



# Vor- und Nachteile einer Lumped-Mass-Modellierung von Förderbändern am Beispiel eines Zwei-Walzensystems

Carsten Schulz<sup>1</sup> · Yannick Vogl<sup>1</sup> · Benjamin Geiger<sup>2</sup> · Thomas Schaeffer<sup>1</sup>

Eingegangen: 14. November 2023 / Angenommen: 1. April 2024  
© The Author(s) 2024

## Zusammenfassung

Im Betrieb von Förderbändern auftretende Phänomene sind das Bandwandern in Achsrichtung der Walzen und die Bandverformung in der Bandebene [1, S. 142]. Das Bandwandern ist bisher detailliert untersucht [2–4], während die Bandverformung Gegenstand weniger Veröffentlichungen ist. Deshalb wird in diesem Artikel eine Methode zur Berechnung der sich im dynamischen Betrieb einstellenden Verformung eines elastischen Förderbandes vorgestellt. Dazu wird ein Mehrkörpersimulations-Modell basierend auf der Lumped-Mass-Modellierung verwendet. Als Untersuchungsbeispiel dient ein Zwei-Walzensystem mit flexiblen und zylindrischen Walzen, sowie ein flexibles Förderband. Es zeigt sich, dass mit der Lumped-Mass-Modellierung eine dynamische Bandverformung, die von der gewählten Diskretisierung abhängt, berechnet werden kann. Aufgrund dieser Abhängigkeit ist es notwendig eine Konvergenzanalyse durchzuführen. Zusätzlich ist darauf zu achten, dass die künstliche Anregung aufgrund der Lumped-Mass-Modellierung nicht mit einer Eigenfrequenz des Modells zusammenfällt.

## Pros and cons of Lumped Mass Modelling of conveyor belts using a two-roller system

### Abstract

Phenomena occurring in the operation of conveyor belts are belt walking in the axial direction of the rollers and belt deformation in the belt plane [1, S. 142]. Whereas [2–4] investigate the first effect in detail [2–4], the latter is mostly neglected. The authors therefore focus on the calculation of the deformation of the elastic conveyor belt during dynamic operation using a flexible multibody approach. To consider the flexibility of the belt in an efficient way, the model uses the well-known Lumped-Mass-Approach. The discretization of the model (number and distance of masses) thereby impacts the shape of the band deformation. The article investigates the minimum required discretization for two dimensions, the effect on the system response and the influence on the computation time. As an example, a two-roller system with flexible, cylindrical rolls and a flexible conveyor belt is used. The results of the model will be compared with theoretical expectations and show very promising results.

---

✉ Carsten Schulz  
carsten.schulz@oth-regensburg.de

Yannick Vogl  
yannick.vogl@oth-regensburg.de

Benjamin Geiger  
benjamingeiger@gmx.net

Thomas Schaeffer  
thomas.schaeffer@oth-regensburg.de

<sup>1</sup> OTH Regensburg, Galgenbergstraße 30, 93053 Regensburg, Deutschland

<sup>2</sup> Weißgerbergraben 20, 93047 Regensburg, Deutschland

## 1 Einleitung

Ein seit langer Zeit etabliertes System zum effizienten und kontinuierlichen Transport von Gütern ist das Förderband. Hauptbestandteile sind neben dem Förderband selbst eine Antriebs- und eine Spannwalze sowie oftmals mehrere Tragwalzen, siehe Abb. 1. Um das Antriebsmoment reibschlüssig auf das Förderband übertragen zu können, muss letzteres ausreichend gespannt sein. Im einfachsten Fall wird ein Zwei-Walzensystem bestehend aus dem Förderband, der Antriebs- und der Spannwalze verwendet [5, S. 422].

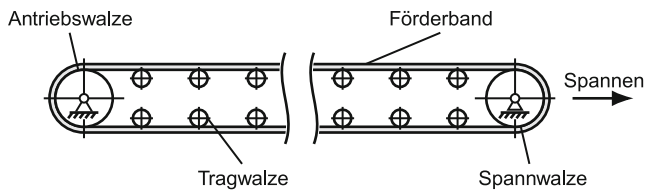


Abb. 1 System aus Förderband und Walzen

Bei der Dimensionierung und Auslegung von Förderbändern ist neben der Statik insbesondere auf die Dynamik zu achten. Letzteres wird derzeit nur rudimentär z. B. durch die Betrachtung von Startvorgängen [3, S. 43] oder durch die Anwendung von Dynamikfaktoren umgesetzt. Zu den bekannten dynamischen Problemen zählen das Bandwandern und die Bandverformung, welche beide zu einem ungleichmäßigen Lauf führen [1, S. 142]. Zur Untersuchung dieser Phänomene werden inzwischen oftmals detaillierte virtuelle Modelle herangezogen. Gängig ist z. B. die Verwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM), der Diskrete-Elemente-Methode (DEM) sowie der Mehrkörpersimulation (MKS). Damit kann die Zahl der notwendigen realen Versuche zur Optimierung des Systems aus Förderband und Walze reduziert werden. Des Weiteren können mithilfe von Simulation in der Realität schwer zu messende Größen schnell und einfach untersucht werden, was zu einem besseren Verständnis und somit zu einer höheren Qualität des Systems führt.

Der vorliegende Beitrag stellt, nach einem Überblick bisher veröffentlichter Modellierungsstrategien von Bändern, den verfolgten Ansatz einer Lumped-Mass-Modellierung detailliert vor. Dabei wird explizit auf den Einfluss der Diskretisierung und auf die Beeinflussung der Systemantwort eingegangen. Ferner beleuchtet er die Notwendigkeit eines Reibmodells und ordnet die physikalischen Grenzen aktuell verfügbarer Ansätze ein. Zudem werden praktische Hinweise zur Bedatung des Modells geliefert, um den Wissenstransfer zu unterstützen.

**Dynamische Phänomene an Förderbändern** An Förderbändern auftretende und zu untersuchende dynamische Phänomene sind das Bandwandern in Querrichtung und die Bandverformung in der Bandebene [1, S. 142]. Mögliche Ursachen für das Bandwandern sind nicht parallele Achsen der Walzen, eine Abweichung von der zylindrischen Form der Walzen oder Asymmetrien im Förderband [1, S. 142, 2, S. 28, 4, S. 973]. Bei Vorliegen eines dieser Effekte wird das Förderband in der Ebene gebogen und läuft unter dem Aufwinkeln  $\alpha$ , gemessen zur Walzennormalen, auf die Walze im Punkt A auf, siehe Abb. 2. [3, S. 11] und [2, S. 29] nennen dies als Hauptgrund für das Bandwandern. Die physikalische Ursache ist eine in Walzenachsrichtung wirkende Komponente der Reibkraft [1, S. 143]. Da im

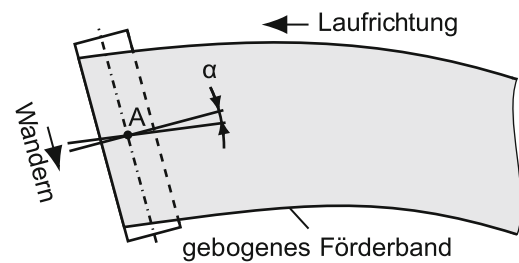


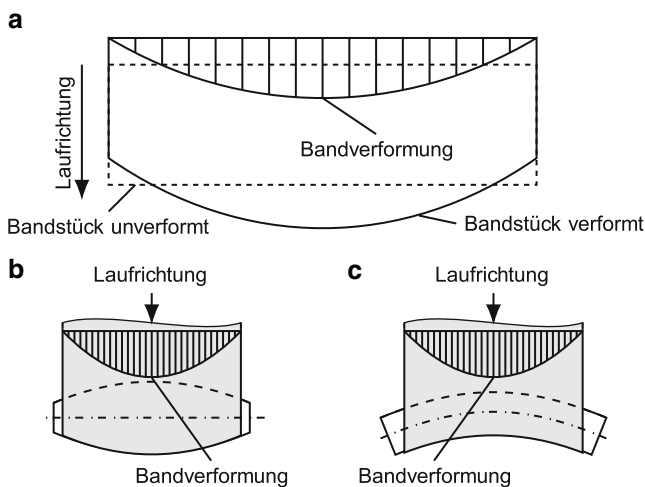
Abb. 2 Aufwinkeln  $\alpha$  bei dem Bandwandern nach [2, S. 29]

Kontakt zwischen der Walze und dem Förderband keine relative Geschwindigkeit herrscht, bewegen sich die Kontaktpunkte spiralförmig entlang der Walzenmantelfläche [4, S. 978, 3, S. 11].

Neben den Ursachen des Bandwanderns sind in der Literatur auch mathematische Modelle zur Abbildung der Bandphänomene zu finden, u. a. [2–4]. In [2, S. 30–34] wird das Bandwandern mit einem analytischen Differentialgleichungssystem beschrieben. Ausgangspunkt ist der Aufwinkeln  $\alpha$  zwischen Walze und Band. Dieser wird über geometrische Randbedingungen und die Biegung des Bandes berechnet. Das mathematische Modell des untersuchten Zwei-Walzensystems zeigt gute Übereinstimmung mit Messungen. Das Förderband wird in Laufrichtung mithilfe einer Biegelinie abgebildet. In Walzenachsrichtung gilt das Förderband im Querschnitt als konstant. Somit erlaubt dieser Modellierungsansatz keine Berücksichtigung von Effekten der Bandverformung in der Bandebene.

In [4, S. 974f.] wird ein FE-Modell, bestehend aus drei Walzen und einem Förderband verwendet, um das Bandwandern und mögliche Gegenmaßnahmen zu untersuchen. Zur Modellierung des Förderbandes werden zweidimensionale Schalenelemente genutzt. Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit den zugehörigen Messungen zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung [4, S. 975]. Durch den Ansatz eines flexiblen, zweidimensionalen Bandes erlaubt dieser Ansatz, neben dem Bandwandern, grundsätzlich die Berücksichtigung der Bandverformung.

In [3] werden zwei Möglichkeiten zur Simulation des Bandwanderns an gemuldeten Förderbändern betrachtet. Der erste Ansatz verwendet ein FE-Schalenmodell und erlaubt somit die Abbildung der Phänomene Bandwandern und Bandverformung. Die hierfür notwendige Diskretisierung in Walzenachsrichtung hat einen hohen numerischen Aufwand zur Folge und beeinflusst die Ergebnisgüte. Erst bei ausreichender Netzfeinheit kann der durch die Diskretisierung auftretende Polygoneffekt, der in der Realität nicht vorliegt, auf ein nicht störendes Maß bei den Berechnungsergebnissen reduziert werden. Dies führt zu sehr hohen Rechenzeiten und Konvergenzproblemen, sodass die praktische Anwendbarkeit des Modells in Frage gestellt wird. Als Alternative führt [3, S. 53–94] ein FE-Modell zur Berechnung der Biegung auf, das auf den grundsätzlichen



**Abb. 3** Bandverformung **a** Bandstück verformt und unverformt **b** ballige und starre Walze **c** flexible Walze

Annahmen von [2, S. 30–34] basiert. Demnach beschränkt sich dieses Modell allein auf das Bandwandern, analog zu dem Ansatz nach [2].

Bei der Bandverformung handelt es sich um eine Verformung des Bandes in der Bandebene, siehe Abb. 3a. Sie entsteht nach [1, S. 142f.] durch ballige sowie durch flexible Walzen und wird vornehmlich durch die zwischen dem Förderband und der Walze wirkende Reibkraft hervorgerufen. Abweichungen von der zylindrischen Walzenform, hervorgerufen durch konstruktions- oder verschleißbedingte Ursachen sowie Durchbiegung der Walzen, führen zu einem Geschwindigkeitsprofil über die Walzenachsrichtung. Dadurch eilt die Mitte gegenüber den Rändern vor, siehe Abb. 3b und 3c.

Tiefgründige Untersuchungen zu diesen Effekten sind in der Literatur kaum vertreten. In [1, S. 142f.] wird ein FE-Modell vorgestellt, das aus zwei flexiblen und balligen Walzen besteht. Die Besonderheit des Modells ist, dass nur ein Viertelmodell mit entsprechenden Symmetriebedingungen betrachtet wird. Durch diesen stark vereinfachten Ansatz können nicht alle im vollständigen Modell auftretenden Phänomene, wie die Kopplung der Walzen durch das Band, untersucht werden. Damit konzentriert sich dieser Ansatz allein auf die Bandverformung, das Bandwandern bleibt vollständig unberücksichtigt.

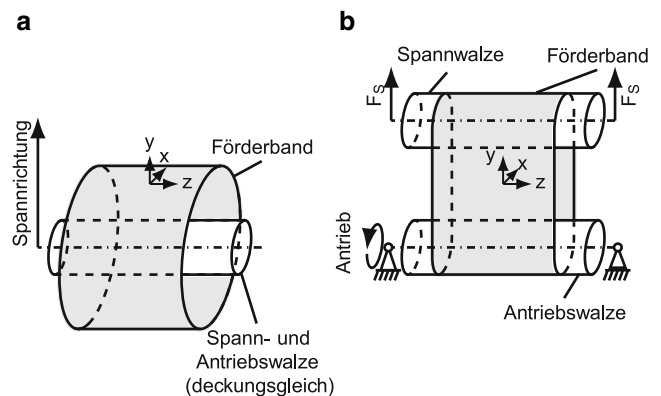
Zusammenfassend zeigt die Literaturrecherche, dass für die Beschreibung des Bandwanderns und der Bandverformung, verschiedene Ansätze gewählt werden können. Allen ist gemeinsam, dass entweder die Beschreibung des Bandwanderns oder der Bandverformung priorisiert wird. Zur ganzheitlichen Auslegung und Dimensionierung wäre jedoch ein Ansatz wünschenswert, der die Untersuchung beider Effekte mit einem sinnvollen numerischen Aufwand zulässt.

Als Ansatz wählen die Autoren ein flexibles Mehrkörpermodell, welches das Förderband-Walzen-System vollständig abbildet, sodass auch Kopplungseffekte berücksichtigt werden können. Das Band wird dabei mittels einer Lumped-Mass-Modellierung abgebildet. Als Untersuchungsbeispiel dient ein Zwei-Walzensystem mit flexiblen und zylindrischen Walzen sowie einem flexiblen Förderband. Ziel des Ansatzes ist es, neben der detaillierten Simulation der Banddynamik auch eine Betrachtung des Verschleißverhaltens zwischen Förderband und Walze zu ermöglichen. Die ersten Untersuchungen beschränken sich auf die Bandverformung, da diese im Gegensatz zum Bandwandern Gegenstand weniger Publikationen ist. Zudem vermuten die Autoren, dass die Bandverformung eine wesentliche Verschleißursache darstellt. Erkenntnisse in diesem Bereich könnten somit zu einer Steigerung des Systemverständnisses sowie zu einem Ansatzpunkt zur Optimierung des Förderband-Walzen-Systems führen.

## 2 Funktion und Aufbau des Gesamtmodells

Der Modellaufbau und die Simulation erfolgen mit dem kommerziellen MKS-Programm RecurDyn [6]. Bei einem Lumped-Mass-Modell wird die Nachgiebigkeit eines Körpers durch ein Masse-Feder-Dämpfer-System abgebildet [7, S. 244]. Hierbei wird ein Körper in mehrere Teilkörper zerlegt und durch masselose, elastische Elemente verbunden.

Zur besseren Handhabung und zur Vermeidung von Modellfehlern basiert der Modellaufbau von Förderband und Walzen auf einem Skript. Im Ausgangszustand des Modells befindet sich das Förderband in einem entspannten Zustand, siehe Abb. 4a. Spann- und Antriebswalze liegen zunächst deckungsgleich übereinander. Das Förderband wird kreisförmig um die Walzen generiert, ohne dabei Kontakt zu den Walzen zu haben. So wird sichergestellt, dass im nachfolgenden Spannvorgang von Förderband und Walzen ein numerisch korrekter Anfangszustand gefunden wird. Durch



**Abb. 4** Darstellung des Walzensystems **a** ungespanntes Band, **b** gespanntes Band

das Aufbringen von Spannkraften  $F_S$  in Spannrichtung bewegt sich die Spannwalze von der Antriebswalze weg. Damit spannt sich das Förderband, wie in Abb. 4b dargestellt. Um das System in den realen Betriebszustand zu bringen, wird das Walzensystem über eine kinematische Geschwindigkeitsvorgabe (rheonomes Gelenk) an der Antriebswalze auf konstante Geschwindigkeit geführt. Nach Erreichen des gewünschten, stationären Betriebspunktes, kann das System entweder rheonom oder mithilfe eines Drehzahlreglers betrieben werden.

## 2.1 Aufbau des Förderbandes als Lumped-Mass-Modell

Da bei der Untersuchung der Bandverformung das Verformungsverhalten des Bandes in der Bandebene essenziell ist, muss das verwendete Lumped-Mass-Modell in der Lage sein, diese Bandverformung hinreichend genau abzubilden. Hierfür ist es notwendig, das Förderband in Lauf- und in Walzenachsrichtung entsprechend zu diskretisieren. Abb. 5 zeigt schematisch einen Ausschnitt des Lumped-Mass-Modells des Förderbandes mit einer Diskretisierung von drei Stützstellen in Walzenachsrichtung und jeweils drei Kugeln pro Stützstelle in Laufrichtung. Der Aufbau erfolgt rasterförmig mit richtungsäquidistantem Abstand und starrem Verformungsverhalten der Einzelkugel. Die Verwendung der Kugeln in Kombination mit den zylindrischen Walzensegmenten erlaubt eine einfache analytische Kontaktbeschreibung und -berechnung. Auf die Bestimmung der genutzten Diskretisierung wird in Abschn. 3 näher eingegangen. Innerhalb des Modells ist jede Kugel mit den benachbarten Kugeln über masselose und spielfreie Feder-Dämpfer-Elemente (Bushings) mit 3 translatorischen sowie 3 rotatorischen Steifigkeiten und Dämpfungen verbunden [8]. Daraus ergibt sich ein Flächenmodell des Förderbandes, welches sich an [9, S. 106f.] orientiert und sowohl eine Bandverformung in der Bandebene als auch ein Bandwandern ermöglicht. Grundvoraussetzung für die Bedatung des Förderbandes sind entsprechende Parametervalidierungen der räumlichen Feder-Dämpfer-Elemente (Bushings)

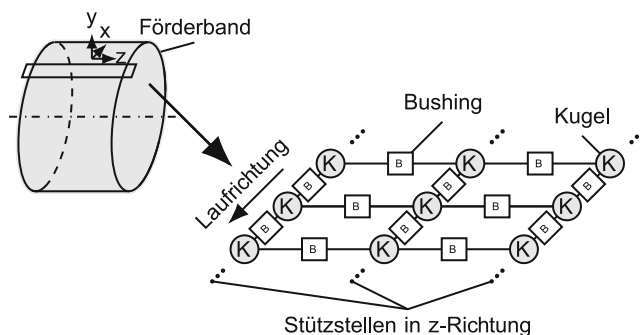


Abb. 5 Lumped-Mass-Modell des Förderbandes

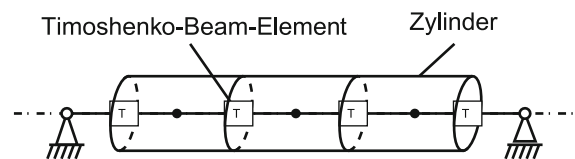


Abb. 6 Balkenmodell der Walze

auf Basis von Versuchen an realen Förderbandstücken, welche im Vorfeld durchgeführt wurden [10, S. 36–49].

## 2.2 Aufbau der Walzen

Die Walzen werden als kontinuierlicher Timoshenko-Balken aufgebaut, siehe Abb. 6; [11]. An den Stützstellen des Balkens befinden sich Zylinder ohne Freiheitsgrad (0 DOF), um analog zum Förderband, eine einfache, analytische Kontaktgeometrie zu erhalten. Die Fest-Los-Lagerung der Walzen ist über kinematische Bindungen an den Walzenenden realisiert.

## 2.3 Kontaktdefinition zwischen Förderband und Walze

Die Interaktion zwischen dem Förderband und der Walze erfolgt über Kontaktdefinitionen zwischen den Zylindern der Walze und den Kugeln des Förderbandes. Wie bereits erwähnt, erlaubt die Modellierung mittels der Grundgeometrien Kugel und Zylinder die Nutzung spezieller und schnell rechnender Kontaktalgorithmen. Es kommt ein nicht verformbarer, analytischer Kugel-zu-Zylinder-Kontakt mit einem Penalty-Ansatz zum Einsatz, um steife Systeme zu verhindern [12]. Die notwendige Kontaktsteifigkeit basiert auf dem Pressungsmodell Kugel-Zylinder nach Hertz und beträgt 60.000 N/mm. Die Kontaktdämpfung von 0,1 Ns/mm wurde mittels einer Parameterstudie virtuell optimiert, um bei geringen Rechenzeiten das Auftreten von negativen Dämpfungskräften, welche physikalisch nicht plausibel sind, zu verhindern. Zudem wurde darauf geachtet, dass keine Beeinflussung des zu untersuchenden Übertragungsverhaltens von Band und Walze vorliegt.

Innerhalb des Kontakts berücksichtigt das Modell zudem Reibung, um das physikalische Modell des Förderbandensystems korrekt abzubilden. Erst damit wird die Ursache der Bandverformung und dessen Auswirkung auf die Form berechenbar. Außerdem müssen die Bereiche des Haftens und Gleitens auf der Walzenmantelfläche bestimmt werden, damit die Dynamik des Systems besser verstanden werden kann [13, S. 311f.]. Hieraus versprechen sich die Autoren Rückschlüsse auf den Verschleiß und die Bestimmung sinnvoller Walzenmodifikationen. Dementsprechend muss das verwendete Reibmodell die Haftbedingung sinnvoll erfüllen und gleichzeitig numerisch handhabbar bleiben.

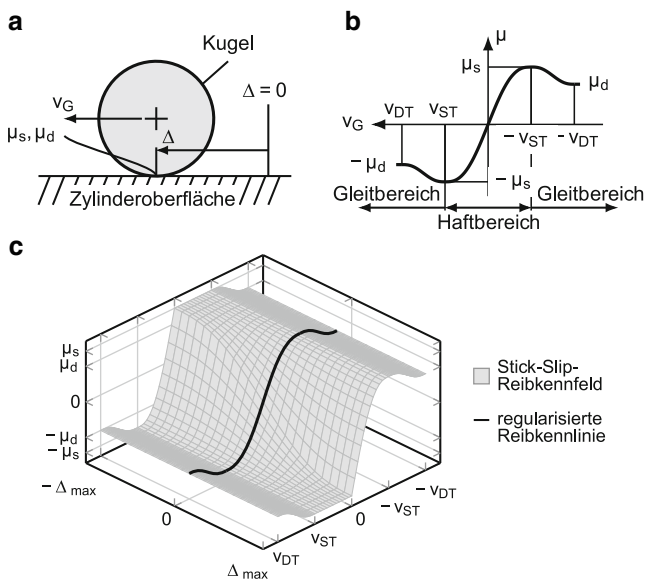
**Tab. 1** Parameter des Stick-Slip-Reibmodells

Haftreibwert $\mu_s$	Gleitreibwert $\mu_d$	Statische Threshold Velocity $v_{ST}$ in $\frac{mm}{s}$	Dynamische Threshold Velocity $v_{DT}$ in $\frac{mm}{s}$	Max. Haftverformung $\Delta_{max}$ in mm
0,4	0,35	10	15	0,1

RecurDyn erlaubt bei dem analytischen Kugel-zu-Zylinder-Kontakt die Verwendung von zwei unterschiedlichen Reibmodellen, dem regularisierten Reibmodell und dem Stick-Slip-Reibmodell [15]. Beide Ansätze generieren aufgrund einer Relativgeschwindigkeit  $v_G$  der Kontaktpartner einen Reibwert. Bei dem regularisierten Reibmodell wird die in Abb. 7b dargestellte Kennlinie verwendet. Über die statische und die dynamische Threshold Velocity  $v_{ST}$  bzw.  $v_{DT}$  sowie über den Haft- und den Gleitreibwert  $\mu_s$  bzw.  $\mu_d$ , wird die Reibkennlinie bestimmt. Ist der Betrag der Kontaktgleitgeschwindigkeit  $v_G$  größer als die statische Threshold Velocity  $v_{ST}$ , befindet sich das Reibmodell im Gleitbereich. Das regularisierte Reibmodell kann aber kein echtes Haften abbilden, da bei Kontaktgleitgeschwindigkeiten  $v_G = 0$  kein Reibwert und somit keine Reibkraft generiert wird [16, S. 74]. Auch bei Gleitgeschwindigkeit  $v_G < v_{ST}$  wird in Abhängigkeit von  $v_G$  ein Reibwert berücksichtigt, der kleiner als der Haftreibwert ist. Die Regularisierung der Reibkennlinie ist notwendig, da die Verwendung der nicht stetigen Coulombschen Reibkennlinie zu numerischen Problemen im Bereich der Singularität führt [16, S. 74]. Um den Effekt des Haftens besser abbilden zu können, besitzt das Stick-Slip-Reibmodell von RecurDyn eine zusätzliche Abhängigkeit zur tangentialen Auslenkung der Kontaktpartner, der Haftverformung  $\Delta$ , siehe Abb. 7a, [15]. Dadurch kann auch bei einer Kontaktgleitgeschwindigkeit  $v_G = 0$  ein

Reibwert größer als Null und somit eine Reibkraft aufgegeben werden. Der maximale Haftreibwert  $\mu_s$  wird bei der maximalen Haftverformung  $\Delta_{max}$  sowie bei  $v_{ST}$  erreicht. Eine weitere Zunahme der Auslenkung der Kontaktpartner hat keinen zusätzlichen Anstieg des Reibwerts zur Folge. Durch die zweiparametrische Abhängigkeit des Reibwerts ergibt sich das in Abb. 7c dargestellte Reibkennfeld. Für die maximale Haftverformung  $\Delta_{max} = 0$  ergibt sich die bekannte Reibkennlinie des regularisierten Reibmodells. Die Grenzen des Stick-Slip-Reibmodells liegen in einer stark vereinfachten Stribeck-Kurve, da z. B. kein Temperatureinfluss berücksichtigt wird. Alternative Reibmodelle sind in [14] und [17] aufgeführt und Forschungsgegenstand der Autoren. Letztere soll insbesondere die Möglichkeiten eines Reibmodells zweiter Ordnung untersuchen und ggf. auf den Anwendungsfall des Zwei-Walzensystems übertragen werden.

Weil das regularisierte Reibmodell kein echtes Haften abbilden kann und so keine Haft- und Gleitbereiche auf der Mantelfläche der Walzen determiniert, werden können, muss das Stick-Slip-Reibmodell verwendet werden. Für die Untersuchungen werden die in Tab. 1 angegebenen Parameter des Reibmodells verwendet. Die Reibwerte sind experimentellen Voruntersuchungen an äquivalenten Förderbändern entnommen. Die statische und die dynamische Threshold Velocity sind Erfahrungswerte und bilden einen sehr guten Kompromiss zwischen Recheneffizienz und physikalischer Genauigkeit.



**Abb. 7** Reibmodelle **a** Gleitgeschwindigkeit und Auslenkung im Kontakt **b** regularisierte Reibkennlinie nach [15] **c** Stick-Slip-Reibkennfeld und regularisierte Reibkennlinie nach [14]

### 3 Simulation der Bandverformung

#### 3.1 Grundsätzliche Aussagefähigkeit des Modells

Zum Nachweis der grundsätzlichen Aussagefähigkeit des Lumped-Mass-Modells hinsichtlich der Bandverformung zeigt Abb. 8 die normierte Bandverformung in Laufrichtung aufgetragen über der Bandbreite. Die Bandverformung ist auf ihr jeweiliges Maximum und die Bandbreite auf ihre Hälfte normiert. Die markierten Punkte entsprechen den Stützstellen. Die Diskretisierung basiert auf Erfahrungswerten aus Voruntersuchungen. In Walzenachsrichtung werden 9 Stützstellen mit jeweils 150 Kugeln in Laufrichtung verwendet. Die simulierte Bandverformung zeigt das nach Abb. 3c erwartete Verhalten mit einer parabolischen Charakteristik. Gemäß den theoretischen Überlegungen läuft die Mitte des Förderbandes den Rändern in Laufrichtung

**Tab. 2** Simulationsvarianten zur Untersuchung des Modellverhaltens

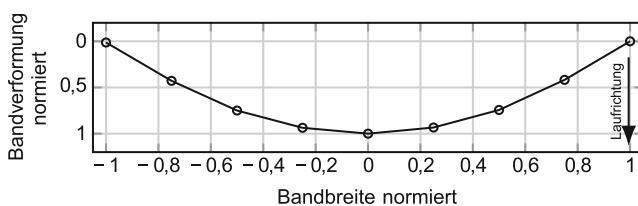
Simulationsvariante	Kugeln in Laufrichtung	Stützstellen in Walzenachsrichtung	Gesamtzahl der Kugeln
1	150	5	750
2	150	9	1350
3	150	17	2550
4	100	9	900
5	125	9	1125

vor und bestätigt somit die grundsätzliche Anwendbarkeit des Lumped-Mass-Modells.

### 3.2 Einfluss der Diskretisierung

Die Güte des Lumped-Mass-Modells hängt entscheidend von einer ausreichend feinen Diskretisierung ab. Im Fall des Förderbandes gilt dies in zwei Richtungen, der Laufrichtung und der Walzenachsrichtung. In Abb. 8 ist die Diskretisierung in Walzenachsrichtung anhand der Stützstellen des Polygons klar zu erkennen.

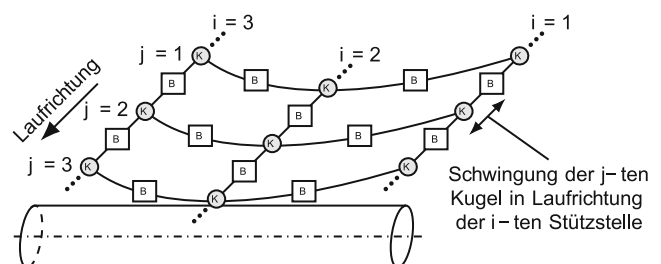
In Bandlaufrichtung ist mit der Diskretisierung zwangsläufig der geometrische Polygoneffekt verbunden. Infolgedessen wird die Kinematik angenähert. Zudem verursacht jedes Auftreffen der Kugel einen Stoßimpuls auf die Walzen, der in der Realität nicht existent ist. Damit verbunden ist eine künstliche Anregung, deren Frequenz und Amplitude von der Diskretisierung in Lauf- und Walzenachsrichtung sowie der dynamischen Systemantwort abhängt, siehe Abb. 9. Daraus folgen Modulationseffekte der Amplitude aufgrund unterschiedlicher kinetischer Energien der Kugeln sowie der Frequenz durch Drehzahlschwankungen des Antriebs und der Eigenschwingung der Kugeln, die zu einem sehr breiten Frequenzspektrum führen [18]. Erschwerend kommt hinzu, dass diese Effekte durch die vorhandene Bandverformung je Stützstellenreihe  $i$  unterschiedlich ausfallen können. Im Sinne einer realistischen Modellbildung des Lumped-Mass-Modells, muss dies unbedingt Beachtung finden, sodass keine der künstlichen Anregungen, bestehend aus Grundschwingung und Harmonischen, eine natürliche Eigenfrequenz des Modells anregt, welche in der Realität nie auftritt. Nachfolgend soll daher der Einfluss der Diskretisierung in Laufrichtung untersucht werden. Hierfür

**Abb. 8** Simulierte Bandverformung

werden die in der Tab. 2 aufgelisteten Simulationsvarianten verwendet. Bei allen Simulationen wurde eine maximal zulässige Zeitschrittweite von  $1,0 \cdot 10^{-4}$  und eine Fehlertoleranz von  $1,0 \cdot 10^{-7}$ , in Kombination mit einem i7-9800K mit 3,8 GHz bei 64 GB RAM für die Simulationsvariante 2 bis 5 und einem Xeon W-2125 mit 4 GHz bei 32 GB RAM für die Simulationsvariante 1, verwendet.

**Einfluss der Diskretisierung in Walzenachsrichtung auf die Bandverformung** Zur Untersuchung des Einflusses der Diskretisierung in Walzenachsrichtung werden die Simulationsvarianten 1 bis 3 herangezogen, bei denen die Anzahl der Stützstellen von 5 bis 17 variiert werden. Die Darstellung in Abb. 10 erfolgt analog zu Abb. 8, mit dem Unterschied, dass aus Symmetriegründen lediglich die halbe Bandbreite dargestellt wird. Es wird deutlich, dass die erste Variante aufgrund der groben Diskretisierung die Bandverformung zu ungenau darstellt und Abweichungen von bis zu 22,1% gegenüber den beiden anderen Varianten aufweist. Die Varianten 2 und 3 bilden das Verformungsverhalten hingegen gut ab. Wobei im Randbereich des Bandes die größten Unterschiede mit bis zu 7,5% zwischen den beiden Varianten 2 und 3 zu erkennen sind. Durch die Berechnung des Anstieges  $m_i$  am Rand des Bandes werden diese deutlich. Die Anstiegsgerade verläuft durch die äußeren beiden Stützstellen  $S_R$  und  $S_{R-1}$  der jeweiligen Simulationsvariante.

Es zeigt sich, dass der Anstieg  $m_3$  etwas flacher ausfällt. Dies führt in Kombination mit einer annähernd gleichbleibenden Bandverformung im mittleren Bereich zu einer geschwungeneren Form im Randbereich der Simulationsvariante 3. Der Effekt des Einflusses der Diskretisierung auf die Bandverformung am Rand könnte insbesondere bei

**Abb. 9** Künstliche Anregung des Modells aufgrund der Diskretisierung

Bändern von Bedeutung werden, bei denen die Verformung durch konstruktive Maßnahmen an den Rändern beschränkt wird. In diesem Fall wäre eine Diskretisierung denkbar, die sich an dem Gradienten der Bandverformung orientiert. Vom Rand zur Mitte würde der Abstand der Stützstellen größer werden und damit zu einer nicht äquidistanten Verteilung führen. Deshalb ist stets eine Konvergenzanalyse erforderlich, um die individuelle Diskretisierung zu bestimmen und die Ergebnisqualität abzusichern.

**Einfluss der Diskretisierung in Laufrichtung auf die Bandverformung** Zur Untersuchung des Einflusses der Diskretisierung in Laufrichtung werden die Simulationsvarianten 4, 5 sowie 2 herangezogen, bei denen die Anzahl der Kugeln von 100 bis 150 variiert wird. Die Ergebnisse sind in Abb. 11 dargestellt. Analog zu den in Abb. 10 dargestellten Ergebnissen, bilden alle Varianten die Bandverformung hinreichend genau ab. Lediglich im Randbereich zeigen sich bei Verwendung von 100 Kugeln in Laufrichtung geringe Abweichungen gegenüber den Simulationsvarianten 2 und 5 von maximal 4,0%. Die Varianten 2 und 5 zeigen keine wesentlichen Unterschiede, weshalb von Konvergenz der Bandverformung gesprochen werden kann. Bei der Berechnung der Bandverformung ist daher eine Mindestkugelanzahl von 125 zu wählen. Ungeklärt bleibt allerdings bisher, inwiefern die mit der Diskretisierung verbundene Anregung das System ungewollt beeinflusst.

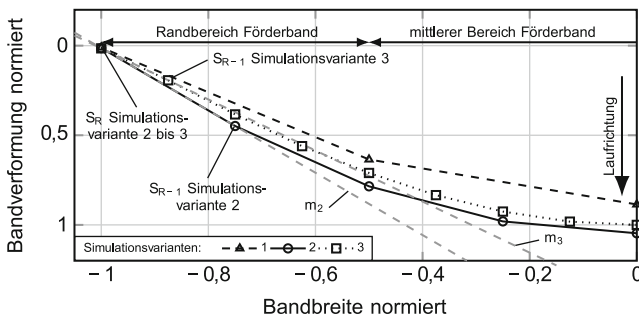


Abb. 10 Einfluss der Diskretisierung in Walzenachsrichtung auf die Bandverformung

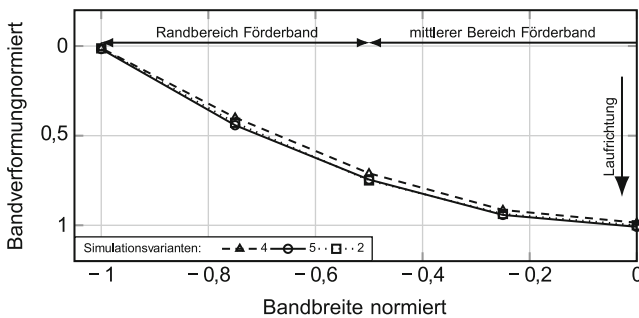


Abb. 11 Einfluss der Diskretisierung in Laufrichtung auf die Bandverformung

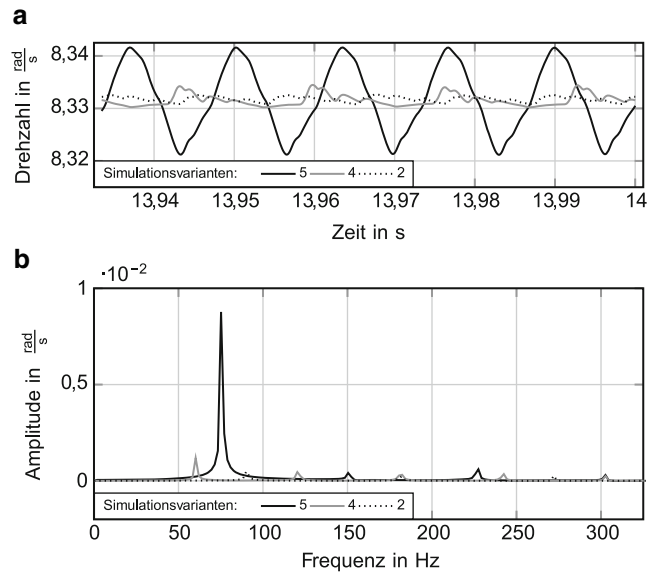
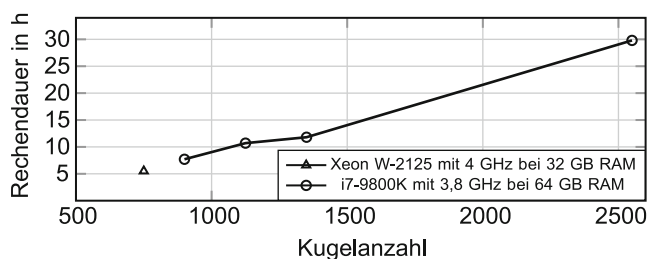


Abb. 12 Drehzahl der Spannwalze a Zeitbereich b Frequenzbereich

**Künstliche Anregung des Modells aufgrund der Diskretisierung in Laufrichtung** Zur Untersuchung des Effekts der künstlichen Anregung wird die Systemantwort im Kontaktgebiet Förderband und Walze untersucht. Gemäß der Theorie wird erwartet, dass durch das Auftreffen einer Punktmasse auf die Walze ein Stoßimpuls induziert wird. Dessen Amplituden sollten dabei kontinuierlich und nicht-linear mit der Ordnung der Anregungsharmonischen abnehmen. Amplitude und Frequenz sind dabei abhängig von der kinetischen Energie der Kugel, die u. a. von der Geschwindigkeitsschwankung des Förderbandes und der Diskretisierung in Laufrichtung abhängt. Letzteres wird als Haupteinfluss gesehen, wobei eine gröbere Diskretisierung zu größeren Stoßimpulsen führt.

In welchem Maß sich die Diskretisierung auf das untersuchte Modell auswirkt, wird anhand des Drehzahlsignals der Spannwalze für die Simulationsvarianten 4, 5 und 2 im Zeit- und Frequenzbereich untersucht, siehe Abb. 12. Die Verläufe im Zeit- und Frequenzbereich bestätigen grundsätzlich die Theorie. Neben der Grundfrequenz sind die Harmonischen zu erkennen. Entgegen der Erwartung weist die Grundfrequenz der Simulationsvariante 5 die größte Amplitude auf. Der Grund hierfür liegt in der ersten Biegeeigenfrequenz der Walze, die 75 Hz beträgt und direkt angeregt wird. Bei Annahme einer konstanten Walzengeschwindigkeit von 8,33 rad/s und einer Diskretisierung von 125 Kugeln in Laufrichtung ergibt sich eine Anregungsfrequenz von ebenfalls 75 Hz<sup>1</sup>. Somit erzeugt das Lumped-Mass-Modell der Variante 5 einen real nicht vorhandenen

<sup>1</sup> Die Anregungsfrequenz ergibt sich mit der Walzengeschwindigkeit  $\omega$  und dem Teilungswinkel  $\Delta\beta$  zweier nachfolgender Kugeln auf der Walze zu  $f_a = \frac{\omega}{\Delta\beta} = \frac{8,333 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{0,111 \text{ rad}} = 75 \text{ Hz}$ .



**Abb. 13** Rechendauer in Abhängigkeit von der Kugelanzahl

Resonanzeffekt. Gleichwohl die Auswertungen der Amplituden zeigen, dass dieser Effekt gering ausgeprägt ist, empfehlen die Autoren diesen Umstand dringend zu vermeiden. Hierzu sollten die Eigenfrequenzen des Systems bestimmt und das Lumped-Mass-Modell entsprechend seiner Übertragungsfunktion darauf abgestimmt werden. In diesem Zusammenhang ist es sinnvoll, das Frequenzverhältnis  $\eta$  derart zu wählen, dass der Effekt der Isolation genutzt werden kann. Somit hätte der Modellierungsansatz keinen Einfluss auf die Systemantwort.

**Einfluss auf die Rechendauer** Abb. 13 zeigt die Rechendauer der Simulationsvarianten in Abhängigkeit von der Kugelanzahl. Diese beträgt zwischen 5,5 und 29,8 h für 8 vollständige Bandumdrehungen. Der hohe numerische Aufwand wird vor allem durch die vielen Kontakte und den Folgen des Stoßimpulses verursacht. Wie erwartet zeigt sich ein nahezu linearer Anstieg zwischen Kugelanzahl und Rechendauer aufgrund des verwendeten rekursiven Algorithmus [16, S. 126].

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel des Artikels ist es, die Möglichkeiten der Lumped-Mass-Modellierung von Förderbändern und deren Vor- und Nachteile darzulegen. Dafür wurde zunächst ein Überblick über die an Förderbändern auftretenden dynamischen Phänomene, wie das Bandwandern und die Bandverformung sowie mögliche Modellierungsstrategien gegeben. Da die in der Literatur dargestellten Ansätze sich oftmals auf einen Effekt konzentrieren, haben die Autoren den Ansatz eines Lumped-Mass-Modells mit äquidistanten Stützstellen je Bandrichtung gewählt. Dieses erlaubt eine vollständige Abbildung des Systems (Walze und Förderband) sowie der darin auftretenden, dynamischen Kopplungseffekte.

Die Ergebnisse zeigen, dass der Effekt der Bandverformung abgebildet werden kann, wobei diese von der gewählten Diskretisierung in Walzenachsrichtung und in Laufrichtung abhängt. Zur Bestimmung der nötigen Anzahl der Stützstellen ist eine Konvergenzanalyse zwingend notwendig. Für das untersuchte Zwei-Walzensystem zeigt sich, dass mindestens 9 Stützstellen in Walzenachsrichtung und

150 Kugeln in Laufrichtung verwendet werden müssen. Bei der Kugelanzahl ist darauf zu achten, dass die mit dem Modellansatz verbundene künstliche Anregung nicht das Systemverhalten beeinflusst und mit einer Eigenfrequenz des Systems zusammenfällt. Um dies zu vermeiden empfehlen die Autoren die Diskretisierung von den Systemeigenfrequenzen abhängig zu machen. Zur Verbesserung der, trotz des diskreten Ansatzes, hohen Rechenzeiten sind Untersuchungen zur Optimierung des Modellansatzes ebenso denkbar, wie die Verwendung alternativer, modaler Ansätze.

**Funding** The authors received no financial support for the research, authorship, and/or publication of this article.

**Funding** Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

**Interessenkonflikt** C. Schulz, Y. Vogl, B. Geiger und T. Schaeffer geben an, dass kein Interessenkonflikt besteht.

**Open Access** Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

## Literatur

1. Maruyama Y, Kohno K, Suzumura H et al (1994) Development of belt-type single facer. Mitsubishi heavy industries Ltd. Tech Rev 31:140–144
2. Egger M, Hoffmann K (2012) Tracking of flat belts. J Mech Eng Autom 2:27–36
3. Otto HC (2019) Analyse und Simulation des Gurtschieflaufs an Gurtförderanlagen. Otto von Guericke Universität, Magdeburg (Dissertation)
4. Cheng H, Yoshida K, Yanabe S (2007) Measuring and reducing axial motion of flat belt by finite element analysis. Microsyst Technol 13:973–979. <https://doi.org/10.1007/s00542-006-0296-7>
5. Springer-Verlag (2020) Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau, 26. Aufl. Bd. 3. Springer Vieweg, Berlin
6. FunctionBay (2023) RecurDyn. <https://functionbay.com/en>. Zugegriffen: 22. April 2024
7. Dresig H, Holzweißig F (2016) Maschinendynamik, 12. Aufl. Springer, Berlin
8. FunctionBay Bushings. [https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional\\_ch03\\_s02\\_07.html](https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional_ch03_s02_07.html). Zugegriffen: 16. Okt. 2023
9. Fimbinger E (2021) A methodology for dynamic belt simulation. Montanuniversität, Leoben (Dissertation)



10. Vogl Y (2023) Virtuelle Untersuchung der Verformung eines umlaufenden Bandes einer Single Faser Einheit anhand eines MKS-Modells. Ostbayerische Technische Hochschule, Regensburg (Masterarbeit)
11. FunctionBay Beam. [https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional\\_ch03\\_s03\\_02\\_00\\_index.html](https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional_ch03_s03_02_00_index.html). Zugegriffen: 16. Okt. 2023
12. FunctionBay Sphere to cylinder. [https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional\\_ch04\\_s03\\_03.html](https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional_ch04_s03_03.html). Zugegriffen: 16. Okt. 2023
13. Grashof F (1883) Theoretische Maschinenlehre: Theorie der Getriebe und der mechanischen Messinstrumente Bd. 2. Leopold Voss, Hamburg
14. Schuderer M, Rill G, Schaeffer T et al Friction modeling from a practical point of view. In: Tagungsband von ECCOMAS thematic conference on multibody dynamics Lisbon, 24–28 Juli 2023 ([https://multibody2023.tecnico.ulisboa.pt/prog\\_MULTIBODY\\_WEB/MULTIBODY2023\\_PAPERS/ID\\_104\\_516\\_full\\_paper\\_Friction\\_Modeling.pdf](https://multibody2023.tecnico.ulisboa.pt/prog_MULTIBODY_WEB/MULTIBODY2023_PAPERS/ID_104_516_full_paper_Friction_Modeling.pdf). Zuletzt geprüft am 17.10.2023)
15. FunctionBay Characteristic Page. [https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional\\_ch04\\_s01\\_02.html](https://dev.functionbay.com/RecurDynOnlineHelp/2023/Professional/Professional_ch04_s01_02.html). Zugegriffen: 16. Okt. 2023
16. Rill G, Schaeffer T, Borchsenius F (2023) Grundlagen und computergerechte Methodik der Mehrkörpersimulation: Vertieft in Matlab-Beispielen, Übungen und Anwendungen, 5. Aufl. Springer, Wiesbaden
17. Rill G, Schuderer M (2023) A second-order dynamic friction model compared to commercial stick—slip models. *Modelling* 4:366–381. <https://doi.org/10.3390/modelling4030021>
18. Schlecht B, Schulz C, Graneß H (2015) Zur Bedeutung von Lasteingangsfunktionen. In: Tagungsband von ATK Antriebsselemente Kolloquium Aachen, 03.–04. März, S 1–9

**Hinweis des Verlags** Der Verlag bleibt in Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutsadressen neutral.