Simultane Optimierung von Risiko und Ertrag am Beispiel eines Strombeschaffungsportfolios eines kleineren Marktteilnehmers

Dipl.-Math. techn. **A. Eichhorn**, Prof. Dr. **W. Römisch**,
Dipl.-Math. **I. Wegner-Specht**, Humboldt-Universität, Berlin

Kurzfassung

Bei der Produktions- und Handelsplanung treffen Energieversorgungsunternehmen eine Reihe von Entscheidungen unter unsicheren Randbedingungen. Ein Optimierungsmodell für einen mittelfristigen Planungshorizont muss diese Unsicherheiten berücksichtigen, etwa durch Einbeziehung von statistischen Modellen für die zufallsbehafteten Eingangsdaten. Dadurch ist es prinzipiell möglich, Risikobetrachtungen direkt in die Optimierung zu integrieren. Wir demonstrieren in dieser Arbeit die Möglichkeit, spezielle dynamische Risikomaße, so genannte polyedrische Risikomaße, in die Zielfunktion der Optimierung mit aufzunehmen. Im Gegensatz zu vielen anderen Ansätzen wird dadurch die Komplexität des Problems nicht wesentlich erhöht. Das vorgestellte Modell stellt ein Werkzeug zur Entscheidungsunterstützung für kleinere Marktteilnehmer hinsichtlich der Beschaffungsplanung dar. Dabei werden insbesondere konkrete mittelfristig bindende Bezugsverträge mit der Möglichkeit verglichen, die Versorgung in erster Linie auf der Basis von Spot- und Futuremarkt zu planen.

1 Einleitung

Die Deregulierung der europäischen Strommärkte eröffnete den deutschen Energieversorgungsunternehmen neue Absatzchancen, führte aber auch zu einer bedeutenden Erhöhung der unternehmerischen Risiken. Gleichzeitig hat der Konkurrenzdruck zugenommen, so dass eine hohe Notwendigkeit für Optimierungen auf verschiedenen Ebenen besteht. Durch die höhere Zahl von Unsicherheitsfaktoren und den höheren Grad an Unvorhersehbarkeit ist es jedoch schwieriger zu definieren, wann eine Planungsentscheidung optimal ist. Deshalb erfordert der liberalisierte Strommarkt eine multikriterielle Optimierung, nämlich eine Maximierung des zu erwartenden Gewinns unter Berücksichtigung des Risikos.

Auch kleinere Marktteilnehmer wie Stadtwerke nutzen zur Sicherung ihrer Wettbewerbsfähigkeit zunehmend die Beschaffungsmöglichkeiten über die deutsche Strombörse EEX bzw. die Handelsmöglichkeiten mit derivativen Energieprodukten. Letztere können das Risiko, welches durch die hochvolatilen Spotpreise entsteht, theoretisch verkleinern. Allerdings verfügen kleinere EVUs in der Regel nicht über die personelle und finanzielle Ausstattung großer Handelshäuser zur Abwicklung ihrer Handelsaktivitäten und des Risikomanagements.

Die vorliegende Arbeit beschreibt ein stochastisches energiewirtschaftliches Optimierungsmodell, welches die relevanten Beschaffungsmöglichkeiten eines Stadtwerkes abbildet und die Unsicherheitsfaktoren und Risiken des liberalisierten Strommarktes berücksichtigt. Das Stadtwerk versorgt eine mittlere Großstadt mit Strom und Wärme. Dafür steht eine Kraft-Wärme-Kopplungsanlage (KWK-Anlage) zur Verfügung, die aber den Strombedarf nur teilweise decken kann. Das Modell ist für die Bewertung von verschiedenartigen mittelfristigen Bezugsverträgen gedacht, welche von großen Stromerzeugern angeboten werden. Gleichzeitig mit der Optimierung des mittleren (zu erwartenden) Ertrages wird auch das Risiko extrem niedriger Erträge berücksichtigt. Die stochastische Herangehensweise erfordert unter anderem die Identifikation und Anpassung geeigneter statistischer Modelle für die entsprechenden Eingangsgrößen des Modells.

2 Komponenten des Modells

Das vorgestellten Optimierungsmodell zählt zur Modellklasse der mehrstufigen stochastischen Programme (s. z.B. [21, Kapitel 1]). Diese Klasse bildet die Aufeinanderfolge von Beobachtungen und Entscheidungen auf der Grundlage der gesamten bis zu diesem Zeitpunkt verfügbaren Information unter Ungewissheit über zukünftige Realisierungen ab. Als Zeithorizont wurde ein Jahr mit stündlicher Diskretisierung festgelegt. Elektrische Last, Wärmelast, EEX Spot- und Futurepreise bilden die stochastischen Eingangsgrößen des Modells. Für die Deckung der elektrischen Last stehen die KWK-Anlage, der Spotmarkt und zwei exemplarische Bezugsverträge zur Verfügung. Die Futurekontrakte sind rein finanzieller Natur und werden zur Verringerung des Spotpreisrisikos eingesetzt.

Bei der Modellierung der KWK-Anlage wird ein polyedrischer zulässiger Betriebsbereich (s. Bild 1 links) mit linearer Kostenfunktion zu Grunde gelegt. Weitere Einschränkungen für den Betrieb der Anlage sind, dass sich erstens die Stromproduktion in zwei aufeinanderfolgenden Zeitintervallen maximal um einen vorgegebenen Betrag unterscheiden darf und dass zweitens die Wärmelast zu jedem Zeitpunkt komplett gedeckt sein muss. Überschüssige Wärme verursacht zusätzliche Kosten.

Hinsichtlich des Spothandels enthält das Optimierungsmodell alle wesentlichen Handelsregeln der EEX für das preisunabhängige Bieten im geschlossenen Auktionshandel. Dies sind insbesondere die genaue Abbildung der zeitlichen Fristen für die Gebotsabgabe mit Day-Ahead-Charakter sowie die Erfassung der Transaktionskosten.

Beim Futurehandel beschränkt sich das Modell auf Monatsfuturekontrakte der Lasttypen Base und Peak. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass diese Produkte bis zu ein Jahr im voraus gehandelt werden können. Eine Änderung des Futurebestandes wird einmal pro Handelstag ermöglicht. Mit dem Futurehandel sind verschiedene finanzielle Transaktionen

verbunden: bei Eröffnung einer Position sind gewisse Sicherheiten zu hinterlegen (Initial Margin), zudem erfolgt ein täglicher Gewinn- und Verlustausgleich (Variation Margin). Daneben fallen auch hier Transaktionskosten an.
Die beiden optionalen Verträge werden im folgenden fester Vertrag und flexibler Vertrag genannt. Während für den festen Vertrag ein vorgegebener Bezugsfahrplan für ein Jahr zu einem festen Arbeitspreis vereinbart wird, ist der Grundfahrplan des flexiblen Vertrages innerhalb bestimmter prozentualer Grenzen für den Folgemonat bzw. den Folgetag nachregelbar. Für diesen Vertragstyp entstehen zusammengesetzte Kosten aus einem Arbeitspreis und einem Leistungspreis.

3 Polyedrische Risikomaße

Prinzipiell gibt es verschiedene Möglichkeiten für die Berücksichtigung des Risikos in stochastischen Optimierungsmodellen. Der naheliegendste Weg dabei ist die Einbeziehung eines so genannten Risikomaßes (z.B. Value-at-Risk, vgl. z.B. [13, Kapitel 4]) in die Zielfunktion (Risikominimierung) oder in die Restriktionen des Optimierungsmodells (Risikobeschränkung). Wegen der Komplexität und Nichtlinearität von Risikomaßen sind solche Modelle allerdings oft nur dann lösbar, wenn der Rest des Modells von extrem einfacher Natur ist. Aus diesem Grunde behilft man sich bei energiewirtschaftlichen Optimierungsmodellen oft mit indirekter Berücksichtigung des Risikos, etwa durch Einführung von finanziellen Zielen oder Schranken [12, 14].
In dieser Arbeit wird das Risiko berücksichtigt, indem spezielle Risikomaße in die Zielfunktion integriert werden, so genannte *polyedrische Risikomaße* [8]. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie sich trotz Nichtlinearität in vielerlei Hinsicht gutartig in stochastischen Optimierungsmodellen verhalten. Denn Risikomaße dieser Klasse definieren das Risiko einer Zufallsvariablen oder eines Zufallsprozesses ihrerseits als Optimalwert eines stochastischen Minimierungsproblems: Für eine Folge von Zufallsvariablen $z = (z_1, ..., z_T)$ (akkumulierte Erträge und Kosten zu verschiedenen Zeitpunkten) ist in diesem Fall das Risiko gegeben durch

$$\rho(z_1, ..., z_T) = \min_y \left\{ \mathbb{E}\left[\sum_{t=1}^T \langle c_t, y_t \rangle\right] \middle| \, y = (y_1, ..., y_T) \in \mathcal{Y}(z) \right\}$$

mit festzulegenden Vektoren c_t und einfachen Restriktionen $y \in \mathcal{Y}(z)$. Dabei bezeichnet $\mathbb{E}$ den Erwartungswertoperator und $\langle ., . \rangle$ das Skalarprodukt. Für ein (abstrakt formuliertes) Optimierungsproblem mit Entscheidungsvariablen x und einem polyedrischen Risikomaß in der Zielfunktion ergibt sich durch Einsetzen

$$\min_x \{\rho(z_1(x), ..., z_T(x)) | x \in \mathcal{X}\} = \min_{x,y} \left\{ \mathbb{E}\left[\sum_{t=1}^T \langle c_t, y_t \rangle\right] \middle| \begin{array}{l} x \in \mathcal{X} \\ y \in \mathcal{Y}(z(x)) \end{array} \right\},$$

also ein Problem mit zusätzlichen Entscheidungsvariablen y, zusätzlichen Restriktionen, und mit *linearer Zielfunktion* (Erwartungswert), so dass klassische Resultate und Verfahren aus der stochastischen Optimierung auf dieses Problem angewendet werden können.

Diese Idee wurde bereits in [20] vorgestellt im Zusammengang mit dem *Conditional-Value-at-Risk* (CVaR), einer Modifikation des Value-at-Risk (VaR). CVaR und VaR sind allerdings Beispiele für *einperiodische* Risikomaße, d.h. Risikomaße die nur eine Zufallsvariable bewerten. Die in dieser Arbeit verwendeten Risikomaße kann man als *dynamische* (mehrperiodische) Erweiterungen des CVaR sehen. Dynamische Risikomaße werden benötigt, wenn wie in dieser Arbeit ein längerer Zeithorizont betrachtet wird und auf die Liquidität des Unternehmens während des gesamten Zeitraumes geachtet werden soll [1].

4 Stochastische Prozesse

Die stochastischen Eingangsgrößen des Optimierungsmodells können als ein multivariater stochastischer Prozess bestehend aus stündlichen Werten für die elektrische Last, die thermische Last und die Spotpreise angesehen werden. (Die Futurepreise werden gesondert behandelt, s. Abschnitt 4.1). Zur Anpassung statistischer Modelle zur Beschreibung dieses Prozesses standen in den ersten beiden Fällen Daten eines Jahres zur Verfügung, während für die Spotpreise zum Zeitpunkt der Analyse Daten von zweieinhalb Jahren verwendet wurden.
Die stündlichen historischen Daten für die elektrische Last eines Jahres weisen ein charakteristisches jahresperiodisches Verhalten auf mit hoher Last im Winter und geringerer Last im Sommer in Abhängigkeit von klimatischen Faktoren wie Temperatur und Helligkeit. Weiterhin werden in den Lastdaten auf Grund des variierenden Abnahmeverhaltens der Industrie- und Haushaltskunden je nach Tageszeit und Wochentag typische Tages- sowie Wochenzyklen sichtbar, die sich jahreszeitenabhängig unterscheiden. Abweichungen von diesem regelmäßigen Muster treten beispielsweise an gesetzlichen Feiertagen und Brückentagen auf.
Von besonderem Interesse ist das Verhalten der Spotpreise. In allen europäischen Strommärkten weisen die historischen Daten eine außerordentlich hohe Volatilität auf. Erkennbar sind zudem Periodizitäten auf Grund der saisonal schwankenden Nachfrage in Abhängigkeit von den klimatischen Bedingungen und der wechselnden Nachfrage im Tages- und Wochenverlauf, vgl. [19]. Darüber hinaus sind Sprünge zu beobachten, die meist auf einer unerwarteten Störung des Angebot-Nachfrage-Gleichgewichtes basieren. Da Strom kaum speicherbar ist, kann dieses Gleichgewicht nicht kurzfristig wiederhergestellt werden. Der Bedarf ist sehr inelastisch, daher wird der Strompreis im wesentlichen durch die Grenzkosten der Erzeuger bestimmt. Daneben ist in den vorliegenden historischen Daten eine Rückkehr zum langfristigen Mittelwert zu erkennen. Des weiteren sind preisabhängige Volatilitäten und eine langfristige Nichtstationarität auf Grund ungewisser Nachfrage- und Bedarfsentwicklung sowie ungewisser Brennstoffkosten erkennbar.
Die Spotpreise in den verschiedenen Märkten unterscheiden sich hinsichtlich ihrer statistischen Eigenschaften beträchtlich. Dies liegt in den lokalen Eigenheiten der einzelnen Märkte wie den klimatischen Bedingungen, der ökonomischen Struktur der Region, den Eigenschaften der lokalen Erzeuger, dem Abnahmeverhalten der Kunden u.ä. begründet.

Zur Modellierung von tagesmittleren Spotpreise existieren zahlreiche Arbeiten, die sich mit der Anpassung von geeigneten Modellen an historische Daten befassen, vgl. [5, 19, 11, 18, 14]. In den letztgenannten Arbeiten wird der Spotpreisprozess in eine deterministische und eine stochastische Komponente zerlegt. Die deterministische Komponente reflektiert den langfristigen Trend und die periodischen Muster mittels sinusförmiger Funktionen bzw. unter Verwendung von Dummy-Variablen, vgl. [19, 11]. Die stochastische Komponente wird mit Hilfe von Zeitreihenmodellen oder gemischten Modellen aus AR-GARCH-Prozessen und Sprung-Diffusionsprozessen angepasst. Zur Modellierung von Long-Memory-Effekten, wie sie insbesondere in den Daten der skandinavischen Strombörse Nordpool auftreten, werden in [5] saisonale periodische Reg-ARFIMA-Modelle vorgeschlagen. In den anderen europäischen Spotpreisreihen mit geringerem Datenbestand sind diese Effekte weniger evident.
Zur Modellierung des Sprungverhaltens gibt es verschiedene Vorschläge in der Literatur. In [18] werden Sprünge als Sprung-Diffusionsprozess in die Modellierung integriert. Ein Problem dieses Ansatzes besteht darin, dass nach extremen Preisausreißern nach oben keine schnelle Rückkehr zum langfristigen Mittelwert erfolgt. Daneben gibt es eine Reihe von Arbeiten, die GARCH-Prozesse auf ihre Eignung zur Modellierung der Ausreißer untersuchen, vgl. etwa [18]. Eine alternative Möglichkeit zur Modellierung des Sprungverhaltens stellen Regime-Switching-Modelle dar, vgl. z.B. [6, 7, 3]. Diese Modellklasse scheint ein naheliegender Ansatz zu sein, da Sprünge oftmals rationale Ursachen wie beispielsweise Kraftwerksausfälle haben. Allerdings ergeben sich technische Schwierigkeiten bei der Kombination von Regime-Switching und periodischem Verhalten, vgl. [2].
Ein anderer Zugang zu Modellierung der Spotpreise ist durch die Integration fundamentaler ökonomischer Zusammenhänge gekennzeichnet. Da die Preise im wesentlichen durch Angebot und Nachfrage bestimmt werden, wird die nichtlineare Beziehung zwischen beiden Komponenten in [10, 2, 22] in das Modell integriert.

Anpassung statistischer Modelle

In der vorliegenden Arbeit wird die Modellierung der tagesmittleren Daten von der Abbildung des innertäglichen Verhaltens entkoppelt. Ähnlich wie in [11, 19] wird dann für die tagesmittleren Daten eine deterministische Komponente zur Abbildung des langfristigen Trends sowie der periodischen Anteile und eine stochastische Komponente bestimmt. Für die Trendschätzung wird eine dreistufige Methodik entwickelt, die automatisch trendverfälschende Ausreißer in den drei Prozessen entfernt, vgl. [9]. Für die elektrische und thermische Last erhält man nach Abspaltung dieser Trendkomponenten stationäre Zeitreihen $\{X_k^e\}$ und $\{X_k^h\}$.
Das Modell für die tagesmittleren Spotpreise $\bar{C}_k^s$ besteht aus einer deterministischen Komponente $m_k^{s\prime\prime}$, einem stationären Prozess X_k^s und einem stochastischen Sprungprozess $O_k \cdot Z_k$

mit jahreszeitenabhängiger Parametrisierung für die Sprungfrequenzen und -amplituden:

$$
\begin{array}{rcll}
\bar{C}_k^s & = & m_k^{s\,\prime\prime} + X_k^s + O_k \cdot Z_k & Z_k \sim N(\mu_k, \sigma_k) \\
O_k & = & \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit} & 1 - \lambda_k \\ 1 & \text{mit Wahrscheinlichkeit} & \lambda_k \end{array} \right. & \lambda_k \in (0,1)
\end{array}
$$

Diese Art der Modellierung sichert nach dem Auftreten von Sprüngen die schnelle Rückkehr zum langfristigen Mittelwert und hat zudem den Vorteil, dass bei der Parameterschätzung Standardverfahren der linearen Zeitreihenanalyse verwendbar sind. Die Parameter $(\mu_k, \sigma_k, \lambda_k)$ des Sprungprozesses werden nach Extraktion der Ausreißerreihe durch die entsprechenden empirischen Kenngrößen für Sommer- und Winterzeit geschätzt.
Ausgehend von der Annahme, dass die tagesmittleren Daten der elektrischen Last und der Bedarf an elektrischer Energie in Gesamtdeutschland qualitativ in ihren statistischen Eigenschaften übereinstimmen, wurde für diese Komponenten ein bivariates ARMA-Modell angesetzt. Die Parameterschätzung erfolgte mit den multivariaten Varianten klassischer Verfahren der linearen Zeitreihenanalyse (Hannan-Rissanen-Algorithmus, Maximum-Likelihood-Methode). Die Güte des an die aufbereiteten Daten $\{\mathbf{X}_k = (X_k^e, X_k^s) \quad k = 1, ..., 365\}$ angepassten Modells, wurde durch den multivariaten Portmanteautest verifiziert, vgl. [9].
Der stochastische Anteil des tagesmittleren Wärmelastprozesses $\{X_k^h\}$ weist ein deutlich abweichendes Verhalten auf. Angesichts der hohen Volatilität in der kalten Jahreszeit gefolgt von einer Phase mit fast konstant geringem Wärmebedarf wurden drei separate univariate ARMA-Modelle für den Jahresanfang, den Sommer und das letzte Quartal angepasst.
Die Grundlage für die Modellierung des innertäglichen Verhaltens aller beteiligten Datenprozesse bildet eine Clusteranalyse unter Verwendung agglomerativer Verfahren und des K-Means-Verfahrens. Für die justierten Tagesprofile der elektrischen Last wurden 9 Cluster identifiziert, die als Wochentagscluster bzw. Samstags- und Sonntagscluster interpretiert werden können und zusätzlich verschiedenen Jahreszeiten zugeordnet sind. Gesetzliche Feiertage werden in der Mehrzahl dem Sonntagscluster der entsprechenden Jahreszeit zugeordnet. Für die thermische Last wurden 7 Cluster mit saisonspezifischer Ausprägung identifiziert, eine Unterscheidung nach Tagestyp war nur in der kalten Jahreszeit zu beobachten.
Die Clusteranalyse der justierten Tagespreisprofile generierte auf Grund des höheren Datenbestandes und der größeren Variabilität 17 Cluster, darunter 7 Cluster, welche ausschließlich Tagesprofile mit extrem hohen Preisspitzen enthalten. Dabei wurden für die warme und die kalte Jahreszeit jeweils 3 Cluster identifiziert, die Ausreißer an Wochentagen enthalten und nach der Ausreißerhöhe differenzieren. Qualitativ wird dabei nach mittlerer, hoher und extremer Ausprägung der Ausreißeramplitude unterschieden. Für Ausreißer an Wochenenden in der kalten Jahreszeit wurde ein zusätzlicher Cluster identifiziert. Die verbleibenden 10 Cluster enthalten Tagesprofile mit normalem Verlauf und sind nach Tagestyp und Jahreszeit unterscheidbar.

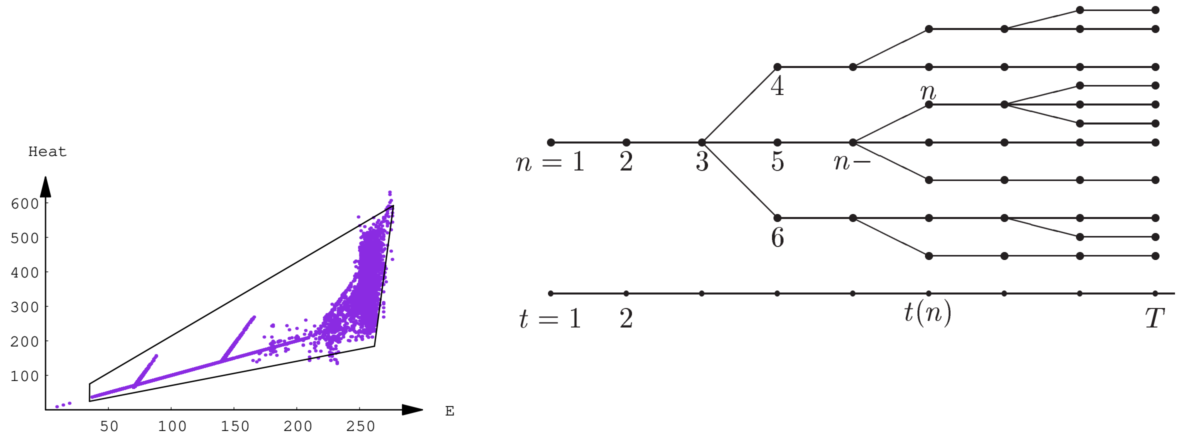

Bild 1: Zulässiger Bereich der KWK-Anlage, schematische Darstellung eines Szenariobaumes

Szenariosimulation, Baumgenerierung, Futurepreise

Basierend auf den beschriebenen Komponenten des statistischen Modells kann nun mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators eine beliebige Anzahl von trivariaten Szenarien generiert werden. Dazu werden zunächst Szenarien für die tagesmittleren Daten aus den ARMA-Modellen und den deterministischen Anteilen generiert. Für die Spotpreise werden zusätzlich Ausreißer simuliert. Schließlich werden passende Cluster für die Tagesprofile zugeordnet. Bei den Spotpreisen erfolgt die Zuordnung der Ausreißercluster im Fall $O_k = 1$ nach der Ausreißerhöhe Z_k (vgl. [9]). Aus den Clustern wird schließlich für jeden Tagesmittelwert ein Tagesprofil durch eine Resamplingprozedur bestimmt.

Das Ergebnis dieser Prozedur sind stündlich aufgelöste trivariate Szenarien. Diese Pfade sind jedoch völlig unabhängig voneinander, die Tatsache, dass Unsicherheit zu jedem Entscheidungszeitpunkt einkalkuliert werden muss, spiegelt sich also nicht wieder. Aus diesem Grunde wird ausgehend von einer hohen Zahl von Samplepfaden ein *Szenariobaum* mit Hilfe spezieller Algorithmen gemäß [15] generiert. Dabei findet gleichzeitig eine Reduktion der Anzahl der Szenarien statt, um die Komplexität der nachfolgenden Optimierung zu reduzieren. Verknüpfung und Reduktion werden so ausgeführt, dass sich der damit verbundene Informationsverlust möglichst wenig auf die Lösungen von stochastischen Optimierungsproblemen auswirkt [16].

Die Futurepreise werden nun auf Basis der auf dem Szenariobaum definierten Spotpreise als *faire Preise* berechnet, d.h. der Preis eines Futurekontraktes zu einem bestimmten Zeitpunkt für eine bestimmte Lieferperiode ist gegeben als der bedingte Erwartungswert der Spotpreise in der Lieferperiode bezüglich der zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Information. Diese einfache, durch den tatsächlichen Endwert der Futurekontrakte motivierte Art der Berechnung hat den Vorteil, dass die errechneten Preise automatisch arbitragefrei sind.

5 Optimierungsmodell

Im folgenden wird das Optimierungsmodell (s. Abschnitt 2) formal beschrieben. Basis dafür ist die Struktur des verwendeten Szenariobaumes (s. Bild 1 rechts). Der Szenariobaum besteht aus Knoten n, der Vorgängerstruktur, den Knotenwahscheinlichkeiten $\pi_n > 0$ und den Daten,

Tabelle 1: Modellparameter

D_n^e, D_n^h	Strom- bzw.. Wärmelast (Demand of Electricity, Heat) in MW
C_n^s	Spotpreise (Cost Spot Market) in $\mathrm{Euro/MWh}$ ($n \in \mathcal{N}$)
$C_n^{fb,m}$, $C_n^{fp,m}$	Preise für Base bzw. Peak Futures in $\mathrm{Euro/MWh}$
$C^{s,\mathrm{trans}}$	Spotmarkt Transaktionskosten
$C^{f,\mathrm{trans}}$	Futuremarkt Transaktionskosten
$C^{f,\mathrm{imar}}$	Initial Margin für Futures
C^{pe}	Kosten für Stromproduktion in KWK-Anlage in $\mathrm{Euro/MWh}$
C^{ph}	Kosten für Wärmeproduktion in KWK-Anlage in $\mathrm{Euro/MWh}$
C^{pc}	Kosten für überschüssige Wärme in KWK-Anlage in $\mathrm{Euro/MWh}$
δ^{pe}	Maximal zulässige Änderung für die Stromproduktion in MW
P^e, P^h	Verkaufspreis für Strom bzw. Wärme $\mathrm{Euro/MWh}$
V_t^c	Vereinbarte Volumina Bezugsvertrag (Contract Volumes)
$C^{c,\mathrm{fix}}$	Arbeitspreis für festen Vertrag (Fix Contract) in $\mathrm{Euro/MWh}$
$C^{c,\mathrm{flex,ht}}$, $C^{c,\mathrm{flex,nt}}$	Arbeitspreise (HT, NT) flexibler Vertrag in $\mathrm{Euro/MWh}$
$C^{c,\mathrm{flex},d}$	Leistungspreis flexibler Vertrag $\mathrm{Euro/MW}$

Tabelle 2: Entscheidungsvariablen

$x_d^{fb,m} \in \mathbb{R}$, $x_d^{fp,m} \in \mathbb{R}$, $d \in \mathcal{N}^{\mathrm{fut}}$	Bestand an Futures für Monat m (Base bzw. Peak)
$x_j^s \in \mathbb{R}$, $j \in \mathcal{N}^{\mathrm{trade}}$	Spotmarkt Volumina
$x_n^{pe} \in \mathbb{R}_+$, $x_n^{ph} \in \mathbb{R}_+$, $n \in \mathcal{N}$	Erzeugung in KWK-Anlage (Strom bzw. Wärme)
$x_l^{c,\mathrm{flex,decl}} \in \mathbb{R}_+$, $l \in \mathcal{N}^{\mathrm{contr}}$	Monatlich angemeldete Volumina aus Bezugsvertrag
$x_j^c \in \mathbb{R}_+$, $j \in \mathcal{N}^{\mathrm{trade}}$	Tatsächliche Volumina aus Bezugsvertrag

die auf den Knoten definiert sind (Spotpreise, Last). Die Menge der Knoten wird im folgenden mit $\mathcal{N}$ bezeichnet, ein Knoten $n \in \mathcal{N}$ repräsentiert einen Zeitpunkt $t(n)$ und ein bestimmtes Szenario. Jeder Knoten $n > 1$ hat einen eindeutigen Vorgänger $n-$.

Für die Formulierung des Optimierungsmodells werden weitere Baumstrukturen vom Orginalbaum abgeleitet, um verschiedene Entscheidungsstrukturen (z.B. Day-Ahead beim Spotmarkt) zu berücksichtigen. Im folgenden werden die Bezeichnungen $\mathcal{N}^{\mathrm{trade}}$, $\mathcal{N}^{\mathrm{contr}}$ und $\mathcal{N}^{\mathrm{fut}}$ für die Knotenmengen der entsprechend angepassten Bäume für den Spotmarkt (Verzweigungen nur einmal pro Handelstag), für den flexiblen Vertrag (Verzweigung nur am Monatsende) und für den Futurehandel (nur ein Knoten pro Handelstag) verwendet.

Die Entscheidungsvariablen sind (wie die stochastischen Parameter) auf einer der Baumstrukturen definiert (s. Tabelle 2 und 1) und müssen gewisse Restriktionen erfüllen. Die Bedingung etwa, dass die elektrische Last gedeckt werden muss, verkoppelt die verschiedenen Komponenten des Portfolios:

$$x_{j(n)}^s + x_n^{pe} + x_{j(n)}^c \geq D_n^e, \qquad (n \in \mathcal{N})$$

Alle anderen Restriktionen beziehen sich jeweils auf eine Modellkomponente. Für die KWK-Anlage etwa ergeben sich folgende Bedingungen:

$$|x_n^{pe} - x_{n-}^{pe}| \leq \delta^{pe}, \quad x_n^{ph} \geq D_n^h, \quad A^p \cdot \begin{pmatrix} x_n^{pe} \\ x_n^{ph} \end{pmatrix} \leq b^p \qquad (n \in \mathcal{N})$$

Tabelle 3: Optimalwerte

	kein Vertrag	mit festem Vertrag	mit flex. Vertrag
$0.9 \cdot \rho_2(z_{t_1}, ..., z_{t_{52}}) - 0.1 \cdot \mathbb{E}[z_T]$	2.887.700	2.348.420	3.751.450
$\rho_2(z_{t_1}, ..., z_{t_{52}})$	2.886.930	2.402.930	3.766.220
$\mathbb{E}[z_T]$	$-2.894.640$	$-1.857.0$	$-3.618.460$
$0.9 \cdot \rho_4(z_{t_1}, ..., z_{t_{52}}) - 0.1 \cdot \mathbb{E}[z_T]$	1.110.470	595.918	1.335.880
$\rho_4(z_{t_1}, ..., z_{t_{52}})$	911.662	453.436	1.078.550
$\mathbb{E}[z_T]$	$-2.899.720$	$-1.878.250$	$-3.651.910$
$0.9 \cdot CVaR(z_T) - 0.1 \cdot \mathbb{E}[z_T]$	2.894.770	1.872.500	3.629.540
$CVaR(z_T)$	2.894.770	1.872.500	3.629.540
$\mathbb{E}[z_T]$	$-2.894.770$	$-1.872.500$	$-3.629.540$
$\mathbb{E}[z_T]$ $(\gamma = 0)$	$-2.877.230$	$-1.846.890$	$-2.877.230$

Dabei definieren die Matrix A^p und der Vektor b^p ein Polyeder, welches den zulässigen Bereich der Anlage festlegt (s. Bild 1 links). Für die Beschreibung des Spotmarktes werden keine weiteren Restriktionen benötigt, für den Futuremarkt muss nur gefordert werden, dass der Bestand an bereits ausgelaufenen Futurekontrakten gleich Null ist.

Für die Zielfunktion (Risikomaß und mittlere Kosten) ist es zweckmäßig, Hilfsvariablen z_n für jeden Knoten $(n \in \mathcal{N})$ zu definieren, welche die akkumulierten Kosten und Erträge, also die ungebundenen Finanzmittel des Unternehmens zu jedem Zeitpunkt, repräsentieren. Diese setzen sich additiv aus den Erträgen für die Lastdeckung und den Erträgen und Kosten für die einzelnen Komponenten zusammen:

$$z_n = z_{n-} + P^e \cdot D_n^e + P^h \cdot D_n^h + z_n^p + z_n^c + z_n^s + \sum_{m=1}^{12} z_n^{fb,m} + \sum_{m=1}^{12} z_n^{fp,m}$$

Die Erträge (negative Kosten) einer Modellkomponente hängen direkt von den entsprechenden Entscheidungen ab. Für die KWK-Anlage und für den Spotmarkt etwa ergibt sich:

$$\begin{array}{rcll} z_n^p & = & -C^{pe} \cdot x_n^{pe} - C^{ph} \cdot x_n^{ph} & n \in \mathcal{N} \\ z_n^s & = & -x_{j(n)}^s \cdot C_n^s - |x_{j(n)}^s| \cdot C^{s,\text{trans}} & j \in \mathcal{N}^{\text{trade}} \end{array}$$

Da beim Futurehandel nur Monatsfuturekontrakte berücksichtigt werden, können die zugehörigen Kosten für jeden Futuretyp getrennt berechnet werden. Für einen Base Future für Monat $m = 1, ..., 12$ etwa ergibt sich gemäß den Regelungen der Strombörse EEX:

$$\begin{array}{rcll} z_n^{fb,m} & = & x_{n-}^{fb,m} \cdot \left(C_n^{fb,m} - C_{n-}^{fb,m} \right) & \text{Variation Margin} \\ & - & \left(|x_n^{fb,m}| - |x_{n-}^{fb,m}| \right) \cdot C^{f,\text{imar}} & \text{Initial Margin} \\ & - & \left| x_n^{fb,m} - x_{n-}^{fb,m} \right| \cdot C^{f,\text{trans}} \cdot \mathbf{1}_{\{t(n) \neq \text{end}(m)\}} & \text{Transaktionskosten} \end{array}$$

Die Kosten für den festen Vertrag sind deterministisch, da Lieferfahrplan und Arbeitspreis vorgegeben sind. Falls also dieser Vertragstyp gewählt wird, gilt $z_n^c = V_{t(n)} \cdot C^{c,\text{fix}}$. Falls die Entscheidung zugunsten des flexiblen Vertrages ausfällt, enthält z_n^c eine Arbeits- und (jeweils zum Monatsende) eine Leistungspreiskomponente. Ansonsten gilt $z_n^c = 0$.

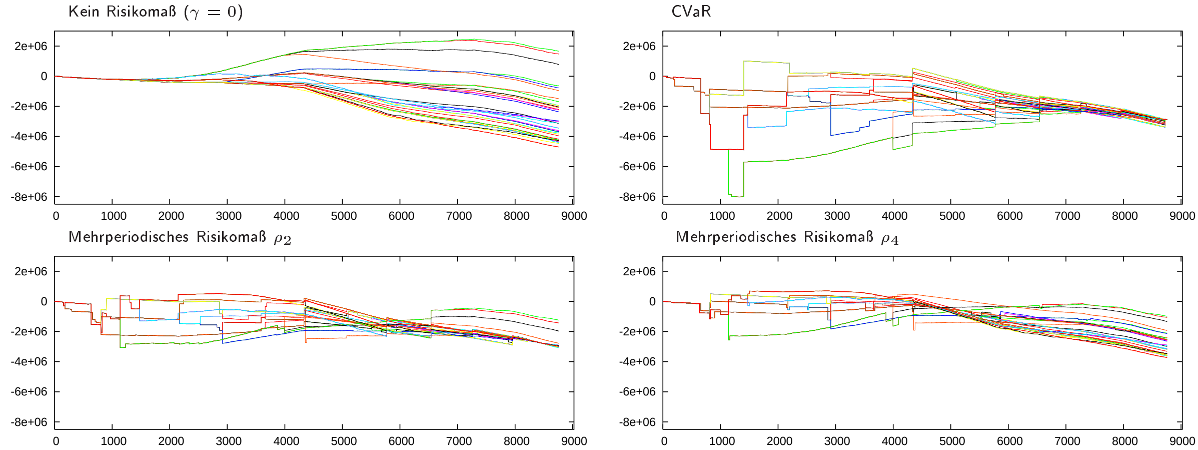

Bild 2: Zeitliche Verläufe der Erträge für verschiedene Szenarien (ohne Verträge)

Das Ziel besteht in der simultanen Minimierung der mittleren (erwarteten) Kosten und des Risikos. Letzteres wird durch ein (polyedrisches) Risikomaß, angewendet auf die akkumulierten Erträge am Ende jeder Woche innerhalb des Optimierungshorizontes, quantifiziert. Seien also $1 \leq t_1 < t_2 < ... < t_{52} = T$ die Zeitpunkte, die jeweils das Ende einer Woche repräsentieren, dann ist die Zielfunktion gegeben durch

$$\min \ \gamma \cdot \rho(z_{t_1}, ..., z_{t_{52}}) - (1 - \gamma) \cdot \mathbb{E}[z_T]$$

mit einem mehrperiodischen polyedrischen Risikomaß ρ und einem Parameter $0 \leq \gamma \leq 1$. Dabei repräsentiert $\mathbb{E}$ den Erwartungswert und z_{t_j} die (diskrete) Verteilung der akkumulierten Erträge zum Zeitpunkt t_j $(j = 1, ..., 52)$.

6 Simulationsergebnisse

Das im vorigen Kapitel beschriebene Optimierungsmodell wurde in C++ implementiert und mit der Optimierungssoftware ILOG CPLEX 9.1 gelöst. Der verwendete Szenariobaum wurde mit der Software SCENRED (s. [15]) aus den Simulationsszenarien aus Kapitel 4 erzeugt und besteht aus 40 Szenarien, $T = 365 \cdot 24 = 8760$ Zeitstufen und ca. 150000 Knoten. Die drei Vertragsalternativen (fester, flexibler, kein Vertrag) wurden jeweils getrennt optimiert. Alle verbleibenden Entscheidungen sind als kontinuierliche Variablen modelliert, so dass das Modell ein lineares Programm (LP) darstellt.

Die für $\gamma = 0.9$ errechneten Werte sind in Tabelle 3 angegeben. Neben dem CVaR wurden zwei mehrpriodische polyedrische Risikomaße aus [8] verwendet, welche dort als ρ_2 bzw. ρ_4 bezeichnet wurden. Man beachte, dass die (optimalen) Werte der Risikomaße keine direkte Bedeutung haben müssen, sondern in erster Linie zum Vergleich dienen. Für die verwendete Parameterkonfiguration ist der feste Vertrag die günstigste Variante, Ergebnisse dieser Art hängen jedoch stark von den gewählten Vertragspreisen und anderen Parametern ab. Interessant aus Sicht des Unternehmens ist in erster Linie die finanzielle Entwicklung, d.h. die

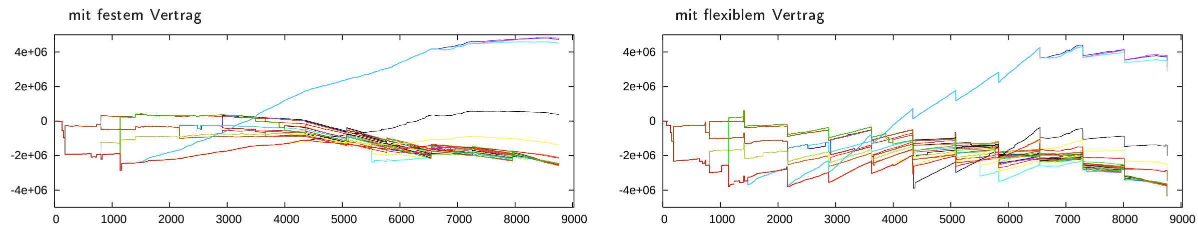

Bild 3: Zeitliche Verläufe der Erträge bei Verwendung von ρ_2 (mit Verträgen)

zeitlichen Verläufe der (optimalen) Erträge und Kosten. Insbesondere für den Fall, dass keine der beiden Vertragsoptionen genutzt wird, kann man den unterschiedlichen Effekt der Risikomaße gut beobachten (s. Bild 2). Optimierung ohne Risiko führt zu hoher Streuung der Gesamterträge. Die Verwendung des (einperiodischen) CVaR angewendet auf den Gesamtertrag verringert dort die Streuung, erhöht diese aber in der Zwischenzeit. Mehrperiodische Risikomaße begegnen diesem Problem auf unterschiedliche Weise: Während ρ_4 versucht, die Streuung über den ganzen Zeitraum konstant zu halten, bestimmt ρ_2 einen möglichst hohen Level, der dann nur von wenigen Szenarien unterschritten wird. Dabei werden die Unterschiede in den Verläufen in erster Linie durch Futurehandel erreicht, da die Flexibilität bei den Lastdeckungskomponenten im Vergleich dazu eher gering ist. Falls ein Bezugsvertrag zur Lastdeckung mit herangezogen wird, findet Futurehandel nur in geringerem Umfang statt (s. Bild 3). Beim flexiblen Vertrag kann man die Raten für den Leistungspreis als Sprünge jeweils zum Monatsende erkennen.

Die Reduzierung des Risikos im Sinne eines Risikomaßes führt zu einer Verringerung des zu erwartenden Gesamtertrages (s. Tabelle 3). Bemerkenswert ist jedoch, dass diese relativ gering ausfällt, obwohl die Verläufe der Ertragsentwicklung durch die Risikomaße relativ stark verändert werden (s. Bild 2).

Danksagung

Diese Arbeit wurde im Rahmen des BMBF-Projektes 03-RLM5B3 des Förderprogramms *Neue Mathematische Verfahren in Industrie und Dienstleistungen* und durch das DFG-Forschungszentrum MATHEON *Mathematik für Schlüsseltechnologien* in Berlin gefördert.

Literatur

[1] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D., Ku, H.: Coherent multiperiod risk adjusted values and Bellmann's principle. Manuskript, ETH Zürich 2003

[2] Burger, M., Klar, B., Müller, A., Schindlmayr, G.: A spot market model for pricing derivatives in electricity markets. Quantitative Finance 4 (2004) S. 109-122

[3] Bierbrauer, M., Trück, S., Weron, R.: Modeling electricity prices with regime switching models. Lecture Notes in Computer Science 3039 (2004) S. 859-867

[4] Brockwell, P. J., Davies, R. A.: Introduction to Time Series and Forecasting. New York: Springer 1996

[5] Carnero, M. A., Koopman, S. J., Ooms, M.: Periodic Heteroskedastic RegARFIMA models for daily electricity spot prices. Manuskript, Tinbergen Institute 2003

[6] De Jong, C. , Huisman, R.: Option formulas for mean-reverting power prices with spikes. Manuskript, Erasmus-University Rotterdam 2002

[7] Deng, S.: Stochastic Models of Energy Commodity Prices and Their Applications: Mean-reversion with Jumps and Spikes. Manuskript, Georgia Tech 2000

[8] Eichhorn, A., Römisch, W.: Polyhedral risk measures in stochastic programming. SIAM Journal on Optimization 16 (2005) S. 69-95

[9] Eichhorn, A., Römisch, W., Wegner, I.: Mean-risk optimization of electricity portfolios using multiperiod polyhedral risk measures. IEEE St. Petersburg PowerTech Proceedings (2005)

[10] Eydeland, A., Geman, H.: Fundamentals of Electricity Derivatives. In: Energy Modelling and the Management of Uncertainty. Reihe „London Risk Books“ 1999

[11] Escribano, Á, Pẽna, J., Villaplana, P: Modeling electricity prices: international evidence. Manuskript, Economics Series 08 2002

[12] Fleten, S.-E., Wallace, S.W., Ziemba, W.T.: Hedging electricity portfolios via stochastic programming. In: Decision Making Under Uncertainty: Energy and Power. Reihe „IMA Volumes in Mathematics and its Applications“ New York: Spinger 2002

[13] Föllmer, H., Schied, A.: Stochastic Finance: An Introduction in Discrete Time. Zweite Auflage, Berlin: Walter de Gruyter 2004

[14] Genc, T., Sen, S., Yu, L.: A stochastic programming approach to power portfolio optimization. Operations Research (2005)

[15] Heitsch, H.: Modellierung multivariater Szenariobäume für die Optimierung von Energieportfolios. In: Optimierung in der Energiewirtschaft. VDI-Bericht 1908 Düsseldorf: VDI-Verlag 2005

[16] Heitsch, H., Römisch, W.: Scenario tree modelling for multistage stochastic programs. Preprint, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin 2005

[17] Johnson, B., Barz, G.: Selecting stochastic processes for modelling electricity prices. In: Energy Modelling and the Management of Uncertainty. Reihe „London Risk Books“ 1999

[18] Knittel, C., Roberts, M.: An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices. Manuskript, University of California Energy Institute 2001

[19] Lucia, J. J., Schwartz, E. S.: Electricity prices and power derivatives. Evidence from the Nordic Power Exchange. Manuskript, Anderson Graduate School of Management, UCLA 2000

[20] Rockafellar, R.T., Uryasev, S.: Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of Banking & Finance 26 (2002) S. 1443-1471

[21] Ruszczyński, A., Shapiro, A., Hrsg.: Stochastic Programming. Reihe „Handbooks in Operations Research and Management Science“. Amsterdam: Elsevier, 2003

[22] Skantze, P. , Gubina, A., Ilic, M.: Bid-based stochastic model for electricity prices: The impact of fundamental drivers on market dynamics. Manuskript, MIT Energy Laboratory 2000