

**Entwicklung und Validierung des linearen Zahlenbrettspiels Haus der Zahlen zur
spielbasierten Förderung und Erfassung mathematischer Kompetenzen
im Vorschulalter**

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des
Doktorgrades der Philosophisch-Pädagogischen Fakultät
der
Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt

vorgelegt von

Johanna Skillen
aus Gaimersheim

2021

Referentin: Prof. Dr. Katja Seitz-Stein

Korreferent: Prof. Dr. Joachim Thomas

Tag der Disputation: 20. Januar 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter	2
	2.1 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung	5
	2.2 Entwicklungsmodell mathematischer Konzepte	7
	2.3 Weitere Modellvorstellungen	11
3	Bedeutsamkeit vorschulischer mathematischer Kompetenzen	13
4	Erfassung früher mathematischer Kompetenzen	15
5	Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter	20
6	Zielsetzungen der Arbeit	26
7	Konzeption und empirische Überprüfung eines linearen Zahlenbrettspiels	28
	7.1 Vorüberlegungen	28
	7.2 Das Haus der Zahlen – Beschreibung der Fördervariante	29
	7.3 Trainierbarkeit früher mathematischer Kompetenzen mithilfe des Haus der Zahlen (Studie I, Vorarbeit)	32
	Abstract	33
	Introduction	34
	Method	42
	Results	46
	Discussion	51
	7.4 Effekte der spielbasierten Förderung im Einzel- und Gruppensetting (Studie II)	59
	Zusammenfassung	60
	Abstract	61
	Einleitung	62
	Methode	65
	Ergebnisse	68
	Diskussion	72
	Anhang Studie II	75
8	Konzeption und Erprobung eines spielbasierten Screenings	76
	8.1 Das Haus der Zahlen – Beschreibung der Screeningvariante	76
	8.2 Erste Erprobung des Screenings Haus der Zahlen (Studie III)	79
	Abstract	80
	Zusammenfassung	81
	Introduction	82
	Method	86
	Results	92
	Discussion	97

8.3 Vergleich von spielbasierten Screeningvarianten mit etablierten Testverfahren (Studie IV)	102
Zusammenfassung	103
Abstract.....	104
Einleitung	105
Methode.....	107
Ergebnisse.....	109
Diskussion	113
Anhang Studie IV	115
9 Diskussion und Ausblick.....	116
Literaturverzeichnis.....	123
Anhang.....	141
Anhang A: Instruktionen zum Haus der Zahlen	141
Anhang B: Items des Screenings Haus der Zahlen	143

1 Einleitung

Mathematische Kompetenzen gehören neben Sprach-, Lese- und Rechtschreibfähigkeiten zu den elementaren Kulturtechniken. Sie werden als Voraussetzung zur gesellschaftlichen Teilhabe verstanden und ihre Vermittlung ist ein wesentlicher Bestandteil von institutionalisierten Bildungs- und Lehrplänen (Sälzer, Reiss, Schiep-Tiska, Prenzel & Heinze, 2013; Tischler, 2019). Dabei wird der Begriff Mathematik in der Regel mit Schulunterricht und Schulleistung assoziiert. Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen beginnt jedoch lange vor Schuleintritt. Befunde der Säuglingsforschung sprechen für angeborene Fähigkeiten zur Wahrnehmung und Unterscheidung von Mengen (u.a. Starkey & Cooper, 1980; Wynn, 1996). Mit dem Spracherwerb lernen Kinder Zahlworte kennen (Fritz & Ricken, 2008; W. Schneider, Küspert & Krajewski, 2016). Informelle Spiel- und Alltagshandlungen, wie zum Beispiel das Aufsagen von Abzählreimen, das Benennen und Aufzeigen des Alters, oder der Vergleich von Bonbonmengen unter Kindern, erfordern den Umgang mit Zahlen und Mengen (Baroody & Wilkins, 1999).

Der Erwerb dieser frühen mathematischen Kompetenzen ist von besonderer Bedeutung, da sie sich als spezifische Prädiktoren für spätere schulische Mathematikleistungen erweisen (u.a. Krajewski & Schneider, 2006; LeFevre et al., 2010; Martin, Cirino, Sharp & Barnes, 2014). Daher erscheint eine frühe Identifikation und Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten in mathematischen Kompetenzen wichtig, damit auch diese Kinder gute Voraussetzungen für den Mathematikunterricht in der Schule haben. Folgerichtig ist die Beobachtung und Unterstützung des mathematischen Kompetenzerwerbs seit der Einführung von Bildungs- und Erziehungsplänen fester Bestandteil der fachlichen Leitlinien für Kindertageseinrichtungen (z.B. Bayerisches Staatsministerium für Arbeit und Sozialordnung, Familie und Frauen, 2016). Da in diesen Einrichtungen in Deutschland jedoch weiterhin wenig bis keine Formalisierung des Bildungsauftrags besteht, ist der Bedarf an Konzepten und Materialien zur Realisierung dieser Anforderungen hoch (Bock-Famulla, Lange & Strunz, 2015; Fthenakis et al., 2005; Seeger,

Holodynski & Souvignier, 2014; Textor, 2005; Tietze et al., 2013). Diesem Bedarf kann die entwicklungs- und pädagogisch-psychologische Forschung mit der theoriegeleiteten Konzeption und empirischen Evaluation von Untersuchungs- und Förderverfahren nachkommen. Neben großangelegten, standardisierten Verfahren und Programmen (u.a. Gerlach, Fritz & Leutner, 2013; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007), wird auch das Potential von regelbasierten Spielsituationen für die Förderung früher mathematischer Kompetenzen untersucht (u.a. Hauser, Vogt, Stebler & Rechsteiner, 2014; Jörns, Schuchardt, Grube & Mähler, 2014; Ramani & Siegler, 2008). Für die Erfassung des Entwicklungsstandes in diesem Bereich wurde der spielbasierte Ansatz noch wenig erforscht. Hier knüpft die vorliegende Arbeit mit der Entwicklung und Validierung eines Zahlenbrettspiels an, welches sowohl für die Erfassung, als auch für die Unterstützung des mathematischen Kompetenzerwerbs im Vorschulalter konzipiert wurde.

2 Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter

Als früheste Grundlage der mathematischen Kompetenzentwicklung gelten angeborene Fähigkeiten zur Mengenwahrnehmung. Basierend auf dem Habituationparadigma sprechen Befunde der Säuglingsforschung dafür, dass bereits in den ersten Lebensmonaten Unterschiede in der räumlichen Ausdehnung von Mengen wahrgenommen werden können (Antell & Keating, 1983; Starkey & Cooper, 1980; Xu & Carey, 1996). Darüber hinaus konnte Wynn (1996) nachweisen, dass Säuglinge nicht nur räumliche, sondern auch anzahlbezogene Mengenveränderungen unterscheiden können. Mithilfe des Erwartungsverletzungs-Paradigmas wurde zudem gezeigt, dass Veränderungen im Sinne des Vermehrens und Verminderns von Mengen, bereits im Säuglingsalter nachvollzogen werden können. So fielen die Blickzeiten der Kinder auf unmögliche Ereignisse bedeutsam höher aus (Wynn, 1992). Diskutiert wird, ob diese Ergebnisse tatsächlich für ein sehr frühes Verständnis von einfachen arithmetischen Operationen sprechen. Alternativ wird angeführt, dass sie die Fähigkeit zum Abgleich von 1-zu-1-

Zuordnungen widerspiegeln, bei der die im Gedächtnis repräsentierten mit den gezeigten Mengen verglichen werden (Fritz & Ricken, 2008). Andere Autoren gehen davon aus, dass Säuglinge Unterschiede zwischen Mengen aufgrund der räumlichen Ausdehnung der Objekte bzw. der eingenommenen Fläche wahrnehmen (Feigenson, Carey & Spelke, 2002).

Trotz dieser Kontroverse gelten die genannten Befunde als Beleg dafür, dass kognitive Voraussetzungen für den Erwerb höher entwickelter Zahl- und Mengenkonzepete sehr früh vorhanden sind. Die höher entwickelten Konzepte sind Ordinalität und Seriation, Kardinalität, Mengeninvarianz und Klasseninklusion. Sie gehen auf klassische Arbeiten von Piaget zur Entwicklung logisch formaler Operationen zurück (Piaget & Szeminska, 1975). Der Ordinalzahlaspekt meint den Rangplatz einer Zahl in einer geordneten Menge (Seriation). Kardinalität meint das Verständnis dafür, dass eine Zahl für die Anzahl an Elementen einer Menge steht. Das Konzept der Invarianz bezieht sich darauf, dass sich die Anzahl an Elementen einer Menge nur durch Hinzufügen und Wegnehmen ergibt und nicht durch räumliche Veränderung. Ein Verständnis für Klasseninklusion oder Teil-Ganze-Beziehungen bedeutet die Einsicht, dass eine Gesamtmenge die vorangegangenen Teilmengen enthält.

Ausgehend von der Kritik an Piagets Annahmen zu den Beziehungen zwischen den genannten Konzepten und zur Reihenfolge, in der sie erworben werden, wurden verschiedene Ansätze zur Entwicklung des Zahlbegriffs vorgelegt. Neben frühen Fähigkeiten zur Mengenwahrnehmung wurde der Zählkompetenz und der Kenntnis der Zahlwortfolge eine zentrale Rolle zugeschrieben. Um zählen zu können, müssen Kinder nach Gelman und Gallistel (1978) verstehen, dass Zahlwörter den Elementen einer Menge paarweise, also 1-zu-1 zugeordnet werden, jede Zahl einmal in einer stabilen Abfolge vorkommt, und die letzte Zahl im Sinne der Kardinalität für die Anzahl einer Menge steht. Zudem muss verstanden werden, dass Elemente einer Menge z.B. in Form, Größe oder Farbe verschiedenartig sein und trotzdem eine zählbare Gesamtmenge bilden können, bei der an beliebiger Stelle mit dem Zählen begonnen werden

kann. Die Anzahl bleibt unverändert, solange jedes Element einmal gezählt wird. Die hier formulierten Prinzipien des Aus- und Abzählens von Mengen berücksichtigen nicht, dass der Erwerb von Zahlwörtern und das Aufsagen der Zahlwortfolge losgelöst von dahinterstehenden Mengen erfolgen kann (Krajewski, 2005). Laut Fuson (1988) müssen Kinder verstehen, dass zum Zählen ausschließlich Zahlworte benutzt werden. Diese erlernen sie etwa im Alter von zwei Jahren. Da im Englischen aber auch im Deutschen die Struktur von Zahlworten im unteren Zahlenraum irregulär ist, werden sie von den Kindern zunächst als auswendig gelernte Abfolge aufgesagt; häufig erst als Wort Ganzes, bevor getrennte Wörter wahrgenommen werden. Bei diesem Schritt können Zahlwörter Mengenelementen 1-zu-1 zugeordnet werden, was laut Fuson Abzählhandlungen und ein Bewusstsein für den Kardinalwert von Zahlen ermöglicht. Zahlwörter werden hier jedoch noch als unzertrennliche Wortreihe von Anfang bis Ende aufgesagt. Etwa im Alter von vier Jahren können Kinder ab einem beliebigen Punkt der Zahlwortreihe zählen, Vorläufer bzw. Nachfolger von Zahlen benennen und die Kardinalität von Teilmengen wahrnehmen. Darauf aufbauend können Teilketten gezählt und verglichen werden, was erstes Rechnen durch Hoch- und Runterzählen möglich macht. Im Vorschul- und frühen Schulalter können Kinder nach Fuson vorwärts und rückwärts zählen und mit Teil-Ganze-Beziehungen operieren. Das Verständnis dafür, dass Mengen und Zahlen kleinere Einheiten enthalten, in die sie zerlegt und aus denen sie zusammengesetzt werden können, ermöglicht es Kindern effektivere Rechenoperationen zu nutzen. Dieses elaborierte Zahlen- und Mengenwissen sieht Fuson als bedeutsamsten Schritt der Zahlbegriffsentwicklung, durch den zählende Rechenstrategien abgelöst werden können.

Auch andere Autoren sehen die Kopplung von Zählprozedur und Mengenverständnis als Voraussetzung für den Erwerb mathematischer Kompetenzen. Laut Resnick (1989) basiert der mentale Umgang mit Mengen auf protoquantitativen Schemata. Gemeint ist die implizite, wahrnehmungsgebundene Fähigkeit, Mengen- und Größenvergleiche vorzunehmen und

sprachlich als mehr oder weniger, größer oder kleiner auszudrücken. Ebenso basal können Mengenveränderungen im Sinne des Vermehrens und Verminderns, sowie die Mengenerhaltung und einfache Mengenbeziehungen interpretiert werden. Der Erwerb kulturell vermittelter Zählfertigkeiten ermöglicht es Kindern, die basalen Mengen- und Größenurteile exakt zu spezifizieren. Die Verknüpfung der Zahlwortfolge mit den protoquantitativen Schemata sind laut Resnick zentrale Entwicklungsschritte. Sie beschreibt, dass Kinder etwa ab einem Alter von 4 Jahren über die Repräsentation eines mentalen Zahlenstrahls verfügen, der es ihnen erlaubt, nicht nur Mengen, sondern auch Zahlen als größer, oder kleiner einzuordnen. Auch die Vermehrung, Verminderung und Inklusion von Mengen kann zunehmend exakt mit Zahlen quantifiziert werden.

2.1 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung

Die beschriebenen frühen, entwicklungspsychologischen Arbeiten zu Grundlagen des mathematischen Kompetenzerwerbs wurden in aktuelle, empirisch belastbare Entwicklungsmodelle integriert (W. Schneider et al., 2016). Dazu gehört das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2008). Das Modell umfasst drei Ebenen, die den Erwerb eines konzeptuellen Zahl- und Mengenverständnisses von der frühen Kindheit bis ins Grundschulalter beschreiben. Basierend auf den Annahmen Resnicks (1989) geht auch Krajewski davon aus, dass Zahl- und Mengen- bzw. Größenbegriffe zunächst getrennt voneinander entwickelt und dann zunehmend verknüpft werden. Dementsprechend finden sich auf Ebene 1 die als angeboren geltenden Basisfertigkeiten zur Mengen- und Größenunterscheidung, sowie Zahlwort-, Zähl- und Ziffernkenntnisse ohne Größenbezug. Ausgehend von Befunden der Säuglingsforschung wird angenommen, dass Kinder Mengen und Größen anhand von Fläche oder Volumen, aber auch Zeitintervallen unterscheiden und vergleichen können (Krajewski & Ennemoser, 2013). Zudem erwerben sie Zahlwörter und die exakte Zahlwortfolge, die zunehmend besser vorwärts und rückwärts aufgesagt werden kann. Auch Vorläufer und Nachfolger

können bestimmt werden, jedoch ohne dass die explizite numerische Bedeutung der Zahlen verstanden wird.

Ein einfaches, konzeptuelles Zahlverständnis entwickelt sich auf Ebene 2. Zunächst erwerben Kinder eine unpräzise Größenrepräsentation, indem sie Zahlwörter groben Mengen- und Größenkategorien wie z.B. wenig, viel, sehr viel zuordnen. Zu dieser Zuordnung können Kinder über den alltäglichen Sprachgebrauch ihres Umfelds gelangen. Wenn Eltern beispielsweise sagen, dass sie noch tausend Dinge (also sehr viel) zu erledigen haben, können Kinder lernen, dass bestimmte Zahlwörter mit bestimmten Größen verknüpft sind, auch wenn sie selbst noch lange nicht in den entsprechenden Zahlenräumen zählen können (Krajewski & Simanowski, 2016). Zudem ordnen Kinder Zahlen auf Basis der Zeit, die es zum Zählen braucht, verschiedenen Mengen- und Größenkategorien zu. Für Zahlen am Anfang der Zahlwortfolge muss man wenig, für Zahlen, die weiter hinten kommen viel, oder sehr viel zählen (Krajewski & Ennemoser, 2013). Die unpräzise Größenrepräsentation ermöglicht es Kindern, Zahlen nach ihrer Größe zu unterscheiden, die weit auseinanderliegen und damit verschiedenen groben Kategorien angehören. Nah beieinanderliegende oder benachbarte Zahlen in ihrer Größe zu vergleichen gelingt erst, wenn Kinder eine präzise Größenrepräsentation und damit ein Kardinalzahlverständnis erwerben. Dazu muss verstanden werden, dass ein Zahlwort einer einzigen exakten Menge zugeordnet wird, und dass mit aufsteigender Zahlwortfolge auch die korrespondierenden Mengen aufsteigen. Dieses Verständnis gilt als zentraler Meilenstein der frühen mathematischen Kompetenzentwicklung (W. Schneider et al., 2016). Parallel dazu entwickeln Kinder auf Ebene 2 ein Verständnis für Mengen- und Größenrelationen ohne Zahlbezug. Gemeint ist damit die Einsicht in Teil-Ganze-Beziehungen (Mengen können in kleinere zerlegt und aus diesen zusammengesetzt werden) und Mengeninvarianz (nur das Hinzufügen oder Wegnehmen von Elementen verändert eine Menge).

Eine Verknüpfung von Mengen- und Größenrelationen mit Zahlen und Ziffern sieht Krajewski (2008) als tiefes, konzeptuelles Zahlverständnis auf Ebene 3. Hierbei verstehen Kinder, dass auch Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind und in diese zerlegt werden können. Zudem verstehen sie, dass Differenzen zwischen Zahlen und zwischen Mengen mit Zahlen exakt spezifiziert werden können. Folglich lernen Kinder, dass Beziehungen zwischen Mengen mit Zahlen ausgedrückt werden können (Krajewski, Renner, Nieding & Schneider, 2008).

Bezüglich des konkreten Entwicklungsverlaufs früher mathematischer Kompetenzen weist Krajewski darauf hin, dass sich ein Kind abhängig vom Zahlenraum (z.B. 1-10 vs. 100-1000), oder der Präsentationsform von Aufgaben (z.B. konkretes Anschauungsmaterial vs. symbolische Repräsentation mit Ziffern), gleichzeitig auf verschiedenen Entwicklungsebenen befinden kann. Dabei ist es auch möglich, dass Kompetenzen einer Ebene in einem bestimmten Zahlenraum schon gezeigt werden können aber noch nicht ausreichend automatisiert sind (Ennemoser & Krajewski, 2013). Zudem kann es im Laufe der Entwicklung Veränderungen in der unpräzisen Größenrepräsentation bei der Zuordnung von Zahlen zu groben Mengenkategorien geben (Krajewski & Simanowski, 2016). Als empirische Belege für das von Krajewski vorgelegte Modell gelten Längsschnittstudien zur mathematischen Kompetenzentwicklung von Vorschulkindern (W. Schneider et al., 2016). Die Befunde zeigen, dass numerische Basisfertigkeiten der Ebene 1 den folgenden Ebenen insofern vorausgehen, als dass sie einen Großteil der Varianz in Kompetenzen der Ebenen 2 und 3 erklären. Die wiederum können spätere schulische Mathematikleistungen vorhersagen und gelten damit als spezifische mathematische Vorläuferfertigkeiten (Krajewski & Schneider, 2006; 2009).

2.2 Entwicklungsmodell mathematischer Konzepte

Mit dem Ziel, zentrale Konzepte der frühen mathematischen Kompetenzentwicklung, sowie deren Entwicklungsabfolge zu identifizieren, wurde von Fritz und Ricken (2008) ein

weiteres Modell vorgelegt. Dieses zeigt inhaltliche Überschneidungen mit dem Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung von Krajewski (2008), aber auch unterschiedlich differenzierte Entwicklungsschritte. So unterscheiden die Autorinnen fünf Niveaus der frühen mathematischen Kompetenzentwicklung, die stufenförmig aufeinander aufbauen. Jedes Niveau ist durch den Erwerb verschiedener Kompetenzen charakterisiert, die auf dem Verständnis eines spezifischen arithmetischen Konzepts basieren. Anders als bei Krajewski werden frühe Fertigkeiten z.B. zur Mengenwahrnehmung, oder zum Zahlworterwerb, nicht direkt im Modell einbezogen, sondern als bereits vorhandenes Wissen angesehen.

Niveau I setzt mit dem Konzept der Zählzahl im Alter von etwa vier Jahren an. Kinder verfügen über die Zahlwortfolge, mit deren Hilfe kleinere Mengen über eine 1-zu-1-Zuordnung von Zahl zu Objekt (Gelman & Gallistel, 1978) ausgezählt, oder aus einer größeren Menge abgezählt werden können. Über die 1-zu-1-Zuordnung von Elementen können Mengen zudem präzise verglichen werden (Ricken, Fritz & Balzer, 2013).

Auf Niveau II entwickelt sich mit der Einsicht in den Ordinalitätsaspekt ein erstes Verständnis über Beziehungen zwischen Zahlen. Sie werden geordnet und ansteigend mit einer festen Position auf einem mentalen Zahlenstrahl repräsentiert, auf dem vor- und zurückgegangen und dementsprechend Nachfolger und Vorgänger bestimmt werden können (Fuson, 1988). Zahlen, die weiter hinten in der Reihe stehen, werden als größer wahrgenommen, wodurch Zahlen über ihre Position auf dem Zahlenstrahl verglichen werden können. Abstände zwischen Zahlen werden dabei noch nicht quantifiziert. Da implizites Wissen über die Vermehrung und Verminderung von Mengen (Resnick, 1989) vorhanden ist, können einfache Rechenoperationen mithilfe zählender Rechenstrategien durchgeführt werden. Dabei werden beispielsweise einzelne Teilmengen ausgezählt, zusammengeschoben und die entstandene Menge wiederum ausgezählt (Ricken, Fritz & Balzer, 2011).

Indem Positionen von Zahlen mit Mengen verbunden werden, wird die ordinale Repräsentation weiterentwickelt, und Kinder können auf Niveau III das Konzept der Kardinalität erwerben. Dabei verstehen sie, dass das letztgenannte Zahlwort, unabhängig von der Art der Elemente einer Menge und der Reihenfolge des Abzählens, für die Anzahl an Elementen steht. Die Zahlwortreihe wird als Sequenz größer werdender, kardinaler Einheiten repräsentiert, und Zahlen werden als Anzahlen verglichen und nicht mehr auf Basis ihres Rangplatzes (Ricken et al., 2013). Auch das Konzept der Zerlegbarkeit wird erworben, mit der Einsicht, dass Anzahlen aus einzelnen quantifizierbaren Einheiten zusammengesetzt sind und in diese aufgeteilt werden können. Dieser Schritt wird als wesentliche Voraussetzung für den Erwerb effektiver Rechenstrategien aufgefasst (Ricken et al., 2013). Einfache Additionsaufgaben können beispielsweise gelöst werden, in dem von der ersten Menge an weiter gezählt wird.

Dieser bedeutsame Entwicklungsschritt setzt sich auf Niveau IV mit dem Verständnis für Enthaltensein und Klasseninklusion fort. Das Konzept der Inklusionsbeziehungen zwischen Zahlen bezieht sich im Sinne Piagets auf das Verständnis, dass jede Zahl die Menge der vorangegangenen Zahlen enthält. Teil-Teil-Ganze-Beziehungen werden verstanden und können für Rechenoperationen genutzt werden (Fuson, 1988). Beispielsweise können Kinder verstehen, dass aus den Angaben von zwei Mengen auf eine dritte Menge geschlossen werden kann (Ricken et al., 2013).

Auf Niveau V differenziert sich das Wissen um Beziehungen zwischen Zahlen und Mengen mit dem Erwerb des Relationalitätskonzepts weiter aus. Zahlen werden als gleichabständig repräsentiert; jede Zahl ist von der nächsten um eins entfernt. Dadurch können Differenzen zwischen Zahlen präzise bestimmt werden. Zudem verstehen Kinder, dass der Abstand selbst nichts über die Größe der Start- und Endmengen aussagt. Die Relation zwischen zwei kleinen und zwischen zwei großen Zahlen kann gleich sein (Ricken et al., 2013). Die Einsicht in die Relationalität zwischen Zahlen sowie in die Klasseninklusion werden üblicherweise erst

kurz vor Schuleintritt oder im Verlauf des ersten Schuljahres erworben (Schmidt & Weiser, 1982; Stern, 1992).

In späteren Arbeiten wurde das Modell um ein Niveau VI ergänzt, das das Konzept der gleichmächtigen Bündelung von Zahlen umschreibt (Fritz, Ehlert & Leutner, 2018). Gemeint ist das Verständnis, dass Zahlen in gleich große Teilmengen (Bündel) zerlegt, bzw. aus gleichmächtigen Mengen zusammengesetzt werden können. Auf dem Zahlenstrahl können Zahlen mit gleichabständigen Abschnitten abgebildet werden. Diese Einsicht gilt als Voraussetzung für das Verständnis von Multiplikation, Division und dem Stellenwert von Zahlen (Herzog, Fritz & Ehlert, 2017). Damit beschreibt dieses Niveau ein arithmetisches Konzept, das vor allem für den Erwerb der Grundschulmathematik relevant ist.

Für die von Fritz und Ricken (2008) identifizierten Konzepte konnte eine entwicklungsbezogene, hierarchische Abfolge mithilfe der Item-Response-Theorie empirisch nachgewiesen werden (Ricken et al., 2013). In Abhängigkeit ihrer Lösungswahrscheinlichkeit (Itemschwierigkeit) wurden Items, die die beschriebenen Kompetenzen operationalisieren, über ein dichotomes Raschmodell skaliert. Items, die auf Basis desselben arithmetischen Konzepts gelöst werden können, gruppierten sich zu einem Kompetenzniveau, womit die Modellierung die theoretischen Annahmen stützen konnte. Damit erlaubt es das Modell, den Entwicklungsstand eines Kindes in frühen mathematischen Kompetenzen einzuordnen. Ausgehend von der Leistung in den ausgewählten Items kann festgestellt werden, welche Niveaus ein Kind bereits sicher bewältigt, welches Konzept aktuell erworben wird und welches die nächsten Entwicklungsschritte sein werden (Ricken et al., 2011).

Darüber hinaus stützen Längsschnittstudien die Validität des Modells, da gezeigt werden konnte, dass die individuelle Entwicklung arithmetischer Konzepte im Kindergarten- und frühen Grundschulalter den angenommenen Niveaus folgt (Fritz et al., 2018). Zudem konnten die Autoren zeigen, dass der Entwicklungsstand mathematischer Konzepte, erfasst über die beschriebenen Niveaustufen, die Mathematikleistung am Ende der 2. Klassen vorhersagen kann.

2.3 Weitere Modellvorstellungen

Die Annahmen von Krajewski (2008), sowie Ricken und Kollegen (2013) können als kognitiv-entwicklungspsychologische Modelle eingeordnet werden. Andere Modelle beschreiben das Zusammenspiel und den Erwerb von Mengen- und Zahlverarbeitungsprozessen aus einer neurokognitiven Perspektive (Fritz et al., 2018; W. Schneider et al., 2016). Im *Triple-Code-Modell* formulierte Dehaene (1992) drei Repräsentationsformen von Zahlen und Mengen, die in unterschiedlichen Hirnregionen verarbeitet werden. Unterschieden werden ein vorsprachliches System zur analogen Größenrepräsentation, das die Erfassung und den Vergleich von Anzahlen erlaubt, sowie zwei sprachverarbeitende Systeme. Die visuell-arabische Repräsentation erlaubt die Verarbeitung von Ziffern, und die auditiv-verbale Repräsentation ermöglicht die Verarbeitung von Zahlworten. Die beiden letztgenannten Repräsentationsformen differenzieren sich im Entwicklungsverlauf aus, wenn Zahlworte, Zählkompetenzen, Ziffernkenntnisse und arithmetisches Faktenwissen erworben werden. Angeborene Fähigkeiten zur Mengenwahrnehmung können als erste Leistung der analogen Größenrepräsentation eingeordnet werden (W. Schneider et al., 2016).

An Dehaenes Arbeiten anknüpfend werden angeborene, neuronale Prozesse angenommen, die zwei *Kernsysteme der numerischen Größenrepräsentation* abbilden (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Zum einen ermöglicht die approximative Repräsentation numerischer Größen den Vergleich von größeren Mengen innerhalb sehr kurzer Präsentationszeiten, die Abzählen nicht zulassen. Zum anderen erlaubt die präzise Repräsentation einzelner Einheiten die sofortige und exakte Erfassung und Verarbeitung kleiner Mengen mit bis zu vier Elementen. Ausgehend von diesen beiden basalen Mengenverarbeitungsprozessen können höher entwickelte numerische Konzepte erworben werden. Wie dieser Entwicklungsprozess aussehen könnte, beschreiben Aster und Shalev (2007) in einem *vierstufigen Modell*, in dem die Kernsysteme zur numerischen Größenrepräsentation inkl. der Unterscheidung kardinaler Mengen die Stufe 1 darstellen. Mit dem Erwerb von Zahlworten auf Stufe 2 und von Ziffern auf Stufe

3, kann die Mengenwahrnehmung mit gesprochenen und geschriebenen Zahlen assoziiert werden. Diese symbolischen Zahlrepräsentationen ermöglichen auf Stufe 4 die Entwicklung eines räumlichen Abbilds von Mengen und Zahlen in Form eines mentalen Zahlenstrahls. Dabei wird der Ordinalitätsaspekt verstanden. Gestützt wird das Modell durch neuropsychologische Befunde zur Umschreibung von entwicklungsbedingter Dyskalkulie (Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007; Kucian et al., 2006). Längsschnittliche Studien zur Absicherung der angenommenen Stufenhierarchie liegen nicht vor (Fritz et al., 2018).

Abschließend soll ein Modell zur mathematischen Kompetenzentwicklung vorgestellt werden, das nach Angaben der Autoren zentrale, in kognitiv-entwicklungspsychologischen und neuropsychologischen Forschungsarbeiten wiederkehrende Themen integriert (Siegler, 2016). In *The Integrated Theory of Numerical Development* betrachten Siegler, Thompson und Schneider (2011) ein zunehmendes Verständnis für präzise Größenrepräsentationen als Kern der mathematischen Kompetenzentwicklung. Diese verläuft über verschiedene Typen von Zahlen und verschieden große Zahlenräume vom Säuglings- bis ins Erwachsenenalter. Es werden vier allgemeine, überlappende Entwicklungstrends angenommen: Die zunehmend präzise Repräsentation non-symbolischer Mengen, die Verknüpfung symbolischer Zahlen mit non-symbolischen Mengen, die Ausweitung des Bereiches ganzer Zahlen, deren Mengen präzise repräsentiert werden können und die präzise Größenrepräsentation verschiedener Zahltypen, wie zum Beispiel negative Zahlen, Bruch- oder Dezimalzahlen (Siegler & Lortie-Forgues, 2014). Grundlegend für die von Siegler und Kollegen vorgelegte Theorie ist die Annahme, dass numerische Größen auf einem mentalen Zahlenstrahl repräsentiert werden. Dieser ist dynamisch und differenziert sich im Entwicklungsverlauf aus. Zunächst werden niedrige ganze Zahlen aufsteigend repräsentiert, dann erweitert sich die mentale Repräsentation nach rechts für höhere ganze Zahlen, nach links für negative Zahlen und schließlich wird verstanden, dass Bereiche zwischen ganzen Zahlen mit Bruch- bzw. Dezimalzahlen ausgedrückt werden können (Siegler, 2016). Anfangs gleicht die mentale Repräsentation numerischer Größen einer logarithmischen

Verteilung, da niedrige Zahlen als nah beieinander, und größere Zahlen in ungleichmäßig größeren Abständen repräsentiert werden. Mit fortschreitender Entwicklung wird die gleichabständige, lineare Anordnung von Zahlen verstanden. Der Übergang von einer logarithmischen zur linearen Repräsentation erfolgt für kleine Zahlen früher als für große (Siegler & Braithwaite, 2017). Zudem entwickelt sich ein Verständnis dafür, dass nicht alle Eigenschaften von ganzen Zahlen auf andere Arten von Zahlen, wie zum Beispiel Dezimalzahlen übertragen werden können, aber dass alle reellen Zahlen eine Menge repräsentieren, nach der sie geordnet werden können (Siegler, 2016). Studien zeigen, dass präzises Mengenwissen prädiktiv ist für fortgeschrittene, arithmetische Kompetenzen, und dass Interventionen, die auf eine Verbesserung numerischer Größenrepräsentationen zielen, positive Effekte auf Rechenfertigkeiten zeigen (siehe z.B. Siegler, 2016 für einen Überblick). Die Autoren sehen diese Befunde als Belege für die Annahme, dass ein zunehmendes Verständnis für präzise Größenrepräsentationen den Kern der mathematischen Kompetenzentwicklung ausmacht.

3 Bedeutsamkeit vorschulischer mathematischer Kompetenzen

Unabhängig von der konzeptuellen und entwicklungsbezogenen Schwerpunktsetzung einzelner Modelle, zeigt eine Vielzahl an Studien, dass der Erwerb vorschulischer mathematischer Kompetenzen bedeutsam für den Erfolg im schulischen Mathematikunterricht ist (Chu, vanMarle & Geary, 2015; Garon-Carrier et al., 2018; Geary, 2011; LeFevre et al., 2010; Sasanguie, Smedt, Defever & Reynvoet, 2012). Beispielsweise können vor Schuleintritt erfasste mathematische Vorläuferfertigkeiten etwa 25% der Varianz im Fach Mathematik am Ende der 1. und 4. Klasse erklären (Krajewski & Schneider, 2006).

Hierbei zeigt sich auch, dass die Entwicklung einiger der in Kapitel 2 beschriebenen frühen mathematischen Kompetenzen besonders relevant für den Erwerb höher entwickelter mathematischer Fertigkeiten sind. Zählfertigkeiten im Sinne von vorwärts- und rückwärtszählen, auch in der unterbrochenen Zahlwortfolge, sowie Abzählstrategien im Sinne der 1-zu-1-

Zuordnung, stabilen Abfolge und Abstraktion über verschiedenartige Objekte zeigen hohe Zusammenhänge mit der späteren schulischen Mathematikleistung und erweisen sich als gute Prädiktoren von Leistungsunterschieden (Martin et al., 2014; Nguyen et al., 2016). Eine Vielzahl an Studien belegt zudem, dass ein frühes Verständnis für Mengen-Zahl-Beziehungen, wie die Fähigkeit zum symbolischen Mengenvergleich und der Erwerb des Kardinalzahlkonzepts eine wichtige Voraussetzung für den späteren Schulerfolg in Mathematik darstellt (Chu, vanMarle, Rouder & Geary, 2018; Cueli, Areces, McCaskey, Álvarez-García & González-Castro, 2019; Ferreira et al., 2012; Merkley & Ansari, 2016; M. Schneider et al., 2017).

In diesen frühen mathematischen Kompetenzen besteht im Vorschulalter eine große Varianz (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). Die Integration des Zahl- und Mengenbegriffs und darauf aufbauend auch das Verständnis von Teil-Teil-Ganze-Beziehungen, gelten als kritische Entwicklungsschritte, die nicht alle Kinder problemlos bewältigen (Fritz & Ricken, 2008; Gerster, 2003). Leistungsunterschiede bleiben dabei im Verlauf der Vorschulzeit und auch mit Beginn der formalen Beschulung relativ stabil (Navarro et al., 2012), weshalb frühe Defizite mit späteren rechenschwachen Leistungen assoziiert werden können (Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006).

In Ergänzung zu den oben beschriebenen domänenspezifischen Kompetenzen werden domänenübergreifende, unspezifische Prädiktoren der Mathematikleistung untersucht. Dazu gehören beispielsweise Arbeitsgedächtnisfunktionen, Intelligenz, phonologische Bewusstheit, Verarbeitungsgeschwindigkeit, oder Aufmerksamkeit (Krajewski, Schneider & Nieding, 2008; Martin et al., 2014; Passolunghi & Lanfranchi, 2012). Längsschnittliche und experimentelle Befunde zur mathematischen Kompetenzentwicklung sprechen dafür, dass domänenübergreifende Faktoren die Performanz in basalen numerischen Kompetenzen, wie beispielsweise Mengenvergleich, oder Zählfertigkeiten, determinieren (Aragón, Cerda, Aguilar, Mera & Navarro, 2020; Costa, Nicholson, Donlan & van Herwegen, 2018; Michalczyk, Krajewski, Preßler & Hasselhorn, 2013; Schuchardt, Piekny, Grube & Mähler, 2014; Xenidou-Dervou, van Lieshout

& van der Schoot, 2014). Diese basalen Kompetenzen können die weitere vorschulische mathematische Kompetenzentwicklung, z.B. den Erwerb der präzisen Größenrepräsentation bzw. des Kardinalzahlaspekts vorhersagen, welche wiederum wesentlich zur schulischen Mathematikleistung beitragen (Hornung, Schiltz, Brunner & Martin, 2014; Krajewski & Schneider, 2009).

Zusammenfassend zeigt sich, dass vorschulische mathematische Kompetenzen eine hohe prognostische Validität aufweisen. Aus diesem Grund besteht ein Bedarf an Verfahren, mit denen Kinder mit einem Entwicklungsrisiko für spätere Rechenschwierigkeiten frühzeitig erkannt und bei Bedarf gefördert werden können.

4 Erfassung früher mathematischer Kompetenzen

In nationalen und internationalen Arbeiten finden sich Aufgabenformate, mit denen prognostisch relevante mathematische Kompetenzen operationalisiert werden können. Im Folgenden werden ausgewählte Aufgaben zur Erfassung dieser Kompetenzen beschrieben, bevor einschlägige Testverfahren dargestellt werden.

Basale Mengenverarbeitungsprozesse können beispielsweise über den Vergleich von zwei Punktmengen, oder -reihen mit unterschiedlichem Verhältnis von Stimulusanzahl, -größe und eingenommener Fläche erfasst werden (u.a. Gebuis & Reynvoet, 2011; Halberda & Feigenson, 2008). Die Probanden sollen angeben, von welcher Farbe oder Sorte mehr oder weniger gezeigt wird. Auch das frühe Verständnis für Mengeninvarianz kann geprüft werden. Dazu werden zwei Reihen mit der gleichen Anzahl an Objekten präsentiert. Eine der Reihen wird zusammengeschoben, und es wird gefragt, ob in beiden Reihen gleich viele, oder ob in einer Reihe mehr bzw. weniger Objekte zu sehen sind (z.B. Krajewski & Schneider, 2006).

Aufgaben zur Überprüfung von Zählfertigkeiten können das Aufsagen der Zahlwortfolge vorwärts und rückwärts, sowie das Auszählen kleinerer Mengen umfassen, wobei Zahlworte den Elementen 1-zu-1 zugeordnet werden (z.B. Cirino, 2011; Krajewski & Schneider,

2006). Auch Aufgaben zum Auszählen einer bestimmten Anzahl aus einer größeren Menge (z.B. „Gib mir 4 Bonbons.“) erfassen einfache Zählfertigkeiten (Le Corre & Carey, 2007; Posid & Cordes, 2015). Der flexible Umgang mit der Zahlwortfolge ist gefordert, wenn an beliebiger Stelle mit dem Zählen begonnen werden soll (z.B. Laski & Siegler, 2014; Weißhaupt et al., 2006). Durch die Bestimmung von Vorläufer und Nachfolger von Zahlen, oder die Benennung der Zahl zwischen zwei Zahlen, kann das Verständnis des Ordinalitätskonzepts operationalisiert werden (Ricken et al., 2011). Neben der Erfassung von Zählfertigkeiten finden sich zudem Aufgaben zur Prüfung der Ziffernkenntnis. Hierbei sollen arabische Ziffern benannt werden (z.B. Martin et al., 2014).

Der Kardinalitätsaspekt, bzw. die präzise Größenrepräsentation, kann überprüft werden, indem nach einer Abzählaufgabe nochmal nach der Anzahl gefragt wird (Cirino, 2011; Weißhaupt et al., 2006). Antwortet ein Kind direkt, ohne erneutes Abzählen, gibt diese Reaktion Hinweise darauf, dass die Verknüpfung von Zahl- und Mengenbegriff verstanden wurde. Des Weiteren kann dieses Konzept mit Seriationsaufgaben erfasst werden, bei denen die Lücke in einer größer werdenden Anordnung von Mengen mit der passenden Anzahl gefüllt werden muss (z.B. Krajewski & Schneider, 2006). Auch die Anforderungen, Zahlen und zugehörige Mengen einander zuzuordnen (Hurst, Anderson & Cordes, 2017), oder zu bestimmen, welche von zwei Zahlen größer ist (Cirino, 2011; LeFevre et al., 2010), adressieren die numerische Größenrepräsentation. Zudem kann dieses Verständnis mithilfe von Zahlenstrahlaufgaben erfasst werden, bei denen die Position einer symbolisch und / oder non-symbolisch präsentierten Zahl auf einem Zahlenstrahl markiert werden soll (z.B. Ebersbach, 2015; Siegler & Booth, 2004).

Darüber hinaus finden sich Aufgaben, die einfache Mengen-Zahl-Beziehungen im Sinne des Vermehrens und Verminderns adressieren (LeFevre et al., 2010; Weißhaupt et al., 2006). Präsentiert werden beispielsweise Aufgaben wie: „Du hast 5 Bonbons, ich habe 3 Bonbons. Wie viele haben wir zusammen?“. Diese können materialgestützt, z.B. mithilfe von

Chips, oder als Kopfrechenaufgabe gestellt werden. Das Verständnis für Inklusionsbeziehungen und damit einhergehend für Teil-Ganze-Beziehungen kann mit Aufgaben überprüft werden wie: „Gib mir 5 Bonbons, davon sollen 3 rot sein.“ oder „Ich habe 4 Bonbons. Wie viele fehlen, bis ich 10 habe?“ (Gerster, 2003). Auch das Verständnis für Relationsbeziehungen zwischen Zahlen und Mengen kann im Vorschulalter erfasst werden. Hierzu dienen beispielsweise Aufgaben, die danach fragen, um wie viel eine Menge im Vergleich zu einer anderen mehr oder weniger ist, oder wie die Zahl heißt, die um eine bestimmte Zahl größer bzw. kleiner als die Ausgangszahl ist (Fritz & Ricken, 2008).

Einige der beschriebenen Aufgaben fanden Eingang in validierte und etablierte Testverfahren, mit denen der Entwicklungsstand eines Kindes in vorschulischen mathematischen Kompetenzen theoriebasiert eingeordnet werden kann. Im Folgenden werden Beispiele für Individualverfahren im deutschen Sprachraum genannt, die als Papier-Bleistift-Tests vorliegen. Hierzu gehören beispielsweise die *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern* (ZAREKI-K; Aster, Bzufka & Horn, 2009) oder der *Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse* (TEDI-MATH; Kaufmann et al., 2009). Beide Verfahren basieren auf neurokognitiven Sichtweisen zur mathematischen Kompetenzentwicklung, wie sie in Kapitel 2 dargestellt wurden. Demgegenüber fokussiert der *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung* (OTZ; van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) Zählfertigkeiten und Zahlenwissen. Der *Kieler Kindergartenest Mathematik* (KiKi; Grüßing et al., 2013) wiederum bezieht sich in Teilen auf das Modell der Zahl-Größenverknüpfung nach Krajewski (2008), umfasst aber auch andere Inhaltsbereiche wie Raum, Form, Muster, Messen, Zufall oder Häufigkeiten. Während die ersten drei Verfahren insbesondere für die Identifikation von Kindern mit Rechenstörungen konzipiert und daher nicht nur für das Kindergarten-, sondern auch für das frühe Grundschulalter normiert sind, bezieht sich der KiKi ausschließlich auf mathematisches Vorwissen vor Schuleintritt.

Für diesen Altersbereich stehen weitere Verfahren zur Verfügung, die explizit die beschriebenen kognitiv-entwicklungspsychologischen Modelle operationalisieren. Hierzu gehört der *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK 0; Krajewski, 2018), der die drei Entwicklungsebenen des Modells der Zahl-Größen-Verknüpfung erfasst. Basisfertigkeiten auf Ebene 1 werden beispielsweise mit Aufgaben zum vorwärts- und rückwärtszählen oder Ziffern benennen überprüft. Klassische Seriationsaufgaben oder Aufgaben zur Zuordnung von Zahlen und Mengen sind Beispiele zur Erfassung der präzisen Größenrepräsentation auf Ebene 2. Kompetenzen der Ebene 3 werden mit Aufsummieren von oder Differenzbestimmung zwischen verschiedenen Chipmengen operationalisiert. Gemäß den psychometrischen Gütekriterien der klassischen Testtheorie, erlaubt der MBK 0 eine reliable und valide Erfassung früher mathematischer Kompetenzen (Krajewski, 2018; Krajewski & Schneider, 2009). Für den Altersbereich von 3.5 bis 7 Jahre liegen Normwerte vor, mit denen der Entwicklungsstand eines Kindes im Vergleich zu seiner Altersgruppe eingeordnet werden kann.

Auch der *Würzburger Vorschultest* (WVT; Endlich et al., 2016) bezieht sich auf das Entwicklungsmodell nach Krajewski (2008). Das Verfahren wurde zur Erfassung schriftsprachlicher und mathematischer Vorläuferfertigkeiten im letzten Kindergartenjahr entwickelt. Im Unterschied zum MBK 0 sind daher auch Aufgaben enthalten, die im höheren Vorschulalter im oberen Leistungsbereich differenzieren können (Endlich, Lenhard, Marx & Schneider, 2015). Hierzu werden beispielsweise Zählfertigkeiten im Zahlenraum bis 100 überprüft, oder Aufgaben zum mentalen Modellieren von Relationsbeziehungen gestellt.

Das Verfahren *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose* (MARKO-D; Ricken et al., 2013) erfasst die fünf Niveaustufen des Entwicklungsmodells mathematischer Konzepte nach Ricken und Kollegen (2013). Niveau I wird mit Aufgaben zum Vorwärtszählen, Abzählen von Mengen, oder dem wahrnehmungsgebundenen Vergleich von zwei Reihen mit unterschiedlichen Objektanzahlen operationalisiert. Zu Niveau II gehören klassische Aufgaben des ordinalen Zahlkonzepts, wie z.B. das Benennen von Vorläufern und

Nachfolgern von Zahlen. Der Kardinalitätsaspekt auf Niveau III wird zum Beispiel mit der beschriebenen Anzahlwiederholungsfrage nach dem Auszählen einer Menge, aber auch mit Seriationsaufgaben und einfachen Rechenaufgaben überprüft. Aufgaben, bei denen nach den oben aufgeführten Beispielen Teil-Ganze-Beziehungen, Differenzen, oder Relationen bestimmt werden müssen, erfassen Kompetenzen auf Niveau IV und V. Die Gültigkeit des zugrundeliegenden Modells, sowie die Güte der gewählten Items, konnte mithilfe der Item-Response-Theorie nachgewiesen werden (vgl. auch Kapitel 2.2). Hohe Zusammenhänge der Leistungsmessung, unter anderem zum OTZ (van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001), sprechen für die Validität des Verfahrens. Normwerte für den Altersbereich von 4 bis 6.5 Jahre und älter, erlauben die Einordnung des Entwicklungsstands eines Kindes im Vergleich zu seiner Altersgruppe. Zudem erlaubt der Test eine qualitative Leistungsbeurteilung, bei der das aktuelle Entwicklungsniveau des Kindes bestimmt wird.

Es wird deutlich, dass die beschriebenen Verfahren eine umfangreiche, differenzierte Diagnostik im Bereich früher mathematischer Kompetenzen erlauben. Parallel dazu besteht auch ein Bedarf an niederschweligen Instrumenten, die insbesondere Kinder mit einem Entwicklungsrisiko zuverlässig identifizieren können (Jörns, Schuchardt, Mähler & Grube, 2013; Seeger et al., 2014). Hierfür eignen sich Screeningverfahren, die Entwicklungsauffälligkeiten ökonomisch, sensitiv, spezifisch und frühzeitig erfassen (Deimann & Kastner-Koller, 2021; Tröster, 2009). Screenings erfüllen eine Filterfunktion, indem sie die Kinder erkennen, die eine differenzierte Entwicklungsdiagnostik erhalten sollten. Dazu müssen prognostisch valide Indikatoren z.B. in Form von Testitems vorliegen. Die beschriebenen Aufgabenformate, die vor dem Hintergrund einschlägiger Entwicklungsmodelle prognostisch relevante mathematische Vorläuferfertigkeiten adressieren, haben sich auch in Kurzversionen der Verfahren MBK 0 und MARKO-D zur Identifikation von Risikokindern bewährt (Ehlert, Ricken & Fritz, 2020; Krajewski, 2014).

5 Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter

Wenn Auffälligkeiten im Bereich früher mathematischer Kompetenzen erkannt werden, besteht ein Bedarf an wirkungsvollen Fördermaßnahmen (Deimann & Kastner-Koller, 2021), die noch vor Schuleintritt eingesetzt werden können. Für eine Förderung im Vorschulalter stehen verschiedene Trainingsprogramme zur Verfügung. Hierzu zählt das Programm *Mengen, zählen, Zahlen* (MZZ; Krajewski et al., 2007), welches darauf zielt, ein frühes Verständnis für Zahlen, Mengen und deren Beziehungen auf Basis des Entwicklungsmodells von Krajewski (2008) zu vermitteln. Den drei Entwicklungsebenen des Modells entsprechend, umfasst das Programm drei Förderschwerpunkte, die nacheinander und aufeinander aufbauend in 24 halbstündigen Trainingssitzungen über einen Zeitraum von acht Wochen behandelt werden. Damit soll MZZ insbesondere bei Vor- und Grundschulkindern das Verständnis für basisnumerische Kompetenzen fördern, sodass ein Fundament für das Verständnis der Grundschulmathematik aufgebaut werden kann. Das Programm kann in Einzelsitzungen oder in Gruppen mit vier bis sechs Kindern durchgeführt werden. Die Wirksamkeit des Verfahrens konnte empirisch nachgewiesen werden (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). Dabei zeigten sich für Kinder, die in ihrem letzten Kindergartenjahr an einer Förderung mit MZZ teilnahmen, kurz- und langfristige Effekte in Mengen-Zahlen-Kompetenzen gegenüber Kindern in aktiven und passiven Kontrollbedingungen. In einer weiteren Trainingsstudie zeigten sich altersdifferenzierte Fördereffekte, wobei jüngere Kinder auf den ersten beiden und ältere Vorschüler auf der dritten Kompetenzebene zulegen konnten (Krajewski, Renner et al., 2008). Zudem konnten Grundschüler mit schwachen Leistungen von einem Training mathematischer Basiskompetenzen mit MZZ längerfristig profitieren, wobei auch Transfereffekte auf Rechenfertigkeiten nachgewiesen werden konnten (Hecht, Sinner, Kuhl & Ennemoser, 2011).

Ein weiteres Förderprogramm ist *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Training* (MARKO-T; Gerlach et al., 2013), das den Erwerb mathematischer Konzepte nach

dem Entwicklungsmodell von Ricken und Kollegen (2013) adressiert. Im Rahmen einer Eingangsdagnostik mit dem MARKO-D (Ricken et al., 2013) kann bestimmt werden, welches Kompetenzniveau ein Kind erreicht hat. MARKO-T setzt adaptiv beim Verständnis dieses Konzepts an und zielt auf das Erreichen des nächsten Entwicklungsniveaus. Für die fünf Niveaustufen stehen insgesamt 57 Einheiten von durchschnittlich 45 Minuten zur Verfügung, die als Einzeltraining durchgeführt werden. Das Verfahren kann zur Förderung entwicklungsverzögerter bzw. rechenschwacher Kinder im Alter von 5 bis 8 Jahren, während des Übergangs vom Kindergarten in die Grundschule, eingesetzt werden. Auch die Wirksamkeit des MARKO-T wurde mittels einer Trainingsstudie empirisch überprüft (Ehlert & Fritz, 2016). Hierbei konnten kurz- und langfristige Effekte für Kinder mit schwachen Rechenleistungen nachgewiesen werden.

Die beschriebenen Beispiele für Trainingsprogramme erlauben eine umfangreiche, aber auch zeitintensive Förderung früher mathematischer Kompetenzen. Insbesondere in Kindertageseinrichtungen stehen häufig begrenzte zeitliche und personelle Ressourcen zur Verfügung (Textor, 2005). Auch bezüglich der Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten besteht folglich ein Bedarf an Verfahren, die ressourcenschonend und alltagsintegriert eingesetzt werden können (Jörns et al., 2013). Dieses Potential zeigen spielbasierte Ansätze, die im Kontext Lernen als attraktive und kostengünstige Alternative zu instruktionalen Ansätzen diskutiert werden (Hirsh-Pasek, Golinkoff, Berk & Singer, 2009; Lange, Brenneman & Sareh, 2021; Weisberg, Hirsh-Pasek & Golinkoff, 2013; Weisberg, Hirsh-Pasek, Golinkoff, Kittredge & Klahr, 2016). Zu unterscheiden sind freie Spielsituationen und sogenannte Regelspiele (siehe z.B. Pellegrini, 2011 für einen Überblick). Letztere sind durch festgelegte Spielregeln und – abläufe gekennzeichnet. Im Unterschied zu freien Spielsituationen erlauben Regelspiele eher geführte Lernaktivitäten, sodass im Spielverlauf ausgewählte Aktivitäten fokussiert werden können (Hauser et al., 2014). Zu den positiven Merkmalen von Spielhandlungen gehören Interaktivität, Eingebundenheit, positive Aktivierung und Selbstwirksamkeitserleben, aber auch

kompetitive Spielelemente und Herausforderungen (Baines & Blatchford, 2011; Hassinger-Das et al., 2017).

Die Förderwirksamkeit von Regelspielen im Bereich früher mathematischer Kompetenzen wurde vielfältig überprüft (Bayeck, 2020; Ehm, Lonnemann & Hasselhorn, 2017; Ramani & Siegler, 2014). Beispielweise wurden im deutschen Sprachraum zahlen- und mengenbezogene Spielesammlungen konzipiert, wobei einzelne Spiele einzelne Kompetenzen des Entwicklungsmodells nach Krajewski (2008) adressieren. Durch den alltagsintegrierten Einsatz dieser Spiele in Kindergärten, über einen Zeitraum von vier bis fünf Wochen, konnte für eine Fördergruppe von Kindern im Alter von 4 bis 5 Jahren ein bedeutsamer und zeitlich stabiler Leistungszuwachs in frühen mathematischen Kompetenzen, insbesondere in ersten Rechenfertigkeiten, erzielt werden (Jörns et al., 2013; Jörns, Schuchardt, Grube, Barkam & Mähler, 2017). Für diese Form der spielbasierten Förderung zeigten sich bei vergleichbarer Förderintensität vergleichbare Leistungszuwächse, wie für standardisierte Trainingsprogramme (Hauser et al., 2014; Rechsteiner & Hauser, 2012). Zudem konnten leistungsschwächere Kinder profitieren, womit ein kompensatorischer Fördereffekt nachgewiesen wurde (Jörns et al., 2014).

Darüber hinaus wurde auch überprüft, inwieweit kommerzielle und damit in Einrichtungen und Familien potentiell verfügbare Gesellschaftsspiele zahlen- und mengenbezogene Kompetenzen fordern und fördern können. Für das Spielen von herkömmlichen Brett- und Würfelspielen in Kleingruppen von zwei bis drei Kindern, im Alter von 4 bis 5 Jahren und einer geschulten Versuchsleitung, konnte ein bedeutsamer Kompetenzzuwachs in Zählfertigkeiten und beim Erkennen von Mustern nachgewiesen werden (Gasteiger, 2013; Gasteiger & Moeller, 2021). Die Förderung umfasste sieben 30-minütige Sitzungen, die über einen Zeitraum von vier Wochen verteilt wurden.

Auch international wird die Konzeption und Wirksamkeit von Regelspielen zur Förderung früher mathematischer Kompetenzen untersucht. In den USA steht dabei die Entwicklung von kompensatorischen Angeboten für Kinder aus einkommensschwachen Familien im Fokus.

Diese zeigen im Schnitt niedrigere Leistungen in frühen mathematischen Kompetenzen, als Gleichaltrige aus einkommensstärkeren Familien (Jordan, Kaplan, Nabors Oláh & Locuniak, 2006; Starkey, Klein & Wakeley, 2004), weshalb ein besonderer Bedarf an niederschwelligen Fördermaßnahmen gesehen wird. Scalise, Daubert und Ramani (2020) entwickelten Kartenspiele zum symbolischen und non-symbolischen Mengenvergleich. Sie konnten mit vier 15-minütigen Spielsitzungen einen zeitlich stabilen Fördereffekt in Aufgaben zum Ziffern lesen und Mengen vergleichen für US-amerikanische Kinder im Alter von 3 bis 5 Jahren aus einkommensschwachen Familien nachweisen.

In diesem Zusammenhang wurde auch das Potential von Zahlenbrettspielen überwiegend im englisch sprachigen Raum untersucht. Ausgangspunkt waren herkömmliche Brettspiele mit Zahlbezug, wie beispielsweise das US-amerikanische *Chutes and Ladders* (Milton Bradley Company, 1978), das im Deutschen als *Das lustige Leiterspiel* (Schmidt Spiele GmbH) bekannt ist. Angenommen wird, dass Spielmaterial und mentale, sowie physische Spielhandlungen in diesen Spielen visuelle, auditive, kinästhetische und temporale Hinweise auf die Struktur des Zahlensystems geben können (Siegler & Booth, 2004). Die Arbeitsgruppe von Robert Siegler hat Spielmaterial und Spielhandlungen an die zu erwerbende mentale Repräsentation angepasst. Vergleichbar mit der ersten Reihe des Spielbretts von *Chutes and Ladders* wurde ein Brettspiel konzipiert, bei dem die Zahlen von 1 – 10 linear aufsteigend von links nach rechts angeordnet wurden, womit sie die mentale Repräsentation numerischer Größen widerspiegeln können. Abwechselnd wird der Zeiger einer Drehscheibe mit den Zahlen 1 und 2 gedreht und mit der Spielfigur die angezeigte Zahl an Schritten über die zehn Felder vorgerückt. Wer zuerst die 10 erreicht, gewinnt das Spiel. Verglichen wurde dieses lineare Zahlenbrettspiel (*The Great Race*) mit Spielfeldern, bei denen die Zahlen zirkulär angeordnet wurden (Siegler & Ramani, 2009). Für eine Gruppe von 4- bis 5-Jährige, die das lineare Spiel spielten, zeigten sich nach

knapp zwanzig Durchgängen von je 3 Minuten, verteilt über vier Spielsitzungen, höhere Leistungszuwächse in Zahlenstrahlaufgaben und Aufgaben zum Mengenvergleich, als bei Kindern, die die zirkulären Varianten spielten.

Neben dem Spielmaterial wurde auch die Spielhandlung so angepasst, dass sie das Einkodieren von Merkmalen der numerischen Größenrepräsentation, wie beispielsweise numerisch-räumliche Beziehungen zwischen Zahlen unterstützen kann. Dazu wurde eine Veränderung der Zählweise während des Spielens vorgenommen (Laski & Siegler, 2014; Siegler & Ramani, 2009). Anstatt wie in herkömmlichen Brettspielen die zu gehenden Schritte bei jedem Spielzug von 1 an abzuzählen (count-from-1 Regel), wird in der Zahlenfolge weiter gezählt (count-on Regel), wobei die Zahlen benannt werden, die man überschreitet. Steht ein Kind beispielsweise auf der 4 und erzielt auf der Drehscheibe eine 2, so zählt es „5; 6“ während es mit der Spielfigur über die entsprechenden Felder vorrückt. Trainingsstudien belegen die Wirksamkeit dieser besonderen Zählweise im Rahmen linearer Zahlenbrettspiele nach wenigen Spielsitzungen, wobei 3- bis 5-Jährige in Zählfertigkeiten und im Ziffernlesen, sowie in Mengenvergleichs- und Zahlenstrahlaufgaben, profitierten. Trainingseffekte zeigten sich sowohl in kontrollierten 1-zu-1-Spielsituationen zwischen Kindern und geschulten Versuchsleitungen (Elofsson, Gustafson, Samuelsson & Träff, 2016; Ramani & Siegler, 2008; Whyte & Bull, 2008), als auch in standardisierten Gruppenspielsituationen, bestehend aus zwei bis drei Kindern und entweder einem Mitglied des Forschungsteams, oder einem Beschäftigten des Kindergartens (Ramani, Siegler & Hitti, 2012). Zudem erwiesen sich lineare Zahlenbrettspiele als alltagsintegrierte Spielaktivität wirksam, wenn sie in Kindergärten und zusätzlich im häuslichen Umfeld eingesetzt wurden (Lange et al., 2021).

Darüber hinaus wurde das beschriebene einfache Zahlenbrettspiel im 10er Raum auf den Zahlenraum bis 100 erweitert. Das entstandene Spiel *Race to Space* bildet, vergleichbar mit dem herkömmlichen Brettspiel Chutes and Ladders, alle Zahlen von 0 bis 100 in einer 10x10

Matrix ab (Laski & Siegler, 2014). Die Anordnung der Zahlen unterscheidet sich jedoch wesentlich. Wie bereits beschrieben, sind die Zahlen von 1 bis 10 in der ersten Reihe auf dem Spielfeld von Chutes and Ladders von links nach rechts angeordnet. In der zweiten Reihe befindet sich die 11 jedoch direkt über der 10, sodass in dieser Reihe von rechts nach links vorgerückt wird. Für das Spielfeld von Race to Space wurde eine semilineare Struktur gewählt. Das bedeutet, dass die Struktur des Basis-10 Zahlensystems bei der Anordnung der Zahlen beibehalten wurde, wobei die zehn Reihen die Zehner, und die zehn Spalten die Einer repräsentieren. Folglich befindet sich die 11 nicht über der 10, sondern über der 1, sodass die Zahlen eines Zehners in jeder Reihe von links nach rechts durchlaufen werden. Ziel dieser Anordnung ist die Angleichung des Spielmaterials an die mentale Repräsentation von Zahlen als geordnete, größer werdende Einheiten. Dies sollte zusätzlich visuell unterstützt werden, indem die Reihen mit aufsteigen der Zahlen zunehmend dunkler gefärbt wurden. Neben dem Spielmaterial wurde auch für Race to Space die Spielhandlung so angepasst, dass sie das Enkodieren von Merkmalen numerischer Größen unterstützen kann. Daher wurde im Zahlenraum bis 100 nach der count-on Regel gespielt. Die Anzahl der zu gehenden Schritte wurde über eine Drehscheibe mit den Zahlen von 1-5 bestimmt. Wird beispielsweise eine 3 angezeigt, wenn eine Spielfigur auf der 24 steht, bedeutet das Spielen nach der count-on Regel, dass mit „25; 26; 27“ weiter gezählt wird, während man über die entsprechenden Felder vorrückt. Mit 5 als höchstmöglicher Zahl können die zu gehenden Schritte mit der freien Hand angezeigt werden.

Im Rahmen einer Trainingsstudie konnten Laski und Siegler (2014) nachweisen, dass 5- und 6-Jährige, die Race to Space nach der count-on Regel spielten, nach vier Spielsitzungen mit je zwei Spieldurchgängen größere Lernzuwächse zeigten als Kinder, die nach der count-from-1 Regel spielten. Profitieren konnten die Kinder der count-on Spielbedingung insbesondere in Aufgaben zu Zählfertigkeiten, im Ziffern lesen und in Zahlenstrahlaufgaben. Eine Verlaufsmessung mathematischer Kompetenzen zeigte, dass sich die größten Lernzuwächse wäh-

rend der ersten beiden Spielsitzungen einstellten. Mit einem Kontrollexperiment wurde überprüft, ob die Spielhandlung den Lernerfolg bedingt, oder ob reines Enkodieren geschriebener Ziffern ausreichend wäre. Kinder spielten Race to Space nach der count-from-1 Regel. Im Anschluss wurden auf Karten gedruckte Sequenzen der Ziffernfolge zwischen 0-100 präsentiert, die benannt werden sollten. Das Spielfeld war dabei nicht sichtbar. Die untersuchten Kinder profitierten im Ziffern lesen und in Zählfertigkeiten, jedoch nicht in Aufgaben, die Mengen-Zahlen-Beziehungen adressieren. Die Autoren sehen das Potential der count-on Spielbedingung im Rahmen von Zahlenbrettspielen folglich darin, dass die Aufmerksamkeit der Kinder nicht nur auf die Zahlen gerichtet wird, sondern diese durch die Spielhandlung und das Material tatsächlich mit visuellen, auditiven, kinästhetischen und temporalen Hinweisen auf numerische Größen verknüpft werden können.

Zusammenfassend zeigt sich, dass für den deutschen Sprachraum verschiedene Verfahren zur Förderung früher mathematischer Kompetenzen zur Verfügung stehen. Im Hinblick auf die benötigten Ressourcen (z.B. Zeit und Material) und die möglichen Fördereffekte, erweisen sich die zuletzt beschriebenen und international viel beachteten Zahlenbrettspiele als attraktive Fördermöglichkeit. Im deutschen Sprachraum fehlen Arbeiten, die systematisch die Konzeption und Wirksamkeit dieser Spiele überprüfen.

6 Zielsetzungen der Arbeit

Befunde zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen (u.a. Aster & Shalev, 2007; Feigenson et al., 2004; Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013; Siegler & Braithwaite, 2017) und zur Bedeutsamkeit bestimmter Entwicklungsschritte für den späteren Erfolg im schulischen Mathematikunterricht (u.a. Chu et al., 2018; Nguyen et al., 2016), begründen die Notwendigkeit von Verfahren zur Erfassung und Förderung dieses Kompetenzbereichs in der frühen Kindheit. Für den deutschen Sprachraum stehen standardisierte Tests zur differenzierten Diagnostik (vgl. Kapitel 4) und umfassende, evaluierte Trainingsprogramme (vgl. Kapitel 5) zur Verfügung.

Gerade die Differenziertheit und der Umfang kann jedoch eine Nutzbarmachung und Implementation in Institutionen erschweren. In diesen besteht ein Bedarf an Instrumenten, die die Beobachtung, Einordnung und wenn nötig Unterstützung des kindlichen Entwicklungsstandes ressourcenschonend ermöglichen (Seeger et al., 2014; Textor, 2005). In diesem Zusammenhang erweisen sich Regelspiele in der Förderung früher mathematischer Kompetenzen als einfach umsetzbare, effektive sowie zeit- und kostengünstige Alternativen. Sie haben sich sowohl als Individualverfahren (u.a. Laski & Siegler, 2014; Siegler & Ramani, 2009; Whyte & Bull, 2008), als auch im Gruppensetting (Gasteiger & Moeller, 2021; Ramani et al., 2012) und alltagsintegriert (u.a. Jörns et al., 2007; Lange et al., 2021) bewährt. Damit bieten sie viele, potentiell niederschwellige Möglichkeiten für den Einsatz in Kindertagesstätten. Das Potential von international viel beachteten linearen Zahlenbrettspielen wurde im deutschen Sprachraum bisher nicht systematisch überprüft. Bezüglich der Erfassung früher mathematischer Kompetenzen gibt es neben Verfahren zur Differenzialdiagnostik auch Screenings, die gezielt der Identifikation von Risikokindern dienen (Ehlert et al., 2020; Krajewski, 2014). Die Eignung von spielbasierten Settings zur Einordnung des Entwicklungsstandes wurde in diesem Zusammenhang noch wenig untersucht. Im vorliegenden Dissertationsvorhaben sollen diese Forschungslücken adressiert werden. Die übergeordnete Zielsetzung der Arbeit ist die theoriegeleitete Konzeption¹ und weitere Entwicklung eines linearen Zahlenbrettspiels zur Erfassung und Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter (für den deutschen Sprachraum).

Im nächsten Kapitel wird die allgemeine Konzeption des Spiels vorgestellt und das Material sowie die Vorgehensweise für die Fördervariante beschrieben. Mögliche Effekte der spielbasierten Förderung wurden in zwei Trainingsstudien empirisch überprüft, die die folgenden Zielsetzungen adressieren:

¹ Die Konzeption des betreffenden linearen Zahlenbrettspiels begann im Rahmen der Masterarbeit der Autorin und setzt sich in der vorliegenden Dissertation fort.

- 1) Die Überprüfung der Trainierbarkeit früher mathematischer Kompetenzen mithilfe eines Zahlenbrettspiels, inklusive der Prüfung von zeitlich stabilen Fördereffekten² (vgl. Studie I)
- 2) Die Überprüfung von Effekten der spielbasierten Förderung im Einzel- und Gruppen-setting (vgl. Studie II).

In Kapitel 8 wird die Entwicklung eines Screenings im Rahmen des Zahlenbrettspiels erläutert. Die Testgüte des Verfahrens, seine Eignung zur Identifikation leistungsschwächerer Kinder, sowie Besonderheiten des spielbasierten Testsettings wurden in zwei weiteren Studien mit den folgenden Zielsetzungen geprüft:

- 3) Die Erprobung eines Screenings im Rahmen der Spielsituation (vgl. Studie III).
- 4) Ein Vergleich der Performanz in und der Wahrnehmung von spielbasierten und etablierten Testsettings (vgl. Studie IV).

7 Konzeption und empirische Überprüfung eines linearen Zahlenbrettspiels

7.1 Vorüberlegungen

Ein Ausgangspunkt für die Konzeption von Test- und Förderverfahren ist die theoriegeleitete Entwicklung unter Bezugnahme auf entwicklungspsychologische Modelle; im Unterschied zu Verfahren, die curricular, oder qualitativ orientiert sind (Fischer, Roesch & Moeller, 2017). Die theoriebezogene Konzeption bietet den Vorteil, dass durch ein Testverfahren Kompetenzen geprüft werden können, die prognostisch relevant sind. So lassen sich aus der Diagnostik im Bereich der mathematischen Kompetenzentwicklung unmittelbare Hinweise auf mögliche Schwierigkeiten in basalen Zahlverarbeitungsprozessen ableiten, bei denen eine Förderung ansetzen kann (Moser Opitz & Ramseier, 2012). Folglich ist eine Passung zwischen

² Die erste Erprobung des linearen Zahlenbrettspiels begann im Rahmen der Masterarbeit der Autorin und setzt sich im Rahmen der vorliegenden Dissertation mit dem Einbezug von Follow-up Daten der ersten Trainingsstudie fort.

zugrundeliegenden Entwicklungsmodellen, Test- und Förderverfahren wünschenswert (Fischer et al., 2017).

Vor dem Hintergrund der theoretisch fundierten und empirisch gesicherten Modelle von Krajewski (2008) sowie Ricken und Kollegen (2013) gibt es mit den in Kapitel 4 und 5 beschriebenen Verfahren Instrumente, die diesen Anforderungen gerecht werden. Dabei erlauben MBK 0 (Krajewski, 2018) und MARKO-D (Ricken et al., 2013), unter Bezugnahmen auf das jeweilige Entwicklungsmodell, eine differenzierte Diagnostik. Darüber hinaus liegen Kurzversionen der Verfahren vor, die sich als Screenings zur Identifikation von Risikokindern bewährt haben (Ehlert et al., 2020; Krajewski, 2014). Im Bedarfsfall kann mithilfe von MZZ bzw. MARKO-T eine umfassende Förderung angeboten werden, für die ebenfalls ein direkter Bezug zum Entwicklungsmodell und zum jeweiligen Testverfahren hergestellt werden kann. Zudem erwiesen sich Spielesammlungen zur Unterstützung des mathematischen Kompetenzerwerbs als wirksam, die sich in ihrer Konzeption am Entwicklungsmodell nach Krajewski (2008) orientieren. Damit bewähren sich beide Modelle für die Konzeption von entwicklungspsychologisch fundierten Test- und Fördermöglichkeiten, weshalb sie auch grundlegend für die Entwicklung und Überprüfung des im Folgenden vorgestellten linearen Zahlenbrettspiels sind.

7.2 Das Haus der Zahlen – Beschreibung der Fördervariante

Über mehrere Entwicklungsschritte ist das Haus der Zahlen entstanden; ein lineares Zahlenbrettspiel, das an herkömmliche Brettspiele mit Zahlbezug im Zahlenraum bis 100, wie Chutes and Ladders, oder Das lustige Leiterspiel, angelehnt ist. Das Spielfeld wird in Abbildung 7.1 in Studie I dargestellt. Für die Konzeption wurden bisherige Überlegungen und Befunde zur Angleichung des Spielmaterials und der Spielhandlungen an die mentale Repräsentation des Zahlensystems und zur leichteren Enkodierung von numerischen Größen aufgegriffen (Laski & Siegler, 2014; Siegler & Ramani, 2009). Vorbild war dabei insbesondere das in Kapitel 5 beschriebene semilineare Zahlenbrettspiel Race to Space. Die in diesem Spiel gewählte

Anordnung der Zahlen in einer 10x10 Matrix, sowie die dunkler werdende Färbung des Hintergrunds und die Kontrastierung der beiden Spielregeln count-from-1 und count-on in der Fördersituation, wurden beibehalten. Im Unterschied zu der US-amerikanischen Variante wurde das Space Design durch ein Haus ersetzt, in dem die Zahlen von 0 bis 100 in 10 aufsteigenden Stockwerken mit je 10 Türen angeordnet sind (vgl. auch Studie I für eine Beschreibung des Spielmaterials). Für die Schreibweise der Ziffern wurde die deutsche Ausgangsschrift gewählt. Anstatt der Drehscheibe mit fünf Feldern wurde, wie in deutschen Brettspielen eher verbreitet, ein Würfel benutzt. Um die fünf als höchstmögliche Ziffer beizubehalten, wurde ein 10-seitiger Würfel gewählt, auf dem die Ziffern von 1-5 je zweimal vorkommen.

Zudem sollte in der Fördervariante des Spiels ein entscheidendes Spielelement der genannten herkömmlichen Brettspiele einbezogen werden; nämlich die Möglichkeit auf dem Weg über das Spielfeld abzukürzen und schneller das Zielfeld erreichen zu können. Hierzu wurde in der Mitte des Spielbretts zwischen den Zahlen mit 5 und 6 in der Einerstelle ein Aufzug eingefügt. Endet ein Spielzug auf einer Zahl mit einer 5 in der Einerstelle, darf die Spielfigur unmittelbar um ein Stockwerk nach oben gesetzt werden. Während dieses Spielzugs sollen die Schritte gezählt werden, um die abgekürzt wird. Das bedeutet in der count-from-1 Spielbedingung, dass von 1-10 gezählt wird, während die Spielfigur nach oben fährt. In der count-on Spielbedingung wird auch während des Aufzugfahrens in der Zahlenfolge weiter gezählt, wobei die Zahlen benannt werden, die übersprungen werden (vgl. auch Studie I für die Konzeption der Abkürzungsmöglichkeit).

Vergleichbar mit früheren linearen Zahlenbrettspielen adressieren Spielmaterial und Spielhandlung des Haus der Zahlen (vor allem in der count-on Spielbedingung) frühe mathematische Kompetenzen, wie Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnisse. Gleichzeitig werden Hinweise auf das Enkodieren numerischer Größenrepräsentationen und räumlich-numerischer Beziehungen zwischen Zahlen gegeben. Beispielsweise wird erfahrbar, dass bis zur Zahl 5 genau 5 Schritte zu gehen sind, oder dass die 17 weiter rechts steht und somit größer ist, als die 14,

genauso wie die 7 in der Reihe darunter größer ist, als die 4. Sowohl von 4 zu 7, als auch von 14 zu 17 sind 3 Schritte zu gehen. Diese im Spielverlauf geforderten mathematischen Kompetenzen können den drei Ebenen des Entwicklungsmodells nach Krajewski (2008) zugeordnet werden. Mögliche Trainingseffekte des Spielens nach den beschriebenen Regeln werden in den im Folgenden vorgestellten Trainingsstudien vor diesem theoretischen Hintergrund überprüft wurden.

Da die geforderten mathematischen Kompetenzen im Haus der Zahlen vor allem in der count-on Spielbedingung den Zehnerübertritt einschließen, kann das Spiel eine große Herausforderung für jüngere Kinder darstellen. Deshalb wurden für die Trainingsstudien Vorschulkin-der rekrutiert, die das letzte Kindergartenjahr vor der Einschulung besucht haben. Zudem wurden experimentelle Studiendesigns gewählt, um mögliche Störfaktoren kontrollieren zu können und eine höhere interne Validität zu erreichen. Die mathematischen Kompetenzen der Kinder wurden vor und nach einer Trainingsphase, sowie in einem Follow-up erfasst. Für die Phase zwischen Vor- und Nachtest wurden die Probanden zufällig auf verschiedene Studienbedingungen verteilt. In den Trainingsphasen wurde das Haus der Zahlen zwar in den teilnehmenden Kindergärten, aber in standardisierten Untersuchungssettings erprobt, die von geschulten Versuchsleitungen durchgeführt wurden. Die Durchführung der Test- und Spielsitzungen folgte festgelegten Instruktionen (vgl. Anhang A).

In der folgenden Studie I (Vorarbeit) geht es um die erstmalige Erprobung des neu entwickelten Spiels, wobei die Wirksamkeit und zeitliche Stabilität der Effekte von viermaligem Spielen nach der count-on und count-from-1 Spielregel in standardisierten Ein-zu-Eins Sitzungen geprüft wird.

7.3 Trainierbarkeit früher mathematischer Kompetenzen mithilfe des Haus der Zahlen (Studie I, Vorarbeit)

The rule counts! Acquisition of mathematical competencies with a number board game

Johanna Skillen¹, Valérie-D. Berner¹, and Katja Seitz-Stein¹

¹*Department of Psychology, Catholic University Eichstätt-Ingolstadt, Eichstätt, Germany*

The Version of Record of this manuscript has been published and is available in *The Journal of Educational Research*, 2018, <https://doi.org/10.1080/00220671.2017.1313187>

This version does not completely fit the Version of Record (concerning citation format, numbering of tables and figures) and is not citable.

Abstract

The study evaluates the linear number board game 100 House. Taking into account Krajewski's (2008; 2013) development model of mathematical competencies, this game supports the development of mathematical competencies in 6-year-old children. The board game design is based on the American cognitive alignment framework approach and aims to enhance the number board game Race to Space (Laski & Siegler, 2014). German 6-year-old children ($N = 48$) received four game-playing sessions, either counting on from their current position on the board game (count-on condition) or counting their steps from one (count-from-1 condition). In a pretest, posttest and follow-up session, children's mathematical performance was assessed. The results show that playing the game led to stable improvements, especially in mathematical competencies of the first and second level of the underlying development model. Children in the count-on condition displayed a greater benefit. Supporting mathematical competencies by playing number board games is discussed.

Keywords: American cognitive alignment framework approach, German development model, linear number board games, longitudinal study, mathematical competencies in 6-year-old children

Introduction

The development of mathematical competencies regularly starts long before children attend school. Along with language acquisition, children get to know number words and are enabled to count step by step. At the end of kindergarten and before attending formal school they can already use numbers and quantities for first arithmetical problem solving (Krajewski, Renner et al., 2008; Resnick, 1989; Ricken et al., 2011; W. Schneider et al., 2016).

This early acquisition of mathematical competencies is assumed to be central for later arithmetical competencies and mathematical school achievement. Several (longitudinal) studies have shown that early mathematical abilities such as counting and reading numerals as well as representations of numerical magnitudes and number invariance can be considered specific predictors of mathematical performance up to 4 years later (Aunola et al., 2004; Krajewski & Schneider, 2006; LeFevre et al., 2010; Martin et al., 2014; Weißhaupt et al., 2006). Thus, variance in mathematical performance in school can be explained by differences in early basic mathematical performance. Consequently, early advancement of basic mathematical competencies seems to be important.

Development of Mathematical Competencies

Before discussing the question of how basic mathematical competencies can be improved in young children, the development of mathematical competencies must be considered. One theoretical model that describes the development of mathematical competencies from early childhood to primary school age is provided by Krajewski (2008, 2013; W. Schneider et al., 2016). This model is based on the assumption that children initially develop an understanding of numbers and quantities separately. A growing understanding of the link between numbers and quantities is considered to be a crucial step within the development of mathematical competencies (Resnick, 1989). According to Krajewski's model, children acquire this deepened comprehension via three developmental levels.

Level 1 comprises basic numerical competencies, such as acquiring number words, the number word sequence and Arabic numerals without their semantic meaning. Besides, children are able to perceive differences in quantities and sizes but at this level these are considered isolated from numbers or numerals. Level 2, which is divided into two sublevels (2a and 2b), is characterized by the acquisition of basic number comprehension. This understanding of the link between numbers and quantities is acquired at about three years of age. First, children develop a vague representation of number words having quantitative meaning, which is demonstrated by the fact that they link several number words with one and the same quantity expression (level 2a). For example, children at this level link both number words *one* and *three* with the quantity expression *little*, while they link the number words *eight* and *twenty* with the quantity expression *much* (W. Schneider et al., 2016). Further on, children realize that number words represent exact quantities and that the number word sequence represents exact ascending quantities (level 2b). Now children understand that the number word *three* is linked with the precise quantity of three elements or objects, while the number word *four* is linked with precisely four elements or objects. Beside precise quantity representations, children at level 2 become aware of relations between quantities. Thus, children are able to neglect the spatial extent between objects when comparing two rows that contain the same amount of objects but differ in their spatial extend. At about 6 years of age, children reach level 3, which is characterized by the acquisition of deepened number comprehension. At this level, they realize that relations between quantities can be precisely described by numbers. Only now children are able to express differences between quantities, as well as between numbers, by numbers (Krajewski, Renner et al., 2008; Krajewski, 2013; W. Schneider et al., 2016).

Improving Mathematical Competencies

Krajewski's development model of mathematical competencies can form the basis for theory-based approaches that help support the acquisition of mathematical competencies in

young children. One training approach that is explicitly founded on Krajewski's development model is the *standardized training program* Mengen, zählen, Zahlen (MZZ; quantities, counting, numbers; Krajewski et al., 2007). The program comprises 24 half-hour sessions and can be delivered in a group setting by a kindergarten teacher within a period of 10 weeks. Following the three levels of the development model, the given exercises train the outlined mathematical competencies systematically with playful and demonstrative material. For instance, the link between numbers and quantities is visualized by a number staircase with steps that represent ascending numbers. A staircase can visualize how many steps must be taken between two numbers in the number line sequence. The program has proven effective in a German evaluation study with 260 5- to 6-year-old children. The results display that children in the MZZ training group showed comparably larger improvements (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). However, one aspect of the effective application of (standardized) training programs is high resource costs.

A different approach makes use of the motivational and informal learning character of conventional and less training-based games to foster mathematical competencies. In this regard, German and Swiss educational research groups implemented several conventional and self-developed games in kindergarten in order to support the acquisition of mathematical competencies in 4- to 6-year-old children. Mathematical competencies were operationalized in terms of Krajewski's (2008, 2013) development model. Empirical investigations of this measurement show that the *play-based approach* supports the acquisition of mathematical competencies in terms of the underlying development model (Jörns et al., 2014) and results in learning improvements comparable to those in standardized training programs (Hauser et al., 2014). Thus, educational games that consider an explicit theoretical background of the development of mathematical competencies have proven effective. However, these findings do not specify how these games produce learning. This aspect is considered in the following approach.

Siegler and Booth (2004) assumed that board games can provide spatial, temporal, and kinesthetic cues to the numerical magnitude and its linear representation. In particular, linear number board games were expected to enhance young children's numerical knowledge. This is because a linear arrangement of numbers on a board fits the desired mental representation of linear numerical magnitudes. Several studies could demonstrate that 4- to 5-year-old children who played linear number board games showed greater improvements in mathematical competencies than children in comparison groups (Ramani & Siegler, 2008; Siegler & Ramani, 2009; Whyte & Bull, 2008). Due to this, it can be assumed that well-structured materials and mental as well as actual activities with those materials could cause effective learning. In this connection, Laski and Siegler (2014) developed the *cognitive alignment framework* approach. It states that mental and actual learning activities that are precisely aligned with the desired mental representation are more likely to help students in acquiring this representation. In addition, specific instructions that guide learning activities and help to encode relevant key features and relations are needed (Laski & Siegler, 2014).

Based on this theoretical framework Laski and Siegler (2014) designed the linear number board game *Race to Space* in order to improve 6-year-old children's counting skills and numerical magnitude representations. This game is generated on the basis of the conventional American board game *Chutes and Ladders* (Milton Bradley Company, 1978). Similar to *Chutes and Ladders* the numbers 0 to 100 are arranged in a 10x10 matrix but in *Race to Space* they progress from left to right in each row. This arrangement of numbers visualizes the base 10 structure of the number system (Laski & Siegler, 2014). In addition, the board's background color deepens every two rows to provide an additional alignment to the numerical magnitude. The ladders and chutes, which allow the players in the original board game to cut short and skip some numbers, are resigned. Instead, the authors (2014) implemented a new rule of game, instructing players to count on from the number square where they began their turn (*count-on condition*), rather than counting the steps up from one (*count-from-1 condition*). This specific

instruction to count on is assumed to be best aligned with the desired mental representation of the number system. That means that counting on while moving the token an appropriate number of squares is assumed to facilitate the encoding of spatial and numerical relations, a key process in learning from playing the game. The spinner that displays how far players move their token each turn has five sections instead of six, enabling players (mainly in the count-on condition) to track the actual number of moves with the fingers of their free hand.

As predicted Laski and Siegler (2014) could show that American children who took part in four sessions and played *Race to Space* according to the count-on rule showed greater improvements in mathematical competencies than children who played according to the count-from-1 rule. Thus, a second type of a simple educational game has proven effective in fostering mathematical competencies in young children. However, this approach lacks an explicit theoretical background of the development of mathematical competencies as it is offered by the standardized MZZ training program (Krajewski et al., 2007) or by the play-based approach outlined first (Hauser et al., 2014; Jörns et al., 2014). Consequently, the possibility to integrate the outlined findings is considered.

Theoretical Conception of the Linear Number Board Game 100 House

The present study aims to evaluate a game that is based on the linear number board game *Race to Space*, but involves some modifications in accordance with the cognitive alignment framework approach.

Instead of the space-design, the image of an ordinary house colored yellow and red is used for the linear number board game at hand. The design is changed in order to reduce visual information and refer to a well-known concept of a house. Both aspects minimize extraneous load (Chandler & Sweller, 1991; Paas, Renkl & Sweller, 2003). The numbers 0 to 100 are arranged in 10 ascending floors with 10 doors each, thus keeping the 10 x 10 matrix (see Figure 7.1). The Arabic numerals 0 to 100 are also adapted and written in the typical German notation

provided in primary school. The color-deepening background and the two rules of game count-on and count-from-1 are kept.

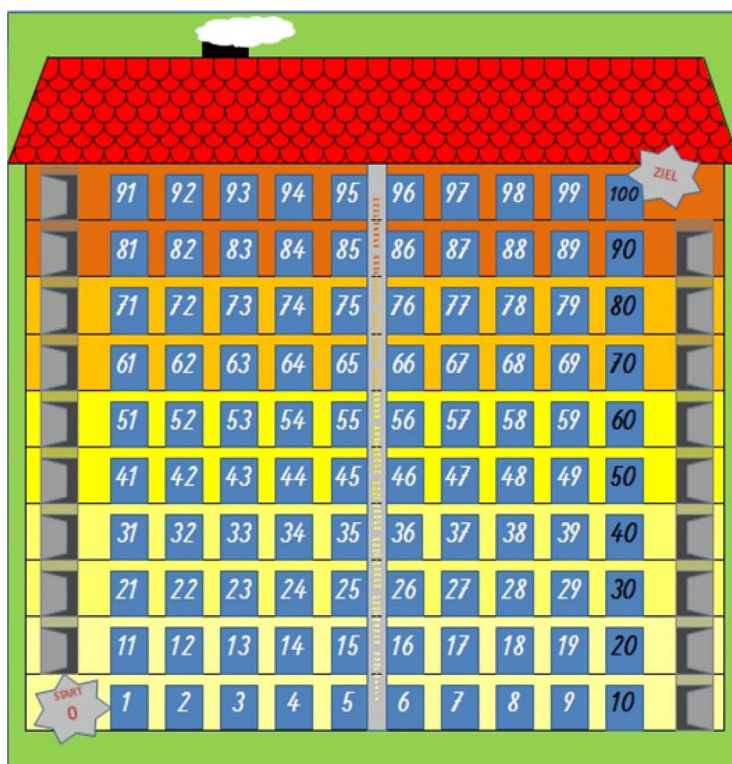


Figure 7.1. The linear number board game 100 House.

In order to stay with the motivational character of conventional board games, the possibility to take a shortcut is borrowed from the original board game *Chutes and Ladders*. Because of the chosen house-design, this shortcut is implemented with an elevator in the middle of the *100 House* between the numerals with five and six in the unit position. The elevator is associated with a new rule of game conceived in line with the cognitive alignment framework approach. When finishing a turn on a number with a five in the unit position, one is allowed to move up a floor. While moving the token one floor up, the player is requested to count on in the number sequence (count-on condition) or to count up from 1 to 10 (count-from-1 condition). Moreover, players are not only requested to count but also to specify that an amount of 10 steps is saved when using the elevator. In the original board game *Chutes and Ladders*, shortcuts have neither fixed numbers and lengths nor clearly aligned material that correctly represents the number system. For example, the shortcut between number 9 and number 31 contains only

nine ladder rungs (Milton Bradley Company, 1978). Different from *Chutes and Ladders*, but aligned to the mental representation of the number line sequence and of numerical magnitudes, the possibility to take a shortcut in the linear number board game *100 House* is realized with fixed numbers and fixed lengths. Moreover, the position of the elevator leads to further benefits in terms of the cognitive alignment framework approach. The elevator is located in the middle of the linear number board game, thus dividing the 10 doors on each floor into two blocks of five doors. The division of quantities with reference to portions of 5 and 10 is assumed to facilitate the understanding that numbers consist of other numbers (part-whole concept). This understanding in turn is assumed to contribute to the correct representation of the number system (Gerster, 2003; Krauthausen, 1995). Therefore, different from *Chutes and Ladders*, the elevator's rule of game itself and also the position of the shortcut possibility in the linear number board game *100 House* is realized in terms of the cognitive alignment framework approach.

Taken together, the linear number board game *100 House* is designed in order to support counting abilities, the understanding of precise quantity representations, and the encoding of spatial and numerical relations of numbers. These mathematical competencies can be assigned to the three levels of Krajewski's (2008, 2013) development model of mathematical competencies (counting abilities in level 1, precise quantity representation in level 2, numerical relations and differences in level 3). Due to these considerations the present study pursues three goals.

The first goal is to explore whether playing the linear number board *100 House* in four sessions leads to higher performance in tasks that measure mathematical competencies according to the three levels of the underlying development model. Previous research shows that these mathematical competencies can be successfully trained in young children (Krajewski et al., 2008). Moreover, previous studies show that play-based approaches using the motivational and informal learning character of (board) games can also lead to increased mathematical performance that is operationalized in terms of Krajewski's development model

(Hauser et al., 2014; Jörns et al., 2014). It is assumed that playing the linear number board *100 House* promotes mathematical competencies that can be assigned to the three levels of the underlying development model.

The second goal of the present study is to explore whether the rule of game (count-on vs. count-from-1) provides a difference in the acquisition of mathematical competencies when playing the linear number board game *100 House*. It was shown that in English-speaking children, the specific instruction to count on led to greater learning improvements than counting from one when playing a game that was designed in accordance with the cognitive alignment framework approach (Laski & Siegler, 2014). In this context, the count-on rule is assumed to be better aligned with the desired mental representation of the number system and therefore facilitates the acquisition of counting abilities and the encoding of spatial and numerical relations. It should be noted that naming binary numbers in German starts with the unit position and therefore differs from naming numbers in English. Hence, early practice in naming binary numbers seems to be of special importance in the investigated sample. The modified and adapted linear number board game *100 House* is designed to meet the requirements of the cognitive alignment framework and to reduce cognitive load. Hence, it is assumed that previous findings can be replicated and that German-speaking children who play the game according to the count-on rule display a greater benefit in the acquisition of mathematical competencies than children who play the game according to the count-from-1 rule.

The third goal is to explore whether potential learning effects remain stable in medium term. The standardized MZZ training program produces stable training effects (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). This indicates that learning effects concerning mathematical competencies in accordance with Krajewski's development model are carried forward after the end of training. Previous research also shows that playing less complex 0-to-10 linear number board games leads to learning improvements in mathematical competencies that last for at least 2 months (Ramani & Siegler, 2008). Investigations of the stability of benefits that are gained

by more complex linear number board games or games that consider Krajewski's development model are approved of (Jörns et al., 2014; Laski & Siegler, 2014) but have not yet been offered. Therefore, the present study includes a follow-up session at about 10 weeks after posttest to investigate the stability of potential learning effects produced by this approach.

Method

Participants

In sum, 49 children (21 girls and 28 boys) participated in the present study. The children were recruited from three German kindergartens in spring of 2015 before their school enrolment in September 2015. Hence, children participated during their last year in kindergarten. It should be noted that kindergarten in Germany is not part of formalized schooling. However, standardized and nonstandardized training programs are available to promote language and mathematical abilities during the 3 years children attend kindergarten. Whether these training programs are offered and which setting is used to deliver them is left to the institutions. Participating children in the present study did not yet receive systematic training of mathematical competencies. Further participation criteria were age-appropriate development and sufficient knowledge of the German language. One child was excluded from data analysis because of considerable difficulties with the given tasks resulting from insufficient German language abilities. After pretest, the 48 children (21 girls, $M_{age} = 6.1$ years, $SD = 4$ months) within each group in each kindergarten were randomly assigned to one of the two rules of game representing the two experimental conditions count-on or count-from-1. Both conditions included 24 children. Mean age of children who played the game according to the count-on rule was 6.2 years ($SD = 4$ months; $n = 10$ girls). Mean age of children who played the game according to the count-from-1 rule was 6.1 years ($SD = 5$ months; $n = 11$ girls). For all participating children, parental voluntary consent was obtained.

Design and Procedure

The present study comprised three measurement points (pretest, posttest and follow-up) and four game-playing sessions, meaning that all participating children met individually with an experimenter in kindergarten for seven sessions altogether (see Figure 7.2). After the first assessment of mathematical competencies in pretest, children played the linear number board game *100 House* (see Figure 7.1) according to one rule of game (count-on vs. count-from-1 conditions), followed by a second assessment of mathematical competencies in posttest. These first six sessions took place in constant intervals within a period of 6 weeks. The third assessment of mathematical competencies in follow-up took place 10 weeks after posttest. All children were rewarded for participation with a participation pass. It was similar to a token system in that they could collect a stamped image after each session. At the end of session 7 a “certificate” of participation was provided.

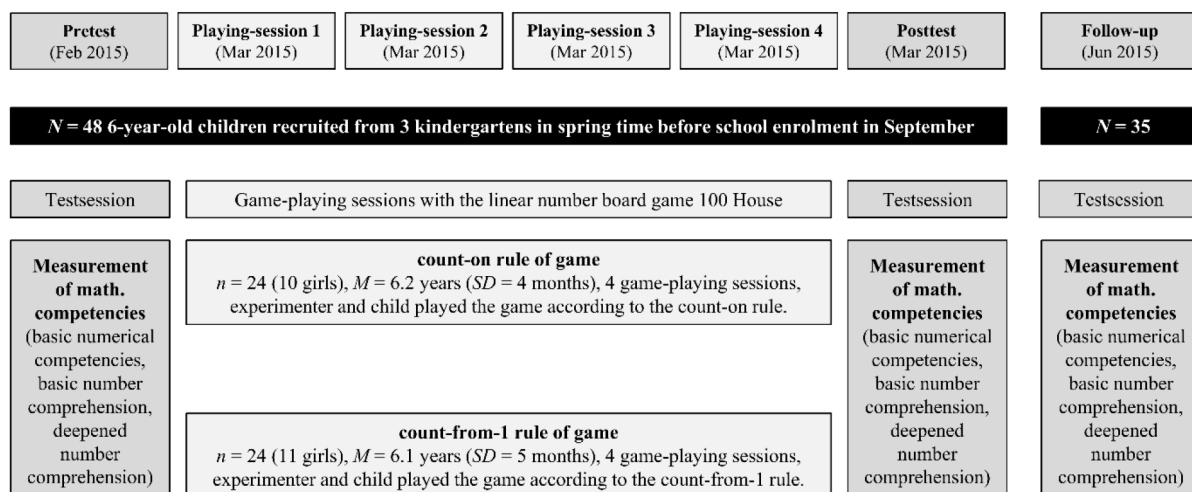


Figure 7.2. Study design.

Materials and Procedure in Pretest, Posttest, and Follow-Up Sessions

In pretest, posttest, and follow-up, mathematical performance of all children was assessed with one part of the Würzburger Vorschultest (WVT; Würzburger preschool education test; Endlich et al., 2016) that measures mathematical competencies sensu Krajewski (2008, 2013) in children attending the last year in kindergarten. Tasks and materials are provided as

paper-and-pencil tests, standardized for the investigated age span and were presented according to the test manual. All sessions lasted around 30 minutes.

Level 1. Four tasks measure basic numerical competencies according to level 1 in Krajewski's development model. Children's ability to count within the number range 0 to 100 was assessed with the *counting-forward task* (e.g., counting up from 5, 14 or 79), *counting-backward task* (e.g., counting down from 10, 22 or 60), and with the task *precursor and successor* (e.g., naming the number that follows 50 or that is placed before 16). Besides these counting tasks a *numeral identification task* was provided (e.g., naming the written numerals 7, 12 or 49). The interitem reliability of all 32 items that measure mathematical competencies according to level 1 was substantial, with $\alpha_{t1} = .95$, $\alpha_{t2} = .93$, and $\alpha_{t3} = .95$.

Level 2. The WVT provides three tasks to measure basic number comprehension according to level 2 in Krajewski's development model. Children's quantity representation was assessed with the *quantity comparison task* (e.g., deciding which one of two presented pictures contains more cookies), *quantity part and composite task* (e.g., deciding whether two parallel rows of glass nuggets consisting of 5 nuggets each but differing in spatial length contain the same number of nuggets), and *seriation task* (e.g., arranging four cards with different numbers of balloons in ascending order). The substantial interitem reliability of all 29 items that measure mathematical competencies according to level 2 was $\alpha_{t1} = .71$, $\alpha_{t2} = .77$, and $\alpha_{t3} = .89$.

Level 3. Three tasks of the WVT measure deepened number comprehension according to level 3 in Krajewski's development model. Children's first arithmetical competencies were assessed with the *addition and subtraction tasks of numbers in the number range until 10 either verbally or visually presented* (e.g., answering how many balloons 4 and 5 balloons are together or answering the arithmetic problem $2 + 3$). A third, more complex task confronted children with *comparison tasks* (e.g., "Stefan has 8 cookies. He has 3 more cookies than Lisa. How many cookies does Lisa have?"). Since such tasks are usually more challenging for children, they aim to differentiate in a higher performance range (Endlich et al., 2015). The substantial interitem

reliability of all 22 items that measure mathematical competencies according to level 3 was $\alpha_{t1} = .87$, $\alpha_{t2} = .87$, and $\alpha_{t3} = .91$.

Materials and Procedure in Game-Playing Sessions

Materials. In game-playing sessions, the linear number board game *100 House* (see Figure 7.1), two tokens, and a die were presented. Since it is more common in German board games, a die was used instead of a spinner. To keep the number 5 the highest possible number that can be rolled, like in *Race to Space* (Laski & Siegler, 2014), a 10-sided die was used in the linear number board game *100 House*, labeled 1 through 5 twice.

Procedure. In each of the four game-playing sessions, children played the linear number board game *100 House* individually with the experimenter once. It should be noted that this procedure differed from Laski and Siegler's (2014), since children played the number board game *Race to Space* twice each game-playing session. To sustain children's motivation, this procedure was changed. Thus, when it was the experimenter's turn, children were requested to help with counting. In this way, children's attention was directed to the requested activities and they were given extra and guided practice time. Through this modification, it was secured that children counted twice and that game playing sessions lasted between 20 and 30 minutes, thus maintaining the procedure of the previous study. The game ended when one player reached the square with the *100*.

Similar to Laski and Siegler (2014), children participated in one of the experimental conditions depicted above and played the game according to one of the rules of game (count-on or count-from-1). In both conditions, the experimenter introduced the linear number board game *100 House* by presenting the material and explaining the number arrangement and the rules (i.e., how to count and how the elevator works). Moreover, the experimenter helped and corrected the children if they had difficulties in counting. If a child could not perform the requested task, they were told to start again from the last square and the experimenter supported

the counting and helped move the token the appropriate number squares. This procedure was also adopted from Laski and Siegler (2014).

Missing Values and Statistical Strategies

As frequently observed in longitudinal studies, there was a dropout of participants and thus missing data. In the present study, a dropout of 27% was found in the last measurement point (i.e., 33% in the count-on condition and 20% in the count-from-1 condition). Missing values were imputed using the expectation-maximization algorithm within the condition (Graham, 2009; Lüdtke, Robitzsch, Trautwein & Köller, 2007). Data were analyzed using IBM SPSS Statistics 23. Statistical analyses included descriptive analyses (including test of reliability), repeated-measures analyses of variance (ANOVA) and *t*-tests. To indicate effect sizes in ANOVA, η_p^2 is provided. Please note that $\eta_p^2 = 0.01$ represents a small, $\eta_p^2 = 0.10$ represents a medium, and $\eta_p^2 = 0.25$ represents a large effect (Cohen, 1988). To provide the effect size Cohen's *d* in *t*-tests, the effect size calculator by Lenhard and Lenhard (2016) was used. Please note that $d = 0.20$ represents a small, $d = 0.50$ a medium and $d = 0.80$ a large effect (Cohen, 1988).

Results

For the three examined scales, representing the three levels in Krajewski's development model, the dependent measure was the test score calculated by summing the points achieved. Each item answered correctly was rated with 1 point. For both experimental conditions, means and standard deviations at pretest, posttest and follow-up are shown in Table 7.1. Improvements in mathematical competencies are obvious, while at the same time variance in performance is remarkable. A 2 x 2 (rule [count-on, count-from-1] x session [pretest, posttest]) ANOVA and a 2 x 2 (rule [count-on, count-from-1] x session [posttest, follow-up]) ANOVA were conducted on all three levels. No gender or kindergarten effects were found; therefore, these variables

were not considered in subsequent analyses. In addition, the difference between children's scores achieved at pretest and posttest was calculated for all three levels to examine learning improvements. Differences in the learning improvements of the two experimental conditions were examined using *t*-tests. Moreover, the main prediction of the present study is that children who play the game according to the count-on rule display a greater benefit in the acquisition of mathematical competencies that can be assigned to the three levels of the underlying development model. Hence, planned comparisons using *t*-tests were conducted to examine gains in the outcome measures within and between both conditions. Since all comparisons are in accordance with hypotheses, inflation of error rate is not considered (Kirk, 1982).

Table 7.1

Pretest, posttest and follow-up performance in each condition in the three levels in Krajewski's development model and overall performance. Stated are mean (M) and standard deviation (SD).

	Pretest				Posttest				Follow-up			
	count-on		count-from-1		count-on		count-from-1		count-on		count-from-1	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Level 1	18.63	8.63	18.88	9.93	25.83	5.15	21.46	8.97	23.75	6.06	21.53	7.82
Level 2	23.50	3.28	25.00	3.28	26.00	3.71	25.79	2.38	25.06	4.42	25.26	3.68
Level 3	10.54	5.71	9.54	6.47	14.54	4.93	11.67	6.86	13.06	4.41	11.32	5.95
Overall score	52.67	15.30	53.42	17.43	66.38	11.96	58.92	16.65	61.88	12.59	58.11	16.01

Level 1 – Basic Numerical Competencies

A repeated measures ANOVA showed that children's basic numerical competencies varied with session, $F(1, 46) = 83.24, p < .001, \eta_p^2 = .64$, but not with rule, $F(1, 46) = 0.77, p = .386$. The rule-by-session interaction was significant, $F(1, 46) = 18.57, p < .001, \eta_p^2 = .29$. These findings indicate that children's performance in tasks that represent level 1 differed from pretest to posttest depending on the experimental condition they were assigned to. At pretest and posttest, *t*-tests were used to explore differences within and between the two rules of game.

The results display that both rules of game led to pretest-posttest changes. Children who played the game according to the count-on rule of game displayed higher performance at posttest compared to their performance at pretest, $t(23) = -8.30, p < .001, d = 1.01$. The same applies for children who played the game according to the count-from-1 rule, $t(23) = -4.09, p < .001, d = 0.27$. The results also show that there was no difference between the two experimental conditions at pretest, $t(46) = -0.09, p = .463$. However, there was a difference at posttest, $t(36.66) = 2.07, p = .023, d = 0.60$, indicating that children in the count-on condition performed better in tasks that represent level 1 in Krajewski's development model of mathematical competencies after the game-playing sessions. Examining learning improvements produced effects in favor of the count-on rule as well. Children's learning improvement in this experimental condition was evidently higher ($M = 7.21, SD = 4.25$ vs. $M = 2.58, SD = 3.09$) than children's learning improvement in the count-from-1 condition, $t(46) = 4.31, p < .001, d = 1.25$.

Concerning medium-term effects, a repeated measures ANOVA showed no main effects of session, $F(1, 46) = 1.93, p = .171$, or of rule, $F(1, 46) = 2.91, p = .095$, nor was there a rule-by-session interaction, $F(1, 46) = 2.20, p = .145$. This finding indicates that children's performance in tasks that represent level 1 remained stable, even though t -tests displayed a significant decline between posttest and follow-up in the count-on condition, $t(23) = 2.09, p = .024, d = -0.65$.

Level 2 – Basic Number Comprehension

A repeated measures ANOVA revealed a significant main effect of session, $F(1, 46) = 16.71, p < .001, \eta_p^2 = .27$, but not of rule, $F(1, 46) = 0.6, p = .441$, while the rule-by-session interaction was significant, $F(1, 46) = 4.50, p = .039, \eta_p^2 = .09$. This indicates that children's basic number comprehension also differed from pretest to posttest depending on the experimental condition. It was found that t -test analyses displayed that both rules produced pretest-posttest changes. Again, children within the count-on condition displayed a higher performance

in posttest compared to their performance in pretest, $t(23) = -3.81, p < .001, d = 0.71$. The same marginally applies for children within the count-from-1 condition, $t(23) = -1.70, p = .05, d = 0.28$. The differences between the two experimental conditions at pretest was not significant, $t(46) = -1.58, p = .06$. Furthermore, there was no difference between the experimental conditions at posttest, $t(46) = 0.23, p = .818$. Examining learning improvements showed that children who played the game according to the count-on rule made higher learning improvements ($M = 2.50, SD = 3.22$ vs. $M = 0.79, SD = 2.28$), $t(46) = 2.12, p = .02, d = 0.61$.

Medium-term effects at follow-up were also investigated for tasks that represent level 2. Again, a repeated measures ANOVA showed no main effects of session, $F(1, 46) = 2.69, p = .108$, or rule, $F(1, 46) = 0.00, p = .997$, and no rule-by-session interaction, $F(1, 46) = 0.21, p = .649$, indicating that children's performance remained stable in these tasks. No significant change was found in t -tests in the count-on or count-from-1 condition.

Level 3 – Deepened Number Comprehension

A repeated measures ANOVA showed that children's deepened number comprehension varied with session, $F(1, 46) = 34.94, p < .001, \eta_p^2 = .43$. However, there was no significant main effect of rule, $F(1, 46) = 1.36, p = .250$, nor was there a rule-by-session interaction, $F(1, 46) = 3.28, p = .077$. This finding indicates that there was a change in performance from pretest to posttest in tasks that represent level 3 in Krajewski's development model. Variation depending on the experimental condition the children were assigned to was found to be marginal. Further analyses using t -tests showed that both rules of game led to pretest-posttest changes. Children who played the game according to the count-on rule of game displayed a higher performance in posttest compared to their performance in pretest, $t(23) = -5.36, p < .001, d = 0.75$. The same applies for children who played the game according to the count-from-1 rule, $t(23) = -2.96, p = .004, d = 0.32$. The results also show that there was no difference between

the two experimental conditions at pretest, $t(46) = 0.57, p = .573$. At posttest, children's performance differed marginally, $t(41.78) = 1.67, p = .05, d = 0.48$. Examining learning improvements showed that children who played the game according to the count-on rule of game made greater learning improvements ($M = 4.00, SD = 3.66$ vs. $M = 2.13, SD = 3.52$), $t(45.93) = 1.81, p = .039, d = 0.52$.

Concerning medium-term effects, a repeated measures ANOVA showed main effects of neither session, $F(1, 46) = 1.93, p = .171$, nor rule, $F(1, 46) = 2.43, p = .126$, and no rule-by-session interaction, $F(1, 46) = 0.73, p = .396$. This finding indicates that children's performance in tasks that represent level 3 remained stable, even though t -tests displayed a marginal change in performance between posttest and follow-up under the count-on condition, $t(23) = 1.69, p = .05, d = -0.32$.

Overall Results in Mathematical Competencies

Regarding the overall score children received in tasks that assess mathematical competencies, a repeated measures ANOVA revealed a significant main effect of session, $F(1, 46) = 132.34, p < .001, \eta_p^2 = .74$, but not of rule, $F(1, 46) = 0.58, p = .449$. The rule-by-session interaction was significant, $F(1, 46) = 24.17, p < .001, \eta_p^2 = .34$. This finding indicates that children's mathematical competencies differed from pretest to posttest depending on the experimental condition they were assigned to. Children's performance in both experimental conditions showed pretest-posttest changes (see Figure 7.3). Playing the game according to the count-on rule led to a higher performance in posttest compared to pretest performance, $t(23) = -10.47, p < .001, d = 1$, while the same applies for playing the game according to the count-from-1 rule, $t(23) = -5.31, p < .001, d = 0.32$. Regarding the overall results, Figure 7.3 shows that there was no difference between the two experimental conditions at pretest, $t(46) = -0.16, p = .438$ whereas there was a difference at posttest, $t(41.75) = 1.78, p = .041, d = 0.51$. This indicates

that children in the count-on condition performed better after the game-playing sessions. Examining learning improvements showed that children who played the game according to the count-on rule made greater learning improvements ($M = 13.7$, $SD = 6.42$ vs. $M = 5.5$, $SD = 5.07$), respectively, $t(46) = 4.92$, $p < .001$, $d = 1.42$.

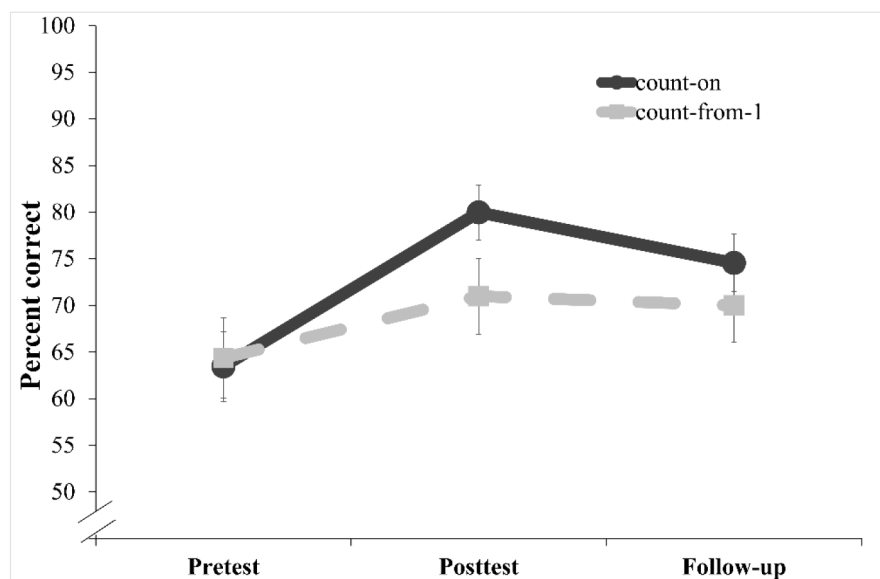


Figure 7.3. Overall mathematical performance of preschool children who played the game 100 House according to the count-on or the count-from-1 rule. Stated are the mean percentage correct and standard error.

Medium-term effects at follow-up were also investigated for overall results in mathematical competencies. Again, a repeated measures ANOVA showed no main effects of session, $F(1, 46) = 3.38$, $p = .072$, or rule, $F(1, 46) = 2.10$, $p = .158$, and no rule-by-session interaction, $F(1, 46) = 1.63$, $p = .208$. This finding indicates that children's mathematical performance remained stable, even though t -tests displayed a significant decline between posttest and follow-up in the count-on condition, $t(23) = 2.16$, $p = .021$, $d = -0.37$ (see Figure 7.3).

Discussion

The present study focused on the evaluation of the linear number board game *100 House* and considered the approach of delivering mathematical competencies in young children with play-based learning material. In this context, the modified and adapted linear number board

game *100 House* was developed on the basis of the cognitive alignment framework approach. Moreover, the delivered mathematical competencies were measured in accordance with a development model of mathematical competencies (Krajewski, 2008, 2013).

The empirical investigation of the linear number board game *100 House* in the German-speaking context aimed to explore whether playing the game in four sessions led to a higher performance on tasks that measure mathematical competencies according to the three levels of the underlying development model. As predicted, the results of the study show that playing the linear number board game *100 House* immediately led to a significantly higher performance in the assessed mathematical competencies. Since this study agrees with findings from previous research that investigated the play-based approach of delivering the outlined mathematical competencies with games (Hauser et al., 2014; Jörns et al., 2014), the promising potential of this less resource intensive approach is corroborated.

In the present study, learning effects occurred particularly in those tasks that measure mathematical competencies according to the first and second level of the underlying model. Moderate effects occurred in third-level tasks. Thus, by playing the linear number board game *100 House*, basic mathematical competencies especially could be supported. These findings are promising since mathematical competencies representing level 1 and 2 are important regarding later mathematical performance in school. Krajewski and Schneider (2006) could show that precise representations of numerical quantities and number invariance explained differences in mathematical performance up to 4 years later. These abilities themselves varied with basic mathematical competencies and intelligence. Therefore, it could be assumed that an early support of the acquisition of these premathematical skills is desirable.

Regarding mathematical competencies that represent level 3 in Krajewski's development model, the findings of the present study remain less clear. This result is different to Jörns et al. (2014), who report intervention effects in level 3 tasks. One explanation could be that

mathematical competencies that represent level 3 in Krajewski's development model are operationalized with addition and subtraction tasks. These arithmetic abilities might be less explicitly differentiated in the presented linear number board game than they are in the greater sample of games that Jörns et al. (2014) used. On the other hand, the present findings are similar to (Krajewski, Renner et al., 2008), who reported that only older children (69-74 months old) receiving the standardized MZZ training program displayed learning effects in level 3 tasks. Younger children (58-63 months old) displayed learning effects in tasks representing level 1 and 2. Therefore, the findings of the present study might be due to the difficulty of enhancing those competencies that are achieved later in the developmental process of mathematical competencies (Krajewski, 2008). Future research is needed to explain these effects adequately.

The second goal of the present study was to explore whether the rule of game provides a difference in the acquisition of mathematical competencies when playing the linear number board game *100 House*. It was assumed that German-speaking children who play the game according to the count-on rule display a greater benefit than children who play the game according to the count-from-1 rule. The results turned out in favor of this assumption. Playing the game according to the count-on rule led to significantly greater learning improvements in all investigated mathematical competencies, representing medium to large effects. Based on this, it could be assumed that previous findings concerning linear number board games apply for the German-speaking context as well. Naming the numbers while moving the token requires their encoding, and this cognitive process is stated to be a key process in the idea of Laski and Siegler's (2014) proposed cognitive alignment framework. This assumption is strengthened considering children's learning improvements when they played the linear number board game *100 House* according to the count-on rule.

Unlike in the work of Laski and Siegler (2014), the present findings display learning effects in both conditions. That means that within the count-on rule as well as within the count-

from-1 rule improvements could be found, although effects turned out to be smaller in the count-from-1 condition. Two possible explanations for these results are discussed.

First, the observed significant variation with session in both groups is comparative to the findings that are reported in the evaluation of the standardized training program MZZ (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). The authors attribute this finding to the natural and quick progressive cognitive development in the investigated age span that results in an increasing performance on tasks that are operationalized in terms of the underlying development model. Furthermore, they argue that it might be difficult to evoke large effects in training early mathematical competencies at all because of this quick continuous growth in mathematical competencies. However, in this aspect the results of the present study showed medium to large effects, particularly when children played according to the count-on rule of the game. This result again strengthens the potential of this rule of game.

A further explanation for the learning improvements in both conditions can be seen in the argument that early mathematical competencies not only are developed within instructed learning situations but can be acquired informally (Baroody & Wilkins, 1999). Children in the count-from-1 condition were provided with the same procedure as children in the count-on condition. Hence, it is conceivable that playing the game even without counting on in the number sequence provides a learning situation that supports the acquisition of mathematical competencies. Regarding the game-playing session procedure, it must also be considered that in both groups the experimenter explained the linear number board game design and the number arrangement on the board game. Previous findings show that giving instructions on the concept prior to problem-solving tasks can improve the acquisition of mathematical competencies (Fyfe, DeCaro & Rittle-Johnson, 2014). Children who played the game according to the count-from-1 rule could have profited from the prior given instructions in the same way as children who played the game according to the count-on rule of game.

The study's third goal was to explore whether potential learning effects remain stable in medium term. In favor of this hypothesis, the reported ANOVA indicates that learning effects produced by more complex linear number board games lasted at least 10 weeks. This result is comparable to that of Ramani and Siegler (2008), who also produced stable improvements in children's mathematical competencies with a less complex 0-to-10 linear number board game.

However, the results display a slight decline of mathematical performance in the count-on condition. In accordance with this finding, meta-analytic research regarding cognitive training projects shows that learning improvements in cognitive abilities declined after the intervention stopped (Melby-Lervag & Hulme, 2013). Thus, the aspect of stability seems to be a crucial one. Prolonged or regular repeated practice time with more complex linear number board games could be a solution regarding stable learning effects in the more complex count-on condition. Future research is needed to strengthen the finding that playing linear number board games produces stable improvements in mathematical competencies and to investigate whether continuous practice time is helpful.

Limitations

The present study showed that the play-based approach in delivering mathematical competencies with linear number board games that are designed in terms of the cognitive alignment framework approach supports the acquisition of mathematical competencies that are operationalized in terms of Krajewski's development model of mathematical competencies. Nonetheless, some limitations must be considered.

One is that the present study compared two experimental conditions that were provided with similar procedures and the same linear number board game. This study design was used in consideration of Laski and Siegler's (2014) procedure. Different to their findings, the present study found learning improvements in both experimental conditions. Similar to Jörns et al.

(2014) and Hauser et al. (2014), future studies could include a passive control group. Comparing the two rules of game with a passive control condition could lead to different findings and clarify the linear number board game's potential, especially regarding mathematical competencies of level 3 and medium-term effects.

Furthermore, the presented study design must be considered in terms of external validity. In this study as well as in Laski and Siegler's (2014) study, the participating children played the linear number board individually with a trained experimenter. Hence, the presented number board games have proven effective in a rather controlled laboratory setting. This study design is an important first step to clarify intervention effects. However, an individual training can rarely be implemented in kindergarten. In a next step, the presented findings should be transferred from an individual to group setting (Newcombe et al., 2009). The standardized MZZ training program has proven effective when delivered in group setting by a kindergarten teacher (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). Previous research also shows that playing less complex 0-10 linear number board games as a small group learning activity promoted children's mathematical competencies (Ramani et al., 2012). Investigations of more complex linear number board games in group settings (formal or non-formal education) should be considered in future research.

Another aspect is that standardized training programs tend to be competence- and development-oriented. This includes the adaptation to a child's current and individual development level (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008; Ricken et al., 2011). This aspect is not yet considered in the acquisition of mathematical competencies with linear number board games. In this context, an operationalization of mathematical competencies should be considered that allows a precise description of those mathematical competencies that a child has already acquired and those that can be considered as the next step in the development process. Therefore, a new German development model of mathematical competencies (Ricken et al., 2011) that

allows a precise description of the individual development level seems to be a promising approach. Future research on the less standardized approach of using linear number board games should consider more individualization.

This assumption is supported by previous research on the play-based approach that revealed that children with low mathematical performance could benefit from playing mathematical learning games (Jörns et al., 2014). This compensatory effect is particularly promising and could be enhanced by playing mathematical learning games that are more development-oriented.

Finally, the cognitive alignment framework approach considers encoding as a key process in acquiring mental representations. The linear number board game *100 House* was also assumed to facilitate and support the encoding of the number line sequence and the encoding of spatial and numerical relations of numbers. In this context, other parameters like memory capacity should be considered when examining how playing linear number board games produce learning. Several studies display that central-executive and visual-spatial working memory performance is associated with mathematical performance (Fischbach, Preßler & Hasselhorn, 2012; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008; Schuchardt, Mähler & Hasselhorn, 2008). Therefore, examining correlations between children's learning improvements in linear number board games and their working memory performance could strengthen the role of encoding.

Conclusion

Children develop mathematical competencies as part of their cognitive development process long before they attend school. As a result, it is demanded that German educational institutions should consider support of these important mathematical competencies quite early in children's development process (Fthenakis et al., 2005; Fthenakis, 2013). Besides standardized and evaluated training programs, a different approach is offered to support the acquisition of mathematical competencies using evaluated and less resource-intensive (linear number

board) games as promising and simple learning materials. The present study strengthens this approach and offers an empirically investigated educational game. The linear number board game *100 House* considers an explicit theoretical background of the development of mathematical competencies and an explanation of how board games produce learning improvements. Thus, it can be shown that theory-based modifications of former conventional board games provide an effective possibility to help children learning more about numbers and quantities.

7.4 Effekte der spielbasierten Förderung im Einzel- und Gruppensetting (Studie II)

Das neu entwickelte lineare Zahlenbrettspiel wurde in einer weiteren Studie erprobt. Ziel war es, die Eignung des Haus der Zahlen als Gruppenspielverfahren zur überprüfen. In der folgenden Studie II wird die Wirksamkeit von viermaligem Spielen nach der count-on Regel im Ein-zu-Eins-Setting mit einer Gruppenspielbedingung und einer passiven Kontrollgruppe kontrastiert.

Förderung basisnumerischer Kompetenzen mit einem regelbasierten Spiel im Einzel- und Gruppensetting

Education of Basic Numerical Competencies With a Game in One-to-One and Group Settings

Johanna Skillen¹, Valérie-D. Berner¹, Gabi Ricken² und Katja Seitz-Stein¹

¹ *Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt, Lehrstuhl für Entwicklungs- und Pädagogische Psychologie*

² *Universität Hamburg, Fakultät für Erziehungswissenschaften: Schulpädagogik, Sozialpädagogik und Pädagogik bei Behinderung und Benachteiligung (EW 2)*

Die Verlagsfassung (Version of Record) dieses Manuskripts wurde veröffentlicht und ist verfügbar in *Frühe Bildung*, 7/3, © 2018 by Hogrefe Verlag, <https://doi.org/10.1026/2191-9186/a000381>

Diese Artikelfassung entspricht nicht vollständig dem in der Zeitschrift veröffentlichten Artikel (betrifft die Formatierung der Zitationen und Nummerierung von Tabellen und Abbildungen). Dies ist nicht die Originalversion des Artikels und kann daher nicht zur Zitierung herangezogen werden.

Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Studie war die Überprüfung eines regelbasierten Zahlenbrettspiels zur Förderung von vorschulischem Zahlen- und Mengenwissen im Einzel- und Gruppensetting. Realisiert wurde ein Prä-Post-Follow-up-Design mit zwei Fördergruppen und einer Kontrollgruppe. 69 Vorschulkinder im Alter von 5 bis 6 Jahren spielten entweder vier Mal das Zahlenbrettspiel *Haus der Zahlen* in einer Einzel- oder Gruppenspielbedingung oder gehörten zu einer passiven Kontrollgruppe. Die Ergebnisse zeigen, dass Vorschulkinder, die in der Einzelspielbedingung am Spiel teilnahmen, stabile Verbesserungen der basisnumerischen Kompetenzen gegenüber der Kontrollgruppe aufwiesen. Die Kinder der Gruppenspielbedingung unterschieden sich dagegen in ihrer Leistung nicht von den Kindern der Kontrollgruppe, aber auch nicht von denen der Einzelspielbedingung. Die Ergebnisse werden mit Blick auf die Weiterentwicklung von Zahlenbrettspielen zur Nutzbarmachung im institutionellen Setting diskutiert.

Schlüsselwörter: basisnumerische Kompetenzen, Zahlenbrettspiel, Einzel- und Gruppensetting

Abstract

The present study investigated whether preschool mathematical competencies can effectively be delivered in one-to-one and group settings. In all, 69 5- to 6-year-old children played the number board game *House of Numbers* four times, either in a one-to-one or in a group setting or belonged to a passive control group. Children's mathematical competencies were assessed in pretest, posttest and follow-up sessions. The results show that playing the number board game enhances 5- to 6-year-old children's mathematical competencies when playing in a one-to-one setting compared with the control group. Children in the group setting did not differ from children in the control group, but they also did not differ from children in the one-to-one setting. Enhancements of number board games in order to promote their use in kindergarten are discussed.

Keywords: basic numerical competencies, number board game, one-to-one- and group-setting

Einleitung

Aktuelle Modelle der Entwicklung mathematischer Kompetenzen stimmen darin überein, dass schon im Kindergartenalter das Aufsagen der Zahlwortfolge, das Auszählen von Mengen und die Repräsentation eines ordinalen Zahlenstrahls erworben werden. Zudem verstehen Kinder Veränderungen von Mengen als Vermehren und Vermindern (protoquantitative Schemata) (Fritz & Ricken, 2008; Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013). Auch die Schreibweise von Zahlen in arabischen Ziffern können Kinder bereits sehr früh kennen lernen (W. Schneider et al., 2016). Darüber hinaus erwerben Kinder ein zunehmend differenzierteres Mengenverständnis und ein Konzept für die Verknüpfung von Mengen und Zahlen. Zentral im Sinne von Meilensteinen sind dabei der Erwerb von kardinalen Mengenvorstellungen und das Verständnis, dass Mengen kleinere Mengen enthalten, in die sie zerlegt und aus denen sie zusammengesetzt werden können (Teil-Teil-Ganzes Konzept). Auf der Basis dieser Konzepte erkennen Kinder dann Differenzen zwischen Mengen und Zahlen (relationales Zahlverständnis) (Fritz & Ricken, 2008; Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013)

Ein früher Erwerb dieser basisnumerischen Fertigkeiten ist prädiktiv für spätere schulische Mathematikleistungen (z. B. Aunola et al., 2004; Krajewski & Schneider, 2006; Martin et al., 2014). Werden sie nicht angemessen erworben, entsteht ein erhöhtes Risiko für das Entstehen von Rechenschwierigkeiten. Vor diesem Hintergrund erscheint eine Unterstützung des Erwerbs basisnumerischer Kompetenzen bereits im Vorschulalter notwendig.

Förderung mathematischer Kompetenzen mit Zahlenbrettspielen

Mathematische Kompetenzen können nachweislich vor Schuleintritt mit standardisierten Programmen gefördert werden (Krajewski, Nieding & Schneider, 2008) Für die Unterstützung des Erwerbs basisnumerischer Kompetenzen im Vorschulalter werden zunehmend auch einfache Brettspiele herangezogen (Ehm et al., 2017). Bei fünf- und sechsjährigen Kindern er-

möglichen lineare Zahlenbrettspiele im Zehnerraum Leistungszuwächse in klassischen Aufgaben zur Erfassung von basisnumerischen Kompetenzen, insbesondere in der Zählfertigkeit und Ziffernkenntnis (Ramani & Siegler, 2008; Siegler & Ramani, 2009; Whyte & Bull, 2008).

Lineare Zahlenbrettspiele bestehen aus gleich großen Feldern, auf denen Zahlen aufsteigend nebeneinander angeordnet sind. Als Spielregel wird das Weiterzählen in der Zahlenfolge (count-on Spielregel) benutzt. Das bedeutet, dass während des Spielzugs die Zahlen benannt werden sollen, die man vorrückt. Steht eine Spielfigur zum Beispiel auf dem Feld mit der 3 und erzielt man eine 2, so zählt man „4, 5“ während man über die 4 und die 5 vorrückt (Ramani & Siegler, 2008). Auch neuere Untersuchungen berichten über Leistungsanstiege in mengenvergleichenden Aufgaben und in Aufgaben zu Rechenfertigkeiten bei Vorschulkindern, die die count-on Spielregel bei einem solchen Spiel anwendeten (Elofsson et al., 2016).

Für lineare Zahlenbrettspiele im Hunderterraum zeigten sich ebenfalls Fördereffekte in basisnumerischen Kompetenzen. Beim Zahlenbrettspiel *Race to Space* von Laski und Siegler (2014) sind die Zahlen von eins bis hundert aufsteigend in gleich großen Feldern in einer 10 x 10 Matrix angeordnet. Folglich befindet sich die elf in der zweiten Reihe über der eins, sodass in jeder Reihe die Zahlen eines Zehners von links nach rechts abgebildet sind. Die Autoren gehen davon aus, dass diese Anordnung der Zahlen der Repräsentation des Zahlensystems entspricht (Laski & Siegler, 2014). Im Spielverlauf werden alle Zahlen nacheinander durchlaufen, wobei eine Drehscheibe mit den Zahlen von eins bis fünf anzeigt, um wie viele Schritte vorgerückt werden darf. Die count-on Spielregel wird im gesamten Hunderterraum angewendet. Aufgrund der möglichen Anzahl an Schritten, die man vorrücken kann, können während des Spielens nach der count-on Regel weitere Anforderungen zum Tragen kommen. Neben dem Weiterzählen in der Zahlenfolge muss die Anzahl der zu gehende Schritte behalten werden und ein Abgleich erfolgen, wie viele Schritte bereits gegangen wurden und wie viele noch bis zur gewürfelten Gesamtanzahl fehlen. Mit fünf als höchstmögliche Zahl, kann dabei die Anzahl der Schritte mit der freien Hand abgebildet werden, während nach der count-on Regel weitergezählt

wird. Rückt man beispielsweise von der 23 um zwei Felder vor, könnte während 24 gesagt wird, der Daumen der nicht dominanten Hand für den ersten Schritt und während der 25 der Zeigefinger zum Abbilden des zweiten Schritts genutzt werden. Laski und Siegler (2014) verglichen diese Spielweise mit der sogenannten count-from-1 Spielregel, bei der – wie in herkömmlichen Brettspielen – die gewürfelten Zahlen von eins an ausgezählt werden. Das bedeutet, dass unabhängig davon, ob die Spielfigur zum Beispiel auf der 3 oder der 23 steht, bei einer 3 mit „1, 2, 3“ gezählt wird. Die Autoren konnten zeigen, dass fünf- und sechsjährige Kinder, die nach der count-on Regel spielten, im Bereich Zählfertigkeit und Ziffernkenntnis und in mengenvergleichenden Aufgaben gegenüber den Kindern profitierten, die nach der count-from-1 Regel spielten.

Ein ähnliches lineares Zahlenbrettspiel haben wir für den deutschen Sprachraum entwickelt. Beim *Haus der Zahlen* sind die Zahlen von eins bis hundert aufsteigend in einem Haus mit zehn Stockwerken angeordnet (Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018). In der Mitte des Hauses befindet sich ein Aufzug, über den um ein Stockwerk abgekürzt werden kann, wenn ein Spielzug auf einer Zahl mit einer fünf in der Einerstelle beendet wird. Dieses Element soll motivationsförderlich sein (vgl. für eine genaue Darstellung der Spielfeldkonzeption Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018). Vorschulkinder, die das Haus der Zahlen nach der count-on Regel spielten, zeigten bereits nach nur vier Spielsitzungen bessere Leistungen in basisnumerischen Kompetenzen als Kinder, die das Spiel nach der count-from-1 Regel spielten; dabei konnten Kinder in der count-on Spielbedingung insbesondere in Aufgaben zu Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnissen sowie in mengenvergleichenden Aufgaben stärkere Zugewinne erzielen (Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018).

Neben dem Wirksamkeitsnachweis von linearen Zahlenbrettspielen in Eins-zu-Eins Interaktionen zwischen Kind und Versuchsleitung konnten Ramani und Kollegen (2012) Fördereffekte im Gruppensetting in Zählfertigkeiten, Ziffernkenntnis und mengenvergleichenden Aufgaben nachweisen. Allerdings ist anzumerken, dass in der genannten Studie Kinder mit

ungünstigen Lernvoraussetzungen untersucht wurden, was die Generalisierbarkeit der Befunde für das Gruppensetting einschränkt. Zudem wurden die Effekte im Gruppensetting nur für ein lineares Zahlenbrettspiel im Zahlenraum bis zehn überprüft.

Ziel der vorliegenden Studie war es, die Wirksamkeit des Zahlenbrettspiel Haus der Zahlen als Gruppenspielverfahren für Vorschulkinder zu überprüfen. Insbesondere erwarteten wir mit dem Haus der Zahlen Fördereffekte in basisnumerischen Kompetenzen sowohl im Einzelsetting, als auch im Gruppensetting.

Methode

Untersuchungsdesign und Stichprobe

Die Fragestellung wurde im Rahmen eines Prätest-Posttest-Follow-up-Designs mit zwei Spielbedingungen (Einzel- versus Gruppenspielbedingung) und einer passiven Kontrollgruppe untersucht. Die teilnehmenden Kinder wurden im Frühjahr ihres letzten Kindergartenjahres rekrutiert. Zwischen Prä- und Posttest lag ein Zeitraum von etwa vier Wochen, in dem die Kinder der Spielbedingungen an vier Spielsitzungen teilnahmen. Zwischen Posttest und Follow-up lag ein Zeitraum von zwölf Wochen ohne weitere systematische Förderung. Die teilnehmenden Kindergärten wurden den drei Studienbedingungen randomisiert zugewiesen. In die Analysen gingen vollständige Datensätze von $N = 69$ Vorschulkindern ohne Entwicklungsauffälligkeiten aus neun Kindergärten in Bayern ein. Das mittlere Alter lag bei $M = 5;11$ Jahre ($SD = 4$ Monate). In der Einzelspielbedingung (EB) nahmen $n = 21$ Vorschüler_innen (10 Mädchen, $M = 5;11$ Jahre) teil. Die Gruppenspielbedingung (GB) umfasste $n = 23$ Vorschüler_innen (10 Mädchen, $M = 6;0$ Jahre) und die Kontrollgruppe (KG) $n = 25$ Vorschüler_innen (14 Mädchen, $M = 5;11$ Jahre).

Erfassung der basisnumerischen Kompetenzen

Zu allen drei Messzeitpunkten (MZP) wurden die basisnumerischen Kompetenzen der Kinder mit Aufgaben aus standardisierten Testverfahren untersucht, die die drei Fertigkeitsbereiche Zählfertigkeit (inklusive Ziffernkenntnis), Mengenverständnis und erste Rechenfertigkeiten umfassen (vgl. Tab. A1 zur Dokumentation der Aufgaben- und Itemauswahl im Anhang dieser Studie). Die Aufgaben lagen als Paper-Pencil-Tests vor und wurden nach Anleitung der Testmanuale von geschulten Versuchsleiter_innen in Einzelsitzungen von ca. 30 bis 40 Minuten administriert.

Zur Erfassung der *Zählfertigkeit und Ziffernkenntnis* wurden 22 Items zur Kenntnis der Zahlenfolge vorwärts und zur Benennung des direkten Nachfolgers im Zahlenraum bis 100, sowie zur Benennung arabischer Ziffern im Zahlenraum bis 50 vorgegeben. Die Aufgaben wurden dem Würzburger Vorschultest (WVT; Endlich et al., 2016) entnommen. Die interne Konsistenz der Aufgaben für die hier untersuchte Stichprobe war zufriedenstellend und lag im Prätest bei $\alpha = .90$, im Posttest bei $\alpha = .88$ und im Follow-up bei $\alpha = .89$.

Das *Mengenverständnis* der Kinder wurde mit 17 Items zur Mengeninvarianz, zum Anzahlkonzept, zur Anzahlseriation und zum Zahlvergleich aus dem WVT und aus dem Test zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0; Krajewski, 2014) untersucht. Da das Verständnis numerischer Größen in US-amerikanischen Studien zur Evaluierung von Zahlenbrettspielen zusätzlich mit Zahlenstrahlaufgaben erfasst wird, wurden auch in der vorliegenden Studie fünf Items aufgenommen, bei denen Zahlen auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 20 und 0 bis 100 abgelesen oder markiert werden sollten. Diese Aufgaben wurden dem Deutschen Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+; Krajewski, Küspert & Schneider, 2002) entnommen. Die interne Konsistenz der insgesamt 22 Items zum Mengenverständnis lag für die vorliegende Studie im Prätest bei $\alpha = .69$, im Posttest bei $\alpha = .71$ und im Follow-up bei $\alpha = .62$.

Erste Rechenfertigkeiten der Kinder wurden mit zwölf Items zu verbal und visuell präsentierten Sach- und Rechenaufgaben erfasst, die ebenfalls dem WVT entnommen wurden. Zudem wurden drei Items zu Rechenaufgaben im Zahlenraum über 10 aus dem DEMAT 1+ visuell und auditiv präsentiert. Die interne Konsistenz der insgesamt 15 Items zu ersten Rechenfertigkeiten lag für die Stichprobe im Prätest bei $\alpha = .81$, im Posttest bei $\alpha = .82$ und im Follow-up bei $\alpha = .79$.

Für jedes Kind wurden die erreichten Punktwerte in den drei betrachteten Fertigungsbereichen aufsummiert. Dabei wurde für jedes korrekt beantwortete Item ein Punkt vergeben (Ausnahme bei zwei Items zum Mengenverständnis bei denen je zwei Punkte erreicht werden konnten). Für Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnis ergibt sich folglich ein maximaler Gesamtwert von 22 Punkten, für das Mengenverständnis von 24 Punkten und für erste Rechenfertigkeiten von 15 Punkten. Für den Gesamtwert basisnumerischer Kompetenzen ergibt sich ein Summenwert von maximal 61 Punkten. Die interne Konsistenz aller Aufgaben lag für die untersuchte Stichprobe im Prätest bei $\alpha = .92$, im Posttest bei $\alpha = .90$ und im Follow-up bei $\alpha = .91$.

Spielsitzungen

Um den Erwerb basisnumerischer Kompetenzen zu fördern, spielte eine geschulte Versuchsleitung mit den Kindern vier Mal das Zahlenbrettspiel Haus der Zahlen nach der count-on Regel. Die Spielhandlung der Kinder wurde angeleitet, beobachtet und, wenn notwendig, im Sinne der count-on-Regel korrigiert. Die Kinder spielten entweder nur mit der Versuchsleitung (EB) oder in einer Kleingruppe mit der Versuchsleitung und zwei bis drei Kindern (GB). Die Zusammensetzung der Kleingruppen wurde für die vier Spielsitzungen (in der Regel an aufeinander folgenden Tagen) möglichst beibehalten. Die Dauer einer Spielsitzung betrug in der EB im Mittel 25 Minuten ($SD = 6,5$) und in der GB 49,5 Minuten ($SD = 12$). Die Kinder der KG nahmen im gleichen Zeitraum am regulären Kindergartenalltag teil.

Während des Spiels saßen sich die Kinder und die Versuchsleitung gegenüber. In der GB saßen die Kinder nebeneinander an der der Versuchsleitung gegenüberliegenden Tischseite. Von Spielsitzung zu Spielsitzung wurden die Sitzplätze der Kinder getauscht. Das Spielfeld wurde so ausgerichtet, dass alle Kinder von vorne auf das Haus der Zahlen sehen konnten.

Zu Beginn einer Spielsitzung wurde in beiden Spielbedingungen das Spielmaterial vorgestellt, die Anordnung der Zahlen und die Abkürzungsmöglichkeit mit dem Aufzug, sowie die count-on Spielregel erklärt. Sowohl in der EB, als auch in der GB sollten die Kinder die Zahlen, die sie während eines Spielzugs überschritten, alleine und laut aussprechen. Bei allen Zählhandlungen stellte die Versuchsleitung sicher, dass die Kinder nach der count-on Regel zählten. Trat ein Fehler auf, hielt die Versuchsleitung zum erneuten Abzählen an. In der EB zählte dann das Kind gemeinsam mit der Versuchsleitung und in der GB mit allen gemeinsam die zuvor fehlerhaft benannte Zahlenfolge erneut ab. Wenn die Versuchsleitung an der Reihe war, sollten die Kinder mithelfen und zählten sowohl im Einzel-, als auch im Gruppensetting die Spielzüge gemeinsam mit der Versuchsleitung. Das Spiel endete, sobald eines der Kinder die Zahl 100 erreichte.

Ergebnisse

Tabelle 7.2 zeigt Mittelwerte und Standardabweichungen für den Gesamtwert basisnumerischer Kompetenzen sowie für die drei Fertigkeitsbereiche als Funktion von Spielbedingung und Messzeitpunkt. Für die gewählten Aufgaben ist ein durchschnittlicher Entwicklungsstand der Stichprobe entsprechend der Normwerte festzustellen.

Für den *Gesamtwert basisnumerischer Kompetenzen* zeigt sich bei den Kindern der EB der größte Leistungszuwachs, insbesondere vom ersten zum zweiten MZP. Varianzanalysen mit Messwiederholung (siehe Tab. 7.3) bestätigen den stärkeren Kompetenzanstieg vom Prätest zum Posttest der EB im Vergleich zur KG.

Im Prä-Posttest Vergleich von GB und KG zeigte die Varianzanalyse zwar einen signifikanten Haupteffekt des MZP, aber keine signifikante Interaktion. Somit können keine statistisch bedeutsamen Unterschiede in basisnumerischen Kompetenzen zwischen der GB und der KG gefunden werden.

Tabelle 7.2

Leistung der Kinder in den drei Gruppen zu drei Messzeitpunkten

	Prätest			Posttest			Follow-up		
	EB	GB	KG	EB	GB	KG	EB	GB	KG
Gesamtwert basisnumerische Kompetenzen	38.43 (11.20)	38.22 (10.48)	38.52 (10.48)	45.05 (9.22)	42.43 (8.93)	42.20 (9.99)	46.57 (9.04)	44.96 (7.60)	45.20 (9.70)
Zählfertigkeit inkl. Ziffernerkenntnis	14.00 (5.91)	14.04 (5.61)	14.00 (4.62)	16.47 (4.57)	15.78 (4.52)	14.88 (4.62)	17.10 (4.53)	16.61 (4.52)	15.84 (5.01)
Mengenverständnis	17.71 (2.78)	17.22 (3.50)	17.60 (3.50)	19.48 (2.68)	19.26 (2.73)	19.48 (3.18)	20.67 (1.74)	20.13 (2.62)	20.84 (2.08)
Rechenfertigkeit	6.71 (4.06)	6.96 (3.13)	6.92 (3.62)	9.10 (3.40)	7.39 (3.60)	7.84 (4.00)	8.81 (3.71)	8.23 (2.35)	8.52 (3.70)

Anmerkungen. Angegeben sind Mittelwerte (*SD* in Klammern) der erreichten Punkte; EB = Einzelspielbedingung; GB = Gruppenspielbedingung; KG = Kontrollgruppe.

In der direkten Gegenüberstellung von EB und GB ergab die Varianzanalyse für den Gesamtwert basisnumerischer Kompetenzen im Prä-Posttest Vergleich keine statistisch signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Gruppen (vgl. Tab. 7.3). Auch der Posttest-Follow-up Vergleich spricht für einen vergleichbaren Leistungsanstieg in beiden Gruppen.

Um die Aussagen für die Gruppen zu spezifizieren, wurde im nächsten Schritt die Erfolgswahrscheinlichkeit von Zugewinnen über den BESD (Binomial Effect Size Display) nach Rosenthal und Rubin (1982) bestimmt (vgl. auch Lenhard & Lenhard, 2016). Dazu wurden die Leistungszuwächse vom Prätest zum Follow-up in zwei Kategorien (kein bis geringer Interventionserfolg und mittlerer bis großer Interventionserfolg) zusammengefasst. Für die EB befinden sich 71% der Kinder und für die GB 57% der Kinder in der Kategorie mittlerer bis großer

Interventionserfolg. In der KG befinden sich 48% in dieser Kategorie (hier entsprechend mittlerer bis großer Leistungszuwachs, da ja keine Intervention realisiert wurde). In der Kategorie wenig bis kein Interventionserfolg bzw. Leistungszuwachs finden sich 29% der EB, 43% der GB und 52% der KG. Der BESD wird als Differenz der Erfolgswahrscheinlichkeit von Interventions- und Kontrollgruppe berechnet und führt in der vorliegenden Studie zu folgender Aussage: Im Falle einer Förderung mit dem Haus der Zahlen steigt die Wahrscheinlichkeit für einen Leistungszuwachs in der EB um 23% und in der GB um 9% gegenüber einer passiven, d.h. nicht geförderten Gruppe (Lenhard & Lenhard, 2016).

Tabelle 7.3

Ergebnisse der Varianzanalysen mit Messwiederholung für den Gesamtwert basisnumerische Kompetenzen und die drei Fertigkeitsebenen

	EB vs. KG						GB vs. KG						EB vs. GB					
	Prä-Posttest			Posttest-FU			Prä-Posttest			Posttest-FU			Prä-Posttest			Posttest-FU		
	F	p	η_p^2	F	p	η_p^2	F	p	η_p^2	F	p	η_p^2	F	p	η_p^2	F	p	η_p^2
Gesamtwert	49.49	<.001	.53	6.22	.016	.12	42.36	<.001	.48	12.69	.001	.22	58.04	<.001	.58	5.53	.023	.12
basisnumerische Kompetenzen	0.22	.642	.01	0.62	.434	.01	0.00	.990	.00	0.00	.999	.00	0.23	.632	.01	0.73	.399	.02
MZP x GR	4.03	.05	.08	0.66	.420	.02	0.2	.660	.01	0.10	.759	.00	2.85	.099	.06	0.34	.565	.01
Zählfertigkeit inkl. Ziffernkennntnis	13.35	.001	.23	2.83	.10	.06	10.65	.002	.19	4.5	.04	.09	33.90	<.001	.45	2.85	.099	.06
MZP Gruppe	0.33	.57	.01	1.19	.28	.03	0.12	.73	.00	0.42	.52	.01	0.05	.832	.00	0.21	.652	.01
MZP x GR	3.02	.09	.06	0.13	.72	.00	1.15	.29	.02	0.03	.87	.00	1.04	.314	.02	0.06	.81	.00
Mengenverständnis	20.53	<.001	.32	16.58	<.001	.27	27.22	<.001	.37	12.43	.001	.21	21.48	<.001	.34	9.69	.003	.19
MZP Gruppe	0.01	.95	.00	0.02	.90	.00	1.12	.73	.00	0.43	.51	.01	0.20	.655	.01	0.31	.58	.01
MZP x GR	0.02	.88	.00	0.07	.79	.00	0.05	.83	.00	0.6	.44	.01	0.12	.733	.00	0.24	.63	.01
Erste Rechenfertigkeiten	18.56	<.001	.30	0.19	.67	.00	3.03	.09	.06	2.93	.09	.06	13.41	.001	.24	0.32	.574	.01
MZP Gruppe	0.25	.62	.01	0.59	.45	.01	0.05	.83	.00	0.17	.68	.01	0.53	.47	.01	1.73	.196	.04
MZP x GR	3.64	.06	.08	1.13	.29	.03	0.39	.54	.01	0.03	.87	.00	6.41	.015	.13	1.36	.25	.03

Anmerkungen. Signifikante Effekte sind fett gedruckt. Freiheitsgrade im Vergleich EB vs. KG sind $F(1,44)$, im Vergleich GB vs. KG $F(1,46)$, im Vergleich EB vs. GB $F(1,42)$. EB = Einzelspielbedingung; GB = Gruppenspielbedingung; KG = Kontrollgruppe; FU = Follow-Up; MZP = Haupteffekt Messzeitpunkt, GR = Haupteffekt Gruppenzugehörigkeit.

Die Ergebnisse der Varianzanalysen zu den *Fertigkeitsbereichen* weisen spezifische Effekte aus. Die Zählfähigkeit inkl. der Ziffernkenntnis zeigt vom Prä- zum Posttest tendenziell Vorteile in der EB zur KG. Bei den Aufgaben zum Mengenverständnis zeigen sich dagegen keine Gruppenunterschiede in den Leistungszunahmen (vgl. Tab. 7.3). Bei den ersten Rechenfertigkeiten findet sich für die Kinder der EB ein größerer Leistungsanstieg gegenüber der GB und der KG vom Prätest zum Posttest (vgl. Tab. 7.2). Weitere statistisch bedeutsame Leistungsunterschiede in ersten Rechenfertigkeiten ergaben sich zwischen den Gruppen nicht.

Diskussion

Ziel der vorliegenden Studie war es zu prüfen, ob mit dem Zahlenbrettspiel Haus der Zahlen für Vorschulkinder im Einzel- (EB) und Gruppensetting (GB) relevante Fördereffekte erzielt werden können. Dazu wurden beide Spielbedingungen mit einer KG verglichen. Bei den Kindern der EB konnten im Vergleich zur KG stärkere unmittelbare Leistungszuwächse in basisnumerischen Kompetenzen nachgewiesen werden. Vom Posttest zum Follow-Up zeigte sich eine Annäherung in der Leistung. Vergleichbar mit anderen Interventionsstudien zur Veränderung mathematischer Kompetenzen, beobachten wir auch hier, dass sich Fördereffekte längerfristig gesehen gegenüber Kindern in Kontrollgruppen wieder minimieren (Gerlach et al., 2013; Kohn et al., 2017). Damit stellt die nachhaltige Wirksamkeit von Fördermaßnahmen eine besondere Herausforderung dar.

Der unmittelbare Fördereffekt in der EB ist vielversprechend für die Zielsetzung einer frühen mathematischen Förderung. Da im institutionellen Kontext in der Regel nur wenig zeitliche und personelle Ressourcen zur Verfügung stehen (Bock-Famulla et al., 2015; Textor, 2005; Tietze et al., 2013), wäre eine Förderung im Gruppensetting erstrebenswert. Für diese Zielsetzung sind die Befunde der vorliegenden Untersuchung eher ernüchternd: Wird das Zahlenbrettspiel im Gruppensetting realisiert, zeigen sich keine statistisch bedeutsamen höheren

Kompetenzzugewinne als in der Gruppe der nicht zusätzlich geförderten Kinder (KG). Die Erfolgswahrscheinlichkeit der Fördermaßnahme im Gruppensetting liegt damit deutlich unter der des Einzelsettings. Trotz einiger empirischer Nachweise von Fördereffekten basisnumerischer Kompetenzen im Gruppensetting (Hauser et al., 2014; Jörns et al., 2013; Jörns et al., 2014; Ramani et al., 2012), scheint eine mathematische Förderung im Gruppensetting nicht zwingend zu relevanten Lernfortschritten zu führen (Rechsteiner & Hauser, 2012).

Möglicherweise wurde das Förderpotenzial des Brettspiels Haus der Zahlen in der vorgelegten Studie unterschätzt. So könnte durch die Teilnahme des Erwachsenen am Spielgeschehen oder sein Eingreifen bei einem Fehler ein stärkerer Leistungs- und Konkurrenzdruck zwischen den Kindern entstanden sein, der sich für einige Kinder eher hinderlich auf das mathematische Lernverhalten und somit auf die mathematische Lernleistung auswirkte. Es gibt durchaus Hinweise, dass sich kompetitive Lernspielsituationen im Vergleich zu kooperativen ungünstig auf den Lernerfolg in mathematischen Kompetenzen auswirken können (Ke & Grabowski, 2007). Da gerade rechenschwache Kinder von kooperativen Förderansätzen zu profitieren scheinen (Wittich, 2017), ist eine Weiterentwicklung des Haus der Zahlen als Gruppenspielverfahren mit kooperativen Elementen zielführend.

Eine nächste Überlegung bezieht sich auf die mentale Aktivität der Kinder in der Spielsituation. Möglicherweise wichen einige Kinder einer dauernden Anstrengung gerade beim Weiterzählen im hohen Zahlenraum aus. Das Potential der GB, durch die Beobachtung der anderen Spieler mehrfach in die geforderten kognitiven Prozesse involviert zu sein, wurde nicht ausgeschöpft. Hinzukommen kann, dass die Aufmerksamkeit der Kinder in der GB aufgrund der langen Spieldauer nachließ. Dies könnte dazu geführt haben, dass die Förderintensität im Gruppensetting für einige Kinder tatsächlich geringer war.

Für die verschiedenen Fertigungsbereiche basisnumerischer Kompetenzen werden in der vorliegenden Studie kaum Leistungsunterschiede zwischen Einzel-, Gruppensetting und

KG gefunden. Wir planen eine Weiterentwicklung des linearen Zahlenbrettspiels, bei der verstärkt auch Fördereffekte im Mengenverständnis angestrebt werden, da dieses als entscheidender Entwicklungsschritt für das Verständnis des Zahlkonzepts gilt (W. Schneider et al., 2016). Insbesondere der Erwerb eines kardinalen Zahlkonzepts wird dabei als wesentlich für die Lösung von zählenden Rechenstrategien und den Erwerb effektiverer Rechenstrategien gesehen (Ricken et al., 2013), was wiederum Auswirkungen auf den sicheren Erwerb der Grundschulmathematik haben kann (Wittich, 2017). Dies könnte im Haus der Zahlen zum Beispiel durch eine Visualisierung der Ausgangszahlen und gewürfelten Zahlen mithilfe von Spielsteinen erfolgen. Da für den Erwerb eines gesicherten kardinalen Mengenverständnisses eine Förderung im Hunderterraum nicht notwendig ist, werden Spielfelder mit reduziertem Zahlenraum derzeit erprobt.

Anhang Studie II

Tabelle A1

Dokumentation der verwendeten Testverfahren und Items und ihrer Zuordnung zu den drei Fertigungsbereichen Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnis, Mengenverständnis, Rechenfertigkeiten

Fertigungsbereiche	Testverfahren	Items
Zählfertigkeit / Ziffernkenntnis	Würzburger Vorschultest (WVT; Endlich et al., 2016) Modul C. Mathematische (Vorläufer-) Fertigkeiten	Aufgabe 8.1 Zahlenfolge vorwärts benennen, weiterzählen in der Zahlenfolge (Items 8.1.1 bis 8.1.8)
		Aufgabe 8.3 Nachfolger benennen (Items 8.3.1 bis 8.3.4)
		Aufgabe 12 Ziffern lesen (Items 12.1. bis 12.10)
Mengenverständnis	Würzburger Vorschultest (WVT; Endlich et al., 2016) Modul C. Mathematische (Vorläufer-) Fertigkeiten Test zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0; Krajewski, 2014)	Aufgabe 9.2 Mengeninvarianz: Mengen in unterschiedlicher Ausdehnung vergleichen (Items 9.2.1 und 9.2.4)
		Aufgabe 6 Zahl-Anzahl zuordnen (Items a bis e)
		Aufgabe 7 Anzahlen ordnen (Items a bis e)
Rechenfertigkeit	Würzburger Vorschultest (WVT; Endlich et al., 2016) Modul C. Mathematische (Vorläufer-) Fertigkeiten	Aufgabe 8 Anzahlen vergleichen (Items a bis d zzgl. des Items „Was ist mehr... 60 oder 65?“)
		Aufgabe 8 Zahlenraumaufgaben Einordnen von Zahlen auf Zahlenstrahl (Items Zahlenstrahl quer und Zahlenstrahl hoch)
Rechenfertigkeit	Würzburger Vorschultest (WVT; Endlich et al., 2016) Modul C. Mathematische (Vorläufer-) Fertigkeiten	Aufgabe 13 Teilaufgabe 13.1: Addition z.B. „Wie viel sind 4 Luftballons und 5 Luftballons zusammen?“ (Items 13.1.1; 13.1.3; 13.1.5; 13.1.6)
		Aufgabe 13 Teilaufgabe 13.2: Addition z.B. „Wie viel ist 4+3?“ (Items 13.2.1; 13.2.2; 13.2.3; 13.2.7)
		Aufgabe 13 Teilaufgabe 13.3: Sachaufgaben z.B. „Wenn ich 3 Spielsteine habe und du 7: Wie viele Spielsteine hast du dann mehr als ich?“ (Items 13.3.3; 13.3.4; 13.3.6; 13.3.7)
	Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+; Krajewski et al., 2002)	Aufgaben Addition (Items 14+3; 12+7; 6+13)

Anmerkung. Die angegebenen Aufgaben- und Itemnummern entsprechen den Nummerierungen der jeweiligen standardisierten Verfahren.

8 Konzeption und Erprobung eines spielbasierten Screenings

8.1 Das Haus der Zahlen – Beschreibung der Screeningvariante

In einem nächsten Entwicklungsschritt wurden Spielmaterial und Spielhandlungen des Haus der Zahlen so adaptiert und erweitert, dass mithilfe des Spiels frühe mathematische Kompetenzen erfasst werden können. Leitend war die Idee, für das gleiche spielbasierte Setting eine Förder- und eine Screeningvariante zur Verfügung stellen zu können. Folglich wurden für die Screeningvariante das eigentliche Brettspiel und zugehörige typische Spielhandlungen beibehalten (siehe auch Studie III für eine Beschreibung des Materials und der Durchführung). Das bedeutet, dass weiterhin abwechselnd gewürfelt und die entsprechende Anzahl an Schritten über das Spielfeld vorgerückt wird. Es gewinnt, wer zuerst das Zielfeld erreicht. Gleichzeitig sollte es möglich sein, mit dem Screening objektiv, reliabel und valide bewerten zu können, ob Kinder über prognostisch relevante mathematische Kompetenzen verfügen, oder nicht. Beobachtungshilfen, mit denen während des Spielens möglicherweise gezeigte Mengen-Zahlen-Kompetenzen dokumentiert werden könnten, werden diesem psychometrischen Anspruch nicht gerecht. Deshalb sollten Aufgaben in den Spielverlauf integriert werden, die eine strukturierte, standardisierte und eindeutige Bewertung erlauben. Bei der Auswahl und Zusammenstellung der Aufgaben wurde auf bewährte Aufgabenformate aus validierten Verfahren zurückgegriffen. Da die Erfassung früher mathematischer Kompetenzen erstmals im spielbasierten Setting erprobt wird, sollte in eine erste Screeningvariante eine große Bandbreite an Items integriert werden. Der Konzeption wurde deshalb nicht nur das Entwicklungsmodell nach Krajewski (2008), sondern auch das Modell von Ricken und Kollegen (2013) zugrunde gelegt. Dabei sollten alle Ebenen bzw. Niveaus der beiden Modelle adressiert werden. Um gut im unteren Leistungsbereich differenzieren zu können, sollten mehr Items für die Ebenen 1 und 2 bzw. Niveaus I bis III einbezogen werden. Die Itemauswahl ist in Anhang B dokumentiert.

Um die parallel zur Erfassung gegebenen Anforderungen des Spiels zu reduzieren, wurde das Spielfeld auf den Zahlenraum bis 50 verkleinert (siehe Abbildung 8.1 in Studie III).

Aus dem gleichen Grund wird nach der count-from-1 Spielweise gespielt, und die Möglichkeit abzukürzen entfällt. Wenn möglich, wurden die ausgewählten Aufgaben mit dem vorhandenen Spielmaterial umgesetzt. Das funktioniert beispielsweise bei Aufgaben zum Ziffern lesen, beim Abzählen der Felder eines Stockwerks, oder bei der Bestimmung, wie viele Schritte fehlen, um die 10 zu erreichen. Zur Realisierung mancher Aufgabenformate musste Material außerhalb des Spiels ergänzt werden. Um den Spielcharakter zu erhalten, wurde für diese Fälle ein anderes typisches Element herkömmlicher Brettspiele eingeführt – das Ziehen von Ereigniskarten. Gekennzeichnete Stellen auf dem Spielfeld zeigen an, dass eine Karte mit einer Spezialaufgabe gezogen werden darf. Nach der Bearbeitung darf um ein Feld vorgerückt werden.

Das spielbasierte Screening wurde als Individualverfahren konzipiert, da Gruppentestverfahren im Vorschulalter kaum umsetzbar sind. Beispielsweise können jüngere Kinder die Beantwortung der gestellten Aufgaben in der Regel nicht selbst dokumentieren. Aufgabenwiederholungen können bei der gleichzeitigen Untersuchung mehrere Kinder Übungseffekte bedingen. Deshalb wird das Screening Haus der Zahlen in einer Eins-zu-Eins-Situation, bestehend aus Kind und Erwachsenen gespielt. Die Einführung des Spiels, inklusive Material, Ablauf und Regeln, sowie die Reihenfolge, in der Aufgaben gestellt werden, der genaue Wortlaut und die Dokumentation und Bewertung der Antworten durch den Erwachsenen, sind in einem Protokollbogen und in begleitenden Spielanweisungen festgelegt.

Auch für die Validierung des spielbasierten Screenings wurde ein standardisiertes empirisches Vorgehen gewählt. Das bedeutet, dass die Untersuchungen in den teilnehmenden Kindergärten von geschulten Versuchsleitungen durchgeführt wurden. In der folgenden Studie III wurde insbesondere die Durchführbarkeit einer spielbasierten Erfassung früher mathematischer Kompetenzen mit Kindern im Alter von 4 bis 6 Jahren erprobt. Die Prüfung der psychometrischen Güte des Verfahrens, wie Itemschwierigkeiten und Reliabilität schließt sowohl Parameter der klassischen Testtheorie, also auch der Item-Response-Theorie ein. Zudem wurde die Leistung

der Kinder im spielbasierten Screening mit der in etablierten Verfahren verglichen. Dabei erlaubt der Einbezug von zwei theoretischen Modellen bei der Konzeption eine doppelte Validierung. Das Screening Haus der Zahlen wurde im Hinblick auf inhaltliche und konvergente Validität den Verfahren MBK 0 (Krajewski, 2018) und MARKO-D (Ricken et al., 2013) gegenübergestellt. Darüber hinaus wurde geprüft, ob mithilfe des Screenings die Kinder identifiziert werden können, die in den standardisierten Verfahren als leistungsschwach auffielen.

8.2 Erste Erprobung des Screenings Haus der Zahlen (Studie III)

Towards a Game-Based Assessment of Early Mathematical Competencies

Erprobung eines spielbasierten Verfahrens zur Erfassung basisnumerischer Kompetenzen

Johanna Skillen¹, Gabi Ricken², Katja Seitz-Stein¹

¹Department of Psychology, Catholic University Eichstätt-Ingolstadt

²Faculty of Education, University of Hamburg

The following manuscript has been submitted to Empirische Sonderpädagogik in July 2021.

Abstract

This study examined a game-based screening tool for measuring early mathematical competencies. Since these competencies prove to be reliable and valid predictors of later mathematical achievement, assessment tools are required to identify children at risk for developmental difficulties. Game-based approaches have been effective in fostering early mathematical competencies but have not yet been used in the assessment. Tasks that address prognostically relevant competencies in accordance with two developmental models were embedded in a linear number board game. A sample of 300 German four-to-six-year-olds played the game. We compared children's performance with that in standardized tests. The results confirmed the applicability and indicated satisfactory internal consistency and content as well as concurrent validity. Moreover, the screening tool identified about 80% of children who performed clearly below average. The authors discuss these results in view of a first attempt to use the promising game-based approach in the assessment of early mathematical competencies.

Keywords: early childhood education, mathematical competencies, screening, linear number board games.

Zusammenfassung

Die Studie untersucht, ob basisnumerische Kompetenzen mithilfe eines spielbasierten Screeningverfahrens erfasst werden können. Da sich diese Kompetenzen als bedeutsam für schulische Mathematikleistungen erweisen, besteht ein Bedarf an Verfahren, mit denen Entwicklungsschwierigkeiten frühzeitig erkannt werden können. Spielbasierte Verfahren haben sich in der Förderung als wirksam erwiesen. Für die Diagnostik wurde ihr Potential noch nicht überprüft. Ausgehend von zwei Entwicklungsmodellen wurden Aufgaben ausgewählt, die prognostisch relevante mathematische Kompetenzen adressieren und in ein lineares Zahlenbrettspiel eingebettet. Eine Stichprobe von 300 deutschen Kindergartenkindern im Alter von 4 bis 6 Jahren spielte das Spiel. Zum Vergleich wurden standardisierte Testverfahren eingesetzt. Die Ergebnisse bestätigen die Durchführbarkeit und sprechen für eine zufriedenstellende Reliabilität, sowie für Inhalts- und konkurrente Validität. Mithilfe des Screenings konnten rund 80% der Kinder als leistungsschwach identifiziert werden, die in den standardisierten Verfahren altersabweichende Leistungen zeigten. Diskutiert wird, wie der vielversprechende spielbasierte Förderansatz auch für die Diagnostik basisnumerischer Kompetenzen nutzbar gemacht werden kann.

Schlüsselwörter: frühkindliche Bildung, basisnumerische Kompetenzen, Screening, lineare Zahlenbrettspiele

Introduction

The acquisition of mathematical competencies begins well before formal education. Several authors consider the ability to discriminate numerical magnitudes in infancy as basis or core system of mathematical competence (Aster & Shalev, 2007; Feigenson et al., 2004). The approximate representation is followed by precise representation of numbers and the abilities to count, read numerals and acquire more sophisticated competencies such as arithmetical problem solving. The early development has shown to be a key determinant of later mathematical achievement (e.g. Geary, 2011; Krajewski & Schneider, 2009; Martin et al., 2014). Hence, there is a need for assessment and training settings that can be implemented broadly in early childhood education. With this study, we aim to meet this demand with further investigating and enhancing the potential of game-based approaches.

In view of the developmental process of early mathematical competencies, two current models are considered. Krajewski (2008) describes the development of these abilities from early childhood to primary school age via three developmental levels (model one; M1 in the following). She assumes that children can initially discriminate quantities, acquire number words, the exact number word sequence and get to know numerals. However, they act independently with quantities and numbers. In the second level, children become aware of the linkage between quantities and numbers, understand the meaning of number words and can arrange numerals according to the quantity they represent. The development of this precise quantity-number representation is considered the central developmental step. Further, they understand relations between quantities and numbers, are enabled to compose and decompose and to determine differences between them (level 3).

A second model (M2 in the following) differentiates five developmental levels (Ricken et al., 2013). In each of these, children acquire several mathematical abilities based on the understanding of a specific arithmetic concept. The first level comprises counting abilities. Children acquire the exact number word sequence and can map numbers to objects with one-to-one

strategies. In the second level, children acquire a mental number line and are able to determine precursor and successor of numbers. Further, they understand order irrelevance principles in counting, start to map number line positions with quantities, develop a cardinal magnitude representation and understand decomposability. The authors consider this third level as central developmental milestone for the acquisition of effective arithmetic strategies. It enables children to understand further relations between numbers and quantities, such as part-part-whole concepts (level 4) or relationality (level 5).

From the beginning of the development, variation in early mathematical competencies is high and performance differences have shown to remain stable throughout preschool-age and after start of formal education (Navarro et al., 2012). Hence, children enter math education in school with huge differences in previous knowledge (Aunola et al., 2004). Several longitudinal studies investigated which factors can be considered substantial predictors of mathematical school achievement. The findings show that domain-specific early mathematical precursors, such as counting abilities and numerical magnitude representation seem to be of special importance (Chu et al., 2018; Krajewski & Schneider, 2006; LeFevre et al., 2010; Nguyen et al., 2016). Deficits in these competencies can be associated with later learning impairments (Weißhaupt et al., 2006).

Considering the prognostic relevance of early mathematical competencies, it seems critical to detect deficiencies in young children and to provide support for lower performing children. Several standardized tests are already available. One example is the *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK 0; Test of Basic Mathematical Competencies in Preschool Children; Krajewski, 2018). It offers a differentiated assessment of children's mathematical abilities in accordance with M1 (Krajewski, 2008). A second example is *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose* (MARKO-D; Assessment of Math Concepts in Pre-school Aged Children; Ricken et al., 2013) which is based on M2 (Ricken et al., 2013).

The test indicates which of the five developmental levels a child has already mastered and which is currently acquired.

Both tests are based on developmental models that depict prognostically relevant competencies. Hence, test results offer valuable information for the promotion of mathematical development (Moser Opitz & Ramseier, 2012). Such a direct linkage between developmental models, assessment tools and trainings is desirable but not always realized (Fischer et al., 2017).

In addition, there is a great demand for resource-saving and low-threshold test and training approaches especially in institutions of early childhood education (Jörns et al., 2013; Seeger et al., 2014). Concerning the assessment, screening tools allow an economic selection of at-risk-children who should get a differentiated diagnostic and training (Deimann & Kastner-Koller, 2021; Tröster, 2009). In view of training, game-based approaches are considered an attractive and less resource intensive alternative to large training programs (Hirsh-Pasek et al., 2009; Weisberg et al., 2016). Games can be integrated in kindergarten and home activities (Lange et al., 2021). In contrast to free play, they involve previously codified rules that can be communicated explicitly. Many games require competitive activity and can be challenging (Baines & Blatchford, 2011). Moreover, positive characteristics of play can also be found, such as fun, interactivity, engagement, or opportunities to demonstrate the players abilities in terms of self-efficacy (Hassinger-Das et al., 2017). Hence, games provide a setting that allows pleasant but also guided and therefore focused learning activities (Hauser et al., 2014). Several studies have investigated the conception and conditions of rule-based games in the promotion of early mathematical competencies. Currently, linear number board games are of interest and have proven effective in different settings and with remarkably few training sessions (Elofsson et al., 2016; Laski & Siegler, 2014; Ramani & Siegler, 2008; Ramani et al., 2012; Siegler & Ramani, 2009; Skillen, Berner, Ricken & Seitz-Stein, 2018; Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018).

Taken together, the presented findings show that the assessment of mathematical competencies is necessary in early childhood. There is a need for resource-saving measurements that provide information about potential developmental risks. In measurement construction, a direct linkage between underlying development model, assessment tool and training approach is valuable. Rule-based games provide a potentially attractive and low-threshold setting and especially linear number board games proved suitable in promoting early mathematical competencies. In view of assessing these competencies, the potential of games has not yet been examined. Therefore, we aim to develop a game-based screening of early mathematical competencies. We followed the idea to use one game and to develop a training- and a screeningversion within the same game. The idea resulted in the linear number board game *House of Numbers* (HoN). This game already proved effective in training early mathematical abilities in line with M1 (please see Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018 for the HoN in particular and e.g. Laski & Siegler, 2014 for conception of linear number board games in general). The present study deals with the conception and first evaluation of the screening version. While realizing a screening within a game, we wanted to keep the actual game board and typical in-game actions. That means that players use the board depicting a house with ascending floors, containing ten doors each (see Figure 8.1). Starting at the ground floor, players roll the dice in turn and move their token the appropriate number of doors. They have to move along all floors until one player reaches the square marked with 50 and wins the game. While playing the game, it should be possible to assess objectively, reliably and validly whether children already master prognostically relevant early mathematical competencies or not. To meet this psychometric demand, we wanted to integrate items in the course of game that allow a structured, standardized and explicit rating. Since game-based assessment is a new approach, we decided to use both outlined developmental models in item construction. Thereby, we constructed a broad variety of tasks that address two theoretical perspectives (M1 and M2). This should allow a selection of tasks for a

final version of the screening on the one hand and a double validation of the game on the other hand.

The present study pursues three goals. First, we aim to explore the applicability of a game-based assessment. Of interest is the question whether tasks can be successfully administered in a playing situation and whether children show comparable performance in game-based and standardized assessment settings. The second goal is to evaluate whether the game-based approach allows a reliable and valid assessment of early mathematical competencies. Since item development is theory-based and follows approved task types, we expect a consistent item structure, depiction of age-related performance differences and positive correlations to standardized measurements. Thirdly, we investigate whether low-achieving children can be reliably identified. Since we integrated items that address prognostically relevant mathematical competencies, we expect a successful detection of low-achieving children.

Method

Participants

The present study included $N = 300$ children (156 boys and 144 girls; see Table 8.1). Recruitment involved 15 German kindergartens (14 in Bavaria and one in Hamburg). Participation criteria were an age-appropriate development due to teachers' information and sufficient knowledge of German language.

Informed parental consent was obtained for all participating children. Moreover, 236 parents informed us about family background via a short questionnaire. Of those, 26% indicated that at least one parent was not born in Germany. At home, 17% of families speak German and at least one other language. Concerning their highest graduation, 43% of mothers and 39% of fathers have reached the highest possible graduation in Germany (Abitur).

Table 8.1
Sample statistics

	<i>n</i>	<i>m/f</i>	Age (years; months)			
			<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
4 years	88	50/38	4;1	4;11	4;7	0;3
5 years	101	47/54	5;0	5;11	5;6	0;3
6 years	111	59/52	6;0	6;11	6;3	0;2
entire sample	300	156/144	4;1	6;11	5;6	0;9

Children who obtained scores below a standard *T* score of 40 form a group of low-achieving children. Since two standardized measures of mathematical competencies were administered in this study, two low-achieving groups will be examined in the following. One was detected by the test MBK 0 and comprises 32 children (15 boys, $M_{age} = 5$ years, 9 months). The other was detected via MARKO-D and includes 19 children (10 boys, $M_{age} = 5$ years, 5 months).

Materials

Standardized Measurements. In order to validate the game-based assessment, we compared children's performance with that in two standardized measurements, namely MBK 0 and MARKO-D. Tasks were presented in one-to-one sessions according to the test manuals. The experimenter provided the items verbally to the child (in parts supported by test material, e.g. images or chips) and recorded the answers.

The MBK 0 includes 58 items and assesses children's basic numerical competencies (level 1) e.g. with counting forward and backward or numeral identification tasks. Among others, it measures quantity-number representation (level 2) with seriation tasks (requires the child to fill up a gap in ascending quantities with the appropriate number of chips). First arithmetic abilities (level 3) are addressed with tasks such as summing up two amounts of chips. Concerning test evaluation Krajewski (2018) used classical test theory measures. The MBK 0 provides

tasks with a broad range of satisfying item-total correlation and a substantial internal consistency of $\alpha = .96$. The correlation of .67 with another test of early mathematical competencies supports the validity of this instrument.

The MARKO-D comprises 55 items that are embedded in a cover story of two squirrels. For example, the child has to count an amount of nuts (level 1) or to help the animals in determining precursor and successor (level 2). Again, a seriation task operationalizes cardinal magnitude representation (level 3). Another task requires the child to add the missing amount of nuts to total quantity. Moreover, the test provides items that request the child to compose or decompose quantities (level 4) or to determine the difference between them (level 5). The validation of this test and the underlying developmental model is based on item response theory with Rasch model analysis as measure of homogeneity. The model proved validity with satisfying standardized MNSQ Infit values for all items and a high test or person reliability of .91. The Person/Item MAP (depiction of person competence and item difficulty on one scale) confirmed that items assort to the five expected competence levels. A high correlation of .77 with another mathematical test also supports the validity of MARKO-D (Ricken et al., 2013).

Game-based Assessment. The HoN visualizes a house with five ascending floors and ten doors each (see Figure 8.1). The resulting 50 doors contain the numbers 1 to 50 progressing from left to right in each row. The entrance is marked with 0 and the 50 with a finish button. In the first three floors (numbers 1 to 30) players use one 10-sided dice (labeled 1 to 5 twice). In the remaining two floors (numbers 31 to 50) they get a second dice. The use of two dices allowed the integration of test items with numbers between one and ten while moving along floors with higher number ranges. Item examples will be described in the following.

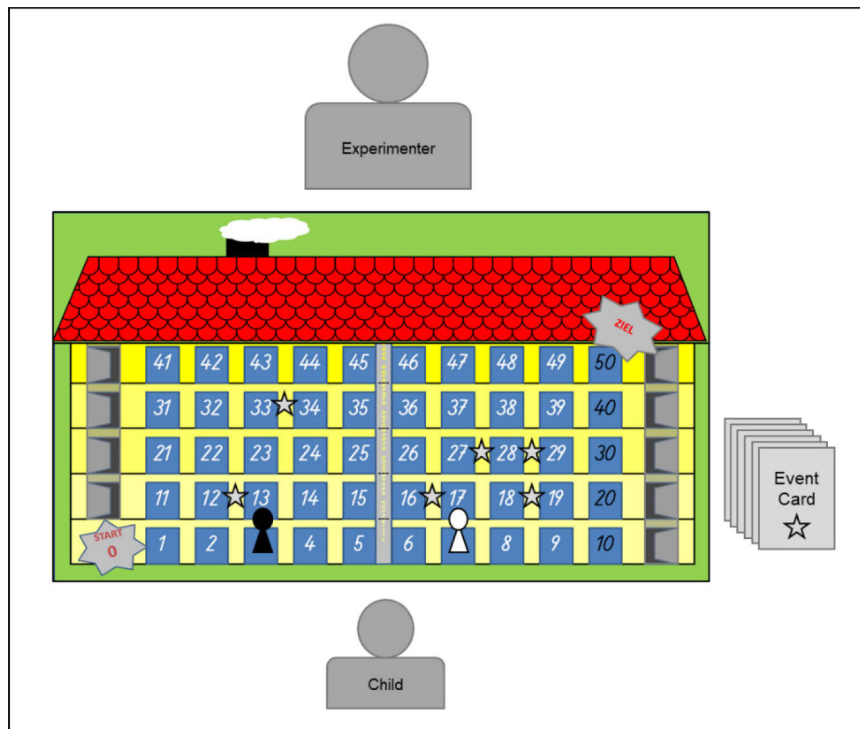


Figure 8.1. Material and arrangement of the game-based assessment HoN.

The screening tool assesses children's mathematical competencies with 38 items. Tasks were adapted from the standardized measures and embedded in the game. We selected items that address all three, respectively five levels of the underlying developmental models. Each competence stated in the models is addressed with at least one item. However, we emphasized prognostically relevant or critical competencies in task selection (i.e. level 1 and 2 in M1 and level 1, 2 and 3 in M2). Out of the 38 items, 16 items resemble both models while 10 items belong exclusively to M1 and 12 to M2. As far as possible, we implemented the chosen tasks with the given number board game material. To assess basic numerical competencies in accordance with the first levels, children shall for example count an amount of player tokens, name the number their token stands on or determine precursor or successor of that number (while the experimenter covers the numbers in question). Another example is a magnitude comparison (level 2 in M1) of two numbers rolled with two dices. However, in order to realize some task types we had to use separate, additional material. To preserve the game's character, we included

a typical feature of conventional board games and implemented event cards. Via these cards, special tasks can be administered such as a seriation task in order to measure quantity-number (level 2 in M1) and cardinal magnitude representation (level 3 in M2). Finally, the screening addresses first arithmetical abilities (level 3 in M1 respectively level 4 and 5 in M2). For example, children have to sum up the numbers they rolled with two dices to determine how far they may move their token or they have to determine how many steps must be covered from their field to number 10.

Procedures

Similar to the standardized measures, the HoN was presented in one-to-one sessions. Child and experimenter sat opposite to each other. The child sat in front of the board game. The experimenter introduced the game and explained the rules. That means she told the child that they visit all numbers between 1 and 50 that live in the House of Numbers. She explained number arrangement (see Figure 8.1) and showed how players move along the ascending floors. Players roll the dice in turn and move from door to door by counting their steps from one. The player who reaches 50 first wins the game. While progressing through the house, the experimenter provides the items verbally to the child and records the answers. Small stars between some doors indicate the use of event cards. As soon as one player crosses a star, the child draws an event card and gets a special task as described above. After finishing the task, the child moves forward one step. This happens independently of correctness. Generally, children do not get feedback during game on any mathematical activities (including e.g. to count the steps while moving on) in order to prevent interference with the assessment.

Since the experimenter provides the first items already during game instruction and preparation (e.g. count the amount of player tokens), the children are engaged right from the start. Moreover, children always make the first move when starting the actual game. Together with the rule, that children move one step forward after resolving an event card they have good

chances to run ahead of the experimenter or to easily catch up. Hence, the competitiveness of the game can be turned in favour of the child.

All children receive the same 38 prompted screening items. Standardized instructions indicate the item order and wording to the experimenter. However, items could differ between children. That is because the actual numerical values of several tasks depend on game progression. For example, the player token of one child could stand on number 5 when the experimenter provides the task to determine precursor and successor. Concerning the same task another child could stand on number 4 or on number 6. To ensure items of comparable requirements and difficulty it is indicated to the experimenter in which number range a specific item must be administered.

Since we implemented items based on two different development models, we decided to evaluate them theory-based, meaning separately. Consequently, two different overall scores (M1 score and M2 score; calculated by summing the points achieved) will be considered in the following.

Design

The HoN was conducted with all children. Moreover, 275 children took part in the MBK 0 and 276 children completed the MARKO-D. This includes that the majority of children (namely 251) participated in both standardized measurements. The presentation order of assessment tools was balanced between participants. For the assessment sessions children met individually with the experimenter in a separate room in kindergarten. On average, it took players $M = 27$ minutes ($SD = 6.7$) to complete the screening. The MBK 0 lasted $M = 25$ ($SD = 6.2$) minutes and the MARKO-D $M = 28$ minutes ($SD = 6.6$).

Statistical Strategies

In a first step, we conducted item analysis. Comparable to MBK 0 and MARKO-D test evaluation, we used classical test theory (M1) and item response theory measures (M2). Out of the 26 screening items that measure mathematical competencies according to M1, one item did not show satisfying item-total correlation ($r_{it} = -.02$) and was excluded from data analysis. The 28 items that measure mathematical competencies according to M2 entered a Rasch model conducted with Winsteps 4.3.4. The model converged in eight iterations. All items displayed satisfying MNSQ Infit of 1 ± 0.3 (Wright & Linacre, 1994). The Person/Item MAP indicated two items as too difficult and three items as too easy compared to other items that assort to one of the theoretically expected competence level. These five items were excluded.

The next steps served the evaluation of the game-based assessment. We examined the amount of missing values as indicator of item administration problems and compared children's performance by means of correctly solved items in game-based and standardized measures to determine applicability. Cronbach's α and person as well as item reliability via Rasch model were computed to test internal consistency. We examined age effects in children's mathematical competencies and correlations between performance in the screening tool and standardized measurements to investigate validity. Finally, we determined quality indicators for screenings such as specificity, sensitivity and relative improvement over chance (RIOCI-Index). In data analysis we used IBM SPSS Statistics 23, the *Calculation of Test Quality Criteria for Screenings* by Lenhard and Lenhard (2014) the *Computation of Effect Sizes* by Lenhard and Lenhard (2016).

Results

Applicability

For a start, we examined the amount of missing values in the screening. Missing values occurred due to performance, motivation or handling problems (e.g. the experimenter forgot to

administer an item). Out of the 300 children who completed the HoN 1.7% revealed performance or motivational problems, hence the experimenter skipped one or more screening items. Handling problems occurred especially in three items and caused missing values in the assessments of 10% of children.

Secondly, we compared children's performance in game-based and standardized measures. Mathematical performance as a function of age group and for the entire sample is shown in Figure 8.2. Evidently, there seemed to be performance differences between age groups but not between assessment settings. To test this, we conducted repeated-measures analyses of variance (ANOVAs) with test instrument as within- and age group as between-factor.

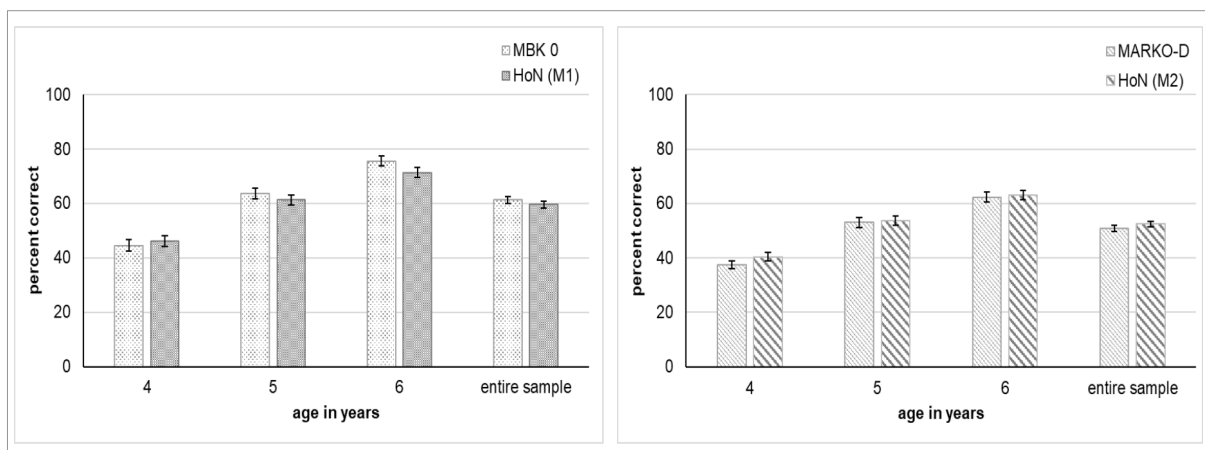


Figure 8.2. Mathematical performance in the MBK 0 vs. HoN (M1) (left part) and in the MARKO-D vs. HoN (M2) (right part) as a function of age group and for the entire sample. Indicated are mean percent correct and standard errors.

Concerning children's performance in HoN and MBK 0, the ANOVA showed significant main effects for test $F(1, 272) = 7.77, p = .006, \eta_p^2 = .03$ and age group $F(2, 272) = 53.81, p < .001, \eta_p^2 = .28$. The interaction was significant, $F(2, 272) = 7.94, p < .001, \eta_p^2 = .06$. Consequently, the performance of different age groups varied statistically with administration of game-based or standardized measurement. Post-hoc tests revealed less correctly solved items in the HoN compared to the MBK 0 for 5-year-olds, $t(100) = -2.82, p = .006, d = -0.12$ and 6-year-olds, $t(85) = -3.60, p = .001, d = -0.25$, but no differences in 4-year-olds, $t(87) = 1.46, p = .149$. Cohen's d represents small effects.

Comparing children's performance in HoN and MARKO-D indicated significant main effects for test $F(1, 273) = 5.42, p = .021, \eta_p^2 = .02$ and age group $F(2, 273) = 53.98, p < .001, \eta_p^2 = .28$ as well, but no significant interaction, $F(2, 273) = 1.21, p = .301$. Hence, over all age groups children correctly solved slightly more items in the game-based than in the standardized measurement. Again, the effect size of $\eta_p^2 = .02$ is small.

To conclude, the investigation of missing values indicated administration problems in a small percentage of cases. Performance between game-based and standardized assessment differed statistically but with small practical implication.

Reliability and Validity

To evaluate reliability, we examined internal consistency of the embedded screening items. Concerning the remaining 25 M1 items, Cronbach's α was substantial with .89. Concerning the remaining 23 M2 items, the Rasch model stated a substantial person reliability of .81 and item reliability of .99.

Regarding validity, we investigated whether mathematical performance in the game-based approach differed between age groups (i.e. 4-, 5- and 6-year old children). Since the two underlying development models posit considerable changes in mathematical performance during early childhood, a valid assessment tool should reflect age effects. Indeed, mean performance was lowest for younger and highest for older children (see Figure 8.2). Univariate ANOVA with age group as fixed factor and mathematical performance as dependent variable revealed a significant age effect for the M1 score, $F(2, 272) = 42.41, p < .001, \eta_p^2 = .24$. Concerning the M2 score, homogeneity of variance was not met ($p = .030$) and Welch's F test was used. The ANOVA indicated a significant age effect as-well, Welch's $F(2, 181.55) = 49.94, p < .001, \eta_p^2 = .98$. Post-hoc comparisons using either the Bonferroni or the Games-Howell procedure confirmed significant differences in early mathematical competencies between all three age groups for M1 and M2 ($p \leq .001$).

In a second step, we investigated concurrent relationship between children's mathematical performance in the HoN and the standardized measurements via Pearson product-moment correlations. Results displayed a strong positive correlation between children's performance in the HoN (M1 score) and the MBK 0, $r = .90$, $p < .001$, $n = 275$. The same applies with $r = .84$, $p < .001$, $n = 276$ for the correlation between M2 score and the MARKO-D.

Identification of Low-Achieving Children

Regarding the two standardized measurements, 32 children performed sub average (scores below average standard T score of 40) in the MBK 0 and 19 in the MARKO-D. To investigate whether the game-based assessment correctly identifies these low-achieving children, we determined databased cut-off values via receiver operating characteristic (ROC) analyses. To get age adjusted test scores, the two possible screening scores were z -transformed within each age group and entered two separate ROC-analyses as test variables. The classifications of standard T scores $<$ or ≥ 40 served as trait variables. Regarding the screening assessment of mathematical performance based on M1, a high area under the curve (AUC) of $.94$, $p < .001$, 95% CI $[.91, .97]$ indicated a substantial differentiation capability of the game-based assessment. The z -score of -0.78 (percentile rank = 22%) showed a large distance between ROC-curve and diagonal, demonstrating a satisfying proportion of sensitivity and specificity. Using this score as cut-off value for low achievement in the screening tool, resulted in correct identification of 81% of those children who were identified as underachiever in the MBK 0.

Table 8.2

Absolute case numbers of children identified as low- or average-achieving in standardized and game-based measurements. Cut-off values were $T < 40$ in MBK 0 / MARKO-D and $z < -0.78$ in HoN (M1) / $z < -0.63$ in HoN (M2)

		HoN (M1) / HoN (M2)	
		average-achieving	low-achieving
MBK 0 / MARKO-D	average-achieving	204 / 196 (true negative)	39 / 61 (false positive)
	low-achieving	6 / 4 (false negative)	26 / 15 (true positive)

Using this score also resulted in comparably high rate of false positive identification but produced few false negative errors (see Table 8.2). Based on absolute case numbers, quality indicators for screenings were calculated. Results displayed high sensitivity, specificity, and RIOC-index (see Table 8.3).

Table 8.3

Quality indicators of the game-based screening tool

	Quality indicators for the game-based screening						
	SN	SP	PPV	NPV	HR	RHR	RIOC
M1 cut-off value $z = -0.78$	0.81	0.84	0.40	0.97	0.84	0.70	0.75
M2 cut-off value $z = -0.63$	0.79	0.76	0.20	0.98	0.76	0.69	0.71

Note. SN = sensitivity (correct identification as affected); SP = specificity (correct identification as not affected); PPV = positive predictive value (used to determine the probability of actually being affected if screening result is positive); NPV = negative predictive value (used to determine the probability of actually not being affected if screening result is negative); HR = hit ratio (proportion of correct classifications); RHR = random hit ratio (probability of correctly identifying affected individuals in a population when taking frequency of occurrence into account and randomly investigating this amount of persons); RIOC = relative improvement over chance (indicates how much the hit rate increases compared to the random hit rate due to a test procedure)

Concerning the screening assessment of mathematical performance based on M2 ROC-analysis revealed positive results as well. A high AUC of .86, $p < .001$, 95% CI [.78, .93] indicated a substantial differentiation capability with the z -score of -0.63 (percentile rank = 26%) as possible sensitive and specific cut-off value. Using this score resulted in correct identification

of 79% of children as low-achieving. Again, false positive identification was high while few low-achieving children were missed (see Table 8.2). Quality indicators for screenings also displayed high sensitivity, specificity, and RIQC-index (see Table 8.3).

Discussion

The present study aimed to investigate the applicability, reliability, validity and differentiation capability of a newly developed game-based assessment of early mathematical competencies. The first goal was to explore whether standardized items can be implemented in and be administered while playing a number board game. We analyzed missing values in the game-based setting as indicators of administration problems and we compared children's performance in game-based and standardized assessment settings. We found that the screening could be generally conducted with kindergarten children as young as 4 years of age. Yet, we registered missing values in the game-based setting. The experimenter could decide to skip an item if the child revealed severe performance or motivational problems. Our experimenters had to apply this procedure to very few cases. Hence, the game-based setting does not seem to affect children in such way that would prevent test application. However, missing data in the HoN also occurred since the experimenters seemed to have problems in handling some items in the game-based assessment. This problem affected a comparably high amount of administrations. One reason could be the variability of item administration that followed standardized instructions but also depended on game progression. The experimenter had to observe the game and to decide where and when she could best deliver a certain task within the indicated number range. The observation of game progression parallel to the observation and recording of children's performance, general adult-child-interaction and execution of one's own moves in game meant greater flexibility and higher demands for the experimenter than standardized measurement procedures require. These special demands of game-based settings must be considered in further screening development. On the other hand, handling problems can be clearly assigned to

three screening items. These tasks need modifications or must be dismissed in order to ease the handling. In sum, item reduction could mean less workload to the user and should be considered.

In the context of applicability, it was also of interest whether children show comparable performance in game-based and standardized measures. Results indicate that 5 and 6 year old children showed lower performance in the HoN compared to the MBK 0. In comparison to MARKO-D, the game produced slightly higher performance. The differences between game-based and standardized test settings are small but statistically significant while in all analyses effect sizes represent small effects (Cohen, 1988). Hence, we cannot finally clarify whether in-game assessment of mathematical competencies causes performance differences and if so in which direction. On the one hand, reduction of performance could be because the game-based setting provides multiple cognitive demands. For example, there are many stimuli that must be processed when dealing with the game board, rolling the dice, moving on, drawing event cards. Moreover, children have to switch attention between in-game actions and the provided numerical tasks or they might have to inhibit impulsive responding to game-related happenings. These are critical cognitive processes for academic outcome (May, Rinehart, Wilding & Cornish, 2013). On the other hand, the setting could induce positive or negative affect, which could either enhance or reduce performance (Davis, Kirby & Curtis, 2007; Graves & Lahey, 1982). Both emotional states could stem from characteristics of games such as fun, interactivity, engagement, competitiveness or challenge (Baines & Blatchford, 2011; Hassinger-Das et al., 2017). The results of the present study do not clearly speak in favour of setting effects in the game-based assessment. This is in line with other investigations that could not find influence of test presentation setting on mathematical achievement (Ricken et al., 2013). Concerning the newly developed screening version of the HoN, further test development and research is needed to investigate whether or not the game provokes performance differences. In this context, it could

also be examined whether children perceive game-based and standardized test settings differently. Games are considered attractive and engaging for kindergarten children (e.g. Weisberg et al., 2016) what speaks in favour of the use of this approach in early childhood education but this claim has not yet been investigated systematically.

The second goal of the present study was to evaluate reliability and validity of the game-based assessment of early mathematical competencies. Results indicate satisfactory internal consistency as well as person and item reliability. Compared to those of standardized measurements (Krajewski, 2018; Ricken et al., 2013; Seeger et al., 2014) reliability is lower. Since the HoN comprises comparably fewer items, a slight reduction in reliability is expectable.

Consistent with previous studies and the assumptions of both underlying developmental models (Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013) results of the present study indicate age-related differences in mathematical competencies assessed with the HoN. This finding can be taken as evidence that the screening reliably captures developmental changes in early mathematical performance. Moreover, we found strong positive correlations between children's mathematical performance in the HoN and the standardized measurements indicating concurrent validity of the screening tool.

Our third goal was to investigate whether the newly developed game-based screening reliably identifies low-achieving children. We determined cut-off values for low-achievement in screening via ROC analyses and we found that the game-based assessment identified a majority of children who performed sub average in standardized measurements. ROC-analyses itself can be seen as quality measure of classifiers and indicated a substantial differentiation capability of the screening tool. High RIOC-indices confirm this finding. According to Marx (1992) RIOC-indices above 66% indicate very good and specific classifications what consequently applies for both determined cut-off values.

Concerning false negative and false positive classification errors, the first error type can be considered less wanted in case of detecting at-risk children. With respect to prognostic relevance of early mathematical abilities for future fundamental mathematical knowledge (e.g. Geary, 2011; LeFevre et al., 2010; Weißhaupt et al., 2006) it seems worse to miss low-achieving children via screening. This could deny further diagnostic or training to them. Regarding the present findings, false negative rates in the game-based assessment seem acceptable. Vice versa false positive classification errors could mean further test and training procedures to children actually not needing them. In the present study false positive rate for the second M2 cut-off value is high. That means that about 24% of the investigated not affected children would get further treatment. The question is whether this implication is reasonable. On the one hand, false positive classifications would provide unnecessary high expenditure for practitioners. On the other hand, further examination or fostering of academic abilities in kindergarten age cannot be considered harmful for children. Moreover, the purpose of developmental screening tools is not a differentiated diagnostic. They function as filter in order to indicate those children who should be further examined (Deimann & Kastner-Koller, 2021; Tröster, 2009). Hence, a positive screening result should be handled and communicated sensibly.

One possible explanation for higher false positive rates could be the proportion of items with low and high difficulty. Since one major purpose of the present study was to investigate the applicability of mathematical assessment via a game-based tool in general, we integrated items that address all developmental levels of the underlying models. Comparable to other screening tools of mathematical competencies (Seeger et al., 2014) we could consider to skip higher level items in order to increase differentiation in the lower range of performance.

Conclusion

In sum, the present study is a first step towards an assessment of young children's mathematical competencies by means of a board game. We integrated items based on two different

developmental models in a linear number board game. The double validation of the game-based setting indicated a general applicable, reliable and valid assessment for both operationalizations. Hence, game-based assessment functioned for a broad selection of early mathematical competencies. Moreover, the screening detected about 80% of low-achieving children. Since the HoN already proved effective in training (Skillen, Berner, Ricken & Seitz-Stein, 2018; Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018), the game-based approach might prospectively provide test and training that refer to each other and the same theoretical perspective (Fischer et al., 2017). Using games to detect and to overcome deficiencies in early mathematical competencies can be especially attractive in early childhood education where resource-saving and low-threshold approaches are needed (Jörns, et al., 2013; Seeger et al., 2014). To reach this goal, the issues of the screening stated above must be dealt with. In order to do a second step towards game-based assessment of early mathematical competencies, we already investigated modified and reduced screening versions (Skillen & Seitz-Stein, submitted). This study indicates promising findings concerning differentiation capability as well as children's performance in and perception of game-based vs. standardized assessment.

8.3 Vergleich von spielbasierten Screeningvarianten mit etablierten Testverfahren (Studie IV)

Basierend auf den Ergebnissen von Studie III, wurde das neu entwickelte Verfahren überarbeitet. In einem nächsten Schritt wurden reduzierte und nach zugrundeliegendem Entwicklungsmodell getrennte Screeningversionen im Hinblick auf Reliabilität, Validität und Eignung zur Identifikation von leistungsschwächeren Kindern erprobt. Im Fokus stand dabei die Prüfung von möglichen Performanzunterschieden zwischen etablierten und spielbasierten Verfahren, die in Studie III nicht abschließend geklärt werden konnten. Zudem wurden die teilnehmenden Kinder in der folgenden Studie IV explorativ befragt, wie sie die verschiedenen Testsettings (etabliert vs. spielbasiert) wahrnehmen.

Spiel vs. Test: Vergleich von spielbasierten und etablierten Verfahren zur Erfassung basisnumerischer Kompetenzen

To Play or not to Play: Assessment of Early Mathematical Competencies via Linear Number Board Games

Johanna Skillen¹, Katja Seitz-Stein¹

¹*Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt*

Das folgende Manuskript wurde im August 2021 bei Diagnostica eingereicht.

Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Studie war die Erprobung regelbasierter Zahlenbrettspiele zur Erfassung von vorschulischen mathematischen Kompetenzen. Überprüft wurde, ob der Erwerb von prognostisch relevanten Zahl- und Mengenkonzepten in diesem als attraktiv geltenden Setting valide erfasst werden kann. Insbesondere leistungsschwächere Kinder sollten dabei zuverlässig erkannt werden. Zudem wurde der Frage nachgegangen, ob Vorschüler eine spielbasierte Erfassung und etablierte Testsettings unterschiedlich bewerten. Insgesamt nahmen 128 4- bis 6-Jährige an der Untersuchung teil. Die Ergebnisse sprechen für eine zufriedenstellende Reliabilität und Validität der spielbasierten Erfassung. Zudem zeigt sich eine sehr gute Differenzierung im unteren Leistungsbereich. Eine explorative Befragung der Kinder zu ihrer Bewertung der Verfahren, ergibt Hinweise auf die Attraktivität der spielbasierten Erfassung. Die Ergebnisse werden mit Blick auf mögliche Vorteile spielbasierter Verfahren für den Einsatz in der Vorschul-erziehung diskutiert.

Schlüsselwörter: basisnumerische Kompetenzen, Zahlenbrettspiele, Diagnostik, Setting

Abstract

The present study investigated whether early mathematical competencies can be assessed by game-based measurements. The attractive setting should allow a valid assessment of prognostic relevant number-magnitude-competencies. At-risk children should be reliably identified. Moreover, we inspected whether children perceive the attractiveness of game-based and standardized test settings differently. We compared the performance of 128 4-6-year-olds in game-based screenings and standardized measures of mathematical competencies. The results indicate satisfying reliability and validity of the game-based assessment, as well as a good differentiation of low-achieving children. An explorative assessment of children's perception of testsetting speaks in favour of the game-based assessment. We discuss advantages of the game-based approach in early childhood education.

Keywords: basic numerical competencies, number board games, assessment, setting

Einleitung

Der sichere Erwerb basisnumerischer Kompetenzen gilt als bedeutsam für die spätere schulische Mathematikleistung (u.a. Hornung et al., 2014; Krajewski & Schneider, 2009; Martin et al., 2014). Insbesondere Zählfertigkeiten, Ziffernkenntnisse und ein Verständnis für Mengen-Zahlen-Beziehungen erweisen sich als spezifische und prognostisch relevante mathematische Vorläuferfertigkeiten (Chu et al., 2018; Geary, 2011; Krajewski & Schneider, 2006; Nguyen et al., 2016). Vorschulkinder unterscheiden sich erheblich in diesen Kompetenzen (Aunola et al., 2004). Altersabweichende Defizite gelten als Risikofaktor für spätere rechen-schwache Leistungen (Fritz & Ricken, 2008; Weißhaupt et al., 2006).

Aus diesem Grund besteht ein Bedarf an niederschweligen Verfahren zur Erfassung und Förderung basisnumerischer Kompetenzen, die insbesondere in Institutionen eingesetzt werden können (Seeger et al., 2014). Screeningverfahren eignen sich für die Identifikation von Risikokindern (Deimann & Kastner-Koller, 2021). In der Förderung früher mathematischer Kompetenzen gelten spielbasierte Verfahren als attraktive Settings, die kostengünstig und alltagsintegriert eingesetzt werden können (Hirsh-Pasek et al., 2009; Jörns et al., 2017; Lange et al., 2021; Weisberg et al., 2016). Im Unterschied zu freien Spielsituationen erlauben Regelspiele eine geführte Lernaktivität, sodass der Spielverlauf auf ausgewählte Aktivitäten fokussiert bleibt (Baines & Blatchford, 2011; Hauser et al., 2014). Gleichzeitig sind Regelspiele durch positive Merkmale von Spielhandlungen, wie positive Aktivierung oder Eingebundenheit charakterisiert (Hassinger-Das et al., 2017). Bezüglich der Wirksamkeit dieser Lernsettings wurden international einfache Zahlenbrettspiele überprüft. Hierbei konnten mit wenigen Spielsitzungen Effekte in prognostisch relevanten Zahl- und Mengenkonzepten erzielt werden (u.a. Elofsson et al., 2016; Laski & Siegler, 2014; Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018). Anders als für die Förderung wurde für die Erfassung mathematischer Vorläuferfertigkeiten das Potential von Zahlenbrettspielen noch wenig überprüft. Es stellt sich die Frage, ob frühe mathematische

Kompetenzen in regelbasierten Brettspielen valide erfasst werden können. Effekte des Spielkontextes könnten zum Beispiel zusätzliche kognitive Anforderungen stellen, die die Leistung beeinträchtigen können. Spielmaterialien und Spielhandlungen könnten Aufmerksamkeit und Verarbeitungskapazität binden oder größere Inhibitionsleistungen fordern, damit die numerischen Aufgaben bearbeitet werden können. Kognitive Prozesse wie beispielsweise Aufmerksamkeit sind kritisch für akademische Leistungen (May et al., 2013). Zudem könnten typische Merkmale von Regelspielen wie Aktivierung, Interaktivität, oder Wettbewerb positive oder negative Affekte induzieren, was sich entweder leistungssteigernd oder leistungsmindernd auswirken kann (Davis et al., 2007; Graves & Lahey, 1982). Folglich sollte geprüft werden, ob Kinder in spielbasierten Testsettings unterschiedliche oder vergleichbare Leistungen wie in herkömmlichen Verfahren erbringen. Zudem wurde bisher nicht untersucht, ob Kinder spielbasierte Settings und standardisierte Verfahren unterschiedlich wahrnehmen und Spiele tatsächlich als attraktiv beurteilen.

Das lineare Zahlenbrettspiel *Haus der Zahlen* (HdZ; siehe Skillen, Berner & Seitz-Stein, 2018 oder Skillen, Berner, Ricken & Seitz-Stein, 2018 für eine Beschreibung des Spiels) wurde zu einem Screeningverfahren weiterentwickelt. Dazu wurden Aufgaben konzipiert und in die Spielsituation eingebettet, die ausgehend von zwei Entwicklungsmodellen mathematischer Vorläuferfertigkeiten (Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013) und auf Grundlage bewährter Aufgabentypen mathematische Vorläuferfertigkeiten erfassen.

Eine erste Studie zur Erprobung dieses Verfahrens bestätigte die Durchführbarkeit, Reliabilität und Validität einer spielbasierten Erfassung basisnumerischer Kompetenzen (Skillen, Ricken & Seitz-Stein, submitted), offenbarte aber auch Weiterentwicklungsbedarf hinsichtlich der enthaltenen Items, sowie Fragen bezüglich der kindlichen Wahrnehmung des Settings. Die Frage nach möglichen Performanzunterschieden konnte nicht abschließend geklärt werden. Bezüglich des Weiterentwicklungsbedarfs ist anzumerken, dass in dieser ersten Studie eine große Itemanzahl im spielbasierten Kontext überprüft wurde. Die Aufgaben wurden in ein Screening

integriert, welches an beiden Modellen validiert werden konnte. Um die Itemanzahl zu reduzieren und die Durchführung und Auswertung zu erleichtern, wurden nun zwei Spielvarianten umgesetzt. Dafür wurden die Items getrennt nach den beiden zugrundeliegenden Entwicklungsmodellen ausgewählt. Zudem wurden Items entfernt, die sich nicht bewährt haben. Bezüglich der Einbettung der Items in ein spielbasiertes Setting berichteten die Versuchsleitungen der ersten Studie, dass die Kinder das Zahlenbrettspiel gegenüber etablierten Testsettings bevorzugten. Mit der vorliegenden Studie soll nun zum einen geprüft werden, ob die weiterentwickelten Screeningvarianten eine Replikation der ersten Befunde erlauben und Forschungslücken zur Vergleichbarkeit der Leistungsmessung schließen können. Zum anderen soll untersucht werden, wie die Kinder verschiedene Untersuchungssetting (spielbasiert vs. etabliert) bewerten.

Methode

Stichprobe

An der Studie nahmen 128 Kinder im Alter von 4-6 Jahren aus sieben bayrischen Regelkindergärten teil ($M_{Alter} = 5$ Jahre und 6 Monate; 54 w). Die Mehrheit der Kinder spricht zuhause ausschließlich Deutsch (70.3%). Deutsch und mindestens eine weitere Sprache werden in 10.9% der Familien gesprochen, von 18.8% liegen hierzu keine Angaben vor. Bezüglich ihrer Herkunft gaben 66.4% der Familien an, dass beide Elternteile in Deutschland geboren wurden, während in 13.3% der Fälle mindestens ein Elternteil in einem anderen Land geboren wurde, von 20.3% fehlen hier die Angaben. Die Kinder wurden auf zwei Teilstichproben mit n_1 und $n_2 = 64$ Kindern verteilt ($n_1: M_{Alter} = 5$ Jahre und 6 Monate; 28 w und $n_2: M_{Alter} = 5$ Jahre und 6 Monate; 26 w).

Material und Durchführung

Bei Teilstichprobe 1 wurden die mathematischen Vorläuferfertigkeiten vor dem Hintergrund des Entwicklungsmodells der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2008) untersucht. Mit diesen Kindern wurde der *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK 0; Krajewski, 2018), der die drei Ebenen des Modells mit 58 Items erfasst, nach den Angaben des Manuals durchgeführt. Zudem spielten diese Kinder eine Variante des Screenings mit 25 Items (HdZ-1), die auf dem Modell von Krajewski basieren. Beispielitems für die drei Ebenen des Modells beider Verfahren sind in Tabelle A1 im Anhang dieser Studie aufgeführt. Die Durchführungsdauer betrug für den MBK 0 im Mittel 18 Minuten ($SD = 3$ Min.) und für das HdZ-1 20 Minuten ($SD = 4$ Min.).

Mit den 64 Kindern in Teilstichprobe 2 wurde das Verfahren *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose* (MARKO-D; Ricken et al., 2013) durchgeführt, das die fünf Niveaus des Entwicklungsmodells nach Ricken und Kollegen (2013) mit 55 Items erfasst. Zusätzlich wurde eine korrespondierende spielbasierte Screeningvariante mit 24 Items (HdZ-2) eingesetzt (siehe Tab. A1 dieser Studie für Beispielitems). Hier betrug die durchschnittliche Durchführungsdauer für den MARKO-D 28 Minuten ($SD = 5$ Min.) und für das HdZ-2 21 Minuten ($SD = 4$ Min.).

Für die Erfassung der kindlichen Bewertung gegenüber den Verfahren wurden in Anlehnung an die *Bildskala zur Erfassung von Lernfreude und Selbstkonzept in Mathematik und Schriftsprache bei Vorschulkindern* (BSLS-MS; Roux, Kammermeyer, Donie & Kinnunen, 2010) 5 Items generiert (siehe Tab. 8.5). Das Vignetten gestützte Vorgehen der Bildskala vereinfacht für Kinder im Vorschulalter das Antworten auf einer mehrstufigen Skala. In einem ersten Schritt werden Bilder von zwei Kindern präsentiert, die angeben, dass Ihnen z.B. das HdZ Spaß oder keinen Spaß gemacht hat. Die teilnehmenden Kinder werden gefragt, welches Kind so ist, wie sie selbst. Je nachdem, welches Kind gewählt wird, wird weiter differenziert,

ob das HdZ gar keinen Spaß oder einigermaßen Spaß bzw. ziemlich viel Spaß oder sehr viel Spaß gemacht hat. Die Befragung dauerte im Schnitt 2 Minuten ($SD = 44$ Sekunden).

Die Untersuchungen wurden in Einzelsitzungen in den teilnehmenden Kindergärten von geschulten Versuchsleiterinnen durchgeführt. Die Durchführung der zwei mathematischen Verfahren pro Kind wurde auf zwei Termine verteilt, wobei die Reihenfolge ausbalanciert wurde. Der zeitliche Abstand zwischen den Terminen betrug durchschnittlich 6 Tage ($SD = 6.3$). Im Anschluss an das jeweilige mathematische Verfahren wurde die Bewertung erfragt.

Ergebnisse

Die Leistung der Kinder in den mathematischen Verfahren werden in Prozent richtig gelöster Aufgaben in Abbildung 8.3 dargestellt. Augenscheinlich zeigen sich keine Performanzunterschiede zwischen der etablierten und der spielbasierten Erfassung mathematischer Vorkläuferfertigkeiten und zu erwartende Alterseffekte. Varianzanalysen mit Messwiederholung mit den Faktoren Altersgruppe (4-, 5-, 6-Jährige) und Verfahren (spielbasiert vs. etabliert) bestätigen diese Beobachtung. Es zeigen sich ausschließlich signifikante Haupteffekte des Alters in beiden Teilstichproben unabhängig vom Verfahren (siehe Tab. 8.4).

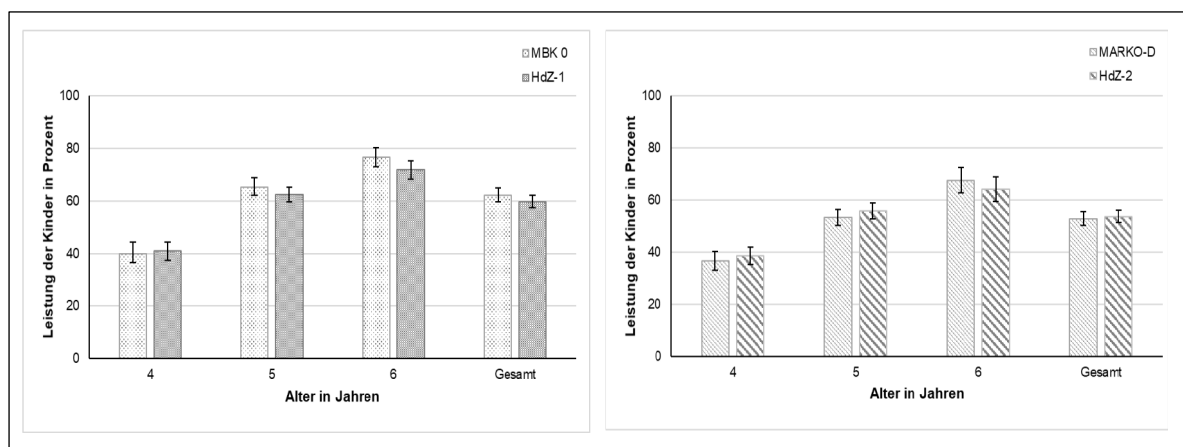


Abbildung 8.3. Performanz in spielbasierten und etablierten Verfahren zur Erfassung basisnumerischer Kompetenzen als Funktion des Alters und für die untersuchten Teilstichproben. Angegeben sind Mittelwerte und Standardfehler in Prozent.

Einzelvergleiche nach Tukey zeigen, dass die 4-Jährigen in allen mathematischen Verfahren die niedrigste Leistung erreichen (alle $p. < .05$). 5- und 6-jährige Kinder unterscheiden sich in ihren mathematischen Vorläuferfertigkeiten nur im MARKO-D ($p. = .023$) und in allen anderen nicht signifikant voneinander ($p. > .05$).

Tabelle 8.4

Statistische Prüfung von Performanzunterschieden, Reliabilitäten und Korrelationen

		ANOVA			Rel	Kor
		F	p	η_p^2	α	r
HdZ-1 vs.	Alter (A)	20.10	<.001	.40	.85	
	Verfahren (V)	2.91	.093	.05		.90**
MBK 0	A x V	1.53	.224	.05	.95	
HdZ-2 vs.	Alter (A)	12.56	<.001	.29	.83	
	Verfahren (V)	0.06	.805	.00		.86**
MARKO-D	A x V	1.98	.147	.06	.94	

Anmerkungen. Rel = Reliabilität (Cronbachs Alpha); Kor = Pearson Korrelationen.

** $p < .001$

Reliabilitäts- und Validitätsprüfungen ergeben für beide Screeningvarianten zufriedenstellende interne Konsistenzen, sowie hohe Korrelationen zu den etablierten Verfahren (siehe Tab. 8.4).

Um die Screeningfunktion der HdZ-Varianten zu prüfen, wurden datenbasierte cut-off Werte für niedrige Leistungen mittels Receiver Operating Characteristic (ROC) Analysen ermittelt. Für das HdZ-1 zeigt ein z-standardisierter Wert von -0.55 und für das HdZ-2 ein z-Wert von -1.01 ein zufriedenstellendes Verhältnis von Sensitivität und Spezifität. Mit diesen cut-off Werten können 84.6% (HdZ-1) bzw. 83.3% (HdZ-2) der Kinder richtigerweise als leistungsschwach erkannt werden, die in den etablierten Verfahren unterdurchschnittliche Leistungen ($T < 40$) zeigten. Die Spezifität (richtig-negativ Klassifizierung) liegt bei 84% für das HdZ-1 und bei 93% für das HdZ-2. Beide HdZ-Varianten weisen falsch-negativ Klassifizierungen von 15.4% (HdZ-1) und 16.7% (HdZ-2) auf. Falsch-positive Klassifizierungen liegen bei 15.6%

(HdZ-1) und 6.9% (HdZ-2). Der RAZ-Index, der den relativen Anstieg der Trefferquote gegenüber der Zufallstrefferquote angibt und als Güteindikator von Screeningverfahren gilt, fällt für beide Varianten hoch aus und liegt für das HdZ-1 bei 78% und für das HdZ-2 bei 81%.

Die Ergebnisse der Befragung zu den spielbasierten Screenings und den etablierten Testverfahren sind in Tabelle 8.5 dargestellt. Da es sich um ein exploratives Vorgehen handelt und kein theoriegeleiteter Gesamtwert vorliegt, wurden die Daten auf Itemebene ausgewertet. Für die dichotomen Items 1 und 5 werden Häufigkeitsangaben verglichen. Es zeigt sich, dass die überwiegende Anzahl an Kindern in beiden Teilstichproben das jeweilige spielbasierte Screening auch als Spiel kategorisiert (Item 1) und das 61% das HdZ-1 sowie 69% das HdZ-2 für eine weitere Durchführung gegenüber dem standardisierten Verfahren präferieren würden (Item 5). Eine Prüfung mittels exakter zweiseitiger Binomialtests bestätigt für alle Häufigkeitsunterschiede in Item 1 statistische Signifikanz ($p < .05$). Folglich werden auch die etablierten Testverfahren von signifikant mehr Kindern als Spiel bezeichnet. Bei der Frage nach der Präferenz (Item 5) fällt der Häufigkeitsunterschied zwischen HdZ-2 und MARKO-D signifikant aus ($p < .001$), nicht jedoch der zwischen HdZ-1 und MBK 0 ($p = .103$).

Für die Items 2 bis 4 fallen die mittleren Einschätzungen der Kinder auf einer vierstufigen Likert-Skala insgesamt hoch aus. Um zu prüfen, ob die Bewertungen der Kinder in diesen Items gegenüber den etablierten und spielbasierten Verfahren unterschiedlich ausfallen, wurden innerhalb jeder Teilstichprobe für jedes der drei Items eine Varianzanalyse mit Messwiederholung gerechnet. Innersubjektfaktoren waren die mittleren Bewertungen (z.B. Spaß MBK 0 vs. Spaß HdZ-1). Zwischensubjektfaktor war die Reihenfolge, in der die Verfahren bearbeitet und bewertet wurden (1. etabliert, 2. spielbasiert vs. 1. spielbasiert, 2. etabliert). Die Ergebnisse zeigen für Teilstichprobe 1 einen signifikanten Haupteffekt bei Item 4 mit $F(1, 62) = 4.54$, $p = .037$, $\eta_p^2 = .07$; keinen Haupteffekt der Verfahrensreihenfolge, $F(1, 62) = 0.10$, $p = .756$, $\eta_p^2 = .00$ und keine Interaktion, $F(1, 62) = 0.01$, $p = .920$, $\eta_p^2 = .00$. Das bedeutet, dass die Kinder, die mit MBK 0 und HdZ-1 untersucht wurden, bedeutsam stärker bedauern, dass das HdZ-

1 zu Ende ist. Bezüglich Item 2 und 3 zeigen sich in dieser Teilstichprobe keine signifikanten Effekte ($p. > .05$).

Tabelle 8.5

Befragung der Kinder zur spielbasierten und etablierten Erfassung basisnumerischer Kompetenzen

	1	2	3	4	MBK 0	HdZ-1	MARKO-D	HdZ-2
1. [Verfahren] ist	kein Spiel			ein Spiel	13 vs. 51	5 vs. 59	20 vs. 44	1 vs. 63
2. Hat dir [Verfahren] ... gemacht?	gar keinen Spaß	einigermaßen Spaß	ziemlich Spaß	sehr viel Spaß	3.45	3.48	3.16	3.50
3. Möchtest du [Verfahren] ... nochmal machen?	gar nicht gerne	einigermaßen gerne	ziemlich gerne	sehr gerne	2.73	2.98	2.69	2.91
4. Findest du es ..., dass [Verfahren] zu Ende sind?	gar nicht schade	einigermaßen schade	ziemlich schade	sehr schade	2.17	2.50	2.41	2.36
5. Was möchtest du gerne nochmal machen?	etabliertes Verfahren			Haus der Zahlen	25	39	19	44

Anmerkungen. Für die dichotomen Items 1. und 5. sind Antworthäufigkeiten angegeben; für Items 2. bis 4. sind Mittelwerte des vierstufigen Wertebereichs angegeben; signifikante Häufigkeits- bzw. Mittelwertsunterschiede sind fett gedruckt.

Für Teilstichprobe 2 zeigen die Ergebnisse der Varianzanalysen einen bedeutsamen Unterschied bei der Bewertung des Spaßempfindens (Item 2). Das bedeutet, dass die Kinder, die mit MARKO-D und HdZ-2 untersucht wurden, unabhängig von der Testreihenfolge (Haupteffekt Reihenfolge: $F(1, 62) = 0.14, p = .706, \eta_p^2 = .00$; Interaktion Reihenfolge x Item 2: $F(1, 62) = 0.39, p = .537, \eta_p^2 = .01$) mehr Spaß beim HdZ-2 angeben (Haupteffekt Item 2: $F(1, 62) = 11.67, p = .001, \eta_p^2 = .16$). Für die Items 3 und 4 zeigen sich in dieser Teilstichprobe keine signifikanten Effekte ($p. > .05$).

Diskussion

Die vorliegende Studie zielte darauf, die Erfassung früher mathematischer Kompetenzen mithilfe spielbasierter Screenings zu validieren. Zudem sollte untersucht werden, wie Kinder dieses als attraktiv geltende Setting bewerten. Insgesamt sprechen die Ergebnisse dafür, dass der Leistungsstand in diesem Setting valide erfasst werden kann. Die Items beider Screeningvarianten weisen eine zufriedenstellende interne Konsistenz auf. Sie zeigen hohe Zusammenhänge und keinen Leistungsunterschied zu der standardisierten Erfassung. Damit kann die vorliegende Studie Befunde einer ersten Erprobung eines spielbasierten Screenings replizieren und erweitern (Skillen et al., submitted). Dort zeigten sich kleine aber statistisch bedeutsame Leistungsunterschiede in Abhängigkeit des Settings. Die untersuchten Kinder lösten weniger Items im HdZ als im MBK 0 und erzielten im Vergleich zum MARKO-D etwas höhere Werte. In beiden Vergleichen fielen die Effektstärken gering aus. Dennoch konnte nicht abschließend geklärt werden, ob ein spielbasiertes Verfahren Leistungsunterschiede bedingt und wenn ja in welcher Richtung. Im Unterschied zur vorliegenden Studie wurden in der ersten Erprobung alle Items vor dem Hintergrund der beiden theoretischen Modelle (Krajewski, 2008; Ricken et al., 2013) in ein Screening integriert. Betrachten wir reduzierte und nach Modell getrennte Varianten des HdZ, wie in der vorliegenden Studie, scheinen die Befunde eindeutig dafür zu sprechen, dass der durch das Spiel veränderte Kontext keine Leistungsunterschiede bewirkt.

Darüber hinaus gelingt die Differenzierung im unteren Leistungsbereich mit den hier eingesetzten Screeningvarianten. In der ersten Erprobung wies das HdZ eine hohe falsch-positiv Klassifizierung auf, was weiteren Diagnostik- und Trainingsaufwand für Kinder bedeuten würde, die eigentlich über altersgemäße basisnumerische Kompetenzen verfügen. Diese Auffälligkeit finden wir in der vorliegenden Studie nicht mehr. Insbesondere die hohen RATZ-Indizes, die nach Marx (1992) ab einem Wert von 66% für eine sehr gute und spezifische Klassifikation leistungsschwacher Kinder sprechen bestätigen, dass die weiterentwickelten spielbasierten Verfahren diese wichtige Screeningsfunktion erfüllen können.

Neben Merkmalen der Testgüte hatte die vorliegende Studie zum Ziel, die Wahrnehmung und Bewertung von spielbasierten und etablierten Testsettings zu untersuchen. Für die Attraktivität von Regelspielen spricht, dass auch für sie positive Merkmale von Spielhandlungen angenommen werden, wie z.B. positive Aktivierung, Eingebundenheit, Herausforderung (Hassinger-Das et al., 2017). Im ersten Schritt unserer explorativen Befragung finden wir, dass die Mehrheit der Kinder die eingesetzten, mathematischen Verfahren unabhängig vom Kontext als Spiel bezeichnet. Das ist nachvollziehbar, da auch die etablierten Verfahren spielerische Elemente enthalten. Zudem ist die Teilnahme an einer Studie eine Besonderheit im Kindergartenalltag, die für die Kinder angenehm gestaltet wird. Diese besondere Situation könnte dazu beitragen, dass die Angaben der Kinder insgesamt hoch ausfallen und eine der beiden untersuchten Teilstichproben wenige Attraktivitätsunterschiede angibt. Die hohen Befragungswerte könnten auch durch Befunde der Selbstkonzeptforschung erklärt werden, die darauf hinweisen, dass Selbsteinschätzungen im Vorschulalter häufig überhöht ausfallen (Hasselhorn, 2005; Stipek, 1984).

Für die Attraktivität des spielbasierten Ansatzes spricht, dass immerhin 98% der Kinder, die mit dem HdZ-2 untersucht wurden, dieses Verfahren als Spiel wahrnehmen. Insbesondere diese Kinder gaben zudem an, mehr Spaß im spielbasierten Setting empfunden zu haben und ein höherer Anteil dieser Teilstichprobe präferiert dieses Setting gegenüber dem etablierten Verfahren. Insbesondere in Kindertageseinrichtungen besteht ein Bedarf an validen und ressourcenschonenden Verfahren, die zur Einordnung des Entwicklungsstandes und zur Förderung basisnumerischer Kompetenzen eingesetzt werden können (Seeger et al., 2014; Tröster, 2009). Spielbasierte Ansätze haben sich auch alltagsintegriert als förderwirksam erwiesen (u.a. Jörns et al., 2013; Lange et al., 2021; Ramani et al., 2012). Wenn sie sich in situativen und motivationalen Merkmalen als attraktiv erweisen und gleichzeitig eine valide Leistungsmessung erlauben, können sie als niederschwellige Verfahren besonders interessant für den Einsatz in der Vorschulerziehung sein.

Anhang Studie IV

Tabelle A1

Beispielitems der eingesetzten etablierten und spielbasierten Verfahren zur Erfassung basisnumerischer Kompetenzen vor dem Hintergrund von zwei Entwicklungsmodellen

Modell	MBK 0	HdZ-1	
Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (2008)	Ebene 1 Basis-kompetenzen	„Kannst du schon zählen? ...Ja? Na, dann zeig mir das mal und zähle, so weit wie du kannst!“	„Im Zahlenhaus wohnen alle Zahlen von 0 bis ganz nach oben zur 50. Kennst du schon ein paar Zahlen und kannst du auch schon zählen?“
	Ebene 2 Größen-repräsen-tation	„Ich habe dir einige Käfer mitge-bracht. Schau mal, die haben sich in einer Reihe angeordnet. Hier fehlt ein Käfer. Welcher Käfer gehört in die Lücke?“	„Jetzt darfst du eine Ereigniskarte ziehen! Soll ich dir die Spezialaufgabe vorle-sen?“ „Schau mal, hier sind die Stäbchen be-sonders geordnet. Erkennst du die Ord-nung? Und hier ist ein leeres Kästchen. Was meinst du, wie viele Stäbchen müs-sen in dieses leere Kästchen? Lege bitte so viele Stäbchen in das Kästchen.“
	Ebene 3 Zahlrelation	„Du hast 6 Holzstäbchen. Ich habe 2 Holzstäbchen. Wie viele Holzstäbchen muss ich mir noch nehmen, damit ich ge-nauso viele Holzstäbchen habe wie du?“	„Du stehst auf der... Wie viele Schritte fehlen noch, bis du bei 10 bist?“
	MARKO-D	HdZ-2	
Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Ricken, Fritz & Balzer (2013)	Niveau 1 Zählzahl	„Ben hat alle seine Nüsse um sich herum geordnet. Nun zählt er, wie viele er gesammelt hat. Wie viele Nüsse hat Ben gesammelt?“	„Hier unten ist der Eingang zum Zahlenhaus. [...] Da dürfen wir am Anfang unsere Spielfiguren hinstellen. Wie viele Spielfiguren habe ich denn mitgebracht?“
	Niveau 2 Ordinaler Zahlen-strahl	„Wie heißt die Zahl, die vor der 5 kommt?“	[Nachbarzahlen um die Figur mit den Händen verdecken.] „Du stehst auf der... Wie heißt die Zahl, die vor der ... kommt?“
	Niveau 3 Kardinalität u Zerlegbarkeit	„Lisa kommt plötzlich ein Gedanke und sie fragt: Und wenn Du hier anfängst zu zählen [auf einen Startpunkt zeigen, der möglichst gegenüber der Nuss liegt, bei der das Kind beim ersten Zählen begonnen hat], wie viele sind es dann?“	„Da kommt mir noch ein Gedanke! Und wenn du hier anfängst zu zählen [auf einen Startpunkt am anderen Ende der Reihe zeigen], wie viele sind es dann?“
	Niveau 4 Enthaltensein und Klasseninklusion	„Dann sagt der Biber: ‚Bring‘ mir 9 Blumen, davon sollen 4 blau sein.‘ Gib mir 9 Chips, davon sollen 4 blau sein.“	„Welche Zahlen zeigen die Würfel? ... und ..., das sind zusammen Gib mir bitte ... Stäbchen. Davon sollen 3 schwarz sein.“
	Niveau 5 Relationalität	„Wie heißt die Zahl, die um 3 kleiner ist als 7?“	„Ich stehe auf der... [Nachbarzahlen um die Figur mit den Händen verdecken.] Wie heißt die Zahl, die um 2 kleiner ist als...?“

Anmerkungen. Itembeispiele aus den Verfahren *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK 0; Krajewski, 2018) und *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose* (MARKO-D; Ricken, Fritz & Balzer, 2013) wurden wörtlich entnommen.

9 Diskussion und Ausblick

Die vorliegende Arbeit zielte darauf, ein spielbasiertes Verfahren zu konzipieren und zu untersuchen, mit dem der Entwicklungsstand von Kindern in frühen mathematischen Kompetenzen erfasst und bei Bedarf gefördert werden kann. Dazu wurde theoriegeleitet das Zahlenbrettspiel Haus der Zahlen entwickelt und in mehreren Studien überprüft. In Studie I wurde untersucht, ob viermaliges Spielen mit dem Haus der Zahlen bei Vorschulkindern zu einer Verbesserung in frühen mathematischen Kompetenzen führt und ob mögliche Trainingseffekte mittelfristig stabil sind. In Studie II wurden Effekte der spielbasierten Förderung im Einzel- und im Gruppensetting überprüft. In einem nächsten Entwicklungsschritt wurde ein Screening früher mathematischer Kompetenzen in die Spielsituation mit dem Haus der Zahlen eingebettet. Mit Studie III und IV wurde die Durchführbarkeit, Testgüte und Differenzierungsfähigkeit im unteren Leistungsbereich zur Identifikation von Kindern mit schwachen Leistungen geprüft. Dabei wurden in Studie III eine erste und in Studie IV weiterentwickelte Screeningversionen erprobt. Zudem wurden in Studie IV mögliche Performanzunterschiede zwischen spielbasierten und etablierten Verfahren geprüft, und es wurde explorativ untersucht, wie Kinder diese Testsettings wahrnehmen.

Im Hinblick auf die Förderwirksamkeit des Haus der Zahlen zeigen sich in den hier durchgeführten Trainingsstudien vielversprechende Ergebnisse. Effekte des Spiels wurden vor dem Hintergrund eines etablierten Entwicklungsmodells mathematischer Kompetenzen (Krajewski, 2008) überprüft. In Übereinstimmung mit anderen Studien im deutschsprachigen Raum, die die Wirksamkeit von spielbasierten Verfahren vor dem gleichen theoretischen Hintergrund betrachten (u.a. Hauser et al., 2014; Jörns et al., 2017), bewirkte das Spielen mit dem Haus der Zahlen Leistungszuwächse im Bereich früher mathematischer Kompetenzen insgesamt, sowie spezifische Effekte für einzelne, prognostisch relevante Fertigungsbereiche. Diese können den Entwicklungsebenen des Modells zugeordnet werden (vgl. Studie I und II). In die-

sem Zusammenhang wird in der Literatur übereinstimmend auf die Bedeutsamkeit von Zählfertigkeiten und ein Verständnis von Mengen-Zahl-Beziehungen für die spätere Mathematikleistung verwiesen (z.B. Chu et al., 2018; Krajewski, 2008; Martin et al., 2014; Nguyen et al., 2016; Ricken et al., 2013; Siegler & Braithwaite, 2017). Vergleichbar mit internationalen Arbeiten, die die Konzeption und Wirksamkeit linearer Zahlenbrettspiele untersuchen (u.a. Elofsson et al., 2016; Laski & Siegler, 2014; Whyte & Bull, 2008), zeigen sich auch für das Haus der Zahlen über beide hier vorliegenden Trainingsstudien hinweg Effekte auf die Zählfertigkeiten der untersuchten Vorschulkinder. Fördereffekte im Bereich Mengenverständnis zeigen sich in Studie I.

In Anlehnung an bisherige Arbeiten zu linearen Zahlenbrettspielen, wurden für die Konzeption des Haus der Zahlen Angleichungen des Spielmaterials und der Spielhandlungen an die mentale Repräsentation des Zahlensystems und zur leichteren Enkodierung von numerischen Größen berücksichtigt (Laski & Siegler, 2014; Siegler & Ramani, 2009). Die hier vorliegenden Ergebnisse sprechen für die Idee, herkömmliche Brettspiele auf ihre Kompatibilität mit den zu erwerbenden kognitiven Repräsentationen hin zu prüfen und bei Bedarf zu modifizieren, wenn die Spielhandlung auf differenzierte Fördereffekte zielen soll. Dafür sprechen auch Folgestudien mit dem Haus der Zahlen. In einer weiter entwickelten, app-basierten Version des Spiels (Berner, Liebermann & Seitz-Stein, submitted), wurden zusätzliche Spielaufgaben eingebettet, die spezifische frühe mathematische Kompetenzen vor dem Hintergrund des Entwicklungsmodells nach Ricken und Kollegen (2013) adressieren. Die Autorinnen konnten zeigen, dass viermaliges, am individuellen Leistungsstand der Kinder orientiertes Spielen, Leistungszuwächse in allen fünf Entwicklungsniveaus bewirkte. Demgegenüber konnten neuere Studien für das Spielen von kommerziell verfügbaren, nicht-modifizierten Brettspielen, Effekte auf Abzählfertigkeiten und das Erkennen von Mustern nachweisen (Gasteiger & Moeller, 2021). Gerade für die Vermittlung spezifischer, prognostisch relevanter Mengen-Zahl-Beziehungen scheint die Angleichung von Spielmaterial, Spielhandlung und mentaler Repräsentation zielführender.

Nicht zu unterschätzen bei der Betrachtung der vielversprechenden Befunde zur Förderwirksamkeit des Haus der Zahlen ist, dass sich diese bisher überwiegend in standardisierten Eins-zu-Eins Spielsituationen zeigt. Effekte des Spiels im Gruppensetting erwiesen sich in der vorliegenden Arbeit als noch nicht zufriedenstellend (vgl. Studie II). Hieran anknüpfend wurde bereits eine weitere Brettspielversion erprobt, bei der der Zahlenraum auf 1 bis 20 reduziert wurde (Berner, Seitz-Stein, Segerer, Oesterlen & Niklas, submitted). Vergleichbar mit der oben beschriebenen app-gestützten Variante wurden zusätzliche Spielaufgaben eingebettet, die ausgewählte mathematische Kompetenzen adressieren. Für Kinder, die dieses Spiel sechs Mal nach der count-on Spielregel in Kleingruppen spielten, zeigten sich bedeutsame Zuwächse in frühen mathematischen Kompetenzen, die in Anlehnung an das Entwicklungsmodell von Ricken und Kollegen (2013) erfasst wurden. Die Dauer der einzelnen Spielsitzungen konnte in dieser Studie, im Vergleich zu Studie II der vorliegenden Arbeit, deutlich reduziert werden. Gleichzeitig könnte die Bearbeitung der zusätzlichen Spielaufgaben und die Hinzunahme von zwei weiteren Spielsitzungen eine Intensivierung der Förderung bedingen, sodass Kinder auch im Gruppensetting ausreichend Lerngelegenheiten vorfinden, um vom Spielen des Haus der Zahlen zu profitieren. Anzumerken ist, dass die Studie von Berner und Kollegen nicht nur darauf zielte, die Wirksamkeit einer spielbasierten Förderung im Gruppensetting zu prüfen, sondern vor allem die Effekte von Feedback während der Spielsitzungen auf mathematische Leistung und auf das akademische Selbstkonzept der Kinder untersuchte. Differenzierte Effekte für einzelne Fertigungsbereiche früher mathematischer Kompetenzen werden daher nicht berichtet. Die vorgenommenen Adaptionen des Spiels und des Studiendesigns geben aber vielversprechende Anhaltspunkte für die Weiterentwicklung des Haus der Zahlen als Gruppenspiel- bzw. Förderverfahren.

Neben der Wirksamkeit einer spielbasierten Förderung mit dem Haus der Zahlen, untersuchte die vorliegende Arbeit auch die Eignung dieses Settings zur Erfassung des Entwicklungsstandes in frühen mathematischen Kompetenzen. Durch die Einbettung von bewährten

Aufgabenformaten zur Erfassung früher mathematischer Kompetenzen in die Spielsituation, konnte ein Screening konzipiert werden, dessen Durchführbarkeit mit Kindergartenkindern ab einem Alter von 4 Jahren, bis kurz vor Schuleintritt, bestätigt werden konnte. Die Ergebnisse der Studien III und IV geben zudem Hinweise auf die psychometrische Qualität der spielbasierten Erfassung. Das Screening Haus der Zahlen deckt altersabhängige Leistungsunterschiede auf, und es zeigen sich vielversprechende Ergebnisse im Hinblick auf die Identifikation leistungsschwächerer Kinder. Die Ergebnisse von Studie IV sprechen in diesem Zusammenhang dafür, reduzierte und nach zugrundeliegendem Entwicklungsmodell getrennte Screeningversionen heranzuziehen. Im Einklang mit anderen diagnostischen Verfahren (Ehlert et al., 2020; Krajewski, 2014, 2018; Ricken et al., 2013) bewährte sich die Auswahl an Testitems vor dem Hintergrund der etablierten Entwicklungsmodelle nach Krajewski (2008), sowie Ricken und Kollegen (2013). Der Neuigkeitswert besteht an dieser Stelle in der Erprobung der Aufgaben in einem spielbasierten Setting. Die genannten Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und nicht zuletzt die Hinweise auf eine positive Wahrnehmung dieser Untersuchungssituation auf Seiten der Kinder (vgl. Studie IV), stützen die Idee weitere Schritte in Richtung einer spielbasierten Erfassung früher mathematischer Kompetenzen zu gehen.

Zu diesen Schritten gehört die weitere Überprüfung der Güte der spielbasierten Screeningversionen. In den Studien III und IV zeigten sich bezüglich der Reliabilitätsprüfung bereits zufriedenstellende interne Konsistenzen und Itemreliabilitäten. Die Nutzung weiterer Methoden zur Bestimmung der Messgenauigkeit steht noch aus. Beispielsweise könnte mithilfe der Retest-Reliabilität geprüft werden, ob sich hohe Zusammenhänge zwischen den Leistungen in Messwiederholungen zeigen (Quaiser-Pohl & Rindermann, 2010). Allerdings können rasche entwicklungsbedingte Veränderungen in der frühen Kindheit dazu führen, dass Retest-Reliabilitäten in den hier adressierten Altersgruppen niedriger ausfallen (Esser & Petermann, 2010). Bezüglich der Validität zeigten sich in den Studien III und IV bereits hohe Zusammenhänge

zwischen dem Screening Haus der Zahlen und etablierten Tests zur Erfassung früher mathematischer Kompetenzen, womit die konvergente Konstruktvalidität als gegeben angenommen werden kann. Weitere Untersuchungen zur Bestimmung der Gültigkeit des neu entwickelten Verfahrens sollten Zusammenhänge zu inhaltsfernen Verfahren prüfen, wie beispielsweise Sprach- oder Intelligenztests (diskriminante Konstruktvalidität). Zudem steht die Bestimmung der prognostischen Validität aus. Diese kann durch die Korrelation der vorschulischen Leistung im Screening Haus der Zahlen mit der späteren Mathematikleistung, gemessen über Schulleistungstests oder Schulnoten, bestimmt werden (Esser & Petermann, 2010).

Darüber hinaus besteht ein weiterer Schritt in der Nutzbarmachung des neu entwickelten spielbasierten Screenings als Individualverfahren. Ein Entwicklungsscreening sollte die Frage beantworten, ob bei einem bestimmten Kind, in einem bestimmten Bereich, ein Entwicklungsdefizit vorliegt (Deimann & Kastner-Koller, 2021; Quaiser-Pohl & Rindermann, 2010). Dazu muss ein Kriterium festgelegt werden, anhand dessen ersichtlich wird, ob die Leistung eines Kindes im Screening Haus der Zahlen auffällig oder unauffällig ist. Hierfür stehen verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung. In der Regel werden Testverfahren normiert, sodass die Leistung eines Kindes im Vergleich zur Leistung einer altersgleichen, repräsentativen Stichprobe interpretiert werden kann (Esser & Petermann, 2010). Wenn ein individuelles Testergebnis vom Mittelwert der Normstichprobe abweicht, liegt eine auffällige (unterdurchschnittliche oder überdurchschnittliche) Leistung vor. Dabei wird die Leistung der Normstichprobe üblicherweise in Normskalen übertragen (Quaiser-Pohl & Rindermann, 2010). Etablierte Screeningverfahren im Bereich früher mathematischer Kompetenzen, wie die Kurzversion des MBK 0 (Krajewski, 2014) oder das MARKO-Screening (Ehlert et al., 2020), aber auch das *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten* (BISC; Jansen, Mannheim, Marx & Skowronek, 1999) geben zusätzlich zu Normwerten spezifische Grenzwerte zur Beurteilung der individuellen Leistung eines Kindes an. Hierbei werden Rohpunktsummen ermittelt, bei deren Unterschreitung ein Entwicklungsrisiko als wahrscheinlich angenommen

werden kann. Die Grenzwerte können für einzelne Altersgruppen (Kurzversion MBK 0), einzelne Entwicklungsniveaus (MARKO-Screening) oder einzelne Aufgabenbereiche (BISC) vorliegen. Sowohl die Normierung des spielbasierten Screenings Haus der Zahlen, als auch die Bestimmung von Grenzwerten für eine altersgemäße Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen, stehen noch aus.

Abschließend zeigen die Ergebnisse der Validierungsstudien III und IV auch, dass der Bedarf besteht, noch besser zu verstehen, welche spezifischen Prozesse die Spielsituationen mit dem Haus der Zahlen charakterisieren, ob Merkmale des Spiels spezifische Effekte auf die Performanz von Kindern in Lern- und Testsituationen haben, und ob es hierbei Unterschiede zu herkömmlichen, etablierten Verfahren gibt. Diese Überlegung stützt sich darauf, dass in Studie III der vorliegenden Arbeit kleine, aber statistisch bedeutsame, Performanzunterschiede zwischen dem spielbasierten und den standardisierten Verfahren gefunden wurden. Zwar finden sich diese Unterschiede mit der Nutzung von reduzierten und angepassten Screeningversionen in Studie IV nicht mehr. Empirisch gesicherte Schlussfolgerungen zu den oben angeführten Fragen, bezüglich Merkmalen des Spiels und möglichen Auswirkungen, lässt die vorliegende Arbeit aber noch nicht zu. Erste Überlegungen, welche kognitiven Anforderungen die Spielsituation stellt, und dass sie positive und negative Affekte bei den Kindern bedingen kann, wurden diskutiert (vgl. Studie III und IV). Nun gilt es, diese Prozesse genauer zu analysieren und empirisch zu prüfen. Hierfür könnte beispielsweise geprüft werden, mit welchen Arbeitsgedächtnisfunktionen die Leistung im Screening Haus der Zahlen zusammenhängt und ob sich dabei Unterschiede zu Befunden aus anderen Studien ergeben (z.B. Michalczyk et al., 2013; Röhm, Starke & Ritterfeld, 2017), die das Zusammenspiel von Arbeitsgedächtnis und frühen mathematischen Kompetenzen mit etablierten Aufgabenformaten untersuchen.

Zusammenfassend zeigt sich, dass mit dem Haus der Zahlen ein vielversprechendes Verfahren konzipiert wurde, für das aber auch weiterer Entwicklungsbedarf und die Notwendigkeit weiterer empirischer Überprüfung besteht. Letzteres schließt ein, dass das Haus der

Zahlen bisher vor allem in hochstandardisierten kontrollierten Studiendesigns untersucht wurde. Dieses Vorgehen ist für eine erste Überprüfung eines neu entwickelten Verfahrens sinnvoll. Jedoch besteht die Möglichkeit, dass Effekte, die in diesen Studien gefunden werden, in alltagsintegrierten Settings nicht repliziert werden können (Newcombe et al., 2009). In einem weiteren Schritt sollte das Haus der Zahlen deshalb auf seine Praxistauglichkeit hin untersucht werden. Zu prüfen ist, ob eine Durchführung des Verfahrens durch Fachkräfte in Institutionen eine vergleichbare Förderwirksamkeit und Diagnostik erlaubt (Ramani et al., 2012). Wie in dieser Arbeit bereits berichtet wurde, besteht insbesondere in Kindertageseinrichtungen ein Bedarf an Verfahren, die eine ressourcenschonende Einordnung und wenn nötig Unterstützung des Entwicklungsstandes von Kindern in frühen mathematischen Kompetenzen ermöglichen (Seeger et al., 2014; Textor, 2005). Die in diesem Zusammenhang angenommenen Vorteile von spielbasierten Ansätzen wurden einleitend erläutert. Die vorliegende Arbeit zeigt, dass das Haus der Zahlen das Potential besitzt, ein attraktives spielbasiertes Verfahren zu werden, wenn sich weitere Entwicklungsschritte empirisch bewähren und wenn es sich auch alltagsintegriert als effektiv erweist.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass mit dem vorliegenden Dissertationsprojekt ein lineares Zahlenbrettspiel – das Haus der Zahlen - auch für den deutschen Sprachraum hinsichtlich der Möglichkeit von spielbasierter Förderung und Erfassung systematisch überprüft wurde. Die aufgezeigten Limitationen und Anknüpfungspunkte für weitere Untersuchungen sind nicht zu vernachlässigen. Gleichzeitig stützen die Ergebnisse der vorliegenden Studien aber auch das Potential spielbasierter Ansätze für die entwicklungspsychologisch fundierte Konzeption von Verfahren, die der frühkindlichen Bildungsarbeit zugutekommen können.

Literaturverzeichnis

- Antell, S. E. & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54(3), 695–701.
- Aragón, E., Cerda, G., Aguilar, M., Mera, C. & Navarro, J. I. (2020). Modulation of general and specific cognitive precursors to early mathematical competencies in preschool children. *European Journal of Psychology of Education*. <https://doi.org/10.1007/s10212-020-00483-4>
- Aster, M. G. von, Bzufka, M. W. & Horn, R. (2009). *ZAREKI-K: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern - Kindergartenversion*. London: Pearson.
- Aster, M. G. von, Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39(2), 85–96.
- Aster, M. G. von & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868–873.
<https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. K. & Nurmi, J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Baines, E. & Blatchford, P. (2011). Children's games and playground activities in school and their role in development. In A. D. Pellegrini (Hrsg.), *The oxford handbook of the development of play* (pp. 260–283). New York: Oxford University Press.
- Baroody, A. & Wilkins, J. (1999). The development of informal counting, number and arithmetic skills and concepts. In J. Copley (Hrsg.), *Mathematics in the early years* (S. 48–65). Washington: National Association for the Education of Young Children.

- Bayeck, R. Y. (2020). Examining board gameplay and learning: A multidisciplinary review of recent research. *Simulation & Gaming, 51*(4), 411–431.
<https://doi.org/10.1177/1046878119901286>
- Bayerisches Staatsministerium für Arbeit und Sozialordnung, Familie und Frauen. (2016). *Der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Tageseinrichtungen bis zur Einschulung*. Berlin: Cornelsen.
- Berner, V.-D., Liebermann, L. & Seitz-Stein, K. (submitted). Promoting mathematical skills with an app-based number game. *Enzyklopädie Erziehungswissenschaft online*.
- Berner, V.-D., Seitz-Stein, K., Segerer, R., Oesterlen, E. & Niklas, F. (submitted). “Good” or “Well Calculated”? Effects of feedback on performance and self-concept of 5- to 7-year-old children in math. *Educational Psychology*.
- Bock-Famulla, K., Lange, J. & Strunz, E. (2015). *Länderreport Frühkindliche Bildungssysteme 2015*. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.
- Chandler, P. & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction, 8*(4), 293–332.
- Chu, F. W., vanMarle, K. & Geary, D. C. (2015). Early numerical foundations of young children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology, 132*, 205–212. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.01.006>
- Chu, F. W., vanMarle, K., Rouder, J. & Geary, D. C. (2018). Children's early understanding of number predicts their later problem-solving sophistication in addition. *Journal of Experimental Child Psychology, 169*, 73–92. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.12.010>
- Cirino, P. T. (2011). The interrelationships of mathematical precursors in kindergarten. *Journal of Experimental Child Psychology, 108*(4), 713–733.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.11.004>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Costa, H. M., Nicholson, B., Donlan, C. & van Herwegen, J. (2018). Low performance on mathematical tasks in preschoolers: the importance of domain-general and domain-specific abilities. *Journal of Intellectual Disability Research*, 62(4), 292–302.
<https://doi.org/10.1111/jir.12465>
- Cueli, M., Areces, D., McCaskey, U., Álvarez-García, D. & González-Castro, P. (2019). Mathematics competence level: The contribution of non-symbolic and spatial magnitude comparison skills. *Frontiers in Psychology*, 10, 465. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00465>
- Davis, M. A., Kirby, S. L. & Curtis, M. B. (2007). The influence of affect on goal choice and task performance. *Journal of Applied Social Psychology*, 37(1), 14–42.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1–42.
[https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Deimann, P. & Kastner-Koller, U. (2021). Entwicklungsscreening. In M. A. Wirtz (Hrsg.), *Dorsch – Lexikon der Psychologie*. Verfügbar unter: <https://dorsch.hogrefe.com/stichwort/entwicklungsscreening>
- Ebersbach, M. (2015). Evidence for a spatial–numerical association in kindergartners using a number line task. *Journal of Cognition and Development*, 16(1), 118–128.
<https://doi.org/10.1080/15248372.2013.805134>
- Ehlert, A. & Fritz, A. (2016). “MARKO-T” – Ein mathematisches Förderprogramm evaluiert an Kindern mit dem Förderschwerpunkt Lernen. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Förderprogramme für Vor- und Grundschule* (S. 29–48). Göttingen: Hogrefe.
- Ehlert, A., Ricken, G. & Fritz, A. (2020). *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Screening*. Göttingen: Hogrefe.
- Ehm, J. H., Lonnemann, J. & Hasselhorn, M. (2017). *Wie Kinder zwischen vier und acht Jahren lernen. Psychologische Erkenntnisse und Konsequenzen für die Praxis*. Stuttgart: Kohlhammer.

- Elofsson, J., Gustafson, S., Samuelsson, J. & Träff, U. (2016). Playing number board games supports 5-year-old children's early mathematical development. *The Journal of Mathematical Behavior*, 43, 134–147. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.07.003>
- Endlich, D., Berger, N., Küspert, P., Lenhard, W., Marx, P., Weber, J. et al. (2016). *Würzburger Vorschultest: Erfassung schriftsprachlicher und mathematischer (Vorläufer-) Fertigkeiten und sprachlicher Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr*. Göttingen: Hogrefe.
- Endlich, D., Lenhard, W., Marx, P. & Schneider, W. (2015). Die Würzburger Vorschultest-Batterie - Diagnostik von mathematischen und schriftsprachlichen (Vorläufer-) Fertigkeiten im letzten Kindergartenjahr. In G. Esser, M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik im Vorschulalter* (Test und Trends, Bd. 13, S. 107–127). Göttingen: Hogrefe.
- Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2013). Entwicklungsorientierte Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen in den Klassen 5 bis 9. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends, Bd. 11, S. 225–240). Göttingen: Hogrefe.
- Esser, G. & Petermann, F. (2010). *Entwicklungsdiagnostik*. Göttingen: Hogrefe.
- Feigenson, L., Carey, S. & Spelke, E. (2002). Infants' discrimination of number vs. continuous extent. *Cognitive Psychology*, 44(1), 33–66. <https://doi.org/10.1006/cogp.2001.0760>
- Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Ferreira, F. d. O., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K. et al. (2012). Explaining school mathematics performance from symbolic and nonsymbolic magnitude processing: Similarities and differences between typical and low-achieving children. *Psychology & Neuroscience*, 5(1), 37–46. <https://doi.org/10.3922/j.psns.2012.1.06>
- Fischbach, A., Preßler, A. L. & Hasselhorn, M. (2012). Die prognostische Validität der AGTB 5-12 für den Erwerb von Schriftsprache und Mathematik. In M. Hasselhorn & C.

- Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses* (S. 37–58). Göttingen: Hogrefe.
- Fischer, U., Roesch, S. & Moeller, K. (2017). Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche. Messen wir, was wir fördern wollen? *Lernen und Lernstörungen*, 6(1), 25–38.
<https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000160>
- Fritz, A., Ehlert, A. & Leutner, D. (2018). Arithmetische Konzepte aus kognitiv-entwicklungspsychologischer Sicht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39(1), 7–41.
<https://doi.org/10.1007/s13138-018-0131-6>
- Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.
- Fthenakis, W. E. (2013). *Der Bayrische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Tageseinrichtungen bis zur Einschulung*. Berlin: Cornelsen.
- Fthenakis, W. E., Gisbert, K., Griebel, W., Kunze, H. R., Niesel, R. & Wustmann, C. (2005). *Auf den Anfang kommt es an: Perspektiven für eine Neuorientierung frühkindlicher Bildung*. Berlin: Bundesministerium für Bildung und Forschung.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer.
- Fyfe, E. R., DeCaro, M. S. & Rittle-Johnson, B. (2014). An alternative time for telling: When conceptual instruction prior to problem solving improves mathematical knowledge. *British Journal of Educational Psychology*, 84, 502–519. <https://doi.org/10.1111/bjep.12035>
- Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J. P., Kovas, Y., Parent, S., Séguin, J. R. et al. (2018). Early developmental trajectories of number knowledge and math achievement from 4 to 10 years: Low-persistent profile and early-life predictors. *Journal of School Psychology*, 68, 84–98. <https://doi.org/10.1016/j.jsp.2018.02.004>
- Gasteiger, H. (2013). Förderung elementarer mathematischer Kompetenzen durch Würfelspiele - Ergebnisse einer Interventionsstudie. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 336–339). Münster: WTM.

- Gasteiger, H. & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *Journal of Experimental Child Psychology*, 204, 105060.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105060>
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539–1552.
<https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Gebuis, T. & Reynvoet, B. (2011). Generating nonsymbolic number stimuli. *Behavior Research Methods*, 43(4), 981–986. <https://doi.org/10.3758/s13428-011-0097-5>
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gerlach, M., Fritz, A. & Leutner, D. (2013). *MARKO-T: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter – Training*. Göttingen: Hogrefe.
- Gerster, H. D. (2003). Schwierigkeiten beim Erwerb arithmetischer Konzepte im Anfangsunterricht. In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Hrsg.), *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie. Erkennung, Prävention, Förderung* (S. 154–160). Graz: Leykam.
- Graham, J. W. (2009). Missing data analysis: Making it work in the real world. *The Annual Review of Psychology*, 60, 549–576. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.58.110405.085530>
- Graves, K. J. & Lahey, B. B. (1982). The effects of induced affective states on letter discrimination in disadvantaged preschool children. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 3(2), 149–154. [https://doi.org/10.1016/0193-3973\(82\)90025-9](https://doi.org/10.1016/0193-3973(82)90025-9)
- Grüßing, M., Heinze, A., Duchhardt, C., Ehmke, T., Knopp, E. & Neumann, I. (2013). KiKi – Kieler Kindertest Mathematik zur Erfassung mathematischer Kompetenz von vier- bis sechsjährigen Kindern im Vorschulalter. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends, Bd. 11, S. 67–80). Göttingen: Hogrefe.

- Halberda, J. & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology*, 44(5), 1457–1465. <https://doi.org/10.1037/a0012682>
- Hasselhorn, M. (2005). Lernen im Altersbereich zwischen 4 und 8 Jahren: Individuelle Voraussetzungen, Entwicklungsbesonderheiten, Diagnostik und Förderung. In T. Guldemann & B. Hauser (Hrsg.), *Bildung 4- bis 8-jähriger Kinder* (S. 77–88). Münster: Waxmann.
- Hassinger-Das, B., Toub, T. S., Zosh, J. M., Michnick, J., Golinkoff, R. & Hirsh-Pasek, K. (2017). More than just fun: A place for games in playful learning / Más que diversión: El lugar de los juegos reglados en el aprendizaje lúdico. *Infancia Y Aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development*, 40(2), 191–218. <https://doi.org/10.1080/02103702.2017.1292684>
- Hauser, B., Vogt, F., Stebler, R. & Rechsteiner, K. (2014). Förderung früher mathematischer Kompetenzen. Spielintegriert oder trainingsbasiert. *Frühe Bildung*, 3(3), 139–145. <https://doi.org/10.1026/2191-9186/a000144>
- Hecht, T., Sinner, D., Kuhl, J. & Ennemoser, M. (2011). Differenzielle Effekte eines Trainings der mathematischen Basiskompetenzen bei kognitiv schwachen Grundschulern und Schülern der Förderschule mit dem Schwerpunkt Lernen – Reanalyse zweier Studien. *Empirische Sonderpädagogik*, 4, 308–323.
- Herzog, M., Fritz, A. & Ehlert, A. (2017). Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 266–285). Weinheim: Beltz.
- Hirsh-Pasek, K., Golinkoff, R. M., Berk, L. E. & Singer, D. G. (2009). *A mandate for playful learning in school: Presenting the evidence*. New York: Oxford University Press.
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M. & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: The contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number

- sense, and early number competence. *Frontiers in Psychology*, 5, 272.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00272>
- Hurst, M., Anderson, U. & Cordes, S. (2017). Mapping among number words, numerals, and nonsymbolic quantities in preschoolers. *Journal of Cognition and Development*, 18(1), 41–62. <https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1228653>
- Jansen, H., Mannhaupt, G., Marx, H. & Skowronek, H. (1999). *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten (BISC)*. Göttingen: Hogrefe.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L. & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77(1), 153–175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Jörns, C., Schuchardt, K., Grube, D., Barkam, L. & Mähler, C. (2017). ZIKZAK – Profitieren Kindergartenkinder von Gesellschaftsspielen zur Förderung numerischer Kompetenzen und phonologischer Bewusstheit? *Unterrichtswissenschaft*, 45(3), 220–238.
- Jörns, C., Schuchardt, K., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Spielorientierte Förderung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter und deren Eignung zur Prävention von Rechenschwierigkeiten. *Empirische Sonderpädagogik*, 3, 243–259.
- Jörns, C., Schuchardt, K., Mähler, C. & Grube, D. (2013). Alltagsintegrierte Förderung numerischer Kompetenzen im Kindergarten. *Frühe Bildung*, 2(2), 84–91.
<https://doi.org/10.1026/2191-9186/a000088>
- Kaufmann, L., Nuerk, H. K., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *TEDI-MATH: Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Huber.
- Ke, F. & Grabowski, B. (2007). Gameplaying for math learning: Cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 249–259.

- Kirk, R. E. (1982). *Experimental design: Procedures for the behavioral sciences*. Monterey: Brooks/Cole.
- Kohn, J., Rauscher, L., Käser, T., Kucian, K., McCaskey, U., Wyschkon, A. et al. (2017). Effekte des Calcularis-Trainings. *Lernen und Lernstörungen*, 6(2), 51–63.
<https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000166>
- Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Tests und Trends, Bd. 4, S. 49–70). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2008). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovac.
- Krajewski, K. (2013). Mathematische Kompetenzen, Entwicklungsmodell. In M. A. Wirtz (Hrsg.), *Dorsch - Lexikon der Psychologie* (16. Aufl., S. 998). Bern: Verlag Hans Huber.
- Krajewski, K. (2014). Test zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0). In D. Seeger, M. Holodyski & E. Souvignier (Hrsg.), *BIKO 3-6. BIKO-Screening zur Entwicklung von Basiskompetenzen für 3- bis 6-Jährige*. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2018). *MBK 0: Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter*. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends, Bd. 11, Bd. 11, S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.

- Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik verstehen (MZZ)*. Berlin: Cornelsen.
- Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40(3), 135–146.
<https://doi.org/10.1026/0049-8637.40.3.135>
- Krajewski, K., Renner, A., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. In H. G. Roßbach & H. P. Blossfeld (Hrsg.), *Frühpädagogische Förderung in Institutionen* (Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Bd. 11, S. 91–103). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistung bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 52, 246–262.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516–531.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen Kompetenzen beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55(2), 100–113.
- Krajewski, K. & Simanowski, S. (2016). Entwicklungsorientierte Prävention von und Intervention bei Rechenschwäche mit "Mengen, zählen, Zahlen" (MZZ). In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Förderprogramme für Vor- und Grundschule* (Tests und Trends, Bd. 14, Bd. 14, S. 49–67). Göttingen: Hogrefe.

- Krauthausen, G. (1995). Die "Kraft der Fünf" und das denkende Rechnen. Zur Bedeutung tragfähiger Vorstellungsbilder im mathematischen Anfangsunterricht. In G. Müller & E. C. Wittmann (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen*. (Beiträge zur Reform der Grundschule, Bd. 96, S. 87–108). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule - Der Grundschulverband - e.V.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E. & Aster, M. G. von. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: A functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2(1), 31. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-2-31>
- Lange, A. A., Brenneman, K. & Sareh, N. (2021). Using number games to support mathematical learning in preschool and home environments. *Early Education and Development*, 32(3), 459–479. <https://doi.org/10.1080/10409289.2020.1778386>
- Laski, E. V. & Siegler, R. S. (2014). Learning from number board games: You learn what you encode. *Developmental Psychology*, 50(3), 853–864. <https://doi.org/10.1037/a0034321>
- Le Corre, M. & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105(2), 395–438. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005>
- LeFevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. et al. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81(6), 1753–1767. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- Lenhard, W. & Lenhard, A. (2014). *Calculation of test quality criteria for screenings*. Verfügbar unter: <http://www.psychometrica.de/testkennwerte.html>
- Lenhard, W. & Lenhard, A. (2016). *Berechnung von Effektstärken*. Verfügbar unter: https://www.psychometrica.de/effect_size.html
- Lüdtke, O., Robitzsch, A., Trautwein, U. & Köller, O. (2007). Umgang mit fehlenden Werten in der psychologischen Forschung: Probleme und Lösungen. *Psychologische Rundschau*, 58(2), 103–117. <https://doi.org/10.1026/0033-3042.58.2.103>

- Martin, R., Cirino, P. T., Sharp, C. & Barnes, M. (2014). Number and counting skills in kindergarten as predictors of grade 1 mathematical skills. *Learning and Individual Differences, 34*, 12–23. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.05.006>
- Marx, H. (1992). *Vorhersage von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten in Theorie und Anwendung*. Unpublished habilitation thesis. Bielefeld University, Bielefeld.
- May, T., Rinehart, N., Wilding, J. & Cornish, K. (2013). The role of attention in the academic attainment of children with autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders, 43*(9), 2147–2158. <https://doi.org/10.1007/s10803-013-1766-2>
- Melby-Lervag, M. & Hulme, C. (2013). Is working memory training effective? A meta-analytic review. *Developmental Psychology, 49*(2), 270–291. <https://doi.org/10.1037/a0028228>
- Merkley, R. & Ansari, D. (2016). Why numerical symbols count in the development of mathematical skills: Evidence from brain and behavior. *Current Opinion in Behavioral Sciences, 10*, 14–20. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.006>
- Michalczyk, K., Krajewski, K., Preßler, A. L. & Hasselhorn, M. (2013). The relationships between quantity-number competencies, working memory, and phonological awareness in 5- and 6-year-olds. *The British Journal of Developmental Psychology, 31*(4), 408–424. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12016>
- Milton Bradley Company. (1978). *Chutes and Ladders*. Pawtucket: Hasbro.
- Moser Opitz, E. & Ramseier, E. (2012). Rechenschwach oder nichtrechenschwach? Eine kritische Auseinandersetzung mit Diagnoseinstrumenten unter besonderer Berücksichtigung von älteren Schülerinnen und Schülern. *Lernen und Lernstörungen, 1*, 99–117.
- Navarro, J. I., Aguilar, M., Marchena, E., Ruiz, G., Menacho, I. & van Luit, J. E. H. (2012). Longitudinal study of low and high achievers in early mathematics. *The British Journal of Educational Psychology, 82*(Pt 1), 28–41. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02043.x>

- Newcombe, N. S., Ambady, N., Eccles, J., Gomez, L., Klahr, D., Linn, M. et al. (2009). Psychology's role in mathematics and science education. *The American Psychologist*, 64(6), 538–550. <https://doi.org/10.1037/a0014813>
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C. et al. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550–560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Paas, F., Renkl, A. & Sweller, J. (2003). Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational Psychologist*, 38(1), 1–4.
- Passolunghi, M. C. & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *The British Journal of Educational Psychology*, 82(Pt 1), 42–63. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x>
- Pellegrini, A. D. (Hrsg.). (2011). *The oxford handbook of the development of play*. New York: Oxford University Press.
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1975). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Klett.
- Posid, T. & Cordes, S. (2015). Verbal counting moderates perceptual biases found in children's cardinality judgments. *Journal of Cognition and Development*, 16(4), 621–637. <https://doi.org/10.1080/15248372.2014.934372>
- Quaiser-Pohl, C. & Rindermann, H. (2010). *Entwicklungsdiagnostik*. München: Ernst Reinhardt.
- Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79(2), 375–394. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01131.x>

- Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2014). *How informal learning activities can promote children's numerical knowledge - Oxford Handbooks* (Bd. 1). Oxford University Press.
<https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.012>
- Ramani, G. B., Siegler, R. S. & Hitti, A. (2012). Taking it to the classroom: Number board games as a small group learning activity. *Journal of Educational Psychology*, 104(3), 661–672. <https://doi.org/10.1037/a0028995>
- Rechsteiner, K. & Hauser, B. (2012). Geführtes Spiel oder Training? Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten. *Die Grundschulzeitschrift*, 258(259), 8–10.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44(2), 162–169. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.44.2.162>
- Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2011). Mathematik und Rechnen - Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D). Ein Beispiel für einen niveaurorientierten Ansatz. *Empirische Sonderpädagogik*, 3(3), 256–271.
- Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2013). *MARKO-D: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Diagnose*. Göttingen: Hogrefe.
- Röhm, A., Starke, A. & Ritterfeld, U. (2017). Die Rolle von Arbeitsgedächtnis und Sprachkompetenz für den Erwerb mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 64(2), 81–93. <https://doi.org/10.2378/peu2016.art26d>
- Rosenthal, R. & Rubin, D. B. (1982). A simple general purpose display of magnitude of experimental effect. *Journal of Educational Psychology*, 74, 166–169.
- Roux, S., Kammermeyer, G., Donie, C. & Kinnunen, M. (2010). *Bildskala zur Erfassung von Lernfreude und Selbstkonzept in Mathematik und Schriftsprache bei Vorschulkindern (BSLS-MS)*. Landau: Universität Koblenz-Landau, Campus Landau.

- Sälzer, C., Reiss, K., Schiep-Tiska, A., Prenzel, M. & Heinze, A. (2013). Zwischen Grundlagenwissen und Anwendungsbezug: Mathematische Kompetenz im internationalen Vergleich. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *Pisa 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 47–98). Münster: Waxmann.
- Sasanguie, D., Smedt, B. de, Defever, E. & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *The British Journal of Developmental Psychology*, 30(Pt 2), 344–357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>
- Scalise, N. R., Daubert, E. N. & Ramani, G. B. (2020). Benefits of playing numerical card games on head start children's mathematical skills. *The Journal of Experimental Education*, 88(2), 200–220. <https://doi.org/10.1080/00220973.2019.1581721>
- Schmidt, S. & Weiser, W. (1982). Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 3, 227–263. <https://doi.org/10.1007/BF03338666>
- Schmidt Spiele GmbH. *Das lustige Leiterspiel*. Verfügbar unter: www.schmidtspiele.de
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J. et al. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, 20(3). <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2016). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (2., aktualisierte und erweiterte Auflage). Paderborn: Ferdinand Schöningh.
- Schuchardt, K., Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2008). Working memory deficits in children with specific learning disorders. *Journal of Learning Disabilities*, 41, 514–523. <https://doi.org/10.1177/0022219408317856>
- Schuchardt, K., Piekny, J., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Einfluss kognitiver Merkmale und häuslicher Umgebung auf die Entwicklung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 46(1), 24–34.

- Seeger, D., Holodyski, M. & Souvignier, E. (Hrsg.). (2014). *BIKO 3-6. BIKO-Screening zur Entwicklung von Basiskompetenzen für 3- bis 6-Jährige*. Göttingen: Hogrefe.
- Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, *19*(3), 341–361. <https://doi.org/10.1111/desc.12395>
- Siegler, R. S. & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, *75*(2), 428–444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>
- Siegler, R. S. & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical Development. *Annual Review of Psychology*, *68*, 187–213. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010416-044101>
- Siegler, R. S. & Lortie-Forgues, H. (2014). An integrative theory of numerical development. *Child Development Perspectives*, *8*(3), 144–150. <https://doi.org/10.1111/cdep.12077>
- Siegler, R. S. & Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers’ numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*(3), 545–560. <https://doi.org/10.1037/a0014239>
- Siegler, R. S., Thompson, C. A. & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001>
- Skillen, J., Berner, V.-D., Ricken, G. & Seitz-Stein, K. (2018). Förderung basisnumerischer Kompetenzen mit einem regelbasierten Spiel im Einzel- und Gruppensetting. *Frühe Bildung*, *7*(3), 144–151. <https://doi.org/10.1026/2191-9186/a000381>
- Skillen, J., Berner, V.-D. & Seitz-Stein, K. (2018). The rule counts! Acquisition of mathematical competencies with a number board game. *The Journal of Educational Research*, *111*(5), 554–563. <https://doi.org/10.1080/00220671.2017.1313187>
- Skillen, J., Ricken, G. & Seitz-Stein, K. (submitted). Towards a game-based assessment of early mathematical competencies. *Empirische Sonderpädagogik*.
- Skillen, J. & Seitz-Stein, K. (submitted). Spiel vs. Test: Vergleich von spielbasierten und etablierten Verfahren zur Erfassung basisnumerischer Kompetenzen. *Diagnostica*.

- Starkey, P. & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science (New York, N.Y.)*, 210(4473), 1033–1035. <https://doi.org/10.1126/science.7434014>
- Starkey, P., Klein, A. & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 99–120. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.002>
- Stern, E. (1992). Spontaneous use of conceptual mathematical knowledge in elementary school children. *Contemporary Educational Psychology*, 17(3), 266–277. [https://doi.org/10.1016/0361-476X\(92\)90065-7](https://doi.org/10.1016/0361-476X(92)90065-7)
- Stipek, D. J. (1984). Young children's performance expectations: Logical analysis or wishful thinking? In J. G. Nicholls (Hrsg.), *The development of achievement motivation*. Greenwich: JAI Press.
- Textor, M. R. (2005). *Bildung: Was müssen und können Kindergärten leisten?* Verfügbar unter: <https://www.kindergartenpaedagogik.de/fachartikel/bildung-erziehung-betreuung/1230>
- Tietze, W., Becker-Stoll, F., Bensel, J., Eckhardt, A. G., Haug-Schnabel, G., Kalicki, B. et al. (Hrsg.). (2013). *Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit (NUBBEK)* (1., Erstauflage, neue Ausg). Kiliansroda: Verlag das netz.
- Tischler, L. (2019). *Diskrepanzkriterien in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-25158-1>
- Tröster, H. (2009). *Früherkennung im Kindes- und Jugendalter: Strategien bei Entwicklungs-, Lern- und Verhaltensstörungen*. Göttingen: Hogrefe.
- Van Luit, J. E. H., van de Rijt, B. A. M. & Hasemann, K. (2001). *OTZ: Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung*. Göttingen: Hogrefe.
- Weisberg, D. S., Hirsh-Pasek, K. & Golinkoff, R. M. (2013). Guided play: Where curricular goals meet a playful pedagogy. *Mind, Brain, and Education*, 7(2), 104-.

- Weisberg, D. S., Hirsh-Pasek, K., Golinkoff, R. M., Kittredge, A. K. & Klahr, D. (2016). Guided play: Principles and practices. *Current Directions in Psychological Science*, 25(3), 177–182. <https://doi.org/10.1177/0963721416645512>
- Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, 236–245.
- Whyte, J. C. & Bull, R. (2008). Number games, magnitude representation, and basic number skills in preschoolers. *Developmental Psychology*, 44, 588–596. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.44.2.588>
- Wittich, C. (2017). *Mathematische Förderung durch kooperativ-strukturiertes Lernen. Eine Interventionsstudie zur Ablösung vom zählenden Rechnen an Grund- und Förderschulen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wright, B. D. & Linacre, J. M. (1994). Reasonable mean-square fit values. *Rasch Measurement Transactions*, 8(3), 370.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358(6389), 749–750. <https://doi.org/10.1038/358749a0>
- Wynn, K. (1996). Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, 7(3), 164–169.
- Xenidou-Dervou, I., van Lieshout, E. C. D. M. & van der Schoot, M. (2014). Working memory in nonsymbolic approximate arithmetic processing: A dual-task study with preschoolers. *Cognitive Science*, 38(1), 101–127. <https://doi.org/10.1111/cogs.12053>
- Xu, F. & Carey, S. (1996). Infants' metaphysics: The case of numerical identity. *Cognitive Psychology*, 30(2), 111–153. <https://doi.org/10.1006/cogp.1996.0005>

Anhang

Anhang A: Instruktionen zum Haus der Zahlen

A1 Auszug aus den Instruktionen beim Spielen im Einzelsetting

Entdeckungsreise (Spielaufbau und Spielregeln nach Anleitung erklären)

VL: *Heute wollen wir das 100er Haus gemeinsam spielen. Zuerst zeige ich es dir. Pass auf! Wir gehen jetzt auf Entdeckungsreise!*

[...]

Spielregeln in der count-on Spielbedingung

Das Kind erhält den Würfel und würfelt. Wenn das Kind gewürfelt hat und bevor es seinen Zug spielt:

VL: *Ich muss dir noch etwas Wichtiges sagen!! Die Zahlen freuen sich, wenn du ihren Namen sagst immer, wenn du an ihrer Tür vorbeiläufst. Beim ersten Mal ist das noch einfach. Du hast eine... (gewürfelte ZAHL nennen) gewürfelt. Also darfst du an... (ZAHL) Türen vorbeilaufen und dabei sagst du laut, an welchen Türen du vorbeiläufst.*

Kind macht den ersten Spielzug, dann ist VL mit der gleichen Spielstrategie an der Reihe.

[...]

Wenn Kind erneut gewürfelt hat:

[...]

Spielregeln beim Aufzug (count-on Spielbedingung)

[...]

Spielregeln in der count-from-1 Spielbedingung

Das Kind erhält den Würfel und würfelt. Wenn das Kind gewürfelt hat und bevor es seinen Zug spielt:

VL: *Sehr schön! Welche Zahl ist das, die du gewürfelt hast?*

Kind: *Möglichkeit zur Antwort geben!*

VL: *(Richtig! Oder Das ist eine...) Du hast mit dem Diamanten eine ... (gewürfelte ZAHL nennen) gewürfelt. Jetzt darfst du also ... (ZAHL) Zahlen besuchen. Zähl bitte laut mit während du ... (ZAHL) Türen mit deiner Spielfigur vorrückst.*

Kind macht den ersten Spielzug, dann ist der VL mit der gleichen Spielstrategie an der Reihe.

[...]

Spielregeln beim Aufzug (count-from-1 Spielbedingung)

[...]

A2 Auszug aus den Instruktionen beim Spielen im Gruppensetting

Entdeckungsreise (Spelaufbau und Spielregeln nach Anleitung erklären)

VL: *Heute wollen wir das 100er Haus gemeinsam spielen. Zuerst zeige ich es euch. Passt auf! Wir gehen jetzt auf Entdeckungsreise!*

[...]

Spielregeln bei der count-on Spielbedingung

Kind 1 erhält den Würfel und würfelt. Wenn das Kind gewürfelt hat und bevor es seinen Zug spielt:

VL: *Ich muss euch noch etwas Wichtiges sagen!! Die Zahlen freuen sich, wenn wir ihren Namen sagen, wenn wir an ihren Türen vorbeilaufen. Beim ersten Mal ist das noch einfach. Du hast eine... (gewürfelte ZAHL nennen) gewürfelt. Also darfst du an... (ZAHL) Türen vorbeilaufen und dabei sagst du laut, an welchen Türen du vorbeiläufst. Wenn du würfelst, zählst du allein, und kein anderer darf mitzählen. Nur wenn ich würfle, zählen wir alle gemeinsam.*

Kind 1 macht den ersten Spielzug, dann Kind 2 und 3 und dann VL mit der gleichen Spielstrategie.

[...]

Wenn Kind 1 erneut gewürfelt hat:

[...]

Spielregeln beim Aufzug

[...]

Anhang B: Items des Screenings Haus der Zahlen

Auszug aus Tabelle B1

Beispiele für Screeningitems und Verortung in den zugrundeliegenden Entwicklungsmodellen

Item- nummer	Aufgabe	Modell der Zahl- Größen-Verknüp- fung (Krajewski, 2008)	Entwicklungs- modell mathemati- scher Konzepte (Ricken, Fritz & Balzer, 2013)
1	Im Zahlenhaus wohnen alle Zahlen von 0 [auf die 0 zeigen] bis ganz nach oben zur 50 [auf die 50 zeigen]. Kennst du schon ein paar Zahlen und kannst du auch schon zählen?“	Ebene 1	Niveau I
4*	„Stell bitte 2 Spielfiguren auf das Startfeld.“ [Figuren aussuchen und beide Spielfiguren auf das Startfeld stellen lassen.]	Ebene 2	Niveau I
5	[übrige Spielfiguren mit der Hand abdecken, während das Kind 2 Figuren auf das Startfeld stellt.] „Wie viele Spielfiguren sind noch übrig (hier unter meiner Hand)?“	Ebene 3	Niveau III
9	[Streifen mit 6 Kellertüren ohne Zahlen unter das erste Stockwerk legen] „Schau mal, im Zahlenhaus gibt es auch einen Keller mit ganz alten Türen. Hier oben [auf obere Reihe zeigen] sind Türen. Und hier unten [auf untere Reihe zeigen] sind auch Türen. In welcher Reihe sind weniger?“	Ebene 2	Niveau I
10	„Und wie viele sind es weniger?“	Ebene 3	Niveau V
14	[Würfel mit der 1 nach oben vor das Kind legen] „Weißt du, wie diese Zahl heißt?“	Ebene 1	-
17	[Nachbarzahlen um die Figur mit den Händen verdecken.] „Du stehst auf der... Wie heißt die Zahl, die vor der ... kommt?“	Ebene 1	Niveau II

Fortsetzung Tabelle B1

20	[Nachbarzahlen um die Figur mit den Händen verdecken] „Ich stehe auf der... Wie heißt die Zahl, die um 3 größer ist als...?“	-	Niveau V
34	„Ab jetzt dürfen wir mit 2 Würfeln spielen.“ [10 schwarze und 10 rote Stäbchen, nach Farbe sortiert, ungeordnet vor das Kind legen] „Welche Zahlen zeigen die Würfel? ... und ..., das sind zusammen Gib mir bitte ... Stäbchen. Davon sollen 3 schwarz sein.“	-	Niveau IV

Anmerkungen. * = Items, die sich nicht bewährt haben und in Studie IV in keine der beiden Screeningversionen eingeschlossen wurden.