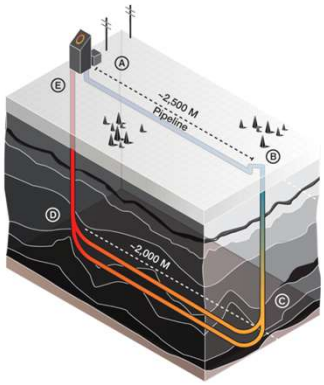
ohm

Modellierung der stationären Wärmeübertragung eines Geothermieprojekts für die Fernwärmeversorgung der Stadt Nürnberg



Pilotanlage in Geretsried

Quelle: https://www.tiefegeothermie.de/news/eavor-looptm-geretsried-bekommt-turbinentechnik-von-turboden

- **Name:** Daniel Litz
- **Studienfach:** Projekt Regenerativer Energien
- **Studiengang:** Maschinenbau
- **Semester:** SoSe 2025
- **Leitung:** Prof. Dr. Matthias Popp

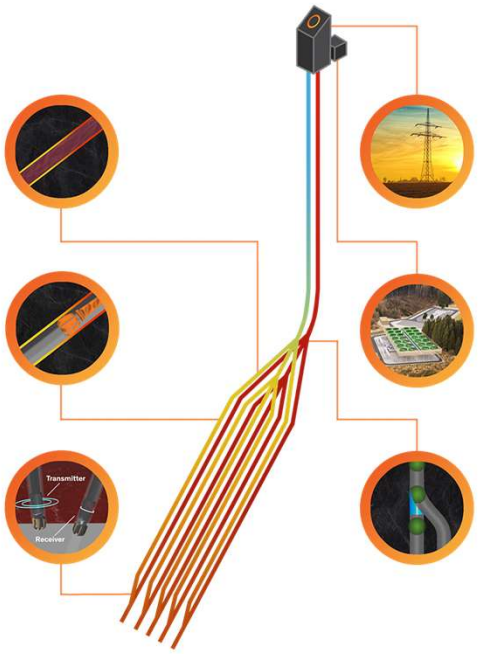
Im Rahmen des Projekts *Regenerative Energieversorgung* im Sommersemester 2025 wird eine modellbasierte Simulation zur Auslegung eines Geothermieprojekts für die Fernwärmeversorgung der Stadt Nürnberg entwickelt.

- **Kurzfassung:**

Die Arbeit analysiert die technische Machbarkeit eines tiefengeothermischen Fernwärmesystems für die Stadt Nürnberg auf Basis der Eavor-Loop-Technologie. Dazu wurde ein stationäres Wärmeübertragungsmodell entwickelt, das vertikale Hauptbohrungen sowie geneigte Lateralbohrungen mit einer Gesamtlänge von bis zu 8.000 m berücksichtigt. Die Simulation integriert standortspezifische geologische Formationen und deren thermische Eigenschaften. Bei optimierten Betriebsparametern erreicht das System die für urbane Wärmeversorgung erforderliche Nennleistung von 15 MW. Die geschätzte Lebensdauer hängt deutlich vom thermischen Einflussradius ab; eine Verdopplung des Einflussradius von 100 m auf 200 m führt zu einer mehr als vierfachen Steigerung der Lebensdauer von etwa 66 auf über 300 Jahre bei geforderter Nennleistung. Die Modellvalidierung mittels mehrfacher Berechnungsverfahren bestätigt mit geringen Abweichungen die Zuverlässigkeit der Simulationsergebnisse und unterstreicht das erhebliche Potenzial tiefengeothermischer Systeme für eine defossilisierte, urbane Wärmeversorgung.

Agenda

1. Hintergrund
2. Funktionsprinzip der geothermischen Wärmeerzeugung
3. Ziele der Simulation
4. Modellbildung der Simulation
5. Auswertung der Simulationsergebnisse
6. Ausblick
7. Quellenangaben



Quelle: https://eavor.com/technology/

Agenda

Dieser Bericht dient dem allgemeinen Verständnis des zukünftigen Potenzials eines Ausbaus eines defossilisierten Fernwärmenetzes zur Wärmeversorgung durch geothermische Nutzung der Erdwärme. Im weiteren Verlauf wurde ein stationäres Wärmeübertragungsmodell nachgebildet, um das reale System modellhaft zu beschreiben. Anschließend erfolgte die Auswertung der Simulationsergebnisse, welche durch eine vertiefende Diskussion ergänzt wurde. Im abschließenden Kapitel wird ein Ausblick auf die Weiterentwicklung des Modells sowie auf die Aussagekraft und Grenzen der bisherigen Simulationsergebnisse gegeben.

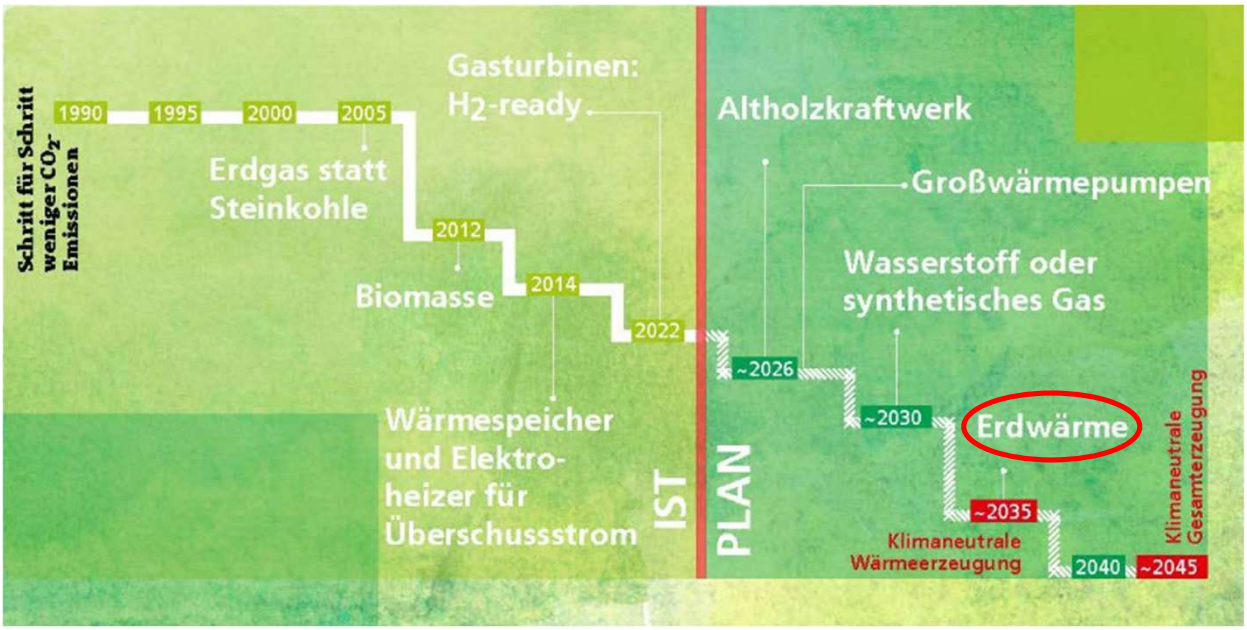
Abkürzungsverzeichnis
Im Bericht wurden folgende Abkürzungen verwendet:

- **TVD** – True Vertical Depth: Tiefe von der Erdoberfläche bis zum Messpunkt

- **Quellenangabe**

Alle verwendeten Bilder und Grafiken sind mit einem entsprechenden Quellenvermerk versehen, wie auf den jeweiligen Folien kenntlich gemacht. Soweit keine Quelle angegeben ist, handelt es sich um eigenständig erstellte Abbildungen. Diese sind eindeutig gekennzeichnet und unterliegen dem Urheberrecht des Verfassers. Eine Verwendung in anderen Arbeiten ist unter Angabe der Quelle und mit entsprechender Verlinkung zulässig.

1. Hintergrund



Quelle: https://fernwaerme.n-ergie.de/unsere-fernwaerme/klimapfad/

1. Hintergrund

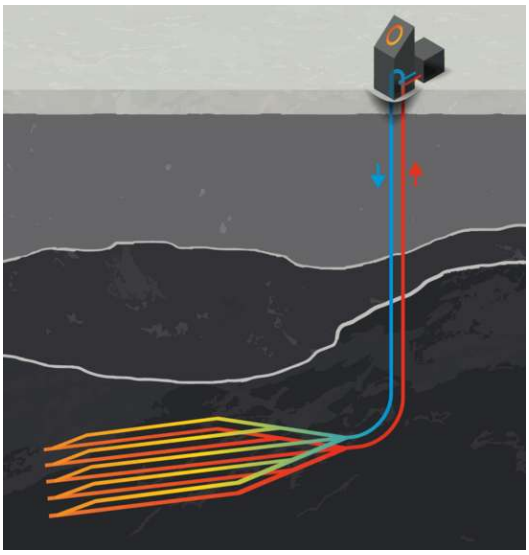
Im Zuge der Energiewende nimmt die Wärmeversorgung eine zentrale Rolle ein, insbesondere in urbanen Räumen wie der Stadt Nürnberg. Um die nationalen und kommunalen Klimaziele zu erreichen, ist eine umfassende Defossilisierung der Wärmeerzeugung notwendig. Die Stadt Nürnberg strebt in diesem Zusammenhang an, ihre Wärmeversorgung bis spätestens 2040 weitgehend klimaneutral zu gestalten. Ein wesentliches Ziel besteht darin, den Anteil fossiler Energieträger wie Erdgas und Heizöl drastisch zu reduzieren und durch erneuerbare sowie nachhaltige Quellen zu ersetzen.

Ein entscheidender Baustein zur Erreichung dieser Ziele ist der Ausbau der Fernwärmeversorgung, die bereits heute etwa ein Viertel des Nürnberger Heizwärmebedarfs deckt. Bis 2040 soll dieser Anteil deutlich gesteigert werden. Die N-ERGIE Aktiengesellschaft, als Hauptversorger der Region, verfolgt dazu die Strategie, ihre Fernwärmeerzeugung bis spätestens 2035 vollständig zu defossilisieren. Dies soll vor allem durch den Einsatz von Biomasse, Altholz, Großwärmepumpen, Geothermie und perspektivisch auch grünem Wasserstoff erreicht werden.

Vor diesem Hintergrund wird deutlich, warum Simulationen der thermischen Verhältnisse im Untergrund von zentraler Bedeutung sind: Sie liefern die notwendigen Daten, um die technische und wirtschaftliche Machbarkeit geothermischer Energiegewinnung im Stadtgebiet fundiert beurteilen zu können. Solche Untersuchungen bilden damit eine wichtige Entscheidungsgrundlage für den zukünftigen Ausbau der Fernwärme und leisten einen konkreten Beitrag zur Defossilisierung der städtischen Wärmeversorgung.

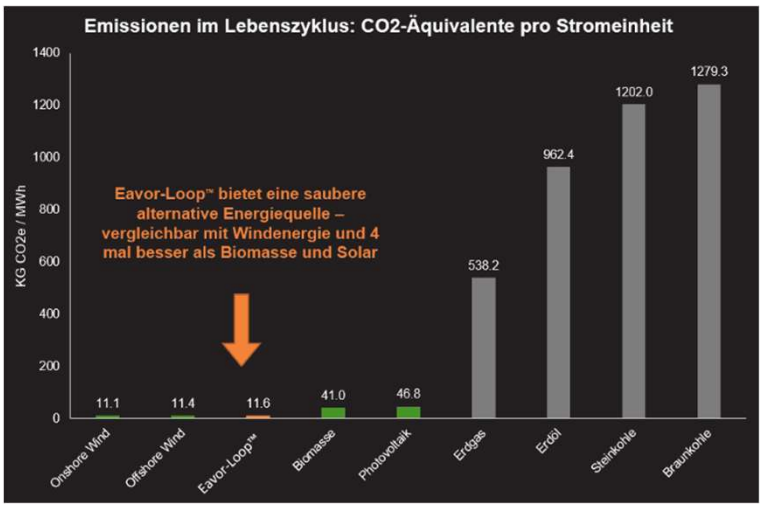
2. Funktionsprinzip der geothermischen Wärmeerzeugung

Funktionsweise:



Quelle: https://www.geothermie.de/

CO_2 – Emissionen:



Quelle: https://eavor.de/studien/boundless-impact-research-analytics-eavor-klimafolgenprofil/

2. Funktionsprinzip der geothermischen Wärmeerzeugung

Die linke Abbildung zeigt den grundsätzlichen Aufbau eines tiefengeothermischen Systems zur thermischen Nutzung von Erdwärme. Die abgebildete Darstellung der Geothermie entspricht nicht der gleichen geometrischen Ausarbeitung für das Projekt, wobei die Funktionsweise aber identisch ist. Dabei wird heißes Tiefengestein in mehreren Kilometern Tiefe als Wärmequelle genutzt. Die Wärme wird durch ein zirkulierendes Arbeitsfluid erschlossen, das über ein geschlossenes Rohrsystem zwischen Oberfläche und Untergrund transportiert wird.
Zentraler Bestandteil des Systems ist eine Tiefbohrung, bestehend aus einer Injektionsbohrung (blau) und einer Produktionsbohrung (rot). Über die Injektionsleitung wird kaltes Wasser in den Untergrund geleitet. In der gezeigten Struktur verzweigt sich die Bohrung im Zielhorizont horizontal in mehrere Seitenarme – diese verlaufen durch das heiße geologische Reservoir. Dort kommt es zum Wärmeaustausch zwischen Gestein und Fluid durch Wärmeleitung und Konvektion. Das Fluid nimmt die im Gestein gespeicherte geothermische Energie auf und wird dabei auf Temperaturen im Bereich von 150–200 °C (abhängig von Tiefe und geologischer Beschaffenheit) erwärmt.

Anschließend steigt das erwärmte Fluid über die Produktionsbohrung wieder zur Oberfläche auf. Dort wird die enthaltene thermische Energie in einer Wärmeübergabestation oder einem Wärmetauscher auf ein sekundäres Netz (z. B. Fernwärme) übertragen. Das abgekühlte Fluid wird im geschlossenen Kreislauf erneut in den Untergrund zurückgeführt.
Die dargestellte Struktur nutzt mehrere horizontale Abzweigungen im Reservoirbereich, um eine größere Kontaktfläche mit dem geothermischen Gestein zu schaffen. Dies erhöht den Wärmestrom und verbessert die Wirtschaftlichkeit der Anlage. Solche Systeme sind besonders geeignet für Regionen mit geringer natürlicher Wasserführung (z. B. petrothermale Vorkommen) und ermöglichen auch ohne natürliche Thermalwässer eine effektive Energiegewinnung [1, 6].

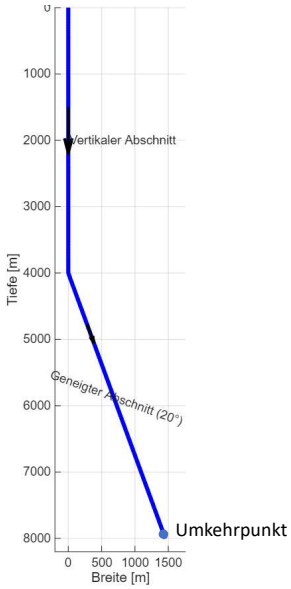
Auch zeigt sich nochmals der hohe Stellenwert eines solchen Wärmeerzeugungssystems für die zukünftige Defossilisierung der Energieversorgung, insbesondere im Wärme- und Strombereich. Die in der rechten Abbildung dargestellten Lebenszyklus-Emissionen verschiedener Energiequellen, basierend auf einem Klimafolgenprofil von *Boundless Impact Research & Analytics*, verdeutlichen eindrucksvoll den Klimavorteil moderner geothermischer Technologien – hier am Beispiel des sogenannten Eavor-Loop™-Systems [2].

Diese Zahlen verdeutlichen die herausragende Klimabilanz geschlossener geothermischer Systeme und bestätigen deren Potenzial als zukunftsweisende Technologie zur Dekarbonisierung der Energieinfrastruktur. Insbesondere im Kontext urbaner Fernwärmenetze und in Verbindung mit der kommunalen Wärmeplanung stellen sie eine tragfähige Lösung dar, um sowohl gesetzliche Vorgaben (z. B. GEG, Klimaschutzgesetz) als auch langfristige Klimaneutralitätsziele zu erfüllen.

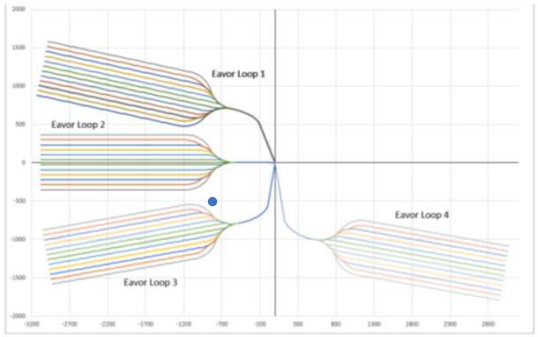
2. Funktionsprinzip der geothermischen Wärmeerzeugung

Konkrete geometrische Umsetzung:

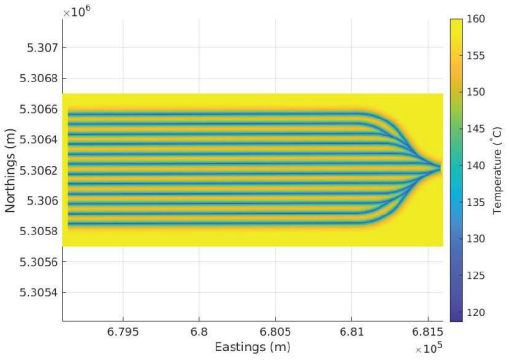
Bohrprofil aus der Seitenansicht:



Bohrprofil aus der Draufsicht:



Bohrprofil einer einzelnen Abzweigung aus der Draufsicht:



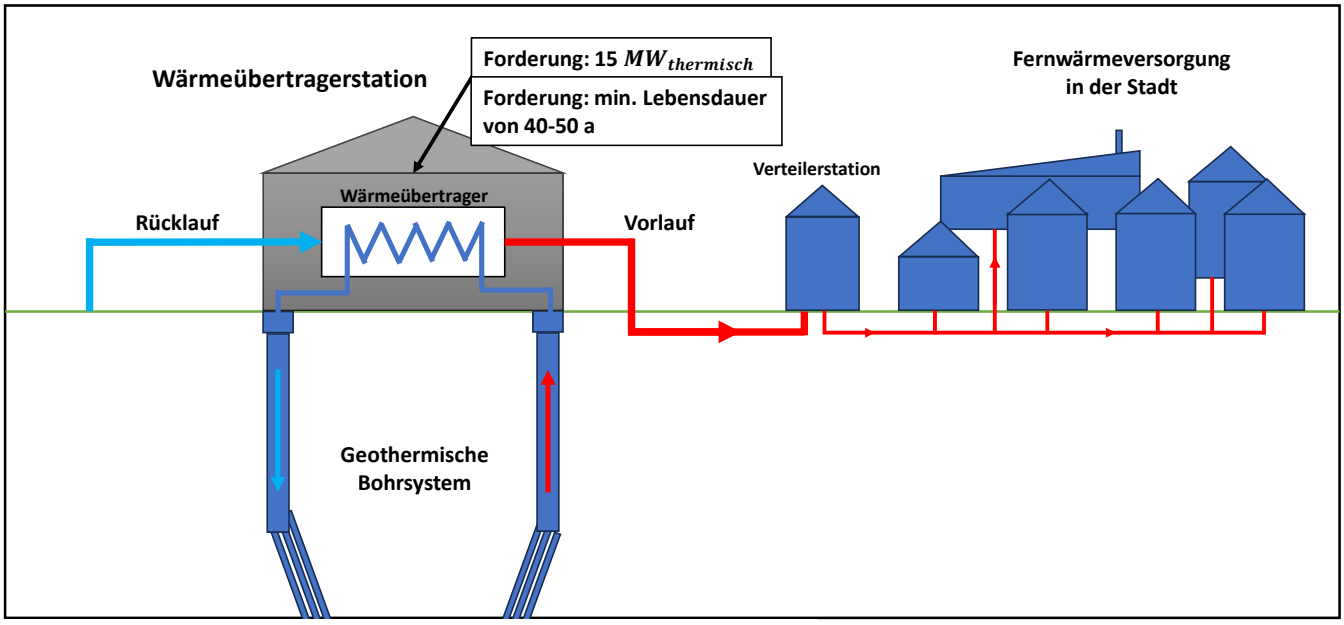
- **Konkrete geometrische Umsetzung:**

Das in dieser Arbeit betrachtete geothermische System basiert auf einer speziellen Tiefbohrarchitektur, die eine effektive Nutzung des natürlichen Temperaturgefälles in der Erdkruste ermöglicht. Der Aufbau orientiert sich an einem passiven Zirkulationsprinzip, das ohne externe Pumpleistung funktioniert und auf dem sogenannten Thermosyphon-Effekt beruht. Dabei werden die Dichteunterschiede zwischen kaltem und erhitztem Wasser gezielt ausgenutzt, um einen geschlossenen Kreislauf zu realisieren.

Die Anlage besteht aus zwei vertikalen Hauptbohrungen, die bis in eine Tiefe von 4.000 Metern reichen. Eine dieser Bohrungen dient als Zulauf für das kalte Wasser, während die zweite Bohrung als Entnahmeleitung für das erwärmte Wasser fungiert. Ab der Tiefe von 4.000 m verzweigen sich beide Bohrungen jeweils in zwölf Seitenbohrungen, die fächerförmig in alle Raumrichtungen angeordnet sind. Diese Seitenbohrungen erstrecken sich jeweils bis auf eine Tiefe von 8.000 m und verlaufen unter einem Winkel von 20° zur Senkrechten. Dadurch entsteht eine weitreichende Kontaktfläche mit dem umgebenden Gestein, was eine effiziente thermische Durchströmung und eine gleichmäßige Erwärmung des Wassers gewährleistet.
Die Winkel zwischen den gegenüberliegenden Seitenarmen der beiden Hauptbohrungen betragen etwa 23,7°, wodurch sich ein zentraler thermischer Überlappungsbereich ergibt. In diesem Bereich kommt es am Umkehrpunkt der Strömung zu einem natürlichen Aufströmeffekt, da das erwärmte Wasser aufgrund seiner geringeren Dichte gegenüber dem kühleren Zulaufwasser aufsteigt. Der Rücktransport des heißen Wassers erfolgt somit durch die zweite Vertikalbohrung – ohne Einsatz mechanischer Pumpen [3, 4].

Die thermische Auslegung des Systems zielt auf eine Eintrittstemperatur von 70 °C am Beginn der Injektionsbohrung ab.

3. Ziele der Simulation



3. Ziele der Simulation

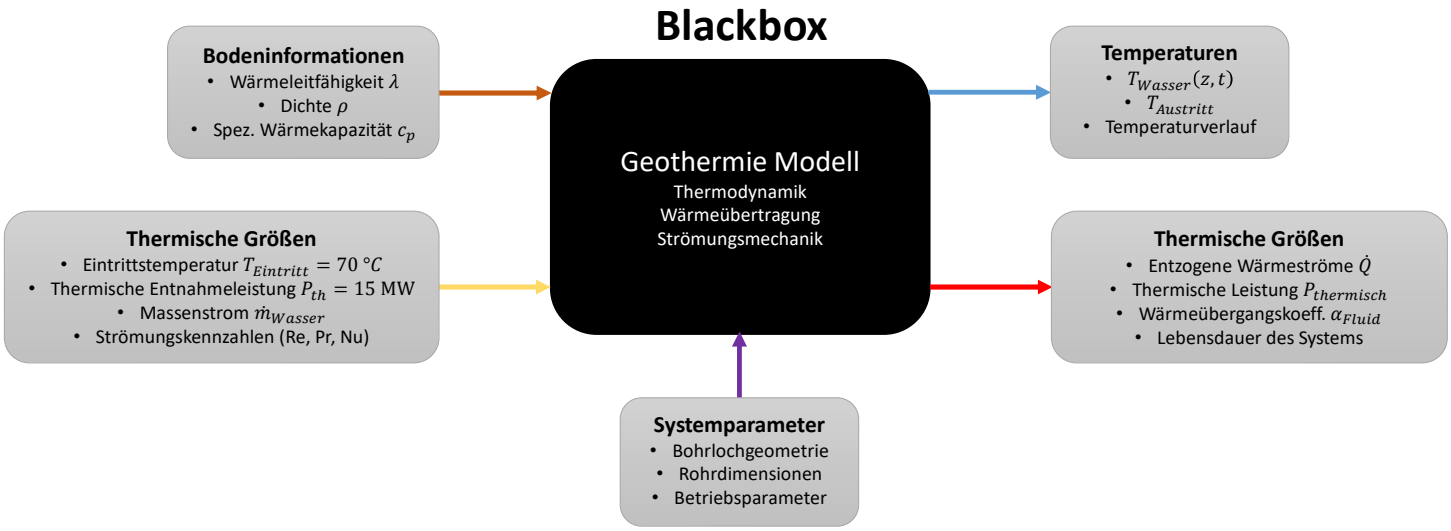
Das Ziel dieser Analyse besteht darin, das geothermische Potenzial am Standort Nürnberg zu bewerten. Grundlage ist die Annahme, dass die N-ERGIE Kraftwerke GmbH über einen Zeitraum von etwa 40 Jahren eine thermische Leistung von mindestens 15 MW beziehen möchte.

Im Mittelpunkt steht daher die Frage, wie realistisch diese Zielvorgaben im Hinblick auf die geologischen Bedingungen vor Ort sind. Das zugrunde liegende Modell soll eine verlässliche Abschätzung darüber liefern, inwieweit die geforderte Leistung dauerhaft bereitgestellt werden kann.

Als technologischer Referenzpunkt dient die von der Firma Eavor Technologies entwickelte sogenannte „Eavor-Loop“-Technologie [5], welche in bisherigen Pilotprojekten bereits vielversprechende Ergebnisse gezeigt hat. Trotz dieser positiven Erfahrungen müssen die Bedingungen standortspezifisch überprüft werden.
Ein zentrales Anliegen der Analyse ist daher die Abschätzung der thermischen Lebensdauer des geplanten geothermischen Systems. Dabei wird untersucht, wie lange das tief liegende Gestein genügend Wärmeenergie liefern kann, bevor es durch den Betrieb des Kraftwerks deutlich abkühlt.

Zusätzlich wird der erforderliche Durchfluss des Wärmeträgers berechnet, der notwendig ist, um die angestrebte Leistung von **15 MW** zuverlässig bereitzustellen.

4. Modellbildung der Simulation



4. Modellbildung der Simulation

Zur Bewertung des geothermischen Potenzials am Standort wurde ein vereinfachtes stationäres Modell zur radialen Wärmeübertragung im Untergrund entwickelt. Im Fokus stand die Abbildung eines geschlossenen Bohrungssystems auf Grundlage der sogenannten Eavor-Loop-Technologie [5]. Das Ziel bestand darin, den Wärmeeintrag in ein zirkulierendes Fluid in Abhängigkeit vom geologischen Aufbau, den thermischen Materialeigenschaften und den Betriebsbedingungen näherungsweise zu beschreiben.

Das Modell geht von einem zylindrischen Erdwärmebereich um das Bohrsystem aus, innerhalb dessen ein konstanter Wärmestrom vom Untergrund an das strömende Medium erfolgt. Der äußere Rand dieses Bereichs wird durch einen sogenannten Maximalradius definiert. Ab diesem Radius wird im Modell kein weiterer Wärmestrom mehr berücksichtigt – eine notwendige Vereinfachung, da der reale Übergang kontinuierlich und nicht abrupt erfolgt.
Die Geometrie des Bohrsystems wird in mehrere konzentrische Elemente unterteilt, welche die Veränderung des Bohrdurchmessers entlang der Tiefe abbilden. Für jedes dieser Elemente werden charakteristische Radien und Oberflächen definiert, um die lokalen Wärmeübertragungsprozesse korrekt modellieren zu können. Dabei werden die Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität und Dichte des Bodens sowie die Temperaturverteilung entlang der Tiefe berücksichtigt.
Zur Beschreibung der Wärmeübertragung zwischen dem Boden und dem strömenden Fluid wird das Prinzip des stationären Wärmeflusses herangezogen. Für jedes Element wird dabei die Wärmeübergangszahl an der Rohrwand berechnet – sowohl auf der Seite des Bodens als auch auf der Seite des Fluids. Um realistische Strömungsbedingungen im Rohrsystem abzubilden, werden die Reynoldszahl, die Prandtl-Zahl sowie die Nusselt-Zahl ermittelt. Diese bilden die Grundlage für die Bestimmung des konvektiven

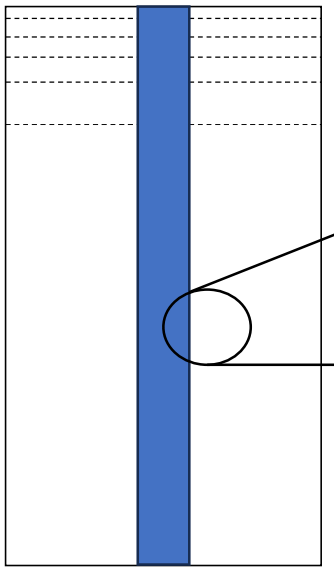
Wärmestroms von der Rohrwand in das Fluid.
Eine Besonderheit des Modells ist die iterative Bestimmung der Wandtemperatur, die durch eine Zielwertsuche ermittelt wird. Ziel ist es, die Temperatur so zu wählen, dass der berechnete Wärmestrom aus dem Boden und der konvektive Wärmestrom ins Fluid im Gleichgewicht stehen. Anschließend lassen sich daraus die Eintritts- und Austrittstemperatur des Fluids sowie die übertragene Wärmeleistung je Elementlänge bestimmen.

- **Problematik wegen Abstraktion des Problems:**

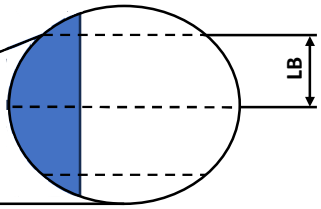
Darüber hinaus wird die gespeicherte Wärmeenergie im Bodenvolumen um das Bohrsystem berechnet. Durch Gegenüberstellung der entzogenen Wärme mit der insgesamt verfügbaren Energiemenge kann die thermische Lebensdauer des Systems abgeschätzt werden. Dabei wird auch bewertet, wie effizient der Untergrund genutzt wird und wie lange er eine ausreichende Wärmemenge zur Verfügung stellen kann.
Wesentliche Vereinfachungen des Modells betreffen die Abbildung des realen geologischen Systems: Der Wärmeeintrag wird ausschließlich in radialer Richtung betrachtet, vertikale und konvektive Wärmeströme bleiben unberücksichtigt. Zudem stellt die Annahme eines gewählten thermischen Einflussradius (Maximalradius) eine Idealisierung dar. Trotz dieser Einschränkungen ermöglicht das Modell eine fundierte erste Abschätzung der geothermischen Leistungsfähigkeit und bietet eine vergleichbare Grundlage zur Bewertung unterschiedlicher Betriebs- und Auslegungsvarianten.

4. Modellbildung der Simulation

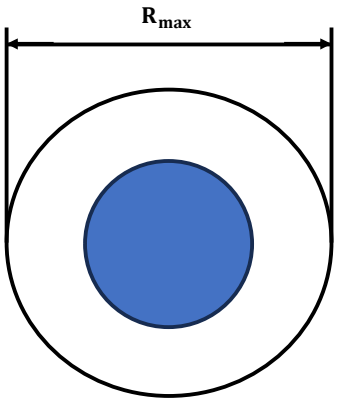
- Bedingungen und Parameter des Modells:
  - Bodenwerte:



  - Schichttiefe:



  - Betrachtungsradius:



- **Bedingungen und Parameter des Modells**

Im vorliegenden Modell zur geothermischen Analyse wird ein stationärer Zustand angenommen, bei dem sich alle betrachteten Temperatur- und Wärmestromverhältnisse zeitlich nicht mehr verändern. Diese Annahme erlaubt es, die Wärmeleitung im Boden unter konstanten Randbedingungen zu analysieren. Die Berechnung erfolgt radial um eine zylindrische Bohrung, wobei von einer homogen und isotrop aufgebauten Bodenstruktur ausgegangen wird. Das bedeutet, die thermischen Materialeigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit sind in alle Richtungen gleich und verändern sich innerhalb einer Schicht nicht.
Als Wärmeeintrag gilt eine konstante konvektive Wärmestromdichte an der Innenwand des Bohrlochs, während sich die Temperatur mit zunehmender radialer Entfernung aufgrund der Wärmeleitung im umgebenden Erdreich absenkt. Die obere und untere Begrenzung des betrachteten Bereichs werden durch die gewählte Schichttiefe definiert. Durch diese Annahmen kann das Temperaturfeld analytisch beschrieben und die entzogene Wärmemenge zuverlässig berechnet werden.

- **Parameter: Schichttiefe**

Die Schichttiefe beeinflusst insbesondere die Genauigkeit des Modells. Eine feinere vertikale Auflösung ermöglicht eine präzisere Darstellung der Temperaturverläufe und eine exaktere Berechnung der thermisch entnommenen Leistung. Gleichzeitig führt eine höhere Auflösung zu einem deutlich erhöhten Rechenaufwand. Daher wurde ein Kompromiss gewählt: Eine Schichtstärke von 50 m bietet eine deutlich bessere Genauigkeit als 100 m, bleibt jedoch wesentlich effizienter als eine feinere Unterteilung in 10 m-Schritte.

- **Parameter: maximaler Radius**

Auch der betrachtete maximale Radius der Bohrung hat Einfluss auf die Bewertung des Systems – insbesondere im Hinblick auf dessen Lebensdauer. Ein größerer Außenradius bedeutet, dass mehr Gesteinsmaterial zur Verfügung steht, welches zur Auskühlung beiträgt. In diesem Bericht werden Radiuswerte von 100 m und 200 m untersucht. Für eine weiterführende Betrachtung kann auf den Bericht eines Projektpartners verwiesen werden, der alternative Werte von 35 m und 75 m analysiert hat.

- **Parameter: Bodenwerte**

Die im Modell angenommenen Bodenwerte haben einen großen Einfluss auf die berechnete Wärmeübertragung. Je nachdem, wie leitfähig und speicherfähig der Untergrund ist, kann mehr oder weniger Wärme entzogen werden. Da sich diese Eigenschaften von Schicht zu Schicht unterscheiden, ist ihre realistische Annahme besonders wichtig. Eine genauere Betrachtung der verwendeten Bodenparameter folgt auf der nächsten Seite.

- **Parameter: Genauigkeit der Zielwertsuche**

Ein weiterer relevanter Parameter ist die Genauigkeit der iterativen Zielwertsuche zur Bestimmung der Wandtemperatur der Bohrung. Auch hier musste ein sinnvoller Kompromiss zwischen Rechenzeit und Ergebnisgenauigkeit gefunden werden. In diesem Modell wurde eine Konvergenzgenauigkeit ε von 0,001 als ausreichend gewählt.

Die gewählte Konvergenzgenauigkeit $\varepsilon = 0{,}001\ K$ stellt eine absolute Toleranzgrenze dar. Im Modell wird dazu iterativ überprüft, ob die Differenz zwischen der berechneten ungestörten Bodentemperatur (aus dem Temperaturgradienten) und der im Modell bestimmten Bodentemperatur im gewählten maximalen Radiusabschnitt kleiner als ε ist. Erst wenn diese Bedingung erfüllt ist, gilt die Wandtemperatur der Bohrung als hinreichend genau bestimmt.

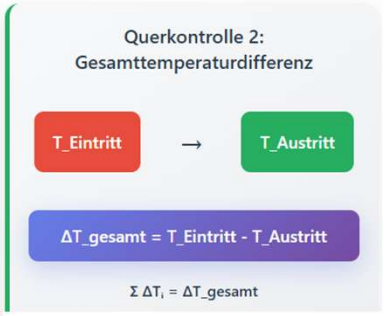
Im Folgenden wird iterativ folgende Formelbeziehung schleifenweise berechnet:

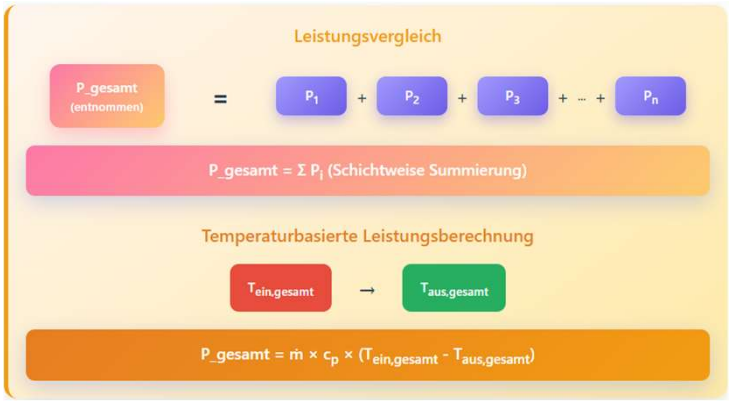
$$\left|T_{R,max} - T_{Boden}\right| < \varepsilon \quad (1)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$**:** Gewählte Konvergenzgenauigkeit für iterative Zielwertsuche [K]
$\boldsymbol{T_{R,max}}$**:** Berechnete Bodentemperatur des Gesteins am maximalen Radiusabschnitt [K]
$\boldsymbol{T_{Boden}}$**:** Ungestörte Bodentemperatur des Gesteins [K]

4. Modellbildung der Simulation

- Überprüfung der Plausibilität des Modells:





- **Überprüfung der Plausibilität des Modells**

Zur Sicherstellung der Aussagekraft des entwickelten Modells wurden mehrere Querkontrollen durchgeführt. Ziel war es, die berechneten Werte unabhängig voneinander zu überprüfen, um ein konsistentes und belastbares Modell zu gewährleisten.

- **Plausibilitätskontrolle mit Temperaturdifferenz**

Die erste Plausibilitätsprüfung basiert auf dem Vergleich der berechneten Austrittstemperatur des geothermischen Mediums mit der aufsummierten Temperaturdifferenz der einzelnen Tiefenschichten. Konkret wurde hierzu ein Massenstrom von 65 $\frac{kg}{s}$ betrachtet. Die direkt berechnete Austrittstemperatur aus dem Modell beträgt 171,331 °C.
Parallel dazu wurde die Summe der Temperaturdifferenzen zwischen den einzelnen Schichten ermittelt. Diese ergab einen Gesamtwert von 101,334 K. In Kombination mit der Eintrittstemperatur von 70 °C ergibt sich eine rechnerische Austrittstemperatur von 171,334 °C. Der minimale absolute Unterschied von nur 0,003 K lässt sich auf Rundungseffekte sowie auf die gewählte Zielwertgenauigkeit im iterativen Verfahren zur Bestimmung der Wandtemperatur zurückführen. Die daraus resultierende relative Abweichung von lediglich 0,002 % bestätigt die innere Konsistenz des Temperaturmodells.

- **Plausibilitätskontrolle mit entzogener Leistung**

Eine zweite Querkontrolle erfolgte über die energetische Bilanz. Dabei wurde die am Wärmeübertrager entnommene Gesamtleistung mit der Summe der berechneten Wärmeleistungen aus den einzelnen Tiefenschichten verglichen. Die übertragene Leistung ergibt sich aus dem Produkt von Massenstrom (65 $\frac{kg}{s}$), mittlerer spezifischer Wärmekapazität des Mediums (4.282,8 $\frac{J}{kg \cdot K}$) und der Temperaturdifferenz zwischen Ein- und Austritt (101,331 K). Daraus resultiert eine entnommene Gesamtleistung von 28,21 MW. Die aufsummierte Wärmeleistung aller Tiefenschichten ergibt hingegen einen minimal niedrigeren Wert von 28,19 MW. Die relative Abweichung beträgt damit nur 0,61 % und ist somit ebenfalls als gering zu bewerten. Diese Differenz entspricht im Wesentlichen der zuvor analysierten minimalen Temperaturabweichung und lässt sich mit gleicher Begründung erklären.

Insgesamt zeigen beide Validierungsmethoden – Temperaturvergleich und energetische Bilanz – eine hohe Übereinstimmung der Ergebnisse. Auch bei variierenden Massenströmen konnte eine vergleichbare relative Genauigkeit festgestellt werden. Die durchgeführten Querkontrollen bestätigen somit die Plausibilität und Verlässlichkeit des Rechenmodells.

4. Modellbildung der Simulation

Einheitliche Berechnung mit trockenen Werten

- Angenommenen Bodenschichten mit charakteristischen Kennwerten:

Formation	beinhaltet	Tiefe (bis) TVD*	Mächtigkeit	Wärmeleitfähigkeit trocken	Wärmeleitfähigkeit gesättigt	Wärmekapazität trocken	Dichte
		m	m	J s^{-1} m^{-1} K^{-1}	J s^{-1} m^{-1} K^{-1}	kJ kg^{-1} K^{-1}	kg/m^3
Quartär[1]	*Sand, Kies*[1]	**10**[1]	**10**	**0,55**[4]	**3,35**[4]	**0,55**[4]	**1.500**[5]
Keuper (Obertrias)[2]		**200**[2]	**190**	**2,63**	**3,86**	**0,82**	**2.660**
	Tonstein[2]			3,2[6]	4,44[6]	0,86[7]	2.680[7]
	Mergel[2]			2,46[6]	3,4[6]		
	Sandstein[2]			2,24[6]	3,74[6]	0,775[7]	2.640[7]
Muschelkalk (Mitteltrias)[2]		**275**[2]	**75**	**3,11**	**3,74**	**0,84**	**2.783**
	Kalkstein[3]			3,2[6]	4,19[6]	0,78[7]	2.765[7]
	Dolomit[3]			3,83[6]	4,38[6]	0,9[7]	2.800[7]
	Mergel[3]			2,29[6]	2,64[6]		
Buntsandstein (Untertrias)[2]		**450**[2]	**175**	**2,13**	**3,66**	**0,86**	**2.680**
	Rötlicher Sandstein[8]			2,85[6]	3,57[6]		
	Tonstein[8]			1,49[6]	x	0,86[7]	2.680[7]
	Fein – und Mittelsandstein[2]			2,06[6]	3,74[6]		
Zechstein[2]	*Dolomit*[2]	**465**[2]	**15**	**3,56**[6]	**3,95**[6]	**0,9**[7]	**2.800**[7]
Altpaläozoikum[2]		**1450 +**[2]	**985**	**2,43**	**2,91**	**0,861**	**2.783**
	Diabas[2]			2,79[6]	3,17[6]	0,796[7]	2.790[7]
	Tonschiefer[2]			2,07[6]	2,65[6]	0,927[7]	2,775[7]

*TVD: True Vertical Depth; Tiefe von der Erdoberfläche bis zum Messpunkt.

- **Angenommene Bodenschichten mit charakteristischen Kennwerten:**

Durch eine Recherche auf Basis geowissenschaftlicher Publikationen und Datenbanken verschiedener deutscher Institute sowie Landesämter konnten Informationen zu Gesteinsformationen und deren thermophysikalischen Eigenschaften im Umkreis von etwa 300 km ermittelt werden [1–8]. Die Analyse erstreckt sich auf Tiefenbereiche bis zu 8.000 m.
Mangels standortspezifischer geologischer Daten wurde ein arithmetischer Mittelwert der in der Literatur angegebenen Kennwerte (Wärmeleitfähigkeit, Dichte, spezifische Wärmekapazität) berechnet. Dabei wurden – zur Vereinheitlichung der Modellierung – ausschließlich die Werte für trockene Gesteine berücksichtigt.
Die so gewonnenen Kennwerte variieren mit der Tiefe und beeinflussen maßgeblich den Wärmetransport zwischen Gestein und dem zirkulierenden Fluid. Die resultierenden Unterschiede werden in den folgenden Diagrammen dargestellt und diskutiert.

Zur Bestimmung der thermophysikalischen Eigenschaften verschiedener Boden- und Gesteinsschichten wurden die folgenden Quellen herangezogen:

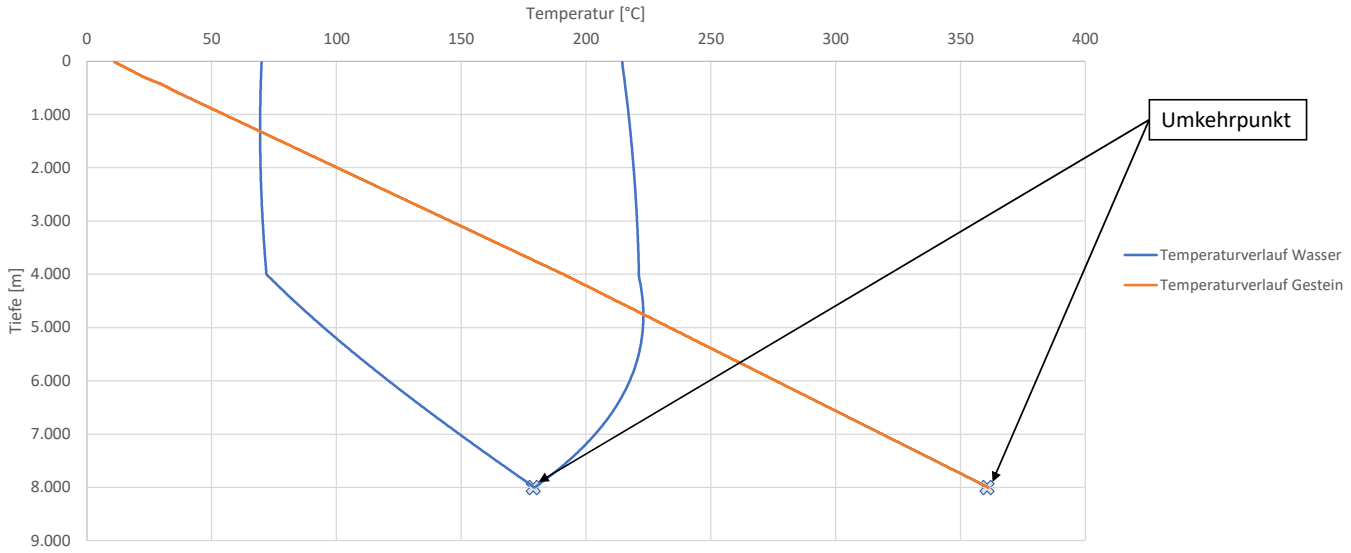
[1]: Stadt Nürnberg (2018): *Geothermisches Potenzial im Stadtgebiet Nürnberg*. Amt für Geoinformation und Bodenordnung.
[2]: Wurm, A. (1929): *Beiträge zur Geologie von Mittelfranken*. Erlangen: Buchdruckerei Junge & Sohn.
[3]: Muschelkalk (2010): *Geologische Landesaufnahme Muschelkalkschichten in Bayern*. Bayerisches Landesamt für Umwelt.
[4]: Stober, I., & Bucher, K. (2025): *Hydrogeologie und Geothermie*. Berlin: Springer Vieweg.

[5]: SABLES ET GRAVIERS TUFFIERE SA (2025): *Technische Daten von Sand- und Kiesformationen*. Interner Bericht, Frankreich.
[6]: Landesamt für Geologie und Bergbau Rheinland-Pfalz: *Geothermische Eigenschaften von Gesteinen*. Zugriff am 12.04.2025, über www.lgb-rlp.de
[7]: Clauser, C. (2016): *Einführung in die Geophysik – Globale Physik des Erdkörpers*. Berlin: Springer Spektrum.
[8]: Buntsandstein (2010): *Geologische Charakterisierung des Buntsandsteins in Süddeutschland*. Landesamt für Geologie, Rohstoffe und Bergbau Baden-Württemberg.

Durch die tatkräftige Unterstützung von Herrn Ott bei der Recherche der regionalen Bodenschichten sowie der geometrischen Daten des Bohrsystems konnte die Ausarbeitung des Modells wesentlich erleichtert werden [11].

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Temperaturverlauf mit $R_{max} = 100\ m$
  mit $\dot{m}_{Wasser} = 36\ \frac{kg}{s}$



5. Auswertung der Simulationergebnisse

- **Temperaturverlauf mit $R_{max} = 100\ m$**

Die Auswertung des Temperaturverlaufs zeigt, wie sich die Temperatur im Untergrund in Abhängigkeit von der Tiefe entwickelt. Grundlage hierfür sind die ermittelten Parameter wie der geothermische Temperaturgradient, die Wärmeleitfähigkeit, die spezifische Wärmekapazität sowie die Dichte des vorhandenen Bodens. Zusätzlich wird der Temperaturverlauf des in der Geothermiebohrung zirkulierenden Wassers dargestellt. In der Regel erfolgt die Darstellung der Temperaturen in Abhängigkeit von der Tiefe, um die thermischen Bedingungen im Untergrund nachvollziehbar zu machen.

Der Temperaturverlauf des Bodens zeigt eine fast konstante Steigung auf was auf die für jede Gesteinsschicht berechneten Temperaturgradienten zurückzuführen ist. Die Ermittlung der Temperaturgradienten erfolgt aufgrund der vorliegenden Informationen des Gesteins. Über die Wärmeleitfähigkeit des Gesteins und den aus dem Erdmittelpunkt strömenden Wärmestrom kann der Temperaturgradient über folgende Gleichung (2) bestimmt werden:

$$gradT = \frac{q_p}{\lambda_{Gestein}} \quad (2)$$

$\boldsymbol{gradT}$: Temperaturgradient in der vorliegenden Bodenschicht [K/m]
$\boldsymbol{q_p}$: Wärmestrom aus dem Erdmittelpunkt [W/m^2]
$\boldsymbol{\lambda_{Gestein}}$: Wärmeleitfähigkeit des vorliegenden Gesteins [W/m · K]

Im Folgenden wurden für jede verwendete Bodenschicht die Temperaturgradienten bestimmt:

Quartär:
Wärmeleitfähigkeit: 0,55 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,200 K/m

Keuper:
Wärmeleitfähigkeit: 2,63 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,042 K/m

Muschelkalk:
Wärmeleitfähigkeit: 3,11 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,035 K/m

Buntsandstein:
Wärmeleitfähigkeit: 2,13 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,052 K/m

Zechstein:
Wärmeleitfähigkeit: 3,56 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,031 K/m

Altpaläozoikum:
Wärmeleitfähigkeit: 2,43 W/(m·K)
Temperaturgradient: 0,045 K/m

Die Werte zeigen, dass Zechstein die höchste Wärmeleitfähigkeit aufweist, während Quartär die niedrigste hat. Beim Temperaturgradienten ist es umgekehrt: Quartär zeigt den höchsten Gradienten, Zechstein den niedrigsten.

Bei genauerer Betrachtung lässt sich zunächst vermuten, dass die graphische Darstellung inkonsistent erscheint, da für die einzelnen Schichten unterschiedlich starke Zunahmen der Gesteinstemperatur zu erwarten wären. Dieser Eindruck lässt sich jedoch mit Verweis auf Folie 9 entkräften:
Der Temperaturgradient verändert sich lediglich bis in eine Tiefe von etwa 1.450 m, und auch dies nur in vergleichsweise geringmächtigen Schichten. Ab dieser Tiefe liegt überwiegend das Altpaläozoikum vor, in dem die Gesteinsabfolge weitgehend homogen ist. Dadurch ergibt sich eine nahezu lineare Temperaturzunahme mit der Tiefe. Lediglich bei rund 500 m Tiefe ist ein leichter Knick im Temperaturverlauf erkennbar.

Ausgehend von einer angenommenen Bodentemperatur von 10 °C in 0 m Tiefe (Erdoberfläche) kann mithilfe der gegebenen Schichtstärken die Temperatur schrittweise für jede weitere Bodentiefe berechnet werden.

$$t_{i+1} = t_i + gradT \cdot LB \quad (3)$$

$\boldsymbol{t_{i+1}}$**:** Bodentemperatur der folgenden Bodenschicht [°C]
$\boldsymbol{t_i}$**:** Bodentemperatur der vorherigen Bodenschicht [°C]
$\boldsymbol{gradT}$**:** Temperaturgradient der vorliegenden Bodenschicht [K/m]
$\boldsymbol{LB}$**:** Schichtstärke der finiten Elemente [m]

Mit dieser Gleichung (3) ergibt sich der Temperaturverlauf für jede Schicht des Untergrundes bis in 8.000 m Tiefe.

Dieser Temperaturverlauf ist auch im Diagramm erkennbar, in dem die Temperatur bis in eine Tiefe von 8.000 m nahezu linear ansteigt. Zu Beginn zeigt sich noch eine leichte Krümmung im Verlauf, die anschließend in einen konstanten Anstieg übergeht. Dieses Verhalten ist jedoch aufgrund der auf Folie 9 gewählten Bodenwerte zu erwarten.

Die Temperatur des Wassers ergibt sich jeweils aus der Addition der Temperaturzunahme innerhalb eines Schichtelements und der Eintrittstemperatur des Fluids am Schichtanfang. Im Modell wird dabei von 0 m bis 50 m in 10 m-Schritten gerechnet, ab 50 m Tiefe erfolgt die Berechnung in 50 m-Schritten.

$$t_{aus} = t_{ein} + \Delta t_{Schicht} \quad (4)$$

$\boldsymbol{t_{aus}}$**:** Austrittstemperatur des Wassers nach einer Elementlänge [°C]
$\boldsymbol{t_{ein}}$**:** Eintrittstemperatur des Wassers vor der Elementlänge [°C]
$\Delta\boldsymbol{t_{Schicht}}$**:** Temperaturerhöhung des Wassers innerhalb einer Elementlänge [°C]

Für die Berechnung der Wärmeübertragung in Vereinfachung als ein Rohr werden verschiedene strömungstechnische Kennziffern benötigt für die Berechnung des Temperaturverlaufs des im Bohrsystem fließenden Wassers.
Eine grundlegende einheitenlose Kennziffer ist die Nußeltzahl, welche für die Bestimmung der Wärmeübergangzahl α_f des Fluids benötigt wird. Die Berechnung erfolgt nach folgender Gleichung (5) aus dem VDI-Wärmeatlas [10]:

$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot (Re - 1.000) \cdot Pr_f \cdot \frac{1}{1+12{,}7 \cdot \left(\frac{\xi}{8}\right)^{1/2} \cdot \left(Pr_f{}^{2/3} - 1\right)} \cdot f_2 \quad (5)$$

$\boldsymbol{Nu}$**:** Nußeltzahl des strömenden Fluids []
$\boldsymbol{\xi}$**:** Rohrreibungszahl der Bohrung []
$\boldsymbol{Re}$**:** Reynoldszahl des strömenden Fluids []
$\boldsymbol{Pr_f}$**:** Prandtlzahl des Fluids []
$\boldsymbol{f_2}$**:** Temperatureinfluss der Stoffwerte von Wand und Fluid []

Bei den grundlegenden strömungstechnischen Kennzahlen wie der Reynoldszahl, den Prandtlzahlen sowie der Rohrreibungszahl wird auf die Ausarbeitung von Herrn Poellot verwiesen, der sich konkret mit der Strömungsmechanik des Geothermiesystems beschäftigt [12].

Mit dieser einheitenlosen Kennzahl kann nun die Wärmeübergangszahl mittels folgender Gleichung (6) bestimmt werden:

$$\alpha_f = Nu \cdot \frac{\lambda_{Fluid}}{d_i} \quad (6)$$

$\boldsymbol{\alpha_f}$**:** Wärmeübergangszahl in das Fluid [$\mathrm{W/m^2 \cdot K}$]
$\boldsymbol{Nu}$**:** Nußeltzahl des strömenden Fluids []

$\boldsymbol{\lambda_{Fluid}}$: Wärmeleitfähigkeit des Fluids [W/m · K]
$\boldsymbol{d_i}$: Innendurchmesser der Bohrung [m]

Mit diesen ermittelten Größen kann nun der entzogene Wärmestrom des Untergrunds berechnet werden.
Zur Berechnung der Temperaturerhöhung wird der Konvektionswärmestrom über einen Oberflächenabschnitt benötigt. Dieser berechnet sich über den aufgenommen Wärmestrom der Wand an das Fluid. Der Wärmestrom kann über folgende Gleichung (7) berechnet werden:

$$\dot{q}_{WF} = \alpha_f \cdot (t_w - t_m) \quad (7)$$

$\boldsymbol{\dot{q}_{WF}}$: Übertragener Wärmestrom von der Wand an das Fluid [W/m^2]
$\boldsymbol{\alpha_f}$: Wärmeübergangszahl in das Fluid [W/m^2 · K]
$\boldsymbol{t_w}$: Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{t_m}$: Mittlere Temperatur für die Fluidstoffwerte [°C]

Zur Überprüfung der Plausibilität des berechneten Wärmestroms wurden zwei weitere Kontrollansätze herangezogen, bei denen der Wärmestrom auf unterschiedlichen Wegen ermittelt wurde. Alle Verfahren müssen im Ergebnis denselben entnommenen Wärmestrom liefern, um die Konsistenz der Modellierung sicherzustellen. Ein alternativer Ansatz besteht in der Berechnung des Wärmestroms über den Wärmefluss zwischen dem maximal gewählten Betrachtungsradius und der Bohrungswand. Dieser berechnet sich wie folgt:

$$\dot{q}_{BW} = \alpha_{Rmax} \cdot (t_w - t_b) \quad (8)$$

$\boldsymbol{\dot{q}_{BW}}$: Übertragener Wärmestrom von der ungestörten Bodentemperatur an die Wand [W/m^2]
$\boldsymbol{\alpha_{Rmax}}$: Wärmeübergangszahl am max. Betrachtungsradius [W/m^2 · K]
$\boldsymbol{t_w}$: Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{t_b}$: Ungestörte Bodentemperatur des Gesteins am Betrachtungsradius [°C]

Ein weiterer Ansatz zur Bestimmung des Wärmestroms besteht in der Berechnung über den Schwerpunkt eines betrachteten finiten Elements. Dabei wird die Wärmedurchgangszahl am Angriffspunkt – also am Schwerpunkt des Elements – herangezogen. Die Berechnung erfolgt nach folgender Methode:

$$\dot{q}_{BW} = k_i \cdot (t_b - t_m) \quad (9)$$

$\boldsymbol{\dot{q}_{BW}}$: Übertragener Wärmestrom von der ungestörten Bodentemperatur an die Wand [W/m^2]
$\boldsymbol{k_i}$: Wärmedurchgangszahl am Schwerpunkt des Elements [W/m^2 · K]
$\boldsymbol{t_m}$: Mittlere Temperatur des Fluids [°C]
$\boldsymbol{t_b}$: Ungestörte Bodentemperatur des Gesteins am max. Betrachtungsradius [°C]

Die benötigte Konvektionswärmestrom kann nun über die Multiplikation mit der Oberfläche des Bohrabschnitts berechnet werden:

$$\dot{Q}_{Konvektion} = \dot{q}_{WF} \cdot O_{Bohr} \quad (10)$$

$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$: Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]

$\dot{q}_{WF}$: Übertragener Wärmestrom von der Wand an das Fluid [W/m^2]
O_{Bohr}: Oberfläche des Bohrabschnitts [m^2]

Die Eintrittstemperatur t_{ein} ergibt sich als Austrittstemperatur t_{aus} der vorherigen Elementlänge von der Berechnung. Die Temperaturerhöhung $\Delta t_{Schicht}$ kann über den Konvektionswärmemenge, spezifische Wärmekapazität und den Massenstrom des Fluids berechnet werden kann.

$$\Delta t_{Schicht} = \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{m_w \cdot c_{p,w}} \quad (11)$$

$\Delta t_{Schicht}$: Temperaturerhöhung des Wassers innerhalb einer Elementlänge [°C]
$\dot{Q}_{Konvektion}$: Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]
m_w: Wassermassenstrom innerhalb des Bohrsystems [kg/s]
$c_{p,w}$: Spezifische Wärmekapazität des Wassers [kJ/kg · K]

Nach einem Auswertungschritt kann nun der Temperaturverlauf des strömenden Wassers und des Gesteins über die Tiefe in einem Diagramm aufgetragen werden.

Für die Berechnung der Wärmeübertragung im geothermischen System wurden die folgenden Literaturquellen herangezogen: Von Böckh und Wetzel (2020), Hähnlein (2013) sowie das Hintergrundpapier des Bundesverbandes Geothermie (2016) [7, 8, 9]. Ergänzend dazu fanden die Vorlesungsunterlagen von Prof. Heying und Prof. Popp Verwendung, um die theoretischen Grundlagen und praxisbezogenen Aspekte der Wärmeübertragung weiter zu vertiefen.

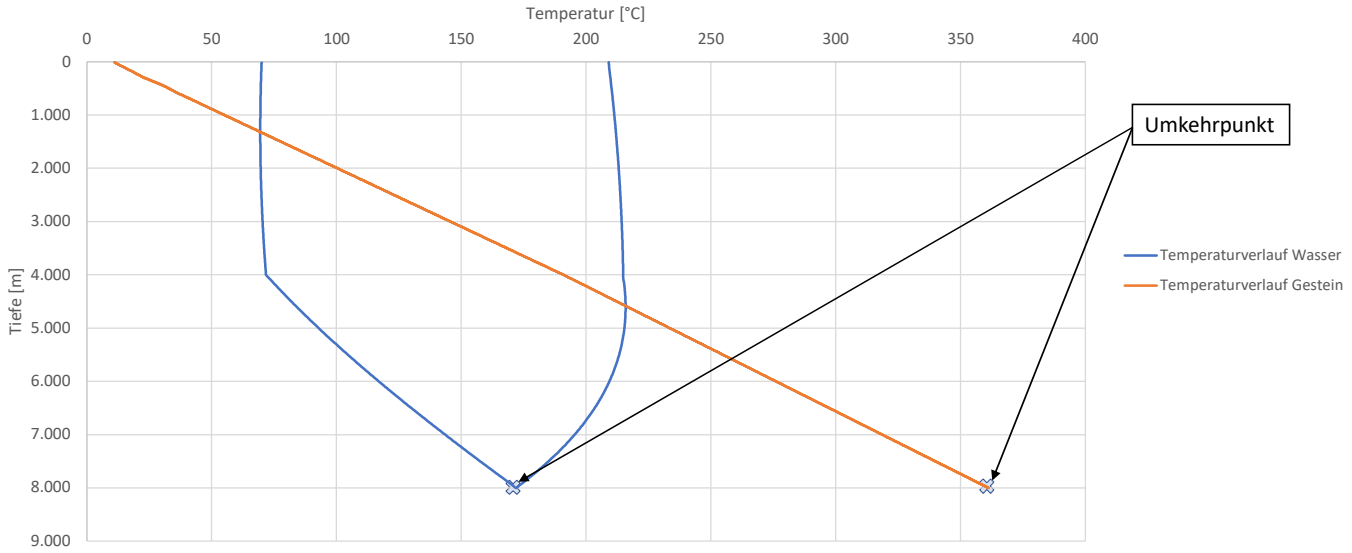
- **Interpretation des Temperaturverlaufs:**

Anhand des Temperaturverlaufs bei einem Massenstrom von 36 $\frac{kg}{s}$ lässt sich ein typischer Verlauf erkennen. Das Wasser tritt mit einer Temperatur von etwa 70 °C in die Bohrung ein und kühlt zunächst bis zum Schnittpunkt mit dem Temperaturverlauf des umliegenden Gesteins ab. Ab diesem Punkt ist das Gestein wärmer als das zirkulierende Fluid, sodass ein Wärmeübergang vom Boden auf das Wasser erfolgt. Dadurch erwärmt sich das Wasser kontinuierlich entlang der Bohrstrecke.
Ab einer Tiefe von etwa 4.000 m ist ein deutlich stärkerer Temperaturanstieg zu beobachten. Dieser Bereich markiert den Übergang von der senkrechten Hauptbohrung zu den seitlich abzweigenden Lateralbohrungen. Der verstärkte Temperaturanstieg ist auf die Aufteilung des Volumenstroms zurückzuführen: Der Gesamtmassenstrom wird auf zwölf kleinere Lateralbohrungen verteilt, wodurch sich das Wasser in den einzelnen Strängen intensiver erwärmen kann.
Am Umkehrpunkt, also am tiefsten Punkt der Bohrung, wird eine maximale Temperatur von etwa 179 °C erreicht. Beim anschließenden Wiederaufstieg des Wassers steigt die Temperatur zwar weiter an, jedoch deutlich weniger stark. Ab dem erneuten Schnittpunkt mit dem Gestein – bei etwa 225 °C – kehrt sich der Wärmefluss um: Das nun wärmere Wasser gibt wieder Wärme an das kältere Gestein ab. Die Temperatur des Fluids sinkt daraufhin bis zur Wärmeübertragerstation, wo es mit etwa 214 °C zur Wärmenutzung entnommen wird.

Die abgeführte Wärmeleistung an der Wärmeübertragerstation ergibt sich aus der Temperaturdifferenz zwischen Eintritts- und Austrittspunkt sowie aus dem Massenstrom und der mittleren spezifischen Wärmekapazität des Fluids.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Temperaturverlauf mit $R_{max} = 200\ m$
  mit $\dot{m}_{Wasser} = 36\ \frac{kg}{s}$



- **Interpretation des Temperaturverlaufs:**

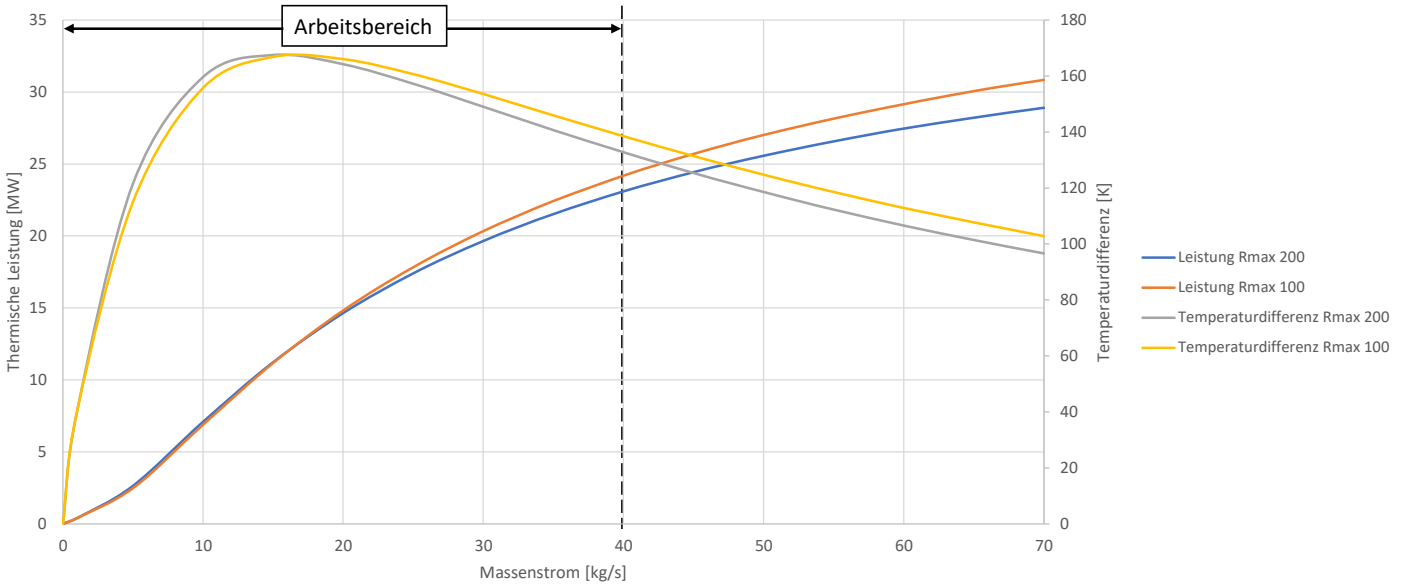
Bei der Betrachtung des Temperaturverlaufs entlang des Bohrpfads mit einem maximalen radialen Betrachtungsradius von 200 m zeigt sich ein deutlich wahrnehmbarer Unterschied im Vergleich zur Betrachtung mit 100 m Radius.

Insbesondere fällt auf, dass am Umkehrpunkt des Bohrpfads – also am tiefsten Punkt – die Temperatur rund 8 °C niedriger liegt als im Modell mit geringerem Betrachtungsradius. Dies weist auf eine veränderte thermische Wechselwirkung mit dem umgebenden Gestein hin, da bei größerem Radius mehr Gestein einbezogen wird, das wiederum mehr Wärme aufnehmen oder abgeben kann.

Auch nach dem Umkehrpunkt bleibt die Abkühlung des Fluids leicht verstärkt, was im Gesamtverlauf zu geringen, aber sichtbaren Abweichungen im Temperaturprofil führt. Diese Unterschiede sind zwar moderat, bestätigen aber den Einfluss des betrachteten Radius auf das Ergebnis. Besonders am Austrittspunkt des Fluids zeigt sich dies durch eine leicht reduzierte Endtemperatur von etwa 210 °C. Gleichzeitig verläuft der Temperaturanstieg mit zunehmender Tiefe insgesamt etwas steiler – ein Indiz für einen erhöhten Wärmeeintrag aus dem umgebenden Gestein, der sich bei größerem Betrachtungsbereich deutlicher abzeichnet.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Ermittlung der erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}



- **Ermittlung der erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}**

Zur Analyse der geothermischen Leistungsfähigkeit wurde eine Messreihe durchgeführt, in der der Einfluss des Massenstroms sowie des gewählten Betrachtungsradius auf die abgegebene Wärmeleistung und die resultierende Temperaturdifferenz zwischen Eintritt und Austritt des Fluids untersucht wurde. Die Darstellung zeigt auf der Primärachse die thermische Leistung in Kilowatt und auf der Sekundärachse die Temperaturdifferenz in Kelvin, jeweils in Abhängigkeit vom Massenstrom. Im Rahmen der Untersuchung wurden zwei Szenarien betrachtet: ein kleinerer Betrachtungsradius von 100 m sowie ein erweiterter Radius von 200 m. Ziel war es, die Auswirkung dieser beiden Parameter auf das thermische Verhalten des Systems zu verstehen.

Es zeigt sich, dass sich beide Kenngrößen – sowohl die Wärmeleistung als auch die Temperaturdifferenz – stark in ihrer Entwicklung unterscheiden, abhängig vom jeweiligen Radius. Für kleinere Massenströme nimmt sowohl die Temperaturdifferenz als auch die Wärmeleistung mit steigendem Durchfluss deutlich zu. Insbesondere im Fall des größeren Radius ist der Anstieg der Temperaturdifferenz im unteren Bereich wesentlich steiler, was darauf hinweist, dass über die größere Fläche des Untergrunds mehr Wärme zur Verfügung gestellt wird. In der Folge ergibt sich bei niedrigen Massenströmen auch eine höhere Wärmeleistung im Vergleich zum Modell mit kleinerem Radius.

Mit zunehmendem Massenstrom – insbesondere ab etwa 18 $\frac{kg}{s}$ – kehrt sich dieser Trend um. Ab diesem Punkt schneiden sich die Kurven der Wärmeleistung, und das Modell mit dem kleineren Betrachtungsradius zeigt nun eine steilere Zunahme der thermischen Leistung. Diese Entwicklung lässt sich dadurch erklären, dass beim größeren Radius die

Temperaturdifferenz ab diesem Bereich wieder abnimmt. Dies weist darauf hin, dass das System bei hohen Durchflüssen nicht mehr ausreichend Wärme aus dem erweiterten Bereich nachführen kann und thermisch auskühlt. Das Modell mit kleinerem Radius hingegen zeigt eine gleichmäßigere thermische Ausprägung, wodurch dort die Temperaturdifferenz relativ stabil bleibt und sich somit auch die Wärmeleistung positiver entwickelt.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Einfluss der Bodenwerte auf die erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}

Einheitliche Berechnung mit trockenen Werten

Formation	beinhaltet	Tiefe (bis) TVD*	Mächtigkeit	Wärmeleitfähigkeit trocken	Wärmeleitfähigkeit gesättigt	Wärmekapazität trocken	Wärmekapazität gesättigt	Dichte
		m	m	J s^{-1} m^{-1} K^{-1}	J s^{-1} m^{-1} K^{-1}	kJ kg^{-1} K^{-1}	kJ kg^{-1} K^{-1}	kg/m^3
Quartär	Lockergestein: Kies, Sand	10	10	0,5	3,35	0,55	1,38	1.950
Keuper (Obertrias)	Durchschnitt	200	190	2,63	3,86	0,80	1,00	2.300
Muschelkalk (Mitteltrias)	Durchschnitt	600	400	3,11	3,74	0,80	0,90	2.600
Buntsandstein (Untertrias)	Durchschnitt	1.000	400	2,17	3,57	0,80	1,00	2.300
Perm (Rotliegend)	Durchschnitt	2.500	1.500	1,97	2,13	0,80	1,00	2.550
Kristallines Grundgebirge	Durchschnitt	8.000	5.500	2,87	3,34	0,91	x	2.700

*TVD: True Vertical Depth: Tiefe von der Erdoberfläche bis zum Messpunkt.

- **Einfluss der Bodenwerte auf die erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}**

In der Anfangsphase der Modellentwicklung wurden grob angenommene Bodenwerte eingesetzt, um die grundsätzliche Funktionsweise und Plausibilität des Modells zu überprüfen. Diese Werte basierten nicht auf konkreten geologischen Daten, sondern dienten ausschließlich als Näherungsbasis für erste Tests.
Dementsprechend wurden diese abweichenden Daten zu einem späteren Zeitpunkt nochmals gezielt verwendet, um den Einfluss unterschiedlicher Bodenparameter auf die thermisch erzielbare Leistung zu analysieren.

Ziel war es, die Bedeutung präziser Bodenkenntnisse zu verdeutlichen und die resultierenden Unterschiede im thermischen Verhalten herauszuarbeiten.
Da aktuell keine verlässlichen standortspezifischen Informationen über die konkreten geologischen Verhältnisse im Raum Nürnberg vorliegen, kann nicht exakt bestimmt werden, welche Bodenstruktur tatsächlich anzunehmen ist. Die Ergebnisse dieser Vergleichsbetrachtung dienen daher auch als Hinweis auf die Sensibilität geothermischer Modelle gegenüber ungenauen Eingangsparametern.

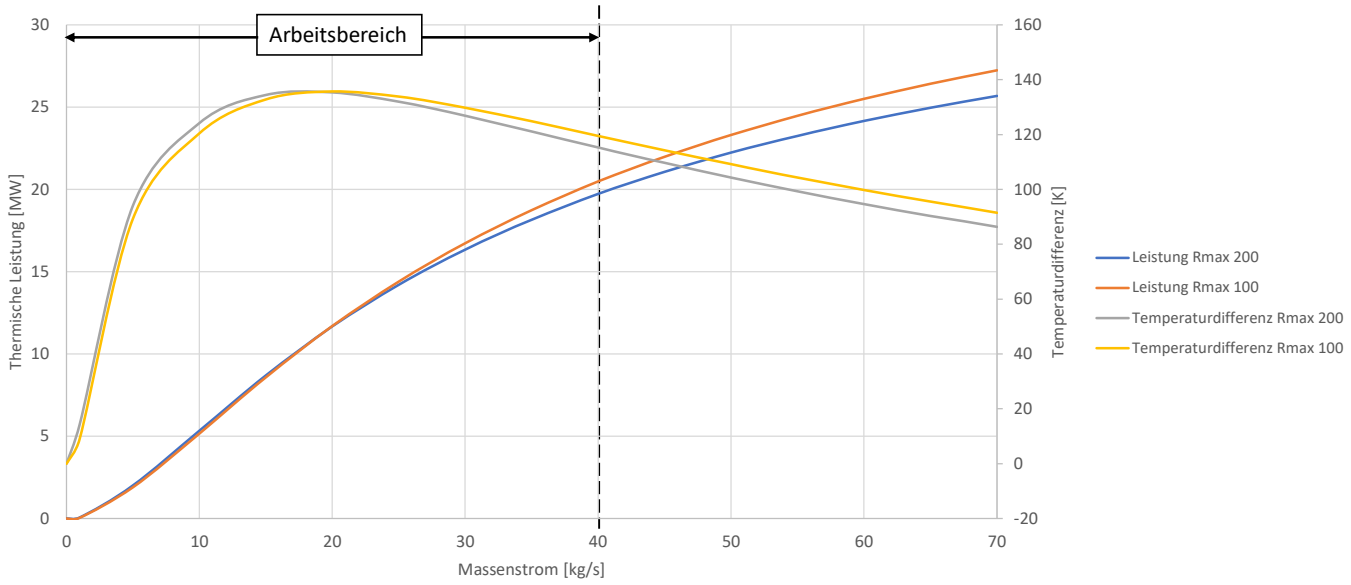
Die überschlägig ermittelten Bodenwerte basieren auf Erfahrungswerten bereits betriebener geothermischer Pilotanlagen in Deutschland. Auf Grundlage dieser Daten wurden die im Projekt relevanten Gesteinsschichten in ihren ungefähren Tiefenlagen bestimmt. Die thermophysikalischen Eigenschaften – insbesondere Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität und Dichte – wurden daraufhin mithilfe von Fachliteratur recherchiert

und als Mittelwerte für die betrachteten Gesteinsformationen herangezogen.

Als zentrale Quelle zur Ermittlung der Gesteinsparameter wurde die Arbeit von Stober (2008) herangezogen: Geowissenschaftliche Basisdaten zur Qualitätssicherung. Vortrag auf der GeoTHERM, Offenburg.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Einfluss der Bodenwerte auf die erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}



- **Einfluss der Bodenwerte auf die erzielbaren thermischen Leistungen P_{FW}**

Zur Bewertung der geothermischen Leistungsfähigkeit wurde analysiert, wie sich unterschiedliche thermophysikalische Bodenparameter – insbesondere Wärmeleitfähigkeit, Dichte und Wärmekapazität – auf die abgegebene Wärmeleistung sowie die resultierende Temperaturdifferenz des Fluids auswirken. Die zugrunde liegenden Bodenkennwerte basieren sowohl auf Schätzungen als auch auf konkreten geologischen Daten (siehe Folie 14).

Wie im Vergleich auf Folie 13 ersichtlich, zeigt sich qualitativ bei beiden Varianten ein ähnlicher Verlauf der Kennwerte in Abhängigkeit vom Massenstrom. Die thermisch erzielbare Leistung liegt jedoch bei Verwendung der realitätsnahen, konkret ausgearbeiteten Bodenparameter deutlich höher als bei den zuvor angenommenen Durchschnittswerten.

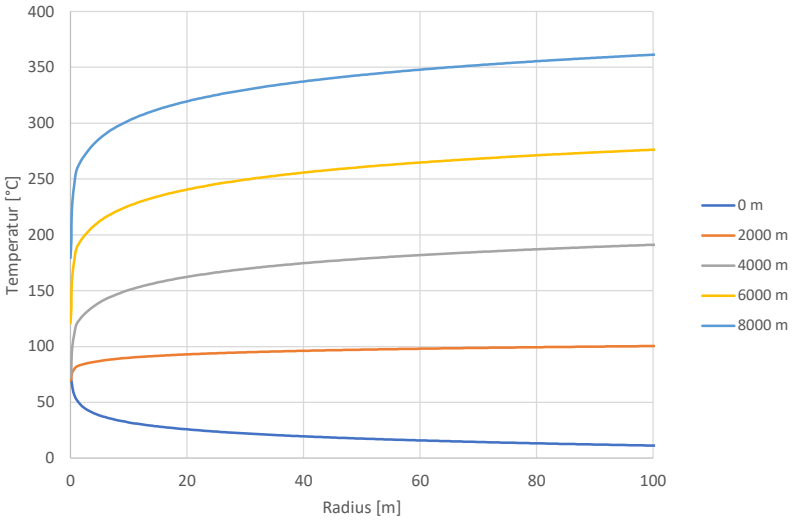
Insbesondere bei geringeren Massenströmen führt die verbesserte Wärmeleitfähigkeit und Wärmespeicherfähigkeit des Gesteins zu einer höheren Temperaturdifferenz und damit auch zu einer höheren Wärmeleistung. Mit zunehmendem Durchfluss wird dieser Effekt zwar geringer, bleibt jedoch im gesamten betrachteten Bereich messbar. Die Bodenwerte beeinflussen somit maßgeblich das thermische Verhalten des Gesamtsystems und stellen eine entscheidende Grundlage für die präzise Auslegung geothermischer Anlagen dar.

Im Folgenden werden alle weiteren Auswertungen mit den geologischen Bodenwerte aus Folie 10 gerechnet.

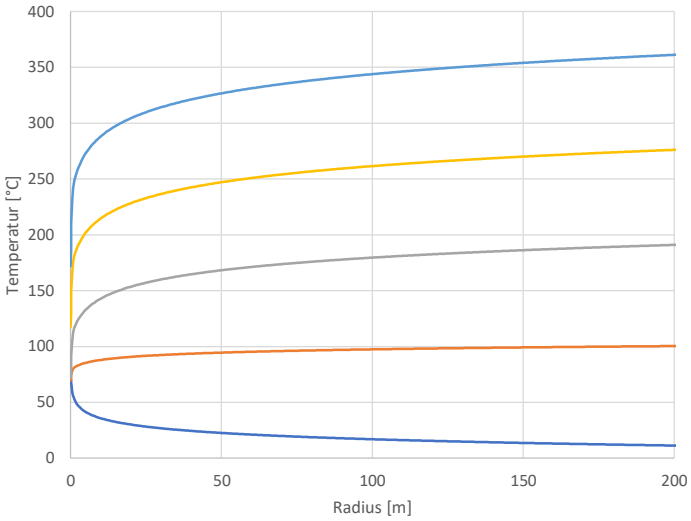
5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Radialer Temperaturverlauf für die Tiefen 0 m, 2.000 m, 4.000 m, 6.000 m, 8.000 m für die **Fallbohrung**:

- R_{max} = 100 m:



- R_{max} = 200 m:



- **Radialer Temperaturverlauf**
- **Aufnahmebohrung**

Eine zentrale Grundlage zum Verständnis der geothermischen Wärmeübertragung im Untergrund ist die Betrachtung des radialen Temperaturverlaufs an der Bohrungswand. In diesem Fall wird von einem stationären Zustand ausgegangen, das heißt, es wird ein zeitlich stabiler Endzustand angenommen, in dem sich die Temperaturverteilung ausschließlich über den radialen Abstand zur Bohrung ergibt. Zur Analyse werden verschiedene Schichttiefen – konkret 0 m, 2.000 m, 4.000 m, 6.000 m und 8.000 m – jeweils für die Steig- und Fallbohrung betrachtet.
Qualitativ ist zu erwarten, dass in geringen Tiefen, in denen die natürliche Bodentemperatur niedriger ist als die Temperatur der Bohrungswand, ein abfallender Temperaturverlauf mit zunehmender Entfernung zur Bohrung entsteht. In größeren Tiefen hingegen, in denen die Umgebungstemperatur höher ist als die Wandtemperatur, stellt sich ein ansteigender Verlauf ein.
Darüber hinaus kann durch Integration der Temperaturverläufe zwischen der maximalen und minimalen Temperatur die tatsächlich übertragene Wärmemenge berechnet werden.

In einem Temperatur-Radius-Diagramm (T-r-Diagramm) liefert die Temperaturverteilung in radialer Richtung um eine Bohrung zwar anschaulich eine Vorstellung über die thermischen Verhältnisse im Untergrund. Die Wärmemenge, die daraus nutzbar ist, entspricht jedoch nicht allein der Fläche unter der Temperaturkurve, wie es bei einfachen eindimensionalen Systemen der Fall wäre.
Da es sich um eine dreidimensionale, volumetrische Wärmespeicherung handelt, muss zusätzlich das Volumen des durchströmten/geförderten Gesteinsbereichs berücksichtigt werden.

Für die Modellierung des nutzbaren geothermischen Potenzials wird – wie bereits zuvor dargestellt – eine maximale radiale Ausdehnung des betrachteten Volumens von 100 m und 200 m angenommen.
Diese Werte definieren die äußeren Grenzen der modellhaften thermischen Einflusszone um die Bohrung und dienen ausschließlich der Näherung zur Ermittlung des gespeicherten Wärmepotenzials im Untergrund.

Der radiale Temperaturverlauf vom Innendurchmesser der Bohrung bis zur ungestörten Bodentemperatur kann über folgende logarithmische Gleichung (12) bestimmt werden:

$$\vartheta(r) = \vartheta_{Wand} - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot LB} \cdot \ln \frac{r}{r_{Wand}} \quad (12)$$

$\boldsymbol{\vartheta_{Wand}}$**:** Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$**:** Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]
$\boldsymbol{\lambda}$**:** Wärmeleitfähigkeit des Gesteins an betrachteter Tiefe [W/m · K]
LB: Länge eines finiten Elements [m]
r: Radius als veränderbarer Parameter [m]
$\boldsymbol{r_{Wand}}$**:** Innendurchmesser der Bohrung [m]

Mithilfe der Gleichung (12) lässt sich die logarithmische Temperaturverteilung in Abhängigkeit vom Radius bestimmen und grafisch darstellen. Die für die Berechnung benötigten Größen wurden bereits im Rahmen des vereinfachten stationären Wärmemodells ermittelt (vgl. Folie 11/12), daher kann die Temperaturverteilung nun unkompliziert durch Variation des Radius berechnet werden.

Beim Blick auf die zugrunde liegende Gleichung fällt auf, dass lediglich die bereits berechneten Temperaturen und Wärmeströme sowie die vorgegebenen geometrischen Bohrungsdurchmesser in die Formel eingehen. Dementsprechend lässt sich die radiale Temperaturverteilung sehr einfach berechnen.

- **Interpretation der radialen Temperaturverläufe**

Die beiden Darstellungen zeigen die radialen Temperaturverläufe bei verschiedenen Tiefenstufen (0 m, 2.000 m, 4.000 m, 6.000 m und 8.000 m) rund um das Bohrloch, jeweils bezogen auf zwei maximal betrachtete Radien von 100 m und 200 m. Für detaillierte Analysen mit maximalen Radien von 35 m und 70 m wird auf die Arbeit von Herrn Koutsivetas verwiesen [13].

Im Fall der radialen Ausdehnung bis 100 m lässt sich deutlich erkennen, dass bei einer Tiefe von 0 m die Temperatur des Fluids im Bohrlochmittelpunkt deutlich höher liegt als die des umliegenden Gesteins. Dies deutet auf eine Wärmeabgabe des Fluids an die Umgebung hin, wie sie typischerweise im oberflächennahen Anlagenteil bzw. im Rücklaufbereich auftritt. Ab einer Tiefe von etwa 2.000 m nähern sich die Temperaturen von Fluid und Gestein zunehmend an; das Temperaturgefälle nimmt deutlich ab. Mit weiterem Tiefenzuwachs kehrt sich das Temperaturverhältnis dann vollständig um: In Tiefenbereichen von 4.000 m bis 8.000 m zeigt sich nun, dass das umliegende Gestein eine höhere Temperatur als das zentrale Bohrlochfluid aufweist. Die Temperaturdifferenz

zwischen Zentrum und Rand nimmt mit zunehmender Tiefe zu, wobei die Steigung der Kurve am äußeren Rand bereits deutlich abflacht. Dies zeigt eine abnehmende Temperaturzunahme mit steigender radialer Entfernung.

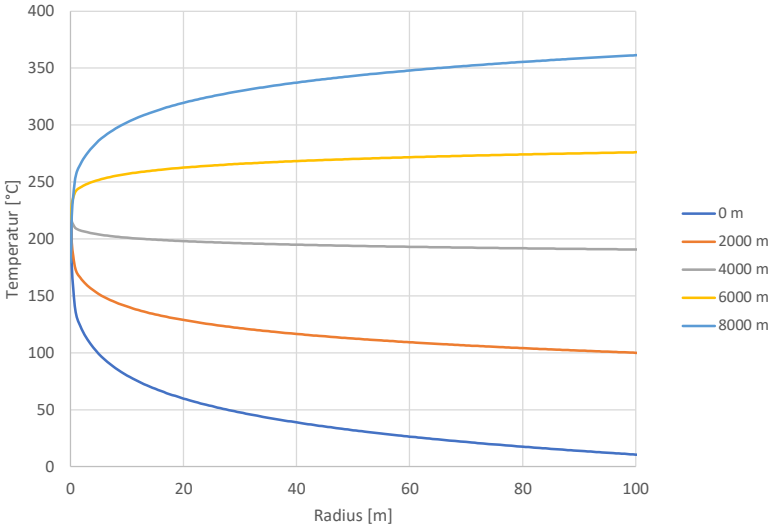
In der zweiten Darstellung erfolgt die Betrachtung mit einem erweiterten Radius von 200 m. Auch hier zeigt sich bei allen Tiefen ein vergleichbares Verhalten. In größeren Tiefen überwiegt die Temperatur des Gesteins gegenüber der des Fluids, wobei durch die größere radiale Ausdehnung deutlicher sichtbar wird, dass der Temperaturgradient mit wachsender Entfernung vom Zentrum zunehmend flacher wird. Insbesondere im Bereich von 6.000 m und 8.000 m Tiefe bleibt zwar ein klarer Unterschied zwischen Zentrum und Rand bestehen, jedoch ist die absolute Steigung des Temperaturverlaufs im äußeren Bereich spürbar geringer als im Nahbereich um das Bohrloch. Daraus ergibt sich, dass bei größerer betrachteter Radialtiefe das Gestein außerhalb des unmittelbaren Bohrumfeldes nur noch geringfügig zur nutzbaren Wärmemenge beiträgt, wenngleich es thermisch nicht vollständig ausgeglichen ist.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die radialen Temperaturverläufe mit zunehmender Tiefe einen deutlichen Wandel aufzeigen: Während das zentrale Fluid in oberflächennahen Tiefen noch als Wärmequelle für das vergleichsweise kältere Gestein fungiert, kehrt sich dieser Energiefluss zunehmend um. Ab etwa 2.000 m Tiefe liegt die Gesteinstemperatur über der des Fluids, wobei mit steigender Tiefe auch die Temperaturdifferenz bis zum Bohrlochzentrum zunimmt. Der Vergleich der beiden Radien zeigt überdies, dass sich der thermische Einflussbereich zwar über eine erweiterte Zone erstreckt, die nutzbare Wärme mit zunehmender Entfernung vom Zentrum jedoch aufgrund der abnehmenden Temperaturdifferenz nur noch begrenzt steigt. Diese Erkenntnisse sind für die Bewertung des geothermischen Potenzials und die realistische Dimensionierung des thermisch aktiven Volumens von zentraler Bedeutung.

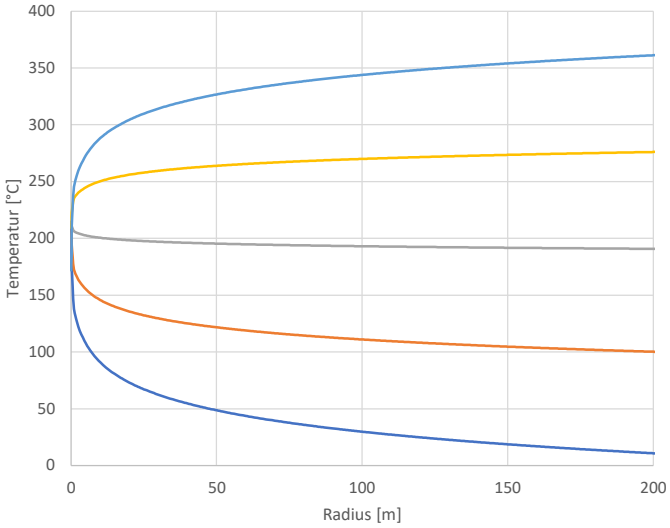
5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Radialer Temperaturverlauf für die Tiefen 0 m, 2.000 m, 4.000 m, 6.000 m, 8.000 m für die **Steigbohrung**:

- R_{max} = 100 m:



- R_{max} = 200 m:



- **Steigbohrung**

Die Analyse des radialen Temperaturverlaufs innerhalb des Steigrohrs, betrachtet für die beiden Modellradien von 100 m und 200 m, vertieft das Verständnis über das thermische Verhalten entlang der Förderstrecke und erlaubt den Vergleich mit den zuvor diskutierten Ergebnissen der umliegenden Gesteinsmatrix.

- **Interpretation der radialen Temperaturverläufe**

Im Bereich des Steigrohrs bei einem maximalen Radius von 100 m zeigt sich ein klar strukturiertes Temperaturprofil über die einzelnen Tiefenstufen. Auf 0 m befindet sich das Fluid im Inneren des Steigrohrs auf einer deutlich höheren Temperatur als das angrenzende Gestein. Dies unterstreicht, dass das Fluid nach dem Wärmeaustausch im Untergrund als „Wärmeträger“ zurückgeführt wird: Hier fließt weiterhin Wärme aus dem Fluid in das kühlere Gestein ab. Mit zunehmender Tiefe nimmt der Unterschied zwischen der Fluidtemperatur im Steigrohr und der Gesteinstemperatur ab; bei etwa 4.000 m Tiefe ergibt sich ein Zustand, in dem die Temperatur von Fluid und umliegendem Gestein nahezu gleich ist. Ab diesem Punkt – 4.000 m – zeigt sich ein Wendepunkt: Nun beginnt das Gestein, sukzessive wärmer zu werden als das zurückströmende Fluid. Dies setzt sich mit wachsender Tiefe (6.000 m, 8.000 m) fort und die Temperaturdifferenz nimmt im Vergleich zu oberflächennahen Abschnitten sichtbar zu, wobei das Gestein als zusätzliche Wärmequelle für das Fluid wirkt. Die Steilheit des Temperaturprofils verringert sich zum äußeren Randbereich, analog zu den Beobachtungen bei der Betrachtung der Gesteinsmatrix.

Mit der Erweiterung auf einen maximalen Radius von 200 m bestätigen sich die beschriebenen Trends, wobei insbesondere in größeren radialen Abständen und Tiefen

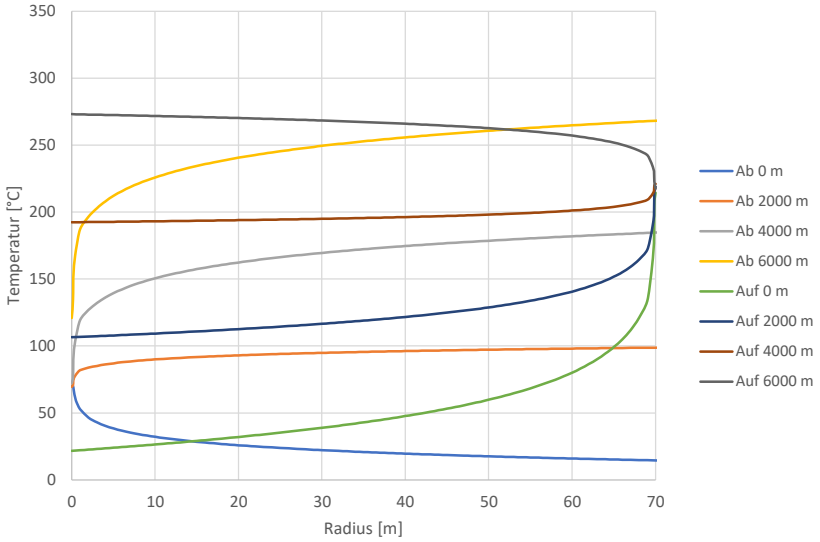
die Differenz zwischen Fluidtemperatur im Steigrohr und der Temperatur im umliegenden Gestein geringer wird. Bis zu einer Tiefe von 0 m zeigt sich das Fluid weiterhin überdurchschnittlich wärmer – die Wärme fließt primär aus dem Fluid nach außen. Wiederum liegt der Trennpunkt bei ungefähr 4.000 m Tiefe, an dem sich die Temperaturverhältnisse ausgleichen: Das Gestein und das Fluid erreichen ein vergleichbares Temperaturniveau. Unterhalb dieser Schwelle – ab 4.000 m – überwiegt die Temperatur im Gestein deutlich, was insbesondere in den Zonen ab 4.000 m Tiefe gut sichtbar ist. Mit wachsendem Radius flacht die Temperaturdifferenz abermals ab, der thermische Einflussbereich des Steigrohrs reicht jedoch dennoch merklich weiter in das Gestein als im 100-m-Modell.

Der Verlauf der Temperatur entlang des Steigrohrs verdeutlicht, dass bei oberflächennahen Tiefen das Fluid eine hohe Temperatur aufweist und somit primär als Wärmequelle für das kältere Gestein fungiert. Der markante Trennpunkt bei etwa 4.000 m Tiefe kennzeichnet den Übergang: Ab dieser Tiefe verhält sich das System umgekehrt, das Gestein fungiert als Wärmespeicher und gibt kontinuierlich thermische Energie an das Fluid ab, das im Steigrohr nach oben gefördert wird. Der Einflussbereich nimmt mit wachsendem Radius zu, jedoch sinkt der Beitrag zum nutzbaren Wärmepotenzial pro zusätzlichem Meter, da sich die Temperaturdifferenz zwischen Rohr und Gestein zunehmend abschwächt.

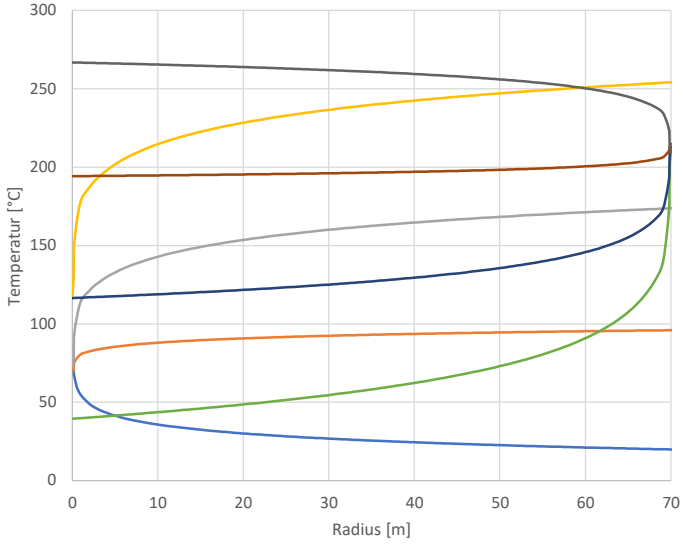
Der Vergleich von Steigrohr (Förderstrang) und Aufnahmebohrung (Injektionsstrang) offenbart ein spiegelbildliches Verhalten: Während im Aufnahmebereich das Arbeitsfluid abkühlt und Wärme an das Gestein abgibt, wird im Förderbereich – insbesondere in größeren Tiefen – Wärme aus dem Gestein aufgenommen.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Thermische Beeinflussung der beiden Bohrungen auf die entzogene Wärmeleistung
- R_{max} = 100 m:



- R_{max} = 200 m:



- **Thermische Beeinflussung der beiden Bohrungen auf die entzogene Wärmeleistung**

Zur Analyse der thermischen Wechselwirkungen in einem geothermischen System wurden die radialen Temperaturverläufe in unterschiedlichen Tiefen untersucht. Ziel war es, die gegenseitige Beeinflussung zweier benachbarter Bohrungen – einer Injektionsbohrung (Aufnahme) und einer Produktionsbohrung (Steigrohr) – bei einem seitlichen Abstand von 70 m zu bewerten. Zur besseren Übersicht und Fokussierung auf den relevanten Bereich wurde die Darstellung in diesem Fall auf den maximalen Bohrungsabstand von 70 m begrenzt und nicht – wie auf den Folien 16 und 17 – bis zum maximalen Betrachtungsradius ausgeweitet.

Eine thermische Beeinflussung tritt immer dann auf, wenn die von einer Bohrung verursachte Temperaturabsenkung im Untergrund über ihren eigenen Einflussbereich hinausreicht. Dies beginnt grundsätzlich ab einem radialen Abstand, der größer ist als die Hälfte des Bohrlochabstands, vorliegend also bei 35 m. In diesem Bereich kommt es zu einer Überlagerung der thermischen Einflusszonen beider Bohrungen, unabhängig davon, ob sich die dargestellten Temperaturkurven optisch überschneiden.

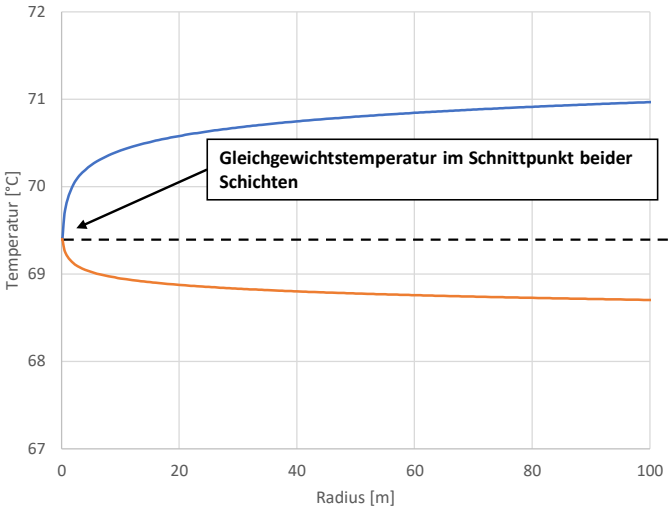
Die Berechnungen zeigen, dass die thermische Wechselwirkung nicht gleichmäßig über die Tiefe verläuft. Während in oberflächennahen Bereichen zunächst der Einfluss der Aufnahmebohrung dominiert, verschiebt sich dieser mit zunehmender Tiefe zunehmend in den Bereich der Produktionsbohrung. Ursache hierfür ist die fortlaufende Wärmeentnahme über das Steigrohr, durch die das umgebende Gestein sukzessive abgekühlt wird. Dadurch breitet sich eine thermische Front radial nach außen aus, die ab einer gewissen Tiefe auch den Einflussbereich der benachbarten Bohrung erreicht.

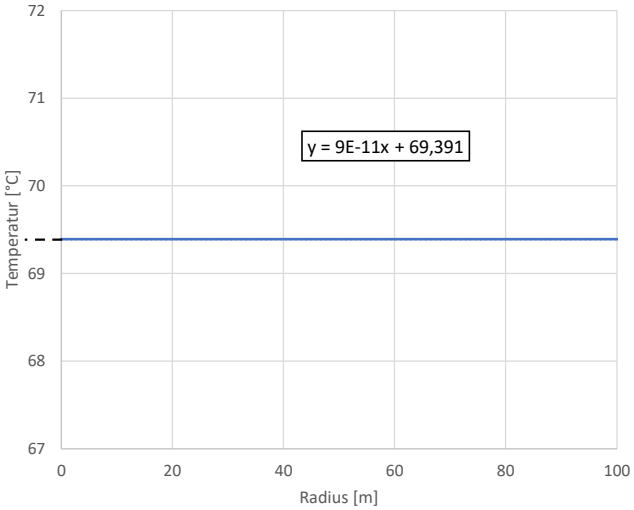
Insgesamt lässt sich festhalten, dass eine vollständige thermische Entkopplung der

Bohrungen nur dann gewährleistet wäre, wenn der Bohrlochabstand so groß ist, dass sich ihre thermischen Einflussbereiche auch jenseits von 35 m radialer Entfernung nicht überschneiden. Zur Sicherstellung eines wirtschaftlich und technisch effizienten Betriebs ist daher eine sorgfältige Festlegung geeigneter Bohrlochabstände erforderlich, um gegenseitige Beeinflussungen über die Betriebsdauer hinweg möglichst gering zu halten.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Radialer Temperaturverlauf an Schnittpunkt von Fluid – und Gesteinstemperatur
- Aufnahmebohrung bei einer Tiefe von 1.300 m und 1.350 m
- Aufnahmebohrung bei einer Tiefe von 1.315,4 m mittels einer linearen Interpolation ermittelt





- **Radialer Temperaturverlauf an Schnittpunkt von Fluid – und Gesteinstemperatur**

Die Darstellung des radialen Temperaturverlaufs im Bereich des Schnittpunkts zwischen dem strömenden Fluid (Wasser) und dem umgebenden Gestein sollte gemäß theoretischer Erwartung über den betrachteten Radius hinweg einen konstanten Verlauf aufweisen. Dies ist dadurch begründet, dass an diesem Punkt ein thermisches Gleichgewicht zwischen beiden Wärmeträgern vorliegt und somit ein einheitliches Temperaturniveau besteht.

Im Folgenden wird der Temperaturverlauf für einen maximalen Betrachtungsradius von 100 m sowohl für die Injektions- als auch für die Produktionsbohrung untersucht.
In der Injektionsbohrung lässt sich auf Grundlage der Berechnung sowie aus dem Temperaturverlauf auf Folie 11 qualitativ erkennen, dass sich das thermische Gleichgewicht in einer Tiefe zwischen 1.300 m und 1.350 m einstellt. Dies wird durch die Auswertung des radialen Temperaturprofils gestützt: In der Schicht bei 1.300 m Tiefe fällt die Temperatur leicht von 69,39 °C auf 68,70 °C, während sie in der darunterliegenden Schicht bei 1.350 m Tiefe von 69,39 °C auf 70,97 °C ansteigt. Daraus lässt sich schließen, dass die Gleichgewichtstemperatur zwischen Gestein und Bohrungswand innerhalb dieses Tiefenintervalls liegt.

Die begrenzte Genauigkeit bei der exakten Lokalisierung des Gleichgewichtsbereichs ergibt sich aus der gewählten Rechenschrittweite von 50 m. Mit einer feineren Diskretisierung der Schichtmächtigkeiten ließe sich die Temperaturverteilung zwar präziser bestimmen, gleichzeitig würde sich dadurch der Rechenaufwand erhöhen.

Aufgrund der annähernd linearen Temperaturzunahme sowohl im Gestein als auch im strömenden Wasser kann die Tiefe, an der kein Temperaturunterschied zwischen beiden

Medien besteht, durch lineare Interpolation ermittelt werden. Dabei lässt sich unter Rückgriff auf Gleichung (12), welche zur Berechnung des radialen Temperaturverlaufs herangezogen wird, der entsprechende Schnittpunkt näherungsweise bestimmen.

$$\vartheta(r) = \vartheta_{Wand} - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot LB} \cdot \ln \frac{r}{r_{Wand}} \quad (12)$$

$\boldsymbol{\vartheta_{Wand}}$**:** Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$**:** Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]
$\boldsymbol{\lambda}$**:** Wärmeleitfähigkeit des Gesteins an betrachteter Tiefe [W/m · K]
LB: Länge eines finiten Elements [m]
r: Radius als veränderbarer Parameter [m]
$\boldsymbol{r_{Wand}}$**:** Innendurchmesser der Bohrung [m]

Der für jede Schicht konstante Vorfaktor $\frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot LB}$ muss im Bereich des thermischen Gleichgewichts gegen null konvergieren. An diesem Schnittpunkt findet kein konvektiver Wärmeaustausch zwischen Gestein und Fluid mehr statt, da beide Medien die gleiche Temperatur aufweisen.

Da sowohl die Temperaturwerte als auch die zugehörigen Tiefen der beiden benachbarten Schichten im Bereich von 1.300 m bis 1.350 m bekannt sind, kann über eine lineare Interpolation die Bodentiefe des Gleichgewichtszustands ermittelt werden. Auf dieser Basis lässt sich anschließend auch die zugehörige Gleichgewichtstemperatur berechnen.

Die zugrunde liegende Formel zur linearen Interpolation lautet:

$$z = z_u + \frac{z_o - z_u}{x_o - x_u} \cdot (x - x_u) \quad (13)$$

z: Interpolierter Zahlenwert []
$\boldsymbol{z_u}$**:** Untere Stützstelle des zu berechnenden Zahlenwerts []
$\boldsymbol{z_o}$**:** Obere Stützstelle des zu berechnenden Zahlenwerts []
$\boldsymbol{x}$**:** Bekannter Zahlenwert []
$\boldsymbol{x_o}$**:** Obere Stützstelle des bekannten Zahlenwerts []
$\boldsymbol{x_u}$**:** Untere Stützstelle des bekannten Zahlenwerts []

Die Gleichung (13) kann nun auf die vorliegenden Temperatur- und Tiefendaten angewendet werden. Im ersten Schritt lässt sich damit diejenige Bodentiefe bestimmen, an der sich die Temperaturen des Gesteins und des strömenden Fluids im Gleichgewicht befinden:

$$z(t_{GG}) = 1.300\,m + \frac{(1.350 - 1.300)m}{\big(0{,}2411 - (-0{,}107)\big)K} \cdot \big(0 - (-0{,}107)\big)K = 1.315{,}4\,m$$

Dementsprechend ergibt sich durch die lineare Interpolation eine Bodentiefe von 1.315,4 m, bei der die Temperaturen des Gesteins und des Fluids im thermischen Gleichgewicht liegen. Die grafische Darstellung bestätigt die Plausibilität dieses Werts, da der Temperaturverlauf in der darüberliegenden Schicht bei 1.300 m deutlich flacher verläuft.

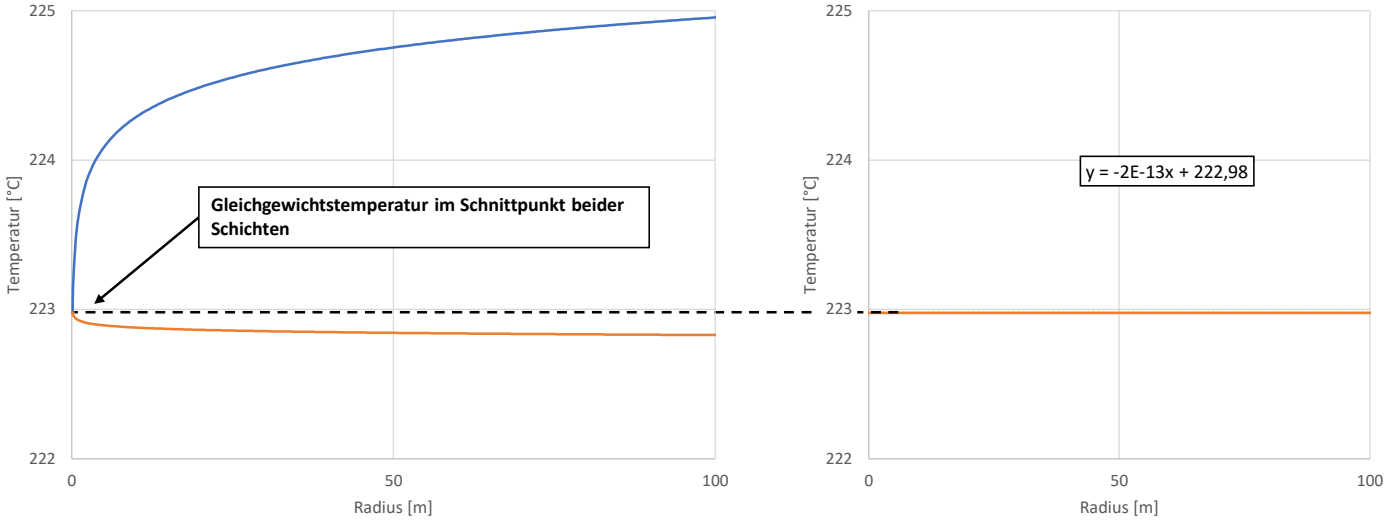
Auf Grundlage der ermittelten Tiefe von 1.315,4 m kann nun im nächsten Schritt eine weitere lineare Interpolation durchgeführt werden, um die entsprechende radiale Gleichgewichtstemperatur zu berechnen.

$$t_{GG}(z = 1.315{,}4\ m) = 69{,}397\ °C + \frac{(69{,}41 - 69{,}397)°C}{(1.350 - 1.300)m} \cdot (1.315{,}4 - 1.300)m$$
$$= 69{,}39\ °C$$

Über den gesamten radialen Verlauf zeigt sich ein konstanter Temperaturwert. Zudem lässt sich durch die Gegenüberstellung beider radialer Temperaturverläufe erkennen, dass sich die Gleichgewichtstemperatur im Übergangsbereich aus dem Schnittpunkt beider Kurven eindeutig ableiten lässt.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Radialer Temperaturverlauf an Schnittpunkt von Fluid – und Gesteinstemperatur
- Entnahmebohrung bei einer Tiefe von 4.800 m und 4.750 m
- Entnahmebohrung bei einer Tiefe von 4.752 m mittels einer linearen Interpolation ermittelt



- **Radialer Temperaturverlauf an Schnittpunkt von Fluid – und Gesteinstemperatur**

Mittels der gleichen linearen Interpolation (13) kann nun auch wieder die Schichttiefe für die zugehörigen Gleichgewichtstemperatur für die Entnahmebohrung berechnet werden:

$$z(t_{GG}) = 4.750\,m + \frac{(4.800 - 4.750)m}{(0{,}2988 - (-0{,}0122)K} \cdot \big(0 - (-0{,}0122)\big)K = 4.752\,m$$

Dementsprechend ergibt sich durch lineare Interpolation eine Bodentiefe von 4.752 m, bei der die Temperaturen des Gesteins und des strömenden Fluids im Gleichgewicht liegen. Die grafische Darstellung der beiden radialen Temperaturverläufe bestätigt die Plausibilität dieses Werts, da das thermische Gleichgewicht im Bereich der tieferliegenden Schicht bei 4.750 m deutlich erkennbar ist.

Auf Grundlage der numerischen Berechnung mit den zugrunde liegenden Annahmen liefert die ermittelte Tiefe von rund 4.752 m die Möglichkeit, über eine weitere lineare Interpolation die entsprechende Gleichgewichtstemperatur im radialen Verlauf abzuschätzen.

$$t_{GG}(z = 4.752\ \text{m}) = 222{,}90°C + \frac{(223{,}09 - 222{,}90)°C}{(4.800 - 4.750)m} \cdot (4.752 - 4.750)m$$
$$= 223{,}0\ °C$$

Über den gesamten radialen Verlauf ergibt sich ein nahezu konstanter Temperaturwert von 223,0 °C. Die ermittelte Gleichgewichtstemperatur lässt sich zudem auch grafisch zuverlässig aus dem Schnittpunkt der beiden radialen Temperaturverläufe ableiten.

Die ermittelten Gleichgewichtstiefen lassen sich nicht nur rechnerisch über die Temperaturgleichungen bestimmen, sondern auch anschaulich anhand der Temperaturverläufe auf den Folien 11 und 12 nachvollziehen. Dort sind die Schnittpunkte zwischen der ungestörten Untergrundtemperatur und der Bohrwasser-Temperatur unmittelbar erkennbar.
An diesen Schnittpunkten gilt $\boldsymbol{t_{Boden} = t_{Wasser}}$, was gleichbedeutend mit einem verschwindenden Wärmestrom ($\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion} = 0}$) ist. Damit können die Ergebnisse zusätzlich visuell überprüft und besser nachvollzogen werden.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Herleitung der entnommenen Energiemenge anhand des tatsächlichen Temperaturverlauf von den radiale Volumenelementen

Ansatz:

- $dQ = \rho_B \cdot c_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot LB \cdot \left(t_B - \vartheta(r)\right)$ (14)

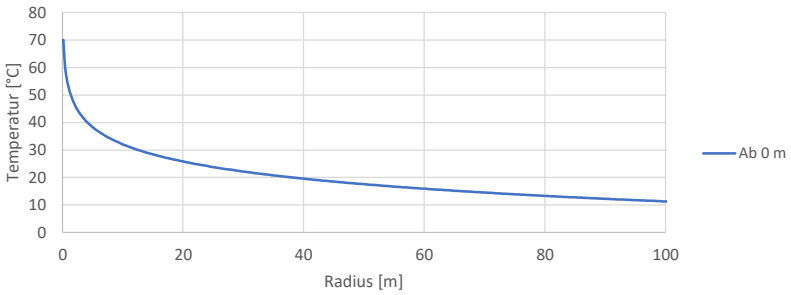
mit:

- $\vartheta(r) = \vartheta_{Wand} - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot LB} \cdot \ln \frac{r}{r_i}$ (12)

Erfolgt nach Integration über dr:

- $Q = \rho_B \cdot c_p \cdot \left[(t_B - t_W) \cdot \pi \cdot LB \cdot \left({R_{max}}^2 - {r_i}^2\right) - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot {R_{max}}^2 \cdot \ln\left(\frac{R_{max}}{r_i}\right) + \frac{1}{4} \cdot \left({r_i}^2 - {R_{max}}^2\right)\right)\right]$ (16)

- Zur Berücksichtigung des realen Temperaturverlaufs von Bohrung und ungestörter Bodentemperatur:



- **Herleitung der entnommenen Energiemenge anhand des tatsächlichen Temperaturverlaufs in den radiale Volumenelementen**

Die Lebensdauer des geothermischen Wärmeerzeugungssystems lässt sich über die maximal im Gestein verfügbare Wärmemenge und die im aktuell erreichten stationären Betriebszustand entnommene Leistung abschätzen.

Zunächst wird die gesamte Wärmekapazität pro Meter Bohrlochlänge auf Basis der spezifischen Wärmekapazität, Dichte und Temperaturdifferenz des umgebenden Gesteins sowie des betrachteten Volumens berechnet. Diese ergibt die theoretisch maximal entziehbare Energiemenge über die betrachtete Länge.

Im nächsten Schritt wird die im Gestein verbleibende Wärmemenge mithilfe eines analytischen Ansatzes ermittelt, der das stationäre Temperaturprofil und die Wärmeleitfähigkeit berücksichtigt. Die Differenz zwischen Gesamtwärmekapazität und verbleibender Wärme stellt dann die bereits entzogene Wärmemenge dar.
Aus dem Verhältnis dieser entzogenen Wärme zur theoretisch verfügbaren Gesamtwärmemenge ergibt sich das sogenannte Entnahmeverhältnis, das die bisherige thermische Ausnutzung des Systems charakterisiert.

Abschließend kann durch Division der entzogenen Wärmemenge durch die aktuell entnommene Leistung auf die thermische Lebensdauer des Systems geschlossen werden – also die Zeit, bis das Wärmereservoir bei gleichbleibender Leistung vollständig erschöpft wäre.

Nachfolgend wird die Herleitung der analytischen Formel dargestellt und im Rahmen einer Beispielrechnung angewendet. Ein anschließender Plausibilitätscheck dient der

Validierung der Resultate.

Zur Berechnung der effektiv entzogenen Wärmeenergie aus dem Untergrund wird ein analytischer Ansatz gewählt, der auf dem lokalen Temperaturverlauf in radialer Richtung basiert. Ziel ist es, die Wärmemenge zu quantifizieren, die aus einem zylindrischen Querschnitt mit innenliegender Wärmeträgerbohrung über die Tiefe entzogen wird.

1. Ausgangspunkt der Berechnung

Der lokale Energieeintrag pro radialem Volumenelement auf das Fluid ergibt sich aus der folgenden Gleichung:

$$dQ = \rho_B \cdot c_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot LB \cdot \left(t_B - \vartheta(r)\right) \quad (14)$$

$\boldsymbol{\rho_B}$: Dichte der vorliegenden Untergrundstruktur [kg/m^3]
$\boldsymbol{c_p}$: Spezifische Wärmekapazität des Untergrunds [kJ/$kg \cdot K$]
r: Radius als veränderbarer Parameter [m]
$\boldsymbol{dr}$: Infinitesimale radiale Schichtstärke [m]
$\boldsymbol{LB}$: Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{t_B}$: Temperatur des ungestörten Bodens [°C]
$\boldsymbol{\vartheta(r)}$: Temperatur des Wärmeträgers am Radius [°C]

Die Funktion $\vartheta(r)$ ergibt sich aus dem stationären Temperaturverlauf im radialen Wärmeleitungsfeld bei gleichmäßiger Wärmeabfuhr. Sie diente bereits als Grundlage zur Berechnung der radialen Temperaturverläufe (12):

$$\vartheta(r) = \vartheta_{Wand} - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda \cdot 2\pi \cdot LB} \cdot \ln\frac{r}{r_i} \quad (12)$$

$\boldsymbol{\vartheta_{Wand}}$: Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$: Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]
$\boldsymbol{\lambda}$: Wärmeleitfähigkeit des Untergrunds [W/m · K]
LB: Länge eines finiten Elements [m]
r: Radius als veränderbarer Parameter [m]
$\boldsymbol{r_i}$: Innendurchmesser der Bohrung [m]

2. Analytische Integration über den gesamten Querschnitt

Durch Integration über den gesamten radialen Bereich – also vom Innenradius der Bohrung r_i bis zu einem festgelegten maximalen Radius R_{max} – ergibt sich die gesamte entzogene Wärmemenge Q:

$$Q = \rho_B \cdot c_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot LB \cdot \int_{r_i}^{R_{max}} r \cdot \left(t_B - \vartheta(r)\right) \cdot dr \quad (15)$$

$\boldsymbol{Q}$: Entzogene Wärmemenge unter Berücksichtigung des Temperaturverlaufs [kJ]
$\boldsymbol{\rho_B}$: Dichte der Untergrundstruktur pro Schichttiefe [kg/m^3]
$\boldsymbol{c_p}$: Spezifische Wärmekapazität des Untergrunds [kJ/$kg \cdot K$]
$\boldsymbol{dr}$: Infinitesimale radiale Schichtstärke [m]
$\boldsymbol{LB}$: Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{t_B}$: Temperatur des ungestörten Bodens [°C]

$\boldsymbol{\vartheta(r)}$**:** Temperatur des Wärmeträgers am Radius [°C]

Nach Einsetzen der Gleichung für den radialen Temperaturverlauf (12) in das Integral und anschließender analytischer Auswertung ergibt sich:

$$Q = \rho_B \cdot c_p \cdot \left[(t_B - t_W) \cdot \pi \cdot LB \cdot \left({R_{max}}^2 - {r_i}^2 \right) - \frac{\dot{Q}_{Konvektion}}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot {R_{max}}^2 \cdot \ln\left(\frac{R_{max}}{r_i} \right) + \frac{1}{4} \cdot \left({r_i}^2 - {R_{max}}^2 \right) \right) \right] \quad (16)$$

$\boldsymbol{Q}$**:** Entzogene Wärmemenge unter Berücksichtigung des Temperaturverlaufs [kJ]
$\boldsymbol{\rho_B}$**:** Dichte der Untergrundstruktur pro Schichttiefe [kg/m^3]
$\boldsymbol{c_p}$**:** Spezifische Wärmekapazität des Untergrunds [kJ/$kg \cdot K$]
$\boldsymbol{t_B}$**:** Temperatur des ungestörten Bodens [°C]
$\boldsymbol{t_W}$**:** Temperatur der Bohrungswand [°C]
$\boldsymbol{LB}$**:** Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{R_{max}}$**:** Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{r_i}$**:** Innendurchmesser der Bohrung [m]
$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$**:** Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [W]
$\boldsymbol{\lambda}$**:** Wärmeleitfähigkeit des Untergrunds [W/m · K]

Diese analytisch hergeleitete Gleichung ermöglicht eine verlässliche Abschätzung der gesamten Wärmemenge, die im Verlauf der Betriebszeit dem Boden innerhalb eines definierten radialen Querschnitts entzogen wird. Die Kenntnis dieser entziehbaren Energiemenge ist ein zentraler Bestandteil bei der langfristigen Auslegung und Bewertung geothermischer Systeme. Sie liefert die energetische Grundlage für die Dimensionierung der Anlage sowie für die Prognose der Systemlebensdauer.
Insbesondere kann anhand dieser Berechnung abgeschätzt werden, wie lange ein geothermisches System in der Lage ist, eine bestimmte thermische Leistung aufrechtzuerhalten, bevor sich der Untergrund signifikant abkühlt und damit das Temperaturniveau sinkt. Auf Basis der entziehbaren Wärmemenge lassen sich somit betriebsstrategische Entscheidungen treffen, etwa hinsichtlich der Regenerationsphasen oder der zulässigen Betriebszyklen. Darüber hinaus können verschiedene Systemkonfigurationen verglichen werden, etwa durch Variation des maximalen Radialbereichs oder der Bohrlänge, um die thermische Ausbeute zu optimieren und gleichzeitig die nachhaltige Nutzbarkeit des Standorts sicherzustellen.

3. Numerischer Vergleich und Plausibilitätskontrolle

Neben der analytischen Bestimmung kann zur Plausibilitätsprüfung auch eine diskretisierte numerische Berechnung durchgeführt werden. Dabei wird der radiale Bereich in äquidistante Ringe mit Zunahmeschrittweite $dr = 0{,}1\ m$ unterteilt. Für jedes Ringsegment wird lokal die Differentialenergie dQ_i berechnet:

$$dQ_i = \rho_B \cdot c_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot dr \cdot LB \cdot \left(t_B - \vartheta(r_i) \right) \quad (17)$$

$\boldsymbol{\rho_B}$**:** Dichte der Untergrundstruktur pro Schichttiefe [kg/m^3]

$\boldsymbol{c_p}$: Spezifische Wärmekapazität des Untergrunds [kJ/$kg \cdot K$]
$\boldsymbol{r_i}$: Innendurchmesser der Bohrung [m]
$\boldsymbol{dr}$: Infinitesimale radiale Schichtstärke [m]
$\boldsymbol{LB}$: Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{t_B}$: Temperatur des ungestörten Bodens [°C]
$\boldsymbol{\vartheta(r_i)}$: Temperatur des Wärmeträgers am Radius [°C]

Die Gesamtsumme der Energie ergibt sich durch:

$$Q_{ges} = \sum_i dQ_i \quad (18)$$

Diese Methode erlaubt eine einfache Umsetzung in Excel und bietet durch die transparente Rechenstruktur eine gute Möglichkeit zur Verifikation der analytischen Lösung. Aufgrund der Diskretisierung ergibt sich jedoch eine gewisse Unsicherheit, insbesondere durch die Wahl der Schrittweite dr. Dennoch sollte die numerisch berechnete Energiesumme in guter Übereinstimmung mit dem analytischen Ergebnis stehen, sofern eine ausreichend feine Auflösung gewählt wurde.

Ein entsprechender Vergleich der beiden Verfahren mit den berechneten Werten ist auf Folie 22 dargestellt.

4. Bestimmung der Lebensdauer

Abschließend lässt sich die thermische Lebensdauer des Systems ermitteln, indem die entzogene Wärmemenge durch die aktuell entnommene Leistung dividiert wird:

$$Lebensdauer = \frac{Q_{ent}}{\dot{Q}_{Konvektion}} \quad (19)$$

$\boldsymbol{Q_{ent}}$: Tatsächlich entnommene Wärmemenge pro Elementlänge [kJ]
$\boldsymbol{\dot{Q}_{Konvektion}}$: Konvektionswärmestrom durch den Oberflächenabschnitt eines Elements [kW]

Diese Vorgehensweise ermöglicht eine Abschätzung, wie lange ein geothermisches System unter aktuellen Bedingungen betrieben werden kann, bevor das verfügbare Wärmereservoir erschöpft ist. Im Anschluss wird diese Berechnung exemplarisch anhand eines konkreten Fallbeispiels durchgeführt.

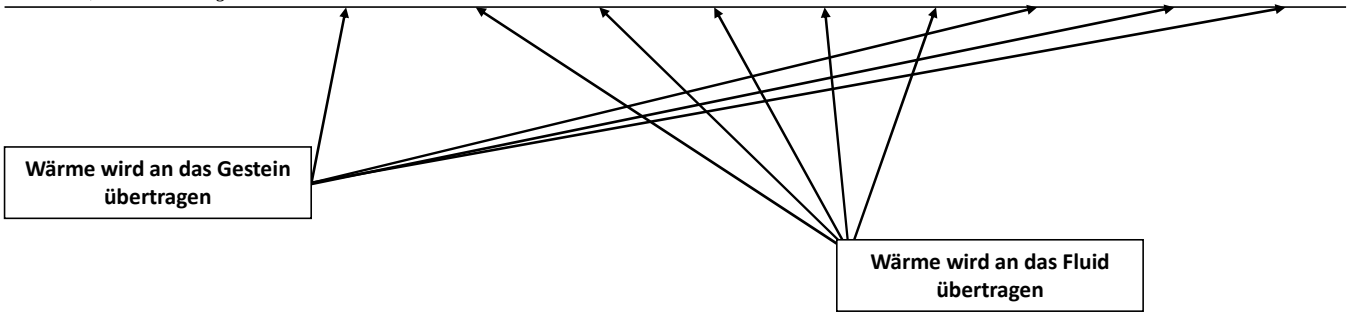
5. Fazit zur Vorgehensweise

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methodik zur Ermittlung der radialen Energieübertragung im geothermisch genutzten Untergrund vereint theoretische Modellierung mit praktischer Anwendbarkeit. Ausgehend von den grundlegenden Gleichungen der stationären Wärmeleitung wurde zunächst der Temperaturverlauf im radialen Querschnitt analytisch hergeleitet. Darauf aufbauend konnte durch Integration über den gesamten Querschnitt eine Beziehung zur insgesamt entzogenen Wärmemenge hergestellt werden. Durch diese Vorgehensweise lässt sich nicht nur der thermische Zustand des Untergrunds zu einem bestimmten Zeitpunkt beschreiben, sondern auch die langfristige thermische Ausbeute eines geothermischen Systems bewerten.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Plausibilitätsvergleich der ermittelten Integration über diskrete Berechnung der einzelnen radialen Schichten
- Stichprobenartiger **Vergleich** der entnommenen Energie aus dem Untergrund mit den zwei Methoden:

Tiefe [m]	0	2.000	4.000	6.000	8.000	6.000	4.000	2.000	0
$Q_{ent,Integration}[J]$	-1,11651E+13	3,25126E+13	1,23192E+14	1,31109E+14	1,41331E+14	1,87474E+13	-5,86331E+13	-1,48737E+14	-1,61003E+13
$Q_{ent,Diskretisierung}[J]$	-1,11653E+13	3,25129E+13	1,23193E+14	1,31110E+14	1,41332E+14	1,87475E+13	-5,86333E+13	-1,48739E+14	-1,61006E+13



- **Plausibilitätsvergleich der ermittelten Integration über diskrete Berechnung der einzelnen radialen Schichten**

Wie bereits auf Seite 21 erläutert, wurde zur Berechnung der radial entnommenen Wärmemenge eine analytische Integration durchgeführt. Um die Plausibilität dieser Methode zu überprüfen, wurde ergänzend eine diskrete Näherung vorgenommen. Dabei erfolgt die Berechnung der Wärmemenge über eine diskrete Annäherung an das radiale Integrationsverfahren, bei dem der betrachtete Radialbereich in Intervalle der Breite dr = 0,1 m unterteilt wurde. Für jedes einzelne Intervall wurde die entnommene Wärmemenge gemäß folgender Formel bestimmt:

$$dQ_i = \rho_B \cdot c_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot dr \cdot LB \cdot \left(t_B - \vartheta(r_i)\right) \quad (17)$$

$\boldsymbol{\rho_B}$: Dichte der Untergrundstruktur pro Schichttiefe [kg/m^3]
$\boldsymbol{c_p}$: Spezifische Wärmekapazität des Untergrunds [kJ/$kg \cdot K$]
$\boldsymbol{r_i}$: Innendurchmesser der Bohrung [m]
$\boldsymbol{dr}$: Infinitesimale radiale Schichtstärke [m]
$\boldsymbol{LB}$: Länge eines finiten Elements [m]
$\boldsymbol{t_B}$: Temperatur des ungestörten Bodens [°C]
$\boldsymbol{\vartheta(r_i)}$: Temperatur des Wärmeträgers am Radius [°C]

Die Gesamtsumme der Energie ergibt sich durch:

$$Q_{ges} = \sum_i dQ_i \quad (18)$$

Die Formel berücksichtigt sowohl die Geometrie des betrachteten Volumenelements als

auch die temperaturabhängige Wärmeübertragung im radialen Bereich. Für jeden Radiusabschnitt wurde der entsprechende Temperaturwert aus dem vorliegenden Temperaturprofil $\vartheta(r_i)$ eingesetzt und anschließend die einzelnen Wärmemengenwerte über alle Intervalle hinweg aufintegriert.

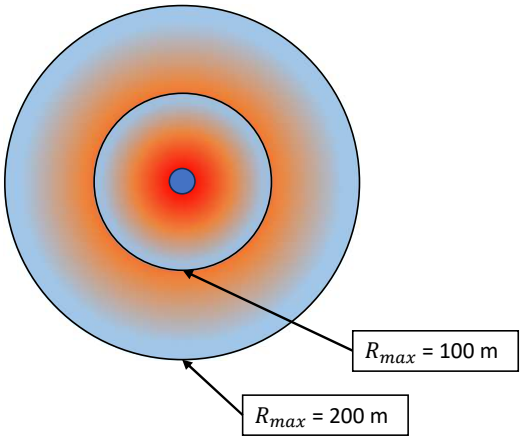
Die Ergebnisse der diskreten Näherung zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytisch integrierten Wärmemenge. Die Differenz liegt lediglich im Bereich der fünften Nachkommastelle, was angesichts der gewählten Diskretisierungsweite als vernachlässigbar eingestuft werden kann. Damit wird die ursprüngliche Integrationsmethode in ihrer Aussagekraft bestätigt.

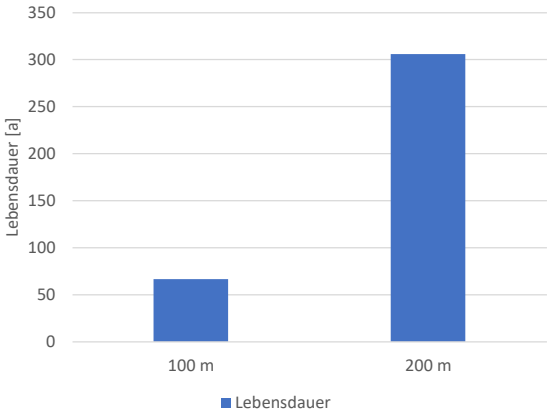
Darüber hinaus lassen sich aus der Auswertung weitere physikalisch relevante Beobachtungen ableiten. So zeigt sich ab einer Tiefe von etwa 2.000 m bzw. 6.000 m ein Vorzeichenwechsel in der berechneten Wärmemenge. Dies bedeutet, dass ab dieser Tiefe nicht länger dem Boden Wärme entzogen wird, sondern der Boden selbst beginnt, Wärme an das durchströmende Fluid abzugeben – es kommt also zu einem Wärmeeintrag statt -entzug. Konkret wurde diese Vorzeichenänderung der Wärmemenge für die Tiefen von 1.315,4 m sowie 4.752 m bestimmt, wie auf den Folien 19 und 20 dargestellt. Diese Beobachtung steht im Einklang mit den erwarteten thermischen Verhältnissen im weit vom Bohrloch entfernten Bereich, in dem das Fluid bereits stark abgekühlt ist.

In unmittelbarer Bohrlochnähe, also bei kleinen Radien, fällt die berechnete Wärmemenge vergleichsweise gering aus. Dies liegt zum einen an der im Modell gewählten Schichttiefe von lediglich 10 m, wodurch sich die Gesamtwärmemenge gegenüber tieferen Schichten deutlich reduziert – beispielsweise würde eine Tiefe von 50 m etwa das Fünffache an Energie liefern. Zum anderen weist der oberflächennahe Boden typischerweise eine geringere Wärmeleitfähigkeit, eine niedrigere Dichte und eine abweichende spezifische Wärmekapazität auf als tiefere Schichten. Diese Unterschiede in den thermischen Eigenschaften wurden in der Modellierung bereits berücksichtigt. Insgesamt bestätigt die diskrete Nachrechnung die Aussagekraft und Genauigkeit der analytischen Methode. Die geringfügigen Abweichungen lassen sich eindeutig durch die gewählte Diskretisierung sowie die physikalischen Eigenschaften des Untergrunds erklären. Damit erweist sich die analytische Berechnung als zuverlässiges Instrument zur energetischen Bewertung geothermischer Systeme.

5. Auswertung der Simulationsergebnisse

- Ermittlung der Lebensdauer bei geforderter Nennleistung des stationären Zustandes
- Darstellung des thermischen Einzugsvolumens





Je größer der Radius des betrachteten Bereichs, desto größer ist das zur Verfügung stehende thermische Volumen.

- **Ermittlung der Lebensdauer bei geforderter Nennleistung des stationären Zustandes**

Die Berechnungsgrundlage für das Vorgehen wurde bereits auf Folie 22 dargestellt und entsprechend angewendet sowie ausgewertet.

Zur Ermittlung des erforderlichen Massenstroms des Wassers wurden verschiedene Durchflussparameter getestet. Für den maximalen Radius von 200 m konnte dabei ein Bereich von 20,35 $\frac{kg}{s}$ bis 20,98 $\frac{kg}{s}$ bestimmt werden. Für den kleineren Radius von 100 m ergibt sich eine Spannweite des Massenstroms von etwa 20,15 $\frac{kg}{s}$ bis 20,78 $\frac{kg}{s}$.
Aus der Auswertung der thermisch abgenommenen Leistungen auf Folie 13 wurden jeweils zwei Punkte identifiziert, zwischen denen die geforderte thermische Leistung liegt. Für die vorliegende Berechnung wird eine thermische Leistung von **15 MW** gefordert, wie sie von der N-ERGIE als Abnahmeleistung für das Fernwärmenetz vorgegeben wurde. Die Hintergründe dieser thermischen Leistung können beim nochmaligen Nachlesen auf Folie 6 nachvollzogen werden. Um den exakt benötigten Massenstrom für die Ziel-Leistung zu bestimmen, wird daher eine lineare Interpolation (13) zwischen diesen beiden Punkten durchgeführt. Dies ist besonders sinnvoll, da in diesem Bereich ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen dem Massenstrom und der entnommenen thermischen Leistung besteht.

$$\dot{m} = \dot{m}_u + \frac{\dot{m}_o - \dot{m}_u}{P_{th,o} - P_{th,u}} \cdot \left(P_{th,Nenn} - P_{th,u}\right) \quad (13)$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich ein Massenstrom für den maximalen Betrachtungsradius von 200 m:

$$\dot{m}_w(R_{max} = 200\,m) = 20\,\frac{kg}{s} + \frac{(25-20)\frac{kg}{s}}{(17{,}41-14{,}64)MW} \cdot (15-14{,}64)MW = 20{,}65\,\frac{kg}{s}$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich ein Massenstrom für den maximalen Betrachtungsradius von 100 m:

$$\dot{m}_w(R_{max} = 100\,m) = 20\,\frac{kg}{s} + \frac{(25-20)\frac{kg}{s}}{(17{,}84-14{,}83)MW} \cdot (15-14{,}83)MW = 20{,}28\,\frac{kg}{s}$$

Mit diesen beiden Werten wurden die Simulationen für zwei unterschiedliche Radiusringe betrachtet und gestartet:

Für den äußeren Radiusring mit einem maximalen Radius von 200 m ergibt sich eine Lebensdauer von **306,2 Jahren**. Dies stellt einen deutlichen Unterschied zur vorherigen Modellberechnung mit einem konstanten Temperaturverlauf dar, bei der lediglich eine maximale Lebensdauer von 220,5 Jahren erreicht wurde.

Für den kleineren, gewählten Radius von 100 m ergibt sich hingegen eine maximale Lebensdauer von nur **66,6 Jahren**.

Anhand dieser Ergebnisse wird deutlich, dass der betrachtete Radius einen erheblichen Einfluss auf die Nutzungsdauer des geothermischen Systems hat. Ein größerer Radius bedeutet, dass ein größeres Gesteinsvolumen zur Verfügung steht, aus dem Wärme entzogen werden kann. Dadurch verteilt sich die thermische Belastung auf ein größeres Gebiet, was zu einer langsameren Abkühlung und somit zu einer deutlich längeren Lebensdauer führt. Dies unterstreicht die Bedeutung einer angemessenen Dimensionierung des thermischen Einzugsbereichs bei der Planung und Auslegung geothermischer Anlagen.

6. Ausblick

6. Ausblick

Im weiteren Verlauf des Projekts besteht die Möglichkeit, das bislang vereinfachte Modell zur Ermittlung des stationären Endzustands des geothermischen Systems deutlich zu verfeinern. Das aktuelle Modell basiert auf mehreren idealisierten Annahmen, die in der Realität in dieser Form nicht vollständig zutreffen. Insbesondere im Hinblick auf die geologischen Randbedingungen und die thermophysikalischen Eigenschaften des Untergrundes wurden bewusst Vereinfachungen vorgenommen, um eine erste Abschätzung der Systemauslegung zu ermöglichen.

Im Zuge der Modellierung hat sich jedoch klar gezeigt, dass insbesondere die Auswahl und Annahme der Gesteinsarten im Untergrund einen erheblichen Einfluss auf die Wärmeübertragungsprozesse und damit auf die thermisch entziehbare Leistung besitzt. Eine detailliertere geologische Aufnahme sowie die standortspezifische Erhebung von Materialkennwerten wie Wärmeleitfähigkeit, Dichte und Wärmekapazität würden die Aussagekraft des Modells weiter erhöhen und die Prognosequalität verbessern.

Trotz der getroffenen Vereinfachungen lassen sich auf Basis des stationären Zustands dennoch belastbare Aussagen über die grundsätzliche Eignung des betrachteten Konzepts treffen. Bei Annahme der verwendeten Geometrie und Materialdaten zeigt sich, dass das geothermische System einen signifikanten Beitrag zur Wärmeversorgung leisten kann – sowohl in Bezug auf die erzielbare Leistung als auch hinsichtlich der erreichbaren Betriebsdauer. Dies unterstützt die Zielsetzung einer langfristigen, nachhaltigen und defossilisierten Energieversorgung und unterstreicht die Wirtschaftlichkeit des Projekts bei entsprechender Auslegung.

Für eine realitätsnähere Betrachtung kann außerdem auf das deutlich umfangreicher ausgearbeitete geothermische Modell von **Prof. Dr. Matthias Popp** verwiesen werden, das eine wesentlich genauere Abbildung der dynamischen Wärmeübertragungsvorgänge im Untergrund ermöglicht. Durch dessen Berücksichtigung von nicht-stationären Effekten sowie variablen Gesteinsschichten wird ein noch tieferes Verständnis für die Wärmeausbreitung und mögliche thermische Sättigungseffekte gewonnen.
Für zukünftige Arbeiten bieten sich verschiedene sinnvolle Erweiterungen an. Dazu gehören insbesondere:

- die Integration **zeitabhängiger (instationärer) Simulationen**, um saisonale Schwankungen und die thermische Regeneration zu erfassen,
- die **Berücksichtigung mehrerer Bohrstränge** oder **Mehrfachbohrungen**, um das Verhalten in realen Anlagenszenarien zu simulieren,
- eine **Kopplung mit geologischen 3D-Untergrundmodellen**, etwa über geostatistische Methoden oder GIS-gestützte Daten,
- die **dynamische Modellierung des Fluids** inklusive Druckverlusten und Temperaturabfall,
- sowie eine **ökonomische Bewertung** unter Berücksichtigung der Investitions-, Betriebs- und Wartungskosten.

Diese Ergänzungen könnten helfen, die Genauigkeit und Aussagekraft des Modells weiter zu steigern und es zu einem belastbaren Werkzeug für die technische und wirtschaftliche Planung geothermischer Anlagen zu machen.

7. Quellenangaben

- [1]: Stober, I., Fritzer, T., Obst, K., Agemar, T., & Schulz, R. (2017). Deep Geothermal Energy: Principles and Application Possibilities in Germany. Leibniz-Institut für Angewandte Geophysik (LIAG). https://www.geotis.de/homepage/sitecontent/info/publication_data/public_relations/public_relations_data/LIAG_Deep_Geothermal_Energy.pdf (abgerufen am 02. Juni 2025)
- [2]: Eavor GmbH. (2021). Boundless Impact Research & Analytics – Eavor Klimafolgenprofil. https://eavor.de/studien/boundless-impact-research-analytics-eavor-klimafolgenprofil/ (abgerufen am 12. Juni 2025)
- [3]: Eavor GmbH. (2021). Hauptbetriebsplan für die Erschließung von Erdwärme am Projektstandort Breitenbach. https://www.regierung.oberbayern.bayern.de/mam/dokumente/bereich2/pfv/bergbau/uig/eavor_hauptbetriebsplan_breitenbach_3.0.pdf (abgerufen am 10. Mai 2025)
- [4]: Eavor Technologies Inc. (o. J.). Eavor-Lite™ Demonstration Project. https://www.eavor.com/eavor-lite/ (abgerufen am 09. Mai 2025)
- [5]: Eavor GmbH. (2024). Eavor Deutschland – Projekte & Technologie. https://www.eavor.de/ (abgerufen am 09. Mai 2025)
- [6]: Stober, I., & Bucher, K. (2015). Geothermie (4. Aufl.). Springer Spektrum.
- [7]: von Böckh, P., & Wetzel, T. (2020). Wärmeübertragung: Grundlagen und Praxis (7. Aufl.). Springer Vieweg
- [8]: Hähnlein, S. (2013). Oberflächennahe Geothermie – Nachhaltigkeit und Ökobilanz (Dissertation, Universität Tübingen). https://publikationen.uni-tuebingen.de/xmlui/bitstream/handle/10900/50012/pdf/Dissertation_Haehnlein_2014_01_10_UniBibVersion.pdf?sequence=1&isAllowed=y (abgerufen am 25. Juni 2025)
- [9]: Bundesverband Geothermie. (2016). Geothermische Speicher – Hintergrundpapier. https://www.geothermie.de/fileadmin/user_upload/Bibliothek/Downloads/BVG-Hintergrundpapier-Geothermische_Speicher_2025-05-27.pdf (abgerufen am 20. April 2025)
- [10]: VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (Hrsg.). (2013). VDI-Wärmeatlas (11., bearbeitete und erweiterte Auflage). Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 978-3-642-19981-8 (abgerufen am 02. Juli 2025).
- [11]: Ott, M. (2025). *Geothermie Nürnberg: Bohrtechnik und Bodenschichten.* Verfügbar unter: https://doi.org/10.34646/thn/ohmdok-4251 (abgerufen am 26. August 2025)
- [12]: Pöllot, J. (2025). *Druck- und Strömungssimulation eines geschlossenen Loop-Tiefengeothermiesystems im Großraum Nürnberg.* Verfügbar unter: https://doi.org/10.34646/thn/ohmdok-4249 (abgerufen am 04. Oktober 2025).
- [13]: Koutsivetas, V. (2025). *Simulation und Leistungsprognose eines geschlossenen Loop-Tiefengeothermiesystems im Großraum Nürnberg.* Verfügbar unter: https://doi.org/10.34646/thn/ohmdok-4254 (abgerufen am 05. Oktober 2025).

7. Quellenangaben

Die verwendeten Quellen dienten dem grundlegenden Verständnis der stationären Geothermie sowie der Darstellung konkret umgesetzter Pilotanlagen, insbesondere der Eavor-Loop-Technologie. Sie bilden die fachliche Basis für die Erläuterung des Themas und die Veranschaulichung anhand realer Projektbeispiele.

Alle Quellen sind zudem auf den Folien als Referenz zu den gezeigten Grafiken angegeben.