteinander verknüpft sind. In der Schule fallen sowohl die leistungsmotivierten als auch misserfolgsorientierten Schülerinnen und Schüler auf. Leistungsmotivierte Lernende schätzen ihre schulischen Fähigkeiten hoch ein und haben ein hohes Selbstkonzept. Sie führen ihre Erfolge auf die eignen Fähigkeit und Anstrengung zurück und erklären Misserfolge durch nicht kontrollierbare Umstände oder durch mangelnden eigenen Einsatz. Erfolge erhöhen ihre künftigen Leistungserwartungen. Ihre realistischen Zielsetzungen und positiven Ursachenerklärungen eröffnen die Aussicht auf eine positive Selbstbewertung. Misserfolgsorientierte Lernende fallen durch große Ängstlichkeit gegenüber schulischen Leistungsanforderungen und ein geringes Selbstkonzept auf. Sie führen schwache schulische Leistungen auf mangelnde Begabung und Fähigkeiten zurück und suchen Entschuldigungen für ihr Versagen. Ängstliche Schülerinnen und Schüler erleben besonders den Vergleich mit anderen als Bedrohung ihres Selbstkonzepts. Sie setzen sich unrealistische Ziele und bevorzugen sehr leichte Aufgaben. Die motivational ungünstigen Ursachenklärungen führen zu negativen Selbstbewertungen und nehmen die Hoffnung, durch vermehrte Anstrengungen zu Erfolgen zu gelangen (vgl. Glötzl 2000, 232-233). Beim Unterricht in der Schule geht es um das Zusammenwirken einer motivierenden Lernsituation und einer stärker oder schwächer motivierten Schülerin und eines stärker oder schwächer motivierten Schülers.

Eng mit der intrinsischen Lernmotivation verknüpft ist der Begriff des Interesses, der meist stärker mit bestimmten Inhalten verbunden ist und regelmäßig eine gegenstandsspezifische Komponente umfasst (vgl. Reiss/ Hammer 2013, 40). Es gibt jedoch auch Belege dafür, dass Schülerinnen und Schüler, die

sich für ein bestimmtes Thema interessieren, oft auch besonders gute Leistungen zeigen. Eine Metaanalyse haben Schiefele, Krapp und Winteler vorgelegt (vgl. Ferdinand 2010, 71). Interesse bezeichnet subjektiv hoch bewertete Vorlieben für bestimmte Lerngegenstände, -inhalte oder -gebiete und die damit verbundenen Tätigkeiten und Handlungen (vgl. Glötzl 2000, 242). Es wird zunehmend „als eine auf Selbstbestimmung beruhende motivationale Komponente des intentionalen Lernens interpretiert, das die besondere Beziehung einer Person zu einem Erfahrungs- oder Wissensbereich (Lerngegenstand) zum Ausdruck bringt. Interesse bezeichnet solche Person-Gegenstands-Relationen, die für das Individuum von herausgehobener Bedeutung sind und mit (positiven) emotionalen und wertbezogenen Valenzen verbunden sind“ (Krapp 1998; zitiert nach Glötzl 2000, 242). Bedingungen für Interessenhandlungen sind sowohl individuelle, persönliche Interessen, also die subjektive Wertschätzung von Lerninhalten und Gegenständen, sowie das situationale Interesse, das durch Interessantheit eines Lerngegenstandes bzw. der Lernsituation ausgelöst wird. Letzteres wird durch äußere Faktoren hervorgerufen und spielt vor allem in der Anfangsphase der Interessensweckung oder bei schwach ausgeprägtem Interesse eine wichtige Rolle. Sie veranlassen die Schülerin und den Schüler, sich dem Lehrgegenstand zuzuwenden, sich längere Zeit mit ihm zu beschäftigen, neue Aspekte zu entdecken und dadurch individuelle Interessen auszubilden (vgl. Glötzl 2000, 243-245). „Laut der Selbstbestimmungstheorie der Motivation (Deci & Ryan, 1993) sind die Bedürfnisse nach Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit diejenigen, ohne deren Erfüllung seelische Gesundheit nicht möglich ist“ (Ferdinand 2000, 75). Interesse zeigt sich im selbst bestimmten, selbstintentionalen sowie freiwilligen, wiederholten, freundvoll handelnden Umgang mit Gegenständen, begleitet von positiven Gefühlen (vgl. Glötzl 2000, 243-245). „Interessenhandlungen sind aber selbstintentional, d.h. auf den Interessensgegenstand bezogen und somit intrinsisch motiviert. Sie können zwar angeregt, aber nicht von außen gesteuert oder kontrolliert werden“ (Bikner-Ahsbahr 1999, 31). Man wird Interesse beispielsweise für ein bestimmtes Fach oder einen ausgewählten Inhaltsbereich haben bzw. entwickeln. „Es kann sich einerseits um eine relativ stabile Disposition eines Individuums handeln, andererseits aber auch mit einer Situation verbunden sein. Vereinfacht gesprochen kann man sich permanent für das Fach Mathematik interessieren oder gelegentlich für ganz spezielle Fragen und Inhalte Interessen entwickeln“ (Reiss/ Hammer 2013, 40). Jüngere Schülerinnen und Schüler sind zum Beispiel in der Regel in diesem Sinne motiviert, wenn sie in die Schule kommen und Lesen, Schreiben und Rechnen lernen möchten. Auch beim Übergang von der Grundschule an eine weiterführende Schule sind die Kinder häufig ohne Zusatzbedingungen für das Lernen motiviert und wollen sich mit neuen Fächern und Inhalten auseinandersetzen (vgl. Reiss/ Hammer 2013, 40). Ergänzt muss an dieser Stelle noch werden, dass viele Studien (z.B. Baumert & Köller et al., 2000) von einer deutlichen Abnahme des Interesses in der Sekundarstufe I berichten (vgl. Ferdinand 2000, 73).

„Motivierung umfasst alle Maßnahmen, die jemand ergreift, um bei einem anderen Motivation herbeizuführen, also Interesse, Aufmerksamkeit und Lernwollen zu wecken“ (Wiater 2014, 52). Dazu gehören die Aktivierung, Aktualisierung und Förderung von Lern-, Leistungsmotivation, Interesse und Lernfreude der Schülerinnen und Schüler (vgl. Glötzl 2000, 232). Die Motivierung erleichtert dabei das Lernen und schafft Lern- und Leistungsbedürfnisse. Sie soll die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler auf den Lerninhalt und die Lernziele richten helfen, wobei meist nicht ausschließlich sachbezogen und zielimmanent motiviert werden kann, sondern auch zielunabhängige und appellierende Motivationsformen erforderlich sind. Die Motivierung muss während des gesamten Lernvorgangs und bei allen Lernschritten bedacht werden. Beim Unterrichtsprinzip der Motivierung geht es nicht darum, möglichst geschickt die Schüler- und Schülerinnenakzeptanz für einen vorgegebenen Lernstoff herzustellen. Vielmehr meint Motivation auch, dass die Schülerinnen und die Schüler im Unterricht Gelegenheit bekommen, ihre Motive bei der Auswahl der Thematisierung der Lerninhalte und -ziele zur Geltung zu bringen (vgl. Wiater 2014, 52-53). „Motivierung drückt aus, dass im Unterricht die Lern- und Leistungsbedürfnisse der Schüler und Schülerinnen berücksichtigt, geweckt und erhalten werden sollen“ (Wiater 2014, 53).

### **Begründungen**

Warum ein Mensch in augenscheinlich gleichen Situationen nicht auch gleich agiert oder reagiert ist eine Frage nach seiner Motivation und seinem Wollen. Die Anthropologie verweist zur Beantwortung auf die personalen Faktoren des Menschen wie Charakterzüge, Einstellungen, Überzeugungen, Interessen, Fähigkeiten und Temperamente oder auf seine Trieb-, Instinkt, und Bedürfnisausstattung. Homöostatische Antriebe wie Hunger und Durst und nicht-homöostatische Antriebe wie Neugier, Betätigungsdrang oder Sexualtrieb veranlassen den Menschen zum Handeln, sobald sie im Ungleichgewicht sind. Dabei haben nicht alle Bedürfnisse zur gleichen Zeit gleich starke Auswirkung. Neben der Annahme einer hierarchischen Ordnung geht man davon aus, dass auch die Tätigkeit selbst und die Möglichkeit zur Leistungserbringung oder zur persönlichen Weiterentwicklung motivierend wirken (vgl. Wiater 2014, 53). Dabei ist die Bewertung von Handlungs- und Lernsituationen von Bedeutung. Während die kognitiv-mentale Ebene die Situation verarbeitet und Denkstrategien anwendet, werden auf der emotional-affektiven Ebene die auftretenden Gefühle im limbischen System als hochkonzentrierte affektive Gesamterfahrungen gespeichert. In letzter Instanz, der biologisch-physiologischen Ebene erfolgen körperliche Antworten und die Veränderung auf die Lernsituation (vgl. Bauer 2002, 13). Die emotional-affektive Ebene, die Gefühle, dominieren dabei. Sie treten vor dem Bewusstsein auf, beeinflussen also das Denken und nicht umgekehrt. Die Emotion steuert die Kognition. Dies kann sowohl zu positiven als auch negativen Bewertungen der Lernsituation führen. Stressoren wie zum Beispiel Zeit- oder Leistungsdruck erzeugen negative Gefühle und lassen die

Lernsituation negativ erscheinen. Das Lernen ist somit gehemmt und der Wissensabruf verringert. Freudige Erwartungen hingegen rufen positive Emotionen ab und lassen die Situation unter einem positiven Licht erstrahlen. Die Begünstigung des Lernens und der Wissensabfrage ist die Folge (vgl. Baake 1999, 178). Neuere Arbeiten belegen zudem, dass Emotionen häufig fachspezifisch sind, also Fächer wie Mathematik und Deutsch ganz unterschiedliche Emotionen hervorrufen können (vgl. Reiss/Hammer 2013, 43). Als Grundmotive des Menschen werden üblicherweise Neugierde, Erkunden, Spielen, Nachahmen, Aktivitätsdrang und Funktionslust, Lust am Selbertun, Gewinnung von Lust und Vermeidung von Unlust und Kompetenzerwerb bezeichnet. Erworbene Motive sind der Wunsch nach Betätigung und Anerkennung, der soziale Bezug, Sachinteresse, Erfolgsbedürfnis und Schaffensfreude. Nach Heckhausen und Kuhl lässt sich motivationstheoretisch der Erwerb eines Erfahrungsrepertoires, mit dem der Mensch beurteilt, ob eine Situation ihn zum Handeln veranlasst, wie folgt erklären: Jeder Mensch macht von Beginn seines Lebens an mit seinen primären Verhaltensmöglichkeiten in bestimmten Grundsituationen individuelle Erfahrungen. Diese sind sowohl von inneren als auch äußeren Faktoren abhängig. Auf diese Weise bildet sich beim Menschen nach und nach ein individuelles Motivsystem. Hinzu kommt noch der Wille des Menschen, der dafür verantwortlich ist, warum unerfüllte Ziele, Absichten und Vorsätze weiter verfolgt werden und auf das Selbst und die eigene Identität zurückzuführen sind. Nach Gollwitzers Willenstheorie hemmen oder fördern Informationsvorbereitungsprozesse die Handlungsentscheidungen, speichern Handlungsabsichten und bestimmen einen Handlungsplan. So stabilisieren sie den Menschen gegenüber seinen vielen Wünschen, Neigungen und Handlungsimpulsen und schirmen ihn nötigenfalls gegenüber deren Motivationen ab. Die philosophische Anthropologie nennt als Wesensmerkmal des Menschen seine Entscheidungsfreiheit, seinen freien Willen und seine Offenheit. Bei der Wahl alternativer Handlungsmöglichkeiten strebt er grundsätzlich nach dem Guten und identifiziert es nach seinen subjektiv erworbenen Wertvorstellungen als solches. Auch kann der Mensch sich in die Gefühle und Situationen anderer versetzen. Im normativen Kontext weltanschaulicher Argumentationen wird er motiviert, das Gute zu tun und das Böse zu lassen (vgl. Wiater 2014, 53-54).

Ebenso findet die Motivation in der Psychologie, genauer in der Neurophysiologie, ihre Begründung. „Die Motivation [ist] eine Erregung in bestimmten Zentren des Hypothalamus in Verbindung mit dem Limbischen System und der Formatio Reticularis und ggf. noch weiterer Hirngebiete [...]. Das Regelsystem homöostatischer Antriebe [...] wird von innen ausgelöst und verlangt nach einem inneren Gleichgewicht [...]. Das Regelsystem nicht-homöostatischer Antriebe [...] wird extern ausgelöst und drängt nicht auf Sättigung, sondern auf Fortsetzung und Steigerung bis zu einem Höhepunkt, dem eine wohltuende Entspannung folgt“ (Wiater 2014, 55). Das Limbische System stellt einen Zusammenhang zwischen seelisch-affektiven Zuständen (Gefühlen) und körperlichen Reaktionen her. Die hormonellen Vorgänge filtern dabei die Informationen, die an das Gehirn gelangen, emotional vor.

Jedoch können diese gefühlsmäßigen Bewertungen auch kognitiv überformt werden. Die enge Verbindung von Emotion und Kognition ist für die Handlungsmotivation des Menschen von großer Bedeutung. Neuere Motivationstheorien der Lernpsychologie sind stark kognitiv orientiert. Zwar spielt auch bei ihnen die Befriedigung von Bedürfnissen im Sinne Maslows eine große Rolle, wobei die Hauptmotivation im Bedürfnis des Menschen nach Selbstverwirklichung, verbunden mit seiner Offenheit für neue Erfahrungen, Gefühle und Ideen gesehen wird. Entscheidend ist nicht ein Bedürfnisreiz, sondern die Fähigkeit eigene Ziele und Absichten zu realisieren. Heckhausen verweist darauf, dass die Motivation beim Menschen ein intrinsischer Bewertungsprozess ist, bei dem dieser den Wert des Handlungsergebnisses für sich selbst kalkuliert und zu dem dafür zu erbringenden Aufwand in Beziehung setzt (vgl. Wiater 2014, 57). „Die Erwartungen und Beurteilungsprozesse der Individuen sind ihren Verhaltensweisen und Handlungen vorgelagert. Selbst ein hoch attraktives Ziel aktiviert kein Verhalten, wenn die Erwartung gering ist, es erreichen zu können“ (Glötzl 2000, 229). Die Vorstellungen zur intrinsischen Motivation sind durch die Interessenstheorien abgeändert worden. Im Gegensatz zur intrinsischen Motivation sind Interessen meist überdauernd vorhanden. Sie entstehen, wenn der Mensch bei der Auseinandersetzung mit einem Gegenstand oder einer Tätigkeit die Erfahrung macht, dass ihm die Beschäftigung damit eine besondere Art persönlicher Befriedigung und das Erlebnis der Selbstintentionalität verschafft. Da Interesse in der Regel über einen längeren Zeitraum andauert, kommt es beim Lernen darauf an, durch Ausnutzen des natürlichen Neugierverhaltens der Schülerinnen und Schüler deren Interesse an Lerninhalten und Unterrichtsfächer zu wecken. Denn aus empirischen Untersuchungen geht hervor, dass Interessierte die Sinnstrukturen von Lerngegenständen besser erfassen, über bessere Lernstrategien verfügen, konzentrierter arbeiten und emotional positiver gestimmt lernen. Auch sind die Vorstellungen zur intrinsischen Motivation durch die Theorie des Flow-Erlebens, bei der der Mensch etwas um der Sache selbst willen tut, modifiziert worden. Die Ursache für die intrinsisch motivierten Tätigkeiten liegt in einem ganzheitlichen Gefühl des völligen Aufgehens in dieser Tätigkeit, wobei der Mensch dieses Gefühl als Belohnung empfindet. Es entstehen in ihm unmittelbare Vollzugsgenüsse, der Mensch fühlt sich gut dabei und bestätigt, die Dinge selbst zu steuern und immer weiter zu kommen. Er ist mit fokussierter Aufmerksamkeit dabei, er agiert zeitvergessen, genießt den Zustand des Agierens, entwickelt seine Begabungen weiter und kann immer größeren Anforderungen genügen (vgl. Wiater 2014, 55-57). Dem gegenüber hat „die Theorie der kognitiven Dissonanz (L. Festinger, B. Bossong) [...] ebenfalls Bedeutung für die Begründung von Motivierungen. Sie besagt, dass jeder Lernende die Leistungsergebnisse erreichen möchte, die seiner Selbsteinschätzung entsprechen“ (Wiater 2014, 57-58). Oft werden aus einem Zustand des Staunens und Sich-Wunderns heraus produktive Kräfte freigesetzt. Interessante Zusammenhänge und überraschende Wendungen regen die Neugierde an und schaffen ein für die Entdeckungen günstiges Klima. Dies gilt insbesondere auch für scheinbare oder tatsächliche Widersprüche, Paradoxa, Diskrepanzen, Unstimmigkeiten und Lücke, die zu

kognitiven Konflikten führen (vgl. Bauer 1980, 21). „Besteht zwischen dem Leistungsergebnis und der Selbsteinschätzung eine Spannung (Diskrepanz, Dissonanz), wird der Lernende versuchen, sie aufzuheben oder zu vermeiden. Voraussetzung dafür sind zwei Einschätzungen (Kognitionen): die Einschätzung der eigenen Fähigkeit und die Einschätzung der Schwierigkeiten der Aufgabenstellung. Um der Selbstidentität willen wird der Lernende motiviert, sein Anspruchsniveau zu verändern - entweder an den negativen Lernerfahrungen nach unten zu korrigieren oder durch mehr Anstrengungen bessere Ergebnisse zu erzielen“ (Wiater 2014, 57-58).

In der Geschichte der Pädagogik hat sich vor allem J. F. Herbart mit der Frage der Motivierung befasst. „Seiner Meinung nach besteht die Seele des Menschen aus Vorstellungen und inneren Zuständen, die sich aufgrund von Erfahrungen zu Gedankenmassen oder ‚Gedankenkreisen‘ verdichten. Sie äußern sich als Interesse des Menschen, das seine Wahrnehmung steuert, Assoziationen zu neuen Vorstellungen herstellt und dies dann in den bestehenden Gedankenkreis integriert. Da Unterricht die Gedankenkreise der Schülerinnen/Schüler aufbauen soll, muss darauf geachtet werden, ein möglichst vielseitiges Interesse bei ihnen zu wecken und auszubilden [...]“ (Wiater 2014, 58). Vielseitiges Interesse meint empirisches, spekulatives, ästhetisch-moralisches, sympathisches, soziales und religiöses Interesse. Herbart war es auch, der mit seiner Formalstufentheorie den Impuls zur Festlegung des Unterrichts in Artikulationsschritten gegeben hat. Seitdem gestaltet sich der Beginn der Unterrichtsstunde als Motivationsphase mit Zielangabe und Hinführung zum Thema. Auch die Reformpädagogen sprachen sich dafür aus, das Lernen an den Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler zu orientieren. Auch legte M. Montessori bei der Entwicklung ihres Arbeitsmaterials Wert darauf, die Aufmerksamkeit von Kindern über einen längeren Zeitraum auf sich zu ziehen. In der Systematik zeigt sich eine enge Verbindung zwischen Lernen, Leisten und Motivation. Fehlt die Motivation bei den Schülerinnen und Schülern, kommen ihre Kompetenzen nicht zum Tragen. Erfolgreiches Lernen setzt nicht nur Lernfähigkeit, sondern auch Lernbereitschaft voraus, die wiederum braucht genügend Lernmotive. Eine klare Unterscheidung zwischen intrinsischen und extrinsischen Motiven ist dabei für den Einzelnen nicht immer klar zu unterscheiden. Vielmehr bedingen sie sich wechselseitig. Lern- und Leistungsanreize gehen von Aufgaben, Themen und Problemen aus, die von den Schülerinnen und Schülern als interessant empfunden werden und die Neugier und den Explorationsdrang wecken. Das Leistungsmotiv wird angeregt, wenn die Hoffnung auf Erfolg stärker als die Angst vor Misserfolg ist und wenn es bei einer Aufgabe positive Anreizwerte gibt, beispielsweise etwas dazulernen, etwas Interessantes erfahren, Spaß haben, mit sich selbst zufrieden sein werden oder eine Belohnung bekommen. Nach der Lösung der Aufgabe überprüft der Schüler und die Schülerin, ob er und sie tatsächlich mit sich selbst zufrieden sein können. Dabei wird das Ergebnis mit dem Wert, des es für ihn oder sie hat, mit dem eigenen Gütestandard. Sie machen sich klar, ob er oder sie für das Ergebnis selbst verantwortlich sind oder ob äußere Umstände mitgespielt haben. Das



Ergebnis der Selbstprüfung hat wiederum Folgen für zukünftige Lernsituationen (vgl. Wiater 2014, 58-60).

Die soziologisch-gesellschaftliche Begründung findet sich vor allem im Lernen wieder. „Die demokratische Gesellschaft geht von einem Bürger aus, der mündig ist und seine Mündigkeit gegenüber allen Veränderungen in der Um- und Mitwelt möglichst nicht verliert“ (Wiater 2014, 60). In der heutigen Wissensgesellschaft ist die Beschaffung, Bewertung und Nutzung von Wissen eine unabdingbare Schlüsselqualifikation. Deshalb muss der Mensch permanent umlernen und lebenslang lernen. Die Bereitschaft dazu ist unabdingbar. Auch bei Misserfolgs- und Frustrationserlebnissen muss der Einzelne sach- und personengerecht zum Lernen und Weiterlernen veranlasst werden. Ein weiteres Ziel ist ferner die Weckung und Entfaltung von Interessen. Nur wenn der Mensch die für seine Identitätsfindung förderlichen Interessen zu entwickeln befähigt ist, kann er in der Erlebnisgesellschaft mit all seinen Optionen, Konsum-, Genuss- und Raschangeboten zurechtkommen (vgl. Wiater 2014, 60).

### **Allgemeindidaktische Aspekte**

In die unterrichtlichen Vorüberlegungen fließt mit ein, dass kulturelles, soziales und fachliches Lernen nur gelingen kann, wenn die Kinder und Jugendlichen die Lerninhalte und Lernziele zu Inhalten und Zielen ihres eigenen Lernens machen. Dazu müssen sie sachbezogen (intrinsisch) und sachfremd (extrinsisch) motiviert sein (vgl. Wiater 2014, 60). Darüber hinaus müssen sie den Unterricht als sinnhaft wahrnehmen. Die Verantwortung für das eigene Lernen setzt die innere Akzeptanz des Unterrichts und der eigenen Rolle voraus (vgl. Jahnke 2004, 6). Die Motivierung der Schülerinnen und Schüler beginnt mit einem interessanten, effektvollen Unterrichtseinstieg, um Aufmerksamkeit, Lernbereitschaft und Leistungswillen bei den Lernenden auf das folgende Unterrichtsgeschehen zu lenken. Da diese weder für die Einzelstunde, noch für eine dauerhafte Lernmotivierung ausreichen, sind im Verlauf der Unterrichtsstunde neue Anreize und Motivationen vorzusehen (vgl. Wiater 2014, 61-62). Zwar kann das Interesse der Schülerinnen und Schüler von der Lehrkraft anfangs leicht geweckt werden, indem sie die Aufmerksamkeit auf einen Gegenstand oder Sachverhalt lenkt. Ab diesem frühen Punkt der Interessenentwicklung ist es jedoch notwendig, dass eine Passung zwischen Person und Gegenstand besteht, damit sich die spezifische Person-Gegenstandbeziehung entwickeln kann (vgl. Ferdinand 2000, 75). Das Prinzip Motivation verlangt darüber hinaus pädagogische und didaktische Maßnahmen, die sich insgesamt am Bild motivierter Schülerinnen und Schüler orientieren (vgl. Wiater 2014, 61-62). Jede Art von Motivation kann dabei vorab auf zwei Ebenen untersucht werden (vgl. Glötzl 2000, 239-240):

- Ebene der dispositionalen Merkmale. Sie will herausfinden, welche vorhandenen persönlichkeitspezifischen Motivationsfaktoren in konkreten Lernsituationen das Auftreten intrinsischer Motivation wahrscheinlich machen.
- Ebene der aktuellen Prozesse des Lerngeschehens. Sie beschäftigt sich damit, wie Erziehungs- und Sozialisationsinstanzen durch eine entsprechende Gestaltung der Lernumwelt intrinsische Motiviertheit, eine allgemeine intrinsische motivationale Orientierung und gegenstandsspezifische Interessen wecken und fördern können.

Die Förderung intrinsischer Motivation durch die Lehrerin und den Lehrer zeichnet sich aus durch (vgl. Glötzl 2000, 248-251)

- die Förderung der Kompetenz der Schülerinnen und Schüler. Lernende erleben Kompetenz, wenn Aktivitäten ein optimales Anforderungsniveau besitzen, sie problemlösend-entdeckend und handelnd lernen, differenzierte Aufgaben bearbeiten, Hilfestellung sowie positiv informative Rückmeldung bekommen, sich selbst kontrollieren oder als Tutoren agieren können.
- die Ermöglichung von Selbstbestimmung und Autonomie der Schülerinnen und Schüler. Die Autonomie der Lernenden wird unterstützt, wenn ihnen Wahlmöglichkeiten und Entscheidungsspielräume zugestanden und ihre Wünsche und Interessen miteinbezogen werden.
- die Förderung der sozialen Anerkennung und Eingebundenheit. Die Qualität der Beziehung eines Lernenden zu den Eltern und Lehrern erwies sich in Studien als signifikanter Prädiktor für verschiedene Kriterien der Schulischen Leistungsfähigkeit. Lehrerinnen und Lehrer haben vielfältige Möglichkeiten, eine vertrauensvolle Beziehung zu ihren Schülerinnen und Schülern aufzubauen, ihnen in einer entspannten, Konkurrenzdenken abbauenden Lernatmosphäre Wertschätzung, soziale Anerkennung und Unterstützung ihrer Autonomie zukommen zu lassen und ihre sozialen Beziehungen durch soziale Arbeitsformen zu unterstützen.

Motivierte Lernende trauen sich etwas zu, erleben sich als wirkungsvoll, gehen bewusst und zielgerichtet an Aufgabenstellungen heran und freuen sich an Tätigkeiten und Lernfortschritten. Deshalb sollen förderliche Bedingungen in Schule und Unterricht geschaffen werden, sodass diese (vgl. Wiater 2014, 61-62)

- die Funktionslust der Schülerinnen und Schüler fördern, dass diese selbstständig lernen können, dass Spiele als Lernmittel genutzt werden, dass Schülerinnen und Schüler etwas herstellen und in der Schule Unterricht und Lebensumwelt etwas bewirken können.
- jeden Schüler und jede Schülerin Könnenserfahrungen machen lassen und dies auch öffentlich anerkennen, nicht nur allein im Unterricht, sondern auch außerhalb des

Unterrichts bei Aktionen und Aktivitäten des Schullebens, sodass sie sowohl Lob und Anerkennung von anderen bekommen als auch Erfolg und Selbstbestätigung erfahren.

- für eine offene, akzeptierende Lern- und Gesamtatmosphäre sorgen, die Geborgenheit und Sicherheit gibt. Hier ist es erlaubt Fehler zu machen und daraus zu lernen, sich an bisher Ungewohntes zu wagen, im Wettbewerb mit anderen zu stehen und Verantwortung zu übernehmen.
- neugierig auf Menschen, Sachen und Probleme machen. Fertige Resultate und Lösungen verhindern dies. Dahingegen sollen die Schülerinnen und Schüler den „Sachen“ direkt begegnen, „echte“ Fragen stellen und geschickte Impulse setzen, Vermutungen und Hypothesen aufstellen, Experimente durchführen sowie Explorationsdrang und Entdeckerfreude verspüren.
- die besonderen Stärken, Interessen und Neigungen der Schülerinnen und Schüler wahrnehmen. Die Lernenden sollen sich mit ihren besonderen Fähigkeiten einbringen oder ihrem Vorbild nacheifern können.
- Überforderung und Unterforderung vermeiden. Damit die Schülerinnen und Schüler nicht die Lust an der Schule und am Lernen verlieren, bedarf es beispielsweise einer Lehrkraft im Sinne eines Lernhelfers, einem klar strukturierten Unterrichtsverlauf, einem differenzierten Unterricht, Veranschaulichungen, lebensnahen Aufgaben, dem Festhalten von Teilergebnissen sowie zusätzliche Förderangeboten.
- ein positives Leistungsselbstbild bei den Schülerinnen und Schülern aufbauen helfen. Dies geschieht durch Aufgaben des für den Lernenden nächst höheren Erreichbarkeitsgrads und durch eine angst- und repressionsfreie Leistungsmessung, die den individuellen Lernfortschritt rückmeldet und dem Schüler und der Schülerin gezielte Hilfen zum Erreichen seiner und ihrer Ziele anbietet.
- leistungsfreie Zeiten beinhalten. Darin sollen sich die Schülerinnen und Schüler in eine Aufgabe vertiefen, sich selbst Ziele setzen, einen Handlungsplan entwerfen und Freude am Tun entwickeln dürfen.
- Schülerinnen und Schüler an der Planung des Unterrichts beteiligen und ihnen Anreize geben, sich mit einer Sache ausführlicher und intensiver zu befassen.
- eine Lernumwelt bereitstellen, die das Lernen fördert und Lernideen entstehen lässt.
- Anreize schaffen. Beispielsweise Lob, Ermutigungen, Preise, materielle Bekräftigungen für selbstinitiierte Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern innerhalb und außerhalb der Schule.

Brunnhuber (vgl. Brunnhuber 1976, 25-27) ergänzt hierzu die „originale Begegnung“, die die Sachverhalte in lebendige Handlungen zurückführt, aus denen sie entsprungen sind sowie den

Möglichkeiten des Kontrastreichtums, der Überraschung und Vorstellung von Entscheidungssituationen.

### **Mathematikdidaktische Aspekte**

Die Motive der Schülerinnen und Schüler sind unterschiedlich ausgeprägt, dies gilt auch für diejenige, Mathematik zu treiben. Für die Motivation sind folgende Motive zentral im Mathematikunterricht (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 217):

- kognitiver Trieb: Wunsch nach Wissen und Verstehen
- Lebenszweckmotiv: Wunsch nach besserer Lebensbewältigung
- Leistungsmotiv: Wunsch nach Steigerung des eigenen Leistungsniveaus
- Selbstverwirklichungsmotiv: Wunsch nach Selbstständigkeit und Eigenverantwortlichkeit
- Machtmotiv: Wunsch, andere zu dominieren
- Anschlussmotiv: Sozialtrieb
- ästhetisch-ethisches Motiv: Bedürfnis nach Ordnung, Genauigkeit oder Schönheit im weitesten Sinne.

Diese wiederum sind deutlich auf die unmittelbar praktische Verwertbarkeit und die berufliche Nützlichkeit der Mathematik ausgerichtet. Um vorhandene Motive zu aktivieren, diese auszuweiten und neue zu entwickeln, bedarf es dem Motiv der kognitiven Erkundung bzw. Exploration, das als Basis- resp. Zentralmotiv eines interessenorientierten Mathematikunterrichts gilt. Es scheint wichtig zu sein, Erfahrungen aus Motivationssituationen zu machen und diese emotional und kognitiv zu verarbeiten. Die Schülerinnen und Schüler müssen sich mit ihren Motiven, Problemen, Interessen und Werthaltungen explizit auseinandersetzen. Sie müssen mit der Unterstützung des Lehrers und der Lehrerin lernen, schulische Lerngegenstände aus einer individuellen Perspektive zu betrachten, sich motivationale Beziehungsstrukturen bewusst zu machen und Sinnzusammenhänge zu erkennen (vgl. Bauer 1988, 230). Darüber hinaus spielt die Eigentätigkeit eine entscheidende Rolle. Die Schülerinnen und Schüler müssen erfahren können, dass erfolgreiches Lernen auch immer an eigene Anstrengung gebunden ist. Der Unterricht soll daher die Bereitschaft fördern, sich Widersprüchlichkeiten zu stellen bzw. diese, aus Freude an der Herausforderung, sogar zu suchen. Vermieden muss eine Abwehrhaltung oder gar der innere Rückzug der Lernenden werden (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 221-222).

Es steht außer Frage, dass das Üben im Mathematikunterricht einen großen Raum einnimmt, was zu Langeweile und Motivationsverlust führen kann. Daher besteht die Forderung nach einem abwechslungsreichen Unterricht, der primär die intrinsische Motivation, die Motivation aus der Sache heraus, fördert. Sie ist für leistungsstarke und lernschwache Schülerinnen und Schüler unabdingbar (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 219). Bauer führt reichhaltige methodische Maßnahmen an, um mathematikbezogene Motive der Schülerinnen und Schüler zu aktivieren, um Aufmerksamkeit und

Interesse auf den mathematischen Gegenstand zu richten und gerichtet zu halten (vgl. Bauer 1988, 229-230):

- Motivation durch geeignete strukturelle Aufbereitung des Gegenstandes. Hierzu gehören u. a. die Elementarisierung und das Zugänglichmachen sowie Darbieten des mathematischen Gegenstands.
- Motivation durch äußere Aufmachung des Gegenstandes. Dies geschieht beispielsweise durch eine übersichtliche Darstellung.
- Motivation durch intentionale Spannungen, durch Provokation, durch dosierte Diskrepanzerlebnisse, durch Erzeugen kognitiver Konflikte, durch Unstetigkeiten im Lernprozess, abzielend auf die psychischen Dispositionen, wie Überraschung oder Zweifel.
- Motivation durch Zweck- und Zielorientierung, durch Nützlichkeitsüberlegungen und Sinnargumentationen, beispielsweise durch Herausstellung innermathematischer Zweckmäßigkeit und außermathematischer Anwendung, durch Aufzeigen der Bedeutung des Gegenstands für den Einzelnen und für die Gesellschaft.
- Motivation durch Anregung (mathematischer) Aktivitäten zum Beispiel durch die Anregung selbstständiger Arbeit oder spielerischer Aktivitäten.  
Leistungsmotivation beispielsweise durch die geeignete Wahl des Anspruchsniveaus oder durch die Vermittlung von Erfolgserlebnissen.
- Soziale Motivation zum Beispiel durch Unterrichtssituationen mit kommunikativ-sozialisierender Wirkung oder die emotionale Zuwendung des Lehrers und der Lehrerin.
- Motivation durch Lebensbezogenheit beispielsweise durch das Anknüpfen an subjektive Erfahrungen und Lebensbedingungen der Schülerinnen und Schüler.

Zu bedenken bleibt insgesamt, dass die Lebenswelt der Lernenden weitgehend von extrinsischen Motiven geprägt ist. Es wäre daher realitätsfremd, ausschließlich auf intrinsischer Motivation zu beharren. Vielmehr ist es eine Frage der Relation und hier hat die Schule durchaus auch einen Erziehungsauftrag wahrzunehmen (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 220).

„Um intrinsische Motivation zu gewährleisten, müssen die Schülerinnen und Schüler Interesse für den zu erlernenden Stoff aufbringen“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 220). Das Interesse von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht kann sich richten auf (vgl. Bauer 1989, 147-148):

- einzelne mathematische Objekte und Themengebiete
- das inhaltliche und methodische Instrumentarium beispielsweise Begriffe oder Strategien
- Instrumente, Werkzeuge oder Medien
- formale, kognitive Strukturen
- historische Entwicklungen der Mathematik
- Fragestellungen sowie Antwortversuche

- charakteristische Strukturmerkmale der Mathematik
- Verwendungszwecke und Bedeutungsgehalte der Mathematik
- Möglichkeiten und Grenzen, Bedingungen und Folgen mathematischen Denkens in Kultur und Gesellschaft.

Nach Deci und Ryan (1993) erfolgt die Entwicklung von Interesse in drei Stufen: der Introjektion, Identifikation und Integration (vgl. Bikner-Ahsbals 1999, 23). Dabei ist die Interessenförderung in der Mathematik möglich durch Förderung von (vgl. Reiss/ Hammer 2013, 41-42)

- Kompetenzwahrnehmung, zum Beispiel durch die adressatengerechte Auswahl der Mathematikaufgabe oder durch positive Rückmeldung,
- Selbstbestimmung in Form von Handlungsspielräumen und Wahlmöglichkeiten,
- sozialer Bezogenheit und durch Teamarbeit und kooperativem Lernen,
- Bedeutsamkeit des Lerngegenstands in Form der persönlichen Bedeutsamkeit und des Anwendungsbezugs.

„Als wesentliches Problem von Schule und Unterricht sehen Lepper et al. (1973) die Unfähigkeit, die intrinsische Motivation, die die Kinder bei Schuleintritt besitzen, zu bewahren. Sie kommen zu dem Schluss, dass Unterricht dieses spontane Interesse und die Neugier und damit den Lernprozess an sich unterläuft“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 220). Plausibel ist auch, dass gerade im Jugendalter ein Prozess der Identitätsbildung einsetzt, der sich auch in der Differenzierung individueller Interessen zeigt. Wichtige Merkmale eines Unterrichts, der der Abnahme des Interesses im Laufe der Schulzeit entgegenwirkt und Interesse fördert, können sein (vgl. Reiss/ Hammer 2013, 41)

- die Zentrierung auf die Schülerinnen und Schüler,
- das Eingehen auf das Individuum,
- die Verwendung vielfältiger Unterrichtsmaterialien,
- das gemeinsame Lernen in Projekten,
- die Eigenaktivität von Schülerinnen und Schülern,
- die Einbeziehung von Alltagserfahrungen, authentischen Lernsituationen und realistischen Problemen.

Natürlich ist es kaum zu realisieren, dass alle Kinder zur gleichen Zeit am gleichen Unterrichtsgegenstand großes Interesse haben. Jedoch können in Lernumgebungen, wie beispielsweise in Projekten, das individuelle Interesse berücksichtigt werden (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 221).

## **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Motiviert sein bedeutet, „dass sich der Lernende mit dem Lehrziel identifiziert, dass er es zu seinem eigenen macht. Lehrziele, die in keiner Form als eigene akzeptiert werden, werden auch nicht erreicht“ (Schiefele, zitiert nach Brunnhuber 1976, 21). Hier bricht die gesamte Problematik schulischen Lernens auf: Verschiedene Schülerinnen und Schüler verschiedener Herkunft, mit verschiedener vorschulischer Lerngeschichte, in verschiedener körperlicher und seelischer Verfassung, werden mit dem in festen Lehrplänen organisierten objektiven Kulturgut konfrontiert und sollen es als bedeutsam annehmen. Während im außerschulischen Lernen die Kinder und Jugendlichen sich ihre Ziele selbst auswählen können, müssen in der Schule objektiv vorgegebene Lehrziele in den Motivationshorizont der Schülerinnen und Schüler eingebettet werden (vgl. Brunnhuber 1976, 21). Das Unterrichtsprinzip der Motivation hat darüber hinaus (vgl. Wiater 2014, 62-63)

... institutionelle Grenzen, bedingt durch künstlich arrangierte Lernorte, vorgeschriebene Lernpensen und -zeiten, verschiedene Fächer, Zufallsgruppen und selektiven Leistungsüberprüfungen.

... organisatorische Grenzen, auftretend durch die Taktung der Unterrichtsstunden, die Abfolge der Fächer im Stundenplan, die Raumverhältnisse und das Engagement der Lehrerinnen und Lehrer.

... individuelle Grenzen, hervorgerufen durch Schülerinnen und Schüler, die sich aus generellem Desinteresse und aus Lernunlust nicht für die Herausforderung der Lerninhalte öffnen wollen ebenso wie durch Lernende, die durch den Unterrichtsstoff überfordert oder unterfordert werden. Gleiches gilt, wenn in einer Lerngruppe keine positive Lernatmosphäre vorhanden ist.

... prinzipielle Grenzen, wenn die Lehrerin und der Lehrer als Animateur, Stimulator und Entertainer agiert und sie damit den Schülerinnen und Schülern das eigenständige und selbstverantwortliche Lernen verwehren.

... lerninhaltsbezogene Grenzen, basierend auf dem Sachanspruch der Lerninhalte und deren sachgerechter Thematisierung im Unterricht. Aus motivationalen Zwecken darf dieser Anspruch nicht intrinsisch motivierter Schülerinnen und Schüler. Da die Belohnungen für sie dadurch berechenbar werden, sinkt die Anstrengungs- und Lernbereitschaft.

„Wichtig ist ferner ein angemessener Umgang mit Fehlern [...]. Um die Motivation des Lernenden nicht zu beeinträchtigen, ist es wichtig, Lernsituationen zu schaffen, in denen Fehler nicht negativ sanktioniert werden, sondern konstruktiv für das Lernen genutzt werden können“ (Schrader/ Helmke 2002, 317). Brunnhuber ergänzt, dass jede Bedrohungssituation durch das Lehrerverhalten oder das Verhalten der Mitschülerinnen und -schüler, aber auch äußere (Lärm, schlechte Beleuchtung, Kälte, ...) oder innere (Müdigkeit, Sorgen, ...) Störfaktoren, die Motivation der Lernenden abbauen oder ganz verhindern können (vgl. Brunnhuber 1976, 28). Einen weiteren Blickwinkel ergänzt Spitzer (vgl. Spitzer 2009, 193-194): Ist der Funke bei den Lehrerinnen und Lehrern gar nicht da, kann er auch nicht auf die Schülerinnen und Schüler überspringen. Nur wer von seinem Fach wirklich begeistert ist und bereit ist, seine Erfahrungen und Sachkenntnisse einzubringen, wird auch mit Begeisterung unterrichten können.

## 1.2 BILDUNGSSTANDARDS

### Bildungsstandards allgemein

Als Reaktion auf die Ergebnisse der Pisa-Studie wurden im Jahr 2003 durch Beschluss der deutschen Kultusministerkonferenz in den zentralen Fächern Bildungsstandards formuliert. Sie sind auch Grundlage für die bayerischen Lehrpläne (vgl. Blum/ Drüke-Noe/ Hartung/ Köller 2006, 14).

„**Bildungsstandards** legen fest, welche Kompetenzen die Kinder und Jugendlichen bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe mindestens erworben haben sollen“ (Klieme zitiert nach Brügelmann 2005, 276).

In den Bildungsstandards für die Sekundarstufe I sind die fachbezogenen Kompetenzen festgehalten, die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der 10. Jahrgangsstufe an der Realschule erwerben sollen. Die Kompetenzen resultieren wiederum aus den fachlichen und fachübergreifenden Bildungszielen. Bildungsstandards sind also auch Leistungsstandards, die Unterschiede zum Lehrplan sind jedoch die darin formulierten Kompetenzen, nicht mehr die Inhalte selbst (vgl. Blum et al. 2006, 15).

Kompetenzen sind die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen sowie die damit verbundenen [...] Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (Weinert 2001, 74). Das impliziert jedoch nicht, dass die Fachinhalte vernachlässigt werden können, schließlich können die geforderten Kompetenzen nur über das Erlernen des Kerns des Fachwissens erworben werden. Genauer ausgeführt werden die Kompetenzanforderungen in sogenannten Kompetenzmodellen durch geforderte Niveaustufen. Schließlich konkretisieren Aufgaben die Kompetenzen und ihre Niveaustufen. Damit ist auch eine empirische Überprüfung der Bildungsstandards gesichert.

Der Grundgedanke dieser führt unweigerlich zu dessen Zielen. Dabei treten zwei zentrale Erwartungen hervor. Zum einen stellen die normativen Anforderungen Orientierungshilfen für Lehrkräfte, aber auch Lernende, Eltern und die Öffentlichkeit dar und führen so zu mehr Klarheit, einer besseren fachlichen Zielgerichtetheit und höherer Verbindlichkeit. Zum anderen dienen die Bildungsstandards der Evaluation. Unter anderem können auf der schulinternen Ebene standardorientierte Tests durchgeführt werden, die Aufschluss über den Leistungsstand der Klasse und über individuelle Leistungen geben können. Solche Erhebungen sind nicht geeicht, sollen aber möglichst gut die Ausprägungen der Kompetenzen verdeutlichen und deren Verbesserung begünstigen. Deshalb ist es wichtig, nicht erst am Ende der Bildungsgänge, im speziellen der Realschulzeit, nach der Standarderreicherung zu schauen, sondern rechtzeitig vorher, um konkrete Fördermaßnahmen einleiten zu können und eine Qualitätsentwicklung voranzutreiben. Für den Unterricht bedeutet das, dass dieser über einen längeren



Zeitraum hinweg so konzipiert sein muss, dass der Aufbau von Kompetenzen im Zentrum steht (vgl. Blum et al. 2006, 17). Darüber hinaus werden die Kompetenzen des Einzelnen als Maßstab für erfolgreichen Unterricht ins Zentrum der Aufmerksamkeit gerückt: Wie gut Unterricht ist, entscheidet sich letztlich daran, was die Schülerinnen und Schüler nachhaltig können. Bezogen auf das jeweilige Fach werden Kompetenzen möglichst facettenreich beschrieben. Diese Beschreibung muss sich immer daran prüfen lassen, inwieweit dieses Können einerseits zur Allgemeinbildung beiträgt und es andererseits gewinnbringend vom Individuum in seinem privaten und beruflichen Lebensumfeld eingesetzt werden kann (vgl. Bruder et al. 2014, 10). „Über diese auf das Fach bezogene Kompetenzen hinaus werden aber auch übergreifende personale und soziale Kompetenzen berücksichtigt, ohne die sich die Fachkompetenzen nicht gesellschaftlich sinnvoll entfalten könnten“ (Bruder et al. 2014, 11).

### **Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss**

Die Leistungsstudien der vergangenen Jahre zeigen, dass der Mathematikunterricht oft nicht zu den Wirkungen führt, die man sich erhofft. Die PISA-Studie zeigte unter anderem, dass die Jugendlichen aus Deutschland im Bereich Problemlösen in der Mathematik unter dem Durchschnitt liegen. Laut der TIMSS-Studie werden hierzulande im Vergleich zu den USA und Japan am wenigsten komplexe Aufgaben im Mathematikunterricht gestellt. Ergebnisse des Projekts PALMA weisen darauf hin, dass inhaltliches mathematisches Denken in der Klassenstufe 5 und 6 durch kalkülhafte Regelanwendung ersetzt wird. Auch bei den motivationalen Lernvoraussetzungen deutet sich in dieser Altersstufe eine insgesamt eher ungünstige Entwicklung an (vgl. Bruder et al. 2014, 22). Diese Tests gehen davon aus, dass die Kinder und Jugendlichen durch ihre langjährige Mathematikausbildung über ein gewisses Maß an mathematischer Grundbildung verfügen sollen, das sie aktiv zu nutzen vermögen (vgl. Ulm 2005, 9-10). Mathematische Grundbildung („mathematical literacy“) meint die „Fähigkeit,

- die Rolle die Mathematik in der Welt spielt, zu erkennen und zu verstehen,
- begründete mathematische Urteile abzugeben
- und sich auf eine Weise mit Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktiven, engagierten und reflektierten Bürgers entspricht“ (Deutsches PISA-Konsortium zitiert nach Vom Hofe/ Kleine/ Blum/ Pekrun 2005, 265).

Allerdings haben die Schülerinnen und Schüler nicht gelernt, fundamentale Inhalte jederzeit parat zu haben sowie Probleme, die in ungewohnt erscheinende Kontexte eingebunden sind, mit mathematischem Grundverständnis und problemlösendem Denken zu bearbeiten. Daher sind die Testresultate keine erstaunlichen Erkenntnisse. Es mangelt den Schülerinnen und Schülern an Grundwissen und mathematischem Grundverständnis, an Problemlösekompetenzen oder an Eigenständigkeit bei Arbeiten (vgl. Ulm 2005, 9-10). Die oben genannten Studien machen deutlich,

dass die möglichst genaue Auflistung von gewünschten inhaltlichen und methodischen Zielen in den Lehrplänen der Bundesländer nicht unbedingt zu einem hohen Niveau an mathematischer Grundbildung führt (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 266-267). Schon Freudenthal lehnte es ab, die Mathematik lediglich als eine Aneinanderreihung von Verfahren und Regeln zu vermitteln. Für ihn sind „unsere mathematischen Begriffe, Strukturen und Vorstellungen [...] erfunden worden als Werkzeuge, um die Phänomene der natürlichen, sozialen und geistigen Welt zu ordnen“ (Freudenthal zitiert nach Vom Hofe et al. 2005, 266). Diese Haltung stellt einen breiten Konsens der neueren deutschen und internationalen Mathematikdidaktik dar (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 266). Als Reaktion darauf wurden mit dem Beschluss der deutschen Kultusministerkonferenz vom 04. Dezember 2003 in Berlin die Bildungsstandards Mathematik als Grundlage der fachspezifischen Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss zu Beginn des Schuljahres 2004/2005 übernommen.

Die **Bildungsstandards Mathematik** sind der Versuch, die allgemeinen Bildungsziele in Form weit gefächerter Kompetenzerfordernisse zu erfassen und zu konkretisieren (vgl. Blum 2006, 21).

Zugleich verpflichteten sich die Länder, im speziellen das Bundesland Bayern, die Standards in den Fachwissenschaften, in der Fachdidaktik und in der Schulpraxis zu implementieren und anzuwenden. Dies betrifft auch die Lehrplanarbeit und die Schulentwicklung. Weiter wurde vereinbart, zum Abschluss der Jahrgangsstufe 10 oder zu einem früheren Zeitpunkt festzustellen, in welchem Umfang die Standards erreicht werden (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 4 - 5). Die Einführung der Bildungsstandards Mathematik bedeutet einen Richtungswechsel weg von der Inputsteuerung hin zur Systembeobachtung und Qualitätssicherung. Freudenthal plädiert für einen genetischen Mathematikunterricht mit Raum für eigenständiges und aktiv-entdeckendes Lernen in inner- und außermathematischen Problemkontexten (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 266). Der Mathematikunterricht verfolgt fortan das Ziel des selbstständigen Lernens, der Entwicklung von kommunikativen Fähigkeiten und Kooperationsbereitschaft sowie eine zeitgemäße Informationsbeschaffung, Dokumentation und Präsentation von Lernergebnissen. Sein Auftrag geht über den Erwerb von fachspezifischen Kompetenzen hinaus und begünstigt in der Mathematik zusammen mit anderen Fächern auch die Persönlichkeitsentwicklung und Werteorientierung. Die Schüler sollen auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben. Weitere Ziele der Bildungsstandards Mathematik sind (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 9 - 10).

- die Bildungschancen aller zu gewähren, indem eine wirksamere individuelle Förderung den Unterricht prägt,
- die Erhöhung der Qualität in Unterricht und Schule,
- die Verbesserung der schulischen Bildung,

- die Durchlässigkeit des Bildungssystems innerhalb der Bundesrepublik Deutschland sicher zu stellen,
- der Anschluss an das internationale Leistungsniveau und
- die Stärkung des länderübergreifenden Austauschs.

Um diese Ziele gewinnbringend im Mathematikunterricht umzusetzen, fordert die Kultusministerkonferenz die Beschreibung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den Vordergrund zu rücken und die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nach mathematischen Leitideen zu strukturieren. So kann bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sachgebietsübergreifendes, vernetzendes Denken und Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe erreicht werden. Eine weitere Dimension obliegt den in Aufgaben implizierten Anforderungsbereichen. Sie zeigen auf, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 9 - 10). Somit erschließen sich die drei Dimensionen der Bildungsstandards Mathematik:

- Prozessdimension: Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden stets im Zusammenhang erworben und wieder angewendet:
  - K1 Mathematisch argumentieren
  - K2 Probleme mathematisch lösen
  - K3 Mathematisch modellieren
  - K4 Mathematische Darstellungen verwenden
  - K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
  - K6 Mathematisch kommunizieren
- Inhaltsdimension: Die inhaltsbezogenen Kompetenzen konkretisieren den Inhalt und sind nach Leitideen geordnet:
  - Zahl
  - Raum und Form
  - Funktionaler Zusammenhang
  - Messen
  - Daten und Zufall
- Anspruchsdimension: Die Anforderungsbereiche dienen der Orientierung, in wie weit die Leistung der Schülerinnen und Schüler ausgeprägt ist. Sie haben vorläufigen Charakter und nehmen im Anspruch und der kognitiven Komplexität zu:
  - Reproduzieren
  - Zusammenhänge herstellen
  - Verallgemeinern und Reflektieren

An dieser Stelle soll verstärkt auf die mathematischen Kompetenzen eingegangen werden sowie später auf die Leitideen. Leiß und Blum sehen als Basis hierfür die Notwendigkeit von Grundwissen und die Voraussetzung für mathematisches Verständnis. Darüber hinaus verlangen derartige unterrichtliche Aktivitäten mathematische Denkweisen, die ebenfalls von den Schülerinnen und Schülern beherrscht werden müssen (vgl. Leiß/ Blum 2014, 34). Die sechs mathematischen Kompetenzen sind im Genauen folgende (vgl. Leiß/ Blum 2014, 36-50):

- Mathematisch argumentieren (K1). „Dazu gehört:
  - Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so ...?“) und Vermutungen begründet äußern,
  - mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
  - Lösungswege beschreiben und begründen“ (Kultusministerkonferenz 2004, 8).

Darin impliziert sind „sowohl das Verbinden mathematischer Aussagen zu logischen Argumentationsketten als auch das Verstehen und kritische Bewerten verschiedener Formen mathematischer Argumentationen“ (Leiß/ Blum 2014, 36). Solche Fähigkeiten basieren auf fundamentalen mathematischen Gesetzen und Konventionen, müssen kontinuierlich erworben und angewendet werden und münden in der Einsicht, dass bestimmte Begründungsmuster unabhängig vom Inhalt eine gewisse Allgemeingültigkeit haben. Zugehörige Aufgabenformulierungen können beispielsweise sein „Begründe...!“, „Überprüfe...!“, „Warum ist das so?“ oder „Gilt das immer?“. Eine Aufgabe hat auch dann Argumentationspotential, wenn eine Schülerin oder ein Schüler in einem intern ablaufenden mentalen Prozess ein Lösungsverfahren oder ein Ergebnis erklären, rechtfertigen und überprüfen muss. Die Bandbreite solcher Argumentationen reicht von der Reproduktion bekannter Argumentationsmuster bis hin zur Reflexion über die Reichweite einer Argumentationskette. Die Qualität einer mathematischen Argumentation hängt dabei nicht vom Grad ihrer Formalisierung oder Darstellung ab.

- Probleme mathematisch lösen (K2). „Dazu gehört:
  - vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
  - geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
  - die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren“ (Kultusministerkonferenz 2004, 8).

Diese Kompetenz zeigt sich immer dann, wenn eine Lösungsstruktur nicht offensichtlich ist, aber eine geeignete Strategie zur Auffindung von mathematischen Lösungsideen und -wege sowie deren Reflexion zur Verfügung stehen. Als Strategieelemente können verschiedene heuristische Prinzipien oder Hilfsmittel angewendet werden, wie

beispielsweise Zerleg- oder Analogieprinzipien, Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten, systematisches Probieren oder Veranschaulichungen. „Aus der ersten Formulierung [der Kultusministerkonferenz] geht darüber hinaus erneut das Streben nach zunehmender Selbstbestimmung hervor, indem explizit auf ‚selbst formulierte‘ Probleme hingewiesen wird“ (Heckmann/ Padberg 2012, 42). „Idealerweise endet aber auch das Problemlösen nicht mit diesem [dritten] Schritt. Wünschenswert ist es, wenn die Schülerinnen und Schüler während des Problemlöseprozesses auf neue oder allgemeinere mathematische Ideen oder auf weiterführende Probleme stoßen, wenn also Probleme weiterentwickelt werden [...]“ (Heckmann/ Padberg 2012, 44).

- Mathematisch modellieren (K3). „Dazu gehört:
  - den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
  - in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
  - Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen“ (Kultusministerkonferenz 2004, 8).

Im Mittelpunkt steht die kognitive Tätigkeit des Übersetzens zwischen Realität und Mathematik. Eine Schlüsselrolle spielen dabei mathematische Modelle in Form von vereinfachten mathematischen Abbildern der Realität, die nur gewisse Teilaspekte berücksichtigen. Der Prozess des Bearbeitens realitätsbezogener Fragestellungen lässt sich dabei idealtypisch durch folgende Teilschritte beschreiben (vgl. Leiß/ Blum 2014, 41): Verstehen der realen Problemsituation, Vereinfachen und Strukturieren der beschriebenen Situation, Übersetzen der vereinfachten Realsituation in die Mathematik, Lösen der nunmehr mathematischen Problemstellung durch mathematische Mittel, Rückinterpretation und Überprüfung des mathematischen Resultats anhand des realen Kontexts. Jeder Teilschritt des mathematischen Modellierens verlangt von den Schülerinnen und Schülern bestimmte Fähigkeiten, die man als Teilkompetenzen des Modellierens bezeichnen kann. Das Wesentliche sind die Übersetzungsprozesse, die zu leisten sind, um eine zielführende Verbindung zwischen einem außermathematischen Kontext und einem innermathematischen Inhalt herzustellen.

- Mathematische Darstellungen verwenden (K4). „Dazu gehört:
  - verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
  - Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
  - unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln“ (Kultusministerkonferenz 2004, 8).

Hierzu gehören der verständige Umgang mit bereits vorhandenen mathematischer Darstellungen als auch das eigenständige Erzeugen ebendieser. Neben den grafischen Formen wie Diagrammen, Abbildungen, Fotos, Skizzen, Schaubildern oder Graphen sind auch andere Darstellungsmöglichkeiten wie Formeln, sprachliche Darstellungen, Handlungen oder Programme denkbar. Dabei dienen Darstellungen nicht zwangsläufig als Träger mathematischer Informationen. Erst wenn dies gegeben ist und eine aktive Auseinandersetzung damit gefordert wird, werden das Erstellen, Verändern, Interpretieren und Bewerten einer Darstellung und der Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen relevant.

- Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5). „Dazu gehört:
  - mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten,
  - symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
  - Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
  - mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständig einsetzen“ (Kultusministerkonferenz 2004, 8-9).

Hierunter fällt der Gebrauch von mathematischen Fakten und Fertigkeiten. Dazu gehören das Kennen und Anwenden mathematischer Definitionen, Regeln, Algorithmen oder Formeln, das formale Arbeiten mit Variablen, Termen, Gleichungen oder Funktionen, das Ausführen von Lösungs- und Kontrollverfahren, das Durchführen geometrischer Grundkonstruktionen und das Verwenden von mathematischen Hilfsmitteln. Entscheidend ist, dass entlastende Routinen ausgebildet werden, die das Arbeiten und Lernen sowie das Übersetzen zwischen Realität und Mathematik werkzeughaft unterstützen können.

- Mathematisch kommunizieren (K6). „Dazu gehört:
  - Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
  - die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
  - Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen“ (Kultusministerkonferenz 2004, 9).

Diese Kompetenz umfasst das Verstehen von mündlichen Äußerungen und Texten zur Mathematik und das verständliche, fachsprachenadäquate mündliche und schriftliche Darstellen und Präsentieren von Überlegungen, Lösungswegen und Ergebnissen. Beim Kommunizieren spielt, entgegen dem Argumentieren, ein externer (auch fiktiver) Adressat die entscheidende Rolle. So ist beispielsweise immer dann die Kompetenz Kommunizieren angesprochen, wenn ein Lösungsweg erläutert wird. Daher ist weiter die Sprache bei

dieser Kompetenz von entscheidender Bedeutung. „Da das Kommunizieren häufig im Austausch mit anderen stattfindet, wird hier zugleich eine soziale Komponente angesprochen. [...] Hier liegt der Schwerpunkt dann nicht auf dem verständigen Erklären bzw. Nachvollziehen, sondern darauf, mit anderen zusammen kooperativ zu Lösungen zu gelangen, dabei Verabredungen zu treffen und einzuhalten u. v. m.“ (Heckmann/ Padberg 2012, 41).

Für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen ist die Ausbildung eines Systems von Grundvorstellungen von zentraler Bedeutung. „Bei Grundvorstellungen ist also nicht an eine Kollektion von stabilen und ein für allemal validen gedanklichen Werkzeugen zu denken, sondern an die Ausbildung eines Netzwerks, das sich durch Erweiterung von alten und Zugewinn von neuen Vorstellungen zu einem immer leistungsfähigeren System mentaler mathematischer Modelle entwickelt“ (Vom Hofe et al. 2005, 276). Geht man von diesem Verständnis wachsender mathematischer Grundvorstellung aus, so stellt das *mathematische Modellieren* (siehe oben K3) eine herausragende Schlüsselkompetenz dar, in die die oben dargestellten anderen mathematischen Kompetenzen mit eingehen (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 273-275). „Reale Modellierungsprozesse orientieren sich jedoch nicht immer streng entlang eines solchen Kreislaufs [des mathematischen Modellierens], sondern sind z. T. durch individuelle Routen und Sprünge [...] sowie durch ständiges Wechselspiel zwischen inner- und außermathematischer Welt geprägt“ (Leiss/ Tropper 2014, 26). Blomhøj und Jensen fassen diese Prozesse als Modellierungskompetenzen zusammen und definieren sie als „verständige Bereitschaft, alle Teile eines mathematischen Modellierungsprozesses zu durchlaufen“ (Blomhøj/ Jensen zitiert nach Leiss/ Tropper 2014, 24). „Beim Modellieren kommt die geforderte Anwendungsorientierung besonders deutlich zum Tragen, da hier (oft reale) Sachverhalte zu Grunde liegen“ (Heckmann/ Padberg 2012, 44). Weitere zentrale Komponenten zur erfolgreichen Durchführung von Modellierungsprozessen sind sowohl das metakognitive Handeln als auch das Erkennen und positive Beurteilen der Rolle von Mathematik zur Lösung realer Problemstellungen (vgl. Leiss/ Tropper 2014, 24). Die mathematische Modellierungskompetenz wird auch im Zusammenhang mit der aktuell viel diskutierten Kompetenzorientierung als eine zentrale Kompetenz angesehen und soll von den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht verstärkt erworben, in zentralen Prüfungen angewandt und entsprechend von den Lehrerinnen und Lehrern kompetent und individuell angepasst vermittelt werden. Für die unterrichtliche Vermittlung von Modellierungskompetenzen existieren dennoch bislang nur wenige theoretische Konzepte oder prozessorientierte Erkenntnisse, wie adäquate unterrichtliche Behandlungen realitätsbezogener Problemstellungen gelingen bzw. wie entsprechende Lehr-Lern-Arrangements zu gestalten sind. Vielmehr sollen die Modellierungskreisläufe den Schülerinnen und Schülern als prozessbezogener, in der Regel strategieorientierte Lerninhalt vermittelt und so als stützende Struktur für das Lösen realitätsbezogener Problemstellungen an die Hand gegeben werden. Um die Lernenden nicht mit der Komplexität eines Modellierungskreislaufs zu

überfordern, werden vereinfachte und handlungsnah formulierte Varianten empfohlen. Somit können einerseits den Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung realitätsbezogener Problemstellungen zentrale Schritte und damit verbundenen strategische Handlungen bereitgestellt werden. Andererseits kann die Lehrerin und der Lehrer den modifizierten Modellierungskreislauf nutzen, um gezielte Interventionen für eine strategieorientierte und selbstständigkeitserhaltende Unterstützung der Modellierungsprozesse der Lernenden einzusetzen (vgl. Leiss/ Tropper 2014, 28-34). Je mehr es gelingt, neue Begriffe und Verfahren mit Bedeutung zu füllen, umso mehr müssen sich die Schülerinnen und Schüler nicht mit Mathematik als bloßes Regelsystem zufriedengeben. Misslingt dies jedoch, entsteht bei den Lernenden ein falsches Bild von Mathematik und es entwickeln sich einseitige und unzureichende mathematische Kompetenzen (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 277).

„Im Vergleich zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden die Leitideen durch eine größere Anzahl an inhaltsbezogenen Teilkompetenzen beschrieben“ (Heckmann/ Padberg 2012, 51). Im Einzelnen werden die für diese Arbeit relevanten Leitideen beleuchtet. Diese sind (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 53-54, 56):

- Messen. „Die Schülerinnen und Schüler
  - nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen,
  - wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel),
  - schätzen Größen mithilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten,
  - berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren,
  - berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
  - berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen,
  - nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation“ (Kultusministerkonferenz 2004, 10-11).

Das Messen stellt ein Grundprinzip im Bereich der Größen dar, da hier einer Maßeinheit eine Maßzahl zugeordnet wird. Dadurch sind Größenvergleiche, Berechnungen und andere mathematische Betrachtungen möglich. Für die Schülerinnen und Schüler ist es wichtig über eine angemessene Größenvorstellung zu verfügen, da Größenangaben wenig Aussagekraft besitzen, solange man keine Vorstellung damit verbindet. Ausbilden lassen



sich solche Vorstellungen mithilfe von Repräsentanten und Umrechnungen. Fördermöglichkeiten sind darüber hinaus die situationsgerechte Wahl von Größeneinheiten, besonders bei der Plausibilitätsprüfung in Sachsituationen, die Zuhilfenahme von lebensweltbezogenem Material sowie die Bewertung der Ergebnisse und des gewählten Weges in Bezug auf die Sachsituation.

- Raum und Form. „Die Schülerinnen und Schüler
  - erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
  - operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
  - stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar,
  - stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
  - analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes,
  - beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,
  - wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an, insbesondere den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales,
  - zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware,
  - untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen,
  - setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein“ (Kultusministerkonferenz 2004, 11).

Zu dieser Leitidee gehören zunächst das Erkennen von geometrischen Objekten und Strukturen, sowohl in der Umwelt als auch in verschiedenen Darstellungen sowie in umgekehrter Richtung auch das eigene Darstellen. Ein zentraler Begriff ist auch die Konstruktion, die zum einen die sachgerechte Verwendung von Hilfsmittel beim Zeichnen und Konstruieren fordert, zum anderen verdeutlicht, dass auch die Untersuchung der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und das Formulieren entsprechender Aussagen erwartet werden. Eine wichtige Rolle spielen nicht zuletzt Eigenschaften und Beziehungen innerhalb und zwischen geometrischen Objekten. Diese sollen von den Schülerinnen und Schülern erkannt, beschrieben, begründet und in problemhaltigen Sachkontexten genutzt werden. Da es für viele Aufgabenstellungen wichtig ist, dass man sich Objekte und Handlungen mit ihnen vorstellt, ist die Förderung

des räumlichen Vorstellungsvermögens ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts.

- Daten und Zufall. „Die Schülerinnen und Schüler
  - werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,
  - planen statistische Erhebungen,
  - sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software),
  - interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen,
  - reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren,
  - beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,
  - bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten“ (Kultusministerkonferenz 2004, 12).

Die Leitidee teilt sich in die zwei Teilbereiche Statistik und Wahrscheinlichkeit. Im Bereich Statistik geht es vor allem um die Auswertung statistischer Erhebungen, wobei die Interpretation und das Reflektieren und Bewerten ebendieser erwartet werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen darüber hinaus eigene Datenerhebungen durchführen und die Daten systematisch, auch durch den Einsatz von neuen Medien, erfassen. Im Bereich Wahrscheinlichkeit sollen die Kinder und Jugendlichen erkennen, wo der Zufall in alltäglichen Situationen eine Rolle spielt und darüber hinaus Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten bestimmen.

Um den Erwerb mathematischer Kompetenzen zu fördern, sind Aufgaben ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts. Ihr Potential steckt weniger in der Quantität als im Arbeiten mit ihnen. Aufgaben sind so gesehen Aufforderungen zum Ausführen von Lernhandlungen, die das Spektrum der Lernziele zur Kompetenzentwicklung abdecken. Die Vielfalt der Aufforderungen und damit der Aufgaben ist weit gefächert. Eine schwierige oder ungewohnte Aufgabe an einen bestimmten Adressaten wird als *Problemaufgabe* bezeichnet. Sie bringt die Schülerinnen und Schüler in eine konkrete, subjektiv als schwierig empfundene oder zumindest aus Sicht der eigenen mathematischen Vorerfahrungen ungewohnte Lernsituation. Solche geplanten Problemaufgaben dienen beispielsweise zur Einführung eines neuen Themas oder zum Abschluss von komplexen Übungen in Form von projektartigen Aufgaben. Zum *Problemlösen* gehören nicht nur heuristische Strategien, Prinzipien und Hilfsmittel, sondern auch Methoden zum selbstregulierten Lernen, um sich sinnvolle und erreichbare Lernziele zu stellen und diejenige Anstrengungsbereitschaft aufzubringen, die beim Überwinden von Barrieren beim Problemlösen benötigt wird (vgl. Bruder et al. 2014, 18-21). Das „*Arbeiten mit Aufgaben*“ beschreibt die zentralen Aktivitäten der Lehrkraft zur Planung und Moderation einer (aufgabenbasierten) Lernumgebung“ (Bruder et al. 2014, 21). Es ist in der Regel schwierig, konkrete

Aufgaben den drei Dimensionen der mathematischen Bildungsstandards in eindeutiger Weise zuzuordnen, da sie sein Zusammenspiel mehrerer Kompetenzen und Leitideen darstellen (vgl. Vom Hofe et al. 2005, 272). Vielmehr geht es darum, wie ein Lernpotenzial in einer Aufgabe genutzt und fruchtbar gemacht werden kann. Darin impliziert treten verstärkt Schülertätigkeiten, Lernhandlungen und Reflexionsanlässe auf geistiger, sprachlicher und materieller Ebene ins Blickfeld und stützen so den aktuellen Kompetenzgedanken in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (vgl. Bruder et al. 2014, 21-22).

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

An dieser Stelle soll nicht versäumt werden auf die Grenzen der Bildungsstandards hinzuweisen. „Zunächst einmal ist zu konstatieren, dass sich die KMK-Standards ausschließlich auf fachliche Leistungen beziehen. Allgemeine Bildungsziele sind aber eben nicht allein fachbezogen. Zur allgemeinen Bildung gehören auch sozialetische und personale Haltungen und Kompetenzen“ (Heymann 2005, 40). Betrachtet man die unterschiedlichen Vorerfahrungen der Kinder und Jugendlichen, so können Standards sinnvollerweise nur als Entwicklungsperspektiven bestimmt, nicht aber als termingebundene Niveaus vorgeschrieben werden (vgl. Brügelmann 2005, 277). „Insgesamt lässt sich sagen, dass wir im Beschreiben und erst recht im Überprüfen von Kompetenzen noch am Anfang stehen“ (Bruder et al. 2014, 14). Die Texte konzentrieren sich aktuell auf fachliche Kompetenzen, die sich gut in Tests überprüfen lassen (vgl. Bruder et al. 2014, 15). Aus starrer Zielgerichtetheit hin zur Erfüllung von Standards darf der Unterricht aber nicht zu einer Testvorbereitungseinheit verkommen (vgl. Blum et al. 2006, 18-19). Heymann warnt, dass die Versuchung für weniger kreative Lehrerinnen und Lehrer groß sein könnte, sich im Unterricht auf das zu konzentrieren, was gut messbar ist. Auf diese Weise könnte die Qualität des Inputs, also des Unterrichts, vernachlässigt werden (vgl. Heymann 2005, 40-41). Aspekte wie Selbsttätigkeit oder kooperatives Lernen werden in den Bildungsstandards nicht berücksichtigt. Weiter wird lediglich beschrieben, was die Schülerinnen und Schüler können sollen und es gibt wenige bis gar keine Hinweise, wie diese Kompetenzen erworben werden. Zudem legen die Texte eine Art der Anforderung, nicht aber die genaue Anforderungshöhe fest. Darüber hinaus werden die fachlichen Kompetenzen künstlich, analytisch nach Inhalts- und Prozessdimension getrennt. Dagegen zeigen sich mathematische Kompetenzen immer daran, dass Schülerinnen und Schüler ohne stockenden Übergang mathematische Handlungen an konkreten Inhalten vollziehen (vgl. Bruder et al. 2014, 15). Es ist nicht zu erwarten, dass die Einführung von Bildungsstandards automatisch eine Qualitätsentwicklung im Unterricht mit sich bringt. Vielmehr sind Strategien und Prozesse nötig, die in erster Linie von den Lehrkräften vor Ort erarbeitet werden müssen (vgl. Blum et al. 2006, 18-19). Und schließlich wäre es fatal, wenn Standards Angst und Misstrauen erzeugen und als Kontrolle zwischen

Schulaufsicht und Lehrerschaft verstanden würde (vgl. Heymann 2005, 41). „Dennoch scheint der Perspektivenwechsel von der „Stoffverteilung“ in alten Lehrplänen auf die Kompetenzen in der neuen Lehrplangeneration die Entwicklung des Mathematikunterrichts positiv zu unterstützen“ (Bruder et al. 2014, 14).

## 1.3 LEHRPLÄNE

### Lehrpläne allgemein

Die Bildungsstandards definieren zentrale Kompetenzen, formulieren bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe zu erreichende inhaltliche Ziele und arbeiten unterschiedliche Anforderungsniveaus heraus. Curricula hingegen beschreiben und strukturieren den Weg zur Zielerreichung.

Die Entwicklung der Curriculumforschung hat in den letzten Jahren dazu geführt, dass der Curriculumbegriff heute weder formal noch inhaltlich eindeutig definiert werden kann (vgl. Aschersleben 1979, 36). Er wird gegenwärtig in dreifacher Bedeutung gebraucht:

- Im weitesten Sinne als originäres erziehungswissenschaftliches Forschungsfeld,
- im Sinne eines Organisationssystems und
- dem ursprünglichen Wortgebrauch am nächsten als ein didaktisches Dokument.

Eine Analyse vorliegender Definitionen zeigt, dass diese zumeist die gleichen Aspekte mehr oder weniger ansprechen. Besonders deutlich lassen sich aber die meisten Begriffsbestimmungen im Hinblick auf die zeitliche Reichweite, die institutionelle Bindung, den Bezug zu Adressatengruppen sowie die Komponenten, die das Curriculum bestimmen, charakterisieren. Im engeren Sinne umfasst das Curriculum nur die Komponenten Ziele und Inhalte, im weiteren Sinne werden auch Verfahren, Medien, Organisations- und Kontrollformen eingeschlossen (vgl. Reisse 1975, 46-59). „Die Begriffe ‚Curriculum‘, ‚Lehrpläne‘ und ‚Richtlinien‘ [...] werden heute weitgehend synonym verwendet“ (Mayer 1997, 357).

„Ein **Lehrplan** ist ein begründeter Zusammenhang von Lehrziel-, Lehrinhalts-, Lernmethoden- und Lernorganisationsentscheidungen“ (Meyer 1997, 358).

An dieser Stelle soll keinesfalls die schulrechtliche und bildungspolitische Dimension der Lehrpläne verschwiegen werden. Diese gewinnen ihren tieferen Sinn erst im Zusammenhang mit dem pädagogischen Aufforderungscharakter (vgl. Plöger 2011, 291-292). Auf diesen soll in der vorliegenden Arbeit eingegangen werden. Lehrpläne erfüllen für den Unterricht eine Legitimierungs- und Orientierungsfunktion, greifen Lernziele und Lerninhalte auf, legen ihre zeitliche Abfolge fest und geben den Lehrkräften Hinweise für das methodisch-didaktische Vorgehen und für die Lernerfolgskontrolle. Sie sollen den obligatorischen Kern des Bildungsgangs darstellen, aber auch Freiräume für individuelle Schwerpunktsetzung lassen (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 33). Meyer stellt fest, dass Lehrpläne Programme im Sinne unserer Theorie schulischen Handelns sind und appelliert, sie im Schulalltag lebendig zu machen und zu inszenieren (vgl. Meyer 1997, 358).

## **Bayerische Lehrpläne**

Für die vorliegende Arbeit sind die bayerischen Lehrpläne für die Grund- und Realschule relevant. Im Jahr 1973 gliederte der Bildungsgesamtplan das Bildungswesen in einen Elementarbereich, einen Primar- und Sekundarbereich. Der Lehrplan für die Grundschule umfasst in Bayern vier Jahrgänge. Von nachhaltiger Bedeutung sind bis heute die reformpädagogischen Ansätze der 20. Jahrhunderts, die vor allem auf dem Gedanken einer „volkstümlichen“ Grundbildung für Kinder aller Volksschichten aufbauten. Die hier angestrebte „ganzheitliche“ Bildung des heranwachsenden Menschen ging vom Erleben des Kindes in seinem unmittelbaren Erfahrungsbereich aus. Seit den sechziger Jahren beklagen Kritiker den Mangel eines differenzierten Methodenrepertoires, das auch der Notwendigkeit einer sozialen Erziehung genügt. Sie wenden sich gegen die Unterscheidung von „volkstümlicher“ und „höherer“ Bildung, die im Widerspruch zu den Intentionen bei der Gründung einer gemeinsamen Grundschule für alle Kinder steht. Zudem wurde nicht nur für eine Revision der Bildungsinhalte, sondern auch der Lern- und Arbeitsformen plädiert, die die Flexibilität des heranwachsenden Menschen gegenüber den Anforderungen seiner Umwelt stärkt. Entdeckendes Lernen, ein selbstständiges und kooperatives Arbeiten sowie eine Schulung im problemlösenden Denken haben seither auch bundesweit Einzug in den Lehrplan der Grundschule gehalten (vgl. Aschersleben 1979, 72). Weiter bemängelt wird jedoch die mangelnde Individualisierung und gleichzeitige Überbetonung der Selektionsfunktion gegenüber den weiterführenden Formen des Schulwesens steht. Als Folge der stärkeren Wissenschaftsorientierung zeigt sich eine Tendenz, die kognitive Lernleistung zu favorisieren und demgegenüber die erzieherische Dimension des Unterrichts zu vernachlässigen.

Der aktuelle Lehrplan für die sechsstufige Realschule in Bayern ist seit dem 01.08.2007 gültig. Er „besteht aus drei *Ebenen*, die sich aufeinander beziehen und erst zusammen Bildung und Erziehung an der Realschule deutlich machen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 11). Diese sind im Einzelnen

... Ebene 1: Schulartprofil. Sie stellt Ziel und Anspruch der sechsstufigen Realschule im Ganzen dar. Hier werden unter anderem die Persönlichkeitsentwicklung, die umfassende Vorbereitung auf künftige Anforderungen und Förderung von Begabungen und Neigungen genannt (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 13-14). Ihrer fundierenden Aufgabenbestimmung nach ist die Realschule das Propädeutikum beruflicher Bildung (vgl. Fees/ Rekus 2011, 171). Dennoch muss das didaktische Konzept der Schulart der Spannung zwischen der Vermittlung einer gehobenen berufsvorbereitenden Bildung und der einer anspruchsvollen allgemeinen Bildung, die sich auf den Besuch von weiterführenden Schulen richtet, standhalten (vgl. Gudjons 2012, 301). Daraus ergibt sich ein besonderer Theorie-/ Praxisbezug und eine entsprechende Didaktik: Im Realschulbildungsgang wird eine vertiefte theoretische Verbindung angestrebt, aber stets im Hinblick auf Verständnis, Ordnung oder auch Anwendung der in den Blick genommenen

Gegenstände (vgl. Fees/ Rekus 2011, 171). Unter den Bildungs- und Erziehungsschwerpunkten findet man unter anderem die Aufforderung nach einer Vermittlung und Förderung grundlegender Kompetenzen und Einstellungen, Teamfähigkeit, vernetztem Denken, Verantwortung für sich und die Gesellschaft sowie Erziehung zu Selbstständigkeit und Eigeninitiative. Unterricht und Schulleben sollen gekennzeichnet sein durch Schule als Lebensraum, gemeinsame schulische und elterliche Erziehung, Schulqualität, positives Lernklima, fächerverbindendes Lernen, Lebens- und Schülernähe und der Verbindung von Theorie und Praxis (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 14-19). Gudjons lobt die Realschule als „Enklave“ der Ruhe und Solidität, als Schulart ohne Identitätskrise, ohne Schüler- oder Schülerinnenmangel und mit wenig Kritik bedacht. Neben einer Fremdsprache betont die Realschule eine breite mathematisch-naturwissenschaftliche Grundbildung. Dabei ist die Realschule bemüht, sich sowohl von der Mittelschule als auch dem Gymnasium abzuheben (vgl. Gudjons 2012, 300-302). Meyer spricht davon, dass die Realschulen im Stillen boomen und insbesondere für soziale Aufsteiger unter den Schülerinnen und Schülern interessant seien, bei denen erstmals in der Familiengeschichte ein Kind höhere Abschlüsse anstrebt (vgl. Meyer 1997, 414).

... Ebene 2: Bildungs- und Erziehungsauftrag. Der Abschnitt erläutert, wie der Bildungs- und Erziehungsauftrag der sechsstufigen Realschule verwirklicht werden soll und umfasst die fächerübergreifenden Bildungs- und Erziehungsaufgaben sowie die Fachprofile (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 11). Der Unterricht in der Jahrgangsstufe 5 beinhaltet das Pflichtfach Mathematik und macht die Schülerinnen und Schüler mit den Arbeitsweisen an der Realschule vertraut. Er hat zunächst das Ziel, eine einheitliche Basis für das Lernen zu erreichen (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 25). Zu den fächerübergreifenden Bildungs- und Erziehungsaufgaben heißt es, hierzu „gehören auch Aufgaben, die nicht in bestimmten Unterrichtsfächern allein bewältigt werden können und deshalb im Zusammenwirken mehrerer oder aller Fächer als fächerübergreifende Bildungs- und Erziehungsaufgaben wahrgenommen werden“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 26). Beispielhaft sind dies berufliche Orientierung, Gesundheitserziehung, gewaltfreies Zusammenleben, informationstechnische Grundbildung, Medien-, Menschenrechts- und Umwelterziehung. Es schließt sich, neben anderen Profilen der Profulfächer und Wahlfächer, das Fachprofil *Mathematik* an. Zu Bildung und Erziehung wird daran erinnert, dass Mathematik die Fähigkeit fördert, auch allgemeine Probleme zu lösen (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 56).

„Die Schüler lernen zu beobachten und nach Gesetzmäßigkeiten zu suchen, zu ordnen, zu klassifizieren und zu strukturieren, zu verallgemeinern und zu spezifizieren, zu kombinieren und zu variieren. Dadurch wird auch kreatives und intuitives Denken als ein wesentliches Merkmal der Mathematik gefördert.

Die Schüler lernen, Daten zu sammeln und sachgerecht zu bearbeiten, zu messen, zu schätzen, zu überschlagen, zu berechnen, Schaubilder herzustellen und Ergebnisse zu interpretieren.

Sie erfahren die Anwendbarkeit der Mathematik, die es ermöglicht, Problemstellungen zu erschließen, zu bewältigen und so zweckmäßig Entscheidungen zu treffen, erkennen aber auch, dass die Anwendbarkeit mathematischer Methoden Grenzen hat.

Sie lernen, konkrete Anschauung und abstraktes Denken, logische Analyse und Synthese zu verbinden. Gleichzeitig entwickeln sie Genauigkeit, Zuverlässigkeit, Sorgfalt und Ausdauer.

Sie lernen, rational zu argumentieren; dazu gehört, Bedingungen anzuerkennen, zu definieren, zu formulieren, zu begründen, zu analysieren und Aussagen zu überprüfen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 56).

Die Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts berücksichtigen, dass das Denken der Schülerinnen und Schüler zunächst noch an anschaulichen Vorstellungen gebunden ist. Die Lernenden sammeln Erfahrungen durch den handlungsorientierten Umgang mit konkretem Material und gelangen vom anschaulich-konkretem zum abstrakten Denken (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 56).

„In der Geometrie werden die Schüler befähigt, [...] Größenverhältnisse und figürliche Anordnungen in der Ebene und im Raum zu begreifen, bestimmte Figuren in komplexen Zusammenhängen wieder zu erkennen und entsprechende Untersuchungen durchzuführen. Dabei soll auch das ästhetische Empfinden der Schüler weiterentwickelt werden [...].

Der Umgang mit statistischen Daten, das Erfassen des Zufalls in Modellen und das Entwickeln eines Wahrscheinlichkeitsbegriffs stehen im Mittelpunkt des Bereichs Daten und Zufall. Da die Antwort auf ein Problem der Datenanalyse selten eine einzige zu errechnende Zahl ist, soll insbesondere hier darauf geachtet werden, dass die Schüler in zusammenhängender Sprache ihre Vorgehensweisen und Schlussfolgerungen erklären können.

Die Schüler lernen in sachlogischen Zusammenhängen zu denken, Arbeits- und Lösungsstrategien zu entwickeln, kritisch zu urteilen und klar zu entscheiden. Durch systematisches und exemplarisches Arbeiten erwerben sie einen Einblick in verschiedenartige Gebiete der Mathematik mit ihren vielfältigen Querverbindungen. Sie verfügen ggf. über mehrere Lösungswege, können die Qualität der verschiedenen Lösungen beurteilen und erfahren die Leistungsfähigkeit und die Grenzen der Lösungsmethoden. Sie werden mit der Fachsprache der Mathematik vertraut.

Die Schüler werden zu einem zweckmäßigen Einsatz der gebräuchlichen Hilfsmittel [...] geführt. Um die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik zu zeigen, werden immer wieder praxisbezogene, im Erfahrungsbereich der Schüler liegende Aufgabenstellungen aus Umwelt und Natur herangezogen und mithilfe mathematischer Methoden behandelt.



Sinnvolles, vertiefendes Üben an unterschiedlichen Beispielen mit offenen und variierenden Aufgabenstellungen festigt erworbene Fertigkeiten. Es ermöglicht die Vernetzung der Inhalte sowie kumulatives Lernen. Ein methodisch abwechslungsreicher, handlungsorientierter Unterricht fordert entdeckendes Lernen und flexibles Denken und weckt Freude an der Mathematik“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 57).

Das Fach Mathematik als Teil des Ganzen trägt zur informationstechnischen Grundbildung bei und liefert das rechnerische Handwerkszeug für weitere Fächer. Zusammen mit dem Fach Deutsch wird die Fähigkeit gefördert, Texte zu verstehen und zu analysieren. Die Einordnung bedeutender Mathematiker in deren gesellschaftlichen und historischen Zusammenhang trägt zu deren Wertschätzung bei (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 57).

... Ebene 3: Fachlehrpläne. Die letzte Ebene führt näher aus, was in den einzelnen Jahrgangsstufen und Fächern unterrichtet wird und zwar jeweils in drei aufeinander bezogenen Abschnitten: Den pädagogischen Leitthemen mit grundlegenden Bildungs- und Erziehungsaufgaben der Jahrgangsstufe folgen Vorschläge für fächerverbindende Unterrichtsvorhaben und schließlich die Fachlehrpläne mit den Lernzielen und Lerninhalten einschließlich des Grundwissens, ggf. auch mit methodischen Hinweisen (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 103-104). Es werden Zeitangaben, Informationen über Aufgabentypen, deren Zielsetzung und über den Schwerpunkt des Unterrichts sowie eine gewisse curriculare Einordnung angeboten (vgl. Heckmann/ Padberg 2012, 34-35). Spezifisch für die *Jahrgangsstufe 5* der Realschule heißt es zum pädagogischen Leitthema „Sich in einem neuen Umfeld orientieren“:

„Der Übertritt an die Realschule leitet für die Schüler einen neuen Lebensabschnitt ein [...]. Diese Situation kann einerseits herausfordern und motivieren, kann aber andererseits auch Unsicherheit hervorrufen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 105). Aus entwicklungspsychologischer Sicht sind die Kinder dieser Altersstufe leistungsbereit, neugierig und spontan in ihrem Handeln. „Ausgeprägter Bewegungsdrang, Freude an kreativem Tun, aber auch begrenzte Ausdauer und Konzentrationsfähigkeit sind Merkmale dieser Altersgruppe. Individuelle Unterschiede bei der körperlichen und seelischen Entwicklung, insbesondere zwischen Jungen und Mädchen, führen zu unterschiedlichen Verhaltensweisen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 105).

Der pädagogische und unterrichtliche Schwerpunkt liegt auf der Vermittlung von Verhaltensregeln, Grundinformationen, Lern- und Arbeitstechniken sowie der Horizonterweiterung durch neue Fächer. Die Schülerinnen und Schüler

„sollen erfahren und einsehen, dass das Einhalten bestimmter Regeln und Grundsätze eine wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Lernen und Arbeiten ist und dass für ein angenehmes Klima gegenseitiger Respekt und ein entsprechender Umgangston unerlässlich sind. Ziele sind der pflegliche Umgang mit dem schulischen und dem persönlichen Eigentum sowie das Verständnis für die Rechte anderer und für die jeweils aktuellen Erfordernisse des gemeinschaftlichen Zusammenseins. Dies kann am ehesten gelingen, wenn die Schüler sowohl die Wertschätzung der eigenen Person erleben als auch durch Entwicklung und Förderung der eigenen Kompetenzen innere Sicherheit gewinnen und ein gesundes Selbstwertgefühl ausbilden. Dazu gehört wesentlich, dass sie in fantasievoller wie fairer Weise nach verschiedenartigen Möglichkeiten suchen, um ihre eigenen Bedürfnisse durchzusetzen, ohne dabei andere in unzulässiger Weise einzuschränken [...]. Die Schüler erwerben unter gezielter Anleitung der Lehrkräfte wichtige Lern- und Arbeitstechniken, die die Grundlage für die gesamte weitere Schulzeit bilden. Sie lernen, sich Kenntnisse und Fertigkeiten systematisch anzueignen sowie ihre Arbeit sorgfältig und zunehmend selbstständig zu planen und auszuführen. Klare Regeln, Hilfen und Anweisungen, z. B. bei Heftführung oder Hausaufgaben, unterstützen diesen Prozess. Die aus der Grundschule bekannten Sozialformen des Lernens, wie Still-, Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit, werden weitergeführt und vertieft. Der natürlichen Lernfreude und Spontaneität der Schüler kommen spielerische und handlungsorientierte Formen des Lehrens und Lernens entgegen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 105).

Verbindlich unter den fächerverbindenden Unterrichtsvorhaben ist unter anderem das Thema „Neue Gemeinschaft“ in der Eingangsklasse der Realschule: „Die neue Situation an der Realschule bietet Raum für neue Kontakte und Freundschaften. Bei der Verfolgung gemeinsamer Ziele sind Regeln und Umgangsformen wichtige Voraussetzungen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 107). Das gegenseitige Kennenlernen, das Erlernen von Umgangsformen, Gesprächskulturen, Verhaltensregeln, Solidarität und ihre Grenzen sowie das Empfinden von Gemeinschaft, Integration und sozialen Gefügen in der Klasse sind inhaltliche und methodische Anregungen hierzu. Als Vorschläge für weitere fächerverbindende Unterrichtsvorhaben stehen die Themen „Lernen lernen“ und „Spielend gestalten“:

„Lernen lernen: Der Eintritt in die Realschule bedeutet einen weiteren Schritt in die Selbstständigkeit. Die Schüler lernen [...] die spezifischen Arbeitsweisen an der Realschule kennen und eignen sich grundlegende Lernmethoden an. Sie werden dabei unterstützt, ihren eigenen Weg des effizienten Lernens zu finden. Inhaltliche/ methodische Anregungen: Lerntypen, Lerntechniken, Zeitplanung, Hausaufgabenplanung, systematisches Üben und Wiederholen, [...] mit (Schul-) Büchern lernen, mit Lernmaterialien und Lernspielen arbeiten, [...] schulisches Arbeitsumfeld, Ordnung und Sauberkeit, Heftführung, [...]. Spielen und gestalten:

Lernen bedeutet Anstrengung, kann aber auch Spaß und Freude machen. Beim kreativen Spiel entfalten die Schüler besondere Begabungen, Fähigkeiten und Neigungen. Inhaltliche/methodische Anregungen: Spielregeln, Fairness, gewinnen und verlieren können, Spiele (auch Lernspiele) erfinden, Wettbewerbe, Geschichten erfinden und darstellen, Kommunikationsspiele, [...]“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 108).

Auf die anschließenden Fachlehrpläne, im Speziellen auf das Fach Mathematik und die für die vorliegende Arbeit wesentlichen Fachlehrpläne, wird an späterer Stelle eingegangen.

### **Grenzen, Schwierigkeiten, Gefahren**

Brügelmann stellt fest, dass die Schule das Denken vermitteln soll und die Inhalte nur eine instrumentelle Funktion haben. Zugleich stellt er die Frage, ob bestimmte Inhalte bildungswirksamer sind als andere. Aus Konkretem kann Allgemeines gelernt werden und das kann an demselben Gegenstand ganz Unterschiedliches sein. Je nach Blickwinkel können die Schülerinnen und Schüler etwas anderes lernen. Darum ist die Wahl der Perspektive eine didaktisch zu begründende Entscheidung. Zudem ist es eine Unterstellung, dass zentrale Erfahrungen nur in der Auseinandersetzung mit bestimmten Gütern gemacht werden können. So gesehen macht auch ein Curriculum keinen Sinn, in dem Inhalte und deren Erarbeitung vorgegeben werden (vgl. Brügelmann 2005, 271-274). Darüber hinaus gibt der bayerische Lehrplan noch immer vor, was die Schülerinnen und Schüler inhaltlich pro Zeiteinheit lernen sollen. Dabei ist es utopisch davon auszugehen, dass eine Lehrkraft, die eine Verständnisfrage stellt und von einem Schüler oder einer Schülerin die richtige Antwort erhält, davon ausgehen kann, dass jetzt die ganze Klasse die Antwort hätte geben können und sie in ihrem Unterricht fortfahren kann. Seit der Jahrtausendwende weicht diese „Input-Orientierung“ einer „Output-Orientierung“, die in kompetenzorientierten Bildungsplänen nun wiederum definiert, was Schülerinnen und Schüler können sollen: Sie sollen einheitliche Kompetenzen erwerben, und zwar zeitgleich und unabhängig davon, von welchem Kompetenzniveau der einzelne Lerner gestartet ist (vgl. Herold 2011, 20).

## 2 LERNWERKSTATT

---

### 2.1 BEGRIFFLICHE KLÄRUNG

#### Organisationsformen der Lehrer-Schüler-Beziehung

Sozialformen sind Organisationsformen der Lehrer-Schüler- und der Schüler-Schüler-Beziehungen beim Lernen. Sie beschreiben, wie die sozialen Aktivitäten in einer Lerngruppe während des Unterrichts verteilt sind (vgl. Wiater 2007b, 229). An dieser Stelle erfolgt zunächst eine kurze Einordnung des Begriffs „Lernwerkstatt“ in die Organisationsformen der Lehrer-Schüler-Beziehung.

Die wohl häufigste Sozialform in der Unterrichtspraxis ist der Frontalunterricht. „Frontalunterricht ist ein Klassenunterricht, bei dem die Lehrkraft im Zentrum der Lehr-Lern-Geschehens steht. Lernende sitzen der Lehrkraft in Blockform gegenüber. Sie wirkt vorwiegend sprachlich in direkter Aktionsform auf den gesamten Klassenverband ein, der weitgehend im Gleichschritt lernen soll. Thematisch orientieren sich die Unterrichtsinhalte und der Unterrichtsverlauf an der Systematik der zugrunde liegenden Fachwissenschaft“ (Riedl 2010, 173). Der Frontalunterricht ist zusammen mit dem Unterrichtsgespräch dem Klassenunterricht zuzuordnen, unterscheidet sich von diesem jedoch in zweifacher Hinsicht: er ist ausgesprochen lehrerzentriert und es überwiegen deswegen die Aktionsformen des Lehrers. Als Vorzüge des Frontalunterrichts werden genannt: Der Frontalunterricht ist sehr zeitökonomisch, zudem eine methodisch vergleichsweise einfache Sozialform des Unterrichts und von daher für den Lehranfänger besonders geeignet. Er erleichtert der Lehrerin und dem Lehrer Disziplinierungsmaßnahmen und eignet sich besonders für Lerninhalte, die kognitives und rezeptives Lernen erlauben. Der Frontalunterricht wird jedoch in der schulpädagogischen Forschung und Diskussion auch kritisch bewertet, da er sozialerzieherische Aspekte vernachlässigt, zu einer allzu engen autoritären Bindung an die Lehrkraft führt, nicht der Individualität der Lernenden gerecht wird und diese nur rezeptiv lernen (vgl. Ascherleben 1979, 64).

Der Gruppenunterricht ist eine Sozialform des Unterrichts, in der die Schülerinnen und Schüler zeitweise selbstständig in sogenannten Kleingruppen von drei bis sechs Mitgliedern an einem Lerninhalt arbeiten (vgl. Aschersleben 1979, 75). Häufig durchlaufen die Schülerinnen und Schüler drei Phasen des Gruppenunterrichts (vgl. Aschersleben 1979, 75):

- Vorbereitung der Gruppenarbeit  
Lernmotivation durch Einstieg, Ankündigung des Themas, gebundenes Unterricht- oder Lehrgespräch zum Thema, Entwurf des Arbeitsplanes, Bereitstellung von Medien, Bildung von Arbeitsgruppen

- eigene Gruppenarbeit  
interne Planung in den Gruppen, Gruppenarbeit
- Auswertung der Arbeitsergebnisse  
schriftliche Zusammenfassung und weitere Verarbeitung der Ergebnisse, Vortrag der Gruppenergebnisse.

Vertreter gruppenunterrichtlicher Methoden erheben nahezu unangefochten den Anspruch, mit Gruppenunterricht sowohl soziale Lernziele wie Kooperationsfähigkeit, soziale Kompetenz oder soziale Integration als auch affektive Lernziele wie Toleranz oder Hilfsbereitschaft zu erreichen. Widersprüchliche Untersuchungsergebnisse liegen bei den kognitiven Lernzielen wie Wissen oder Fertigkeiten vor. Formen des Gruppenunterrichts lassen sich nach inhaltlichen Gesichtspunkten in arbeitsgleich oder arbeitsteilig unterscheiden (vgl. Ascherleben 1979, 65-74).

Frontalunterricht und Klassenunterricht fördern letztlich fachliches Lernen und „offener“ Unterricht fördert nicht-fachliche Lernziele besser (vgl. Rabenstein 2007, 27). Zu den offenen Formen des Unterrichts gehört auch das Lernen an Stationen und in einer Lernwerkstatt.

Das Lernen an Stationen ist ein Arbeitsangebot, das in strukturierter Weise die selbstständige Erledigung von enger oder offener gestellten Aufgaben mithilfe von Materialien und Geräten ermöglicht und auf verfügbaren Flurflächen, in einer Lernwerkstatt oder in Fachräumen eingerichtet wird. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig die Sozialform sowie die Reihenfolge der Pflicht- und Wahlaufgaben, die in der Art der Bearbeitung und im Anspruchsniveau variieren (vgl. Bönsch 2006b, 174). Der Unterricht gestaltet sich nicht linear, sondern wird nur durch eine zentrale Einleitungsphase gemeinsam begonnen. Darin werden Regeln aufgestellt und entschieden, welche Stationen verpflichtend und welche aus eigenem Antrieb zu erledigen sind. In der Erarbeitungsphase sind die einzelnen Stationen in ihrer Reihenfolge und der Sozialform selbstständig wählbar. Sie unterscheiden sich sowohl in der Art der Bearbeitung als auch im Anspruchsniveau und können eigenständig konzipiert, je nach Interesse an handlungs- oder kognitiv-systematisch gestalteten Aufgaben, durchlaufen werden (vgl. Bönsch 2006b, 174). „Im Idealfall gibt es mehr Stationen als Schülergruppen, so dass das Rotationsprinzip mit der dafür notwendigen zeitlichen Flexibilität und inhaltlichen Variabilität besser funktionieren kann“ (Bönsch 2000, 63). Grundanliegen ist ein interessanter, frei wählbarer, über die Aufgaben fachlich anspruchsvoller, mit unterschiedlichen Bearbeitungszeiten eröffneter Lernprozess, der in Leistungsabschnitten gestuft über vielfältige Angebote das soziale Lernen fördert und die Rolle des Lehrers verändert. Kritische Aspekte können die schwierige Überprüfung und Leistungsfeststellung der Schülerinnen und Schüler, aber auch die veränderte Übersicht für die Lehrerin und den Lehrer sein. Räumlich dienlich für das Lernen an Stationen kann hier eine Lernwerkstatt sein (vgl. Bönsch 2006b, 174).

Wenn man das Terrain des Begriffs „Lernwerkstatt“ zunächst abgrenzen will, sind folgende Begriffe zu nennen, die wie Fähnchen das Begriffsumfeld abstecken: Lernwerkstatt, Lernlandschaft, Lernkabinett, Lernecke, Lernatelier, Lerngarten, Lernstraße, Lernlaboratorium, Lernzirkel, Schülerzentrum, Interessenzentrum, Learning environments oder vorbereitete Umgebung. Alle diese Begriffe markieren eine Denk- und Diskussionsrichtung, die dem Lernen von Schülerinnen und Schülern eine andere Anregung geben will, als sie in der üblichen Methodenkunst einer Lehrperson gegeben ist (vgl. Bönsch 2000, 56).

Eine **Lernwerkstatt** ist „ein Ort, Raum, Raumteil, Raumensemble; der zweckmäßig eingerichtet ist (Werkzeuge, Materialien); in dem Gegenstände hergestellt und aufbewahrt werden oder fertige Gegenstände bei der Arbeit benutzt werden; in dem Lehrer Gegenstände herstellen oder bereithalten, die als Lernangebote dienlich sein können bzw. in dem Schüler Gegenstände herstellen oder benutzen und damit Lernerfahrungen machen können.“ (Bauer 1998, 16).

Darboven beschreibt die Lernwerkstatt als „eine gestaltete Lernumgebung, in der Schüler zu einem bestimmten Thema oder fächerübergreifend ein vielfältiges Arrangement von Lernsituationen und Lernmaterialien für Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit zur Verfügung gestellt wird“ (Darboven 2011, 14). Verschiedene Arbeitsplätze mit wenig verpflichtenden und vielen freiwilligen Lernangeboten werden von der Lehrkraft vorbereitet und von den Lernenden im Selbststudium erarbeitet (vgl. Darboven 2011, 14). Dabei wird „im Werkstattunterricht [...] das Klassenzimmer zu einer Arbeitsstätte, wie es die Werkstatt eines Künstlers oder eines ‚klassischen‘ Handwerkers war. Hier gibt es Aufträge, den der Lehrling/Geselle/Meister (Schüler) ausführen soll, wofür er sich Gedanken zur Realisierung machen muss, mögliche Schwierigkeiten bedenken, Handwerkszeug (Arbeitstechniken, Lernmethoden) sachgerecht einsetzen muss. In der Praxis sind die Aufgaben, die zu bearbeiten sind, von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad und setzen eine gewisse Sachkompetenz, Sozialkompetenz (z. B. Ausdauer, Konzentration, Ordentlichkeit) und Methodenkompetenz (z. B. sachgerechtes Anfertigen) voraus. Der Werkstattunterricht in der Schule besteht aus [...] Arbeitsmaterialien mit Arbeitsaufträgen, die den Schülern zur freien Wahl und zur individuellen und selbstständigen Bearbeitung angeboten werden. [...] Die Schüler müssen auch beim Werkstattunterricht zuerst ihr Lernergebnis selbst kontrollieren, bevor es dem ‚Meister‘ (Lehrer) präsentiert wird“ (Wiater 2013, 115).

Gleich ob man eine eher kindliche oder erwachsene Vorstellung des Wortes „Werkstatt“ pflegt, alle sind sich im Kern gleich. Es handelt sich um einen zweckmäßig eingerichteten Raum, in dem eine oder mehrere Personen selbstständig oder unter Anleitung an einem Auftrag handwerklich arbeiten. Im Bereich der Schule stellt sich die Silbe „Lern-“ dem Wort „Werkstatt“ voran. Schließlich setzt sich das Wort „Lernwerkstatt“ aus den drei Teilen „LERN(EN)“, „WERK“ und „STATT“ zusammen, die eine detaillierte Begriffsbestimmung erlauben (vgl. Bauer 1998, 16):

„LERN(EN)“	<p>Aus Sicht des Lehrers: Herstellen und Bereithalten von Gegenständen, die als Lernangebot dienlich sein können.</p> <p>Aus Sicht des Schülers: Herstellen und Benutzen von Gegenständen, um dabei Lernerfahrungen zu sammeln.</p> <p>Aus Sicht der Mathematik: Mathematiklernen als spannende und faszinierende, gleichzeitig aber auch exakte, vielschichtige, komplexe und abstrakte Disziplin in der Schulart Realschule</p>
„WERK“	<p>Typische, wiederkehrende Arbeitsvorgänge mit direkten, unmittelbaren und greifbaren Werkzeugen und Materialien zur Herstellung und Aufbewahrung von Gegenständen. Empfindungen beim Anfassen und Ertasten und Möglichkeit der Verbesserung. Fertige Gegenstände werden bei der Arbeit wieder benutzt, „Abfallmaterial“ kann als Spielmöglichkeiten verwendet werden.</p>
„STATT“	<p>zweckmäßige Einrichtung, Ort, Raum, Umgebung</p>

Eine Lernwerkstatt ist ein Ort, an dem neue Lernwege erprobt, individuelle Lerninteressen und verschiedene Lerntypen berücksichtigt, Lernbereitschaft und Lernfreude gesteigert und neue Formen selbstgesteuerten, eigenverantwortlichen Lernens erprobt werden. Zugleich ist es ein Raum, der ein vielfältiges Lern- und Materialangebot mit hohem Aufforderungscharakter bietet und in dem Schülerinnen und Schüler das Lernen lernen (vgl. Bauer 1998,4).

### **Organisationsformen der Schüler-Schüler-Beziehung**

Das Arbeiten in einer Lernwerkstatt bietet sich an, auch die Sozialformen nach den Organisationsformen der Schüler-Schüler-Beziehung beim Lernen zu untergliedern.

Unter Einzelarbeit fasst man alle Arbeitsformen zusammen, bei denen Schülerinnen und Schüler für die Erledigung zeitlich begrenzter Arbeitsaufträge ohne direkte Führung des Lehrers und der Lehrerin oder Mitwirkung anderer lernen (vgl. Wiater 2007, 230).

Lernen in Partnerarbeit setzt zwei Schüler oder Schülerinnen voraus, die für eine kurze Zeit gleichrangig und auf der Basis von Gegenseitigkeit miteinander an der Lösung einer Aufgabenstellung arbeiten (vgl. Wiater 2007, 230). Neben dem willkommenen Wechsel der Sozialform bietet die Partnerarbeit jedem einzelnen Lernenden die Möglichkeit durch eigene aktive Beiträge mit dem Partner eine gemeinschaftliche Lösung zu finden, die zu zweit komplexer durchdrungen werden kann, als in Einzelarbeit. Beide Lernpartnerinnen bzw. partner sollten sich ergänzen und interessiert daran sein, etwas zu schaffen.

Gruppenarbeit im engeren Sinne umfasst jene Phase des Unterrichts, in der Schülergruppen selbstständig an einem Lerninhalt arbeiten. Von Gruppenarbeit spricht man, wenn etwa drei bis sechs Schülerinnen und Schüler zeitweilig aufgabengleich oder aufgabenverschieden ohne Steuerung durch die Lehrkraft tätig sind (vgl. Wiater 2014, 37). Bei der leistungsbezogenen Differenzierung unterscheidet man in quantitativer und qualitativer Hinsicht. Das für alle verbindlich zu lernende Grundwissen, die Mindestanforderung, wird nach Arbeitstempo, Darstellungsart, Umfang und mit spezifischen Lernhilfen differenziert dargeboten. Wenn dieses gewährleistet ist, stehen zusätzliche Aufgaben zur Verfügung, die sowohl vertiefend als auch weiterführend und gegebenenfalls individualisierend angelegt sind.

Bei der Partner- oder Gruppenarbeit helfen sich die Lernenden gegenseitig und profitieren voneinander. Nahezu beiläufig findet dabei eine erste Reflexion statt und bestärkt sie in dem Glauben, dass sie gemeinsam ihr Ziel erreichen können. Hinzu kommt, dass die Arbeit im Team dem Arbeiten im Alltag näher kommt. Zudem fördert die Partner- und Gruppenarbeit die kognitive Entwicklung, da über den Standpunkt und die Perspektive der anderen nachgedacht werden muss. Während Schülerinnen und Schüler, die ihren Misserfolg auf mangelnde Begabung zurückführen, wenig Motivation haben, sich im betreffenden Fach noch einzusetzen, haben die Schülerinnen und Schüler, die ihren Misserfolg auf mangelnde Anstrengung zurückführen, beste Chancen, mit mehr Einsatz bessere Leistungen zu erbringen (vgl. Beck 1995, 31-32). Bei dauerhaften Lerngruppen ist die stabilisierende Wirkung homogener Leistungsgruppen besonders hoch, bei Gruppen auf kurze Zeit entsprechend schwächer. Deshalb scheint eine häufige Neubildung der Gruppen vorteilhaft zu sein (vgl. Viet 1976, 241-143).

Alle drei Organisationsformen der Schüler-Schüler-Beziehung gliedern sich in einen drei- bzw. vierteiligen Prozess. In der Eröffnungsphase lesen die Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung, erfassen gedanklich die Fragestellung und aktivieren ihr bestehendes Wissen zum Thema. Für die Lösungsidee dürfen eigenständig Notizen gemacht werden. Dem anschließenden Austausch ist die meiste Zeit gewidmet und ermöglicht den Lernenden gewonnene Ideen preiszugeben, sich von anderen anregen zu lassen und auszutauschen. Für die Sicherungsphase bereiten die Kinder und Jugendlichen ihre Arbeit und Ergebnisse schriftlich auf. Das setzt voraus, dass jeder Schüler und jede Schülerin in der Lage ist, den Lernprozess zu reflektieren. Abschließend erfolgt eine Reflexion. Sie hilft zu erkennen, was gut gelungen ist und was verbessert werden kann. Bei der Einzelarbeit entfällt die Phase des Austausches.



## 2.2 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND

In frühesten Zeiten der Schule behauptete sich ein traditioneller, geschlossener Unterricht mit absoluter Disziplin und Unterordnung der Kinder. Die Steuerungsfunktion lag rein in der Hand der Lehrkraft, was zu einem penibel geplanten, gleichförmigen Ablauf führte (vgl. Bauer 1998, 11). Bereits im Zuge der Reformpädagogik etwa von 1900 bis 1933 (vgl. Bönsch 2006b, 11) setzte eine Gegenbewegung ein. Der Unterricht gestaltete sich fortan nach dem Motto „vom Kinde aus“. Es lagen die Prinzipien der Autonomie der Kinder, des selbstgesteuerten Lernens und der Ganzheitlichkeit zu Grunde. Freie Arbeit, offener Unterricht, praktisches Lernen und Arbeitsschulen wurden mit konkreten Arbeitsmaterialien in Lernwerkstätten organisiert und gefördert (vgl. Bauer 1998, 12). Die Vordenker und Impulsgeber der Werksattarbeit sind unter anderen (vgl. Wiater 2013, 115):

- Maria Montessori: Freiarbeit. Sie entwickelte als Ärztin und Pädagogin didaktische Materialien zur Förderung geistig behinderter Kinder, die später auf normalbegabte Kinder übertragen wurden. Wichtig war Montessori, in einer didaktisch vorbereiteten Umgebung die gesammelte Aufmerksamkeit und damit die Selbstständigkeit der Kinder zu wecken. „Hilf mir, es selbst zu tun!“ ist in erster Linie der Appell des Kindes an den Lehrer, es zu unterstützen, wenn es Hilfe braucht (vgl. Aring 2002, 51-52).
- Célestin Freinet: école moderne mit Arbeitsecken. Er begann nach dem ersten Weltkrieg die französische Schule zu revolutionieren und findet noch heute internationale Anerkennung. Zu den Schwerpunkten seiner Pädagogik zählen die Einbeziehung der Umwelt, das Prinzip der individuellen Verantwortlichkeit, die demokratische Entscheidungsfindung, die vielfältigen Möglichkeiten des Ausdrucks und die Definition von Arbeit als dem Mittelpunkt allen menschlichen Lebens. Von besonderer Bedeutung sind die Elemente „Klassendruckerei“ und „Klassenkorrespondenz“ (vgl. Aring 2002, 51-52).

Eine Unterbrechung fand dieser Ansatz mit dem Beginn des Nationalsozialismus (vgl. Bauer 1998, 12). Bis etwa 1970 behauptete sich ein wissenschaftsorientierter Rechenunterricht, der geprägt war von den Bemühungen, Kindern das Rechnen - insbesondere die Mathematik im Alltag - einsichtig zu machen. In den fünfziger und sechziger Jahren des letzten Jahrhunderts entwickelte sich dieser stärker lern- und entwicklungspsychologisch geprägt weiter. Dabei ging es nicht nur um die Vermittlung formaler Fertigkeiten sondern um das Verständnis von Zahlen und Rechenoperationen. So stieß man bei der Suche nach geeigneten Lernmaterialien beispielsweise auf aufgereihete Perlen, Rechenstäbe, Steckbretter und Hunderterfelder. Hinter allen Materialien steht die Überzeugung, dass Kinder handelnd lernen müssen und dass das Rechnen keinesfalls auf den Umgang mit Zahlzeichen reduziert werden darf (vgl. Sundermann/ Selter 2011, 13-14). In den siebziger Jahren lag der Kern der Reform der „Neuen Mathematik“ nicht in neuen Inhalten, sondern in einer neuen Sicht des Lernens beispielsweise in Form von genetischem Lernen, Lernen in Zusammenhängen, Problemorientierung,

praxisorientiertes Lernen, Bedeutung didaktischer Materialien und Differenzierung. Diese Stichworte finden sich bis heute in allen neueren Lehrplänen. Die Neubesinnung auf fundamentale mathematische Ideen in der Arithmetik, der Geometrie und im Sachrechnen ist ein wichtiges Anliegen der gegenwärtigen Lehrpläne. Dabei ist der Schwerpunkt der Diskussion verlagert von inhaltlichen Fragen auf Analyse von Lehr- und Lernprozessen und die Veränderung des Unterrichts zu mehr Offenheit und Freiheit. Beides wirft auch ein neues Licht auf die Bedeutung von Lernmaterialien (vgl. Sundermann/Selter 2011, 19-21).

## 2.3 BEGRÜNDUNGEN

Der Werkstattunterricht stellt die Ansätze der Reformpädagogik und damit das ganzheitliche Lernen in den Mittelpunkt. Dies unterstützt die Anbahnung, Förderung und Weiterentwicklung von Kompetenzen (vgl. Köberlein 2011, 5). Im Zuge des Wandels zur Wissenschaftsgesellschaft gelten Schülerinnen und Schüler als kompetent, wenn sie auf vorhandene Kenntnisse zurückgreifen können und die Fähigkeit besitzen, sich erforderliches Wissen selbstständig zu beschaffen. Die Bedeutung von inhaltlichem Wissen nimmt ab, die Bedeutung von Kompetenzen im Umgang mit Kenntnissen zu (vgl. Darboven 2011, 8-9). Die traditionelle Didaktik formuliert verschiedene Prinzipien für den Unterricht, sodass dieser den gängigen Forderungen der Anthropologie, Psychologie, Pädagogik, der soziologisch-gesellschaftlichen Entwicklung, den Bildungsstandards und Lehrplänen entspricht. Viele der angestrebten Prinzipien können jedoch erst durch eine „wirkliche“ Öffnung des Unterrichts verantwortungsvoll umgesetzt werden (vgl. Peschel 2009, 40). Die oben bereits dargestellten „Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht“ Selbsttätigkeit, Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen, Veranschaulichung und Materialbezug, Ganzheit und Motivation sind somit sowohl Grundlage als auch Begründung für das Arbeiten in einer Lernwerkstatt. Aus ihnen „lässt sich [besonders] die Selbstbestimmungstheorien der Motivation (Deci & Ryan, 1993, 229) zur Begründung offener Lernformen heranziehen. Die Kognitionspsychologie liefert insbesondere mit Erkenntnissen zum Wissenserwerb und zur Wissenskonstruktion Argumente für die Gestaltung von integrierten Lernumgebungen, die auf dem Zusammenspiel von Instruktion und Konstruktion basieren (vgl. Krapp & Weidenmann, 2006, 164ff, 642f)“ (Hallitzky 2010, 152).

„Die Wurzeln des offenen Unterrichts sind vielfältig und entstammen den unterschiedlichsten Bereichen. Was es mit Sicherheit nicht gibt, ist eine lineare, durchgängige Entwicklung des offenen Unterrichts, ausgehend von einer bestimmten Idee oder Vorstellung von Schule, die sich dann zielgerichtet weiterentwickelt hat“ (Peschel 2009, 67). Jede Übersicht über Formen offenen Unterrichts ist zwangsläufig subjektiv gefärbt, da der entsprechende Konzeptbegriff im Laufe der Zeit von verschiedenen Personen auf vielfältigste Art umgesetzt oder weil jedes Konzept an sich weder als geschlossen noch offen konzipiert wurde (vgl. Peschel, 2009, 8). „Offenheit ist [...] gekennzeichnet vom Merkmal der Durchlässigkeit und der Transparenz. In der Informatik spricht man von Dynamik im Hinblick auf die Eigenschaft, sich an veränderte Bedingungen anzupassen. Schließlich erlaubt das Aufbrechen von Strukturen neue Blickwinkel, neue Wege, alternative Entscheidungen. Diese Optionen beschreiben das Merkmal der Beweglichkeit oder Flexibilität“ (Hallitzky 2010, 147). Diese alltagssprachlichen Bedeutungen des Offenheitsbegriffs lassen sich in die theoretische Beschreibung von Unterricht wie folgt übertragen (vgl. Hallitzky 2010, 147). Gemeinsames Merkmal aller Konzepte offenen Unterrichts ist der Verzicht auf Frontalunterricht (vgl. Peschel, 2009, 8). Die Öffnung bezieht sich keinesfalls nur auf der Ebene der organisatorisch-methodischen Entscheidungen (vgl. Hallitzky

2010, 152-153). Peschel unterscheidet weiter nach inhaltlicher, sozialer und persönlicher Offenheit und stuft diese ab (vgl. Peschel 2009, 77-90). Alle Ansätze stellen die freie Entfaltung der Persönlichkeit und die Eigenverantwortung der Kinder in den Mittelpunkt und schaffen Lernangebote und Lernumgebungen, aus denen selbstständig gewählt werden kann. Immer häufiger wird auch in diesem Zusammenhang vom Wertstattunterricht gesprochen (vgl. Darboven 2011, 8-9). Dieser ist weder eine neue Erfindung noch ein Experiment, sondern eine anerkannte und bewährte Unterrichtsmethode (vgl. Aring 2002, 7). Das Lernen in einer Lernwerkstatt öffnet den Unterricht in Bezug auf das Finden geeigneter Lernpartnerinnen und -partner, die Reihenfolge der Bearbeitung, freie Zeiteinteilung und Selbstkontrolle der Aufgaben (vgl. Darboven 2011, 23). Dadurch, dass alle Kinder gleichzeitig aktiv sind, entfällt das Problem, dass immer alle Kinder das Gefühl haben, nie „dranzukommen“. Im Werkstattunterricht gibt es keine Leerlaufzeiten, in denen die Schülerinnen und Schüler darauf warten, dass ein Kind einen Auftrag an der Tafel erfüllt. Die tatsächliche Zeit für Auseinandersetzungen mit den Lerninhalten ist deutlich höher als beispielsweise beim Frontalunterricht (vgl. Aring 2002, 40). Dabei müssen die Schülerinnen und Schüler bei der Wahl ihrer Aufgaben lernen, sich selbst einzuschätzen. Die Lehrkraft hat während der Arbeit in der Lernwerkstatt Gelegenheit, sich um diejenigen Schülerinnen und Schüler zu kümmern, die sich in ihrer Leistung von den anderen unterscheiden. Auch im Falle einer speziellen Einzelförderung bleibt der Lehrer oder die Lehrerin mit dem betreffenden Kind im Klassenverband. Andere Mitschüler oder Mitschülerinnen, die diese Situation beobachten, lernen auf diesem Weg, einige Hilfestellungen selber zu übernehmen. Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten verlieren leicht ihre Hemmungen und lernen um Unterstützung zu bitten (vgl. Nicolas 1997, 109).

Darboven sieht weitere Vorteile einer Lernwerkstatt in folgenden Faktoren (vgl. Darboven 2011, 31-33):

- Offener Werkstattunterricht ist interdisziplinär, da die Schülerinnen und Schüler lesen, schreiben, erklären und formulieren müssen.
- Die Selbstständigkeit, Eigenverantwortung und Denkfähigkeit werden gefördert, da die Kinder aus einer intrinsischen Motivation heraus arbeiten und so Gelerntes lange im Gedächtnis bleibt.
- Es entfällt die Notwendigkeit der Differenzierung, da jedes Kind sich nach seinem Können und Vermögen mit der Aufgabe auseinandersetzt.
- Das individualisierte Lernen wird ermöglicht, da die Schülerinnen und Schüler Zeit bekommen, das Selbstdenken wieder zu lernen.

Positive Beobachtungen aus Sicht der Schülerinnen und Schüler beim Arbeiten in einer Lernwerkstatt führen Klein-Landeck und Schönknecht auf (vgl. Klein-Landeck et al. 2010, 20/ Schönknecht 1997, 110-111):

- Die freie Wahl der Lernangebote lässt die Schülerinnen und Schüler bewusst und begründet Aufgaben auswählen.
- Die freie Wahl der verschiedenen Lernformen wirkt einer vorschnellen Langeweile entgegen.
- Kinder genießen die von ihnen geforderte Selbstständigkeit und kommen mit der geringen Lenkung oft gut zurecht.
- Die Lernzeit kann von den Kindern individuell bestimmt werden. Weder muss auf einzelne schwächere Mitschüler gewartet werden, noch wird man mitten in seiner Arbeit von der Lehrkraft unterbrochen.
- Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten sich den Unterrichtsinhalt aktiv und dokumentieren ihre Lernfortschritte.
- Die gegenseitigen Erklärungen, Hilfestellungen und Kontrollen lassen die Lernenden Verantwortung für ihre eigene Arbeit übernehmen.
- Die Vorgabe und Kontrolle jedes einzelnen Arbeitsschrittes und die Bewertung jeder Tätigkeit als richtig oder falsch entfallen. Weil jedes Kind sich mit einer andern Aufgabe beschäftigt, kann auch keine Wettbewerbssituation entstehen. Eigene Lernerfahrungen und das eigene Lernergebnis stehen im Vordergrund.
- Die Lernatmosphäre ist entspannt, heiter und gut.
- Schülerinnen und Schüler erleben sich als wichtig, wenn in der Reflexion nach ihrer Meinung gefragt wird.

## 2.4 METHODISCHE GESTALTUNG

### 2.4.1 Formen des Werkstattunterrichts

#### Grundformen

Eine Werkstatt im Rahmen des regulären Schulunterrichts deckt einen Lerninhalt umfassend ab, steht am Anfang einer Lernsequenz, unterbricht eine längere Lernphase oder beschließt eine Phase systematischen Lernens. Man unterscheidet man zwei Grundformen: die offene Werkstatt und die themen- und zielorientierte Werkstatt.

Die offene Werkstatt richtet sich nicht nach curricularen Vorgaben, sondern macht freie Lernangebote. Der Prozess des Tuns, der Arbeit selber, ist wesentlicher Sinn dieser Werkstattangebote (vgl. Wiater 2007a, 113). Eine offene Werkstatt wird als ein richtlinienadäquates, durchgängiges und dauerhaft umzusetzendes Arbeitsprinzip verstanden. Dabei soll/ sollen

- sich die Schülerinnen und Schüler mit eigenen Ideen an der Werkstatt beteiligen,
- ein echter Bezug zur Lebenswirklichkeit gegeben sein,
- ein zielgerichteter roter Faden erkennbar sein,
- die Werkstatt nicht fachlich einseitig angelegt sein, sondern einen interdisziplinären Unterricht ermöglichen,
- fächerübergreifende Kompetenzen echt integriert und nicht konstruiert sein,
- auch handlungsorientierte Kompetenzen berücksichtigt werden,
- das Material altersgerecht und leicht zu beschaffen sein,
- neben reproduktiven Übungen überwiegend anspruchsvolle Aufgaben beinhaltet sein,
- die Aufträge Gestaltungsmöglichkeiten zulassen und
- auf Dauer eine Auswahlmöglichkeit durch ein Überangebot vorhanden sein (vgl. Darboven 2011, 16-18).

Im Gegensatz zur offenen Werkstatt orientiert sich die themenorientierte Werkstatt an den curricularen Vorgaben der Fächer (vgl. Wiater 2007a, 113) und beinhaltet ein breites Lernangebot, sodass die Schülerinnen und Schüler

- die Aufgaben selbstständig bearbeiten und kontrollieren können,
- das Anspruchsniveau möglichst sofort erkennen,
- ihre eigenen Fähigkeiten und Fertigkeiten entdecken können,
- unterschiedliche Sinne, Lernformen und Arbeitstechniken einsetzen können,
- die Aufgaben als erreichbar ansehen und ohne fremde Hilfe lösen können und
- ihre Erkenntnisse dokumentieren und präsentieren können.

Während die Pflichtstationen von allen Lernenden bearbeitet werden müssen, berücksichtigen die Wahlstationen individuelle Zugänge, Interessen sowie Fördermöglichkeiten. Wichtig ist dabei, dass die Werkstatt

- übersichtlich und sachlogisch strukturiert ist,
- den verschiedenen Lerntypen gerecht wird,
- einen hohen Anreiz und Neuigkeitsgehalt beinhaltet,
- soziale Lernformen berücksichtigt und
- Gegenwarts- und Zukunftsbedeutung beinhaltet (vgl. Darboven 2011, 16-18).

### **Organisationsformen**

Den Werkstattunterricht zu kategorisieren vermag nur schwer zu gelingen, gar auch nicht sinnvoll sein. Anstelle dessen werden hier vier Organisationsformen herausgearbeitet, die als Ausgangspunkt zu verstehen sind. In den meisten Fällen wird sich die Lehrkraft bei einer kürzeren Lerneinheit konsequent für eine Organisationsform entscheiden. Stehen mehrere Stunden, Tage oder gar Wochen für ein Thema zur Verfügung kann es Mischformen geben. Hinzu kommt, dass weitere Faktoren wie der Lernstoff oder die Selbstständigkeit der Jugendlichen eine Organisationsform privilegieren können.

Für Sachthemen eignet sich besonders eine erfahrungsorientierte Werkstatt, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig ein neues Thema erarbeiten. „Die Erfahrungswerkstatt ermöglicht den Kindern sich ein neues Thema anhand von Situationen, Experimenten, Beobachtungsaufgaben und Spielen zu erarbeiten, und schafft so subjektive Erlebnisse und neue Erfahrungen“ (Darboven 2011,20). Es geht um das Erleben, Erfahren, Problemlösen, Erkunden, Wahrnehmen und Verstehen von Phänomenen und das Erkennen von thematischen Vernetzungen. Erfahrungsorientierte Werkstätten können beispielsweise etwas zu entdecken anbieten, Gesetzmäßigkeiten aus dem Alltag erforschen lassen, zu einer Konstruktionsaufgabe anregen oder Beobachtungsanlass und -aufgaben beinhalten. Varianzen in Phänomendarstellung, Aufgabenstellung und Materialtypen sind dabei wünschenswert (vgl. Bönsch 2000, 63). Der Grad der Selbsterarbeitung sollte dabei möglichst hoch sein, um den Schülerinnen und Schülern ein qualitatives und langfristiges Speichern des erworbenen Wissens zu ermöglichen. Daneben wird die Freude am Lernen gesteigert, Lernstrategien entwickelt und die Selbstverantwortung für den eigenen Lernzuwachs hervorgehoben. „Eine völlig andere Art von Erfahrung, aber gleich wichtig, ist die Erfahrung mit sich selbst im Unterricht. [...] Auch gezielte Gegen-Erfahrungen zum Gewohnten im Leben der Schüler sind sinnvoll und notwendig“ (Gudjons 2008, 127). „Das Anknüpfen an die mitgebrachten, aktuellen Spontan-Erfahrungen der Schüler/innen ist sicher sinnvoll, reicht aber für den Unterricht als Prinzip ebenso wenig aus wie das Einbringen gesellschaftskritischer, „progressiver“ Themen, [...]. Erfahrungsqualität erhält eine Thematik erst dann, wenn sie im Rahmen eines Handlungszusammenhangs mit

individuellen und sozialen Aktivitäten der Lernenden verbunden wird. Dazu muss der Unterricht selbst zur Erfahrung werden. Erfahrungen können [...] didaktisch hergestellt und organisiert werden“ (Gudjons 2008, 126). „[...] Deweys Prinzip „Lerning by doing“ [darf] auch im handlungsorientierten Unterricht nicht missverstanden werden [...], als sei bereits irgendwelches Tun gleichzusetzen mit Lernen“ (Gudjons 2008, 127).

Die fertigungsorientierte Werkstatt richtet sich auf das Üben und Anwenden von bereits Gelerntem (vgl. Darboven 2011,21). „Die Fertigkeitswerkstatt ist dazu da, dass die Schüler/ Schülerinnen sich mithilfe von ausgewählten Experimenten, Beobachtungsaufgaben und arrangierten Lernsituationen einen neuen [bereits erarbeiteten] Lerninhalt mit allen Sinnen erschließen; [...]“ (Wiater 2013, 115). Sie fällt sachlich bedingt weniger vielfältig aus als eine Erfahrungswerkstatt (vgl. Darboven 2011, 21) und steht im engen Zusammenhang mit der strategieorientierten Werkstatt.

Die Strategiewerkstatt ermöglicht den Schülerinnen und Schülern spezifische Methoden, Verfahren und Verfahrensschritte zu erlernen. Die Probleme werden in disziplinierter Weise konstruktiv erarbeitet (vgl. Gudjons 2008, 128). „Es ist fast schon trivial, festzustellen, dass unter Aneignungs- und handlungstheoretischem Aspekt ein eigenes Ausprobieren durch Schüler besser ist als das Demonstrieren durch den/ die Lehrer/in [...]. Der ‚fruchtbare Moment‘ ist also nicht ein bloßes Evidenzerlebnis oder auch ein Erfassen einer Lösung“ (Gudjons 2008, 128). Die Erkenntnis dringt in die Tiefe des Objekts ein durch Probieren und Beobachten, Ordnen der Fälle, Analyse der Einzelfälle, Vergleiche, Feststellung des ganzen Prozesses, Einsicht in den Zusammenhang und das Nachprüfen. Der Ausgang ist offen, Konflikte und Misserfolge sind möglich und falsche Lösungen, Originalität und schöpferische Problemlösung zugelassen (vgl. Gudjons 2008, 128-129).

„Lernen als aktiver Prozess erfolgt in der Beschäftigung mit Aufgaben und Problemen, deren Sinn und Zweck man erkannt hat und zu deren Lösung neues Wissen erforderlich ist. Übungen sind unerlässlich zum Sichern des Gelernten und zum Vernetzen von Wissen“ (Wynands 2006, 113). „Die Übungswerkstatt will bereits Erlerntes anwenden, trainieren und individualisieren durch alle möglichen Lernangebote freier Arbeit (Lernspiele, Unterrichtsprogramme, Karteien, Lehrmaterial usw.)“ (Wiater 2013, 115). Es geht um ein Training: um die Beherrschung von Inhalten, das Einüben, Vertiefen, Durcharbeiten, Anwenden und Kontrollieren der Lernfortschritte. Produktives Üben vereint alle Formen des Übens: vom gestützten, strukturierten Üben bis zum rein formalen, unstrukturierten Üben. Komplexe Lernsituationen stellen den Schülerinnen und Schülern für einen längerfristigen Einsatz Materialien und Darstellungen zur Bearbeitung bereit, welche ihnen bereits aus früheren Jahrgängen bekannt sind. So kann jeder Einzelne an vergangenen Lernprozessen anknüpfen, Verständnis aufbauen und seine eigenen Entdeckungen machen (vgl. Katzenbach 2008, 4-5). Die Schüler entscheiden sich aufgrund ihrer Dokumentation über vergangene Unterrichtsstunden oder einer



Leistungsstandmessung für Themenbereich und Aufgabe. Bei Übungswerkstätten kommt es auf die Vielfalt von Übungsmöglichkeiten an (vgl. Bönsch 2000, 63).

## **2.4.2 Arbeitsvereinbarungen und Rituale**

Einige wenige Arbeitsvereinbarungen oder Regeln erlauben jedem Kind selbstständig in einer Werkstatt zu arbeiten. Sie organisieren und strukturieren den Unterrichtsverlauf und sorgen für ein Gefühl der Sicherheit bei Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern (vgl. Brügelmann 2011, 38-39). „Trotz intensiver Bemühungen um eine Individualisierung des Lernens bleibt es natürlich weiterhin ein bedeutsames pädagogisches Ziel, dass sich eine Schulklasse zu einer guten Gemeinschaft entwickelt“ (Klein-Landeck 2010, 80). Das oben unter dem Prinzip „Selbsttätigkeit“ aufgeführte Ich-Du-Wir-Prinzip und das Prinzip des „Kooperativen Lernens“ liefern eine umfassende Grundlage für die Festsetzung von Vereinbarungen. Wichtig dabei ist grundsätzlich, dass die Kinder die Regeln verstehen und einsehen können. Deshalb dürfen diese nicht angeordnet werden, sondern müssen in Ruhe mit der Klasse diskutiert und besprochen werden. Sicherlich arbeitet die Lehrkraft auf einige allgemeingültige Anweisungen hin, die kaum diskutierbar sind. Einmal getroffene Vereinbarungen sind verbindlich - für Schüler und Lehrer (vgl. Aring 2002, 57). Auf das konsequente Einhalten der Regeln ist zu achten und vorher zu vereinbaren, welche angemessenen Maßnahmen bei Nichteinhalten erfolgen (vgl. Brügelmann 2011, 38-39). Vereinbarungen können sein (vgl. Brügelmann 2011, 39/ Schönknecht 1997, 109):

- Alle arbeiten in der Werkstatt.
- Ich lenke andere Kinder nicht ab.
- Ich laufe nicht in der Werkstatt.
- Ich darf mir meine Lernpartnerin bzw. meinen Lernpartner frei wählen.
- Ich spreche im Flüsterton.
- Ich lese die Aufgaben zuerst selbstständig und aufmerksam durch.
- Ich schreibe sauber und ordentlich.
- Wenn ich etwas nicht verstehe, frage ich zunächst einen Mitschüler oder eine Mitschülerin.
- Fragen wie „Das habe ich nicht verstanden“ sind nicht erlaubt
- Ich darf selbst entscheiden, wie lange ich an einer Station bleibe und wie viele ich bearbeite.
- Ich kontrolliere meine Arbeitsergebnisse selbstständig.
- Jeder Auftrag wird vor dem Beginn eines neuen Auftrages fertig bearbeitet
- Ich lege entnommenes Material nach der Arbeit an seinen Platz zurück.
- Ich verlasse den Arbeitsplatz, wie ich ihn vorgefunden habe.

Eine Lernwerkstatt benötigt ebenso Hinweise und Symbole für mögliche Sozialformen, die Verbindlichkeit, die Kontrollform und den Schwierigkeitsgrad (vgl. Darboven 2011, 29).

Neben den Arbeitsvereinbarungen sind Rituale in einer Lernwerkstatt fest zu integrieren. Sie schaffen Sicherheit, da die Schülerinnen und Schüler wissen, wie der Unterricht anhand bestimmter Rituale abläuft und was als Nächstes zu tun ist. Beispielsweise können Schweigezeiten von 10 - 20 Minuten eingerichtet werden, in denen keiner etwas sagen darf. Das bietet sich während Phasen an, in denen vor allem in Einzelarbeit an Aufgaben, die hohe Konzentration fordern, gearbeitet werden soll. Wenn notwendig, können sich die Lernenden mit Mimik und Gestik verständigen. Die Kinder spüren schnell, wie gut eine Phase der Stille tun kann. Ein Klangstab, eine Glocke oder andere akustische Signale können ein Ritual sein, um für Aufmerksamkeit zu sorgen. Wichtig ist hierbei, dass jedes Signal genau eine Bedeutung hat und konsequent eingesetzt wird. Ansonsten verliert es schnell seine Wirkung (vgl. Darboven 2011, 40-41).

### **2.4.3 Ordnungs- und Strukturhilfen**

Für einen reibungslosen Ablauf der Arbeit in einer Lernwerkstatt sorgen Ordnungs- und Strukturierungshilfen. Schülerinnen und Schüler übernehmen gerne unterrichtsproduktive Ämter, wie beispielsweise vorab das Hervorholen und Überprüfen aller Lernmaterialien sowie das Kontrollieren und Wegräumen der selbigen am Ende der Unterrichtsstunde. Symbolkarten als Orientierungshilfen weisen auf den Verbindlichkeits- bzw. Schwierigkeitsgrad und die Sozialformen an den einzelnen Angeboten hin. Plakate, Laufpässe oder Werkstatttagebücher sollen den Schülerinnen und Schülern eine Übersicht über das Werkstattangebot gewähren (vgl. Peschel 2009, 30-31). „Laufzettel können steuernde, orientierende Hilfen [für die Lernenden] sein, [...]“ (Bönsch 2000, 63). „Lerntagebücher sowie die aktuell diskutierten Portfolios folgen der Idee, durch Dokumentation von Lernaktivitäten und ihrer Ergebnisse bewussteres Lernen zu ermöglichen“ (vgl. Bönsch 2012, 120). Schülerinnen und Schüler müssen zudem lernen zu planen, ihr Vorhaben einzuhalten oder gegebenenfalls zu modifizieren und den Nutzen gut organisierter Arbeit erkennen, kurz Planungskompetenz erwerben (vgl. Klein Landeck 2010, 56). Namensklammern an Werkstattplakaten können dort befestigt werden, wo die Schülerinnen und Schüler gerade arbeiten (vgl. Darboven 2011, 42-43). „Das schafft Verbindlichkeit. Zum einen legt sich das Kind fest: Daran arbeite ich gerade. Das hilft beim Durchhalten und verhindert, dass Angebote immer wieder gewechselt und nicht konsequent zu Ende gearbeitet werden. Zum anderen wissen Sie [die Lehrkraft] auf einen Blick, woran [...] [die] Schüler gerade arbeiten“ (Darboven 2011, 42-43). Namensstreifen werden dort hingelegt, wo die Lernenden Materialien entnommen haben. So ist zu erkennen, wo es zurückgelegt werden muss. Ist Material einmal nicht vorhanden, wissen alle, wer es hat. Andere Kinder können so fragen, ob sie es als Nächstes haben dürfen und sich schon mal dafür

anmelden. Der Ordnungsdienst weiß, wer das Material gegebenenfalls noch zurückbringen muss (vgl. Darboven 2011, 44). Für die Feststellung des eigenen Lernzuwachses und Leistungsstandes können Lernstandskontrollen bereitgestellt werden. Mit ihnen können die Schülerinnen und Schüler überprüfen, was er oder sie beherrscht und was noch zu üben ist. Die Kontrollen bleiben ohne Bewertung und dienen nur der Lernstandsfeststellung, um daraus die entsprechenden Konsequenzen ziehen zu können (vgl. Bönsch 2012, 120). In das Beschwerdebuch werden Beschwerden aller Art eingetragen, die während des Unterrichtsverlaufs nicht so schnell zu klären sind. Sie werden dadurch nicht vergessen, können zu einem späteren Zeitpunkt besprochen werden und stören so das Unterrichtsgeschehen nicht (vgl. Darboven 2011, 44).

#### **2.4.4 Arbeitsaufträge**

Werkstattunterricht besteht aus einer Anzahl von Arbeitsaufträgen, die von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden können, samt dazugehörigem Material (vgl. Weber 1998, 9). Die Aufträge und Materialien sind vom Lehrer vorbereitet und strukturiert worden und beanspruchen eine Bearbeitungszeit von nicht mehr als 20 bis 30 Minuten (vgl. Weber 1998, 9). „Durch die Bereitstellung vielfältiger Pflichtaufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad kann der Lehrer individuelle Schwerpunkte setzen und seine Schüler gezielt fördern. Mithilfe eines abwechslungsreichen Angebotes an Wahlaufgaben [...] können weitere Kompetenzen gestärkt, Interessen geweckt und Freude am Lernen gefördert werden“ (Klein-Landeck 2010, 21). „Die Bereitstellung einer Vielzahl von Arbeitsangeboten in einer Werkstatt ermöglicht dabei genauso den Einbezug verschiedener Fächer wie die Berücksichtigung verschiedener Sozialformen, Arbeitsmethoden und Zugangskanäle“ (Peschel 2009, 30). Damit überhaupt die Möglichkeit zur Auswahl besteht, ist eine bestimmte Mindestanzahl an Aufträgen erforderlich. Bei umfangreichen Werkstätten kann es sinnvoll sein, nicht alle Angebote zeitgleich bereitzustellen, sondern nach und nach einzubringen (vgl. Peschel 2009, 31). Frey/ Frey-Eiling empfehlen ein Drittel mehr Aufträge bereitzustellen, als teilnehmende Schülerinnen und Schüler daran arbeiten und Aufträge für 1,5-mal zur Verfügung stehende Zeit (vgl. Frey/ Frey-Eiling 2010, 327). „Wenn eine Aufgabe ‚besetzt‘ ist, müssen die Mitschüler warten, bis sie wieder zur Verfügung stehen, und sich in der Zeit eine andere Arbeit suchen. Denn Geduld und die Fähigkeit, zu warten bzw. Absprachen zu treffen, sind ebenfalls wichtige Lernziele“ (Klein-Landeck 2010, 20). „Die vorgeplante Lernumgebung und die verwendbaren Kontrollmöglichkeiten gewähren dem Lehrer die notwendige Sicherheit, die es ihm ermöglicht, das selbstgesteuerte Lernen der Schüler nicht nur als unterrichtsmethodisches ‚Highlight‘ zuzulassen, sondern richtlinienadäquat als durchgängiges Arbeitsprinzip dauerhaft umzusetzen“ (Peschel 2009, 30).

## 2.4.5 Lernmaterialien

„Für die Öffnung des Unterrichts und die Einbeziehung des operativen Prinzips haben Lernmaterialien eine zentrale Funktion. Sie können helfen, den Schwerpunkt von der Steuerung durch und Zentrierung auf den Lehrer in Richtung auf die Eigeninitiative des Schülers und entdeckendes Lernen zu verlagern“ (Sundermann/ Selter 2011, 30). In einer Lernwerkstatt stellt sich die Frage weniger nach zahllosen Arbeitsblättern, sondern nach didaktischen Materialien, mit denen die Kinder und Jugendlichen frei und selbsttätig hantieren können, um Unterrichtsinhalte mit allen Sinnen zu erfassen und zu begreifen (vgl. Klein-Landeck 2010, 69). Dafür werden in einer Lernwerkstatt „verschiedene Arbeitsplätze mit wenigen obligatorischen und vielen freiwilligen Lernangeboten eingerichtet“ (Reichen 1991, zitiert nach Peschel 2009, 29). Von den Materialien gehen Anregungen und Anstöße zum Lernen aus (vgl. Schönknecht 1997, 109), mit denen sich jedes Kind seine eigene Handlungs- und Einsichtsbasis schaffen, in seinem eigenen Lerntempo voranschreiten und später darauf zurückgreifen kann (vgl. Sundermann/ Selter 2011, 31). Peschel spricht von Werkzeugen als Gegenstände, die so auch im Alltag vorkommen und prozessorientierte Hilfen darstellen (vgl. Peschel 2009, 95). „Die Unterschiedlichkeit der Aufgaben und Materialien soll ein Lernen mit allen Sinnen ermöglichen und damit den vielfältigen Begabungen und individuellen Lernwegen der Kinder Rechnung tragen“ (Klein-Landeck 2010, 20). Dies ist für die Individualisierung und Differenzierung von besonderer Bedeutung. Auf diese Weise erfüllen Lernmaterialien wichtige Schutzfunktionen. Sie schaffen Freiraum für Versuche, schützen vor zu schneller Formalisierung und nehmen die Angst vor Fehlern. Lernmaterialien stärken so das Vertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit und die Freude am Lernen (vgl. Sundermann/ Selter 2011, 31). „Ein wichtiger Aspekt ist auch, dass das Material eine Rückmeldung über den Rechenweg und das Ergebnis gibt und so Selbstkontrolle ermöglicht“ (Sundermann/ Selter 2011, 30). „Solche Aufgaben und Arbeitsmittel haben einen wesentlich höheren Aufforderungscharakter als Arbeitsblätter und begünstigen die Entwicklung der Lernmotivation“ (Klein-Landeck 2010, 20). Hinter allen, in einer Lernwerkstatt verwendeten, Materialien steht die Überzeugung, dass Kinder handeln lernen müssen (vgl. Floer 1996, 13-14). „Immer mehr bestimmen elektronische Medien die Erfahrungswelt der Kinder. [...] Ganzheitliches Lernen, bei dem das Kind all seine Sinne einbringen, seine Kreativität entfalten, sich über das Ergebnis seiner Entdeckungen freuen kann, wird fast unmöglich. In dieser Situation stellt sich für die Schule die außerordentlich wichtige Aufgabe, zumindest einige Möglichkeiten für konkretes selbstbestimmtes Handeln zu retten“ (Sundermann/ Selter 2011, 31-32). Als Orientierung und Hilfestellung beim Erwerb von Arbeitsmitteln im Lernmittelhandel und bei der eigenständigen Entwicklung und Herstellung von Freiarbeitsmaterial sei an dieser Stelle auf das zu Beginn dieser Arbeit aufgeführte Prinzip „Veranschaulichung und Materialbezug“ verwiesen.

## 2.4.6 Durchführung des Werkstattunterrichts

Nachdem die Vereinbarungen und Arbeitsaufträge erklärt, das Lernmaterial bereitgestellt, der Zeitrahmen diskutiert und die Aufforderung zur Arbeit gegeben wurden, gibt es für Schülerinnen und Schüler die Chance, sich ohne unterrichtorganisatorische Zwänge auf eine Arbeit einzulassen (vgl. Schönknecht 1997, 109). Bei einigen Lernenden entsteht jedoch eine große Unsicherheit. Manche schauen die Lehrerin oder den Lehrer entgeistert an und glauben, dass sie das nie schaffen können. Zwei, drei würden sich am liebsten zur Lehrkraft setzen und mit dieser das Ganze erarbeiten. Diese wenigen Minuten müssen durchgestanden werden, wenn die Erziehung zur Selbstständigkeit ernst genommen wird (vgl. Frey/ Frey-Eiling 2010, 327). „Die Schüler erhalten ihre Aufgabenstellungen und Arbeitsaufträge [überwiegend] schriftlich. Je nach Umfang und Charakter [...] kann es sinnvoll sein, jedem Schüler die Aufgaben aller Stationen als Kopien auszuteilen oder nur einige Exemplare [...] zur Verfügung zu stellen. [...] Es ist sinnvoll, den Schülern einen Laufzettel an die Hand zu geben, der einen Überblick über den Aufbau [...] und die einzelnen Stationen bietet und auf dem die Schüler notieren, welche Stationen sie bereits erledigt haben. Damit wird für die Schüler (wie auch die Lehrkraft) jeweils der aktuelle Stand der Arbeit sichtbar“ (Ulm 2004, 51). „Dank der Reichhaltigkeit der natürlich differenzierenden Aufgabenstellungen können alle Schülerinnen und Schüler ihre unterschiedlichen Fähigkeiten, ihre vielfältigen Lösungsideen, ihre individuellen Strategien und Darstellungsweisen einbringen und so in Bezug auf verschiedene Aspekte auf ihrem je eigenen Niveau arbeiten“ (Hirt/ Wälti 2008, 15). „Bei der Arbeit sind die Schüler insbesondere gefordert, den ihnen zur Verfügung stehenden Zeitrahmen sinnvoll einzuteilen und zu nutzen und dabei immer wieder zu überprüfen, ob sie ihren eigenen Zeitplan auch einhalten“ (Ulm 2008, 52). „Zur Strukturierung der Beobachtungen und Entdeckungen ist die Kommunikation in Kleingruppen hilfreich und für viele Schüler/innen sogar unabdingbar. [...] Durch das Zusammenführen der Ideen und Fähigkeiten der Gruppenmitglieder können die Schüler/innen zu Ergebnissen kommen, die sie allein oft nicht erreichen würden“ (Roth 2013, 14-16). Bezüglich des schulischen Lernens ist aufgefallen, dass Schülerinnen und Schüler immer wieder dieselben Fehler machen und fehlerhafte Strategien erneut anwenden. Um eine Verhaltensänderung zu bewirken, ist es sinnvoll über das eigene Lernen nachzudenken. Dies kann in Form einer schriftlichen Dokumentation gestützt und gefördert werden (vgl. Beck 1995, 29). Die Unterstützung durch die Lehrerin und den Lehrer sollte sich auf Motivations-, Rückmelde- sowie gegebenenfalls allgemeinstrategische Hilfen beschränken (vgl. Roth 2013, 15). Während der Arbeit der Schülerinnen und Schüler lässt sich bei vielen beobachten, dass sie sich intensiv gerade auf die Lernformen und -prozesse einlassen, die im Frontalunterricht kaum möglich sind, die als altersuntypisch gelten oder kaum als „richtiges“ Lernen bezeichnet werden können. Das Tun mit den Händen, das Be-greifen, das Handeln in Experimenten und der gestalterische Ausdruck bilden den Schwerpunkt der Aktivitäten. Im Laufe der Zeit ist jedoch auch festzustellen, dass die Kinder

zunehmend auch scheinbar weniger attraktive Angebote nutzen. Sie trauen sich dies offensichtlich in dem bewertungsfreien Raum der Lernwerkstatt eher zu als in der Schule (vgl. Schönknecht 1997, 109-110). Innerhalb von Arbeitsaufträgen können in einer Lernwerkstatt Hausaufgaben gegeben werden. „Hausaufgaben sind eine wesentliche Gelegenheit für zeitlich selbstorganisiertes Arbeiten. Sie können kurzfristig oder langfristig angelegt sein, können vorbereitenden oder nachbereitenden Charakter haben und werden häufig in Einzelarbeit erledigt [...]“ (Barzel et al. 2014, 112). Sie dienen wesentlich der Auseinandersetzung mit Inhalten des parallel laufenden Unterrichts. Dabei sollen die Kinder zunehmend mit den Formen des selbstorganisierten Lernens vertraut werden. Beim Erteilen der Hausaufgaben durch die Lehrkraft muss sichergestellt werden, dass die Schülerinnen und Schüler den Arbeitsauftrag auch ohne spätere Rückfragen verstehen. Während der Bearbeitung der Hausaufgaben realisieren die Lernenden ein individuelles Arbeitstempo. Dabei sollen sich die Aufgaben nicht auf rein automatisierendes Üben beschränken, sondern klar an die im Unterricht behandelnden Begriffe und Verfahren anknüpfen, dabei immer wieder interessante Entdeckungen ermöglichen und einen hohen Aufforderungscharakter haben. Ein reines Automatisieren von Fertigkeiten kann auch durch reflexionsanregende Fragen vermieden werden. Die bearbeiteten Hausaufgaben werden schließlich im Werkstattunterricht durch Selbstkontrolle oder in Form des Ich-Du-Wir-Prinzips mit der Möglichkeit der individuellen Rückmeldung und der anschließenden Besprechung von Problemen ausgewertet (vgl. Barzel et al. 2014, 112). „Ein gutes Ritual zum Ende einer Arbeitsphase ist es, ein akustisches Signal zu setzen. Beispielsweise kann ein leiser Gongschlag die Schüler wissen lassen, dass die Arbeitszeit in fünf Minuten endet und sie nun mit dem Aufräumen der Materialien [...] beginnen müssen“ (Klein-Landeck 2010, 88).

#### **2.4.7 Leistungsfeststellung- und bewertungsrahmen**

„Auch Werkstattunterricht kann benotet werden. Der Hauptgrund ist pädagogisch. Hier können Schüler Qualitäten an den Tag legen, die sie bei anderen Unterrichtsmethoden nicht so aktivieren können“ (Frey/ Frey-Eiling 2010, 329). Es verändert sich dadurch lediglich der Leistungsfeststellungs- und bewertungsrahmen (vgl. Bönsch 2006b, 239). Fachliche Leistungen können durch Unterrichtsbeobachtungen eingeholt werden. Durch die selbstständige Arbeit der Schülerinnen und Schüler in der Lernwerkstatt, steht den Lehrerinnen und Lehrern genügend Zeit für die Beobachtung der Arbeitsprozesse zur Verfügung. „Dies führt häufig zu neuen Erfahrungen bzgl. der Leistungen, zu denen Schüler/innen in einem solchen methodischen Rahmen fähig sind und eröffnet diagnostische Einblicke in noch vorhandene Schwierigkeiten, auf die im Rahmen der Nacharbeit im Unterricht eingegangen werden kann“ (Roth 2013, 18). Hirt und Wälti sprechen in diesem Zusammenhang von einer Anerkennungskultur und betonen die positiv wertende und kompetenzorientierte Sicht auf die

Beiträge der Kinder im Gegensatz zu einer defizitorientierten Sicht, die vorrangig betont, was an dem Beitrag einer Kinder zur Vollständigkeit oder zur Richtigkeit noch fehlt (vgl. Hirt/ Wälti 2008, 13). Die Leistungsfeststellung kann auch über einen längeren Zeitraum stattfinden (vgl. Darboven 2011, 55-56). „Nicht die Fähigkeit, auf Lernziele hin operationalisiertes Wissen in einer genau definierten Zeit [...] ritualisiert reproduzieren zu können, steht im Mittelpunkt [...], sondern kooperative Produktivität in einem Betätigungsbereich“ (Frey 2007; zitiert nach Gudjons 2008, 138). Die Vielfalt von Lernleistungen wird zu einer Differenzierung der Leistungsbewertung führen. Die Unübersichtlichkeit der Lernaktivitäten und Lernprodukte wird größer. Das bedarf wohl neuer Formen der Lernergebnisdokumentation (vgl. Bönsch 2006b, 239). Die „Schüler übernehmen [durch die offenen Unterrichtsform] zunehmend Verantwortung für den Erfolg ihrer Arbeit und überprüfen selbst ihre Ergebnisse. [...] Sie [sollten] nicht ausgerechnet dann ‚entmündigt‘ werden, wenn es um die Bilanzierung des Geleisteten und den Ausblick auf nächste Lernschritte geht. Aus diesem Grund erfreut sich [...] die Arbeit mit Portfolio [...] wachsender Akzeptanz“ (Klein-Landeck 2010, 93). „Im Kontext von Schule versteht man unter einem Portfolio eine strukturierte Sammlung von Beispielen persönlicher Arbeiten, die von den Lernenden zusammengestellt und immer wieder ergänzt und aktualisiert wird“ (Barzel et al. 2014, 156). Es soll die individuellen Fortschritt und Leistungen der Schülerin und des Schülers in ihrer ganzen Breite repräsentieren in Form von (vgl. Barzel et al. 2014, 156):

- Wichtigen Aufgaben,
- Themenübersichten oder Merksätzen,
- individuellen Arbeiten,
- bedeutsamen Erkenntnissen und Fundstücken oder
- Reflexionen.

Dabei legen die Lehrerin und der Lehrer zu Beginn fest, welche Leistungen im Portfolio belegt werden müssen und welche aus eigener Initiative hinzugefügt werden können. Alle Inhalte müssen an einer entsprechenden Stelle einsortiert werden. Beim Führen eines Portfolios lernen die Schülerinnen und Schüler reflektiert mit ihren Leistungen umzugehen. Nebenbei werden individuelle Fortschritte sichtbar und Leistungen belegt (vgl. Barzel et al. 2014, 156). So eignen sich Portfolios besonders für die Leistungsbewertung (vgl. Barzel et al. 2014, 158-159):

- Die dort dokumentierten Leistungen sind konkret und individuell.
- Durch die systematische Sammlung von Lern- und Arbeitswegen werden Prozesse auswertbar.
- Gestalterische Tätigkeiten können in das Bewertungsspektrum aufgenommen werden.
- Im Portfolio befinden sich ausschließlich bewusst und begründet ausgewählte Elemente. Die Qualität dieser Selbstreflexion kann ebenfalls bewertet werden.

„Manche Stationenzirkel, wie z. B. solche zur Übung und Vertiefung, erfordern keine Nacharbeit mit der ganzen Klasse. Allerdings sollte sich die Lehrperson einen Eindruck von den Arbeits- und

Lernständen verschaffen, z. B. durch Lesen der Hefte bzw. Lerntagebücher oder durch einen Abschlusstest. Ein solcher (von vornherein angekündigter) Test macht den Lernenden deutlich, dass das im Stationenzirkel Gelernte als verbindlich angesehen wird und nicht etwa danach noch einmal vom Lehrer detailliert durchgesprochen wird" (Barzel et al. 2014, 206).

## **2.4.8 Reflexion**

Der Werkstattunterricht sollte nicht lediglich beendet, sondern eine Reflexion gehalten werden. Das Arbeiten in einer Lernwerkstatt kann „nur dann gewinnbringend für den Lernprozess sein, wenn die Prozesse und Beobachtungsergebnisse in geeigneter Weise dokumentiert werden. [...] Wenn forschend Lernen zu nachhaltiger Wissens- und Fähigkeitsentwicklung führen soll, dann müssen die Schüler/innen ihre (Lern-)Prozesse und Ergebnisse reflektieren. [...] Da die Schüler/innen dies in der Regeln nicht von sich aus tun, [...] [müssen] die Reflexion und Dokumentation des jeweiligen Arbeitsstandes [...] eingefordert [werden]" (Roth 2013, 14-17). Dadurch entsteht, neben der Aufgabenkontrolle in der Arbeitsphase, eine Rückmeldung auf einer zweiten Ebene. Hierzu können Fragen gestellt werden über beispielsweise den Verlauf der Werkstattarbeit oder die Qualität der Ergebnisse (vgl. Frey/ Frey-Eiling 2010, 329). Ziel der Verschriftlichung ist zum einen die intrapersonale Kommunikation. Zum anderen bietet sie die Gelegenheit zu systematischer Metakommunikation und Metakognition: Wie bin ich oder sind wir zu den Ergebnissen gelangt? Wo gab es Schwierigkeiten? Was hat mir geholfen? Warum fiel mir etwas schwer oder leicht? Welche Hilfestellungen waren nützlich? (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 169). „Um das selbstständige Arbeiten zu lernen und sich selbst Ziele setzen zu können, muss den Kindern bewusst gemacht werden, wo sie sehen, wie sie sich im Unterricht und gegenüber ihren Mitschülerinnen und Mitschülern verhalten. Nur was einem bewusst ist, kann man ändern. Reflektieren muss man üben und lernen" (Darboven 2011, 46). „Nur wer ehrlich über sich selbst Rechenschaft ablegt, entdeckt seine Fähigkeiten, kann aber auch Defizite erkennen und die Bereitschaft entwickeln, diese zu beheben" (Klein-Landeck 2010, 114). Oft tun sich die Lernenden am Anfang schwer. Schnell lernen sie aber, sich selbst einzuschätzen, Tipps zu geben, konstruktive Kritik anzubringen und Probleme präzise zu formulieren. Durch den Reflexionsauftrag wird zudem die emotionale Kompetenz der Schülerinnen und Schüler gefördert (vgl. Darboven 2011, 46). „Unterschiedliche Feedbackverfahren, Dokumentationsbögen oder die regelmäßig stattfindenden Lerngespräche dienen der regelmäßig in kürzeren Zeitabschnitten erfolgenden Bilanzierung der Lernarbeit, um emotionale, soziale oder kognitive Probleme zu erkennen und zu bearbeiten" (Bönsch 2014, 121). Zudem bestimmt die Wahrnehmung des eigenen Lernfortschritts wesentlich, wieviel Energie ein Lernender in sein Weiterlernen investiert. Bei einer Rückschau entdecken die Schülerinnen und Schüler Strategien ihrer eigenen Arbeit. Diese Erkenntnis bewirkt, dass die Aufmerksamkeit auf die



Ziele des Lernens gelenkt wird (vgl. Beck 1995, 30). Die Reflexionen „dienen nicht in erster Linie der Rückmeldung an den Lehrer, sondern lassen den Schüler am Ende einer Arbeitsphase kurz innehalten und über die geleistete Arbeit nachdenken. [...] Dies dient vor allem der Motivation, denn bekanntlich spornt nichts so sehr an wie der Erfolg. Schüler müssen lernen, eigene Leistungen und Erfolge auch als solche zu erkennen. Das soll sich nicht nur auf die schulischen Leistungen beschränken. [...] Mit dem Bewusstsein des Erfolgs stellt sich die Gewissheit ein, etwas zu können, und mit der Erfolgszuversicht wächst die Bereitschaft, sich anzustrengen“ (Klein-Landeck 2010, 114-115).

### **2.4.9 Raumkonzept**

„Für das Lernen in einer Lernwerkstatt bekommt die Organisation und Bereitstellung von Lernmaterialien und Arbeitsgeräten eine neue Bedeutung. [...] Die Umrüstung der Klassenräume zu Arbeitsräumen [...] [ist eine] wichtige schulinfrastrukturelle Maßnahme“ (Bönsch 2009, 141). „Reinhard Kahl [...] spricht in diesem Kontext vom Raum als dem ‚dritten Pädagogen‘ [...]“ (Kahl 2004; zitiert nach Klein-Landeck 2010, 44). „Für das systematische Experimentieren und Beobachten ist es notwendig, dass den Schüler/innen für ihre selbstständige Arbeit geeignete Lernumgebungen zur Verfügung gestellt werden, die Arbeitsaufträge, Medien, Materialien und Hilfestellungen umfassen, die sie bei Bedarf nutzen können“ (Vollrath/ Roth 2012; zitiert nach Roth 2013, 14). „Eine Öffnung des Unterrichts sollte [...] also auch eine Öffnung der Räume nach sich ziehen“ (Klein-Landeck 2010, 44). „Ein Klassenraum mit Tischen, Stühlen und Tafeln allein ist als nicht ausreichend [für die Förderung von differenzierten Lernwegen selbstverantworteten Lernens] anzusehen“ (Bönsch 2012, 116). „Regale, Raumteiler, Funktionsbereiche (Lese-, Info-, Experimentier-, Arbeitsecken) können das Anregungspotenzial schaffen, das dazu anleitet, sich der Bücher und Materialien zu bedienen, sich einen Arbeitsplatz einzurichten. Tafel, Pinnwände (Raumteiler) können wie ein Ausstellungstisch auch zur Dokumentation der Arbeit beitragen“ (Bönsch 2009, 142). „Wenn man kleinerrahmig denken und handeln muss, sind Angebotstische oder temporär eingerichtete Lernstationen zu nennen. Mobile Materialsammlungen auf Materialwägen [...] wären eine weitere Möglichkeit“ (Bönsch 2012, 116). „Dabei können durchaus Verkehrs- und Gemeinschaftsflächen genutzt werden, die Begegnung ermöglichen und zum Verweilen einladen“ (Kahl 2004; zitiert nach Klein-Landeck 2010, 44). Das Fachraumprinzip erlaubt die Realisierung einer fachspezifischen Lernumwelt, die voll von Anregungen und interessanten Angeboten ist. Auf diese Weise könnten in der Schule Lernorte eingerichtet werden, die vielfache Möglichkeiten der Informationsbeschaffung, der Recherche und des Produzierens eigener Darstellungen anbieten. Die Arbeitsmittel lagern dann nicht mehr in verschlossenen Räumen, sondern sind zur Nutzung in den Alltag integriert (vgl. Bönsch 2012, 116). Jedoch bieten die meisten Schulgebäude nach einheitlichen Bestimmungen der Schulraumprogramme konzipiert und

ausgestattet und bieten wenig Platz für Lernangebote und -materialien (vgl. Klein-Landeck 2010, 44). Dabei ist nach Ansicht zahlreicher Pädagogen der Raum „eine notwendige Strukturbedingung für Schule, für das Leben und Lernen in diesen Gebäuden. Die Wertschätzung der Bildung spiegelt sich in den Räumlichkeiten, die wir Kindern und Jugendlichen zur Verfügung stellen, wider“ (Hammerer 2009; zitiert nach Klein-Landeck 2010, 44). „Das Sich-wohl-fühlen im Lernraum ist lange Zeit vernachlässigt geblieben“ (Bönsch 2009, 142), obwohl „die Schule als pädagogisch gestaltete Lernumwelt erzieht“ (Meyer 1997, 263) und eine ästhetische Dimension hat. Und schließlich werden Räume Gegenstand vielfältiger Erinnerungen, Ängste und Hoffnungen (vgl. Meyer 1997, 261-263).

## **2.5 LERNWERKSTATT IM FACH MATHEMATIK**

„Wer konservative Mathematik [...] erlebt hat, kann sich kaum vorstellen, dass man in diesen Fächern eigene Werke erstellen kann. Aber auch schwere und schwer gemachte Fächer bieten Werkstattmöglichkeiten. Es verlangt lediglich sehr gute Fachkenntnis und didaktische Phantasie. Gerade in diesen Fächern ist der Werkstattunterricht wichtig. Er zwingt, Themen so auszuwählen und aufzubereiten, dass Schüler aus ihrer Passivität und Anwenderorientierung herauskommen und selber konstruktiv tätig werden können“ (Frey/ Frey-Eiling 2010, 327). Zudem ist das aktiv-entdeckende Lernen als Leitidee in allen neueren Lehrplänen des Faches Mathematik und deren didaktischen Analysen zu finden. Lernen ist ein Prozess, bei dem der Lernende die entscheidende Rolle spielt. Er erfasst und begreift etwas, gewinnt Einsichten, verbindet sie mit anderen, teilt sie mit. Im Mittelpunkt der daher erforderlichen Differenzierung steht das einzelne Kind, seine Auseinandersetzung mit einem Stück Mathematik, seine subjektive Vorstellungen und auch seine Fehler (vgl. Sundermann/ Selter 2011, 23).

Eine Übersicht über die Lernwerkstätten Mathematik zeigt deutlich, dass es klare Angebotsschwerpunkte im Bereich der Grundschule gibt (vgl. Baum et al. 2013, 9). Aber auch die Realschule ist, aufgrund ihres Schulartprofils, besonders angesprochen, Mathematik in Lernwerkstätten erfahrbar zu machen.

### **2.5.1 Begründungen**

Man kann mit einer gewissen Vereinfachung sagen, dass das operative Prinzip einen Unterricht leitet, der das Denken im Rahmen des Handelns weckt, es als System von Operationen aufbaut und es schließlich wieder in den Dienst des praktischen Handelns stellt (vgl. Aebli 1985, 4). Winter untermauert das entdeckende Lernen mit der konstruktiven biologischen Erkenntnistheorie von Maturana und Varela: Externe Zustände im Umfeld eines Individuums lösen Veränderungen im Individuum aus, die sich aber nach internen Gesetzen vollziehen. Auch bezieht Winter sich auf die Theorien des Management von Wittmann: Hochgradig komplexe Systeme (wie z. B. eine Schulkasse) können sich nur effizient entfalten, wenn den spontanen Kräften Raum gegeben wird und relativ autonome Untersysteme begünstigt werden (vgl. Winter 1989, 3). Um dies zu begünstigen, stellen Materialien die Objekte dar, mit denen Operationen im Werkstattunterricht ausgeführt und auf ihre Wirkung hin untersucht werden. Sie schaffen so die Handlungsbasis und lenken den Blick auf Beziehungen. Das Material muss solche Handlungen erlauben, die Einsichten und Beziehungen stiften. Zudem soll es helfen, Vorstellungsbilder auszubilden, die auch noch nach dem Loslösen vom konkreten Material als Strategien des Denkens verfügbar bleiben (vgl. Sundermann/ Selter 2011, 24). Das auf Piaget zurückgehende Prinzip des operativen Lernens konkretisiert Wittmann folgendermaßen: „Objekte

erfassen bedeutet, zu erforschen, wie sie konstruiert sind und wie sie sich verhalten, wenn auf sie Operationen (Transformationen, Handlungen, ...) ausgeübt werden. Daher muss man im Lern- oder Erkenntnisprozess in systematischer Weise

- untersuchen, welche Operationen ausführbar und wie sie miteinander verknüpft sind,
- herausfinden, welche Eigenschaften und Beziehungen den Objekten durch Konstruktion aufgeprägt werden,
- beobachten, welche Wirkungen Operationen auf Eigenschaften und Beziehungen der Objekte haben“ (Wittmann 1985, zitiert nach Sundermann/ Selter 2011, 24).

Während kleine Kinder noch keine speziellen Strategien, Dinge besser und schnell zu behalten haben, entwickeln Schulkinder nach und nach komplexe Behaltensstrategien. Solche Strategien können von Kindern gelernt werden, wenn man sie darauf aufmerksam macht. Die Lehrerin und der Lehrer thematisieren diese, üben und wiederholen mit den Lernenden, ermuntern und erklären. Wichtig dabei ist, dass neu erworbene Operationen in wechselnden Situationen und Aufgaben angewendet werden. Dabei bleibt der Zusammenhang zwischen konkreten Operationen und generalisierendem Schlussfolgern grundlegend. Erst im Jugendalter finden dann Generalisierungsprozesse statt, die sich aus reinen Begriffskombinationen erschließen und damit abstrakten Denkwegen folgen (vgl. Baake 1999, 188 – 189).

Da die Mathematik geprägt ist von Regelmäßigkeiten, Gesetzmäßigkeiten und sinnvollen Zusammenhängen, ist sie ganz besonders dazu geeignet, entdeckendes Lernen in Lernwerkstätten zu ermöglichen. „Mathematische Muster dürfen nicht als etwas fest Gegebenes angesehen werden, das man nur betrachten und reproduzieren kann. Ganz im Gegenteil: Es gehört zu ihrem Wesen, dass man sie erforschen, fortsetzen, ausgestalten und selbst erzeugen kann. Der Umgang mit ihnen schließt also Offenheit und spielerische Variationen konstitutiv ein. [...] [Die mathematischen Muster] lassen Raum für persönliche Sicht- und Ausdrucksweisen und werden zugänglich für die individuelle Bearbeitung. Gleichwohl werden Offenheit und Individualität durch Regeln gezügelt. Es handelt sich um eine Offenheit vom Fach aus“ (Wittmann 1996; zitiert nach Hirt/ Wälti 2008, 15). So kann der Grundstock für eine positive Grundeinstellung gegenüber den mathematischen Inhalten gelegt werden. Krauthausen betont, dass „Mathematikunterricht nicht nur auf die Vermittlung von Inhalten begrenzt werden darf, sondern ganz wesentlich auch Fragen von Einstellungen und Haltungen gegenüber dem Fach beinhaltet - eine Tatsache die nicht nur für die Mathematik-lernenden Kinder relevant ist, sondern ganz wesentlich [...] auch für die [...] Lehrerinnen, als solche aber nicht selten unterschätzt wird“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 135). „Das Lernen von Mathematik ist umso wirkungsvoller - sowohl im Hinblick auf handfeste Leistungen, speziell Transferleistungen, als auch im Hinblick auf mögliche schwer fassbare bildende Formung -, je mehr es im Sinne eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr der Fortschritt im Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbstständigen

entdeckerischen Unternehmungen beruht“ (Winter 1989, 1). Winter führt dazu folgende Begründungen für das Lernen in einer Lernwerkstatt an (vgl. Winter 1989, 1 – 2):

- Etwas in Mathematik zu lernen, kann auf die Dauer nicht ohne Gewinn von Einsichten erfolgreich sein. Dieser kann aber nicht anders als ein Prozess gedacht werden, den der Lernende nur ganz für sich persönlich vollziehen kann. Letztlich gibt es keine Möglichkeit, Verstehen von außen zu erzwingen. Darüber hinaus muss die Unbeschränktheit des Verstehens anerkannt werden: Es gibt viele Grade der Einsicht in etwas. Und man kann etwas immer noch besser und immer noch wieder anders verstehen und auch plötzlich nicht mehr verstehen.
- Die spezifische Wissensstruktur von mathematischen Inhalten erlaubt grundsätzlich das Lernen durch eigenes Erfahren, da diese Inhalte einerseits eine denkbar hohe innere logische Verflechtung besitzen und andererseits in vielen anschaulich zugänglichen Situationen repräsentiert sein können. Das bedeutet natürlich nicht, dass ein entsprechendes Angebot von Erfahrungsmöglichkeiten automatisch auch immer Erfahrungswirklichkeiten in allen Schülerinnen und Schülern hervorriefe.
- Entdeckendes Lernen bietet die Möglichkeit zu intellektuellen und emotionalen Identifikationen. Wenn insbesondere jeder Mensch mit natürlicher Neu- und Wissbegier ausgestattet ist, dann gibt es hier Möglichkeiten, sie auszuleben. Und dies hätte wiederum langfristig Folgen für das Selbstkonzept und das zukünftige Lernen. Wahrscheinlich spielen hier Persönlichkeitsmerkmale von Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern eine entscheidende Rolle.
- Selbstständiges Erarbeiten erfordert ein ständiges Absuchen und Umorganisieren des vorhandenen Wissens. Dabei kann systematisch das Transferieren trainiert werden. Die Gefahr sich dabei im Kreise zu drehen, ist allerdings zumindest theoretisch gegeben.
- Wegen der emotionalen Besetzung von Findungsbemühungen ist die Wahrscheinlichkeit hoch einzuschätzen, dass die Inhalte getreulich und langwährend behalten und leicht erinnert werden. Das ist allerdings dann von fragwürdigem Wert, wenn das Episodisch-Subjektive das Inhaltliche überdeckt oder gar verfälscht.
- Jede Art von Lernen ist immer nur ein Weiterlernen. Die Idee vom Lernen als einem Entdecken ist in besonderer Weise verträglich mit der des Lernens als eines Prozesses, der weitgehend von dem bestimmt ist, was bereits vorhanden ist.

„Diese Auseinandersetzung mit Mathematik kann gelingen, wenn Schüler/innen selbst experimentieren, entdecken, strukturieren, Phänomene mathematisieren, Probleme lösen und auf diese Weise ihr mathematisches Weltbild erweitern. Dabei sollte sich eine Haltung herausbilden, die als ‚forschend‘ charakterisiert werden kann“ (Roth 2013, 12). Zusammenfassend lassen sich folgende Ziele der Arbeit in einer Lernwerkstatt im Mathematikunterricht formulieren (vgl. Baum et al. 2013, 7):

- Interesse an der Mathematik wecken und/ oder fördern,
- an mathematikhaltigen Phänomenen authentisch vermitteln, was die Mathematik kennzeichnet und was mathematisches Arbeiten bedeutet,
- die Erkenntnis ermöglichen, dass Mathematik deutlich mehr ist als das Abarbeiten von Kalkülen oder Algorithmen.

Die Ziele orientieren sich an den Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler erwerben sollen (vgl. Hirt/ Wälti 2008, 15). „Die inhaltlichen Ziele umfassen Wissen und Fertigkeiten: Begriffe kennen, wiedererkennen und beschreiben, operieren und berechnen [...] sowie Instrumente und Werkzeuge verwenden. [...] Die allgemeinen Ziele beschreiben Grundprozesse des mathematischen Arbeitens“ (Hirt/ Wälti 2008, 15). Nach Wittmann sind dies folgende Tätigkeiten:

- „Mathematisieren, d.h. reale Situationen in die Sprache der Mathematik übersetzen, mit Mitteln der Mathematik Lösungen bestimmen und das Ergebnis für die reale Situation interpretieren,
- Explorieren, d. h. Situationen probierend erforschen, Beziehungen und Strukturen entdecken, Strukturen erfinden, kreative Ideen entwickeln,
- Argumentieren, d. h. mathematische Sachverhalte begründen,
- Formulieren, d. h. mathematische Sachverhalte und Erfahrungen bei deren Untersuchung mündlich und schriftlich beschreiben“ (Wittmann 2005; zitiert nach Hirt/ Wälti 2008, 15).

„Bei entsprechender Vor- und Nachbereitung im Unterricht kann auch der schulische Mathematikunterricht von dem geweckten Interesse sowie den Erkenntnissen und Erfahrungen [...] profitieren“ (Baum et al. 2013, 11).

## 2.5.2 Methodische Gestaltung

Neben der bereits dargestellten methodischen Gestaltung von Lernwerkstätten, müssen bei einer Lernwerkstatt im Fach Mathematik weitere didaktische Besonderheiten berücksichtigt werden. „Besonders im Mathematikunterricht stellt der Umgang mit Begabungsunterschieden eine Herausforderung dar. Es sollte [...] auch bei denjenigen das Interesse und die Faszination für Mathematik geweckt werden, die dem Fach eher reserviert gegenüberstehen. Deshalb [...] [muss] eine Lernumgebung geschaffen [werden], in der Schüler/innen Phänomene der Mathematik durch einen selbsttätigen aktiv-experimentellen Umgang mit realen Modellen und Simulationen mathematisch durchdringen“ (Dittrich 2013, 52). Das Mathematiklernen in Werkstätten ist dazu „von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II ein sinnvoller Weg, um vielfältige Sinne anzusprechen, Handlungen zu ermöglichen und die Vielfalt eines Themas zu erschließen“ (Barzel et al. 2014, 202-203).

### Formen des Werkstattunterrichts

Die Mathematik in ihrer fertigen Endform ist von Aspekten wie Eindeutigkeit, Normierung, Systematisierung, Ordnung, Regelmäßigkeit, zwingende Logik, Objektivität und Geschlossenheit geprägt. Bis sie jedoch soweit gelangen kann, ist ein langer Entstehungsprozess erforderlich (vgl. Bauer 1998, 18). Hierfür ist es sinnvoll, eigene Lernstandorte einzurichten. „Schülerlabore [synonym für Lernwerkstätten] zählen zu den Lernstandorten, sie sind dauerhaft an einem festen Ort eingerichtet und geben Lernziele in vorstrukturierten Lernumgebungen explizit vor“ (Baum et al. 2013, 6). „Da [...] der Zeitrahmen begrenzt ist, werden Materialien sowie Informationen vorgegeben und Arbeitswege vorstrukturiert“ (Appell et al. 2008; zitiert nach Baum et al. 2013, 6). Die Schülerinnen und Schüler setzen sich langfristig und intensiv mit Phänomenen auseinander, indem sie mit den gegenständlichen Modellen und vorgegebenen Materialien arbeiten (vgl. Baum et al. 2013, 6). Hierzu gehört die Aktivität und Aspekte wie Fragen, Forschen, Suchen, Schnüffeln, Experimentieren, Ausprobieren, Entdecken, Finden, Erfinden, Spielen, Üben, Trainieren, kreatives Gestalten, und Problemlösen (vgl. Bauer 1998, 18). Diese typischen Aktivitäten der Mathematik finden sich besonders gut in einer Lernwerkstatt wieder und geben dieser das kennzeichnende Profil bzw. ihre Ausprägungsform (vgl. Bauer 1998, 15):

Ausprägungsformen von Lern-Werkstatt...	Typische Aktivitäten...
Lern-	Produzieren
Betrieb	Herstellen
Fabrik	Forschen, entdecken
Labor	Experimentieren, präsentieren
Workshop	Sich informieren
Stand	Prüfen, auswählen
Kiosk	Sich orientieren
Laden	Sich bedienen
Büfett	Aussuchen
Theke	Anbieten
Börse	Schnüffeln, Stöbern
Flohmarkt	Sich treffen
Forum	Sich zurückziehen
Ecke	Spielen
Nische	Ausstellen
Atelier	Sich entspannen, wohlfühlen
Wohnraum	Üben
Zirkel	Trainieren
Station	

Arrangement	Zusammenstellen
Straße	Flanieren
Garten	Lustwandeln
Umgebung	Erkunden
Landschaft	Genießen, sich einbinden
...	...

An dieser Stelle soll nochmal explizit auf die typische Aktivität des Übens eingegangen werden. Aebli spricht von einem „reinen“ und „einfachen“ Üben und Wachhalten von Basisfertigkeiten, das die Bildung von Automatismen anstrebt. Dabei sollen „rasche, sichere aber stereotype Reaktionen“ trainiert und „gedankliche Beweglichkeit und Übersicht geschaffen werden können“ (Aebli 1991; zitiert nach Wynands 2006, 114). Wenn darauf nicht ausreichend geachtet wird, fehlen häufig notwendige, entlastende Routinen, die in höheren Anforderungsbereichen das Erkennen von Zusammenhängen und Verallgemeinerungen erleichtern und Reflexionen, Begründungen und Beweise unterstützen können. Von „intelligentem Üben“ ist die Rede, wenn allgemeine Begriffe be-greifbar gemacht, Stoffgebiete vernetzt, neue Erkenntnisse entdeckt und begründete Kommunikation angestoßen werden (vgl. Wynands 2006, 114). „Die traditionelle Vorstellung, dass Üben bloß eine ‚nachträgliche‘, das neue mathematische Wissen festigende Aktivität ist, stützt sich auf die schon mehrfach kritisierte Auffassung vom mathematischen Wissen im Unterricht: Mathematik als ein Fertigprodukt, das von außen vorgegeben ist und von der Lehrerin – in kleinen Schritten zubereitet – den Kindern verabreicht wird. [...] Stellt man [...] die Tätigkeit des lernenden Kindes in den Vordergrund, dann erhält auch das Üben unter dieser Vorstellung eine völlig andere Interpretation“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 120). Handelnde Zugänge unterstützen insbesondere lernschwächere Lernende. Das Denken am Objekt lässt Handlungsweisen wie beispielsweise das Messen zu. Das ermöglicht den Aufbau wichtiger Grundvorstellungen und –einsichten. Lernstärkere verlassen bald das konkrete Handeln und führen ihre Operationen gedanklich fort. Beim weiterführenden Arbeiten entdecken und reflektieren sie weitere Strukturen. Auch die Reflexion und Erkenntnissicherung wird erleichtert, weil handelnd erarbeitete Erkenntnisse leicht zur rekonstruieren sind (vgl. Katzenbach 2008, 4-5). „Es soll auch nicht übersehen werden, dass es für manche Schüler ein Erfolgserlebnis und emotional wichtig ist, Routinen sicher, schnell und erfolgreich ausführen zu können“ (Wynands 2006, 114). Ebenso wichtig ist, die Lernenden immer wieder mit Aufgabenstellungen zu konfrontieren, die ihnen helfen, sich vom konkreten oder didaktischen Material zu lösen. Der Übergang vom Konkreten zum Abstrakten ist eine Schlüsselstelle im Verstehensprozess. Er erfolgt individuell, wenn die Lernvoraussetzungen gegeben sind. Damit Verständnis stabil und dauerhaft aufgebaut werden kann, müssen beide Richtungen, vom Konkreten zum Abstrakten und zurück, besritten werden können (vgl. Katzenbach 2008, 4-5). Zusammengefasst sieht Krauthausen das „Üben als einen integralen Bestandteil eines aktiven



Lernprozesses“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 121). „Im Rahmen des produktiven Übens entfällt die scharfe Trennung zwischen den Phasen der Einführung, Übung und Anwendung. [...] Üben durchdringt somit den gesamten Prozess des aktiv entdeckenden Lernens. [...] [Es] erhält [...] eine neue, eine umfassende und alle Phasen des Lernprozesses durchdringende Aufgabe und Funktion, es ist mehr als das Trainieren vorgegebener Fertigkeiten“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 121-122). So ergeben sich folgende Ziele für kompetenzorientiertes intelligentes Üben (vgl. Wynands 2006, 114-115):

- Festigen von Routinen,
- Anwenden des Gelernten auf ähnliche neue Fälle und Vernetzen von Stoffgebieten,
- Entdecken von mathematischen Eigenschaften oder von allgemeinen Regeln,
- Kommunikation über Erfahrungen und Entdeckungen mit mathematischen Argumenten in adäquater Form mit mathematischen Sprachmitteln.

Damit beinhaltet intelligentes Üben alle sechs allgemeinen Kompetenzen der Bildungsstandards.

### **Vorüberlegungen für Werkstattunterricht**

„Da man im Mathematikunterricht den notwendigen Überblick über die Fruchtbarkeit eines Themas und den erforderlichen Aufwand nur bei den Lehrkräften erwarten kann, werden in erster Linie die Themen stellen oder Themen zur Auswahl vorschlagen“ (Vollrath/ Roth 2012, 196). Folgende Aspekte sollten bei der Vorüberlegungen und Planungen einer Lernwerkstatt bedacht werden (vgl. Barzel et al. 2014,203):

- Welche verschiedenen Darstellungsformen gibt es bei diesem Thema?  
Zum Beispiel Körper als Netz, Kantenmodell, Flächenmodell, Schrägbild.
- Welche verschiedenen Grundvorstellungen gibt es zu dem relevanten Begriff?  
Zum Beispiel Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit.
- Welche verschiedenen Anwendungen gibt es bei einem Thema?  
Zum Beispiel Wahrscheinlichkeiten bei verschiedenen Spielen.
- Welche verschiedenen Zugänge bieten sich bei dem Thema an?  
Zum Beispiel Parabel als geometrischer Ort.

Hirt und Wälti ergänzen die folgende Ansprüche einer substanzielle Lernumgebungen (vgl. Hirt/ Wälti 2008, 14):

- mathematische Substanz mit sichtbar werdenden Strukturen und Mustern,
- Orientierung an zentralen Inhalten,
- hohes kognitives Aktivierungspotenzial,
- Orientierung der Tätigkeit an mathematischen Inhalten und Prozessen,
- Initiierung von Eigentätigkeit aller Lernenden,
- Förderung individueller Denk- und Lernwege sowie eigener Darstellungsformen,

- Zugänglichkeit für alle: Ermöglichen mathematischer Tätigkeit auch auf elementarer Ebene durch die Möglichkeit, an Vorwissen anknüpfen zu können,
- Herausforderungen für schnell Lernende mit anspruchsvolleren Aufgaben,
- Ermöglichen des sozialen Austauschs und des Kommunizierens über Mathematik.

Wie viele Stationen letztlich die Lehrkraft in eine Lerneinheit aufnimmt, hängt sowohl von den oben genannten Aspekten, als auch von äußeren Faktoren, wie zum Beispiel der Zeit und den zusätzlichen Materialien ab. Stets muss jedoch eine Balance zwischen der Vielfalt des Themas und der Übersichtlichkeit einer Lernwerkstatt gefunden werden. Es sollte sowohl die einzelne Station als auch die gesamte Lerneinheit als Ganzes wahrgenommen werden können. Die einzelne Station muss dazu in sich geschlossen sein, also auch unabhängig von den anderen funktionieren. Ist der Lernwerkstatt dann so strukturiert, dass ein innerer Zusammenhang erkennbar ist, wird auch die Struktur des mathematischen Themas transparent. Ob die Schülerinnen und Schüler von einer Station zur anderen wechseln oder die Stationen wandern, ist abhängig von den Transportmöglichkeiten des Materials. Zum andern muss berücksichtigt werden, dass bei festen Stationen die Lernenden leichter in unterschiedlichen Sozialformen und in wechselnden Zusammensetzungen arbeiten können (vgl. Barzel et al. 2014, 203-204). Insgesamt gesehen muss die Lernumgebung nach festen Prinzipien gestaltet werden (vgl. Roth 2013, 15).

„Da der größte Teil des eigenständigen Denkens und Arbeitens der Schüler durch Aufgabenstellungen bestimmt wird [...], liegt in ihrer Weiterentwicklung ein erhebliches Potential. [...] Aufgaben, die das Gehen eigener Lernwege in besonderem Maße fördern, sind Aufgaben, die in ihrer Struktur eine gewisse Offenheit besitzen, Aufgaben, bei denen die Schüler während der Bearbeitung eine gewisse Autonomie erfahren“ (Ulm 2005, 25). Ulm nennt folgende Strategien, mit denen man offene Aufgaben für den alltäglichen Mathematikunterricht gewinnen kann (vgl. Ulm 2005, 25-48):

- Fragen stellen: Probleme, die die Schülerinnen und Schüler in ihrem späteren Lebens zu lösen haben, sind selten Folgen von Arbeitsanweisungen, die bis ins Kleinste beschrieben sind. Daher sollen die Lernenden auch an offene Aufgabenstellungen gewöhnt werden. Dadurch sind sie gefordert, zuerst die Situation zu durchdringen, den mathematischen Gehalt zu erschließen und sich selbst zu fragen, was in der jeweiligen Situation von Interesse sein könnte.
- Eigenschaften entdecken: Offene Aufgaben erhält man immer, wenn man die Schüler auffordert, Objekte zu untersuchen und mathematische Eigenschaften dieser Objekte zu entdecken und zu erforschen. Dies ist auf lange Sicht weitaus wirkungsvoller als das Abarbeiten voneinander isolierter Kurzaufgaben.
- Stellung nehmen: Geschult wird die Fähigkeit, mathematische Zusammenhänge sprachlich darzustellen oder Sachverhalte nach mathematischen Gesichtspunkten zu beurteilen. Zu

selten sind die Schülerinnen und Schüler gefordert, komplexere Gedanken in Worte zu fassen und so eine Facette mathematischer Grundbildung weiterzuentwickeln.

- Abschätzen: Hier kommt es auf den ersten Blick nicht auf das Endergebnis an. Viel wichtiger sind die vielschichtigen Prozesse, die zur Lösung führen: Modellbildungsprozesse. Die Schülerinnen und Schüler müssen die Situation analysieren, vereinfachen und in die Sprache der Mathematik übersetzen. Hierzu eignen sich auch die Fermi-Fragen.
- Aufgaben erfinden: Es kommt auch beim Arbeiten mit Routineaufgaben darauf an, mehr Wert auf mathematisches Grundverständnis zu legen, mathematische Kreativität und Phantasie zu fördern. Dies gelingt dadurch, dass man Schülerinnen und Schüler Aufgaben erfinden lässt. Zugleich erfolgt ein Wechsel des Standpunkts, wird die Struktur der Aufgabe durchleuchtet und mathematische Kreativität und Phantasie gefördert.
- Aufgaben variieren: An die Stelle des bloßen Abarbeitens von Aufgaben muss ein intensives Beschäftigen mit Problemkontexten treten. Eine bewährte Strategie ist es, von Bekanntem auszugehen, dies zu variieren und zu prüfen, ob sich in der veränderten Situation interessante Dinge ergeben. Beim Variieren geht es darum, jeden der tragenden Begriffe bzw. der mathematischen Objekte einer bekannten Aussage oder einer vorgegebenen Aufgabe abzuändern. Die Ideen sind zu ordnen, zu bewerten und auf ihre Machbarkeit hin zu untersuchen.

### **Ordnungs- und Strukturhilfen**

Für einen reibungslosen Ablauf der Arbeit in einer Lernwerkstatt sorgen Strukturhilfen wie Schilder und Laufzettel. Sie sollen den Schülerinnen und Schülern eine Übersicht über das Werkstattangebot geben. Um die geleistete Arbeit dokumentieren und aufbewahren zu können, empfehlen sich individuelle Ordnungshilfen für die Kinder. Dennoch spielt „im Mathematikunterricht [...] das Portfolio [...] bislang fast keine Rolle. Dies liegt wohl vor allem daran, dass Lernerfolg und Lernfortschritt immer noch an der Erfüllung externer, einheitlicher und überindividueller Normen gemessen wird“ (Barzel et al. 2014, 158).

### **Arbeitsaufträge**

„Durch die Bereitstellung vielfältiger Pflichtaufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad kann der Lehrer individuelle Schwerpunkte setzen und seine Schüler gezielt fördern“ (Klein-Landeck 2010, 21). „Damit die Schüler ihr Arbeiten eigenständig kontrollieren und verbessern können, bietet es sich an, ihnen Lösungen zu den Aufgaben zugänglich zu machen. [...] Bei einfachen Rechenaufgaben ist ein schneller Zugriff zur Lösung von Vorteil, er ermöglicht unmittelbare Rückmeldung über den Erfolg des Arbeitens. Bei komplexeren Problemen, die die Entwicklung umfassender Lösungsstrategien erfordern,

birgt ein verfrühter Blick auf eine Lösung die Gefahr, dass entscheidende Gedanken einfach übernommen und dadurch die Schwierigkeit und das Potential einer Station beträchtlich gemindert werden“ (Ulm 2008, 51).

### **Lernmaterialien**

In einer Lernwerkstatt für Mathematik finden sich zum Zweck der oben genannten typischen Aktivitäten Lernmaterialien wieder. Ihre Auswahl richtet sich nach dem zu erschließenden Lerninhalt und dem enthaltenen didaktischen Potenzial. „Enaktiv nutzbare Materialien haben sich als fruchtbar für den experimentellen Zugang zu inhaltlichen Aspekten des betrachteten Phänomens erwiesen“ (Roth 2013, 15). Die Arbeit mit diesen Materialien kann als Methode des „Simulierens“ verstanden werden. „Unter Simulation versteht man das Experimentieren mit Modellen“ (Greefrath/ Weigand 2012; zitiert nach Braun 2013, 22). Die Modelle lassen sich in Real- und Computermodelle sowie mathematische Modelle unterscheiden. Bei der Erkundung mit einem Realmodell „geht es um das Greif- und Sichtbarmachen des Phänomens und um die Entdeckung relevanter Einflussgrößen. [...] Erkenntnisse aus den realen [...] Experimenten werden in mathematischen Darstellungen festgelegt, mit denen dann innermathematisch experimentiert wird. [...] [Es sollte] bewusst auf eine Einteilung der Stationen nach den Einzeldisziplinen der Mathematik verzichtet [werden], sodass die mathematischen Beschreibungsmodelle aus den verschiedensten Teilbereichen der Mathematik stammen können“ (Baum 2013, 22-23). Auf die Computermodelle soll in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen werden.

### **Durchführung des Werkstattunterrichts**

„Die Schüler/innen arbeiten selbstständig anhand von schriftlichen Arbeitsaufträgen. Für eine authentische Erfahrung mit der Mathematik und die Entwicklung einer forschenden Arbeitshaltung ist es wesentlich, dass die Anleitungen nicht immer durch Lehrpersonen erfolgen. Nur wenn Schüler/innen auf sich selbst gestellt sind, besteht wirklich die Möglichkeit, dass sie sich den Gegenständen selbstständig-forschend nähern und sie explorieren. Andernfalls stellt sich schnell die Haltung ein, auf Inputs von Lehrkräften zu warten“ (Roth 2013, 15). „Vielmehr geht es darum, das eigene Gestalten, das ‚Neu-Erfinden‘ und das ‚Wieder-Erfinden‘ so weit einzubeziehen, dass die Kinder das Erarbeitete als ihr Eigenes ansehen und auf dieser Basis bereit sind, ergänzende Informationen und allgemein akzeptierte Konventionen anzunehmen, ohne dass dieses Eigene verloren geht“ (Hirt/ Wälti 2008, 14).

## **Reflexion**

Bauer ergänzt die Reflexion aus mathematikdidaktischer Sicht und präzisiert dies auf die drei Ebenen: Reflexion im Gegenstand der Mathematik (Inhaltsreflexion), Reflexion über den Gegenstand Mathematik (Gegenstandsreflexion, Bedeutungs- bzw. Sinnreflexion) bzw. Reflexion über die Bedeutung des Gegenstandes Mathematik für die eigene Person (Selbstreflexion bzw. Reflexivität) (vgl. Bauer 1990, 6-7).

## 2.6 GRENZEN, SCHWIERIGKEITEN, GEFAHREN

„Obwohl Lehrerinnen und Lehrer eine Öffnung des Unterrichts grundsätzlich für pädagogisch sinnvoll halten, konstatiert Hanke (1998 und 2005) einen relativ geringen Verbreitungsgrad geöffneten Unterrichts in der pädagogischen Alltagspraxis. Insbesondere in den höheren Schulstufen scheint es größere Vorbehalte zu geben [...]“ (Hallitzky 2010, 147). Entdecken lassender Unterricht ist nicht allein eine methodische Angelegenheit, die man unter Ausblenden von allgemeinen pädagogischen, psychologischen, mathematisch-inhaltlichen Gesichtspunkten rein praxishaft in den Griff bekommen könnte. Damit wird ein pädagogisches Schlüsselproblem angesprochen: Einerseits sollen die Lehrerin und der Lehrer auf das Kind einwirken, es verändern. Andererseits sollen sie die Individualität und individuelle Würde des Kindes einführend und hingebend respektieren (vgl. Winter 1989, 5).

Auf Seiten der Schülerinnen und Schüler kann es passieren, dass nicht die intensive Auseinandersetzung mit dem Thema im Vordergrund steht, sondern das bloße Abarbeiten der Werkstattangebote (vgl. Peschel 2009, 32). „Diese Gefahr quantitativer statt qualitativer Zielsetzung scheint vor allem dann eine Rolle zu spielen, wenn vom Lehrer als verpflichtend ausgezeichnete Angebote von Anfang an eine große Rolle bei der Werkstattarbeit gespielt haben und die Selbststeuerung der Schüler entsprechend weniger angesprochen wurde“ (vgl. Peschel 2009, 32-33). Darüber hinaus lassen sich einige innere und äußere Schwierigkeiten während des entdeckenden Lernens, auch in einer Lernwerkstatt, aufzählen (vgl. Winter 1989, 3):

- Der Lernende kann nur schwer die Bedeutung eines Inhaltes für das Folgelernen abschätzen. Also muss mindestens die Stoffauswahl und Akzentuierung weitgehend extern erfolgen.
- Der Umfang der anzueignenden Inhalte ist gemessen an der beschränkten Lernzeit so groß (und wächst ständig an), dass ein gewisses Mindesttempo im Aneignungsprozess notwendig ist.
- Die natürliche Neugierde muss sich nicht auf die Mathematik beziehen. Möglicherweise ist sogar der überwiegende Teil der Schülerinnen und Schüler grundsätzlich nicht oder nur sehr eingeschränkt für mathematische Fragen zu interessieren.
- Die Situation in der Forschung, also des echten Fortschritts durch Entdecken und Erfinden, unterscheidet sich grundsätzlich von der Situation in der Schule. Während Forschung von Erwachsenen und Profis in einer freiwilligen Gemeinschaft in Form offenen Arbeitens betrieben wird, so finden sich in der Schule Kinder und Laien in einer Zwangsgemeinschaft, die nach Lehrplan arbeiten.
- Das System Schule mit Klassenunterricht, Lehrplan, Fachunterricht, Stundenplan, Prüfungen, Zeugnissen usw. fordert ein programmartiges gesteuertes Vorgehen, allein schon wegen der Vergleichbarkeit.

- Die Professionalität des Lehrers zeigt sich gerade darin, möglichst viele Schüler in möglichst kurzer Zeit zu möglichst ansehnlicher und vorzeigbarer Leistung durch gekonntes Unterrichten zu führen.

Hieraus wird zumindest erkennbar, dass sich ein entdecken lassender Unterricht in der Regel nicht selbst trägt. Es bedarf des planmäßigen, professionellen Angebots an Erfahrungs- und Übungsmöglichkeiten. Man spricht vom Lernen durch „gelenktes Entdecken“ (vgl. Winter 1989, 3). Dabei ist es wichtig, besonders in jüngeren Klassen, individuelle Pausen zuzulassen (vgl. Aring 2002, 40). Auch Lehrziele der Lehrkraft und die Handlungsziele der Schülerinnen und Schüler stimmen nicht zwangsläufig überein. „In den Lehrzielen kommen Verhaltenserwartungen oder stoffliche Anforderungen als Forderungen der Gesellschaft auf die Schüler/innen zu und werden als solche durchgesetzt, während sich in den Handlungszielen die am Alltagsbewusstsein der Schüler/innen orientierten Bedürfnisse, Absichten und Interessen artikulieren“ (Gudjons 2008, 149). Nicht zu unterschätzen sind auch die Mühe und Vorbereitungsarbeit, die die Planung und Erstellung einer Werkstatt zwangsläufig mit sich bringen (vgl. Peschel 2009, 32). „Gerade die Vielzahl der Angebote, die der Lehrer erstellen [...] [muss], hat einen gewissen Qualitätsverlust zur Folge: Es ist eben ganz und gar nicht einfach, 20 bis 30 anspruchsvolle Angebote zu einem Thema zusammenzustellen - womöglich noch ‚ganzheitlich‘, ‚fächerübergreifend‘ und ‚handlungsorientiert‘“ (Peschel 2009, 32). Schulorganisation und außerfachliche Anforderungen an den Lehrer begünstigen eher das kurzschrittige Lösen wohldossierter Aufgaben als das Sich-Einlassen in echte (hier auch: innermathematische) Probleme (vgl. Schupp 1998, 13). Gudjons erinnert an die institutionellen Widerstände der Schule: „Einengung durch den Stundenplan und 45-Minuten-Takt, Schulbau mit genormter Einheitsausstattung, Fächeraufteilung, Stoffdruck und Zensuren, Rechts- und Verwaltungsvorschriften, neuerdings auch durch Zwang zur Output-Orientierung, falsch verstandene Bildungsstandards, zentrale Vergleichsuntersuchungen usw.“ (Gudjons 2008, 151).

Zusammengefasst ist festzuhalten: Jeder Lernende braucht zum Lernen (vgl. Bönsch 2006b, 234)

- Kompetenzen,
- günstige Rahmenstrukturen zeitlicher und organisatorischer Art, u. a. das Werkstattlernen und
- variable Lerngelegenheiten, u. a. Lernwerkstätten.

Bönsch mahnt jedoch „Lernen muss der Lernende selbst“ (Bönsch 2006b, 234).

## II METHODISCHE REALISIERUNG

Landläufig gilt die Mathematik als elitäre Geheimwissenschaft für wenige Hochbegabte. Wider Erwarten ist Mathematik jedoch auch etwas zum Anfassen und Staunen (vgl. Bauer 2002, 8). Mit dem Konzept *MatheLernWelt* soll es gelingen bei denjenigen Schülerinnen und Schülern, die dem Fach reserviert gegenüberstehen, das Interesse für Mathematik zu wecken, ihre Bedürfnisse aufzuspüren, auf sie individuell einzugehen und den Lernstoff motivierend und lerneffektiv zu vermitteln. Es will aber auch die bereits angeregten und begabten Lernenden fördern. „Abhängig von den Neigungen und Vorkenntnissen sind dazu unterschiedliche Strategien nötig, die neue und andersartige Zugänge zur Mathematik ermöglichen“ (Dittrich 2013, 50).

Aus dem Zusammenspiel zwischen der theoretischen Fundierung eines „guten“ Mathematikunterrichts und den Ideen einer Lernwerkstatt soll das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* entstehen, das fundiert, realisiert und evaluiert werden kann. Die Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht Selbstständigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen, Veranschaulichung und Materialbezug, Ganzheit und Motivation bilden dafür ebenso das Fundament, wie die Bildungsstandards und die amtlichen Lehrpläne. Für die Realisierung bietet sich eine Lernwerkstatt als besonders geeignete Lernumgebung an. Die bereits gesicherten Erkenntnisse über Lernwerkstätten aus der Pädagogik finden daher ebenso Einzug in das Konzept. Dieses soll an Themen des Mathematikunterrichts der 5. Jahrgangsstufe der Realschule realisiert werden und neben dem Anfassen und Staunen, einen dritten Schritt, das Begreifen im Sinne eines Verstehens, initiieren.

Das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* dient bei der methodischen Realisierung als Werkzeug, das die Schülerinnen und Schüler sowie die Lehrerin und den Lehrer durch konkrete Entwürfe zum Handeln befähigt. Was im Speziellen jeder einzelne Lernende verstehen wird, ist selbstverständlich unterschiedlich. Aber jeder soll verstehen dürfen, was seine eigenen individuellen Möglichkeiten erlauben. „Verstehen meint in einem ganz einfachen Sinn, einen Grund angeben können, warum etwas so ist, wie es ist“ (Bauer 2002, 10). Die Konzentration auf das Einfache und Elementare der Mathematik ist hierfür Grundvoraussetzung. „Verstehen kann gefördert und unterstützt, aber nicht verordnet oder erzwungen werden. Verstehen braucht Zeit und Muße, braucht eine längere Präsenz des Materials und eine intensive Begegnung mit ihm“ (Bauer 2002, 10-11).

Daneben soll durch die empirische Evaluation das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* hinsichtlich seiner Wirkung geprüft werden. Parallel dazu verfolgt das Konzept auch langfristige Ziele. Es will die Qualität des Arbeitens in der Mathematik aller Schülerinnen und Schüler individuell steigern. Die angeeigneten Fertigkeiten und Fähigkeiten sowie das mathematische Wissen sollen den Lernenden



später in den höheren Jahrgangsstufen dienliche Grundlage sein. Zudem kann die *MatheLernWelt* über den Einzelnen und die Klassen hinaus die Schulentwicklung fördern. Denkbar wäre die Mitgestaltung, Wertschätzung und Unterstützung der Lernwerkstatt Mathematik durch die Schülerinnen und Schüler und deren Eltern, den Elternbeirat und Förderverein, das Lehrerkollegium und die Schulleitung sowie die ministerialen Stellen.

Dennoch darf das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* nicht so verstanden werden, dass es den herkömmlichen, alltäglichen Mathematikunterricht im Klassenzimmer ersetzt. Ein gut vermittelter Frontalunterricht wird für planmäßiges Lehren und Lernen immer wichtig sein. Es geht mit dem Konzept *MatheLernWelt* nicht um eine Ablösung des herkömmlichen Unterrichts. Vielmehr soll es ergänzend und unterstützend realisiert werden.

### 3 ENTSTEHUNG DES PROJEKTES *MatheLernWelt*

---

Ausgehend von Überlegungen für eine erfolgreiche Gestaltung des Mathematikunterrichts einerseits und der in der Reformpädagogik akzentuierten Idee der Lernwerkstatt andererseits gründete die Autorin im September 2007 das Projekt „Mathe + Lern = Welt“. Sinngemäß steht diese selbst erstellte Formel für das Zusammenspiel zwischen dem Fach Mathematik und dem schulischen Lernen, das die Schülerinnen und Schüler befähigen soll, sich in ihrer (Alltags-)Welt leichter zurechtzufinden. Der Projektname wird mittels eines eigens erstellten Symboles dargestellt



und mit „*MatheLernWelt*“ abgekürzt.

Die ursprüngliche Intention des Projektes war es, an einer Realschule in Bayern für die 5. und 6. Jahrgangsstufe im Fach Mathematik eine lernplankonforme Lernwerkstatt einzurichten. In Absprache mit einem amtierenden Ministerialbeauftragten für die Realschulen konnte ab dem Schuljahr 2007/08 eine Realschule gewonnen werden, die sich seit einem Jahr im Aufbau befand. Um den theoretischen Hintergrund zu sondieren, den Aufbau der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* bestmöglich zu gestalten sowie erste Erfahrungen zu sammeln, arbeitete die Autorin nach ihrer 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Realschulen im besagten Schuljahr als Mathematiklehrkraft an dieser Realschule. Unterstützt wurde sie dabei vom Planungsteam zur Vorbereitung der Lernwerkstatt, bestehend aus dem Lehrstuhlinhaber der Didaktik der Mathematik der Universität Passau, dem Ministerialbeauftragten für die Realschulen im Regierungsbezirk, einer Mitarbeiterin des Ministerialbeauftragten, dem Schulleiter der mitführenden Realschule sowie dem kommissarischen Schulleiter und den beiden Mathematiklehrkräften der ausgewählten Realschule. Das Team traf sich einmal im Monat unter Leitung der Autorin, um die Intention der Lernwerkstatt, deren fachlichen Inhalt, die Lehr- und Lernmittel sowie das Raumkonzept abzugrenzen. Innerhalb eines Jahres konnten vier Lerneinheiten zu unterschiedlichen Leitideen der Bildungsstandards Mathematik erstellt werden: Zahl (Einführung der Bruchrechnung), Raum und Form („Wir bauen Körper mit Somawürfeln“), Funktionaler Zusammenhang („Ein Besuch im Tiergarten Nürnberg“ zur Einführung von Termen) und Daten und Zufall („So geht das Würfelspiel!“). Um das Lernangebot auch weitsichtig auf die Anliegen der Firmen, die bevorzugt Schülerinnen und Schülern mit Mittlerer Reife einen Ausbildungsplatz anbieten, anzupassen, begleitete die Projektleiterin den Leiter des Ausbildungszentrums einer benachbarten Automobilfirma. Parallel akquirierte sie Sponsoren (siehe Anhang, 350-351) für die Lernwerkstatt *MatheLernWelt*. Das Interesse am Projekt war rasch derart groß, dass alle Materialien (siehe Anhang, 352-357) mithilfe der Sponsoren finanziert werden konnten. Die Projektleiterin erwirkte darüber hinaus, dass eine Wand in der im Bau befindlichen Realschule optimierend für das Raumkonzept der *MatheLernWelt* versetzt wurde.

Im Schuljahr 2008/09 trat die Autorin ihren Vorbereitungsdienst an der Seminarschule an. Um den Aufbau der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* an der bisherigen Realschule weiter betreuen zu können, arbeitete sie dort zeitgleich als teilzeitbeschäftigte Lehrkraft. Zu Beginn des neuen Schuljahres konnte das neue Schulgebäude eingeweiht und die neue Schulleiterin begrüßt werden. Am 19. Februar 2009 fand zusammen mit dem Planungsteam *MatheLernWelt* die feierliche Eröffnung der Lernwerkstatt mit zahlreichen Vertretern aus der Bildung, Wirtschaft und Politik statt. Aus organisatorischen und konzeptionellen Gründen musste die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* an dieser Realschule leider schließen. Die von Firmen gesponserte Einrichtung sollte laut dem Ministerialbeauftragten der Schule überlassen werden, die Lehrmittel wurden teils der Schule und der Autorin sowie die Lernmittel ausschließlich der Autorin zugesprochen.

Um die Idee der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* fortzuführen, erfuhr die Projektleiterin im Schuljahr 2009/10 Hilfestellung von ihrer Seminarschule. Dort unterrichtete sie fortan als teilzeitbeschäftigte Lehrkraft Mathematik und verbesserte die bereits erstellten Lerneinheiten und Materialien. Dennoch war vorab bekannt, dass aufgrund der Raumnot keine neue Lernwerkstatt errichtet werden könne. Zeitgleich trat die Autorin ihren Vorbereitungsdienst an der Einsatzschule an und begab sich ab Februar 2010 auf die Suche nach einer geeigneten Realschule, um die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* inklusive dem angestrebten Raumkonzept wiederaufzubauen. Im Juli 2010 absolvierte die Projektleiterin ihre 2. Staatsprüfung für das Lehramt an Realschulen.

Aufgrund des herausragenden Engagements des Schulleiters und des Interesses der Fachschaft Mathematik begann der Aufbau der Lernwerksatt *MatheLernWelt* ab dem Schuljahr 2010/11 an einer Realschule in Oberbayern. Die Autorin wurde als Lehrkraft dort eingesetzt. Am überraschenden Ausscheiden des Schulleiters aus dem Schuldienst nach nur wenigen Wochen hatte die Schulgemeinschaft schwer zu tragen. Der Wunsch der Projektleiterin, das Lernangebot, die Materialien und das Raumkonzept individuell an die dortige Realschule anzupassen, konnte im Weiteren nicht realisiert werden.

Die Projektleiterin entwickelte in den Schuljahren 2011/12 und 2012/13 das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* und die damit verbundenen Lehr- und Lernmittel in ihrem eigenen Unterricht insbesondere im eigenen Klassenzimmer an ihrer Schule weiter. Es konnten auch einzelne Lehrkräfte für das Lernangebot motiviert werden. Darüber hinaus engagierte sich die Projektleiterin in diesem Zeitraum am „Kleeblattprojekt“, einer Diskussion der Fächer Mathematik, Deutsch und Englisch an den Realschulen, Gymnasien und Grundschulen im zugehörigen Landkreis, um besonders die grundschultypische Herangehensweise an den später in der Lernwerkstatt aufgegriffenen Lernstoff besser zu verstehen. Damit die Materialien des Projekts *MatheLernWelt* nicht weiter privat lagern mussten und diese unter einem werkstattähnlichen Charakter präsentieren werden könnten, entwickelte die Autorin ein individuelles Raumkonzept, das sie als gelernte Bauzeichnerin mit Fachrichtung Hochbau einschließlich raumbildender Ausbau in einem Raumplan umsetzte. Diesen

stellte die Projektleiterin zusammen mit den neu geworbenen Sponsoren (siehe Anhang, 357) in einer Mathematikfachsitzung vor. Aus Gründen, die außerhalb des geplanten Unterrichtsprojektes lagen, konnten der Aufbau und die Weiterentwicklung der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* nicht fortgesetzt werden.

Auf der erneuten Suche nach einer Realschule zum Aufbau der Lernwerkstatt bot sich ab dem Schuljahr 2013/14 im gleichen Regierungsbezirk eine benachbarte Realschule an. Das Projekt wurde vom Schulleiter wohlwollend begrüßt. Besonderes Interesse bekundete die Seminarlehrerin des dort ansässigen Studienseminars für Mathematik. Da an der Schule kein eigener Raum für die Lernwerkstatt zur Verfügung gestellt werden konnte, beschloss die Projektleiterin, das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* auf die 5. Jahrgangsstufe im Fach Mathematik zu begrenzen und an die räumlich-organisatorischen Möglichkeiten anzupassen.

Zu Beginn des Schuljahres 2014/ 15 fand ein erstes Planungstreffen der in der 5. Jahrgangsstufe unterrichtenden Mathematiklehrkräfte der neu ausgewählten Realschule statt. Die Autorin entwickelte eigenständig drei Lerneinheiten zu den Leitideen „Messen“, „Raum und Form“ sowie „Daten und Zufall“. Die *MatheLernWelt*-Regeln und das -Ritual, die Differenzierungen der Sozialform, der Wechsel des Anforderungsniveaus, der *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen, die Selbstkontrollen und -reflexionen sowie das Raumkonzept sind ihr eigenes Gedankengut. Alle verwendeten Symbole wurden selbst bzw. von einem Kollegen gezeichnet. Die bereits vorhandenen Lehr- und Lernmittel des Projektes *MatheLernWelt* stellte die Projektleiterin der Schule unentgeltlich zur Verfügung. Neu benötigte Materialien und später die Raumausstattung (siehe Anhang, 358-360) wurden von ihr privat finanziert. Schließlich konnten die Schülerinnen und Schüler aus vier Klassen die Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchener Tierpark“ im Februar 2015, „Räumliche Figuren“ im Mai 2015 und „Alles Zufall?!“ im Juli 2015 in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* absolvieren. Darüber hinaus fand eine schulinterne Lehrerfortbildung zur Lerneinheit „Räumliche Figuren“ des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* statt. Im August 2015 erstattete der Landkreis die Kosten für die Verbrauchsmaterialien und die neu angeschafften Lehrmittel der Autorin.

Insgesamt gesehen zeigt dieser Bericht, dass von der Projektleiterin bei der Konkretisierung und Realisierung des theoretischen Konzeptes der *MatheLernWelt* in der schulisch-unterrichtlichen Praxis zahlreiche Schwierigkeiten überwunden und langwierige Entwicklungs- und Entscheidungsprozesse in Gang gebracht werden mussten. Kompromisse in Konzeption und Durchführung waren dabei unumgänglich.

## 4 *MatheLernWelt* – EIN UNTERRICHTSKONZEPT

---

### 4.1 VORÜBERLEGUNGEN

Mit dem Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* soll eine Lernumgebung gestaltet werden, in der sich alle Schülerinnen und Schüler mit einem übergeordneten Thema beschäftigen, jeder und jede an einem anderen Auftrag arbeiten oder sich im Team besprechen kann und so zur Lösung findet. „Um das selbstgesteuerte Lernen einzuüben [...] ist die Arbeit in einer Lehrwerkstatt sehr zu empfehlen. Dies gilt insbesondere für den Beginn der Klasse 5, wenn die Kinder aus verschiedenen Grundschulen kommen und in die Sekundarstufe eintreten“ (Klein-Landeck et al. 2010, 12).

Um die Arbeitsweise der Schülerinnen und Schüler in der Mathematik an der Realschule frühestmöglich zu optimieren, sollen wichtige Methoden und Strategien bereits ab der ersten Schulwoche außerhalb der *MatheLernWelt* im traditionellen Frontalunterricht gefördert werden. Dazu gehören bestimmte Arbeitstechniken wie das genaue Benennen, Erklären, Messen, Sammeln, Ordnen, Vergleichen, Zeichnen, Tabellarisieren, Skizzieren, Markieren und Entnehmen von Informationen aus Texten, Abbildungen, Tabellen, Zeichnungen oder Modellen. Arbeitstechniken sind auch das mündliche Berichten, Zuhören und gezielte Nachfragen, Beachten von Gesprächsregeln, Leiten eines Gesprächs und das strukturierte Niederschreiben und Protokollieren. Um diese zum Tragen kommen zu lassen, bahnt die Lehrkraft an exemplarischen Inhalten Methodenkompetenzen an, wie das Beantworten von Fragen zu einem Text, später das überfliegende Lesen und das Unterstreichen zutreffender Schlüsselwörter und das Anwenden von Techniken der Informationsentnahme. Auch Problemlösestrategien werden an relevanten Themen und konkreten Objekten entwickelt und geschult. Erst durch die häufige Anwendung und Wiederholung an weiteren Inhalten können die Kompetenzen, Methoden und Strategien erkannt werden, um Wissen, neue Erfahrungen und Einsichten zu gewinnen (vgl. Glötzl 2002, 284-285). Damit davon ausgegangen werden kann, dass die Schülerinnen und Schüler auf die angesprochenen Kompetenzen zurückgreifen können, erfolgt die erste Lerneinheit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* frühestens ab der zwölften Unterrichtswoche der 5. Jahrgangsstufe. Denkbar sind ab diesem Zeitpunkt bis zu drei Lerneinheiten, die sich maximal über je drei Schulwochen erstrecken und über ein Schuljahr verteilt sind.

Die Einrichtung und Gestaltung der *MatheLernWelt* ist idealerweise ein kooperativer Prozess von interessierten und engagierten Kollegen und Kolleginnen, die sich von Beginn an an der Zielsetzung orientieren, über Lerninhalte informieren, pädagogische Fragen diskutieren, Termine koordinieren und sich gegenseitig motivieren (vgl. Bauer 1998, 9). Für die Planung und das erstmalige Erstellen der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* ist ein größeres Zeitfenster von bis zu einem halben Jahr einzuplanen.

Die Vorbereitungen beginnen mit der Themenwahl. Fragen zur Eignung des Themas, Wichtigkeit des Lernstoffes und die Art der Vermittlung spielen hier eine tragende Rolle. Erst dann beginnt die Literatur- und Materialsammlung. Alles Gefundene, insbesondere auch Gegenstände und Zettel mit Ideen werden gesammelt, später in Unterthemen geordnet und diese wiederum nach Pflicht und Wahlaufgaben unterteilt. Die Pflichtstationen selektieren und reduzieren zunächst den Lernstoff auf den unabdingbareren Grundstoff. Daneben beziehen sich die Wahlstationen auf vielfältige weiterführende Gebiete. Die Arbeitsaufträge werden in einer der Schülerzahl angemessenen Mehrzahl vorbereitet und sind zu jeder Zeit ansprechend gestaltet, für die Schülerin und den Schüler selbst lös- und kontrollierbar, unabhängig voneinander und die Lösungswege dokumentierbar. Da die Erlebniswelt der Kinder durch die Medienvielfalt immer mehr eingeschränkt wird und um das ursprüngliche Be-greifen wieder aufleben zu lassen, werden in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* vorzugsweise Materialien aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler eingesetzt. Die Lernenden sollen in unserer schnelllebigen Zeit daran erinnert werden, dass nicht nur das Ziel entscheidend ist, sondern auch auf dem Weg etwas erlebt werden kann. Die Materialien werden sortiert, nummeriert und inventarisiert (vgl. Bauer 1998, 9). Alle Materialien bleiben in der *MatheLernWelt* und können nicht mit nach Hause genommen werden. Dies unterstreicht die Besonderheit und Einzigartigkeit der Lernwerkstatt. Die neu gewonnene Motivation an den Inhalten der Mathematik und die vermittelten Kompetenzen werden dadurch dennoch nicht gehemmt, da das Material in der nächsten Unterrichtsstunde wieder genutzt werden kann. Eine sorgfältige, abgeschlossene Planung ist Voraussetzung für den Beginn einer Unterrichtseinheit.

Obwohl die elektronischen Medien immer mehr Einzug in unser Leben halten, kommen sie bewusst als Lernangebot in der *MatheLernWelt* nicht vor. Unwiderrprochen eröffnen diese Medien als moderne Lernform die Möglichkeit, selbstständig und individuell zu arbeiten. Für das Konzept und die Prinzipien der *MatheLernWelt* sind sie jedoch nicht zwingend, da sie statt dem wirklichen Be-greifen das Lernen digitalisieren. Eine geringe Ausnahme stellt das im Raum vorhandene Whiteboard dar. Es wird jedoch lediglich von der Lehrkraft für die Umsetzung eines unten aufgeführten Rituals genutzt. An dieser Stelle sei auf andere Fächer und Jahrgangsstufen verwiesen, die elektronische Medien sinnhafter nutzen können.

Unabhängig von den unterschiedlichen Unterrichtsformen wird der Ruf nach einem regelten, wiederkehrenden Unterrichtsablauf laut. Dieser fordert nicht nur, dass sich die Schülerinnen und Schüler schneller heimisch fühlen sollen, sondern verweist ebenso auf eine zügige Konzentration auf die Arbeitsschwerpunkte. Daran angelehnt gestaltet sich der folgende idealtypische Verlauf einer Unterrichtsstunde in der *MatheLernWelt*: Durch eine gemeinsame, flotte Begrüßung setzt die Lehrkraft das Signal für den Beginn des Unterrichts. Die anschließende Präsentation der Aufgabenstellung und die Materialauswahl sind kurz und prägnant. Sie soll den Kindern ihre zurückliegenden Erkenntnisse

und den Wissensstand ins Gedächtnis rufen und sie auf die bevorstehende Arbeit einstimmen. Nötigenfalls gibt die Lehrkraft Impulse zu Fragestellungen aus der Vorstunde oder erklärt neu hinzugekommenes Material. Während der gesamten Arbeitsphase können personenspezifische oder Hinweise für die gesamte Klasse gegeben werden, diese sind laut und verständlich vorzutragen. Parallel dokumentieren die Schülerinnen und Schüler immer wieder die Lernfortschritte, um nicht die Konzentration auf die Sache zu verlieren. Ebenso hilft dies schwächeren Lernenden, nicht plötzlich vor dem Nichts zu stehen und an vorherigen Punkten wieder anknüpfen zu können. Am Ende einer Arbeitsphase ertönt ein akustisches Signal. Jeder ist erstmal selbst für das Aufräumen seiner Materialien zuständig. Jedoch helfen Kinder, die ihre Pflichten schon erledigt haben, ihren Mitschülern und übernehmen somit Verantwortung für die Ordnung und Sauberkeit in der *MatheLernWelt*. In den zeitlichen Verlauf sind die abschließenden Fragen der Schüler im Plenum mit einzubeziehen. Die Lehrkraft hält sich bei anschließenden Diskussionen zurück und moderiert gegebenenfalls. Die kollektive Verabschiedung symbolisiert den Abschluss der Unterrichtsstunde.

## 4.2 METHODISCHES PROFIL

„Zusätzlich zu den dargestellten konstitutiven Unterrichtsprinzipien [Schülerorientierung, Sachorientierung, Handlungsorientierung] und [regulierenden] Prinzipien der methodischen Gestaltung des Unterrichts gibt es in der schulpädagogischen Fachliteratur eine Vielzahl weiterer [...] Grundsätze [...]. Ungeklärt ist [...] der Geltungsbereich der Prinzipien [...] und deren Abgrenzung zu Unterrichtskonzeptionen“ (Wiater 2013, 139). „Unterrichtsprinzipien stehen in der Didaktik zwischen Unterrichtskonzeptionen [...] einerseits und Unterrichtsmethoden [...] andererseits. Als Grundsätze sind sie diesen vorgeordnet und gelten als Entscheidungskriterien bei deren didaktischer Auswahl“ (Wiater 2012, 7). „Als Grundsätze für erfolgreichen und guten Unterricht sind Unterrichtsprinzipien aber Anforderungen, die an alle Grundformen von Unterricht zu stellen sind [...]. Bei der Auswahl der Unterrichtsmethoden realisiert und konkretisiert sich der Anspruch der Unterrichtsprinzipien, sie sind aber nicht mit diesen identisch“ (Wiater 2013, 139).

Auf dieser Erkenntnis basierend sollen im Folgenden die zu Beginn dieser wissenschaftlichen Arbeit beleuchteten regulierenden Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht Selbsttätigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen, Veranschaulichung und Materialbezug, Ganzheit und Motivation im Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* konkretisiert und umgesetzt sowie durch spezifische methodische Elemente ergänzt bzw. erweitert werden.

### 4.2.1 *MatheLernWelt*-Regeln und -Ritual

Manchen Fünftklässlern ist der Werkstattunterricht bzw. das Arbeiten in Lernwerkstätten bereits vertraut, für andere hingegen ist dies neu (vgl. Klein-Landeck 2010, 80). „Erfahrene Schüler können dabei helfen, dass sich alle in diese Arbeitsform hineinfinden“ (Klein-Landeck et al. 2010, 12). Da zudem der Bewegungsdrang in dieser Altersstufe noch sehr hoch ist und die Pubertät bevorsteht, brauchen die Schülerinnen und Schüler in der Lernwerkstatt Arbeitsvereinbarungen und Rituale. Diese sollten für sie einsichtig, motivierend und einfach zu handhaben sein (vgl. Klein-Landeck 2010, 80). Zu Beginn der ersten Lerneinheit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* werden im Kassenverband die *MatheLernWelt*-Regeln und das -Ritual gezeigt, erläutert und gegebenenfalls diskutiert. Im Anschluss werden sie im Klassenzimmer gut sichtbar und gegebenenfalls nochmals beschrieben präsent gehalten.

Es wurde versucht, die Anzahl der ***MatheLernWelt*-Regeln** gering zu halten. Die folgenden zehn Regeln sind inhaltlich wichtig (vgl. Engelhardt 2006, 71):

1. Wähle dir allein oder mit anderen eine Station aus! Drängle nicht!
2. Arbeite leise und vermeide Streit!
3. Versuche zunächst die Aufgabe alleine oder in der Gruppe zu lösen!  
Frage zum Schluss erst deinen Lehrer oder deine Lehrerin!



4. Dokumentiere genau was du gemacht hast!
5. Kontrolliere deine Ergebnisse ehrlich und berichtige deine Fehler!
6. Gib auf alles gut Acht und vermeide, dass etwas verloren geht!
7. Das Material gehört allen. Lass auch andere damit arbeiten!
8. Beende alles, was du angefangen hast!
9. Jedes Material hat einen bestimmten Platz. Räume alles wieder richtig auf!
10. Unterstütze andere, wenn sie deine Hilfe brauchen!

Am Ende einer Unterrichtsstunde ertönt in der *MatheLernWelt* ein **akustisches Signal**. Mit dem Einspielen des Liedes „Wer hat an der Uhr gedreht?“ des Künstlers „Der rosarote Panther“ beginnt die einminütige Aufräumphase.

*Ziel der MatheLernWelt-Regeln und des -Rituals* ist es

... deutlich zu machen, welches Verhalten von den Schülerinnen und Schülern erwartet wird und ihnen dadurch *Sicherheit beim selbsttätigen Arbeiten* in der *MatheLernWelt* sowie *individuelle Verantwortung für ihr Handeln* zu geben. Das akustische Signal am Ende der Unterrichtsstunde soll die Lernenden zudem nicht abrupt aus einer noch bestehenden Konzentrationsphase holen und sie *eigenständig* ihre *Arbeit beenden* lassen. Insbesondere soll das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt werden.

... die Kinder eine *positive Abhängigkeit* erleben zu lassen, *unterstützenden Interaktion* zu begünstigen und *soziale Kompetenzen* anzubahnen. Das gemeinsame Aufräumen der Arbeitsmaterialien nach dem akustischen Signal am Ende der Unterrichtsstunde soll die *Kooperationsbereitschaft steigern*. Insbesondere soll das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt werden.

... eine *angenehme Arbeitsatmosphäre* zu gewährleisten sowie die Kinder zum Aufräumen der Arbeitsmaterialien innerhalb einer Minute herauszufordern und sie *beim Erreichen des vorgegebenen Ziels gemeinsamen Erfolg verspüren* zu lassen. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.

## 4.2.2 Wechsel der Sozialformen

Zu Beginn der ersten Lerneinheit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zeigt und erläutert die Lehrkraft im Klassenverband die verschiedenen Sozialformen. Im Anschluss werden sie im Klassenzimmer gut sichtbar und gegebenenfalls nochmals beschrieben präsent gehalten. In den später folgenden Lerneinheiten soll es genügen, die Symbole und ihre Bedeutung lediglich kurz anzusprechen, um sie den Schülerinnen und Schülern ins Gedächtnis zu rufen. Die im Projekt involvierten verschiedenen Sozialformen sind durch eigens dafür gefertigte Zeichnungen wie folgt visualisiert:



Einzelarbeit



Partnerarbeit



Gruppenarbeit mit 4 Mitgliedern



Gruppenarbeit mit 2 – 5 Mitgliedern (auch Partnerarbeit möglich)

Probleme und Missstimmungen bei der Partnerwahl sind nicht auszuschließen, doch ist davon auszugehen, dass oft überraschende Einfälle der Lernenden entstehen.

*Ziel des Wechsels der Sozialformen ist es*

*... bereits bei der Auswahl ihrer Lernpartnerinnen und -partner die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler anzuregen, möglichst alle Lernenden zu integrieren und sie selbst über die gewünschte Sozialform entscheiden zu lassen. Sodann sollen die Kinder aktiv sowie selbstständig und -verantwortlich arbeiten und lernen. Insbesondere soll das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt werden.*

*... den einzelnen Lernenden differenzierte und individuelle Lernwege und -strategien erleben und entwickeln zu lassen und sie vom Zwang des streng organisierten Lernens zu befreien. Insbesondere soll das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt werden.*

*... gemeinsame Ziele der Lernenden, durch individuelle oder kollektive Arbeitsbeiträge und Erkenntnisse erreichen zu lassen. Auf diese Weise sollen das individuelle Repertoire an Arbeits- und Lernverfahren erweitert und die Kinder in der Ausführung und Kontrolle ihrer Arbeit selbstständiger werden. Den Schülerinnen und Schülern soll sich weiter die Möglichkeit bieten, sich wechselseitig zu steuern und Unstimmigkeiten untereinander selbst zu regulieren. Insbesondere soll das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt werden.*

*... dem Wunsch der Schülerinnen und Schüler nach Gemeinschaft nachzukommen und eine freundschaftliche Beziehung zwischen ihnen anzubahnen. Die dadurch erzeugte angenehme Arbeitsatmosphäre soll wiederum das Interesse und das Engagement für die Arbeit begünstigen. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.*

### **4.2.3 Differenzierung des Anforderungsniveaus**

Zu Beginn der ersten Lerneinheit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zeigt und erläutert die Lehrkraft im Klassenverband die verschiedenen Anforderungsniveaus. Im Anschluss werden sie im Klassenzimmer gut sichtbar und gegebenenfalls nochmals beschrieben präsent gehalten. In den später folgenden

Lerneinheiten soll es genügen, die Symbole und ihre Bedeutung lediglich kurz anzusprechen, um sie den Schülerinnen und Schülern ins Gedächtnis zu rufen. Das Anforderungsniveau teilt sich in drei Stufen ein, die durch eigens dafür erstellte Zeichnungen wie folgt symbolisiert sind:



Der Weg führt eben dahin: geringer Anspruch.



Der Weg geht in einer hügeligen Landschaft leicht bergauf: mittlerer Anspruch.



Der Weg führt im Gebirge steil bergauf: hoher Anspruch.

*Ziel der Differenzierung des Anforderungsniveaus* ist es

... die Schülerinnen und Schüler zu ermutigen, ihre *Fähigkeiten selbst realistisch einzuschätzen* und darauf basierend die Arbeitsaufträge zu wählen. Dies ist Grundlage dafür, die Lernenden *entsprechend ihren Vorkenntnissen und ihrem Leistungsstand differenziert und individuell zu fördern*. Insbesondere soll das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt werden.

... leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler durch ein angemessenes Aufgabenniveau *Lernerfolg erleben* und leistungstärkere Lernende auf höherem Niveau *Bestätigung erfahren zu lassen*. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.

#### **4.2.4 MatheLernWelt-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen**

In der Lernwerkstatt führen die Schülerinnen und Schüler einen *MatheLernWelt*-Ordner, der Platz für die Laufzettel der jeweiligen Lerneinheit sowie die Arbeitsaufträge bietet. Er ersetzt eine Art Portfolio, zu dessen ersten Erstellung die Lernenden die Hilfe der Lehrkraft benötigen. Das Ringbuch wird daher zu Beginn der ersten Lerneinheit zusammen mit der ganzen Klasse und mithilfe eines konkreten Modells angelegt. Das kleinere DIN-A-5-Format des *MatheLernWelt*-Ordners, des Laufzettels und der Arbeitsaufträge ist realschuluntypisch, jedoch handlicher und platzsparend an den ohnehin schon dichtgedrängten Stationen.

Der **MatheLernWelt-Ordner** ist von den Schülerinnen und Schülern stets mitzuführen und bleibt auch am Ende einer Lerneinheit als Dokument erhalten. Darin eingeordnet werden:

- Strukturierende Elemente wie der Laufzettel oder ein Register
- Materialien aus dem Arbeitsprozess, wie Ideen und Einsichten, die zur Verfügung gestellten Arbeitsblätter, eigene Fragen oder Hausaufgaben

- Zusatzarbeiten, wie selbst ausgedachte Aufgaben, eigene Lösungen oder Weiterführungen
- Auswertungen, wie die Reflexion der Pflichtstationen, die Gesamtreflexion oder ein Ausblick auf den weiteren Arbeitsprozess.

Trotz der strukturierenden Vorgaben ist der *MatheLernWelt*-Ordner später ein einzigartiges Produkt jedes Lernenden, eine strukturierte und reflektierte Sammlung individueller Dokumente und persönlicher Arbeiten, die immer wieder ergänzt und aktualisiert wird. Er stellt zudem die individuelle Entwicklung des Sachwissens und der methodischen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler dar. Durch seine Bewertung nach den Kriterien der inhaltlichen Richtigkeit, Vollständigkeit und angemessenen Darstellung der Ergebnisse kann er in Ausnahmefällen zur Leistungsbewertung eingesetzt werden. Dennoch wird der *MatheLernWelt*-Ordner zurückhaltend bewertet, da er in erster Linie den Lernenden selbst dient.

Zu Beginn einer jeden Lerneinheit erhalten die Schülerinnen und Schüler einen **Laufzettel**, der im Klassenverband besprochen wird. Auf diesem folgen dem Thema der Lerneinheit der Name des Lernenden und die Klasse. Daneben erscheint die Sozialform. In die Tabelle mit den Themenbereichen, Themen der Stationen, Pflicht- und Wahlstationen und dem jeweiligen Anforderungsniveau tragen die Kinder nach Beendigung einer Station das aktuelle Datum in die dafür vorgesehene Zelle ein. Exemplarisch wird dies am Laufzettel der eröffnenden Lerneinheit dargestellt:

Sozialform      Thema der Lerneinheit      Name der Schülerin und des Schülers      Klasse

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

Hellabrunn – Der Münchner Tierpark

Laufzettel von \_\_\_\_\_, Klasse 5\_\_

Grundwissen		Länge	Masse	Zeit	Geld
Pflichtstationen Reihenfolge beachten!	1 Schätzen				
	2 Messen				
	3 Einheiten umwandeln				
Reflexion der Pflichtstationen					

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

Pflicht- (und Wahl-)Stationen      Themen der Stationen      Anforderungsniveau      Themenbereiche

Die **Arbeitsaufträge** in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* erscheinen stets im selben Layout wie die Laufzettel. Unter dem Thema der Lerneinheit folgt die Überschrift der jeweiligen Station. Linkerhand ist das Symbol des Themenbereichs zuerkennen, rechts davon die Nummer der Station. Der anschließende Arbeitsauftrag ist von den Lernenden selbstständig durchzulesen, durchzuführen und schriftlich festzuhalten. Ausreichend groß ist der Platz für die Eintragungen, um später die Aufgaben zu verbessern und die eigene Arbeit zu beurteilen (siehe 4.2.5 Selbstkontrolle und -reflexion, 158-161). Bei längeren Arbeitsaufträgen, hinzugefügten Beispielen oder Platzbedarf für Eintragungen der Schülerinnen und Schüler kann umweltfreundlich die Rückseite verwendet werden. Exemplarisch wird dies am ersten Arbeitsauftrag der eröffnenden Lerneinheit dargestellt:

Symbol des Themenbereiches    Thema der Lerneinheit    Überschrift der Station    Nummer der Station

The diagram shows a station card with the following elements:

- Symbol des Themenbereiches:** A ribbon icon with the word 'MATHE' on it.
- Thema der Lerneinheit:** 'Hellabrunn - Der Münchner Tierpark'.
- Überschrift der Station:** 'Schätzen'.
- Nummer der Station:** '1'.
- Arbeitsauftrag:** Text describing the task: 'Im Urwaldhaus werden allerlei Gegenstände für die Beschäftigung, Ernährung und Pflege der Affen benötigt. Schätze zunächst die Länge der sieben Gegenstände, die vor dir liegen, in beliebiger Reihenfolge. Welche Maße vermutest du bei den fünf weiteren Aufgaben? Achte bei deiner Schätzung stets auf die angegebene Maßeinheit. Besorge dir im Anschluss die Lösung und notiere sie. Was stellst du fest? Beurteile deine Schätzung!'.
- Table:** A table for recording measurements and solutions.

Arbeitsauftrag    Platz für Eintragungen der Schülerinnen und Schüler    Hinweis auf die Rückseite

Die Arbeitsaufträge befinden sich in entsprechend kopierter Anzahl der Lernenden in Boxen an den jeweiligen Stationen. An vorderster Stelle des Kästchens ist der Arbeitsauftrag in Farbe als laminierte Karte platziert. Gegebenenfalls dürfen die Schülerinnen und Schüler dort die Angabe in Farbe nachsehen, die Karte darf jedoch nicht entliehen werden. Die Box ist vorne außen zudem mit der Nummer der Station in großen Ziffern beschriftet, sodass die Kinder schnell die gewünschten Arbeitsaufträge finden können.

Ziel des MatheLernWelt-Ordners mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen ist es

... den Schülerinnen und Schülern ein *angemessenes Ordnungssystem* und eine *Übersicht über das Lernangebot* an die Hand zu geben. Weiter soll er den Lernenden helfen, ihren *Arbeitsablauf selbstständig zu planen und durchzuführen*, ihre *Lernwege zu protokollieren*, *Arbeitsergebnisse zu dokumentieren* sowie *ihre Lösungen zu systematisieren*. Insbesondere soll das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt werden.

... den Lernenden die *Vielzahl* und den *Abwechslungsreichtum der Lerneinheit* zu verdeutlichen und sie *nach eigenen Interessen und Fähigkeiten die Stationen aussuchen zu lassen*. Weiter soll ihnen Raum für die *schriftlich Fixierung ihrer individuellen (mathematischen) Gedanken, Lernwege und Lösungen* gegeben werden, um diese auch visuell zu verinnerlichen. Darüber hinaus erhalten die Lehrkraft und Erziehungsberechtigten detaillierte *Auskünfte über ausgeführten Tätigkeiten und Leistungen* der Kinder. Insbesondere soll das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt werden.


... den Schülerinnen und Schülern fortlaufend ihre *erreichten Leistungen und Arbeitsfortschritte sichtbar zu machen*, um sie zum *zügigen Weiterarbeiten anzuspornen*. Die intrinsische Motivation kann durch die Einsicht des MatheLernWelt-Ordners mit den Laufzetteln und Arbeitsaufträgen extrinsisch durch die Lehrkraft und Erziehungsberechtigten verstärkt werden. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.

#### **4.2.5 Selbstkontrolle und -reflexion**

Am Ende jeder Stationen mit Mathematikaufgaben, die eine eindeutige Lösung aufweisen, erfolgt die Selbstkontrolle der Schülerinnen und Schüler. Im gleichen Layout wie die Arbeitsaufträge stehen die **Lösungskarten der Pflichtstationen** in 8-facher Ausführung an letzter Stelle der Box einer Station, hinter der laminierten Karte in Farbe mit dem Arbeitsauftrag und den kopierten Arbeitsblättern, zur Verfügung. Die einzelnen Lösungen auf den Karten sind farbig hervorgehoben, so können sich die Kinder schnell zurechtfinden und ihre Ergebnisse vergleichen. Exemplarisch wird dies an der ersten Lösungskarte der Pflichtstation der eröffnenden Lerneinheit dargestellt:

## Lösungskarte der Pflichtstation mit Lösungen in roter Farbe

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

 **Hellabrunn – Der Münchner Tierpark** 1

**Schätzen – Lösung**

Im Urwaldhaus werden allerlei Gegenstände für die Beschäftigung, Ernährung und Pflege der Affen benötigt.

Schätze zunächst die Länge der sieben Gegenstände, die vor dir liegen, in beliebiger Reihenfolge. Welche Maße vermutest du bei den fünf weiteren Aufgaben? Achte bei deiner Schätzung stets auf die angegebene Maßeinheit.




Besorge dir im Anschluss die Lösung und notiere sie. Was stellst du fest? Beurteile deine Schätzung!

Gegenstand	Lösung
1 Holzstab	15 mm
2 Gartenschlauch	15 cm
3 weißes Seil	20 cm
4 rotes Seil	4 dm
5 blaues Seil	1 m

⇒




MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

Der Platz für die Eintragungen der Schülerinnen und Schüler auf ihrem persönlichen Arbeitsauftrag ist ausreichend groß, um die Aufgaben zu verbessern. Abschließend sollen die Lernenden durch das Ankreuzen der folgenden Symbole ihre eigenen Ergebnisse beurteilen (siehe 4.2.4 *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen und hier speziell: Arbeitsaufträge, 155-158):

-  „Das kann ich besser.“
-  „Damit bin ich zufrieden.“
-  „Das habe ich gut gemacht!“

Die **Reflexion der Pflichtstationen** erfolgt vor der Bearbeitung der Wahlstationen, um einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Das Arbeitsblatt zur Reflexion der Pflichtstationen erscheint erneut im typischen Layout der *MatheLernWelt* in einer eigens dafür eingerichteten Box mit laminierten, farbigen Angabenkarte und den in entsprechender Schülerzahl kopierten Blättern der Reflexion der Pflichtstationen. Zunächst erhalten die Schülerinnen und Schüler jedoch ein schriftliches Lob für ihre geleistete Arbeit und den Hinweis, die bereits bearbeiteten Arbeitsaufträge in die angegebene Reihenfolge zu ordnen. Nach der

Erklärung des Wortes „Reflexion“ machen sich die Kinder daran, über verwendete Strategien nachzudenken und dies mit eigenen Worten aufzuschreiben. Die Beurteilung der eigene Arbeitsweise und Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und -schülern sowie die Einschätzung über das Arbeitsklima erfolgen über Fragen, die entsprechend anzukreuzen sind:

-  „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“
-  „Hier kann ich mich nicht entscheiden, das kann ich nicht beurteilen.“
-  „Ich stimme zu, das ist richtig!“

Am Ende der Reflexion der Pflichtstationen sollen die Kinder selbst ihren Lernzuwachs bewerten und ihre Einschätzung begründen.

Alle Lösungen der weiteren Stationen werden mit den **Lösungsbildern der Wahlstationen**, in Form eines Bildes aus einzelnen Lösungsquadraten, kontrolliert. Legen die Schülerinnen und Schüler die einzelnen Quadrate des in der richtigen Reihenfolge der Lösungen, erscheint auf der Rückseite ein Bild. Exemplarisch wird dies an der ersten Lösungskarte der Wahlstation der eröffnenden Lerneinheit dargestellt:

Vorderseite aus einzelnen Lösungsquadraten

Rückseite mit Bild

21 km	13 m	12 dm
3 dm	2 m 54 cm	35 km 395 m
3 km 80 m	10 m 3 dm	1 km 11 m
72 km	12 dm	4 m
9 cm	40	30



Am Ende werden die Schülerinnen und Schüler zur **Gesamtreflexion** aufgefordert, um erneut einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Sie erfolgt in einer separat dafür eingeplanten Unterrichtsstunde nach Abschluss der Lerneinheit im Klassenverband. Das Arbeitsblatt zur Gesamtreflexion erscheint im typischen Layout der



*MatheLernWelt* und wird durch die Lehrkraft ausgeteilt. Darauf wird den Lernenden zunächst ein Lob für ihre erbrachten Leistungen ausgesprochen. Es folgt erneut der Hinweis, die bereits bearbeiteten Arbeitsaufträge in die angegebene Reihenfolge zu ordnen. Sodann reflektieren die Kinder ihre Einstellung zum Fach Mathematik, die eigene Arbeitsweise und Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und -schülern sowie ihre Einschätzung über das Arbeitsklima im Unterricht der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*. Die Reflexion erfolgt sowohl durch die Beurteilung vorgegebene Aussagen durch das Ankreuzen der bereits bekannten Symbole aus der Reflexion der Pflichtstationen als auch durch die Beantwortung von Fragen mit eigenen Worten. Abschließend dürfen die Schülerinnen und Schüler in die Zukunft blicken und begründete Wünsche äußern.

*Ziel der Selbstkontrolle und -reflexion ist es*

... die *Korrektur durch die Lehrkraft zu eliminieren* und die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, *selbstständig* ihre mathematischen *Lösungen zu verbessern* und zu *beurteilen*. Die Lösungskarten und -bilder sind *jederzeit verfügbar* und sollen dem *reibungslosen Arbeitsablauf* der Kinder *dienlich sein*. Insbesondere soll das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt werden.

... die Kinder über die eigene erarbeitete Lösung nachdenken und Fehler entdecken zu lassen. Die Einsichten in die eigenen Denkweisen und Strategien sollen *Wissenslücken schließen* und das *eigene Weiterlernen verbessern*. Insbesondere soll das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt werden.

... bei überraschenden oder unklaren Lösungen in Partner- oder Gruppenarbeiten zu einem *wechselseitig produktiven, klärenden Gespräch* unter den Schülerinnen und Schülern *anzuregen*. Insbesondere soll das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt werden.

... die gezeigten *Leistungen* der Lernenden *gebührend hervorzuheben* und ihr *Selbstbewusstsein zu stärken*. Über die Möglichkeit, ihre Lernumgebung künftig mitgestalten zu können, soll den Schülerinnen und Schülern ihr *positiver Stellenwert* im Klassenverband und im Projekt *MatheLernWelt* *deutlich gemacht* werden. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.

An dieser Stelle darf nicht unerwähnt bleiben, dass die Reflexionen zugleich ein Medium für die Lehrkraft sein müssen, um die Arbeits- und Lernstrategien der Schülerinnen und Schüler zu erkennen und Defizite gegebenenfalls im anschließenden traditionellen Unterricht gezielt aufzuarbeiten. Langfristiges Ziel muss es sein, das Konzept der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu modifiziert und zu optimieren.

## 4.2.6 Raumkonzept

Das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* legt eine Lernwerkstatt als zweckmäßig eingerichteten Raum zugrunde. In ihr sollen Gegenstände hergestellt und aufbewahrt und eine Veränderung der Sozialformierung möglich gemacht werden. Um dies zu erreichen und Stundenüberschneidungen von Parallelklassen abzufangen, wird die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* in einem Seminarraum in der Größe zweier Klassenzimmer gestaltet. Dieser wird ausschließlich für diesen Zweck genutzt und ist jederzeit zugänglich. Die *MatheLernWelt*-Regeln erhalten auf einer Pinnwand zusammen mit den Symbolen für die Sozialformen und das Anforderungsniveau sowie dem jeweiligen Laufzettel einen festen Platz. Die Pflicht- und Wahlstationen werden mit auffallenden Schildern beschriftet und die zugehörigen Lernmaterialien darunter positioniert. Für die Arbeitsaufträge, -blätter und Lösungskarten einer Station befestigt die Lehrkraft entsprechend Boxen an Leisten entlang der Zimmerwände. Zusätzliche Arbeitsutensilien wie Papier, Stifte, Geodreiecke, Scheren und Kleber befinden sich für die Lernenden frei zugänglich in einem Regal. Als Arbeitsplätze für die Schülerinnen und Schüler stehen zu Gruppen formierte Doppeltische zur Verfügung. Ebenso wurden freie Flächen zur Aufbewahrung von Arbeitsergebnissen geschaffen.

*Ziel des Raumkonzeptes ist es*

*... den Schülerinnen und Schülern die für ihre Arbeit benötigten Materialien übersichtlich und dauerhaft bereitzustellen und sie zu kreativen Ideen aufzufordern. Weiter soll es den Lernenden helfen, ihren Arbeitsablauf selbstständig zu planen und reibungslos durchzuführen. Insbesondere soll das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt werden.*

*... die Neugier und das Interesse der Schülerinnen und Schüler zu begünstigen. Darüber hinaus soll die Lernwerkstatt durch die Arbeitsergebnisse der Lernenden mitgestaltet und den Kindern durch eine gewohnte Lernumgebung Sicherheit beim Arbeiten geben werden. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.*

## 4.3 LERNANGEBOT

Die Suche nach geeigneten Lernbereichen orientiert sich von Beginn an am Bayerischen Lehrplan der Realschule für die 5. Jahrgangsstufe. Die in den einzelnen Themenbereichen enthaltenen Themen werden inhaltsspezifisch erschlossen und enthaltene Kompetenzen und mathematische Erkenntnisse eruiert. Das Lernangebot in der *MatheLernWelt* berücksichtigt auch die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss und greift drei der fünf Leitideen auf. Nicht im Lernangebot enthalten sind die Leitideen „Zahl“ und „Funktionaler Zusammenhang“. Für mehr Übersichtlichkeit werden die zugehörigen Symbole zu Beginn einer jeden Lerneinheit vorgestellt und einer Farbe zugeordnet. Entsprechend erscheint der Schriftzug „*MatheLernWelt*“ auf allen Arbeitsaufträgen:



Messen: Orange



Raum und Form: Rot



Daten und Zufall: Gelb

Da der Unterricht im Projekt *MatheLernWelt* an den Bayerischen Lehrplan gebunden ist, gehen die Lerneinheiten von den inhaltlichen Kompetenzen aus. Bei der Festlegung der Themen wird drauf geachtet, dass sie sich an der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler orientieren, diese interessiert und motiviert. Die Lerninhalte bieten Gelegenheit für breit gefächerte Erfahrungen und Tätigkeiten, haben einen pluralisierenden Charakter und bieten unterschiedliche Zugänge an. Das didaktische Wissen der Lehrkraft hilft dabei, ein zielgerichtetes Lernmittel zu finden, das neben der Vermittlung von mathematischem Fachwissen verschiedenste Kriterien erfüllt und bietet Raum für logisches Denken, kreatives Gestalten, Konzentrations- und Wahrnehmungsförderung, Trainieren der Grob- und Feinmotorik, Bewegung, Selbstkontrolle und Reflexion. Dabei muss das Vorwissen genauso berücksichtigt werden wie die mathematischen Kompetenzen der Lernenden. Im Anschluss überlegen die Lehrerin und der Lehrer kinderspezifische Frage- und Problemstellungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und wählen ansprechende Formulierungen. Das geringste Anforderungsniveau eines Themenbereiches ist das Kennenlernen. Die Zielformulierungen einiger Wahlstationen wirken formal, weil sie sich auf keinen konkreten Sachinhalt beziehen, da dieser in weiten Teilen von den Schülerinnen und Schülern selbst bestimmt wird. Das soll nicht andeuten, dass die Inhalte, mit denen sich die Lernenden auseinandersetzen sollen, sekundär sind. Nach dem Anforderungsniveau der Pflicht- und Wahlstationen entscheidet sich die Sozialform, in der die Schülerinnen und Schüler in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeiten lernen. Abschließend müssen die Dokumentation des Arbeitsprozesses vorbereitet und die Stationen fertiggestellt werden. Theoretisch

sind später bei der Durchführung der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zwei Extremfälle denkbar: Alle Schülerinnen und Schüler bearbeiten dieselbe Station und jeder Schüler und jede Schülerin bearbeitet eine andere Station. Praktisch sind jedoch Mischformen zwischen diesen Extremen zu erwarten, da die Voraussetzungen, Bedürfnisse und Interessen der Lernenden verschieden sind, in verschiedenen Sozialformen gearbeitet wird und der Zeitbedarf der Lernenden von Angebot zu Angebot variiert. Zudem müssen Materialien und Werkzeuge mit geringer Stückzahl geteilt werden. Dem Lernangebot der *MatheLernWelt* liegt eine konsequente Strukturierung nach inhaltlichen Kriterien zugrunde, um den Schülerinnen und Schülern eine bessere Orientierung zu ermöglichen. Diese findet sich auch auf dem zuletzt erstellten Laufzettel wieder.

### 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“

#### Thema der Lerneinheit

Hellabrunn – Der Münchener Tierpark

#### Sachanalyse

Mit der Größe Länge kann man Strecken bestimmen. Das Ausgangsmaß ist 1 Meter:

	1 m	
	Maßzahl	Maßeinheit
Maßeinheiten:	1 km (Kilometer)	= 1 000 m
	1 m	= 10 dm (Dezimeter)
	1 dm	= 10 cm (Zentimeter)
	1 cm	= 10 mm (Millimeter)
also:	$1 \text{ km} \xrightarrow{:1\,000} 1 \text{ m} \xrightarrow{:10} 1 \text{ dm} \xrightarrow{:10} 1 \text{ cm} \xrightarrow{:10} 1 \text{ mm}$	

Mit der Größe Masse kann man Gewichte bestimmen. Das Ausgangsmaß ist 1 Kilogramm:

	1 kg	
	Maßzahl	Maßeinheit
Maßeinheiten:	1 t (Tonne)	= 1 000 kg
	1 kg	= 1 000 g (Gramm)
	1 g	= 1 000 mg (Milligramm)
also:	$1 \text{ t} \xrightarrow{:1\,000} 1 \text{ kg} \xrightarrow{:1\,000} 1 \text{ g} \xrightarrow{:1\,000} 1 \text{ mg}$	

Mit der Größe Zeit kann man die Dauer bestimmen. Das Ausgangsmaß ist 1 Stunde:

1 h	
Maßzahl	Maßeinheit

Maßeinheiten: 1 d (Tag engl. day) = 24 h (engl. hour)  
1 h = 60 min (Minute engl. minute)  
1 min = 60 sec (Sekunde engl. second)

also: 1 d  $\xrightarrow{:24}$  1 h  $\xrightarrow{:60}$  1 min  $\xrightarrow{:60}$  1 sec

Mit der Größe Geld kann man den Wert bestimmen. Das Ausgangsmaß ist 1 Euro:

1 €

Maßzahl Maßeinheit

Maßeinheiten: 1 € (Euro) = 100 Ct (Cent)

also: 1 €  $\xrightarrow{:100}$  1 Ct

Beim Rechnen müssen alle Größen die gleiche Maßeinheit haben!

	Größe	+/−	Größe	=	Größe
Beispiel:	1 m	+	4 m	=	5 m
	Größe	·/:	Zahl	=	Größe
Beispiel:	2 kg	·	5	=	10 kg
	Größe	:	Größe	=	Zahl
Beispiel:	6 h	:	3 h	=	2

Ist die Division zweier Maßzahlen nicht möglich, wird der Dividend in eine kleinere Einheit umgewandelt. Alle Ergebnisse sind in einer sinnvollen Einheit anzugeben (vgl. Englmaier/ Götz/ Liebau/ Mohr/ Widl 2009, 76-101).

### Lernvoraussetzungen

Die Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ baut auf folgenden mathematischen Kenntnissen und Erfahrungen aus der Grundschule auf (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130):

- Zahlenbereich: IN bis 1 000 000,
- schriftliche Verfahren für Addition, Subtraktion, Multiplikation (Algorithmus nur mit ein- und zweistelligen Faktoren), Division (Algorithmus nur mit einem Divisor bis 20),
- Größen (auch Kommaschreibweise): Geldwerte (Euro, Cent); Zeit (Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr); Länge (mm, cm, m, km); Masse (g, kg); Hohlmaße (ml, l),
- Maßstab (z.B. 1:2; 1:10; 1:50; 1:100),
- Zeichnen und Messen von Strecken.

„Anhand von Aufgaben aus dem Alltag festigen und vertiefen sie [die Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 5] die Fertigkeit, mit Größen, Maßzahlen und Maßeinheiten zu rechnen [...]“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130).

## **Thematische Einordnung**

Das im Bayerischen Lehrplan der Realschule für das Ende der Jahrgangsstufe 5 deklarierte „Grundwissen“ bezieht sich auf Grundkenntnisse, Grundfertigkeiten und Grundeinstellungen. In diesem Sinne ist Grundwissen unverzichtbares Wissen, das den Schülerinnen und Schülern ermöglicht (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 12):

- immer wieder drauf zurückzugreifen,
- fachspezifische Zugangsweisen zur Welt und zum Menschen zu verstehen,
- Zusammenhänge zwischen Fächer zu verstehen und zu bewerten und
- eine verantwortliche Persönlichkeit zu werden.

Explizit zur hier vorgestellten Lerneinheit lautet das Grundwissen „sicheres Rechnen mit gängigen Größen und Maßeinheiten“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130). Für den Themenbereich M 5.3 „Rechnen mit Größen aus dem Alltag“ sind dazu etwa 25 Unterrichtsstunden angesetzt. Genauer heißt es: „Die Schüler vertiefen ihre Kenntnisse über Maßeinheiten. Anhand von anwendungsorientierten Sachaufgaben erfahren, verstehen und üben sie, wie man Größen misst und darstellt. Mit Dreisatzaufgaben werden sie auf die Proportionalitäten und Zuordnungen der nächsten Jahrgangsstufe vorbereitet. Lösungsvariationen und offene Aufgaben fördern vernetztes und kreatives Denken.

- Größen; Maßzahl und Maßeinheit
- Größen messen, verschiedene Messinstrumente kennen lernen
- mit Größen rechnen (Komma nur als Trennzeichen zwischen Dezimalen und Vielfachen der Einheit);
- Umwandlung in die kleinere bzw. größere Einheit; Größenangaben auch in gemischter Schreibweise und
- Kommaschreibweise (Umrechnung); Addition und Subtraktion (nicht in Kommaschreibweise)
- Sachaufgaben lösen, einfache Dreisatzaufgaben“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 131).

## **Hauptanliegen der Lerneinheit**

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Größen Länge, Masse, Zeit und Geld sicher schätzen, messen und ihre Einheiten (auch in Kommaschreibweise) umwandeln können.

## **Angestrebte Kompetenzen**

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- die Ausgangsmaße der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld angeben können und die zugehörigen Maßeinheiten kennen.  
die Größen Länge, Masse, Zeit und Geld anhand von Alltagsgegenständen oder -situationen schätzen können.
- zu den Größen Länge, Masse und Zeit verschiedene Messinstrumente kennenlernen und diese an Alltagsgegenständen oder -situationen anwenden können.
- die gegebenen Größen Länge, Masse, Zeit und Geld in kleinere oder größere Einheiten umwandeln und somit Alltagsgegenstände oder -situationen hinsichtlich einer Größe vergleichen können.

### Prozessbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- den Zusammenhang und die Regelmäßigkeiten der Maßeinheiten innerhalb der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld erkennen können.
- durch indirekte und direkte Vergleiche von Alltagsgegenständen oder -situationen einen sicheren Umgang beim Schätzen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld entwickeln und gedankliche Stützvorstellungen aufbauen.
- Messungen der Größen Länge, Masse und Zeit mithilfe von verschiedenen Messinstrumenten an Alltagsgegenständen oder -situationen durchführen.
- beim Umwandeln der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld in kleinere oder größere Einheiten deren Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge erkennen und verinnerlichen, dass Objekte hinsichtlich einer Größe nur innerhalb der gleichen Maßeinheit verglichen werden können.
- ihre Lösungen in Hinblick auf die Genauigkeit ihrer Schätzung oder Messung bzw. der Umwandlung der Einheit bewerten können.
- die Schätzung, Messung und Umwandlung der Einheit der Lernpartnerin oder des Lernpartners nachvollziehen und ihren eigenen Lösungsweg erklären können.
- ihre eigenen Lösungen mithilfe von Lösungskarten kontrollieren, Fehler erkennen und verbessern können.
- über ihren eigenen Schätzungen nachdenken und ihr zugehörigen Strategien beschreiben und verschriftlichen können.
- ihre geleistete Arbeit reflektieren und bewerten können.
- ihren eigenen Leistungszuwachs einschätzen diesen begründen können.

## **Didaktische-methodische Überlegungen**

Das in den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss verankerte mathematische Modellieren und die darin implizierte kognitive Tätigkeit des Übersetzens zwischen Realität und Mathematik stellt eine herausragende Schlüsselkompetenz dar. Dieser Prozess lässt sich in der Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ wie folgt initiieren (vgl. Greefrath 2010, 115-116):

- Verstehen der realen Problemsituation:  
Erfahrungen anhand von Alltagsgegenständen oder -situationen sammeln,
- Vereinfachen und Strukturieren der beschriebenen Situation:  
Direkter und indirekter Vergleich von Alltagsgegenständen oder -situationen,
- Übersetzen der vereinfachten Realsituation in die Mathematik:  
Messung von Alltagsgegenständen,
- Lösen der nunmehr mathematischen Problemstellung durch mathematische Mittel:  
Umwandlung von Maßeinheiten,
- Rückinterpretation und Überprüfung des mathematischen Resultats anhand des realen Kontexts:  
Reflexion der Lösung, Strategien, Arbeit und der Leistung.

Die für die Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ relevanten inhaltsbezogenen Teilkompetenzen werden in der Leitidee Messen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss wie folgt beschrieben und wurden bereits in angestrebten Kompetenzen eingearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 10-11)

- nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen,
- wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge)
- schätzen Größen mithilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten,
- berechnen Streckenlängen und
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.

Die curricularen Überlegungen zur Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ zeigen, dass sich die Schülerinnen und Schüler vorab mit den „Rechentechniken in den vier Grundrechenarten [und den] Rechengesetzen auf der Grundlage eines gefestigten Zahlenverständnisses im Zahlenbereich  $\mathbb{N}_0$ “ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130) beschäftigt haben. „Gerade auch für das Sachrechnen [...] ist es wichtig, die verschiedenen Aspekte des



Zahlenbegriffs zu kennen und ihre Bezüge zum Sachrechnen, d. h. auch zu den alltäglichen Erfahrungen der Kinder aus ihrer gegenständlichen und sozialen Umwelt zu verstehen und im Unterricht zu berücksichtigen. In der Umwelt/ in Sachsituationen kommen Zahlen am häufigsten in Form von Maßzahlen vor [...], d.h. verbunden mit Größen. Die elementaren Größen sind zentrale Elemente der Sachsituation, die die Sache in einen Zusammenhang mit der Mathematik bringen können“ (Krauthausen/ Scherer 2007, 101).

Die für Jahrgangstufe 5 der Realschule relevanten Größen sind Länge, Masse, Zeit und Geld. Um eine bessere Übersicht zu gewährleisten, werden diese im Unterrichtsprojekt *MatheLernWelt* durch selbstgezeichnete Symbolen dargestellt:



Länge



Masse



Zeit



Geld

Die Größen Länge, Masse und Zeit gehören zu den Grundgrößen. Sie beruhen auf festgelegten Basiseinheiten, die 1960 mit dem internationalen Einheitensystem für physikalische Größen eingeführt wurden. Die Größen Gewicht und Geld spielen in gewisser Weise eine Sonderrolle (vgl. Greefrath 2010, 100-105) und werden später näher erläutert. Der Münchener Tierpark Hellabrunn wurde bewusst für diese Lerneinheit ausgewählt, da er in Bayern verortet und mit öffentlichen Verkehrsmitteln gut zu erreichen ist. Zudem können viele Lernende einen persönlichen Besuch herstellen, da der Tierpark ein beliebtes Ausflugsziel für Familien und Vereine ist. Informationen zum Münchener Tierpark Hellabrunn, wie eine Atlaskarte von Bayern, der Tierparkplan, Karten mit den Führungen, Öffnungszeiten und Eintrittspreisen, Flyer über verschiedene Tierarten und ein aktueller Zeitungsartikel über die Besucherzahlen des vergangenen Jahres (siehe später Arbeitsmaterialien) hängen auf einer Pinnwand im Klassenraum aus und dienen dazu, sich einen ersten oder erneuten Eindruck zu verschaffen. Ebenso werden sie später benötigt, um notwendige Sachverhalte zu den Stationen einholen zu können. Zudem wurde wiederum für jede Größe ein Standort oder eine Situation im Zusammenhang mit dem Tierparks ausgesucht. Dies sind für die Längen das Urwaldhaus, für die Masse die Aquarien, für die Zeit die Planung eines Besuchs dort und für das Geld der Eingangsbereich mit den Kassen.

#### *Laufzettel zu den Pflichtstationen*

Die Lernenden bearbeiten die Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ zunächst anhand ihres Laufzettels zu den Pflichtstationen (siehe Anhang, 361). Dabei können die verschiedenen Größen beliebig, nicht aber die Reihenfolge der Pflichtstationen gewählt werden. Daher beginnt jeder Schüler und jede Schülerin mit dem Grundwissen zu einer Größe. Der Laufzettel zeigt ebenfalls die Sozialform der Partnerarbeit für alle Stationen und deren Anforderungsniveau an.

### *Grundwissen zu den Größen Länge, Masse, Zeit und Geld*

Die Lernkarten über das Grundwissen zu den Größen Länge, Masse, Zeit und Geld liegen in 8-facher Ausführung als laminierte Karten auf. Die werden von den Schülerinnen und Schülern auf karierte Blätter abgeschrieben, um sich den Inhalt besser einprägen zu können. Dabei lernen sie die Ausgangsmaße 1 Meter, 1 Kilogramm, 1 Stunde und 1 Euro kennen. „Die Angabe einer Größe setzt sich zusammen aus einer (reellen) Maßzahl und der Maßeinheit. Die Größenangabe kann als Produkt aus Maßzahl und Maßeinheit dargestellt werden, z. B. 4 m für die Länge eines Objekts mit der Maßzahl 4 und der Maßeinheit m (Meter)“ (Greefrath 2010, 102). Die Ausgangsmaße und die standardisierten Maßeinheiten sind den Lernenden bereits aus dem Unterricht der Grundschule bekannt. „Es ist daher nicht sinnvoll dieses Wissen zu ignorieren und die Schülerinnen und Schüler zunächst mit unterschiedlichen selbstgewählten Einheiten arbeiten zu lassen, um schließlich die - schon bekannten - standardisierten Maßeinheiten nacherfinden zu lassen. [...] In der Sekundarstufe liegt der Schwerpunkt der Arbeit mit Größen eher in der Vertiefung und Vergrößerung der bereits bekannten Maßeinheiten und im Rechnen mit Größen“ (Greefrath 2010, 111). Werden bei einer Größe keine neuen Einheiten eingeführt, so liegt der Fokus auf der Einführung der Dezimalschreibweise (vgl. Greefrath 2010, 112-113).

#### *Länge*

Längen bilden für Kinder die vertrauteste Größe. Sie lassen sich visuell erfassen und bilden damit eine anschauliche Grundlage für das Zahlenverständnis. Trotz der Vertrautheit gibt es typische Fehlvorstellungen und Probleme, die auftreten können (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 59):

- Kinder werden im Alltag wenig zu einem reflektierten Umgang mit Größen angeleitet. Größenvorstellungen sind daher oft wenig ausgeprägt.
- Manche Schülerinnen und Schüler nehmen Einheiten, wie zum Beispiel 1 cm auf dem Lineal, eher als Markierung und Punkte wahr und sehen sie nicht als Länge.
- Die Null-Markierung wird von manchen Kindern nicht als Startpunkt erkannt, sie beginnen stattdessen bei „1“ oder am äußeren Ende des Lineals.
- Die gebrochene Systematik der Einheiten mm, cm, dm, m (Umrechnungszahl 10) und km (Umrechnungszahl 1 000) bereitet beim rein syntaktischen Umrechnen Probleme.

#### *Masse*

Umgangssprachlich ist häufig mit Masse und Gewicht das gleiche gemeint (vgl. Greefrath 2010, 100-105). „Physikalisch bezeichnet das Gewicht (oder besser die Gewichtskraft) eines Objekts seine nach unten gerichtete Anziehungskraft durch die Gravitation. Gemessen wird das Gewicht in der Einheit Newton, also einer Einheit der Kraft. Masse dagegen wird in Kilogramm gemessen und kann mithilfe der Trägheit von Körpern beschrieben werden. Auf der Erde können zwei Massen mithilfe der Balkenwaage verglichen werden. Allgemeiner werden zwei Massen als gleich bezeichnet, wenn sie

nach einem unelastischen Stoß bei entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten zur Ruhe kommen“ (Greefrath 2010, 105). „Das Bestimmen von Gewichten auf der Balkenwaage ist ein didaktisch günstiger Messvorgang, denn hier werden das ‚Passen-In‘ und das Verfeinern der Einheit handgreiflich vollzogen. Franke (2001) weist jedoch darauf hin, dass Gewichte nicht visuell erfassbar sind, aber dennoch oft die Repräsentanten als Bilder dargestellt werden [beispielsweise 1 kg als 1 Päckchen Zucker]. Dadurch entsteht die Gefahr, dass Volumen und Gewicht in der Vorstellung gleichgesetzt werden“ (Leuders/ Barzel 2014, 60).

### *Zeit*

Der Zeitbegriff entwickelt sich zwischen dem sechsten und zehnten Lebensjahr (vgl. Hinrichs 2000, 94). Kinder erfahren das Phänomen Zeit sowohl linear (beispielsweise durch das Lebensalter) als auch zyklisch (beispielsweise durch den Tagesablauf visualisiert durch die analoge Uhr) (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 59). Während die Kinder bereits in der Grundschule das Ablesen der Uhr als Messinstrument kennengelernt haben, muss die Sekundarstufe den Raum für das Schätzen und Messen von Zeit eröffnen. Nur so kann sich das Gefühl für Zeitspannen entwickeln, das unter anderem auch für die Anbahnung eines Geschichtsverständnisses unerlässlich ist (vgl. Hinrichs 2000, 94). „Zu den rechnerischen Schwierigkeiten im Umgang mit Zeiteinheiten gehört, dass die Einheiten nicht dekadisch strukturiert sind [1 h = 60 min = 3 600 sec]“ (Leuders/ Barzel 2014, 59).

### *Geld*

Eine Sonderrolle spielt das Geld. „Geld wird nicht als physikalische, sondern ökonomische Größe verwendet. Hier gibt es keine eindeutige und reproduzierbare Messvorschrift, um den Geldwert eines bestimmten Gegenstandes zu bestimmen. Ansonsten wird die Größe Geld analog zu den physikalischen Größen mit Maßzahl und Maßeinheit (z. B. Euro) verwendet“ (Greefrath 2010, 107).

### *Pflichtstationen*

#### 1 *Schätzen*

„Im Unterschied zum Raten, wobei Größen ohne Vergleich mit bekannten Größen ermittelt bzw. erfunden werden, wird beim Schätzen ein gedanklicher Vergleich mit bekannten Größen durchgeführt. Solche bekannten Größen sind die Stützpunktvorstellungen der Schülerinnen und Schüler“ (Greefrath 2010, 76). „Für den Alltag ist es wichtig, Stützvorstellungen [...] zu besitzen, d. h. zum einen Repräsentanten für die Standardeinheit zu kennen (z. B.: 1 cm ist etwa Daumenbreite), zum anderen umgekehrt typische Größenwerte des Alltags zu kennen (z. B. die Breite einer Tür, ...). Stützvorstellungen ermöglichen ein flexibles Vergleichen und Abschätzen und [...] eine Absicherung durch eine vorstellungsbezogene Kontrolle von Zwischen- und Endergebnissen“ (Leuders/ Barzel 2014, 54). Dabei wird das vergleichende Abschätzen bezüglich unterer und oberer Grenze als notwendige Alltagskompetenz angesehen (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 54). Die Schülerinnen und Schüler bringen

zwar Vorkenntnisse in Bezug auf die Größen mit, doch müssen sie auch inhaltsgleiche Vorstellungen von ihnen haben, das heißt von Repräsentanten der jeweiligen Größen. Diese sind Voraussetzung für die Sicherheit im Umgang mit Größenangaben und das erfolgreiche Lösen von Sachaufgaben, aber auch für das Umwandeln und Rechnen mit Größen. Insbesondere die anspruchsvolle Aktivität des Schätzens ist ein zentraler Aspekt. Man unterscheidet einerseits die unmittelbaren, direkt wahrnehmbaren Größenvorstellungen (zum Beispiel 1 mm, 1 m, 1 g, 1 kg) und andererseits mittelbare, nicht direkt wahrnehmbare Größenvorstellungen (1 km, 1 mg, 1 t). Die Vorstellung über Repräsentanten von Zeit und Gewicht haben dagegen eine andere Qualität, da sie nicht visuell wahrnehmbar sind (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 105). Um konkrete Schätzungen durchzuführen und Stützzvorstellungen aufzubauen, steht jeweils ein Arbeitsauftrag zum Schätzen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld und zu jeder Größe wiederum fünf bis sieben Gegenstände (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Sie können von den Schülerinnen und Schülern betrachtet, angefasst, bewegt und teilweise verformt werden um zu einer gezielten Schätzung zu gelangen. „Der Schwierigkeitsgrad einer Schätzaufgabe hängt von verschiedenen Faktoren ab. Diese sind zum einen individuelle Faktoren, wie das vorhandene Stützpunktwissen der Schülerinnen und Schüler, und zum anderen Faktoren der Schätzaufgabe selbst. [...] Die Anzahl der zu schätzenden Größen beeinflusst ebenfalls den Schwierigkeitsgrad von Schätzaufgaben. In einer einfachen Schätzaufgabe wird nur eine Größe gesucht. [...] Sie kann zum z. B. durch den gedanklichen Vergleich mit bekannten Körpermaßen [...] geschehen. [...] In einer komplexen Schätzaufgabe wird mit mindestens zwei Größen gearbeitet. [...] Der Schwierigkeitsgrad erhöht sich, wenn weitere Schätzgrößen hinzukommen“ (Greefrath 2010, 77-78). Die weiteren vier bis sechs Alltagsgegenstände oder -situationen der Stationen Schätzen aller vier Größen erfordern mehrere Schätzgrößen oder sind nicht gegenständlich vorhanden. Sie existieren zum Zeitpunkt der Aufgabenstellung nur durch Bilder, Karten oder gedanklich. Einen geringeren Anspruch hätten die Schätzungen etwa, wenn die Schülerinnen und Schüler zur Bearbeitung im Münchner Tierpark Hellabrunn vor Ort wären und dort die Überlegungen mit direktem Vergleich unterstützen könnten. Auch liegen den Lernenden Flyer von verschiedenen Tierarten und Bilder von Fischen in ihren Aquarien oder Geldbündel von 10-Euro-Scheinen vor, deren Länge, Masse oder dessen Betrag geschätzt werden soll. Die Information durch Bilder wird immer wichtiger. Anhand von echten, lebensnahen Aufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler lernen, enthaltene Informationen in Bildern zu entdecken. Hilfreiche Fragen können dabei sein „Was zeigt das Bild?“, „Wie ist das Bild aufgemacht?“, „Von wem ist das Bild?“, „Warum wurde das Bild wohl gemacht?“, „An wen richtet sich das Bild?“, „Wie wirkt das Bild auf mich?“ (vgl. Beeler 1999, 44-46). Zudem befinden sich eine Atlaskarte von Bayern und der Tierparkplan an der Pinnwand im Klassenzimmer. Landkarten oder Pläne sind stark abstrahierte Abbilder der Wirklichkeit. Wer aus einer Karte Informationen entnimmt, versucht sich das betreffende Gebiet vorzustellen und zu einer Schätzung zu gelangen. Entscheidend ist, die Kinder zu ermutigen und zu bekräftigen, ihre Orientierungsprobleme zu erkennen und zu

benennen. Thematische Karten wie Netzpläne des öffentlichen Verkehrs oder touristische Pläne spielen heute auch im Alltag eine immer wichtigere Rolle (vgl. Beeler 1999, 49-51). Im Anschluss an die durchgeführten Schätzungen holen sich die Lernpartnerinnen bzw. -partner eine Lösungskarten zum Schätzen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld um ihre Ergebnisse zu überprüfen, die Lösung zu notieren und die eigene Leistung zu beurteilen.

## 2 Messen

„Während beim Schätzen und Abschätzen ein gedanklicher Vergleich vorliegt, wird beim Messen mithilfe von Messinstrumenten ein direkter Vergleich mit einer festgelegten Einheit durchgeführt. Das Messen ist daher in den meisten Fällen das genauere Verfahren. Allerdings sind nicht alle Größen auch tatsächlich dem Messen zugänglich bzw. ist nicht immer ein entsprechendes Messinstrument vorhanden“ (Greefrath 2010, 77). Das Messen stellt ein Grundprinzip im Bereich der Größen dar, da hier einer Maßeinheit eine Maßzahl zugeordnet wird. Dadurch sind erst Größenvergleiche, Berechnungen und andere mathematische Betrachtungen möglich (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 50). „Für die Verständigung über Größen ist es nützlich, sich auf möglichst einfache, stabile, praktische und vor allem gemeinsame Einheiten zu einigen“ (Leuders/ Barzel 2014, 51). Es gibt durch die Natur gegebene (beispielsweise Tag und Jahr) und festgelegte Einheiten (beispielsweise Meter und Kilogramm). Messen bedeutet zählen, wie oft eine gewählte Einheit in die jeweilige Größe hineinpasst. Bei Messungen kann es passieren, dass die gewählte Einheit die zu messende Größe nicht ausschöpft und ein Rest übrig bleibt. Dieser kann häufig durch das Verfeinern der Zahlenwerte oder der Einheiten aufgelöst oder zumindest reduziert werden (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 50). „Anlass für das (Wieder-)Erfinden des Messens ist in jedem Größenbereich der Wunsch, Dinge zu vergleichen, die nicht unmittelbar miteinander verfügbar, sondern räumlich oder zeitlich getrennt sind“ (Leuders/ Barzel 2014, 54). Um konkrete Messungen durchführen zu können, steht jeweils ein Arbeitsauftrag zum Messen der Größen Länge, Masse und Zeit und zu jeder Größe wiederum die fünf bis sieben Gegenstände aus den Stationen Schätzen zur Verfügung. Sie müssen von den Schülerinnen und Schülern mithilfe von geeigneten Messinstrumenten (siehe später Arbeitsmaterialien) gemessen werden. Im Anschluss an die durchgeführten Messungen holen sich die Lernpartnerinnen bzw. -partner eine Lösungskarten zum Messen der Größen Länge, Masse und Zeit um ihre Ergebnisse zu überprüfen, die Lösung zu notieren und die eigene Leistung zu beurteilen.

## 3 Einheiten umwandeln

„Auf den ersten Blick erscheinen Einheiten wie erläuternde Zusätze zur Zahl. Auf den zweiten Blick erfahren Lernende aber, dass sie entscheidend für die Bedeutung (semantischer Aspekt) und das Rechnen (syntaktischer Aspekt) sind“ (Leuders/ Barzel 2014, 55). Der semantische Aspekt berücksichtigt, dass nur dann, wenn die Einheiten mental mit Repräsentanten verbunden sind, ein gedanklicher Vergleich zwischen dem Objekt und den verschiedenen Einheit erfolgen und eine

passende Einheit ausgewählt werden kann. Das Umwandeln von Einheiten wird erforderlich, wenn die Objekte größer oder kleiner werden, anderenfalls führt das Beibehalten der Einheit zu extremen Zahlenwerten. Wählt man die passende Einheit, wird die Maßzahl einfach und die Größenangabe schneller vorstellbar und vergleichbar. Der syntaktische Aspekt des Umgangs mit Einheiten tritt bei mehr Routine hervor und Regelmäßigkeiten werden sichtbar. Beim Umrechnen von einer Einheit in eine andere verändern sich Maßzahl und Maßeinheit in gegenläufiger Weise: Wird die Maßeinheit kleiner, wächst die Maßzahl und umgekehrt, während die Größe gleich bleibt (vgl. Leuders/ Barzel 2014, 55-57). Um konkrete Alltagsgegenstände oder -situationen vergleichen zu können, steht jeweils ein Arbeitsauftrag zum Einheiten umwandeln der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld und zu jeder Größe wiederum vier bzw. sechs Gegenstände (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Sie können von den Schülerinnen und Schülern betrachtet, angefasst, bewegt und teilweise verformt werden, um zu einem treffenden Vergleich zu gelangen. Die weiteren zwei zu vergleichenden Objekte der Stationen Einheiten umwandeln aller vier Größen sind nicht gegenständlich vorhanden. Sie existieren zum Zeitpunkt der Aufgabenstellung nur durch Bilder, Karten oder gedanklich. Zur Festigung des Gelernten wandeln die Lernenden im Anschluss verschiedene Größen in angegebene Einheiten um. Nach Beendigung dieser Aufgaben holen sich die Lernpartnerinnen und -partner eine Lösungskarte zum Einheiten umwandeln der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld um ihre Ergebnisse zu überprüfen, die Lösung zu notieren und die eigene Leistung zu beurteilen.

#### *Reflexion der Pflichtstationen*

Die Reflexion der Pflichtstationen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld erfolgt vor der Bearbeitung der Wahlstationen, um einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Zunächst erhalten die Schülerinnen und Schüler jedoch ein Lob für ihre geleistete Arbeit und sollen ihre Arbeitsblätter mit der jeweiligen Größe der Reihen nach Grundwissen, Schätzen, Messen und Einheiten umwandeln sortieren. Zum Schluss folgt die hier beschriebene Reflexion der Pflichtstationen. Nachdem das Wort „Reflexion“ schriftlich erklärt wird, beantworten die Lernenden je die Frage nach ihrer angewandten Strategie und dem Vorgehen beim Schätzen der Länge, Masse, Zeit und des Geldes schriftlich mit eigenen Worten. Es folgt die Beurteilung der geleisteten Arbeit bei der jeweiligen Größe und die Einschätzung sowie die zugehörige Begründung des eigenen Lernzuwachses.

#### Wahlstationen

Die Anzahl der Unterrichtsstunden wird von den Lehrerinnen und Lehrern so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler ohne Zeitdruck alle Pflichtstationen erledigen können und noch genügend Raum für die Wahlstationen bleibt. Einzig verpflichtend ist die abschließende Gesamtreflexion. Der Beginn dieser Bearbeitung wird von der Lehrkraft final angekündigt.

### *Laufzettel zu den Wahlstationen*

Die Lernenden bearbeiten die Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ weiter anhand ihres Laufzettels zu den Wahlstationen (siehe Anhang, 361). Dabei können die verschiedenen Größen beliebig, nicht aber die Reihenfolge der Wahlstationen gewählt werden. Jede Schülerin und jeder Schüler beginnt mit dem Merkkasten zu einer Größe. Der Laufzettel zeigt ebenfalls die Sozialform der Partnerarbeit für alle Stationen und deren Anforderungsniveau an. Abschließend erfolgt die Gesamtreflexion zu allen vier Größen.

### *Merkkasten*

Die Lernkarten über den Merkkasten zu den Größen Länge, Masse, Zeit und Geld liegen in 8-facher Ausführung als laminierte Karten auf. Die werden von den Schülerinnen und Schülern auf karierte Blätter abgeschrieben, um sich den Inhalt besser einprägen zu können. Dabei lernen sie, dass vor dem Rechnen alle Größen in die gleichen Maßeinheiten umgewandelt werden müssen. „Größen aus demselben Bereich [...] können additiv und subtraktiv verrechnet werden - das Addieren und Subtrahieren von Größen verschiedener Größenbereiche (z.B. „2 kg + 3 m“, aber auch „2 + 3 m“) macht keinen Sinn. Beim ganzzahligen Vervielfachen von Größen [...] beim Verteilen [...] und Einteilen [...] kann dies sinnvoll sein und kann z. B. durch Rückgriff auf alltägliche Operationen mit Geld ( $4 \cdot 2 \text{ Euro} = 8 \text{ Euro}$ ) Verteilen von 8 Euro auf 4 Personen, Einteilen von 8 Euro in Portionen von 2 Euro) veranschaulicht werden“ (Leuders/ Barzel 2014, 57). Zwischen der Maßzahl und der Maßeinheit bestehen gewisse Analogien (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 101-102):

- Die Addition entspricht dem Aneinanderfügen der Größen bzw. dem Aneinanderfügen von Repräsentanten der Größen.
- Die Subtraktion entspricht dem Abtrennen der Größen bzw. dem Abtrennen von Repräsentanten der Größen.
- Die Multiplikation entspricht dem Vervielfachen der Größen mit einer Zahl (fortgesetzte Addition der Größe) bzw. dem Vervielfachen von Repräsentanten der Größen mit einer Zahl.
- Die Division entspricht dem Teilen der Größen durch eine Zahl (fortgesetzte Subtraktion der Größe) bzw. dem Teilen von Repräsentanten der Größe in eine bestimmte Anzahl gleich langer Teile bzw. dem Ausmessen mit anderen Repräsentanten (auch die Unterscheidung von Aufteilen und Verteilen).

„Ganz nahe an anschaulichen Vorstellungen bleibt das Rechnen, wenn es nicht um das exakte Ausrechnen, sondern um das Überschlagen geht. Der Umgang mit Größen aus dem Alltag und die Entwicklung von Vorstellungen stützen sich hier gegenseitig“ (Leuders/ Barzel 2014, 58). Das Ergebnis ist in einer sinnvollen Einheit anzugeben. Ausnahmen treten lediglich bei der Größe Zeit auf. Im Regelfall werden Größen nicht mit Größen multipliziert und Größen nicht durch Größen dividiert

(Ausnahmen: Geschwindigkeit km/h, Meter mal Meter = Quadratmeter). Das Rechnen mit Größen mit unterschiedlichen Einheiten macht keinen Sinn (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 101-102).

#### 4 Mit Größen rechnen

Um das mithilfe des Merkkastens Gelernte einzuüben steht jeweils ein Arbeitsauftrag zum Rechnen mit Größen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld zur Verfügung. Alle darauf befindlichen 15 Aufgaben werden zuerst von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet. Das Anforderungsniveau der Aufgaben steigert sich dabei von Angaben mit gleichen Einheiten hin zu unterschiedlichen Einheiten bzw. von Angaben mit zwei Größen zu Größen und Zahlen vermischt. Alle Größen existieren zum Zeitpunkt der Aufgabenstellung nur gedanklich. Im Anschluss an die durchgeführten Rechnungen holen sich die Lernpartnerinnen und -partner die Lösungsquadrate zum Rechnen mit Größen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld um ihre Ergebnisse zu überprüfen und die Lösung zu notieren. Sollten nicht alle Quadrate bzw. Ergebnisse zugeordnet werden können, dürfen sich die Lernenden die Lösungskarten zum Rechnen mit Größen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld holen und damit ihre Arbeit verbessern. Zum Schluss wird das auf dem Lösungsbild Dargestellte protokolliert. Es zeigt ein je eine Attraktion des Münchener Tierparks Hellabrunn.

#### 5 Mit Größen und Komma rechnen

Im Zusammenhang mit verschiedenen Größen werden die Dezimalzahlen eingeführt. Häufig entwickeln Kinder dabei eine fehlerhafte begriffliche Vorstellung. Sie schreiben beispielsweise 4 € 20 Ct als 4,20 € oder 4,2 €, sie schreiben aber auch 4 € 2 Ct als 4,2 €. Mithilfe einer Stellenwerttafel kann die Zahlauffassung verdeutlicht und verständlich herausgearbeitet werden (vgl. Krauthausen/ Scherer 2007, 107). Stellenwerttafeln sind für Schülerinnen und Schüler relativ abstrakt. Sie verkörpern, wie ihr Name schon ausdrückt, vordergründig das Stellenwertsystem und diesbezüglich insbesondere das Stellenwertprinzip: Jede Spalte einer Tafel markiert einen Stellenwert und in den Zeilen wird die jeweilige Anzahl einer Bündelungseinheit angegeben. Stellenwerttafeln werden zum Darstellen größerer Zahlen, Dezimalzahlen und zur Verdeutlichung von Rechenverfahren genutzt. Dabei ist folgendes zu beachten (vgl. Käpnick 2014, 163-164):

- Es ist im Allgemeinen notwendig, Kindern Zeit zum speziellen Kennenlernen dieser recht abstrakten Darstellungsform einzuräumen.
- Ein Vorzug besteht darin, dass Stellenwerttafeln einprägsam das dezimale Stellenwertsystem verdeutlichen. Ihre Nutzung setzt allerdings ein grundlegendes Verständnis des Bündelungs- und Stellenwertprinzips voraus.
- Mit der Stellenwerttafel kann ebenso ein Umbündeln an jedem Stellenwert einer Zahl einsichtig gemacht werden, was für das Verständnis von Rechenprozeduren wichtig ist.



- Stellenwerttafeln können gedankliche Brücken zwischen einer anschaulichen und abstrakt-formalen Darstellung von Zahlen darstellen. Allerdings besteht die Gefahr einer formal-schematischen Nutzung.
- Ein wichtiger Vorzug von Stellenwerttafeln ist die beliebige Erweiterung der Tafeln durch Spalten bzw. Stellenwerte unter Beibehaltung der Grundstruktur.

Um das Rechnen mit Größen weiter zu trainieren und die Kommaschreibweise einzuführen steht jeweils ein Arbeitsauftrag zum Rechnen mit Größen und Komma der Größen Länge, Masse und Geld zur Verfügung. Alle darauf befindlichen Aufgaben der Stellenwerttafel werden zuerst von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet. Das Anforderungsniveau der Aufgaben steigert sich dabei von Angaben mit natürlichen Zahlen hin zu Dezimalzahlen. Im Anschluss an die durchgeführten Rechnungen holen sich die Lernpartnerinnen und -partner die Lösungskarten zu den Stellenwerttafeln der Größen Länge, Masse und Geld um ihre Ergebnisse zu überprüfen und die Lösung zu notieren. Es folgen zwölf weitere Aufgaben, die von den Schülerinnen und Schülern ohne Stellenwerttafel ausgeführt werden. Auch hier steigert sich das Anforderungsniveau der Aufgaben von Angaben mit natürlichen Zahlen hin zu Dezimalzahlen bzw. vom Umwandeln bis zur Addition und Subtraktion von Größen. Im Anschluss an die durchgeführten Aufgaben holen sich die Lernpartnerinnen und -partner die Lösungsquadrate zum Rechnen mit Größen und Komma der Größen Länge, Masse und Geld um ihre Ergebnisse zu überprüfen und die Lösung zu notieren. Sollten nicht alle Quadrate bzw. Ergebnisse zugeordnet werden können, dürfen sich die Lernenden wieder die Lösungskarten zum Rechnen mit Größen und Komma der Größen Länge, Masse und Geld holen und damit ihre Arbeit verbessern. Zum Schluss wird das auf dem Lösungsbild Dargestellte protokolliert. Es zeigt ein je eine Attraktion des Münchener Tierparks Hellabrunn.

#### 6 Für besonders schlaue Denker

Als anspruchsvollste Stationen bieten sich für die Schülerinnen und Schüler die letzten Wahlstationen mit jeweils einem Arbeitsauftrag für besonders schlaue Denker der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld an. Dabei handelt es sich um sogenannte Fermi-Aufgaben. Sie „sind im Prinzip unterbestimmte offene Aufgaben mit klarem Endzustand aber unklarem Anfangszustand sowie unklarer Transformation, bei denen die Datenbeschaffung - meist durch mehrfaches Schätzen - im Vordergrund steht. [...] Fermi-Aufgaben zeichnen sich außer durch ihre Offenheit auch durch Realitätsbezug und eine besondere Zugänglichkeit aus. Sie sind herausfordernd und können nicht nur weitere Fragen, sondern auch die Verwendung von Mathematik in der Welt anregen. Der Begriff Fermi-Aufgaben wird auch im weiteren Sinne für offene Aufgaben verwendet, bei denen die Aufgabenstellung nur aus einer Frage besteht. [...] Beim Einsatz von Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht steht weniger das Rechnen im Vordergrund als die anderen Schritte im Modellierungskreislauf wie das Vereinfachen und das Validieren. Speziell der Umgang mit Ungenauigkeiten, der häufig keinen großen Raum im

Mathematikunterricht einnimmt, kann mithilfe von Fermi-Aufgaben thematisiert werden. So werden durch eine Fermi-Aufgabe im ursprünglichen Sinne das Schätzen und die Arbeit mit ungenauen Angaben besonders gefördert. Auch das Mathematisieren zu (möglichst einfachen) Modellen spielt eine wichtige Rolle. Durch Fermi-Aufgaben kann außerdem das Recherchieren und Experimentieren sowie das Finden verschiedener Wege in den Mittelpunkt gestellt werden. Schülerinnen und Schüler lernen dabei selbst Fragen zu stellen und so mit heuristischen Strategien zu arbeiten. Sie verwenden Alltagswissen und rechnen mit Größen“ (Greefrath 2010, 80-81). Fermi-Aufgaben können entsprechend ihrem Schwerpunkt im Umgang mit Daten klassifiziert werden (vgl. Greefrath 2010, 81):

- Schätzen und Überschlagen von Größen und Anzahlen,
- Veranschaulichung gegebener Größen und Anzahlen,
- Schätzen und Überschlagen sowie Veranschaulichen,
- Gewinnen fehlender Daten aus Annahmen/ Alltagswissen,
- Bestimmen von Daten aus Abbildungen,
- Bestimmen fehlender Daten durch Messung/ Experiment,
- Recherchieren von Daten,
- experimentelles Überprüfen.

#### *Gesamtreflexion*

Die Gesamtreflexion der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld erfolgt am Ende der Bearbeitung aller Pflicht- und Wahlstationen, um einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Zunächst erhalten die Schülerinnen und Schüler jedoch ein Lob für ihre geleistete Arbeit und sollen ihre Arbeitsblätter mit der jeweiligen Größe der Reihen nach Grundwissen, Schätzen, Messen, Einheiten umwandeln, Reflexion der Pflichtstationen, Laufzettel der Wahlstationen, Merkkasten, Rechnen mit Größen, Rechnen mit Größen und Komma und Für besonders schlaue Denker sortieren. Zum Schluss folgt die hier beschriebene Gesamtreflexion. Darin beurteilen die Lernenden vorgegebene Aussagen zum Fach Mathematik, ihrem Arbeitsverhalten, den Mitschülerinnen und Mitschülern, dem Unterricht und der Lehrkraft. Es folgt die Einschätzung der schwierigsten und leichtesten Herausforderung beim Arbeiten in der Mathematik, beim Arbeitsverhalten und der Arbeit mit den Mitschülerinnen und -schülern. Abschließend dürfen die Kinder in die Zukunft blicken, äußern und begründen, ob sie gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten würden.

## Arbeitsmaterialien

Neben den oben aufgeführten Laufzetteln, Karten mit Grundwissen und Merkkasten, Arbeitsaufträgen, Lösungskarten und -quadraten und Reflexionen werden folgende Arbeitsmaterialien in 4-facher Ausführung benötigt:

	Alltagsgegenstände	Messinstrumente
zu „Länge“	<ul style="list-style-type: none"><li>- 15 mm Holzstab</li><li>- 15 cm Gartenschlauch</li><li>- 20 cm weißes Seil</li><li>- 4 dm rotes Seil</li><li>- 1 m blaues Seil</li><li>- 6 cm hoher Apfel (ohne Stängel)</li><li>- 16 cm lange Karotte</li><li>- Flyer über verschiedene Tierarten (1-fache Ausführung)</li><li>- Tierparkplan (1-fache Ausführung)</li><li>- Atlaskarte von Bayern (1-fache Ausführung)</li><li>- Bild eines Apfels und zwei Porzellanfrüchten</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lineal</li><li>- Maßband mit 1 m Länge</li></ul>
zu „Masse“	<ul style="list-style-type: none"><li>- 400 mg kleiner Beutel mit Sand</li><li>- 400 g großer Beute mit Sand</li><li>- 600 g Beutel mit Kiesel</li><li>- 250 g kleiner Beutel mit Steinchen</li><li>- 1 kg großer Beutel mit Steinchen</li><li>- 60 g schweres Stück Baumrinde</li><li>- 75 g Fischfutter</li><li>- Bild eines Clownfisches</li><li>- Bild eines Schwarzspitzen-Riffhaies</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Balkenwaage</li><li>- digitale Waage</li></ul>
zu „Zeit“	<ul style="list-style-type: none"><li>- Schwarze Sanduhr mit 180 sec</li><li>- Weiße Sanduhr mit 5 min</li><li>- Blaue Sanduhr mit 5 min</li><li>- Violette Sanduhr mit 15 min</li><li>- Orange Sanduhr mit 10 min</li><li>- Tierparkplan (siehe Länge)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- analoge Stoppuhr</li><li>- digitale Stoppuhr</li></ul>

- Atlaskarte von Bayern (siehe Länge)
- Karte mit den Führungen  
(1-fache Ausführung)
- Karte mit den Öffnungszeiten
- Flyer über verschiedene Tierarten  
(siehe Länge)

zu „Geld“

- Beutel mit 1 Stück 1 Ct-Münzen
- Beutel mit 4 Stück 10 Ct-Münzen
- Beutel mit 12 Stück 50 Ct-Münzen
- Beutel mit 34 Stück 1 €-Münzen
- Rolle 1 €-Münzen
- Spendendose mit 16,41 € Inhalt
- Fotos eines Geldbündels mit 97  
Stück 10 €-Scheinen
- Karten mit den Eintrittspreisen  
(1-fache Ausführung)
- aktueller Zeitungsartikel über die  
Besucherzahlen des vergangenen  
Jahres (1-fache Ausführung)

### **Ausblick**

Die Wahlstationen „Rechnen mit Größen“ und „Rechnen mit Größen und Komma“ stellen lediglich ein Übungsfeld für die in der Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“ angestrebten inhaltlichen Kompetenzen dar. Der darin enthaltene mathematische Sachverhalt muss in den kommenden Unterrichtsstunden nach Abschluss der Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* intensiviert werden.








## **4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“**

### **Thema der Lerneinheit**

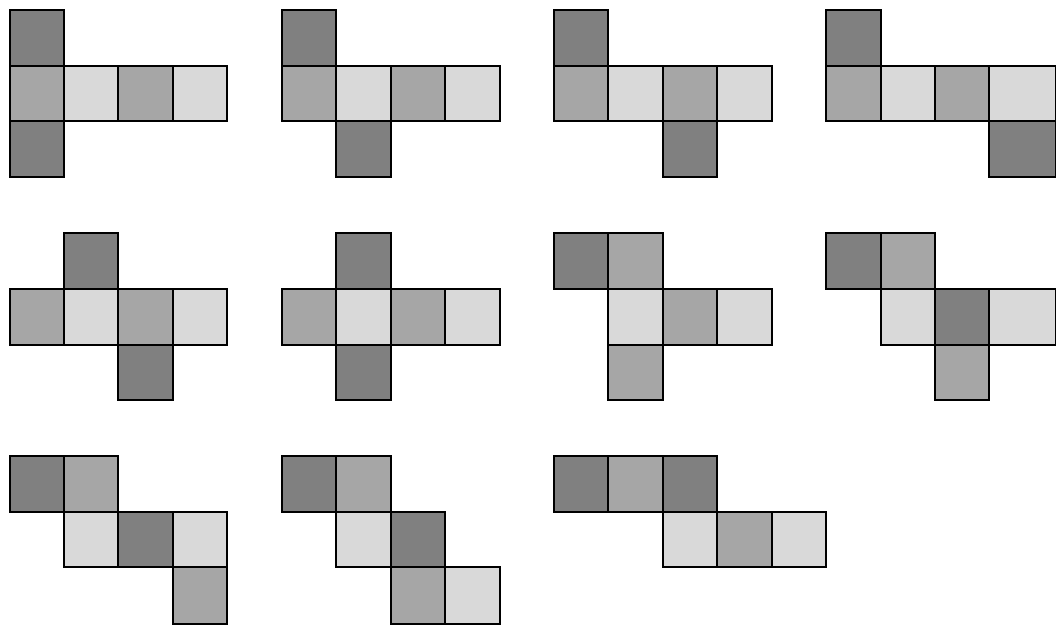
Räumliche Figuren

### **Sachanalyse**

Geometrische Körper können anhand der Anzahl ihrer Ecken, Kanten und Flächen sowie der Form und der Wölbung der Flächen unterschieden werden (vgl. Englmaier et al. 2009, 159):

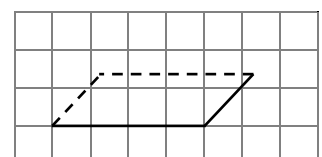
	 Quader	 Würfel	 Prisma	 Zylinder	 Pyramide	 Kegel	 Kugel
Anzahl Ecken	8	8	4 oder mehr	0	5 oder mehr	1 (Spitze)	0
Anzahl Kanten	12	12	6 oder mehr	2	8 oder mehr	1	0
Anzahl Flächen	6	6	4 oder mehr	3	5 oder mehr	2	1
Form der Flächen	Rechtecke und Quadrate	Quadrate	Dreiecke, Rechteck, Quadrate, ...	Kreise und Rechteck	Rechteck, Quadrat, ... und Dreiecke	Kreis und Teil eines Kreises	/
Wölbung der Flächen	eben	eben	eben	eben und gekrümmt	eben	eben und gekrümmt	gekrümmt

Durch das Abwickeln der Oberfläche eines Würfels oder Quaders entstehen die zugehörigen Würfel- und Quadernetze. Insgesamt gibt es elf verschiedene Würfelnetze (parallel dazu die Quadernetze):

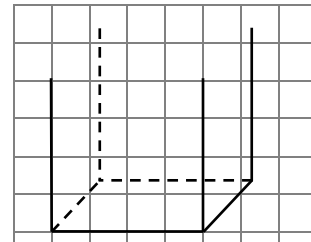


Um einen geometrischen Körper anschaulich darzustellen, wird er oft als Schrägbild gezeichnet. So wird ein Würfel mit der Kantenlänge 2 cm dreidimensional dargestellt (vgl. Englmaier et al. 2009, 165):

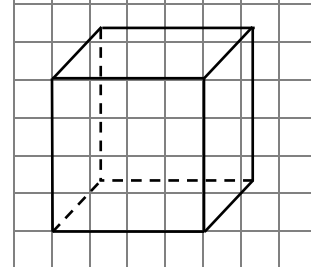
1. Schritt: Zeichnen der Grundfläche des Würfels.  
Die vordere Kante liegt auf einem Kästchen.  
Die nach hinten verlaufenden Kanten werden um die Hälfte verkürzt und für sie die Kästchendiagonalen verwendet.



2. Schritt: Die senkrechten Kanten werden ergänzt.



3. Schritt: Der Würfel wird durch seine Deckfläche ergänzt.  
Nicht sichtbare Kanten werden stets gestrichelt gezeichnet.



### Lernvoraussetzungen

Die Lerneinheit „Räumliche Figuren“ baut auf folgenden mathematischen Kenntnissen und Erfahrungen aus der Grundschule, auf (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007:130):

- Figuren und Körper: Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat, Kreis
- Würfel, Quader, Kugel, Zylinder, Pyramide, Kegel
- Zeichnen mit Geodreieck

„Sie [die Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 5] befassen sich auf zunächst altersgemäß anschauliche und auch spielerische Weise mit den geometrischen Grundfiguren. Sie lernen, diese Figuren zu erfassen, zu zeichnen und sie als Punktengen zu verstehen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130).

### Thematische Einordnung

Das im Bayerischen Lehrplan der Realschule deklarierte Grundwissen lautet explizit zur hier vorgestellten Lerneinheit „Am Ende der Jahrgangsstufe 5 sollen die Schüler über folgendes Grundwissen verfügen: [...] die grundlegenden geometrischen Figuren [des Raumes] [...] sicherer und sorgfältiger Umgang mit dem Zeichenwerkzeug [...]“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130). Für den Themenbereich M 5.4 „Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe“ sind dazu etwa 23 Unterrichtsstunden angesetzt. Genauer heißt es: „Die Schüler wiederholen, erweitern und vertiefen die in der Grundschule erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten aus dem Bereich der ebenen und räumlichen Figuren. Bei der zeichnerischen Darstellung geometrischer Grundfiguren [...] üben sie, die Zeichengeräte sicher und sorgfältig zu handhaben. Die Schüler bauen und zeichnen einfache räumliche Modelle und entwickeln dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. [...] Ihre Tätigkeiten beschreiben die Schüler schriftlich und mündlich.“

- [...]
- Quadrat, Rechteck, Dreieck, Vieleck, Kreisfläche
- Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel
- Netze von Würfeln und Quadern
- [...]“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 131).

### **Hauptanliegen der Lerneinheit**

Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Kenntnisse über die geometrischen Körper vertiefen und räumliches Vorstellungsvermögen aufbauen.

### **Angestrebte Kompetenzen**

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- die geometrischen Körpergrundformen kennen und ihre Eigenschaften nennen können.
- geometrische Körper und Alltagsgegenständen hinsichtlich der Art des geometrischen Körpers identifizieren können.
- Netze von Würfel und Quader herstellen können.
- Netze von Würfel und Quader als solche erkennen können.
- Schrägbilder von Würfel und Quader zeichnen können.

#### Prozessbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- ihre Kenntnisse über geometrische Körper festigen und vertiefen.
- geometrische Körper und Alltagsgegenständen hinsichtlich der Art des geometrischen Körpers (auch zusammengesetzte) untersuchen können.
- lernen, die Oberfläche von Würfel und Quader gedanklich abzuwickeln, um so die Netze herstellen und zeichnen zu können.
- trainieren, die Würfel- und Quadernetze gedanklich zu Körpern zu falten, um so die Netze als vollständig und richtig beurteilen zu können.
- das mathematische Zeichnen mit Bleistift und Geodreieck trainieren.
- das perspektivische Zeichnen üben.
- mithilfe eines Somawürfels Kopfgeometrie betreiben und damit ihr räumliches Vorstellungsvermögen schulen.

## Didaktische-methodische Überlegungen

In der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ kommt der MatheLernWelt-Briefkasten zum Tragen. Dazu teilt die Lehrkraft am Anfang der Lerneinheit allen Lernenden zwei Postkarten für den *MatheLernWelt*-Briefkasten aus. Darauf werden zuerst der Name der Schülerin oder des Schülers notiert. Jede Postkarte ist mit einer der beiden Angaben versehen:

- Schreibe auf, was du heute gelernt (gemacht) hast!
- Schreibe eine Frage oder eine Idee auf, die du zur heutigen Stunde (zu einem bestimmten Lerninhalt) hast!

Während ihrer Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* halten die Lernenden auf der Angabenkarte das eigene individuelle Lernen fest und notieren verschiedene Themen, Erkundungen, Erfahrungen, Hypothesen, Erklärungen, Begründungen, Schwierigkeiten, Beispielrechnungen, Skizzen oder Tabellen und setzen sich dadurch schriftlich mit dem fachlich Gelernten auseinander. Die ausgefüllten Postkarten können jederzeit in den im Klassenzimmer frei zugänglichen *MatheLernWelt*-Briefkasten eingeworfen werden. Die Leerung erfolgt während und am Ende einer Unterrichtseinheit durch die Lehrkraft. Damit wird den Schülerinnen und Schülern die Chance eröffnet, ihre individuellen (mathematischen) Lösungsstrategien durch die Lehrkraft korrigieren zu lassen. Zudem wird die Kommunikation zwischen den Schülern oder Schülerinnen und der Lehrkraft verbessert, um daraus pädagogische und didaktische Entscheidungen treffen zu können.

Das in den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss verankerte mathematische Modellieren und darin impliziert die kognitive Tätigkeit des Übersetzens zwischen Realität und Mathematik stellt eine herausragende Schlüsselkompetenz dar. Dieser Prozess lässt sich in der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ wie folgt initiieren (vgl. Elschenbroich/ Seebach 2007, 5):

- Verstehen der realen Problemsituation:  
Aufklären von Phänomenen,
- Vereinfachen und Strukturieren der beschriebenen Situation:  
Ordnen übersichtlicher Gesamtheiten,
- Übersetzen der vereinfachten Realsituation in die Mathematik:  
Herstellen von unerwarteten Beziehungen,
- Lösen der nunmehr mathematischen Problemstellung durch mathematische Mittel:  
Hinausgehen über Bekanntes und Verallgemeinern,
- Rückinterpretation und Überprüfung des mathematischen Resultats anhand des realen Kontexts:  
Umschlagen einer Lösung in ein neues Problem und Suche nach dem Schlüssel für ein ganzes Gebiet.



Die allgemeinen Ziele der in den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss verankerten Leitidee Raum und Form betreffen Grunderfahrungen und Kompetenzen, die über den Geometrieunterricht hinausgehen (vgl. Weigand 2014, 94). „In Anlehnung an Winter (1996) lassen sich die folgenden Grunderfahrungen/ Kompetenzen als allgemeine Ziele des Geometrieunterrichts formulieren:

- mithilfe der Geometrie die (Um-)Welt zu erschließen;
- Geometrie als kulturelle Errungenschaft der Menschheit zu würdigen;
- Behauptungen mithilfe der Geometrie zu prüfen, zu begründen und zu beweisen;
- Geometrie zum Problemlösen einzusetzen“ (Weigand 2014, 94).

Ferner beschreibt die Leitidee Raum und Form als vorrangiges Ziel „die Auseinandersetzung mit geometrischen Objekten oder Formen - insbesondere in dem uns umgebenden Raum -, ihren Eigenschaften und Beziehungen sowie das Anwenden diesbezüglicher Erkenntnisse in den unterschiedlichsten Problembereichen“ (Weigand 2014, 93). Die für die Lerneinheit „Räumliche Figuren“ relevanten inhaltsbezogenen Teilkompetenzen werden genauer wie folgt beschrieben und wurden bereits in angestrebten Kompetenzen eingearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 11)

- erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
- operieren gedanklich mit Körpern,
- stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- analysieren und klassifizieren geometrische Objekte des Raumes,
- beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Lineal oder Geodreieck,
- setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.

Auf dieser Grundlage soll in der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ die Beziehung „zu allgemeinen mathematischen Kompetenzen respektive Kompetenzaspekten wie Argumentieren und Begründen, Mathematisieren und Modellieren, Darstellen und Kommunizieren, Erforschen und Explorieren, Verwenden von Instrumenten und Werkzeugen“ (Weigand 2014, 93) hergestellt werden.

Die curricularen Überlegungen zur Lerneinheit „Räumliche Figuren“ zeigen, dass sich die Schülerinnen und Schüler vorab mit den „grundlegenden geometrischen Figuren“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130) der Ebene, insbesondere dem „Quadrat, Rechteck, Dreieck, Vieleck, Kreisfläche“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus,

Wissenschaft und Kunst 2007, 131) beschäftigt haben. Die für Jahrgangstufe 5 der Realschule relevanten grundlegenden geometrischen Figuren des Raumes sind „Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 131). Das Einbeziehen der dreidimensionalen Geometrie ist nicht nur durch unser Leben, das sich in dem uns umgebenden dreidimensionalen Raum abspielt begründet, sondern ein zentrales Ziel des Schulunterrichts (vgl. Weigand 2014, 105):

- Raumgeometrie eröffnet die Möglichkeit, die Umwelt in den Unterricht einzubeziehen;
- viele geometrischen Objekte - Körper - gibt es nur im Raum;
- Begriffe wie parallel, senkrecht oder kongruent erfahren im Raum eine Erweiterung gegenüber ihrer Definition in der Ebene.

„Die Einbeziehung der Raumes stellt den Geometrieunterricht allerdings vor erweiterte Herausforderungen: Die Darstellung raumgeometrischer Objekte - etwas als Voll-, Flächen- oder Kantenmodell - ist komplexer, die Vielfalt an geometrischen Körpern größer und die Eigenschaften räumlicher Objekte sind im Allgemeinen zahlreicher als die ebenen Figuren. Darüber hinaus erfordert das Darstellen raumgeometrischer Objekte auf dem Zeichenblatt Wissen über perspektivische Darstellungen“ (Weigand 2014, 105-106). Zudem sind die Voraussetzungen aus der Grundschule im Themenbereich Raumgeometrie oft sehr unterschiedlich (vgl. Barzel et al. 2007, 24). „Die einen identifizieren und benennen verschiedene Körper und beziehen dabei die Eigenschaften [...] mit ein. Andere Schülerinnen und Schüler bringen kaum Vorkenntnisse mit“ (Barzel et al. 2007, 24). Ein zentraler Schwerpunkt für die 5. Jahrgangsstufe der Realschule ist es daher, differenziert auf die Vorkenntnisse aufzubauen und bei den Schülerinnen und Schülern das räumliche Vorstellungsvermögen zu schulen. „Ein zentrales Ziel der Raumgeometrie ist die Entwicklung der Raumvorstellung (räumliches Vorstellungsvermögen). Sie umfasst die folgenden Komponenten (Weigand et al. 2009, S. 147ff.):

- Räumliche Wahrnehmung charakterisiert die Fähigkeit, die Senkrechte und Waagrechte identifizieren zu können;
- Veranschaulichung charakterisiert die Fähigkeit, sich gedanklich Aktivitäten wie Verschieben, Falten, Schneiden von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können;
- Mentale Rotation benennt die Fähigkeit, sich Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten vorstellen zu können;
- Räumliche Beziehungen meint die Fähigkeit, räumliche Konfigurationen von mehreren Objekten oder Objektteilen zu erfassen;
- Räumliche Orientierung bezeichnet die Fähigkeit, den Standort der eigenen Person, also die Perspektive, unter der etwas betrachtet wird, zu ändern. Zur räumlichen Orientierung

wir auch die Fähigkeit zur sicheren Unterscheidung von ‚rechts‘ und ‚links‘ gezählt“ (Weigand 2014, 107).

„In der Psychologie gilt die Raumvorstellung als eine der sieben Primärfaktoren der Intelligenz, [...] Denken basiert nämlich zu einem beachtlichen Teil auf geometrischen Strukturen; die Entwicklung von Intellekt und Raumvorstellung sind eng miteinander verknüpft“ (Floer 1982; zitiert nach Barzel et al. 2007, 24). „Eine gute Raumvorstellung ist Voraussetzung für die Eignung zu vielen Berufen und für den Erwerb schulischen Wissens in den meisten Fächern. [...] Die Ergebnisse Piagets resümierend, ist davon auszugehen, dass sich das räumliche Denken des Kindes im Alter von 7 - 11/12 Jahren, d. h. im konkret-operativen Stadium, so weit entwickelt, dass es einfache Schnittpoperationen an einfachen Körpern [...] bei konkreten Repräsentationen geistig bewältigen kann“ (Schumann 1995; zitiert nach Krauthausen 1998, 141). Weiter ist „räumliches Vorstellungsvermögen bei Menschen unterschiedlichen Alters [...] trainierbar. Starke Trainingseffekte werden durch verinnerlichende handlungsorientierte, experimentelle Aktivitäten an konkreten Modellen erzielt“ (Maier 1999; zitiert nach Scheid 2013, 5). „Geometrie und Geometrieunterricht sind in Zukunft verstärkt als eine Chance zu sehen, mathematische Denk- und Arbeitsweisen an geometrischen Inhalten zu entwickeln und dadurch zum Aufbau von Kompetenzen beizutragen, die zur Persönlichkeitsentwicklung und Partizipation am gesellschaftlichen, kulturellen, politischen und wirtschaftlichen Leben notwendig sind“ (Weigand 2014, 108). Aus organisatorischen Gründen wird im Rahmen des Schulunterrichts der Schwerpunkt verstärkt auf die Bereiche räumliche Beziehung, Veranschaulichung und mentale Rotation gelegt. Für die räumliche Wahrnehmung wäre eine fächerübergreifende Verbindung mit dem Sportunterricht, für die räumliche Orientierung mit dem Erdkunde und Physik sinnvoll (vgl. Scheid 2013, 6). „Die Raumvorstellung erwächst aus der Wahrnehmung vielfältiger Sinneseindrücke und geht über diese hinaus. Erst durch die mentale Verarbeitung der Sinneseindrücke auf der Grundlage individueller Erfahrungen und Denkmuster entsteht ein Gedankenkonstrukt, das im Weiteren stellvertretend für das reale Objekt den gedanklichen Operationen zur Verfügung steht“ (Scheid 2013, 4). Die Lerneinheit „Räumliche Figuren“ wurde bewusst nicht in einer zentralen Leitthema eingebettet, da die Mathematik sich „im Laufe von Jahrhunderten aus ursprünglich geometrischen Untersuchungen heraus“ (Elschenbroich/ Seebach 2007, 4) entwickelt hat. „Arithmetische Operationen [...] und auch Begriffe [...] wurden geometrisch entdeckt und untersucht. Die heute im Vordergrund stehende algebraische Deutung dieser Begriffe überdeckt oft ihren geometrischen Ursprung - der für Lernprozesse jedoch nicht sein kann“ (Elschenbroich/ Seebach 2007, 4).

### *Hausaufgaben*

In der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ werden an den Pflichtstationen Hausaufgaben erteilt. Die zugehörigen Übungsaufgaben stammen aus dem Lehrwerk „Realschule Bayern Mathematik 5“ der Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH. In den

vielfältigen schülerorientierten Aufgabenstellungen spiegeln sich die einzelnen Kompetenzen der Raumschauung wider. Da es als Lehrwerk eingeführt ist, können die Schülerinnen und Schüler sowohl im Unterricht als auch zu Hause auf die Aufgaben zugreifen (vgl. Scheid 2013, 6). „Ohne konkret gestellte Aufgaben wird zu Hause für Mathematik kaum gelernt“ (Bruder/ Komorek 2014, 81). „Verschiedene Studien zeigen zudem, dass regelmäßige Hausaufgaben [...] in einem positiven Verhältnis zur Mathematikleistung stehen“ (Lipowsky et al. 2004; zitiert nach Bruder/ Komorek 2014, 81). Da ohne dem selbstständigen Lösen von Aufgaben die Aneignung mathematischer Kompetenzen nicht möglich ist, kommt dem Stellen von Hausaufgaben eine große Bedeutung zu. Diese können vor allem dann für die Schülerinnen und Schüler hilfreich sein und akzeptiert werden, wenn das Ziel der Übung klar ist. Hausaufgaben dienen dem Üben, Anwenden, Vertiefen, Sammeln persönlicher Erfahrungen, Vorbereitung des weiteren Unterrichts, Diagnostizieren von Lernleistungsniveaus und Lernen lernen. Entsprechend können in der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ unterschiedliche Aufgabentypen vorkommen: Trainingsaufgaben für grundlegendes Können oder zum Lernen von Basiswissen, Anwendungs-, Transferaufgaben oder Erkundungsaufgaben und experimentierende, fächerübergreifend oder kreative Aufgaben. Um die Motivation für die Hausaufgaben anzuregen, knüpfen die in dieser Lerneinheit gestellten Hausaufgaben an das im Unterricht Gelernte und an die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler an. Auch Erkundungsaufgaben, kleine Experimente und Freiraum für eigene Lösungswege sollen die Lernenden anregen, aus eigenem Interesse die Aufgabe zu lösen (vgl. Bruder/ Komorek 2014, 81-85).

### *Laufzettel*

Die Lernenden bearbeiten die Lerneinheit „Räumliche Figuren“ zunächst anhand ihres Laufzettels (siehe Anhang, 362). Dabei können die einzelnen Pflichtstationen in beliebiger gewählt werden. Erst wenn alle fünf dieser Stationen bearbeitet sind, können die Wahlstationen in gewünschter Reihenfolge angelaufen werden. Zur Auswahl steht je eine Station mit handlungsorientierten Aufgaben und Übungsaufgaben aus dem Schulbuch. Diese Unterscheidung wird in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* mit folgenden selbstgezeichneten Symbolen kenntlich gemacht:



Handlungsorientierte Aufgaben



Übungsaufgaben aus dem Schulbuch

Der Laufzettel zeigt alle vier möglichen Sozialformen Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit mit 4 Mitgliedern und Gruppenarbeit mit 2 – 5 Mitgliedern (auch Partnerarbeit möglich). Welche Form an den jeweiligen Stationen zu wählen ist, kann auf den Arbeitsaufträgen selbst abgelesen werden. Eine Differenzierung des Anforderungsniveaus findet zugunsten der handlungsorientierten Aufgaben und Übungsaufgaben nicht statt.

## Pflichtstationen

### 1.1 Geometrische Körper

Die für Jahrgangsstufe 5 der Realschule relevanten grundlegenden geometrischen Figuren des Raumes Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel sind die Grundlage für die primär angestrebten inhaltsbezogenen Kompetenzen der Lerneinheit „Räumliche Figuren“. Sie werden daher im Unterrichtsprojekt *MatheLernWelt* durch selbstgezeichnete Symbole dargestellt:



Bei dieser Pflichtstation geht es vorrangig um die räumlichen, aber auch um die ebenen Begriffe. Sie lassen sich nach unterschiedlichen Gesichtspunkten ordnen und klassifizieren. Zum Verständnis eines Begriffs der Geometrie gehört mehr als nur die Kenntnis einer Definition (vgl. Weigand 2014, 99-100).

Das Verständnis, was zum Beispiel ein Würfel ist, umfasst (vgl. Weigand 2014, 100-101):

- das Wissen, wo ein Quader in der Natur vorkommt,
- Definitionen (Sonderform des Quaders) kennen,
- Eigenschaften des Würfels kennen (8 Ecken; 12 gleichlange Kanten; 6 gleich große, quadratische Flächen),
- Wissen, wie ein Würfel entsteht,
- Würfel im Rahmen von Anwendungen verwenden können,
- Beziehungen zu anderen Begriffen herstellen.

„Dabei ist es - im Sinne des operativen Prinzips - wichtig, dass mit der Entwicklung des Begriffsverständnisses Handlungen einhergehen, die mit realen, bildlichen, symbolischen oder auch lediglich gedanklich vorgestellten Objekten ausgeführt und verbal beschrieben werden. Das Ziel ist dabei, prototypische Vorstellungen und mentale Modelle aufzubauen“ (Weigand 2014, 101). Um dies anzubahnen stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Geometrische Körper und alle sieben Körpergrundformen als mathematisches Modell (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Sie können von den Schülerinnen und Schülern betrachtet, angefasst, bewegt und gedreht werden um einen umfassenden Blick auf den geometrischen Körper zu bekommen. „Das Verständnis der Körpergrundformen beginnt dabei mit einer ganzheitlichen Sichtweise, die zunächst visuell wahrnehmbare Merkmale erfasst, wie Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen[...]“ (Weigand 2014, 106). Dieser Auftrag entspricht der Mindestanforderung und sollte von allen Lernenden erreicht werden. „Es ist eine relativ einfache Phase des Experimentierens, in der Interesse und Spieltrieb geweckt werden sollen“ (Dittrich 2013, 53). Des Weiteren befinden sich an der Station sechs Alltagsgegenstände (siehe später Arbeitsmaterialien). Sie sollen von den Schülerinnen und Schülern auf ihre enthaltenen geometrischen Grundkörperformen hin untersucht werden. So wird das vorhandene und neu

erworbene Wissen über geometrische Körper vernetzt. „Das Herstellen von Umweltbezügen bedeutet zunächst das Wiederfinden von Prototypen der Körper in der Umwelt und das Begründen der Zuordnung zu einer Grundform anhand von Eigenschaften“ (Weigand 2014, 106). Die Merkmale von geometrischen Gegenständen können durch Vergleichen und Gegenüberstellen von Eigenschaften anderer Körperformen, Beispiel und Gegenbeispiel, Untersuchen und Analysieren im Rahmen von Tasten erforscht werden. Diese Aktivität dient dazu, einen operativ strukturierten Begriff von Körpern aufzubauen (vgl. Bauer 2000, 79-81). Im Anschluss an die durchgeführten Betrachtungen holen sich die Lernpaare oder -gruppen eine Lösungskarte zur Pflichtstation Geometrische Körper, um ihre Ergebnisse zu überprüfen und die Lösung zu notieren. In der Hausaufgabe wird das erworbene Wissen durch einen Merkkasten fixiert und anhand einer Übungsaufgabe trainiert.

### 2.1 Netze von Würfel und Quader

An der Pflichtstation 2.1 Netze von Würfel und Quader regen die eher klassischen, aber sehr bewährten Aufgabenformen des Abwickelns der Oberfläche eines Würfels an, die Wechselbeziehungen zwischen zwei- und dreidimensionalen Körperdarstellungen zu üben und spielerisch zu erkunden (vgl. Barzel et al. 2007, 25). Um dies anzubahnen stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Netze von Würfel und Quader, ein Würfel mit sechs abnehmbaren Magnetflächen und ein Magnetbrett (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Die Magnetflächen werden so auf den geometrischen Körper aufgesetzt, dass die gegenüberliegenden Flächen paarweise die gleiche Farbe besitzen. Liegt der Würfel mit den magnetischen Flächen auf dem Magnetbrett, darf er nicht mehr angehoben werden. Alle sechs Flächen sollen nun durch Drehen und Kippen des Würfels abgewickelt und zu einem Würfelnetz gelegt werden. Die Mindestanforderung besteht darin, sechs Würfelnetze zu finden. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können hier differenziert arbeiten und sich zu mehr Netzen anspornen. Des Weiteren befinden sich an der Station zahlreiche Papierquadrate 1 cm x 1 cm (siehe später Arbeitsmaterialien). Die symbolisieren farbgleich die magnetischen Flächen des Würfels. Ist ein Würfelnetz gefunden, legen es die Lernenden mit den Papierquadraten nach und verbinden sie mit Klebepunkten (siehe später Arbeitsmaterialien). Durch Drehen und Wenden der Papierwürfelnetze kann überprüft werden, dass kein Netz doppelt ist. Die fertigen Papierwürfelnetze werden mit den Klebepunkten nach unten auf die Rückseite des Arbeitsauftrages geklebt. Im Anschluss an die durchgeführte Arbeit holen sich die Lernpartnerinnen und -partner eine Lösungskarte zur Pflichtstation Netze von Würfel und Quader, um ihre Ergebnisse zu überprüfen und möglicherweise zu verbessern. In der Hausaufgabe wird das erworbene Wissen anhand einer Übungsaufgabe gefestigt und durch den Bau eines Würfels handlungsorientiert trainiert.

### 3.1 Schrägbilder zeichnen

Das Zeichnen und Konstruieren sind wichtige Tätigkeiten im Geometrieunterricht, die sich im Arbeiten mit Zeichenwerkzeugen ausdrückt. Dabei ergeben sich beim Zeichnen mit Bleistift und Geodreieck

viele Ungenauigkeitsquellen: Das Ansetzen der Bleistiftspitze, die Dicke der Bleistiftspitze, die Führung der Bleistiftspitze am Lineal und das Absetzen der Bleistiftspitze. Und dennoch haben das Zeichnen und Konstruieren in der Geometrie eine große Bedeutung und werden auch heute noch eingesetzt (vgl. Weigand 2014, 102-103). Dabei geht es nicht „um das tatsächliche Herstellen realer Objekte, sondern um das gedankliche Erzeugen ideeller Objekte. [...] Dies führt dann in der Vorstellung zu theoretisch exakten Ergebnissen; die praktische Durchführung [...] ist - auch mit größtmöglicher Sorgfalt der Konstruktion - stets ungenau bzw. nur innerhalb einer Zeichentoleranz genau. Theoretisch exakt ist somit etwas anderes als praktisch genau“ (Weigand 2014, 103). Beim Zeichnen mit Bleistift und Geodreieck lässt sich jeder einzelne Schritt eindeutig beschreiben, er ist theoretisch exakt und das Ergebnis erhält man in endlich vielen Schritten. Dabei ist die Möglichkeit der eindeutigen Beschreibung von Handlungsabläufen in endlich vielen Schritten die zentrale Grundlage für das Begründen und Beweisen der einzelnen Handlungsschritte und damit der gesamten Konstruktion. Daneben existieren zahlreiche weitere Gründe für das mathematische Zeichnen. Es geht „insbesondere um das Erreichen allgemeiner und inhaltspezifischer Ziele und Kompetenzen den Geometrieunterrichts wie Entwickeln von Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten, aber auch um das Entwickeln praktischer Fähigkeiten und das Vermitteln von Kenntnissen über die historischen Wurzeln der Mathematik sowie das Wissen über Hintergründe historische mathematischer Problemstellungen [...]“ (Weigand 2014, 103). Darüber hinaus hat der Umgang mit Bleistift und Lineal auch „eine methodisch organisatorische Funktion für die Unterrichtsgestaltung. Sie sind eine Quelle für Problemstellungen auf verschiedenen Schwierigkeitsniveaus, sie eignen sich gut als Differenzierungsaufgaben und auch dazu, bereits behandelte Begriffe und Sätze zu wiederholen und anzuwenden. Nicht zuletzt bilden sie auch die Grundlage für das Konstruieren mit dem Computer“ (Weigand 2014, 103-104). In vielen Fällen ist eine gewisse Zeichenfertigkeit vonnöten. Dazu bedarf es eines Grundwissens über dreidimensionales Zeichnen sowie entsprechender Fertigkeiten. Die sogenannte Kavalierprojektion vermittelt einen vergleichsweise realistischen optischen Eindruck und beruht zudem auf recht einfachen Vereinbarungen, die das Zeichnen erleichtern: Die Aufrissebene wird unverzerrt dargestellt. Alle Linien, die senkrecht stehen, werden unter einem Winkel von  $45^\circ$  und einem Verzerrungsfaktor von 0,5 gezeichnet (vgl. Krauthausen 1998, 142). Um das dreidimensionale Zeichnen anzubahnen, stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Schrägbilder zeichnen und magnetische Stäbe und Kugeln (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Die roten Stäbe symbolisieren dabei die Kanten der Grund- und Deckfläche, die gelben Stäbe die senkrechten Kanten und die Kugeln die Ecken des Würfels bzw. Quaders. Zunächst müssen die Regeln für das Zeichnen eines Schrägbildes in drei Schritten verinnerlicht werden. Das Zeichnen der Grundfläche, Ergänzen der senkrechten Kanten und Vervollständigen des Würfels durch die Deckfläche wird anschaulich dargestellt und kann von den Lernenden in ihrem eigenen Lerntempo nachvollzogen werden. Auch die Rückschau auf vorherige Schritte ist dadurch gewährleistet. Anschließend sollen die Schülerinnen und Schüler selbst aktiv

werden und eigenständig Kantenmodelle mit den Magnetstäben und -kugeln bauen. Die fertigen Modelle dienen als Anschauungsmaterial für die final zu zeichnenden zugehörigen Schrägbilder. Dabei dienen Kästchen auf dem Arbeitsauftrag der Orientierung. Im Anschluss an die dreidimensionale Zeichnung holen sich die Lernpartnerinnen und -partner eine Lösungskarte zur Pflichtstation Schrägbilder zeichnen, um ihre Ergebnisse zu überprüfen und gegebenenfalls zu verbessern. In die Lösungskarte ist ein Sichtfenster in Form einer Folie eingearbeitet. So kann die Lösung der Schrägbilder direkt auf die Zeichnungen der Kinder gelegt und fehlerhafte Kanten und Zeichnungsgenauigkeiten besser erkannt werden. In der Hausaufgabe werden das erworbene Wissen, die trainierten Fertigkeiten und das räumliche Vorstellungsvermögen durch Zeichenübungen weiter verfolgt.

#### 4.1 *Mit dem Somawürfel Körper bauen*

Der Somawürfel besteht aus sieben Würfelkörpern, genauer aus einem Würfeldrilling und sechs Würfelvierlingen, und ist ein cleveres Geduldspiel sowie ein kniffliges 3D-Puzzle aus Holz. Neben den 240 Möglichkeiten, von Symmetrien abgesehen, die sieben Somateile zu einem Somawürfel zusammenzufügen, können aus ihnen noch eine Vielzahl an anderen Würfelkörpern und Somafiguren gebaut werden, die an Gegenstände aus der Umwelt und dem Alltag erinnern (vgl. Sander 2013, 19). Bei der Beschäftigung mit dem Somawürfel steht das praktische Arbeiten im Vordergrund, um die bereits vorhandene Raumvorstellung weiterzuentwickeln. „Ein Gegenstand, der von einer Hand in die andere genommen wird, aktiv in alle Richtungen gedreht, gleichzeitig betastet und gesehen wird, ist hinsichtlich des Raumes etwas ganz anderes als derselbe Gegenstand, wenn er aus der Entfernung gesehen oder berührt wird, ohne gesehen zu werden“ (Piaget/ Inhelder 1993; zitiert nach Sander 2013, 19). Um vielfältige Aktivitäten auszuüben, um herzustellen, probieren, erkunden, erfahren, erleben, lernen, zusammenarbeiten, kommunizieren, helfen, phantasieren und experimentieren (vgl. Sander 2013, 20) zu können, stehen jeweils ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation zum Bauen von Körpern mit dem Somawürfel und eine von vier Karten mit der Vogelperspektive eines Körpers aus Somateilen, ein Somawürfel und Holzfarbstifte in den Farben der Somateile (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Die Arbeit mit dem Somawürfel beginnt mit dem Bauen des Körpers anhand der Vogelperspektive. Dazu setzen sich vier Schülerinnen und Schüler auf je eine Seite eines Tisches. Bei den gemeinsamen Versuchen werden die Schülerinnen und Schüler durch ihre Gruppenmitglieder darauf aufmerksam, dass ihr Tun in Form von Verschiebungen oder Drehungen der Somateile divergente Auswirkungen auf die Sichtweise der anderen haben kann. Dabei liegt der Schwerpunkt dieser Aufgabe auch auf dem kooperativen Lernen. Stimmt der entstandene Körper aus Somateilen mit der Vogelperspektive überein, steht das gemeinsame konstruieren der Seitenansichten durch arbeitsteiliges Zeichnen im Vordergrund. Nicht jeder Schüler und jede Schülerin muss alle vier Seitenansichten alleine erfassen, sondern ist primär für „seine“ und „ihre“ Ansicht zuständig. Sind alle



vier Seitenansichten fertig, rutscht jeder Schüler und jede Schülerin einen Platz weiter nach links. Die Seitenansichten bleiben liegen. Nach der Kontrolle der nun vorliegenden Seitenansicht wiederholen die Kinder dies so lange, bis jeder wieder an seinem ursprünglichen Platz sitzt. Abschließend werden die Seitenansichten und die Vogelperspektiven auf das eigene Arbeitsblatt übertragen. Eine Lösungskarte ist hier nicht erforderlich, da sich die Gruppenmitglieder gegenseitig verbessern. Sollte es wider Erwarten zu Unstimmigkeiten kommen, kann ein Mitglied der Gruppe für alle die Lösungskarten zur Pflichtstation zum Bauen von Körpern mit dem Somawürfel holen und die Lösungen abgleichen und verbessern. In der Hausaufgabe werden die trainierten Fertigkeiten und das räumliche Vorstellungsvermögen durch Zeichenübungen weiter geschult.

#### 5.1 *Somawürfel selbst bauen*

Die handlungsorientierte und produktive Auseinandersetzung mit Material oder einem Lerngegenstand erfordert Individualisierung und braucht Zeit für das freie Bauen und Entdecken (vgl. Hinrichs 2000, 33). Um dies zu gewährleisten stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Somawürfel selbst bauen, ein nachgebauter Somawürfel, Holzwürfel 1 cm x 1 cm und eine Tube Holzleim (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Die Schülerinnen und Schüler ordnen die kleinen Holzwürfel so an, dass der Würfel drilling oder einer der vier Würfelvierlinge des Somawürfels entsteht. Das nachgebaute Modell des Somawürfels kann dabei unterstützend zur Hand genommen werden. Richtig angeordnet werden die Holzwürfel zusammengeleimt und der Vorgang so oft wiederholt, bis alle sieben Somateile gebaut sind. „Der Bau virtueller Körper im Zusammenhang mit vorliegenden Materialien ermöglicht eine ganz neue Qualität von Aufgabenkombinationen zur Förderung der Raumvorstellung“ (Barzel et al. 2007, 249). Im Mittelpunkt steht die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Dazu gehören die Fähigkeiten, sich konkret und gedanklich im Raum zu orientieren und sich Objekte in ihrer Raum-Lage-Beziehung räumlich vorzustellen. Dem verinnerlichten Handeln in der Vorstellung muss gerade in diesem Bereich ein Handeln mit konkretem Material vorausgehen. Deshalb sollten genügend Arbeitsmittel vorhanden sein (vgl. Hinrichs 2000, 108). Zum Trocknen des Klebers werden die Werke auf in ein Regal im Klassenzimmer gelegt. Da der Holzleim in der Regel schnell trocknet, kann die Herausforderung, die entstandenen Somateile zu einem Würfel zusammensetzen, schnell in Angriff genommen werden. Es genügt nicht, Motorik nur als eine körperliche Koordinationsleistung zu interpretieren, die funktional notwendig ist (für die Gesundheit des Körpers, die Fähigkeit zu schreiben, Entfernungen angemessen einzuschätzen, um sich sicher zu bewegen usw.). Motorik schließt vor allem Bewegungslust ein. Dies gilt insbesondere für die Altersphase der 6 – 12 Jährigen (vgl. Baake 1999, 178). „Die mittleren Kindheitsjahre sind der Zeitraum, in dem je nach Klima und Art der Kultur viel mehr oder weniger wichtige motorische Fertigkeiten erlernt werden“ (Stone/ Church 1978; zitiert nach Baake 1999, 178). Eine Lösungskarte ist hier nicht erforderlich, da das Zusammensetzen bereits ein vorgefertigter Somawürfel zum Vergleichen bereit

liegt und die richtig bebauten Somateile wiederum einen Würfel ergeben. In der Hausaufgabe werden die trainierten Fertigkeiten und das räumliche Vorstellungsvermögen, auch unter Verwendung des selbstgebauten Somawürfels, weiter geschult.

### Wahlstationen

Die Anzahl der Unterrichtsstunden wird von den Lehrerinnen und Lehrern so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler ohne Zeitdruck alle Pflichtstationen erledigen können und noch genügend Raum für die Wahlstationen bleibt. Lösungskarten sind bei den gesamten Wahlstationen nicht notwendig, da sich die Lernenden gegenseitig überprüfen oder die Lösung sich aufgrund von fertigen geometrischen Körpern ergibt. Verpflichtend ist die abschließende Gesamtreflexion. Der Beginn dieser Bearbeitung wird von der Lehrkraft final angekündigt.

#### 1.2 und 1.3 Geometrische Körper

„Das Herstellen von Umweltbezügen bedeutet zunächst das Wiederfinden von Prototypen der Körper in der Umwelt und das Begründen der Zuordnung zu einer Grundform anhand von Eigenschaften. Weitere Aktivitäten beziehen sich auf Eigenschaften von Körpern, die nicht mehr auf den ersten Blick sichtbar sind“ (Weigand 2014, 106). Dabei spielen vor allem zusammengesetzte und zerlegte Körper eine wichtige Rolle. Um einen ersten Zugang zu ermöglichen, stehen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen Geometrische Körper und fünf Alltagsgegenstände (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Die Formen sind Prismen mit unterschiedlichen Grundflächen oder aus verschiedenen Prismen zusammengesetzte bzw. veränderte Körper. „Beide Darstellungsformen begünstigen die Analyse, die Bewertung und den Vergleich. [...] In dieser Projektphase [wird] besonders die Kompetenz Modellieren gefördert, denn die Schüler übersetzen die Situation [...] in mathematische Strukturen und arbeiten anschließend im gewählten mathematischen Modell (Quader, Würfel, Kreiszylinder o. Ä.). [...] Die Schüler erhalten Gelegenheit zum Argumentieren, da sie ihre Lösungswege beschreiben und begründen. Die Kompetenz Kommunizieren wird gleichermaßen gefördert, das die Schüler einer Gruppe einander die Überlegungen, Lösungswege und Ansätze verständlich präsentieren müssen“ (Drüke-Noe 2006, 131). Die Übungsaufgaben aus dem Schulbuch greifen das erworbene Wissen auf und erlauben den Schülerinnen und Schülern dieses in Worte zu fassen. Zum Abschluss überprüfen die Lernpaare gegenseitig die Richtigkeit ihrer Sätze.

#### 2.2 und 2.3 Netze von Würfel und Quader

Das Nachbauen von kompakten Modellen stellt einen ganzheitlichen Anspruch an die räumliche Vorstellung dar. Um dies praktisch durchzuführen, finden die Schülerinnen und Schüler zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen Netze von Würfel und Quader, quadratische Blättchen, Klebepunkte, ein zusammengeklebter Somawürfel und ein Muster (siehe später Arbeitsmaterialien) an der Station vor. Anhand des Gelernten der vorangegangenen Pflichtstation und dem vorliegenden

Material stellen sie selbst eine Schachtel für den noch zu bauenden oder bereits fertigen Somawürfel aus der Station 5.1 Somawürfel her. Dazu wählen die Kinder ein Würfelnetz der Pflichtstation 2.1 aus und kleben entsprechend diesem die sechs quadratischen Blättchen mithilfe der Klebepunkte zusammen. Gleichzeitig entdecken die Kinder verschiedene Möglichkeiten der Selbstkontrolle, beispielsweise durch den Vergleich der Kantenlängen. Beim Kleben soll der Deckel zum Öffnen der Schachtel nicht vergessen werden. Möglicherweise ist es leicht, zum Anfertigen der Schachtel den zusammengeklebten Somawürfel als Füllung zu verwenden. Das Muster der herzustellenden Kiste dient jederzeit der Veranschaulichung. Weiterführend greifen die Übungsaufgaben aus dem Schulbuch das erworbene Wissen auf und schulen das räumliche Vorstellungsvermögen.

### 3.2 und 3.3 Schrägbilder zeichnen

Beim freien Bauen von geometrischen Körpern können die Lernenden konkrete oder abstrakte Formen entwerfen und als Schrägbild festhalten. Dazu stehen ihnen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen Schrägbilder zeichnen und magnetische Stäbe und Kugeln (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Der Ablauf der Arbeit an dieser Wahlstation verläuft parallel dem der zugehörigen Pflichtstation. Lediglich die Lösungskontrolle entfällt aufgrund der Individualität der Angabe. Die Übungsaufgaben aus dem Schulbuch greifen das erworbene Wissen und die trainierten Fertigkeiten auf und schulen das räumliche Vorstellungsvermögen.

### 4.2 und 4.3 Mit dem Somawürfel Körper bauen

„Unter Kopfgeometrie versteht man das Lösen geometrischer Aufgaben allein im Kopf“ (Rickmeyer 1998; zitiert nach Sander 2013, 21). Diese Kopfgeometrie soll durch die Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen zum Bauen von Körpern mit dem Somawürfel, einem Somawürfel und Karten mit Figuren aus Somawürfeln (siehe später Arbeitsmaterialien) angereicht werden. Die Schülerinnen und Schüler versuchen in Partnerarbeit die Figuren auf den Karten nachzubauen und notieren bei Anzahl der benötigten Somateile auf ihrem Arbeitsauftrag. Dabei sind zum Nachbau der Figuren nicht immer alle sieben Somateile nötig. Beim Lösen der Aufgaben ist neben dem Vorstellen von geometrischen Objekten (räumliche Vorstellung) das Operieren mit geometrischen Objekten (räumliches Denken) von großer Bedeutung (vgl. Sander 2013, 21). Wie sonst selbstverständlich das Kopfrechnen, so soll hier die Kopfgeometrie geübt werden. Übungen zur Kopfgeometrie sollen nicht nur das räumliche Vorstellungsvermögen weiterentwickeln, sondern auch die sprachlichen Kompetenzen, die intellektuellen Fähigkeiten und die Konzentration verbessern (vgl. Sander 2013, 21-22). Die Übungsaufgaben aus dem Schulbuch greifen das erworbene Wissen und die trainierten Fertigkeiten auf und schulen das räumliche Vorstellungsvermögen.

## 5.2 und 5.3 Somawürfel selbst bauen

Die Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen Somawürfel selbst bauen, Lacksprühdosen, die Zange, Einmal-Handschuhe und Abdeckfolie (siehe später Arbeitsmaterialien) dienen vorrangig der Schulung der handwerklichen Fähigkeiten. Hierzu gestalten die Schülerinnen und Schüler ihren in der vorangegangenen Pflichtstation selbstgebauten Somawürfel farbig. Eine detaillierte Beschreibung des aufwendigen Vorgangs ist auf dem Arbeitsauftrag zu finden. Sollten sich einige Kinder das Sprühen mit den Farben nicht zutrauen, dürfen auch Filz- oder Holzstifte verwendet werden. Zum Trocknen farbigen Somateile, das unter Umständen mehrere Stunden dauern kann, werden die farbigen Somateile auf einem Blatt Papier in ein Regal im Klassenzimmer gelegt. Die Übungsaufgaben aus dem Schulbuch greifen das erworbene Wissen auf und schulen das räumliche Vorstellungsvermögen.

### Gesamtreflexion

Die Gesamtreflexion erfolgt am Ende der Bearbeitung aller Pflicht- und Wahlstationen, um einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Zunächst erhalten die Schülerinnen und Schüler jedoch ein Lob für ihre geleistete Arbeit. Im Anschluss beurteilen die Lernenden vorgegebene Aussagen zum Fach Mathematik, ihrem Arbeitsverhalten, den Mitschülerinnen und -schülern, dem Unterricht und der Lehrkraft. Es folgt die Einschätzung der schwierigsten und leichtesten Herausforderung beim Arbeiten in der Mathematik, beim Arbeitsverhalten und der Arbeit mit den Mitschülerinnen und -schülern. Abschließend dürfen die Schülerinnen und Schüler in die Zukunft blicken, äußern und begründen, ob sie gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten würden.

### Arbeitsmaterialien

Neben den oben aufgeführten Postkarten für den *MatheLernWelt*-Briefkasten, Laufzetteln, Arbeitsaufträgen, Karten mit Vogelperspektive und Lösungskarten sowie der Reflexionen werden folgende Arbeitsmaterialien benötigt:

#### Arbeitsmaterialien

zu „Geometrische Körper“

- 1 Quader als mathematisches Modell
- 1 Würfel als mathematisches Modell
- 1 Prisma als mathematisches Modell
- 1 Zylinder als mathematisches Modell
- 1 Pyramide als mathematisches Modell
- 1 Kegel als mathematisches Modell
- 1 Kugel als mathematisches Modell
- 1 Kerze

- 1 Schokoladenverpackung
  - 1 Taschentuchbox
  - 1 „Fang den Ball“ - Spiel
  - 1 Bilderrahmen
  - 1 Teebeutel
  - 1 Deodorant
  - 1 Parfüm
  - 1 Glühbirne
  - 1 Fischdose
  - 1 Farbtube
- zu „Netze von Würfel und Quader“
- 8 Würfel mit je sechs abnehmbaren Magnetflächen
  - 8 Magnetbretter
  - rote Papierquadrate 1 cm x 1 cm
  - gelbe Papierquadrate 1 cm x 1 cm
  - grüne Papierquadrate 1 cm x 1 cm
  - Klebepunkte
  - 8 Klebestifte
  - quadratische Blättchen 3 cm x 3 cm
  - 4 zusammengeklebter Somawürfel mit der Kantenlänge 3 cm x 3 cm
  - 4 Muster der herzustellenden Schachtel mit der Kantenlänge 3 cm x 3 cm
- zu „Schrägbilder zeichnen“
- rote Magnetstäbe
  - gelbe Magnetstäbe
  - Magnetkugeln
- zu „Bauen von Körpern mit dem Somawürfel“
- 8 Somawürfel
  - 4 Holzfarbstifte rot
  - 4 Holzfarbstifte gelb
  - 4 Holzfarbstifte grün
  - 4 Holzfarbstifte blau
  - 4 Holzfarbstifte orange
  - 4 Holzfarbstifte schwarz
  - 4 Holzfarbstifte weiß (Bleistift)
  - Karten mit Figuren aus Somawürfel

- zu „Somawürfel selbst bauen“
- 8 nachgebaute Somawürfel
  - Holzwürfel 1 cm x 1 cm
  - 8 Tuben Holzleim
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe rot
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe gelb
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe grün
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe blau
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe orange
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe schwarz
  - 1 Lacksprühdose mit der Farbe weiß
  - 4 (Grill-)Zangen
  - Einmal-Handschuhe
  - Abdeckfolie

### **Ausblick**

Die angestrebten inhaltsbezogenen Kompetenzen der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ sind Grundlage für die später in der Jahrgangsstufe 5 der Realschule folgende Lehrplanthemen „Flächenmessung Oberfläche von Quader und Würfel“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 132) und „Raummessung“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 132). Zudem ist in den folgenden Jahrgangsstufen anzustreben, dass die „Begriffe Beziehungshaltigkeit und Vernetzung zu zentralen Forderungen für den Mathematik- und insbesondere für den Geometrieunterricht werden. Diese Forderung beinhaltet erstens das Aufzeigen von Beziehungen zwischen geometrischen Begriffen, Eigenschaften und Sätzen; zweitens eine Vernetzung zwischen verschiedenen Gebieten der Mathematik - im Schulunterricht der Sekundarstufe I sollten insbesondere die Gebiete Geometrie und Algebra enger in Wechselbeziehung zueinander gesehen und gebracht werden - und drittens eine Vernetzung der Geometrie mit außermathematischen Gebieten, sowohl mit der Umwelt und Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler, als auch mit der Biologie, Chemie, Physik, Astronomie, Musik, Malerei und Architektur“ (Weigand 2014, 108).

### 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

#### Thema der Lerneinheit

Alles Zufall?!

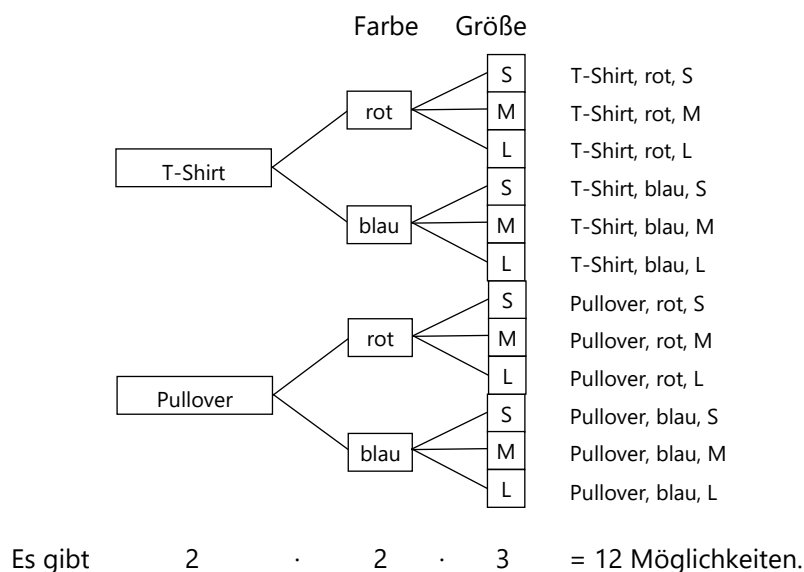
#### Sachanalyse

In der Mathematik führt man Zufallsversuche durch, um Aussagen über bestimmte Geschehnisse treffen zu können. Diese Zufallsversuche nennt man auch Experimente. Zunächst benötigt man ein Zufallsgerät wie beispielsweise eine Münze, einen Würfel oder ein Glücksrad. Alle Zufälle, die auftreten können, nennt man ein Ergebnis. Bei einem Spielwürfel wären das die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 6. Verschiedene Ergebnisse können zu einem Ereignis zusammengefasst werden. Werden zum Beispiel die Augenzahlen 2, 4 und 6 gewürfelt, wäre das Ereignis „Würfeln einer geraden Zahl“ (vgl. Englmaier et al. 2009, 68-69).

Wenn bei einem Zufallsversuch alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind, spricht man von einem Laplace-Experiment, benannt nach einem französischen Mathematiker (vgl. Englmaier et al. 2009, 69).

Bei Zufallsversuchen kann man das Ergebnis nicht vorhersagen, es hängt vom Zufall ab. Dennoch ist es möglich, Vermutungen anzustellen. Umso mehr Zufallsversuche man durchführt, umso wahrscheinlicher kann man eine Aussage über bestimmte Geschehnisse treffen. Man spricht hier vom Prinzip der großen Zahl. Je nachdem wie oft man einen Versuch wiederholt, spricht man von einem einstufigen, zweistufigen oder mehrstufigen Zufallsversuch (vgl. Englmaier et al. 2009, 69-71).

Das Kombinieren verschiedener Möglichkeiten wird in der Mathematik mit einem Baumdiagramm veranschaulicht. Zu jeder Entscheidungsmöglichkeit gehört eine Verzweigung im Diagramm. So kann man anhand der Äste die verschiedenen Möglichkeiten ablesen sowie die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten abzählen. Beispiel: Schulkleidung (vgl. Englmaier et al. 2009, 72-73).



## **Lernvoraussetzungen**

Die Lerneinheit „Alles Zufall?!“ baut auf folgenden mathematischen Kenntnissen und Erfahrungen aus der Grundschule auf (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130):

- Runden auf Vielfache von 10, 100 oder 1000
- gerundete Zahlen in Diagrammen (z. B. Säulendiagramm) darstellen; Informationen aus Texten, Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnehmen

„Offene Aufgabenstellungen sowie Variationen von Aufgaben und Lösungswegen fördern die Vernetzung und Vertiefung der Lerninhalte“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130).

## **Thematische Einordnung**

Das im Bayerischen Lehrplan der Realschule deklarierte Grundwissen zur hier vorgestellten Lerneinheit lautet explizit: „Am Ende der Jahrgangsstufe 5 sollen die Schüler über folgendes Grundwissen verfügen: [...] Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 130). Für den Themenbereich M 5.8 „Daten und Zufall“ sind dazu etwa neun Unterrichtsstunden angesetzt. Genauer heißt es: „Die Schüler lernen Daten in Tabellen und Diagrammen darzustellen und Informationen aus diesen Darstellungen herauszulesen und zu beurteilen. Ihnen wird bewusst, dass bei der Darstellung von Daten in Tabellen und Diagrammen Informationen verloren gehen können. Bei der Beschäftigung mit einfachen Zufallsexperimenten lernen sie das Zählprinzip mithilfe von Baumdiagrammen kennen.“

- Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten; absolute Häufigkeit
- Durchführung und Auswertung von ein- und zweistufigen Zufallsversuchen (Laplace-Experiment)
- Anbahnen des Abzählens mithilfe von Baumdiagrammen“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 131).

Betrachtet man den Themenbereich 5.8 „Daten und Zufall“ näher, wird deutlich, dass ein Akzent in Richtung einer Dualität von Daten und Wahrscheinlichkeit gesetzt wird (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 52). Der Bereich Daten wurde bereits ausführlich in der Grundschule (siehe oben) und im Vorfeld der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ in Form von Daten erfassen, Strichlisten erstellen, in Säulen- und Balkendiagrammen darstellen und auswerten erarbeitet und dient hier als zuverlässiges Fundament.

## **Hauptanliegen der Lerneinheit**

Die Schülerinnen und Schüler sollen einfache Laplace-Experimente und Zufallsversuche durchführen, erfassen und bewerten können.



## **Angestrebte Kompetenzen**

### Inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schüler und Schülerinnen sollen

- wesentliche Eckpunkte im Leben des Mathematikers Pierre-Simon Laplace und sein Fachgebiet, die Wahrscheinlichkeitsrechnung, kennenlernen.
- die Begriffe „Zufallsversuch/ Experiment“, „Zufallsgerät“, „Ergebnis“ und „Ereignis“ kennen.
- wissen, dass bei einem Laplace-Experiment alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind.
- anhand von Zufallsgeräten aus dem Alltag ein-, zwei- und mehrstufige Zufallsversuche durchführen und die dabei gewonnenen Daten erfassen können.
- die in Zufallsversuchen gewonnenen Daten kritisch betrachten und daraus erste Vermutungen anstellen können.
- das Baudiagramm als Darstellungsform kennenlernen.

### Prozessbezogene Kompetenzen

Die Schüler und Schülerinnen sollen

- sich über den Beitrag von Pierre-Simon Laplace zur Wahrscheinlichkeitsrechnung informieren und dessen Bedeutung für die Mathematik erahnen.
- vor der Durchführung einer Versuchsreihe anhand des Zufallsgerätes erste Vermutungen über die zu erwartenden Ergebnisse treffen.
- entscheiden können, ob es sich bei einem Zufallsversuch um eine Laplace-Experiment handelt.
- Zufallsversuche entsprechend der Anzahl ihrer Versuche nach einstufigen, zweistufigen oder mehrstufigen Zufallsversuch unterscheiden können.
- das „Prinzip der großen Zahl“ bewusst machen: Umso mehr Zufallsversuche man durchführt, umso wahrscheinlicher kann man eine Aussage über bestimmte Geschehnisse treffen.
- das Baudiagramm als Hilfsmittel zum Abzählen der verschiedenen Möglichkeiten an Kombinationen erkennen.
- die Vermutungen der Lernpartnerin oder des Lernpartners nachvollziehen und ihre eigenen Lösungsgedanken erklären können.
- ihre eigenen Lösungen mithilfe von Lösungskarten kontrollieren, Fehler erkennen und verbessern können.
- über ihre eigenen Vermutungen nachdenken und ihre zugehörigen Strategien beschreiben und verschriftlichen können.
- ihre geleistete Arbeit reflektieren und bewerten können.

## **Didaktische-methodische Überlegungen**

Ebenso wie bereits bei „Räumliche Figuren“ kommt hier bei der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ der MatheLernWelt-Briefkasten zum Tragen. Dazu teilt die Lehrkraft am Anfang der Lerneinheit allen Lernenden zwei Postkarten für den MatheLernWelt-Briefkasten aus. Darauf werden zuerst der Name der Schülerin und des Schülers notiert. Jede Postkarte ist mit einer der beiden Angaben versehen:

- „Schreibe auf, was du heute gelernt (gemacht) hast!“
- „Schreibe eine Frage oder eine Idee auf, die du zur heutigen Stunde (zu einem bestimmten Lerninhalt) hast!“

Während ihrer Arbeit in der Lernwerkstatt MatheLernWelt halten die Lernenden auf der Angabenkarte das eigene individuelle Lernen fest und notieren verschiedene Themen, Erkundungen, Erfahrungen, Hypothesen, Erklärungen, Begründungen, Schwierigkeiten, Beispielrechnungen, Skizzen oder Tabellen und setzen sich dadurch schriftlich mit dem fachlich Gelernten auseinander. Die ausgefüllten Postkarten können jederzeit in den im Klassenzimmer frei zugänglichen MatheLernWelt-Briefkasten eingeworfen werden. Die Leerung erfolgt während und am Ende einer Unterrichtseinheit durch die Lehrkraft. Damit wird den Schülerinnen und Schülern die Chance eröffnet, ihre individuellen (mathematischen) Lösungsstrategien durch die Lehrkraft korrigieren zu lassen. Zudem wird die Kommunikation zwischen den Schülern oder Schülerinnen und der Lehrkraft verbessert, um daraus pädagogische und didaktische Entscheidungen treffen zu können.

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss in Deutschland „hat die Thematik ‚Daten und Zufall‘ den Status einer Leitidee bzw. eines eigenen Kompetenzbereiches erhalten. Schon an dieser Bezeichnung - anstelle der für den deutschen Sprachraum bislang üblichen Bezeichnung ‚Stochastik‘ - kann man eine Neuorientierung und Akzentverschiebung erkennen. [...] Schülerinnen und Schüler sollen den Prozess der Datenanalyse in Gänze - von der Fragestellung über die Erhebung bis zur softwaregestützten Auswertung - verstehen, nachvollziehen und selber durchlaufen können“ (Biehler 2014, 69). In der Leitidee Daten und Zufall der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss werden auch die für die Lerneinheit „Alles Zufall?!“ relevanten inhaltsbezogenen Teilkompetenzen wie folgt beschrieben. Sie wurden bereits in die angestrebten Kompetenzen (siehe oben) eingearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, 12)

- planen statistische Erhebungen,
- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar,
- interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen,
- reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren,
- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,

- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten.

„Wichtig ist aber, dass die prozessbezogenen Kompetenzen mit den inhaltlichen fundamentalen Ideen verknüpft werden, die für eine langfristige Entwicklung des Begriffsverständnisses und des Vorstellungsaufbaus der Schülerinnen und Schüler wichtig sind“ (Biehler 2014, 89).

Die curricularen Überlegungen zur Lerneinheit „Alles Zufall?!“ erstrecken sich aufgrund der oben dargestellten Dualität von Daten und Wahrscheinlichkeit auf diese beiden Bereiche.

Der Bereich Daten spielt dabei eine untergeordnete Rolle und wird deshalb nur kurz erläutert. Hierin spielt die Kompetenz, sich kritisch mit Berichten auseinandersetzen zu können, in denen von statistischen Untersuchungen berichtet wird, eine zentrale Rolle (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 53). „Zu sensibilisieren gegenüber dem gelegentlich zweifelhaften Gebrauch von Statistiken ist ebenfalls ein wichtiges Anliegen“ (Führer 1997; Krämer 191; zitiert nach Biehler/ Hartung 2006, 53). „Für all dies sind eigene Erfahrungen der Lernenden mit den verschiedenen Phasen einer statistischen Untersuchung von großem Wert. [...] Es wäre aus der Sicht der Allgemeinbildung sicher wünschenswert, wenn auch beim Umgang mit Daten in der Sekundarstufe I ein einfaches Grundverständnis zur Problematik des Schließens aus Stichproben erreichbar wäre“ (Biehler/ Hartung 2006, 53-54). Die Schülerinnen und Schüler verwenden im Unterrichtsprojekt *MatheLernWelt* ihre eigenen Daten, so kann leichter ein Verständnis für den Umgang mit ihnen entwickelt werden. Dies ist im Hinblick auf die Genauigkeit von Daten, die verschiedenen Darstellungen und Interpretationen sowie den Umgang mit fehlenden oder falschen Informationen unterstützend.

Im hier fokussierten Bereich Wahrscheinlichkeit haben die „meisten Schülerinnen und Schüler [...] bereits eine Vorstellung von Wahrscheinlichkeit, auf die sie bei verschiedenen Karten- und Brettspielen auch zurückgreifen. Diese basieren jedoch in der Regel auf ihren Alltagserfahrungen und nicht auf logischen Überlegungen“ (Dedlmar et al. 2007, 95). Die explizite Sachanalyse zum Bereich Wahrscheinlichkeit ist weiter den einzelnen Pflichtstationen zugeordnet.

### *Hausaufgaben*

In der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ liegt der Schwerpunkt auf der Durchführung der Experimente und Zufallsversuche sowie deren Erfassung und Beurteilung. Da dies überwiegend zusammen mit einem oder mehreren Partnern durchgeführt werden soll, entfallen in dieser Zeit die Hausaufgaben. Zudem liegen die Zufallsgeräte und Arbeitsmaterialien nicht in ausreichender Stückzahl vor und können nicht mit nach Hause genommen werden. Die hausaufgabenfreie Zeit soll die Lernenden dazu motivieren, verstärkt in den Unterrichtsstunden der *MatheLernWelt* zu arbeiten.

### Laufzettel

Die Lernenden bearbeiten die Lerneinheit „Alles Zufall?!“ zunächst anhand ihres Laufzettels (siehe Anhang, 362). Dabei können die einzelnen Pflichtstationen in beliebiger Reihenfolge gewählt werden. Erst wenn alle fünf dieser Stationen bearbeitet sind, können die Wahlstationen in gewünschter Reihenfolge angelaufen werden. Zur Auswahl steht je eine Station mit geringem und hohem Anforderungsniveau. Diese Unterscheidung wird in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* mit den bekannten selbstgezeichneten Symbolen kenntlich gemacht:



geringes Anforderungsniveau



hohes Anforderungsniveau

Der Laufzettel zeigt alle vier möglichen Sozialformen Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit mit 4 Mitgliedern und Gruppenarbeit mit 2 – 5 Mitgliedern (auch Partnerarbeit möglich). Welche Form an den jeweiligen Stationen zu wählen ist, kann auf den Arbeitsaufträgen selbst abgelesen werden.

### Pflichtstationen

#### 1.1 Aus der Geschichte

„Der Unterricht soll von den Schülern als sinnvolles, in sich zusammenhängendes Ganzes wahrgenommen werden können“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 19). Diese Pflichtstation wurde daher vorab mit Fachkollegen aus dem Bereich der Geschichte abgesprochen und vorbereitet. Dabei wurde die Intention verfolgt, herausragende Mathematiker aus dem Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung in den geschichtlichen Horizont der Schülerinnen und Schüler der 5. Jahrgangsstufe einzuordnen. „Die Einordnung bedeutender Mathematiker und wichtiger Entdeckungen in den jeweiligen gesellschaftlichen und historischen Zusammenhang trägt wesentlich zu deren Wertschätzung bei“ (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst 2007, 57). Um dies anzubahnen stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation „Aus der Geschichte“ und Atlanten (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Während der Bearbeitung erfahren die Lernenden die wesentlichen Eckpunkte im Leben des Mathematikers Pierre-Simon Laplace und sein Fachgebiet, die Wahrscheinlichkeitsrechnung, kennen. Sein Geburtsort und der Ort, an dem Pierre-Simon Laplace verstorben ist, werden kurz genannt und müssen von den Schülerinnen und Schülern im Atlas gesucht und auf die Landkarte auf dem Arbeitsauftrag übertragen werden. Dies entspricht der Mindestanforderung und sollte von allen Lernenden erreicht werden. Weiter informieren sie sich über den Beitrag von Pierre-Simon Laplace zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und erahnen dessen Ausmaß auf die Mathematik. Im Anschluss an die durchgeführte Arbeit holen sich die Lernpaare oder -gruppen eine Lösungskarte zur Pflichtstation „Aus der Geschichte“ um ihre Ergebnisse zu überprüfen und möglicherweise zu verbessern.

## 2.1 Laplace-Experimente

„Eine komplette statistische Untersuchung weist verschiedene Phasen auf, die man kurz mit den Stichworten Problemstellung - Planung der Erhebung - Datenerhebung - Auswertung - Interpretation - Schlussfolgerung und Ergebnisbericht kennzeichnen kann“ (Biehler/ Hartung 2006, 53). „Ausgehend von [Glücks-]Spielen lernen sie [die Schülerinnen und Schüler] Laplace-Versuche kennen, deren Ergebnisse alle gleich wahrscheinlich sind. Darauf aufbauend arbeiten sie mit der Definition der Wahrscheinlichkeit nach Laplace, die ihnen ermöglicht, die Chancen für das Auftreten zufälliger Ereignisse zahlenmäßig zu fassen. Damit kommen die Schülerinnen und Schüler einen wesentlichen Schritt darin voran, Zufallsprozesse beschreiben und analysieren zu können“ (Dedlmar et al. 2007, 95).

„Die Schülerinnen und Schüler sollten eigene Zufallsexperimente durchführen und auswerten“ (Bescherer/ Jöckel 2010, 90). „Durch eine solche handlungsorientierte Einführung können die Schülerinnen und Schüler erste Erfahrungen sammeln und vor allem konkreten Schwierigkeiten begegnen [...]“ (Bescherer/ Jöckel 2010, 90). „Die eigene Datenerhebung durch Schülerinnen und Schüler hat in jedem Fall den Reiz des Authentischen und des persönlichen Bezugs. Die Planung und Durchführung einer Datenerhebung fördert aber darüber hinaus auch sehr wichtige inhaltliche Kompetenzen“ (Biehler/ Hartung 2006, 56). „Gerade in den Möglichkeiten, selbstständig zu experimentieren und zu erforschen, liegt eine besondere Motivation [...]“ (Dedlmar et al. 2007, 99). Um dies anzubahnen stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Laplace-Experimente und je Würfel mit acht, zehn, zwölf oder 20 Augen (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Des Weiteren befinden sich an der Stellwand der Station Plakate (siehe später Arbeitsmaterialien), die jeweils Strichlisten von eins bis acht bzw. zehn, zwölf oder 20 für die entsprechenden Würfel aufweisen. Nachdem die Schülerinnen und Schüler sich die wichtigsten Begriffe erarbeitet und verinnerlicht haben, führen sie eine vergleichsweise einfache Aufgabe aus, bei der die gefallenen Augenzahlen eines Würfels mit je acht, zehn, zwölf oder 12 Augen mithilfe einer Strichliste erfasst werden. Um das bereits im Vorfeld erarbeitete Wissen über Strichlisten in Erinnerung zu rufen, erstellen die Schülerinnen und Schüler solche anhand einer kleinen Datenmenge. Da die Strichlisten auf den Plakaten möglicherweise bereits von Mitschülerinnen und -schülern der eigenen Klasse oder der Parallelklasse begonnen wurden, könnte das Weiterführen der bereits bestehenden Listen eine Herausforderung darstellen. „Wichtig ist in diesem Zusammenhang, dass hier zunächst anhand kleiner, überschaubarer Datenmengen die Listen von Hand angefertigt [...] werden. Dies bildet die Grundlage für den Aufbau einer vertieften Methodenverständnisses“ (Frey/ Frey 2005, K85). Die „Möglichkeit, Informationen mit ‚natürlichen Häufigkeiten‘ zu repräsentieren, eröffnet dabei auch formal-mathematisch weniger geübten Menschen Zugänge zu diesem Thema“ (Wassner/ Martignon/ Biehler 2004; zitiert nach Biehler/ Hartung 2006, 77). Dieser Auftrag entspricht der Mindestanforderung und sollte von allen Lernenden ausgeführt werden. Am Ende des Arbeitsauftrages betrachten die Kinder die nun entstandenen Strichlisten der einzelnen Würfel und notieren ihre Feststellungen und Vermutungen.

„Daten sind Zahlen mit einem Kontext“ (Engel 2007; zitiert nach Biehler 2014, 71). Darüber hinaus beinhaltet der „Umgang mit Daten [...] eine sprachkritische Kompetenz, die auch als Medienkompetenz weiterentwickelt werden kann“ (Biehler/ Hartung 2006, 56). Die Schülerinnen und Schüler verwenden im Unterrichtsprojekt *MatheLernWelt* und speziell an dieser Pflichtstation ihre eigenen Daten, so kann leichter ein Verständnis für den Umgang mit Daten entwickelt werden. Dies ist im Hinblick auf die Genauigkeit von Daten, die verschiedenen Darstellungen und Interpretationen sowie den Umgang mit fehlenden oder falschen Daten unterstützend. Dennoch bleibt zu erwähnen, dass die „Durchführung von Umfragen und die Erfassung von Daten [...] sehr zeitaufwendig [ist]. [...] Erhebt man nur die Daten einer einzigen Klasse, so hat man so wenige Fälle, dass sich kaum interessante Schlussfolgerungen ziehen lassen“ (Biehler/ Hartung 2006, 56). Eine Möglichkeit wäre es, auf vorbereitete Daten zurückzugreifen und die eigenen Daten zu addieren (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 56). „Das Internet bietet eine große Vielzahl von aktuellen Datensätzen an, auf die man grundsätzlich für den Unterricht zurückgreifen kann. Artikel in didaktischen Zeitschriften stellen ihre Daten zunehmend im Internet zur Verfügung. [...] Allerdings ist es nicht immer einfach, das fachliche und unterrichtliche Potential von solchen Datensätzen zu beurteilen“ (Biehler/ Hartung 2006, 56). Eine Kontrolle der Richtigkeit der Strichliste und eine Lösungskontrolle des Arbeitsauftrages sind aufgrund der Individualität der Angabe nicht notwendig.

### 3.1 Ein- und zweistufige Zufallsversuche

Nicht bei allen Zufallsversuchen ist die Wahrscheinlichkeit der möglichen Ereignisse gleich. „In einer ausreichend langen Versuchsreihe kann jedoch die relative Häufigkeit für das Auftreten dieses Ereignisses bestimmt werden. Dieser Wert liefert eine gute Schätzung für die gesuchte Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse. [...] Dabei versteht man unter Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses: Sie ist der Anteil, den man für dieses Ergebnis bei einer langen Versuchsreihe erwartet. Dem liegt die intuitive Erfahrung des Gesetzes der großen Zahl zugrunde. Sie besagt, dass die relative Häufigkeit für ein Ergebnis sich mit wachsender Anzahl der Wiederholungen stabilisiert“ (Dedlmar et al. 2007, 99). „Eine Verbindung zwischen der Verteilung der relativen Häufigkeit und der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird über das Gesetz der großen Zahl für Verteilungen hergestellt: Mit zunehmendem Stichprobenumfang  $n$  stabilisiert sich die Häufigkeitsverteilung um die Wahrscheinlichkeitsverteilung“ (Biehler/ Prömmel 2013; zitiert nach Biehler 2014, 75). „Argumentationen mit relativen Häufigkeiten sind für die meisten Schülerinnen und Schüler schwieriger als ein Argumentieren mit absoluten Häufigkeiten. Dies wird auch durch zahlreiche empirische Befunde aus der psychologischen Forschung gestützt“ (Gigerenzer 2002; Wassner 2004; Wassner/Martignon/Biehler 2004; zitiert nach Biehler/ Hartung 2006, 72). Dennoch besteht die „Herausforderung an einen grundbildungsorientierten Unterricht [...] darin, die Beschäftigung mit Wahrscheinlichkeiten weder als ‚Würfelbudenmathematik‘ noch als kombinatorische Akrobatik

erscheinen zu lassen, sondern als etwas, das [...] mit dem ‚Leben‘ zu tun hat. Allerdings sind gerade Spielsituationen für Schüler motivierend und kognitiv überschaubar. Es ist auch bezeichnend, dass sich historisch ebenfalls bestimmte Begriffsentwicklungen an Spielsituationen festgemacht haben, die gewissermaßen prototypischen Charakter hatten. Insofern sind Spielsituationen im Unterricht für die Realisierung der Leitidee wichtig, der Unterricht darf aber dabei nicht stehen bleiben“ (Biehler/ Hartung 2006, 68). „Wenn Wahrscheinlichkeiten für ein Zufallsexperiment nicht aus der Analyse eines theoretischen Modells abgeleitet werden können, ist es ein gangbarer Weg, das Experiment in einer Serie durchzuführen und die Ergebnisse zu beobachten. [...] Sicher kann diese Vorhersage nicht sein, aber der Grad der Sicherheit - die Wahrscheinlichkeit - lässt sich so begründet abschätzen. Umgekehrt nutzen die Schülerinnen und Schüler Wahrscheinlichkeiten für Vorhersagen [...]“ (Dedlmar et al. 2007, 95). An dieser Pflichtstation sollen die Grundlagen für den mathematischen Begriff des Zufalls vermittelt werden und Schätzung für die gesuchte Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen angebahnt werden. Dazu stehen den Schülerinnen und Schülern ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation „Ein- und zweistufige Zufallsversuche“ und ein Arbeitsblatt zur Pflichtstation „Ein- und zweistufige Zufallsversuche“ zur Verfügung. Des Weiteren befinden sich an der Station Süßigkeitenautomaten mit Schokodrops (siehe später Arbeitsmaterialien). Nachdem die Schülerinnen und Schüler sich das Prinzip der großen Zahl und die zugehörigen Fachbegriffe erarbeitet und verinnerlicht haben, führen sie anhand eines Süßigkeitenautomaten zweistufige Zufallsversuche durch.

Vorab vermuten die Kinder was passiert, wenn der Automat mit den Schokodrops betätigt wird. Vorgefertigte Antworten auf dem Arbeitsblatt helfen die Lernenden bei ihrer Einschätzung. Nachdem der Zufallsversuch einmal durchgeführt wurde, wird das Ergebnis notiert. Es folgt ein erneuter Durchlauf mit Vermutung, Durchführung und Ergebnisnotierung. Wünschenswert ist es, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Vermutung hier ihrem vorherigen Ergebnis anpassen. Zum Abschluss des Arbeitsauftrages beurteilen die Lernenden ihre Arbeit und halten unerwartete Versuchsergebnisse schriftlich unter Angabe des Grundes fest. Aufgrund der geringen Anzahl von „gewonnenen“ Schokodrops ist der Verzehr unbedenklich und somit für Kinder ohne Unverträglichkeiten erlaubt. Eine Lösungskontrolle ist aufgrund der Individualität der Angabe nicht notwendig. Die hier vorgestellte Pflichtstation soll den Wahrscheinlichkeitsbegriff anbahnen, der in den höheren Jahrgangsstufen „in seinen zwei Aspekten, dem theoretischen wie dem experimentellen, deutlich werden [muss], auch in ihrem Wechselspiel zueinander. Wahrscheinlichkeiten können in Spezialsituationen berechnet werden als Anzahl der günstigen durch die Anzahl der möglichen Fälle, wenn man von einer endlichen Anzahl gleich möglicher Fälle ausgehen kann. Die Wahrscheinlichkeit einer Ergebnisses kann experimentell durch die relative Häufigkeit geschätzt werden, in dem man ermittelt, wie oft das Ergebnis in einer langen Versuchsserie aufgetreten ist. Dies Möglichkeit kann man wesentlich durch computergestützte stochastische Simulationen erweitern, mit der man genügend hohe Stichprobenumfänge erzeugen kann“ (Biehler/ Hartung 2006, 68).

#### 4.1 Mehrstufige Zufallsversuche

„In der Statistik wird die so genannte Beschreibende Statistik von der Schließenden Statistik unterschieden. In vielen Anwendungen der statistischen Praxis wird mit Stichproben aus Grundgesamtheiten gearbeitet. Ist die Stichprobe nach einem Zufallsverfahren gezogen worden, so kann man Eigenschaften, die man mit der Beschreibenden Statistik festgestellt hat [...] auf die Grundgesamtheit übertragen. Die Beurteilende Statistik hat Verfahren entwickelt, mit denen man [...] angeben kann, mit welchen möglichen Abweichungen vom Stichprobenergebnis man in der Grundgesamtheit rechnen muss. Die angewendeten Verfahren können dabei aber immer nur Aussagen mit gewissen vorgegebenen Sicherheiten [...] liefern. Die Gesamtheit und Sicherheit der Aussagen nimmt mit dem Stichprobenumfang zu“ (Biehler/ Hartung 2006, 53-54). „Der kritische Umgang mit statistischen Grafiken in Medien wird als ein wichtiges Ziel des allgemeinbildenden Stochastikunterrichts gesehen“ (Biehler 2014, 79). „Überspitzt ausgedrückt, muss man nicht nur einzelne Datenwerte ablesen, sondern auch ‚zwischen den Daten‘ lesen können“ (Friel/ Curcio 2001; zitiert nach Biehler 2014, 75). „Zum kritischen Umgang mit Grafiken gehören die drei ‚Leseniveaus‘: das ‚lesen der Daten‘, das ‚Lesen zwischen den Daten‘ und das ‚Lesen hinter den Daten‘ (Friel/ Curcio 2001; zitiert nach Biehler 2014, 80). Das „(Ab-)Lesen der Daten“ bedeutet, die Werte aus einer Grafik abzulesen. Das „Lesen zwischen den Daten“ besteht darin, die Verteilung als Ganzes anzusehen und Beziehungen herzustellen. „Lesen hinter den Daten“ bedeutet, nach Zusammenhängen und Erklärungen zu suchen (vgl. Biehler 2014, 80). Um eine kritische Auseinandersetzung mit Daten anzubahnen stehen ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation Mehrstufige Zufallsversuche und „falsche“ bzw. „gezinkte“ Würfel mit sechs Augen (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Des Weiteren befindet sich an der Rückseite der Stellwand der Station ein Plakat (siehe später Arbeitsmaterialien), das eine Strichliste von 1 bis 6 für die Augen des falschen Würfels aufweist. Die Schülerinnen und Schüler sollen zunächst vermuten, welche Augenzahlen bei 10-maligem Würfeln fallen werden. Dabei können die meisten Kinder auf ihre Erfahrungen aus Würfelspielen zurückgreifen. „Hypothesen und Erwartungen zu formulieren ist wichtig, um sich Herangehensweisen an Daten zu überlegen, um in einen ‚Dialog‘ mit den Daten treten zu können. [...] [Dies] bedeutet dabei, die realen Daten zu respektieren und gerade auch auf das Nicht-Erwartete zu achten, also auf Besonderheiten und Abweichungen von den Erwartungen. Die Art der Hypothesenformulierung ist dabei auch ein Indikator, welche Kompetenzen bereits entwickelt wurden“ (Biehler/ Hartung 2006, 64). Anschließend wird gewürfelt und die Ergebnisse in die Strichliste auf dem Arbeitsauftrag eingetragen. Die erfassten Daten in der Strichliste sollen die Schülerinnen und Schüler ermutigen, Bezüge zum Sachkontext herzustellen. Dazu ist es erforderlich, dass nicht nur die einzelnen Werte der gewürfelten Augenzahlen abgelesen werden, sondern die Werte in Beziehung gesetzt werden. „Umgang mit realen Daten zu erlernen, bedeutet immer auch, auf interessante Ausnahmen von Tendenzen und auf mögliche Fehler zu achten, für die ‚Ausreißer‘ wichtige Indizien liefern“ (Biehler/ Hartung 2006, 62). „Die



Wahrscheinlichkeitsverteilung, die sich auf lange Sicht einstellt, ist gewissermaßen ein kausal-statistischer Ausdruck des Bedingungskomplexes: Die Symmetrie eines ‚echten Würfels‘, der ‚ordentlich‘ geworfen wird, hat eine Gleichverteilung zur Folge, wohingegen der Bedingungskomplex eines gefälschten Würfels eine Nicht-Gleichverteilung bewirkt und somit ‚stochastisch erklärt‘. Das zeigt sich noch nicht bei einem einmaligen Versuch, sondern erst bei vielen Versuchsdurchführungen“ (Biehler 2014, 86). Es zu erwarten, dass bereits bei der geringen Datenmenge die ungleiche Verteilung der gefallen Augenzahl auffällt. Eine erste Feststellung und Vermutung müssen daraufhin angestellt werden. Zum Schluss werden die Ergebnisse auf dem Plakat auf der Rückseite der Stellwand eingetragen. Dort haben bestmöglich schon mehrere Mitschülerinnen und Mitschüler die Tabelle vervollständigt, sodass durch das Prinzip der großen Zahl deutlich sichtbar wird, dass die Augenzahl 6 am häufigsten gefallen ist. „Umgekehrt kann man Verteilungsänderungen als Indiz dafür werten, dass sich Bedingungen geändert haben“ (Konold/ Pollatsek 2002; zitiert nach Biehler 2014, 86). „Den Aufbau dieser Grundvorstellung kann man fördern, indem man z.B. verdeckt mit [...] einem gefälschten Würfel wirft, und Schüler aus den Wurferegebnissen Schlüsse ziehen lässt“ (Biehler 2014, 86). Es wäre wünschenswert, dass die Lernenden den Rückschluss auf einen „gezinkten“ Würfel stellen und dies auf ihrem Arbeitsauftrag schriftlich festhalten. Das Plakat befindet sich gezielt auf der Rückseite der Stellwand, sodass die Schülerinnen und Schüler erstmal Schlüsse aus ihrer geringen Datenmenge ziehen müssen. Im Anschluss sollen sie das Prinzip der großen Zahl als Hilfestellung für ihre eigene Arbeit erfahren. „Allerdings muss durch geeignete Lernumgebungen erreicht werden, dass ein bloßes ‚Herumspielen‘ vermieden wird und die Schüler das Hauptziel, die Interpretation der Daten im Anwendungskontext, nicht aus den Augen verlieren“ (Biehler/ Hartung 2006, 55). Eine Kontrolle der Richtigkeit der Strichliste und eine Lösungskontrolle des Arbeitsauftrages sind aufgrund der Individualität der Angabe nicht notwendig.

#### 5.1 Baumdiagramme

Diagramme und Schaubilder können zur optisch einprägsamen Darstellung von Zahlen und Größenbeziehungen im Zusammenhang mit komplexeren Übungen und Anwendungen verschiedener stochastischer Lernthemen genutzt werden. Schaubilder können außerdem zur Verkörperung des Bündelungs- und Stellenwertsystems dienen. Dabei ist folgendes zu beachten (vgl. Käpnick 2014, 171-172):

- Diagramme sind sehr komplexe Darstellungen. Das Verstehen und Interpretieren ist demgemäß anspruchsvoll und erfordert meist zusätzliches Sachwissen zu den Datenangaben.
- Das Zeichnen von Diagrammen ist generell sehr anspruchsvoll.
- Der Einsatz von Diagrammen eignet sich weniger zum Ermöglichen und Unterstützen der Konstruktionsprozesse für tragfähige Konzepte von Schülerinnen und Schülern.

- Der Umgang mit Diagrammen besitzt fächerverbindende Lernpotentiale.
- Kompetenzen im Umgang mit Diagrammen sind von grundsätzlicher Bedeutung für den späteren Unterricht in vielen Fächern.

„Grafische Darstellungen sind in der Statistik besonders wichtig. Hier konstituiert sich ein eigenes interdisziplinäres Forschungsfeld, in dem unter Beteiligung der Psychologie daran gearbeitet wird, ‚bessere‘ Darstellungen für Daten zu entwickeln“ (Cleveland 1985; zitiert nach Biehler 2014, 79). „Wahrscheinlichkeitsmodelle werden hier in ihrer empirischen Deutung für die Prognose von relativen Häufigkeiten in Zufallsexperimenten bei endlichem Stichprobenumfang, insbesondere bei hohem Stichprobenumfang (Gesetz der großen Zahlen), gesehen. Der Kernpunkt [...] ist der, dass für die Statistik eine Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht akzeptabel ist, die Wahrscheinlichkeiten rein theoretisch mit kombinatorischen Methoden ausrechnet und die Frage ausklammert, welche Bedeutung diese Wahrscheinlichkeiten für die Daten haben, die in Zufallsexperimenten produziert werden“ (Biehler 2014, 85). „In der deutschen Diskussion hat diese Verbindung von theoretischen und experimentellen Aspekten eine lange Tradition“ (Schupp 1982; von Harten/ Steinbring 1984; zitiert nach Biehler 2014, 85). „Im Zentrum der Stochastik steht der Umgang mit Variabilität, mit streuenden Daten. Tabellen und Grafiken werden verwendet, um die (Häufigkeits-)Verteilung von Daten darzustellen und zu analysieren. In der Regel stehen mehrere Grafiken und Kennzahlen zu Wahl, auf natürliche Weise können Schüler lernen, angemessene Darstellungen für ein Untersuchungs- und Kommunikationsziel auszuwählen“ (Biehler/ Hartung 2006, 55). Zudem „müssen Interpretationskompetenzen entwickelt werden [...] als Vorbereitung für selbstständige Datenanalysen“ (Biehler/ Hartung 2006, 55). Um die durch den Lehrplan der 5. Jahrgangsstufe festgelegte Darstellungsform des Baumdiagramms einzuführen, steht ein Arbeitsauftrag zur Pflichtstation „Baumdiagramme“ und ein Arbeitsblatt zur Pflichtstation „Baumdiagramme“ zur Verfügung. Des Weiteren befindet sich an der Station das eigens konzipierte Spiel „Meister der Würfelftechnik“. „Der grundbildungsorientierte Unterricht will anwendungsbereites Wissen erzeugen und nicht Wissen, das neben dem in Alltagssituationen angewendeten Wissen unbenutzt koexistiert. Diese Gefahr besteht gerade beim Wahrscheinlichkeitsbegriff, wie zahlreiche Studien zeigen. Unterricht muss sich mit dem intuitiven Wissen und den intuitiven Strategien der Schüler auseinandersetzen und den Schülern Gelegenheit zur kognitiven Konstruktion adäquater Grundvorstellungen und Intuitionen bieten. Auch hier kann Simulation den Zufall erlebbar machen und Phänomen-Material für die Modellierung liefern“ (Biehler/ Hartung 2006, 69). Zunächst informieren sich die Schülerinnen und Schüler mithilfe des Arbeitsauftrages über Baumdiagramme. Sie erfahren anhand eines Beispiels aus dem Schulalltag, dass man mit dieser Darstellungsform anhand der Äste die verschiedenen Möglichkeiten ablesen sowie die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten abzählen kann. Im Anschluss wird das Spiel „Meister der Würfelftechnik“ vorbereitet. Sieger wird später sein, wer mit zwei Würfeln genau in das sieben Felder entfernte Ziel gelangt. Es handelt sich hier jedoch nicht um ein reines Glücksspiel. Vor Spielbeginn dar

jeder selbst entscheiden, mit welchen Würfeln er oder sie spielen möchte. Der gelbe Würfel des Spiels umfasst die Augenzahlen eins, zwei, drei, vier, fünf und sechs, der weiße Würfel die Augenzahlen drei, drei, vier, vier, fünf und fünf. Um alle Kombinationsmöglichkeiten beider Würfel zu erfassen und die „günstigen“ Möglichkeiten (genau ins Ziel zu gelangen) abzuzählen, vervollständigen die Lernenden die zugehörigen Baumdiagramme auf ihrem Arbeitsblatt. Dieser Auftrag entspricht der Mindestanforderung und sollte von allen Lernenden erreicht werden. Aufgrund der Einfachheit der Baumdiagramme ist zu erwarten, dass die Schülerinnen und Schüler selbstständig zur Lösung finden. Sollte dies nicht der Fall sein, kann ihnen eine Lösungskarte zur Pflichtstation Baumdiagramme als Hilfestellung und Lösungskontrolle dienen.

„Zu den Gewinnmöglichkeiten können verschiedene theoretische Ansätze gemacht werden“ (Biehler/ Hartung 2006, 69). Zusätzlich soll mithilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit für ein günstiges Ereignis visuell unterstützt, überprüft und abgeschätzt werden. Dadurch und durch die gemeinsame Arbeit in der Vierergruppe werden die typischen Facetten des Wahrscheinlichkeitsbegriff erlebbar und zahlreiche Kompetenzen, insbesondere die sozial-kommunikative, angesprochen (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 69). „Auf jeden Fall setzt die theoretische Argumentation voraus, dass man die Chancen/ die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen möglichen Ergebnisse ermittelt hat“ (Biehler/ Hartung 2006, 72). Jedes Kind entscheidet sich sodann eigenständig für einen der beiden Würfel und hält seine Begründung schriftlich auf seinem Arbeitsauftrag fest. Sind die Spielregeln gelesen, wird mit vier Spielern gespielt. Hierzu befinden sich ein Spielbrett, vier Spielfiguren und je der vorab beschriebene gelbe und weiße Würfel (siehe später Arbeitsmaterialien) an der Pflichtstation. Beim Spiel „Meister der Würfeltechnik“ kann es einen oder mehrere „Meister“ geben. Stehen diese fest, werden sie auf dem Arbeitsauftrag notiert und durch die Unterschrift der Mitspieler bestätigt. Die Sieger erhalten einen kleinen Gewinn von der Lehrkraft.

### Wahlstationen

Die Anzahl der Unterrichtsstunden wird von den Lehrerinnen und Lehrern so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler ohne Zeitdruck alle Pflichtstationen erledigen können und noch genügend Raum für die Wahlstationen bleibt. Lösungskarten sind bei den meisten Wahlstationen aufgrund der Individualität der Angabe nicht notwendig. Zudem überprüfen sich die Lernenden gegenseitig. Verpflichtend ist die abschließende Gesamtreflexion. Der Beginn dieser Bearbeitung wird von der Lehrkraft final angekündigt.

### 1.2 und 1.3 Aus der Geschichte

Bei den Wahlstationen „Aus der Geschichte“ können die Lernenden weitere Informationen über den französischen Mathematiker Pierre-Simon Laplace und wichtige Eckdaten des griechischen Mathematikers Euklid von Alexandria sammeln. Hierzu stehen ihnen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen „Aus der Geschichte“ und ein zusätzliches Arbeitsblatt sowie Schere und Klebestift

(siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Das Schüttelrätsel, bei dem die Buchstaben von bedeutenden Wörtern vertauscht wurden, erzählt von Pierre-Simon Laplace. Der Lebenslauf von Euklid von Alexandria muss erst entlang den Linien zerschnitten und in die richtige Reihenfolge gebracht werden um Sinn zu ergeben, sein Bild zu erkennen und zu erfahren, dass auch er die Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgebracht hat. Im Anschluss an die durchgeführte Arbeit holen sich die Lernpaare oder -gruppen eine Lösungskarte zu den Wahlstationen „Aus der Geschichte“ um ihre Ergebnisse zu überprüfen und möglicherweise zu verbessern. Abschließend werden der Lebenslauf und das Bild des Mathematikers Euklid von Alexandria anhand eines vorgefertigten Falzes auf der Rückseite des Arbeitsauftrages mit einem Klebestift fixiert.

### **2.2** und **2.3** Laplace-Experimente

Bei den Wahlstationen „Laplace-Experimente“ dürfen die Schülerinnen und Schüler herausfinden, ob es sich bei einem Versuch um ein Laplace-Experiment handelt bzw. sich als Würfelzauberer üben. Dazu stehen ihnen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen „Laplace-Experimente“, Kreisel mit unterschiedlichen großen und vielen hellen und dunklen Farbfeldern und fünf verschiedene Zauberwürfel (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Der Zufallsversuch, bei dem ein Kreisel mit hellen und dunklen Farbfeldern mehrmals gedreht wird, verbindet Wahrscheinlichkeiten mit Zufallsexperimenten, in denen Daten gesammelt werden, um Wahrscheinlichkeiten und erwartete Ergebnisse mittels Experiment angenähert zu schätzen (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 70). Dazu drehen die Lernpaare den Kreisel 15 Mal und notieren nach dem Prinzip der Strichliste auf welchem Farbfeld er zum Liegen gekommen ist. Aufgrund der Strichliste ist zu erwarten, dass die Lernenden das Drehen des Kreisels als ein Laplace-Experiment erkennen und dies mit der etwa gleichen Anzahl an Ergebnissen begründen. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler könnten feststellen, dass die hellen Kreissektoren des Kreisels addiert die gleiche Fläche bilden wie die Summe der dunklen Kreissektoren des Kreisels. Darüber hinaus dürfen die Kinder eine „Ausbildung zum Würfelzauberer“ durchlaufen. Würfelt man mit den fünf zurechtgelegten Würfeln, benötigt dies einige Zeit, bis man die Summe der gewürfelten Zahlen errechnet hat. Der Würfelzauberer kann dies natürlich schneller und eignet sich dazu einen Zaubertrick an. Dieser darf später einer Mitschülerin oder einem Mitschüler vorgeführt werden. Aufgrund der Individualität der Angaben bzw. des geheimen Zaubertricks entfällt bei diesen Wahlstationen die Lösungskontrolle.

### **3.2** und **3.3** Ein- und zweistufige Zufallsversuche

Beim den Wahlstationen „Ein- und zweistufige Zufallsversuche“ sollen die Schülerinnen und Schüler solche Versuche durchführen und bewusst wahrnehmen. Dazu stehen ihnen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“, blaue und grüne Spielwürfel und Würfel mit sechs verschiedenen Wörtern (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Anhand eines zweistufigen Zufallsversuches, das Werfen mit zwei Würfeln, spielen die Lernpartnerinnen bzw. -

partner „Bingo“. Die Felder des Bingospiels sind nicht durch Zahlen, sondern durch Augenpaare dargestellt. „Bingo und ähnliche Glücksspiele geben nur einen Sinn, wenn sie in Gruppen gespielt werden. Die Schülerinnen und Schüler erfahren beim Spielen, dass sie auf dem Weg zum Gewinn jederzeit noch von anderen Mitspielern überholt werden können, auch wenn jene zunächst noch deutlich zurückliegen. Wenn nur noch ein Zahlenfeld fehlt, ist die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn größer als bei anderen, die noch mehrere Felder zur Gewinnfigur besetzen müssen. Trotzdem ist der Ausgang des Spiels noch ganz offen. [...] Die Schülerinnen und Schüler lernen beim Spiel, mit zufallsbedingten Situationen umzugehen, Wahrscheinlichkeiten einzuordnen und Erwartungshaltungen in den Griff zu bekommen. Glücksspiele wecken auch bei Kindern ein Gefühl von Leidenschaft. Wenn es sich aus der Unterrichtssituation ergibt, kann das an dieser Stelle besprochen werden“ (Dedlmar et al. 2007, 99). Die Sieger und Siegerinnen dürfen sich ihren Gewinn bei der Lehrkraft abholen. An der weiteren Wahlstation können die Lernenden, die sich für das Schreiben von Geschichten, phantasievollen Märchen, lustigen Fabeln oder spannenden Krimis begeistern, dieses üben. Dazu führen sie vorab einen zweistufigen Zufallsversuch in Form des zweimaligen Würfeln durch und schreiben ihre Geschichte, in der die beiden gewürfelten Wörter vorkommen. Die Lösungskontrolle entfällt aufgrund der Individualität der Angabe.

#### **4.2** und **4.3** *Mehrstufige Zufallsversuche*

Um ebenso wie in der zugehörigen Pflichtstation „Mehrstufige Zufallsversuche“ eine kritische Auseinandersetzung mit Daten anzubahnen stehen zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen „Mehrstufige Zufallsversuche“, ein Hüpfsmiley und eine Lostrommel mit Losen (siehe später Arbeitsmaterialien) zur Verfügung. Der Ablauf der Arbeit an dieser Wahlstation verläuft parallel dem der zugehörigen Pflichtstation. Lediglich das Eintragen der Ergebnisse auf einem Plakat entfällt. Anstelle davon sollen die Lernenden entscheiden, ob es sich bei dem Zufallsversuch um ein Laplace-Experiment handelt. Es zu erwarten, dass bei den Hüpfsmileys mit gewölbter und flacher Seite bereits bei der geringen Datenmenge die ungleiche Verteilung der Ergebnisse auffällt. Bei den sieben gezogenen Losen hingegen ist das Anspruchsniveau höher einzustufen. Den Kindern werden daher mehrere Vermutungen zum Ankreuzen vorgegeben. Die Sieger und Siegerinnen des Losens dürfen ihre kleinen Gewinne bei der Lehrkraft abholen. Eine Leistungskontrolle entfällt aufgrund der Individualität der Angabe bzw. der vorgezeigten Lose.

#### **5.2** und **5.3** *Baumdiagramme*

Um die in der zugehörigen Pflichtstation eingeführte Darstellungsform des Baumdiagramms, das Ablesen der verschiedenen Möglichkeiten anhand der Äste sowie das Abzählen der Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten zu trainieren stehen den Schülerinnen und Schülern zwei Arbeitsaufträge zu den Wahlstationen „Baumdiagramme“ zur Verfügung. Des Weiteren befindet sich an den Wahlstationen eine abgeänderte Version des eigens konzipierten Spiels „Meister der Würfeltechnik“

mit den bekannten Spielregeln, dem modifizierten Spielbrett, vier Spielfiguren, je einem individuellen gelben und weißen Würfel und Blankowürfeln (siehe später Arbeitsmaterialien). Sieger wird später sein, wer mit zwei Würfeln genau in das neun Felder entfernte Ziel gelangt. Vor Spielbeginn darf jeder selbst entscheiden mit welchen Würfeln er oder sie spielen möchte. Der gelbe Würfel umfasst die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6, der weiße Würfel die Augenzahlen 3, 4, 4, 4, 4 und 5. Um alle Kombinationsmöglichkeiten beider Würfel zu erfassen und die „günstigen“ Möglichkeiten (genau ins Ziel zu gelangen) abzuzählen, vervollständigen die Lernenden die zugehörigen Baumdiagramme auf der Rückseite des Arbeitsauftrages. Der weitere Ablauf findet parallel zu dem der zugehörigen Pflichtstation statt. Lediglich die Lösungskontrolle entfällt aufgrund der Individualität der Angabe. An der weiteren Wahlstation dürfen die Lernenden selbst einen Blankowürfel mit eigenen Augenzahlen beschriften, um ihre Gewinnchancen zu erhöhen. Die Schülerinnen und Schüler verfahren dann wieder in bekannter Weise der zugehörigen Pflicht- und Wahlstation.

### *Gesamtreflexion*

Die Gesamtreflexion erfolgt am Ende der Bearbeitung aller Pflicht- und Wahlstationen, um einen Anlass zur Zusammenfassung der erarbeiteten Inhalte und Methoden und gleichzeitig zur Reflexion zu bieten. Zunächst erhalten die Schülerinnen und Schüler jedoch ein Lob für ihre geleistete Arbeit. Im Anschluss beurteilen die Lernenden vorgegebene Aussagen zum Fach Mathematik, ihrem Arbeitsverhalten, den Mitschülerinnen und -schülern, dem Unterricht und der Lehrkraft. Es folgt die Einschätzung der schwierigsten und leichtesten Herausforderung beim Arbeiten in der Mathematik, beim Arbeitsverhalten und der Arbeit mit den Mitschülerinnen und -schülern. Abschließend dürfen die Kinder in die Zukunft blicken und äußern und begründen, ob sie gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten würden.

### **Arbeitsmaterialien**

Neben den oben aufgeführten Postkarten für den *MatheLernWelt*-Briefkasten, Laufzetteln, Arbeitsaufträgen und -blättern, Lösungskarten, Spielregeln und -brettern und der Gesamtreflexionen werden folgende Arbeitsmaterialien benötigt:

- zu „Aus der Geschichte“
  - 4 Atlanten
  - 4 Scheren
  - 4 Klebestifte
- zu „Laplace-Experimente“
  - 4 Würfel mit 8 Augenzahlen
  - 4 Würfel mit 10 Augenzahlen
  - 4 Würfel mit 12 Augenzahlen
  - 4 Würfel mit 20 Augenzahlen

- Plakat mit Strichliste von 1 bis 8 für den entsprechenden Würfel
- Plakat mit Strichliste von 1 bis 10 für den entsprechenden Würfel
- Plakat mit Strichliste von 1 bis 12 für den entsprechenden Würfel
- Plakat mit Strichliste von 1 bis 20 für den entsprechenden Würfel
- 4 Kreisel mit unterschiedlichen großen und vielen hellen und dunklen Farbfeldern
- 4 x 5 verschiedene Zauberwürfel
- 4 Süßigkeitenautomaten gefüllt mit Schokodrops
- 1 Chip pro Schülerin oder Schüler zur Bedienung des Süßigkeitenautomaten
- 4 blaue Spielwürfel
- 4 grüne Spielwürfel
- kleine Gewinne für die Siegerinnen und Sieger
- 4 Würfel mit je sechs verschiedenen Wörtern
- 4 „gezinkte“ Spielwürfel
- Plakat mit Strichliste von 1 bis 6 für den „gezinkten“ Würfel
- 4 Hüpfsmiley mit gewölbter und flacher Seite
- 1 Lostrommel mit 7 Lose für jede Schülerin und jeden Schüler (Anzahl der Nieten viermal so groß wie die der Gewinne)
- kleine Gewinne für die Siegerinnen und Sieger
- 8 gelbe Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6
- 4 weiße Würfel mit den Augenzahlen 3, 3, 4, 4, 5 und 5
- 4 weiße Würfel mit den Augenzahlen 3, 4, 4, 4, 4 und 5
- 4 Blankowürfel
- 12 x 4 Spielfiguren
- kleine Gewinne für die Siegerinnen und Sieger

zu „Ein- und zweistufige  
Zufallsversuche“

zu „Mehrstufige Zufallsversuche“

zu „Baumdiagramme“

## **Ausblick**

Im Anschluss an die Lerneinheit „Alles Zufall?!“ können die gewonnenen Daten digital ausgewertet werden. „Ein Unterricht, der sich nicht nur mit vorgefertigten Auswertungen und Darstellungen beschäftigt, sondern in dem Daten analysiert werden sollen, wird ohne Softwareunterstützung nur einfachste Beispiele mit sehr kleinen Datenmengen behandeln können“ (Biehler/ Hartung 2006, 54). Auf jeden Fall ist für den weiteren Verlauf der Leitidee Daten und Zufall die Nutzung einer Software sinnvoll, die es ermöglicht (vgl. Biehler 2014, 70)

- auch größere Datenmengen zu analysieren,
- die Daten nach verschiedenen Gesichtspunkten zu untersuchen und
- stochastische Simulationen durchzuführen.

Allerdings muss man auch anerkennen, dass Software nicht optimal zur Unterstützung bei der flexiblen Analyse von Daten ist, da schon einfache Häufigkeitsauszählungen Hürden aufwerfen (vgl. Biehler/ Hartung 2006, 54).



## 4.4 ABSCHLUSSREFLEXION

Am Ende des Schuljahres, mit einem zeitlichen Abstand zur letzten Lerneinheit, erfolgt die Abschlussreflexion „Lernen der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ (siehe Anhang, 363-366). Sie findet in einer separat dafür eingeplanten Unterrichtsstunde im Klassenverband statt. Die Abschlussreflexion erscheint als DIN-A3-Bogen, ansonsten jedoch im typischen Layout der *MatheLernWelt* und wird durch die Lehrkraft ausgeteilt. Sodann reflektieren die Kinder ihre Einstellung zum Fach Mathematik, die eigene Arbeitsweise und Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und -schülern sowie ihre Einschätzung über das Arbeitsklima im Unterricht der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*. Die Abschlussreflexion erfolgt sowohl durch die Beurteilung vorgegebener Aussagen durch das Ankreuzen der bereits bekannten Symbole aus der Selbstkontrolle und -reflexion (siehe 4.2.5 Selbstkontrolle und -reflexion, 158-161) als auch durch die Beantwortung von Fragen mit eigenen Worten. Es folgen Aufgaben aus der Mathematik zu den fachlichen Inhalten der drei Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, „Räumliche Figuren“ und „Alles Zufall?!“. Abschließend dürfen die Schülerinnen und Schüler notieren, was sie gerne noch sagen möchten.

*Ziel der Abschlussreflexion ist es*

... die Schülerinnen und Schüler *über das Gelernte sowie ihre Denkweisen und Strategien nachdenken* zu lassen. Die Einsichten sollen *Wissenslücken aufdecken* sowie das *eigene Weiterlernen verbessern*. Insbesondere soll das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt werden.

... den *Lernzuwachs* der Schülerinnen und Schüler *gebührend hervorzuheben* und ihr *Selbstbewusstsein zu stärken*. Über die Möglichkeit, ihre Lernumgebung künftig mitgestalten zu können, soll den Kindern ihr *positiver Stellenwert* im Klassenverband und im Projekt *MatheLernWelt* *deutlich gemacht* werden. Insbesondere soll das Prinzip der Motivation angebahnt werden.

An dieser Stelle darf nicht unerwähnt bleiben, dass die Abschlussreflexion zugleich ein Medium für die Lehrkraft ist, um die Arbeits- und Lernstrategien der Schülerinnen und Schüler zu erkennen und Defizite gegebenenfalls im anschließenden traditionellen Unterricht gezielt aufzuarbeiten. Langfristiges Ziel ist es, das Konzept der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu modifizieren und zu optimieren.

### III EMPIRISCHE EVALUATION

#### 5 FORSCHUNGSDESIGN

---

##### 5.1 FORSCHUNGSZIELE

Ziel der empirischen Evaluation ist nicht die Prüfung von eng formulierten speziellen Hypothesen mit der Intention einer Überprüfung oder Gewinnung von verallgemeinerungsfähigen Aussagen über große Populationen, sondern die Exploration des pädagogisch-didaktischen Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* im eigenen Unterricht mit Blick auf verschiedene Aspekte.

Gegenstand der Untersuchung ist das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt*, das auf den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss, dem Bayerischen Lehrplan sowie bereits gesicherten Erkenntnisse über Lernwerkstätten aus der Pädagogik aufbaut.

Es soll zunächst auf der Ebene der Beobachtungen und Einschätzungen der Lehrerin erkundet werden, inwiefern sich das Konzept im alltäglichen Mathematikunterricht der Forscherin in der 5. Jahrgangsstufe realisieren lässt. Weiteres Ziel ist die Überprüfung, ob die Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht Selbsttätigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen, Veranschaulichung und Materialbezug, Ganzheit und Motivation in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* umgesetzt und gefördert werden können.

Mit dem Unterrichtskonzept wird darüber hinaus der Versuch gestartet, die Schülerinnen und Schüler durch konkrete Entwürfe zum Handeln zu befähigen und neben dem Anfassen und Staunen, einen dritten Schritt, das Begreifen im Sinne eines Verstehens, zu initiieren. Dies soll auf der Ebene der Befragungen der Schülerinnen und Schüler evaluiert werden. Die Studie interessierte sich darüber hinaus für die Lernerfahrungen der Kinder durch den Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*.

Es stellen sich folgende Forschungsziele (FZ):

**FZ 1** Kann unter den systematischen Umständen des alltäglichen Mathematikunterrichts der 5. Jahrgangsstufe an der Realschule das entwickelte Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* mit seinem methodischen Profil

- *MatheLernWelt*-Regeln und -Ritual,
- Wechsel der Sozialformen,
- Differenzierung des Anforderungsniveaus,
- *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen,
- Selbstkontrolle und -reflexion sowie
- Raumkonzept

und dem Lernangebot

- Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“,
- Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“ und
- Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

realisiert werden? Welche Erfahrungen ergeben sich bei der Realisierung und welche Konsequenzen können daraus gezogen werden?

**FZ 2** Können die Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht

- Selbstständigkeit,
- Innere Differenzierung und Individualisierung,
- Kooperatives Lernen,
- Veranschaulichung und Materialbezug,
- Ganzheit und
- Motivation

durch das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* im Unterricht in der Lernwerkstatt umgesetzt bzw. gefördert werden?

**FZ 3** Welche subjektiven Einschätzungen äußern die Kinder im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*?

**FZ 4** Welche zusätzlichen Lernerfahrungen machen die Schülerinnen und Schüler, nach eigener Angabe, im Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*?

## 5.2 FORSCHUNGSMETHODE

„Die Diskussion um guten Unterricht hat erst in den letzten Jahren eine neue Dimension erfahren. Dabei wird zunächst darauf verwiesen, dass Unterrichtsqualität, verstanden als bewertbare Beschaffenheit und Güte schulischer Lehr-Lern-Prozesse, sich auf recht unterschiedliche Weise [...] und aus verschiedenen Perspektiven [...] bestimmen lässt“ (Wiater 2013, 141). Für die Qualität von Mathematikunterricht und dessen Weiterentwicklung sind empirische Untersuchungen, die „Einblicke in das Lern- und Lehrgeschehen“ (Viet 1980; zitiert nach Waasmaier 2009, 137) bieten, von großer Bedeutung. Die empirische Sozialforschung unterscheidet dazu quantitative und qualitative Forschungsmethoden.

Quantitative Methoden der empirischen Forschung beschäftigen sich mit der Überprüfung von Hypothesen an der Realität um Zusammenhänge, Bedingungen, Wechselwirkungen und Abhängigkeiten von Variablen im Bereich von Erziehung und Unterricht konkret erklären zu können (vgl. Gudjons 2012, 59). Dem hingegen kommt in dieser Arbeit eine **qualitative Methode empirischer Forschung** zum Tragen. Diese orientiert sich an einer gegenstandsbezogenen Theoriebildung und setzt damit den Fokus auf die gewonnenen Daten und das Forschungsfeld und weniger auf die theoretischen Annahmen (vgl. Gudjons 2012, 65). Qualitative Methoden zielen darauf ab, „Lebenswelten und soziales Handeln im Alltag der verschiedenen Bereiche von Erziehung und Bildung zu untersuchen“ (Roth/ Ulmi 1991, 54). „Grundsätzliches Ziel ist es, eine neue Theorie zu entwickeln. Dabei werden beim Forschungsprozess Datenerhebung, Interpretation und die Erkenntnisgewinnung eng miteinander verzahnt“ (Krüger 2002, 207). „Qualitative Daten lassen sich aber auch in quantitative Daten überführen, indem qualitativ erhobene Daten später quantifiziert und qualitativ weiterverarbeitet werden“ (Bortz/ Döring 2006; zitiert nach Waasmaier 2009, 137). Bei dieser Verflechtung „geht es nicht um ein Entweder-Oder, sondern um eine gegenseitige Erweiterung, Ergänzung und Unterstützung“ (Bauer 1998, 95). „Für die Qualitative Forschung können - so ein kritischer Einwand - die Gütekriterien (Validität, Reliabilität und Objektivität) nicht einfach übertragen werden. [...] Die Nicht-Standardisierung der Forschung ist eine zentrale Grundlage des qualitativen Ansatzes, und die wichtigsten Gütekriterien der qualitativen Forschung sind die Angemessenheit der qualitativen Theorien und Methoden für das gewählte Forschungsproblem sowie eine transparente und glaubwürdige Gewinnung und Interpretation der Daten“ (Fuhs 2007, 17).

In Bezug auf empirische Forschung wird in jüngster Zeit der Begriff der **Evaluation** diskutiert (vgl. Gudjons 2012, 69). „Verstanden wird darunter zunächst ganz allgemein die zielgerichtete und zweckorientierte Bestimmung des Wertes einer Sache, pädagogisch gewendet: einer pädagogischen Maßnahme“ (Köllner 2007; zitiert nach Gudjons 2012, 69). Da die Evaluation im Bildungswesen den gesamten Curriculumprozess begleiten muss, richtet sie sich auf den Innovationsprozess in seinem gesamten Verlauf, seine Rahmenbedingungen, Voraussetzungen, Ergebnisse und Konsequenzen

(vgl. Aschersleben/ Hohmann 1979, 55-57). Dabei lassen sich drei zentrale Funktionen der Evaluation unterscheiden (vgl. Aschersleben/ Hohmann 1979, 55-57):

- Verbesserung eines bestimmten Produkts (z. B. eines Mediums) oder einer bestimmten Form der Praxis (z. B. einer Organisationsform, einer Unterrichtsmethode).
- Legitimation anhand einer abschließenden Beurteilung, um die Innovation und das Handeln gegenüber unterschiedlichen Personengruppen zu rechtfertigen.
- Entscheidungshilfe hinsichtlich einzelner Elemente und Phasen, die ein Angebot an Alternativen anbieten.

„Wird ein Programm als Ganzes gewertet, so spricht man von globaler Evaluation, werden einzelne Komponenten detailliert untersucht, so heißt es analytische Evaluation“ (Gudjons 2012, 69). Helmke spricht in diesem Zusammenhang von summativer und formativer Evaluation (vgl. Helmke 2007, 153), Aschersleben und Hohmann von Makroevaluation und Mikroevaluation (vgl. Aschersleben/ Hohmann 1979, 55-57). „Auch wird unterschieden zwischen interner Evaluation (bei der z. B. die Lehrkräfte einer Schule oder Bildungseinrichtung die Überprüfung übernehmen) und externer Evaluation (bei der unabhängige, von außen bestellte Fachleute dieses tun)“ (Gudjons 2012, 69). „Eine naturalistische, alltagsbezogene Perspektive legt eher teilnehmende Beobachtung und Ansätze der Feldforschung nahe statt einer distanzierten Bewertung von außen“ (Mayring 2016, 63). Die dann folgenden Prozessbeschreibungen und -bewertungen sollen offen alle wesentlich erscheinenden Aspekte zu dem Praxisprojekt festhalten (vgl. Mayring 2016, 63). Die Entwicklung der Evaluationsforschung hat in den vergangenen Jahren gezeigt, dass Fortschritte vor allem durch konkrete Projekte erzielt werden können, in denen der theoretische und methodologische Ansatz, die instrumentelle Handhabung und die organisatorische Verankerung von Evaluation im Forschungs- und Praxisvollzug mitgedacht wird. Nur so werden auch die zahlreichen noch offenen Fragen gelöst werden können, die sich hinsichtlich der Evaluation innerhalb des Prozesses stellen (vgl. Aschersleben, 57).

Die hier vorliegende wissenschaftliche Arbeit möchte mittels einer vorwiegend qualitativen Evaluationsforschung das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* begleiten. Ihr liegt eine globale, auf das gesamte Konzept bezogene, interne Evaluation ebenso zugrunde, wie die interne Evaluation in Form der Überprüfung durch die Lehrkraft selbst.

### 5.3 DATENERHEBUNG

„Für die [evaluative] Erfassung von Aspekten der Unterrichtsqualität gibt es eine große Zahl an Methoden, und diese Methoden können ihrerseits von unterschiedlichen Akteuren und damit aus verschiedenen Perspektiven eingesetzt werden“ (Helmke 2007, 154). Als Evaluationsmethode für die vorliegende wissenschaftliche Arbeit werden sowohl die Beobachtung als auch die schriftliche Befragung mittels offener Fragen und gebundene Ratingskalen herangezogen. Als Akteure fungieren bei der Beobachtung die Lehrkraft, bei der Befragung die Schülerinnen und Schüler.

Die **Beobachtung** ist umgangssprachlich und wissenschaftlich zunächst eine Sonderform der Wahrnehmung. Sie unterscheidet sich von dieser durch eine festgelegte Dauer, intensivere Hinwendung zum Objekt, Selektivität und innerhalb des ausgewählten Wahrnehmungsfeldes durch maximale Informationsaufnahme. Letztere ist gleichzeitig das allgemeine Ziel jeder Beobachtung (vgl. Aschersleben/ Hohmann 1978, 28). „Der entscheidende Vorteil [...] liegt darin, dass die Beobachtung es erlaubt, soziales Verhalten zu dem Zeitpunkt festzustellen, zu dem dieses tatsächlich geschieht. Der Einsatz der Beobachtung ist also unabhängig von der Bereitschaft oder Fähigkeit der Probanden, ihr Verhalten zu beschreiben“ (Lamnek/ Krell 2016, 520). Bei der **teilnehmenden Beobachtung** wird der Beobachter selbst Element des zu beobachtenden sozialen Feldes (vgl. Lamnek/ Krell 2016, 528). Mayring formuliert den Grundgedanken wie folgt aus: „Mit teilnehmender Beobachtung will der Forscher eine größtmögliche Nähe zu seinem Gegenstand erreichen, er/ sie will die Innenperspektive der Alltagssituation erschießen“ (Mayring 2016, 81).

Die hier vorliegende wissenschaftliche Arbeit zur Evaluation des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* orientiert sich an der Methode der teilnehmenden Beobachtung nach Dechmann (1978), der systematischen, unstandardisierten Teilnahme und Beobachtung. Forscher und Beobachter sind bei diesem Verfahren ein und dieselbe Person. Grundlage der Systematisierung der Beobachtung sind die verschiedenen Phasen, die die Beobachterin oder der Beobachter während der Beobachtung durchläuft. Ein Beobachtungsschema wird von Dechmann nicht vorgegeben, er setzt auf die phänomenologische Erkenntnis. Ziel dabei ist stets die Theorieentwicklung (vgl. Lamnek/ Krell 2016, 585-588). Auch Mayring sieht die teilnehmende Beobachtung als besonders geeignet, wenn die Fragestellung, wie in dieser Arbeit, eher explorativen Charakter hat (vgl. Mayring 2016, 83). Lamnek und Krell bemerken darüber hinaus, dass die „(teilnehmende) Beobachtung [...] eine grundlegende sozialwissenschaftliche Methode [ist], doch ist sie in ihrer Anwendung mit anderen Methoden, wie etwa Befragung und Inhaltsanalyse, verschränkt“ (Lamnek/ Krell 2016, 519).

Bei der **Befragung** geht es „vor allem um Schülerbeurteilung sowie Verhaltensbeurteilung und weniger um Leistungsbeurteilung“ (Winter 2016, 193). Durch sie „ermittelt man die subjektive Sichtweise von Akteuren über vergangene Ereignisse, Zukunftspläne, Meinungen, [...] etc.“

(Bortz/ Döring 2006, 308). Die Erhebungstechniken unterscheiden sich zwischen der mündlichen Befragung in Form von Interviews und **schriftlichen Befragungen** über Fragebögen jeweils mit offenen oder geschlossenen Fragen. „Schriftliche Befragungen erleben die Befragten als anonymer, was sich günstig auf die Bereitschaft zu ehrlichen Angaben und gründlicher Auseinandersetzung mit der erfragten Problematik auswirken kann“ (Bortz/ Döring 2006, 237). **Geschlossene Fragstellungen**, auch Multiple Choice Aufgaben genannt, sind in der modernen Testkonstruktion vorherrschend. Die Urteilenden kreuzen diejenige Stufe der Ratingskala an, die ihrem subjektiven Empfinden von der Merkmalsausprägung bei dem in Frage stehenden Objekt entsprechen. Besonders anschaulich für die Darstellung der Stufen sind symbolische Marken, die insbesondere bei Kindern gerne verwendet werden. Sie können durch den Urteiler auf den ersten Blick erfasst werden und wirken bei längeren schriftlichen Befragungen auflockernd (vgl. Bortz/ Döring 2006, 215). „Für Multiple-Choice-Aufgaben sind drei Antwortvorgaben optimal“ (Bortz/ Döring 2006, 215). Der Untersuchungsteilnehmer muss sich für eine der vorgegebenen Antwortalternativen entscheiden, somit ist die Testauswertung zugleich objektiv. „Eine besonders in den Persönlichkeitstests gebräuchliche Aufgabenform ist zudem die Selbsteinschätzungsaufgabe (Self Report, Self Rating). Hierbei werden selbstbezogene Aussagen (Statements) vorgegeben, die auf Ratingskalen [...] zu beurteilen sind. Bei **offenen Befragungen** kann die befragte Person [...] ihre spezifische Gegenstandsauffassung und -beziehung frei artikulieren. Voraussetzung ist natürlich, dass die befragte Person über ausreichende Kompetenzen hinsichtlich Reflektion und Artikulation verfügt. [...] Ein weiteres Problem hängt mit der Frage zusammen, inwieweit [...] Personen überhaupt in der Lage sind, ihr eigenes Denken und Fühlen zu beobachten, zu kategorisieren, zu bewerten und mitzuteilen“ (Bauer 1988, 99).

Bei den schriftlichen Befragungen für die Evaluation des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* geht es um die Erfassung konkreter Verhaltensweisen der Schülerinnen und Schüler, um Angaben über das Verhalten anderer Personen, um Angaben über allgemeine Zusammenhänge und um die Beschreibung und Bewertung konkreter Sachverhalte. Dazu finden schriftliche Befragungen mit geschlossenen und offenen Fragestellungen statt. Es werden bereits entwickelte Fragenbögen kritisch auf die eigene Untersuchung übertragen und spezifische Facetten ergänzt. Die Aussagen sind so konzipiert, dass sie dem Verständnis und den Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler entsprechen. Darüber hinaus werden die Fragen und Aussagen überwiegend positiv formuliert. So entsteht für die Kinder nicht die Anspannung, durch ehrliche Antworten Nachteile in Kauf nehmen zu müssen. Die Anonymisierung der Befragung kann deshalb entfallen. Für die Reflexionen wird genügend Zeit innerhalb des Unterrichts eingeräumt und die Teilnehmer über den Sinn und die Zielsetzung der Erhebung informiert. „Grundsätzlich sollten die SchülerInnen den Sinn der Untersuchung einsehen können, möglicherweise sogar sich Vorteile davon versprechen“ (Fichten 1993; zitiert nach Jahnke-Klein 2001, 90). Hierzu bietet die Reflexion das Angebot, sich mit dem eigenen Lernverhalten auseinanderzusetzen und Interessen im Mathematikunterricht anzugeben, um beides weiterzuentwickeln. Bei Kindern, die am Testtag nicht

anwesend sein können, wird die Erhebung nicht nachgeholt. Die Vergleichbarkeit wäre hier möglicherweise nicht mehr gegeben.

Die hier vorliegende wissenschaftliche Arbeit zur Evaluation des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* orientiert sich an den Methoden der teilnehmenden Beobachtung und der schriftlichen Befragungen mit geschlossenen und offenen Fragestellungen.



## 5.4 DATENAUSWERTUNG

Die Datenerhebung mittels teilnehmender Beobachtung und schriftlicher Befragung mit geschlossenen und offenen Fragestellungen liefert sowohl quantitative als auch qualitative Daten.

Die qualitativen Daten der teilnehmenden Beobachtung werden einer **qualitativen Auswertung** unterzogen. Diese hat vorrangig die Aufgabe, die hinter den Handlungsprozessen stehenden Alltagswirklichkeiten zu erfassen. Der Klarheit dieser Aussage steht die relative Regellosigkeit der konkreten Auswertungsarbeit gegenüber. Geregelt ist allenfalls das Prinzip, dass zunächst versucht wird, Regeln und Regelmäßigkeiten zu entdecken und zu beschreiben. Sodann muss geprüft werden, ob diese typisch oder außergewöhnlich sind. Letztlich gelangt die Forscherin zu Theorien über den Objektbereich (vgl. Lamnek/ Krell 2016, 582). Der Schwerpunkt der Auswertung der teilnehmenden Beobachtung liegt in dieser Arbeit auf der Realisierung des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* sowie der Überprüfung der Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht.

Anschließend folgt die Auswertung der durch die schriftliche Befragung der Kinder gewonnenen Daten. Die quantitativen Daten der geschlossenen Fragestellungen in Form der Multiple-Choice-Aufgaben werden einer **deskriptivstatistischen Datenanalyse** unterzogen. Nach einer Überprüfung und Fehlerkontrolle geht es bei einer ersten Visualisierung der Daten in Form von Tabellen um eine Beschreibung und einen guten Überblick, um später wesentliche Informationen herauszufiltern (vgl. Raab-Steiner/ Benesch 2012, 85). „In einer Häufigkeitstabelle werden in tabellarischer Form die absoluten Häufigkeiten dargestellt, mit denen die einzelnen Werte in einer Variablen enthalten sind. Im Prinzip geht es um das Abzählen der einzelnen Messwerte der Versuchspersonen und ihre gesammelte Darstellung“ (Raab-Steiner/ Benesch 2012, 85).

Qualitative Daten können „sowohl quantitativ mittels quantitativer Inhaltsanalyse als auch qualitativ mittels qualitativer Inhaltsanalyse ausgewertet werden“ (Bortz/ Döring 2006, 328-329). Die in dieser Arbeit gewonnenen qualitativen Daten aus offenen Fragestellungen werden durch eine qualitative Inhaltsanalyse ausgewertet. Mayring unterscheidet hierbei zwischen den drei grundlegenden Vorgehensweisen der Zusammenfassung, Explikation und Strukturierung. Ziel der **strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse** ist es, bestimmte Aspekte aus den offenen Antworten der Schülerinnen und Schüler herauszufiltern, unter vorher festgelegten Ordnungskriterien einen Querschnitt durch das Material zu legen und die Antworten auf Grund bestimmter Kriterien einzuschätzen (vgl. Mayring 2016, 114-121). Dabei sind drei Varianten der Strukturierung zu unterscheiden: **inhaltliche Strukturierung** (Herausarbeitung bestimmter Themen und Inhalte), typisierende Strukturierung (Identifikation von häufig besetzten oder theoretisch interessanten Merkmalsausprägungen) und skalierende Strukturierung (Merkmalsausprägungen werden auf Ordinalniveau eingeschätzt) (vgl. Bortz/ Döring 2006, 332). „Berelson (1954) hat die Maxime aufgestellt, dass eine Inhaltsanalyse nur dann

wissenschaftlich sein könne, wenn sie quantitativ sei oder zumindest Quantifizierung intendiere, d. h., alle Kategorien müssten entweder genau nach Häufigkeit ausgezählt werden oder es müssten doch zumindest tendenzielle Häufigkeitsaussagen gemacht werden“ (Lamnek/ Krell 2016, 466).

Letztlich gelangt die Forscherin zu Theorien über den Objektbereich (vgl. Lamnek/ Krell 2016, 582). Mayring spricht bei diesem Verfahren von einer gegenstandbezogenen Theoriebildung (vgl. Mayring 2016, 103-107). In diesem Sinn soll versucht werden, **konzeptionell-theoretische Aspekte** zum Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu **thematisieren** bzw. zu **diskutieren**.

Die hier vorliegende wissenschaftliche Arbeit unterzieht die qualitativen Daten der teilnehmenden Beobachtung einer qualitativen Auswertung.

Die quantitativen Daten der geschlossenen Fragestellungen erfahren eine deskriptivstatistische Datenanalyse sowie die qualitativen Daten der offenen Fragestellungen eine strukturierende qualitative Inhaltsanalyse nach inhaltlichen Aspekten.

Resultierend soll versucht werden, konzeptionell-theoretische Aspekte zum Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu thematisieren bzw. zu diskutieren.

## 5.5 FORSCHEN UND LEHREN

„Der wissenschaftsorientierte Stellenwert der Lehrerforschung ist umstritten: Herbert Altrichter verweist auf die Strukturgleichheit und die Parallelen von wissenschaftlicher Forschung und Praxisforschung (vgl. Altrichter 1990). Heinz Moser zweifelt hingegen den wissenschaftlichen Status der Lehrerforschung an (vgl. Moser 1995). Annedore Prengel verweist auf die unterschiedlichen Perspektiven und Erkenntnisinteressen von Praxisforschern und Wissenschaftlern bezogen auf den Unterricht (vgl. Prengel 1997)“ (Bannach 2002, 136-137). Einigkeit besteht jedoch darin, dass für die Weiterentwicklung der pädagogischen Praxis wichtig ist, dass Lehrerinnen und Lehrer in ihrer Praxis Erkenntnisse gewinnen (vgl. Bannach 2002, 137). „Neben der Entwicklung der praktischen (subjektiven) Theorien der Lehrer und der Verbesserung der pädagogischen Praxis beabsichtigt die Lehrerforschung, durch die Aufarbeitung und Verbreitung von reflektierten Erfahrungen, das Wissen der Profession insgesamt zu vermehren, und damit ihren professionellen Status zu sichern und weiterzuentwickeln“ (Altrichter 1990; zitiert nach Bannach 2002, 134). Dem schließt sich auch Helmke (2007) an und zählt die Fähigkeit und Bereitschaft seinen eigenen Unterricht kritisch zu hinterfragen und Methoden und Werkzeuge zur Selbstverbesserung einzuholen, zu den zentralen Merkmalen einer Lehrkraft (vgl. Waasmaier 2009, 143) und als Schlüsselbedingung für die Verbesserung des Unterrichts (vgl. Helmke 2007, 53). Bauer ergänzt, dass „die Aufgabe, eine Theorie bzw. ein theoretisches Prinzip hinsichtlich seiner Verträglichkeit mit der Praxis zu prüfen, [...] nicht den Praktikern allein zugewiesen werden [kann]. Sie ist eine wissenschaftliche Aufgabe und muss daher auch von der sich als Wissenschaft verstehenden Mathematikdidaktik angenommen und verarbeitet werden. So wie in anderen Wissenschaften auch, müssen praktische Erfahrungen als konstruktive, konstituierende Elemente in der Theoriebildung und Theoriekritik einbezogen werden“ (Bauer 1993, 77). Diese vielversprechende Verknüpfung von Lehrerforschung und Wissenschaft soll in dieser Studie kritisch umgesetzt werden.

Die Autorin entwickelt als **Forscherin** das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* für die 5. Jahrgangsstufe der Realschule sowie die Fragestellungen für die schriftlichen Befragungen.

Da sie als **Mathematiklehrkraft** der Schülerinnen und Schüler bereits in das soziale Feld eingegliedert ist, entfallen die Probleme der Kontaktaufnahme, Akzeptanz und Vertrauensgewinnung. Zudem ist es dadurch möglich, dass das Konzept *MatheLernWelt* in den Unterrichtsalltag eingebunden und nicht als Fremdkörper wahrgenommen wird (vgl. Stefan 2012, 102). „Ein Beobachter von außen könnte möglicherweise als Störfaktor empfunden werden, was die Forschungstätigkeit und -ergebnisse beeinflussen kann“ (Mayring 2002; zitiert nach Waasmaier 2009, 144). Darüber hinaus ist die „persönliche Erfahrung [...] in einem sozialen Handlungsfeld wie der der Pädagogik unverzichtbar“ (Brügelmann 2005, 358). Bereits durch die enge Zusammenarbeit der Lehrerin und der Schülerinnen und Schüler im Vorfeld der Studie, ist es zudem möglich, individuelle und kollektive

Entwicklungsprozesse der Lernenden leichter und intensiver zu verfolgen. Sensible Momente im Lernprozess können so eher wahrgenommen werden (vgl. Stefan 2012, 102). Durch die Doppelfunktion von Forschen und Lehren ergibt sich bereits im Feld der praktischen Durchführung des Unterrichtskonzepts *MatheLernWelt* die Möglichkeit, auf Diskrepanzen zwischen Erwartungen und realem Verlauf zu reagieren. Entgegen dem Anschein beziehen sich die grundlegenden Entscheidungen auf Fragen, die nicht empirisch, sondern normativ und daher persönlich durch die Lehrkraft zu beantworten sind (vgl. Brügelmann 2005, 2005).

Die von der Lehrkraft gemachten Beobachtungen sowie die schriftlichen Befragungen werden von ihr in ihrer Funktion als **Forscherin** in die wissenschaftliche Arbeit integriert und analysiert.

Trotz der genannten Vorteile der Doppelfunktion als Forscherin und Lehrerin muss zu jeder Zeit die Distanz zu den Schülerinnen und Schülern zugunsten der Gütekriterien Objektivität und Validität wissenschaftlichen Arbeitens gewahrt werden. Darüber hinaus muss eine Trennung zwischen der Forscherin und Lehrerin selbst kritisch vollzogen werden. Um dies zu begünstigen, erfolgt eine zeitliche Aufteilung der methodischen Realisierung des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt*, der Unterrichtsdurchführung in der Lernwerkstatt und der Evaluation. Die Autorin ist sich ihrer Doppelfunktion und den damit verbundenen Chancen und Gefahren jederzeit bewusst.

## 5.6 STICHPROBE

Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler besuchen zum Zeitpunkt der Erhebung die 5. Jahrgangsstufe einer staatlichen Realschule in Bayern. Sie sind im Alter zwischen zehn und zwölf Jahren. Über den Zeitraum des Schuljahres 2014/15 verteilt, arbeiten zwei Klassen mit 21 bzw. 23 Kindern an den drei konzipierten Lerneinheiten des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt*. Jede Lerneinheit umfasst 15 Unterrichtsstunden von je 45 Minuten. Die Lehrkraft beider Klassen unterrichtet das neunte Jahr in Folge Mathematik in der 5. Jahrgangsstufe. Sie fungiert in der Studie sowohl als Lehrerin als auch als Forscherin.

Die Reflexion der Pflichtstationen des Lernangebotes „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ wird zur Datenerhebung nicht herangezogen, da diese primär die Schülerinnen und Schüler an die eigene Reflexion heranführen soll und darüber hinaus in Partnerarbeit erfolgt. Die für diese Arbeit relevanten Stichproben erfolgen je in einer separaten Unterrichtsstunde nach den drei Lerneinheiten für 45 Minuten in Einzelarbeit. Am Ende des Schuljahres findet die Abschlussreflexion unter denselben Bedingungen statt.

Die Befragungen der Schülerinnen und Schüler werden stets schriftlich mit geschlossenen und offenen Fragestellungen durchgeführt:

- 1. Erhebungszeitpunkt: 13.02.2015  
Gesamtreflexion des Lernangebotes  
der Leitidee Messen:  
„Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“
- 2. Erhebungszeitpunkt: 11.05.2015  
Gesamtreflexion des Lernangebotes  
der Leitidee Raum und Form:  
„Räumliche Figuren“
- 3. Erhebungszeitpunkt: 23.07.2015  
Gesamtreflexion des Lernangebotes  
der Leitidee Daten und Zufall:  
„Alles Zufall?!“
- 4. Erhebungszeitpunkt: 27.07.2015  
Abschlussreflexion  
„Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“

Neben der Abstimmung mit der Schulleitung wird auch das Votum für die Errichtung der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* in der Lehrerkonferenz eingeholt. Eine interne Fortbildung für die Fachschaft Mathematik soll das Interesse der Fachkollegen und -kolleginnen an didaktischen und methodischen Neuerungen wecken und eine Plattform für Diskussionen bieten.

Um die Erziehungsberechtigten der Schülerinnen und Schüler vorweg über das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* und die Studie zu informieren sowie dem Datenschutz nach § 203 des StGB nachzukommen, wird ein Informationsbrief an die Erziehungsberechtigten herausgegeben und um die Zustimmung zur Verwendung der erhobenen Daten gebeten.

### 6.1 **MATHELERNWELT – EIN UNTERRICHTSKONZEPT (FZ 1)**

#### 6.1.1 **Realisierung des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt***

Zu Beginn des Schuljahres 2014/ 15 fand ein erstes Planungstreffen der in der 5. Jahrgangsstufe unterrichtenden Mathematiklehrkräfte der Realschule statt. Darin wurde der Stoffverteilungsplan mit Zeiträumen für die Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* gemeinschaftlich festgelegt. Zwei Kolleginnen sagten zu, die Lerneinheiten der Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* in ihren Unterricht zu integrieren. Zeitnah erging ein Informationsbrief an die Erziehungsberechtigten der betreffenden Lernenden mit Informationen über das Unterrichtsprojekt *MatheLernWelt*. Darüber hinaus wurde den interessierten Lehrkräften ein Ordner mit den theoretischen Grundlagen des Unterrichtskonzeptes, einer Auflistung der mathematischen Vorkenntnisse aus der Grundschule sowie dem Grundwissen am Ende der 5. Jahrgangsstufe, dem vereinbarten Stoffverteilungsplan und den zur Verfügung stehenden Materialien an die Hand gegeben. Die Projektleiterin stellte das methodische Profil der Lernwerkstatt mit den Punkten *MatheLernWelt*-Regeln und -Ritual, Wechsel der Sozialformen, Differenzierung des Anforderungsniveaus, *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen, Selbstkontrolle und -reflexion sowie das Raumkonzept vor. Die drei Lerneinheiten zu den Leitideen „Messen“, „Raum und Form“ sowie „Daten und Zufall“ wurden jeweils eine Woche vor Beginn der Durchführung erläutert. Entsprechend dem Stoffverteilungs- und Zeitplan konnten die Schülerinnen und Schüler aus vier Klassen die Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchener Tierpark“ im Februar 2015, „Räumliche Figuren“ im Mai 2015 und „Alles Zufall?!“ im Juli 2015 in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* absolvieren. Aufgrund des festgelegten Designs der Datenerhebung und -auswertung (siehe 5.3 Datenerhebung, 222-224; 5.4 Datenauswertung, 225-226) wurden lediglich die beiden von der Autorin unterrichteten Klassen evaluiert. Die Zusammenarbeit mit den Kolleginnen und die Durchführung des Unterrichts in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* verliefen das gesamte Schuljahr erfreulich. Darüber hinaus erhielt das Unterrichtskonzept sowohl von den Lehrkräften als auch von deren Schülerinnen und Schülern durchweg eine positive Rückmeldung.

Konzeptionelle Veränderungen waren im Verlauf des Schuljahres beim methodischen Profil (siehe 6.1.2 Methodisches Profil, 232-242), insbesondere dem Raumkonzept notwendig. Ebenso wurden mathematik-didaktische Optimierungen der Lernangebote (siehe 6.1.3 Lernangebot, 242-247) vorgenommen.

## 6.1.2 Methodisches Profil

### **MatheLernWelt-Regeln und -Ritual**

Die Vorstellung der *MatheLernWelt*-Regeln und des Rituals zu Beginn des Lernangebotes „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ verlief im Klassenverband ohne Probleme und wurde mit großem Interesse von Seiten der Schülerinnen und Schüler aufgenommen. Die Bedeutung der Wörter „Dokumentiere“ bzw. „Gib Acht“ der vierten bzw. sechsten *MatheLernWelt*-Regel wurden von den Lernenden erfragt und sodann erklärt. Das Lied „Wer hat an der Uhr gedreht?“ des Künstlers „Der rosarote Panther“ als Ritual am Ende der Unterrichtsstunde war einzelnen Kindern bekannt und wurde von allen wohlwollend aufgenommen. Die erneute Vorstellung der *MatheLernWelt*-Regeln und der Rituals zum Beginn der zweiten und dritten Lerneinheit verfolgten die Schülerinnen und Schüler, vermutlich aufgrund der Wiederholung zur ersten Lerneinheit, mit geringem Interesse. Es zeigte sich jedoch schnell, dass ihnen die Vorgaben trotz des zeitlichen Abstands noch präsent waren. Nach der Besprechung des jeweiligen Laufzettels und des Raumes bzw. des neuen Raumkonzeptes konnten die Schülerinnen und Schüler aus dem Klassenverband entlassen werden.

Während des gesamten Verlaufs der Lernwerksatt *MatheLernWelt* über das Schuljahr hinweg, schienen sich die Lernenden der *MatheLernWelt*-Regeln bewusst, sodass keine größeren Verstöße beobachtet werden mussten. Schien in der ersten Unterrichtsstunde einer Lerneinheit noch eine Art Orientierung stattzufinden, fanden sich ab dann alle Kinder auffallend schnell in die Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit ein und rasch herrschte ein reges Treiben. Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten selbsttätig und übernahmen individuell oder gemeinsam Verantwortung für ihr Lernen. Das Material wurde bei den Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ und „Räumliche Figuren“ sorgsam geteilt und pfleglich behandelt. Beim Lernangebot „Alles Zufall?!“ ließ der hohe Eifer zeitweise die Kinder den sorgsamen und pfleglichen Umgang mit den Materialien vergessen. Die Süßigkeitenautomaten mussten mehrfach kleineren Reparaturen unterzogen werden. Die Lautstärke im Raum war stets überwiegend angemessen. Kam es auch wenige Male zu einem erhöhten Geräuschpegel, war dieser auf die Betriebsamkeit der Schülerinnen und Schüler zurückzuführen. Diese ermahnten sich vereinzelt gegenseitig durch einen an den Mund gelegten Zeigefinger, häufiger jedoch mit höflichen verbalen Aufforderungen zu mehr Ruhe. Während die Lehrkraft bei der ersten Lerneinheit zu keinem Zeitpunkt eingreifen musste, stieg der Geräuschpegel in der zweiten Lerneinheit bei der Arbeit mit zwei Klassen in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* an. Bei der dritten Lerneinheit zeigte sich die Entwicklung der Lautstärke ambivalent. Kam es an wenigen Tagen zu keinem erhöhten Geräuschpegel, so stieg dieser in Unterrichtsstunden mit heißen Außentemperaturen deutlich an. Trotz gegenseitiger Aufforderungen der Schülerinnen und Schüler zu mehr Ruhe, musste die Lehrkraft mehrere Male eingreifen. Ein Unterschied des Geräuschpegels bei der Arbeit mit einer bzw. zwei Klassen ließ sich bei dieser Lerneinheit nicht feststellen. Anfänglich vorschnelle Hilfesuche zur



Lösung der Aufgaben bei der Lehrerin zu Beginn der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ wurden mit motivierenden Worten und dem Hinweis auf die *MatheLernWelt*-Regeln in erneute Bemühungen der Schülerinnen und Schüler umgewandelt und kamen sodann lediglich vereinzelt vor. Das *MatheLernWelt*-Ritual zum Ende der Unterrichtsstunde fand lautstarken Anklang. Die Kinder sangen in jeder Stunde voller Freude mit, halfen sich gegenseitig und bemühten sich geflissentlich, bis zum Ende des Liedes alle Materialien aufgeräumt zu haben.

Die Ziele der *MatheLernWelt*-Regeln und des -Rituals (siehe 4.2.1 *MatheLernWelt*-Regeln und -Ritual, 152-153) wurden erreicht, da

... die Schülerinnen und Schüler erkannten, welches Verhalten von ihnen erwartet wurde, sie *Sicherheit beim selbsttätigen Arbeiten* in der *MatheLernWelt* zeigten sowie *individuelle Verantwortung für ihr Handeln* übernahmen. Das akustische Signal am Ende der Unterrichtsstunde ließ die Lernenden *eigenständig ihre Arbeit beenden*. Insbesondere konnte durch die zahlreichen eigenaktiven Handlungen das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt bzw. gefördert werden.

... die Kinder eine *vielfältige Zusammenarbeit* und *unterstützende Interaktion* erlebten sowie *soziale Kompetenzen* anbahnten. Das gemeinsame Aufräumen der Arbeitsmaterialien nach dem akustischen Signal am Ende der Unterrichtsstunde steigerte die *Kooperationsbereitschaft*. Insbesondere konnte das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt bzw. gefördert werden.

... eine *angenehme Arbeitsatmosphäre* herrschte sowie durch das Aufräumen der Arbeitsmaterialien innerhalb einer Minute das *vorgegebene Ziel erreicht und gemeinsamer Erfolg verspürt* wurde. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

### **Wechsel der Sozialformen**

Die Vorstellung der Sozialform der Partnerarbeit sowie deren Symbole verliefen im Klassenverband ohne Probleme und mit großer Neugier von Seiten der Schülerinnen und Schüler. Die Kinder wollten zu Beginn der ersten Lerneinheit darüber hinaus wissen, ob es möglich sei, dauerhaft nur mit ein und derselben Lernpartnerin bzw. demselben Lernpartner zu arbeiten. Dies wurde verneint, jedoch könnte nach einem Wechsel erneut mit dem vorherigen Kind gearbeitet werden. Dem Wunsch der Kinder, die Gruppenarbeit beim Lernangebot „Räumliche Figuren“ mit mehr als fünf Mitgliedern durchführen zu dürfen, konnte aufgrund der zu erwarteten geringeren Effektivität der Arbeit nicht stattgegeben werden. Nach der jeweiligen Besprechung der Sozialformen wurden die Schülerinnen und Schüler an die Stationen entlassen.

Bei der Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* verlief die Wahl der Partner und Gruppenmitglieder freundschaftlich und rasch. Darüber hinaus wurden Absprachen für spätere Zusammenarbeiten an

weiteren Stationen getroffen. Vereinzelt konnte in der ersten Unterrichtsstunde der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchener Tierpark“ erkannt werden, dass zu Beginn von weiteren Stationen kein Wechsel der Partner stattfand. Dies änderte sich jedoch ab der folgenden Unterrichtseinheit. Zwei Schülerinnen mussten aufgefordert werden, ihre Einzelarbeit aufzugeben und zusammen mit einer Lernpartnerin bzw. einem Lernpartner zu arbeiten. Da die Partnerarbeit von Lernenden ohne Probleme angenommen und erfolgreich umgesetzt wurde, stand der Einführung von weiteren Sozialformen für das Lernangebot „Räumliche Figuren“ nichts im Wege. Während der gesamten besagten Arbeitsphase konnten keine Lernenden, die sich nicht einer kooperativen Sozialform anschlossen, bemerkt werden. Im Laufe der dritten Lerneinheit „Alles Zufall?!“ stellte sich verstärkt heraus, dass sich die gleichen Kinder immer wieder zur gemeinsamen Gruppenarbeit einfanden und eingespielte Lernteams bildeten. Bei allen Lernangeboten fanden sich die Schülerinnen und Schüler in ihrer jeweiligen Sozialform in das selbsttätige Lernen ein und übernahmen gemeinsam Verantwortung für ihr Handeln. Besonders erfreulich zeigte sich der rege partnerschaftliche Eifer beim Bearbeiten von Stationen aus persönlichem Interesse auch auf individuellen Lernwegen. Die Arbeiten verliefen ausgesprochen harmonisch, sodass sich eine nicht zu übersehende angenehme Arbeitsatmosphäre einstellte und der Wechsel der Sozialformen Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit als bereichernd empfunden wurde.

Die Ziele des Wechsels der Sozialformen (siehe 4.2.2 Wechsel der Sozialformen, 153-154) wurden erreicht, da

... bereits *bei der Auswahl ihrer Lernpartnerinnen und -partner die Selbsttätigkeit* der Schülerinnen und Schüler *angeregt* und nahezu alle *Lernenden integriert* wurden und sie *selbst über die gewünschte Sozialform entschieden*. Sodann haben die Kinder *aktiv sowie selbstständig und -verantwortlich gearbeitet und gelernt*. Insbesondere konnte das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt bzw. gefördert werden.

... die Lernenden *differenzierte und individuelle Lernwege und -strategien* erlebt und entwickelt haben und sie *vom Zwang des streng organisierten Lernens befreit* wurden. Insbesondere konnte das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt bzw. gefördert werden.

... *gemeinsame Ziele* der Lernenden durch individuelle oder kollektive Arbeitsbeiträge und Erkenntnisse *erreicht* wurden. Auf diese Weise konnte das individuelle *Repertoire an Arbeits- und Lernverfahren erweitert* und die Kinder in der Ausführung und Kontrolle ihrer *Arbeit selbstständiger* werden. Den Schülerinnen und Schülern bot sich weiter die *Möglichkeit, sich wechselseitig zu steuern* und Unstimmigkeiten untereinander selbst zu regulieren. Insbesondere konnte das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt bzw. gefördert werden.

... dem Wunsch der Schülerinnen und Schüler nach *Gemeinschaft* nachgekommen und eine *freundschaftliche Beziehung* zwischen ihnen *angebahnt* wurde. Die dadurch erzeugte angenehme Arbeitsatmosphäre begünstigte wiederum das *Interesse und das Engagement für die Arbeit in der Mathematik*. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

### **Differenzierung des Anforderungsniveaus**

Die Vorstellung der Differenzierung des Anforderungsniveaus sowie deren Symbole zu Beginn des Lernangebotes „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ verfolgten die Schülerinnen und Schüler mit Interesse und Erstaunen. Trotz der ausführlichen Erklärung stellten sie die Möglichkeit der eigenständigen Wahl des Anforderungsniveaus in Frage und versicherten sich rück, ob allein die Lernenden den Schwierigkeitsgrad der zu bearbeiteten Aufgabenstellung aussuchen dürften. Die Lehrkraft bestätigte dies, verwies diesbezüglich aber nochmals auf die Pflichtstationen, ebenfalls mit unterschiedlichen Anforderungsniveaus, die vorab erledigt werden müssten. Bei der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ fand zugunsten der handlungsorientierten Aufgaben und Übungsaufgaben keine Differenzierung statt. Die Besprechung der Differenzierung des Anforderungsniveaus bei den Wahlstationen zwischen geringem und hohem Anspruch sowie deren Symbole zum Lernangebot „Alles Zufall?!“ verlief ohne besondere Vorkommnisse. Im Anschluss konnten die Schülerinnen und Schüler zügig in das Lernen an den Stationen entlassen werden.

Während der Tätigkeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* an den Pflichtstationen der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchener Tierpark“ suchten die Kinder rasch und ohne Schwierigkeiten eine Station aus. Die Auswahl der Aufgabenstellungen orientierte sich zu Beginn lediglich in wenigen Fällen am angegebenen Anforderungsniveau. In erster Linie wählten die Kinder vorab eine Lernpartnerin bzw. einen Lernpartner und entschieden sich je nach fachlichem Interesse für eine Station. Mit dem Beginn der Wahlstationen wurden die Aufgaben verstärkt anhand des Anforderungsniveaus gewählt. Dabei konnte eingangs beobachtet werden, dass die überwiegende Zahl der Lernenden angespornt war und dementsprechend Aufgaben mit hohem Anspruch wählten. Einige Kinder fragten bei der Lehrkraft nach, ob diese ihnen die „schweren“ Aufgaben zutraue. Durch die Ermutigung bestärkt, bearbeiteten auch diese Schülerinnen und Schüler sodann die anspruchsvolleren Stationen. Im Verlauf der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ zogen die Lernmaterialien großes Interesse auf sich, sodass die Differenzierung des Anforderungsniveaus nur wenig Beachtung fand. Bei beiden Lernangeboten ließ die Anstrengungsbereitschaft der leistungsschwächeren Lernenden nach wenigen Stationen stark nach und die neuen Aufgabenstellungen wurden zunehmend entsprechend dem geringen Anforderungsniveau gewählt. Die leistungstärkeren Schülerinnen und Schüler hingegen schienen von der individuellen Förderung motiviert und orientierten sich überwiegend an den Aufgaben mit hohem

Anforderungsniveau. Zu keinem Zeitpunkt musste beobachtet werden, dass die Lernenden an Aufgaben scheiterten und diese nicht beendeten.

Die Ziele der Differenzierung des Anforderungsniveaus (siehe 4.2.3 Differenzierung des Anforderungsniveaus, 154-155) wurden erreicht, da

... die Schülerinnen und Schüler infolge der Ermutigung durch die Lehrkraft ihre *Fähigkeiten selbst realistisch einschätzten* und darauf basierend die Arbeitsaufträge wählten. Dies war Grundlage dafür, die Lernenden *entsprechend ihren Vorkenntnissen und ihrem Leistungsstand differenziert und individuell zu fördern*. Insbesondere konnte das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt bzw. gefördert werden.

... leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler durch ein angemessenes Aufgabenniveau *Lernerfolg erlebten* und leistungsstärkere Lernende auf höherem Niveau *Bestätigung fanden*. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

Es bleibt zu diskutieren, inwiefern die Anstrengungsbereitschaft der leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler aufrechterhalten beziehungsweise deren Aufgabenauswahl entsprechend dem Anforderungsniveau gewinnbringend gesteuert werden kann. Denkbar wäre zu Beginn einer Lerneinheit für jede Aufgabe mit geringem und mittlerem Anspruch Mitschülerinnen und -schüler als Experten auszubilden und der Klasse zur Verfügung zu stellen. Diese könnten von den leistungsschwächeren Kindern bei auftretenden Schwierigkeiten zu Rate gezogen werden. Die gemeinsame Zusammenarbeit soll die Gruppe Erfolg verspüren lassen und zur Arbeit an neuen Stationen, möglicherweise mit einem höheren Anforderungsniveau, motivieren.

### **MatheLernWelt-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen**

Zu Beginn der Arbeit in der Lernwerkstatt stellte die Lehrerin das Ordnungssystem der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* vor. Der von der Lehrkraft mitgebrachte exemplarische *MatheLernWelt*-Ordner bekam von den Schülerinnen und Schülern rasch Aufmerksamkeit, da auch sie für ihren persönlichen Ordner einen eigens dafür gefertigten Aufkleber mit dem Symbol der *MatheLernWelt* bekamen. Im Anschluss an die Bekanntgabe des Themas der jeweiligen Lerneinheit wurde der Laufzettel verteilt und jedes Kind trug seinen Namen und die Klasse in die dafür vorgesehene Zeile ein. Unter großer Begeisterung erkundeten die Lernenden den Laufzettel des Lernangebotes „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ und erkannten das Symbol für die Partnerarbeit sowie die verschiedenen Anforderungsniveaus wieder. Die weiteren Zeichnungen und Stationen konnten selbst erschlossen werden und benötigten keine zusätzliche Erklärung der Lehrkraft. Lediglich die Tabelle mit dem Grundwissen, der Reflexion der Pflichtstationen und den einzutragenden Daten fand eine kurze Erläuterung. Bereits bei der

Vorstellung des Laufzettels konnte beobachtet werden, dass die Kinder unruhig wurden und den Drang verspürten, die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* selbst zu erkunden. In ungewohnter Weise kam es zu Zwischenrufen der Schülerinnen und Schüler, die die Beschriftungen und Symbole des Laufzettels auf den Boxen im Raum der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* wiedererkannten. Gemeinsam erfolgte deren Erläuterung mit den darin befindlichen Arbeitsaufträgen in Farbe als laminierte Karte und den Kopien. Der Beginn der zweiten und dritten Lerneinheit erfolgte in gleicher Weise. Während des Hinweises auf die Hausaufgaben der Pflichtstationen trafen die Lernenden bereits Vereinbarungen, mit welcher Station gestartet werden sollte, sodass sie schnellstmöglich aus dem Klassenverband entlassen wurden.

Während in der jeweils ersten Unterrichtsstunde jeder Lerneinheit noch eine Art Orientierung stattzufinden schien, bewegten sich die Schülerinnen und Schüler, mit dem *MatheLernWelt*-Ordner und dem Laufzettel an ihrer Seite, scheinbar mühelos und ohne Orientierungsschwierigkeiten in der Lernwerkstatt. Die Karten mit dem Arbeitsauftrag in Farbe wurden unterstützend genutzt sowie die Kopien für die eigenen Aufzeichnungen verwendet. Zu Ende gebrachte Arbeitsaufträge der ersten Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ hefteten die Kinder überwiegend wahllos in ihren *MatheLernWelt*-Ordner, nur wenige Lernenden machten sich Gedanken um eine Struktur. Die Auswahl der nächsten Stationen geschah gleichsam fließend wie die der vorherigen, sodass die Kinder zügig vorankamen. Nachdem sich die Lehrkraft anhand der Laufzettel stets einen Überblick über den Lernstand der Schülerinnen und Schüler verschaffen konnte, wurde den Kindern individuell, nach der Fertigstellung aller vier Pflichtstationen, der zweite Laufzettel der Lerneinheit ausgehändigt. Nach kurzer Betrachtung durch die Schülerinnen und Schüler war keine weitere Erklärung hierfür notwendig. Das Führen des *MatheLernWelt*-Ordners, die Arbeit mit dem Laufzettel sowie die weitere Orientierung in der Lernwerkstatt geschahen ohne Schwierigkeiten. Jedoch musste am Ende der Lerneinheit der *MatheLernWelt*-Ordner sortiert werden. Die Lehrkraft leitete dies im Klassenverband an. Die Einsicht der *MatheLernWelt*-Ordner durch die Lehrkraft während des zweiten und dritten Lernangebotes zeigte, dass die überwiegende Zahl der Lernenden die Arbeitsaufträge in der richtigen Reihenfolge einsortierte. Nur vereinzelt musste geholfen werden. Der *MatheLernWelt*-Ordner mit dem Laufzettel wurde zum selbstverständlichen und nützlichen Begleiter der Lernenden, den sie nun überwiegend gewissenhaft und ordentlich führten. Der Überblick über den Lernstand der Schülerinnen und Schüler verdeutlichte den Lerneifer der Kinder. Nur wenige wiesen einen gering ausgefüllten Laufzettel auf und mussten zur zügigen Weiterarbeit motiviert werden.

Während der Lerneinheit entstanden bei allen Lernenden individuelle *MatheLernWelt*-Ordner. Es zeigte sich, dass der Laufzettel und die Arbeitsaufträge stark beansprucht wurden und unschöne Lochungen und Blattränder entstanden waren.

Die Ziele des *MatheLernWelt*-Ordners mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen (siehe 4.2.4 *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen, 155-158) wurden erreicht, da

... den Schülerinnen und Schülern ein *angemessenes Ordnungssystem* und eine *Übersicht über das Lernangebot* an die Hand gegeben wurde. Weiter half der *MatheLernWelt*-Ordner den Lernenden, ihren *Arbeitsablauf selbstständig zu planen und durchzuführen*, ihre *Lernwege zu protokollieren*, *Arbeitsergebnisse zu dokumentieren* sowie *ihre Lösungen zu systematisieren*. Insbesondere konnte das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt bzw. gefördert werden.

... den Lernenden die *Vielzahl* und der *Abwechslungsreichtum der Lerneinheit verdeutlicht* wurde und sie *nach eigenen Interessen und Fähigkeiten die Stationen aussuchen durften*. Weiter konnte ihnen Raum für die *schriftliche Fixierung ihrer individuellen (mathematischen) Gedanken, Lernwege und Lösungen* gegeben werden, um diese auch visuell zu verinnerlichen. Darüber hinaus erhielten die Lehrkraft und Erziehungsberechtigten detaillierte *Auskünfte über ausgeführten Tätigkeiten und Leistungen* der Kinder. Insbesondere konnte das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt bzw. gefördert werden.

... den Schülerinnen und Schülern fortlaufend ihre *erreichten Leistungen und Arbeitsfortschritte sichtbar gemacht* und sie zum *zügigen Weiterarbeiten angespornt* wurden. Die intrinsische Motivation für das (Weiter-)Lernen konnte durch die Einsicht des *MatheLernWelt*-Ordners mit den Laufzetteln und Arbeitsaufträgen extrinsisch durch die Lehrkraft verstärkt werden. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

### **Selbstkontrolle und -reflexion**

Im Zusammenhang mit der Erläuterung des *MatheLernWelt*-Ordners zu Beginn jeder der drei Lerneinheiten wies die Lehrkraft darauf hin, dass eine Station erst als abgeschlossen gilt, wenn diese auch selbstständig verbessert wurde. Der Aufbewahrungsort der Lösungskarten und -bilder sowie deren Verwendung wurden gezeigt und erklärt. Während der Erklärungen zur Selbstkontrolle zu Beginn des ersten Lernangebotes stießen die Schülerinnen und Schüler auf das ihnen unbekannte Wort „Reflexion“, das sodann von der Lehrkraft mit dem Begriff „Rückschau“ verglichen und erläutert wurde. Ebenso erfolgte bei der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ der Hinweis auf die Stationen, die wegen der dort ausgeführten Tätigkeit keinen Lösungsabgleich benötigten. Bei den Zufallsversuchen des letzten Lernangebotes entfiel die Lösungskontrolle ebenso. Nach einem deutlichen Hinweis auf das Zurücklegen und Einsortieren der Lösungen in die entsprechende Box an die dafür vorgesehene Stelle, wurden die Kinder in die jeweilige Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* entlassen.

Die Korrektur der Arbeit an den Stationen der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ verlief mithilfe der Selbstkontrollen reibungslos. Jedoch musste bereits während des Verlaufs der ersten Unterrichtsstunden in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* festgestellt werden, dass die Lösungskarten von den Schülerinnen und Schülern nicht ordnungsgemäß zurück in die Boxen gelegt wurden. Einige Kontrollen befanden sich nicht an letzter Stelle der Box bzw. befanden sich in Boxen für andere Stationen. Dies trat so massiv auf, dass die Kinder sich an die Lehrkraft wandten, um ihre Arbeit fortsetzen zu können. In nahezu allen Unterrichtsstunden kam es immer wieder zu derartigen Vorfällen, sodass die Lehrkraft verstärkt die Boxen kontrollierte und sortierte. Auch die Ermahnung der Lernenden zu mehr Ordnung brachte nicht den gewünschten Erfolg. Nach der Fertigstellung der Pflichtstationen begaben sich die Schülerinnen und Schüler anfangs interessiert an die Reflexion der Pflichtstationen. Die Euphorie verflog allerdings sehr schnell, besonders bei den Fragen, die mit eigenen Worten beantwortet werden sollten. Unübersehbar machte sich Unmut unter den Kindern breit, einige versuchten sogar von Mitschülerinnen und -schülern Anregungen zu bekommen oder abzuschreiben. Auch die Einsicht in den *MatheLernWelt*-Ordner durch die Lehrkraft bestätigte die Vermutung, dass die Reflexion von den Lernenden nicht konzentriert durchgeführt wurde. In der Lerneinheit „Räumlichen Figuren“ fanden die wenigen Karten zur Selbstkontrolle, die nur an vier Pflichtstationen notwendig waren, problemlos Anwendung und wurden überwiegend an ihren richtigen Platz in den Boxen zurückgelegt. Eine regelmäßige Kontrolle durch die Lehrkraft zeigte, dass sich nur in Ausnahmefällen eine Lösungskarte verirrt hatte. Auch während des Lernangebotes „Alles Zufall?!“ verwendeten die Kinder wie selbstverständlich die Lösungskarten zur Selbstkontrolle. Allerdings fanden, wie bereits in der ersten Lerneinheit, nicht alle Karten wieder auf den richtigen Platz in der Box zurück, sodass ein erneuter Hinweis durch die Lehrkraft notwendig wurde.

Für die Durchführung der Gesamtreflexion der jeweiligen Lerneinheit wurde nach dem Abschluss der Stationenarbeit eigens die erste Unterrichtsstunde im Klassenverband verwendet. So hatten die Schülerinnen und Schüler in Ruhe Zeit, das Erlebte und Geleistete Revue passieren zu lassen. Während der Bearbeitung der Gesamtreflexion mussten das Wort „unterfordert“ erklärt und der Tippfehler bei „geschätzte“ berichtigt werden. Eine Auswertung erfolgte später durch die Lehrkraft.

Die Ziele der Selbstkontrolle und -reflexion (siehe 4.2.5 Selbstkontrolle und -reflexion, 158-161) wurden erreicht, da

... die *Korrektur durch die Lehrkraft weitgehend überflüssig* war und die Schülerinnen und Schüler dazu befähigt wurden, *selbstständig* ihre mathematischen *Lösungen zu verbessern* und zu *beurteilen*. Die Lösungskarten und -bilder waren *jederzeit verfügbar* und dienten dem *reibungslosen Arbeitsablauf* der Kinder. Insbesondere konnte das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt bzw. gefördert werden.

... die Kinder über die eigene erarbeitete Lösung nachdachten und Fehler entdeckten. Die Einsichten in die eigenen Denkweisen und Strategien *schlossen Wissenslücken* und *verbesserten das eigene Weiterlernen*. Insbesondere konnte das Prinzip der inneren Differenzierung und Individualisierung angebahnt bzw. gefördert werden.

... überraschende oder unklare Lösungen in Partner- oder Gruppenarbeiten zu einem *wechselseitig produktiven, klärenden Gespräch* unter den Schülerinnen und Schülern *anregten*. Insbesondere konnte das Prinzip des kooperativen Lernens angebahnt bzw. gefördert werden.

... die gezeigten *Leistungen* der Lernenden *gebührend hervorgehoben* und ihr *Selbstbewusstsein gestärkt* wurden. Über die Möglichkeit, ihre Lernumgebung künftig mitgestalten zu können, konnte den Schülerinnen und Schülern ihr *positiver Stellenwert* im Klassenverband und im Projekt *MatheLernWelt* *deutlich gemacht* werden. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

Es bleibt in Erwägung zu ziehen, für das Ausleihen und ordnungsgemäße Zurückbringen der Lösungskarten eine Art Ausleihsystem einzuführen. Dazu wird zu Beginn der Lerneinheit jeder Lernende eine Karte oder eine (Wäsche-)Klammer mit seinem Namen darauf erhalten. Beim Entnehmen einer Lösungskarte bringt die Schülerin oder der Schüler diese an der entsprechenden Box der entliehenen Lösungskarte an. Nach der Beendigung der Selbstkontrolle wird die Lösungskarte zurückgebracht und gegen die eigene Namenskarte oder -klammer zurückgetauscht.

Da die Reflexion der Pflichtstationen der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ lediglich der Hinführung der Kinder an Reflexionen diene und bei den späteren Lerneinheiten nicht mehr stattfinden wird, kann über die teilweise unkonzentrierte und gemeinschaftliche Bearbeitung der Schülerinnen und Schüler hinweggesehen werden. Bei den Gesamtreflexionen in einer separaten Unterrichtsstunde nach Beendigung einer Lerneinheit ist von einer gewissenhafteren Arbeitsweise der Schülerinnen und Schüler auszugehen.

### **Raumkonzept**

Die Vorstellung des Raumkonzeptes der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu Beginn der ersten beiden Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ und „Räumliche Figuren“ im Klassenverband war mit großer Neugier von Seiten der Kinder begleitet. Ungeduldig warteten sie vereinzelt Nachfragen von Mitschülerinnen und -schülern ab.

Zu Beginn der jeweiligen Arbeitsphase erkundeten die meisten Lernenden zuerst die Lernwerkstatt *MatheLernWelt*, bevor sie sich zielstrebig an eine Station begaben und ihre Arbeit aufnahmen. Hilfestellungen der Lehrkraft bezüglich der Orientierung waren nicht notwendig. Während bei der ersten Lerneinheit ein angenehmer Geräuschpegel vorherrschte, stieg dieser in der zweiten Lerneinheit



bei der Arbeit mit zwei Klassen in der Lernwerkstatt an. Zudem zeigte sich die langfristige Belegung des Raumes als Belastung für die Schulgemeinschaft.

Nach Beendigung der zweiten Lerneinheit entschied sich die Lehrkraft daher, ein neues Raumkonzept zu entwickeln. Da aufgrund der bestehenden Raumnot an der Schule kein Raum erübrigt werden konnte, erschien es erforderlich, das eigene Klassenzimmer zweckmäßig und flexibel sowohl für den Frontalunterricht als auch für die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* einzurichten. Der Gang, von dem die Klassenräume der 5. Jahrgangsstufe abgingen, sowie ein angrenzender Seminarraum wurden mit in die Gestaltung einbezogen, die Nutzung als Arbeitsbereich von der Schulleitung genehmigt und die Vorschriften für die Fluchtwege berücksichtigt. Zusätzliche mobile Tische, Hocker und Sitzgelegenheiten sollten für eine flexible Umgestaltung und Erweiterung der Arbeitsplätze sorgen. Da diese aufgrund der fehlenden Genehmigung der Schulleitung nicht realisiert werden konnten, musste die Lehrkraft die notwendigsten Möbel selbst anschaffen. Die Regale mit den Materialien zum Lernen, Üben, Forschen, Experimentieren und Basteln wurden mit Rollen ausgestattet und während des Frontalunterrichtes im Seminarraum aufbewahrt bzw. zu Beginn des Unterrichts in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* entsprechend dem Lernangebot von den Schülerinnen und Schülern auf den Gang oder in das Klassenzimmer geschoben. Die Auswahl der benötigten Regale hatte den Vorteil, dass die Lernumgebung übersichtlich blieb und den Lernenden immer nur die Arbeitsmittel zur Verfügung standen, die sie gerade benötigen. Durch die Positionierung auf dem Gang konnten die Wägen von mehreren Klassen gleichzeitig genutzt werden. Als Nachteil war zu sehen, dass die den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Materialien aus vorherigen Lernangeboten nicht mehr zugänglich waren.

Die Vorstellung der neuen Regale der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu Beginn der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ mit den Stationen auf dem Schulhausgang verfolgten die Schülerinnen und Schüler mit großer Aufmerksamkeit und Neugier. Die neuen Plätze der Boxen mit den Karten, Arbeitsaufträgen und der Selbstkontrolle fanden die Lernenden mühelos. In Scharen strömten die Kinder aus den Klassenzimmern und kamen nur vereinzelt in der ersten Unterrichtsstunde dorthin zurück. Nach einigen Minuten fanden sich alle Kinder an einer Station ein und nahmen ihre Arbeit hoch motiviert auf. Zu Beginn und während der gesamten Lerneinheit herrschte Euphorie über das neue Raumkonzept und die damit gewonnene Raumweite. Trotz der neuen Situation konnten keine Orientierungsschwierigkeiten festgestellt werden. Die Entwicklung der Lautstärke zeigte sich ambivalent. Kam es an wenigen Tagen zu keinem erhöhten Geräuschpegel, so stieg dieser in Unterrichtsstunden mit heißen Außentemperaturen deutlich an. Ein Unterschied des Geräuschpegels bei der Arbeit mit einer bzw. zwei Klassen ließ sich bei dieser Lerneinheit nicht feststellen.

Die Ziele des Raumkonzeptes (siehe 4.2.6 Raumkonzept, 162) wurden erreicht, da

... den Schülerinnen und Schülern die für ihre Arbeit benötigten *Materialien übersichtlich und dauerhaft bereitgestellt* und sie zu  *kreativen Ideen aufgefordert* wurden. Weiter half es den Lernenden, ihren *Arbeitsablauf selbstständig zu planen und reibungslos durchzuführen*. Insbesondere konnte das Prinzip der Selbsttätigkeit angebahnt bzw. gefördert werden.

... es die *Neugier und das Interesse* der Schülerinnen und Schüler *begünstigte*. Darüber hinaus wurde die *Lernwerkstatt durch die Arbeitsergebnisse der Lernenden mitgestaltet* und den Kindern durch eine gewohnte Lernumgebung *Sicherheit beim Arbeiten geben*. Insbesondere konnte das Prinzip der Motivation angebahnt bzw. gefördert werden.

### 6.1.3 Lernangebot

#### **Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“**

Bereits die Bekanntgabe des Themas der ersten Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ weckte großes Interesse bei den Kindern. Viele kannten den Tierpark bereits von Besuchen mit der Familie oder Schule und wollten ausführlich davon erzählen.

In der Arbeitsphase verlief die Erkundung der Größen „Länge“, „Masse“, „Zeit“ und „Geld“ harmonisch, wobei sich die erste und letzte Größe besonderer Beliebtheit erfreuten. Einzelne Messinstrumente wie die Balkenwaage oder die verschiedenen Uhren brachten die Kinder zum Staunen und wurden mit Neugier erkundet.

Im Laufe der Arbeit in der Lernwerkstatt kam es zu geringen Beschädigungen des Materials. An der Station der Größe „Länge“ wurde bei zwei der weißen Seile der Zwirn der Kordel gelöst. Bei der Größe „Zeit“ gingen zwei Sanduhren aus Glas zu Bruch. Zudem entfernten Lernende drei Klebestreifen, die die Minutenangaben der Sanduhren verdeckten. Eine Spendendose der Größe „Geld“ wurde geöffnet, das Geld jedoch vollzählig darin belassen. Bei einer Rolle mit 1 € - Münzen öffneten die Schülerinnen und Schüler das Münzrollenpapier. Insgesamt wurden zwei der fünf Beschädigungen unverzüglich der Lehrkraft gemeldet. Alle beschädigten Materialien konnten repariert oder ersetzt werden.

Bereits im Verlauf des Lernangebotes wurden mathematisch-sachliche Optimierungen vorgenommen. Da den Schülerinnen und Schülern keine Entfernungen zwischen den Orten auf der Atlaskarte von Bayern bekannt waren und das Schätzen der Entfernung von der Schule nach Hellabrunn (München) ohne Vorkenntnisse keinen Sinn ergab, wurde auf der Karte der Maßstab „1cm auf der Karte  $\hat{=}$  100 km in Wirklichkeit“ ergänzt. Auf den Lösungskarten der Station 5 „Mit Größen und Komma rechnen“ der Größe „Länge“ konnte bei der ersten Aufgabe ein, von den Lernenden entdeckter, Zahlendreher korrigiert werden. Wie bereits im Ausblick des Lernangebotes „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“

(siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) vermerkt, stellten die Wahlstationen „Rechnen mit Größen“ und „Rechnen mit Größen und Komma“ lediglich ein Übungsfeld für die darin enthaltene mathematischen Sachverhalte da. Diese mussten in den Unterrichtsstunden nach Abschluss der Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* intensiviert werden.

Das Hauptanliegen der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) wurde erreicht, da die Schülerinnen und Schüler die Größen Länge, Masse, Zeit und Geld sicher schätzen, messen und ihre Einheiten (auch in Kommaschreibweise) umwandeln konnten.

Ebenso gelang es, die angestrebten Kompetenzen (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) zu verwirklichen. Inhaltsbezogene Kompetenzen zeigten sich während der Lerneinheit, da die Schülerinnen und Schüler

- die Ausgangsmaße der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld angeben konnten und die zugehörigen Maßeinheiten kannten.
- die Größen Länge, Masse, Zeit und Geld anhand von Alltagsgegenständen oder -situationen schätzen konnten.
- zu den Größen Länge, Masse und Zeit verschiedene Messinstrumente kennenlernten und diese an Alltagsgegenständen oder -situationen anwenden konnten.
- die gegebenen Größen Länge, Masse, Zeit und Geld in kleinere oder größere Einheiten umwandeln und somit Alltagsgegenstände oder -situationen hinsichtlich einer Größe vergleichen konnten.

Prozessbezogene Kompetenzen wurden während der Lerneinheit beobachtet, als die Schülerinnen und Schüler

- den Zusammenhang und die Regelmäßigkeiten der Maßeinheiten innerhalb der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld erkennen konnten.
- durch indirekte und direkte Vergleiche von Alltagsgegenständen oder -situationen einen sicheren Umgang beim Schätzen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld entwickelten und gedankliche Stützevorstellungen aufbauten.
- Messungen der Größen Länge, Masse und Zeit mithilfe von verschiedenen Messinstrumenten an Alltagsgegenständen oder -situationen durchführten.
- beim Umwandeln der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld in kleinere oder größere Einheiten deren Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge erkannten und verinnerlichten, dass Objekte hinsichtlich einer Größe nur innerhalb der gleichen Maßeinheit verglichen werden können.

- ihre Lösungen in Hinblick auf die Genauigkeit ihrer Schätzung oder Messung bzw. der Umwandlung der Einheit bewerten konnten.
- die Schätzung, Messung und Umwandlung der Einheit des Lernpartners oder der Lernpartnerin nachvollziehen und ihren eigenen Lösungsweg erklären konnten.
- ihre eigenen Lösungen mithilfe von Lösungskarten kontrollieren, Fehler erkennen und verbessern konnten.
- über ihre eigenen Schätzungen nachdenken und ihre zugehörigen Strategien beschreiben und verschriftlichen konnten.
- ihre geleistete Arbeit reflektieren und bewerten konnten.
- ihren eigenen Leistungszuwachs einschätzen und diesen begründen konnten.

### **Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“**

Die zweite Lerneinheit „Räumliche Figuren“ startete mit der Themenvorstellung. Das Thema ist bereits in Teilen aus der Grundschule bekannt und wurde mit Begeisterung und eifrigen Zwischenrufen aufgenommen.

Aufgrund der Beobachtungen und Begutachtung der Reflexionen der Pflichtstationen der ersten Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchener Tierpark“ entschied sich die Lehrkraft bereits vor Beginn des Lernangebotes „Räumliche Figuren“ zu einer didaktisch-methodischen Veränderung. Die Lehrerin teilte den Kindern mit, dass künftig nur am Ende des Themengebietes eine Gesamtreflexion durchgeführt würde. Um dennoch einen Anlass zur Reflexion während der Arbeitsphase zu schaffen, wurde der *MatheLernWelt*-Briefkasten (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) eingeführt, präsentiert und die zugehörigen Postkarten verteilt. Die Schülerinnen und Schüler verfolgten dies aufmerksam.

Hoch motiviert starteten die Lernenden in die Arbeitsphase und erkundeten bevorzugt die handlungsorientierten Stationen. Da diese erst nach den Pflichtstationen bearbeitet werden durften, begaben sich die Kinder zielstrebig an diese Stationen. Das Erstellen von Netzen von Würfel und Quader an Station 2 stellte sich als auffallend zeitintensiv heraus. Dennoch konzentriert sowie geduldig erstellten die Kinder die Netze auf dem Magnetbrett und übertrugen diese anhand der Papierquadrate auf ihr Arbeitsblatt. Die Station „Schrägbilder zeichnen“ wurde ebenso aufmerksam erarbeitet. Nach Beendigung der Pflichtstation wurden überwiegend die Jungen immer experimentierfreudiger, erfanden selbst neue Körper und versuchten bekannte Objekte, wie beispielsweise einen Fußball, zu formen. Sie erkannten, dass der Bau von komplexen Modellen nur in Teamarbeit gelingt, da die einzelnen Stäbe und Kugeln sonst wieder in sich zusammenfallen. Besonderen Eifer zeigten die Schülerinnen und Schüler an Station 5, beim Bauen, Besprühen und Zusammensetzen des Somawürfels

sowie bei selbst initiierten kameradschaftlichen Duellen, um sich zu messen, wer den Somawürfel schneller zusammensetzen könne.

Im Laufe der Arbeit in der Lernwerkstatt kam es nur zu geringen Beschädigungen des Materials. Lediglich die Stabkerze an Station 1 „Geometrische Körper“ wurde abgebrochen, sodass fortan eine kürzere Version zur Verfügung stand. Durch das wenig präzise Besprühen der Somateile an der Wahlstation 5 verbrauchten sich alle sieben Farben rasch. Um allen Lernenden die Möglichkeit zu gewährleisten, diese Station ausführen zu können, kaufte die Lehrkraft die Lacksprühdosen einmal nach. Entstandene Farbleckse auf dem Fußboden konnten mit Reinigungsmitteln entfernt werden.

Aufgrund des zeitlichen Bedarfs beim Erstellen von Netzen von Würfel und Quader an Station 2 wurden Überlegungen zu mathematikdidaktischen Optimierungen notwendig. Die Erkundung des Wechselbeziehung zwischen zwei- und dreidimensionalen Körperdarstellungen, das Verinnerlichen der Körpernetze sowie die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens rechtfertigten jedoch den gestiegenen Zeitaufwand. Das Zeichnen der Schrägbilder eines Würfels und Quaders in Station 3.1 als Wiederholung der Kenntnisse aus der Grundschule und Übung der Zeichenfertigkeit musste im anschließenden Klassenunterricht verfeinert werden. Weitere verpflichtende Übungen während der Arbeit in der Lernwerkstatt wären hier in Zukunft denkbar.

Das Hauptanliegen der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) wurde erreicht, da die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse über die geometrischen Körper vertieften und räumliches Vorstellungsvermögen aufbauten.

Ebenso gelang es, die angestrebten Kompetenzen (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) zu verwirklichen. Inhaltsbezogene Kompetenzen zeigten sich während der Lerneinheit, da die Schülerinnen und Schüler

- die geometrischen Körpergrundformen kannten und ihre Eigenschaften nennen konnten.
- geometrische Körper und Alltagsgegenständen hinsichtlich der Art des geometrischen Körpers identifizieren konnten.
- Netze von Würfel und Quader herstellen konnten.
- Netze von Würfel und Quader als solche erkennen konnten.
- Schrägbilder von Würfel und Quader zeichnen konnten.

Prozessbezogene Kompetenzen wurden während der Lerneinheit beobachtet, als die Schülerinnen und Schüler

- ihre Kenntnisse über geometrische Körper festigten und vertieften.
- geometrische Körper und Alltagsgegenständen hinsichtlich der Art des geometrischen Körpers (auch zusammengesetzte) untersuchen konnten.

- lernten, die Oberfläche von Würfel und Quader gedanklich abzuwickeln, um so die Netze herstellen und zeichnen zu können.
- trainierten, die Würfel- und Quadernetze gedanklich zu Körpern zu falten, um so die Netze als vollständig und richtig beurteilen zu können.
- das mathematische Zeichnen mit Bleistift und Geodreieck trainierten.
- das perspektivische Zeichnen übten.
- mithilfe eines Somawürfels Kopfgeometrie betrieben und damit ihr räumliches Vorstellungsvermögen schulten.

### **Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“**

Unter dem Thema der dritten Lerneinheit „Alles Zufall?!“ konnten sich die Kinder nur wenig vorstellen. Einige erzählten von Zufällen, die sie im Alltag erlebt hatten, wie das ungeplante Treffen eines Freundes im Urlaub. Die Lehrkraft führte deswegen beispielhaft in das neue Stoffgebiet ein.

Die Arbeitsphase verlief harmonisch, wobei sich die Stationen mit Zufallsgeräten und damit durchzuführenden Experimenten besonderer Beliebtheit erfreuten. Erstaunlicherweise stellte sich schnell der Trend ein, die Belohnungen unter den Partnern und Gruppenmitgliedern aufzuteilen.

Beschädigungen des Materials mussten lediglich an den Süßigkeitenautomaten festgestellt werden. Zwei davon mussten repariert werden, da die an die Schülerinnen und Schüler ausgeteilten Chips zu klein für den Automaten waren und den Drehmechanismus blockierten. Außerdem warfen Kinder unbeobachtet Geld in den Süßigkeitenautomaten, wohl um an den Inhalt zu gelangen.

Im Verlauf des Lernangebotes stellten die Lernenden vermehrt Fragen zu den Spielregeln an der Pflichtstation 5, die auf die Darstellungsform des Baumdiagrammes zurückzuführen waren. Eine mathematikdidaktische Optimierung ist diesbezüglich wünschenswert. Beispielsweise könnte auf zwei Würfel mit weniger als sechs Augenzahlen ausgewichen werden, sodass das zu zeichnende Baumdiagramm weniger komplex und damit die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten weniger vielfältig wären. Zudem könnten sich die Lernenden dadurch die Darstellungsform des Baumdiagrammes leichter erschließen. Eine erneute Besprechung des fachlichen Inhalts im Anschluss an die hier besprochene Lerneinheit erschien nicht erforderlich. Insgesamt betrachteten konzentrierten sich die Kinder während des gesamten Lernangebotes „Alles Zufall?!“ verstärkt auf die Durchführung der Experimente. Dies und die dabei gewonnenen Erkenntnisse sind ein wesentlicher Bestandteil des Hauptanliegens der Lerneinheit.

Das Hauptanliegen der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) wurde erreicht, da die Schülerinnen und Schüler einfache Laplace-Experimente und Zufallsversuche durchführen, erfassen und bewerten konnten.

Ebenso gelang es, die angestrebten Kompetenzen (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) zu verwirklichen. Inhaltsbezogene Kompetenzen zeigten sich während der Lerneinheit, da die Schülerinnen und Schüler

- wesentliche Eckpunkte im Leben des Mathematikers Pierre-Simon Laplace und sein Fachgebiet, die Wahrscheinlichkeitsrechnung, kennenlernten.
- die Begriffe „Zufallsversuch/ Experiment“, „Zufallsgerät“, „Ergebnis“ und „Ereignis“ kannten.
- wussten, dass bei einem Laplace-Experiment alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind.
- anhand von Zufallsgeräten aus dem Alltag ein-, zwei- und mehrstufige Zufallsversuche durchführten und die dabei gewonnenen Daten erfassen konnten.
- die in Zufallsversuchen gewonnenen Daten kritisch betrachteten und daraus erste Vermutungen anstellen konnten.
- das Baudiagramm als Darstellungsform kennenlernten.

Prozessbezogene Kompetenzen wurden während der Lerneinheit beobachtet, als die Schülerinnen und Schüler

- sich über den Beitrag von Pierre-Simon Laplace zur Wahrscheinlichkeitsrechnung informierten und dessen Ausmaß auf die Mathematik erahnten.
- vor der Durchführung einer Versuchsreihe anhand des Zufallsgerätes erste Vermutungen über die zu erwartenden Ergebnisse trafen.
- entschieden, ob es sich bei einem Zufallsversuch um ein Laplace-Experiment handelte.
- Zufallsversuche entsprechend der Anzahl ihrer Versuche nach einstufigen, zweistufigen oder mehrstufigen Zufallsversuch unterschieden konnten.
- sich das „Prinzip der großen Zahl“ bewusst machten: Umso mehr Zufallsversuche man durchführt, umso wahrscheinlicher kann man eine Aussage über bestimmte Geschehnisse treffen.
- das Baudiagramm als Hilfsmittel zum Abzählen der verschiedenen Möglichkeiten an Kombinationen erkannten.
- die Vermutungen des Lernpartners oder der Lernpartnerin nachvollzogen und ihre eigenen Lösungsgedanken erklären konnten.
- ihre eigenen Lösungen mithilfe von Lösungskarten kontrollierten, Fehler erkannten und verbessern konnten.
- über ihren eigenen Vermutungen nachdachten und ihre zugehörigen Strategien beschreiben und verschriftlichen konnten.
- ihre geleistete Arbeit reflektieren und bewerten konnten.

## 6.2 PRINZIPIEN FÜR EINEN „GUTEN“ MATHEMATIKUNTERRICHT (FZ 2)

Die unterrichtliche Realisierung der dargestellten Leitideen erfolgte unter Berücksichtigung der spezifischen methodischen Profilelemente des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* (siehe 4.2 Methodisches Profil, 152-162; 4.3 Lernangebot, 163-216). Dabei wurden an vielen Stellen und in vielfacher Weise die vorweg referierten Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht (siehe 1.1 Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht, 14-87) berücksichtigt und gefördert. Im Folgenden werden die von der Lehrerin im Unterricht beobachteten bzw. von ihr als Lehrmaßnahmen inszenierten einschlägigen Situationen und Anlässe stichpunktartig zusammengefasst.

### 6.2.1 Selbsttätigkeit

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip der Selbsttätigkeit (siehe 1.1.1 Selbsttätigkeit, 16-27) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Einführungsphase im Klassenverband zu Beginn jeder Lerneinheit durch

- das Verstehen und Behalten der *MatheLernWelt*-Regeln und des Rituals,
- das Einprägen der Symbole für die Sozialformen,
- das Erlernen der Zeichnungen für das Anforderungsniveau,
- das Erschließen der Symbole für die Bewertung der eigenen Leistung,
- das Anlegen des *MatheLernWelt*-Ordners,
- das Erschließen und Beschriften des Laufzettels.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- das Erkunden der Lernwerkstatt,
- das Zurechtfinden in der *MatheLernWelt*,
- die freie Wahl der gewünschten Sozialform Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit,
- das Abschätzen des angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages,
- die eigenständige Auswahl der inhaltlich vielfältigen Stationen,
- die Beschaffung des kopierten Arbeitsauftrages,
- die Suche nach einer Lernpartnerin bzw. einem Lernpartner nach Sachinteresse, spezifische Fähigkeiten oder sozialen Beziehungen,
- das Finden eines ausreichenden Arbeitsplatzes in der Lernwerkstatt,



- den zügigen Beginn der Arbeit an den Stationen,
- das Lesen des Arbeitsauftrages,
- die Besorgung der angegebenen benötigten Materialien,
- die individuelle Verantwortung für die Einhaltung der *MatheLernWelt*-Regeln,
- das leise Arbeiten und die Vermeidung von Streit,
- das Nutzen verschiedener Informationsquellen,
- das Einbringen eigener Ideen,
- das Beobachten der eigenen Arbeitswege und die der Lernpartnerinnen und -partner,
- das Anbieten von Hilfestellung für Mitschülerinnen und -schüler,
- das Formulieren von zielgerichteten Fragen an den richtigen Adressaten,
- die Möglichkeit, sich bei Fragen an die Mitschülerinnen und -schüler oder die Lehrkraft zu wenden,
- durch die Dokumentation der Lernwege und Ergebnisse,
- das Lösen der Aufgaben alleine, mit einer Partnerin bzw. einem Partner oder der Gruppe,
- die freie Einteilung der Bearbeitungszeiten der Arbeitsaufträge,
- die Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungskarten,
- die Verbesserung der entstandenen Fehler,
- die Selbsteinschätzung und Überprüfung des Anspruches an die eigene Leistung,
- den sorgsamen Umgang mit den Materialien,
- das Zurückbringen der Materialien an den richtigen Platz,
- die sachgemäße Führung des *MatheLernWelt*-Ordners,
- die Weiterführung des Laufzettels,
- das Nachdenken über das eigene Arbeits- und Lernverhalten,
- das Einschätzen von eigenen Schwächen und das Nutzen von individuellen Stärken,
- das selbstständige Setzen von individuellen Zielen,
- das Planen des weiteren Arbeits- und Zeitablaufes,
- das Entwickeln von Ausdauer und Interesse für das eigene Dazulernen,
- das eigenständige Beenden der Arbeit bei Ertönen des *MatheLernWelt*-Rituals,
- das lineare Wiederkehren der Ablauforganisation.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Erledigung der Hausaufgaben der zweiten und dritten Lerneinheit durch

- das Nachbereiten des in der Schule Geleisteten und Gelernten,
- das selbstständige Erschließen des Arbeitsauftrages,
- die Ausführung der Arbeitsanweisung,
- durch die Dokumentation der Ergebnisse,
- die sachgemäße Führung des *MatheLernWelt*-Ordners,

- die Weiterführung des Laufzettels,
- die Vorbereitung auf die nächste Unterrichtsstunde.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- die Konzentration auf den Lernprozess und seine Lösungswege,
- das Reflektieren des Arbeitsverhaltens und -verlaufes,
- das Bewusstmachen der Eigenverantwortung für das Lernen,
- das Nachdenken über den Einfluss auf die eigene soziale Anerkennung durch Hilfsbereitschaft, Kommunikationsfähigkeit, Teamfähigkeit und Toleranz.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) gefordert und wurde gefördert

an der Pflichtstation „Grundwissen“ durch

- die Erarbeitung des Grundwissens über die Ausgangsmaße und Maßeinheiten sowie deren Umrechnung der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld.

an den Pflichtstationen „Schätzen“ durch

- das Schätzen der vorhandenen und nicht vorhandenen Gegenstände.

an den Pflichtstationen „Messen“ durch

- das Messen der bereitgestellten Gegenstände mit den verschiedenen Messinstrumenten.

an den Pflichtstationen „Einheiten umwandeln“ durch

- den Vergleich zweier gegebenen Größen durch das Umwandeln einer Maßeinheit in eine gemeinsame Maßeinheit und das anschließende Vergleichen der Maßzahlen.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das Nachdenken über die eigenen Strategien beim Schätzen, die individuelle Arbeitsweise sowie über den Leistungszuwachs.

an der Wahlstation „Merkkasten“ durch

- das Verinnerlichen des Merkkastens zum Rechnen mit Größen.

an den Wahlstationen durch

- das Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren von Größen mit gleicher und verschiedener Maßeinheiten,
- das Ausfüllen der Stellenwerttafel um schließlich mit Größen und Komma zu rechnen,
- die Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungsbilder der Wahlstationen,
- die offenen Aufgabenstellungen für besonders schlaue Denker.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- das Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- das Erkunden der Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel nach ihrer Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie derer Form und Wölbung der Flächen,
- das Analysieren der vorliegenden Alltagsgegenstände nach deren Art des (zusammengesetzten) geometrischen Körpers,
- das Schreiben von mathematisch korrekten Sätzen zu den Eigenschaften von geometrischen Körpern.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader“ durch

- das Abwickeln der Flächen eines Würfels zu einem Würfelnetz auf dem Magnetbrett,
- das Nachbilden von unterschiedlichen Würfelnetzen mit Papierquadraten und Klebepunkten,
- das Erstellen einer Schachtel mit aufklappbarem Deckel durch das Zusammenkleben von durchsichtigen Plastikquadraten mit Klebepunkten,
- das Färben von gegenüberliegenden Flächen in einem Quadernetz bzw. von Rechteckseiten, die beim Falten zu einem Quader zusammentreffen.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- das Zeichnen des Schrägbildes eines Würfels und Quaders mit Grund- und Deckfläche sowie senkrechten und verdeckten Kanten auf kariertem Papier,
- das Zeichnen des Schrägbildes eines (aus der Vogelperspektive und zwei Seitenansichten) nachgebauten bzw. selbst erstellten geometrischen Körpers mit Grund- und Deckfläche sowie senkrechten und verdeckten Kanten auf kariertem Papier.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- das Zusammensetzen von Somateilen mithilfe der Ansicht aus der Vogelperspektive und das anschließende Zeichnen der Seitenansichten aus Norden, Osten, Süden und Westen,
- das Nachbauen von Figuren anhand der Teile eines Somawürfels,
- das Anfertigen eines Bauplanes eines vorgegebenen Würfelgebäudes sowie die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem (doppelt so großen) Quader oder Würfel.

an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- das Nachbauen der sieben einzelnen Teile eines vorliegenden Somawürfels mit Holzwürfeln und Holzleim und dem anschließenden selbstständigen Zusammensetzen des Somawürfels ohne Vorlage,

- das Färben der selbsterstellten Teile eines Somawürfels in sieben unterschiedlichen Farben mit Holz- oder Filzstiften bzw. Sprühdosen,
- das Nachdenken über das Zusammenbauen von größeren Würfeln durch Würfel mit der Kantenlänge 1 cm bzw. über das Zerteilen eines Quaders in Würfel mit größtmöglicher Kantenlänge.

Die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- das Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Aus der Geschichte“ durch

- das Lesen des Lebenslaufes von Piere-Simon Laplace und Markieren seines Geburtsortes und des Ortes, an dem er verstorben ist mithilfe des Atlas,
- das Lösen eines Schüttelrätsels, durch das Ordnen der Buchstaben einzelner Wörter in die richtige Reihenfolge, sodass die Geschichte des Lebens von Pierre-Simon Laplace zu lesen ist,
- das Ordnen von Textabschnitten in die richtige chronologische Reihenfolge, sodass die Geschichte des Lebens von Euklid von Alexandria zu lesen und sein Bild auf der Rückseite zu sehen ist.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- das Einprägen des Wissens aus dem Merkkasten mit den Fachbegriffen „Zufallsversuche“, „Experimente“, „Zufallsgeräte“, „Ergebnis“ und „Ereignis“ sowie deren Erklärungen,
- das Durchführen von Laplace-Experimenten mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen und das Eintragen der Augenzahlen auf dem entsprechenden Plakat unter Verwendung des Prinzips der Stichliste,
- das Anstellen von Vermutungen aufgrund von Strichlisten über gewürfelte Augenzahlen mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen,
- das Betrachten eines Kreisels mit Farbfeldern und das Vermuten, ob es sich beim Drehen des Zufallsgerätes um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Durchführen eines Zufallsversuches mithilfe eines Kreisels mit Farbfeldern sowie das Notieren und Auswerten der Ergebnisse, ob es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Erlernen und Vorführen eines Zaubertricks zum schnelleren Bestimmen des Ergebnisses mit fünf Zauberwürfeln, deren Augenzahlen nach dem Werfen addiert werden müssen.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- das Einprägen des Wissens aus dem Merkkasten mit den Fachbegriffen „einstufiger, zweistufiger und mehrstufiger Zufallsversuch“ sowie deren Erklärungen und dem „Prinzip der großen Zahl“,
- das Anstellen von (vorformulierten) Vermutungen sowie Durchführen und Protokollieren eines zweistufigen Zufallsversuches mithilfe eines Süßigkeitenautomaten mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben sowie das Reflektieren des Zufallsversuches,
- das mehrfache Ausführen von zweistufigen Zufallsversuchen mithilfe von zwei Spielwürfeln, um Gewinnerin bzw. Gewinner des Spieles „Würfel-Bingo“, mit dem Spielfeld aus den 6x6-Kombinationen der Augenzahlen, zu werden,
- das Schreiben eines Märchens, einer Fabel oder eines Krimis, in dem die Wörter des zuvor durchgeführten zweistufigen Zufallsversuches mithilfe von zwei Würfeln mit je sechs unterschiedlichen Wörtern vorkommen.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- das Anstellen einer Vermutung sowie Durchführen und Protokollieren mithilfe einer Strichliste eines 10-stufigen Zufallsversuches durch einen gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfel sowie das abschließende Reflektieren des Zufallsversuches,
- das Anstellen einer Vermutung sowie Durchführen und Protokollieren mithilfe einer Strichliste eines 25-stufigen Zufallsversuches durch eine Hüpfsmiley mit einer gewölbten und flachen Seite sowie das abschließende Reflektieren, ob es sich bei diesem Zufallsversuch um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Durchführen und Protokollieren der Ergebnisse eines 7-stufigen Zufallsversuches mithilfe von Losen mit Nieten und Gewinnen sowie das anschließende Anstellen von vorformulierten Vermutungen über das Verhältnis von Nieten und Gewinnen.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- das Erschließen der Erklärung eines „Baumdiagrammes“ als Darstellungsform für das Ablesen und Abzählen von verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten,
- das Ausführen des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, bei dem versucht wird mit zwei Würfeln von Würfeln mit unterschiedlichen Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie dem Abschätzen vorab, welche Würfel „günstig“ für das Gewinnen sind mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes,
- das Ausführend des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, bei dem versucht wird mit zwei Würfeln von Würfeln mit selbst erstellten Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie dem Abschätzen vorab, welche Würfel erfunden werden müssen, um das Spiel zu gewinnen mithilfe eines Baumdiagrammes.

## 6.2.2 Differenzierung und Individualisierung

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip der Differenzierung und Individualisierung (siehe 1.1.2 Differenzierung und Individualisierung, 28-39) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren gegeben bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- die Auswahl der Stationen nach inhaltlichen Interessen oder individuellen Fähigkeiten,
- die Wahl der Lernpartnerinnen und -partner nach sozialen Aspekten,
- die Suche nach dem gewünschten Arbeitsplatz in der Lernwerkstatt,
- die Zusammensetzung der Lernpaare und -gruppen aus Schülerinnen und Schülern mit homogenen und heterogenen Lernvoraussetzungen,
- das individuelle Tempo mit dem die Kinder an den Arbeitsaufträgen arbeiteten,
- die Möglichkeit eigenen Arbeits- und Lösungswege zu nutzen,
- die Lösung der Arbeitsaufträge allein oder in Kooperation mit einer Partnerin oder einem Partner bzw. der Gruppe,
- die Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungskarten und damit das Entdecken der persönlich entstandenen Fehler,
- die Lösung von spezifischen Problemen der Schülerinnen und Schüler mithilfe der Lehrkraft,
- die Selbsteinschätzung und Überprüfung des Anspruches an die eigene Leistung,
- die Führung des persönlichen *MatheLernWelt*-Ordners,
- das Entstehen des persönlichen Laufzettels,
- das Nachdenken über das eigene Arbeits- und Lernverhalten,
- das Erkennen von eigenen Schwächen und das Nutzen von individuellen Stärken,
- das Setzen von individuellen Zielen,
- das Planen des persönlichen Arbeits- und Zeitablaufes,
- das Entwickeln von Interesse für das eigene Dazulernen.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren gegeben bei der Erledigung der Hausaufgaben der zweiten und dritten Lerneinheit durch

- das Nachbereiten des in der Schule selbst Geleisteten und Gelernten,
- das individuelle Tempo mit dem die Kinder an den Arbeitsaufträgen arbeiteten,
- die Möglichkeit eigenen Arbeits- und Lösungswege zu nutzen,
- die Führung des persönlichen *MatheLernWelt*-Ordners,
- das Entstehen des persönlichen Laufzettels,
- die Vorbereitung auf die nächste Unterrichtsstunde.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren gegeben bei der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- die Konzentration auf den individuellen Lernprozess und seine Lösungswege,
- das Reflektieren des eigenen Arbeitsverhaltens und -verlaufes,
- das Bewusstmachen der Verantwortung für das persönliche Lernen,
- das Nachdenken über die eigene soziale Stellung innerhalb der Klassengemeinschaft.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) gegeben

durchwegs durch

- die Bereitstellung von Pflichtstationen mit geringem und mittlerem Anspruchsniveau insbesondere für die leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler,
- die Bereitstellung von Wahlstationen mit mittlerem und hohem Anspruchsniveau insbesondere für die leistungsstärkeren Lernenden,
- die Kennzeichnung des Anforderungsniveaus der Aufgaben in geringer, mittlerer oder hoher Anspruch durch die entsprechenden Symbole.

an den Pflichtstationen „Schätzen“ der Größen „Länge“, „Masse“, „Zeit“ und „Geld“ durch

- das Nutzen von individuellen Strategien zum Schätzen der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld wie dem Vergleichen mit der Länge der eigenen Hände, der Körpergröße, dem eigenen Gewicht, gebräuchlichen Zeitspannen, vorhandenen Gegenständen oder bekannten Größen.

an den Pflichtstationen „Messen“ der Größen „Länge“, „Masse“ und „Zeit“ durch

- das Messen der Längen mit dem Lineal, Geodreieck bzw. dem Maßband,
- das Messen der Masse mit der Balkenwaage bzw. der digitalen Waage,
- das Messen der Zeit mit der analogen bzw. digitalen Stoppuhr.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das Nachdenken über die eigenen Strategien beim Schätzen, die individuelle Arbeitsweise sowie über den Leistungszuwachs.

an den Wahlstationen durch

- das Verbessern der Stationen „Rechnen mit Größen“ mithilfe der Lösungsquadrate bzw. durch die gegebenenfalls nötige Zuhilfenahme der Lösungskarten,
- das Lösen der weiteren Aufgaben der Stationen „Mit Größen und Komma rechnen“ ohne oder unter Berücksichtigung der Stellenwerttafel,
- das Verbessern der Stationen „Mit Größen und Komma rechnen“ mithilfe der Lösungsquadrate bzw. durch die gegebenenfalls nötige Zuhilfenahme der Lösungskarten,

- das Weiterführen des Gelernten auf individuellen Lernwegen an den Stationen „Für besonders schlaue Denker“ bei der Bearbeitung von Fermi-Fragen.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) gegeben

durchwegs durch

- die Bereitstellung von Pflichtaufgaben, die als Grundwissen dienen sowie von stark handlungsorientierten bzw. kognitiven Aufgaben, je nach Interesse der Schülerinnen und Schüler,
- die Kennzeichnung der Art der Aufgaben als verstärkt handlungsorientiert bzw. kognitiv durch die entsprechenden Symbole,
- das Formulieren von eigenen Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- das individuelle Tempo beim Abtasten und Erkunden der Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader“ durch

- das Finden der sechs von elf möglichen Würfelnetzen durch das Abwickeln der Flächen eines Würfels auf dem Magnetbrett,
- das Nachbilden der zuvor selbst gefundenen Würfelnetze mit Papierquadraten und Klebepunkten,
- das Herstellen einer Schachtel mit aufklappbarem Deckel ohne oder mithilfe eines Modells zur Anschauung bzw. eines Holzwürfels als „Füllung“.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- das Zeichnen des Schrägbildes eines selbst erfundenen und erstellten geometrischen Körpers mit Grund- und Deckfläche sowie senkrechten und verdeckten Kanten auf kariertem Papier,
- das Verbessern des Schrägbildes eines geometrischen Körpers, den die Lernpartnerin bzw. der Lernpartner selbst erfunden, erstellt und auf kariertem Papier gezeichnet hat.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- das Zusammensetzen von Somateilen mithilfe der Ansicht aus der Vogelperspektive mithilfe von individuellen Strategien unter freier Zeiteinteilung,
- das erneute Zusammensetzen von Somateilen mithilfe einer weiteren Ansicht aus der Vogelperspektive für besonders schnelle Schülerinnen und Schüler.



an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- das Nachbauen von Figuren anhand der Teile eines Somawürfels unter Berücksichtigung eigener entwickelter Strategien und individueller Zeitgestaltung,
- das Erleben der eigenen Fingerfertigkeit und des Geschicks beim Nachbauen der sieben Teile eines Somawürfels mit Holzwürfeln und Holzleim,
- das Erlernen und Aneignen einer persönlichen Taktik zum Zusammensetzen der sieben Somateile zu einem Würfel,
- das Färben der Teile eines Somawürfels in sieben Farben wahlweise mithilfe von Holz- oder Filzstiften bzw. Sprühdosen und das Erleben der eigenen Fertigkeit dabei.

Die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) gegeben

durchwegs durch

- die Bereitstellung von Wahlstationen mit geringem Anspruchsniveau insbesondere für die leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler und hohem Anspruchsniveau für die leistungsstärkeren Lernenden,
- die Kennzeichnung des Anforderungsniveaus der Aufgaben in geringer oder hoher Anspruch durch die entsprechenden Symbole,
- das Formulieren von eigenen Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- das Durchführen von Laplace-Experimenten mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen und das Eintragen der eigenen Ergebnisse auf dem entsprechenden Plakat,
- das Anstellen und Notieren der persönlichen Vermutungen aufgrund von Strichlisten über gewürfelte Augenzahlen mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen,
- das Betrachten eines Kreisels mit Farbfeldern und das eigene Vermuten, ob es sich beim Drehen des Zufallsgerätes um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Durchführen eines Zufallsversuches mithilfe eines Kreisels mit Farbfeldern sowie das Notieren und Auswerten der individuellen Ergebnisse,
- das Erlernen der eigenen Fähigkeiten und des eigenen Anspruches beim Vorführen eines Zaubertricks mit fünf Zauberwürfeln.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- das Anstellen von persönlichen Vermutungen sowie Durchführen und Protokollieren eines zweistufigen Zufallsversuches mithilfe eines Süßigkeitenautomaten sowie das abschließende Reflektieren der eigenen Arbeit und Ergebnisse,

- das mehrfache Ausführen von zweistufigen Zufallsversuchen mithilfe von zwei Spielwürfeln des Spieles „Würfel-Bingo“, das Entstehen der individuellen Spielfelder und das Beenden der Station als verdiente Gewinnerin bzw. verdienter Gewinner oder faire Verliererin bzw. fairer Verlierer,
- das Schreiben eines selbst erfundenen Märchens, einer Fabel oder eines Krimis unter freier Zeiteinteilung, in dem die Wörter des zuvor durchgeführten zweistufigen Zufallsversuches mithilfe von zwei Würfeln vorkommen.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- das Anstellen von persönlichen Vermutungen sowie Durchführen und Protokollieren eines 10-stufigen Zufallsversuches mithilfe eines gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfels sowie das abschließende Reflektieren der Ergebnisse,
- das Anstellen eigener Vermutungen sowie Durchführen und Protokollieren eines 25-stufigen Zufallsversuches mithilfe eines Hüpfsmileys sowie das abschließende Reflektieren der Ergebnisse,
- das Durchführen und Protokollieren der Ergebnisse eines 7-stufigen Zufallsversuches mithilfe von Losen mit Nieten und Gewinnen sowie das anschließende Anstellen von vorformulierten Vermutungen über das Verhältnis von Nieten und Gewinnen in der Lostrommel.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- das Aussuchen zweier geeigneter Würfel und das Zeichnen des entsprechenden teils vorgefertigten Baumdiagrammes, um das Spiel „Meister der Würfeltechnik“ strategisch klug anzugehen sowie das Beenden der Station als verdiente Gewinnerin bzw. verdienter Gewinner oder faire Verliererin bzw. fairer Verlierer,
- das Erfinden zweier geeigneter Würfel und das Zeichnen des entsprechenden Baumdiagrammes um das Spiel „Meister der Würfeltechnik“ strategisch klug anzugehen sowie das Beenden der Station als verdiente Gewinnerin bzw. verdienter Gewinner oder faire Verliererin bzw. fairer Verlierer.

### 6.2.3 Kooperatives Lernen

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip des kooperativen Lernens (siehe 1.1.3 Kooperatives Lernen, 39-52) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Einführungsphase im Klassenverband zu Beginn jeder Lerneinheit durch

- die Vorstellung und Verinnerlichung der gemeinsam erarbeiteten und akzeptierten *MatheLernWelt*-Regeln und des -Rituals,
- das Einprägen der Symbole für die Sozialformen.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- das Zusammenfinden in die geeignete Sozialform Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit,
- das Abschätzen des für die Partnerinnen bzw. Partner oder Gruppe angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages,
- die Auswahl der Stationen nach gemeinsamen inhaltlichen Interessen oder Fähigkeiten,
- die Suche nach dem gewünschten, ausreichenden Arbeitsplatz in der Lernwerkstatt,
- den gemeinschaftlich zügigen Beginn der Arbeit an den Stationen,
- das Vorlesen des Arbeitsauftrages,
- die arbeitsteilige Besorgung der angegebenen benötigten Materialien,
- die gemeinsame Verantwortung für die Einhaltung der *MatheLernWelt*-Regeln,
- das Zuhören, leise Arbeiten und die Vermeidung von Streit im Sinne einer unterstützenden Interaktion um eine angenehme Arbeitsatmosphäre zu gewährleisten,
- das Verbalisieren der Arbeitsschritte und Lösungen, um sie sich bewusst zu machen und selbst zur Lehrenden bzw. zum Lehrenden zu werden,
- den gegenseitigen Austausch von Erfahrungen und das Einbringen eigener Ideen um individuelle Verantwortung zu übernehmen und als Gemeinschaft weiterzukommen,
- das Beobachten der eigenen Arbeitswege und die der Lernpartnerinnen bzw. -partner um kollektive Ziele zu erreichen,
- das Anbieten von Hilfestellung für Mitschülerinnen und -schüler und damit das Erleben von positiven Abhängigkeiten,
- die zielstrebige Zusammenarbeit mit den Lernpartnerinnen und -partnern um sich herauszufordern und zu vergleichen,
- das Lösen der Aufgaben mit einer Partnerin bzw. einem Partner oder in der Gruppe um als Gemeinschaft erfolgreich zu sein,
- die gemeinschaftliche Einteilung der Bearbeitungszeiten der Arbeitsaufträge,

- die Selbstkontrolle der Partner- oder Gruppenergebnisse durch die Lösungskarten,
- die Verbesserung der in der Partner- oder Gruppenarbeit entstandenen Fehler,
- die Selbsteinschätzung und Überprüfung des Anspruches an die gemeinsam erzielte Leistung,
- den kollektiven sorgsamen Umgang und Austausch der Materialien,
- das arbeitsteilige Zurückbringen der Materialien an den richtigen Platz,
- das Nachdenken über das gemeinschaftliche Arbeits- und Lernverhalten in der Partner- oder Gruppenarbeit um eine Rollentypisierung einzelner Schülerinnen und Schüler zu vermeiden und eine fachliche Verbesserung zu erzielen,
- das Erkennen von individuellen Schwächen bzw. Stärken, um diese sinnvoll in der Gemeinschaft zu komprimieren bzw. einzubringen,
- das gemeinsame Setzen von Zielen,
- das Planen des möglicherweise weiteren gemeinsamen Arbeits- und Zeitablaufes,
- das kollektive Beenden der Arbeit bei Ertönen des *MatheLernWelt*-Rituals.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- die Konzentration auf den gemeinsamen Lernprozess und seine Lösungswege,
- das Reflektieren des eigenen Arbeitsverhaltens und -verlaufes und das der Lernpartnerinnen und -partner um fachliche, methodische, soziale und personelle Kompetenzen aufzubauen und die Ausgrenzung von einzelnen Schülerinnen und Schülern zu vermeiden,
- das Bewusstmachen der Verantwortung für das gemeinschaftliche Lernen,
- die Reflexion der erfolgreichen Zusammenarbeit um sich gegenseitig Respekt zu erweisen und zu schätzen,
- das Nachdenken über die individuelle soziale Stellung innerhalb der Klassengemeinschaft durch die eigene gezeigte Hilfsbereitschaft, Kommunikationsfähigkeit, Teamfähigkeit und Toleranz.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) gefordert und wurde gefördert

an der Pflichtstation „Grundwissen“ durch

- die gemeinsame Erarbeitung des Grundwissens über die Ausgangsmaße und Maßeinheiten sowie deren Umrechnung der Größen Länge, Masse, Zeit und Geld.

an den Pflichtstationen „Schätzen“ der Größen „Länge“, „Masse“, „Zeit“ und „Geld“ durch

- das Einbringen von Erfahrungen und Annähern der gegenseitigen Vermutungen beim Schätzen der Gegenstände.

an den Pflichtstationen „Messen“ der Größen „Länge“, „Masse“ und „Zeit“ durch

- die beiderseitige Hilfestellung beim Messen der Gegenstände mit den verschiedenen Messinstrumenten.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das kritische und konstruktive Nachdenken über die gemeinsamen Strategien beim Schätzen, die Arbeitsweise sowie über den Leistungszuwachs.

an der Wahlstation „Merkkasten“ durch

- das Erlernen des Merkkastens zum Rechnen mit Größen in Partnerarbeit.

an den Wahlstationen durch

- das Legen der Lösungsquadrate zusammen mit der Partnerin bzw. dem Partner zur Selbstkontrolle der Ergebnisse der Wahlstationen bzw. durch die gegebenenfalls nötige Zuhilfenahme der Lösungskarten,
- das Weiterführen des Gelernten auf individuellen Lernwegen an den Stationen „Für besonders schlaue Denker“ bei der Bearbeitung von Fermi-Fragen.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- das gemeinsame Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf den Postkarten des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- das gemeinschaftliche Erkunden der Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel nach ihrer Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie derer Form und Wölbung der Flächen,
- das Diskutieren der vorliegenden Alltagsgegenstände nach deren Art des (zusammengesetzten) geometrischen Körpers,
- das Formulieren von mathematisch korrekten Sätzen zu den Eigenschaften von geometrischen Körpern und deren gegenseitige Korrektur.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader durch

- das partnerschaftliche Entdecken von unterschiedlichen Würfelnetzen auf dem Magnetbrett und das Nachbilden mit Papierquadraten,
- die gegenseitige Hilfestellung beim Zusammenkleben einer Schachtel mit aufklappbarem Deckel.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- das handwerklich geschickte Zusammenbauen eines Würfels und Quaders aus Magnetkugeln und -stäben bzw. Holzwürfeln in Partnerarbeit.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- das gemeinschaftliche Zusammensetzen von Somateilen mithilfe der Ansicht aus der Vogelperspektive und das anschließende Zeichnen der Seitenansichten aus Norden, Osten, Süden und Westen,
- das gemeinsame Nachbauen von Figuren anhand der Teile eines Somawürfels.

an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- das handwerklich geschickte Nachbauen der sieben einzelnen Teile eines vorliegenden Somawürfels mit Holzwürfeln und Holzleim und dem anschließenden eigenständigen Zusammensetzen des Somawürfels ohne Vorlage,
- das Färben der selbsterstellten Teile eines Somawürfels in sieben unterschiedlichen Farben mit Holz- oder Filzstiften bzw. Sprühdosen.

Das kooperative Lernen der Schülerinnen und Schüler war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- das gemeinsame Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf den Postkarten des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Aus der Geschichte“ durch

- das Vorlesen des Lebenslaufes von Piere-Simon Laplace und die Suche seines Geburtsortes und des Ortes, an dem er verstorben ist mithilfe des Atlas,
- das gemeinsame Lösen eines Schüttelrätsels, durch das Ordnen der Buchstaben einzelner Wörter in die richtige Reihenfolge, sodass die Geschichte des Lebens von Pierre-Simon Laplace zu lesen ist,
- die Absprache beim Ordnen von Textabschnitten in die richtige chronologische Reihenfolge, sodass die Geschichte des Lebens von Euklid von Alexandria zu lesen und sein Bild auf der Rückseite zu sehen ist.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- das Eintragen der eigenen Ergebnisse eines Laplace-Experimenten mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen auf dem Plakat aller Lernenden,
- das Betrachten eines Kreisels mit Farbfeldern mit dem Partner und das Vermuten, ob es sich beim Drehen des Zufallsgerätes um ein Laplace-Experiment handelt,
- das gemeinschaftliche Durchführen eines Zufallsversuches mithilfe eines Kreisels mit Farbfeldern sowie das Notieren und Auswerten der Ergebnisse, ob es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Vorführen und Erleben eines Zaubertricks zum schnelleren Bestimmen des Ergebnisses mit fünf Zauberwürfeln, deren Augenzahlen nach dem Werfen addiert werden müssen.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- das gemeinsame Einprägen des Wissens aus dem Merkkasten mit den Fachbegriffen „einstufiger, zweistufiger und mehrstufiger Zufallsversuch“ sowie deren Erklärungen und dem „Prinzip der großen Zahl“,
- das Anstellen von (vorformulierten) Vermutungen im Team sowie das Durchführen und Protokollieren eines zweistufigen Zufallsversuches mithilfe eines Süßigkeitenautomaten mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben sowie das abschließende Reflektieren des Zufallsversuches zusammen mit dem Partner oder der Partnerin,
- das mehrfache Ausführen von zweistufigen Zufallsversuchen mithilfe von zwei Spielwürfeln um so verdiente Gewinnerin bzw. verdienter Gewinner oder faire Verliererin bzw. fairer Verlierer des Spieles „Würfel-Bingo“ zu werden.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- das Eintragen der eigenen Ergebnisse eines mehrstufigen Zufallsversuches mit einem gezinkten Würfel auf dem Plakat aller Lernenden,
- das Anstellen einer Vermutung im Team sowie das Durchführen und Protokollieren eines 25-stufigen Zufallsversuches mithilfe eines Hüpfsmileys sowie das abschließende gemeinschaftliche Reflektieren, ob es sich bei diesem Zufallsversuch um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Durchführen und Protokollieren der einzelnen Ergebnisse der Gruppenmitglieder eines Zufallsversuches mithilfe von Losen mit Nieten und Gewinnen sowie das anschließende Diskutieren von vorformulierten Vermutungen über das Verhältnis von Nieten und Gewinnen in der Lostrommel.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- das Erschließen der Erklärung eines „Baumdiagrammes“ als Darstellungsform für das Ablesen und Abzählen von verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten in der Gruppe,
- das Durchführen des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, bei dem versucht wird mit zwei Würfeln von Würfeln mit unterschiedlichen Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie der anschließenden Diskussion über das Abschätzen, welche Würfel „günstig“ für das Gewinnen sind,
- das Ausführen des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, bei dem versucht wird mit zwei Würfeln von Würfeln mit selbst erstellten Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie der anschließenden Diskussion, welche Würfel erfunden werden müssen, um das Spiel zu gewinnen.

## 6.2.4 Veranschaulichung und Materialbezug

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip der Veranschaulichung und des Materialbezuges (siehe 1.1.4 Veranschaulichung und Materialbezug, 53-63) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet.

Veranschaulichung und Materialbezug waren gegeben bei der Einführungsphase im Klassenverband zu Beginn jeder Lerneinheit durch

- die Vorstellung der Symbole der Sozialformen Einzel-, Partner oder Gruppenarbeit, die die Anzahl der Gruppenmitglieder durch Spielfiguren verdeutlichen,
- die Einführung des nach unten, seitlich oder oben gestreckten Daumens als Symbol für die Bewertung der eigenen Leistung als „Das kann ich besser.“, „Damit bin ich zufrieden.“ oder „Das habe ich gut gemacht!“.

Veranschaulichung und Materialbezug waren gegeben bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- die räumliche Einteilung der Lernwerkstatt in den Informationsbereich sowie die einzelnen Stationen und Arbeitsbereiche,
- die Aufbewahrung der Materialien einer Station in einzelnen Regalen und Boxen,
- den wiederkehrende Struktur der Bereiche sowie die identische Anordnung der Arbeitsmittel und Materialien der *MatheLernWelt*,
- die Nummerierung und einfach ersichtliche Beschriftung der jeweiligen Stationen,
- die Visualisierung der einzelnen Sozialformen Einzel-, Partner oder Gruppenarbeit, durch gezeichnete Spielfiguren, die die Anzahl der Gruppenmitglieder verdeutlichen,
- die gleichbleibende Struktur des Laufzettels, der Arbeitsaufträge, Selbsteinschätzungen, Lösungskarten und Reflexionen, die nach einer einmaligen Einarbeitung Wiedererkennungswert haben und die Kinder in gewohnter Weise lernen lassen,
- das Ausfüllen der Tabelle des Laufzettels, das im Laufe einer Lerneinheit den Schülerinnen und Schülern ihre zunehmenden Arbeitsleistung vor Augen führt,
- die vorgegebene Gestaltung des *MatheLernWelt*-Ordners zur Organisation der bearbeiteten Arbeitsaufträge.

Veranschaulichung und Materialbezug waren gegeben bei der Erledigung der Hausaufgaben der zweiten und dritten Lerneinheit sowie der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- die gleichbleibende Struktur des Laufzettels und der Arbeitsaufträge, die nach einer einmaligen Einarbeitung Wiedererkennungswert haben und die Kinder in gewohnter Weise lernen lassen,
- die vorgegebene Gestaltung des *MatheLernWelt*-Ordners zur Organisation der bearbeiteten Arbeitsaufträge,



- das Ankreuzen des nach unten, seitlich oder oben gestreckten Daumens als Symbol für die Bewertung der eigenen Leistung als „Das kann ich besser.“, „Damit bin ich zufrieden.“ oder „Das habe ich gut gemacht!“.

Veranschaulichung und Materialbezug waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) gegeben

durchwegs durch

- die symbolische Darstellung des Anforderungsniveaus der Aufgaben durch den Vergleich des Anspruches mit dem Fahrradfahren bei geringer, mittlerer oder hoher Steigung, nach der die Schülerinnen und Schüler unter anderem ihre Arbeitsaufträge wählen.

an der Pflichtstation „Grundwissen“ durch

- das auf das Wesentliche reduzierte und strukturiert dargestellte Grundwissen über die Ausgangsmaße und Maßeinheiten sowie deren Umrechnung.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Länge“ durch

- die Gegenstände aus dem Münchner Tierpark in Form eines Holzstabes, Gartenschlauches, Apfels, einer Karotte und von verschiedenfarbigen Seile, um die Länge der Gegenstände schätzen, zu messen und sie gegeneinander zu vergleichen,
- das blaue Seil mit der Länge 1 Meter, um das Ausgangsmaß zu veranschaulichen und den Lernenden die Möglichkeit zu geben, es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,
- den Lageplan des Münchener Tierparks und der Landkarte als Veranschauligungsmittel, um die Entfernung zwischen dem Urwaldhaus und der Polarwelt bzw. der Schule und dem Tierpark zu schätzen,
- das bereitgestellte Lineal und das Maßband mit 1m Länge als Messinstrumente für die Länge.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Masse“ durch

- die Beutel mit Sand, Kiesel und Steinchen sowie die Baumrinde und das Fischfutter, um die Masse der Gegenstände zu schätzen, zu messen und sie gegeneinander zu vergleichen,
- den großen Beutel mit Steinchen mit der Masse 1 Kilogramm, um das Ausgangsmaß zu veranschaulichen und den Lernenden die Möglichkeit zu geben, es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,
- die Fotos aus dem Münchner Tierpark mit verschiedenen Fischen und einem Aquarium, um die Masse der Tiere und des Aquariums zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen,
- die bereitgestellte Balkenwaage und digitale Waage als Messinstrumente für die Masse.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Zeit“ durch

- die Sanduhren, um die Durchlaufzeit des Sandes zu schätzen, zu messen und diese gegeneinander zu vergleichen,
- die Busfahrt von der Schule nach Hellabrunn über 1 Stunde, um das Ausgangsmaß zu veranschaulichen und den Lernenden die Möglichkeit zu geben, es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,
- den Lageplan des Münchener Tierparks, die Landkarte, den Flyer des Münchner Tierparks und den Zeitungsartikel, um die Zeit für den Fußweg zwischen dem Urwaldhaus und der Polarwelt, die Busfahrt von der Schule nach Hellabrunn, eine Führung durch den Tierpark, die Brutzeit der Pinguine bzw. den Umbau des Elefantenhauses zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen,
- die bereitgestellte analoge und digitale Stoppuhr als Messinstrumente für die Zeit.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Geld“ durch

- die Beutel mit 1, 10 oder 50 Cent- bzw. 1 Euro-Münzen und die Spendendose, um den Wert der Beträge zu schätzen und diese gegeneinander zu vergleichen,
- das Foto des Wechselgeldes und den Flyer des Münchner Tierparks, um den Wert des Betrages und die Preise zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das Ankreuzen des der Symbole für die Bewertung der eigenen Leistung.

an der Wahlstation „Merkkasten“ durch

- den auf das Wesentliche reduzierte und strukturiert dargestellten Merkkasten über das Rechnen mit Größen.

an den Wahlstationen durch

- die Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungsquadrate der Wahlstationen, die die Schülerinnen und Schüler motivieren soll, die richtige Lösung bzw. Zusammensetzung zu erarbeiten, um ein Bild aus dem Münchner Tierpark zu sehen,
- die Verwendung der Stellenwerttafel als Veranschaulichungsmittel, um Größen mit und ohne Komma angeben zu können und um mit Größen und Komma zu rechnen,
- das Bild eines Apfels und dem Modell einer Birne und einer Kirsche, deren Größenverhältnisse offensichtlich nicht in passender Relation stehen.

Veranschaulichung und Materialbezug waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) gegeben

durchwegs durch

- die symbolische Darstellung der Art der Aufgaben durch zwei Hände für die handlungsorientierten Stationen bzw. einem Buch für die schriftlichen Arbeiten, nach der die Schülerinnen und Schüler unter anderem ihre Arbeitsaufträge wählen,
- den handelsüblichen Briefkasten und seine Beschriftung „*MatheLernWelt*-Briefkasten“, der die Schülerinnen und Schüler durch seine bloße Präsenz an die Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte erinnert und ihnen eine Möglichkeit zum Einwerfen der Postkarten bietet.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- die Modelle der geometrischen Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, um die Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie deren Form und Wölbung der Flächen darzustellen und zu bestimmen,
- die Kerze, Schokoladenverpackung, Taschentuchbox, Glühbirne, Fischdose, Farbtube, das „Fang den Ball“ - Spiel, Deodorant, Parfüm, den Bilderrahmen und Teebeutel als Alltagsgegenstände, um deren Art des (zusammengesetzten) geometrischen Körpers zu ermitteln,
- die Modelle der geometrischen Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, um sie zu betrachten und mathematisch korrekte Sätzen mit ihren Eigenschaften zu formulieren.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader“ durch

- den Würfel mit sechs Magnetflächen, dessen gegenüberliegende Flächen paarweise gleichfarbig sind, um diese auf einem Magnetbrett abzuwickeln und damit die verschiedenen Würfelnetze zu erforschen,
- die in drei verschiedenen Farben zur Verfügung gestellten Papierquadrate sowie die Klebepunkte, um das Nachbilden der Würfelnetze auf das Wesentliche, die Anordnung der Flächen, zu reduzieren,
- die durchsichtigen Plastikquadrate und die Klebepunkte, um ein Würfelnetz nachzubauen und somit eine Schachtel mit aufklappbarem Deckel zu erstellen,
- den Würfel mit sechs Magnetflächen, dessen gegenüberliegende Flächen paarweise gleichfarbig sind, um die gegenüberliegenden Flächen bzw. Seiten eines Netzes, die beim Falten zusammentreffen, nachzuvollziehen.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- die schematische Darstellung des Zeichnens eines Schrägbildes eines Würfels in drei Schritten, um die Vorgehensweise gleichsam wie die Grund- und Deckfläche sowie die senkrechten und verdeckten Kanten zu verdeutlichen,
- die magnetischen roten Stäbe, mit denen und den Kugeln die Grund- und Deckfläche eines Würfels bzw. Quaders erstellt sowie die magnetischen gelben Stäbe, mit denen die senkrechten Kanten dargestellt werden, um mithilfe des entstandenen Körpers sein Schrägbild zu zeichnen,
- die Holzwürfel, um damit einen geometrischen Körper nachzubauen mit dessen Hilfe sein Schrägbild zu zeichnen,
- die Holzwürfel, um aus der Vogelperspektive und zwei Seitenansichten einen Körper nachzubauen und mit dessen Hilfe sein Schrägbild zu zeichnen,
- die Holzwürfel, um aus dem Schrägbild eines Körpers diesen nachzubauen, ihn zu drehen und sein neu entstandenes Schrägbild zu zeichnen.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- die sieben Teile eines Somawürfels, um mithilfe der Vogelperspektive einen Körper nachzubauen, ihn zu betrachten und seine Seitenansichten aus Norden, Osten, Süden und Westen zu zeichnen,
- die sieben Teile eines Somawürfels, um vorgegebene Figuren damit konstruieren,
- die Holzwürfel, um damit einen dargestellten Körper nachzubilden und mit dessen Hilfe einen Bauplan zu zeichnen sowie die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem (doppelt so großen) Quader oder Würfel abzuzählen,
- die Holzwürfel, um einen Bauplan auszuführen sowie die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem Quader oder Würfel abzuzählen.

an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- die sieben einzelnen Teile eines Somawürfels sowie einzelne Holzwürfel, um die Somateile eingängig zu betrachten und diese mit Holzwürfeln und -leim nachzubauen,
- die in sieben Farben unterschiedlichen Sprühdosen sowie die Einmalhandschuhe und Zange, um die einzelnen Teile eines Somawürfels zu färben und diese anschließend nach ihrer Farbe unterscheiden bzw. jeder Farbe die Form des Somateiles zuordnen zu können,
- die Holzwürfel, um aus ihnen größere Würfel zu erstellen und die Anzahl der benötigten Holzwürfel bzw. die Kantenlänge der großen Würfel zu ermitteln.

Veranschaulichung und Materialbezug waren darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) gegeben

durchwegs durch

- die symbolische Darstellung des Anforderungsniveaus der Aufgaben durch den Vergleich des Anspruches mit dem Fahrradfahren bei geringer, mittlerer oder hoher Steigung, nach der die Schülerinnen und Schüler unter anderem ihre Arbeitsaufträge wählen,
- den handelsüblichen Briefkasten und seine Beschriftung „*MatheLernWelt*-Briefkasten“, der die Schülerinnen und Schüler durch seine bloße Präsenz an die Formulieren von Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte erinnert und ihnen eine Möglichkeit zum Einwerfen der Postkarten bietet.

an den Stationen „Aus der Geschichte“ durch

- die Bilder von Piere-Simon Laplace sowie einiger seiner Formeln, die das Lern- und Leistungsbedürfnis der Schülerinnen und Schüler auf den Inhalt lenken und das Thema einführen,
- den Atlas, mit dessen Hilfe die Kinder den Geburtsort von Piere-Simon Laplace und den Ort, an dem er gestorben ist, nachschlagen,
- die Landkarte, die Frankreich und Deutschland zeigt, um den Geburtsort von Piere-Simon Laplace einzuzeichnen und die Nähe zur Heimat der Lernenden zu verdeutlichen,
- das Bild von Euklid von Alexandria auf der Rückseite des Arbeitsblattes als Motivationshilfe und Lösungskontrolle, das erscheint, wenn die Textabschnitte auf der Vorderseite in die richtige chronologische Reihenfolge gebracht werden.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- den auf das Wesentliche reduzierte und strukturiert dargestellten Merkkasten über Zufallsversuche, -gerät, Ergebnis, Ereignis und Laplace-Experiment sowie die graphische Darstellung von Zufallsgeräten, Ergebnissen und Ereignissen,
- die Würfel mit 8, 10, 12 oder 20 Augen, um Laplace-Experimenten durchzuführen und dabei Erkenntnisse zu gewinnen,
- die Plakate an der Stellwand zu Station 2, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie die Ergebnisse aller Schülerinnen und Schüler für die Klassengemeinschaft sichtbar zu machen und daraus Schlüsse zu ziehen,
- den Kreisel mit Feldern in zwei unterschiedlichen Farben, um vorab Vermutungen anzustellen sowie durch dessen Drehen, beobachten und protokollieren der Ergebnisse darauf zu schließen, ob es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt,
- die fünf Zauberwürfel, um einen Zaubertrick zu erlernen und vorzuführen.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- den auf das Wesentliche reduzierte und strukturiert dargestellten Merkkasten über ein-, zwei- und mehrstufige Zufallsversuche sowie der Erklärung des „Prinzips der großen Zahl“,
- den Süßigkeitenautomat mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben, um (vorformulierte) Vermutungen anzustellen sowie einen zweistufigen Zufallsversuch durchzuführen, zu protokollieren und reflektieren,
- den blauen und grünen Spielwürfel sowie das Spielfeld für das Spiel „Würfel-Bing“ aus 6x6 Kombinationen der Augenzahlen, um mehrfach zweistufige Zufallsversuche auszuführen und Gewinnerin bzw. Gewinner des Spiels zu werden,
- die zwei Würfel, auf denen je sechs unterschiedliche Wörter vorkommen, um durch das Werfen zwei Wörter zu erhalten und anschließend ein Märchen, eine Fabel oder einen Krimi zu schreiben, in denen die gewürfelten Wörter vorkommen.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- den gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfel, um vorab Vermutung anzustellen, einen 10-stufigen Zufallsversuch durchzuführen sowie die Ergebnisse zu protokollieren und zu reflektieren,
- die Plakate an der Rückseite der Stellwand zu Station 4, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie die Ergebnisse aller Schülerinnen und Schüler für die Klassengemeinschaft sichtbar zu machen und daraus Schlüsse zu ziehen,
- den Hüpfsmiley, um vorab Vermutungen anzustellen sowie durch das Durchführen eines 25-stufigen Zufallsversuches, beobachten und protokollieren der Ergebnisse darauf zu schließen, ob es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt,
- die Lose mit Nieten und Gewinnen, um einen 7-stufigen Zufallsversuch durchzuführen, die Ergebnisse zu protokollieren und anschließend vorformulierte Vermutungen über das Verhältnis von Nieten und Gewinnen in der Lostrommel anzustellen.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- die Darstellung eines Baumdiagramms, das und dessen Erklärung auf das Wesentliche reduzierte sind, um es als Darstellungsform für das Ablesen und Abzählen von verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten kennenzulernen,
- das Spiel „Meister der Würfeltechnik“, um durch das Werfen von Würfeln mit unterschiedlichen Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie vorher mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes abzuschätzen, welche Würfel „günstig“ für das Gewinnen sind,
- das Spiel „Meister der Würfeltechnik“, um durch das Werfen von zwei Würfeln mit selbst erstellten Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie vorher mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes abzuschätzen, welche Würfel erfunden werden müssen um das Spiel zu gewinnen.

## 6.2.5 Ganzheit

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip der Ganzheit (siehe 1.1.5 Ganzheit, 63-71) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet. Dabei war Ganzheit gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert durch die Gesamtheit beziehungsweise die Vielzahl der im Folgenden aufgelisteten Einzelaspekte.

Ganzheit war gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Einführungsphase im Klassenverband zu Beginn jeder Lerneinheit durch

- das Verstehen, Nachvollziehen und Anerkennen der Notwendigkeit der *MatheLernWelt*-Regeln und des Rituals,
- die Darstellung und das Einprägen der Sozialformen sowie die Besprechung über deren Umsetzung,
- Die Symbolisierung und das Erlernen der Bewertung der eigenen Leistung.

Ganzheit war gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- das Erkunden der räumlichen Einteilung der Lernwerkstatt mit ihrer wiederkehrenden Struktur,
- das Zurechtfinden an den beschrifteten Stationen mit der identischen Anordnung der Arbeitsmittel und Materialien in Regalen und Boxen,
- die Wahl der gewünschten Sozialform unter Zuhilfenahme der Visualisierung der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit,
- die Suche nach einem oder mehreren Lernpartnerinnen und -partnern nach Sachinteresse, spezifische Fähigkeiten oder sozialen Beziehungen,
- die Auswahl der inhaltlich vielfältigen Stationen nach Sachinteresse oder persönlichen Bezügen,
- die Vorbereitung der eigenen Arbeit durch die Besorgung des Arbeitsauftrages und Materialien sowie das Suchen eines Arbeitsplatzes,
- das Bemühen um die Einhaltung der *MatheLernWelt*-Regeln,
- die gleichbleibende Struktur des Laufzettels, der Arbeitsaufträge, Selbsteinschätzungen, Lösungskarten und Reflexionen, die nach einer einmaligen Einarbeitung Wiedererkennungswert haben und die Kinder in gewohnter Weise lernen lassen,
- das Erarbeiten eines Arbeitsauftrages und dem Entwickeln eines Gefühls für die Aufgabe und deren Anspruch,
- das Verwenden verschiedener Informationsquellen und Einbringen eigener Ideen,
- das Nutzen von eigenen Arbeits- und Lernwegen bei freier Zeiteinteilung,

- das Reflektieren der Zusammenhänge und Entwickeln eines reichen Repertoires an Strategien,
- das Diskutieren mit den Lernpartnerinnen und -partnern,
- das weitere Durchdringen des Stoffes,
- das Einbeziehen des Gelernten in den persönlichen Kontext,
- das Formulieren von zielgerichteten Fragen,
- das Weitergeben von eigenen Erfahrungen und Anbieten von Hilfestellung für Mitschülerinnen und -schüler,
- die Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungskarten,
- die Selbsteinschätzung und Überprüfung des Anspruches an die eigene Leistung mithilfe der Symbole,
- den sorgsamem Umgang und das Zurückbringen der Materialien,
- die vorgegebene Gestaltung des *MatheLernWelt*-Ordners zur Organisation der bearbeiteten Arbeitsaufträge,
- das Ausfüllen der Tabelle des Laufzettels, die die zunehmenden Arbeitsleistung vor Augen führt,
- das selbstständige Setzen von individuellen Zielen,
- das Planen des weiteren Arbeits- und Zeitablaufes,
- das Beenden der Arbeit bei Ertönen des *MatheLernWelt*-Rituals.

Ganzheit war gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Erledigung der Hausaufgaben der zweiten und dritten Lerneinheit durch

- das Nachbereiten des in der Schule Geleisteten und Gelernten,
- die gleichbleibende Struktur des Laufzettels und der Arbeitsaufträge, die nach einer einmaligen Einarbeitung Wiedererkennungswert haben und die Kinder in gewohnter Weise lernen lassen,
- die vorgegebene Gestaltung des *MatheLernWelt*-Ordners zur Organisation der bearbeiteten Arbeitsaufträge,
- das Ausfüllen der Tabelle des Laufzettels, die die zunehmenden Arbeitsleistung vor Augen führt,
- die Vorbereitung auf die nächste Unterrichtsstunde.

Ganzheit war gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war gefordert und wurde gefördert bei der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- das Nachdenken über das eigene Arbeits- und Lernverhalten sowie der Leistung mithilfe der Symbole,
- das Einschätzen von eigenen Schwächen und Nutzen von individuellen Stärken,
- das Entwickeln von Ausdauer und Interesse für das eigene Dazulernen,



- das Nachdenken über den Einfluss auf die eigene soziale Anerkennung durch Hilfsbereitschaft, Kommunikationsfähigkeit, Teamfähigkeit und Toleranz,
- das Bemühen, eigene Ergebnisse, Ideen und Gefühle sprachlich verständlich auszudrücken und niederzuschreiben.

Ganzheit war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war dort gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- die Einbettung des Themenbereiches „Rechnen mit Größen aus dem Alltag“ in die Umwelt der Schülerinnen und Schüler, hier speziell den Münchner Tierpark Hellabrunn,
- die Auswahl der zu bearbeitenden Größe Länge, Masse, Zeit oder Geld nach individuellem Interesse auch mithilfe der zugehörigen Symbole,
- das richtige Abschätzen des individuell angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages auch mithilfe der dafür erlernten Symbole.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Länge“ durch

- den Holzstab, Gartenschlauch, Apfel, die Karotte und verschiedenfarbigen Seile aus dem Münchner Tierpark, um die vorliegenden Gegenstände in die Hand zu nehmen, sie zu betrachten, die Länge zu schätzen, zu messen und gegeneinander zu vergleichen,
- das blaue Seil mit der Länge 1 Meter, um das Ausgangsmaß mit beiden Händen zu greifen, zu spannen und es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,
- den Lageplan des Münchener Tierparks als Veranschaulichungsmittel, um einen Bezug zum zur Schule nächstgelegenen Zoo herzustellen sowie die Entfernung zwischen dem Urwaldhaus und der Polarwelt zu schätzen,
- die Landkarte der Region der Schule als Veranschaulichungsmittel, um die Nähe der Schule zum Tierpark zu verdeutlichen und die Entfernung zu schätzen,
- das bereitgestellte Lineal und das Maßband mit 1m Länge, um die vorliegenden Gegenstände mit den Messinstrumenten für die Länge zu vergleichen.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Masse“ durch

- die Beutel mit Sand, Kiesel und Steinchen sowie die Baumrinde und das Fischfutter aus dem Münchner Tierpark, um die vorliegenden Gegenstände in die Hand zu nehmen, sie dadurch „abzuwiegen“, die Masse zu schätzen, zu messen und gegeneinander zu vergleichen,
- den großen Beutel mit Steinchen mit der Masse 1 Kilogramm, um das Ausgangsmaß in die Hand zu nehmen, seine Masse zu spüren und es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,

- die Fotos aus dem Münchner Tierpark mit verschiedenen Fischen und einem Aquarium als Veranschaulichungsmittel, um die Masse der Tiere und des Aquariums zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen,
- die bereitgestellte Balkenwaage und digitale Waage, um die vorliegenden Gegenstände mit den Messinstrumenten für die Masse zu vergleichen.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Zeit“ durch

- die Sanduhren, um die vorliegenden Gegenstände in die Hand zu nehmen, sie zu betrachten, die Durchlaufzeit des Sandes zu schätzen, zu messen und diese gegeneinander zu vergleichen,
- die Busfahrt von der Schule nach Hellabrunn über 1 Stunde, um das Ausgangsmaß mit einer, den Schülerinnen und Schülern bekannten, Situationen zu veranschaulichen und ihnen die Möglichkeit zu geben, es sich als Behaltenshilfe einzuprägen,
- den Lageplan des Münchener Tierparks, die Landkarte, den Flyer des Münchner Tierparks und den Zeitungsartikel, um einen Bezug zum zur Schule nächstgelegenen Zoo herzustellen sowie die Zeit für den Fußweg zwischen dem Urwaldhaus und der Polarwelt, die Busfahrt von der Schule nach Hellabrunn, eine Führung durch den Tierpark, die Brutzeit der Pinguine bzw. den Umbau des Elefantenhauses zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen,
- die bereitgestellte analoge und digitale Stoppuhr, um die vorliegenden Gegenstände mit den Messinstrumenten für die Zeit zu vergleichen.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Geld“ durch

- die Beutel mit 1, 10 oder 50 Cent- bzw. 1 Euro-Münzen und die Spendendose, um die vorliegenden Gegenstände in die Hand zu nehmen, sie zu betrachten, den Wert der Beträge zu schätzen und diese gegeneinander zu vergleichen,
- das Foto des Wechselgeldes als Veranschaulichungsmittel, um dieses zu betrachten, gegebenenfalls mit den vorliegenden Gegenständen zu vergleichen und den Wert des Betrages zu schätze,
- den Flyer des Münchner Tierparks, um einen Bezug zum zur Schule nächstgelegenen Zoo herzustellen und verschiedene Preise aus der eigenen Lebenswelt zu schätzen und diese gegebenenfalls zu vergleichen.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das Ankreuzen des der Symbole für die Bewertung der eigenen Leistung.

an den Wahlstationen durch

- die Verwendung der Stellenwerttafel als Veranschauligungsmittel, um Größen mit und ohne Komma angeben zu können und um mit Größen und Komma zu rechnen,
- die Selbstkontrolle der Ergebnisse mithilfe der Lösungsquadrate, durch deren richtige Zusammensetzung die Schülerinnen und Schüler Bilder aus dem Münchner Tierpark sehen können,
- das Bild eines Apfels und dem Modell einer Birne und einer Kirsche als bekannte Alltagsgegenstände, deren Größenverhältnisse offensichtlich nicht in passender Relation stehen,
- die Anwendung von Strategien bei den Fermi-Aufgaben, um sich selbst und auch anderen zu helfen.

Ganzheit war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war dort gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- die Auswahl der zu bearbeitenden Themen „Geometrische Körper“, „Netze von Würfel und Quader“, „Schrägbilder zeichnen“, „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ oder „Somawürfel selbst bauen“ nach individuellem Interesse und Fähigkeiten,
- die symbolische Darstellung der Art der Aufgaben durch zwei Hände für die handlungsorientierten Stationen bzw. einem Buch für die schriftlichen Arbeiten, mit deren Hilfe die Schülerinnen und Schüler je nach persönlichen Neigungen die Arbeitsaufträge frei wählen,
- den handelsüblichen Briefkasten und seine Beschriftung „*MatheLernWelt*-Briefkasten“, der die Lernenden durch seine bloße Präsenz an die Formulieren der Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte erinnert und ihnen eine Möglichkeit zum Einwerfen der Postkarten bietet.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- das Betrachten und Abtasten der Modelle der geometrischen Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel in Form von Hohl- und Vollkörpern, um die Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie deren Form und Wölbung der Flächen zu bestimmen,
- die Modelle von Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, um deren geometrische Figur mit den Alltagsgegenständen Kerze, Schokoladenverpackung, Taschentuchbox, Glühbirne, Fischdose, Farbtube, „Fang den Ball“ - Spiel, Deodorant, Parfüm, Bilderrahmen und Teebeutel zu vergleichen,

- das Drehen und Wenden sowie Untersuchen der Kerze, Schokoladenverpackung, Taschentuchbox, Glühbirne, Fischdose, Farbtube, des „Fang den Ball“ - Spiels, Deodorants, Parfüms, Bilderrahmens und Teebeutels als Alltagsgegenstände, um deren Art des (zusammengesetzten) geometrischen Körpers zu ermitteln,
- die Modelle der geometrischen Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, um sie zu betrachten, in die Hand zu nehmen und mathematisch korrekte Sätzen mit ihren Eigenschaften zu formulieren.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader“ durch

- das Abwickeln der sechs Magnetflächen eines Würfels, dessen gegenüberliegende Flächen paarweise gleichfarbig sind, auf einem Magnetbrett, um die verschiedenen Würfelnetze zu erforschen,
- das Nachbilden der Würfelnetze mithilfe von Papierquadraten in drei verschiedenen Farben und Klebepunkten, um die Anordnung der Flächen zu verinnerlichen,
- die erarbeiteten Papierquadrate, um sie durch Drehen und Wenden miteinander zu vergleichen bzw. gleiche Netze zu enttarnen,
- das händische Erstellen einer Schachtel mit aufklappbarem Deckel durch das Nachbauen eines Würfelnetzes mit durchsichtigen Plastikquadraten und Klebepunkten,
- das Ab- und Aufwickeln der sechs Magnetflächen eines Würfels, dessen gegenüberliegende Flächen paarweise gleichfarbig sind, um die gegenüberliegenden Flächen bzw. Seiten eines Netzes, die beim Falten zusammentreffen, nachzuvollziehen.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- das Nachvollziehen und Erlernen des Zeichnens eines Schrägbildes eines Würfels anhand einer schematischen Darstellung, die die Vorgehensweise gleichsam wie die Grund- und Deckfläche sowie die senkrechten und verdeckten Kanten in drei Schritten verdeutlicht,
- das händische Nachbauen der Grund- und Deckfläche eines Würfels bzw. Quaders mithilfe von magnetischen roten Stäbe und Kugeln bzw. der senkrechten Kanten mit magnetischen gelben Stäbe, um anhand des entstandenen Körpers sein Schrägbild zu zeichnen,
- das Nachbauen eines geometrischen Körpers mit Holzwürfeln, um mithilfe des Modells das zugehörige Schrägbild zu zeichnen,
- das Erstellen eines Körpers aus Holzwürfeln anhand seiner Vogelperspektive und zwei Seitenansichten, um mit dessen Hilfe sein Schrägbild zu zeichnen,
- das Nachbilden eines Körpers aus Holzwürfeln, dessen Schrägbild gegeben ist, um ihn anschließend zu drehen und sein neu entstandenes Schrägbild zu zeichnen.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- das Verschieben, Drehen, Wenden, Dazunehmen und Weglassen von sieben Teilen eines Somawürfels, um einen Körper anhand seiner Vogelperspektive zu konstruieren und ihn anschließend von Norden, Osten, Süden und Westen zu betrachten und zeichnen zu können,
- das Verschieben, Drehen, Wenden, Dazunehmen und Weglassen von sieben Teilen eines Somawürfels, um einen Körper anhand seines Schrägbildes zu konstruieren und die Anzahl der benötigten Klötze zu notieren,
- das Nachbilden eines Körpers mit Holzwürfeln anhand seines Schrägbildes, um mit dessen Hilfe einen Bauplan zu zeichnen sowie die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem (doppelt so großen) Quader oder Würfel abzuzählen,
- das Ausführen eines Bauplanes mit Holzwürfeln, um die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem Quader oder Würfel abzuzählen.

an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- das Modellieren eines Somawürfels mit Holzwürfeln und -leim unter Zuhilfenahme und eingängiger Betrachtung der sieben Teile eines Somawürfels,
- das Färben der einzelnen Teile eines Somawürfels mit in sieben Farben unterschiedlichen Sprühdosen sowie mit Einmalhandschuhen und Zange, um die Somateile anschließend nach ihrer Farbe unterscheiden bzw. jeder Farbe die Form zuzuordnen zu können,
- das Herstellen von größeren Würfeln aus kleineren Holzwürfeln, um die Anzahl der benötigten Holzwürfel bzw. die Kantenlänge der großen Würfel zu ermitteln.

Ganzheit war darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) gegeben bzw. das ganzheitliche Lernen der Schülerinnen und Schüler war dort gefordert und wurde gefördert

durchwegs durch

- die Auswahl der zu bearbeitenden Themen „Aus der Geschichte“, „Laplace-Experimente“, „Ein- und zweistufige Zufallsversuche“, „Mehrstufige Zufallsversuche“ oder „Baumdiagramme“ nach individuellem Interesse,
- das Abschätzen des individuell angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages auch mithilfe der dafür gezeichneten Symbole,
- den handelsüblichen Briefkasten und seine Beschriftung „*MatheLernWelt*-Briefkasten“, der die Lernenden durch seine bloße Präsenz an die Formulieren der Fragen und Ideen zu aktuellen Lerninhalten sowie zu neu Gelerntem auf der Postkarte erinnert und ihnen eine Möglichkeit zum Einwerfen der Postkarten bietet.

an den Stationen „Aus der Geschichte“ durch

- die Bilder von Piere-Simon Laplace sowie einiger seiner Formeln, die das Lern- und Leistungsbedürfnis der Schülerinnen und Schüler auf den Inhalt lenken und das Thema einführen,
- das Nachschlagen des Geburtsortes von Piere-Simon Laplace und den Ort, an dem er gestorben ist, mithilfe des Atlas,
- das Einzeichnen des Geburtsortes von Piere-Simon Laplace auf der Landkarte, die Frankreich und Deutschland zeigt, auch um die Nähe zur Heimat der Lernenden zu verdeutlichen,
- das Lesen der Erzählung über Piere-Simon Laplace in Form eines Schüttelrätsels, um mehr über die Eckpunkte und wichtigen Ereignisse seines Lebens zu erfahren,
- das Zusammensetzen der Textabschnitte der Erzählung über Euklid von Alexandria in die richtige Reihenfolge, um mehr über den Mathematiker zu erfahren,
- das Bild von Euklid von Alexandria auf der Rückseite des Arbeitsblattes als Motivationshilfe und Lösungskontrolle, das erscheint, wenn die Textabschnitte auf der Vorderseite in die richtige chronologische Reihenfolge gebracht werden.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- die Zeichnungen einer Münze, eines Würfels und Glücksrades als Zufallsgeräte und den Schülerinnen und Schülern bekannten Alltagsgegenstände bzw. der Augenzahlen eines Würfels als Ergebnis und Ereignis,
- das je einmalige Werfen der Würfel mit 8, 10, 12 oder 20 Augen, um ein Laplace-Experiment durchzuführen,
- das Erstellen eines Plakates an der Stellwand zu Station 2, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie die Ergebnisse aller Schülerinnen und Schüler für die Klassengemeinschaft sichtbar zu machen und daraus Schlüsse zu ziehen,
- einen Kreisel mit Feldern in zwei unterschiedlichen Farben, um Vermutungen anzustellen, ob es sich beim Drehen des Zufallsgerätes um ein Laplace-Experiment handelt,
- das 15-malige Drehen eines Kreisels mit Feldern in zwei unterschiedlichen Farben, das Beobachten und Protokollieren der Ergebnisse, um darauf zu schließen, ob es sich dabei um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Erlernen und Vorführen eines Zaubertricks mit fünf Zauberwürfeln.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- einen Süßigkeitenautomat mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben, dessen Mechanismus den meisten Lernenden auch von anderen Automaten aus ihrer Umwelt bekannt ist, um (vorformulierte) Vermutungen über das Ergebnis des zugehörigen zweistufigen Zufallsversuches anzustellen,

- das einmalige Drehen am Süßigkeitenautomat mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben und das Durchführen und Protokollieren der Ergebnisse, um einen zweistufigen Zufallsversuch durchzuführen sowie die vorab getroffenen Vermutungen zu reflektieren,
- das Erleben des Zufalls anhand des Spieles „Würfel-Bing“, bei dem mit je einem blauen und grünen Spielwürfel mehrfach zweistufige Zufallsversuche ausgeführt werden, um anhand eines Spielfeldes aus 6x6 Kombinationen der Augenzahlen die Gewinnerin bzw. der Gewinner zu werden,
- das Schreiben eines Märchens, einer Fabel oder eines Krimis ausgehend von zwei Wörtern, die zuvor durch das Werfen von zwei Würfeln, auf denen je sechs unterschiedliche Wörter vorkommen, bestimmt wurden.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- das 10-malige Werfen eines gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfels, um vorab Vermutung anzustellen sowie einen Zufallsversuch durchzuführen, zu protokollieren und zu erkennen, dass es sich dabei nicht um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Erstellen eines Plakates an der Rückseite der Stellwand zu Station 4, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie die Ergebnisse aller Schülerinnen und Schüler für die Klassengemeinschaft sichtbar zu machen und daraus Schlüsse zu ziehen,
- das Durchführen eines 25-stufigen Zufallsversuches anhand eines Hüpfsmileys, um vorab Vermutungen anzustellen sowie durch die Beobachtungen und protokollierten Ergebnisse darauf zu schließen, ob es sich um ein Laplace-Experiment handelt,
- das Durchführen eines 7-stufigen Zufallsversuches anhand von Losen mit Nieten und Gewinnen, die den Lernenden aus ihrer Umwelt geläufig sind, das Protokollieren der Ergebnisse sowie das anschließende Anstellen von vorformulierten Vermutungen über das Verhältnis von Nieten und Gewinnen in der Lostrommel.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- die Darstellung eines Baumdiagramms, das und dessen Erklärung auf das Wesentliche reduzierte sind, um es als Darstellungsform für das Ablesen und Abzählen von verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten visuell kennenzulernen,
- das Durchführen des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, um durch das Werfen von Würfeln mit unterschiedlichen Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie vorher mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes selbst abzuschätzen, welche Würfel „günstig“ für das Gewinnen sind,
- das Erleben des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, um durch das Werfen von zwei Würfeln mit selbst erstellten Augenzahlen ins Ziel zu kommen sowie vorher mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes abzuschätzen, welche Würfel erfunden werden müssen um das Spiel zu gewinnen.

## 6.2.6 Motivation

An dieser Stelle sei auf das vorweg referierte Prinzip der Motivation (siehe 1.1.6 Motivation, 71-87) verwiesen. Auf die Auflistung der Belegstellen im Einzelnen wird zugunsten der Lesbarkeit verzichtet. Dabei wurde die Motivation der Schülerinnen und Schüler initiiert und gefördert durch die Gesamtheit beziehungsweise die Vielzahl ihrer Unterscheidungen in primäre und sekundäre, intrinsische und extrinsische, Lern- und Leistungsmotivation sowie Interesse, Neugier, Lob, Anerkennung und soziale Motivation.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde initiiert und gefördert bei der Einführungsphase im Klassenverband zu Beginn jeder Lerneinheit durch

- die Übergabe von Verantwortung bei der Vorstellung der *MatheLernWelt*-Regeln und des Rituals,
- die Ermöglichung von Selbstbestimmung durch die Einführung der Sozialformen Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit und ihrer Symbole,
- der Vergabe von Autonomie bei der Vorstellung der drei verschiedenen Anforderungsniveaus und deren Symbole,
- das Entgegenbringen von Vertrauen bei der Bewertung der eigenen Leistung anhand der eingeführten Symbole,
- die übertragene Verantwortung für das sachgerechte Führen des *MatheLernWelt*-Ordners.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde initiiert und gefördert bei der Ausführung der Arbeitsaufträge durch

- das Erkunden und Zurechtfinden in der *MatheLernWelt*,
- die inhaltlich vielfältigen Stationen und deren eigenständiger Auswahl,
- die Suche nach Lernpartnerinnen und -partnern nach Sachinteresse, spezifische Fähigkeiten oder sozialen Beziehungen,
- das Finden eines Arbeitsplatzes in der Lernwerkstatt nach individuellen Vorlieben,
- die Übernahme von Verantwortung bei der Einhaltung der *MatheLernWelt*-Regeln und des Rituals,
- das eigenständige Arbeiten durch die Neugier und das Interesse an der Sache und am Lernen selbst und die damit einhergehende Ausdauer und Antriebsstärke,
- das Entwickeln von neuen Interessen, ausgehend von einer Lernsituation oder einem Lerngegenstand,
- die Möglichkeit, individuelle Arbeits- und Lösungsweg zu nutzen,
- das Einbringen eigener Ideen, um Verantwortung für die Gemeinschaft zu übernehmen und Anerkennung zu erhalten,



- das Anbieten von Hilfestellung für Mitschülerinnen und -schüler, um ein wertschätzendes Feedback zu bekommen und das eigene Verstehen des Gelernten zu vertiefen,
- die Gegebenheit, sich bei Fragen an Gleichaltrige zu wenden, um eine vermeintliche Blöße vor den Erwachsenen zu vermeiden,
- die Möglichkeit, sich bei Fragen an die Lehrkraft zu wenden, um fachmännische Hilfestellung in Anspruch zu nehmen,
- die freie Einteilung der Bearbeitungszeiten der Arbeitsaufträge nach individuellem Interesse,
- das Lösen der Aufgaben alleine, mit einem Partner oder in der Gruppe und das Verbuchen von Erfolgserlebnissen,
- die Autonomie der Selbstkontrolle der Ergebnisse durch die Lösungskarten,
- das entgegengebrachte Vertrauen und Erleben der persönlichen Kompetenz bei der Bewertung der eigenen Leistung anhand der eingeführten Symbole,
- die Übernahme von Verantwortung für den sorgsamen Umgang mit den Materialien,
- die übertragene Verantwortung für das sachgerechte Führen des *MatheLernWelt*-Ordners,
- die Weiterführung des Laufzettels, auf dem der eigene Arbeitsfortschritt sichtbar wird,
- das Nachdenken über das eigene Arbeits- und Lernverhalten, auch um sich seiner individuellen Stärken bewusst zu werden,
- das selbstständige Setzen von individuellen Zielen, um diese willentlich anzustreben,
- das Planen des weiteren Arbeits- und Zeitablaufes nach eigenen Interessen und Stärken, auch mit leistungsfreien Zeiten,
- das lineare Wiederkehren der vertrauten Ablauforganisation, des Lernens und des Umgangs miteinander, wodurch Geborgenheit und Sicherheit entstehen sowie eine positive Arbeitsatmosphäre,
- das Ertönen des *MatheLernWelt*-Rituals, das auf die geleistete Arbeit zurückblicken lässt und diese beendet.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde initiiert und gefördert bei der Erledigung der Hausaufgaben der zweiten und dritten Lerneinheit durch

- das Nachvollziehen des in der Schule Geleisteten und Gelernten,
- das eigenständige Arbeiten durch die Neugier und das Interesse an der Sache und am Lernen selbst und die damit einhergehende Ausdauer und Antriebsstärke,
- das Entwickeln von neuen Interessen, ausgehend von einer Lernsituation,
- die Möglichkeit, individuelle Arbeits- und Lösungsweg zu nutzen,
- das Lösen der Aufgaben und das Verbuchen von Erfolgserlebnissen,
- das selbstständige Setzen von individuellen Zielen, um dieses willentlich anzustreben,

- das Nachdenken über das eigene Arbeits- und Lernverhalten, auch um sich seiner individuellen Stärken bewusst zu werden,
- die Weiterführung des Laufzettels, auf dem der eigene Arbeitsfortschritt sichtbar wird,
- die übertragene Verantwortung für das sachgerechte Führen des *MatheLernWelt*-Ordners,
- die freie Regulierung der aufgewendeten Zeit für die Hausaufgaben und die Vorbereitung auf die nächste Unterrichtsstunde nach individuellem Interesse.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde initiiert und gefördert bei der Durchführung der Gesamtreflexionen durch

- den Rückblick auf den erfolgreichen Lernprozess und seine Lösungswege,
- das Reflektieren des positiven Arbeitsverhaltens und -verlaufes,
- das Bewusstmachen der Eigenverantwortung für das Lernen,
- das Wahrnehmen des Einflusses auf die eigene soziale Anerkennung durch Hilfsbereitschaft, Kommunikationsfähigkeit, Teamfähigkeit und Toleranz.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ (siehe 4.3.1 Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, 164-180) initiiert und gefördert

durchwegs durch

- die Einbettung des Themenbereiches in die Umwelt der Schülerinnen und Schüler sowie die Anknüpfung an ihre persönlichen Interessen für beispielsweise bestimmte Tierarten,
- den Lageplan des Münchener Tierparks, die Landkarte der Region der Schule, den Flyer des Münchener Tierparks und den Zeitungsartikel, um einen Bezug zum zur Schule nächstgelegenen Zoo herzustellen,
- die eigenverantwortliche Auswahl der Größen, „Länge“, „Masse“, „Zeit“ oder „Geld“ nach individuellen Vorlieben und Stärken,
- die übertragene Autonomie beim Abschätzen des angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages, um eine Über- oder Unterforderung zu vermeiden.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Länge“ durch

- den Holzstab, Gartenschlauch, Apfel, die Karotte und verschiedenfarbigen Seile aus dem Münchener Tierpark, um das Interesse der Schülerinnen und Schüler zu wecken und die Neugier auf das Schätzen, Messen und gegeneinander Vergleichen der Länge zu entfachen,
- das Nutzen von individuellen Strategien zum Schätzen der Länge, wie dem Vergleichen mit der Länge der eigenen Hände, der Körpergröße, vorhandenen Gegenständen oder bekannten Größen,

- das eigenverantwortliche Messen der Längen mit dem Lineal, Geodreieck bzw. dem Maßband.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Masse“ durch

- die Beutel mit Sand, Kiesel und Steinchen sowie die Baumrinde und das Fischfutter aus dem Münchner Tierpark, um das Interesse der Lernenden zu wecken und die Neugier auf das Schätzen, Messen und gegeneinander Vergleichen der Masse zu entfachen,
- das Nutzen von individuellen Strategien zum Schätzen der Masse, wie dem Vergleichen mit dem eigenen Gewicht, vorhandenen Gegenständen oder bekannten Größen,
- das handlungsorientierte Messen der Masse mit der Balkenwaage bzw. der digitalen Waage,
- die Fotos aus dem Münchner Tierpark mit verschiedenen Fischen und einem Aquarium, um einen Bezug zum zur Schule nächstgelegenen Zoo herzustellen.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Zeit“ durch

- die Sanduhren, um das Interesse der Schülerinnen und Schüler zu wecken und die Neugier auf das Schätzen, Messen und gegeneinander Vergleichen der Zeit zu entfachen,
- das Nutzen von individuellen Strategien zum Schätzen der Zeit, wie dem Vergleichen mit gebräuchlichen Zeitspannen, vorhandenen Gegenständen oder bekannten Größen,
- das Messen der Zeit mit der analogen bzw. digitalen Stoppuhr.

an den Pflichtstationen „Schätzen“, „Messen“ und „Einheiten umwandeln“ der Größe „Geld“ durch

- die Beutel mit 1, 10 oder 50 Cent- bzw. 1 Euro-Münzen und die Spendendose, um das Interesse der Kinder zu wecken und die Neugier auf das Schätzen, Messen und gegeneinander Vergleichen der Zeit zu entfachen,
- das Nutzen von individuellen Strategien zum Schätzen des Geldes, wie dem Vergleichen mit vorhandenen Gegenständen oder bekannten Größen.

bei der Reflexion der Pflichtstationen durch

- das Nachdenken über die geleistete Arbeit, die eigenen Stärken sowie den Leistungszuwachs.

an den Wahlstationen durch

- die Verwendung der Stellenwerttafel als Hilfsmittel, um Größen mit und ohne Komma angeben zu können und um mit Größen und Komma zu rechnen,
- die autonome Selbstkontrolle der Ergebnisse mithilfe der Lösungsquadrate, durch deren richtige Zusammensetzung die Schülerinnen und Schüler Bilder aus dem Münchner

Tierpark sehen können, bzw. der gegebenenfalls notwendigen Zuhilfenahme der Lösungskarten,

- das Weiterführen des Gelernten auf individuellen Lernwegen an den Stationen „Für besonders schlaue Denker“ bei der Bearbeitung von Fermi-Fragen,
- das Bild eines Apfels und dem Modell einer Birne und einer Kirsche als bekannte Alltagsgegenstände, deren Größenverhältnisse offensichtlich in Diskrepanz stehen.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe 4.3.2 Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“, 180-198) initiiert und gefördert

durchwegs durch

- die Selbstbestimmung bei der Wahl der Sozialformen Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit,
- die übertragene Autonomie bei der Auswahl der handlungsorientierten oder aufgabenzentrierten Arbeitsaufträge,
- die handlungsorientierten Stationen, an denen die Schülerinnen und Schüler etwas herstellen und bewirken und ihrer Funktionslust nachkommen konnten,
- die Mitgestaltung des Unterrichts durch das Formulieren von Fragen und Ideen auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Geometrische Körper“ durch

- die Körper Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, um das Interesse der Lernenden zu wecken und die Neugier auf das Erkunden ihrer Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen sowie derer Form und Wölbung der Flächen zu entfachen,
- die Alltagsgegenstände Kerze, Schokoladenverpackung, Taschentuchbox, Glühbirne, Fischdose, Farbtube, „Fang den Ball“ - Spiel, Deodorant, Parfüm, Bilderrahmen und Teebeutel, um die Kinder in ihrer natürlichen Umwelt abzuholen und sie zum Drehen und Wenden zu ermutigen sowie zum Analysieren der Art des (zusammengesetzten) geometrischen Körpers,
- das Schreiben von mathematisch korrekten Sätzen zu den Eigenschaften von geometrischen Körpern, um den Schülerinnen und Schülern Raum zur Entfaltung ihrer Sprach- und Schreibkenntnisse in Verbindung mit der Mathematik zu geben.

an den Stationen „Netze von Würfel und Quader“ durch

- das Bereitstellen eines Würfels mit sechs Magnetflächen, um durch das Abwickeln auf dem Magnetbrett sechs verschiedenen Würfelnetze anzufertigen,
- das Nachbilden von Würfelnetzen mithilfe von Papierquadraten und Klebepunkten, um gestalterisch tätig zu werden und für das Festhalten der Netze wichtige Arbeitszeit zu sparen,

- das Erstellen einer Schachtel mit aufklappbarem Deckel durch das Zusammenkleben von durchsichtigen Plastikquadraten mit Klebepunkten, die als Aufbewahrungskästchen für den eigenen Somawürfel dient.

an den Stationen „Schrägbilder zeichnen“ durch

- das händische Nachbauen der Grund- und Deckfläche eines Würfels bzw. Quaders mithilfe von magnetischen roten und gelben Stäben sowie Kugeln, die den meisten Schülerinnen und Schüler aus ihrem privaten Bereich bekannt sind,
- das Erstellen eines Körpers aus Holzwürfeln anhand seiner Vogelperspektive und zwei Seitenansichten, um sich selbst eine Hilfestellung für das Zeichnen des Schrägbildes zu schaffen,
- das Nachbilden eines Körpers aus Holzwürfeln, dessen Schrägbild gegeben ist, um ihn anschließend zu drehen und sich selbst eine Modell für das Zeichnen des neu entstandenen Schrägbild zu schaffen.

an den Stationen „Mit dem Somawürfel Körper bauen“ durch

- das Verschieben, Drehen, Wenden, Dazunehmen und Weglassen von sieben Teilen eines Somawürfels, um einen Körper anhand seiner Vogelperspektive zu konstruieren, damit Erfolg zu erleben und anschließend den Körper von Norden, Osten, Süden und Westen betrachten und zeichnen zu können,
- das Verschieben, Drehen, Wenden, Dazunehmen und Weglassen von sieben Teilen eines Somawürfels, um einen Körper anhand seines Schrägbildes zu konstruieren, Freude über das Gelingen zu verspüren und die Anzahl der benötigten Klötze zu notieren,
- das Nachbilden eines Körpers mit Holzwürfeln anhand seines Schrägbildes, um sich selbst eine Hilfestellung für das Zeichnen eines Bauplans sowie das Bestimmen die Anzahl der zu ergänzenden kleinen Würfel zu einem Quader oder Würfel zu schaffen.

an den Stationen „Somawürfel selbst bauen“ durch

- das Modellieren eines Somawürfels mit Holzwürfeln und -leim, Freude an den eigenen handwerklichen Fähigkeiten und einem sichtbaren Konstrukt zu erleben,
- das Trainieren des selbstständigen Zusammensetzen des Somawürfels, um Lernerfolg zu erfahren und sich mit Mitschülerinnen und -schülern messen zu können,
- das Färben der einzelnen Teile eines Somawürfels, um kreativ tätig zu sein und seinen eigenen individuellen Somawürfel anzufertigen,
- das Herstellen von größeren Würfeln aus kleineren Holzwürfeln, um sich eine Hilfestellung für die Ermittlung der Anzahl der benötigten Holzwürfel bzw. die Kantenlänge der großen Würfel zu schaffen.

Die Motivation der Schülerinnen und Schüler wurde darüber hinaus speziell während der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe 4.3.3 Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“, 199-216) initiiert und gefördert durchwegs durch

- die Selbstbestimmung bei der Wahl der Sozialformen Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit,
- die übertragene Autonomie beim Abschätzen des angemessenen Anforderungsniveaus eines Arbeitsauftrages, um eine Über- oder Unterforderung zu vermeiden,
- die verantwortungsbewusste Auswahl der zu bearbeitenden Themen „Aus der Geschichte“, „Laplace-Experimente“, „Ein- und zweistufige Zufallsversuche“, „Mehrstufige Zufallsversuche“ oder „Baumdiagramme“ nach individuellem Interesse,
- die Mitgestaltung des Unterrichts durch das Formulieren von Fragen und Ideen auf der Postkarte des *MatheLernWelt*-Briefkastens.

an den Stationen „Aus der Geschichte“ durch

- die Bilder von Piere-Simon Laplace sowie einiger seiner Formeln, die die Neugierde der Schülerinnen und Schüler auf den Inhalt wecken,
- das Lesen des Lebenslaufes von Piere-Simon Laplace, um Informationen über die historische Entwicklung der Mathematik zu sammeln,
- das Nachschlagen im Atlas des Geburtsortes von Piere-Simon Laplace und des Ortes, an dem er verstorben, um das geschichtliche Wissen geographisch zu verorten,
- das Einzeichnen des Geburtsortes von Piere-Simon Laplace auf der Landkarte, die Frankreich und Deutschland zeigt, um die Nähe zur Heimat der Lernenden zu erkennen,
- das Lesen der Erzählung über Piere-Simon Laplace in Form eines Schüttelrätsels, um mehr über die Eckpunkte und wichtigen Ereignisse seines Lebens zu erfahren,
- das Zusammensetzen der Textabschnitte der Erzählung über Euklid von Alexandria, um mehr über den Mathematiker zu erfahren und durch sein Bild auf der Rückseite des Arbeitsblattes eine sichtbare Bestätigung für die richtige Reihenfolge zu bekommen.

an den Stationen „Laplace-Experimente“ durch

- die Zeichnungen der Alltagsgegenstände Münze, Würfel und Glücksrad, um an die Lebenswelt der Lernenden anzuknüpfen und ihre Neugierde auf den Lerninhalt zu lenken,
- das Durchführen von Laplace-Experimenten mit Würfeln mit 8, 10, 12 oder 20 Augen, um die Freude der Schülerinnen und Schüler am Spielen und die Mathematik zu verknüpfen,
- das Erstellen eines Plakates, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie einen Beitrag für das Weiterkommen der Klassengemeinschaft zu leisten und soziale Eingebundenheit zu verspüren,
- das Anstellen von Vermutungen aufgrund von Strichlisten über gewürfelte Augenzahlen, um die Wichtigkeit der eigenen mathematischen Kompetenz zu erleben,

- das Anstellen von Vermutungen aufgrund eines Kreisels mit Farbfeldern, um die Wichtigkeit der eigene mathematische Vorüberlegungen zu verdeutlichen und die getroffenen Erwartungen später durch das Durchführen eines Zufallsversuches positiv bestätigt zu bekommen,
- das 15-malige Drehen eines Kreisels mit Feldern in zwei unterschiedlichen Farben, um die Freude am Durchführen eines mathematischen Versuchs, etwa am Beobachten, Protokollieren und Auswerten der Ergebnisse, zu entfachen,
- das Erlernen und Vorführen eines Zaubertricks mit fünf Zauberwürfeln, um in die eigene Leistung zu vertrauen und Anerkennung von den Mitschülerinnen und -schülern zu erhalten.

an den Stationen „Ein- und Zweistufige Zufallsversuche“ durch

- einen Süßigkeitenautomat mit Schokodrops, dessen Mechanismus den meisten Lernenden auch von anderen Automaten aus ihrer Umwelt bekannt ist und so an ihre Lebenswelt anknüpft,
- das Anstellen von (vorformulierten) Vermutungen aufgrund eines Süßigkeitenautomaten mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben, um die Wichtigkeit der eigenen mathematischen Kompetenz deutlich werden und diese später durch das Durchführen eines Zufallsversuches bestätigen zu lassen,
- das Drehen am Süßigkeitenautomat mit Schokodrops in zwei verschiedenen Farben, um die Freude am Durchführen eines zweistufigen Zufallsversuches, etwa am Beobachten, Protokollieren, Auswerten und Reflektieren der Ergebnisse, zu entfachen,
- das Schaffen von Anreizen durch eine Belohnung am Ende des Zufallsversuches,
- das mehrfache Ausführen von zweistufigen Zufallsversuchen mithilfe von zwei Spielwürfeln, um dem Drang nach Spielen stattzugeben und anhand des Spieles „Würfel-Bingo“ zu erfahren, wie unkontrollierbar der Zufall ist,
- das Schaffen von Anreizen durch eine Belohnungen für den Sieger des Spieles,
- das Schreiben eines Märchens, einer Fabel oder eines Krimis ausgehend von zwei zuvor gewürfelten Wörtern, um den Schülerinnen und Schülern Raum zur Entfaltung ihrer Sprach- und Schreibkenntnisse in Verbindung mit der Mathematik zu geben.

an den Stationen „Mehrstufige Zufallsversuche“ durch

- das Anstellen von Vermutungen aufgrund eines gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfels, um die Wichtigkeit der eigenen mathematischen Vorkenntnisse deutlich werden zu lassen und nach der Durchführen des Zufallsversuches auf die Diskrepanz zwischen den Vermutungen und den Ergebnissen zu stoßen,

- das 10-malige Werfen eines gezinkten (dies ist vorab nicht bekannt) Spielwürfels, um die Freude am Durchführen eines mathematischen Versuches, etwa am Beobachten, Protokollieren, Auswerten und Reflektieren der Ergebnisse zu entfachen,
- das Erstellen eines Plakates, um die gewürfelten Augenzahlen festzuhalten sowie einen Beitrag für das Weiterkommen der Klassengemeinschaft zu leisten und soziale Eingebundenheit zu verspüren,
- das Anstellen von Vermutungen aufgrund eines Hüpfsmileys, um die Wichtigkeit der eigenen mathematischen Kompetenz deutlich werden zu lassen und diese später durch das Durchführen des Zufallsversuches bestätigen zu lassen,
- das 25-malige Hüpfen lassen eines Hüpfsmileys mit einer gewölbten und flachen Seite, um die Freude am Durchführen eines mathematischen Versuches, etwa am Beobachten, Protokollieren, Auswerten und Reflektieren der Ergebnisse zu entfachen,
- das 7-malige Ziehen von handelsüblichen Losen, um dem Drang der Schülerinnen und Schüler nach Spielen stattzugeben und anhand der protokollierten Ergebnisse die Neugierde auf das Verhältnis von Nieten und Gewinnen in der Lostrommel zu schüren und vorformulierten Vermutungen zu treffen,
- das Schaffen von Anreizen durch eine Belohnung für das Ziehen eines Gewinns.

an den Stationen „Baumdiagramme“ durch

- das Erschließen des Prinzips eines „Baumdiagrammes“, um mit dessen Hilfe die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten ablesen und abzählen zu können,
- das Anstellen von Vermutungen, welche Würfel „günstig“ für das Gewinnen des Spiel „Meister der Würfeltechnik“ sind mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes und der eigenen mathematischen Kompetenz, um diese später durch das Durchführen des Spiels bestätigen zu lassen und als Sieger hervorzugehen,
- das Anstellen von Vermutungen, welche Würfel für das Gewinnen des Spiel „Meister der Würfeltechnik“ erfunden werden müssen mithilfe eines teils vorgefertigten Baumdiagrammes und der eigenen mathematischen Kompetenz, um diese später durch das Durchführen des Spiels bestätigen zu lassen und als Sieger hervorzugehen,
- das Erleben des Spieles „Meister der Würfeltechnik“, bei dem versucht wird mit zwei Würfeln von Würfeln mit unterschiedlichen Augenzahlen ins Ziel zu kommen, um dem Spieldrang der Kinder nachzukommen,
- das Schaffen von Anreizen durch eine Belohnung für den Sieger des Spieles.



## **6.3 EINSCHÄTZUNGEN IM HINBLICK AUF DAS FACHLICHE LERNEN (FZ 3)**

Im Folgenden werden nun die Antworten der Kinder zu den geschlossenen und offenen Befragungen ausgewertet. Über den Zeitraum des Schuljahres 2014/15 verteilt, arbeiteten zwei Klassen mit 21 bzw. 23 Kindern in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt*. Von zwei der Lernenden konnten keine Aussagen erhoben werden, da diese während des Schuljahres längerfristig erkrankten. Es ergibt sich somit eine Gesamtschülerzahl von 42. Die Befragungen der Lernenden fanden an vier Erhebungszeitpunkten in Form einer Gesamtreflexion der Lerneinheiten sowie einer Abschlussreflexion (siehe 5.6 Stichprobe, 229-230) statt. Dazu werden die Antworten der Lernenden je Messzeitpunkt aber auch über den gesamten Messzeitraum hinweg ausgewertet und eventuell verglichen. Die Abschlussreflexion soll einen Gesamtblick sowie eine chronologische Vergleichbarkeit ermöglichen.

### **6.3.1 Auswertung der geschlossenen Befragungen**

Die quantitativen Daten der geschlossenen Fragestellungen in Form der Multiple-Choice-Aufgaben werden einer deskriptivstatistischen Datenanalyse unterzogen. Eine erste Beschreibung und einen Überblick über die Daten liefern die Tabellen im Anhang (siehe Anhang, 367-374). Die dort dargestellten absoluten Häufigkeiten ergeben sich aus den Bewertungen der Lernenden. Eine Datenexploration wurde durchgeführt. Erhielten einzelne Fragen oder Aussagen keine Ankreuzung bzw. konnten Schüler oder Schülerinnen bei der Datenerhebung nicht anwesend sein, wurde dies als fehlend eingetragen. Es bleibt zu bedenken, dass die Symbole zur Beantwortung der Fragen den Kindern aus dem Unterricht der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* bekannt waren, jedoch möglicherweise eine ungenaue Skala zur Beantwortung der Aussagen boten und damit das Gütekriterium der Reliabilität nicht vollständig gegeben ist.

Für die Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen werden die in den Gesamtreflexionen am Ende der drei Lerneinheiten von den Kindern beurteilten Aussagen über die zurückliegende Lerneinheit herangezogen.

Die Datenanalyse beginnt mit den Bewertungen der Lernangebote zu den jeweiligen Leitideen „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, „Räumliche Figuren“ und „Alles Zufall?!“. Es folgt der Versuch der Berechnung der arithmetischen Mittelwerte und der Standardabweichungen. Beide Abschnitte münden in der Zusammenfassung der Auswertung der geschlossenen Befragungen im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen.

### **Bewertung des Lernangebotes der Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“**

Bei der Auswertung der Daten der geschlossenen Fragestellung (siehe Anhang, 368-369) zeigt sich eine Streuung bei der Aussage „Das Rechnen mit Komma fällt mir noch schwer“. Zwar stimmten 14 Kinder dieser Aussage nicht zu und 15 bewerteten sie neutral, jedoch stimmten elf Lernende zu. Keinen herausragenden Einzelwert, aber nahezu ausschließlich neutrale und positive Einschätzung erfuhr der Satz „Ich lernte viel Neues über den Tierpark Hellabrunn.“.

Überwiegend neutrale Bewertungen gab es bei den Aussagen

- Die Aufgaben für schlaue Denker haben mir am meisten Spaß gemacht (21x),
- Ich beherrsche die vier Grundrechenarten bei den Größen (24x),
- Das Umwandeln von Einheiten fällt mir leicht (26x).

Eine hohe Zustimmung erhielten die Sätze

- Ich habe ich alles verstanden (23x),
- Das Schätzen hat mich sicherer im Umgang mit Größen gemacht (24x),
- Beim Messen haben mich einige Ergebnisse überrascht (27x).

### **Bewertung des Lernangebotes der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“**

Bei der Datenanalyse der geschlossenen Fragestellung (siehe Anhang, 370-371) zeigt sich eine Streuung bei der Aussage „Bei den geometrischen Körpern haben mich einige Ergebnisse überrascht.“. Keinen auffallenden Einzelwert, aber nahezu ausschließlich neutrale und positive Einschätzung erfuhr der Satz „Ich beherrsche das Zusammensetzen der Somateile zu einem Würfel.“.

Überwiegend neutrale Bewertung zeigt sich bei den Aussagen

- Das Zeichnen der Ansichten des Körpers aus Somateilen fällt mir leicht (20x),
- Ich habe alles verstanden (25x).

Überdurchschnittlich hohe Werte erhalten die Verneinung der Feststellung

- Das Zeichnen von Schrägbildern fällt mir noch schwer (22x),

bzw. die breite Zustimmung bei den Sätzen

- Das Bauen des Somawürfels hat mich sicherer im Umgang mit räumlichen Körpern gemacht (23x),
- Die verschiedenen Würfelnetze konnte ich ohne Probleme finden (24x),
- Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht (36x).

### **Bewertung des Lernangebotes der Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“**

Bei der Auswertung der Daten der geschlossenen Fragestellung (siehe Anhang, 372-373) stellen sich keine auffallenden Streuungen heraus. Darüber hinaus erzielten alle Aussagen hohe Zustimmung.

Überwiegend neutrale Bewertungen erwiesen sich bei den Fragestellungen

- Ich habe alles verstanden (20x),
- Meine Vermutungen bei dem Süßigkeitenautomat waren immer richtig (22x),
- Das Zeichnen eines Baumdiagrammes fällt mir noch schwer (22x),
- Ich kann jetzt erklären, was ein Laplace-Experiment ist (23x).




Überdurchschnittlich hohe Zustimmungen erhielten die Sätze

- Die Anleitungen zu den verschiedenen Spielen konnte ich ohne Probleme verstehen (22x),
- Die Stationen aus der Geschichte der Mathematik haben mich interessiert (27x),
- Bei den mehrstufigen Zufallsversuchen haben mich einige Ergebnisse überrascht (30x).

### **Berechnung der arithmetischen Mittelwerte und der Standardabweichungen**

Neben der tabellarischen Darstellung mit absoluten Häufigkeiten werden darüber hinaus die arithmetischen Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Aussagen der Reflexionen berechnet (siehe Anhang, 367-374). „Personen, die eine Frage nicht beantwortet haben, werden in der Regel nicht mitgezählt. [...] Es [ist] notwendig, dass die Stichprobengröße  $n$  mitgeteilt wird, um anzugeben, auf wie viele Befragte sich die Prozentangaben beziehen“ (Aeppli, Gasser, Gutzwiller, Tettenborn 2014, 275). „Wenn die Daten aus einer Stichprobenerhebung stammen, wird das arithmetische Mittel mit  $\bar{x}$  (lies „x-quer“) bezeichnet. [...] Zur Berechnung [...] sollte das Merkmal mindestens intervallskaliert sein. In vielen publizierten wissenschaftlichen Artikeln werden arithmetische Mittelwerte jedoch auch berechnet, wenn genau genommen nur ordinalskalierte Merkmale vorliegen. Beispielsweise werden bei Rating-Skalen [...] arithmetische Mittelwerte gebildet, auch wenn eine Kontroverse darüber besteht, ob diese als intervallskaliert interpretiert werden kann, [...] weil angenommen wird, dass die Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ausprägungen immer gleich groß sind“ (Aeppli et al. 2014, 283-284). „Eine kritische Diskussion dieses weit verbreiteten Vorgehens findet sich in Rost (2004)“ (Bruder/ Hefendehl-Hebeker/ Schmidt-Thieme/ Weigand 2015, 630). Die berechneten Standardabweichungen dienen der Beschreibung der arithmetischen Mittelwerte und geben an, „wie stark die einzelnen Merkmale ‚vom Durchschnitt abweichen“ (Bruder et al. 2015, 629-630).

Zur Berechnung der beiden Werte werden die zur Bewertung verwendeten Symbole mit Zahlen belegt:

- 1:  „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“
- 0:  „Hier kann ich mich nicht entscheiden, das kann ich nicht beurteilen.“
- 1:  „Ich stimme zu, das ist richtig!“

Der arithmetische Mittelwert von beispielsweise -0,7 zeigt einen durchschnittlichen Ausprägungsgrad der Bewertungen hin zur Aussage „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“, der Wert 0,7 einen durchschnittlichen Ausprägungsgrad der Bewertungen hin zur Aussage „Ich stimme zu, das ist richtig!“. Wird vom arithmetischen Mittelwert die Standardabweichung subtrahiert bzw. addiert, so bedeutet dies, dass bei normalverteilten Daten 68,3% aller Werte zwischen diesen Rändern liegen (vgl. Aepli, Gasser, Gutzwiller, Tettenborn 2014, 283-289). Die arithmetischen Mittelwerte und die Standardabweichungen werden jedoch, aufgrund der geringen Variabilität und Reliabilität der 3-teiligen Skala der Multiple-Choice-Aufgaben, zurückhaltend interpretiert.

Als hohe arithmetische Mittelwerte sollen diejenigen  $< -0,90$  bzw.  $> 0,90$  gelten. Alle diese Werte weisen bei der Auswertung eine Standardabweichung zwischen 0,42 und 0,47 auf.

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler der einzelnen Lerneinheiten ergeben sich bei den Lerneinheiten „Hellabrunn - der Münchner Tierpark“ und „Alles Zufall?!“ keine hohen arithmetischen Mittelwerte. Es existiert lediglich ein solcher Wert zum Lernangebot der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“ bei der Aussage

- Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht (0,90).

### **Zusammenfassung der Auswertung der geschlossenen Befragungen im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen**

Durch die Auswertung der Daten der geschlossenen Fragestellung beim Lernangebot „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ zeigte sich, dass besonders Lerninhalte der Wahlstationen im Klassenverband nochmals aufgegriffen werden müssen. Beispielhaft ist hier die Streuung bei der Aussage „Das Rechnen mit Komma fällt mir noch schwer“, die darauf hinweist, dass einige Lernende bei dieser Aufgabenstellung sowohl gute als auch unbefriedigende Ergebnisse erzielten. Die neutralen Einschätzungen des Satzes „Ich lernte viel Neues über den Tierpark Hellabrunn.“ lassen sich auf den Bekanntheitsgrad des Münchner Tierparks zurückführen, der durch die räumliche Nähe zur Schule zu erklären ist. Dieser könnte auch ein Indiz dafür sein, dass die Einbettung des Themas Größen in den Kontext des Münchner Tierparks von den Kinder gut angenommen, ihr Interesse geweckt und laut der schriftlichen Befragung überwiegend viel Neues darüber gelernt wurde.

Bei dem Lernangebot „Räumliche Figuren“ bringen die Kinder (teils lückenhaftes) Vorwissen über geometrischen Körper aus der Grundschule mit. Die Streuung bei der Aussage „Bei den geometrischen Körpern haben mich einige Ergebnisse überrascht.“ könnte darauf zurückzuführen sein. Der geringe (zeitliche) Aufwand Neues zu lernen, bietet den Schülerinnen und Schülern, wie von der Lehrkraft beabsichtigt, Gelegenheit, das räumliche Vorstellungsvermögen intensiv zu schulen. Die nahezu ausschließlich neutralen und positiven Bewertungen der Aussage „Ich beherrsche das Zusammensetzen der Somateile zu einem Würfel.“ sind auf dem Hintergrund zu deuten, dass sich die Kinder während der Lerneinheit vermehrt kameradschaftlichen Duellen stellten. Schülerinnen und Schüler, die den Somawürfel schneller zusammensetzen konnten, gaben möglicherweise eine positive Bewertung bei der Reflexion, die Zweitplatzierten eine neutrale. Insgesamt kann diese Entwicklung auf motivationaler Ebene positiv gesehen werden. Besonders hervorzuheben ist die auffallend hohe Zustimmung der Kinder zu der Aussage „Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht.“. Diese ist erfreulich zu werten, da die Arbeit mit den Händen den Werkstattunterricht charakterisiert.

Bei der Auswertung des Lernangebotes „Alles Zufall?!“ stellen sich keine auffallenden Streuungen heraus.

### **6.3.2 Auswertung der offenen Befragungen**

Die qualitativen Daten der offenen Fragestellungen werden einer strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse unterzogen. Für die Einschätzungen der Schülerinnen und Schüler in Hinblick auf das Mathematiklernen in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* wird die in der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten wiederkehrende Frage „Was ist dir fachlich in der Mathematik beim Thema „Größen“/ „Räumliche Figuren“/ „Alles Zufall?!“ am schwersten gefallen, was am leichtesten? Begründe deine Antworten!“ herangezogen. Ebenso dient die in der Abschlussreflexion gestellte Frage „Welcher Lerngegenstand aus der *MatheLernWelt* ist dir noch in besonders guter Erinnerung? Begründe!“ als Grundlage. Eine erste Beschreibung der Daten kann bei der Autorin eingesehen werden beziehungsweise liefern die Übersichten im Anhang (siehe Anhang, 375-382). Die Antworten der Schülerinnen und Schüler wurden dazu nach inhaltlichen Aspekten kategorisiert. Sprachen einzelne Aussagen mehrere Kategorien an, so konnten diese in Sätze unterteilt bzw. wenn nötig die Sätze aufgeschlüsselt werden. Wurden einzelne Fragen nicht beantwortet bzw. konnten Schüler oder Schülerinnen bei der Datenerhebung nicht anwesend sein, wurde dies nicht weiter berücksichtigt. Somit ergibt sich eine Anzahl von Aspekten, die sich nicht auf die Anzahl der Schülerinnen und Schüler bezieht.

## Lernangebot der Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“

Bei der Auswertung der Daten der offenen Fragestellung zum Lernangebot „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark (siehe Anhang, 375-376) bewerteten die Schülerinnen und Schüler vermehrt die Größe „Länge“ als schwer, hingegen die Größe „Geld“ als leicht.

Kategorie	Schwer	Leicht
Länge	<b>12</b>	4
Masse	8	2
Zeit	6	1
Geld	1	<b>17</b>
Sonstiges	16	19
Nichts war schwer/ Alles war leicht	0	3
Gesamt	43	<b>46</b>
Nicht eindeutig zuzuordnen		2

Bei der Größe „Länge“ gaben die Lernenden neben allgemeinen Nennungen (5x) an, Schwierigkeiten beim Schätzen (2x), Messen (1x) und dem Umwandeln der Einheiten (4x) gehabt zu haben. Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

### Allgemeine Begründungen

- [...], weil ich noch nie Dezimeter hatte, [...].
- [...], weil ich noch nie Dezimeter gehört habe, [...].
- [...] weil ich das nicht mit dem dm verstanden habe [...]
- [...] weil es dort viele massen gibt z.B. cm, mm, m, km... [...].

### Länge schätzen

- [...] weil ich nicht so gut schätzen konnte.

### Länge messen

- [...], weil Länge [...] hat mich überrascht und es war schwer [...].

### Länge Einheiten umwandeln

- [...] es dort viele massen gibt z.B. cm, mm, m, km... [...].

Bei der Größe „Geld“ gaben die Kinder neben allgemeinen Nennungen (9x) an, das Schätzen (1x), Umwandeln der Einheiten (2x), Rechnen mit der Größe Geld (4x) und Rechnen mit der Größe Geld und Komma (1x) als leicht zu empfinden. Hierfür wurden folgende Gründe aufgeführt:

### Allgemeine Begründungen

- [...], weil ich war da sehr gut und ich hatte es auch in der Grundschule.
- [...] weil ich das schon immer gut Geld zahlen konnte.
- [...], weil ich das Geld schon gut kann.
- [...], weil ich war da immer schon sehr gut.

- [...], weil ich es gut kann.
- [...], weil es dort nicht so viele Einheiten gibt.

#### Mit der Größe Geld rechnen

- [...], weil ich das ganz gut kann.

#### Mit der Größe Geld und Komma rechnen

- [...] weil die angegebenen Zahlen eigentlich nur in die Tabelle schreiben musste.

Neben den Bewertungen einzelner Größen nannten die Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten beim Schätzen (3x), Einheiten umwandeln (7x), Rechnen mit Größen (3x), Rechnen mit Größen und Komma (1x) sowie allgemein zu den Wahlstationen (2x). Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

#### Schätzen

- [...] weil ich nicht besonders gut Schätzen kann [...]
- [...], weil ich fast nie das richtige Ergebnis beim ersten Mal hatte.

#### Einheiten umwandeln

- [...], weil da so hohe Zahlen waren.
- [...], weil ich es schwer finde.
- [...] weil da auch manchmal sehr schwere Aufgaben dabei waren [...].
- [...] hatte ich viele Fehler, weil es war anspruchsvoll [...]
- [...], denn ich bin damit noch nicht so wirklich klargekommen.
- [...] habe ich es noch nicht so gut beherrscht
- [...] den ich verstehe es nicht.

#### Mit Größen rechnen

- [...], weil das umwandeln und ausrechnen der Größen.
- [...], weil ich mich manchmal nicht so gut konzentrieren konnte (es war zu laut) und die Aufgaben waren manchmal etwas schwierig.
- [...] bei mit Größen rechnen waren die Zahlen sehr groß.

#### Wahlstationen

- [...], weil die Aufgaben schwieriger wurden. [...].
- [...], weil größer da waren die sehr schwer zu addieren und subtrahieren sind.

Als leicht stufen die Kinder das Schätzen (5x), Messen (9x) und Einheiten umwandeln (4x) ein. Hierfür wurden folgende Gründe aufgeführt:

#### Schätzen

- [...], weil es leicht war.
- [...] weil das Schätzen geht ja leicht und da muss man nicht so viel Denken [...].

- [...] denn manche ergebnisse haben mich schon überrascht und es war nicht so einfach aber auch nicht zu schwer.

#### Messen

- [...], weil das kommt ich irgendwie auch schon gut [...]
- [...], weil man nicht so viel nachdenken musste.
- [...], weil ich es leicht herausfinden konnte.
- [...]. Da man sich bei manchen sachen wunderte wie groß oder wie viele sie sind.
- [...]weil mir die Wäge geholfen hat.
- [...], weil mir die Wägen eine große hilfe waren.

#### Einheiten umwandeln

- [...], weil dort hatte ich es eigentlich immer richtig.

Gesamt betrachtet ordneten die Lernenden 43 Aspekte als schwer und 46 als leicht ein.

### Lernangebot der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“

Bei der Auswertung der Daten der offenen Fragestellung zum Lernangebot „Räumliche Figuren“ (siehe Anhang, 377-378) bewerteten die Schülerinnen und Schüler vermehrt die Station „Somawürfel selbst bauen“ als schwer als auch leicht.

Kategorie	Schwer	Leicht
Geometrische Körper	4	6
Netze von Würfel und Quader	4	5
Schrägbilder zeichnen	8	5
Mit dem Somawürfel Körper bauen	4	1
Somawürfel selbst bauen	<b>11</b>	<b>11</b>
Nichts war schwer/ Alles war leicht	7	6
Gesamt	<b>38</b>	34
Nicht eindeutig zuzuordnen		7

Die Kinder gaben an, bei der Station „Somawürfel selbst bauen“ Schwierigkeiten beim Bau (5x) und dem Zusammensetzen (6x) des Somawürfels gehabt zu haben. Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

#### Somawürfel selbst bauen

- [...]. Ich wusste nicht wo man die ganzen Teile hinmacht.
- [...], weil wir uns erst überlegen mussten wie wir die Würfelteile anordnen müssen, und dafür brauchten wir ziemlich viele versuche.
- [...]. Weil, mir ein Teil fälltte ich bemerkte das aber nicht [...].



- [...], weil ich danach gecheckt habe das ich ein Teil zu wenig hatte. [...].

Somawürfel zusammensetzen

- [...] weil ich nicht den zusammen bauen konnte.

Bei der gleichen Station gaben weitere Lernende an, das Bauen (9x) und Zusammensetzen (2x) des Somawürfels als leicht zu empfinden. Hierfür wurden folgende Gründe aufgeführt:

Somawürfel selbst bauen

- [...] weil, ich es schon konnte.
- [...], weil man die Formen nur nachbauen musste.
- [...], weil es nicht so kompliziert war die Somateile mit kleineren Holzwürfeln nachzubauen.
- [...] die aufgabe hat mir sehr gefallen.
- [...], weil es mir richtig Spaß gemacht hat.

Somawürfel zusammensetzen

- [...], weil man dort Basteln in kniffel durfte.

Gesamt betrachtet ordneten die Lernende 38 Aspekte als schwer und 34 als leicht ein.

### Lernangebot der Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

Bei der Auswertung der Daten der offenen Fragestellung zum Lernangebot „Alles Zufall?!“ (siehe Anhang, 379-380) bewerteten die Schülerinnen und Schüler vermehrt die Station „Baumdiagramme“ als schwer, hingegen die Station „Mehrstufigen Zufallsversuche“ als leicht.

Kategorie	Schwer	Leicht
Aus der Geschichte	4	3
Laplace-Experimente	2	3
Ein- und zweistufige Zufallsversuche	4	6
Mehrstufige Zufallsversuche	0	<b>10</b>
Baumdiagramme	<b>13</b>	3
Nichts war schwer/ Alles war leicht	5	7
Gesamt	28	<b>32</b>
Nicht eindeutig zuzuordnen	24	

Die Kinder gaben bei der Station „Baumdiagramme“ neben allgemeinen Nennungen (4x) an, Schwierigkeiten beim Verstehen der Aufgabenstellung (4x) und der Darstellung als Baumdiagramm (5x) gehabt zu haben. Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

Allgemeine Begründungen

- [...]. weil ich keine Partnern gefunden habe.

### Verstehen der Angabenstellung

- [...] weil ich da es am Anfang nicht kapiert hab mit der Aufgabe mit dem einen Würfel wo man würfeln sollte und dann die Zahl mit Stickern aufs Blatt schreiben sollte und zum Schluss die Ergebnisse hinter die Stelltafel hinschreiben sollte.
- [...] weil ich die Anleitung nicht so schnell verstanden habe [...]
- [...], da ich anfangs nicht verstanden habe wie es funktioniert.
- [...], weil wir es nicht verstanden haben, [...].

### Wahl des Würfels

- [...], weil es schwierig war zu Schätzen welchen Würfel man nimmt.

### Darstellung als Baumdiagramm

- [...], ich wusste nicht wie man es zeichnen soll.
- [...], weil ich das nicht so verstanden habe mit dem reinschreiben.
- Ich hatte ein bisschen probleme beim zeichnen von Baumdiagrammen.
- Mir ist dass zeichnen des Baumdiagrammes schwer gefallen ich habe dass einfach nicht richtig verstanden, [...]
- [...], weil ich den Aufbau nicht so recht verstanden habe, [...]

Bei der Station „Mehrstufigen Zufallsversuche“ gaben die Lernende neben allgemeinen Nennungen (6x) an, das Durchführen der Zufallsversuche (4x) als leicht zu empfinden. Hierfür wurden folgende Gründe aufgeführt:

### Allgemeine Begründungen

- [...]. weil es nicht so über fordert war
- [...], weil man was am Ende gekriegt hat!

### Durchführen der Zufallsversuche

- [...], weil wir nur Experimente (z.B. Lose gezogen) gemacht haben.
- [...], weil ich und mein Partner ziemlich leicht geschätzt haben aber es fast richtig war.
- [...] weil man als man aufschreiben musste was man vermutete hatte ich es richtig.
- [...] weil man nur die Sprünge zählen musste und wie sie gelandet sind.

Gesamt betrachtet ordneten die Lernende 28 Aspekte als schwer und 32 als leicht ein.

## Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“

Bei der Auswertung der Daten der offenen Fragestellung der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ (siehe Anhang, 381-382) erinnerten sich die Schülerinnen und Schüler an Lerngegenstände aus allen drei Lernangeboten.

Lerneinheit	Anzahl
Hellabrunn - Der Münchner Tierpark	3
Räumliche Figuren	7
Alles Zufall?!	27
Gesamt	37
Nicht eindeutig zuzuordnen	4

Beim Lernangebot „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ erinnerten sich die Kinder besonders an die Sanduhr (1x), das Geld (1x) und die Waage (1x). Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

Sanduhren

- [...], weil ich an dieser Station lange gebraucht habe. ☺

Geld

- [...] Es kommt überall vor. Man sieht ständig.

Waage

- [...]. Es hat mir Spaß gemacht mit dem Waage zu wiegen, weil ich danach besser mit den Gewichten schätzen konnte.

Beim Lernangebot „Räumliche Figuren“ gaben die Lernenden an, sich an die geometrischen Körper (2x) und Somawürfel (5x) zu erinnern. Hierfür wurden folgende Gründe aufgeführt:

Geometrische Körper

- [...], weil ich sie immer sehe. Im Alltag sehr ich immer die Formen.
- [...], weil ich sie an vielen Orten sehen kann.

Somawürfel

- [...] weil die Stationen gut war und spassig.
- [...] da man dabei sehr konzentriert war.
- [...], weil ich es gut verstehen konnte.
- [...], weil es [das Besprühen der Somawürfel] gerochen hat und es sehr gut sichtbar war

Beim Lernangebot „Alles Zufall?!“ benannten die Schülerinnen und Schüler die Würfel (5x), den Kreisel (1x), Süßigkeitenautomat (10x), Hüpfsmiley (7x) und die Lose (4x). Folgende Gründe wurden hierfür aufgeführt:

### Würfel

- [...], weil ich an der Station 2 Stunden gesessen bin.
- [...] weil wir oft mit ihm arbeiten mussten.
- [...] weil man macht so ein Würfel nicht immer.
- [...] denn die meisten Aufgaben haben mir mit dem Würfel spass gemacht

### Kreisel

- [...], weil ich durch ihn die Aufgabe erst richtig verstanden habe.

### Süßigkeitenautomat

- [...], ist noch nicht so lange her. Die Drops haben lecker geschmeckt.
- [...], weil so viele Süßigkeiten herauf kommen
- [...] weil man was gewinnen konnte
- [...] weil da was rauskommt.
- [...] weil er schon groß ist und weil da was drinnen ist.
- [...], weil das Ergebnis mich überrascht hat und weil wir die M und Ms essen durften.
- [...] weil ich nur einen gekriegt habe und Moritz 12 Stück.
- [...], er hat mir sehr gut gefallen und ich fand es schön, dass wir so etwas machen durften.

### Hüpfsmiley

- [...] weil er so hoch gehüpft ist.
- [...] weil der so schön springt und das Endergebnis ist spannend.
- [...] weil ich bei dem Ergebniss überrascht war.
- [...], weil ich auch so überrascht bei diesem Ergebnis war.
- [...] weil das spaß gemacht hat.

### Lose

- [...], weil da gab es auch gewinne.
- [...] weil es bei dieser Aufgabe Kaugummi gibt.

Gesamt betrachtet erinnerten sich die Lernenden an 37 Lerngegenstände aus den drei Lernangeboten.

## **Zusammenfassung der Auswertung der offenen Befragungen im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen**

Durch die Auswertung der Daten der offenen Fragestellung beim Lernangebot „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler vermehrt die Größe „Länge“ als schwer beurteilten. Neben allgemeinen Nennungen gaben die Lernenden überwiegend an, Schwierigkeiten beim Umwandeln der Einheiten gehabt zu haben. Dies begründeten sie sich mit dem hohen Anspruch der Aufgabenstellungen sowie dem eigenen geringen Können. Aus didaktischer Sicht ist dies mit einer möglicherweise fehlenden Grundvorstellung der Längen bzw. den vielen Untereinheiten und der wenig gebräuchlichen Einheit Dezimeter zu erklären.

Die Größe „Geld“ wurde hingegen als leicht bewertet und dies mit beispielsweise dem Bekanntheitsgrad und dem eigenen Können begründet. Ebenfalls als leicht stufen die Kinder in erster Linie das Messen ein. Der als gering empfundene Anspruch der Aufgaben war laut Angaben der Lernenden ebenso von Vorteil wie die zur Verfügung gestellten Messinstrumente.

Bei dem Lernangebot „Räumliche Figuren“ bewerteten die Schülerinnen und Schüler die Station „Somawürfel selbst bauen“ gleich oft als schwer als auch leicht. Zur Begründung wurde auf beiden Seiten das Bauen und Zusammensetzen des Somawürfels genannt, einmal als besonders schwierig, einmal als ausgesprochen leicht. In der Mathematikdidaktik gilt die Raumgeometrie aufgrund der benötigten Raumvorstellung als allgemein anspruchsvoll. Das Bauen des Somawürfels bestätigte dies bei einigen Lernenden. Es zeigte sich jedoch auch, dass das erfolgreiche Zusammensetzen des Würfels den Kindern Freude bereitet und die Mitschülerinnen und Mitschüler zum Üben anspornte.

Bei der Auswertung des Lernangebotes „Alles Zufall?!“ bewerteten die Lernenden vermehrt die Station „Baumdiagramme“ als schwer. Es fehlte den Lernenden am Verständnis der Aufgabenstellungen sowie der Darstellung von Baumdiagrammen. Dies ist mit dem noch wenig bekannten Schritt des Abstrahierens zwischen einer konkreten Situation und einem Modell nachzuvollziehen.

Als leicht wurde hingegen die Station „Mehrstufigen Zufallsversuche“ gesehen. Nach eigenen Angaben ging den Kindern besonders die Vorgehensweise bei der Durchführung von Zufallsversuchen leicht von der Hand und machte ihnen Spaß.

Bei der Auswertung der Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“ erinnerten sich die Kinder an Lerngegenstände aus allen drei Lernangeboten. Auffallend zeigt sich, dass es sich dabei um Gegenstände handelt, mit denen konkrete Handlungen durchgeführt wurden oder die die Schülerinnen und Schüler anspornten bzw. motivierten. Beispiele hierfür sind das Maßband, die Waage, der Somawürfel, alle Würfel, die Hüpfsmiley und die Lose.

## 6.4 ANGABEN ÜBER ZUSÄTZLICHE LERNERFAHRUNGEN (FZ 4)

Für die Auswertung der Angaben über zusätzliche Lernerfahrungen gelten die methodischen Bemerkungen, die bei den Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (siehe 6.3 Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (FZ 3), 289) zu finden sind, in entsprechender Weise.

### 6.4.1 Auswertung der geschlossenen Befragungen

Ebenso gilt dies für die Auswertung der geschlossenen Befragungen, arithmetischen Mittelwerte und Standardabweichungen. Hier gelten die methodischen Bemerkungen, die bei den Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (siehe 6.3 Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (FZ 3), 289 und hier 6.3.1 Auswertung der geschlossenen Befragungen, 289) zu finden sind, in entsprechender Weise.

Für die Angaben über zusätzliche Lernerfahrungen werden die in den Gesamtreflexionen am Ende der drei Lerneinheiten von den Kindern beurteilten Aussagen über

- ihre Einstellung zum Fach Mathematik,
- das eigene Arbeitsverhalten,
- die Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und -schülern sowie
- den Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* und die Lehrerin

herangezogen.

Die Datenanalyse beginnt mit den hohen Übereinstimmungen der Lernenden bei den jeweils wiederkehrenden Aussagen zum eigenen Arbeitsverhalten, der Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und -schülern sowie dem Unterricht und der Lehrerin in den drei Gesamtreflexionen der Lerneinheiten. Der Auswertung der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ folgt der Versuch der Berechnung der arithmetischen Mittelwerte und der Standardabweichungen. Alle Abschnitte münden in der Zusammenfassung der Auswertung der geschlossenen Befragungen über zusätzliche Lernerfahrungen.

### Hohe Übereinstimmungen der Lernenden bei den jeweils wiederkehrenden Aussagen

Bei den drei Befragungen der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit wiederholten sich je 28 zu beantwortende Aussagen. Als hohe Übereinstimmungen sollen diejenigen Bewertungen gelten, die von mindestens Dreiviertel der Schüler oder Schülerinnen angegeben wurden.

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ (siehe Anhang, 368-369) wurde keine Zustimmung erteilt für die Aussagen

- Es konnten nur die guten Schüler viel lernen (33x),
- Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt (36x).

*Keine deutliche Entscheidung* trafen die Lernenden bei dem Satz

- Wir haben nur wenige Fehler gemacht (32x).

Darüber hinaus fanden sich *hohe Zustimmungen* bei den Feststellungen

- Im Raum der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden (33x),
- Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde (33x),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (35x),
- Die Lehrerin unterrichtet uns gerne (35x),
- Wenn wir auf Fehler gestoßen sind, haben wir diese verbessert (36x),
- Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen (36x),
- Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter (36x),
- Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren (37x),
- Ich bemühte mich um gute Leistungen (37x),
- Die Lehrerin hat das Thema „Größen“ mit dem Tierpark Hellabrunn interessant gestaltet (37x),
- Meine Lehrerin kann gut erklären (38x),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (38x),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (39x).

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe Anhang, 370-371) wurde eine *deutliche Ablehnung* erteilt für die Aussage

- Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt (36x).

*Neutrale Ankreuzung* trafen die Lernenden bei dem Satz

- Die Schulaufgaben und Stegreifaufgaben in Mathematik sind schwierig (33x).

Darüber hinaus fanden sich *hohe Zustimmungen* bei den Feststellungen

- Im Raum der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden (32x),
- Unsere Lehrerin hat zu einem guten Klassenklima beigetragen (32x),
- Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert (33x),
- Es wurde auch mal gelacht (33x),
- Ich bemühte mich um gute Leistungen (34x),
- Mein Partner oder meine Gruppe half mir, die Aufgaben zu verstehen (34x),
- Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter (34x),
- Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen (35x),
- Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde (35x),

- Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht (36x),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (37x),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (38x),
- Meine Lehrerin kann gut erklären (38x),
- Die Lehrerin hat das Thema „Räumliche Figuren“ interessant gestaltet (40x),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (40x).

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe Anhang, 372-373) wurde *keine Zustimmung* erteilt für die Aussagen

- Es konnten nur die guten Schüler viel lernen (34x),
- Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt (39x).

*Neutrale Ankreuzung* trafen die Lernenden bei dem Satz

- Die Schulaufgaben und Stegreifaufgaben in Mathematik sind schwierig (33x).

Darüber hinaus fanden sich *hohe Zustimmungen* bei den Feststellungen

- Die Lehrerin unterrichtet uns gerne (32x),
- Es wurde auch mal gelacht (33x),
- Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen (34x),
- Unsere Lehrerin hat zu einem guten Klassenklima beigetragen (34x),
- Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren (36x),
- Im Flur der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden (36x),
- Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde (36x),
- Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert (37x),
- Ich bemühte mich um gute Leistungen (38x),
- Die Lehrerin hat das Thema „Alles Zufall?!“ interessant gestaltet (39x),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (39x),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (39x),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (39x),
- Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter (39x),
- Meine Lehrerin kann gut erklären (40x).

### **Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“**

Bei der Datenanalyse der geschlossenen Fragestellung der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ (siehe Anhang, 374) zeigt sich bei neun von zwölf Feststellungen keine deutliche Mehrheit.



Keinen mehrheitlichen Konsens, jedoch eher ablehnende Tendenz, fanden die Aussagen

- Ohne einen Laufzettel könnte ich mich genauso gut in der *MatheLernWelt* orientieren,
- Es fiel mir oft schwer, einen Partner für die Stationenarbeit zu finden.

Keinen mehrheitlichen Konsens, jedoch eher zustimmende Tendenz, fanden die Aussagen

- Das Fach Mathematik macht mir jetzt mehr Spaß als zu Beginn des Schuljahres,
- Durch die Arbeit in der *MatheLernWelt* habe ich meine Mitschüler besser kennengelernt,
- Das Lernen in der Gruppe fällt mir jetzt leichter,
- Die *MatheLernWelt* hat mir geholfen, selbstständiger zu arbeiten,
- Durch den Unterricht in der *MatheLernWelt* konnte ich mich immer wieder für die Mathematik motivieren,
- Aufgaben, die mir direkt von meiner Lehrerin erklärt werden, verstehe ich besser,
- Während der Arbeit in der *MatheLernWelt* hatte meine Lehrerin mehr Zeit für mich, als beim Klassenunterricht.

Auffallende Ergebnisse fanden sich dagegen bei drei Aussagen.

Hohe Werte erhielten die Ablehnung der Feststellungen

- Zum Unterrichtsstoff der *MatheLernWelt* habe ich noch Fragen (33x),

bzw. die Zustimmung bei den Sätzen

- Durch das Lernen mit Materialien ist mir bewusst geworden, wo die Mathematik in meinem Leben überall vorkommt (35x),
- Ich würde im nächsten Schuljahr gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten (38x).

### **Berechnung der arithmetischen Mittelwerte und der Standardabweichungen**

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ (siehe Anhang, 368-369) erzielten einen auffallenden arithmetischen Mittelwert die Aussagen

- Ich bemühte mich um gute Leistungen (0,90),
- Meine Lehrerin kann gut erklären (0,90),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (0,90),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (0,93).

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ (siehe Anhang, 370-371) erzielten einen auffallenden arithmetischen Mittelwert die Aussagen

- Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht (0,90),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (0,90),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (0,95),

- Meine Lehrerin kann gut erklären (0,95),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (1,00).

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler am Ende der Lerneinheit „Alles Zufall?!“ (siehe Anhang, 372-373) erzielten einen auffallenden arithmetischen Mittelwert die Aussagen

- Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt (-0,98),
- Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren (0,90),
- Im Flur mit der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden (0,90),
- Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde (0,90),
- Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert (0,93),
- Ich bemühte mich um gute Leistungen (0,95),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (0,95),
- Die Lehrerin hat das Thema „Alles Zufall?!“ interessant gestaltet (0,98),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (0,98),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (0,98),
- Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter (0,98),
- Meine Lehrerin kann gut erklären (1,00).

Bei der Bewertung der Schülerinnen und Schüler in der Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“ (siehe Anhang, 374) erzielten einen auffallenden arithmetischen Mittelwert die Aussagen

- Durch das Lernen mit Materialien ist mir bewusst geworden, wo die Mathematik in meinem Leben überall vorkommt (0,90),
- Ich würde im nächsten Schuljahr gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten (0,97).

### **Zusammenfassung der Auswertung der geschlossenen Befragungen über zusätzliche Lernerfahrungen**

Insgesamt wurden elf Aussagen bei den Reflexionen der Lerneinheiten von mehr als Dreiviertel der Lernenden positiv bewertet. *Keine Zustimmung* erhielt die Aussage

- Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt (36x/ 36x/ 39x).

*Hohe Zustimmung* erfuhren durchweg die Feststellungen

- Im Raum/ Flur der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden (33x/ 32x/ 36x),
- Ich bemühte mich um gute Leistungen (37x/ 34x/ 38x),
- Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen (36x/ 35x/ 34x),
- Die Lehrerin hat das Thema interessant gestaltet (37x/ 40x/ 39x),
- Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden (35x/ 38x/ 39x),

- Meine Lehrerin kann gut erklären (38x/ 38x/ 40x),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (38x/ 37x/ 39x),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (39x/ 40x/ 39x),
- Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde (33x/ 35x/ 36x),
- Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter (36x/ 34x/ 39x),

Einen hohen arithmetischen Mittelwert erzielten dabei durchweg die drei Aussagen

- Meine Lehrerin kann gut erklären (0,90/ 0,95/ 1,00),
- Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne (0,90/ 0,90/ 0,98),
- Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten (0,93/ 1,00/ 0,95).

Die stabile Zustimmung der Schülerinnen und Schüler zur Aussage „Im Raum/ Flur der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden“ darf als Bestätigung für die im Laufe des Schuljahres stattgefunden Entwicklung und Neugestaltung des Raumkonzeptes gesehen werden. Bei der Bewertung der Sätze zur Lehrerin muss davon ausgegangen werden, dass diese möglicherweise von einer insgesamt positiven Einstellung der Schülerinnen und Schüler zur Lehrkraft beeinflusst bzw. überlagert wurde. Dennoch ist durch die durchweg deutliche Zustimmung der Kinder zu den Aussagen „Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne.“, „Die Lehrerin hat das Thema interessant gestaltet.“, „Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde.“, „Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten.“, „Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden.“, „Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter.“ und „Meine Lehrerin kann gut erklären.“ anzunehmen, dass das Arbeitsklima als angenehm empfunden wurde. Die hohen Einvernehmen mit der Aussage „Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen“ lassen darüber hinaus ein positives Klassenklima erkennen. Ihr eigenes Engagement, das es stets durch das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* zu initiieren und fördern galt, betonten die Lernenden mit der hohen Zustimmung zu dem Satz „Ich bemühte mich um gute Leistungen“. Die positive Einstellung der Schülerinnen und Schüler zum Unterricht in der Lernwerksatt *MatheLernWelt* spiegelt sich zudem in der auffallend deutlichen Verneinung der Aussage „Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt“ wieder.

Die Auswertung der geschlossenen Fragestellungen der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ weisen auch bei nicht überwiegender Verneinung bzw. Zustimmung interessante Tendenzen auf. Konzeptionelle Fragen ergeben sich durch die Bewertungen der Aussagen „Ohne einen Laufzettel könnte ich mich genauso gut in der *MatheLernWelt* orientieren.“ und „Es fiel mir oft schwer, einen Partner für die Stationenarbeit zu finden.“. Eine erneute Befragung könnte hier Klarheit bringen, ob der Laufzettel wenig Orientierung bot oder dieser, aufgrund der übersichtlichen Strukturierung des Raumes des *MatheLernWelt*, den Lernenden nahezu überflüssig erschien. Die Partnerwahl könnte durch methodische Maßnahmen wie beispielsweise Wartelisten optimiert werden. Erfreulich in Bezug auf das Klassenklima und die Arbeitsweise der Schülerinnen und

Schüler sind die überwiegenden Zustimmungen zu den Aussagen „Durch die Arbeit in der *MatheLernWelt* habe ich meine Mitschüler besser kennengelernt.“, „Während der Arbeit in der *MatheLernWelt* hatte meine Lehrerin mehr Zeit für mich, als beim Klassenunterricht.“, „Das Lernen in der Gruppe fällt mir jetzt leichter.“ und „Die *MatheLernWelt* hat mir geholfen, selbstständiger zu arbeiten“ zu werten. Die überwiegend neutralen und positiven Bewertungen der Aussage „Aufgaben, die mir direkt von meiner Lehrerin erklärt werden, verstehe ich besser.“ lassen es als möglich erscheinen, dass die Kinder den Unterrichtsstoff auf Anhieb besser verstehen, ihn tiefer durchdringen oder länger behalten können, wenn er von der Lehrkraft direkt erklärt wird. Deutlich zeigt die Bewertung der Lernenden bereits jetzt die breite Zustimmung für den Wechsel der Unterrichtsformen Frontalunterricht und Werkstattunterricht. Positiv hervorzuheben ist, dass die Schülerinnen und Schüler die Aussage „Das Fach Mathematik macht mir jetzt mehr Spaß als zu Beginn des Schuljahres.“ neutral bzw. meist zustimmend bewerten. Ein Grund dafür könnte in der ebenfalls positiven Bewertung der Feststellung „Durch den Unterricht in der *MatheLernWelt* konnte ich mich immer wieder für die Mathematik motivieren“ liegen. Besonders erfreulich ist die Bestätigung der fachlichen Intentionen der Lerneinheiten, Lerninhalte zu vermitteln, durch die hohe Verneinung der Aussage „Zum Unterrichtsstoff der *MatheLernWelt* habe ich noch Fragen.“. Dies und der zugleich deutlich gemachte Bezug zum Alltag der Schülerinnen und Schüler zeigt sich auch in der hohen Anzahl der Bestätigungen zu der Feststellung „Durch das Lernen mit Materialien ist mir bewusst geworden, wo die Mathematik in meinem Leben überall vorkommt“. Die beachtlichsten Werte sowohl bei der absoluten Häufigkeit als auch beim arithmetischen Mittelwert zeigen sich bei der Bestätigung des Satzes „Ich würde im nächsten Schuljahr gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten.“. Dies lässt auf eine hohe Motivation für die Arbeit in der Lernwerkstatt schließen.

## **6.4.2 Auswertung der offenen Befragungen**

Für die Auswertung der offenen Befragungen gelten die methodischen Bemerkungen, die bei den Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (siehe 6.3 Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen (FZ 3), 289 und hier 6.3.2 Auswertung der offenen Befragungen, 293) zu finden sind, in entsprechender Weise.

Für die Angaben der Schülerinnen und Schüler über zusätzliche Lernerfahrungen in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* werden die in der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten wiederkehrende Fragen

- Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?
- Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?

- Würdest du gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!

herangezogen. Ebenso dienen die in der Abschlussreflexion gestellten Fragen

- Beim Arbeiten in der *MatheLernWelt* sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden. Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?
- Was ich noch sagen wollte!

als Grundlage. Eine erste Beschreibung der Daten kann bei der Autorin eingesehen werden beziehungsweise liefern die Tabellen im Anhang (siehe Anhang, 375-382).

### Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, „Räumliche Figuren“ und „Alles Zufall?!“ beantworteten die Kinder je die Fragen „Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?“ (siehe Anhang, 375-380). Folgende inhaltliche Aspekte wurden dabei genannt:

Inhaltlicher Aspekt	Lernangebot					
	Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“		Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“		Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“	
	Schwer	Leicht	Schwer	Leicht	Schwer	Leicht
Materialbeschaffung	1	1	0	0	0	0
Leises Arbeiten	4	1	4	6	0	7
Konzentriertes Arbeiten	<b>6</b>	<b>13</b>	<b>11</b>	<b>17</b>	<b>11</b>	<b>15</b>
Zusammenarbeit mit einem Partner	<b>6</b>	7	7	9	8	5
<i>MatheLernWelt</i> -Ordner/ Ordnung halten	1	3	1	0	0	8
Laufzettel	0	2	0	0	0	0
Raumkonzept/ sich orientieren	0	1	0	2	0	0
Sonstiges	2	0	2	3	5	4
Nichts war schwer/ Alles war leicht	1	2	5	2	6	3
<b>Gesamt</b>	21	<b>30</b>	30	<b>39</b>	30	<b>42</b>
Einschätzungen zu Themengebieten	15	16	6	11	8	6
Nicht eindeutig zuzuordnen		0		2		2

Zu allen drei Messzeitpunkten gaben die Schülerinnen und Schüler vermehrt an, Schwierigkeiten beim konzentrierten Arbeiten (6x/ 11x/ 11x) gehabt zu haben. Dies führten sie neben allgemeinen Begründungen (2x) auf das Anforderungsniveau (1x), die eigene Disziplin (6x) und die Lautstärke in der Lernwerkstatt (18x) zurück:

## Allgemeine Begründungen

- [...], weil ich öfters abgelenkt war.
- [...] weil ich oft neben Freunden saß die mich oft ansprachen

## Anforderungsniveau

- [...], weil manche [Arbeitsblätter] waren richtig schwer.

## Eigene Disziplin

- [...], weil ich manchmal unkonzentriert war.
- [...], weil ich mich nicht konzentriert habe aber danach habe ich mich konzentriert.
- [...] das ich manchmal nicht konzentriert war und dann nicht so viel verstanden habe.
- [...] ich konnte mich schwer konzentrieren
- Mir ist: es schwer gefallen ganze Zeit konzentriert zu sein.
- [...] dass ich an ein paar Stationen nicht sehr gut konzentriert war.

## Lautstärke in der Lernwerkstatt

- [...] wenn es laut war, konnte ich nicht gut überlegen.
- [...] denn es war öfters mal sehr laut und öfters auch leise.
- Es war schwer wenn welche neben mir lautstark geredet haben und ich mich nicht mehr konzentrieren konnte.
- [...], wenn andere zu laut sind.
- Als es laut war musste ich mich anstrengen.
- [...] weil manche waren laut und andere leise und ich konnte mich dann nicht mehr so konzentrieren. Aber dann ging einigermaßen gut.
- [...] weil, die meisten sehr laut waren und herumgeschrien haben.
- [...] weil die meisten sehr laut waren.
- Aber wenns laut war da habe ich mir schwergetan.
- [...], weil es zu laut war.
- Mir ist manches schwer gefallen wenn meine Mitschüler zu laut waren, [...].
- [...], so laut und nicht gut zu konzentrieren ist.
- Mir ist es schwer gefallen, weil es meist im Klassenzimmer lauter war.
- Es wurde bei einem aber lauter im Gang, da viel es mir schwerer. Allgemein fand ich es schade, dass ich nur so wenige an die Gangregel gehalten haben.
- Mir ist es schwer gefallen im Gang zu arbeiten, weil ich keine Ruhe fand.
- Mir ging es schwer im Flur weil es da so laut ist.

- [...], weil wir nicht alleine waren und es sehr laut war.
- [...] wenn noch eine Klasse dabei war da es sehr laut wurde. Aber meistens die Lehrer ein und es war wieder Ruhe.

Dem gegenüber stehen die Aussagen der Lernenden zu allen drei Messzeitpunkten, das konzentrierte Arbeiten (13x/ 17x/ 15x) als besonders leicht empfunden zu haben. Hierfür wurden neben allgemeinen Begründungen (5x) das Anforderungsniveau (1x), die eigene Disziplin (8x) und die Lautstärke in der Lernwerkstatt (5x) als Gründe genannt:

#### Allgemeine Begründungen

- [...], dass ich nie gestört wurde.
- [...], weil ich auch genau geschaut habe was für ein Körper war.
- [...], weil weil ich es gleich kapiert habe.
- [...], weil ich wusste das das wichtig war.
- [...] weil ich unter Druck war.

#### Anforderungsniveau

- [...] weil auch die Pflichtstationen schwer waren deshalb habe ich mich konzentriert

#### Eigene Disziplin

- Wenn ich leise war, dann konnte ich mich besser konzentrieren [...].
- Wenn man leise ist kann man sich besonders gut konzentrieren. [...]
- [...] da ich leise war.
- [...] weil ich leise war.
- Mir ist es leicht gefallen die Anleitungen zu verstehen durch leises bearbeiten
- durch das leise mitarbeiten viel mir eigentlich alles leicht [...]
- Leicht war es, wenn man Einzelstationen leise [...] macht.
- Leicht war das wir leise gearbeitet haben, [...]

#### Lautstärke in der Lernwerkstatt

- Es es immer leise war, konnte ich mich gut konzentrieren [...].
- Ich habe mich leicht getan, wenn es leise war, [...]
- Mir ist es leicht gefallen bei den Aufgaben wo es sehr leise war [...]
- [...] also war nicht so laut
- Als es leise war konnte ich mich gut konzentrieren

Gesamt betrachtet nannten die die Lernenden stets mehr leichte Aspekte (30x/ 39x/ 42x) als solche, die ihnen schwer (21x/ 30x/ 30x) fielen.

## Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, „Räumliche Figuren“ und „Alles Zufall?!“ beantworteten die Kinder je die Fragen „Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?“ (siehe Anhang, 375-380). Folgende inhaltliche Aspekte wurden dabei genannt:

Inhaltlicher Aspekt	Lernangebot					
	Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“		Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“		Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“	
	Gefallen	Wünsche	Gefallen	Wünsche	Gefallen	Wünsche
Einfache Partnerwahl	0	2	0	0	0	1
Gegenseitige Hilfe	<b>13</b>	0	5	1	9	1
Effektives Arbeiten	7	1	10	3	4	1
Zusammensein (mit Freunden)	<b>13</b>	6	<b>13</b>	4	15	3
Kameradschaftlicher Umgang	4	1	4	4	0	2
Angenehme Arbeitsatmosphäre	6	5	11	7	<b>16</b>	6
Arbeitszeit	0	3	0	4	0	0
Sonstiges	4	2	5	<b>8</b>	6	8
Unterricht in der <i>MatheLernWelt</i>	0	6	0	<b>8</b>	0	7
Keine Wünsche mehr	0	<b>11</b>	0	4	0	<b>13</b>
<b>Gesamt</b>	<b>47</b>	37	<b>48</b>	43	<b>50</b>	42

Zum ersten Messzeitpunkt gaben die Lernenden am häufigsten an, die gegenseitige Hilfe (13x) und das Zusammensein (mit Freunden) (13x) als positiv zu empfinden.

Die gegenseitige Hilfe wurde vor allem bei anspruchsvollen Aufgaben (7x) und der Lösungskontrolle (2x) positiv bemerkt

- [...] wenn einer eine Lösung nicht wusste hat es meistens der andere gewusst.
- [...], dass Jonas mir bei den Aufgaben geholfen hat, die ich nicht verstanden habe.
- [...] wenn ich nicht weiter wusste das mir mein Partner geholfen hat.
- [...], dass mein Mitschüler mir immer bei schwereren Aufgaben geholfen hat.
- [...], dass wenn man nicht weitergekommen ist, seinen Partner fragen konnte.
- Mir hat es mit meinem Partner gefallen weil er mir bei schwierigen Aufgaben half sie zu verstehen.
- Der Cem hat mir bei schwereren Aufgaben geholfen und ich habe es dann auch verstanden.
- [...], weil sie mir Fehler gezeigt haben.
- Mir hat gefallen das sie dir gesagt habe, was du gut machst und nicht so gut.



Das Zusammensein (mit Freundinnen und Freunden) begründeten die Kinder überwiegend durch die stets freie Wahl der Lernpartnerinnen und Lernpartner (5x)

- *Es war gut das wir uns die Partner aussuchen konnten.*
- *Man durfte sich aussuchen wen man will.*
- *Dass man beste Freunde zur Mitarbeit fragen durfte und andere aus einer anderen Klasse.*
- *[...] das wir mit verschiedenen Mitschülern arbeiten konnten.*
- *[...], das ich mit verschiedenen Mitschülern ins Gespräch kam [...]*

Bei der Frage nach eigenen Anliegen, gaben die meisten Kinder an, keine Wünsche mehr (11x) zu haben. Dies verdeutlichten einige mit ihrer bestehenden Zufriedenheit (8x)

- *[...] aber ich habe keine anderen Wünschen*
- *Ich würde mir nichts anderes wünschen.*
- *Mir etwas wünschen brauche ich nicht.*
- *Ich wünsche mir nichts weil alles gut war.*
- *Eigentlich passt alles.*
- *Ich wünsche mir das es so bleibt.*
- *Wünschen würde ich mir dass alles so bleibt wie es ist [...]*
- *Ich wünsche mir nichts, denn ich zufrieden wie es ist.*

Bei der zweiten Messung stellten die Schülerinnen und Schüler vor allem das Zusammensein (mit Freunden) (13x) in den Vordergrund. Dies wurde überwiegend mit der freien Wahl der Lernpartnerinnen und -partner (3x) begründet

- *Mir hat gefallen, dass wir selber aussuchen durften mit wem wir arbeiten, [...]*
- *Mir hat gefallen dass man viel aussuchen durfte mit wem man Arbeiten [...]*
- *Mir hat gefallen dass ich auswählen mit wem ich arbeiten konnte,*

Die Wünsche der Schülerinnen und Schüler variierten stark. Besonders sonstige, spezielle Anliegen (8x) und der Wunsch nach Unterricht in der *MatheLernWelt* (8x) wurden notiert.

Das Hauptaugenmerk bei den sonstigen, speziellen Wünschen lag auf der Vorgabe der Anzahl der Lernpartnerinnen und -partner (3x)

- *Nicht so gut gefallen haben nur die Aufgabe wo man zu viert musste.*
- *Ich würde mir noch wünschen, dass man sich bei den den Stationen aussuchen darf mit wie vielen Personen man das macht.*

- *Ich würde mir wünschen, dass man bei ein paar Stationen mit mehreren Schüler arbeiten könnten*

Erläuterungen oder Begründungen zum Wunsch nach Unterricht in der *MatheLernWelt* wurden nicht gegeben.

Zum dritten Messzeitpunkt gaben die Lernenden an, die angenehme Atmosphäre (16x) als besonders positiv zu empfinden. Diese begründeten die Schülerinnen und Schüler mit einer angemessenen Lautstärke (3x), dem freundlichen Umgang untereinander (6x) und der empfundenen Freude (7x)

- *[...] dass wir leise [...] gearbeitet haben*
- *[...], das wir leise waren.*
- *[...] dass eigentlich alle mit ihrem Partner oder mir ihrer Gruppe leise waren.*
- *Das sie nett sind.*
- *Mir hat gefallen das mir gut miteinander klargekommen sind*
- *Mir hat gefallen das wir uns so gut verstanden haben [...]*
- *Mir hat gut gefallen wie sich meine Mitschüler mit mir verstanden haben.*
- *Wenn man immer Partner tauscht kann man sich auch mal besser kennen lernen und sich besser verstehen.*
- *[...] man kommt mit ihnen besser aus.*
- *Mir hat die Gruppenarbeit sehr gut gefallen, weil das lernen mit den Mitschülern sehr viel spaß gemacht hat.*
- *mir hat gefallen, das man viel Spaß hatte.*
- *Mir hat gefallen das es spaßgemacht hat.*
- *Mir hat gefallen das wir [...] spaß hatten*
- *Es war sehr lustig, es macht spaß.*
- *Mir hat das zusammen arbeiten spaß gemacht ich konnt gut lachen mit ihnen*
- *Mir hat gefallen das wir auch manchmal leise lachen konnten [...]*

Bei der Frage nach eigenen Anliegen, gaben die meisten Kinder an, keine Wünsche mehr (13x) zu haben. Dies verdeutlichten einige mit ihrer bestehenden Zufriedenheit (9x)

- *[...], weil alles gut war und gepasst hat.*
- *[...], weil alles gut war und gepasst hat.*
- *[...] weil es mir alles gefallen hat.*
- *[...], weil mir alles gut gefallen hat.*

- [...] konnte mir nicht besseres vorstellen.
- [...] fand ich alles perfekt.
- [...], es ist alles perfekt.
- Die MatheLernWelt ist so perfekt wie sie jedesmal ist.
- Ich liebe MatheLernWelt

Insgesamt überwiegen zu allen drei Messzeitpunkten die Aspekte, die bei den Schülerinnen und Schülern Gefallen gefunden haben (47x/ 48x/ 50x) gegenüber den Wünschen (37x/ 43x/ 42x).

**Würdest du gerne wieder in der MatheLernWelt arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!**

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“, „Räumliche Figuren“ und „Alles Zufall?!“ beantworteten die Kinder je die Frage „Würdest du gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!“ (siehe Anhang, 375-380). Folgende inhaltliche Aspekte wurden für die Entscheidungen genannt:

Inhaltlicher Aspekt	Lernangebot					
	Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“		Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“		Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“	
	Nein	Ja	Nein	Ja	Nein	Ja
Räumlichkeit	0	2	0	1	0	2
Freie Auswahl der Aufgaben	0	12	0	<u>23</u>	0	15
Effektives Arbeiten	0	10	0	6	0	10
Zusammensein (mit Freunden)	0	9	0	<b>25</b>	0	16
Angenehme Arbeitsatmosphäre	<b>1</b>	<b>22</b>	0	17	0	<b>21</b>
Keine Hausaufgaben	0	6	0	0	0	2
Sonstiges	0	10	0	10	0	15
<b>Gesamt</b>	<b>1</b>	<b>71</b>	<b>0</b>	<b>82</b>	<b>0</b>	<b>81</b>

Zum ersten Messzeitpunkt gab ein Kind an, aufgrund der Arbeitsatmosphäre (1x), nicht mehr in der *MatheLernWelt* arbeiten zu wollen. Hierfür wurde folgende Begründung angeführt

- [...], weil sie zu viel geschrien hat und so fix war.

Dem gegenüber gaben die meisten Lernenden an, eine angenehme Arbeitsatmosphäre (22x) zu empfinden. Diese begründeten sie mit der empfundenen Freude (22x)

- [...] Weil MatheLernWelt sehr Spaß macht [...]
- [...] es macht Spaß.

- [...] denn es macht riesig Spaß. [...]
- [...] es macht viel Spaß [...]
- [...], weil es Spaß [...].
- [...], weil mir es Spaß macht [...].
- [...] macht auch Spaß.
- [...] ich hatte sehr viel Spaß.
- [...], weil es Spaß macht zu arbeiten [...]
- [...] es viel Spaß macht [...]
- [...], weil es dort Spaß gemacht hat [...].
- [...], weil es viel Spaß gemacht hat [...].
- [...] Es hat mir sehr Spaß gemacht. Es war einfach toll.
- [...] Weil es [...] Spaß macht.
- [...] Weil ich dort viel Spaß hatte.
- [...] denn es macht sehr viel Spaß ☺
- [...] Es hat mir sehr gefallen, weil alles so lustig war [...].
- [...], weil es sehr Spaß macht und weil es mir gefällt. [...]
- [...], weil das mir sehr Spaß gemacht habe. [...]
- [...], denn da hat man mehr Spaß am Lernen.
- [...], weil ich finde, es macht viel mehr Spaß MatheLernWelt zu arbeiten als normalen Unterricht.
- [...], weil es mir soo Spaß macht. Gut, dass es die MatheLernWelt gibt. ☺

Bei der zweiten Messung stellten die Schülerinnen und Schüler vor allem das Zusammensein (mit Freunden) (25x) in den Vordergrund. Dies wurde überwiegend mit dem Wechsel der Lernpartnerinnen und -partner (1x) der empfundenen Freude mit Klassenkameraden und -kameradinnen oder anderen Klassen (13x), dem Meinungsaustausch (1x) und Kennenlernen neuer Kinder (3x) begründet

- [...] Außerdem gefällt mir die Abwechslung bei den Arbeitspartner.
- [...] Ich finde es schön [...] wenn man Partnerarbeit oder Gruppenarbeit machen kann.  
[...]
- [...] Weil es mir sehr gefallen hat mit den Partner [...]
- [...], weil es Spaß macht mit anderen [...]
- [...], weil es Spaß macht, mit Kindern zu arbeiten. [...]

- [...] weil ich das spass fand mit einem Partner zuarbeiten [...]
- [...] Und das macht sehr Spaß mit Partner zu arbeiten. [...]
- [...] es macht spass in der Gruppe zu arbeiten.
- [...], wenn es möglich wäre das ganze Jahr übt, denn es hat mir sehr Spaß gemacht auch mit meinen Klassenkamerad/innen Aufgaben gemeinsam zu machen [...]
- [...], weil es macht mir Spaß mit anderen Klassen zu arbeiten oder mit Mitschüler mit meiner Klasse.
- [...] Es macht auch spass wenn eine andere Klasse dabei ist.
- [...] es war schön das man mit anderen Klassen zusammen arbeiten konnte. [...]
- [...], weil [...] Partnerarbeit usw. war auch sehr spannend. Also ich finde wenn es das ganze Jahr lang so würde, würden alle Kinder Mathe lieben. (Glaube ich zumindest).
- Weil ich es in der MatheLernWelt weil es mir spass macht mit Julius und die anderen [...] oder das auch andere Klassen dazu kommen von dem wir vileicht Schüler oder Schülerin kennen und mit ihrn arbeiten kann und am liebsten würde ich immer MatheLernWelt arbeiten.
- [...], weil [...] wir unsere Meinungen austauschen können. [...]
- [...], weil [...] man kent sich mehr z.B. mit Jungx, ...
- [...] außerdem lernt man neue Schüler kennen.
- [...], das die andere Klasse auch manchmal kommt, damit wir die auch besser kennenlernen.

Eine ebenfalls auffallend hohe Zahl an positiven Hervorhebungen erreichte die freie Auswahl der Aufgaben (23x). Das Hauptaugenmerk lag dabei auf dem Aufgabenangebot (11x) und den handlungsorientierten Aufgaben mit Material (12x)

#### Aufgabenangebot

- [...], weil es da verschiedene Aufgaben gibt [...].
- [...], weil es da so toll ist, da wir viele andere Stationen [...]
- [...] weil [...] die aufgaben sind sehr interessant.
- [...], in der Mathe Lern Welt [...] ist interessant. [...]
- [...] das Thema hat mich besonders interessiert und es war auch sehr leicht.
- [...] weil da sind tolle aufgaben, [...]und da interessiert mich alles sehr!!!
- [...], weil es immer toll ist neues zu lernen [...].
- [...], weil wir [...] neue Sachen lernen [...].

- [...] weil [...] ich habe auch was neues gelernt das fand ich auch sehr toll. [...]
- [...] weil es mir spass macht [...] so lustige Aufgaben zu bearbeiten oder so Aufgaben wo ich denke ob mann das will ich auf jeden Fall bearbeiten [...]
- [...], weil ich die Geometrie mag und die Stationen machen mir Spass [...].

#### handlungsorientierten Aufgaben mit Material

- Ja! Weil es nicht immer nur Schreiben, Rechnen usw. ist... man kann Würfelnetze bauen, man konnte sogar Somawürfel ansprühen und das hat mir Spass gemacht!
- [...] Es ist auch schön was mit den Händen zu machen und nicht nur ständig zu rechnen.
- [...] Auch kann man viel mit den Händen machen.
- [...], weil [...] auch mal aufgaben wo man mit Händen arbeitet
- [...] Es ist ein Traum man darf mit den Händen, Kleber, Würfeln... arbeiten. Am meisten macht mir das arbeiten mit dem Material spass
- [...], da ich es sehr spannend finde mit verschiedenen Materialien zu arbeiten. [...]
- [...], weil es immer toll ist [...] mit den vielen Materialien zu arbeiten.
- [...] da man dort auch mit gegenständen arbeiten konnte [...]
- [...] Weil es mir sehr gefallen hat [...] aus den Materialien Würfel herzustellen oder neue Formen kennenzulernen oder Aufgaben zu überwinden.
- [...], denn es hat mir sehr Spass gemacht auch mit den Bauklötzen aufgaben zu erledigen mit Formen und Würfeln etwas mehr kennenzulernen.
- [...] ich fand das bauen mit den Klötzen cool ich fand auch das sprühen voll cool weil ich das zum ersten mal gemacht habe [...]
- [...] Und den Materialien zu arbeiten macht mir auch voll Spass.

Zum dritten Messzeitpunkt gaben die Lernenden an, die angenehme Atmosphäre (21x) als besonders positiv zu empfinden. Diese begründeten die Schülerinnen und Schüler mit der empfundenen Freude (21x):

- [...] denn es wurde viel gelacht [...]
- [...]weil es macht Spass. [...]
- [...] es macht immer Spass, [...].
- [...] weil es spass macht toll ist cool, cool, cool.
- [...], weil es spass macht [...].

- [...], weil die MatheLernWelt mir sehr viel Spaß macht [...]
- [...], weil es Spaß macht [...]
- [...] weil es mir sehr viel Spaß macht
- [...], weil viel Spaß macht [...]
- [...], weil es sehr viel Spaß macht [...]
- [...], es macht Spaß. [...] es macht sehr viel Spass.
- [...], es macht sehr viel Spaß. [...]
- [...], es hat Spaß gemacht. [...]
- [...], weil es mir sehr viel Spaß macht. [...]
- [...] weil das macht mir Spaß!
- [...], weil [...] ich Spaß daran habe.
- [...], natürlich bei der MatheLernWelt macht alles viel mehr Spaß. [...]
- [...], weil es hat der Klasse (und der Lehrerin = glaube ich) auch sehr Spaß gemacht, [...]
- [...] denn die MatheLernWelt macht deutlich mehr Spaß als ganz normaler Unterricht.
- [...] weil es Spass gemacht hat und weil es Spass macht zu lernen und ich find auch richtig cool das wir überhaupt sowas machen. [...]
- [...] ich würde gerne MatheLernWelt machen anstatt normalen Stunden und ich würde bis 14.00 uhr MatheLernWelt arbeiten weil es mir Spaß macht [...]

Insgesamt überwiegen zu allen drei Messzeitpunkten deutlich die inhaltlichen Aspekte, die die Schülerinnen und Schüler motiviert haben, wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten zu wollen (71x/ 82x/ 81x) gegenüber der Ablehnung (1x/ 0x/ 0x).

**Beim Arbeiten in der *MatheLernWelt* sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden. Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?**

In der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ beantworteten die Kinder die Fragen „Beim Arbeiten in der *MatheLernWelt* sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden. Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?“ (siehe Anhang, 381-382). Folgende inhaltliche Aspekte genannt:

Inhaltliche Aspekte	Anzahl
<b>Gründe</b>	
gedankenloser/ sorgloser Umgang	<b>14</b>
besondere Beliebtheit der Gegenstände	5
Sonstiges	10
keine Erklärungsmöglichkeit gefunden	5
	Gesamt: 34
<b>Verbesserungsvorschläge</b>	
stärkere Kontrolle	<b>7</b>
Sonstiges	5
keine Verbesserungsvorschläge gefunden	1
	Gesamt: 13
Gesamt	47
Nicht eindeutig zuzuordnen	0

Als Gründe gaben die Schülerinnen und Schüler überwiegend an, gedankenlos bzw. sorglos mit den Lernmaterialien umgegangen zu sein (14x):

- [...] weil jeder immer so dran gespielt hat und es immer hin und her gedreht hat.
- [...], weil die Kinder immer daran rumgespielt haben.
- [...], dass viele einfach nur daran herum gedreht und geschüttelt (oder ähnliches haben).
- [...], weil die Schüler/innen immer ohne Chips gedreht haben.
- Bei dem Automaten sollte man vielleicht ein bisschen besser aufpassen.
- Ich glaub es liegt daran das die Schüler nicht gut damit umgehen.
- Die Kinder gehen nicht gut mit den Sachen um und dann gehen diese kaputt.
- [...] weil keiner sich dafür interessiert hat wo die Sachen bleiben.
- Gegenstände wie z.B. Würfel können im Klassenzimmer liegen bleiben, weil man schnell zum Bus muss und andere interessieren sich nicht dafür. So können sie schnell mal abhandeln kommen.
- Vielleicht weil keiner auf die Sachen aufpasst.



- Viele Schüler sind Respektlos mit den Sachen umgegangen wodurch viele Sachen kaputt gegangen sind.
- Weil die Sachen nicht ihnen gehören und deswegen gehen sie damit rücksichtslos um.
- Weil, einige zu krot mit den Sachen umgegangen sind.
- [...] weil viele Schüler es mit gewallt gedreht haben.

Überraschend sind (wenn auch nur in geringer Anzahl) die Antworten von Lernenden, die als Grund für die Beschädigungen die Beliebtheit der Gegenstände (5x) angaben:

- Weil welche Kinder bei den Automaten M und M's haben wollten und deswegen haben sie an dem Rad gedreht
- Weil beim Süßigkeitsautomaten sollten es eins haben und dabei haben sie es kaputtgemacht [...]
- Ich glaube bei den Smilyies weil die so schön sind. Bei den Automaten weil manche Kinder nach den M & Ms ferückt waren.
- Es könnte daran liegen, dass manche Leute Sachen cool fanden und sie selber haben möchten.
- Es könnte daran liegen das viele Dinge die Kinder faszinieren und wollen, [...]

Die Mehrheit der Kinder schlug vor, die Lernmaterialien besser zu kontrollieren (7x):

- Ich hätte die Automaten in einen Schrank gesperrt.
- [...] als Verbesserung in einen Schrank was sie zuschließen oder in Lehrerzimmer mitnehmen.
- Man könnte immer nur eine Gruppe Math-Lern-Welt machen lassen, dann man einen besseren Überblick über die Kinder
- Man könnte die Smartie Automaten in das Klassenzimmer stellen damit die Lehrerin sie immer im Blick hat.
- Vielleicht sollte man gleich neben den Stationen ein paar Tische aufstellen wo man dann arbeiten kann.
- Das man bei Notizen macht um zu wissen wer jetzt als letzter es benutzt hat. Am besten wäre es so, das man zur Lehrerin geht um sich reinzuschreiben.
- Ich glaube es wäre gut, wenn man sich notiert was man genommen hat und das den Zettel aufhebt.

## Was ich noch sagen wollte!

Am Ende der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ hatten die Kinder Gelegenheit die Aussage „Was ich noch sagen wollte!“ (siehe Anhang, 381-382) zu kommentieren. Folgende inhaltliche Aspekte wurden aufgeführt:

Inhaltliche Aspekte	Anzahl
<i>MatheLernWelt</i> als gelungene Einrichtung	<b>12</b>
<i>MatheLernWelt</i> macht Spaß.	<b>9</b>
Es soll alles so bleiben.	1
Wunsch nach weiterer <i>MatheLernWelt</i>	<b>12</b>
Sonstiges	5
Gesamt	39
Nicht eindeutig zuzuordnen	0

Es fällt auf, dass die Lernenden ausschließlich positive Aspekte aufführten. Besonders häufig beschrieben sie den Unterricht in der Lehrwerkstatt *MatheLernWelt* als gewinnbringend (12x) bzw. gaben an, Spaß dabei empfunden zu haben (9x):

### *MatheLernWelt* als gelungene Einrichtung

- *Eigentlich passt alles wie es ist.*
- *MatheLernWelt ist super toll*
- *Ich finde die Math-Lern-Welt xuuuuuper toll*
- *Die Mathe-Lernwelt ist cool.*
- *Das ich die MatheLernWelt schon immer cool fand.*
- *Die MatheLernWelt hat mir gut gefallen.*
- *Mir gefällt Math-Lern-Welt sehr gut [...]*
- *[...] da es so wahnsinnig Spaß macht in Gruppen zu arbeiten oder dass man da mit Gegenständen arbeitet und noch eine kleine belohnung bekommt.*
- *[...] die M & M Automaten finde ich einfach nur richtig toll ich kann es fast nicht sagen und ich habe mir auch einen besorgt!!!!*
- *Sie haben es gut Erklärt.*
- *[...] man lernt etwas deswegen gefällt es mir auch so.*
- *Ich finde das die MatheLernWelt besser ist als Klassenunterricht, weil man meiner Meinung nach dort mehr lernt.*

### MatheLernWelt macht Spaß

- *Die MatheLernwelt ist cool denn es macht sehr spass*
- *Ich wollte sagen das die Mathe-Lern-Welt sehr spass gemacht [...]*
- *Mathe-Lern-Welt macht sehr viel Spass:*
- *Das mir die MLW sehr viel spaß macht [...]*
- *Den MatheLernWelt hat mir ganz viel Spaß gemacht, [...]*
- *[...] weil es dort Spaß macht*
- *Es hat mir spaß gemacht [...]*
- *MatheLernwelt macht mir immer schon Spaß [...]*
- *Das Thema alles Zufall hat spaß gemacht.*

Viele Kinder äußerten den Wunsch nach einer Fortführung des Unterrichts in der *MatheLernWelt* (12x).

- *Mehr mathe Lernwelt*
- *Ich möchte gerne, dass wir mehr Mathe-Lernwelt machen.*
- *[...] und ich sie [die MatheLernWelt] immer wieder gerne machen würde.*
- *[...] ich wünsche das wir noch machen Mathe Lern Welt!*
- *Ich würde gerne nochmal die Mathe-Lern-Welt machen, [...]*
- *[...] ich würde es gern nochmal machen.*
- *ich würde mich freuen wenn wir so etwas in der 6. Klasse wieder haben [...]*
- *Ich würde sie gerne in der 6. Klasse wieder machen wenn es keine Hausaufgabe gibt.*
- *[...] könnten wir das wieder in der 6. Klasse genauso machen könnten.*
- *[...] ich möchte es auch gerne auch in der 6. Klasse machen.*
- *Ich würde gerne nochmal in der 6. Klasse Mathe-Lern-Welt machen weil es so viel Spaß macht.*
- *Ich will gerne nur Mathe-Lern-Welt machen [...]*

### **Zusammenfassung der Auswertung der offenen Befragungen über zusätzliche Lernerfahrungen**

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten beantworteten die Kinder je die Fragen „Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?“.

Zu allen drei Messzeitpunkten gaben die Schülerinnen und Schüler vermehrt an, Schwierigkeiten beim konzentrierten Arbeiten gehabt zu haben. Dies führten sie überwiegend auf die von den Mitschülerinnen und -schülern verursachte Lautstärke in der Lernwerkstatt zurück.

Dem gegenüber stehen die Aussagen der Lernenden, das konzentrierte Arbeiten als besonders leicht empfunden zu haben. Ihr gutes Arbeitsverhalten begründeten die Lernenden an erster Stelle mit der eigenen Disziplin. Diese zeigt sich, bei allen Nennungen aus Sicht der Kinder, wiederum durch das leise Sein.

Insgesamt nannten die Schülerinnen und Schüler neben den Schwierigkeiten größtenteils als leicht empfundene Aspekte beim eigenen Arbeitsverhalten. Aus dieser Tatsache darf abgelesen werden, dass die Lautstärke bei der Arbeit in der *MatheLernWelt* noch reduziert werden sollte. Möglicherweise ist dies bereits bei weiteren Lerneinheiten der Fall, da den Kindern das Lernen in einer Lernwerkstatt dann bereits vertraut sein wird. Festzuhalten ist, dass allgemein eine größere Zufriedenheit beim Arbeitsverhalten herrscht.

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten beantworteten die Kinder ebenso je die Fragen „Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?“.

Zu den ersten beiden Messzeitpunkten stellten die Schülerinnen und Schüler die gegenseitige Hilfe, verstärkt jedoch das Zusammensein (mit Freunden) als positiv dar. Dies wurde überwiegend mit der freien Wahl der Lernpartnerinnen und -partner begründet. Zum dritten Messzeitpunkt gaben die Lernenden an, die angenehme Atmosphäre als besonders positiv zu empfinden und begründeten dies mit einer angemessenen Lautstärke, dem freundlichen Umgang untereinander und der empfundenen Freude.

Während zum ersten Messzeitpunkt bei der Frage nach eigenen Anliegen noch Zurückhaltung herrschte, variierten die Wünsche der Schülerinnen und Schüler stark. Besonders sonstige, spezielle Anliegen und der Wunsch nach Unterricht in der *MatheLernWelt* wurden notiert. Bescheidenheit herrschte zum letzten Messzeitpunkt. Hier gaben die meisten Kinder an, keine Wünsche mehr zu haben und verdeutlichten dies mit ihrer bestehenden Zufriedenheit.

Insgesamt überwiegen zu allen drei Messzeitpunkten die Aspekte, die bei den Schülerinnen und Schülern Gefallen gefunden haben gegenüber den Wünschen. Eine deutliche positive Resonanz zeigt dabei das Zusammensein mit Freunden, das durch den Wechsel der Sozialformen als methodisches Profil des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* begünstigt wird. Die bestehende Zufriedenheit der Kinder lässt den Schluss zu, dieses methodische Profil so beizubehalten.

In der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten wurde abschließend die Frage „Würdest du gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!“ gestellt.

Lediglich zum ersten Messzeitpunkt gab ein Kind an, aufgrund der Arbeitsatmosphäre nicht mehr in der *MatheLernWelt* arbeiten zu wollen.

Zu allen Messzeitpunkten herrschte dahingegen die einhellige Meinung, die *MatheLernWelt* fortsetzen zu wollen. Zum ersten und dritten Messzeitpunkt wurde von den Lernenden die angenehme

Atmosphäre als besonders positiv hervorgehoben, da sie bei der Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* Freude empfanden. Bei der zweiten Messung stellten die Schülerinnen und Schüler vor allem das Zusammensein (mit Freunden) und die freie Auswahl der Aufgaben in den Vordergrund.

Insgesamt überwiegen zu allen drei Messzeitpunkten gegenüber der einmaligen Ablehnung deutlich die inhaltlichen Aspekte, die die Schülerinnen und Schüler motiviert haben, wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten zu wollen.

In der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ beantworteten die Kinder die Fragen „Beim Arbeiten in der *MatheLernWelt* sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden. Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?“ überwiegend mit dem gedankenlosen bzw. sorglosen Umgang mit den Lernmaterialien. Darüber hinaus gaben sie vereinzelt als Grund für die Beschädigungen die Beliebtheit der Gegenstände an. Beide Aussagen zeugen von der Ehrlichkeit der Schülerinnen und Schüler und sind deswegen hier positiv hervorzuheben. Als Verbesserungsvorschlag schlug die Mehrheit der Kinder vor, die Lernmaterialien besser zu kontrollieren. Diese Idee soll in Zukunft aufgegriffen und zusammen mit der Einführung eine Art Ausleihsystem (siehe 6.1.2 Methodisches Profil, 232-242 und hier Selbstkontrolle und -reflexion, 236-238) überdacht werden. Entscheiden hierbei wird sein, nicht nur festzuhalten, welches Kind gerade einen Gegenstand ausgeliehen hat, sondern darüber hinaus auch, welche Kinder ihn bereits vorher entliehen hatten.

Am Ende der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ hatten die Kinder Gelegenheit die Aussage „Was ich noch sagen wollte!“ (siehe Anhang, 381-382) zu kommentieren. Auffallend zeigte sich, dass die Lernenden ausschließlich positive Aspekte bzw. Wünsche aufführten. Besonders häufig beschrieben sie den Unterricht in der Lehrwerkstatt *MatheLernWelt* als gewinnbringend oder gaben an, Spaß dabei empfunden zu haben. Viele Kinder äußerten den Wunsch nach einer Fortführung des Unterrichts in der *MatheLernWelt*. Aus didaktischer Sicht ist zu sehen, dass hier der motivationale Aspekt klar in den Vordergrund tritt. Die Motivation als Prinzip für einen guten Mathematikunterricht diene als Grundlage für das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* und ist durch die Aussagen der Schülerinnen und Schüler zugleich auch Produkt dessen.

## 6.5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

### FZ 1 Realisierung des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt*, sich dabei ergebene Erfahrungen und daraus gezogene Konsequenzen

Das entwickelte Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* wurde unter den systematischen Umständen und Bedingungen des alltäglichen Mathematikunterrichts der 5. Jahrgangsstufe an der Realschule realisiert.

Die Ziele des methodischen Profils wurden allesamt erreicht:

- Die *MatheLernWelt*-Regeln und -und das Ritual förderten die Prinzipien Selbsttätigkeit, kooperatives Lernens und Motivation.
- Der Wechsel der Sozialformen förderte die Prinzipien Selbsttätigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernen und Motivation.
- Die Differenzierung des Anforderungsniveaus förderte die Prinzipien innere Differenzierung und Individualisierung sowie Motivation.
- Der *MatheLernWelt*-Ordner mit Laufzettel und Arbeitsaufträgen förderte die Prinzipien Selbsttätigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung sowie Motivation.
- Die Selbstkontrolle und -reflexion förderte die Prinzipien Selbsttätigkeit, innere Differenzierung und Individualisierung, kooperatives Lernens und Motivation.
- Das Raumkonzept förderte die Prinzipien Selbsttätigkeit und Motivation.

Aufgrund der geringer werdenden Anstrengungsbereitschaft der leistungsschwächeren Kinder soll künftig die Ausbildung von Mitschülerinnen und -schüler zu Experten starten. Dazu können sich am Anfang einer Lerneinheit Lernende durch ihre gezeigten Leistungen und ihr vorbildliches Verhalten für die Expertenrolle einer bestimmten Station qualifizieren. Nach ihrer Ausbildung durch die Lehrkraft stehen sie der Klasse zur Verfügung und können von Schülerinnen und Schülern bei Schwierigkeiten zu Rate gezogen werden. Die gemeinsame Zusammenarbeit soll den Experten positive Abhängigkeit sowie der Gruppe Erfolg verspüren lassen und zur Arbeit an neuen Stationen, möglicherweise mit einem höheren Anforderungsniveau, motivieren.

Im Hinblick auf nicht ordnungsgemäß zurückgebrachte, verloren gegangen oder beschädigte Lernmaterialien wird eine Art Ausleihsystem eingeführt. Jeder Lernende erhält dazu zu Beginn der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* mehrere kleine Holzkugeln, auf die sie bzw. er ihre bzw. seine Initialen schreibt. An den Boxen mit der Selbstkontrolle und neben den Lerngegenständen im Regal werden senkrecht stehend durchsichtige Röhrchen mit dem Durchmesser der Kugeln angebracht. Leih eine Schülerin oder ein Schüler im Verlauf der Arbeit Lösungskarten, -quadrate oder Lernmaterialien aus, so wirft sie bzw. er eine ihrer bzw. seiner Kugel mit den Initialen darauf in das nebenstehende Röhrchen. Somit ist sichtbar, wer das Material bereits bzw. gerade ausgeliehen hat. Die zu befestigenden Röhrchen fassen mehrere Kugeln und werden zu gegebener Zeit von der Lehrkraft gelehrt und der Inhalt an die Schülerinnen und Schüler zurückgegeben.

Durch die Lernangebote

- Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“,
- Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“ und
- Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

gelang es, die angestrebten Ziele und die vom Lehrplan geforderten Kompetenzen zu erreichen.

Bei der Lerneinheit „Hellabrunn – Der Münchner Tierpark“ erfreuten sich die Größen „Länge“ und „Geld“ besonderer Beliebtheit. Besonders einzelne Messinstrumente wie die Balkenwaage oder die verschiedenen Uhren brachten die Kinder zum Staunen und wurden mit Neugier erkundet. Neben kleineren mathematisch-sachlichen Optimierungen waren keine Veränderungen notwendig.

Die Einführung des *MatheLernWelt*-Briefkastens zu Beginn der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ zeigte keine deutlich positive Wirkung. Zwar warf die überwiegende Anzahl an Lernenden die Postkarten ein, jedoch teils mit oberflächlichen Kommentaren, wenig tiefgründigen Fragen oder gar leer. In der Arbeitsphase arbeiteten die Schülerinnen und Schüler hoch motiviert und erkundeten bevorzugt die handlungsorientierten Stationen. Viele Kinder erkannten, dass diese in Teamarbeit einfacher und besser gelingen. Besonders die Jungen wurden dabei immer experimentierfreudiger. Besonderen Eifer zeigten die Schülerinnen und Schüler bei selbst initiierten kameradschaftlichen Duellen, um sich zu messen, wer den Somawürfel schneller zusammensetzen könne. Zur mathematikdidaktischen Optimierung wiederholte die Lehrkraft das Zeichnen der Schrägbilder eines Würfels und Quaders im anschließenden Klassenunterricht. In Zukunft wäre es denkbar, das Zeichnen bereits vorab im Klassenunterricht anzuleiten und in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* üben zu lassen bzw. weitere verpflichtende Übungen im Werkstattunterricht einzuführen.

Insgesamt betrachtet konzentrierten sich die Kinder während des Lernangebotes „Alles Zufall?!“ verstärkt auf die Durchführung der Experimente. Dies und die dabei gewonnen Erkenntnisse sind ein wesentlicher Bestandteil des Hauptanliegens der Lerneinheit. Eine mathematikdidaktische Optimierung ist bei den Baumdiagrammen vorgesehen. Diese sieht vor, künftig Würfel mit vier statt sechs Augenzahlen zu verwenden. Durch die geringere Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten gestaltet sich das Zeichnen der Baumdiagramme weniger vielfältig und die Darstellungsform kann leichter verinnerlicht werden.

## **FZ 2          Umsetzung und Förderung der Prinzipien für einen „guten“ Mathematikunterricht**

Die Prinzipien für einen guten Mathematikunterricht konnten durch das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* im Unterricht in der Lernwerkstatt umgesetzt bzw. gefördert werden. Der Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* lässt die Lernenden

- die eigene Selbsttätigkeit erfahren. Er hilft ihnen, diese zu verbessern und sich einen Überblick über ihre Arbeit zu verschaffen.
- durch die innere Differenzierung und Individualisierung die subjektive Interessantheit der Aufgaben sowie deren Angemessenheit des Anforderungsniveaus verspüren. Er hilft ihnen, ihre Arbeit erfolgreich abzuschließen und den eigenen Leistungszuwachs zu steigern.
- ein klasseninternes und -übergreifendes kooperatives Lernen erfahren. Er hilft ihnen, dieses zu verbessern und ihre Arbeit effektiv zu gestalten.
- durch die Veranschaulichung und den Materialbezug die Mathematik be-greifen. Er hilft ihnen, mathematischen Sachverhalte zu erschließen und Bezüge zum Alltag herzustellen.
- Ganzheit erfahren. Er hilft ihnen, mathematische Sachverhalte und Zusammenhänge mehrperspektivisch zu behandeln und diese zu verinnerlichen.
- die eigene Kompetenz erfahren. Er hilft ihnen, diese gezielt einzusetzen und Verantwortung zu übernehmen. Darüber hinaus erfahren die Schülerinnen und Schüler ein entspanntes Arbeitsklima, das ihnen hilft, sich verstärkt und ausdauernd zu konzentrieren. Schließlich lässt der Unterricht in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* die Kinder die eigene Motivation erfahren. Er hilft ihnen, die intrinsische Motivation aufrecht zu erhalten und verstärkt diese extrinsisch.

## **FZ 3          Einschätzungen im Hinblick auf das fachliche Lernen**

Bei der Auswertung der geschlossenen Befragungen im Hinblick auf das fachliche Mathematiklernen bei der Lerneinheit „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“ stellte sich positiv heraus, dass die Einbettung des Themas Größen in den Kontext des Münchner Tierparks von den Kindern gut angenommen wurde. Ihr Interesse konnte geweckt und überwiegend viel Neues gelernt werden. Darüber hinaus zeigte sich, dass besonders Lerninhalte der Wahlstationen im Klassenverband nochmals aufzugreifen sind. Für die Zukunft ist vorgesehen, den Werkstattunterricht nach der Erledigung der Pflichtstationen zu beenden und die Übungsphase im herkömmlichen Unterricht fortzusetzen. Dies wird vor allem mit der Dauer der Lerneinheit begründet, die mit zwei Laufzetteln für den Beginn der Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* zu lang erscheint.

Durch die Auswertung der Daten der offenen Fragestellung zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler vermehrt die Größe „Länge“ und das Umwandeln von Einheiten als schwer beurteilten. Aus didaktischer Sicht ist dies mit einer möglicherweise fehlenden Grundvorstellung der Längen bzw. den



vielen Untereinheiten und der wenig gebräuchlichen Einheit Dezimeter zu erklären. Dahingegen wurden die Größe „Geld“ und das Messen als leicht bewertet.

Das Lernangebot „Räumliche Figuren“ bietet den Schülerinnen und Schülern, wie von der Lehrkraft beabsichtigt, Gelegenheit, das räumliche Vorstellungsvermögen intensiv zu schulen. Dies geschah auch in den kameradschaftlichen Duellen, denen sich die Kinder beim Zusammensetzen des Somawürfels stellten. Insgesamt kann diese Entwicklung auf motivationaler Ebene positiv gesehen werden. Dennoch bewerteten die Lernenden gleich oft den Bau und das Zusammensetzen des Somawürfels als schwer als auch leicht. Dies ist auf die in der Mathematikdidaktik als allgemein anspruchsvoll geltende Raumgeometrie aufgrund der benötigten Raumvorstellung zurückzuführen. Vorrangige Bedeutung bei der Bewertung kam insgesamt den Aufgaben zu, bei denen mit den Händen gearbeitet werden musste. Diese ist erfreulich zu werten, da die Arbeit mit den Händen den Werkstattunterricht charakterisiert.

Bei der Auswertung des Lernangebotes „Alles Zufall?!“ beurteilten die Lernenden vermehrt die Station „Baumdiagramme“ als schwer. Es fehlte den Kindern am Verständnis der Aufgabenstellungen sowie der Darstellung von Baumdiagrammen. Dies ist mit dem noch wenig bekanntem Schritt des Abstrahierens zwischen einer konkreten Situation und einem Modell nachzuvollziehen. Als leicht wurde hingegen die Station „Mehrstufige Zufallsversuche“ gesehen. Nach eigenen Angaben ging den Kindern besonders die Vorgehensweise bei der Durchführung von Zufallsversuchen leicht von der Hand und machte ihnen Spaß.

Bei der Auswertung der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ erinnerten sich die Kinder an Lerngegenstände aus allen drei Lernangeboten. Auffallend zeigt sich, dass es sich dabei um Gegenstände handelt, mit denen konkrete Handlungen durchgeführt wurden oder die die Schülerinnen und Schüler anspornten bzw. motivierten. Beispiele hierfür sind das Maßband, die Waage, der Somawürfel, alle Würfel, der Hüpfsmiley und die Lose.

Darüber hinaus wurden insgesamt 53 % der Mathematikaufgaben der Abschlussreflexion von den Kindern fehlerfrei gelöst. Bei den Aufgaben der einzelnen Lerneinheiten entfielen auf die richtigen Antworten je folgende Werte (siehe Anhang, 383):

- |                                      |      |
|--------------------------------------|------|
| - Hellabrunn - Der Münchner Tierpark | 44 % |
| - Räumliche Figuren                  | 67 % |
| - Alles Zufall?!                     | 40 % |

Die Durchschnitte der ersten und letzten Lerneinheit entsprechen im Vergleich den Klassendurchschnitten der schriftlichen Leistungsnachweise. Bei der Lerneinheit „Räumliche Figuren“ konnte diesbezüglich eine deutliche Leistungssteigerung erzielt werden.

#### **FZ 4           Angaben über zusätzliche Lernerfahrungen**

Die Auswertung der geschlossenen Befragung über zusätzliche Lernerfahrungen bei den Reflexionen der Lerneinheiten zeigte, dass elf Aussagen von mehr als Dreiviertel der Lernenden stets positiv bewertet wurden. Obwohl bei den Sätzen zur Lehrerin von einer Überlagerung der insgesamt positiven Einstellung der Schülerinnen und Schüler zur Lehrkraft ausgegangen werden muss, ist durch die durchweg deutliche Zustimmung der Kinder anzunehmen, dass das Arbeitsklima als angenehm empfunden wurde. Die hohen Einvernehmen mit der Aussage „Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen“ lassen darüber hinaus ein positives Klassenklima erkennen. Ihr eigenes Engagement, das es stets durch das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* zu initiieren und fördern galt, betonten die Lernenden mit der hohen Zustimmung zu dem Satz „Ich bemühte mich um gute Leistungen“. Die positive Einstellung der Schülerinnen und Schüler zum Unterricht in der Lernwerksatt *MatheLernWelt* spiegelt sich zudem in der auffallend deutlichen Verneinung der Aussage „Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt“ wider. Die stabile Zustimmung der Kinder zur Aussage „Im Raum/ Flur der *MatheLernWelt* habe ich mich schnell zurechtgefunden“ darf als Bestätigung für die im Laufe des Schuljahres stattgefunden Entwicklung und Neugestaltung des Raumkonzeptes gesehen werden.

Die Auswertung der offenen Befragungen über zusätzliche Lernerfahrungen bei der Gesamtreflexion am Ende der drei Lerneinheiten zeigte, dass die Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten beim konzentrierten Arbeiten gehabt haben. Dem kontrovers gegenüber stehen die Aussagen der Lernenden, das konzentrierte Arbeiten als besonders leicht empfunden zu haben. Aufgrund ihrer Begründungen kann geschlossen werden, dass die Lautstärke bei der Arbeit in der *MatheLernWelt* noch reduziert werden sollte. Idealerweise ist dies bereits bei weiteren Lerneinheiten der Fall, da den Kindern das Lernen in einer Lernwerkstatt dann bereits vertraut sein wird. Insgesamt ist zu erkennen, dass allgemein eine größere Zufriedenheit beim Arbeitsverhalten herrscht.

Bei der Frage nach der Arbeit mit den Mitschülern stellten zu den ersten beiden Messzeitpunkten die Schülerinnen und Schüler die gegenseitige Hilfe, verstärkt jedoch das Zusammensein (mit Freunden) als positiv dar. Zum dritten Messzeitpunkt gaben die Lernenden an, die angenehme Atmosphäre als besonders positiv zu empfinden. Insgesamt überwiegen zu allen drei Messzeitpunkten die Aspekte, die bei den Kindern Gefallen gefunden haben gegenüber den Wünschen. Die positive Resonanz auf das Zusammensein mit Freunden, das durch den Wechsel der Sozialformen als methodisches Profil des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* begünstigt wird, lässt den Schluss zu, dass dieser beibehalten werden soll.

Bei den Wünschen für die Zukunft herrschte zu allen Messzeitpunkten die einhellige Meinung, die *MatheLernWelt* fortsetzen zu wollen. Dieser Gedanke soll im Sinne der Schülerinnen und Schüler fortgesetzt werden. Letztlich kann die Motivation aus der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* auch im herkömmlichen Unterricht weiterverfolgt werden.

Durch die Auswertung der geschlossenen Fragestellungen der Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“ ergaben sich geringfügige konzeptionelle Fragen bezüglich der Laufzettel und Partnerwahl, deren Relevanz im weiteren Unterricht der *MatheLernWelt* abzuwarten ist. Die überwiegenden Zustimmungen der Schülerinnen und Schüler zu den Aussagen in Bezug auf das Klassenklima und die Arbeitsweise sind als erfreulich zu werten. Durch weitere Bemerkungen der Kinder wurde zudem die breite Zustimmung für den Wechsel der Unterrichtsformen Frontalunterricht und Werkstattunterricht deutlich. Positiv hervorzuheben ist, dass die überwiegende Anzahl der Schülerinnen und Schüler angab, sich durch den Unterricht in der *MatheLernWelt* immer wieder für die Mathematik motivieren zu können und jetzt mehr Spaß am Fach Mathematik zu empfinden. Besonders erfreulich sind die Bestätigung der fachlichen Intentionen der Lerneinheiten und der deutliche Bezug zum Alltag der Lernenden. Der Wunsch nach dem erneuten Werkstattunterricht im nächsten Schuljahr spiegelt die hohe Motivation für die Arbeit in der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* wider.

Die Aussagen der offenen Fragestellungen der Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“ zu den beschädigten oder verschwunden Lernmaterialien zeugen von der Ehrlichkeit der Schülerinnen und Schüler. Die Verbesserungsvorschläge der Kinder wurden aufgegriffen und durch die Einführung einer Art Ausleihsystem (siehe hierzu FZ 1) umgesetzt. Am Ende der Abschlussreflexion zeigte sich auffallend, dass die Lernenden ausschließlich positive Aspekte bzw. Wünsche aufführten. Viele Kinder äußerten den Wunsch nach einer Fortführung des Unterrichts in der *MatheLernWelt*. Aus didaktischer Sicht ist zu sehen, dass hier der motivationale Aspekt klar in den Vordergrund tritt. Dieser führt zu einer größeren Zufriedenheit mit dem Lernen in der Mathematik und fördert das Wohlbefinden in der Schule. Die Motivation als Prinzip für einen guten Mathematikunterricht diene als Grundlage für das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* und ist durch die Aussagen der Schülerinnen und Schüler zugleich auch dessen Produkt. Diese Gegebenheit könnte auch Antrieb zur konzeptionellen Weiterentwicklung des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* sein.

## SCHLUSS

Durch die vorliegende Arbeit konnte die Autorin zeigen, wie sie als Mathematiklehrerin das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* konzipierte sowie in ihrem Unterricht der 5. Jahrgangsstufe der Realschule realisierte und evaluierte. Es gelang ihr damit

- die Vorgaben und Forderungen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss sowie des amtlichen Lehrplanes zu erfüllen,
- den Unterricht an wichtigen Prinzipien für einen nach heutigen Einschätzungen „guten“ Mathematikunterricht zu orientieren und
- die Schülerinnen und Schüler ansprechende Leistungen erbringen zu lassen und ihre Motivation bezüglich des Faches Mathematik zu stärken und zu fördern.

Mit der Konzeption und Evaluation des Unterrichtskonzeptes *MatheLernWelt* konnte das Spannungsfeld zwischen unterrichtlichen Rahmenbedingungen im Fach Mathematik und den individuellen Bedürfnissen jedes Kindes gemindert werden. Den Lehrerinnen und Lehrern steht mit dem Konzept nun ein Instrument zur Verfügung, das den mathematikbezogenen Leistungen der Schülerinnen und Schüler sowie der Motivation der Lernenden gerecht wird und beides fördert.

Das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* liegt zeitgleich mit der neuen schulartübergreifenden Lehrplangeneration LehrplanPlus in Bayern für die Realschule zum Schuljahr 2017/18 vor. Der Lehrplan gibt Auskunft über die im Unterricht aufzubauenden Kompetenzen und beschreibt an welchen Inhalten diese erworben werden. Neben der Umsetzung der Bildungsstandards ist das Ziel, Faktenwissen mit Anwendung zu verknüpfen, um die Schülerinnen und Schüler zu einem eigenverantwortlichen, situationsangemessenen und reflektierten Handeln zu befähigen. Der kompetenzorientierte Unterricht stellt anwendungsbezogenes Wissen und Können in den Mittelpunkt und sichert dies in lebensnahen, motivierenden und bedeutungsvollen Lernsituationen. Alle diese Anforderungen, zu erwerbenden Inhalte, aufzubauende Kompetenzen und gesteckten Ziele stimmen mit dem Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* überein. Denkbar wäre, das Konzept zusammen mit dem LehrplanPlus sukzessive bis in die zehnte Jahrgangsstufe weiterzuentwickeln bzw. zu führen.

Mit der Einführung der Lernwerkstatt *MatheLernWelt* kann den Lehrkräften eine Hilfestellung bei der Umsetzung des LehrplanPlus gegeben werden. Mit ihr verändert sich aber auch die Aufgabe der Lehrerinnen und Lehrer. Sie besteht neben der Durchdringung des Konzeptes und der Bereitstellung der Lernmaterialien vor allem aus einer veränderten Rolle der Lehrkräfte als Moderatorin, Helferin, Begleiterin und Beraterin bzw. Moderator, Helfer, Begleiter und Berater der Schülerinnen und Schüler. Daraus ergeben sich zwei wesentliche Konsequenzen: Für die Vorbereitung des Werkstattunterrichts müssen die Lehrerinnen und Lehrer lernen, sich im Team zu organisieren und konstruktiv zusammenzuarbeiten. Bei der Durchführung des Unterrichts in der Lernwerkstatt wird es erforderlich

sein, den eigenen Unterricht systematisch zu beobachten und Informationen über die Arbeits- und Denkweisen der Kinder zu reflektieren und zu nutzen. Unter diesen Umständen nehmen das Vorbereitungspensum, die allseitige Verantwortlichkeit und die Anspannung, der die Lehrkräfte in einem lehrerzentrierten Unterricht ausgesetzt sind, ab.

Die Lernwerkstatt *MatheLernWelt* ist ein Lernort für Schülerinnen und Schüler geworden. Sie ist zunächst vor allem als ein solcher zu verstehen. Darüber hinaus kann sie durch Hospitationen, Praktika, Seminare und Fortbildungen für Erziehungsberechtigte, Studentinnen und Studenten, Lehrerinnen und Lehrer sowie für die Öffentlichkeit zur Verfügung stehen. Generell ist das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* keine statische Einrichtung und daher im Sinne der Weiterentwicklung gegenüber jeder und jedem Interessierten und allen konstruktiven Kritiken offen. In der vorliegenden Arbeit ist aber auch sichtbar geworden, dass das Unterrichtskonzept *MatheLernWelt* das Potenzial besitzt, Impulse für die Entwicklung von Unterricht und die Realisierung wichtiger pädagogisch-didaktischer Ideen zu geben.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Aebli, H. (1985): Das operative Prinzip. In: Mathematik lehren, Heft 11. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-6.
- (1987): Grundlagen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
  - (2006): Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation, der Lernzyklus. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Aeppli, J./ Gasser, L./ Gutzwiller, E./ Tettenborn, A. (2014): Empirisches wissenschaftliches Arbeiten. Ein Studienbuch für die Bildungswissenschaft. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Altrichter, H. (1997): Den eigenen Unterricht erforschen. Wie man berufliche Kompetenzen weiterentwickelt. In: Meyer M. A./ Rampillon, U./ Otto, G./ Terhart, E. (Hrsg.): Lernmethoden Lehrmethoden. Wege zur Selbstständigkeit. Friedrich Jahresheft XV. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 103-105.
- Aring, J. (2002): Werkstattunterricht. Grundlagenband. Kempen: Buch Verlag Kempen.
- Artelt, C./ Demmerich, A./ Baumert, J. (2001): Selbstreguliertes Lernen. In: Deutsches Pisa Konsortium (Hrsg.): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich. Opladen: Leske & Buderich.
- Aschersleben, K./ Hohmann, M. (1979): Handlexikon der Schulpädagogik. Stuttgart: W. Kohlhammer.
- B**aake, D. (1999): Die 6 -12 Jährigen. Einführung in die Probleme des Kindesalters. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag.
- Bannach, M. (2002): Selbstbestimmtes Lernen. Freie Arbeit an selbst gewählten Themen. Hohengehren: Schneider Verlag.
- Barth, K./ Müller, S. (2013): Mathe aktiv und anschaulich vermitteln. Neue Zugänge zu allen Lehrplanthemen der Sekundarstufe I. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.
- Barzel, B./ Büchter, A./ Leuders, T. (2014): Mathematik-Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Schulverlage GmbH.
- Barzel, B./ Haug, R./ Häger, K./ Rabstein, A. (2007): Körper erkunden. Erfahrungen in der Lernwerkstatt. In: Mathematik lehren, Heft 144. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 24-42.

- Bastian, J./ Merzinger, P. (2007): Selbstreguliert Lernen. Konzept-Befunde-Erfahrungen. In: Pädagogik 7–8. Weinheim: Beltz Medien-Service, 6-11.
- Bauer, L. (1980): Mathematiklernen durch Entdecken. In: Journal für Mathematik-Didaktik, Heft 8. Heidelberg: Springer, 12-26.
- (1988): Mathematik und Subjekt. Eine Studie über pädagogisch-didaktische Grundkategorien und Lernprozesse im Unterricht. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag GmbH.
  - (1989): Interesse als mathematikdidaktische Kategorie. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Heidelberg: Springer, 141-171.
  - (1990): Mathematikunterricht und Reflexion. In: Mathematik lehren, Heft 38. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 6-9.
  - (1993): Das operative Prinzip als umfassendes, allgemeingültiges Prinzip für das Mathematiklernen? In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 2. Eggenstein-Leopoldshafen, 76-83.
  - (1998). Lernwerkstatt: Lernen mit Kopf, Herz und Hand. Vortrag anlässlich der Eröffnung der Lernwerkstatt für Mathematik an der Volksschule Teisnach am 20. Juli 1998. Passau.
  - (2000). Pyramiden. Anregungen zu einem problemorientierten Mathematikunterricht. In: Baptist, P. (Hrsg): Mathematikunterricht im Wandel. Bausteine für den Unterricht. Bamberg: Buchner, 69-97.
  - (2002). Leitideen zur Arbeit in der Lernwerkstatt für Mathematik an der Schule Teisnach. Vortrag anlässlich der Feier „5 Jahre Lernwerkstatt für Mathematik in Teisnach“ am 27. Juni 2002. Passau.
- Baum, S. (2013): Ein Regenbogen im Mathematiklabor. In: Deschauer, S. (Hrsg.): MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung. Jahrgang 59, Heft 5. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 21-29.
- Baum, S./ Roth, J./ Oechsler, R. (2013): Schülerlabore Mathematik – Außerschulische Lernstandorte zum internationalen mathematischen Lernen. In: Deschauer, S. (Hrsg.): MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung. Jahrgang 59, Heft 5. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-11.
- Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst (Hrsg.) (2007): Lehrplan für die bayerische Realschule. München: Maß.
- - (Hrsg.) (2016): Schüler- und Absolventenprognose 2016 für den Freistaat Bayern. o. V.. München.
- Beauchamp, G. (1975): Curriculum Theory. Wilmette: Kagg Press.

- Beck, E./ Guldimann, T./ Zutavern M. (1991): Eigenständig lernende Schülerinnen und Schüler – Bericht über ein empirisches Forschungsprojekt. In: Zeitschrift für Pädagogik. Jahrgang 37. Heft 5. Weinheim: Beltz Medien-Service, 735-767.
- (1995): Eigenständig lernen. St. Gallen: UVK, Fachverlag für Wissenschaft und Studium GmbH.
- Beck, R. (1954): Grundformen sozialen Verhaltens. Stuttgart: Enke.
- Beeler, A. (1999): Wir helfen zu viel. Lernen lernen in der Volksschule als Erziehung zur Selbstständigkeit. Zug: Klett und Balmer AG.
- Behnke, I. (2013): Erfolgreicher Mathematikunterricht durch Kooperatives Lernen. Kompetenzorientiert und schüleraktivierend. Essen: Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft mbH.
- Bescherer, C./ Jöckel, S. (Hrsg.) (2010): denkstark 1 Mathematik. Kommentare - Lösungen. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH.
- Besuden, H. (2004): Bruchbegriff und Bruchrechnen – erlernt an Materialien und in Stationen. In: Mathematik lehren, Heft 122. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 15-19.
- Biehler, R. (2014): Leitidee Daten und Zufall – Fundamentale Ideen aus Sicht der Statistik. In: Linneweber-Lammerskitten, H. (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett., 69-92.
- Biehler, R./ Hartung, R. (2006): Leitidee Daten und Zufall. In: Blum, W./ Drüke-Noe, C./ Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 52-80.
- Bikner-Ahsbahr, A. (1999): Mathematikinteresse. Eine Studie mit mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Hildesheim/ Berlin: Fanzbecker.
- Blum, W./ Drüke-Noe, C./ Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg.) (2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Bönsch, M. (2000): Unterrichtsmethoden konstruieren Lernwege. In: Seibert, N. (Hrsg): Unterrichtsmethoden kontrovers. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 23-70.
- (2006a): Allgemeine Didaktik. Ein Handbuch zur Wissenschaft vom Unterricht. Stuttgart: Kohlhammer, 94-95, 114.



- (Hrsg.) (2006b): Selbstgesteuertes Lernen in der Schule. Praxisbeispiel aus unterschiedlichen Schulformen. Braunschweig: Bildungshaus Schulbauchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH.
- (2009): Erfolgreiches Lernen durch Differenzierung im Unterricht. Braunschweig: Bildungshaus Schulbauchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH.
- (2012): Gemeinsam verschieden lernen. Berlin: Cornelsen Verlag.

Bortz, J./ Döring, N. (2006): Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. Heidelberg: Springer Medizin Verlag.

Bruder, R./ Hefendehl-Hebeker, L./ Schmidt-Thieme, B./ Weigand, H.-G. (2015): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Bruder, R./ Komorek, E. (2014): Mit Hausaufgaben Lernprozesse unterstützen - Ein durchgängiges Hausaufgabenkonzept. In: Bruder, R./ Leuders, T./ Büchter, A. (2014): Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Schulverlage GmbH, 80-102.

Bruder, R./ Leuders, T./ Büchter, A. (2014): Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Schulverlage GmbH.

Brügelmann, H. (2001): „Entdeckendes“ Lernen. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 147. Seelze: Erhard Friedrich Verlag GmbH, 54-56.

- (2005): Schule verstehen und gestalten. Perspektiven der Forschung auf Probleme von Erziehung und Unterricht. Regensburg: Pustet.

Brüning, L./ Saum, T. (2007): Erfolgreich unterrichten durch Visualisieren. Grafisches Strukturieren mit Strategien des Kooperativen Lernens. Essen: Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft mbH.

- (2009a): Erfolgreich unterrichten durch Kooperatives Lernen. Strategien zur Schüleraktivierung. Band 1. Essen: Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft mbH.
- (2009b): Erfolgreich unterrichten durch Kooperatives Lernen. Neue Strategien zur Schüleraktivierung, Individualisierung, Leistungsbeurteilung, Schulentwicklung. Band 2. Essen: Neue Deutsche Schule Verlagsgesellschaft mbH.

Brunnhuber, P. (1976): Prinzipien effektiver Unterrichtsgestaltung. Donauwörth: Auer, 21-28, 58.

- Burkhardt, H./ Schoenfeld, A. (2003): Improving educational research: Toward a more useful, more influential, and better-funded enterprise. *Educational Researcher*, 32(9), 3-14.
- Castelnuovo, E. (1968): *Didaktik der Mathematik*. Frankfurt am Main: Akademische Verlagsgesellschaft, 92-194.
- Cobb, P./ Confrey, J./ diSessa, A./ Lehrer, R./ Schauble, L. (2003): Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32 (1), 9 -13.
- Cohn, A./ Zur Oeveste , M./ Tymister, H. J. (1997): Die Angst vor der Selbstständigkeit der Schüler. Erfahrungen mit der Wochenplanarbeit. In: Meyer M. A./ Rampillon, U./ Otto, G./ Terhart, E. (Hrsg): *Lernmethoden Lehrmethoden. Wege zur Selbstständigkeit*. Friedrich Jahresheft XV. Seelze: Friedrich Verlag, 100-102.
- Darboven, S. (2011): *Werkstattunterricht in der Grundschule*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.
- Dechmann, M. (1978): *Teilnahme und Beobachtung als soziologisches Basisverhalten*. Bern, Stuttgart: Haupt.
- Dedlmar, R./ Dermann, G./ Eberle, R./ Frey, B.-J./ Frey, H./ Kümmerle, N. (2007): *Schnittpunkt 5 Mathematik für Realschulen Baden-Württemberg*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- De Jong, O./ Kortland, K./ Waarlo, A.J./ Buddingh, J. (1999): *Bridging the gap between theory and practice: what research says to the science teacher*. Hong Kong: Icase.
- Diekmann, A. (2014): *Empirische Sozialforschung. Grundlagen, Methoden, Anwendungen*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag.
- Dittrich, E. (2013): Schülerlabor Mathematik am KIT – neue Wege in der Fachdidaktik an der Schnittstelle Schule – Universität. In: Deschauer, S. (Hrsg.): *MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung*. Jahrgang 59, Heft 5. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 50-58.
- Drüke-Noe, C. (2006): Projektorientierung. In: Blum, W./ Drüke-Noe, C./ Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg.): *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 126-134.
- Einsiedler, W. (Hrsg) (2011): *Unterrichtsentwicklung und Didaktische Entwicklungsforschung*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

- Elschenbroich, H.-J./ Seebach, G. (2007): Geometrie erkunden. In: In: Mathematik lehren, Heft 144. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-8.
- Engelhardt, E. (2006): Das Mathestudio. Eine Lernwerkstatt für Mathematik. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH.
- Englmaier, C./ Götz, F.-J./ Liebau, B./ Mohr, K./ Widl, J. (2009): Realschule Bayern Mathematik 5. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH.
- Ewert, F. (2008): Themenzentrierte Interaktion (TZI) und pädagogische Professionalität von Lehrerinnen und Lehrern. Erfahrungen und Reflexionen. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag und VS Verlag für Sozialwissenschaften; GWV Fachverlage GmbH, 45-67.
- Fees, K./ Rekus, J. (2011): Die Realschule. In: Hellekamps, S./ Plöger, W./ Wittenbruch W. (Hrsg.): Schule. Handbuch der Erziehungswissenschaft 3. Paderborn: Ferdinand Schöningh, 171-175.
- Feil (1976): Möglichkeiten der Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Der Mathematikunterricht in der Grundschule. Donauwörth: Auer, 65-84.
- Ferdinand, H. (2000): Interessenförderung. In: Mägdefrau, J. (Hrsg.): Schulisches Lehren und Lernen. Pädagogische Theorie an Praxisbeispielen. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 68-84.
- Floer, J. (1996): Mathematik-Werkstatt. Lernmaterialien zum Rechnen und Entdecken für Klassen 1 bis 4. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Frenzel, L./ Grund, K. H. (Hrsg.) (1991): Größen. In: Mathematik lehren, Heft 45. Seelze: Friedrich Verlag GmbH.
- Frey, B.-J./ Frey, H. (2006): Schnittpunkt 2 Mathematik für Realschulen Baden-Württemberg. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Frey K./ Frey-Eiling, A. (2010): Ausgewählte Methoden der Didaktik. Zürich: vdf Hochschulverlag an der ETH Zürich, 323-331.
- Fröhlich, I./ Hußmann S. (2005): Selber lernen macht schlau – Selbstlernen Schritt für Schritt. In: PM Heft 1, Band 47, 2-8.
- Fuhs, B. (2007): Qualitative Methoden in der Erziehungswissenschaft. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

- Geering, P.** (1995): Aus Fehlern lernen im Mathematikunterricht. In: Beck, E./ Guldemann, T./ Zutavern, M. (Hrsg.): Eigenständig lernen. St. Gallen: UVK, 59-70.
- Glözl, H. (2000): Prinzipien effektiven Unterrichts. Handbuch für die Erziehungs- und Unterrichtspraxis. Band 1. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- (2002): Prinzipien effektiven Unterrichts. Handbuch für die Erziehungs- und Unterrichtspraxis. Band 2. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Greefrath, G. (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe. Mathematik Primar- und Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Green, N./ Green, K. (2005): Kooperatives Lernen im Klassenraum und im Kollegium. Das Trainingsbuch. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Gräsel, C./ Gruber, H. (2000): Kooperatives Lernen in der Schule. Theoretische Ansätze – Empirische Befunde – Desiderate für die Lehramtsausbildung. In: Seibert, N.: Unterrichtsmethoden kontrovers. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt, 161-175.
- Grund, K. H. (1992): Größenvorstellungen – eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. In: Grundschule, Heft 12.
- Gudjons, H. (2003): Didaktik zum Anfassen. Lehrer/in-Persönlichkeit und lebendiger Unterricht. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 139-158.
- (2008): Handlungsorientiert Lehren und Lernen. Schüleraktivierung, Selbsttätigkeit, Projektarbeit. 7. Auflage. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- (2012): Pädagogisches Grundwissen. Überblick – Kompendium – Studienbuch. 11. Auflage. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Gürtler, T./ Perels, F./ Schmitz, B./ Bruder, R. (2002): Training zur Förderung selbstregulativer Fähigkeiten in Kombination mit Problemlösen in Mathematik. In: Prezel, M./ Doll, J. (Hrsg.): Bildungsqualität von Schule. Weinheim: Beltz, 222-239.
- Haag, L.** (2010): Individualisierender Unterricht. In: Mägdefrau, J. (Hrsg.): Schulisches Lehren und Lernen. Pädagogische Theorie an Praxisbeispielen. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 127-140.
- Hallitzky, M. (2010): (Was) Lernen Schüler/innen in Phasen offenen Unterrichts? In: Mägdefrau, J. (Hrsg.): Schulisches Lehren und Lernen. Pädagogische Theorie an Praxisbeispielen. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 141-155.

- Hasemann, K. (2006): Die Individualität mathematischer Lernprozesse. In: Bönsch, M.: Selbstgesteuertes Lernen in der Schule. Praxisbeispiel aus unterschiedlichen Schulformen. Braunschweig: Westermann, 74-91.
- Heckmann, K./ Padberg, F. (2012): Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Berlin/ Heidelberg: Springer-Verlag.
- Hefendehl-Hebeker (2004): Selbstgesteuertes Lernen im Dialog. In: Mathematikunterricht, Heft 3, 45-51.
- Heimann, P. (1976): Didaktik als Unterrichtswissenschaft. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Helmke, A. (2007): Unterrichtsqualität - erfassen, bewerten, verbessern. Seelze: Kallmeyer.
- (2009): Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Hengartner, E. (1992): Für ein Recht der Kinder auf eigenes Denken. In: Die neue Schulpraxis. Band 7. Heft 7/8. St. Gallen: NZZ Fachmedien AG, 15-27.
- Herold, C./ Herold, M. (2011): Selbstorganisiertes Lernen in Schule und Beruf. Gestaltung wirksamer und nachhaltiger Lernumgebungen. Weinheim: Beltz.
- Heymann, W. (2005): Garantieren „Standards“ einen besseren Mathematikunterricht? In: PM Heft 1, Band 47, 40-41.
- Hinrichs, K. (2000): Lernwerkstatt Mathematik. München: Oldenbourg Schulbuchverlag GmbH.
- Hirt, U./ Wälti, B. (2008): Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache und Hochbegabte. Seelze-Velber: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, Erhard Friedrich Verlag GmbH.
- Holland, G. (2007): Geometrie in der Sekundarstufe. Entdecken, konstruieren, deduzieren. Didaktische und methodische Fragen. Hildesheim: Franzbecker.
- Huber, L. (2000): Selbstständiges Lernen als Weg und Ziel. In: Huber, L./ Schäfer-Koch, K.: Förderung des selbstständigen Lernens in der gymnasialen Oberstufe. Bönen: LSW, Reihe Curriculum, 9-37.
- (2004): Förderung Selbstständigen Lernens – eine fachübergreifende Aufgabe. In: Mathematikunterricht, Heft 3, 25-35.
- Hugener, I./ Krammer, K. (2010): Differenzierende Maßnahmen zur Individualisierung der Unterrichts. In: Reusser, K./ Pauli, C./ Waldis, M. (Hrsg.): Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsqualität.

Ergebnisse einer internationalen und schweizerischen Videostudie zum Mathematikunterricht. Münster: Waxmann, 91-106.

Hußmann, S. (2004): Selbstgesteuertes Lernen – ein Grundbedürfnis des Menschen. In: Mathematikunterricht, Heft 3, 5-23.

ISB Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2009): Pädagogisch diagnostizieren im Schulalltag. München: Bildungsverlag EINS GmbH.

Jahner, H. (1985): Methodik des mathematischen Unterrichts. Heidelberg; Wiesbaden: Quelle und Mayer.

Jahnke, T. (2004): Mathematikunterricht aus Schülersicht. In: Mathematik lehren, Heft 127. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-8.

- (Hrsg.) (2007): Pisa & Co. Kritik eines Programms. Hildesheim [u.a.]: Franzbecker.

Johnson, D./ Johnson, R. (1994): The new Circles of Learning. Cooperation in the Classroom and School Alexandria/ VA.

- (2008): Wie kooperatives Lernen funktioniert. Über die Elemente einer pädagogischen Erfolgsgeschichte. In: Friedrich Jahresheft XXVI 2008. Individuell lernen – Kooperativ arbeiten. Seelze: Friedrich, 16-20.

Käpnick, F. (2014): Mathematiklernen in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 151-174.

Katzenbach, M./ Nydegger, A. (2008): Üben – produktiv. In: Mathematik. Unterricht, Aufgaben, Materialien 5 bis 10. Heft 3. Velber: Friedrich, 4-5.

Klafki, W. (1974): Didaktische Analyse. Hannover: Schrödel.

Klein-Landeck, M./ Karau, C./ Landeck, I. (2010): Unterrichtsentwicklung mit Erfolg. Zehn praxiserprobte Bausteine. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG.

Klippert, H. (2010): Heterogenität im Klassenzimmer. Wie Lehrkräfte effektiv und zeitsparend damit umgehen können. Weinheim und Basel: Beltz Verlag, 247-271.

- (2008): Pädagogische Schulentwicklung. Planungs- und Arbeitshilfen zur Förderung einer neuen Lernkultur. Weinheim und Basel: Beltz Verlag, 174-191.

Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Bonn. München: Wolters Kluwer Deutschland GmbH.

- Köberlein, O. (2011): Individualisierendes, differenzierendes Lernen im Werkstattunterricht. Werkstatt Form und Farbe. Dillingen: Akademie für Lehrerfortbildung und Personalführung.
- Krauthausen, G. (1998): Lernen – Lehren – Lehren lernen. Zur mathematisch-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig: Klett-Grundschulverlag.
- Krauthausen, G./ Scherer, P. (2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Mathematik Primar- und Sekundarstufe. 3. Auflage. München: Elsevier Spektrum Akademischer Verlag.
- Kron, F./ Jürgens, E./ Standop, J. (2013): Grundwissen Pädagogik. 8. Auflage. München und Basel: Ernst Reinhardt Verlag, 55-65.
- Krüger, H.-H. (Hrsg.) (2002): Einführung in Theorien und Methoden der Erziehungswissenschaft. Opladen: Budrich Verlag.
- Kuckartz, U./ Rädiker, S. (2012): Erziehungswissenschaftliche Evaluationspraxis. Beispiele - Konzepte - Methoden. Weinheim/ Basel: Beltz Juventa.
- Kuntze, S. (2005): Also ich meine dazu ... Materialien und Lernumgebungen zum Nachdenken über Mathematik. In: Mathematik lehren, Heft 132. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-10.
- Lamnek, S./ Krell, C. (2016): Qualitative Sozialforschung. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag.
- Lehmann, W./ Jüling, I. (2010): Diagnostik mathematischer Fähigkeiten. In: Quaiser-Pohl, C./ Rindermann, H.: Entwicklungsdiagnostik. München: Reinhardt, 169-195.
- Leiss, D./ Tropper, N. (2014): Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht. Adaptives Lehrerhandeln beim Modellieren. Berlin/ Heidelberg: Springer Spektrum.
- Leuders, T. (2004): Selbstständiges Lernen und Leistungsbewertung. In: Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung, Heft 3. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 63-79.
- (2006): Mit Aufgaben Kommunikation und Kooperation im Mathematikunterricht fördern – fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden. SINUS-Modul 8.
  - (2014a): Selbsttätigkeit fördern – Chancen für selbstständiges Lernen im Mathematikunterricht. In: Bruder, R./ Leuders, T./ Büchter, A.: Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Schulverlage GmbH, 103-128.

- (2014b): Kooperation im Mathematikunterricht fördern – Fachliches und soziales Lernen miteinander verbinden. In: Bruder, R./ Leuders, T./ Büchter, A.: Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Schulverlage GmbH, 129-154.

Leuders, T./ Barzel, B. (2014): Größen, Maße und Messen. In: Linneweber-Lammerskitten, H. (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, 48-68.

Leuders, T./ Prediger, S. (2012): „Differenziert Differenzieren“ – Mit Heterogenität in verschiedenen Phasen des Mathematikunterrichts umgehen. In: Lazarides, R./ Ittel, A. (Hrsg.): Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Implikationen für die Theorie und Praxis. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 35-65.

Leutner, D./ Klieme, E./ Meyer, K./ Wirth, J. (2004): Problemlösen. In: PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.): PISA 2003. Münster: Waxmann, 147-175.

Linneweber-Lammerskitten, H. (Hrsg.) (2014): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett.

Lorenz, J.-H. (1975): Selbstkonzept und Selbsteinschätzung. In: IDM 4/75, 49-65.

**M**ägdefrau, J. (Hrsg.) (2010): Schulisches Lehren und Lernen. Pädagogische Theorie an Praxisbeispielen. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Maier, S. (2011): „Neue“ Aufgabenkultur im Mathematikunterricht der Grundschule. Theoretische Aspekte, unterrichtliche Realisierung, Reflexion und Evaluation des Unterrichtsprojekts „Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule (GAMU)“ in einer 4. Jahrgangsstufe. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Mayring, P. (2015): Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag.

- (2016): Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken. Weinheim: Beltz.

Meyer, H. (1997): Schulpädagogik. Band I: Für Anfänger. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 357-360, 414-416, 261-264.

Meyerhöfer, W. (2005): Tests im Test: Das Beispiel PISA. Opladen: Budrich.

Messing, B./ Huber, K. (2007): Die Doktorarbeit: Vom Start zum Ziel, Leitfaden für Promotionswillige. Berlin: Springer.



- Nicolas, B.** (1997): Offener Unterricht zum Schulanfang: Voraussetzungen, Beispiele für Fächer, Dokumentation der Lernergebnisse. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG.
- Niggli, A.** (2000): Lernarrangements erfolgreich planen. Didaktische Anregungen zur Gestaltung offener Unterrichtsformen. Aarau: Bildung Sauerländer.
- Oswald, H.** (2003): Was heißt qualitativ forschen? In: Friebertshäuser, B./ Prengel, A.: Handbuch qualitativer Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft. Weinheim/ München: Juventa Verlag.
- Peschel, F.** (2009): Offener Unterricht. Idee, Realität, Perspektiven und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion. Teil I Allgemeindidaktische Überlegungen. In: Basiswissen Grundschule. Band 9. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH.
- Plöger, W.** (2011): Lehrpläne und der Bildungsauftrag der Schule. In ;Hellekamps, S./ Plöger, W./ Wittenbruch W. (Hrsg): Schule. Handbuch der Erziehungswissenschaft 3. Paderborn: Ferdinand Schöningh, 291-309.
- Prediger, S./ Link, M.** (2012): Fachdidaktische Entwicklungsforschung – Ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. In: Schön, L.H. (Hrsg): Formate fachdidaktischer Forschung. Proceedings der GFD-Tagung 2011.
- Quak, U.** (2010): 60 Unterrichtsideen für Mathematik. Ideen, Aufgaben, Modelle für alle Teilbereiche des Faches für alle Jahrgangsstufen. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Raab-Steiner, E./ Benesch, M.** (2012): Der Fragebogen. Von der Forschungsidee zur SPSS-Auswertung. Wien: Facultas Verlags- und Buchhandels AG.
- Rabenstein, K./ Reh, S.** (2011): Einzelschulforschung als rekonstruktiv-qualitative Sozialforschung. In: Hellekamps, S./ Plöger, W./ Wittenbruch, W. (Hrsg.): Schule. Handbuch der Erziehungswissenschaften 3. Paderborn: Ferdinand Schöningh, 727-735.
- Rauschenberger, H.** (1999): Erzieherisches Denken und Handeln. Gesellschaftliche Entwicklungen in ihrer Wirkung auf Schule und Unterricht. Weinheim und München: Juventa Verlag, 127-193.
- Reiss, K./ Hammer, C.** (2013): Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe. Basel: Springer AG.
- Reisse, W.** (1975): Verschiedene Begriffsbestimmungen von „Curriculum“: Überblick und Ansätze zur Präzisierung. In: Frey, K. (Hrsg): Curriculum Handbuch, Bd. I. München: Piper, 46-59.
- Riedl, A.** (2010): Grundlagen der Didaktik. Stuttgart: Franz Steiner Verlag.

- Roth, J. (2013): Mathematik-Labor „Mathe ist mehr“ - Forschendes Lernen im Schülerlabor mit dem Mathematikunterricht vernetzen. In: Deschauer, S. (Hrsg.): MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung. Jahrgang 59, Heft 5. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 12-20.
- Roth, K./ Ulmi, M. (Hrsg.) (1991): Neue Wege in der Umweltbildung. Göttingen: AOL-Verlag.
- Sacher W. (2009): Leistungen entwickeln, überprüfen und beurteilen. Bewährte und neue Wege für die Primar- und Sekundarstufe. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.
- Sander, K. (2013): Der Somawürfel hat es in sich! Aktivitäten zur Entwicklung der Raumvorstellung - ein Beitrag aus der Schulpraxis. In: MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung. Jahrgang 59, Heft 3. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 18-26.
- Scheid, O. (2013): Trainierbarkeit der Raumschauung - Lernzuwächse erfahrbar machen. In: MU Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachlichen und fachdidaktischen Gestaltung. Jahrgang 59, Heft 3. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-17.
- Schönknecht, G. (1997): „Hier kann man selber erforschen, was man wissen will!“ Lernen in Lernwerkstätten aus der Sicht von Kindern. In: Meyer M. A./ Rampillon, U./ Otto, G./ Terhart, E. (Hrsg.): Lernmethoden Lehrmethoden. Wege zur Selbstständigkeit. Friedrich Jahresheft XV. Seelze: Friedrich Verlag, 109-111.
- Schrader F.-W./ Helmke, A. (2002): Motivation, Lernen und Leistung. In: Helmke A./ Jäger R. (Hrsg.): Das Projekt MARKUS. Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenz, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext. Landau: Verlag Empirische Pädagogik, 260-272, 316-321.
- Schupp, H. (1988): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen. In: Der Mathematikunterricht, Heft 34/6. Seelze-Velber: Kallmeyer, 5-16.
- Seibert, N. (2000): Unterrichtsmethoden kontrovers. Bad Heilbrunn/ Obb.: Klinkhardt.
- Seibert, N./ Serve, H.J. (Hrsg.) (1992): Prinzipien guten Unterrichts. Kriterien einer zeitgemäßen Unterrichtsgestaltung. München: PimS-Verlag.
- Selter, C. (2009): Der Mathebriefkasten – Instrument für die „alltägliche“ Leistungsfeststellung. In: Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule. Offenburg: Mildenerger Verlag, 212-225.

- Spitzer, M. (2009): Lernen. Gehirnforschung und der Schule des Lebens. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 175-199.
- Stampe, E. (1984): Repetitorium Fachdidaktik Mathematik. Bad Heilbrunn/ Obb.: Verlag Julius Klinkhardt.
- Stefan, G. (2012): Motivation und Interesse im Mathematikunterricht der Grundschule: Genese - Indizierung - Förderung. Evaluation und Reflexion des Unterrichtsprojekts Sprech- und Schreibanlässe im Mathematikunterricht der dritten und vierten Jahrgangsstufe. Hamburg: Verlag Dr. Kovac GmbH.
- Stock, S./ Schneider, P./ Peper, E./ Molitor, E. (2009): Erfolgreich promovieren. Ein Ratgeber von Promovierten für Promovierende. Berlin: Springer.
- Stockmann, R. (Hrsg) (2007): Handbuch zur Evaluation. Eine praktische Handlungsanleitung. Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Stockmann, R./ Meyer, W. (2014): Evaluation. Eine Einführung. Opladen & Toronto: Verlag Barbara Budrich.
- Storath, R. (2011): SLD IV. Informelle Schulleistungsdiagnostik IV. Nürnberg: CL-Druckzentrum Verlag, 5-10, 127-139, 181-216.
- Sundermann, B./ Selter, C. (2011): Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Gute Aufgaben, differenzierte Arbeiten, ermutigende Rückmeldungen. Berlin: Cornelsen.
- T**enorth, H.-E./ Tippelt, R. (2007): Lexikon Pädagogik. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- U**lm, V. (2005): Mathematikunterricht in der Sekundarstufe für individuelle Lernwege eröffnen. Seelze-Velber: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung GmbH.
- V**an den Akker, J./ Gravemeijer, K./ McKenney, S./ Nieveen, N. (2006): Educational Design Research. London: Routledge.
- Viet, U. (1976): In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel, 241-243.
- Vollrath, H.-J./ Roth, J. (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akad. Verlag.
- Vom Hofe, R. (2001): Mathematik entdecken. In: Mathematik lehren, Heft 105. Seelze: Friedrich Verlag GmbH, 4-7.

- Vom Hofe, R./ Kleine, M./ Blum, W./ Pekrun, R. (2005): Zur Entwicklung mathematischer Grundbildung in der Sekundarstufe I - theoretische, empirische und diagnostische Aspekte. In: Hasselhorn, M.: Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, 263-292.
- Waasmaier, S.** (2009): Aktiv-entdeckendes, metakognitives Lernen im Mathematikunterricht der Hauptschule. Entwicklung und Förderung fachbezogener und fachübergreifender Kompetenzen im Rahmen eines Unterrichtsprojektes in der 7. und 8. Jahrgangsstufe. Hildesheim: Verlag Franzbecker.
- Weber, A. (1998): Was ist Werkstatt-Unterricht. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.
- Weigand, H.-G. (2014): Form und Raum. In: Linneweber-Lammerskitten, H. (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, 93-111.
- Weinert, F. E. (2001): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim: Beltz.
- Weniger, E. (1965): Didaktik als Bildungslehre. Weinheim: Beltz.
- Wiater, W. (2007a): Unterrichten und Lernen in der Schule. Eine Einführung in die Didaktik. Donauwörth: Auer Verlag.
- (2007b): Unterrichtsprinzipien. Prüfungswissen – Basiswissen Schulpädagogik. Donauwörth: Auer Verlag.
  - (2013): Unterrichtsplanung. Prüfungswissen – Basiswissen Schulpädagogik. Donauwörth: Auer Verlag.
  - (2014): Unterrichtsprinzipien. Prüfungswissen – Basiswissen Schulpädagogik. Donauwörth: Auer Verlag.
- Wiater, W./ Schönknecht, G. (Hrsg.) (1997): Forschungen und Berichte zur Lernwerkstatt. Heft Nr. 3. Lernwerkstätten in Bayern. Augsburg: Lehrstuhl für Schulpädagogik der Universität Augsburg.
- Winter, F. (2016): Leistungsbewertung. Eine neue Lernkultur braucht einen anderen Umgang mit den Schülerleistungen. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren GmbH.
- Winter, H. (2016): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. 3. Auflage. Wiesbaden: Springer Spektrum, 1-8.
- Wittman, G. (2003): Mathematische Begriffe und individuelle Konzepte. In: Der Mathematikunterricht, Heft 3, 5-13.

Wittman, G./ Steinbring, H./ Wittmann, E. (1997): 10 Jahre „mathe 2000“. Bilanz und Perspektiven. In: Festschrift zum 10jährigen Bestehen des Projekts „mathe 2000“ an der Universität Dortmund. Leipzig.

Wynands, A. (2006): Intelligentes Üben. In: Blum, W./ Drüke-Noe, C./ Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, 113 – 125.

# ANHANG

## Sponsoren des Projektes MatheLernWelt (Stand Juli 2008)

Aukofer	Obertraubling-Tenacker
Backwinkel Schulungsmedien	Hattingen
Betzold Versand	Ellwangen
BMW Group	Regensburg
Cornelsen Verlag für Bildungsmedien	Berlin
edding Vertrieb	Wunstrof
Erhard Friedrich Verlag	Seelze/Velber
Eurodidact Regler & Fuchs	Altenstadt a. d. Waldnaab
Forum Verlag Herkert	Merching
Hasbro Deutschland	Dreieich
helit	Kierspe
Hofstetter, Schurach & Skora Patentanwälte	München
IKEA Deutschland	Regensburg
ivo haas Lehrmittelversand und Verlag	Freilassing
joey´s Pizza	Regensburg
Klett und Balmer	CH -Zug
Krikorka Offsetdruck	Mintraching
Lehrmittel-Service H. Späth	Ditzenbach-Auendorf
Lehrmittelverlag Torsten Schmidt	Horst/ Holstein
Logika Spiele	Borstel-Hohenraden
Lyra-Bleistift-Fabrik	Nürnberg
Martin-Mathematik-Labor	Nürnberg
Metzgerei Kumpfmüller	Obertraubling
Metzgerei Stocker	Obertraubling
Neon Wiesbauer Werbezentrum	Obertraubling
Papier LIEBL GmbH	Regensburg
PeppUP	Landshut
Prodidact Schulsystem	Ravensburg
Ravensburger	Ravensburg
Reinhard Hail Lehrmittel	Reutlingen
Schöningh Schroedel Westermann Schulbuchzentrum	München
Schubi Lernedien	Braunschweig

Sport Thieme

Stöttner Privatbrauerei

Time Tex Hermedia Verlag

UHU

Wehrfritz

Zweirad-Center Stadler

Grasleben

Mallersdorf - Pfaffenberg

Riedenburg

Bühl/ Baden

Bad Rodach

Regensburg

## **Materialien des Projektes *MatheLernWelt* (Stand Juli 2008)**

- 1 Schauen und Bauen 2, Spiele mit dem SOMA Würfel
- 7 SOMA Würfel
- 16 PotzKlotz
- 2 Spiegel-Tangram
- 1 Geometrie mit Winkelplättchen
- 7 Winkelplättchen Erweiterungsset
- 8 Zeit-Quartett
- 8 Längen-Quartett
- 5 Ausgerechnet!
- 8 Fermi-Box
- 2 Mathe-Koffer
- 2 Sanduhren Gruppensatz (je 20 Stück)
- 1 Sanduhr, grün, 1 Minute
- 1 Sanduhr, gelb, 3 Minuten
- 1 Sanduhr, blau, 5 Minuten
- 1 Sanduhr, organe, 10 Minuten
- 1 Sanduhr, violett, 15 Minuten
- 1 Sanduhr, schwarz, 30 Minuten
- 1 Lärmampel
- 6 Würfelkoffer
- 2 Würfelbingo
- 2 Stempel „Dezimalsystem“
- 6 Aufbau des Zahlensystems, 1000er-Block, 1 Stück
- 6 Aufbau des Zahlensystems, 100er-Platten, 10 Stück
- 6 Aufbau des Zahlensystems, 10er-Stangen, 100 Stück
- 6 Aufbau des Zahlensystems, Einer-Würfel, 1000 Stück
- 1 Geometrische Körper, 10 Stück
- 2 Nikitin-Material: Geowürfel (N 5)
- 2 Geomag, 96 Teile
- 1 Gong mit Ständer
- 1 Litfaßsäule
- 3 Messzylinder-Satz
- 3 Messbecher-Satz, 5 teilig
- 3 Messgefäße-Satz



- 1 Der Schalenquader
- 1 Der Schalenwürfel
- 1 Das Mini-Baumeisterspiel
- 1 Das Zahlenlabyrinth
- 1 Prismenwist
- 1 Herz-Puzzle
- 1 Acht-Stab-Puzzle
- 1 Stabpuzzle
- 1 Triadenspass
- 1 Quadrospass
- 1 Vier Farben Block
- 1 Reservat
- 1 Die Farbenpyramide (Heads & Tails)
- 1 Mutando
- 1 Kopfrechentraining Längenmaße, Gewicht, Hohlmaße
- 2 TRAXDATA CD-Rohlinge, Spindel mit 50 Stück
- 2 CD/DVD-Etiketten ClassicSize, je 50 Stück
- 10 DARABLE CD-Hülle CD/DVD COVER FILE, je 10 Stück
- 10 Wiederablösbare Etiketten, Größe 210,0 x 297,0 mm, je 25 Stück
- 10 LEITZ Plastic-Ordner 180°-Mechanik, Rückenbreite 52 mm, grün
- 10 LEITZ Plastic-Ordner 180°-Mechanik, Rückenbreite 52 mm, rot
- 10 LEITZ Plastic-Ordner 180°-Mechanik, Rückenbreite 52 mm, weiß
- 3 LEITZ Trennblätter, mit Überbreite, Farbe grau
- 10 LEITZ Prospekthüllen Standardqualität, oben offen,  
für Größe A4, genarbt, je 100 Stück
- 100 LEITZ Sichthüllen Spitzenqualität, für A4, grün
- 50 LEITZ Sichthüllen Spitzenqualität, für A4, rot
- 4 LEITZ Mini-Akteien, gefüllt mit 10 grauen Hängematten, blau
- 10 Radierer PLAST, Größe 65x21x12 mm
- 5 FABER-CASTELL Dreifachdosenspitzer GRIP 2001
- 30 Milan Geometrie-Dreieck, Hypotenuse 140 mm
- 8 STABILO Pen 68 Fasermaler, Kunststoffetuis mit 10 Farben
- 8 STAEDTLER Lumocolor non-permanent Faserschreiber,  
Box mit 6 Farben
- 10 edding, Permanentmarker 3300, Keilspitze, blau

- 10 edding, Permanentmarker 3300, Keilspitze, grün
- 10 edding, Permanentmarker 3300, Keilspitze, rot
- 10 edding, Permanentmarker 3300, Keilspitze, schwarz
- 20 LEITZ Briefkörbe Standard, glasklar
- 8 LEITZ Klemmbretter Vivanto
- 2 Büroklammern, glanzversinkt, 26mm
- 1 LEITZ Extrastarker Registraturlocher, schwarz
- 1 LEITZ Heftgerät Standard 5502, schwarz
- 5 Milan Heftklammern, Schachtel mit 1000 Stück, 24/6
- 8 Universalscheren SOFT-CUT, Länge 180mm (7 Zoll)
- 3 Rainbow COLOR PAPER, 160g/qm, Intensivfarben dunkelblau
- 3 Rainbow COLOR PAPER, 160g/qm, Intensivfarben intensivgrün
- 3 Rainbow COLOR PAPER, 160g/qm, Intensivfarben korallenrot
- 3 Rainbow COLOR PAPER, 160g/qm, Intensivfarben sonnengelb
- 16 Pritt Stick Klebestifte, WA13: 40g
- 2 Tesa transparent Film Officebox, 19mm x 33m, je 8 Rollen
- 1 Tesa Spar-Pack + 1 Rolle gratis, Tischabroller schwarz
- 5 Debagrip-Druckverschlussbeutel, 60x130 mm, je 100 Stück
- 5 Debagrip-Druckverschlussbeutel, 120x170 mm, je 100 Stück
- 40 ALARM Wecker
- 4 ANNO SANELA Schiebegardine, beige
- 6 FIRA Minikommode mit 5 Schubladen
- 6 FIRA Minikommode mit 9 Schubladen
- 10 GLIS Box mit Deckel, transparent
- 4 HELMER Schubladenelement auf Rollen, rot
- 4 HELMER Schubladenelement auf Rollen, weiß
- 8 KALAS Schüssel, je 6 Stück
- 12 KOMPLEMENT Schublade, Birke, Maße 100x58x16cm
- 2 KOMPLEMENT Schublade mit Trennsteg, Birke, Maße 100x58x6cm
- 6 KOMPLEMENT Regalboden, Birke, Maße 100x58cm
- 2 KVARTAL Gardinenschiene 3-läufig, aluminiumfarben
- 4 KVARTAL Zugstange, aluminiumfarben
- 6 KVAETAL Deckenbefestigung, aluminiumfarben
- 4 KVARTAL Schiene Decke/Boden, aluminiumfarben
- 1 PAX Kleiderschrank mit Spiegeltüren, Gestellausführung Buchen/

- Birkeneffekt,  
 Front Pax Malm Spiegelglas, Maße 200x66x201cm
- 1 IKEA PS Teppich dunkelrot, Durchmesser 230cm
  - 4 REDD Schuhaufbewahrung
  - 40 SAMLA Box transparent, Maße 28x20x14cm (5l)
  - 20 SAMLA Box transparent, Maße 39x28x14cm (11l)
  - 10 SAMLA Box transparent, Maße 39x28x28cm (22l)
  - 10 SAMLA Box transparent, Maße 57x39x42cm (45l)
  - 40 SAMLA Deckel für Box 5l
  - 30 SAMLA Deckel für Box 11/22l
  - 10 SAMLA Deckel für Box 45l
  - 1 Säule
  - 1 Zylinder
  - 1 Kegel
  - 1 Pyramide quadratisch
  - Artikel 103, 104, 106 und 108 möglichst in einem Alu-Koffer
  - 1 Lernpaket – Körpergeometrie LP/K1
  - 1 Ebene Geometrie
  - 1 Magnetdemonstrationssatz Kreis
  - 1 Universalzahlenstrahl
  - 1 Stellenordner für die Sekundarstufe
  - 2 Magnet-Demonstrationssatz Bruchteile- Sektoren
  - 2 Magnet-Demonstrationssatz Bruchteile- Rechtecke
  - 1 Das Quadrat, das Rechteck und der Kreis
  - 1 Der Universalkreis
  - 1 Zubehör zum Universalkreis (Bruchrechnekreis und -dezimalkreis)
  - 1 Zubehör zum Universalkreis (Winkelkreis)
  - 1 Zubehör zum Universalkreis (Prozentkreis)
  - 1 Tafelwaage aus Metall 5 kg
  - 1 Gewichtsatz 12-teilig
  - 1 Gewichtsatz 15-teilig
  - 1 Transparente Messgefäße
  - 6 Cuisenaire-Stäbe
  - 1 Cuisenaire-Zahlenstreifen magnetisch
  - 1 Tafelwaage aus Metall 2 kg
  - 50 Aufbewahrungsdosen klein
  - 50 Aufbewahrungsdosen mittel
  - 50 Aufbewahrungsdosen groß

- 1 Schul-Stanzmaschine AllStar
- 1 AllStar Stanzen Tangram
- 1 AllStar Stanzen Kreishalbe
- 1 AllStar Stanzen Kreisdrittel
- 1 AllStar Stanzen Kreisviertel
- 1 AllStar Stanzen Kreisachtel
- 2 Faltblätter – rund, Durchmesser 12 cm
- 1 Liter Box ohne Deckel
- 3 Schul-Steckbaukasten
- 1 Füllkörper-Set, 10 cm Kantenlänge, 6er-Set
- 2 Geobrett Stempel (5x5)
- 2 Geobrett Stempel (11x11)
- 1 Set knifflige Puzzles
- 3 Muggelsteine, rot
- 3 Muggelsteine, gelb
- 3 Muggelsteine, grün
- 3 Muggelsteine, blau
- 10 Doppel-Würfel (transparent)
- 1 Doppel-Würfel Spielanleitung
- 1 Lern- und Geschicklichkeitsspiel „Tricours“
- 5 Magnet-Plättchen 20 x 20 mm, 100 Stück
- 1 Sehr große Füllkörper, 10-teiliger Satz
- 3 Einfacher Theodolit
- 3 Rolltacho
- 1 Mathe-Aufgaben aus dem Berufsleben
- 2 Klassenset „Bruchrechnen“
- 8 Der neue lineare Bruchsatz (10 Streifen)
- 3 3 Dimensionen
- 2 Bandmaße 10 m
- 1 Riesen-Thermometer für das Klassenzimmer
- 8 Elektronische Waage
- Formenkundekoffer 1 – GS
- 1 Formenkundekoffer 2 – GS und Sek 1
- 8 Hails Blanko-Domino
- 8 Hails Dreieckspielsteine

- 1 Partner-Geduldspiel „Labyrinth“
- 2 Vier gewinnt
- 3 Die neuen Bildungsstandards für die Primarstufe und Sekundarstufe I
- 6 Schülerheft zu den Bildungsstandards Mathematik 3-4
- 6 Schülerheft zu den Bildungsstandards Mathematik 5-6
- 6 Schülerheft zu den Bildungsstandards Mathematik 7-8
- 6 Schülerheft zu den Bildungsstandards Mathematik 9-10
- 6 Lösungsheft zu den Bildungsstandards Mathematik 3-4
- 6 Lösungsheft zu den Bildungsstandards Mathematik 5-6
- 6 Lösungsheft zu den Bildungsstandards Mathematik 7-8
- 6 Lösungsheft zu den Bildungsstandards Mathematik 9-10

### **Neu gewonnene Sponsoren (Stand März 2012)**

Lehrerstimme.de

Phonak Dynamic Soundfield

Smart Technologies Germany

VS Vereinigte Spezialmöbelfabriken

Neuenkirchen

Fellbach

Köln/ München

Tauberbischofsheim

### **Zusätzlich erworbene Materialien (Stand Juli 2016)**

16	Kasten mit Deckel
8	Box
16	Deckel
8	Box
1	Laminierfolien-Set
1	Polsternägel
1	Hakennägel
1	CD Umschläge (Bildaufbewahrung)
1	Tischset Filz (Unterlage)
1	Folienschweißgerät
1	Folien für Folienschweißgerät
1	Folien für Folienschweißgerät
1	PP-Seil
1	Rundstab
1	PP-Seil
1	Aquaristik
1	Korkstücke
1	Aquarienkies
1	Aquarienkies
1	Teichfutter
4	Küchenwaage
1	Kinderspielsand
4	Timer
4	Sanduhr
1	Sanduhr
4	Beutel mit 1 Ct-Münzen
4	Beutel mit 10 Ct-Münzen
4	Beutel mit 50 Ct-Münzen
4	Beutel mit 1 €-Münzen
4	Rolle mit 1 €-Münzen
4	Betrag in der Spendendose
10	Briefblock
1	Prospekthüllen
1	Universalfolien

4	Klebestifte I
4	Klebestifte II
1	Dekorbox
1	Eau de Cologne
1	Eiskugelbeutel
1	Deo Roll-on
1	Badefizzer
1	Tropfenlampe
1	Lachsfilet (Konserve I)
1	Fang den Ball
1	Earl Grey
1	Tomatenmark (Konserve II)
1	Acrylfarbe
1	Softbälle
1	Toblerone
1	Stabkerze
1	Bilderrahmen
3	Klettband
3	Flauschband
3	Flauschband
1	Verglasungsfolie
2	Makierungspunkte
7	Etikett Markierpunkte
1	Inkjet Folie
3	Somawürfel
100	Holzwürfel
1	Allzweckplane
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
1	Deco Matt (Sprühlack)
4	Ponal Express (Holzleim)

1	Einmalhandschuhe
7	Holz-Grillzange
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Sprühlack
1	Dubble Bubble Gumball Maschine
1	Sicherheitslose
1	Sicherheitslose
1	Sicherheitslose
1	Sicherheitslose
1	Sicherheitslose
5	Kreisel
6	Holzwurm Spielwaren
1	Fizzy Fruits
1	M&M S Choco
1	Fruits Kaubonbon
1	Pegasus Spiele
1	Blanko Würfel
1	Blanko Würfel
1	Vitrage-Häkchen
1	Rollen
1	Kallax Regal
1	Tjena Kasten mit Deckel
1	Kopierpapier
1	M&M S Choco
1	Stifte
1	Spanplattenschrauben
1	Bunte Holz Halmakegel
1	Bunte Holz Halmakegel
1	Tischset Uni
1	Tischset Uni




# Lernangebot der Leitidee Messen: „Hellabrunn – Der Münchener Tierpark“

Laufzettel zu den Pflichtstationen

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt








MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt



## Hellabrunn – Der Münchener Tierpark

Laufzettel von \_\_\_\_\_, Klasse 5\_\_

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt


		 Länge	 Masse	 Zeit	 Geld
<b>Pflichtstationen</b> <small>Reihenfolge beachten!</small>	Grundwissen	_____	_____	_____	_____
	1 Schätzen 	_____	_____	_____	_____
	2 Messen 	_____	_____	_____	_____
	3 Einheiten umwandeln 	_____	_____	_____	_____
	Reflexion der Pflichtstationen	_____	_____	_____	_____

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

Laufzettel zu den Wahlstationen

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt








MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt



## Hellabrunn – Der Münchener Tierpark

Laufzettel von \_\_\_\_\_, Klasse 5\_\_

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt



		 Länge	 Masse	 Zeit	 Geld
<b>Wahlstationen</b> <small>Reihenfolge beachten!</small>	Merkkasten	_____			
	4 Mit Größen rechnen 	_____	_____	_____	_____
	5 Mit Größen und Komma rechnen 	_____	_____	_____	_____
	6 Für besonders schlaue Denker 	_____	_____	_____	_____
	Gesamtreflexion	_____			

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt



# Lernangebot der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“

Laufzettel



MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

## Räumliche Figuren

Laufzettel von \_\_\_\_\_, Klasse 5\_\_



	Pflichtstation mit Hausaufgabe	Wahlstationen Reihenfolge beliebig!	
			
1 Geometrische Körper	1.1 _____	1.2 _____	1.3 _____
2 Netze von Würfel und Quader	2.1 _____	2.2 _____	2.3 _____
3 Schrägbilder zeichnen	3.1 _____	3.2 _____	3.3 _____
4 Mit dem Somawürfel Körper bauen	4.1 _____	4.2 _____	4.3 _____
5 Somawürfel selbst bauen	5.1 _____	5.2 _____	5.3 _____

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt



# Lernangebot der Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

Laufzettel



MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

## Alles Zufall?!

Laufzettel von \_\_\_\_\_, Klasse 5\_\_

	Pflichtstation	Wahlstationen Reihenfolge beliebig!	
			
1 Aus der Geschichte	1.1 _____	1.2 _____	1.3 _____
2 Laplace-Experimente	2.1 _____	2.2 _____	2.3 _____
3 Ein- und zweistufige Zufallsversuche	3.1 _____	3.2 _____	3.3 _____
4 Mehrstufige Zufallsversuche	4.1 _____	4.2 _____	4.3 _____
5 Baumdiagramme	5.1 _____	5.2 _____	5.3 _____

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

# Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“

Angabe




MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

## Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe

Abschlussreflexion von \_\_\_\_\_, Klasse \_\_\_\_

Nun bist du am Ende der 5. Jahrgangsstufe angelangt und hast ein Jahr lang immer wieder in der *MatheLernWelt* gearbeitet. Den Schluss bildet die Abschlussreflexion.

### Lernen in der Mathematik und die *MatheLernWelt*

	Beurteilung		
			
Das Fach Mathematik macht mir jetzt mehr Spaß als zu Beginn des Schuljahres.			
Ohne einen Laufzettel könnte ich mich genauso gut in der <i>MatheLernWelt</i> orientieren.			
Es fiel mir oft schwer, einen Partner für die Stationenarbeit zu finden.			
Durch die Arbeit in der <i>MatheLernWelt</i> habe ich meine Mitschüler besser kennengelernt.			
Das Lernen in der Gruppe fällt mir jetzt leichter.			
Die <i>MatheLernWelt</i> hat mir geholfen, selbstständiger zu arbeiten.			
Durch den Unterricht in der <i>MatheLernWelt</i> konnte ich mich immer wieder für die Mathematik motivieren.			
Aufgaben, die mir direkt von meiner Lehrerin erklärt werden, verstehe ich besser.			
Während der Arbeit in der <i>MatheLernWelt</i> hatte meine Lehrerin mehr Zeit für mich, als beim Klassenunterricht.			
Zum Unterrichtsstoff der <i>MatheLernWelt</i> habe ich noch Fragen.			
Durch das Lernen mit Materialien ist mir bewusst geworden, wo die Mathematik in meinem Leben überall vorkommt.			
Ich würde im nächsten Schuljahr gerne wieder in der <i>MatheLernWelt</i> arbeiten.			

Welcher Lerngegenstand aus der *MatheLernWelt* ist dir noch in besonders guter Erinnerung? Begründe!

---



---



---

Beim Arbeiten in der *MatheLernWelt* sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden. Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?

---



---



---

MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt – MatheLernWelt

## Hellabrunn – Der Münchener Tierpark

### 1 Die Länge

Schätze die Höhe eines Apfels ohne Stängel: \_\_\_\_\_

Schätze die Größe eines ausgewachsenen, stehenden Affens: \_\_\_\_\_

30 m = \_\_\_\_\_ mm

820 cm = \_\_\_\_\_ m

200 m : 5 m = \_\_\_\_\_

1,03 m + 9 dm = \_\_\_\_\_

### 2 Die Masse

Schätze die Masse eines wassergefüllten Aquariums mit je 1 m Länge, Breite und

Höhe: \_\_\_\_\_

5 t – 3 000 g = \_\_\_\_\_

150 · 40 mg = \_\_\_\_\_

9,4 t – 337 kg = \_\_\_\_\_

### 3 Die Zeit

Die Abkürzung „h“ steht bei der Größe „Zeit“ für \_\_\_\_\_.

Schätze die Zeit für die Busfahrt von unserer Schule nach Hellabrunn: \_\_\_\_\_

1 h = \_\_\_\_\_ sec

480 h = \_\_\_\_\_ d

Mittwoch 13:05 Uhr bis Freitag 17:15 Uhr: \_\_\_\_\_

### 4 Das Geld

Bei der Größe „Geld“ ist die Umrechnungszahl \_\_\_\_\_.

Schätze den Preis für eine Brezel am Kiosk: \_\_\_\_\_





421 Ct + 88 Ct = \_\_\_\_\_

75 € 45 Ct : 5 = \_\_\_\_\_

4,20 € – 37 Ct = \_\_\_\_\_

## Räumliche Figuren

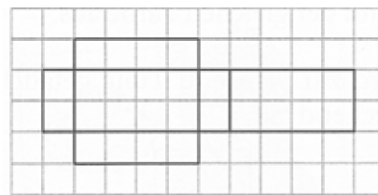
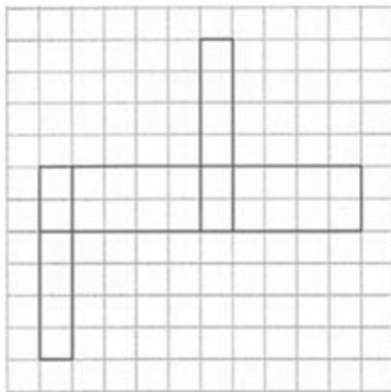
### 1 Geometrische Körper

	 Würfel	 Zylinder	 Kegel	 Kugel
<b>Anzahl Ecken</b>				
<b>Anzahl Flächen</b>				
<b>Form der Flächen</b>				

### 2 Netze von Würfel und Quader

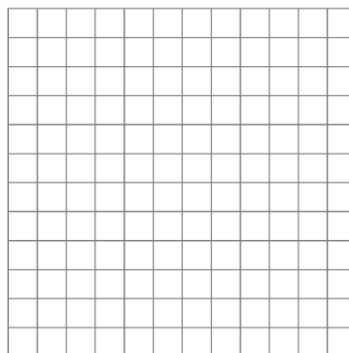
Schraffiere die Flächen, die sich gegenüberliegen, mit der gleichen Farbe.

Markiere jeweils die beiden Rechteckseiten mit gleicher Farbe, die beim Falten zu einem Quader zusammentreffen.



### 3 Schrägbilder zeichnen

Zeichne das Schrägbild eines Würfels mit der Kantenlänge 4 cm.



## Alles Zufall?!

1 *Aus der Geschichte*

Notiere, was du über Pierre-Simon Laplace weißt.

---

---

---

2 *Laplace-Experimente*

Erkläre was ein „Laplace-Experiment“ ist und nenne ein passendes Zufallsgerät.

---

---

---

3 *Ein- und zweistufige Zufallsversuche*

Gib zwei beliebige Beispiele für einen zweistufigen Zufallsversuch an.

---

---

---

4 *Mehrstufige Zufallsversuche*

Nach 10 Würfeln mit einem Spielwürfel erscheinen die Augenzahl 2 einmal und die Augenzahl 6 neunmal. Beurteile das Ergebnis.

---

---

---

5 *Baumdiagramme*

Vermute, warum das „Baumdiagramm“ gerade diesen Namen trägt.

---

---

---

Was ich noch sagen wollte!

---

---


---

---


**Vielen Dank für deine Mitarbeit! Und jetzt: Erholungsfreudige Ferien!!!**

## Daten zu den geschlossenen Befragungen

Die folgenden Tabellen geben die absoluten Häufigkeiten, resultierend aus den Bewertungen der Lernenden, an. Die geschlossenen Befragungen enthielten zur Beurteilung der Aussagen drei unterschiedliche Symbole mit folgender Bedeutung.

 „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“

 „Hier kann ich mich nicht entscheiden, das kann ich nicht beurteilen.“

 „Ich stimme zu, das ist richtig!“

Wurden einzelne Fragen oder Aussagen nicht angekreuzt bzw. konnten Schülerinnen oder Schüler bei der Datenerhebung nicht anwesend sein, wurde dies in der Spalte „fehlt“ eingetragen. Somit ergibt sich je Zeile die Stichprobengröße  $n$ .

Weiter zeigen die Tabellen den arithmetischen Mittelwert und die Standardabweichung:

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$  arithmetischer Mittelwert, wobei  $x$  die Ausprägungswerte darstellt

$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$  Standardabweichung

Zur Berechnung der beiden Werte wurden die oben aufgeführten Symbole mit Zahlen belegt:

-1:  „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“

0:  „Hier kann ich mich nicht entscheiden, das kann ich nicht beurteilen.“

1:  „Ich stimme zu, das ist richtig!“

Der arithmetische Mittelwert von beispielsweise -0,7 zeigt einen durchschnittlichen Ausprägungsgrad der Bewertungen hin zur Aussage „Ich stimme nicht zu, das ist falsch.“, der Wert 0,7 einen durchschnittlichen Ausprägungsgrad der Bewertungen hin zur Aussage „Ich stimme zu, das ist richtig!“. Wird vom arithmetischen Mittelwert die Standardabweichung subtrahiert bzw. addiert, so bedeutet dies, dass bei normalverteilten Daten 68,3% aller Werte zwischen diesen Rändern liegen (vgl. Aepli, Gasser, Gutzwiller, Tettenborn 2014, 283-289).

Grüne Markierungen beziehen sich auf ausgeprägte absolute Häufigkeiten einer bestimmten Lerneinheit, rote Markierungen auf Werte, die von mehr als Dreiviertel der Schülerinnen und Schüler angegeben wurden bzw. auf arithmetische Mittelwerte  $< -0,90$  oder  $> 0,90$ .

Wie stehst du zum Fach Mathematik?

Was hast du Neues gelernt?

Das Fach Mathematik macht mir schon immer Spaß.

Das Lernen in der Mathematik fällt mir leicht.

Oft ist mir das Lernen in der Mathematik zu viel.

Meine Hausaufgaben erledige ich ohne besondere Schwierigkeiten.

Die Schulaufgaben und Stegreifaufgaben in Mathematik sind schwierig.

Absolute Häufigkeit				
🤔	👉	👍	fehlt	$n$
0	19	22	1	41
2	27	11	2	40
15	22	4	1	41
1	22	17	2	40
6	27	7	2	40

$\bar{x}$	s
0,54	0,25
0,23	0,11
-0,27	0,13
0,40	0,19
0,03	0,01

Was hast du beim Thema "Hellabrunn - Der Münchner Tierpark" Neues gelernt?

Das Schätzen hat mich sicherer im Umgang mit Größen gemacht.

Beim Messen haben mich einige Ergebnisse überrascht.

Das Umwandeln von Einheiten fällt mir leicht.

Ich beherrsche die vier Grundrechenarten bei den Größen.

Das Rechnen mit Komma fällt mir noch schwer.

Die Aufgaben für schlaue Denker haben mir am meisten Spaß gemacht.

Ich habe ich alles verstanden.

Ich lernte viel Neues über den Tierpark Hellabrunn.

3	14	24	1	41
2	12	27	1	41
6	26	9	1	41
1	24	15	2	40
14	15	11	2	40
9	27	9	3	39
2	15	23	2	40
4	18	19	1	41

0,51	0,24
0,67	0,29
0,07	0,03
0,35	0,17
-0,08	0,04
0,00	0,00
0,53	0,25
0,37	0,17

Beurteile nun dein Arbeitsverhalten:

Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren.

Im Raum der MatheLernWelt habe ich mich schnell zurechtgefunden.

Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert.

Die zusätzlichen Übungsaufgaben haben mir geholfen, den Stoff zu üben.

Es hat mir gefallen, dass ich in der Mathematik Fragen auch mal mit Worten beantworten konnte.

Ich habe leise gearbeitet.

Meistens war ich konzentriert.

Oft war ich unterfordert.

Die Stoffmenge konnte ich gut gewältigen.

Ich bemühte mich um gute Leistungen.

Für die Hausaufgabe nahm ich mir Aufgaben mit.

1	3	<u>37</u>	1	41
1	7	<u>33</u>	1	41
1	9	31	1	41
2	12	26	2	40
2	15	24	1	41
3	22	15	2	40
0	20	21	1	41
17	21	3	1	41
3	19	19	1	41
0	4	<u>37</u>	1	41
26	7	8	1	41

0,88	0,41
0,78	0,37
0,73	0,34
0,60	0,28
0,54	0,25
0,30	0,14
0,51	0,24
-0,34	0,16
0,39	0,18
<u>0,90</u>	0,42
-0,44	0,21



*Wie gut hast du mit deinen Mitschülern zusammengearbeitet?*

Wir haben nur wenige Fehler gemacht.  
 Wenn wir auf Fehler gestoßen sind, haben wir diese verbessert.  
 Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen.  
 Ich habe mit vielen verschiedenen Partnern gearbeitet  
 Mein Partner sprach mir bei Fehlern Mut zu.  
 Es war für mich leicht, mit verschiedenen Mitschülern zu arbeiten.  
 Mein Partner half mir, die Aufgaben zu verstehen.  
 Mein Partner hat mich zur Arbeit ermutigt.  
 Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt.

0	<u>32</u>	9	1	41	0,22	0,10
2	3	<u>36</u>	1	41	0,83	0,39
2	1	<u>36</u>	3	39	0,87	0,42
10	23	7	2	40	-0,08	0,04
7	17	17	1	41	0,24	0,11
2	17	22	1	41	0,49	0,23
5	7	28	2	40	0,58	0,27
10	20	10	2	40	0,00	0,00
<u>36</u>	3	2	1	41	-0,83	0,39

*Was denkst du über den Unterricht und deine Lehrerin?*

Die Lehrerin hat das Thema „Größen“ mit dem Tierpark Hellabrunn interessant gestaltet.  
 Es stand immer ausreichen Material zur Verfügung.  
 Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden.  
 Meine Lehrerin kann gut erklären.  
 Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne.  
 Die Lehrerin unterrichtet uns gerne.  
 Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten.  
 Meine Arbeit wird von meiner Lehrerin geschätzt.  
 Es wurde auch mal gelacht.  
 Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde.  
 Bei Erfolg lobte mich meine Lehrerin.  
 Es konnten nur die guten Schüler viel lernen.  
 Unsere Lehrerin ließ verschiedene Lösungswege zu.  
 Ich hatte das Gefühl, dass ich unserer Lehrerin wichtig bin.  
 Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter.  
 Unsere Lehrerin hat zu einem guten Klassenklima beigetragen.

2	2	<u>37</u>	1	41	0,85	0,40
1	10	28	3	39	0,69	0,33
3	3	<u>35</u>	1	41	0,78	0,37
1	2	<u>38</u>	1	41	<u>0,90</u>	0,42
1	2	<u>38</u>	1	41	<u>0,90</u>	0,42
1	4	<u>35</u>	2	40	0,85	0,40
1	1	<u>39</u>	1	41	<u>0,93</u>	0,43
2	8	28	4	38	0,68	0,33
1	7	31	3	39	0,77	0,37
3	4	<u>33</u>	2	40	0,75	0,36
7	16	17	2	40	0,25	0,12
<u>33</u>	6	2	1	41	-0,76	0,35
4	13	23	2	40	0,48	0,23
8	20	10	4	38	0,05	0,03
3	2	<u>36</u>	1	41	0,80	0,38
1	10	30	1	41	0,71	0,33

Lernangebot der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“

Wie stehst du zum Fach Mathematik? Hier ist nicht die Arbeit in der MatheLernWelt gemeint!  
 Das Fach Mathematik macht mir schon immer Spaß.  
 Das Lernen in der Mathematik fällt mir leicht.  
 Oft ist mir das Lernen in der Mathematik zu viel.  
 Meine Hausaufgaben erledige ich ohne besondere Schwierigkeiten.  
 Die Schulaufgaben und Stegreifaufgaben in Mathematik sind schwierig.

Absolute Häufigkeit					$\bar{x}$	s
	👎	👉	👍	fehlt	$n$	
1	21	18	2	40	0,43	0,20
2	30	8	2	40	0,15	0,07
9	28	3	2	40	-0,15	0,07
0	22	18	2	40	0,45	0,21
2	<u>33</u>	5	2	40	0,08	0,04

Was hast du beim Thema „Räumliche Figuren“ in der MatheLernWelt Neues gelernt?  
 Bei den geometrischen Körpern haben mich einige Ergebnisse überrascht.  
 Die verschiedenen Würfelnetze konnte ich ohne Probleme finden.  
 Das zeichnen von Schrägbildern fällt mir noch schwer.  
 Das Zeichnen der Ansichten des Körpers aus Somateilen fällt mir leicht.  
 Das Bauen des Somawürfels hat mich sicherer im Umgang mit räumlichen Körpern gemacht.  
 Ich beherrsche das Zusammensetzen der Somateile zu einem Würfel.  
 Die Aufgaben, bei denen ich mit den Händen arbeiten musste, haben mir am meisten Spaß gemacht.  
 Ich habe alles verstanden.

11	15	14	2	40	0,08	0,04
1	15	24	2	40	0,58	0,27
22	16	2	2	40	-0,50	0,24
2	20	18	2	40	0,40	0,19
2	15	23	2	40	0,53	0,25
3	19	18	2	40	0,38	0,18
0	4	<u>36</u>	2	40	<u>0,90</u>	0,43
1	25	14	2	40	0,33	0,15

Beurteile nun dein Arbeitsverhalten:  
 Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren.  
 Im Raum der MatheLernWelt habe ich mich schnell zurechtgefunden.  
 Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert.  
 Die zusätzlichen Übungsaufgaben haben mir geholfen, den Stoff zu üben.  
 Ich habe leise gearbeitet.  
 Meistens war ich konzentriert.  
 Oft waren mir die Aufgaben zu einfach.  
 Die Stoffmenge konnte ich gut gewältigen.  
 Ich bemühte mich um gute Leistungen.  
 Meine Hausaufgaben habe ich alle erledigt.

2	8	30	2	40	0,70	0,33
0	8	<u>32</u>	2	40	0,80	0,38
1	6	<u>33</u>	2	40	0,80	0,38
4	17	19	2	40	0,38	0,18
0	27	13	2	40	0,33	0,15
0	12	28	2	40	0,70	0,33
3	28	8	3	39	0,13	0,06
3	16	21	2	40	0,45	0,21
0	6	<u>34</u>	2	40	0,85	0,40
2	7	30	3	39	0,72	0,34

*Wie gut hast du mit deinen Mitschülern zusammengearbeitet?*

Wir haben nur wenige Fehler gemacht.  
 Wenn wir auf Fehler gestoßen sind, haben wir diese verbessert.  
 Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen.  
 Ich habe mit vielen verschiedenen Partnern gearbeitet  
 Mein Partner oder meine Gruppe sprach mir bei Fehlern Mut zu.  
 Es war für mich leicht, mit verschiedenen Mitschülern zu arbeiten.  
 Mein Partner oder meine Gruppe half mir, die Aufgaben zu verstehen.  
 Mein Partner oder meine Gruppe hat mich zur Arbeit ermutigt.  
 Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt.

1	22	17	2	40	0,40	0,19
2	10	28	2	40	0,65	0,31
0	5	<u>35</u>	2	40	0,88	0,42
21	15	4	2	40	-0,43	0,20
5	22	13	2	40	0,20	0,09
4	10	25	3	39	0,54	0,26
0	6	<u>34</u>	2	40	0,85	0,40
8	17	15	2	40	0,18	0,08
<u>36</u>	2	2	2	40	-0,85	0,40

*Was denkst du über den Unterricht und deine Lehrerin?*

Die Lehrerin hat das Thema „Räumliche Figuren“ interessant gestaltet.  
 Es stand immer ausreichen Material zur Verfügung.  
 Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden.  
 Meine Lehrerin kann gut erklären.  
 Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne.  
 Die Lehrerin unterrichtet uns gerne.  
 Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten.  
 Meine Arbeit wird von meiner Lehrerin geschätzt.  
 Es wurde auch mal gelacht.  
 Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde.  
 Bei Erfolg lobte mich meine Lehrerin.  
 Es konnten nur die guten Schüler viel lernen.  
 Unsere Lehrerin ließ verschiedene Lösungswege zu.  
 Ich hatte das Gefühl, dass ich unserer Lehrerin wichtig bin.  
 Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter.  
 Unsere Lehrerin hat zu einem guten Klassenklima beigetragen.

0	0	<u>40</u>	2	40	1,00	0,47
3	10	27	2	40	0,60	0,28
0	2	<u>38</u>	2	40	<u>0,95</u>	0,45
0	2	<u>38</u>	2	40	<u>0,95</u>	0,45
1	2	<u>37</u>	2	40	<u>0,90</u>	0,43
0	13	25	4	38	0,66	0,32
0	0	<u>40</u>	2	40	<u>1,00</u>	0,47
1	17	21	3	39	0,51	0,25
2	5	<u>33</u>	2	40	0,78	0,37
0	5	<u>35</u>	2	40	0,88	0,42
6	12	21	3	39	0,38	0,18
31	8	1	2	40	-0,75	0,36
2	13	25	2	40	0,58	0,27
7	19	14	2	40	0,18	0,08
0	6	<u>34</u>	2	40	0,85	0,40
1	7	<u>32</u>	2	40	0,78	0,37

Lernangebot der Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

Wie stehst du zum Fach Mathematik? Hier ist nicht die Arbeit in der MatheLernWelt gemeint!  
 Das Fach Mathematik macht mir schon immer Spaß.  
 Das Lernen in der Mathematik fällt mir leicht.  
 Oft ist mir das Lernen in der Mathematik zu viel.  
 Meine Hausaufgaben erledige ich ohne besondere Schwierigkeiten.  
 Die Schulaufgaben und Stegreifaufgaben in Mathematik sind schwierig.

Absolute Häufigkeit				
			fehlt	<i>n</i>
0	18	22	2	40
1	27	12	2	40
16	21	3	2	40
1	19	20	2	40
5	<u>33</u>	2	2	40

$\bar{x}$	s
0,55	0,26
0,28	0,13
-0,33	0,15
0,48	0,23
-0,08	0,04

Was hast du beim Thema „Alles Zufall?!“ in der MatheLernWelt Neues gelernt?  
 Die Stationen aus der Geschichte der Mathematik haben mich interessiert.  
 Ich kann jetzt erklären, was ein Laplace-Experiment ist.  
 Meine Vermutungen bei dem Süßigkeitenautomat waren immer richtig.  
 Bei den mehrstufigen Zufallsversuchen haben mich einige Ergebnisse überrascht.  
 Die Anleitungen zu den verschiedenen Spielen konnte ich ohne Probleme verstehen.  
 Das zeichnen eines Baumdiagrammes fällt mir noch schwer.  
 Ich habe alles verstanden.

2	11	27	2	40
6	23	11	2	40
12	22	6	2	40
2	7	30	3	39
0	17	22	3	39
14	22	4	2	40
1	20	19	2	40

0,63	0,30
0,13	0,06
-0,15	0,07
0,72	0,34
0,56	0,27
-0,25	0,12
0,45	0,21

Beurteile nun dein Arbeitsverhalten:  
 Der Laufzettel war hilfreich um mich zu orientieren.  
 Im Flur mit der MatheLernWelt habe ich mich schnell zurechtgefunden.  
 Besonders haben mich die Aufgaben mit den Gegenständen interessiert.  
 Die Wahlstationen haben mir geholfen, den Stoff zu üben.  
 Es hat mir gefallen, dass ich in der Mathematik Fragen auch mal mit Worten beantworten konnte.  
 Ich habe leise gearbeitet.  
 Meistens war ich konzentriert.  
 Oft war ich unterfordert.  
 Die Stoffmenge konnte ich gut gewältigen.  
 Ich bemühte mich um gute Leistungen.  
 Die Gewinne haben mich ermutigt, mich noch mehr anzustrengen.

0	4	<u>36</u>	2	40
0	4	<u>36</u>	2	40
0	3	<u>37</u>	2	40
0	19	21	2	40
2	9	29	2	40
0	13	27	2	40
0	12	28	2	40
11	21	7	3	39
1	11	28	2	40
0	2	<u>38</u>	2	40
0	12	28	2	40

<u>0,90</u>	0,43
<u>0,90</u>	0,43
<u>0,93</u>	0,44
0,53	0,25
0,68	0,32
0,68	0,32
0,70	0,33
-0,10	0,05
0,68	0,32
<u>0,95</u>	0,45
0,70	0,33

*Wie gut hast du mit deinen Mitschülern zusammengearbeitet?*

Wir haben nur wenige Fehler gemacht.  
 Wenn wir auf Fehler gestoßen sind, haben wir diese verbessert.  
 Die Zusammenarbeit mit meinen Mitschülern hat mir gefallen.  
 Ich habe mit vielen verschiedenen Partnern gearbeitet  
 Mein Partner oder meine Gruppe sprach mir bei Fehlern Mut zu.  
 Es war für mich leicht, mit verschiedenen Mitschülern zu arbeiten.  
 Mein Partner oder meine Gruppe half mir, die Aufgaben zu verstehen.  
 Mein Partner oder meine Gruppe hat mich zur Arbeit ermutigt.  
 Ich hätte lieber normalen Klassenunterricht gehabt.

0	12	28	2	40	0,70	0,33
1	9	30	2	40	0,73	0,34
1	5	<u>34</u>	2	40	0,83	0,39
11	17	11	3	39	0,00	0,00
9	21	9	3	39	0,00	0,00
4	15	21	2	40	0,43	0,20
2	7	30	3	39	0,72	0,34
7	19	14	2	40	0,18	0,08
<u>39</u>	1	0	2	40	<u>-0,98</u>	0,46

*Was denkst du über den Unterricht und deine Lehrerin?*

Die Lehrerin hat das Thema „Alles Zufall?!“ interessant gestaltet.  
 Es stand immer ausreichend Material zur Verfügung.  
 Bei Fragen konnte ich mich an meine Lehrerin wenden.  
 Meine Lehrerin kann gut erklären.  
 Das Fach Mathematik mag meine Lehrkraft selbst gerne.  
 Die Lehrerin unterrichtet uns gerne.  
 Meine Lehrerin ließ uns in Ruhe arbeiten.  
 Meine Arbeit wird von meiner Lehrerin geschätzt.  
 Es wurde auch mal gelacht.  
 Unsere Lehrkraft legte Wert darauf, dass ich die Lösung selbst finde.  
 Bei Erfolg lobte mich meine Lehrerin.  
 Es konnten nur die guten Schüler viel lernen.  
 Unsere Lehrerin ließ verschiedene Lösungswege zu.  
 Ich hatte das Gefühl, dass ich unserer Lehrerin wichtig bin.  
 Bei Fragen half mir unsere Lehrerin weiter.  
 Unsere Lehrerin hat zu einem guten Klassenklima beigetragen.

0	1	<u>39</u>	2	40	<u>0,98</u>	0,46
3	6	30	3	39	0,69	0,33
0	1	<u>39</u>	2	40	<u>0,98</u>	0,46
0		<u>40</u>	2	40	<u>1,00</u>	0,47
0	1	<u>39</u>	2	40	<u>0,98</u>	0,46
0	5	<u>32</u>	5	37	0,86	0,43
1		<u>39</u>	2	40	<u>0,95</u>	0,45
0	14	24	4	38	0,63	0,31
2	5	<u>33</u>	2	40	0,78	0,37
1	2	<u>36</u>	3	39	<u>0,90</u>	0,43
5	17	18	2	40	0,33	0,15
<u>34</u>	4	2	2	40	-0,80	0,38
3	12	25	2	40	0,55	0,26
3	16	19	4	38	0,42	0,20
0	1	<u>39</u>	2	40	<u>0,98</u>	0,46
0	5	<u>34</u>	3	39	0,87	0,42

Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“

*Lernen in der Mathematik und die MatheLernWelt*

Das Fach Mathematik macht mir jetzt mehr Spaß als zu Beginn des Schuljahres.

Ohne einen Laufzettel könnte ich mich genauso gut in der *MatheLernWelt* orientieren.

Es fiel mir oft schwer, einen Partner für die Stationenarbeit zu finden.

Durch die Arbeit in der *MatheLernWelt* habe ich meine Mitschüler besser kennengelernt.

Das Lernen in der Gruppe fällt mir jetzt leichter.

Die *MatheLernWelt* hat mir geholfen, selbstständiger zu arbeiten.

Durch den Unterricht in der *MatheLernWelt* konnte ich mich immer wieder für die Mathematik motivieren.




Aufgaben, die mir direkt von meiner Lehrerin erklärt werden, verstehe ich besser.

Während der Arbeit in der *MatheLernWelt* hatte meine Lehrerin mehr Zeit für mich, als beim Klassenunterricht.

Zum Unterrichtsstoff der *MatheLernWelt* habe ich noch Fragen.

Durch das Lernen mit Materialien ist mir bewusst geworden, wo die Mathematik in meinem Leben überall vorkommt.

Ich würde im nächsten Schuljahr gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten.

Absolute Häufigkeit					$\bar{x}$	s
			fehlt	<i>n</i>		
0	16	22	4	38	0,58	0,28
14	17	7	4	38	-0,18	0,09
20	13	6	3	39	-0,36	0,17
8	17	14	3	39	0,15	0,07
0	12	27	3	39	0,69	0,33
1	18	20	3	39	0,49	0,23
0	14	25	3	39	0,64	0,31
0	15	24	3	39	0,62	0,30
5	18	16	3	39	0,28	0,14
<u>33</u>	5	1	3	39	-0,82	0,39
0	4	<u>35</u>	3	39	<u>0,90</u>	0,43
0	1	<u>38</u>	3	39	<u>0,97</u>	0,47

## Aussagen zu den offenen Befragungen

Die folgenden Übersichten kategorisieren die Antworten der Schülerinnen und Schüler zu den offenen Befragungen nach inhaltlichen Aspekten.

Lernangebot der Leitidee Messen: „Hellabrunn - Der Münchner Tierpark“

„Was ist dir fachlich in der Mathematik beim Thema „Größen“ am schwersten gefallen, was am leichtesten? Begründe deine Antworten!“

Kategorie	Schwer	Leicht
Grundwissen	0	1
Länge	5	1
Länge schätzen	2	1
Länge messen	1	1
Länge Einheiten umwandeln	4	0
Mit der Größe Länge rechnen	0	1
	Gesamt: 12	Gesamt: 4
Masse	2	0
Masse schätzen	1	0
Masse messen	1	0
Masse Einheiten umwandeln	3	0
Mit der Größe Masse rechnen	1	2
	Gesamt: 8	Gesamt: 2
Zeit	1	0
Zeit schätzen	0	0
Zeit messen	1	1
Zeit Einheiten umwandeln	2	0
Mit der Größe Zeit rechnen	2	0
	Gesamt: 6	Gesamt: 1
Geld	0	9
Geld schätzen	0	1
Geld messen	0	0
Geld Einheiten umwandeln	0	2
Mit der Größe Geld rechnen	1	4
Mit der Größe Geld und Komma rechnen	0	1
	Gesamt: 1	Gesamt: 17
Schätzen	3	5
Messen	0	9
Einheiten umwandeln	7	4
Wahlstationen	2	0
Mit Größen rechnen	3	0
Mit Größen und Komma rechnen	1	0
Für besonders schlaue Denker	0	0
	Gesamt: 16	Gesamt: 18
Nichts war schwer/ Alles war leicht	0	3
	Gesamt: 0	Gesamt: 3
Gesamt	43	46
Nicht eindeutig zuzuordnen	2	

Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?

Inhaltlicher Aspekt	Schwer	Leicht
Materialbeschaffung	1	1
Leises arbeiten	4	1
Konzentriertes arbeiten	6	13
Zusammenarbeit mit einem Partner	6	7
MatheLernWelt-Ordner/ Ordnung halten	1	3
Laufzettel	0	2
Raumkonzept/ sich orientieren	0	1
Sonstiges	2	0
Nichts war schwer/ Alles war leicht	1	2
Gesamt	21	30
Einschätzungen zu Themengebieten	15	16
Nicht eindeutig zuzuordnen		0

Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?

Inhaltliche Aspekte	Gefallen	Wünsche
Einfache Partnerwahl	0	2
Gegenseitige Hilfe	13	0
Effektives Arbeiten	7	1
Zusammensein (mit Freunden)	13	6
Kameradschaftlicher Umgang	4	1
Angenehme Arbeitsatmosphäre	6	5
Arbeitszeit	0	3
Sonstiges	4	2
Unterricht in der MatheLernWelt	0	6
Keine Wünsche mehr	0	11
Gesamt	47	37

Würdest du gerne wieder in der MatheLernWelt arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!

Inhaltliche Aspekte	Nein	Ja
Räumlichkeit	0	2
Freie Auswahl der Aufgaben	0	12
Effektives Arbeiten	0	10
Zusammensein (mit Freunden)	0	9
Angenehme Arbeitsatmosphäre	1	22
Keine Hausaufgaben	0	6
Sonstiges	0	10
Gesamt	1	71



Lernangebot der Leitidee Raum und Form: „Räumliche Figuren“

Was ist dir fachlich in der Mathematik beim Thema „Räumliche Figuren“ am schwersten gefallen, was am leichtesten? Begründe deine Antworten!

Kategorie	Schwer		Leicht	
Geometrische Körper	1		6	
Prisma	1		0	
Form und Wölbung der Flächen	2	Gesamt: 4	0	Gesamt: 6
Netze von Würfel und Quader	4	Gesamt: 4	5	Gesamt: 5
Schrägbilder zeichnen	8	Gesamt: 8	5	Gesamt: 5
Mit dem Somawürfel Körper bauen	4		1	
Somawürfel selbst bauen	5		9	
Somawürfel zusammensetzen	6	Gesamt: 15	2	Gesamt: 12
Nichts war schwer/ Alles war leicht	7	Gesamt: 7	6	Gesamt: 6
Gesamt		38		34
Nicht eindeutig zuzuordnen		7		

Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?

Inhaltlicher Aspekt	Schwer	Leicht
Materialbeschaffung	0	0
Leises Arbeiten	4	6
Konzentriertes Arbeiten	11	17
Zusammenarbeit mit einem Partner	7	9
MatheLernWelt-Ordner/ Ordnung halten	1	0
Laufzettel	0	0
Raumkonzept/ sich orientieren	0	2
Sonstiges	2	3
Nichts war schwer/ Alles war leicht	4	2
Gesamt	29	39
Einschätzungen zu Themengebieten	6	11
Nicht eindeutig zuzuordnen		2

Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?

Inhaltliche Aspekte	Gefallen	Wünsche
Einfache Partnerwahl	0	0
Gegenseitige Hilfe	5	1
Effektives Arbeiten	10	3
Zusammensein (mit Freunden)	13	4
Kameradschaftlicher Umgang	4	4
Angenehme Arbeitsatmosphäre	11	7
Arbeitszeit	0	4
Sonstiges	5	8
Unterricht in der <i>MatheLernWelt</i>	0	8
Keine Wünsche mehr	0	4
Gesamt	48	43

Würdest du gerne wieder in der *MatheLernWelt* arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!

Inhaltliche Aspekte	Nein	Ja
Räumlichkeit	0	1
Freie Auswahl der Aufgaben	0	23
Effektives Arbeiten	0	6
Zusammensein (mit Freunden)	0	25
Angenehme Arbeitsatmosphäre	0	17
Keine Hausaufgaben	0	0
Sonstiges	0	10
Gesamt	0	82

Lernangebot der Leitidee Daten und Zufall: „Alles Zufall?!“

Was ist dir fachlich in der Mathematik beim Thema „Alles Zufall?!“ am schwersten gefallen, was am leichtesten? Begründe deine Antworten!

Kategorie	Schwer	Leicht
Aus der Geschichte	4	3
Laplace-Experimente	2	3
Ein- und zweistufige Zufallsversuche	4	6
Mehrstufige Zufallsversuche	0	10
Baumdiagramme	13	3
Nichts war schwer/ Alles war leicht	5	7
Gesamt	28	32
Nicht eindeutig zuzuordnen	24	

Was ist dir durch dein Arbeitsverhalten besonders leicht gefallen? Was schwer?

Inhaltlicher Aspekt	Schwer	Leicht
Materialbeschaffung	0	0
Leises Arbeiten	0	7
Konzentriertes Arbeiten	11	15
Zusammenarbeit mit einem Partner	8	5
<i>MatheLernWelt</i> -Ordner/ Ordnung halten	0	8
Laufzettel	0	0
Raumkonzept/ sich orientieren	0	0
Sonstiges	5	4
Nichts war schwer/ Alles war leicht	6	3
Gesamt	30	42
Einschätzungen zu Themengebieten	8	6
Nicht eindeutig zuzuordnen	2	

Was hat dir bei der Arbeit mit deinen Mitschülern gefallen? Was würdest du dir noch wünschen?

Inhaltliche Aspekte	Gefallen	Wünsche
Einfache Partnerwahl	0	1
Gegenseitige Hilfe	9	1
Effektives Arbeiten	4	1
Zusammensein (mit Freunden)	15	3
Kameradschaftlicher Umgang	0	2
Angenehme Arbeitsatmosphäre	16	6
Arbeitszeit	0	0
Sonstiges	6	8
Unterricht in der <i>MatheLernWelt</i>	0	7
Keine Wünsche mehr	0	13
Gesamt	50	42

Würdest du gerne wieder in der MatheLernWelt arbeiten? Begründe deine Entscheidung möglichst ausführlich!

Inhaltliche Aspekte	Nein	Ja
Räumlichkeit	0	2
Freie Auswahl der Aufgaben	0	15
Effektives Lernen	0	10
Zusammensein (mit Freunden)	0	16
Angenehme Arbeitsatmosphäre	0	21
Keine Hausaufgaben	0	2
Sonstiges	0	15
Gesamt	0	81

Abschlussreflexion „Lernen in der MatheLernWelt in der 5. Jahrgangsstufe“

Welcher Lerngegenstand aus der MatheLernWelt ist dir noch in besonders guter Erinnerung? Begründe!

Lerngegenstand	Anzahl
<u>Hellabrunn - Der Münchner Tierpark</u>	
Sanduhren	1
Geld	1
Waage	1
	Gesamt: 3
<u>Räumliche Figuren</u>	
Geometrische Körper	2
Somawürfel	5
	Gesamt: 7
<u>Alles Zufall?!</u>	
Würfel	5
Kreisel	1
Süßigkeitenautomat	10
Hüpfsmiley	7
Lose	4
	Gesamt: 27
Gesamt	37
Nicht eindeutig zuzuordnen	4

Beim Arbeiten in der MatheLernWelt sind viele Lernmaterialien kaputt gegangen oder verschwunden.

Kannst du dir erklären, woran dies liegen könnte? Hast du vielleicht sogar einen Verbesserungsvorschlag?

Inhaltliche Aspekte	Anzahl
<u>Gründe</u>	
gedankenloser/ sorgloser Umgang	14
besondere Beliebtheit der Gegenstände	5
Sonstiges	10
keine Erklärungsmöglichkeit gefunden	5
	Gesamt: 34
<u>Verbesserungsvorschläge</u>	
stärkere Kontrolle	7
Sonstiges	5
keine Verbesserungsvorschläge gefunden	1
	Gesamt: 13
Gesamt	47
Nicht eindeutig zuzuordnen	0

Was ich noch sagen wollte!

Inhaltliche Aspekte	Anzahl
<i>MatheLernWelt</i> als gelungene Einrichtung	12
<i>MatheLernWelt</i> macht Spaß.	9
Es soll alles so bleiben.	1
Wunsch nach weiterer <i>MatheLernWelt</i>	12
Sonstiges	5
Gesamt	39
Nicht eindeutig zuzuordnen	0

**Daten zu den Mathematikaufgaben der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“**

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der von den Schülerinnen und Schülern in der Abschlussreflexion „Lernen in der *MatheLernWelt* in der 5. Jahrgangsstufe“ erzielten richtigen Antworten wider. Die Gesamtschülerzahl belief sich auf 39.

Lerneinheit	zu erreichende Punkte	durchschnittlich erreichte Punkte	anteilig erreichte Punkte
Hellabrunn - Der Münchner Tierpark	20	8,79	44 %
Räumliche Figuren	20	13,36	67 %
Alles Zufall?!	7	2,79	40 %
Gesamt	47	24,95	53 %