

Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

ZIB

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

RALF BORNDÖRFER MARIKA NEUMANN MARC PFETSCH

Angebotsplanung im öffentlichen Nahverkehr

Gefördert vom DFG-Forschungszentrum MATHEON „Mathematik für Schlüsseltechnologien“ in Berlin

ZIB-Report 08-04 (Januar 2008)

Angebotsplanung im öffentlichen Nahverkehr*

Ralf Borndörfer Marika Neumann Marc Pfetsch

Kurzfassung

Die Angebotsplanung im öffentlichen Nahverkehr umfasst die Aufgaben der Netz-, Linien-, Fahr- und Preisplanung. Wir stellen zwei mathematische Optimierungsmodelle zur Linien- und Preisplanung vor. Wir zeigen anhand von Berechnungen für die Verkehrsbetriebe in Potsdam (ViP), dass sich damit komplexe Zusammenhänge quantitativ analysieren lassen. Auf diese Weise untersuchen wir die Auswirkungen von Freiheitsgraden auf die Konstruktion von Linien und die Wahl von Reisewegen der Passagiere, Abhängigkeiten zwischen Kosten und Reisezeiten sowie den Einfluss verschiedener Preissysteme auf Nachfrage und Kostendeckung.

1 Einleitung

In der Angebotsplanung geht es um den Entwurf von Nahverkehrssystemen, die einen guten Service für die Fahrgäste bieten und kostengünstig für den Betreiber sein sollen. Üblicherweise wird diese Aufgabe in mehrere Schritte aufgeteilt, die der Planung des Netzes, des Linienverlaufs, der Taktzeiten und des Fahrplans entsprechen; außerdem werden die Fahrpreise festgelegt. Genau wie in der operativen Planung des Betriebsmitteleinsatzes, d.h. der Umlauf-, Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung, kann man auch die Teilschritte der Angebotsplanung als Optimierungsprobleme auffassen und versuchen, diese mit mathematischen Methoden zu lösen.

Die Angebotsplanung hat ihre besonderen Herausforderungen. Im Gegensatz zur operativen Planung, bei der Kosten klar im Vordergrund stehen, gibt es bei der Angebotsplanung typischerweise mehrere, sich teilweise widersprechende Ziele. Eine noch größere Schwierigkeit sind die vielfältigen Rückkopplungseffekte zwischen Größen wie Angebot und Nachfrage und die Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Planungsschritten. Ein Beispiel dafür sind Umsteigezeiten, die man in der Linienplanung gerne berücksichtigen würde, die aber erst nach der Fahrplanung zur Verfügung stehen.

*Gefördert vom DFG-Forschungszentrum MATHEON „Mathematik für Schlüsseltechnologien“ Projekt B15.

Diese komplexen Beziehungen führen zu dem Wunsch, die Angebotsplanung idealerweise vollständig oder zumindest in den wichtigsten Teilen integriert zu betrachten. Um dieses Fernziel anzusteuern, müssen aber zunächst einmal die Einzelprobleme beherrscht werden. Diese sind für sich genommen vom Schwierigkeitsgrad her ohne weiteres mit den Problemen der operativen Planung vergleichbar, aber sehr viel weniger intensiv untersucht. Es gibt keine allgemein akzeptierten Standards für Optimierungsmodelle für die einzelnen Aufgaben, ja es gibt im Gegenteil verbreitete Zweifel, ob die Themen überhaupt einer mathematischen Optimierungsmethodik zugänglich sind.

Wir diskutieren in diesem Artikel zwei Optimierungsansätze für die Planung von Linien und die Planung von Preisen. Die Linienplanung ist ein kombinatorisches Problem. Wir zeigen, dass sich Linienverläufe ebenso per Computer generieren und zu einem sinnvollen Gesamtnetz kombinieren lassen wie sich Dienste zu einem Dienstplan zusammensetzen lassen. Damit lassen sich komplexe Zusammenhänge analysieren. Die Bedeutung von Freiheitsgraden bei der Konstruktion von Linien und der Wahl der Reisewege der Passagiere sowie die Abhängigkeit zwischen Kosten und Reisezeiten bilden den Schwerpunkt unserer Untersuchungen. Unser Modell arbeitet, wie in diesem Bereich üblich, mit einer gegebenen Nachfrage. Rückwirkungen zwischen Angebot und Nachfrage betrachten wir anhand des Problems der Preisplanung. Dazu beschreiben wir das Passagierverhalten mit Logit-Modellen und zeigen, dass sich eine Optimierung verschiedener Preissysteme mit unterschiedlichen Zielsetzungen durchführen lässt. Langfristig wollen wir diese Ansätze in einem Gesamtmodell integrieren. Unsere Berechnungen erfolgen anhand von Daten der Verkehrsbetriebe in Potsdam (ViP).

Der Artikel ist wie folgt gegliedert. In Abschnitt 2 beschreiben wir die verwendeten Potsdamer Daten. In Abschnitt 3 widmen wir uns der Linienplanung, in Abschnitt 4 der Preisplanung. Ein Fazit ziehen wir in Abschnitt 5.

2 Daten

Im Rahmen des MATHEON-Projektes „Angebotsplanung im öffentlichen Nahverkehr“ [35] wurden uns von der Verkehr in Potsdam GmbH (ViP) und der IVU Traffic Technologies AG (IVU) Daten für die Stadt Potsdam zur Verfügung gestellt. Die Daten stammen aus dem Jahr 1998 und beinhalten das komplette Nahverkehrsnetz von Potsdam und Umgebung einschließlich einer sogenannten Origin-Destination-Matrix (OD-Matrix). Jeder Eintrag dieser Matrix gibt die Anzahl der Passagiere an, die innerhalb eines bestimmten Zeitraums (in unserem Fall ein Tag) von einem Punkt im Netz zu einem anderen Punkt reisen. Es gibt 951 Netzknoten (davon sind 111 OD-Knoten), 1321 Kanten und mit allen Varianten 86 bestehende Linien. Die Größe des Netzes konnten wir durch Preprocessing etwas reduzieren. Im Fall der Preisplanung reduziert sich die Zahl der betrachteten OD-Knoten weiter auf

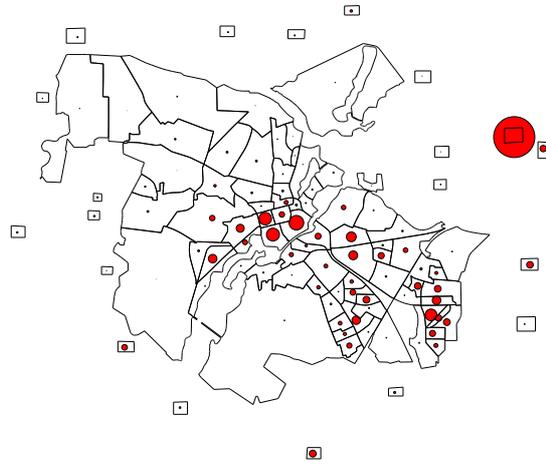


Abbildung 1: Die Stadt Potsdam eingeteilt in ihre OD-Bezirke. Die Größe der Kreise für jeden Bezirk ist proportional zu der Anzahl der Passagiere, die in den Bezirk reisen.

86, da wir dort nur das Bediengebiet von Potsdam betrachten. Eine Einteilung der Stadt Potsdam in zu den OD-Knoten gehörige Bezirke und die Verteilung der Nachfrage (Ziele) auf diese Bezirke ist in Abbildung 1 links dargestellt.

3 Linienplanung

In der Linienplanung sollen Linien (d. h. Linienverlauf und Frequenz) für eine Infrastruktur bestimmt werden, so dass ein durch eine OD-Matrix gegebenes festes Passagieraufkommen transportiert werden kann. Dabei muss eine Abwägung zwischen Servicequalität (z. B. geringe Fahrzeit) und Kosten vorgenommen werden.

3.1 Literaturüberblick

Es gibt einige Ansätze, mit Hilfe von Planungssystemen Linienpläne zu berechnen bzw. zu verbessern. Mit der Verkehrsplanungssoftware VISUM der ptv AG können zum Beispiel Veränderung am Liniennetz vorgenommen und die Auswirkungen am Rechner simuliert werden [30]. So weit wir wissen, gibt es bisher aber nur ganz wenige Beispiele für den Einsatz von mit mathematischen Optimierungsmethoden berechneten Linienplänen in der Praxis [22].

In der Operations-Research-Literatur wird die Linienplanung im öffentlichen Nahverkehr seit den 70er Jahren untersucht. Die ersten Ansätze beschäftigten sich mit heuristischen Verfahren zur Generierung "guter" Linien. Dabei wird in einem iterativen Prozess versucht, aus kurzen Teilstücken voll-

ständige Linien zusammensetzen, die gewisse Längen- und Zeitschranken erfüllen, siehe z. B. Silman, Barzily und Passy [33], Dubois, Bel und Libre [15], Sonntag [34] oder Pape, Reinecke und Reinecke [28].

Eine andere Idee zur Lösung des Linienplanungsproblems ist, zunächst eine Menge von möglichen Linien zu berechnen und daraus in einem zweiten Schritt ein Liniennetz sinnvoll auszuwählen. Ceder und Wilson [10] beschreiben einen Enumerationsalgorithmus, der Linien generiert, deren Länge einen kürzesten Weg um einen gegebenen Faktor nicht überschreitet. Mandl [24] schlägt eine lokale Suche vor, um über eine solche Menge an Linien zu optimieren. Ceder und Israeli [9, 20] wählen Linien in einem Transportnetzwerk mittels eines quadratischen Set-Covering-Ansatzes aus.

Der nächste Entwicklungsschritt war die Betrachtung des sogenannten „System Split“. Hierbei werden bestimmte Annahmen an das Verhalten der Passagiere getroffen, die die Reisewege a priori festlegen und damit eine Berechnung der Anzahl an Passagieren, die eine Kante benutzen, ermöglichen. Bouma und Oltrogge [6] führten dieses Prinzip in die Linienplanung ein. Sie entwickelten auf dieser Basis eine Software für die Planung und Analyse des Intercitynetzes der Niederlande, die auf einem Branch-and-Bound-Verfahren beruht.

In der jüngeren Literatur werden verschiedene Modelle zur Lösung der Linienplanung vorgestellt, die auf Methoden der gemischt-ganzzahligen Optimierung basieren. Bussieck, Kreuzer und Zimmermann [7] sowie Claessens, van Dijk und Zwaneveld [11] und Goossens, van Hoesel, und Kroon [18] entwickeln einen Branch-and-Cut-Algorithmus, um aus einer Menge von vordefinierten Linien die besten auszuwählen. Sie maximieren dabei die Anzahl der Direktfahrer bzw. minimieren die Kosten des Linienplans. Beide Gruppen führen Berechnungen für das Intercitynetz der Niederlande durch. Ihre Ansätze verwenden die Annahmen des System Splits und berechnen die Linien getrennt für jedes Verkehrssystem. Bussieck, Lindner, und Lübbecke [8] erweitern diese Modelle, indem sie nichtlineare Komponenten integrieren und die Qualität der Lösungen vergleichen. Scholl und Schöbel [31] und Scholl [32] entwickeln ein Modell, das auf einen System Split verzichtet und die Routen der Passagiere mitberechnet. Sie minimieren die Anzahl der Umstiege bzw. die Umsteigezeit.

3.2 Unser Ansatz

Basierend auf den Arbeiten [4, 3] betrachten wir eine Modellierung des Linienplanungsproblems als ein Mehrgüterflussproblem, das Reisewege von Passagieren und den Verlauf von Linien im Netz miteinander verknüpft. Unsere Modellierung erweitert die meisten Modelle aus der Literatur um folgende drei Aspekte: eine freie Routenwahl der Passagiere, eine freie Generierung von Linien nach gegebener Regel (d. h. eine Erweiterung des Linienpools) und die gleichzeitige Betrachtung von Passagierinteressen und Kostenaspek-

ten. Im Folgenden werden diese drei Punkte kurz erläutert.

In unserem Ansatz werden die Reisewege der Passagiere nicht als gegeben angenommen, sondern im Lösungsverlauf mit berechnet, d. h. die Passagier-routen können sich in Abhängigkeit vom Liniennetz ändern. Dabei wird ein sogenanntes Systemoptimum berechnet. Im Systemoptimum kann es vor- kommen, dass einige Passagiere über längere Wege geroutet werden, um die Gesamtkosten gering zu halten. Um das Routing fair zu gestalten, können Einschränkungen an die Routenwahl der Passagiere berücksichtigt werden, z. B. Schranken an die Länge der Passagierwege. Dies werden wir in unseren Berechnungen genauer untersuchen. Wir vergleichen freies Routing (d. h. alle Passagier-routen sind möglich), eine Fixierung der Passagierwege auf die kürzesten Wege und ein „freies“ Routen auf einer begrenzten Menge von Passagierpfaden. Weitere Aspekte werden in [29] diskutiert.

Des weiteren verzichtet unsere Modellierung auf eine Beschränkung auf einen statischen Liniennpool. Unser Ziel ist es, sich nicht von vornherein auf eine mehr oder weniger beliebig bestimmte Menge von möglichen Linien fest- zulegen, sondern alle Möglichkeiten zur Bildung von Linien zu betrachten, die gewisse Bedingungen erfüllen. Diese Bedingungen können z. B. Schran- ken an die Länge der Linien oder an die „Umwege“ von Linien sein (extrem lange Linien sind nicht sinnvoll). Auf diese Weise ergibt sich ebenfalls ein Li- niennpool, aber implizit. Es stellt sich heraus, dass man für unsere Instanzen diesen Liniennpool immer vollständig berechnen kann. Je nach Parameter- wahl variiert seine Größe zwischen 86 Linien (die zu der Zeit von Potsdam betriebenen Linien) und knapp 30 000 Linien (alle Linien, die nicht mehr als 56 Stationen anfahren). Der größte Liniennpool, der bisher in der Litera- tur betrachtet wurde, hatte etwa 1200 Linien und wurde in einem Modell eingesetzt, das auf einem System Split beruhte [18]. Die Berechnung eines ganzzahligen Liniennplans ohne vorherige Fixierung der Passagier-routen ist unseres Wissens bisher noch nicht erfolgt.

Die dritte Besonderheit unseres Modells betrifft die Zielfunktion. Wir minimieren eine gewichtete Summe (also einen Kompromiss) zwischen den Kosten des Betreibers und der Gesamtfahrzeit der Passagiere. Damit können wir den Einfluss von Betreiber- und Passagierinteressen auf den Liniennplan genauer untersuchen.

3.2.1 Modellierung

Im Folgenden beschreiben wir kurz unsere Modellierung des Liniennplanungs- problems.

Wir unterscheiden verschiedene Verkehrstypen (Bus, Straßenbahn usw.). Für jeden Verkehrstyp ist ein Netz mit Knoten und Kanten gegeben, die den Stationen und Fahrstrecken entsprechen. Die Menge aller Fahrstrecken bezeichnen wir mit A . Diese Netze sind durch Umsteigekanten miteinander gekoppelt. Weiter betrachten wir eine Menge von möglichen Linien \mathcal{L} in

$$\begin{aligned}
& \min \quad \lambda \sum_{\ell} (C_{\ell} x_{\ell} + c_{\ell} f_{\ell}) + (1 - \lambda) \sum_p \tau_p y_p \\
\text{(i)} \quad & \sum_{p \in \mathcal{P}_{st}} y_p = d_{st} \quad \forall (s, t) \in \mathcal{D} \\
\text{(ii)} \quad & \sum_{p \ni a} y_p \leq \sum_{\ell: a \in \ell} \kappa_{\ell} f_{\ell} \quad \forall a \in A \\
\text{(iii)} \quad & 0 \leq f_{\ell} \leq F x_{\ell} \quad \forall \ell \in \mathcal{L} \\
\text{(iv)} \quad & x_{\ell} \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in \mathcal{L} \\
\text{(v)} \quad & y_p \geq 0 \quad \forall p \in \cup P_{st}
\end{aligned}$$

Abbildung 2: Gemischt-ganzzahliges Optimierungsmodell zur Linienplanung.

diesen Netzen, den sogenannten Linienpool. Jede Linie verbindet zwei ausgezeichnete Endstationen in einem Netz und besteht aus zwei Richtungen. Jede Richtung ist ein einfacher Pfad, d. h. es wird keine Station mehrfach angefahren. Die Kapazität κ_{ℓ} einer Linie ℓ hängt von dem Verkehrstyp der Linie ab. Für eine Linie betrachten wir außerdem Fixkosten C_{ℓ} , die anfallen, sobald eine Linie in Betrieb genommen wird, und variable Kosten c_{ℓ} für den Betrieb der Linie, die von der Länge der Linie abhängen.

Für jedes OD-Paar (s, t) betrachten wir eine Menge von Pfaden \mathcal{P}_{st} , die s und t miteinander verbinden, die Passagierpfade oder Passagierrouen. Diese stellen die möglichen Reiserouten dar, die ein Passagier nutzen kann. Für jede solche Reiseroute ist die Fahrzeit τ_p durch die Netzdaten gegeben.

Unser Optimierungsmodell verwendet drei Arten von Variablen:

$y_p \in \mathbb{R}_+$: Anzahl der Passagiere von s nach t auf einem Pfad $p \in \mathcal{P}_{st}$,

$x_{\ell} \in \{0, 1\}$: gibt an, ob Linie ℓ in Betrieb genommen wird,

$f_{\ell} \in \mathbb{R}_+$: Frequenz der (in Betrieb genommenen) Linie ℓ .

Während die Variablen für die Linienwahl diskret sind, nehmen wir die Variablen für Frequenz und Passagierrouen als kontinuierlich an. Dies ist eine Vereinfachung, um die Komplexität des Problems etwas zu reduzieren. Wir können damit ein gemischt-ganzzahliges lineares Programm formulieren, das in Abbildung 2 dargestellt ist. Die Zielfunktion besteht aus zwei Teilen, den Linienkosten und der Gesamtfahrzeit für alle Passagiere. Beide Komponenten sind durch einen Faktor $\lambda \in [0, 1]$ gewichtet. Nebenbedingung (i) stellt für alle OD-Paare (s, t) sicher, dass die Nachfrage d_{st} von s nach t erfüllt wird. Die Kapazitätsbedingung (ii) garantiert für alle Kanten im Netz, dass die Gesamtkapazität aller Linien auf dieser Kante ausreicht, um das Passagieraufkommen auf dieser Kante zu erfüllen. Die letzte Nebenbedingung (iii) beinhaltet eine obere Schranke F an die Frequenz der Linie,

sowie die Bedingung, dass die Frequenz einer Linie nur positiv sein kann, wenn diese Linie auch im gewählten Liniennetz ist.

Für dieses Modell können wir mit Methoden der ganzzahligen Optimierung für eine Stadt der Größe von Potsdam Lösungen finden, die beweisbar nur wenige Prozent vom Optimum entfernt sind. Eine ausführliche Diskussion des Modells und des darin verwendeten Spaltengenerierungsansatzes für Passagier- sowie für Linienwege findet sich in [3, 4].

3.3 Berechnungen

Mit unseren Berechnungen wollen wir den Einfluss von drei Faktoren auf die Linienplanung untersuchen: die Wahl der Reisewege der Passagiere, die Konstruktion von Linien unter verschiedenen Regeln sowie den Einfluss von Reisezeiten und Kosten in der Zielfunktion. Alle Berechnungen wurden mit dem MIP-Löser SCIP Version 1.0 [1] durchgeführt.

Zunächst betrachten wir die Berechnung von Linienplänen, bei denen die Gewichtung von Fahrzeit und Kosten so gewählt ist, dass beide Teile etwa gleich groß sind. Für die Kosten eines Liniennetzes standen uns keine realen Daten zur Verfügung. Wir setzen die Fixkosten C_ℓ auf 1 000 000 und die variablen Kosten c_ℓ auf 1 000 pro Kante. Hierbei kommt es weniger auf den exakten Wert an als auf das Verhältnis zwischen fixen und variablen Kosten.

Tabelle 1 enthält die Ergebnisse unserer Berechnungen für verschiedene Größen des Linienpools und verschiedene Passagierrouting-Methoden für $\lambda = 0,5$. Die verschiedenen Linienpools ergeben sich durch die Variation der maximalen Länge einer Linie. Der Linienpool mit 86 Linien entspricht dem bestehenden Liniennetz von Potsdam mit allen Varianten, 1623 Linien entstehen, wenn man zusätzlich alle Linien zulässt, die höchstens 56 Knoten besuchen und höchstens 10 % länger als die direkten Verbindungen zwischen den Endstationen sind; bei 3238 Linien entspricht der „Umwegparameter“ 20 % usw. Der Linienpool mit 29 423 Linien entspricht allen Linien mit höchstens 56 Stationen.

Der erste Teil der Tabelle listet die Ergebnisse unseres Optimierungsmodells für eine Fixierung der Reisewege der Passagiere auf den kürzesten Weg bezogen auf den gegebenen Linienpool auf. Für die Berechnungen im zweiten Teil der Tabelle werden für jede Verbindung die 10 kürzesten Wege, die höchstens 20 % länger sind als der kürzeste Weg, für das Passagierrouting zugelassen. In einer weiteren Berechnung (dritter Teil der Tabelle) sind alle Passagier Routen möglich.

Die Zeilen in Tabelle 1 geben Kosten, Fahrzeiten, Linienanzahl und Zielfunktionswert der besten gefundenen Lösung an. Die letzte Spalte gibt die Dualitätslücke (d. h. die Differenz zwischen der besten bekannten unteren Schranke (LB) und oberen Schranke (UB)) nach der Formel $(UB - LB)/UB$ in Prozent an. Die Optimallösung kann damit um höchstens diesen Prozentsatz von der besten bekannten Lösung abweichen. Als Zeitlimit für die Be-

Linienpool	Fahrzeit [s]	Kosten	#Linien	Zielfunktionswert	Gap
86	$9,920 \cdot 10^7$	$7,255 \cdot 10^7$	52	$8,587 \cdot 10^7$	0,00
1623	$9,751 \cdot 10^7$	$6,984 \cdot 10^7$	52	$8,367 \cdot 10^7$	1,00
3238	$9,728 \cdot 10^7$	$7,129 \cdot 10^7$	51	$8,428 \cdot 10^7$	3,54
6753	$9,728 \cdot 10^7$	$6,912 \cdot 10^7$	50	$8,320 \cdot 10^7$	4,59
10885	$9,728 \cdot 10^7$	$6,862 \cdot 10^7$	48	$8,295 \cdot 10^7$	4,63
15486	$9,721 \cdot 10^7$	$6,850 \cdot 10^7$	50	$8,286 \cdot 10^7$	4,46
29423	$9,721 \cdot 10^7$	$6,728 \cdot 10^7$	47	$8,215 \cdot 10^7$	5,38
86	$1,009 \cdot 10^8$	$6,048 \cdot 10^7$	49	$8,070 \cdot 10^7$	0,00
1623	$9,873 \cdot 10^7$	$5,808 \cdot 10^7$	47	$7,840 \cdot 10^7$	1,52
3238	$9,856 \cdot 10^7$	$5,712 \cdot 10^7$	45	$7,784 \cdot 10^7$	3,43
6753	$9,858 \cdot 10^7$	$5,486 \cdot 10^7$	43	$7,672 \cdot 10^7$	3,70
10885	$9,866 \cdot 10^7$	$5,495 \cdot 10^7$	44	$7,680 \cdot 10^7$	4,41
15486	$9,850 \cdot 10^7$	$5,463 \cdot 10^7$	43	$7,656 \cdot 10^7$	3,63
29423	$9,850 \cdot 10^7$	$5,463 \cdot 10^7$	43	$7,656 \cdot 10^7$	5,19
86	$1,031 \cdot 10^8$	$5,115 \cdot 10^7$	42	$7,714 \cdot 10^7$	0,03
1623	$1,025 \cdot 10^8$	$4,573 \cdot 10^7$	35	$7,411 \cdot 10^7$	4,64
3238	$1,026 \cdot 10^8$	$4,477 \cdot 10^7$	35	$7,370 \cdot 10^7$	4,75
6753	$1,031 \cdot 10^8$	$4,347 \cdot 10^7$	33	$7,330 \cdot 10^7$	4,76
10885	$1,031 \cdot 10^8$	$4,347 \cdot 10^7$	33	$7,330 \cdot 10^7$	4,79
15486	$1,025 \cdot 10^8$	$4,366 \cdot 10^7$	34	$7,306 \cdot 10^7$	5,00
29423	$1,016 \cdot 10^8$	$4,388 \cdot 10^7$	34	$7,272 \cdot 10^7$	4,94

Tabelle 1: Liniennetzoptimierung für Potsdam für verschiedene Größen des Linienpools. Im ersten Teil der Tabelle werden die Passagierrouen für alle OD-Paare auf den kürzesten Weg fixiert. Im zweiten Teil werden für jedes OD-Paar die 10 kürzesten Wege zugelassen, sofern sie nicht 20 % länger sind als der kürzeste Weg. Im dritten Teil werden alle Reisewege zugelassen.

rechnungen wurden 12 Stunden gewählt.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit zunehmender Anzahl an möglichen Linien die Kosten zum Teil deutlich reduziert werden können. Insbesondere die Erhöhung des Linienpools von 86 auf 1623 Linien bringt eine Verbesserung von über 10% beim freien Passagierrouen und von etwa 4% beim eingeschränkten Routing der Passagiere. Obwohl die Fahrzeiten durch die Wahl von $\lambda = 0,5$ den größeren Teil in der Zielfunktion ausmachen, weisen die Kosten ein höheres Optimierungspotential auf als die Fahrzeiten. Durch das freie Rouen der Passagiere können bis zu 10% bessere Ergebnisse erzielt werden als wenn die Passagierpfade auf die kürzesten Wege fixiert werden, die Fahrzeiten steigen dabei um etwa 4%, aber die Kosten sinken um bis zu 35%. In Abbildung 3 ist der beste gefundene Linienplan aus dem Linienpool mit 3238 Linien für Potsdam dargestellt.

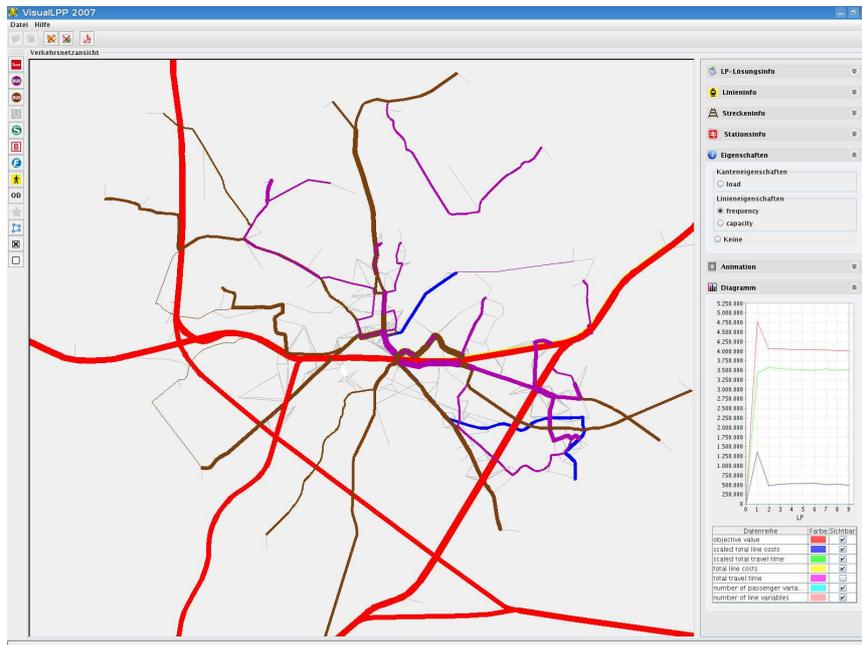


Abbildung 3: Visualisierungstool für die Linienplanung.

Abschließend betrachten wir die Auswirkungen des Gewichtungsfaktors λ in der Zielfunktion unseres Linienplanungsmodells am Beispiel eines Liniene pools mit 1623 Linien und freiem Passagierrouting.

Abbildung 5 links zeigt die Auswirkungen des Gewichtungsparameters λ auf die Fahrzeit bzw. die Kosten. Wir berechnen jeweils den Wert der LP-Relaxierung im Wurzelknoten des Branch-and-Bound-Baumes unseres Verfahrens für 21 verschiedene Werte von λ_i mit $\lambda_i = \frac{i}{20}$ $i = 0, \dots, 20$. Wird das Gewicht eher auf minimale Kosten gelegt ($\lambda = 1$), dann steigen die Fahrzeiten der Passagiere und umgekehrt. Die Kosten für einen fahrzeitminimalen Linienplan verdoppeln sich gegenüber den Kosten eines kostenminimalen Linienplans. Umgekehrt steigt die Fahrzeit für einen kostenminimalen Linienplan um etwa 36% gegenüber einem fahrzeitminimalen Linienplan. Die Auswahl des "richtigen" Verhältnisses dieser sich widersprechenden Größen ist natürlich eine politische Entscheidung, die jedoch durch derartige Berechnungen unterstützt und in ihren Auswirkungen transparenter gemacht werden kann.

Wir haben zusätzlich einen kostenminimalen Linienplan berechnet, bei dem die variablen Kosten 0 sind, d. h. dieser Linienplan kommt mit der minimal notwendigen Anzahl an Linien aus, um die Passagiere zu befördern. Die oberen Bilder in Abbildung 4 zeigen diesen linienminimalen Linienplan. Er enthält 33 Linien und die Gesamtfahrzeit entspricht rund $1,05 \cdot 10^8$ Sekunden. Die Liniennetze gleichen Bäumen und enthalten kaum Kreise. Die



Abbildung 4: *Oben:* Kostenminimaler bzw. Linienminimaler Linienplan aufgeschlüsselt nach den drei Transporttypen (von links Stadtbus, Regionalbus, Tram). *Unten:* Fahrzeitminimaler Linienplan aufgeschlüsselt nach den drei Transporttypen. Grau unterlegt kann man das komplette Netzwerk von Potsdam erkennen.

unteren Bilder derselben Abbildung zeigen dagegen einen Linienplan, der die Gesamtreisezeiten minimiert. Dieser Linienplan enthält 79 Linien und ist damit weitaus dichter als das obere Liniennetz. Die gewichtete Gesamtfahrzeit beträgt rund $9,75 \cdot 10^7$ Sekunden. Auffällig hierbei ist, dass die Fahrzeiten des linienminimalen Linienplans (ohne variable Kosten) nur um etwa 8% höher sind als im fahrzeitminimalen Linienplan, während die Fahrzeit im kostenminimalen Linienplan (siehe Abbildung 5 für $\lambda = 1$) 36% höher ist als im fahrzeitminimalen Linienplan. Dies bedeutet, dass die operativen Kosten (die im kostenminimalen Linienplan berücksichtigt werden) eine wichtige Rolle spielen. Die Einbeziehung von operativen Kosten kann dazu führen, dass lange Linien und hohe Frequenzen besonders stark ins Gewicht fallen. Um die Gesamtkosten gering zu halten, kann es daher besser sein etwas mehr und dafür kürzere Linien einzuführen als lange Linien mit hohen Frequenzen. Die höheren Fahrzeiten für die Passagiere rühren daher, dass dadurch direkte Verbindungen zerstört werden.

In einer letzten Berechnung haben wir die minimal nötige Anzahl an Linien ermittelt, ohne Fahrzeiten und operative Kosten zu berücksichtigen. In diesem Spezialfall können wir die Probleme optimal lösen. Für den Linienpool mit etwa 30 000 Linien waren 32 Linien nötig. Verglichen mit den Berechnungen, die auf einem Linienpool mit 1623 Linien beruhen, kann die minimal notwendige Linienanzahl, um alle OD-Knoten zu verbinden, nicht deutlich verringert werden. Zu berücksichtigen ist dabei, dass in unseren Berechnungen auch Linien der deutschen Bahn enthalten sind, da die OD-Daten sich auf das komplette Nahverkehrsnetz von Potsdam beziehen. Diese

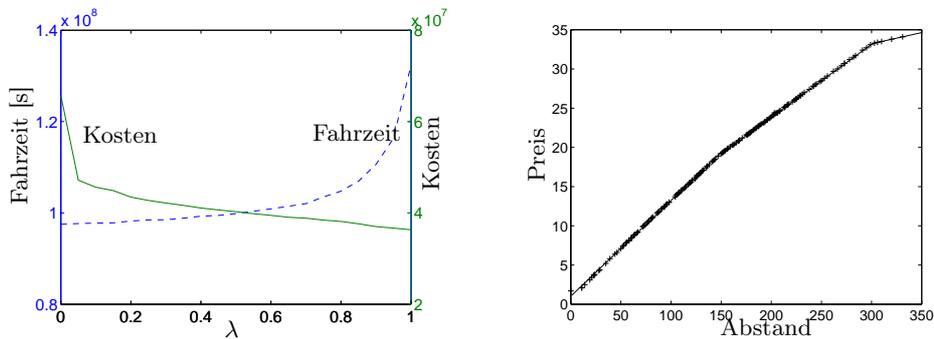


Abbildung 5: *Links:* Fahrzeit und Linienkosten in Abhängigkeit von ihrer Gewichtung in der Zielfunktion. *Rechts:* Einzelticketpreise vom niederländischen Fernverkehr abhängig von der Entfernung der Verbindung angenähert durch eine stückweise lineare Kurve.

S-Bahn und Regionalbahnlinien, insgesamt 21, die nicht von ViP betrieben werden, sind daher in allen Linienplänen enthalten und nehmen immer einen Teil des Verkehrs auf.

3.4 Zusammenfassung und Ausblick

Unsere Berechnungen zeigen, dass es möglich ist, mit Hilfe mathematischer Optimierungsmethoden Linienpläne zu finden, die die Kosten des Linienplans und die Fahrzeiten aller Passagiere minimieren. Wir sind damit in der Lage, bei fest vorgegebener Nachfrage Linienpläne mit beweisbar sehr guter Qualität für eine mittlere Großstadt zu berechnen. Unsere Berechnungen zeigen, dass die Ergebnisse sehr stark davon abhängen, welche Freiheitsgrade bei der Konstruktion von Linien und der Wahl der Passagierrouen, welches Verhältnis zwischen fixen und operativen Kosten und zwischen Reisezeiten und Kosten gewählt werden. Wir sehen nicht, wie diese Zusammenhänge ohne mathematische Optimierungsmethoden beherrscht werden könnten.

Es gibt eine Reihe von Aspekten, die in unserem Modell noch nicht enthalten sind. Bei der Fahrzeitberechnung können nicht die tatsächlichen Umsteigezeiten berücksichtigt werden, da diese erst nach der Erstellung eines Fahrplans bekannt sind. Ein nächster Schritt wäre daher, die Integration der Linienplanung mit der Fahrplanung. Eine Möglichkeit dabei ist zu untersuchen, welche Strukturen im Linienplan die Erstellung eines fahrzeit- oder kostengünstigen Fahrplans erleichtern bzw. erschweren. Davon ausgehend kann die Berechnung eines Linienplans, der eine „gute Struktur“ in Bezug auf einen fahrzeit- oder kostengünstigen Fahrplan hat, erfolgen. Eine andere Möglichkeit ist, während der Optimierung des Linienplans den Fahrplan mitzuberechnen. Dies bedeutet jedoch eine erhebliche Erhöhung an Komplexität und erfordert weitere mathematische Betrachtungen.

Ein weiterer Aspekt sind Rückwirkungen auf die Nachfrage. Änderungen im Linienplan ziehen Änderungen der Nachfrage nach sich, wenn Verbindung besser oder schlechter geworden sind. Dies würde man in der Linienplanung gerne mitberücksichtigen. Die wechselseitigen Beziehungen zwischen Nachfrage und Angebot sind jedoch sehr komplex. Als ersten Schritt haben wir die Abhängigkeit zwischen Nachfrage und Preis untersucht, über die wir im nächsten Abschnitt berichten. Wir planen diesen Ansatz auf die Linienplanung zu erweitern.

4 Preisplanung

Wir wenden uns nun der Preisplanung zu, deren Ziel die Optimierung eines Preissystems mit verschiedenen Fahrkartentypen ist, wobei die Wirtschaftlichkeit, die Zahl der Nutzer etc. eines Nahverkehrsunternehmens erhöht werden soll.

Preissysteme im deutschen Nahverkehr bestehen mehrheitlich aus einem Zonen- bzw. Wabentarif. Die Stadt Potsdam hat z. B. einen Zonentarif mit drei Zonen und festen Preisen für jede Zonenkombination. Diese Tarifstruktur bildet einen Kompromiss zwischen einem Einheitspreissystem und einem häufig als gerechter empfundenen Entfernungspreissystem, wie es für den Fernverkehr typisch ist, siehe in Abbildung 5 rechts die Preise für eine einfache Fahrt im niederländischen Fernverkehr (Stand 2005) in Abhängigkeit von der Entfernung. An diesem Beispiel zeigt sich auch, dass ein komplexes Preissystem mit verschiedenen Preisen für unterschiedliche Verbindungen nach einem einfachen Prinzip mit wenigen Parametern konstruiert werden kann. Um die verschiedenen Preise (hier einen kilometerabhängigen Preis und einen Fixpreis) zu bestimmen, reicht es, Steigung und Stützpunkte für jedes lineare Teilstück der Preisfunktion zu berechnen.

Änderungen oder Anpassungen von Preissystemen erfolgen derzeit meist mit Hilfe von Elastizitäten. Erste Untersuchungen zu Elastizitäten im Nahverkehr wurden von Curtin [12] durchgeführt, siehe auch die Arbeiten von Oum, Waters und Yong [27] oder Goodwin [17], in denen Werte für Elastizitäten angegeben werden. Dabei ist zu beachten, dass mit festen Elastizitäten nur lokal gültige Aussagen getroffen werden können. Dies ist für die Betrachtung von Substitutionseffekten zwischen verschiedenen Ticketarten bzw. Alternativen wie dem Auto nicht ausreichend. Schwierig ist auch die Analyse des Nullpreises, da die Elastizitätsfunktion dort eine Singularität hat.

Wir schlagen die Verwendung von diskreten Logit-Entscheidungsmodellen (siehe Maier und Weiss [23] oder Ben Akiva und Lerman [2]) vor, um die Beziehung zwischen Preis und Nachfrage auf einem detaillierten Niveau zu untersuchen. Das Logit-Modell ist dafür geeignet, die Beziehung zwischen Preis und Nachfrage, also die Anzahl verkaufter Tickets, als Funktion dar-

zustellen. Damit kann eine Nachfragefunktion konstruiert werden, die das Verhalten der Passagiere in Abhängigkeit von der Datenlage genau abbildet und wichtige Phänomene wie z. B. Substitutionseffekte zwischen Verkehrsarten und Ticketarten modelliert. Mit Hilfe einer solchen Nachfragefunktion können optimale Preise bzgl. verschiedener Ziele, z. B. die Nachfrage oder der Gewinn des Nahverkehrsunternehmens maximiert werden.

4.1 Literatur

Die Berechnung von Preisen mit Optimierungsmethoden hat in Literatur und Praxis bisher geringe Beachtung gefunden. Es gibt nur wenige Arbeiten, die dieses Problem aus mathematischer Sicht betrachten. Zu den Ausnahmen gehören Hamacher und Schöbel [19], die die Entwicklung eines Zonenpreissystems betrachten, dessen Preise möglichst wenig von einem vorgegebenen Preissystem abweichen. Sie entwickeln auf diese Art ein Zonenpreissystem für das Saarland. Kocur und Hendrickson [21] berechnen Preise für ein Busnetzwerk, die die Einnahmen maximieren. Sie verwenden dazu eine lineare Nachfragefunktion. De Borger, Mayeres, Proost und Wouters [14] betrachten ein Modell zur Maximierung der Wohlfahrt, das auf Elastizitäten basiert. Nash [25] entwickelt unter Verwendung einer elastizitätbasierten Nachfragefunktion verschiedene Modelle zur Maximierung des Gewinns, der Passagierkilometer und der sozialen Wohlfahrt für ein Busunternehmen. Glaister und Collins [16] führen ähnliche Untersuchungen für den Londoner Nahverkehr durch. Sie verwenden dazu Nachfragefunktionen, die mit für die Region typischen Elastizitäten skaliert wurden. Die meisten der genannten Modelle betrachten idealisierte Szenarien (z. B. gibt es im Allgemeinen keine Unterscheidung in verschiedene Ticketarten) und aggregierte Daten (d. h. insbesondere keine räumliche Verteilung der Passagiernachfrage).

4.2 Unser Ansatz

Basierend auf den Arbeiten [5, 26] schlagen wir einen Ansatz vor, in dem ein Passagier die Wahl zwischen verschiedenen Alternativen hat, um von einem Ort zu einem anderen zu reisen, z. B. mit dem Auto, mit einem Monats ticket oder einem Einzelticket. Das Modell basiert auf der Annahme, dass ein Passagier die Alternativen aufgrund von bestimmten Eigenschaften wie z. B. Preis und Fahrzeit voneinander unterscheidet. Die Ausprägung dieser Eigenschaften für jede Alternative kann als Nutzen interpretiert werden, d. h. wir haben eine Nutzenfunktion U für jede Alternative a , OD-Paar (s, t) und Fahrtenhäufigkeit $k = 1, \dots, N$

$$U_{st}^{a,k}(\mathbf{x}) = -p_{st}^{a,k}(\mathbf{x}) + V_{st}^{a,k} + \nu_{st}^a.$$

Der Nutzen hängt von einer Preisfunktion $p_{st}^{a,k}$, anderen messbaren Größen $V_{st}^{a,k}$ (wie Fahrzeit und Komfort) und einer Zufallsgröße ν_{st}^a ab. Die Zufalls-

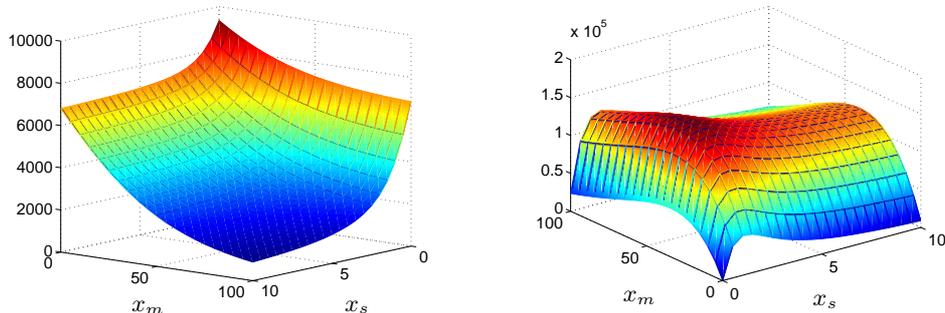


Abbildung 6: Links: Nachfragefunktion für Monatsticket (x_m ist der Monatsticketpreis) und 1 Einzelticket (x_s ist der Einzelticketpreis), rechts zugehörige Einnahmefunktion.

größe rührt daher, dass der messbare Nutzen meist nicht vollständig bestimmt werden kann und jeder Passagier individuelle Vorlieben hat. Dieses Modell kann je nach Datenlage beliebig fein gestaltet werden.

Die Idee ist nun, dass ein Passagier sich für die Alternative entscheidet, die für ihn den größten Nutzen hat. Da der Nutzen eine Zufallsvariable enthält, wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, mit der eine Alternative den größten Nutzen hat. Damit kann mit diesem Modell die erwartete Nachfrage nach den verschiedenen Ticketarten des ÖPNV berechnet werden. In Abbildung 6 links ist eine Nachfragefunktion abhängig von der Änderung des Einzel- und Montsticketpreises für Potsdam dargestellt.

Mit den so konstruierten Nachfragefunktionen lassen sich relativ leicht die erwarteten Einnahmen bestimmen. Wir erhalten ein nichtlineares mathematisches Optimierungsmodell, das sich für unsere Instanzen bei geeigneter Skalierung mit der Modellierungssoftware GAMS und dem nichtlinearen Solver MINOS lösen lässt, für eine detaillierte Beschreibung siehe [5]. Wir haben damit die Preise bestimmt, die die Einnahmen maximieren. Abbildung 6 rechts zeigt die Einnahmenfunktion abhängig vom Einzel- und Monatsticketpreis für Potsdam.

Eine wesentliche Annahme bei diesem Modell ist, dass das Angebot konstant bleibt. Wenn nun Preise berechnet werden, die eine drastische Nachfragesteigerung zur Folge haben, kann nicht immer garantiert werden, dass das vorhandene Angebot die Nachfrage erfüllen kann. Eine interessante Erweiterung ist daher die Einbeziehung von Kosten. Dabei werden neben Preisen auch die Linientakte geplant, so dass Teile der Linienplanung und der Fahrplanung miteinander kombiniert werden. Mit verschiedenen Varianten dieses Modells lassen sich Preise unter verschiedenen Zielsetzungen und Nebenbedingungen berechnen. Durch die Einbeziehung von Kosten ist z. B. die Maximierung des Gewinns (Einnahmen minus Kosten) oder die Maximierung der Nachfrage unter Berücksichtigung von Kostendeckung möglich. Es

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{(s,t) \in D} \sum_{a \in A'} \sum_{k=1}^N d_{st}^{a,k}(\mathbf{x}) \\
s.t. \quad & \sum_{(s,t) \in \mathcal{D}} \sum_{a \in A} \sum_{k=1}^N p_{st}^{a,k}(\mathbf{x}) \cdot d_{st}^{a,k}(\mathbf{x}) \geq \sum_{\ell \in \mathcal{L}} c_\ell f_\ell \\
& \sum_{\substack{(s,t) \in \mathcal{D} \\ e \in P_{st}}} d_{st}(\mathbf{x}) \leq \sum_{\ell: e \in \ell} f_\ell \cdot \kappa_\ell \quad \forall e \in E \\
& \mathbf{x} \geq 0 \\
& f_\ell \geq 0.
\end{aligned}$$

Abbildung 7: Preisplanungsmodell zur Maximierung der Nachfrage, wobei $p_{st}^{a,k}$ die Preisfunktion für Alternative (oder Ticketart) a und $d_{st}^{a,k}$ die Nachfragefunktion für Alternative a ist.

gibt Möglichkeiten zur Einbeziehung von Subventionen, des Vergleichs zweier Preissysteme oder der Analyse von Auswirkungen einer neu eingeführten Ticketart auf Einnahmen und Nachfrage. Das Modell zur Maximierung der Nachfrage ist in Abbildung 7 dargestellt. Die Nachfrage $d_{st}^{a,k}$ über alle OD-Paare (s, t) , alle Alternativen a und Fahrtenhäufigkeiten k wird maximiert unter der Bedingung, dass die Gesamteinnahmen nicht kleiner sein dürfen als die entstehenden Kosten (1. Nebenbedingung). Die zweite Nebenbedingung stellt sicher, dass die Kapazität auf jeder Kante im Netz ausreicht, um die Nachfrage zu erfüllen; wir nehmen dabei vereinfachend an, dass alle Passagiere auf dem kürzesten Weg fahren (f_ℓ ist die Frequenz der Linie ℓ). Auch diese Modelle zur Preisplanung lassen sich mit GAMS lösen.

4.3 Berechnungen

In Tabelle 2 sind für zwei verschiedene Preissysteme Berechnungen zur Einnahmenmaximierung und zur Nachfragemaximierung gegenübergestellt. Das Monats- und Einzelticketpreissystem entspricht dem in Potsdam verwendeten Preissystem. Wir haben außerdem Berechnungen mit einem Preissystem durchgeführt, das aus zwei Ticketarten besteht, bei dem die Preise von der Entfernung der OD-Paare abhängen. Das eine Ticket beinhaltet einen Kilometerpreis, d. h. der Preis einer Verbindung berechnet sich aus der Entfernung der Verbindung multipliziert mit einem zu bestimmenden Kilometerpreis. Für das andere Ticket muss man einen monatlichen Basispreis bezahlen, um dann nur noch 50 % des Kilometerpreises zu zahlen. Dieses Ticket entspricht der Idee einer Bahncard 50. Auf Grund fehlender Daten über die tatsächlichen Einnahmen und Kosten des Nahverkehrsnetzes in Potsdam haben wir diese berechnet. Zur Berechnung der Einnahmen haben wir schlicht die gegebenen Preise in die Einnahmefunktion eingesetzt. Zur Berechnung

		Einnahmen	Nachfrage	Kosten
Status quo		2 072 106	66 503,0	1 914 519
max. Einnahmen	Monats-/Einzelticket	2 165 282	57 021,2	1 914 519
	entf.abh. Preissystem	1 901 102	59 673,9	1 914 519
max. Nachfrage	Monats-/Einzelticket	2 027 025	70 772,0	2 027 025
	entf.abh. Preissystem	1 822 608	71 253,3	1 822 608

Tabelle 2: Preisoptimierung für Potsdam.

der Kosten haben wir die minimalen Taktfrequenzen berechnet, so dass die gegebene Nachfrage gerade abgedeckt wird. Diese Daten sind in der ersten Zeile von Tabelle 2 angegeben und entsprechen einer Referenzlösung für Potsdam.

Die Berechnungen zeigen, dass die Einnahmen bei Verwendung eines Preissystems mit Monats- und Einzelticket gegenüber der Referenzlösung um 4,5% verbessert werden können. Die Kosten entsprechen denen der Referenzlösung, weil nach Annahme das Angebot konstant bleibt. Die Maximierung der Nachfrage ergibt eine Steigerung gegenüber der Referenzlösung um 6,5% für das Preissystem mit Monats- und Einzelticket bzw. um gut 7% für das entfernungsabhängige Preissystem. Dabei scheint das Preissystem, das auf entfernungsabhängigen Tarifen beruht, für die gegebenen Daten die soziale Wohlfahrt zu verbessern, da mehr Passagiere zur Nutzung des ÖPNV gewonnen werden können und die Kosten bei diesem Preissystem geringer sind als bei dem herkömmlichen Preissystem.

5 Fazit

Wir haben in diesem Artikel zwei Ansätze zur mathematischen Behandlung von Problemen der Angebotsplanung vorgestellt. Diese Modelle lassen sich derzeit bereits für Städte mittlerer Größe lösen. Bei der mathematischen Modellierung mag vielleicht der eine oder andere Aspekt unberücksichtigt geblieben sein. Dagegen steht der Vorteil, das Gesamtnetz mit seinen komplexen Wechselwirkungen zwischen Kosten und Nutzen sowie Angebot und Nachfrage unter Berücksichtigung weitgehender Freiheitsgrade optimieren zu können. Damit lässt sich quantitativ abwägen, welche Maßnahmen in ihrer Gesamtheit gegebene Ziele am Besten verwirklichen. Diese Methoden ergänzen die bewährten Planungsmethoden und können damit einen Beitrag zur Verbesserung des Nahverkehrsangebots leisten.

Literatur

- [1] Achterberg, T.: *Constraint Integer Programming*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2007.
- [2] Ben-Akiva, M. und S. R. Lerman: *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press, Cambridge, 2. Aufl., 1985.
- [3] Borndörfer, R., M. Grötschel und M. E. Pfetsch: *A Column-Generation Approach to Line Planning in Public Transport*. *Transportation Sci.*, 41(1):123–132, 2007.
- [4] Borndörfer, R., M. Grötschel und M. E. Pfetsch: *Models for Line Planning in Public Transport*. In: Hickman, M., P. Mirchandani und S. Voß (Hrsg.): *Computer-aided Systems in Public Transport*, Bd. 600 d. Reihe *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, S. 363–378. Springer-Verlag, 2008.
- [5] Borndörfer, R., M. Neumann und M. E. Pfetsch: *Optimal Fares for Public Transport*. In: Waldmann, K. und U. Stocker (Hrsg.): *Proc. of Operations Research 2005*, S. 29–36. Springer-Verlag, 2007.
- [6] Bouma, A. und C. Oltrogge: *Linienplanung und Simulation für öffentliche Verkehrswege in Praxis und Theorie*. *Eisenbahntechnische Rundschau*, 43(6):369–378, 1994.
- [7] Bussieck, M. R., P. Kreuzer und U. T. Zimmermann: *Optimal Lines for Railway Systems*. *Eur. J. Oper. Res.*, 96(1):54–63, 1997.
- [8] Bussieck, M. R., T. Lindner und M. E. Lübbecke: *A fast algorithm for near optimal line plans*. *Math. Methods Oper. Res.*, 59(2), 2004.
- [9] Ceder, A. und Y. Israeli: *Scheduling considerations in designing transit routes at the network level*. In: Desrochers, M. und J.-M. Rousseau (Hrsg.): *Proc. of the Fifth International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT), Montréal, Canada, 1990*, Bd. 386 d. Reihe *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, S. 113–136. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992.
- [10] Ceder, A. und N. H. M. Wilson: *Bus Network Design*. *Transportation Res.*, 20B(4):331–344, 1986.
- [11] Claessens, M. T., N. M. van Dijk und P. J. Zwaneveld: *Cost optimal allocation of rail passenger lines*. *Eur. J. Oper. Res.*, 110(3):474–489, 1998.
- [12] Curtin, J. F.: *Effect of Fares on Transit Riding*. Highway Research Record 213, Washington D.C., 1968.

- [13] Daduna, J. R., I. Branco und J. M. P. Paixão (Hrsg.): *Proc. of the Sixth International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT), Lisbon, Portugal, 1993*, Bd. 430 d. Reihe *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995.
- [14] De Borger, B., I. Mayeres, S. Proost und S. Wouters: *Optimal Pricing of Urban Passenger Transport, A Simulation Exercise for Belgium*. *J. of Transport Economics and Policy*, 30(1):31–54, 1996.
- [15] Dubois, D., G. Bel und M. Llibre: *A set of methods in transportation network synthesis and analysis*. *J. Oper. Res. Soc.*, 30(9):797–808, 1979.
- [16] Glaister, S. und J. Collings: *Maximisation of Passenger Miles in Theory and Practice*. *J. of Transport Economics and Policy*, 12(3):304–321, 1978.
- [17] Goodwin, P. B.: *A Review of New Demand Elasticities with Special Reference to Short and Long Run Effects of Price Changes*. *Journal of Transport Economics and Policy*, 26(2):155–169, 1992.
- [18] Goossens, J.-W. H. M., S. van Hoesel und L. G. Kroon: *A Branch-and-Cut Approach for Solving Railway Line-Planning Problems*. *Transportation Sci.*, 38(3):379–393, 2004.
- [19] Hamacher, H. und A. Schöbel: *Design of Zone Tariff Systems in Public Transport*. *Oper. Res.*, 52(6):897–908, 2004.
- [20] Israeli, Y. und A. Ceder: *Transit Route Design Using Scheduling and Multiobjective Programming Techniques*. In: Daduna, J. R. et al. [13], S. 56–75.
- [21] Kocur, G. und C. Hendrickson: *Design of Local Bus Service with Demand Equilibrium*. *Transportation Sci.*, 16(2):149–170, 1982.
- [22] Kroon, L.: *Timetabling Models of Netherlands Railways*. Vortrag auf dem Kolloquium „Automatische Generierung von Fahrplänen“, 25.09.2007, TU Dresden, 2007.
- [23] Maier, G. und P. Weiss: *Modelle diskreter Entscheidungen*. Springer-Verlag, Wien, 1990.
- [24] Mandl, C. E.: *Evaluation and Optimization of Urban Public Transportation Networks*. *Eur. J. Oper. Res.*, 5:396–404, 1980.
- [25] Nash, C.: *Management Objectives, Fares and Service Levels in Bus Transport*. *J. of Transport Economics and Policy*, 12(1):70–85, 1978.

- [26] Neumann, M.: *Fare Planning for Public Transport*. In: Waldmann, K. und U. Stocker (Hrsg.): *Proc. Operations Research 2006*, S. 61–66. Springer-Verlag, 2007.
- [27] Oum, T. H., W. G. Waters II und J.-S. Yong: *Concepts of Price Elasticities of Transport Demand and Recent Empirical Estimates*. *J. of Transport Economics and Policy*, 26(2):139–154, 1992.
- [28] Pape, U., Y.-S. Reinecke und E. Reinecke: *Line Network Planning*. In: Daduna, J. R. *et al.* [13], S. 1–7.
- [29] Pfetsch, M. E. und R. Borndörfer: *Routing in Line Planning for Public Transportation*. In: Haasis H.-D. *et. al.* (Hrsg.): *Proc. Operations Research 2005*, S. 405–410. Springer-Verlag, 2006.
- [30] ptv AG: *Visum Website*. http://www.ptv.de/cgi-bin/traffic/traf_visum.pl.
- [31] Schöbel, A. und S. Scholl: *Line Planning with Minimal Traveling Time*. In: Kroon, L. G. und R. H. Möhring (Hrsg.): *5th Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways*, Dagstuhl, Germany, 2006. Internationales Begegnungs- und Forschungszentrum für Informatik (IBFI), Schloss Dagstuhl, Germany.
- [32] Scholl, S.: *Customer-Oriented Line Planning*. Dissertation, University of Göttingen, 2005.
- [33] Silman, L. A., Z. Barzily und U. Passy: *Planning the route system for urban buses*. *Comput. Oper. Res.*, 1:201–211, 1974.
- [34] Sonntag, H.: *Ein heuristisches Verfahren zum Entwurf nachfrageorientierter Linienführung im öffentlichen Personennahverkehr*. *Z. Oper. Res.*, 23:B15–B31, 1979.
- [35] Zuse Institut Berlin: *Website Angebotsplanung im öffentlichen Nahverkehr*. <http://www.zib.de/Optimization/Projects/Traffic/Matheon-B15/Matheon-B15long2.de.html>.