
FH Düsseldorf
Hochschule für Design und Technik
Fachbereich 4: Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Institut FMDauto

Masterstudiengang
Simulation und Experimentaltechnik

M A S T E R – T H E S I S

**Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung von
hochübersetzenden Epizykloidengetrieben für die
Elektromobilität**

zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science, M. Sc.

vorgelegt von Thomas Müller
geb. am 20.06.1986 in Weiden

Düsseldorf, Juli 2013

FH Düsseldorf
Hochschule für Design und Technik
Fachbereich 4: Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Institut FMDauto

Masterstudiengang
Simulation und Experimentaltechnik

M A S T E R – T H E S I S

**Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung von
hochübersetzenden Epizykloidengetrieben für die
Elektromobilität**

zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science, M. Sc.

vorgelegt von Thomas Müller
geb. am 20.06.1986 in Weiden

Matrikelnummer: 604380
Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Andreas Jahr
Zweitprüfer: Prof. Dr. Robert Bongartz

Danksagung

Die vorliegende Arbeit über Epizykloidengetriebe entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut FMDauto im Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik der Fachhochschule Düsseldorf.

Mein besonderer Dank gilt den Herren Prof. Dr.-Ing. Andreas Jahr – dem Miterfinder des Epizykloidengetriebes – und B. Eng. Stefan Jahr. Durch sie habe ich das Interesse an diesen einzigartigen hochübersetzenden Getrieben gefunden. Zudem haben beide durch zahlreiche anregende Diskussionen maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen.

Sehr herzlich danken möchte ich zudem allen Kolleginnen und Kollegen am Institut FMDauto für das ausgezeichnete, stets konstruktive Arbeitsklima und die wertvollen Hinweise, die in den Entstehungsprozess dieser Arbeit eingeflossen sind.

Auch dem Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (BMWi) bin ich zu Dank verpflichtet. Ohne die Förderung im Rahmen des „Zentralen Innovationsprogrammes Mittelstand – ZIM“ wäre eine Realisierung des Kooperationsprojektes mit der GROSCHOPP AG nicht möglich gewesen.

Düsseldorf, Juli 2013

Thomas Müller

Abstract

In this scientific paper a universal procedure is developed for the load capacity calculation of Epicycloid Gears. Epicycloid Gears are special Planetary Gears with an epicycloidal Lantern Gearing. The basis of the procedure are the calculation and application standards of the DIN 3990. In addition to the derivation of the calculation process, the load-bearing capacity proof for the application in an urban electric vehicle is exemplarily carried out. The considered Epicycloid Gear has a transmission ration of -34 at a maximum input rotation speed of 20.000 min^{-1} and a transmitted power of 27 kW.

The calculation process is divided into the proof of the Flank Load Capacity, the Root Load Capacity and the Scuffing Load Capacity. The procedure per detection is comparable: Apriori individual factors are calculated and entered into the analytical proof of strength afterwards.

In the development of the calculation procedure the universal validity of the equations is considered. Thereby the created layout basis is utilizable for a wide application spectrum beyond the electro mobility. For future studies on aspects of dimensioning and usage of the Epicycloid Gear further hints and approaches based on the gained knowledge are provided.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird ein allgemeingültiges Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung von hochübersetzenden Epizykloidengetrieben entwickelt. Epizykloidengetriebe sind spezielle Umlaufrädergetriebe mit epizykloidaler Triebstockverzahnung. Die Grundlage des Verfahrens bilden die Berechnungs- und Anwendungsnormen der DIN 3990. Neben der Herleitung des Rechengangs wird beispielhaft der Tragfähigkeitsnachweis für die Anwendung in einem urbanen Elektrofahrzeug ausgeführt. Das dabei betrachtete Epizykloidengetriebe hat eine Übersetzung von -34 bei einer maximalen Eingangsdrehzahl von 20.000 min^{-1} und einer zu übertragenden Leistung von 27 kW.

Der Rechengang teilt sich auf in den Nachweis der Flankentragfähigkeit, der Zahnfußtragfähigkeit und der Fresstragfähigkeit. Das Vorgehen je Nachweis ist dabei vergleichbar: Es werden zunächst individuelle Faktoren berechnet, die anschließend in den rechnerischen Festigkeitsnachweis einfließen.

Bei der Entwicklung des Rechenverfahrens wird auf eine Allgemeingültigkeit der Gleichungen geachtet. Damit wird die erstellte Auslegungsgrundlage auch für ein breites Einsatzspektrum außerhalb der Elektromobilität nutzbar. Für zukünftige Untersuchungen zu Aspekten der Dimensionierung und Anwendung der Epizykloidengetriebe werden Hinweise und Ansätze basierend auf den erlangten Erkenntnissen bereitgestellt.

Inhalt

Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	V
Gleichungsverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	X
Formelzeichen und Indizes	X
1 Einführung	1
2 Antriebskomponenten der Elektromobilität	2
2.1 Entwicklungsstand	2
2.1.1 Elektromaschinen	2
2.1.2 Getriebevarianten	7
2.2 Einsatz hochübersetzender Getriebe	9
2.3 Antriebskonzept für Elektro-Kleintransporter	12
3 Stand der Getriebetechnik	17
3.1 Allgemeines Verzahnungsgesetz	17
3.2 Verzahnungsformen	18
3.2.1 Evolventenverzahnung	18
3.2.2 Konventionelle Zykloidenverzahnung	19
3.2.3 Triebstockverzahnung	21
3.3 Umlaufrädergetriebe	22
3.4 Das Cyclogetriebe	25
4 Hochübersetzende Epizykloidengetriebe	28
4.1 Entwicklung	28
4.1.1 Umlaufrädergetriebe mit Triebstockverzahnung	28
4.1.2 Entstehende Zykloiden	29
4.1.3 Zahnform und Eingriffsverhältnisse	30
4.2 Anwendung für die Elektromobilität	32
4.2.1 Getriebekonstruktion	32

4.2.2 Äquidistantenform und Kontaktbahn.....	35
5 Einführung in die Tragfähigkeitsberechnung.....	39
5.1 Zahnschäden	39
5.1.1 Zahnbruch.....	40
5.1.2 Grübchenbildung (Pitting).....	42
5.1.3 Warm- und Kaltfressen (Gallings).....	44
5.2 Grundlagen des Verfahrens	46
5.2.1 Normen nach DIN 3990.....	46
5.2.2 Berechnungsmethoden.....	47
5.2.3 Vorüberlegungen und Annahmen	49
6 Umfangkraft und Kraftfaktoren.....	53
6.1 Nenn-Umfangskraft F_t	53
6.2 K-Faktoren.....	55
6.2.1 Allgemeines	55
6.2.2 Anwendungsfaktor K_A	55
6.2.3 Dynamikfaktor K_V	56
6.2.4 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$	57
6.2.5 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, $K_{B\alpha}$	59
7 Grübchentragfähigkeit	61
7.1 Allgemeines	61
7.2 Z-Faktoren	62
7.2.1 Zonenfaktor Z_H , Einzeleingriffsfaktoren Z_B , Z_D	62
7.2.2 Elastizitätsfaktor Z_E	64
7.2.3 Überdeckungsfaktor (Flanke) Z_E	65
7.2.4 Schmierfilmfaktoren Z_L , Z_V , Z_R	65
7.2.5 Werkstoffpaarungsfaktor Z_W	66
7.2.6 Größenfaktor (Flanke) Z_X	67
7.3 Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin}	68
7.4 Nachweis der Grübchentragfähigkeit.....	68

7.4.1	Dauerfestigkeitswert der Flankenpressung $\sigma_{H \text{ lim}}$	68
7.4.2	Auftretende Flankenpressung σ_H	69
7.4.3	Zulässige Flankenpressung σ_{HP}	70
7.4.4	Rechnerische Grübchensicherheit S_H	71
8	Zahnfußtragfähigkeit	72
8.1	Allgemeines	72
8.2	Y-Faktoren.....	73
8.2.1	Kopffaktor Y_{FS}	73
8.2.2	Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_ϵ	75
8.2.3	Relative Stützziffer $Y_{\delta \text{ relT}}$	76
8.2.4	Relativer Oberflächenfaktor $Y_{R \text{ relT}}$	76
8.2.5	Größenfaktor (Zahnfuß) Y_X	77
8.2.6	Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST}	77
8.3	Mindest-Zahnbruchsicherheit $S_{F \text{ min}}$	78
8.4	Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit	78
8.4.1	Dauerfestigkeit für Zahnfußspannung $\sigma_{F \text{ lim}}$	78
8.4.2	Auftretende Zahnfußspannung σ_F	79
8.4.3	Zulässige Zahnfußspannung σ_{FP}	79
8.4.4	Rechnerische Zahnbruchsicherheit S_F	80
9	Fresstragfähigkeit	81
9.1	Allgemeines	81
9.2	X-Faktoren.....	83
9.2.1	Blitzfaktor X_M	83
9.2.2	Geometriefaktor X_{BE}	83
9.2.3	Winkelfaktor X_α	84
9.2.4	Eingriffsfaktor X_Q	84
9.2.5	Überdeckungsfaktor (Fressen) X_ϵ	85
9.2.6	Schmierungsfaktor X_S	85
9.2.7	Relativer Gefügefaktor $X_{W \text{ relT}}$	86
9.3	Mindest-Fresssicherheit $S_{S \text{ min}}$	86

9.4 Nachweis der Fresstragfähigkeit.....	87
9.4.1 Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt}	87
9.4.2 Mittlere örtliche Reibungszahl μ_m	87
9.4.3 Auftretende Integraltemperatur ϑ_{int}	88
9.4.4 Zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{int P}$	89
9.4.5 Rechnerische Fresssicherheit S_s	90
10 Auslegung von Epizykloidengetrieben.....	91
10.1 Bewertung des Rechenverfahrens.....	91
10.2 Vergleiche zum Cyclogetriebe.....	92
10.3 Tragfähigkeit des untersuchten Getriebes.....	94
10.4 Anwendungsgebiet Elektromobilität.....	96
10.5 Neue Einsatzgebiete.....	97
10.6 Zukünftige Forschungsfelder.....	98
11 Zusammenfassung.....	100
Literaturverzeichnis.....	101
A Anhang.....	106
Anhangsverzeichnis.....	106
Erklärung.....	115
Abbildungsverzeichnis	
Abb. 2-1: M/n-Kennlinien Elektromaschine [Wal11].....	3
Abb. 2-2: Charakteristika Verbrennungsmotor/Elektromotor [Wal11].....	4
Abb. 2-3: Aufbau Synchron- und Asynchronmaschine [Fis12].....	5
Abb. 2-4: Zugkraftbedarf und Drehmoment konventionell/elektrisch [Hof10].....	8
Abb. 2-5: Anordnung Antriebskomponenten bei Elektrofahrzeugen [Kir07].....	8
Abb. 2-6: Antriebseinheit GETRAG 2eDCT600 [GETRAG].....	10
Abb. 2-7: Marktsituation Elektrofahrzeuge bis 60 kW.....	11
Abb. 2-8: Antriebskonfiguration für das Elektrofahrzeug nach [Jah12].....	16
Abb. 3-1: Geometrien zum Verzahnungsgesetz [Kün09].....	17

Abb. 3–2:	a) Konstruktion Kreisevolvente, b) Evolventen am Stirnrad [Muh07]	18
Abb. 3–3:	Konstruktion Zykloide: a) Epizykloide, b) Hypozykloide [Hab11].....	19
Abb. 3–4:	Zykloidenverzahnung: Konstruktion und Eingriff [Hab11]	20
Abb. 3–5:	Triebstockverzahnung: Konstruktion und Eingriff [Kün09]	21
Abb. 3–6:	Koaxiales Umlaufrädergetriebe [868].....	22
Abb. 3–7:	a) Minusgetriebe, rückk. b) Plusgetriebe, nicht-rückk. [Sch12]	23
Abb. 3–8:	Koaxiales Umlaufgetriebe mit innenverzahnten Sonnenrädern [Kle62]	24
Abb. 3–9:	Cyclogetriebe: a) Stirnschnitt, b) Axiale Anordnung [Leh81]	26
Abb. 4–1:	Einstufige Umlaufrädergetriebe: a) Bauform AI, b) Bauform IA [Jah94]...	28
Abb. 4–2:	Arten der Zykloiden bei Umlaufgetrieben [Ep459]	29
Abb. 4–3:	Triebstockverzahnung mit verschlungener Epizykloide [Ep459].....	30
Abb. 4–4:	Epizykloidengetriebe (schematisch) [Ep459]	31
Abb. 4–5:	2-stufige Differentialanordnung (schematisch) [Ep459]	32
Abb. 4–6:	2-stufiges Epizykloidengetriebe [FMDauto].....	34
Abb. 4–7:	Teilschnitt Epizykloidengetriebe [FMDauto]	34
Abb. 4–8:	Herleitung Gegenzahnkontur Mittelrad nach [Jah12]	36
Abb. 4–9:	Kontaktbahn Epizykloidengetriebe (schematisch).....	37
Abb. 5–1:	Tragfähigkeit: a) Vergütungsstahl b) Oberflächengehärtet [Nie03].....	39
Abb. 5–2:	Zahnbrüche: a) Dauerbruch b) spröder Gewaltbruch [3979]	41
Abb. 5–3:	Grübchen: a) Grübchenbildung b) Graufleckigkeit [3979].....	42
Abb. 5–4:	Fressen: a) Riefenbildung b) Fresser [3979]	44
Abb. 6–1:	Kreisvariablen Epizykloidenverzahnung: a) Ritzel, b) Rad.....	53
Abb. 8–1:	Verzahnungsparameter Zahnkontur Mittelrad.....	74

Tabellenverzeichnis

Tab. 2-1:	Vergleich Asynchronmotor/Synchronmotor [Hof10, Rei10, Eil11]	6
Tab. 2-2:	Auslegungsdaten Elektrofahzeug	12
Tab. 2-3:	Verhältnis Fahrzeuggeschwindigkeit/Motordrehzahl	16
Tab. 4-1:	Technische Daten Epizykloidengetriebe.....	35

Gleichungsverzeichnis

(2-1):	Mechanische Leistung P	4
--------	--------------------------------	---

(2-2):	Grunddrehzahl n_{eck}	4
(2-3):	Drehmoment M	4
(2-4):	Getriebeübersetzung i_{starr}	12
(2-5):	max. Raddrehzahl $n_{Rad,max}$	12
(2-6):	Radwiderstand F_R	13
(2-7):	Luftwiderstand F_L	13
(2-8):	Steigungswiderstand F_{St}	13
(2-9):	Beschleunigungswiderstand F_a	14
(2-10):	Zugkraftbedarf F_{ZB}	14
(2-11):	Leistungsbedarf P_{ZB}	14
(2-12):	Getriebe-Abtriebsmoment M_{ZB}	15
(2-13):	Drehzahl Antriebsrad ω_{Rad}	15
(2-14):	Motor-Abtriebsmoment M_{ZA}	15
(2-15):	erforderliche Leistung Elektromotor P_{ZA}	15
(3-1):	Gesamtübersetzung i_{ges}	24
(4-1):	Übersetzung AI $i_{10/20}$	29
(4-2):	Übersetzung IA $i_{10/30}$	29
(4-3):	Schließbedingung Zykloide.....	30
(4-4):	Koordinaten Epizykloide x_B	31
(4-5):	Koordinaten Epizykloide y_B	31
(4-6):	Hilfswinkel φ_{30}	31
(4-7):	Gesamtübersetzung Epizykloidengetriebe i_{14}	33
(4-8):	Bestimmung Zähnezahln Mittelrad z_2	35
(4-9):	Koordinate Kurvenrollen-Mittelpunkt x	36
(4-10):	Koordinate Kurvenrollen-Mittelpunkt y	36
(4-11):	Maximaler Betriebsradius r_{max}	36
(6-1):	Nenn-Umfangskraft F_t	53
(6-2):	Kopfkreisdurchmesser Ritzel d_{a1}	54
(6-3):	Teilkreisdurchmesser Ritzel d_1	54
(6-4):	Grundkreisdurchmesser Ritzel d_{b1}	54

(6-5):	Kopfkreisdurchmesser Rad d_{a2}	54
(6-6):	Teilkreisdurchmesser Rad d_2	54
(6-7):	Grundkreisdurchmesser Rad d_{b2}	54
(6-8):	Zahnhöhe h	54
(6-9):	Anwendungsfaktor K_{A-B}	55
(6-10):	Dynamikfaktor K_{V-C}	56
(6-11):	Umfangsgeschw. am Teilkreis v	57
(6-12):	Zähnezahlverhältnis u	57
(6-13):	Korrekturwert Dynamikfaktor C_{KV-C}	57
(6-14):	Breitenfaktor Flanke $K_{H\beta-C2}$	58
(6-15):	Breitenfaktor Fressen $K_{B\beta-C2}$	58
(6-16):	Breitenfaktor Fuß $K_{F\beta-C2}$	58
(6-17):	Mittlere Linienlast F_m/b	58
(6-18):	Flankenlinienabw. n. Einlauf $F_{\beta y}$	58
(6-19):	Flankenlinienabw. v. Einlauf $F_{\beta x}$	58
(6-20):	Flankenlinien-Herstellabw. f_{ma}	58
(6-21):	Elastische Flankenlinienabw. f_{sh}	58
(6-22):	Verformung d. Einheitslast f_{sh0}	58
(6-23):	Einlaufbetrag y_B	58
(6-24):	Ritzelverhältnisfaktor γ	58
(6-25):	Korrekturwert Breitenfaktoren $C_{K\beta-C2}$	59
(6-26):	Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, $K_{B\alpha}$	60
(6-27):	Korrekturwert Stirnfaktoren $C_{K\alpha}$	60
(7-1):	Zonenfaktor Z_H	62
(7-2):	Korrekturwert Zonenfaktor C_{ZH}	63
(7-3):	Hilfsgröße M_1	63
(7-4):	Hilfsgröße M_2	63
(7-5):	Profilüberdeckung Epizykloidengetriebe ε_α	63
(7-6):	Einzeleingriffsfaktor Ritzel Z_B	64
(7-7):	Einzeleingriffsfaktor Rad Z_D	64

(7-8):	Elastizitätsfaktor Z_E	64
(7-9):	Korrigierter Elastizitätsmodul E	64
(7-10):	Überdeckungsfaktor Z_ε	65
(7-11):	Schmierfilmfaktoren Z_{L-C} , Z_{V-C} , Z_{R-C}	66
(7-12):	Korrekturwert Schmierfilmfaktoren $C_{Z_{lvr-C}}$	66
(7-13):	Werkstoffpaarungsfaktor Z_{W-B}	66
(7-14):	Korrekturwert Werkstoffpaarungsfaktor $C_{Z_{W-B}}$	67
(7-15):	Größenfaktor (Flanke) Z_{X-B}	67
(7-16):	Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin}	68
(7-17):	Dauerfestigkeit Flankenpressung $\sigma_{H \lim-B}$	69
(7-18):	Korrekturwert Dauerfestigkeit Flankenpressung $C_{\sigma_{H \lim-B}}$	69
(7-19):	Auftr. Flankenpressung σ_H	69
(7-20):	Nominelle Flankenpressung σ_{H0}	69
(7-21):	Zul. Flankenpressung σ_{HP}	70
(7-22):	Grübchen-Grenzfestigkeit σ_{HG}	70
(7-23):	Rechnerische Grübchensicherheit S_H	71
(8-1):	Formfaktor Y_{Fa-C}	73
(8-2):	Biegehebelarm h_{Fa}	73
(8-3):	Spannungskorrekturfaktor I Y_{Sa-C}	75
(8-4):	Geometrieverhältnis L_a	75
(8-5):	Kerbparameter q_s	75
(8-6):	Kopffaktor Y_{FS-C}	75
(8-7):	Überdeckungsfaktor Y_ε	75
(8-8):	Korrekturwert Überdeckungsfaktor C_{Y_ε}	76
(8-9):	Relative Stützziffer $Y_{\delta_{relT-C}}$	76
(8-10):	Relativer Oberflächenfaktor $Y_{RrelT-C}$	77
(8-11):	Korrekturwert relativer Oberflächenfaktor $C_{Y_{RrelT-C}}$	77
(8-12):	Größenfaktor (Zahnfuß) Y_{X-B}	77
(8-13):	Korrekturwert Größenfaktor (Zahnfuß) $C_{Y_{X-B}}$	77
(8-14):	Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST}	77

Thomas Müller	Inhalt
(8-15):	Korrekturwert Spannungskorrekturfaktor II C_{YST} 78
(8-16):	Mindest-Zahnbruchsicherheit S_{Fmin} 78
(8-17):	Zahnfuß-Dauerfestigkeit $\sigma_{F\lim-B}$ 79
(8-18):	Auftr. Zahnfußspannung σ_F 79
(8-19):	Zahnfuß-Nennspannung σ_{F0} 79
(8-20):	Zul. Zahnfußspannung σ_{FP} 80
(8-21):	Zahnfuß-Grundfestigkeit σ_{FE} 80
(8-22):	Zahnfuß-Grenzfestigkeit σ_{FG} 80
(8-23):	Rechnerische Zahnbruchsicherheit S_F 80
(9-1):	Blitzfaktor X_M 83
(9-2):	Geometriefaktor X_{BE} 83
(9-3):	Krümmungsradius Ritzel in E ρ_{E1} 83
(9-4):	Krümmungsradius Rad in E ρ_{E2} 83
(9-5):	Korrekturwert Geometriefaktor C_{XBE} 83
(9-6):	Winkelfaktor $X_{\alpha A}$ 84
(9-7):	Korrekturwert Winkelfaktor $C_{X\alpha A}$ 84
(9-8):	Eingriffsfaktor X_Q 84
(9-9):	Überdeckungsfaktor X_e 85
(9-10):	Kopfüberdeckung Ritzel ε_1 85
(9-11):	Kopfüberdeckung Rad ε_2 85
(9-12):	Schmierungsfaktor X_S 86
(9-13):	Relativer Gefügefaktor X_{WrelT} 86
(9-14):	Mindest-Fresssicherheit S_{Smin} 87
(9-15):	Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt} 87
(9-16):	Mittlere örtliche Reibungszahl μ_{m-C} 87
(9-17):	Summe Tangentialgeschw. in C $v_{\Sigma C}$ 87
(9-18):	Arithmetischer Mittenrauhwert R_a 88
(9-19):	Ersatzkrümmungsradius in C $\rho_{red C}$ 88
(9-20):	Auftretende Integraltemperatur ϑ_{int} 88
(9-21):	Massentemperatur ϑ_{M-C} 88

(9-22):	Blitztemperatur bei Eingriff $\vartheta_{fla\ int}$	89
(9-23):	Blitztemperatur in E $\vartheta_{fla\ E}$	89
(9-24):	Zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{int\ P}$	89
(9-25):	Fress-Integraltemperatur $\vartheta_{int\ s}$	89
(9-26):	Zulässige Massentemperatur ϑ_{MT}	89
(9-27):	Zulässige Blitztemperatur $\vartheta_{fla\ int\ T}$	90
(9-28):	Rechnerische Fresssicherheit S_S	90

Abkürzungsverzeichnis

ATF	Automatic Transmission Fluid	[-]
AMT	Automatisierte Schaltgetriebe	[-]
CAD	Computer-Aided Design	[-]
DIN	Deutsches Institut für Normung	[-]
EHD	Elastohydrodynamik	[-]
EP	Extrem Pressure	[-]
HB	Brinellhärte	[-]
NEFZ	Neuer Europäischer Fahrzyklus	[-]

Formelzeichen und Indizes

a	Beschleunigung, Achsabstand	[m/s ² , mm]
A	Querspanntfläche Fahrzeug, Hilfswert Breitenballigkeit	[m ² , -]
b	gemeinsame Zahnbreite	[mm]
c_w	Luftwiderstandsbeiwert	[-]
c_γ	Mittlere Gesamt-Zahnfedersteifigkeit je Zahnbreite	[N/(mm· μ m)]
C	Wälzpunkt	[-]
C_{KV-C}	Korrekturwert Dynamikfaktor	[-]
$C_{K\alpha}$	Korrekturwert Stirnfaktoren	[-]
$C_{K\beta-C2}$	Korrekturwert Breitenfaktoren	[-]
C_{XBE}	Korrekturwert Geometriefaktor	[-]
$C_{X\alpha-A}$	Korrekturwert Winkelfaktor	[-]
$C_{YRrelT-C}$	Korrekturwert Überdeckungsfaktor	[-]

Thomas Müller		Inhalt
C_{YST}	Korrekturwert Spannungskorrekturfaktor II	[-]
C_{YX-B}	Korrekturwert Größenfaktor (Zahnfuß)	[-]
C_{Ye-C}	Korrekturwert Relativer Oberflächenfaktor	[-]
C_{ZH}	Korrekturwert Zonenfaktor	[-]
C_{Zlvr}	Korrekturwert Schmierfilmfaktoren	[-]
C_{ZW}	Korrekturwert Werkstoffpaarungsfaktor	[-]
$C_{\sigma H \text{ lim-B}}$	Korrekturwert Dauerfestigkeit Flankenpressung	[-]
C_1	Empirischer Faktor	[-]
C_2	Gewichtungsfaktor	[-]
d	Durchmesser Kurvenrolle	[mm]
$d_{a1,2}$	Kopfkreisdurchmesser Ritzel, Rad	[mm]
$d_{b1,2}$	Grundkreisdurchmesser Ritzel, Rad	[mm]
d_{sh}	Exzenterwellen-Durchmesser (Zapfen)	[mm]
d_w	Wälzkreisdurchmesser	[mm]
$d_{1,2}$	Teilkreisdurchmesser Ritzel, Rad	[mm]
e	Exzentrizität	[mm]
E	Korrigierter Elastizitätsmodul, Kopfeingriffspunkt	[N/mm ² , -]
$E_{1,2}$	Elastizitätsmodul Ritzel, Rad	[N/mm ²]
f	Einzelabweichung	[µm]
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung	[µm]
f_{ma}	Flankenlinien Herstellabweichung	[µm]
f_R	Rollwiderstandsbeiwert	[-]
f_{sh}	Flankenlinienabweichung durch elastische Verformung	[µm]
f_{sh0}	Verformung durch Einheitslast	[µm]
F_a	Beschleunigungswiderstand	[N]
F_L	Luftwiderstand	[N]
F_R	Radwiderstand	[N]
F_{St}	Steigungswiderstand	[N]
F_t	Nenn-Umfangskraft	[N]
$F_{Z,B}$	Zugkraftbedarf Fahrzeug	[N]

$F_{\beta x}$	Flankenlinienabweichung vor Einlauf	[μm]
$F_{\beta y}$	Flankenlinienabweichung nach Einlauf	[μm]
g	Erdbeschleunigung	[m/s^2]
h	Zahnhöhe	[mm]
h_{Fa}	Biegehebelarm	[mm]
HB	Brinellhärte Rad	[HB]
i_{ges}	Gesamtübersetzung	[-]
i_{max}	Maximalübersetzung	[-]
i_{starr}	Getriebeübersetzung starr	[-]
i_{stufe}	Übersetzung je Stufe	[-]
i_1	Übersetzung 1. Stufe	[-]
$i_{10/20}$	Übersetzung Bauform AI	[-]
$i_{10/30}$	Übersetzung Bauform IA	[-]
i_{14}	Gesamtübersetzung Epizykloidengetriebe	[-]
i_2	Übersetzung 2. Stufe	[-]
k	Hilfsgröße	[-]
K'	Konstante	[-]
K_{A-B}	Anwendungsfaktor	[-]
$K_{B\alpha}$	Stirnfaktor (Fressen)	[-]
$K_{B\beta-C2}$	Breitenfaktor (Fressen)	[-]
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß)	[-]
$K_{F\beta-C2}$	Breitenfaktor (Fuß)	[-]
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke)	[-]
$K_{H\beta-C2}$	Breitenfaktor (Flanke)	[-]
K_{V-C}	Dynamikfaktor	[-]
$K_{1,2}$	Faktoren für Verzahnungsqualität	[-]
l	Bohrungstiefe Gewinde Kurvenrollen	[mm]
l_3	Steglänge Epizykloidengetriebe	[mm]
L_a	Geometrieverhältnis	[-]
m_F	Fahrzeugmasse	[kg]

M	Drehmoment Elektromotor	[Nm]
M_n	Nennmoment Elektromotor	[Nm]
$M_{Z,A}$	Abtriebsmoment Elektromotor	[Nm]
$M_{Z,B}$	Abtriebsmoment Getriebe	[Nm]
$M_{1,2}$	Hilfsgröße	[-]
n	Drehzahl, Zähnezahldifferenz Umlaufrad-Mittelrad	[min ⁻¹ , -]
n_{eck}	Grunddrehzahl Elektromotor	[min ⁻¹]
n_{max}	Maximaldrehzahl Elektromotor	[min ⁻¹]
n_{Motor}	Drehzahl Elektromotor	[min ⁻¹]
$n_{Rad,max}$	Maximaldrehzahl Antriebsrad	[min ⁻¹]
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	[min ⁻¹]
n_{50}	Drehzahl Elektromotor bei 50 km/h	[min ⁻¹]
n_{60}	Drehzahl Elektromotor bei 60 km/h	[min ⁻¹]
P	Mechanische Leistung	[kW]
P_n	Nennleistung Elektromotor	[kW]
P_{max}	Maximalleistung Elektromotor	[kW]
$P_{Z,A}$	erforderliche Leistung Elektromotor	[kW]
$P_{Z,B}$	Leistungsbedarf Fahrzeug	[kW]
q	Fahrbahnsteigung, Hilfsfaktor	[% , -]
q_s	Kerbparameter	[-]
r_m	Summenradius Epizykloide	[mm]
r_{max}	Maximaler Betriebsradius Epizykloidengetriebe	[mm]
r_{Rad}	Radius Antriebsrad	[m]
r_{Roll}	Rollkreisradius	[mm]
$r_{Wälz}$	Wälzreisradius	[mm]
r_1	Teilkreisradius Ritzel	[mm]
r_2	Radius Planetenrad	[mm]
r_3	Radius Sonnenrad	[mm]
R_a	Arithmetischer Mittenrauhwert	[μ m]
$R_{a1,2}$	Mittenrauhheit Ritzel, Rad	[μ m]

s	Flanschhöhe Kurvenrolle	[mm]
S	Äquidistantenschnittpunkt	[-]
S_F	Rechnerische Zahnbruchsicherheit	[-]
s_{Fn}	Zahnfußdickensehne	[mm]
S_{Fmin}	Mindest-Zahnbruchsicherheit	[-]
S_H	Rechnerische Grübchensicherheit	[-]
S_{Hmin}	Mindest-Grübchensicherheit	[-]
S_S	Rechnerische Fresssicherheit	[-]
S_{Smin}	Mindest-Fresssicherheit	[-]
T_I	(Nenn-)Drehmoment des Ritzels	[Nm]
u	Zähnezahlverhältnis $z_2/z_1 \geq 1$	[-]
v	Fahrzeuggeschw., Ritzel-Umfangsgeschw. am Teilkreis	[km/h, m/s]
v_e	Eingriffsgeschwindigkeit	[m/s]
v_{max}	Höchstgeschwindigkeit Elektrofahrzeug	[km/h]
$v_{\Sigma C}$	Summe Tangentialgeschwindigkeit in C	[m/s]
w_{Bt}	Umfangskraft je Einheit Zahnbreite	[N/mm]
x	x-Koordinate Kurvenrollen-Mittelpunkt	[-]
x_B	x-Koordinate Epizykloide	[-]
X_{BE}	Geometriefaktor	[-]
X_M	Blitzfaktor	[K·N ^{-3/4} ·s ^{1/2} ·m ^{-1/2} ·mm]
X_Q	Eingriffsfaktor	[-]
X_S	Schmierungsfaktor	[-]
X_{WrelT}	Relativer Gefügefaktor	[-]
$X_{\alpha-A}$	Winkelfaktor	[-]
X_e	Überdeckungsfaktor	[-]
y	y-Koordinate Kurvenrollen-Mittelpunkt	[-]
y_B	Einlaufbetrag, y-Koordinate Epizykloide	[μ m, -]
Y_{Fa-C}	Formfaktor	[-]
Y_{FS-C}	Kopffaktor	[-]
Y_{RrelT}	Relativer Oberflächenfaktor	[-]

Thomas Müller		Inhalt
Y_{Sa-C}	Spannungskorrekturfaktor I	[-]
Y_{ST}	Spannungskorrekturfaktor II	[-]
Y_{X-B}	Größenfaktor (Zahnfuß)	[-]
Y_e	Überdeckungsfaktor	[-]
$Y_{\delta_{relT}}$	Relative Stützziffer	[-]
$z_{1,2}$	Zähnezahl des Ritzels, Rades	[-]
z_2	Zähnezahl Planet Stufe 1	[-]
z_2'	Zähnezahl Planet Stufe 2	[-]
z_3	Zähnezahl Mittelrad Stufe 1	[-]
z_4	Zähnezahl Mittelrad Stufe 2	[-]
Z_B	Einzeleingriffsfaktor Ritzel	[-]
Z_D	Einzeleingriffsfaktor Rad	[-]
Z_E	Elastizitätsfaktor	$[\sqrt{N/mm^2}]$
Z_H	Zonenfaktor	[-]
Z_{L-C}	Faktor für Schmierfilmbildung	[-]
Z_{R-C}	Faktor für Schmierfilmbildung	[-]
Z_{V-C}	Faktor für Schmierfilmbildung	[-]
Z_{W-B}	Werkstoffpaarungsfaktor	[-]
Z_{X-B}	Größenfaktor (Flanke)	[-]
Z_e	Überdeckungsfaktor (Flanke)	[-]
α_{Fan}	Kraftangriffswinkel am Zahnkopf	[°]
α_n	Normaleingriffswinkel	[°]
α_{St}	Steigungswinkel Fahrbahn	[°]
α_t	Stirneingriffswinkel	[°]
α_{wt}	Betriebseingriffswinkel	[°]
γ	Ritzelverhältnissfaktor	[-]
ε_f	Eintrittsüberdeckung	[-]
ε_a	Austrittsüberdeckung	[-]
$\varepsilon_{1,2}$	Kopfüberdeckung Ritzel, Rad	[-]
ε_α	Näherung Profilüberdeckung Epizykloidengetriebe	[-]

η_{ges}	Gesamt-Triebstrangwirkungsgrad	[%]
η_{oil}	Dynamische Ölviskosität	[mPa·s]
$\vartheta_{fla E}$	Blitztemperatur in E	[K]
$\vartheta_{fla int}$	Blitztemperatur bei Eingriff	[K]
$\vartheta_{fla int T}$	Zulässige Blitztemperatur	[K]
ϑ_{int}	Auftretende Integraltemperatur	[°C]
$\vartheta_{int P}$	Zulässige Integraltemperatur	[°C]
$\vartheta_{int s}$	Fress-Integraltemperatur	[°C]
ϑ_{M-C}	Massentemperatur	[°C]
ϑ_{MT}	Zulässige Massentemperatur	[°C]
ϑ_{oil}	Öltemperatur	[°C]
ϑ_S	Fress-Kontakttemperatur	[°C]
λ	Drehmassenzuschlagsfaktor	[-]
μ_{m-C}	Mittlere örtliche Reibungszahl	[-]
ν_{40}	Kinematische Ölviskosität	[mm ² /s]
π	Kreiszahl	[-]
$\rho_{E1,2}$	Krümmungsradius in E Ritzel, Rad	[mm]
ρ_F	Fußrundungsradius im Berechnungsquerschnitt	[mm]
ρ_{Luft}	Luftdichte	[kg/m ³]
ρ_{red-C}	Ersatzkrümmungsradius in C	[mm]
σ_F	Auftretende Zahnfußspannung	[N/mm ²]
σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit	[N/mm ²]
$\sigma_{F lim}$	Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung	[N/mm ²]
σ_{FP}	Zulässige Zahnfußspannung	[N/mm ²]
σ_{F0-C}	Zahnfuß-Nennspannung	[N/mm ²]
σ_H	Auftretenden Flankenpressung	[N/mm ²]
σ_{HG}	Grübchen-Grenzfestigkeit	[N/mm ²]
$\sigma_{H lim-B}$	Dauerfestigkeit Flankenpressung	[N/mm ²]
σ_{HP}	Zulässige Flankenpressung	[N/mm ²]
σ_{H0}	Nominelle Flankenpressung	[N/mm ²]

φ, φ_{10}	Antriebswinkel Epizykloidengetriebe	[rad]
φ_{30}	Hilfswinkel Epizykloiden	[rad]
ω_{Rad}	Drehzahl Antriebsrad Fahrzeug	[s ⁻¹]
ω_1	Winkelgeschwindigkeit Antrieb	[rad/s]
ω_{10}	Winkelgeschwindigkeit Steg	[rad/s]
$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit des Ritzels, Rades	[rad/s]
ω_{20}	Winkelgeschwindigkeit Planet	[rad/s]
ω_{30}	Winkelgeschwindigkeit Sonne	[rad/s]
ω_4	Winkelgeschwindigkeit Abtrieb	[rad/s]

1 Einführung

„Der Weg vom Konkreten zum Abstrakten und wieder zurück zum Konkreten ist der Weg menschlicher Erkenntnis“
J. Dewey, 1910

Klimatische, politische und gesellschaftliche Forderungen nach Emissions- und Verbrauchsreduktion stellen die Motivation zur Elektrifizierung des Antriebsstrangs. Denn nur wenn elektrische Energiespeichersysteme an Stelle des Kraftstofftanks treten, kann auch das Mobilitätsbedürfnis zukünftiger Generationen erfüllt werden. Die Verknappung fossiler Ressourcen und der steigende Aufwand bei deren Erschließung rechtfertigen den nötigen Entwicklungsaufwand für Elektrofahrzeuge. Bei vollständig elektrifiziertem Antriebsstrang wird die Verbrennungskraftmaschine als primäre Antriebseinheit durch einen leistungsstarken elektrischen Antrieb ersetzt.

Die intelligente Kopplung von Elektroantrieb und Getriebe ermöglicht dabei enorme Freiheiten bei der Gestaltung der Antriebskonzepte. Besonders die Kombination leichter hochdrehender Elektromotoren mit kompakten hochübersetzenden Getrieben vereint viele Vorteile hinsichtlich Bauraumbedarf und Gewicht. Dieser Einsatzbereich definiert die Anforderungen an Fahrzeuggetriebe völlig neu, was Raum für neue Technologien schafft. Dabei gelten die gleichen Fahrbarkeits- und Komfortanforderungen wie für konventionell angetriebene Fahrzeuge. Das in dieser Arbeit untersuchte Epizykloidengetriebe ist ein Vertreter dieser neuen Getriebegeneration. Da bisher weder in der Industrie noch in der Fahrzeugtechnik eingesetzt, stellt es ein Novum in der Antriebstechnik dar.

Für eine an den jeweiligen Einsatzzweck angepasste Auslegung ist ein allgemeingültiges Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung nötig. Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines solchen Verfahrens. Die Aufgabe besteht darin, eine Dimensionierungsgrundlage bzgl. der Tragfähigkeit zu erstellen und diese beispielhaft am Getriebe eines urbanen Elektrofahrzeugs auszuführen. Ziel ist es, zukünftig beliebige Konfigurationen von Epizykloiden beanspruchungsgerecht auslegen zu können. Als Grundlage des Rechenverfahrens dient die DIN 3990 in Form ihrer Berechnungs- und Anwendungsnormen. Der Tragfähigkeitsnachweis teilt sich gemäß den bekannten Zahnschäden auf in den Nachweis der Flankentragfähigkeit, der Zahnfußtragfähigkeit und der Fresstragfähigkeit.

2 Antriebskomponenten der Elektromobilität

2.1 Entwicklungsstand

2.1.1 Elektromaschinen

Die Elektromaschine stellt über die Wandlung von elektrischer in mechanische Energie das nötige Drehmoment für den Antrieb von Elektrofahrzeugen bereit. Im Gegensatz zu Verbrennungsmotoren kann der Betrieb zusätzlich reversibel und somit generatorisch erfolgen. Für einen funktionierenden automotiven Einsatz sind zusätzlich Leistungs- und Steuerelektroniken nötig, da die Energieversorgung in der Regel über Gleichstromquellen wie Akkumulatoren oder Brennstoffzellen erfolgt. Die so zur Verfügung stehende rotatorische Energie muss mittels Getriebe auf das Drehzahlniveau der Antriebsräder angepasst werden.

Jede Elektromaschine besteht aus einer rotierenden und einer feststehenden Einheit. Im fixierten Teil, Stator oder Ständer genannt, erfolgt die Zu- oder Abfuhr der elektrischen Leistung. Im sich drehenden Teil, dem sog. Rotor oder Läufer, wird die mechanische Leistung ab- oder zugeführt. Im Luftspalt zwischen den beiden Komponenten findet die real verlustbehaftete elektrische Energiewandlung statt. Elektromotoren werden aufgrund ihrer Eigenschaften seit Ende des 19. Jahrhunderts flächendeckend für industrielle Antriebsaufgaben eingesetzt [Sch09]. Auch im relativ neuen Einsatzgebiet der Fahrzeuganwendungen haben sie sich als robuste Arbeitsmaschinen mit vorteilhaftem Betriebsverhalten bei sehr gutem Wirkungsgrad erwiesen.

Das Vorhandensein von zwei unterschiedlichen Betriebsgrenzen innerhalb derer eine Verwendung möglich ist stellt eine Besonderheit von elektrischen Maschinen dar. Neben dem Grunddrehzahlbereich mit Nennmoment M_n und Nennleistung P_n existiert ein Überlastbereich mit deutlich höheren Werten für Drehmoment und Leistung (M_{\max} und P_{\max}). Lässt es die Leistungselektronik zu, kann eine motorische sowie generatorische Nutzung in beide Drehrichtungen erfolgen. Abbildung 2-1 zeigt schematisch den so möglichen Vier-Quadranten-Betrieb und die zugehörigen Betriebsgrenzen.

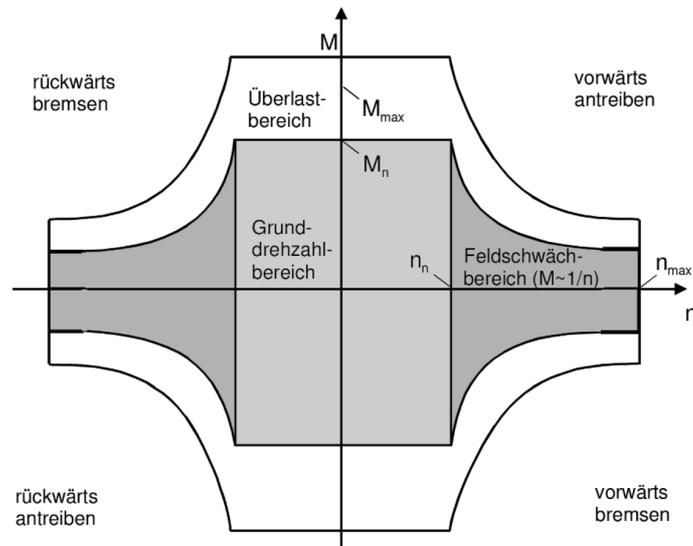


Abb. 2–1: M/n-Kennlinien Elektromaschine [Wal11]

Der Grunddrehzahlbereich kann dauerhaft und ohne thermische oder mechanische Überbelastung des Elektromotors eingestellt werden. Hingegen ist der Einsatz im Überlastbereich zeitlich nur begrenzt möglich. Entscheidend sind hierfür die mechanische Festigkeit, die zulässige Wicklungstemperatur und die angestrebte Lebensdauer [Hof10]. Die so definierten Grenzen müssen zu jeder Zeit eingehalten werden. Schon ein kurzzeitiger Betrieb außerhalb der Auslegungsgrenzen führt zum Ausfall oder zur Zerstörung der Elektromaschine. Regelkreise zur Leistungsabregelung gehören daher zum Standardumfang instationär betriebener Elektromotoren.

Die Überlastfähigkeit bietet interessante Anwendungsmöglichkeiten für die Elektromobilität. Denn die Antriebseinheit kann so der durchschnittlichen Lastsanforderung folgend kleiner dimensioniert werden, während Leistungsspitzen z. B. bei Beschleunigungsvorgängen durch den Überlastbereich bereitgestellt werden. Dies führt zu Vorteilen bei Gewicht, Kosten und Bauraumbedarf während gleichzeitig bereits bei niedrigen Lasten wirkungsrädhünstige Betriebsbereiche genutzt werden können [Bab07].

Obwohl beide für den Fahrzeugantrieb verwendet werden, besitzen Elektromotor und Verbrennungsmotor grundlegend unterschiedliche Kennlinien. Reicht der Betriebsbereich des Elektromotors bis annähernd zum Stillstand wo das maximale Moment anliegt, kann der Verbrennungsmotor erst ab der Leerlaufdrehzahl n_{min} brauchbares Drehmoment liefern. Das Maximalmoment wird erst bei Nenndrehzahl $n_{M,max}$ erreicht, Abbildung 2-2.

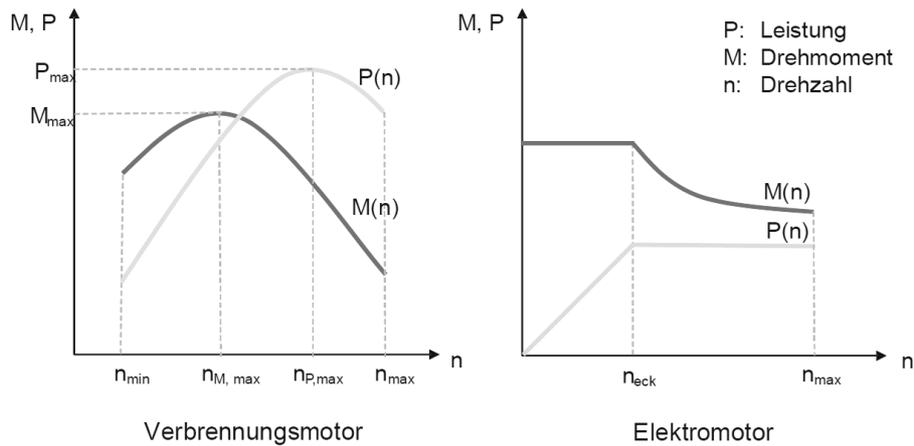


Abb. 2-2: Charakteristika Verbrennungsmotor/Elektromotor [Wal11]

Beim Elektromotor kann im Grunddrehzahlbereich zwischen Drehzahl 0 und n_{eck} das Nennmoment M_n bzw. das Maximalmoment M_{max} konstant eingestellt werden. Dem allgemeinen Zusammenhang von Drehmoment M und Leistung P , Gleichung 2-1, folgend steigt in diesem Bereich mit zunehmender Drehzahl n die mechanische Leistung bis zur Nennleistung P_n linear an.

$$P = M \cdot n \quad (2-1): \text{Mechanische Leistung } P$$

Die Drehzahl n_{eck} wird Eckdrehzahl oder Grunddrehzahl genannt und ergibt sich gemäß Gleichung 2-2.

$$n_{eck} = \frac{P_n}{2 \cdot \pi \cdot M_n} \quad (2-2): \text{Grunddrehzahl } n_{eck}$$

Nach Erreichen der Grunddrehzahl muss der magnetische Fluss bis zur Maximaldrehzahl n_{max} reduziert werden, wodurch sich der sog. Feldschwächbereich ergibt. Hier sinkt das verfügbare Moment umgekehrt proportional zur Drehzahl was somit einen Bereich konstanter Leistung ($P_n = \text{konst.}$) ergibt. Das maximal erzielbare Moment im Feldschwächbereich berechnet sich nach Gleichung 2-3.

$$M = \frac{P_n}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (2-3): \text{Drehmoment } M$$

In elektrifizierten Fahrzeugen werden verschiedene Arten von Elektromotoren zur Bereitstellung der Antriebsleistung eingesetzt. Neben einfachen Gleichstrommotoren kommen im Allgemeinen Synchron- und Asynchronmaschinen sowie Reluktanzmaschinen zum Einsatz. Die Art der Maschine beeinflusst maßgebend Konfiguration und Wirkungsgrad des Antriebsstrangs [Rei10].

Da für Hybrid- und Elektrofahrzeuge fast ausschließlich Synchron- und Asynchronmotoren Anwendung finden [Sta08], wird im Folgenden nur auf diese Typen vertiefend eingegangen. Dabei stehen Funktionsweise und Eigenschaften im Vordergrund. Bei Wechselstrommaschinen basiert die Wirkungsweise auf einem elektrischen Drehfeld, das durch dreiphasigen Wechselstrom erzeugt wird. Der Wechselstrom wird mittels Leistungselektronik (Wechselrichter) aus der im Fahrzeug mitgeführten Gleichstromquelle gewonnen. Asynchrone und synchrone Drehfeldmaschinen haben prinzipiell den gleichen Ständeraufbau bestehend aus einem Blechpaket mit Drehstromwicklungen. Die Wicklungsstränge der Drehstromwicklung sind über den Umfang rotationssymmetrisch verteilt und werden von den drei um 120° phasenverschobenen Wechselspannungen gespeist. Es entsteht ein umlaufendes magnetisches Feld im Stator dem der Rotor folgt. Unterschiede zwischen Synchron- und Asynchronmaschine ergeben sich bei der Gestaltung des Läufers, Abbildung 2-3.

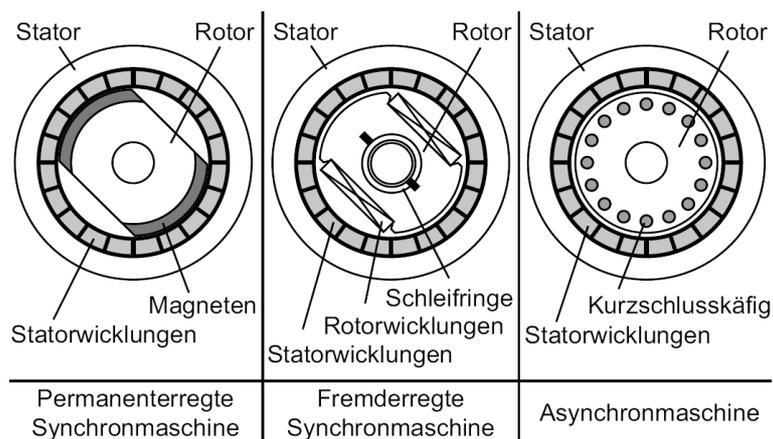


Abb. 2-3: Aufbau Synchron- und Asynchronmaschine [Fis12]

Der Läufer der Synchronmaschine hat eine permanentmagnetische oder elektrische Erregung und folgt dem Ständerdrehfeld synchron. Der Läufer der Asynchronmaschine trägt hingegen nur eine Kurzschlusswicklung. Solange die Läuferdrehzahl von der Synchrondrehzahl abweicht werden vom Ständerdrehfeld Ströme in den Läuferwicklungen induziert, wodurch ein Drehmoment entsteht. Der Rotor läuft somit dem Ständerdrehfeld asynchron nach. Der Drehzahlunterschied wird als Schlupf bezeichnet und ist Bedingung für die Drehmomentabgabe. Steigt die Belastung und somit das geforderte Drehmoment, erhöht sich auch der Schlupf bei gleichzeitiger Drehzahlverringernung. Die

Drehzahlregulierung erfolgt bei beiden Typen über eine Variation von Frequenz und Spannung des Statorfeldes mittels Frequenzumrichter.

Bei einem auf den Fahrzeugantrieb bezogenen Vergleich der Elektromaschinen muss immer auch die jeweils nötige Leistungselektronik berücksichtigt werden, deren Wirkungsgrade im Bereich von 93 – 99 % liegen [Sch09]. Ferner sind die voraussichtlichen Betriebszyklen für die Beurteilung heranzuziehen. Tabelle 2-1 zeigt eine allgemeine qualitative Bewertung von Synchron- und Asynchronmotor.

	Synchronmotor		Asynchronmotor
	fremderr.	permanenterr.	
Wirkungsgrad	+	++	o
Leistungsdichte	o	++	+
Zuverlässigkeit	o	+	++
Regelbarkeit	+	+	o
Überlastfähigkeit	+	o	++
Geräuschpegel	+	+	+
Kosten Motor	-	-	+
Kosten System	o	o	++
Entwicklungsstand	-	++	++
Sicherheit	++	-	++

Legende: ++: sehr gut +: gut o: befriedigend -: schlecht --: sehr schlecht

Tab. 2-1: Vergleich Asynchronmotor/Synchronmotor [Hof10, Rei10, Eil11]

Aufgrund hoher Wirkungsgrade bei niedrigem Volumen und Vorteilen bei Leistungsdichte und Regelbarkeit werden aktuelle Hybrid- und Elektrofahrzeuge überwiegend mit permanenterregten Synchronmotoren ausgerüstet. Da aber im Fehlerfall nur sehr geringe Motormomente und niedrige Spannungen auftreten dürfen, kann dieser nur suboptimal ausgelegt werden. Bei der fremderregten Variante ist ein Unterbrechen des elektrischen Feldes von außen schnell und einfach möglich. Zudem kann hier auf kostenintensive Dauermagnete verzichtet werden. Nachteilig ist, dass die nötige Zuführung der Erregerleistung auf den Rotor mittels verschleißbehafteter Schleifringe oder induktiver Übertragung erfolgen muss. Die Optimierung der dafür zusätzlich nötigen Elektronik sowie die Verbesserung der Erregerstromübertragung auf den Rotor sind derzeit noch Gegenstand von Entwicklungsaktivitäten [Hof09].

Die Vorteile der Asynchronmaschine sind Drehzahlfestigkeit, niedriger Herstellungsaufwand und Robustheit [Eil11], wodurch sie sich besonders für den Einsatz in Kraftfahrzeugen eignet [Wal10]. Einbußen gegenüber den Synchronläufern ergeben sich bei Wirkungsgrad und Leistungsdichte [Sta08].

2.1.2 Getriebevarianten

Grundsätzlich muss bei den Getriebekonzepten zwischen Hybridfahrzeugen und reinen Elektrofahrzeugen unterschieden werden.

Getriebevarianten für Hybridfahrzeuge erfordern einen parallelen bzw. seriellen Betrieb von Elektro- und Verbrennungsmotor. Die Integration der Elektromaschine ist dabei abhängig von der Grundstruktur des Hybridantriebsstrangs. Bei seriellen Systemen erfolgt ein reiner Elektroantrieb mindestens an einer Achse. Bei parallelen oder leistungsverzweigten Hybridkonzepten wird die Elektromaschine entweder in das Getriebe oder zwischen Getriebe und Verbrennungskraftmaschine in Form von Starter-Generator-Einheiten platziert. Dabei kommen konventionelle Fahrzeuggetriebe zum Einsatz, die mit möglichst wenig Aufwand zu einem Hybridmodul adaptiert werden. Dadurch wird eine bauraumneutrale und wirtschaftliche Integration der Elektrifizierung erreicht [Wal09]. Die Zusatzkomponenten werden so im bestehenden Gehäuse untergebracht [Hof10]. In Frage kommen hierfür Automatisierte Schaltgetriebe (AMT), Doppelkupplungsgetriebe, Automatikgetriebe und Stufenlosgetriebe mit den bekannten Eigenschaften und Anwendungsgebieten [Fis12]. Die Leistungsverzweigung bzw. -summierung der fossilen und elektrischen Antriebsenergie im Fahrbetrieb erfolgt zumeist über Umlaufrädergetriebe.

Elektromaschinen stellen im Gegensatz zu Verbrennungsmotoren schon ab Stillstand nutzbares Drehmoment zur Verfügung. Daher können in Antriebssträngen mit Elektromotoren Anfahrlemente wie Kupplungen oder Drehmomentwandler entfallen. Für die Drehmomentanforderung von Fahrzeugen ist die Charakteristik der Elektromaschine nahezu ideal, Abbildung 2-4. Beim konventionellen Fahrzeugantrieb kann die ideale Zugkrafthyperbel (Kurve konstanter Maximalleistung) mittels Schaltgetriebe nur abschnittsweise angenähert werden. Die Elektromaschinencharakteristik ist mit dessen

Verlauf angrenzend deckungsgleich. Deshalb erübrigt sich bei elektrischen Antrieben in der Regel das klassische mehrstufige Schaltgetriebe.

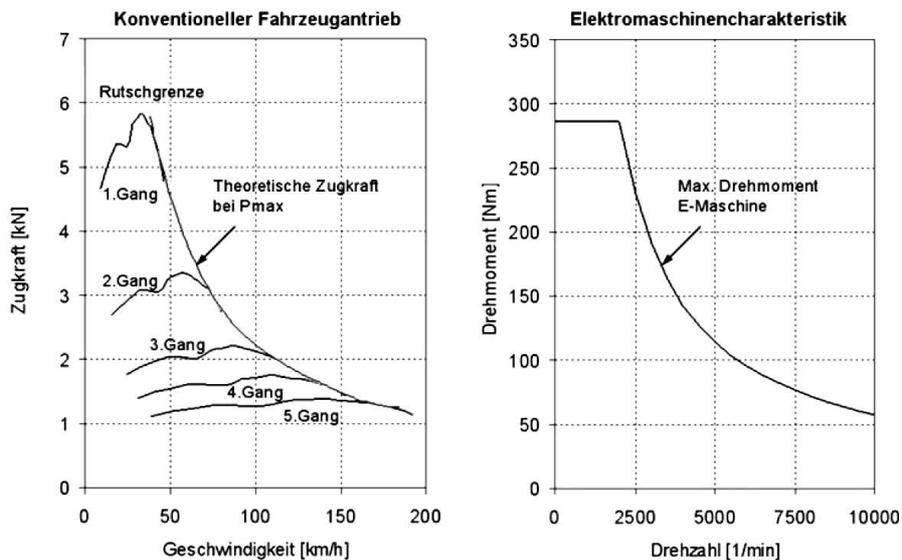


Abb. 2–4: Zugkraftbedarf und Drehmoment konventionell/elektrisch [Hof10]

Durch den Wegfall von Anfahrlelement und Schaltgetriebe entstehen neue Freiheitsgrade bei der Anordnung der Antriebskomponenten [Böc10]. Die heute üblichste Konfiguration ist ein einzelner Elektromotor, der über ein Differential und ein Reduziergetriebe die Antriebsleistung für eine komplette Achse bereitstellt [Nau07]. Bei diesem Einachs-antrieb können die meisten Komponenten bereits existierender Systeme übernommen werden. Daneben ist der Einsatz mehrerer Elektromotoren möglich, die entweder radnah oder in den Antriebsrädern selbst untergebracht werden (Tandem- oder Allradantrieb). Der Drehzahlausgleich bei Kurvenfahrten wird dabei durch Ansteuerung der einzelnen Elektromotoren sichergestellt. Mechanische Differentiale werden nicht mehr gebraucht. Abbildung 2-5 zeigt die verschiedenen Ausführungsformen.

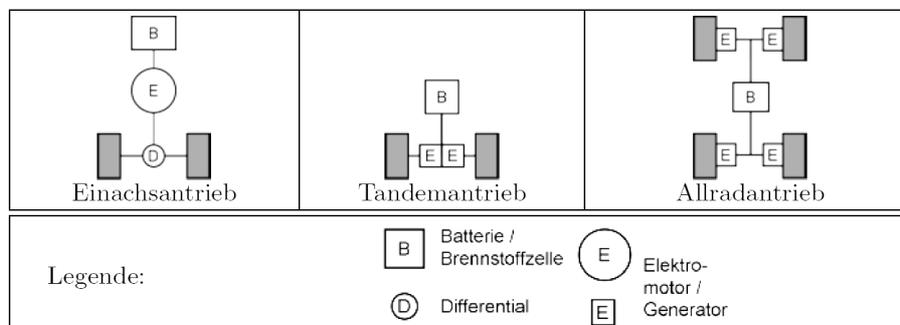


Abb. 2–5: Anordnung Antriebskomponenten bei Elektrofahrzeugen [Kir07]

Bei radselektiver Regelung der Einzelmotoren ergeben sich des Weiteren Zusatzfunktionen im Sinne von Fahrassistenten- oder Allradsystemen, die bei konventionellen Antriebssträngen über komplexe Zusatzsysteme bereitgestellt werden müssen.

2.2 Einsatz hochübersetzender Getriebe

Durch die in Kapitel 2.1.1 dargestellte Leistungscharakteristik der Elektromaschine ist bei reinem Elektroantrieb die Verwendung eines Getriebes nicht zwingend erforderlich. Trotzdem werden in den meisten Fällen einfache Stirnradstufen als Reduziergetriebe eingesetzt, um Drehzahlen und Drehmomente des Elektromotors an die Bedarfe der Antriebsräder anzupassen, vgl. [Fis12, Wall11, Stan08]. Die Gründe hierfür sind vielfältig. Drehmomentstarke Elektromotoren für den Direktantrieb können zwar leicht in bestehende Antriebskomponenten implementiert werden, sind jedoch teuer, schwer und bauraumintensiv [Lie12]. Zusätzlich sind hohe Ströme zur Versorgung nötig, was zu hohem Abschirmungs- und Sicherheitsaufwand führt [Gro07]. Die bisher nur unzureichend gelöste Herausforderung der transportablen Energiespeicherung macht die Gewichtsreduktion zum obersten Ziel der aktuellen Antriebsstrangentwicklung. Vereinfacht sind Baugröße bzw. Gewicht und Drehmoment von Elektromotoren zueinander direkt proportional [Jah12]. Daher ist es sinnvoll, die Antriebsleistung statt über das Drehmoment über eine Drehzahlerhöhung bereitzustellen.

Packages aus kleinen, hochdrehenden Motoren und angepassten Getrieben sparen so Gewicht bei gleichzeitig steigender Leistungsdichte. Auch bei der Verwendung von Radnabenantrieben ermöglicht die Kombination von Getriebe und Elektromotor eine Reduzierung der ungefederten Massen [Fis12]. Zahlreiche Untersuchungen zeigen, dass so Reichweite und Wirkungsgrad nachhaltig gesteigert werden können [Hof10]. Auch bei Two-Mode-Hybrid Systemen werden Übersetzungen vorgesehen, um Elektromotoren kleiner zu dimensionieren um elektrische Verluste zu reduzieren [Kir07]. Abbildung 2-6 zeigt beispielhaft ein Antriebssystem der Firma GERTAG bestehend aus drehmomentstarkem Synchronmotor, Stirnradstufe und Differential. Maximale Übersetzung und maximales Motormoment liegen bei $i_{\max} = 8$ und $M_{\max} = 6000$ Nm bei einem Gesamtgewicht von 57 kg.



Abb. 2–6: Antriebseinheit GETRAG 2eDCT600 [GETRAG]

Werden kleine, hochdrehende Antriebe mit hochübersetzenden Getrieben kombiniert, können diese als Asynchronmotoren ausgeführt werden. Deren Wirkungsgradnachteil gegenüber Synchronmotoren ist bei hohen Drehzahlen nur noch marginal. Sie sind zudem preiswerter und kompakter, haben Gewichtsvorteile und sind robuster. Die ZF FRIEDRICHSHAFEN setzt in ihrer neuesten Entwicklung ebenfalls auf einen Hochdrehzahl-Achsantrieb. Ein Asynchronmotor mit einer Maximaldrehzahl von 21.000 min^{-1} wird mit einem zweistufigen Getriebe mit einer Gesamtübersetzung von $i_{\text{ges}} = 16$ gekoppelt. Zum Einsatz kommt eine Kombination aus Planetenradsatz und Stirnradstufe. Die komplette Antriebseinheit wiegt 45 kg und arbeitet mit einer Dauerleistung von 30 kW bei einem Wirkungsgrad um die 90% . Ein Prototyp konnte bereits erfolgreich in einem Elektrofahrzeug basierend auf dem Kleinwagen SUZUKI SPLASH getestet werden [Sie13]. In der Industrie wird dieser Ansatz bereits seit geraumer Zeit verfolgt. Auch hier ist es in vielen Fällen besser, statt des Direktantriebs eine Motor-Getriebe-Kombination zu verwenden [Ste06].

Die konsequente Weiterentwicklung des Hochdrehzahlkonzeptes birgt bisher ungenutztes Potenzial zur Lösung der derzeitigen Problemfelder in der Elektromobilität. Darunter fallen eingeschränkte Reichweite, ungenügende Fahrleistungen und lange Batterieladezeiten [Sam08]. Die Einsatzbereiche von heutigen Elektrofahrzeugen können so in Zukunft nachhaltig ausgeweitet werden. Die Entwicklung des ausgeführten Hybridfahrzeugs TOYOTA PRIUS verfolgt ebenfalls diesen Ansatz. Hier stieg die Auslegungsdrehzahl des Elektromotors von 6.400 min^{-1} im Jahr 2003 auf 13.500 min^{-1} im Jahr 2009 [Wan10]. Weiterhin gibt [Der10] an, dass die Kombination aus einem Elektromotor mit 45 kW und einem 2-Stufen-Getriebe mit $i_1 = 16$ und $i_2 = 11$ einen herkömmlichen Antriebsstrang mit 150 kW und fester Übersetzung von $i = 7$ ersetzen kann.

Voraussetzung hierfür sind hochübersetzende Getriebe, die sich leicht und flexibel in bestehende Elektrokonzepte integrieren lassen. Konventionelle Fahrzeuggetriebe sind nach [Ger12] mit Übersetzungen von $0,7 < i < 4,5$ hierfür ungeeignet. Bisherige hochübersetzende Getriebe sind im Leistungsbereich bis 50 kW und für den Einsatz in elektrischen Antriebssträngen kaum verfügbar. So sind Ausführungen für Antriebsleistungen bis 50 kW zu schwer oder besitzen im Bereich der Maximaldrehzahl Wirkungsgrade unter 80 %. Die maximal erreichbaren Übersetzungen sind auf $i_{\max} \approx 26$ begrenzt [Jah12]. Problemfelder konventioneller Stirnrad- und Planetengetriebe sind außerdem Geräuschentwicklung, Schmierung, Lagerbelastung, Bauraumbedarf und Fahrkomfort. Zurzeit arbeitet kein aktuell erhältliches Kompakt-Elektrofahrfahrzeug mit Maximaldrehzahlen $> 15.000 \text{ min}^{-1}$, wie die Marktübersicht in Abbildung 2-7 zeigt.

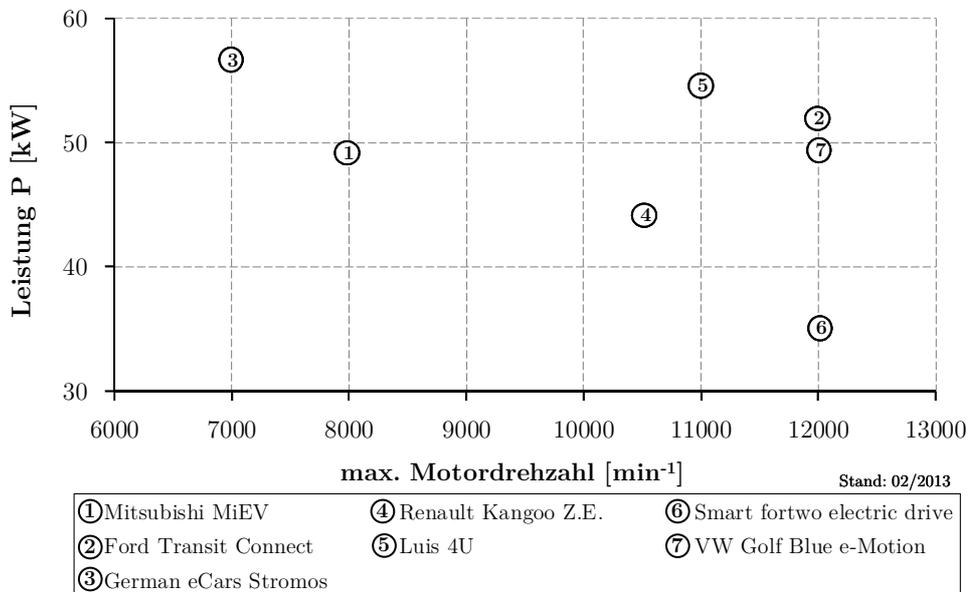


Abb. 2–7: Marktsituation Elektrofahrzeuge bis 60 kW

Das am Institut FMDauto der FH Düsseldorf entwickelte und in dieser Arbeit behandelte Epizykloidengetriebe ermöglicht Drehzahlen bis 30.000 min^{-1} . Es besitzt prinzipbedingte Eigenschaften, die es für den Einsatz in Elektrofahrzeugen prädestinieren, siehe hierzu Kapitel 4. Zum Zeitpunkt der Erfindung im Jahre 1989 stand der fertigungstechnische Aufwand einer praktischen Umsetzung entgegen [Ep042]. Aus heutiger Sicht stellt dies kein Hindernis mehr für eine industrielle Ausführung dar [Jah12].

2.3 Antriebskonzept für Elektro-Kleintransporter

Als Auslegungsbeispiel für ein überschlägiges Antriebskonzept wird ein leichtes elektrifiziertes Lieferfahrzeug für den Gütertransport im urbanen Bereich gemäß Tabelle 2-2 herangezogen.

Fahrzeugdaten	
Masse m_F [kg]	1500
Stirnfläche A [m ²]	2,8
Luftwiderstandsbeiwert c_w [-]	0,3
Radius Antriebsrad r_{Rad} [m]	0,30
Lebensdauer Getriebe [h]	10.000
Fahrleistungen	
Höchstgeschwindigkeit v_{max} [km/h]	100
Beschleunigung a 0 – 50 km/h [m/s ²]	1,39

Tab. 2-2: Auslegungsdaten Elektrofahrzeug

Dies ist an Durchschnittswerte heutiger Fahrzeuge aus diesem Segment angelehnt. Beispiele hierfür sind die Modelle VW CADDY, FORD TRANSIT oder RENAULT KANGOO.

Die Maximaldrehzahl des Elektromotors n_{max} liegt bei der Höchstgeschwindigkeit v_{max} vor. Der Antriebsradradius r_{Rad} gilt für die Reifendimension 205/55 R16. Aufgrund des gezeigten Drehmomentangebots von Elektromotoren kann ein Getriebe mit starrer Übersetzung i_{starr} nach Gleichungen 2-4 und 2-5 zum Einsatz kommen:

$$i_{starr} = \frac{n_{max}}{n_{Rad,max}} \quad (2-4): \text{Getriebeübersetzung } i_{starr}$$

mit:

$$n_{Rad,max} = \frac{v_{max}}{3,6 \cdot r_{Rad} \cdot 2 \cdot \pi} \cdot 60 \quad (2-5): \text{max. Raddrehzahl } n_{Rad,max}$$

n_{max} Maximaldrehzahl Elektromotor: 30.000 min⁻¹

r_{Rad} Antriebsradradius: 0,32 m

Ergibt: $n_{Rad,max} = 884,2 \text{ min}^{-1}$; $i_{starr} = 34$.

Der Leistungsbedarf an den Antriebsrädern wird durch die Summe der Widerstände während der Fahrt bestimmt. Die Fahrwiderstände gliedern sich nach [Kir07] in:

- a) Radwiderstand F_R
- b) Luftwiderstand F_L
- c) Steigungswiderstand F_{St}
- d) Beschleunigungswiderstand F_a

Für das Gesamtfahrzeug mit der Masse m_F berechnet sich der Radwiderstand F_R zu (Gleichung 2-6):

$$F_R = m_F \cdot g \cdot f_R \cdot \cos \alpha_{St} \quad (2-6): \text{Radwiderstand } F_R$$

g	Erdbeschleunigung: 9,81 m/s ²
α_{St}	Steigungswinkel der Fahrbahn (10 %): 5,7°
f_R	Rollwiderstandsbeiwert (raue, glatte Betonfahrbahn): 0,014

Ergibt: $F_R = 206$ N.

Der Steigungswinkel α_{St} kann bei üblichem Straßeneinsatz mit Steigungen bzw. Gefällen unter 10 % vernachlässigt werden. Bei 10 % Steigung beträgt $\alpha_{St} \approx 5,7^\circ$ und damit: $\cos \alpha_{St} = 0,995 \approx 1$.

Der Luftwiderstand F_L bei der Geschwindigkeit v berechnet sich aus dem Produkt von Staudruck $\frac{1}{2} \rho_{Luft} v_{max}^2$, dimensionslosem Luftwiderstandsbeiwert c_W und Querspanfläche A des Fahrzeugs, Gleichung 2-7. c_W stellt den Sonderfall der geraden Anströmung dar, d. h. die Windrichtung ist entlang der Fahrzeuglängsachse gerichtet. Die Luftdichte gilt für einen Umgebungsdruck von 1,013 bar und eine Temperatur von 293 K.

$$F_L = \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot v^2 \quad (2-7): \text{Luftwiderstand } F_L$$

ρ_{Luft}	Luftdichte: 1,199 kg/m ³
v	Fahrzeuggeschwindigkeit: 50 km/h

Ergibt: $F_L = 97$ N.

Der Steigungswiderstand F_{St} entspricht der Hangabtriebskraft und berechnet sich aus der im Schwerpunkt des Fahrzeugs angreifenden Gewichtskraft gemäß Gleichung 2-8:

$$F_{St} = m_F \cdot g \cdot \sin \alpha_{St} = m_F \cdot g \cdot q \quad (2-8): \text{Steigungswiderstand } F_{St}$$

q	Fahrbahnsteigung: 5 %
-----	-----------------------

Ergibt: $F_{St} = 1283$ N.

Der Quotient aus vertikaler und horizontaler Fahrbahnprojektion ist als Fahrbahnsteigung q definiert. Da bei der Straßenplanung Steigungen $> 7\%$ in aller Regel vermieden werden [Nau07], gilt näherungsweise $\sin\alpha_{St} \approx \tan\alpha_{St} = q$. Nach [Wall11] liegt die zulässige Steigung für Hauptverkehrsstraßen im städtischen Bereich bei 5% . Dieser Wert wird für die Auslegung herangezogen.

Zu den bei stationärer Fahrt ($v = \text{konst.}$) auftretenden Fahrwiderständen, treten zusätzlich Trägheitskräfte bei Beschleunigungs- und Bremsvorgängen auf. Vereinfacht wird der Beschleunigungswiderstand F_a gemäß Gleichung 2-9 berechnet.

$$F_a = \lambda \cdot m_F \cdot a \quad (2-9): \text{Beschleunigungswiderstand } F_a$$

λ Drehmassenzuschlagfaktor: 1,0

Ergibt: $F_a = 2080 \text{ N}$.

λ ist der Drehmassenzuschlagfaktor, der den Anteil rotatorischer Massen an der Gesamtmasse ausdrückt. Da die Übersetzung quadratisch in die Ermittlung des reduzierten Massenträgheitsmomentes eingeht, schwanken die Drehmassenzuschlagfaktoren bei Fahrzeugen mit hochübersetzenden Getrieben stark [Kir07]. λ wird daher für eine erste Auslegung mit 1,0 angenommen.

Der Zugkraftbedarf $F_{Z,B}$ an den treibenden Rädern setzt sich nach Gleichung 2-10 aus der Summe der berechneten Fahrwiderstände zusammen:

$$F_{Z,B} = F_R + F_L + F_{St} + F_a \quad (2-10): \text{Zugkraftbedarf } F_{Z,B}$$

Ergibt: $F_{Z,B} = 3666 \text{ N}$.

Der Leistungsbedarf $P_{Z,B}$ für die gleichmäßig beschleunigte Fahrt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 0 km/h , einer Endgeschwindigkeit von 50 km/h und einer angenommenen Steigung von 5% errechnet sich somit nach Gleichung 2-11 zu:

$$P_{Z,B} = F_{Z,B} \cdot v \quad (2-11): \text{Leistungsbedarf } P_{Z,B}$$

Ergibt: $P_{Z,B} = 51 \text{ kW}$.

Unter Berücksichtigung der Raddrehzahl ω_{Rad} bei 50 km/h ergibt sich das Getriebe-Abtriebsmoment $M_{Z,B}$ nach den Gleichungen 2-12 und 2-13:

$$M_{Z,B} = \frac{P_{Z,B}}{\omega_{Rad}} \quad (2-12): \text{Getriebe-Abtriebsmoment } M_{Z,B}$$

mit:

$$\omega_{Rad} = \frac{v}{3,6 \cdot r_{Rad}} \quad (2-13): \text{Drehzahl Antriebsrad } \omega_{Rad}$$

Ergibt: $\omega_{Rad} = 46,3 \text{ s}^{-1}$; $M_{Z,B} = 1100 \text{ Nm}$.

Das Getriebe-Antriebsmoment bzw. das Motordrehmoment $M_{Z,A}$ berechnet sich nach Gleichung 2-14:

$$M_{Z,A} = \frac{M_{Z,B}}{i_{starr} \cdot \eta_{ges}} \quad (2-14): \text{Motor-Abtriebsmoment } M_{Z,A}$$

η_{ges} Gesamt-Triebsstrangwirkungsgrad: 95 %.

Ergibt: $M_{Z,A} = 34 \text{ Nm}$.

Für die erforderliche Leistung $P_{Z,A}$ des Elektromotors folgt also (Gleichung 2-15):

$$P_{Z,A} = M_{Z,A} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_{50}}{60} \quad (2-15): \text{erforderliche Leistung Elektromotor } P_{Z,A}$$

n_{50} Drehzahl Elektromotor bei 50 km/h: 15.000 min^{-1}

Ergibt: $P_{Z,A} = 54 \text{ kW}$.

Der Leistungsbedarf von Nebenverbrauchern wird nicht berücksichtigt. Bei Elektrofahrzeugen erfolgt keine Kopplung der Aggregate an den Hauptantrieb, da die Antriebswelle im Gegensatz zum Verbrennungsmotor bei Fahrzeugstillstand nicht weiterrotiert [Rei10]. Entsprechende Systeme werden direkt elektrisch betrieben und über den Energiespeicher separat mit Strom versorgt.

Auch [Wall11] gibt eine erforderliche Maximalleistung von 50 kW für den innerstädtischen Gebrauch kleiner bis mittlerer Fahrzeuge an. Große Teile des täglichen Gebrauches können sogar mit einer Leistung unter 30 kW bewältigt werden. Diese Ergebnisse beruhen auf dem US06-Fahrzyklus mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 32 km/h, einer Maximalgeschwindigkeit von 90 km/h und einer maximalen Beschleunigung von $1,48 \text{ m/s}^2$. Im Gegensatz zum NEFZ (Neuer Europäischer Fahrzyklus) handelt es sich dabei um eine annähernd reale Abbildung durchschnittlicher Fahrzustände.

Als Antriebskonfiguration für den geplanten elektrifizierten Kompaktlieferwagen wird ein Tandemantrieb mit elektronischem Differential gemäß Abbildung 2-8 gewählt.

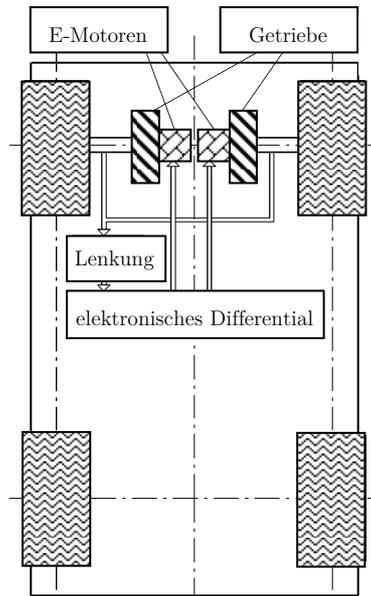


Abb. 2-8: Antriebskonfiguration für das Elektrofahrzeug nach [Jah12]

Eine Kombination aus zwei Motor-Getriebe-Einheiten mit je 27 kW stellt die nötige Antriebsleistung zur Verfügung. Das nötige Abtriebsmoment des Elektromotors M_{ZA} halbiert sich in dieser Konfiguration auf 17 Nm.

Beim Einsatz in Stadtgebieten kommen Geschwindigkeiten über 80 km/h selten bzw. zeitlich äußerst beschränkt vor [Bra12]. Viel häufiger sind dagegen Tempi bis 60 km/h. Das Verhältnis von Fahrzeuggeschwindigkeit und Motordrehzahl folgt durch die starre Übersetzung $i_{starr} = 34$ über das gesamte Betriebskennfeld hinweg einem linearen Zusammenhang, wie Tabelle 2-3 zeigt.

Fahrzeuggeschwindigkeit v [km/h]	50	60	80	100
Motordrehzahl n_{Motor} [min^{-1}]	15.000	20.000	24.000	30.000

Tab. 2-3: Verhältnis Fahrzeuggeschwindigkeit/Motordrehzahl

Daraus folgend wird für die Getriebeauslegung die Motordrehzahl auf $n_{60} = 20.000 \text{ min}^{-1}$ festgelegt, was einer Fahrzeuggeschwindigkeit von 60 km/h entspricht.

3.2 Verzahnungsformen

3.2.1 Evolventenverzahnung

Kreisevolventen werden von Punkten einer erzeugenden Rollgerade beschrieben, wenn diese auf einem Grundkreis schlupffrei abrollt, Abbildung 3-2 a). Eine Rollgerade entspricht einem Rollkreis mit Krümmungsradius $\varrho = \infty$. Bildlich kann die Rollgerade als Faden aufgefasst werden, der bei Punkt 6' fest mit dem Grundkreis verbunden ist. Wird dieser nun im straff gespannten Zustand abgewickelt, beschreibt dieser für jeden beliebigen Punkt auf dem Faden eine Evolvente. Abbildung 3-2 b) zeigt, wie sich daraus das Stirnprofil evolventenverzahnter Zahnräder ergibt. Dieses setzt sich pro Zahn aus Teilen zweier Evolventen zusammen.

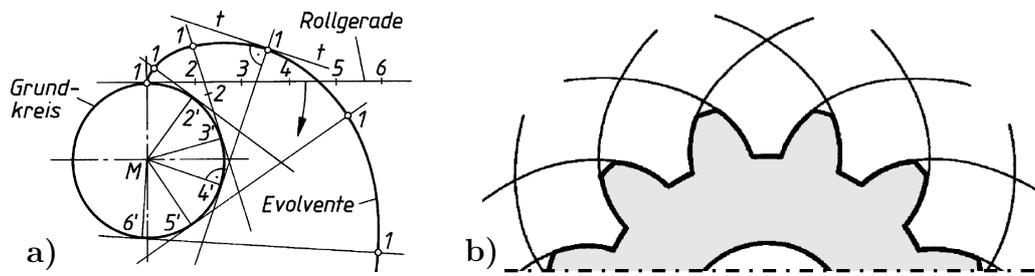


Abb. 3-2: a) Konstruktion Kreisevolvente, b) Evolventen am Stirnrad [Muh07]

Argumente für die fast ausschließliche Verwendung der Evolventenverzahnung im Maschinenbau liefern die zahlreichen Vorteile dieser Verzahnungsart [Dec11, Rot89, Sch12]:

- a) Satzradereigenschaften
- b) Zahnkraftrichtung während Eingriff konstant
- c) unempfindlich gegen Achsabstandabweichungen
- d) Verzahnungswerkzeuge geradflankig
- e) Paarung beliebiger Zahnräder mit gleicher Teilung

Dem stehen folgende Nachteile, hauptsächlich bei der Dimensionierung, gegenüber [Ste06, Hab11, Loo09]:

- a) Unterschnitt bei kleinen Zähnezahlen
- b) Zahnüberschneidung bei geringen Zähnezahldifferenzen
- c) ungünstige Pressungsverhältnisse (konvex-konvex) bei Außenradpaarungen
- d) geringer hydrodynamischer Traganteil

3.2.2 Konventionelle Zykloidenverzahnung

Abbildung 3-3 zeigt zwei Arten von Zykloiden. Eine Epizykloide e entsteht, wenn ein Kreis (der Rollkreis) außen auf einem Grundkreis (dem Wälzkreis) gleitfrei abrollt. Die Hypozykloide h ergibt sich, wenn der Rollkreis innen auf dem Grundkreis abrollt.

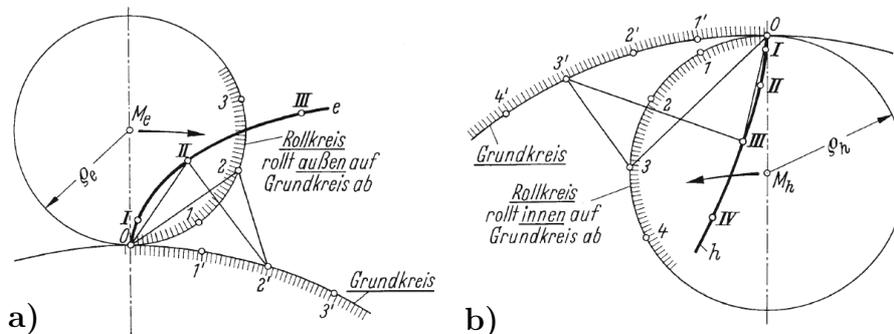


Abb. 3-3: Konstruktion Zykloide: a) Epizykloide, b) Hypozykloide [Hab11]

Bei klassischen Zykloidenverzahnungen setzt sich die Eingriffslinie aus Kreisbogenstücken von Epi- und Hypozykloide zusammen. Die Kopf flanken, oberhalb des Wälzpunktes C , besteht aus einer Epizykloide. Die Fußflanke, unterhalb von C , wird aus einer Hypozykloide gebildet. Die beliebig wählbaren Radien der Rollkreise q_1 und q_2 bestimmen die Flankenform, die Gleitverhältnisse, Größe und Richtung der Zahnkräfte und den Überdeckungsgrad. Größere Rollkreise ($q \approx 0,3 r$) stellen sich generell günstiger dar als kleine, wobei diese immer innerhalb der jeweiligen Wälzkreise liegen [Roh89]. Alle Kreise berühren sich im Wälzpunkt C und bilden die Eingriffslinie für die Rechts- und Linksflanken.

Das Verzahnungsgesetz besagt, dass zwei Arbeitsflanken (Kopf flanken und Fußflanke) bei Berührung eine gemeinsame Normale durch den Wälzpunkt C haben müssen. Dies ist nur dann erfüllt, wenn die Zahnflanken durch gleiche Rollkreise erzeugt werden: Das Abrollen des Rollkreises 1 innerhalb des Wälzkreises 1 bringt die Hypozykloide h_1 als Fußflanke hervor. Das Abrollen des Rollkreises 1 außen auf dem Wälzkreis 2 erzeugt die Epizykloide e_2 als Kopf flanken. Auf die gleiche Weise entstehen mit Hilfe des Rollkreises 2 die Konturen für die Fußflanke h_2 und die Kopf flanken e_1 , Abbildung 3-4.

Die Kopf kreise legen die Punkte A und E auf den Rollkreisen fest. Zusammen mit dem Wälzpunkt C ergeben sie die Eingriffsstrecke $A-C-E$ und somit die nutzbaren Rollkreiselemente. Während des Wälzvorgangs entspricht der Punkt A_1 am Ritzel dem

Punkt A_2 des Rades, gleiches gilt für die Punkte E_1 und E_2 . Eine Zahnberührung findet nur oberhalb von A_1 und E_2 statt. Unter Berücksichtigung der Kopfeckbahn (gestrichelt gezeichnet) kann der Zahnfuß großzügig ausgerundet werden [Hab11].

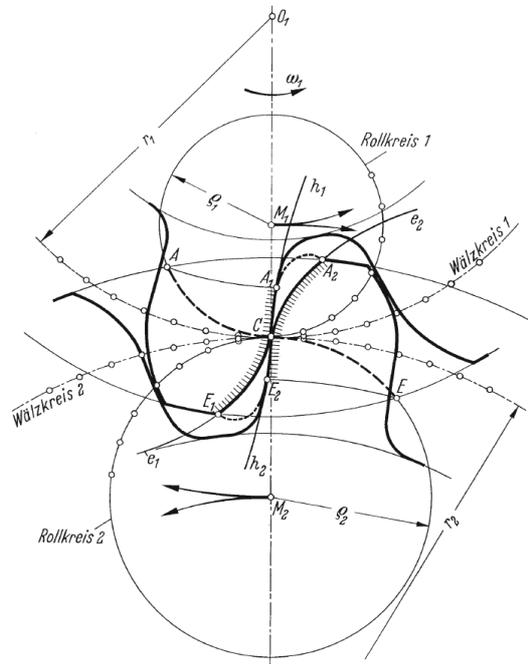


Abb. 3–4: Zykloidenverzahnung: Konstruktion und Eingriff [Hab11]

Verglichen mit der Evolventenverzahnung steht bei der Zykloidenverzahnung stets ein konvexer Zahnkopf mit einem konkaven Zahnfuß im Eingriff. Dadurch ergibt sich ein besonders vorteilhaftes Aneinanderschmiegen der Zahnflanken. Flankenpressung und Verschleiß sinken bei gleichzeitig steigender Belastbarkeit. Darüber hinaus sind Zahnräder mit minimalen Zähnezahlen ($z < 4$) ohne Unterschnitt und Eingriffsstörungen möglich [Roh89].

Nachteil ist, dass die Flankenprofile immer aus dem individuellen Zusammenwirken zweier Zahnräder entstehen, sodass Satz- oder Schieberädereigenschaften nur bei gleichen Rollkreisen möglich sind. Zudem besitzt jede Zahnflanke einen Wendepunkt der Krümmung im Wälzpunkt C, wodurch der theoretische Achsabstand genau einzuhalten ist. Die Umfangslinien der Rollkreise müssen durch den Wälzpunkt verlaufen. Bereits kleine Abweichungen führen hier zu Störungen der Bewegungsübertragung und periodischen Drehfehlern. Das Flankenprofil erfordert Werkzeuge mit gekrümmten Schneidkanten, was die Herstellung komplex und teuer macht [Dec11].

Obwohl bis Mitte des 19. Jahrhunderts noch vorherrschend, wird die klassische Zykloidenverzahnung im heutigen Getriebebau nur noch in Sonderfällen verwendet. Sie findet überall dort Anwendung, wo bestmögliche Eingriffsverhältnisse und günstiges Verschleißverhalten im Vordergrund stehen und hohe Fertigungskosten vertretbar sind [Loo09]. Aus diesem Grund dominiert sie bis heute einige Bereiche der Feinwerktechnik wie etwa mechanische Uhrwerke.

3.2.3 Triebstockverzahnung

Eine Sonderform der Zykloidenverzahnung ist die Triebstockverzahnung gemäß Abbildung 3-5. Es handelt sich dabei um eine entartete Zykloidenverzahnung. Wird der Rollkreisradius des Ritzels $q_1 = 0,5 r_1$ gewählt, ergibt sich die Fußflanke als gerade Linie in radialer Richtung. Die Zahndicken innerhalb der Wälzkreise nehmen ab, die Tragfähigkeit sinkt und die Gleit- sowie die Abnutzungsverhältnisse werden schlechter.

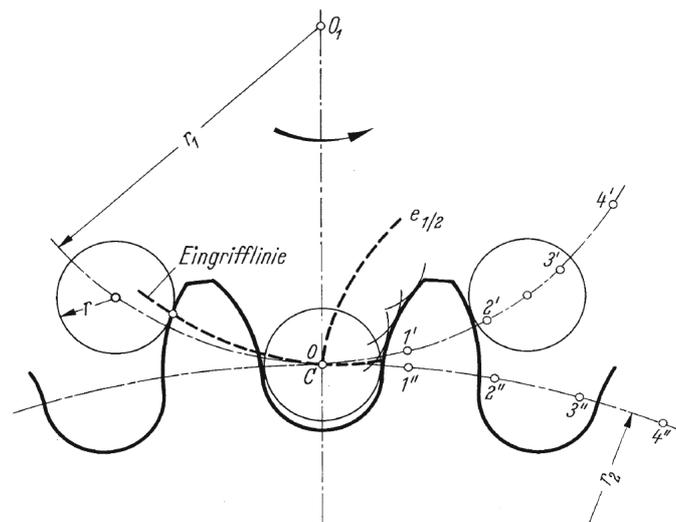


Abb. 3-5: Triebstockverzahnung: Konstruktion und Eingriff [Kün09]

Bei $q_1 = r_1$ geht die Hypozykloide als Fußflanke des Ritzels in einen Punkt über (Zahnfuß verschwindet), der mit der Epizykloide des Gegenrades zusammenarbeitet. Es entsteht eine einseitige Punktverzahnung, wobei der Eingriff nur noch an der Kopfflanke des Rades stattfindet. Um die Laufeigenschaften zu verbessern wird dieser Punkt um einen Triebstock (Kurvenrolle) mit dem Radius r erweitert. Die Triebstöcke sind auf dem Wälz- bzw. Teilkreis des Triebstockritzels angeordnet. Die Zahnkopfflanke des Rades 2 werden durch die Äquidistante der Epizykloide $e_{1/2}$ gebildet. $e_{1/2}$ wird vom Kurvenrollen-Mittelpunkt beschrieben, während der Rollkreis 1 mit $q_1 = r_1$ auf dem

Wälzkreis r_2 abrollt. Der Äquidistantenabstand beträgt r . Die einseitig vom Wälzpunkt C aus verlaufende Eingriffslinie ergibt sich aus den Schnittpunkten der Verbindungsgeraden vom Kurvenrollenmittelpunkt zum Wälzpunkt C mit dem Umfang des Triebstockbolzens. Wird das Triebstockritzel zu einer Triebstock-Zahnstange, geht die Zahnflankenform des Rades von der Epizykloide zur bekannten Evolvente über.

Die Triebstockverzahnung findet hauptsächlich in der Fördertechnik und bei Kapselpumpen- und gebläsen Anwendung. Zudem ergeben sich Einsatzgebiete bei großen Übersetzungen z. B. in Krandrehwerken, Karussells und als Zahnstangengetriebe bei handbetriebenen Stauanlagen [Hab11].

3.3 Umlaufrädergetriebe

Bei Standgetrieben wird das Gehäuse mitsamt den darin gelagerten Rädern fest mit dem Fundament verbunden. Hingegen ist das Gehäuse von Umlaufgetrieben über eine zusätzliche Hohlwelle (Hohlrad (d)) drehbar gelagert. Es schrumpft konstruktiv auf den umlaufenden Steg (c) zusammen, der die Umlaufräder (b) trägt und um die Mittelachse rotiert, Abbildung 3-6.

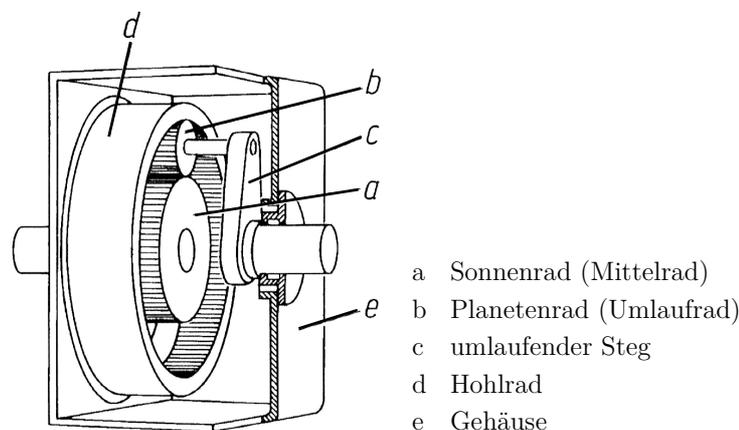


Abb. 3–6: Koaxiales Umlaufrädergetriebe [868]

Schutz und Öldichtigkeit werden durch ein neues Gehäuse (e) gewährleistet, das nun aber kinematisch ein Teil des Fundamentes ist. Das Drehmoment der Stegwelle entspricht dem ursprünglichen Stützmoment des Getriebegehäuses. Durch die nun mögliche Drehung des Gehäuses wird die Eigenrotation der Umlaufräder zusätzlich von einer Drehung um die Zentralachse (Zentralrad bzw. Sonnenrad (a)) überlagert. Der Bewegung von Himmelskörpern ähnelnd werden diese Räder daher als Planeten oder

Planetenräder bzw. die Umlaufgetriebe als Planetenrädergetriebe oder kurz Planetengetriebe bezeichnet. Wird der Steg festgehalten bzw. als stillstehend gedacht, so kann das Umlaufgetriebe wieder zum Standgetriebe umfunktioniert werden. Im einfachsten Fall besteht ein Umlaufrädergetriebe also aus einem außen- oder innenverzahnten Sonnenrad, einem Planetenrad und dem Steg als Träger des Planetenrades [Win88].

Aus dem zwangläufigen Übersetzungsgetriebe mit dem Freiheitsgrad (Laufgrad) $F = 1$ wird ein zwangloses Umlaufgetriebe mit $F = 2$. Der kinematische Freiheitsgrad gibt an, wie viele Bewegungen dem Getriebe vorgegeben werden müssen, um dessen Bewegungszustand eindeutig zu definieren. Sowohl die Planetenräder als auch das Sonnen- und Hohlrad können wahlweise als An- oder Abtrieb genutzt werden. Umlaufgetriebe mit Zahnrädern werden als Umlaufrädergetriebe bezeichnet und stellen die am häufigsten ausgeführte Form der Umlaufgetriebe dar.

Das in Abbildung 3-6 gezeigte Planetengetriebe zählt zu der Gruppe der rückkehrenden Umlaufrädergetriebe. Diese verfügen über zwei angeschlossene Zentralräder und eine beliebige Anzahl nicht angeschlossener Planetenräder (p), Abbildung 3-7 a). Damit liegen die Mittelachsen der gewählten Antriebswelle (1) und der Abtriebswelle (2) immer in einer Flucht. Der Drehsinn der nach außen führenden Wellen ist bei festgehaltenem Steg (s) entgegengesetzt, weshalb die Übersetzung ein negatives Vorzeichen erhält. Dieser Fall wird als Minusgetriebe mit koaxialer Anordnung bezeichnet [2157].

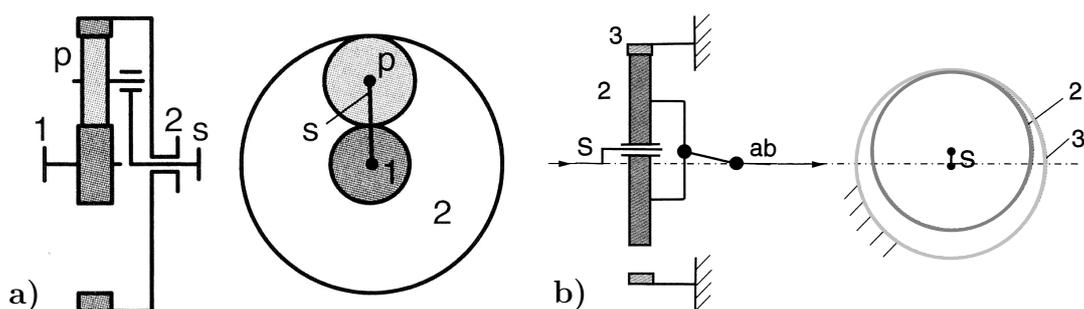


Abb. 3-7: a) Minusgetriebe, rückk. b) Plusgetriebe, nicht-rückk. [Sch12]

Im Gegensatz dazu in Abbildung 3-7 b) ein offenes bzw. nicht-rückkehrendes Umlaufrädergetriebe, bei dem nur ein Zentralrad und ein Planetenrad angeschlossen sind. Damit kehrt die Mittellinie der Antriebswelle nicht auf die Mittellinie der Abtriebswelle zurück, sondern umläuft diese auf einer Kreisbahn. Der Steg (s) schrumpft zu einer Exzenterwelle und der Durchmesser des Planeten (2) wächst über die Zentralachse

hinaus. Zusammen mit dem innenverzahnten Sonnenrad (3) sind so minimale Zähnezahldifferenzen möglich. Der Planet beschreibt eine, dem Steg entsprechende, exzentrische Drehbewegung um die Mittelachse überlagert von einer Rotation um die Eigenachse [Rei76]. Letztere wird per Gelenkwelle auf eine Zentralwelle geleitet und abgegriffen. Durch den Bewegungsabgriff über ein derartiges Mitnehmersystem kann die offene Bauart in eine rückkehrende Bauart überführt werden. Die Drehrichtungen der nach außen führenden Wellen sind identisch. Das Übersetzungsverhältnis ist damit positiv (Plusgetriebe).

Bei einer geschickten Kombination zweier Getriebestufen kann der Abgriff der exzentrischen Drehbewegung über das innenverzahnte Sonnenrad der zweiten Stufe erfolgen, Abbildung 3-8.

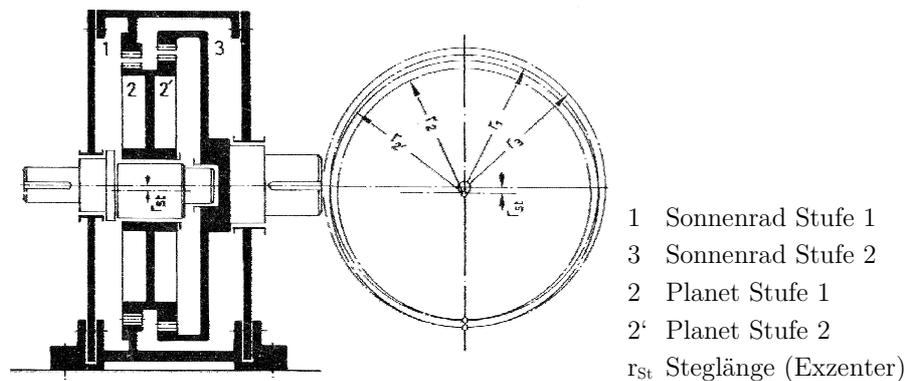


Abb. 3-8: Koaxiales Umlaufgetriebe mit innenverzahnten Sonnenrädern [Kle62]

An- und Abtrieb gestalten sich damit fluchtend, wodurch ein koaxiales Getriebe entsteht. Die beiden Planeten (2) und (2') haben unterschiedliche Zähnezahlen, sind fest miteinander verbunden und werden über den gleichen Exzenter mit der Länge r_{St} angetrieben. Die Sonne (1) der ersten Stufe ist fest mit dem Gestell verbunden und damit nicht drehbar. Die Bewegung des Planeten (2') wird vom innenverzahnten Sonnenrad (3) der zweiten Stufe aufgenommen und an den Abtrieb weitergeleitet. Die Gesamtübersetzung ergibt sich bei dieser Anordnung nach [Kle62] zu (Gleichung 3-1):

$$i_{ges} = + \frac{z_1 \cdot z_2'}{z_2 \cdot z_3} \quad (3-1): \text{Gesamtübersetzung } i_{ges}$$

Werden die Zähnezahlen z_1 und z_2' sehr groß gewählt ergibt sich eine entsprechend hohe Übersetzung bei optimaler Bauraumnutzung.

Durch den Dreiwellenbetrieb mit Steg, Hohlrads und Sonne zusammen und einem Freiheitsgrad von $F = 2$ sind unterschiedliche Bewegungszustände mit dem selben Getriebe möglich. Die Übertragung verschiedener Antriebsleistungen auf eine Abtriebswelle wird als Leistungssummierung bezeichnet. Wird die Leistung einer Abtriebswelle auf mehrere Abtriebswellen aufgeteilt, liegt eine Leistungsverzweigung vor. Ersterer wird bei den in Kapitel 2.1 beschriebenen Hybridfahrzeugen zur Kombination von elektrischer und fossiler Antriebsleistung verwendet. Weitere Vorteile der Umlaufrädergetriebe sind [Loo09]:

- a) geringer Bauraumbedarf
- b) günstige, symmetrische Bauform
- c) große Übersetzungen mit wenig Getriebeelementen
- d) gute Wirkungsgrade
- e) günstiges Masse/Leistung-Verhältnis bzw. hohe Leistungsdichte

Dem stehen, bezogen auf das Standgetriebe, folgende Nachteile gegenüber [Nie03]:

- a) schwierige Inspektion, Wartung und Reparatur
- b) begrenztes Schmierstoffvolumen
- c) hohes Risiko eines Totalausfalls bei individuellem Zahnbruch

Nachteilig ist zudem die Begrenzung der Maximaldrehzahl durch die an den Planeten auftretenden Fliehkräfte und die daraus resultierenden Lagerbelastungen.

3.4 Das Cyclogetriebe

Kommt die Triebstockverzahnung bei Umlaufrädergetrieben zum Einsatz, wird die Gegenzahnkontur der einseitig vorliegenden Punktverzahnung von Zykloiden geformt. Dabei kann die kreiszylindrische Verzahnung am Umlaufrad oder am Mittelrad realisiert werden. Ein ausgeführtes Beispiel ist das sog. Cyclogetriebe gemäß den Abbildungen 3-9 a) und b). Dieses wurde 1928 durch den späteren Gründer der CYCLO-Getriebebau GmbH München, Rudolf Braren erfunden [De459].

Das rotierende Umlaufrad als Äquidistante einer Epizykloide greift in die feststehenden, kreisförmigen Zapfen des innenverzahnten Mittelrades ein. Durch die geschlossene

Form der Äquidistante sind alle Zähne gleichzeitig mit den Bolzen in Berührung. Die Planeten sind so groß, dass Sie über die Zentralachse hinausgehen.

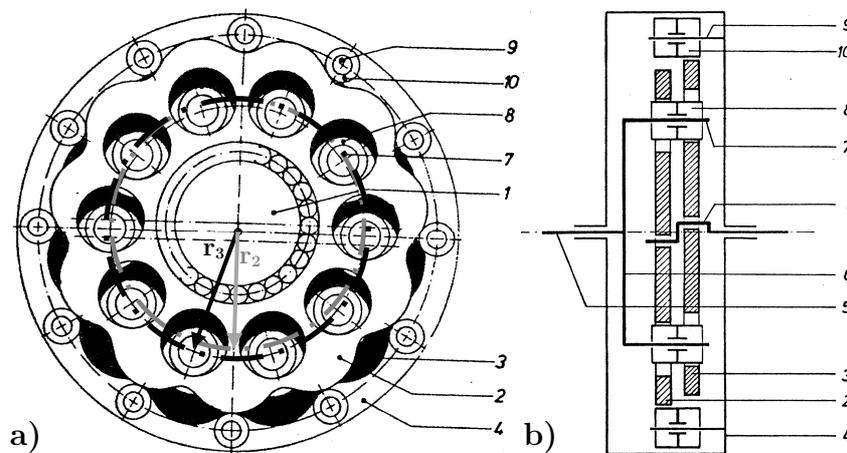


Abb. 3–9: Cyclogetriebe: a) Stirnschnitt, b) Axiale Anordnung [Leh81]

Cyclogetriebe werden je Getriebestufe mit Übersetzungen von $i_{\text{Stufe}} = -9$ bis -81 gefertigt [Leh76]. Die Wirkungsgrade sind stark drehzahl- und lastabhängig und erreichen maximale Werte von 93 % [Leh84]. Das negative Vorzeichen verrät eine entgegengesetzte Drehrichtung von An- und Abtrieb (Minusgetriebe). Abbildung 3-9 b) zeigt die axiale Anordnung aller wesentlichen Elemente in einer vereinfachten schematischen Darstellung.

Durch zwei identische, um 180° versetzte Antriebsexzenter (1) werden die beiden Kurvenscheiben (2) und (3) in dem gehäusefesten Kurvenrollen-Ring (4) abgewälzt. Je eine Scheibe überträgt 50 % des Antriebsmomentes. Der schematische Schnitt senkrecht zur Getriebehauptachse zeigt zur Verdeutlichung die Form der Epizykloiden-Umlaufräder und deren Anordnung im Kurvenrollen-Ring. Die Zähnezahl der Umlaufräder und des Kurvenrollen-Rings unterscheidet sich um einen Zahn (hier: 11 Kurvenabschnitte bzw. Zähne zu 12 Außenelementen bzw. Kurvenrollen). Dadurch bewegen sich die Umlaufräder bei n Umdrehungen der Antriebswelle um $n/11$ Umdrehungen in die entgegengesetzte Richtung. Da es sich um ein offenes, nicht rückkehrendes Umlaufrädergetriebe handelt, muss die untersetzte Abtriebsbewegung durch ein weiteres Element in eine zentrische Drehbewegung der Abtriebswelle (5) überführt werden, vgl. Abbildung 3-7 b). Dies geschieht mittels einer coaxialen Mitnehmerscheibe (6), deren Bolzen (7) mit Kurvenrollen (8) in Bohrungen der Umlaufräder eingreifen. Auf diese Weise wird die überlagerte exzentrische Translationsbewegung der Planeten herausgefiltert. Um

Verschleiß und Reibung auf ein Minimum zu reduzieren, werden auch die Zapfen (9) des Außenrings durch gelagerte, drehbare Rollen (10) ersetzt. Dadurch wird statt einer gleitenden eine wälzende Kraftübertragung zwischen Kurvenscheibe und Kurvenrollen-Ring ermöglicht. Zudem werden dadurch Reibungsverluste und Laufgeräusche gesenkt. Die Kurvenscheiben sind auf dem Exzenter mittels Rollenlager drehbar gelagert. Die doppelte Anordnung der Kurvenscheiben sorgt für einen Drehmassenausgleich, verdoppelt die Anzahl der Elemente zur Kraftübertragung und verringert das Eingriffsspiel. Typische Einsatzbereiche solcher Cyclogetriebe sind Roboterarme, Motor-Getriebe-Einheiten und Verstellantriebe. Ihre besondere Eigenschaft ist eine sehr hohe Überlastfähigkeit von bis zu 500 % des regulären Antriebsmomentes [Sch12].

Bei den Cyclogetrieben liegt die Zahnkontur des Umlaufrades außerhalb des eigenen Wälzkreises r_2 und außerhalb des Mittelrad-Wälzkreises r_3 , Abbildung 3-9 a). Der im Vergleich zur Evolventenverzahnungen variable Eingriffswinkel schwankt zwischen 50° und 90° . Dabei bleiben die Zähne von Umlauf- und Mittelrad dauerhaft im Eingriff. Die Kraftübertragung an den einzelnen Zähnen erfolgt ausschließlich über konvexe Konturen.

Aus dem beschriebenen Aufbau und der Wirkungsweise ergeben sich folgende prinzipbedingte Nachteile des Cyclogetriebes [Leh81]:

- a) hohe Genauigkeit bzgl. des theoretischen Achsabstandes nötig
- b) große Lagerbelastung durch ungünstige Eingriffswinkel
- c) hohe Flächenpressung an den konvexen Eingriffsflächen
- d) komplexe Bereitstellung des erforderlichen Zahnflankenspiels
- e) minimale Baugröße ist abhängig von Übersetzung und Steglänge

Ein Großteil dieser Nachteile können durch Getriebe mit einer Triebstockverzahnung auf Basis verschlungener Zykloiden behoben werden. Dafür können sowohl Epi- als auch Hypozykloiden zum Einsatz kommen. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit einer Getriebeanordnung basierend auf der Epizykloide. Bei gleichem Übersetzungsverhältnis und Abtriebsmoment ergeben sich so deutliche Vorteile des Epizykloidengetriebes gegenüber dem Cyclogetriebe bezogen auf Normalkräfte, Baugröße und Gewicht.

4 Hochübersetzende Epizykloidengetriebe

4.1 Entwicklung

4.1.1 Umlaufrädergetriebe mit Triebstockverzahnung

Ein Großteil der heute verwendeten gleichförmig übersetzenden Getriebe sind Zahnradgetriebe. Diese können bei geringem Bauraumbedarf und Wirkungsgraden $> 95\%$ hohe Leistungen schlupffrei übertragen [Gro07]. Es überwiegt dabei die Anwendung der Stirnradverzahnung mit einer parallelen Anordnung der Drehachsen. Die damit maximal erreichbare Übersetzung für Außenradpaarungen je Stufe beträgt $i_{\text{Stufe}} \approx 8$ [Ste06]. Die Anordnung als Innenradpaar zum Umlaufrädergetriebe, vergleichbar Abbildung 3-6, ermöglicht eine nochmalige Steigerung auf $i_{\text{Stufe}} \approx 14$ [Kün09, Sch12].

Wie in Kapitel 3.2 gezeigt, sind die heute vorkommenden Zahnformen der Stirnräder Evolventen oder Zykloiden. Eine Sonderform der Zykloidenverzahnung bildet die auf einer einseitigen Punktverzahnung basierende Triebstockverzahnung. Das wirksame Zahnprofil existiert dabei nur auf einer Seite des Wälzkreises. Daher sind zwischen Ritzel und Rad sehr kleine Zähnezahldifferenzen möglich ohne Eingriffsstörungen hervorzurufen. Diese minimalen Zähnezahldifferenzen führen bei einfachen Umlaufrädergetrieben zu hohen Übersetzungsverhältnissen.

Abbildung 4-1 zeigt offene bzw. nicht-rückkehrende, einstufige Umlaufrädergetriebe mit geringer Zähnezahldifferenz von Umlaufrad und Mittelrad.

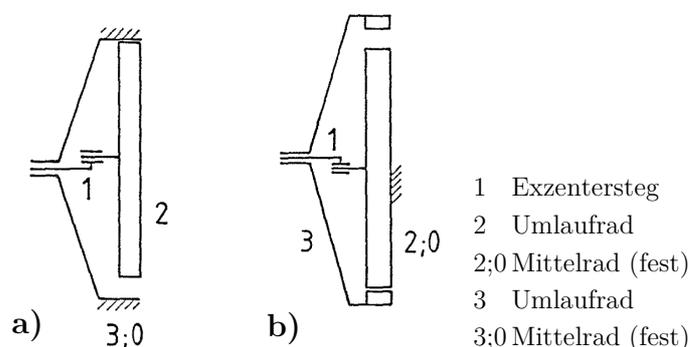


Abb. 4-1: Einstufige Umlaufrädergetriebe: a) Bauform AI, b) Bauform IA [Jah94]

Bauform AI, Abbildung 4-1 a), mit außenverzahntem Umlaufrad (2) und innenverzahntem Mittelrad (3;0). Bauform IA, Abbildung 4-1 b), mit innenverzahntem Umlaufrad (3) und außenverzahntem Mittelrad (2;0). Der Exzentersteg ist mit (1) bezeichnet.

r_2 und r_3 sind die Wälzkreisradien der Räder (2) und (3), r_1 ist die Steglänge bzw. Exzenterhöhe. Gemäß der Gesetzmäßigkeiten für offene Umlaufrädergetriebe ergeben sich die Übersetzungsverhältnisse zwischen Stegdrehung und der Abtriebsdrehung an Rad 2 (AI) bzw. Rad 3 (IA) nach [Ste06] zu Gleichung 4-1 und 4-2:

$$AI: i_{10/20} = \frac{\omega_{10}}{\omega_{20}} = -\frac{r_2}{r_3 - r_2} = -\frac{z_2}{|z_3| - z_2} \quad (4-1): \text{Übersetzung AI } i_{10/20}$$

$$IA: i_{10/30} = \frac{\omega_{10}}{\omega_{30}} = -\frac{r_3}{r_3 - r_2} = -\frac{z_3}{|z_3| - z_2} \quad (4-2): \text{Übersetzung IA } i_{10/30}$$

Ist nun die Zähnezahldifferenz von Umlaufrad und Mittelrad sehr klein (minimal 1), nehmen die Übersetzungsverhältnisse sehr große Werte an, sofern für z_2 bzw. z_3 hohe Zähnezahlen gewählt werden.

4.1.2 Entstehende Zykloiden

Durch das kreisförmige Abwälzen beschreiben Punkte auf den Umlaufrädern in der Gestellebene Zykloiden gemäß Abbildung 4-2.

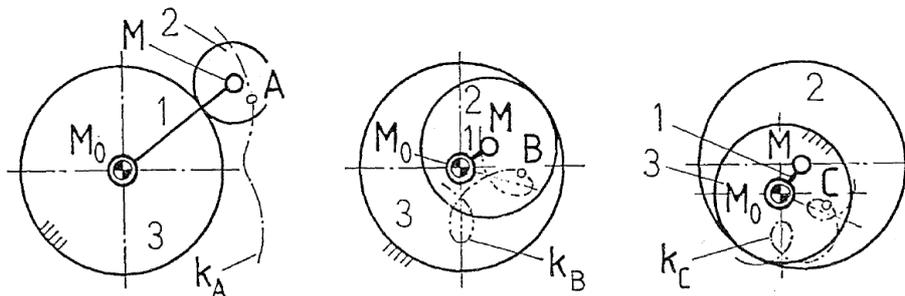


Abb. 4-2: Arten der Zykloiden bei Umlaufgetrieben [Ep459]

Die Art der Epi- bzw. Hypozykloide ist abhängig von der Lage des beschreibenden Punktes auf dem Rollkreis (Umlaufrad 2) während dieser auf dem Wälzkreis (Mittelrad 3) gleitfrei abrollt. Liegt der Punkt A innerhalb des außen abwälzenden Rollkreises, entsteht eine geschweifte Epizykloide k_A . Bewegt sich der Rollkreis innerhalb des Wälzkreises, formt der Punkt B eine verschlungene Hypozykloide k_B . Das Vertauschen von Umlaufrad und Mittelrad bei gleichen geometrischen Verhältnissen ergibt eine verschlungene Epizykloide k_C des Punktes C.

Definitionsgemäß liegt dann eine verschlungene Zykloide vor, wenn bei einem vollständigen, einmaligen Umlauf des Rollkreises bzw. des Umlaufrades Punkte in der Gestellebene mehrmals durchlaufen werden. Bei geschweiften Zykloiden bzw. dem Grenzfall

Um den Punkt B ist ein Kreis k_Z mit dem Radius r_Z gezeichnet, der dem Kurvenrollenradius entspricht. Wird dieser nun mit dem umlaufenden Rad (3) mitgeführt, so ergibt sich auf dem gestellfesten Rad (2;0) die einhüllende Kurve k_C . Diese Hüllkurve bildet die Äquidistante zur Epizykloiden k_B mit dem Abstand r_Z . Die Gleichungen 4-4 bis 4-6 beschreiben die Bahn der verschlungenen Epizykloide k_B (Mittelpunktsbahn von B) als Funktion des Stegwinkels φ_{10} bzw. des Hilfswinkels φ_{30} .

$$x_B = r_1 \cdot \cos \varphi_{10} + l_3 \cdot \cos \varphi_{30} \quad (4-4): \text{Koordinaten Epizykloide } x_B$$

$$y_B = r_1 \cdot \sin \varphi_{10} + l_3 \cdot \sin \varphi_{30} \quad (4-5): \text{Koordinaten Epizykloide } y_B$$

$$\varphi_{30} = \frac{l}{i_{10/30}} = \frac{r_3 - r_2}{r_3} \varphi_{10} \quad (4-6): \text{Hilfswinkel } \varphi_{30}$$

Dabei ist r_1 die Steglänge, l_3 der Abstand zwischen den Punkten M und B, r_2 der Radius des Mittelrades und r_3 der Radius des Umlaufrades. Die Hüllkurve k_C ist die Gegenzahnkontur des festen Mittelrades (2;0) zu der kreiszylindrischen Triebstockverzahnung des Umlaufrades (3).

Dargestellt in Abbildung 4-4 ist ein Umlaufrädergetriebe mit der entwickelten Verzahnungsform basierend auf einer verschlungenen Epizykloide.

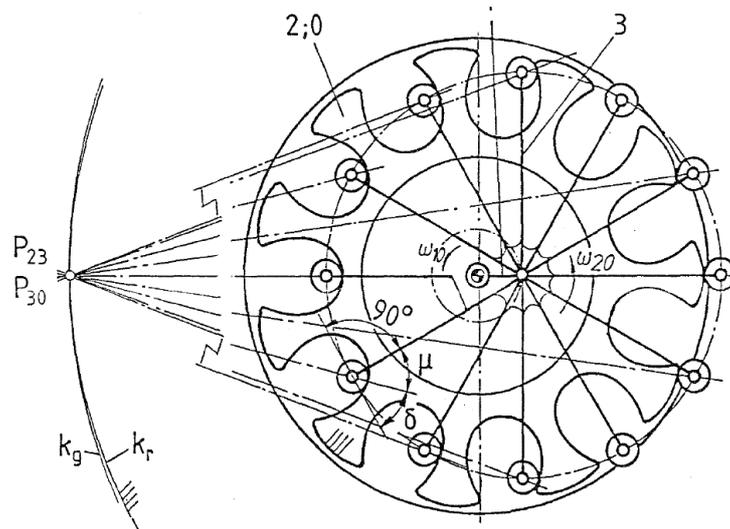


Abb. 4-4: Epizykloidengetriebe (schematisch) [Ep459]

Das Zähnezahlenverhältnis ist mit $r_3/r_2 = 12/11$ festgelegt. Das Umlaufrad (2) trägt 12 kreiszylinderförmige Zähne, die auf dem feststehenden Mittelrad (3) mit der inneren und äußeren Äquidistanten einer 11-bogigen verschlungenen Epizykloide im Eingriff

stehen. Die Wälzkreise von außenverzahntem, gestellfestem Mittelrad k_r und kurvenrollenverzahntem Umlaufrad k_g berühren sich im momentanen Drehpol P_{23} . Der Eingriffswinkel δ nimmt während des umlaufenden Eingriffs Werte zwischen 0° und 90° an. Der Großteil der Kraftübertragung findet im Bereich zwischen 0° und 10° statt. Es werden nur positive Normalkräfte übertragen. Durch die Verschlingung der Kurve k_B entsteht nach außen keine geschlossene Äquidistante, wodurch nicht alle Zähne des Radpaares gleichzeitig im Eingriff stehen. Dennoch ist ein kontinuierlicher Getriebeaufbau gewährleistet, da immer mehrere Zahnpaare zeitgleich ineinandergreifen.

Generell gilt: Liegen alle Übertragungselemente innerhalb der Polbahnen von Umlaufrad und Gegenrad, baut das Getriebe klein und es treten geringe Flächenpressungen auf [Ep042]. Wie Abbildung 4-4 zeigt, befinden sich anders als beim Cyclogetriebe alle Übertragungselemente kompakt innerhalb der Wälzkreise k_r und k_g . Zudem führt der wesentlich günstigere Eingriffswinkel von minimal 0° bei gleichem Antriebsmoment zu deutlich geringeren Normalkräften an den Zähnen. Weiterhin ist die konvexe Form der kreiszylinderförmigen Rollen mit einer konkaven Zahnkontur der Äquidistanten in Berührung. Dies wirkt bei gleichen Normalkräften reduzierend auf die maximal auftretenden Flächenpressungen.

4.2 Anwendung für die Elektromobilität

4.2.1 Getriebekonstruktion

Zur Erfüllung der Forderungen an ein hochübersetzendes Getriebe für Elektrofahrzeuge wird das Differentialprinzip nach Abbildung 4-5, ähnlich Abbildung 3-8, verwendet.

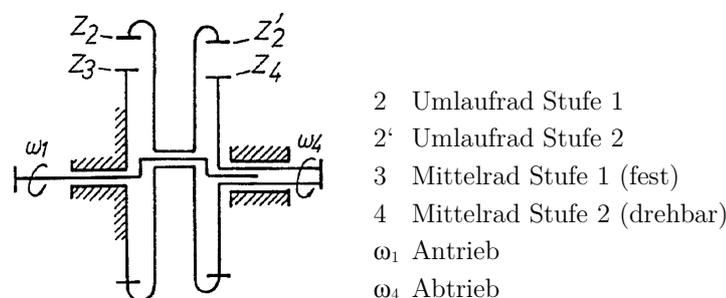


Abb. 4-5: 2-stufige Differentialanordnung (schematisch) [Ep459]

Damit kann eine hohe Übersetzung bei minimalem Bauraumbedarf, geringem Gewicht und flexibler Gestaltung zur Verfügung gestellt werden [Leh81].

Die Kopplung beider Stufen findet über den gemeinsamen Steg statt, wodurch ein reduziertes zweistufiges Koppelgetriebe entsteht. Durch die rückkehrende Anordnung ist am Abtrieb kein zusätzliches Mitnehmersystem mehr nötig. Kinematisch handelt es sich um ein Minusgetriebe. Das Mittelrad der zweiten Stufe (4) ist im Gegensatz zur ersten Stufe (3) drehbar und bildet den Abtrieb. Die Gesamtübersetzung nach Gleichung 4-7 ergibt sich durch die Anwendung der Formel nach WILLIS für beide Stufen [Rei76]:

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{z_4 \cdot z_2}{z_4 \cdot z_2 - z_3 \cdot z_2'} \quad (4-7): \text{Gesamtübersetzung Epizykloidengetriebe } i_{14}$$

Dies ermöglicht vielfältige Freiheitsgrade bei der Gestaltung derartiger Getriebe. Durch eine Variation der Zähnezahldifferenz innerhalb der Stufen und der absoluten Zähnezahlen z_1 , z_2 , z_2' und z_4 sind Vielfalt und Höhe der erreichbaren Übersetzungen kaum Grenzen gesetzt. Hieraus ergibt sich eine große Flexibilität des Getriebes bei der Anpassung an verschiedene Einsatzzwecke. Bei entsprechender Wahl der Parameter ist auch eine Umkehr der Bewegungsverhältnisse vom Minusgetriebe zum Plusgetriebe möglich. Die Triebstockverzahnung ist hier besonders vorteilhaft, da mit ihr minimale Zähnezahlunderechiede ohne Eingriffsstörungen realisierbar sind.

Um die Anforderung an das Elektrofahrzeug-Getriebe bestmöglich zu erfüllen wird die geforderte Übersetzung von $i_{\text{ges}} = -34$ mit $z_2 = 20$, $z_3 = 19$, $z_2' = 13$ und $z_4 = 12$ generiert. Die erste Stufe bildet so nach Gleichung 4-1 (Bauform IA) eine Übersetzung von $i_1 = 20$ ab, für Stufe 2 ergibt sie sich zu $i_2 = 1,7$. Diese Aufteilung stellt nur eine der vielen mathematisch möglichen Zähnezahl-Kombinationen dar. Wie bei konventionellen Verzahnungen sind auch hier gemeinsame ganzzahlige Vielfache der Zähnezahlen von Ritzel und Rad zu vermeiden. Die Folge wären periodische Eingriffsstörungen die zu Schwingungen, verstärkter Geräuschentwicklung und einseitigem Verschleiß führen.

Die bewegliche, kinematisch gleichwertige Kopplung beider Stufen erfolgt über einen Parallelkurbeltrieb (8), Abbildung 4-6. Um den nötigen Drehmassenausgleich zu schaffen sind die beiden Umlaufräder um 180° versetzt angeordnet. Der Steg ist daher als Doppelsexcenter (7) ausgeführt.

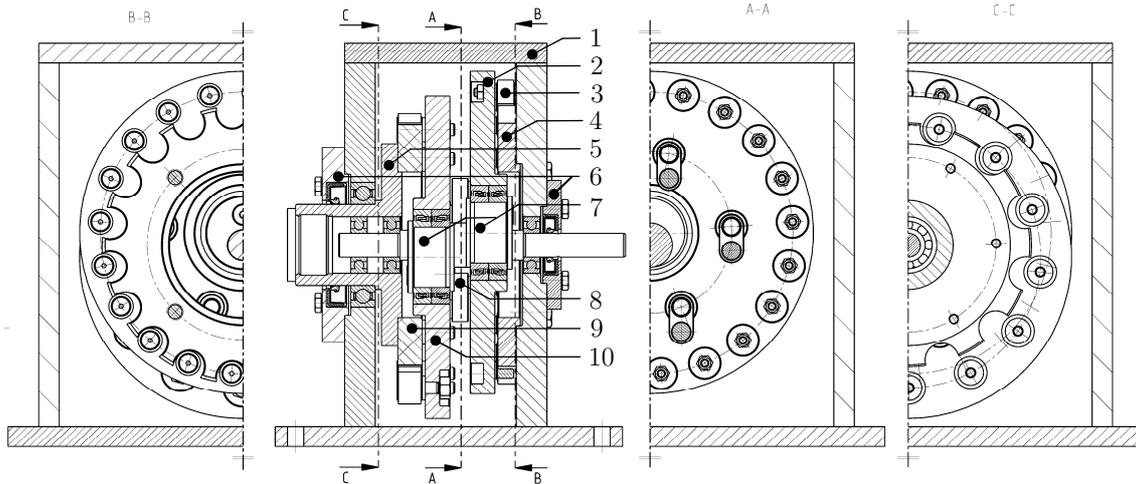


Abb. 4–6: 2-stufiges Epizykloidengetriebe [FMDauto]

An- und Abtriebswelle liegen koaxial, wobei Letztere als Hohlwelle (5) die Lagerung der Exzenterwelle aufnimmt. Das Gehäuse (1) stellt das nötige Schmierstoffvolumen bereit und dient als Gestell der Konstruktion. Die Ausführung auf Basis der Epizykloide bietet für diesen Anwendungsfall Vorteile gegenüber der Bauart als Hypozykloide. Wie in den Gleichungen 4-1 und 4-2 dargestellt, benötigen Ritzel und Rad beim Hypozykloidengetriebe der Bauform AI jeweils einen Zahn mehr, um das gleiche Übersetzungsverhältnis zu erreichen. Dies führt zu einer Zunahme von Gewicht und Bauraumbedarf. Des Weiteren erschwert die innenliegende Kontur der Gegenverzahnung am Mittelrad eine wirtschaftliche Fertigung. Die Kurvenrollen der Triebstockverzahnung (3) werden durch gelagerte Rollen ersetzt. Diese verfügen über ballige Oberflächenkonturen, um das Tragbild während des Eingriffs zu verbessern. Abbildung 4-7 zeigt einen Teilschnitt durch das 3D-CAD Modell des konstruierten Epizykloidengetriebes.

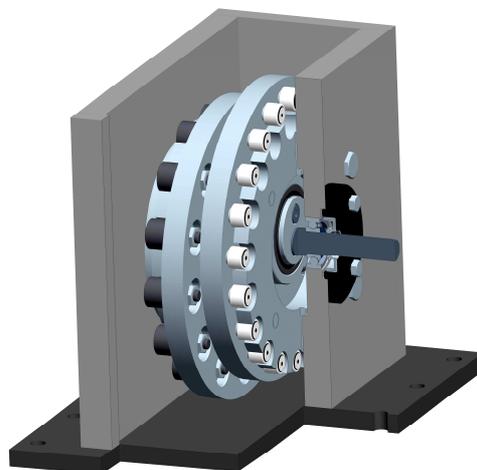


Abb. 4–7: Teilschnitt Epizykloidengetriebe [FMDauto]

Beide Umlaufräder (2) und (10) sind als Scheiben ausgeführt, die Kurvenrollen sind auf dem Umfang verteilt. Die Gegenverzahnungen in Form der Kurvenscheiben (4) und (9) sind am Gehäuse (Stufe 1) und an der Abtriebswelle (Stufe 2) befestigt. Die Zapfen der Exzenterwelle laufen in Kugellagern mit besonderer Eignung für hohe Drehzahlen. Auch die Lagerung der Abtriebswelle findet über Kugellager im Gehäuse statt. Für die Umlaufräder kommen spezielle Hochgeschwindigkeits-Spindellager in O-Anordnung zum Einsatz. Die Koppelglieder wie auch die Kurvenrollen arbeiten mit angepassten Nadellagern. Öldichtigkeit wird über die Lagerdeckel (6) und darin verbaute Radial-Wellendichtringe hergestellt. Tabelle 4-1 fasst die technischen Daten der ausgeführten Konstruktion zusammen.

Übersetzung [-]	-34
Gewicht [kg]	23
Länge [mm]	200
Breite [mm]	165
Höhe [mm]	200
Bauraum [dm ³]	6,6

Tab. 4-1: Technische Daten Epizykloidengetriebe

4.2.2 Äquidistantenform und Kontaktbahn

Die Gestalt der Mittelradverzahnung ist abhängig von der Exzentrizität e , dem Kurvenrollen-Durchmesser d und dem Summenradius r_m als Summe von Wälzkreisradius $r_{w\ddot{a}lz}$ und Rollkreisradius r_{roll} . Gemäß dieser Parameter ergibt sich die Epizykloide, welche die Außenkontur des Zahnrades und somit die Form der Zähne bestimmt.

Die für die Übersetzung nötige Zähnezahzahl z_2 ist über das Verhältnis von r_{roll} und r_m definiert, siehe Gleichung 4-8. Die Zähnezahldifferenz n besagt, wie viele Umläufe des Kurvenrollen-Rings zum Schließen eines Kurvenzuges der Zykloide nötig sind.

$$\frac{r_{roll}}{r_m} = \frac{l}{(z_2 + n)} = \frac{l}{(z_2 + l)} \quad (4-8): \text{Bestimmung Zähnezahzahl Mittelrad } z_2$$

Wie in Kapitel 4.1 dargelegt, wird in der vorliegenden Konstruktion $n = 1$ gewählt, um eine möglichst hohe Übersetzung bei geringen Abmaßen zu erzielen. Bei $n > 1$ überschneiden sich die Zykloidenäste wodurch weite Teile der Zahnkontur verloren

die Zahnkontur der Äquidistante nicht geschlossen. Somit wälzen die Kurvenrolle und die Zähne der Kurvenscheibe abschnittsweise periodisch aufeinander ab. Der Punkt S als Schnittpunkt von innerer und äußerer Äquidistante bildet die jeweilige Endspitze der Mittelradverzahnung. Da außerhalb von S die Kraftereinleitung unter sehr ungünstigen Übertragungswinkeln erfolgt wird hier auf Teile der theoretischen Kontur verzichtet und Material zurückgenommen. Die Form der epizykloidalen Verzahnung unterscheidet sich hier von der Kontur der inneren Äquidistante.

Die Beanspruchung der Zahn teilt sich in zwei Teile, getrennt durch den Punkt M, Abbildung 4-9. In der ersten Hälfte rollt die Kurvenrolle auf der Zahnkontur ab und wird beschleunigt. In der zweiten Hälfte, entlang der Momentenbahn, findet eine Leistungsübertragung über den Wälzpunkt C statt. Die Momentenbahn ist durch die Punkte M und S_2 begrenzt. Abhängig von der Bewegungsrichtung befindet sich diese immer an der Zahnflanke, welche die Kurvenrolle beim Schließen der Bewegungsschleife tangiert.

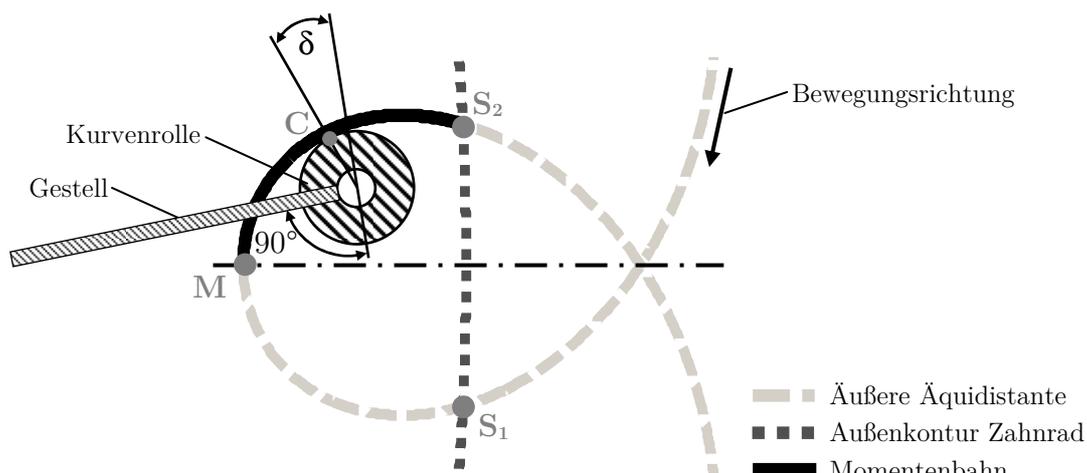


Abb. 4-9: Kontaktbahn Epizykloidengetriebe (schematisch)

Entlang der Momentenbahn verkleinert sich der Eingriffswinkel δ zwischen Triebstock und Gegenzahnkontur. Während zu Beginn im Punkt M ein Eingriffswinkel von $\delta = 90^\circ$ vorliegt, wird gegen Ende im Punkt S_2 $\delta = 0^\circ$ erreicht. Es kann angenommen werden, dass ein Großteil der Leistung erst im oberen Drittel der Momentenbahn mit Winkeln $\delta < 10^\circ$ übertragen wird. Die Leistungsübertragung erfolgt ausschließlich über Normalkräfte. Während des wiederholten Eingriffs wird die Drehbewegung der gelagerten Kurvenrolle periodisch beschleunigt. Die Kämbbewegung von Kurvenrolle und Zahnkontur setzt sich dabei aus Gleit- und Wälzanteilen zusammen. Entscheidend für einen möglichst geringen Anteil des verschleißbehafteten Gleitkontaktes ist eine hohe

Rest-Drehgeschwindigkeit der Kurvenrollen. Die Massenträgheiten und die Qualität der Lagerung sind hier entscheidend.

Ein Nachteil der gewählten rückkehrenden Variante sind die sehr hohen Relativgeschwindigkeiten der kämmenden Übertragungselemente. Grund ist die Kopplung beider Stufen über einen gemeinsamen Exzentersteg, wodurch die Antriebs- und Abtriebs-Teilkreisdurchmesser nur abhängig voneinander festgelegt werden können. Die nötige Baugröße des Abtriebs bestimmt die Dimensionierung des Antriebsteils und umgekehrt, sodass beide Stufen zwangsläufig ähnliche Abmessungen aufweisen müssen. Bei gleichbleibender Antriebsdrehzahl nimmt die Eingriffsgeschwindigkeit der Zähne mit steigendem Durchmesser der Umlaufbahn zu. Bei der ersten Stufe mit 20 Kurvenrollen am Umlaufrad und 19 Zähnen am Mittelrad werden Eingriffsgeschwindigkeiten von bis zu 250 m/s erreicht.

Bedingt durch die wechselnden Krümmungsradien der Mittelrad-Zahnflanke ist der Geschwindigkeitsverlauf des Kurvenrollen-Mittelpunktes stark nicht-linear und ändert sich entlang der Kontaktbahn. Die Lage des Maximums wird dabei von der Exzentrizität e und der daraus folgenden Epizykloidenform bestimmt. Kleine Exzentrizitäten führen zu engen Kurvenverläufen im Scheitelpunkt der Schlaufe bzw. im Punkt M, sodass hier die höchsten Geschwindigkeiten erreicht werden. Davor und danach sinken die Werte stark ab. Bei wachsenden Exzentrizitäten wird der Radius des Schlaufenscheitels größer. Damit verlagert sich die Maximalgeschwindigkeit aus dem Zahneingriff heraus hin zu Punkten oberhalb der Zahnradstege des Mittelrades. Allgemeingültige Zusammenhänge zur exakten Beschreibung der Geschwindigkeiten sind zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht gefunden. Basierend auf Simulationen mit dem konstruierten Getriebe wird in dieser Arbeit von einer durchschnittlichen Eingriffsgeschwindigkeit von 200 m/s ausgegangen.

Die Zahl der synchron tragenden Zähne ist von mehreren Faktoren abhängig. Zunächst sind die geometrischen Abmessungen entscheidend. Je nach Wahl der Zähnezahl, der Exzentrizität und der charakteristischen Radien ändert sich deren Anzahl. Hinzu kommen Einflüsse, die sich erst beim Betrieb des Getriebes voll auswirken und daher im Vorfeld nur schwer quantifizierbar sind. Im Verlauf des Tragfähigkeitsnachweises werden zwei synchron tragende Zahnpaare angenommen.

5 Einführung in die Tragfähigkeitsberechnung

5.1 Zahnschäden

Ausgangspunkt der Tragfähigkeitsberechnung von Zahnrädern aller Art sind deren Leistungsgrenzen. Darunter werden bestimmte Ausfallursachen verstanden auf die im Folgenden näher eingegangen wird. Allgemein betrachtet treten Schäden durch Zerstörung der Zahnflanke und/oder Bruch bzw. plastische Verformung der Verzahnung oder des Radkörpers auf. Die Leistungsgrenze eines Zahnradpaares ist nach [3979] generell durch drei Schäden bestimmt:

- a) Zahnbruch
- b) Grübchenbildung (Pitting)
- c) Warm- und Kaltfressen (Scuffing)

Diese Schadensarten begrenzen die Tragfähigkeit der Zahnräder abhängig vom jeweiligen Betriebsbereich. Abbildung 5-1 zeigt die Tragfähigkeitsgrenzen bzw. Grenzdrehmomente von a) vergüteten und b) oberflächengehärteten Zahnrädern mit Stirnverzahnung.

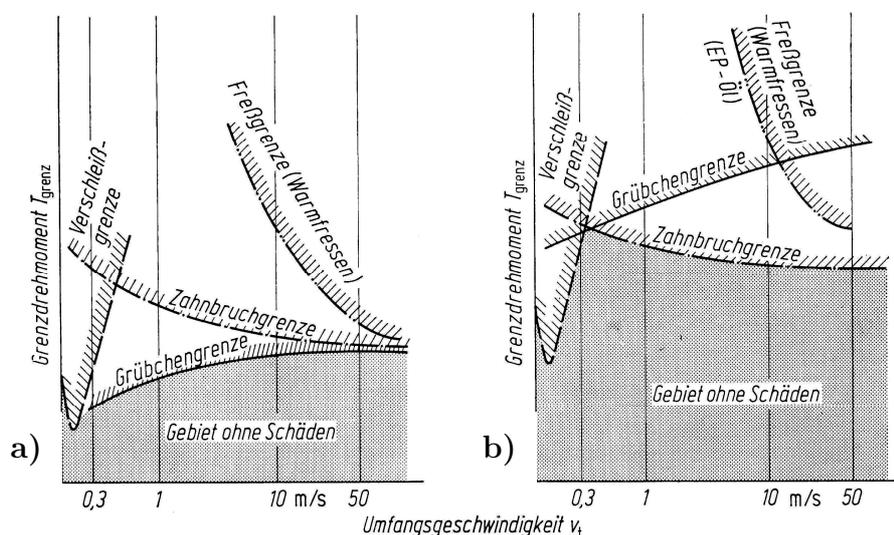


Abb. 5–1: Tragfähigkeit: a) Vergütungsstahl b) Oberflächengehärtet [Nie03]

Die Leistungsgrenzen werden nach [Nie03] wesentlich beeinflusst durch:

- a) Verzahnungsgeometrie
- b) Werkstoffauswahl und Oberflächenbehandlung
- c) Betriebsbedingungen (Belastungsart, Kräfte, Geschwindigkeiten, Temperatur)

- d) Herstellqualität
- e) Oberflächenrauheit
- f) Schmierstoffauswahl

Verzahnungen für konventionelle Fahrzeuggetriebe werden heute fast ausnahmslos bzgl. der Grübchenbildung als maßgebende Leistungsgrenze ausgelegt. Denn durch entsprechende Gestaltung der Zahnradgeometrie kann der Zahnbruch als gravierender Schaden weitestgehend ausgeschlossen werden. Der Fressverschleiß wird durch den Einsatz geeigneter legierter Getriebeöle verhindert [Nau07].

Für das Epizykloidengetriebe sind diese Voraussetzungen nur eingeschränkt gültig. Bedingt durch die hohen Umfangsgeschwindigkeiten muss sogar ein besonderes Augenmerk auf Fresserscheinungen gelegt werden. Zusätzlich führt die neue Verzahnungsform zu neuartigen Krafteingriffs- und Belastungsverhältnissen, die eine eingehende Untersuchung aller drei Schadensarten erfordern. Erst wenn auch hier gesicherte Betriebserfahrungen und passende Lösungsansätze vorliegen, können vergleichbare Annahmen getroffen werden.

Die heute gängigen Methoden zur Festigkeitssteigerung von konventionellen Zahnrädern wie Einsatzhärten, Carbonieren oder Oberflächenverfestigen, sind auch für Epizykloidenverzahnung anwendbar. Zunächst wird jedoch von der Verwendung handelsüblicher Vergütungsstähle ausgegangen. Optimierungen durch derartige Verfahren sind für zukünftige Entwicklungsschritte des Getriebekonzeptes vorgesehen. Die Eingriffsverhältnisse erfordern jedoch in jedem Fall das Schleifen der Zahnräder, um die nötige Exaktheit der Konturen zu schaffen. Profilkorrekturen in Form von Höhen- und Breitenballigkeit zur Verbesserung des Tragbildes werden bereits beim jetzigen Konstruktionsstand eingesetzt.

5.1.1 Zahnbruch

Beim Zahnbruch kommt es zum Ausbruch von Zahnteilen oder zum Abbrechen ganzer Zähne. Je nach Ursache wird unterschieden zwischen Schwing- bzw. Dauerbruch und Gewaltbruch. Letzterer ist die Folge einer kurzzeitigen, starken Überbelastung des betreffenden Zahnpaars, wie sie etwa durch Missbrauch auftritt, Abbildung 5-2 b). Einzelne Zähne der Verzahnung unterliegen im Normalfall einer schwellenden Belastung

mit periodisch wechselnden Druckbeanspruchungen. Liegt die Beanspruchungshöhe häufig oder zeitweise über der Dauerschwingfestigkeit des Zahnrades, führt dies zu Schwing- oder Dauerbrüchen, Abbildung 5-2 a). Die Schwingfestigkeit eines Zahnrades wird hauptsächlich durch die Zahnfußgestaltung, die Oberflächenrauheit, die Oberflächenverfestigung im Zahnfußbereich und die Wärmebehandlung bestimmt.

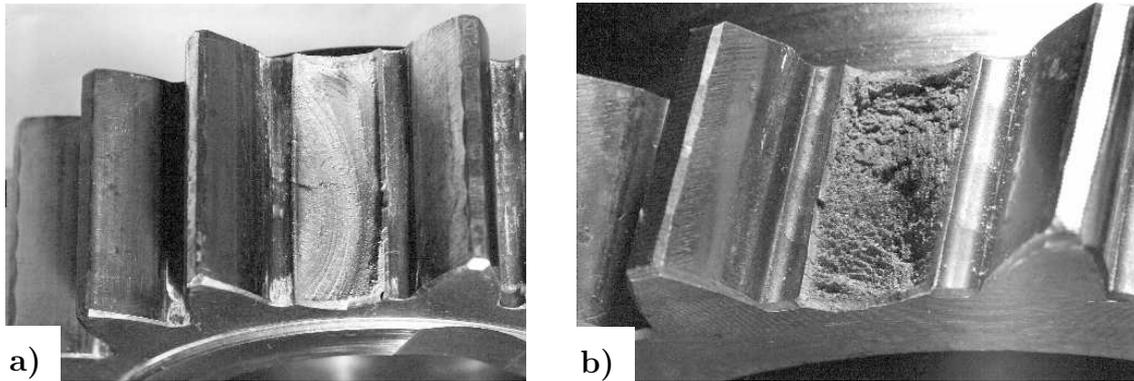


Abb. 5-2: Zahnbrüche: a) Dauerbruch b) spröder Gewaltbruch [3979]

Bei einem Schwingbruch kommt es zunächst zu einem Einreißen der Oberfläche gefolgt von einem schrittweisen Brechen des gesamten Zahnfußes. Charakteristisch sind dabei die muschelförmigen Rissfortschrittslinien im Bruchgrund, während sich Oberflächen von Gewaltbrüchen deutlich unregelmäßiger ausbilden. Es ist generell darauf zu achten, dass im Zahnfuß keine fertigungsbedingten Kerben entstehen, da so Zahnbrüche an der höchstbeanspruchten Stelle begünstigt werden.

Neben dem am häufigsten auftretenden Zahnfußbruch werden weiterhin Flankenbrüche, Brüche des Radkörpers und Zahnkopfbrüche unterschieden. Flankenbrüche sind Ermüdungsbrüche, die in der Regel vom Mittenbereich der Zahnflanke ausgehen. Sie entstehen bei einsatzgehärteten und nitrierten Verzahnungen meist unter der harten Randschicht, wenn die Betriebsspannung die Festigkeit des Materials übersteigt. Ausgangspunkt sind oft nichtmetallische Einschlüsse oder Grübchen auf der Zahnflanke. Brüche durch den Radkörper gehen von tieferen Bereichen des Zahngrundes bzw. von der Zahnücke aus und entstehen besonders bei dünnen Radkränzen. Zahnkopfbrüche gehen direkt vom Zahnkopf aus und entstehen durch zu hohe Beanspruchung beim Eingriffsbeginn und/oder Ermüdung des durchgehärteten Zahnkopfbereiches [Ste06].

Kommt es in einem Getriebe zum Zahnbruch, so wird im Allgemeinen die Funktionsfähigkeit des Getriebes schlagartig beendet. Um dies zu verhindern können neben

werkstoffbezogenen auch geometrische Maßnahmen ergriffen werden, um die Zahnfußtragfähigkeit zu steigern. Beispiele sind die Vergrößerung des Bruchquerschnitts oder die Verringerung der Kerbwirkung durch glatte Fußausrundungen.

Die Zahnform des Mittelrades bei den Epizykloidengetrieben erweist sich bezogen auf die Zahnbruchgefahr als äußerst vorteilhaft. Sehr große Fußradien sorgen für eine großflächige Kraftaufnahme. Zudem existieren am gesamten Zahn keine fertigungsbedingten Kerben, vgl. Abbildung 4-8.

5.1.2 Grübchenbildung (Pitting)

Eine Schädigung der Zahnräder durch Grübchen zeigt sich durch Poren und Ausbrüche auf den Flankenoberflächen, Abbildung 5-3 a). Die Grübchenbildung ist eine Ermüdungserscheinung des Werkstoffs und tritt daher erst nach einer gewissen Laufzeit des Getriebes auf. In den meisten Fällen liegen mehr als $5 \cdot 10^4$ Lastwechsel vor einem ersten Schadensbild. Ursache von Grübchen sind Oberflächenrisse als Folge von Gleit- und/oder Wälzbeanspruchungen oder Schubspannungen unterhalb der Zahnflankenoberfläche.

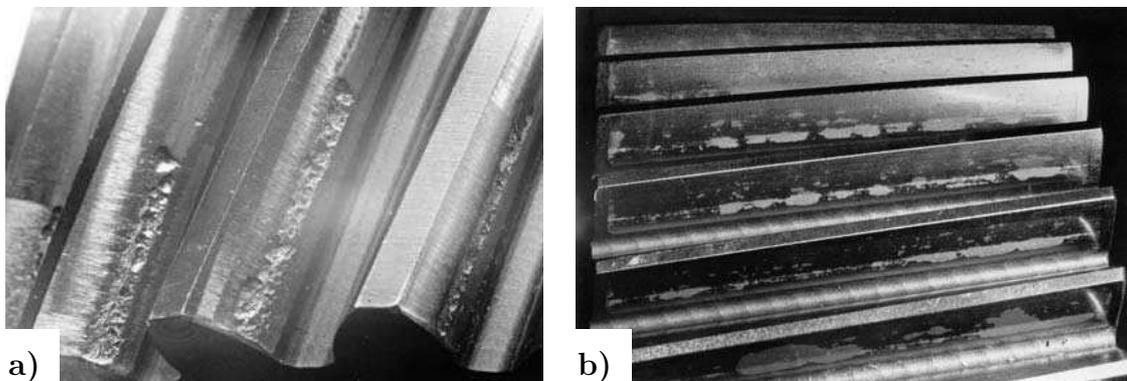


Abb. 5-3: Grübchen: a) Grübchenbildung b) Graufleckigkeit [3979]

Bei der sog. Graufleckigkeit zeigt die betreffende Flanke bei visueller Betrachtung graue Zonen, Abbildung 5-3 b). Diese werden dem Englischen folgend auch Pittings genannt [Dec11]. Erst unter dem Rasterelektronenmikroskop ist zu erkennen, dass es sich hierbei um feine ermüdungsbedingte Ausbrüche der Oberfläche handelt, auch Micropittings genannt. Die Graufleckigkeit wird durch die Ölviskosität, Öladditive und die Oberflächenstruktur der Flanke beeinflusst. In der Regel bewirkt sie keinen Ausfall

der Verzahnung. Fortschreitender Materialabtrag schwächt jedoch die Flanke und führt so zur Verschlechterung des Übertragungsverhaltens (Geräuschemissionen).

Zur Beschreibung der Grübchentragfähigkeit wird die HERTZ'sche Pressung herangezogen, die als Grundlage für die Berechnung der Flankenpressung dient. Die HERTZ'sche Pressung ist eine wichtige Kenngröße für die Beanspruchung der kämmenden Zahnflanken, aber notwendigerweise nicht die einzige Ursache für Grübchen. Entscheidend sind ebenso die auftretenden Schubspannungen unter der Oberfläche. Grübchen treten nur bei geschmierten Getrieben auf. Die Grübchenfestigkeit wird durch Schmierstoffeigenschaften, Materialhärte, spezifische Gleitanteile, Flankenformfehler, Oberflächenrauheit und die Umfangsgeschwindigkeit beeinflusst [Fis12]. Auch Grübchen führen nicht zu einem plötzlichen Ausfall des Getriebes, sondern zu einer fortschreitenden Verringerung der Zahnflankentragfähigkeit. Erst bei Materialverlust in entsprechendem Umfang können die geforderten Betriebskräfte nicht mehr aufgenommen werden. Zudem entstehen Schäden durch das umherwirbelnde abgeplatzte Flankenmaterial. Eine Sonderform der Grübchen sind die sog. Einlaufgrübchen, die zu Beginn des Getriebelebens entstehen. In aller Regel kommen diese nach einer bestimmten Einlaufperiode zum Stillstand und sind für den weiteren Betrieb unkritisch.

Die Grübchen- oder Flankentragfähigkeit ist durch die zulässige Flankenpressung der Verzahnung festgelegt. Die real elastischen Werkstoffe verformen sich und platten sich unter der Einwirkung von Kräften an den Berührstellen der Flanken ab. Anstelle der Linienberührung ideal starrer Körper findet daher über die Zahnbreite eine flächige Berührung der Zahnflanken statt. Die Pressungen nach HERTZ verteilen sich etwa proportional zu den elastischen Verformungen. Beim Überschreiten der ertragbaren HERTZ'schen Pressungen lösen sich Teile aus den Zahnflankenoberflächen heraus, so dass grübchenartige Vertiefungen entstehen.

Das Epizykloidengetriebe weist neben dem Ineinandergreifen konvexer und konkaver Verzahnungskonturen einen hohen Überdeckungsgrad auf. Beide Merkmale reduzieren die theoretisch auftretenden Flächenpressungen verglichen mit herkömmlichen Evolventenverzahnungen. Jedoch liegt derzeit noch keine exakte Aussage über die Auswirkung von Formabweichungen der Verzahnung auf die Eingriffsverhältnisse während des Betriebs vor.

5.1.3 Warm- und Kaltfressen (Gallings)

Versagt die Schmierung der Zahnflanken, wird abhängig von der Umfangsgeschwindigkeit zwischen Warmfressen und Kaltfressen unterschieden. Kaltfressen tritt in der Regel bei Umfangsgeschwindigkeiten < 5 m/s an vergüteten Zahnrädern grober Verzahnungsqualität auf. Solch niedrige Geschwindigkeiten treten beim untersuchten Epizykloidengetriebe kaum auf. Beim Warmfressen bricht der Schmierfilm infolge hoher Temperaturen oder zu hoher Belastungen zusammen. Es kommt es zu metallischer Berührung, örtlichem Verschweißen und nachfolgendem Auseinanderreißen der verschweißten Zahnflanken. Die Oberflächen beider Flanken werden dabei verletzt.

Für die Entstehung derartiger Schäden sind nicht nur mechanische, sondern insbesondere auch chemische Vorgänge entscheidend. Mechanisch wird das System durch die elasto-hydrodynamische Schmiertheorie beschrieben. Die chemischen Abläufe spielen sich in dünnsten Schichten unter sehr hohen Drücken ab und sind daher äußerst komplex. Es werden zwei Arten von Schmierfilmen unterschieden: Der elasto-hydrodynamische Schmierfilm und der chemische Schutzfilm. Letzterer entsteht aus den chemischen Reaktionen des Randzonenwerkstoffs mit den Öladditiven.

Ähnlich den Grübchen bedeuten auch Fresserscheinungen nicht das unmittelbare Ende der Getriebelebensdauer. Bedingung ist, dass deren Ausbreitung rechtzeitig zum Stillstand kommt. Generell werden zwei Arten von Warmfressen unterschieden: Die sog. Riefenbildung zeigt sich in Form von einzelnen oder mehreren unterschiedlich starken Riefen zoniert in Gleitrichtung der Zahnflanken, Abbildung 5-4 a).

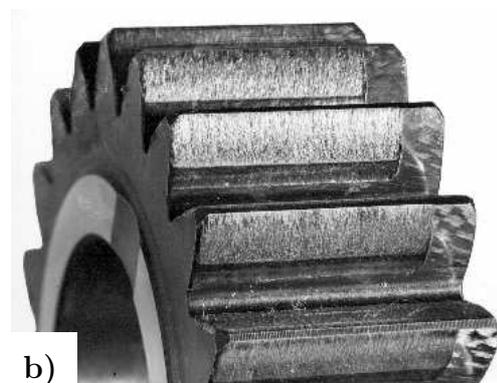
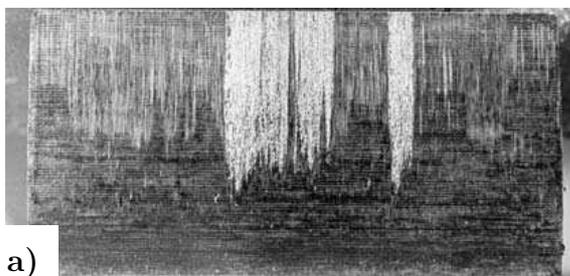


Abb. 5-4: Fressen: a) Riefenbildung b) Fresser [3979]

Sie tritt typischerweise bei synthetischen Ölen und Umfangsgeschwindigkeiten < 30 m/s auf. Die sog. Fresser erscheinen als einzelne feine Striche (Fressstriche), als

zusammenhängende Felder (starke Fresser) oder als Zonen über die ganze Zahnbreite (Fresszonen), Abbildung 5-4 b). Gemeinsames Merkmal aller drei Arten ist die Mattierung der Zahnflankenoberflächen. Fresserscheinungen werden nach der englischen Entsprechung auch als Gallings bezeichnet.

Für den Fressvorgang ist die Erwärmung der Zahnräder entscheidend. Die maßgebende Größe ist dabei die sog. Zahnflanken-Dauertemperatur oder Zahnmassentemperatur. Eingeleitet wird der Fressvorgang vom Zusammenbruch des chemischen Schutzfilms an der Zahnflanke, wobei die Widerstandsfähigkeit des Schutzfilms maßgeblich von der Zahnflankentemperatur abhängt. Für die Schmierfilmbeanspruchung ist die vorherrschende HERTZ'sche Pressung entscheidend. Größere Schmierfilmdicken, hervorgerufen durch hohe Viskositäten und tragfähigkeitssteigernde, hoch druckbeständige EP (Extrem Pressure)-Zusätze, können Fresserscheinungen deutlich verringern. Die ersten Anzeichen von Fressen sind generell dort zu finden, wo die Gleitgeschwindigkeiten am größten sind. Bei Evolventenverzahnungen neigen besonders die Köpfe der Räder und die Zahnfüße der Ritzel zu vorzeitigem Anfressen. Daher ist es generell wichtig, die relativen Gleitgeschwindigkeiten (spezifisches Gleiten) der Eingriffspartner möglichst klein zu halten. Darüber hinaus sollte immer für einen ordnungsgemäßen Einlauf des Getriebes gesorgt werden.

Das entwickelte Berechnungsverfahren für Epizykloidengetriebe basiert auf der Annahme, dass im Zahneingriff zu jeder Zeit Schmierstoff in ausreichender Menge zur Verfügung steht. Tiefere Erkenntnisse über die Ausbildung von Schmier- und Schutzfilmen an den Berührflanken Kurvenrolle-Zahnkontur existieren aktuell noch nicht. Hervorgerufen durch die hohen Eingangsdrehzahlen ist mit einem vergleichsweise schnellen Anstieg der Zahnmassentemperatur zu rechnen. Besonders die sehr hohen Eingriffsgeschwindigkeiten der Kurvenrollen sind hier zu beachten, deren Wälz- und Gleitanteile noch nicht eindeutig erfasst sind. Entscheidend wird sein, in welchem Maß das Gleiten durch die Lagerung der Kurvenrolle gesenkt werden kann.

5.2 Grundlagen des Verfahrens

5.2.1 Normen nach DIN 3990

Aktuelle wie auch vergangene Forschungen auf dem Gebiet der Verzahnungs- und Getriebetechnik liefern permanent eine Fülle an Erkenntnissen zu Auslegung und Dimensionierung von Verzahnungen. All dieses Wissen ist in der Norm 3990 des Deutschen Institutes für Normung (DIN) zusammengefasst und wird regelmäßig aktualisiert. Die Berechnungsnormen DIN 3990 Teil 1 bis Teil 6 und die Anwendungsnormen DIN 3990 Teil 11, 21, 31 und 41 stellen daher seit Jahren den aktuellen Stand des Wissens bezüglich der Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern dar [Kün09, Dec11, Muh07].

Die DIN 3990 erfasst die Tragfähigkeitsgrenzen bezüglich Grübchenbildung, Zahnbruch und Fressen. Die Teile 1 bis 6 basieren größtenteils auf den theoretischen Ansätzen von Niemann et al. deren Herleitung in [Nie03] veröffentlicht ist. Der stoffliche Inhalt der Normen ist sehr umfangreich und stellt alle Aspekte der Tragfähigkeitsberechnung detailliert dar. Für die Tragfähigkeit von Zahnrädern sind viele Einflussgrößen bestimmend, deren vollständige Erfassung jeweils mit großem Aufwand verbunden ist. Die hochentwickelten Algorithmen der DIN 3990 sind daher sehr komplex. In der Fachliteratur werden die Berechnungen aus Gründen der Übersichtlichkeit oft stark vereinfacht und auf häufig vorkommende Anwendungsgebiete beschränkt. Dabei werden nur für die Auslegung unverzichtbare Hauptbeanspruchungen berücksichtigt. Die weitere Dimensionierung wird durch Erfahrungswerte und Versuchsergebnisse abgesichert [Hab11].

Für das Epizykloidengetriebe existieren weder Normen noch Berechnungsansätze, die sich mit den Tragfähigkeitsgrenzen bzgl. Fressen, Zahnbruch oder Grübchenbildung auseinandersetzen. Daher wird die DIN 3990 als Basis für das zu entwickelnde Berechnungsverfahren herangezogen. Die darin angegebenen Ansätze und Formeln beziehen sich jedoch ausschließlich auf evolventenverzahnte Stirnräder. Daher wird der ursprüngliche Rechengang umgearbeitet und neu definiert, um ihn an die charakteristischen Geometrie- und Verzahnungsparameter des Epizykloidengetriebes anzupassen. Zudem werden für einige Variablen zusätzliche Korrekturwerte eingeführt. So können die in der DIN 3990 enthaltenen Erkenntnisse auch für eine andere Verzahnungsart genutzt

werden. Ziel ist es, eine verlässliche und exakte Berechnungsgrundlage zur Dimensionierung von Epizykloidengetrieben zu entwickeln.

5.2.2 Berechnungsmethoden

Um die auf die Verzahnung einwirkenden Belastungen rechnerisch möglichst realitätsnah zu ermitteln, werden die Nennwerte der auftretenden Beanspruchungen in der DIN 3990 mit Einflussfaktoren verrechnet. Es werden zwei Arten von Einflussfaktoren unterschieden. Externe Faktoren berücksichtigen Einflüsse, die von außen auf die Verzahnungspartner einwirken. Sie werden zwar als unabhängig voneinander angesehen, beeinflussen sich jedoch in Realität in nicht genau bekanntem Umfang. Werte hierfür werden in Tabellen angegeben. Die internen Faktoren sind durch Eingriffsverhältnisse und Verzahnungsgeometrie bestimmt und werden mittels Gleichungen berechnet. Sie erfordern aufgrund der gänzlich anderen Verzahnungsform des Epizykloidengetriebes umfangreiche Anpassungen, die in den Kapiteln 6 bis 9 ausführlich dargestellt werden.

Teil 1 der DIN 3990 gibt fünf verschiedene Methoden zur Ermittlung der Einflussfaktoren an. Diese gelten für verschiedene Anforderungen und werden in der Berechnung mit den Indizes A bis E gekennzeichnet:

Methode A: Die Bestimmung der Faktoren erfolgt mittels exakter Messungen, umfassender mathematischer Analysen des Systems und/oder gesicherter Betriebserfahrungen. Da alle Getriebe- und Belastungsdaten sowie Zusammenhänge vorab genau bekannt sein müssen wird diese Methode kaum angewendet.

Methode B: Es gilt die Annahme, dass jedes Zahnradpaar ein einzelnes elementares Massen- und Federsystem bildet. Dies ist für die meisten Anwendungsfälle hinreichend genau. Der Einfluss weiterer Getriebestufen wird nicht berücksichtigt. Alle Faktoren werden durch Gleichungen berechnet, wodurch sich diese Methode besonders für numerische Berechnungen eignet.

Methode C: Bei bestimmten Voraussetzungen können Faktoren über Näherungen bestimmt werden, wodurch sich der Rechengang vereinfacht. Dies gilt beispielsweise für Zahnräder aus Eisenwerkstoffen und den Betrieb im unterkritischen Drehzahlbereich.

Methode D und Methode E: Zur Ermittlung diverser Faktoren werden noch weitere Sonderverfahren angegeben. Sie gelten zum Teil für bestimmte Anwendungsbereiche oder sind nur unter gewissen Voraussetzungen anwendbar. So wird beispielsweise eine konstante Linienlast von 350 N/mm entlang der Zahnflanke angenommen, auch wenn der tatsächliche Wert darunter liegt.

Maßgebend im Streitfall ist Methode A gegenüber Methode B, Methode B gegenüber C usw. In der industriellen Praxis ist für den Großteil der konventionellen Getriebe der Tragfähigkeitsnachweis nach Methode C hinreichend genau. Darüber hinaus liegen in der Auslegungsphase selten bereits alle Getriebedaten vor, die für eine Berechnung nach Methode A oder B benötigt werden.

Getriebe finden ihren Einsatz in sehr unterschiedlichen Anwendungsgebieten, woraus sich individuelle und unterschiedliche Anforderungen ergeben. Die DIN 3990 stellt daher neben den Berechnungsnormen Teil 1 bis Teil 5 auch Anwendungsnormen für Industriegetriebe (3990-11), Schnelllaufgetriebe (3990-21) und Fahrzeuggetriebe (3990-41) bereit. Jede der Anwendungsnormen enthält angepasste Berechnungsansätze, spezielle Annahmen und Vereinfachungen, die dem jeweiligen Verwendungszweck entsprechen.

Für die Tragfähigkeitsberechnung des Epizykloidengetriebes wird fast ausschließlich der Rechengang gemäß der Berechnungsnormen Teil 1 bis Teil 5 herangezogen. Nur in wenigen Ausnahmefällen wird auf Annahmen aus den Anwendungsnormen zurückgegriffen. Auf diese Weise entsteht eine Auslegungsvorschrift, die rein auf den Gleichungen der Berechnungsnormen 3990-1 bis 3990-5 basiert. Es finden sich so alle Merkmale der Epizykloidenverzahnung exakt wieder. Dies ist entscheidend für die Aussagekraft des entwickelten Berechnungsverfahrens.

Die Berechnungsmethode A scheidet aufgrund der beschriebenen Anforderungen an vorab bekannte Größen für die Ermittlung der meisten Variablen aus. Um die Verhältnisse des Epizykloidengetriebes bestmöglich abzubilden wird daher, wo möglich, eine Berechnung nach Methode B vorgenommen. Teilweise zwingt der aktuelle Wissensstand dazu, Methode C zu verwenden, da für Methode B noch nicht alle nötigen Daten vorliegen. Methode D und Methode E kommen nicht zum Einsatz. Daneben spielt für die Wahl der passenden Methode die Gewichtung des Parameters und dessen

Veränderlichkeit eine Rolle. Der notwendige Rechenaufwand ist damit in Einklang zu bringen, um das Berechnungsverfahren leicht nutzbar und allgemein verständlich zu gestalten.

5.2.3 Vorüberlegungen und Annahmen

Die Nutzung des Berechnungsverfahrens erfordert für jeden Anwendungsfall eine realistische Abschätzung aller Einflussfaktoren. Besonders die zulässige Spannung, das angemessene Schadensrisiko (Schadenswahrscheinlichkeit) bzw. die zugehörigen Sicherheitsfaktoren müssen vorab festgelegt werden.

Es gilt zu berücksichtigen, dass die Anforderungen an Zahnräder je nach Anwendungsgebiet beträchtlich variieren. Werden sie als Verbrauchsgut ausgelegt, ist ein relativ hohes Schadensrisiko und eine kurze Lebensdauer zulässig. In anderen Einsatzgebieten ist höchste Betriebssicherheit bei sehr langer Lebensdauer notwendig. In Sonderfällen wie etwa der Notstromversorgung kann äußerste Zuverlässigkeit bei kurzer Lebensdauer gefordert sein. Entscheidend ist auch, in welchen Stückzahlen das jeweilige Zahnrad gefertigt wird. Bei hohen Produktionszahlen ist gegenüber Einzel- und Kleinserienfertigung meist eine bessere und gleichmäßigere Qualität möglich. Für die Präzision der Auslegung ist die genaue Kenntnis der vorliegenden Belastungen ausschlaggebend. Je weniger über die tatsächlichen Verhältnisse bekannt ist, desto höher müssen die Sicherheitsfaktoren der einzelnen Tragfähigkeiten angesetzt werden. Zudem entscheiden Kostenkalkulationen darüber, welcher Forschungs- und Fertigungsaufwand für die Bauteile wirtschaftlich zu realisieren ist [Kün08].

Es wird zwischen den Mindest-Sicherheitsfaktoren gegen Grübchenschäden S_{Hmin} , gegen Zahnbruch S_{Fmin} und gegen Fressschäden S_{Smin} unterschieden. Alle drei sind im Laufe des Berechnungsablaufes festzulegen. Die DIN 3990 vergleicht anschließend die sich ergebenden Sicherheiten S_H , S_F , S_S mit diesen vorab definierten Schadensgrenzen. Dabei muss stets gelten, dass die berechneten Sicherheiten mindestens den festgelegten Schadensgrenzen entsprechen. In den Anwendungsnormen sind Richtwerte für die Mindest-Sicherheitsfaktoren angegeben, die jeweils für das behandelte Anwendungsgebiet gelten. Die Werte beruhen auf Betriebserfahrungen und Beobachtungen an realen Getrieben. Sie gelten unter der Voraussetzung, dass alle nötigen Einflussgrößen bekannt sind und

im Betrieb eingehalten werden. Höhere Sicherheitsfaktoren sind dann erforderlich, wenn Einflussfaktoren unbekannt sind, ein kritischer Anwendungsfall vorliegt oder mit einem hohen Schadensrisiko zu rechnen ist.

Bei der Wahl der Mindest-Sicherheitsfaktoren und der zulässigen Schadenswahrscheinlichkeit ist immer zwischen geforderter Betriebssicherheit und den damit verbundenen Fertigungskosten abzuwägen. Je genauer alle Einflussgrößen vorliegen, desto zuverlässiger wird das Berechnungsergebnis. Damit können die nötigen Sicherheitsfaktoren niedriger angesetzt werden, was die Konstruktion wirtschaftlicher gestaltet. Auch die Schadenswahrscheinlichkeiten der verwendeten Dauerfestigkeitswerte beeinflussen die Mindest-Sicherheiten. Diese liegen üblicherweise bei 1 % oder 10 %. Das Schadensrisiko verringert sich mit einer Erhöhung des Sicherheitsfaktors und umgekehrt. Einfluss nimmt zudem die gewählte Qualitätsklasse der verwendeten Konstruktionsmaterialien.

Einflussgrößen die während der Konstruktionsphase unbekannt sind müssen zwangsläufig abgeschätzt werden. Die Zuverlässigkeit dieser Annahmen kann abhängig von der damit verbundenen Bezugsgröße unter Umständen stark schwanken. Beispielsweise sind zuverlässige Werte bzgl. elastischer Verformungen bei Teil- und Vollastbetrieb nur über Messungen an realen Probanden zu erlangen. So ist die Höhe des Sicherheitsfaktors je nach zu erwartender Korrektheit bzw. Abweichung der Annahmen von der Realität zu wählen. Für bestimmte Einsatzfelder oder erste Auslegungsberechnungen ist es mitunter nötig, einige Faktoren zu 1 anzunehmen. Dabei ist immer zu prüfen, ob damit auf der „sicheren Seite“ gerechnet wird.

Die in der Norm angegebenen Zahlenwertgleichungen machen es erforderlich, dass alle Parameter mit den geforderten Einheiten eingesetzt werden. Weiterhin ist die Reihenfolge der Rechengänge einzuhalten, da Ergebnisse aufeinander aufbauen und Faktoren voneinander abhängig sind. Die Tragfähigkeitsberechnung für Epizykloidengetriebe wird in allgemeingültiger Form entwickelt. Damit gibt es keine Einschränkungen bei der Anwendbarkeit des Verfahrens, solange die Form der Verzahnungspartner der beschriebenen Kontur entspricht.

Neben der universellen Darstellung erfolgt eine beispielhafte Anwendung des entwickelten Rechengangs für die erste Stufe des in Kapitel 4.2 dargestellten Getriebes für ein

Elektro-Transportfahrzeug. Für die Durchführung der Berechnung müssen mindestens folgenden Eingangsgrößen bekannt sein oder vorab ermittelt werden:

- a) Herstellung: Werkstoff, Härte, Wärmebehandlung, Werkstoffqualität, Verzahnungsqualität, Oberflächenqualität
- b) Konstruktion: Radkörpermaße, Flankenlinienkontur, Lage der Zahnräder zu den Lagern, Maße der Exzenterwelle, Geometriedaten nach [3960]
- c) Leistungsdaten: Antriebsdrehmoment bzw. -leistung, Eingangsdrehzahl
- d) Anwendungsbereich: Charakteristik An- und Abtriebsmaschine, Schmierstoffeigenschaften

Für die Verzahnungsqualität wird Klasse 5 nach [3961] angesetzt. Alle in der Berechnung nicht explizit aufgeführten Merkmale des Getriebes oder der Einzelteile sind den technischen Zeichnungen in den Anhängen A.1 bis A.6 zu entnehmen. Das Datenblatt der verwendeten Kurvenrollen zeigt Anhang A.7.

Das Material des Mittelrades wird mit 42CrMo4V bzw. der Werkstoffnummer DIN EN 10083 festgelegt. Dabei handelt es sich um einen Vergütungsstahl der in Fahrzeuggetrieben vielfache Anwendung findet. Hohe Festigkeiten bei gleichzeitig hoher Zähigkeit ermöglichen die Verwendung für hochbeanspruchte Bauteile. Zudem ist er gut zerspanbar. Die Laufkörper der Kurvenrollen sind aus 100Cr6 gefertigt. Dies ist ein klassischer Stahl der Wälzlagerherstellung und besonders für verschleißbeanspruchte Bauteile geeignet.

Als Schmierstoff für die Tauschschmierung des Getriebes wird ein ATF (Automatic Transmission Fluid)-Öl gemäß Anhang A.8 verwendet. Bei ATF-Ölen handelt es sich um Getriebeöle, die speziell für den Einsatz in Stufen-Automatgetrieben konzipiert sind. Sie orientieren sich daher stark an den tribologischen Anforderungen von Umlaufrädergetrieben und deren Lagerung. Mit Hilfe entsprechender Additive liegen auch bei sehr hohen Pressungen ausreichende Schmierfilmdicken vor. Zusätzlich ist die Beständigkeit gegen Temperatureinflüsse, Scherbeanspruchung und Alterung sehr groß. Ein hoher Viskositätsindex sorgt für eine geringe temperaturabhängige Viskositätsänderung, was einen sicheren Betrieb in einem breiten Temperaturspektrum ermöglicht.

Zum Zeitpunkt der Entwicklung des Berechnungsverfahrens ist die Konstruktion des Epizykloidengetriebes zwar abgeschlossen, es liegt jedoch noch kein realer Prototyp des Getriebes vor. Alle gemachten Annahmen und Abschätzungen beruhen daher auf theoretischen Voruntersuchungen und Simulationen. Kinematische Untersuchungen werden anhand eines prinzipiellen Funktionsmodells nachvollzogen. Der Verlauf der Epizykloiden und die Form der zugehörigen Äquidistanten werden mit MATLAB berechnet und anschließend mit Hilfe von CAD-Software weiterverarbeitet.

Im nachfolgenden Rechengang wird der Namenskonvention in der Getriebetechnik folgend der Kurvenrollen-Ring als Ritzel und die Kurvenscheibe bzw. die Äquidistante als Rad bezeichnet.

6 Umfangskraft und Kraftfaktoren

6.1 Nenn-Umfangskraft F_t

Zur Ermittlung der auf die Verzahnung wirkenden Kräfte sind alle in das Getriebe eingeleiteten Leistungen zu berücksichtigen. Die Nenn-Umfangskraft F_t wird aus dem vom Zahnradpaar übertragenen maximalen Nenn-Moment T_1 bzw. der Nenn-Leistung P im Stirnschnitt am Teilkreis berechnet. Grundlage für die Tragfähigkeitsberechnung bildet das Getriebe-Abtriebsmoment M_{ZB} . Daraus resultieren die schwersten, ordnungsgemäßen Arbeitsbedingungen. F_t ist die maximale Nenn-Umfangskraft für den betrachteten Zahneingriff. T_1 tritt erst am Abtrieb der zweiten Stufe auf, wird aber zur Erreichung höherer Sicherheiten auch für die Auslegung der ersten Stufe herangezogen. Für die zu Grunde gelegte Leistungsübertragung mit nur einem Zahnradpaar folgt (Gleichung 6-1):

$$F_t = \frac{2000 \cdot T_1}{d_1} \quad (6-1): \text{Nenn-Umfangskraft } F_t$$

T_1 Getriebe-Abtriebsmoment (vgl. M_{ZB}): 550 Nm

d_1 Teilkreisdurchmesser Ritzel: 140 mm

Ergibt: $F_t = 7857$ N.

Die Definition der Grund-, Teil- und Kopfkreise für Ritzel und Rad der Epizykloidenverzahnung zeigen Abbildung 6-1 a) und b).

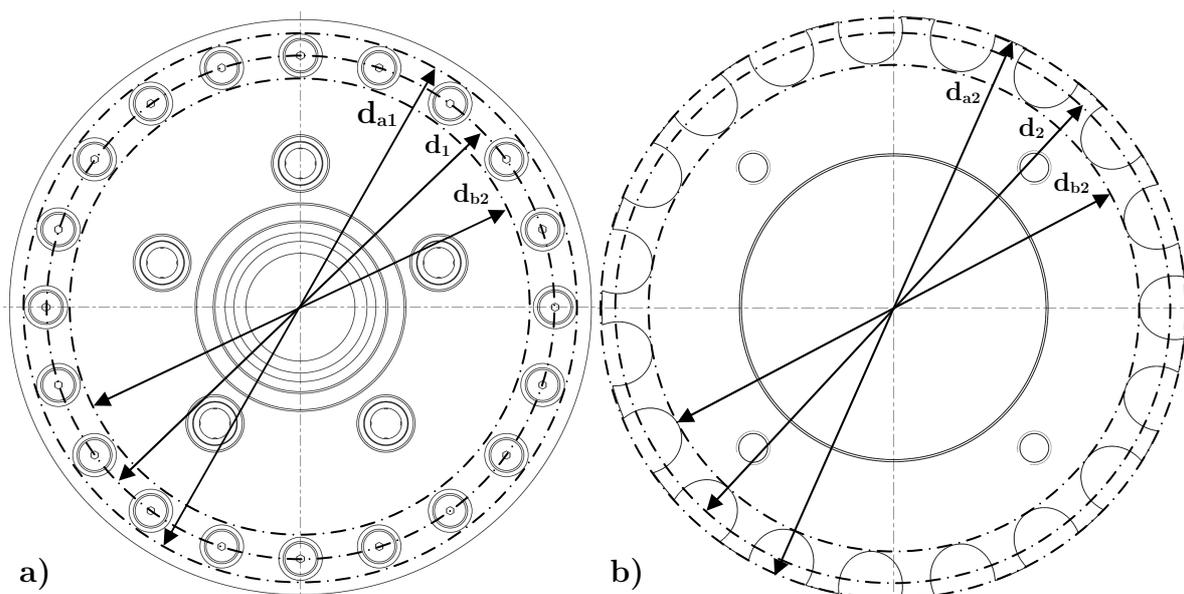


Abb. 6-1: Kreisvariablen Epizykloidenverzahnung: a) Ritzel, b) Rad

Die Gleichungen 6-2, 6-3 und 6-4 stellen die Verhältnisse am Ritzel dar. Für die Kontur des Rades gelten die Gleichungen 6-5 bis 6-8. Die Herleitung basiert dabei auf den in Kapitel 4.2.2 gezeigten geometrischen Zusammenhängen der Epizykloidenverzahnung.

$$d_{a1} = 2 \cdot r_m + d \quad (6-2): \text{Kopfkreisdurchmesser Ritzel } d_{a1}$$

$$d_1 = 2 \cdot r_m \quad (6-3): \text{Teilkreisdurchmesser Ritzel } d_1$$

$$d_{b1} = 2 \cdot r_m - d \quad (6-4): \text{Grundkreisdurchmesser Ritzel } d_{b1}$$

$$d_{a2} = d_{b2} + 2 \cdot h \quad (6-5): \text{Kopfkreisdurchmesser Rad } d_{a2}$$

$$d_2 = d_{b2} + \frac{2 \cdot h}{3} \quad (6-6): \text{Teilkreisdurchmesser Rad } d_2$$

$$d_{b2} = 2 \cdot r_m - (2 \cdot e + d) \quad (6-7): \text{Grundkreisdurchmesser Rad } d_{b2}$$

mit:

$$h = 2 \cdot e \quad (6-8): \text{Zahnhöhe } h$$

r_m	Summenradius: 70 mm
d	Kurvenrollendurchmesser: 12 mm
e	Exzentrizität: 6 mm

Ergibt: $h = 12$ mm; $d_{a1} = 152$ mm; $d_1 = 140$ mm; $d_{b1} = 128$ mm; $d_{a2} = 140$ mm; $d_2 = 124$ mm; $d_{b2} = 116$ mm.

Für eine exakte Bestimmung der Zahnhöhe h existiert zum Zeitpunkt der Untersuchungen nur ein sehr aufwendiges Verfahren, bei dem diese iterativ bestimmt wird. Dieses Vorgehen muss für jede Getriebekonfiguration individuell ausgeführt werden und enthält keinen allgemeingültigen Ansatz. Daher wird h über den doppelten Wert der Exzentrizität e angenähert. Damit kann die tatsächliche Zahnhöhe mit einer Genauigkeit von 10 % ermittelt werden. Ein exaktes und allgemeingültiges numerisches Verfahren befindet sich zurzeit in der Entwicklung. Die Definition des Teilkreisdurchmessers am Rad d_2 folgt der in Kapitel 8.2.1 beschriebenen Lage des Bruchquerschnittes auf $2/3$ der Zahnhöhe h .

6.2 K-Faktoren

6.2.1 Allgemeines

Die Beanspruchung von Getrieben ist das Resultat äußerer und innerer Kräfte. Als äußere Kräfte werden neben den statischen Kräften, die sich aus dem Antriebsmoment errechnen die dynamischen Zusatzkräfte aus An- und Abtrieb bezeichnet. Innere Kräfte sind dynamische Kräfte, die während des Betriebs im Getriebeinneren entstehen. Um diese dynamischen Zusatzkräfte sowie die Verteilung der Kräfte während des Eingriffs zu berücksichtigen, werden die Allgemeinen Faktoren oder Kraftfaktoren eingeführt. Unterschieden wird dabei zwischen:

- a) Anwendungsfaktor K_A : äußere dynamische Zusatzkräfte
- b) Dynamikfaktor K_V : innere dynamische Zusatzkräfte
- c) Breitenfaktoren $K_{F\beta}$, $K_{H\beta}$, $K_{B\beta}$: ungleiche Lastverteilung über Zahnbreite
- d) Stirnfaktoren $K_{F\alpha}$, $K_{H\alpha}$, $K_{B\alpha}$: Kraftverteilung auf mehrere Zahnpaare

6.2.2 Anwendungsfaktor K_A

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt alle Kräfte, die über die Nenn-Umfangskraft F_t hinaus von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese äußeren dynamischen Zusatzkräfte hängen von den Charakteristiken der treibenden und getriebenen Maschine ab. Sie werden dabei von Stößen, Drehmomentschwankungen und Belastungsspitzen verursacht. Einfluss nehmen zudem die Massen und Federsteifigkeiten im An- und Abtriebsstrang und die Betriebsbedingungen.

Die so zusätzlich auftretenden Belastungen werden berücksichtigt, indem die Nennlast mit Betriebsfaktoren ≥ 1 multipliziert wird. Die DIN 3990 gibt für eine Berechnung nach Methode B Richtwerte für K_A an. Voraussetzung hierfür ist ein gleichmäßiger Leistungsbedarf und ein Betrieb außerhalb des Resonanzbereiches. Beides wird für das Epizykloidengetriebe angenommen. Für die vorliegende Arbeitsweise der Antriebsmaschine (Elektromotor) und der getriebenen Maschine (gleichmäßige Bewegung) ergibt sich K_{A-B} aus den Tabellen der DIN 3990-1 nach Gleichung 6-9.

$$K_{A-B} = 1,60$$

(6-9): Anwendungsfaktor K_{A-B}

Darin bereits enthalten ist der Einfluss zusätzlicher Schwungmassen wie etwa der Antriebsräder. K_A bezieht sich nur auf Elemente außerhalb des Getriebes und ist somit unabhängig von der Art der Verzahnung. Es muss daher kein Korrekturwert gesetzt werden.

6.2.3 Dynamikfaktor K_V

Der Dynamikfaktor K_V berücksichtigt die Auswirkung der inneren dynamischen Kräfte auf Flankenpressung, Zahnfußbeanspruchung und Fressbeanspruchung. Innere dynamische Kräfte werden durch Schwingungen von Ritzel und Rad hervorgerufen. Die ineinandergreifenden Zähne verhalten sich unter Last wie elastische Biegefedern mit veränderlicher Steifigkeit entlang der Eingriffslinie. Abweichungen von der idealen Zahnkontur, Stöße beim Zahneingriff und Verformungen von Zahnrad, Welle, Lager und Gehäuse regen das System zu Schwingungen an. Die Bestimmung der tatsächlich auftretenden inneren dynamischen Zusatzkräfte ist äußerst schwierig und mit sehr großem Aufwand verbunden.

K_V ist bestimmt als das Verhältnis der im Zahneingriff eines Radpaares auftretenden maximalen Kraft zur entsprechenden Zahnkraft desselben Radpaares bei einer Drehzahl nahe Null. Einfluss darauf nehmen sämtliche Eigenschaften des Getriebes wie Verzahnungsdaten, Einlaufeffekte, Schmierung und Tragbild der Zahnflanken. Bei optimaler lastangepasster Profilkorrektur, großer Sprungüberdeckung, gleichmäßiger Lastverteilung und hoher Fertigungsgenauigkeit nähert sich der Dynamikfaktor dem Wert Eins. Derartige Verhältnisse liegen in der Realität nur in Ausnahmefällen vor.

Nach [Dec11] und [Muh07] kann K_V für Industriegetriebe hinreichend genau nach Methode C bestimmt werden. Zudem liegen für das Epizykloidengetriebe ohnehin noch keine Schwingungsanalysen zu über- und unterkritischen Zuständen vor, die für die Methoden A und B benötigt werden. Die rechnerische Bestimmung von K_{V-C} erfolgt somit nach den Gleichungen 6-10, 6-11 und 6-12:

$$K_{V-C} = 1 + \left(\frac{K_I}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{z_I \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} \quad (6-10): \text{Dynamikfaktor } K_{V-C}$$

mit:

$$v = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_{60}}{60 \cdot 20} \cdot r_1 \quad (6-11): \text{Umfangsgeschw. am Teilkreis } v$$

$$u = \frac{z_1}{z_2} \quad (6-12): \text{Zähnezahlverhältnis } u$$

K_1	Faktor für Verzahnungsqualität: 5,7 [3990-1]
K_2	Faktor für Verzahnungsqualität: 0,0193 [3990-1]
b	gemeinsame Zahnbreite (Rad): 9 mm
z_1	Zähnezahl Ritzel: 20
z_2	Zähnezahl Rad: 19
r_1	Teilkreisradius Ritzel: 0,07 m
n_{60}	Drehzahl Elektromotor bei 60 km/h: 20.000 min ⁻¹

Ergibt: $u = 1,053$; $v = 7,33$ m/s; $K_{V-C} = 1,025$.

Die Anpassung an die Verhältnisse des Epizykloidengetriebes erfolgt über den Korrekturwert C_{KV-C} . Vergleiche mit evolventenverzahnten Stirnrädern bzgl. der Dämpfungseigenschaften und der Wellen-, Lager- und Gehäusesteifigkeiten existieren derzeit noch nicht. Auch kann die Übertragungsabweichung des triebstockverzahnten Umlaufgetriebes nur grob abgeschätzt werden. Um die vielfältigen unbekannteten Einflüsse zu berücksichtigen wird C_{KV-C} gemäß Gleichung 6-13 angesetzt:

$$C_{KV-C} = 1,5 \quad (6-13): \text{Korrekturwert Dynamikfaktor } C_{KV-C}$$

6.2.4 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$

Die Breitenfaktoren berücksichtigen die Auswirkung ungleichmäßiger Lastverteilungen über die Zahnbreite auf die Flankenpressung ($K_{H\beta}$), die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\beta}$) und die Fressbeanspruchung ($K_{B\beta}$). $K_{B\beta}$ kann bei der Berechnung gleich $K_{H\beta}$ gesetzt werden.

Ursache sind Flankenlinienabweichungen in der Eingriffsebene, die sich durch elastische Verformungen und Herstellungsabweichungen einstellen. Fertigungsabweichungen und Verlagerungen der Getriebeteile ergeben zusammen stets geradlinige Abweichungen der Eingriffslinie. Elastische und thermische Verformungen der Zahnkörper und Wellen führen stets zu gekrümmten Verläufen. Für die resultierenden Flankenlinienabweichungen überlagern sich beide Effekte. In der Praxis wird ein geradliniger Verlauf der Verformung angenommen, um die Berechnung zu vereinfachen. Ein Getriebeeinlauf kann je

nach Werkstoffpaarung zu einer Minderung der ungleichmäßigen Kraftverteilung führen.

Um möglichst genaue Ergebnisse bei vertretbarem Rechenaufwand zu erhalten wird für die Ermittlung der Breitenfaktoren nach Methode C2 vorgegangen. Dabei werden Anteile der Flankenlinienabweichung berücksichtigt, die durch Verformung von Ritzel und Ritzelwelle sowie Herstellabweichungen verursacht werden. Die Berechnung erfolgt nach den Gleichungen 6-14 bis 6-24.

$$K_{H\beta-C2} = 1 + \frac{c_\gamma \cdot F_{\beta y}}{2 \cdot F_m / b} \quad (6-14): \text{Breitenfaktor Flanke } K_{H\beta-C2}$$

$$K_{B\beta-C2} = K_{H\beta-C2} \quad (6-15): \text{Breitenfaktor Fressen } K_{B\beta-C2}$$

$$K_{F\beta-C2} = K_{H\beta-C2} \frac{1}{1+h/b+(h/b)^2} \quad (6-16): \text{Breitenfaktor Fuß } K_{F\beta-C2}$$

mit:

$$F_m / b = \frac{F_t}{b} \cdot K_{A-B} \cdot K_{V-C} \quad (6-17): \text{Mittlere Linienlast } F_m/b$$

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_\beta \quad (6-18): \text{Flankenlinienabw. n. Einlauf } F_{\beta y}$$

$$F_{\beta x} = |1,33 \cdot f_{sh} + f_{ma}| \quad (6-19): \text{Flankenlinienabw. v. Einlauf } F_{\beta x}$$

$$f_{ma} = f_{H\beta} \quad (6-20): \text{Flankenlinien-Herstellabw. } f_{ma}$$

$$f_{sh} = \frac{F_m}{b} \cdot f_{sh0} \quad (6-21): \text{Elastische Flankenlinienabw. } f_{sh}$$

$$f_{sh0} = A \cdot \gamma \quad (6-22): \text{Verformung d. Einheitslast } f_{sh0}$$

$$y_B = \frac{320}{\sigma_{H\lim-B}} \cdot F_{\beta x} \quad (6-23): \text{Einlaufbetrag } y_B$$

$$\gamma = \left[\left| 1 + K' \cdot \frac{l \cdot s}{d_1^2} \left(\frac{d_1}{d_{sh}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \cdot \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \quad (6-24): \text{Ritzelverhältnisfaktor } \gamma$$

A	Hilfswert (Breitenballigkeit Kurvenrollen): 0,012 mm·µm/N [3990-1]
K'	Konstante zur Berücksichtigung der Stützwirkung: 1,33 [3990-1]
l	Bohrungstiefe Kurvenrollen-Gewinde: 5,5 mm
s	Flanschhöhe Kurvenrolle: 1 mm
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichungen: 6 µm [3962]
d_{sh}	Exzenterwellen-Durchmesser (Zapfen): 12 mm

$\sigma_{H\ lim-B}$ Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung: 2310 N/mm² (siehe Kap. 7.4.1)
 c_γ Zahnfedersteifigkeit je Einheit Zahnbreite: 20 N/(mm·µm) [3990-1]

Ergibt: $F_m/b = 2148$ N/mm; $\gamma = 0,033$; $f_{sh0} = 0,0004$ µm·mm/N; $f_{sh} = 0,859$ µm; $f_{ma} = 6$ µm; $F_{\beta x} = 7,142$ µm; $y_B = 0,989$ µm; $F_{\beta y} = 6,153$ µm, $K_{H\beta-C2} = 1,029$; $K_{B\beta-C2} = 1,029$; $K_{F\beta-C2} = 1,007$.

Die Gleichmäßigkeit der Kraftverteilung hängt beim Epizykloidengetriebe maßgeblich von der Biegesteifigkeit der Kurvenrollen-Befestigung ab. Bei der Kontur der Vollmaterial-Zahnräder mit den stark ausgerundeten Zahnfüßen ist von wenig Verformung auszugehen. Wegen der einseitigen Kurvenrollen-Lagerung, dem zudem unbekanntem Lagerspiel und nicht erfassten Einbauabweichungen der Achslagen wird der Korrekturwert für alle Breitenfaktoren $C_{K\beta-C2}$ nach Gleichung 6-25 angesetzt.

$$C_{K\beta-C2} = 1,25 \quad (6-25): \text{Korrekturwert Breitenfaktoren } C_{K\beta-C2}$$

6.2.5 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, $K_{B\alpha}$

Die Stirnfaktoren berücksichtigen die ungleichmäßige Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig sich im Eingriff befindende Zahnpaare in Umfangsrichtung. Dabei ergeben sich Auswirkungen auf die Flankenpressung ($K_{H\alpha}$), die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\alpha}$) und Fressbeanspruchung ($K_{B\alpha}$). Die Stirnfaktoren sind definiert als das Verhältnis der maximal auftretenden Zahnkräfte realer Radpaare zu denen abweichungsfreier Radpaare. Die Zahnkräfte beziehen sich dabei auf Drehzahlen nahe Null. Eine ungleichmäßige Verteilung der Last entsteht hauptsächlich durch Verzahnungs- und Teilungsabweichungen und ist somit primär von der Verzahnungsqualität abhängig. Auch hier wird vom ungünstigsten Lastfall ausgegangen, dass nur ein Zahnpaar die gesamten Umfangskräfte überträgt.

[Nie03] beschreibt, dass sich bei normal- und hochbelasteten Verzahnungen die Stirnfaktoren mit feiner werdender Verzahnungsqualität dem Wert 1 annähern. In der DIN 3990 werden daher für gehärtete Zahnräder mit Verzahnungsqualitäten besser Klasse 8 $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, und $K_{B\alpha}$ gleich 1 gesetzt. Bei nicht gehärteten Stirnrädern trifft dies – wegen des besseren Einlaufverhaltens – bereits für Klasse 9 zu. Liegen diese Voraussetzungen vor gilt zudem: $K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha}$. Bei unterschiedlichen Verzahnungsqualitäten von Ritzel und Rad ist die gröbere Klassifikation ausschlaggebend für die Beurteilung.

Beim Epizykloidengetriebe wird das Radpaar durch die Kurvenrolle und die Kontur des Mittelrades gebildet. Das Mittelrad wird in der Verzahnungsqualität Klasse 5 gefertigt. Die Oberflächenbeschaffenheit der verwendeten Kurvenrollen wird vom Hersteller als vergleichbar eingeordnet. Die Stirnfaktoren sind daher nach Gleichung 6-26 anzusetzen:

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = K_{B\alpha} = 1,0 \quad (6-26): \text{Stirnfaktoren } K_{H\alpha}, K_{F\alpha}, K_{B\alpha}$$

Ohne die Eingriffsverhältnisse beim Betrieb des Epizykloidengetriebes genau zu kennen, kann bzgl. der Stirnfaktoren von vergleichbaren Verhältnissen wie bei Evolventenverzahnungen ausgegangen werden. Der Korrekturwert $C_{K\alpha}$ wird daher gemäß Gleichung 6-27 berechnungsneutral festgelegt.

$$C_{K\alpha} = 1,0 \quad (6-27): \text{Korrekturwert Stirnfaktoren } C_{K\alpha}$$

Sollten zukünftige Untersuchungen an realen Versuchsträgern andere Erkenntnisse bzgl. des Systemverhaltens erbringen, ist $C_{K\alpha}$ entsprechend anzupassen.

7 Grübchentragfähigkeit

7.1 Allgemeines

Die von der zulässigen Flankenpressung bestimmte Tragfähigkeit wird Grübchentragfähigkeit genannt. Zur Beurteilung der Grübchentragfähigkeit wird die von Heinrich Hertz entwickelte Gleichung bzgl. der Pressung zweier zylindrischer Walzen herangezogen – HERTZ'sche Pressung genannt. Sie dient als Grundlage für die Berechnung der Flankenpressung [Nie03].

Die HERTZ'sche Pressung und die damit verbundene Schubspannung unter der Oberfläche sind jedoch nicht die alleinigen Ursachen für Grübchenbildung. Andere Einflussgrößen sind die Richtung und Größe des Schlupfes, die Reibungszahl und der Einfluss des Schmiermittels auf die Druckverteilung. Nicht alle aufgeführten Parameter werden im Rechengang der DIN 3990 direkt berücksichtigt. Vielmehr fließen sie indirekt über die Einflussfaktoren für die zulässige Spannung und die Wahl der Werkstoffkennwerte in den Tragfähigkeitsnachweis ein.

Trotz einiger Ungenauigkeiten ist die HERTZ'sche Pressung als Arbeitshypothese für die Flankentragfähigkeit gut geeignet. Denn die Werkstoff-Grenzwerte der HERTZ'schen Pressung werden vorzugsweise aus Laufversuchen mit Zahnrädern ermittelt. Damit sind in den Materialwerten bereits Einflüsse und Parameter einer getriebeähnlichen Beanspruchung enthalten. Dadurch lässt sich eine Art Modellgesetz für die HERTZ'sche Pressung ableiten. Der Ansatz ist, die Versuchsdaten auf Zahnräder mit anderen Abmessungen und unter anderen Betriebsbedingungen zu übertragen.

Nach Überschreiten der zulässigen Flankenpressung brechen Partikel aus den Flankenoberflächen heraus, wodurch Grübchen entstehen. In welcher Größe und Anzahl Grübchen zulässig sind, hängt weitestgehend vom Anwendungsgebiet ab und bewegt sich daher in weiten Grenzen. In der Praxis ist weder eine progressive noch lineare Zunahme der gesamten Grübchenfläche zulässig [Tho71]. Tolerierbare degressive Verläufe ergeben sich beim Auftreten der beschriebenen Einlaufgrübchen. Durch sie wird die effektiv tragende Flankenfläche zu Beginn der Getriebelebensdauer vergrößert, wodurch die auftretenden Pressungen absinken. Als Folge davon nimmt die Neubildung pro Zeiteinheit ab

und kommt schließlich zum Stillstand. Die Beurteilung erfolgt entweder optisch oder in erster Näherung durch die Menge des Gesamtabriebs im Schmiermittel.

7.2 Z-Faktoren

7.2.1 Zonenfaktor Z_H , Einzeleingriffsfaktoren Z_B , Z_D

Der Zonenfaktor Z_H berücksichtigt den Einfluss der Flanken-Krümmungsradien im Wälzpunkt C auf die nominelle Flankenpressung. Die Berechnung erfolgt nach Gleichung 7-1.

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} \quad (7-1): \text{Zonenfaktor } Z_H$$

α_{wt} Betriebseingriffswinkel: 10°

α_t Stirneingriffswinkel: 10°

Ergibt: $Z_H = 3,42$.

Wie in den Kapitel 4 dargelegt, bewegt sich der Eingriffswinkel des Epizykloidengetriebes zwischen 0° und 90° . Die Übertragungsverhältnisse verbessern sich entlang der Momentenbahn und erreichen gegen Ende des Flankenstückes mit 0° optimale Bedingungen. Durch die sich ändernden Kontaktgeschwindigkeiten und Krümmungsradien sind die Übertragungsanteile der Winkelbereiche unterschiedlich. Entscheidend für die Tragfähigkeitsberechnung ist, in welchem Bereich tatsächlich der Großteil der Leistung übertragen wird. Exakte Erkenntnisse darüber liegen derzeit noch nicht vor. Es ist jedoch anzunehmen, dass ein Großteil der Kräfte gegen Ende der Momentenbahn übertragen wird. Für α_{wt} wird daher ein mittlerer Betriebswinkel von 10° angesetzt. Weitere Untersuchungen müssen hier genauere Erkenntnisse erbringen. Wahrscheinlich sind Werte $< 10^\circ$ sodass mit den gemachten Annahmen auf der „sicheren Seite“ gerechnet wird. Betriebseingriffswinkel und Stirneingriffswinkel sind für die epizykloide Triebstockverzahnung gleich.

Aufgrund der gezeigten vorteilhaften Eingriffsverhältnisse des Epizykloidengetriebes gegenüber konventionellen Stirnradgetrieben mit Evolventenverzahnung wird der Korrekturwert C_{ZH} gemäß Gleichung 7-2 kleiner 1 festgelegt.

$$C_{ZH} = 0,50$$

$$(7-2): \text{Korrekturwert Zonenfaktor } C_{ZH}$$

Bei Epizykloidengetrieben stehen in den allermeisten Konfigurationen mehrere Zahnpaare gleichzeitig Eingriff. Die Gesamt-Zahnkraft wird daher durch Doppeleingriffe oder andersartige Mehrfacheingriffe übertragen. Deshalb wird der Berechnung ein äußerer Doppeleingriffspunkt zugrunde gelegt. Hierfür sind der Ritzel-Einzeleingriffsfaktor Z_B und der Rad-Einzeleingriffsfaktor Z_D zu ermitteln.

Besonders bei Radpaaren mit einem für Epizykloidengetriebe typischen Zähnezahlnverhältnis von $u < 1,5$ muss Z_D berechnet werden. Die Berechnung von Z_D und Z_B erfolgt mit Hilfe der Hilfsgrößen M_1 und M_2 nach den Gleichungen 7-3 und 7-4.

$$M_1 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left[\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_1} \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_2} \right]}} \quad (7-3): \text{Hilfsgröße } M_1$$

$$M_2 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left[\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_2} \right] \cdot \left[\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_1} \right]}} \quad (7-4): \text{Hilfsgröße } M_2$$

$$\varepsilon_\alpha \quad \text{Profilüberdeckung: } 2$$

Ergibt: $M_1 = 0,523$; $M_2 = 0,523$.

Liegt eine Zähnezahldifferenz von $n = 1$ vor, sind die Werte für M_1 und M_2 identisch.

Bei Evolventenverzahnungen drückt die Profilüberdeckung ε_α das Verhältnis von Eingriffsstrecke zu Eingriffsteilung aus. Übertragen auf die Epizykloidengetriebe entspricht dies der Anzahl der sich synchron im Eingriff befindenden Zahnpaare. Wie in Kapitel 4.1 beschrieben, werden durch dessen spezielle Bauart in der Regel hohe Profilüberdeckungen erreicht. Entscheidend ist die Wahl der Parameter Zähnezahl z , Exzentrizität e und Kurvenrollen-Durchmesser d bzw. die gewünschte Übersetzung i . [Jah94] gibt für eine näherungsweise Ermittlung von ε_α je Stufe den Zusammenhang nach Gleichung 7-5 an.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{i_{\text{Stufe}}}{3} \quad (7-5): \text{Profilüberdeckung Epizykloidengetriebe } \varepsilon_\alpha$$

Dies ergibt bei der für das Elektrofahrzeug gewählten Konfiguration einer Profilüberdeckung von $\varepsilon_\alpha \approx 6,5$. Kinematische Untersuchungen zeigen, dass die Profilüberdeckung

in Realität mit $\varepsilon_\alpha = 2$ klar niedriger ausfällt. Erst bei deutlich höheren Zahnzahlen von $z > 60$ liegen in etwa Bedingungen gemäß Gleichung 7-5 vor. Bis hier ein allgemein gültiger Berechnungsansatz gefunden ist, muss ε_α individuell für jede Konfiguration ermittelt werden.

Bei $M_1 \leq 1$ bzw. $M_2 \leq 1$ gelten für die Einzeleingriffsfaktoren Z_B und Z_D nach [3990-2] die Angaben gemäß Gleichung 7-6 und 7-7.

$$Z_B = 1 \quad (7-6): \text{Einzeleingriffsfaktor Ritzel } Z_B$$

$$Z_D = 1 \quad (7-7): \text{Einzeleingriffsfaktor Rad } Z_D$$

Es zeigt sich, dass für M_1 und M_2 auch bei umfangreichen Variationen der Getriebekonfiguration immer Werte ≤ 1 erreicht werden. Z_B und Z_D liegen somit für weite Auslegungsbereiche des Epizykloidengetriebes bei 1. Falls $M_1, M_2 > 1$ gilt $Z_B = M_1$ und $Z_D = M_2$.

Da beide Faktoren rein auf Parametern des Epizykloidengetriebes basieren ist hier kein Korrekturwert nötig.

7.2.2 Elastizitätsfaktor Z_E

Der Elastizitätsfaktor Z_E berücksichtigt den Einfluss der spezifischen Werkstoffgrößen Elastizitätsmodul E und Poisson-Konstante ν auf die Flankenpressung. Da bei Epizykloidengetrieben häufig Radpaarungen mit verschiedenen Elastizitätsmoduln vorliegen ist für den Tragfähigkeitsnachweis der korrigierte Elastizitätsmodul E zu berechnen. Für Stahl und alle Leichtmetalle ist $\nu = 0,3$. Damit gelten für die Ermittlung von Z_E die Gleichungen 7-8 und 7-9:

$$Z_E = \sqrt{0,175 \cdot E} \quad (7-8): \text{Elastizitätsfaktor } Z_E$$

mit:

$$E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \quad (7-9): \text{Korrigierter Elastizitätsmodul } E$$

$$E_1 \quad \text{Elastizitätsmodul Ritzel: } 208.000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 \quad \text{Elastizitätsmodul Rad: } 210.000 \text{ N/mm}^2$$

Ergibt: $E = 209.000 \text{ N/mm}^2$; $Z_E = 191,25 \sqrt{\text{N/mm}^2}$.

Dem Elastizitätsfaktor Z_E muss kein Korrekturwert beigegeben werden, da damit ausschließlich werkstoffspezifische Einflüsse berücksichtigt werden.

7.2.3 Überdeckungsfaktor (Flanke) Z_ε

Der Überdeckungsfaktor Z_ε nach Gleichung 7-10 berücksichtigt den Einfluss der Profilüberdeckung auf die Flankenpressung und somit auf die Grübchentragsfähigkeit je Zahn. Letztere steigt, sobald sich die Last auf mehrere Zahnpaare verteilt. Die Profilüberdeckung ε_α ist deshalb die entscheidende Größe.

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\left| \frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} \right|} \quad (7-10): \text{Überdeckungsfaktor } Z_\varepsilon$$

Ergibt $Z_\varepsilon = 0,816$.

Obwohl die Herleitung dieser Formel auf der Evolventenverzahnung beruht kann sie auch für die Auslegung der Epizykloidengetriebe verwendet werden. Die Verringerung der Einzellast bei einer Aufteilung auf mehrere gleichzeitige Zahneingriffe ist ein Zusammenhang, der unabhängig von der Art der Verzahnung gilt. Zudem gibt ε_α die tatsächlichen Verhältnisse am Epizykloidengetriebe wieder. Ein Korrekturwert ist damit nicht nötig.

7.2.4 Schmierfilmfaktoren Z_L , Z_V , Z_R

Der Schmierfilm zwischen den Zahnflanken beeinflusst die Grübchentragsfähigkeit entscheidend. Wichtig sind Viskosität, Relativgeschwindigkeit der Zahnflächen und die Flankenkrümmung. Dieselben Größen sind nach der beschriebenen EHD (Elastohydrodynamik)-Theorie auch für die Mindest-Schmierfilmdicke maßgebend. Darüber hinaus spielen Art und Zustand des Schmierstoffes eine Rolle.

Alle drei Schmierfilmfaktoren charakterisieren bestimmte Wirkungen auf den Schmierfilm: Z_L berücksichtigt den Einfluss der Nennviskosität, Z_V steht für die Auswirkung der Umfangsgeschwindigkeit und die Effekte der Flankenrauheit stellt Z_R dar. Wegen zahlreicher nicht eindeutig quantifizierbarer Einflüsse sind Z_L , Z_V und Z_R in der DIN 3990 mit breiten Streubändern angegeben. Zudem werden die Einflussfaktoren als voneinander unabhängig betrachtet, obwohl sich deren Wirkungen in der Realität gegenseitig beeinflussen. Bei Radpaarungen hart-weich sind die Schmierfilmfaktoren für den

weicheren Werkstoff zu bestimmen. Für die vorliegende Konstruktion ist dies die feststehende Kurvenscheibe aus Vergütungsstahl.

Wird die Schmierstoffviskosität entsprechend den Betriebsbedingungen zweckmäßig gewählt, so ergibt sich das Produkt $Z_L \cdot Z_V$ zu 1. Die Berechnung nach Methode C liefert eine ausreichende Genauigkeit. Der Rauheitsfaktor Z_R wird abhängig vom Herstellverfahren angesetzt. Mit einer geschliffenen oder geschabten Verzahnung (Flankenrauheit $R_Z \leq 30 \mu\text{m}$) gilt für die Schmierfilmfaktoren Gleichung 7-11.

$$Z_{L-C} \cdot Z_{V-C} \cdot Z_{R-C} = 0,92 \quad (7-11): \text{Schmierfilmfaktoren } Z_{L-C}, Z_{V-C}, Z_{R-C}$$

Trotz eines erheblichen Forschungsaufwandes existieren in der DIN 3990 nach wie vor deutliche Streubänder bzgl. der Schmierfilmfaktoren. Die Schmierfilmbildung der Triebstockverzahnung ist dabei ähnlich komplex. Auch hier ist mit Unsicherheiten bei der Bestimmung von Z_L , Z_V und Z_R zu rechnen.

Sofern zukünftige Untersuchungen neue Erkenntnisse erbringen, kann über den Korrekturwert $C_{Z_{lvr-C}}$ Einfluss auf die Berechnung genommen werden. Vorerst liegt dieser nach Gleichung 7-12 bei 1,0.

$$C_{Z_{lvr-C}} = 1,0 \quad (7-12): \text{Korrekturwert Schmierfilmfaktoren } C_{Z_{lvr-C}}$$

7.2.5 Werkstoffpaarungsfaktor Z_W

Der Werkstoffpaarungsfaktor Z_W berücksichtigt die Zunahme der Flankentragsfähigkeit eines Stahlrades aufgrund der Paarung mit einem gehärteten Ritzel. Die Zunahme der Grübchentragsfähigkeit des weichen Rades hängt dabei von der Oberflächenrauheit, den Legierungselementen und der Schmierung ab. Ebenso wie die Schmierfilmfaktoren ist der Werkstoffpaarungsfaktor Z_W nach DIN 3990-2 mit einem Streuband behaftet. Gleichung 7-13 gibt den gemittelten Geradenverlauf innerhalb des Streubandes nach Methode B wieder.

$$Z_{W-B} = 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} \quad (7-13): \text{Werkstoffpaarungsfaktor } Z_{W-B}$$

HB Brinellhärte Rad: 300 HB

Ergibt: $Z_{W-B} = 1,1$.

Die günstigen Eingriffsverhältnisse beim Epizykloidengetriebe führen zu sinkenden Flächenpressungen. Der Effekt der Tragfähigkeitssteigerung ist daher bei gleichem Antriebsmoment nicht so stark ausgeprägt. Zudem sind die Glättungsvorgänge durch die hohen Wälzanteile der gelagerten Kurvenrollen noch nicht vollständig erforscht. Der Korrekturwert C_{ZW} wird demzufolge vorerst gemäß Gleichung 7-14 angesetzt.

$$C_{ZW-B} = 1,0 \quad (7-14): \text{Korrekturwert Werkstoffpaarungsfaktor } C_{ZW-B}$$

7.2.6 Größenfaktor (Flanke) Z_X

Der Größenfaktor Z_X berücksichtigt den Einfluss der Zahnradabmessungen auf die Flankentragsfähigkeit. Dabei werden nach [Nie03] drei Größeneinflüsse unterschieden:

- a) Statistischer Größeneinfluss: infolge der Verteilung von Schwachstellen im Gefüge
- b) Festigkeitstheoretischer Größeneinfluss: verursacht durch den kleineren Spannungsgradienten bei größeren Abmessungen
- c) Technologischer Größeneinfluss: bedingt durch den Grad der Verschmiedung und Ungleichmäßigkeit des Gefüges

Einfluss nehmen hier vor allem Werkstoffeigenschaften, Wärmebehandlung und die damit verbundenen Härtetiefen und -verteilungen. Die DIN 3990-2 gibt nach Methode B für Zahnräder aus Stahlwerkstoffen (Zugfestigkeit $\sigma_B < 800 \text{ N/mm}^2$) und Gusswerkstoffen den Größenfaktor gemäß Gleichung 7-15 an.

$$Z_{X-B} = 1,0 \quad (7-15): \text{Größenfaktor (Flanke) } Z_{X-B}$$

Diese Angabe basiert auf Laufversuchen mit Zahnrädern und Rollen unterschiedlicher Baugrößen und setzt dabei eine qualifizierte Wärmebehandlung voraus.

Selbst bei den sehr eingehenden Untersuchungen zur DIN 3990 wurde für Stahl- und Gusswerkstoffe keine nennenswerte Variation des Größenfaktors festgestellt. Da beim Epizykloidengetriebe vergleichbare Materialien zum Einsatz kommen kann Z_X ohne Korrekturwert aus der Norm übernommen werden. Eine signifikante Abweichung des Größenfaktors für die Epizykloidenverzahnung ist nicht zu erwarten.

7.3 Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin}

Allgemeine Gesichtspunkte, die beim Ansatz des Sicherheitsfaktors zu berücksichtigen sind wurden in Kapitel 5.2 bereits dargelegt.

Verschiedene Betriebsbedingungen werden durch die Höhe des Sicherheitsfaktors berücksichtigt. Die Anwendungsnorm DIN 3990-21 für Schnelllaufgetriebe gibt $S_{Hmin} = 1,3$ an. Für die Auslegung von Industriegetrieben nach DIN 3990-11 gilt $S_{Hmin} = 1,0$. [Hab11] weist darauf hin, dass für Industriegetriebe mit Evolventenverzahnungen unter bestimmten Voraussetzungen auch Werte ≤ 1 zulässig sind. Trotz der damit verglichenen, geringeren geforderten Lebensdauer des Epizykloidengetriebes wird aufgrund der hohen Eingriffsgeschwindigkeiten die Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin} gemäß Gleichung 7-16 festgelegt.

$$S_{Hmin} = 1,1 \quad (7-16): \text{Mindest-Grübchensicherheit } S_{Hmin}$$

Dieser Definition, wie auch allen anderen gewählten Mindest-Sicherheiten, liegt die Verwendung in einem Elektrofahrzeug zu Grunde. Handelt es sich um Einsatzgebiete, bei denen eine andere Zuverlässigkeit gefordert ist, sind die Mindestsicherheiten entsprechend anzupassen.

7.4 Nachweis der Grübchentragfähigkeit

7.4.1 Dauerfestigkeitswert der Flankenpressung σ_{Hlim}

σ_{Hlim} ist der Grenzwert der dauerhaft ertragbaren Flankenpressung. Für die meisten Werkstoffe wird die Mindestlastwechselzahl $5 \cdot 10^7$ als Beginn der Dauerfestigkeit betrachtet.

Ein Grübchenschaden liegt definitionsgemäß dann vor, wenn abhängig von der Härtung 0,5 – 4 % der aktiven Flankenfläche durch Grübchen ausgefallen sind. In Teil 5 der DIN 3990 sind die Dauerfestigkeiten der für Zahnradgetriebe üblichen Werkstoffe angegeben. Die in der Norm angegebenen Werte schwanken mitunter stark. Die Gründe hierfür sind neben Unregelmäßigkeiten der chemischen Zusammensetzung und des Gefüges vor allem Schwankungen bei Wärmebehandlung, Werkstoff-Ausgangszustand und Restspannungshöhe.

Beim Vorgehen nach Methode B werden die Dauerfestigkeitswerte basierend auf Versuchen mit Standard-Referenz-Prüfrädern ermittelt. Die Werte für $\sigma_{H \text{ lim}}$ beruhen auf der Annahme, dass Werkstoffzusammensetzung und Wärmebehandlung der Baugröße der Zahnräder angepasst sind. In den Diagrammen von [3990-5] sind drei verschiedene Stufen ML, MQ und ME der Werkstoffqualitäten angegeben. Sie beurteilen alle Aspekte der Herstellung und Qualitätskontrolle des jeweiligen Werkstoffs. In der Praxis wird im Allgemeinen von der Werkstoffqualität MQ ausgegangen. Für den gewählten Dauerfestigkeitswert gilt eine Schadenswahrscheinlichkeit von 1 %.

[3990-5] liefert für das Material der Äquidistantenscheibe (42CrMo4V) den in Gleichung 7-17 gezeigten Wert.

$$\sigma_{H \text{ lim-B}} = 770 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (7-17): \text{Dauerfestigkeit Flankenpressung } \sigma_{H \text{ lim-B}}$$

Die darin enthaltenen Prüfbedingungen und Prüfradabmessungen unterscheiden sich stark von den Abmessungen und Betriebsbedingungen des Epizykloidengetriebes. Daher müssen die Dauerfestigkeitswerte mittels Korrekturwert angepasst werden. Der konkav-konvexe Zahneingriff und der reduzierte Gleitanteil erhöhen die Dauerfestigkeit der Flankenpressung $\sigma_{H \text{ lim}}$. Der Korrekturwert $C_{\sigma_{H \text{ lim}}}$ wird daher gemäß Gleichung 7-18 festgelegt.

$$C_{\sigma_{H \text{ lim-B}}} = 3,0 \quad (7-18): \text{Korrekturwert Dauerfestigkeit Flankenpressung } C_{\sigma_{H \text{ lim-B}}}$$

7.4.2 Auftretende Flankenpressung σ_H

Basierend auf den ermittelten K-Faktoren und Z-Faktoren erfolgt die Berechnung der tatsächlich auftretenden Flankenpressung σ_H nach den Gleichungen 7-19 und 7-20:

$$\sigma_H = Z_B \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_{A-B} \cdot K_{V-C} \cdot K_{H\beta-C2} \cdot K_{H\alpha}} \quad (7-19): \text{Auftr. Flankenpressung } \sigma_H$$

mit:

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (7-20): \text{Nominelle Flankenpressung } \sigma_{H0}$$

K_{A-B} Anwendungsfaktor: 1,60

K_{V-C} Dynamikfaktor: 1,54

$K_{H\beta-C2}$ Breitenfaktor (Flanke): 1,29

$K_{H\alpha}$ Stirnfaktor (Flanke): 1,0

Z_H	Zonenfaktor: 1,71
Z_E	Elastizitätsfaktor: 191,25 N/mm ²
Z_ϵ	Überdeckungsfaktor: 0,816
Z_B	Einzeleingriffsfaktor: 1,0

Ergibt: $\sigma_{H0} = 928 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_H = 1652 \text{ N/mm}^2$.

σ_{H0} ist die bei Belastung einer fehlerfreien Verzahnung durch das statische Nennmoment auftretende Pressung.

7.4.3 Zulässige Flankenpressung σ_{HP}

Zur Bestimmung der zulässigen Flankenpressung σ_{HP} wird $\sigma_{H \text{ lim}}$ mit den Z-Faktoren bzgl. Schmierstoff (Z_L), Umfangsgeschwindigkeit (Z_V), Flankenrauheit (Z_R), Gegenwerkstoff (Z_W) und Baugröße (Z_X) auf die Abmessungen und Betriebsbedingungen des vorliegenden Radpaares umgerechnet. Die Gleichungen 7-21 und 7-22 zeigen den Rechengang.

$$\begin{aligned} \sigma_{HP} &= \frac{\sigma_{H \text{ lim-B}}}{S_{H \text{ min}}} \cdot Z_{L-C} \cdot Z_{V-C} \cdot Z_{R-C} \cdot Z_{W-B} \cdot Z_{X-B} \\ &= \frac{\sigma_{HG}}{S_{H \text{ min}}} \end{aligned} \quad (7-21): \text{Zul. Flankenpressung } \sigma_{HP}$$

mit:

$$\sigma_{HG} = \sigma_{HP} \cdot S_{H \text{ min}} \quad (7-22): \text{Grübchen-Grenzfestigkeit } \sigma_{HG}$$

Z_{L-C}	Schmierstofffaktor: 1,0
Z_{V-C}	Geschwindigkeitsfaktor: 1,0
Z_{R-C}	Rauheitsfaktor: 0,92
Z_{W-B}	Werkstoffpaarungsfaktor: 1,1
Z_{X-B}	Größenfaktor (Flanke): 1,0
$S_{H \text{ min}}$	Mindest-Grübchensicherheit: 1,1

Ergibt: $\sigma_{HG} = 2338 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_{HP} = 2125 \text{ N/mm}^2$.

7.4.4 Rechnerische Grübchensicherheit S_H

Der rechnerische Sicherheitsfaktor für die Flankenpressung S_H (Grübchensicherheit) ergibt sich nach Gleichung 7-23.

$$S_H = \frac{\sigma_{HG}}{\sigma_H} \geq S_{Hmin} \quad (7-23): \text{Rechnerische Grübchensicherheit } S_H$$

Ergibt: $S_H = 1,4$.

$S_H \geq S_{Hmin}$ wird erfüllt. Der Nachweis der Grübchentragsfähigkeit für die erste Stufe des konstruierten Epizykloidengetriebes ist somit erbracht.

8 Zahnfußtragfähigkeit

8.1 Allgemeines

Die Zahnfußtragfähigkeit bezeichnet die von der zulässigen Zahnfußbeanspruchung bestimmte Tragfähigkeit. Für die Beurteilung der Zahnfußtragfähigkeit wird die maximale Spannung am Zahnfuß herangezogen.

Bei der Evolventenverzahnung treten erste Anrisse in den meisten Fällen am Fuß der Zahnflanke auf, die auf Druck beansprucht wird. Derartige Anrisse führen bei konstanter Richtung der Umfangskraft und Schwellbeanspruchung der Zähne im Allgemeinen nicht zum Dauerbruch. Viel häufiger gehen Dauerbrüche von der gegenüberliegenden zugbeanspruchten Fußrundung aus. Bei wechselbeanspruchten Zähnen (durch Bewegungsumkehr) wird die Dauerfestigkeit durch Anrisse auf der Druckseite gemindert [Nie03].

Der Rechengang nach DIN 3990 Teil 3 erfasst alle Einflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, sofern diese aus den übertragenen Kräften resultieren und quantitativ beurteilbar sind. Wie bei der Grübchentragfähigkeit wird auch für den Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit vom ungünstigsten Belastungsfall ausgegangen. Damit ist nur ein Zahnpaar an der Kraftübertragung beteiligt, wobei der Kraftangriff unmittelbar am Zahnkopf erfolgt.

Aus spannungsoptischen Untersuchungen bei Evolventenverzahnungen ist bekannt, dass die Orte höchster Biegebeanspruchung in guter Näherung an den Berührungspunkten der 30° -Tangenten zu finden sind. Die Rechteckfläche im Zahngrund zwischen diesen Punkten wird Berechnungsquerschnitt oder Bruchquerschnitt genannt. Entscheidend für die Zahnfußtragfähigkeit ist Betrag, Richtung und Angriffspunkt der Zahnkraft, die auf diese Fläche wirkt. Hieraus resultiert die zu ertragende Biegespannung. Es ist immer derjenige Kraftangriff zugrunde zu legen, der unter Berücksichtigung der Kraftaufteilung auf mehrere Zähne die höchste Zahnfußspannung bedingt. Die Kerbwirkung und die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne werden über Korrekturwerte berücksichtigt.

8.2 Y-Faktoren

8.2.1 Kopffaktor Y_{FS}

Der Kopffaktor Y_{FS} berücksichtigt den Einfluss der Zahngeometrie auf die maximale Zahnfußspannung bei Kraftangriff am Zahnkopf und ergibt sich aus dem Produkt von Y_{Fa} und Y_{Sa} . Dabei ist Y_{Fa} der Formfaktor und stellt den Einfluss der Zahnform auf die Biegeennspannung im Berechnungsquerschnitt dar. Der Spannungskorrekturfaktor I Y_{Sa} rechnet die Biegeennspannung auf die örtliche Zahnfußspannung um. Y_{FS} erfasst somit die Spannungserhöhung durch Kerbwirkung und berücksichtigt, dass am Zahnfuß nicht nur Biegespannungen sondern zusätzlich Druck- und Schubspannungen auftreten. Die Ermittlung des Kopffaktors Y_{FS} aus dem Produkt von Formfaktor Y_{Fa} und Spannungskorrekturfaktor I Y_{Sa} entspricht dem Vorgehen nach Methode C. Methode A und B erfordern noch nicht vorliegende genaue Systemanalysen. Y_{Fa} wird gemäß Gleichung 8-1 und 8-2 errechnet:

$$Y_{Fa-C} = \frac{6 \cdot h_{Fa} \cdot |\cos \alpha_{Fan}|}{s_{Fn}^2 \cdot \cos \alpha_n} \quad (8-1): \text{Formfaktor } Y_{Fa-C}$$

mit:

$$h_{Fa} = 0,3 \cdot h \quad (8-2): \text{Biegehebelarm } h_{Fa}$$

- α_{Fan} Kraftangriffswinkel am Zahnkopf: 180°
- s_{Fn} Zahnfußdickensehne im Berechnungsquerschnitt: 10 mm
- α_n Normaleingriffswinkel (vgl. α_{wt}): 10°

Ergibt: $h_{Fa} = 4$ mm; $Y_{Fa-C} = 0,244$.

Abbildung 8-1 zeigt die Definition der geometrischen Kenngrößen für die Zahnform des Mittelrades.

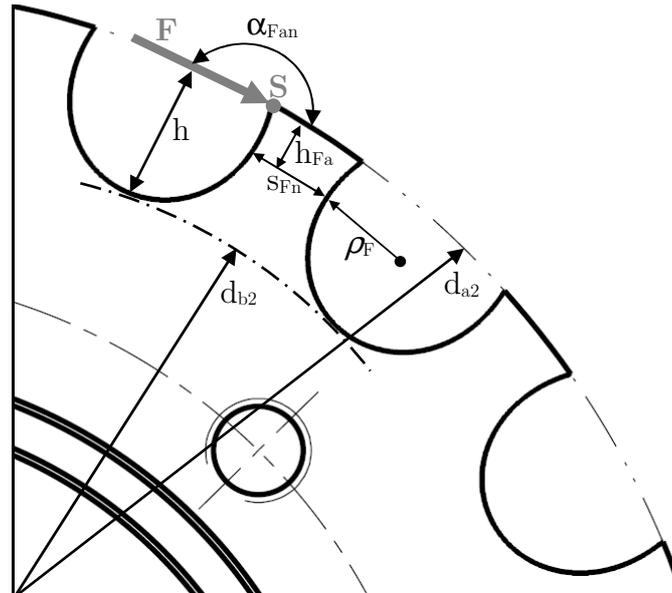


Abb. 8-1: Verzahnungsparameter Zahnkontur Mittelrad

Der Bruchquerschnitt für die Zähne der Äquidistantenscheibe muss wegen der von der Evolventenverzahnung stark abweichenden Form vollständig neu definiert werden. Die für Evolventenverzahnungen angenommene Lage im Zahngrund ist wegen der ausgeprägten Zahnfußrundung nicht sinnvoll. Als zweckmäßig erscheint hingegen der geringste Querschnitt des Zahnes, da hier mit der höchsten Bruchgefahr zu rechnen ist. Zumal vom ungünstigen Fall eines Kraftangriffs an der Zahnspitze ausgegangen wird. Damit ist die Lage der Zahnfußdicke s_{Fn} und die Größe des Fußrundungsradius ρ_F festgelegt. s_{Fn} bestimmt die Position des Teilkreises des Rades d_2 . In der vorliegenden Konfiguration ergibt sich so der Biegehebelarm h_{Fa} gemäß Gleichung 8-2. Dabei handelt es sich noch um keinen allgemeingültigen Zusammenhang. Hier ist ein entsprechender Ansatz zu entwickeln, der alle in die Zahnkontur einfließenden Parameter berücksichtigt. Der Normaleingriffswinkel α_n wird dem Betriebseingriffswinkel α_{wr} gleichgesetzt.

Der Spannungskorrekturfaktor $I Y_{Sa}$ berücksichtigt, dass am Zahnfuß nicht nur Biegespannungen auftreten. Deren Anteil ist umso größer, je näher der maßgebende Kraftangriffspunkt dem kritischen Bruchquerschnitt ist. Der Kraftangriffspunkt wird im Äquidistantenschnittpunkt S angenommen. Y_{Sa} ist deshalb außer vom Fußrundungsradius auch von der Größe des Biegehebelarmes abhängig wie Gleichungen 8-3, 8-4 und 8-5 zeigen.

$$Y_{Sa-C} = (1,2 + 0,13 \cdot L_a) \cdot q_s \left(\frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_a}} \right) \quad (8-3): \text{Spannungskorrekturfaktor I } Y_{Sa-C}$$

mit:

$$L_a = \frac{S_{Fn}}{h_{Fa}} \quad (8-4): \text{Geometrieverhältnis } L_a$$

$$q_s = \frac{S_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} \quad (8-5): \text{Kerbparameter } q_s$$

ρ_F Fußrundungsradius im Berechnungsquerschnitt: 9,8 mm

Ergibt: $q_s = 0,510$; $L_a = 2,5$; $Y_{Sa-C} = 1,11$.

Der Fußrundungsradius ρ_F wird anhand einfacher geometrischer Verfahren ermittelt. Ein allgemeiner formelmäßiger Zusammenhang ist hier noch zu entwickeln.

Für die Bestimmung des Kopffaktors Y_{FS} gilt der in Gleichung 8-6 dargestellte Zusammenhang.

$$Y_{FS-C} = Y_{Fa-C} \cdot Y_{Sa-C} \quad (8-6): \text{Kopffaktor } Y_{FS-C}$$

Ergibt: $Y_{FS-C} = 0,271$.

Die Ermittlung des Kopffaktors basiert auf den in Abbildung 8-1 neu definierten Verzahnungsgrößen der Epizykloidenverzahnung. Ein Korrekturwert wird daher nicht gebraucht.

8.2.2 Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_ε

Der Überdeckungsfaktor Y_ε rechnet die für einen Kraftangriff am Zahnkopf ermittelte örtliche Spannung auf die Verhältnisse bei Kraftangriff an der maßgebenden Kraftangriffsstelle um. Damit wird die Lastaufteilung auf mehrere Zahnpaare und der Einfluss des Biegehebelarms auf den Spannungskorrekturfaktor I Y_{Sa} erfasst. Der Überdeckungsfaktor ist abhängig von der Profilüberdeckung ε_α und berechnet sich nach Gleichung 8-7.

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_\alpha} \quad (8-7): \text{Überdeckungsfaktor } Y_\varepsilon$$

Ergibt: $Y_\varepsilon = 0,625$.

Die vorteilhaften Eingriffsverhältnisse beim Epizykloidengetriebe erlauben eine Verkleinerung des Überdeckungsfaktors Y_ε . Der Korrekturwert C_{Y_ε} liegt daher gemäß Gleichung 8-8 unter 1:

$$C_{Y_\varepsilon} = 0,7 \quad (8-8): \text{Korrekturwert Überdeckungsfaktor } C_{Y_\varepsilon}$$

8.2.3 Relative Stützziffer $Y_{\delta_{relT}}$

Die dynamische relative Stützziffer $Y_{\delta_{relT}}$ gibt an, um welchen Betrag die theoretische Spannungsspitze in der Fußrundung beim Auftreten des Dauerbruches oder Gewaltbruches über der Dauerfestigkeit liegt. Sie berücksichtigt den Einfluss der Kerbempfindlichkeit des Werkstoffs und ist abhängig vom Material und dem bezogenen Spannungsgefälle. Auf diese Weise ist die Stützwirkung des Werkstoffs im Bereich der Fußrundung beurteilbar.

$Y_{\delta_{relT}}$ bezieht sich auf die Verhältnisse am Standard-Referenz-Prüfrad. Zur Berechnung der relativen Stützziffer ist dieselbe Methode wie zur Ermittlung des Spannungskorrekturfaktors Y_{Sa} anzuwenden. Nach Methode C gilt für Kerbparameter $q_s < 1,5$ der Fixwert nach Gleichung 8-9.

$$Y_{\delta_{relT-C}} = 0,95 \quad (8-9): \text{Relative Stützziffer } Y_{\delta_{relT-C}}$$

Da es sich um einen rein materialabhängigen Faktor handelt kann dieser ohne Korrekturwert in die Berechnung einfließen.

8.2.4 Relativer Oberflächenfaktor $Y_{R_{relT}}$

Der relative Oberflächenfaktor $Y_{R_{relT}}$ beschreibt die Abhängigkeit der Zahnfußtragfähigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit im Zahngrund. Dabei spielen hauptsächlich das Material und die Rauhtiefe in der Fußrundung eine Rolle. Zudem sind Form und Größe der Fußrundung entscheidend. $Y_{R_{relT}}$ bezieht sich auf die Verhältnisse am Standard-Referenz-Prüfrad.

In der Praxis ist die exakte Bestimmung der Oberflächenbeschaffenheit im Zahnfuß jedes einzelnen Zahnes mit hohem Aufwand verbunden. Methode C gibt daher einen Fixwert für $Y_{R_{relT}}$ an, der für alle Rauhtiefen $R_Z > 16 \mu\text{m}$ gilt und eine dauerfeste Auslegung zu Grunde legt, Gleichung 8-10.

$$Y_{RrelT-C} = 0,9 \quad (8-10): \text{Relativer Oberflächenfaktor } Y_{RrelT-C}$$

Die Geometrie der Mittelradzahnkontur des Epizykloidengetriebes lässt eine Erhöhung des relativen Oberflächenfaktors zu. Durch die ausgeprägte Zahnfußrundung liegt weder die für Evolventenverzahnungen typische Zahnfußkerbe vor, noch befindet sich der kritische Bruchquerschnitt in diesem Bereich. Der Korrekturwert $C_{YrelT-C}$ wird daher gemäß Gleichung 8-11 angesetzt.

$$C_{YrelT-C} = 1,5 \quad (8-11): \text{Korrekturwert relativer Oberflächenfaktor } C_{YrelT-C}$$

8.2.5 Größenfaktor (Zahnfuß) Y_X

Der Größenfaktor für den Zahnfuß Y_X berücksichtigt identische Einflüsse wie Z_X in Kapitel 7.2.6. Wichtige Größen sind auch hier die Materialeigenschaften, die Härteverteilung und die Härtetiefe bezogen auf die Zahngröße. Für Stahlwerkstoffe ist Y_X mit Methode B nach Gleichung 8-12 anzusetzen.

$$Y_{X-B} = 1,0 \quad (8-12): \text{Größenfaktor (Zahnfuß) } Y_{X-B}$$

Nach [3990-3] ist der Größenfaktor bzgl. der Zahnfußtragfähigkeit, anders als bei der Grübchentragfähigkeit, zusätzlich vom Normalmodul der Verzahnung abhängig. Dieser ist für Epizykloidengetriebe aufgrund der Verzahnungsform nicht bestimmbar. Bis weitere Untersuchungen hier einen vergleichbaren Zusammenhang festlegen wird der Korrekturwert C_{YX-B} nach Gleichung 8-13 mit 1,0 angesetzt.

$$C_{YX-B} = 1,0 \quad (8-13): \text{Korrekturwert Größenfaktor (Zahnfuß) } C_{YX-B}$$

8.2.6 Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST}

Der Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST} berücksichtigt den Festigkeitsunterschied zwischen der ungekerbten Probe und der tatsächlichen Form des Zahnes.

Bei Evolventenverzahnungen kommt es vielfach zu einer Zahnfußrücknahme, wodurch gerade der am stärksten beanspruchte Bruchquerschnitt im Zahnfuß reduziert wird. Die DIN 3990-5 gibt den Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST} gemäß Gleichung 8-14 an:

$$Y_{ST} = 2,0 \quad (8-14): \text{Spannungskorrekturfaktor II } Y_{ST}$$

Die Mittelradverzahnung des Epizykloidengetriebes weist im Bereich des Zahnfußes keinerlei Kerben auf. Der geringste Querschnitt befindet sich im oberen Drittel des Zahnes. Zudem ist die Rundung des Zahnfußes sehr stark ausgeprägt. Daher kann der Zahnfuß einen weitaus größeren Anteil der Biegespannungen aufnehmen als das bei Evolventenverzahnungen der Fall ist. Der Unterschied zur ungekerbten Probe fällt deutlich niedriger aus. Der Korrekturwert C_{YST} wird demzufolge gemäß Gleichung 8-15 größer 1 angesetzt.

$$C_{YST} = 1,5 \quad (8-15): \text{Korrekturwert Spannungskorrekturfaktor II } C_{YST}$$

8.3 Mindest-Zahnbruchsicherheit S_{Fmin}

Folge eines Zahnbruches ist in vielen Fällen die schlagartige Zerstörung der gesamten Getriebeverzahnung. In der Regel ist die Getriebelebensdauer daraufhin beendet. Unter Umständen kann sogar die Verbindung zwischen An- und Abtriebswelle verloren gehen. Lediglich in Ausnahmefällen, bei denen nur ein kleiner Teil der Verzahnung beschädigt wird, kann ein weiterer Betrieb mit verringerter Leistung erfolgen. Der Zahnbruch beinhaltet daher grundsätzlich ein größeres Schadensrisiko als Grübchen, weshalb die Mindest-Zahnbruchsicherheit S_{Fmin} im Allgemeinen höher angesetzt wird als die Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin} .

Die Anwendungsnormen für Industriegetriebe [3990-11] und Fahrzeuggetriebe [3990-41] geben $S_{Fmin} = 1,4$ an. Für Schnelllaufgetriebe nach [3990-21] gilt $S_{Fmin} = 1,6$. Bzgl. der Schadenswahrscheinlichkeiten von Epizykloidengetrieben liegen noch keinerlei Erfahrungen vor. S_{Fmin} wird daher, den Angaben der Norm folgend nach Gleichung 8-16 angesetzt.

$$S_{Fmin} = 1,5 \quad (8-16): \text{Mindest-Zahnbruchsicherheit } S_{Fmin}$$

8.4 Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit

8.4.1 Dauerfestigkeit für Zahnfußspannung $\sigma_{F lim}$

$\sigma_{F lim}$ ist der Grenzwert der dauerhaft ertragbaren, örtlich auftretenden Biegeennspannung im Zahnfuß. Die in Kapitel 7.4.1 dargelegten Hintergründe zur Ermittlung der Dauerfestigkeitswerte nach Methode B und zur Einordnung der Werkstoffqualitäten

gelten auch hier. Eine Mindest-Lastwechselzahl von $3 \cdot 10^6$ wird als Beginn der Dauerfestigkeit angesehen.

Bei Epizykloidengetrieben liegt bedingt durch die Kurvenrollen-Bewegung eine Wechselbeanspruchung der Mittelradverzahnung vor. Für derartige Fälle werden in der [3990-5] die angegebenen Dauerfestigkeitswerte um den Faktor 0,7 reduziert. Die Dauerfestigkeit für die Zahnfußspannung in Gleichung 8-17 gilt für den verwendeten Vergütungsstahl (42CrMo4V) der Qualität MQ.

$$\sigma_{F \text{ lim-B}} = 220 \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (8-17): \text{Zahnfuß-Dauerfestigkeit } \sigma_{F \text{ lim-B}}$$

Eine Korrektur von $\sigma_{F \text{ lim}}$ ist nicht nötig, da die Verhältnisse des Epizykloidengetriebes bereits über den Spannungskorrekturfaktor II Y_{ST} in den Rechengang einfließen.

8.4.2 Auftretende Zahnfußspannung σ_F

Die Gleichungen 8-18 und 8-19 zeigen die Zusammenhänge zur Quantifizierung der auftretenden Zahnfußspannung σ_F nach Methode C.

$$\sigma_F = \sigma_{F0-C} \cdot K_{A-B} \cdot K_{V-C} \cdot K_{F\beta-C2} \cdot K_{F\alpha} \quad (8-18): \text{Auftr. Zahnfußspannung } \sigma_F$$

mit:

$$\sigma_{F0-C} = \frac{F_t}{b} \cdot Y_{Fa-C} \cdot Y_{Sa-C} \cdot Y_\varepsilon = \frac{F_t}{b} \cdot Y_{FS-C} \cdot Y_\varepsilon \quad (8-19): \text{Zahnfuß-Nennspannung } \sigma_{F0}$$

$K_{F\beta-C2}$ Breitenfaktor (Fuß): 1,29

$K_{F\alpha}$ Stirnfaktor (Fuß): 1,0

Y_{Fa-C} Formfaktor: 0,244

Y_{Sa-C} Spannungskorrekturfaktor I: 1,11

Y_{FS-C} Kopffaktor: 0,271

Y_ε Überdeckungsfaktor: 0,438

Ergibt: $\sigma_{F0-C} = 104 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_F = 329 \text{ N/mm}^2$.

σ_{F0} ist die maximale örtliche Zugspannung am Zahnfuß bei Belastung einer fehlerfreien Verzahnung mit dem statischen Nennmoment.

8.4.3 Zulässige Zahnfußspannung σ_{FP}

Die Berechnung der zulässigen Zahnfußspannung σ_{FP} basiert auf dem Dauerfestigkeitswert $\sigma_{F \text{ lim}}$. Dieser Wert wird mit den Einflussfaktoren für Kerbempfindlichkeit ($Y_{\delta_{relT}}$),

Oberflächenbeschaffenheit (Y_{RelT}) und Baugröße (Y_X) auf die Maße des vorliegenden Zahnrades umgerechnet, Gleichungen 8-20, 8-21 und 8-22.

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta RelT-C} \cdot Y_{RelT-C} \cdot Y_{X-B} = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}} \quad (8-20): \text{Zul. Zahnfußspannung } \sigma_{FP}$$

mit:

$$\sigma_{FE} = \sigma_{Flim-B} \cdot Y_{ST} \quad (8-21): \text{Zahnfuß-Grundfestigkeit } \sigma_{FE}$$

$$\sigma_{FG} = \sigma_{FP} \cdot S_{Fmin} \quad (8-22): \text{Zahnfuß-Grenzfestigkeit } \sigma_{FG}$$

$Y_{\delta RelT-C}$ Relative Stützziffer: 0,95

Y_{RelT-C} Relativer Oberflächenfaktor: 1,35

Y_{X-B} Größenfaktor: 1,0

Y_{ST} Spannungskorrekturfaktor II: 3,0

S_{Fmin} Mindest-Zahnbruchsicherheit: 1,5

Ergibt: $\sigma_{FG} = 847 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_{FE} = 660 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_{FP} = 564 \text{ N/mm}^2$.

σ_{FE} bezeichnet die Nenn-Biegeschwell-Dauerfestigkeit einer ungekerbten Probe bei voller Elastizität des Werkstoffs.

8.4.4 Rechnerische Zahnbruchsicherheit S_F

Der rechnerische Sicherheitsfaktor für die Zahnfußbeanspruchung (Zahnbruchsicherheit) S_F wird nach Gleichung 8-23 berechnet.

$$S_F = \frac{\sigma_{FG}}{\sigma_F} \geq S_{Fmin} \quad (8-23): \text{Rechnerische Zahnbruchsicherheit } S_F$$

Ergibt: $S_F = 2,6$.

$S_F \geq S_{Fmin}$ wird erfüllt. Der Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit für die erste Stufe des konstruierten Epizykloidengetriebes ist somit erbracht.

9 Fresstragfähigkeit

9.1 Allgemeines

Fressen tritt bei Fehlen von Schmierstoff oder dem Versagen des Schmierfilms zwischen den kämmenden Zahnflanken auf und kommt überwiegend bei Getrieben mit hohen Umfangsgeschwindigkeiten vor. In einigen Fällen können auch bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten Fresserscheinungen auftreten.

Die Auftretenswahrscheinlichkeit von Fressschäden wird beeinflusst von Werkstoffpaarung, Schmierstoff, Oberflächenbeschaffenheit der Zahnflanken, Gleitgeschwindigkeit und Belastung. Übermäßiges Schäumen oder Verunreinigungen im Schmierstoff erhöhen die Fressgefahr ebenfalls. Ein einmal eingeleiteter Fressschaden führt innerhalb kürzester Zeit zu starken Flankenschädigungen. Es folgt ein Anstieg der Temperatur, der Verlustleistung, der dynamischen Zahnkräfte und der Geräuschemission. Wenn einem Fressschaden, verursacht durch kurzzeitige Überbelastung, eine sofortige Lastverringerng folgt können sich die Riefen unter Umständen wieder glätten und der Schaden damit ausheilen.

Hohe Oberflächentemperaturen, hervorgerufen durch hohe Gleitgeschwindigkeiten, sind die Hauptursache für den Zusammenbruch des Schmierfilms. Basierend auf dieser Hypothese bietet die DIN 3990-4 zwei Berechnungsverfahren an, die auf unterschiedlichen Kriterien der Schadensentwicklung beruhen:

- a) Integraltemperatur-Verfahren: gibt einen gewichteten Mittelwert der Oberflächentemperatur entlang der Eingriffsstrecke an.
- b) Blitztemperatur-Verfahren: beschreibt eine veränderliche Kontakttemperatur über die Eingriffsstrecke.

Seit Veröffentlichung der DIN 3990-4 gibt es kontinuierlich neue Untersuchungen zu Fresserscheinungen bei Zahnrädern. Ziel ist, alle Arten von Fressen und vergleichbare Schäden zu erfassen und die komplexen Wechselwirkungen noch genauer zu erforschen. Bisher hat noch kein neuer Rechenansatz Einzug in die Normenwerke gefunden. Der Inhalt der DIN 3990-4 wurde zuletzt 2012 geprüft und für weiterhin uneingeschränkt gültig erklärt. Wie auch die bisherigen Rechenansätze basiert der

Fresstragfähigkeitsnachweis auf der quantitativen Abschätzung von Einflussgrößen durch Faktoren. Das Rechenverfahren stützt sich dabei auf Ergebnisse aus Laufversuchen mit Evolventenzahnradern.

Viele Autoren der Fachliteratur zur Gestaltung konventioneller Verzahnungen [Rot89, Muh07, Ste06] vernachlässigen den Nachweis der Fresstragfähigkeit. Deren Argument ist, dass die hohe Komplexität der ablaufenden Vorgänge nur bedingt mit einem numerischen Rechenansatz erfassbar ist. Tatsächlich zeigen sowohl das Integraltemperatur-Verfahren als auch das Blitztemperatur-Verfahren Schwächen bezüglich der Zuverlässigkeit. Außerdem kann heute durch geeignete Zahnradwerkstoffe (hohe Warmfestigkeit) und Schmierung mit Hochdruckölen das Fressen weitestgehend verhindert werden. Ein ordnungsgemäßer Einlauf sowie eine regelmäßige Wartung tragen zudem zur Vermeidung von Fresserscheinungen bei. Anders als bei Evolventenverzahnungen liegen für das Epizykloidengetriebe noch keine vergleichbaren Betriebserfahrungen vor. Daher kann auf eine eingehende Betrachtung der Fresstragfähigkeit vorerst nicht verzichtet werden. Besonders die hohen Kontaktgeschwindigkeiten und Überdeckungsgrade lassen eine erhebliche Schmierfilmbelastung vermuten.

Für den Tragfähigkeitsnachweis ist eines der beiden Verfahren zu wählen. In dem entwickelten Rechenverfahren kommt das Integral-Temperaturverfahren zur Anwendung, da dessen Rechengang eine bessere Anpassung an die Verhältnisse der Epizykloidenverzahnung erlaubt. Grundlage des Integraltemperatur-Verfahrens ist der Mittelwert der Oberflächentemperatur entlang der Eingriffsstrecke. Dieser wird als maßgebend für das Fressen angesehen. Die Oberflächentemperatur setzt sich zusammen aus Massentemperatur und integrierter mittlerer Blitztemperatur (Integraltemperatur). Die Massentemperatur wird durch Näherungsverfahren ermittelt. Die mittlere Blitztemperatur ergibt sich aus der Reibungszahl und den dynamischen Zahnkräften entlang der Eingriffsstrecke. Ein Gewichtungsfaktor berücksichtigt, dass sich Massentemperatur und gemittelte Blitztemperatur unterschiedlich stark auf die Fressneigung auswirken. Die Fressgefahr wird über den Vergleich der auftretenden Integraltemperatur mit der zulässigen Integraltemperatur ermittelt. Die höchste Fressneigung tritt üblicherweise an den Extremstellen der Eingriffsstrecke oder nahe der Einzeleingriffspunkte auf.

9.2 X-Faktoren

9.2.1 Blitzfaktor X_M

Der Blitzfaktor X_M beschreibt den Einfluss der Werkstoffeigenschaften von Ritzel und Rad auf die Blitztemperatur. Für Stähle gibt [3990-4] einen konstanten Wert gemäß Gleichung 9-1 an.

$$X_M = 50,0 \text{ K} \cdot N^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot mm \quad (9-1): \text{Blitzfaktor } X_M$$

Bei der Konstruktion des Epizykloidengetriebes kommen ausschließlich Stahlwerkstoffe zum Einsatz. Daher muss diesem rein werkstoffabhängigen Faktor kein Korrekturwert beigegeben werden.

9.2.2 Geometriefaktor X_{BE}

X_{BE} berücksichtigt den Einfluss der HERTZ'schen Pressung und der Gleitgeschwindigkeit am Zahnkopf (Kopfeingriffspunkt E) auf die entstehende Integraltemperatur. Bei der epizykloidalen Triebstockverzahnung entspricht E dem in Abbildung 4-9 definierten Äquidistantenschnittpunkt S. Die Bestimmung erfolgt nach Gleichung 9-2, 9-3 und 9-4.

$$X_{BE} = 0,51 \cdot \sqrt{\frac{|z_2|}{z_1}} \cdot (u + 1) \cdot \frac{\sqrt{\rho_{E1}} - \sqrt{\frac{|\rho_{E2}|}{u}}}{(\rho_{E1} \cdot |\rho_{E2}|)^{\frac{1}{4}}} \quad (9-2): \text{Geometriefaktor } X_{BE}$$

mit:

$$\rho_{E1} = 0,5 \cdot \sqrt{d_{a1}^2 \cdot d_{b1}^2} \quad (9-3): \text{Krümmungsradius Ritzel in E } \rho_{E1}$$

$$\rho_{E2} = e \cdot \sin \alpha_{wt} - \rho_{E1} \quad (9-4): \text{Krümmungsradius Rad in E } \rho_{E2}$$

Ergibt: $\rho_{E1} = 9728 \text{ mm}$; $\rho_{E2} = -9727 \text{ mm}$; $X_{BE} = 0,018$.

Bei gleichem Antriebsmoment ist die HERTZ'sche Pressung beim Epizykloidengetriebe aufgrund der günstigeren Eingriffsverhältnisse geringer als bei vergleichbaren Evolventenverzahnungen. Der Korrekturwert C_{XBE} kann daher nach Gleichung 9-5 kleiner 1 angesetzt werden.

$$C_{XBE} = 0,5 \quad (9-5): \text{Korrekturwert Geometriefaktor } C_{XBE}$$

9.2.3 Winkelfaktor X_α

Mit dem Winkelfaktor X_α wird der Einfluss des Stirneingriffswinkels α_t und des Betriebseingriffswinkels α_{wt} auf die Integraltemperatur berücksichtigt. Es liegen alle erforderlichen Daten für eine Berechnung nach Methode A vor. Die Bestimmung von X_α erfolgt damit nach Gleichung 9-6.

$$X_{\alpha-A} = 1,22 \cdot \frac{\sin^{\frac{1}{4}} \alpha_{wt} \cdot \cos^{\frac{1}{4}} \alpha_n}{\cos^{\frac{1}{2}} \alpha_{wt} \cdot \cos^{\frac{1}{2}} \alpha_t} \quad (9-6): \text{Winkelfaktor } X_{\alpha A}$$

Ergibt: $X_{\alpha A} = 0,797$.

Bei der epizykloidalen Triebstockverzahnung findet die Leistungsübertragung nur über Normalkräfte statt. Sowohl der Normaleingriffswinkel α_n als auch der Stirneingriffswinkel α_t und der Betriebseingriffswinkel α_{wt} fallen im Vergleich zur Evolventenverzahnung deutlich kleiner aus. Zudem tragen die drehbar gelagerten Kurvenrollen zu einer Verringerung der Gleitanteile bei. All dies senkt die Reibung zwischen den Zahnflanken und reduziert so den Energieeintrag in die Getriebeerwärmung. Eine Reduzierung des Winkelfaktors X_α durch den Korrekturwert $C_{X\alpha-A}$ nach Gleichung 9-7 ist daher zulässig.

$$C_{X\alpha-A} = 0,5 \quad (9-7): \text{Korrekturwert Winkelfaktor } C_{X\alpha A}$$

9.2.4 Eingriffsfaktor X_Q

Der Eingriffsfaktor X_Q berücksichtigt die Wirkung eines Eingriffsbeginns am Zahnkopf des getriebenen Rades im Bereich hohen Schlupfes. X_Q wird nach Gleichung 9-8 dargestellt durch den Quotienten aus Eintrittsüberdeckung ε_f und Austrittsüberdeckung ε_a . Damit wird die Temperaturerhöhung durch Schlupf bei Eingriffsbeginn erfasst.

$$X_Q = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a} \quad (9-8): \text{Eingriffsfaktor } X_Q$$

ε_f Eintrittsüberdeckung (vgl. ε_α): 2
 ε_a Austrittsüberdeckung (vgl. ε_α): 2

Ergibt: $X_Q = 1,0$.

Es wird angenommen, dass die Ein- und Austrittsüberdeckungen ε_f und ε_a gleich der Profilüberdeckung ε_α sind. Der Eingriffsfaktor X_Q ergibt sich damit konstant zu 1. Ob

diese Annahme bei wechselnden Betriebsbedingungen und für alle Teile der Kraftübertragung uneingeschränkt zutrifft ist durch weitere Untersuchungen abzusichern. Auch die Bestimmung von ε_α ist mit Unsicherheiten behaftet, wie bereits in Kapitel 7.2.1 festgestellt. Hier gilt es, einen allgemeingültigen Ansatz für die Ermittlung aller Überdeckungen zu finden.

9.2.5 Überdeckungsfaktor (Fressen) X_ε

Der Überdeckungsfaktor X_ε rechnet die Blitztemperatur am Zahnkopf ohne Lastaufteilung auf eine mittlere Blitztemperatur entlang der Flanke um. Diese hängt von der Kopfüberdeckung ε_1 und ε_2 und der Profilüberdeckung ε_α ab. In den Gleichungen für X_ε wird ein linearer Verlauf der Blitztemperatur entlang der Eingriffsstrecke angenommen. Diese Annahme trifft nicht immer exakt zu. Sie liegt jedoch nach [3990-4] mit einer möglichen Abweichung $< 5\%$ immer auf der „sicheren Seite“. Die Berechnung des Überdeckungsfaktors erfolgt nach Gleichung 9-9, 9-10 und 9-11.

$$X_\varepsilon = \frac{(0,6\varepsilon_1^2 + 0,44\varepsilon_2^2 - 0,3\varepsilon_1 + 0,3\varepsilon_2 - 0,15\varepsilon_1\varepsilon_2)}{2 \cdot \varepsilon_\alpha \cdot \varepsilon_1} \quad (9-9): \text{Überdeckungsfaktor } X_\varepsilon$$

mit:

$$\varepsilon_1 = \frac{z_1}{2\pi} \cdot \left(\sqrt{(d_{a1}/d_{b1})^2 - 1} - \tan \alpha_{wt} \right) \quad (9-10): \text{Kopfüberdeckung Ritzel } \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_2 = \frac{z_2}{2\pi} \cdot \left(\sqrt{(d_{a2}/d_{b2})^2 - 1} - \tan \alpha_{wt} \right) \quad (9-11): \text{Kopfüberdeckung Rad } \varepsilon_2$$

Ergibt: $\varepsilon_1 = 1,48$; $\varepsilon_2 = 1,53$; $X_\varepsilon = 0,34$.

Die für X_ε entscheidenden Parameter Profilüberdeckung ε_α und Kopfüberdeckung ε_1 bzw. ε_2 geben die Verhältnisse des Epizykloidengetriebes wieder. Daher kann der Überdeckungsfaktor ohne Korrekturwert in die Berechnung einfließen.

9.2.6 Schmierungsfaktor X_S

Der Schmierungsfaktor X_S berücksichtigt die Güte der Wärmeübertragung vom Getriebe an den Schmierstoff für die unterschiedlichen Arten der Schmierung. Dabei stellt sich die Tauchschmierung besser dar als die Einspritzschmierung. Die DIN 3990-4 gibt als Erfahrungswert für die Tauchschmierung den Schmierungsfaktor gemäß Gleichung 9-12 an.

$$X_S = 1,0 \quad (9-12): \text{Schmierungsfaktor } X_S$$

Die durch das konstruierte Gehäuse bereitgestellte Tauchschmierung unterscheidet sich in Art und Funktion nicht von herkömmlichen Varianten für konventionelle Getriebe. Eine Änderung der Wärmeübertragung ist trotz der andersartigen Kinematik des Epizykloidengetriebes nicht zu erwarten. X_S geht daher ohne Korrekturwert in die Berechnung ein.

9.2.7 Relativer Gefügefaktor X_{WrelT}

Der relative Gefügefaktor X_{WrelT} berücksichtigt die Unterschiede bei Werkstoff bzw. Wärmebehandlung auf die Fress-Integraltemperatur. Nach [3990-4] gilt allgemein für vergütete Stähle der Zusammenhang nach Gleichung 9-13.

$$X_{WrelT} = 0,5 \quad (9-13): \text{Relativer Gefügefaktor } X_{WrelT}$$

Da es sich bei X_{WrelT} um einen rein materialabhängigen Einflussfaktor handelt ist kein Korrekturwert nötig.

9.3 Mindest-Fresssicherheit S_{Smin}

Wie ein Zahnbruch kann auch ein Fressschaden zu einem abrupten Ausfall der Verzahnung führen. Diese Tatsache ist bei der Wahl eines angemessenen Sicherheitsfaktors zu berücksichtigen.

Die kleinste erforderliche Fresssicherheit S_{Smin} ist für jeden Anwendungsfall gesondert zu bestimmen. Aus Untersuchungen an evolventenverzahnten Antrieben ist bekannt, dass bei rechnerischen Sicherheiten unter 1,0 mit hoher Wahrscheinlichkeit Fressen auftritt. Insbesondere bei ungenügender Ausbildung des Höhen- und Breitentragbildes können Schäden nicht ausgeschlossen werden. Mit Sicherheiten zwischen 1,0 und 2,0 sind bei sorgfältigem Einlauf, gutem Tragbild sowie zutreffenden Annahmen bzgl. der auftretenden Belastungen keine Fressschäden zu erwarten.

Diese Einschätzungen werden für das Epizykloidengetriebe vorausgesetzt. Da noch einige Unsicherheiten bzgl. des Systemverhaltens bestehen wird S_{Smin} gemäß Gleichung 9-14 festgelegt.

$$S_{Smin} = 1,5$$

(9-14): Mindest-Fresssicherheit S_{Smin}

9.4 Nachweis der Fresstragfähigkeit

9.4.1 Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt}

Die Umfangskraft F_t bezogen auf die Zahnbreite b einschließlich der K-Faktoren ergibt die maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt} . Diese wird für die Berechnung der Reibungszahl und der Blitztemperatur am Zahnkopf benötigt. Die Berechnung von w_{Bt} erfolgt nach Gleichung 9-15:

$$w_{Bt} = K_{A-B} \cdot K_{V-C} \cdot K_{B\beta-C2} \cdot K_{B\alpha} \cdot \frac{F_t}{b} \quad (9-15): \text{Umfangskraft je Einheit Zahnbreite } w_{Bt}$$

$K_{B\beta-C2}$ Breitenfaktor (Fressen): 1,26

$K_{B\alpha}$ Stirnfaktor (Fressen): 1,0

Ergibt: $w_{Bt} = 2766 \text{ N/mm}$.

9.4.2 Mittlere örtliche Reibungszahl μ_m

Die tatsächliche Reibungszahl μ_m auf der Zahnflanke ist ein momentaner und örtlich begrenzt auftretender Wert. Er ist abhängig von den Schmierstoffeigenschaften, der Oberflächenrauheit, den Abmessungen des Zahnes und den auftretenden Kräften. Eine versuchstechnische Ermittlung ist nicht möglich, weshalb auch die numerische Bestimmung als schwierig gilt.

Für das Epizykloidengetriebe sind bei weitem nicht alle Werte für eine eingehende Berechnung nach Methode A oder B verfügbar. Daher erfolgt die Bestimmung von μ_m nach Methode C. Dabei wird der Mittelwert der Reibungszahl über der Eingriffsstrecke nach Gleichung 9-16 und 9-17 bis 9-19 angenähert.

$$\mu_{m-C} = 0,12 \cdot \left(\frac{w_{Bt}}{\eta_{oil} \cdot v_{\Sigma C}} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{R_a}{\rho_{red C}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (9-16): \text{Mittlere örtliche Reibungszahl } \mu_{m-C}$$

mit:

$$v_{\Sigma C} = 2 \cdot v_e \cdot \sin \alpha_{wt} \quad (9-17): \text{Summe Tangentialgeschw. in C } v_{\Sigma C}$$

$$R_a = 0,5 \cdot (R_{a1} + R_{a2}) \quad (9-18): \text{Arithmetischer Mittenrauhwert } R_a$$

$$\rho_{red\ C} = \frac{u}{(u+1)^2} \cdot e \cdot \sin \alpha_{wt} \quad (9-19): \text{Ersatzkrümmungsradius in C } \rho_{red\ C}$$

R_{a1} Mittenrauheit Ritzel: 4 μm

R_{a2} Mittenrauheit Rad: 4 μm

v_e Eingriffsgeschwindigkeit: 200 m/s

η_{oil} Dynamische Ölviskosität (40 °C): 28,9 mPa·s

Ergibt: $v_{\Sigma-C} = 69,5$ m/s; $R_a = 4,0$ μm ; $\rho_{red\ C} = 0,26$ mm; $\mu_{m-C} = 0,257$.

Die Mittenrauheit $R_{a2} = 4$ μm des Rades ergibt sich aus der in den Zeichnungen festgelegten Rauhtiefe von $R_z = 25$ μm . Für das Ritzel werden mit $R_{a2} = 4$ μm gleiche Verhältnisse angenommen.

Die Eingriffsgeschwindigkeit wird mit $v_e = 200$ m/s angenähert. Wie bereits in Kapitel 4.2.2 dargelegt ist die exakte Ermittlung der Kontaktbedingungen sehr komplex und bisher noch wenig erforscht. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass der gewählte Durchschnittswert die tatsächlichen Verhältnisse in ausreichender Genauigkeit wiedergibt.

Alle in die Berechnung einfließenden Parameter entsprechen dem untersuchten Epizykloidengetriebe. Ein Korrekturwert ist damit nicht erforderlich.

9.4.3 Auftretende Integraltemperatur ϑ_{int}

Hauptwärmequellen für die auftretende Integraltemperatur ϑ_{int} sind die Zahn- und Lagerreibung. Bei Umfangsgeschwindigkeiten über 80 m/s ist zudem die Wärme aus Quetsch- und Ventilationsverlusten zu berücksichtigen.

Da keine Messungen über die Temperaturverteilungen im Epizykloidengetriebe vorliegen wird nach Methode C vorgegangen. Die auftretende Integraltemperatur ϑ_{int} ist damit gemäß den Gleichungen 9-20 und 9-21 bis 9-23 zu berechnen.

$$\vartheta_{int} = \vartheta_{M-C} + C_2 \cdot \vartheta_{fla\ int} \quad (9-20): \text{Auf tretende Integraltemperatur } \vartheta_{int}$$

mit:

$$\vartheta_{M-C} = X_S \cdot (\vartheta_{oil} + C_1 \cdot \vartheta_{fla\ int}) \quad (9-21): \text{Massentemperatur } \vartheta_{M-C}$$

$$\vartheta_{fla\ int} = \vartheta_{fla\ E} \cdot X_{\varepsilon} \quad (9-22): \text{Blitztemperatur bei Eingriff } \vartheta_{fla\ int}$$

$$\vartheta_{fla\ E} = \mu_{mC} \cdot X_M \cdot X_{BE} \cdot X_{\alpha-A} \cdot \frac{w_{Bl}^{\frac{3}{4}} \cdot v_e^{\frac{1}{2}}}{|e|^{\frac{1}{4}} \cdot X_Q} \quad (9-23): \text{Blitztemperatur in E } \vartheta_{fla\ E}$$

X_S	Schmierungsfaktor: 1,0
X_e	Überdeckungsfaktor: 0,34
X_M	Blitzfaktor: 50,0 K·N ^{-3/4} ·s ^{1/2} ·m ^{-1/2} ·mm
X_{BE}	Geometriefaktor: 0,009
$X_{\alpha-A}$	Winkelfaktor: 0,399
X_Q	Eingriffsfaktor: 1,0
ϑ_{oil}	Öltemperatur: 40 °C
C_1	Empirisch ermittelter Faktor: 0,7 [3990-4]
C_2	Gewichtungsfaktor: 1,5 [3990-4]

Ergibt: $\vartheta_{fla\ E} = 148,3$ K; $\vartheta_{fla\ int} = 50,4$ K; $\vartheta_{M-C} = 75,3$ °C; $\vartheta_{int} = 150,9$ °C.

Die Massentemperatur ϑ_{M-C} beschreibt die Temperatur der Zahnoberfläche unmittelbar vor dem Eingriff und stellt sich entsprechend der Wärmebilanz im Getriebegehäuse ein. Sie setzt sich zusammen aus der Öltemperatur ϑ_{oil} und einem Anteil $\vartheta_{fla\ int}$ abhängig von der Integraltemperatur und den Wärmeleitungs- bzw. Wärmeübergangszahlen. Die Blitztemperatur im Kopfeingriffspunkt E $\vartheta_{fla\ E}$ wird aus der gemittelten Zahnreibungszahl μ_{m-C} und den ermittelten X-Faktoren bestimmt.

9.4.4 Zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{int\ P}$

Nach dem Kriterium des Integraltemperatur-Verfahrens tritt Fressen dann auf, wenn die vorliegende Integraltemperatur ϑ_{int} die sog. Fress-Integraltemperatur $\vartheta_{int\ s}$ überschreitet. Die im Rahmen der gewählten Mindest-Fresssicherheit S_{Smin} zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{int\ P}$ ergibt sich aus den Gleichungen 9-24 bis 9-27:

$$\vartheta_{int\ P} = \frac{\vartheta_{int\ s}}{S_{S\ min}} \quad (9-24): \text{Zulässige Integraltemperatur } \vartheta_{int\ P}$$

mit:

$$\vartheta_{int\ s} = \vartheta_{MT} + X_{WrelT} \cdot C_2 \cdot \vartheta_{fla\ int\ T} \quad (9-25): \text{Fress-Integraltemperatur } \vartheta_{int\ s}$$

$$\vartheta_{MT} = 90 + 0,08 \cdot \frac{F_t}{b} \quad (9-26): \text{Zulässige Massentemperatur } \vartheta_{MT}$$

$$\vartheta_{fla\ int\ T} = 0,11 \cdot \left(\frac{F_t}{b}\right) \cdot \left(\frac{100}{v_{40}}\right)^{0,17} \quad (9-27): \text{Zulässige Blitztemperatur } \vartheta_{fla\ int\ T}$$

X_{WrelT} Relativer Gefügefaktor: 0,5

v_{40} Kinematische Ölviskosität (40 °C): 34 mm²/s

S_{Smin} Mindest-Fresssicherheit: 1,5

Ergibt: $\vartheta_{fla\ int\ T} = 115,4$ K; $\vartheta_{MT} = 159,8$ °C; $\vartheta_{int\ S} = 246,0$ °C; $\vartheta_{int\ P} = 164,7$ °C.

Die Fress-Integraltemperatur $\vartheta_{int\ s}$ ist ein charakteristischer Wert für das System Werkstoff-Schmierstoff-Werkstoff eines Zahnpaars. Die zulässige Massentemperatur ϑ_{MT} und die zulässige Blitztemperatur $\vartheta_{fla\ int\ T}$ werden abhängig von der Nenn-Umfangskraft je Zahnbreite und der kinematischen Viskosität des Schmieröls ermittelt.

9.4.5 Rechnerische Fresssicherheit S_S

Der rechnerische Sicherheitsfaktor für die Fressbeanspruchung (Fresssicherheit) S_S ist nach Gleichung 9-28 zu berechnen.

$$S_S = \frac{\vartheta_{int\ S}}{\vartheta_{int}} \geq S_{S\ min} \quad (9-28): \text{Rechnerische Fresssicherheit } S_S$$

Ergibt: $S_S = 1,6$.

$S_S \geq S_{Smin}$ wird erfüllt. Der Nachweis der Fresstragfähigkeit für die erste Stufe des konstruierten Epizykloidengetriebes ist somit erbracht.

10 Auslegung von Epizykloidengetrieben

10.1 Bewertung des Rechenverfahrens

Bei dem dargelegten Berechnungsverfahren für Epizykloidengetriebe handelt es sich um einen grundlegend neu entwickelten theoretischen Ansatz. Zweck ist die Bereitstellung einer exakten Tragfähigkeitsberechnung zur Auslegung und Dimensionierung derartiger triebstockverzahnter Umlaufrädergetriebe. Der Rechengang teilt sich auf in den Nachweis der Grübchentragfähigkeit, der Zahnfußtragfähigkeit und der Fresstragfähigkeit. Das entwickelte Verfahren wird im Rahmen dieser Arbeit beispielhaft für die Dimensionierung eines Getriebes für die Elektromobilität verwendet. Durch die allgemeingültige Formulierung ist es jedoch für alle denkbaren Einsatzgebiete von Epizykloidengetrieben gültig, solange Metallwerkstoffe für die Konstruktion verwendet werden. Die Grundlage des Verfahrens bildet die DIN 3990, die sich mit der Tragfähigkeit von Evolventenverzahnungen befasst.

Die Nutzbarkeit der DIN 3990 ist stark abhängig von den jeweiligen Zielgrößen und den einfließenden Parametern. Faktoren die sich nur auf Umwelteinflüsse, wie etwa die Charakteristik der Antriebsmaschine, beziehen haben auch ohne Modifikationen volle Gültigkeit. Für den Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit sind dagegen nur wenige Synergien nutzbar. Besonders die gänzlich andere Geometrie im Zahnfußbereich und die neue Lage des Bruchquerschnitts machen umfangreiche Modifikationen der Gleichungen und neue Parameterdefinitionen notwendig. Dabei erwiesen sich die unterschiedlichen Rechenmethoden A, B, C, D und E der Norm als sehr hilfreich. Im Verlauf von D nach A werden zunehmend weniger Annahmen getroffen und Voraussetzungen gefordert, was eine Anpassung an die Verhältnisse des Epizykloidengetriebes erleichtert. Jedoch wird die Berechnung dadurch gleichzeitig deutlich komplexer und umfangreicher.

Dennoch wurde, wo möglich, dieser Weg gewählt, um so alle nötigen spezifischen Kenngrößen der Epizykloidenverzahnung in das Rechenverfahren einzuarbeiten. Zusammenhänge aus den Anwendungsnormen wurden nur in wenigen Fällen verwendet. Diese setzen viele anwendungsspezifische Merkmale bzgl. der Konstruktion, der Schmierung und der Getriebeart voraus, die vom Epizykloidengetriebe nicht erfüllt werden. Zudem würde bei deren Verwendung die Allgemeingültigkeit des

Berechnungsverfahren verloren gehen. Einzig Überlegungen bzgl. Mindest-Sicherheitsfaktoren werden im Rechengang reproduziert.

Die DIN 3990 macht es erforderlich, alle typischen Kenngrößen konventioneller Verzahnungen für das Epizykloidengetriebe zu definieren. Beispiele sind die Ersatzkrümmung, die Zahnkopfhöhe, der Bruchquerschnitt und die Profilüberdeckung. Nur so sind die Gleichungen innerhalb der DIN 3990 überhaupt nutzbar. Einige Größen wie die Kopfrücknahme, die Profilverschiebung oder der Schrägungswinkel finden beim Epizykloidengetriebe keine Entsprechung. In diesen Fällen werden die Gleichungen entsprechend umgearbeitet oder die Parameter durch vergleichbare Größen ersetzt. Für viele in der Norm enthaltene Grafiken sind auch die numerischen Hintergründe angegeben. Durch deren Anpassung konnte auch dieses Wissen für die Tragfähigkeitsberechnung der Epizykloidengetriebe genutzt werden. Nur zur Ermittlung der Dauerfestigkeiten musste rein auf die Diagramme der DIN 3990-5 zurückgegriffen werden. Eine Anpassung erfolgt hier über Korrekturwerte. Konstanten der Norm werden ebenfalls per Korrekturwert an die neuen Verhältnisse angepasst.

10.2 Vergleiche zum Cyclogetriebe

Zu den in Kapitel 3.4 gezeigten Cyclogetrieben existieren Veröffentlichungen, die Vergleiche mit den in dieser Arbeit dargelegten Resultaten zulassen. Der Ansatz von [Leh76] und [Leh81] basiert auf einer exakten kinematischen und kräftemäßigen Analyse des Cyclogetriebes. Dabei steht mehr eine grundlegende Erfassung und Quantifizierung der betriebsbedingten Belastungen im Vordergrund. Resultierende Schlüsse für die Dimensionierung entsprechender Getriebe spielen eine untergeordnete Rolle. Eine Anwendung der Ergebnisse für einen Nachweis der Tragfähigkeit gegen Zahnbruch, Grübchenbildung oder Fressen findet nicht statt. Dennoch soll an dieser Stelle ein Vergleich mit den dort gemachten Erkenntnissen erfolgen. Denn sowohl die mit dem Epizykloidengetriebe vergleichbare Zahngeometrie, als auch die Einordnung als gleichmäßig übersetzendes Umlaufrädergetriebe zeigt die nahe Verwandtschaft beider Getriebearten. Zudem existieren neben diesen Publikationen keine anderen Veröffentlichungen, die vergleichbare Untersuchungen beinhalten. Speziell zu den Epizykloidengetrieben ist die vorliegende Arbeit die erste wissenschaftliche Abhandlung ihrer Art.

Zunächst werden die Grundgleichungen zur Berechnung der im Cyclogetriebe auftretenden Kräfte aufgestellt. Dabei sind die ideal starren Kurvenscheiben als elastisch angenommen, sodass sich diese unter Belastung bezüglich ihres Mittelpunktes verdrehen. Als Folge treten auch bei den Außenelementen elastische Durchbiegungen auf. Zusammen mit den geometrischen Parametern des Getriebes ergeben sich so die Grundgleichungen zur Ermittlung der Außenelemente-Normalkräfte und der Exzenterkraft. Dabei werden die Kräfte- und Momentengleichgewichte an den Scheiben für die jeweilige Kombination aus Abtriebsmoment und aktueller Getriebestellung berücksichtigt. Auch beim Epizykloidengetriebe muss mit elastischen Verformungen von Umlauf- und Mittelrad gerechnet werden. Anders als beim Cyclogetriebe gestalten sich jedoch Kräfte und Pressungen aufgrund der günstigeren Eingriffswinkel niedriger, was das Niveau der Verformungen bei gleichen Materialvoraussetzungen senkt. Die entwickelte Tragfähigkeitsberechnung berücksichtigt diese elastischen Verformungen und deren Einfluss auf die Kraftverteilung durch entsprechende Faktoren.

Um die Kräfteberechnung bei beliebiger Belastung und für jede Exzenterstellung durchzuführen werden die Grundgleichungen parameterabhängig abgeleitet. Als Beispiel für die Untersuchungen dient ein einstufiges Getriebe mit einer Übersetzung von $i = 11$. Für diese Konfiguration wird der Verlauf der Außenelemente-Normalkräfte, der Exzenterkraft und des Eingriffswinkels abhängig vom Antriebswinkel am Steg dargestellt. Es zeigt sich, dass sowohl die Außenelement-Normalkraft als auch der Eingriffswinkel im Verlauf des Eingriffs deutlich schwanken. Die Exzenterkraft ist ebenfalls nicht konstant und pendelt mit wechselnder Amplitude um einen Mittelwert. Diese Unstetigkeiten zeigen sich als abhängig von der Anzahl der Außenelemente und Mitnehmer. Ähnliche Zusammenhänge sind auch für das Epizykloidengetriebe wahrscheinlich. Eine Schwankung der Übertragungsverhältnisse wird auch hier zu ungleichmäßigen Normalkräften an den Übertragungselementen führen. Die Exzenterkraft unterscheidet sich zwar aufgrund der andersartigen Anordnung, doch sind auch dort ungleichmäßige Kraftverläufe zu erwarten.

Laufversuche mit Cyclogetrieben ergeben darüber hinaus, dass die realen Außenelement-Normalkräfte um ein Vielfaches über den zuvor berechneten Werten liegen. Grund sind die Abweichungen von einem in den Gleichungen vorausgesetzten idealen

Getriebe. Zudem zeigt sich eine deutliche Lastabhängigkeit der an der Übertragung beteiligten Zahnpaare. Von theoretisch 6 Zahnpaaren sind bei geringer Last nur 1 bis 2 an der Leistungsübertragung beteiligt. Erst bei steigender Belastung nimmt deren Anzahl zunächst quadratisch dann linear zu. Der Idealfall von 6 synchronen Eingriffen wird zu keinem Zeitpunkt erreicht. Maximal erfolgt die Leistungsübertragung mit 4 Elementen. Diese Tatsache ist auch für das Übertragungsverhalten des Epizykloidengetriebes entscheidend. Bei der Tragfähigkeitsberechnung wird von einer konstanten Überdeckung von 2 ausgegangen. Ein allgemeingültiger Ansatz zur Bestimmung der tragenden Elemente ist noch nicht definiert. Zudem liegen noch keine Erkenntnisse über Änderungen der Eingriffsverhältnisse während des Betriebs vor. Dennoch ist auch hier eine Differenz zwischen theoretisch ermittelter und tatsächlicher Anzahl zu erwarten. Bei der Herleitung eines Ansatzes muss dieser Sachverhalt berücksichtigt werden. Nur so können realistische Werte für eine aussagekräftige Dimensionierungsgrundlage ermittelt werden.

10.3 Tragfähigkeit des untersuchten Getriebes

Die untersuchte erste Stufe der vorliegenden Getriebekonstruktion hat sich als ausreichend dimensioniert erwiesen. Die Tragfähigkeit gegen Grübchenbildung, Zahnfußbruch und Fressen konnte nachgewiesen werden.

Bei der Flankentragfähigkeit ergeben sich die größten Analogien zwischen der Epizykloidenverzahnung und der Evolventenverzahnung. In beiden Fällen kommt es zu einer Kraftübertragung an sphärischen Flächen innerhalb der Verzahnungspartner. Entscheidender Vorteil der Epizykloidenverzahnung ist der günstige konvex-konkave Eingriff, der bei außenverzahnten Evolventenrädern nicht möglich ist. Zudem kommt es zu einer gleichmäßigeren Kraftverteilung, da mehrere Zahnpaare gleichzeitig im Eingriff stehen. Die Triebstockverzahnung des Epizykloidengetriebes lässt die Leistungsübertragung nur über Normalkräfte und unter vergleichsweise kleinen Eingriffswinkeln zu. Dadurch sind die auftretenden Schubspannungen sehr gering. Weiterhin sorgt die Lagerung der Kurvenrollen für niedrige Gleitanteile, was ebenfalls der Grübchenbildung entgegenwirkt. Die rechnerische Grübchensicherheit übersteigt die geforderte Mindest-

Grübchensicherheit signifikant. Die Bildung von Grübchen ist damit im Rahmen der gewählten Sicherheiten ausgeschlossen.

Der Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit ist geprägt durch die grundsätzlich andere Zahnform der Epizykloidenverzahnung. Diese erweist sich bezogen auf die auftretende Biegebeanspruchung als äußerst günstig. Der gefährdete Bruchquerschnitt wandert aus dem stark beanspruchten Zahnfuß heraus und liegt im oberen Drittel der Gesamtzahnhöhe. Dadurch reduziert sich der wirkende Biegehebelarm. Die Kontur des Mittelrades kommt völlig ohne unstetige Radiensprünge aus, wodurch keinerlei Kerben die Biegefestigkeit reduzieren. Hinzu kommt die ausgeprägte Zahnfußrundung, welche die Zahnfußspannungen nachhaltig senkt. Auch hier macht sich die Aufteilung der Last auf mehrere Zahnpaare positiv bemerkbar. Die Mindest-Zahnbruchsicherheit wird von der rechnerischen Sicherheit gegen Zahnbruch weit überschritten. Somit tritt Zahnbruch im Rahmen der gewählten Sicherheiten nicht auf.

Auch die Fresstragfähigkeit konnte bei der beispielhaften Anwendung der Auslegungsvorschrift nachgewiesen werden. Wie bei der Zahnfußtragfähigkeit und der Flankentragfähigkeit spielen auch hier die Zahngeometrie und die Eingriffsverhältnisse eine Rolle. Die wichtigste Einflussgröße ist jedoch die Eingriffsgeschwindigkeit, welche die Wärmeentwicklung im Getriebe maßgebend festlegt. Der Nachweis zeigt, dass die hohen Eingriffsgeschwindigkeiten die Konstruktion stark belasten. Ein Weg dies zu kompensieren ist die Reduzierung der Reibung. Dies wird durch die hohen Oberflächenqualitäten der Zahnflanken und die Lagerung der Kurvenrollen bewerkstelligt. Wichtig sind außerdem Werkstoffcharakteristika und Schmierstoffeigenschaften. Die Werkstoffeigenschaften beeinflussen die Fresstemperatur über Wärmeleiteigenschaften und Verschleißverhalten. Der eingesetzte Vergütungsstahl garantiert durch seine Verschleißfestigkeit eine widerstandsfähige Oberflächenstruktur und besitzt eine für Stähle typische hohe Wärmeleitfähigkeit. Die Schmierstoffeigenschaften sind entscheidend für die Qualität des Schmierfilms. Die verwendete Tauchschmierung sorgt hier für ein ausreichendes Schmiervolumen und eine gleichmäßige Verteilung des Schmierstoffs, während das gewählte ATF-Öl speziell für derartige Getriebe konzipiert ist. Auch hier liegt die rechnerische Fresssicherheit über der geforderten Mindest-Fresssicherheit. Das Auftreten

von Fressschäden kann somit im Rahmen der gewählten Sicherheiten ausgeschlossen werden.

10.4 Anwendungsgebiet Elektromobilität

Für die vollständige Integration des Epizykloidengetriebes in ein Elektrofahrzeug sind noch diverse Anpassungen des bisherigen Konstruktionsstands nötig. Besonders das Gehäuse ist in der derzeitigen Form rein funktional gestaltet und bedarf einiger Optimierungen bzgl. Bauraumbedarf und Gewicht. Zudem müssen Befestigungsvorrichtungen zur Montage im Fahrzeug geschaffen werden. Auch die An- und Abtriebe erfordern eine Anpassung an die jeweilige Fahrzeugumgebung. Weitere Anforderungen lassen sich aus dem Anwendungsgebiet selbst ableiten: So sind die Auswirkungen einer Drehrichtungsumkehr bei Rückwärtsfahrt zu beachten. Lastspitzen ergeben sich durch extreme Fahrzustände wie Bordsteinkontakt oder ruckartige Beschleunigungs- und Bremsvorgänge. Starke Vibrationen verursacht durch unebene Fahrbahnbeläge wie Kopfsteinpflaster sind ebenfalls zu berücksichtigen. Ein Fahrzeugbetrieb in Mitteleuropa bedeutet Betriebstemperaturen zwischen -20 °C und $+40\text{ °C}$.

Feldmessungen müssen zeigen, in welcher Häufigkeit verschiedene Geschwindigkeiten und Drehzahlen beim Gebrauch des Elektrofahrzeuges angefahren werden. So ist zu erwarten, dass im vorgesehenen urbanen Einsatzgebiet Geschwindigkeiten zwischen 50 und 60 km/h besonders häufig vorkommen. Daraus lassen sich Lastkollektive ableiten, die für eine exakte anwendungsbezogene Konstruktion benötigt werden.

Besonders im Umfeld des Kraftfahrzeugs sind Wartungs- und Reparaturaspekte besonders bedeutend. Neben der Zugänglichkeit des Getriebes und der Austauschbarkeit einzelner Komponenten ist es wichtig, abgestimmte Wartungsintervalle festzulegen. Diese müssen sich gut in den bestehenden Serviceplan des Fahrzeugs integrieren. Nur so kann eine rasche Akzeptanz der neuen Technik beim Endnutzer erreicht werden.

Geräuschemissionen sind hauptsächlich die Folge von Eingriffsberührungen und Schwingungen der Verzahnungspartner. Maschinendynamische Untersuchungen sind hier nötig, um deren Auftreten weitestgehend zu reduzieren und den Betrieb in schwingungungünstigen Bereichen zu vermeiden. Von konventionellen Verzahnungen ist bekannt, dass die Laufgeräusche mit zunehmender Gesamtüberdeckung ansteigen. Hierauf

ist ein besonderes Augenmerk zu legen, da die Epizykloidengetriebe prinzipbedingt mit hohen Überdeckungsgraden arbeiten. Entscheidend wird sein, welches Geräuschniveau der Fahrzeuginsasse im Rahmen seiner Komfortansprüche akzeptiert. Auch eine akustische Kapselung des Getriebes ist denkbar.

Aussagen über Wirkungsgrade des Epizykloidengetriebes liegen noch nicht vor. Der sich aktuell im Aufbau befindende Getriebeprüfstand am Institut FMDauto ist mit entsprechender Messtechnik versehen, um dies zu ermitteln. Bedingung für den Markterfolg in der Elektromobilität wird sein, dass im gesamten Betriebsbereich von 0 bis 20.000 min⁻¹ Werte > 95 % erreicht werden. Denn speziell bei Elektrofahrzeugen ist eine ausreichende Energiespeicherung nach wie vor die größte Herausforderung, weshalb Komponenten mit hohen Wirkungsgraden von entscheidender Bedeutung sind.

10.5 Neue Einsatzgebiete

Überall wo hohe Übersetzungen bei niedrigem Bauraumbedarf und geringem Gewicht gefordert sind ist ein Einsatz von Epizykloidengetrieben denkbar. Beispiele sind etwa die Antriebs- und Fördertechnik sowie Gebiete der Verfahrenstechnik. Bisher werden bei solchen Anforderungen hauptsächlich konventionelle Umlaufrädergetriebe bzw. Planetengetriebe verwendet. Auch eine Konstruktion des Getriebes aus Kunststoff ist denkbar, um etwa Antriebsaufgaben in Low-Cost-Bereichen abzudecken. Die bei metallischen Werkstoffen aufwendig zu fertigende Zahnkontur kann dabei vergleichsweise einfach durch Spritzguss hergestellt werden. Des Weiteren ergeben sich vielfältige Anpassungsmöglichkeiten durch die Variation der Getriebebauart. Neben der in dieser Arbeit gezeigten Differentialbauweise ist beispielweise ein einstufiger oder voll zweistufiger Betrieb möglich. Dadurch kann das Produktportfolio zusätzlich ausgeweitet werden.

Ansätze zur Wirtschaftlichkeitssteigerung sind immer abhängig vom vorgesehenen Einsatzzweck und der Stückzahl. Hier spielen besonders die Wahl der Materialien, die nötigen Zukaufteile und die konstruktive Gestaltung der Einzelkomponenten eine Rolle. Beim aktuellen Entwurf zeigt sich der Doppelexzenter als sehr kostenintensives Einzelteil. Ein Ansatz besteht hier in einer gebauten Variante, sofern damit die geforderte Genauigkeit erreicht wird. Außerdem besteht die Möglichkeit, die hochbeanspruchten Wälzlager der Konstruktion durch Gleitlager zu ersetzen. Diese zeichnen sich durch

eine sehr hohe Drehzahlfestigkeit, niedrige Reibung und einen verringerten Bauraumbedarf aus. Die Radial-Wellendichtringe am An- und Abtrieb des Getriebes unterliegen bei den gegebenen Betriebsbedingungen sehr hohem Verschleiß. Abhilfe verspricht hier die Verwendung von Bürstendichtungen, die in der Turbinentechnik bereits erfolgreich eingesetzt werden. Bei vorzeitigem oder zu hohem Verschleiß des Getriebes stehen eine Vielzahl von festigkeitssteigernden Maßnahmen für die Verzahnung zur Verfügung. Dazu zählen Oberflächenbehandlungen wie Härten, Carbonieren und Kugelverfestigen oder die Optimierung der Materialpaarung Kurvenrolle-Mittelrad.

Entscheidend für die großflächige Akzeptanz des Epizykloidengetriebes wird sein, in wieweit Kenngrößen heutiger vergleichbarer Getriebetypen übertroffen werden. Benchmark-Vergleiche äquivalenter Getriebemodelle konventioneller und neuer Bauform müssen hierzu Erkenntnisse liefern.

10.6 Zukünftige Forschungsfelder

In einem nächsten Schritt müssen nun Laufversuche mit gebauten Getrieben zeigen, inwieweit die theoretischen Ergebnisse dieser Arbeit mit der Praxis korrelieren. Ziel ist, die entwickelten Zusammenhänge in einem realen Umfeld zu verifizieren. Neben Aspekten des Systemverhaltens sind besonders die tatsächlichen Eingriffsverhältnisse, die elastischen Verformungen und das Geräuschverhalten zu erforschen.

Abgesehen davon müssen weitere theoretische Untersuchungen zu Einzelaspekten und untergeordneten Teilgebieten durchgeführt werden. Während der Herleitung des Rechengangs wird immer wieder auf zukünftige Forschungsansätze verwiesen. So existieren noch nicht zu allen Verzahnungsparametern allgemeingültige Berechnungsgleichungen. Hier liegt Potenzial, um das Rechenverfahren zusätzlich zu verallgemeinern und somit auch die Anwenderfreundlichkeit zu steigern. Denn dort wo derartige Ansätze fehlen muss eine individuelle Bestimmung für jede Getriebekonfiguration durchgeführt werden.

Ein weiteres Forschungsfeld ergibt sich aus den sehr hohen Umfangsgeschwindigkeiten einzelner Getriebekomponenten. Für die Belastung der Kontaktflächen wird ausschlaggebend sein, wie sich die Gleit und Wälzanteile während der Kraftübertragung einstellen. Dabei sind Massenträgheit, Beschleunigung und Restdrehgeschwindigkeit der

Kurvenrollen entscheidend. Auch die von der Gesamtsteifigkeit der Konstruktion abhängige, erreichbare Präzision des Eingriffs spielt dabei eine wichtige Rolle. Neben den beträchtlichen Eingriffsgeschwindigkeiten belasten vor allem hohe Fliehkräfte die Konstruktion. Bereits kleinste Unwuchten führen hier zu enormen Zusatzbelastungen für die Lagerstellen und beeinflussen so die Laufeigenschaften des Getriebes. Bei Eingangsdrehzahlen bis 20.000 min^{-1} sind Untersuchungen im realen Umfeld nicht sinnvoll. Hier müssen kinematische Simulationen mit entsprechender Software Resultate erbringen.

Parallel dazu steht die Umsetzung des entwickelten Berechnungsverfahrens in eine leistungsfähige sowie allgemein verfügbare Softwareumgebung wie MATLAB oder EXCEL. Die Gleichungen sind so angelegt, dass dies ohne Modifikationen möglich ist. Damit wird die Bedienerfreundlichkeit erhöht und die Effizienz durch eine Automatisierung der Rechenabläufe gesteigert. Die Eingabe und Ausgabe soll dabei über Masken erfolgen. Auf diese Weise wird das komplexe Berechnungsverfahren auch für einen breiten Anwenderbereich ohne spezifische Fachkenntnisse nutzbar. Zukünftig soll daraus ein universelles Dimensionierungstool für die Auslegung von Epizykloidengetrieben entstehen.

11 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung von hochübersetzenden Epizykloidengetrieben entwickelt. Dieses allgemeingültige Verfahren, das für alle potenziellen Einsatzgebiete des Epizykloidengetriebes anwendbar ist, entsteht dabei am Beispiel der Elektromobilität.

Zu Beginn steht eine Erfassung der Antriebskomponenten für die Elektromobilität. Dabei wird auf den derzeitigen Entwicklungsstand eingegangen und der vorteilhafte Einsatz hochübersetzender Getriebe aufgezeigt. Der Leistungsbereich für das Epizykloidengetriebe ergibt sich aus der Auslegung des Antriebskonzeptes für ein urbanes Elektrotransportfahrzeug. Ausgehend davon wird die Entstehung der Epizykloidengetriebe, ihrer Verzahnung und Kinematik dargestellt und die ausgeführte Konstruktion besprochen. Es folgt die Einführung in die Tragfähigkeitsberechnung nach der DIN 3990, die auf den bekannten Zahnschäden und ihren Ursachen basiert. Danach werden die für das entwickelte Verfahren nötigen Voraussetzungen und gemachten Annahmen erläutert. Darauf aufbauend wird der Rechengang zur Tragfähigkeitsberechnung von Epizykloidengetrieben hergeleitet. Zu Beginn steht dabei die Ermittlung der auftretenden Belastungen, gefolgt von den Berechnungen bzgl. der Grübchentrugfähigkeit, der Zahnfußtragfähigkeit und der Fresstrugfähigkeit. Alle drei Rechengänge zur Tragfähigkeit erfolgen dabei nach einem vergleichbaren Muster. Die Konstruktion für das Elektrofahrzeug erweist sich bzgl. aller drei Zahnungsschäden als tragfähig.

Danach schließt sich eine Bewertung des entwickelten Rechenverfahrens an. Aus Vergleichen mit der Literatur ergeben sich Prognosen für das zu erwartende reale Betriebsverhalten des Epizykloidengetriebes. Anschließend erfolgt die Beurteilung der untersuchten Konstruktion und eine Auseinandersetzung mit dem Anwendungsgebiet Elektromobilität. Zum Abschluss wird ein Überblick über zukünftige Forschungsfelder gegeben. Dabei werden Schlüsse zur konstruktiven und wirtschaftlichen Optimierung nachfolgender Konstruktionen unter Berücksichtigung ihrer Anwendungsgebiete gezogen.

Nach J. Dewey ist der Weg zum Abstrakten mit der vorliegenden Arbeit erfolgreich beschritten. Derjenige wieder zurück zum Konkreten liegt, mit der praktischen Erforschung und industriellen Anwendung des Epizykloidengetriebes, nun vor uns!

Literaturverzeichnis

Publikationen

- [Bab07] BABIEL, G.: *Elektrische Antriebe in der Fahrzeugtechnik*, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 2007
- [Bra12] BRAESS, H.-H.; SEIFFERT, U. (Hrsg.): *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2012
- [Dec11] DECKER, K.-H.; KABUS, K.: *Decker Maschinenelemente*, Carl Hanser Verlag, München, 2011
- [Fis12] FISCHER, R.; KÜCÜKAY, F.; JÜRGENS, G.; NAJORK, R.; POLLAK, B.: *Das Getriebebuch*, Springer-Verlag, Wien, 2012
- [Gro07] GROTE, K.-H.; FELDHUSEN, J. (Hrsg.): *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007
- [Hab11] HABERHAUER, H.; BODENSTEIN, F.: *Maschinenelemente*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011
- [Hof10] HOFMANN, P.: *Hybridfahrzeuge*, Springer-Verlag, Wien, 2010
- [Kir07] KIRCHNER, E.: *Leistungsübertragung in Fahrzeuggetrieben*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007
- [Kle62] KLEIN, H.: *Die Planetenrad-Umlaufrädergetriebe*, Carl Hanser Verlag, München, 1962
- [Kün09] KÜNNE, B.: *Köhler/Rögnitz Maschinenteile 2*, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2009
- [Leh76] LEHMANN, M.: *Berechnung und Messung der Kräfte in einem Zykloiden - Kurvenscheiben - Getriebe*, Dissertation - Fakultät für Maschinenwesen, Technische Universität München, München, 1976
- [Leh81] LEHMANN, M.: *Die Beschreibung der Zykloiden, ihrer Äquidistanten und Hüllkurven*, Habilitationsschrift - Lehrstuhl für Feingerätebau und Getriebelehre, Technische Universität München, München, 1981

-
- [Lie12] LIENKAMP, M.: *Elektromobilität - Hype oder Revolution?*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012
- [Loo09] LOOMANN, J.: *Zahnradgetriebe*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009
- [Muh07] MUHS, D.; WITTEL, H.; JANNASCH, D.; VOßIEK, J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente*, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 2007
- [Nau07] NAUNHEIMER, H.; BERTSCHE, B.; LECHNER, G.: *Fahrzeuggetriebe*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007
- [Nie03] NIEMANN, G.; WINTER, H.: *Maschinenelemente Band 2*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003
- [Rei10] REIF, K. (Hrsg.): *Konventioneller Antriebsstrang und Hybridantriebe*, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2010
- [Rei76] REITOR, G.; HOHMANN, K.: *Konstruieren von Getrieben*, Verlag W. Girardet, Essen, 1976
- [Roh89] ROTH, K.: *Zahnradtechnik Band I: Stirnradverzahnungen – Geometrische Grundlagen*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1989
- [Rot89] ROTH, K.: *Zahnradtechnik Band II: Stirnradverzahnungen – Profilverschiebungen, Toleranzen, Festigkeit*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1989
- [Sch09] SCHRÖDER, D.: *Elektrische Antriebe – Grundlagen*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009
- [Sch12] SCHLECHT, B.: *Maschinenelemente 2*, Pearson Studium, München, 2012
- [Sta08] STAN, C.: *Alternative Antriebe für Automobile*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008
- [Ste06] STEINHILBER, W.; SAUER, B. (Hrsg.): *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006
- [Tho71] THOMAS, A.K., CHARCHUT, W.: *Die Tragfähigkeit der Zahnräder*, Carl Hanser Verlag, München, 1971
-

- [Wal09] WALLENTOWITZ, H.; FREIALDENHOVEN, A.; OLSCHESKI, I.: *Strategien in der Automobilindustrie*, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2009
- [Wal11] WALLENTOWITZ, H.; FREIALDENHOVEN, A.: *Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstranges*, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2011

Forschungsberichte, Tagungsschriften

- [Böc10] BÖCKER, J. et al.: *Elektrofahrzeuge – Bedeutung, Stand der Technik, Handlungsbedarf*, In: VDE-Studie, Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main, 2010
- [Der10] DERSE, M.: *Forward-looking solutions for transmissions in electric vehicles*, In: *Getriebe in Fahrzeugen 2010 - VDI-Berichte 2081*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2010, S. 557 – 569
- [Jah12] JAHR, A.; CORVES, B.; Jahr, S.; BATOS, A.: *Entwicklung einer Zykloidenverzahnung für hohe Übersetzungen für die Elektromobilität*, In: *Bewegungstechnik 2012 – VDI-Berichte 2175*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2012, S. 69 – 81
- [Jah94] JAHR, A.; SHI, Y.; DITTRICH, G.: *Neue Zykloidengetriebe*, Interne Publikation: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen, 1994
- [Wan10] WANDT, P.: *Elektrifizierung des Antriebsstrangs – Entwicklungsstand und Potentiale*, In: 1. VDI-Fachkonferenz: Elektromobilität; Automobilindustrie trifft Energiewirtschaft - VDI-Wissensforum, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2010
- [Win88] WINKELMANN, L.: *Lastverteilung in Planetengetrieben*, In: *Planetengetriebe; Eine leistungsfähige Komponente der Antriebstechnik -VDI-Berichte 672*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988, S. 45 - 75

Zeitschriftenbände

- [Eil11] EILENBERGER, A.; SCHRÖDL, M.; DEMMELMAYR, F.: *Elektrofahrzeuge mit Permanentmagnet-Synchronmaschinen*, *Elektrotechnik & Informationstechnik* 1/2.2011, Springer-Verlag, Wien, 2011, S. 40 - 46

- [Ger12] GERINGER, B.; BRAUNER, G.; SCHRÖDL M.: *Forschungsbedarf für das Elektrofahrzeug der Zukunft*, In: Elektrotechnik & Informationstechnik 3.2008, Springer-Verlag, Wien, 2012, S. 110 - 117
- [Leh84] LEHMANN, M.: *Bestimmung des Wirkungsgrades von Zykloiden-Kurvenscheiben-Getrieben*, In: Antriebstechnik 23 Nr. 12, Vereinigte Fachverlage, Mainz, 1984
- [Sam08] SAMMER, G.; METH, D.; GRUBER, CH.-J.: *Elektromobilität – Die Sicht der Nutzer*, In: Elektrotechnik & Informationstechnik 1/11.2008, Springer-Verlag, Wien, 2008, S. 393 - 400
- [Sie13] SIEBENLIST, J.: *Effiziente Getriebe für die urbane E-Mobilität*, VDI nachrichten, 25. Januar 2013 – Nr. 4, Friedrichshafen, 2013, S. 7

Normen, Richtlinien

- [868] DIN 868 12.76: *Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1976
- [2157] VDI 2157: 2012-10, *Planetengetriebe – Begriffe, Symbole, Berechnungsgrundlagen*, Verein Deutscher Ingenieure e.V., VDI-Verlag, Düsseldorf, 2012
- [3960] DIN 3960 03.87: *Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderpaare) mit Evolventenverzahnung*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3961] DIN 3961 08.78: *Toleranzen für Stirnradverzahnungen - Grundlagen*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1978
- [3962] DIN 3962 08.78: *Toleranzen für Stirnradverzahnungen*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1978
- [3979] DIN 3979 07.79: *Zahnschäden an Zahnradgetrieben; Bezeichnung, Merkmale, Ursachen*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1979

-
- [3990-1] DIN 3990 Teil 1 12.87: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3990-2] DIN 3990 Teil 2 12.87: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Grübchentragfähigkeit*, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3990-3] DIN 3990 Teil 3 12.87: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3990-4] DIN 3990 Teil 4 12.87: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Berechnung der Freßtragfähigkeit*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3990-5] DIN 3990 Teil 5 12.87: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1987
- [3990-11] DIN 3990 Teil 11 02.89: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Industriegetriebe; Detail-Methode*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1989
- [3990-21] DIN 3990 Teil 21 02.89: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Schnellaufgetriebe und Getriebe mit ähnlicher Anforderung*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1989
- [3990-41] DIN 3990 Teil 41 05.90: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Anwendungsnorm für Fahrzeuggetriebe*, Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin, 1990

Patente

- [De459] DE 459025 A: BRAREN, L.: *Über- oder Untersetzungsgetriebe*, München, 1928
- [Ep042] EP 0 429 702 A1: JAHR, A.; SHI, Y.; DITTRICH, G.: *Hochübersetzendes Getriebe mit einer verschlungenen Zykloide im Eingriff*, Aachen, 1989

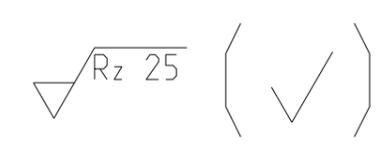
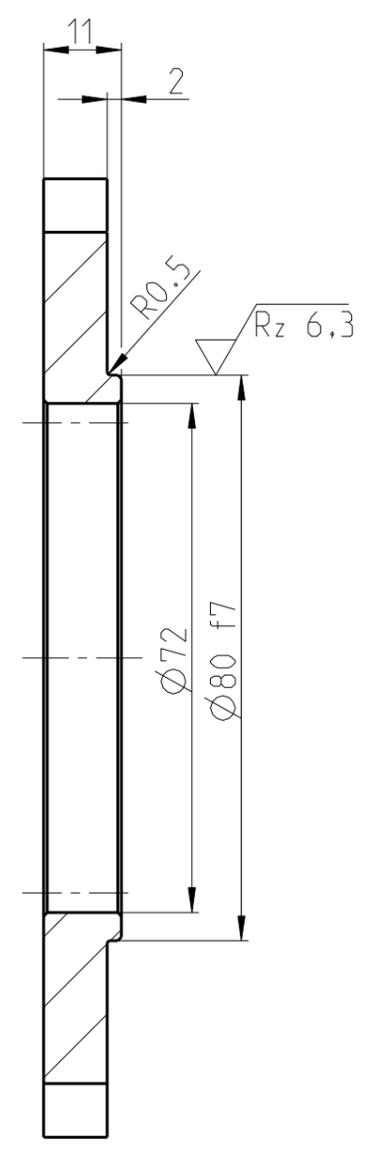
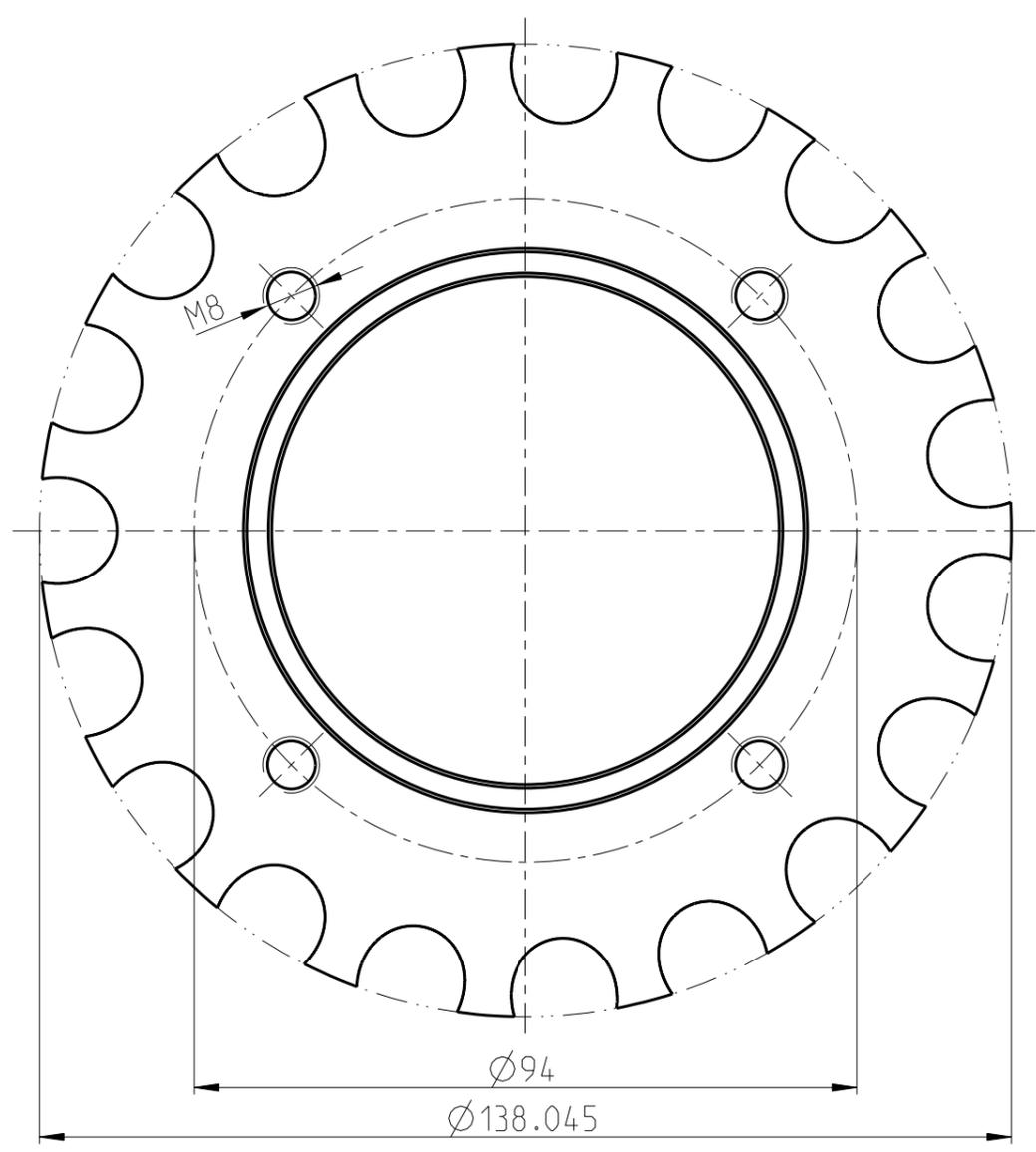
A Anhang

Anhangsverzeichnis

A.1	Gesamtansicht Epizykloidengetriebe [FMDauto] 107
A.2	Mittelrad Stufe 1 [FMDauto]..... 108
A.3	Umlaufrad Stufe 1 [FMDauto]..... 109
A.4	Mittelrad Stufe 2 [FMDauto]..... 110
A.5	Umlaufrad Stufe 2 [FMDauto]..... 111
A.6	Exzenterwelle [FMDauto] 112
A.7	Datenblatt Kurvenrolle MISUMI CUA-12, CUA-16 [MISUMI] 113
A.8	Datenblatt Schmiermittel TOTAL Fluide XLD Fe [TOTAL]..... 114

A.1 Gesamtansicht Epizykloidengetriebe [FMDauto]

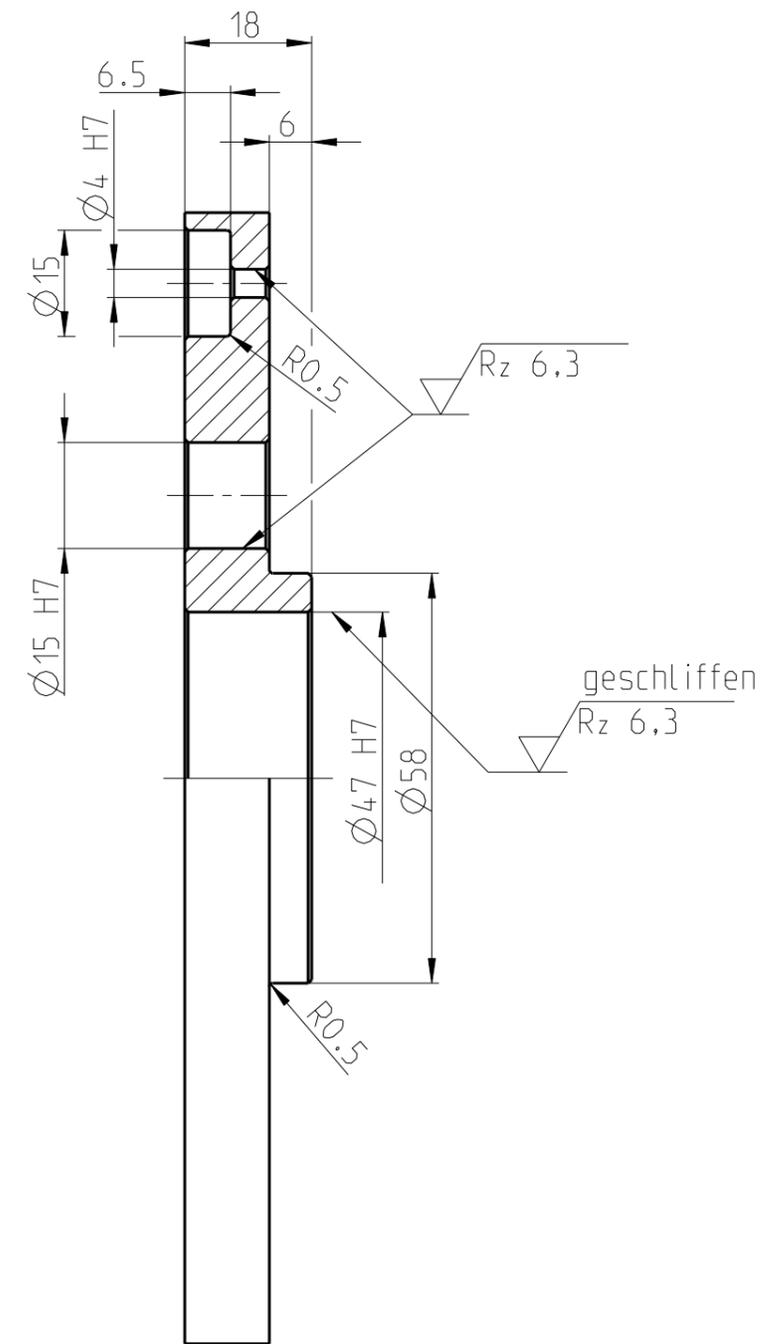
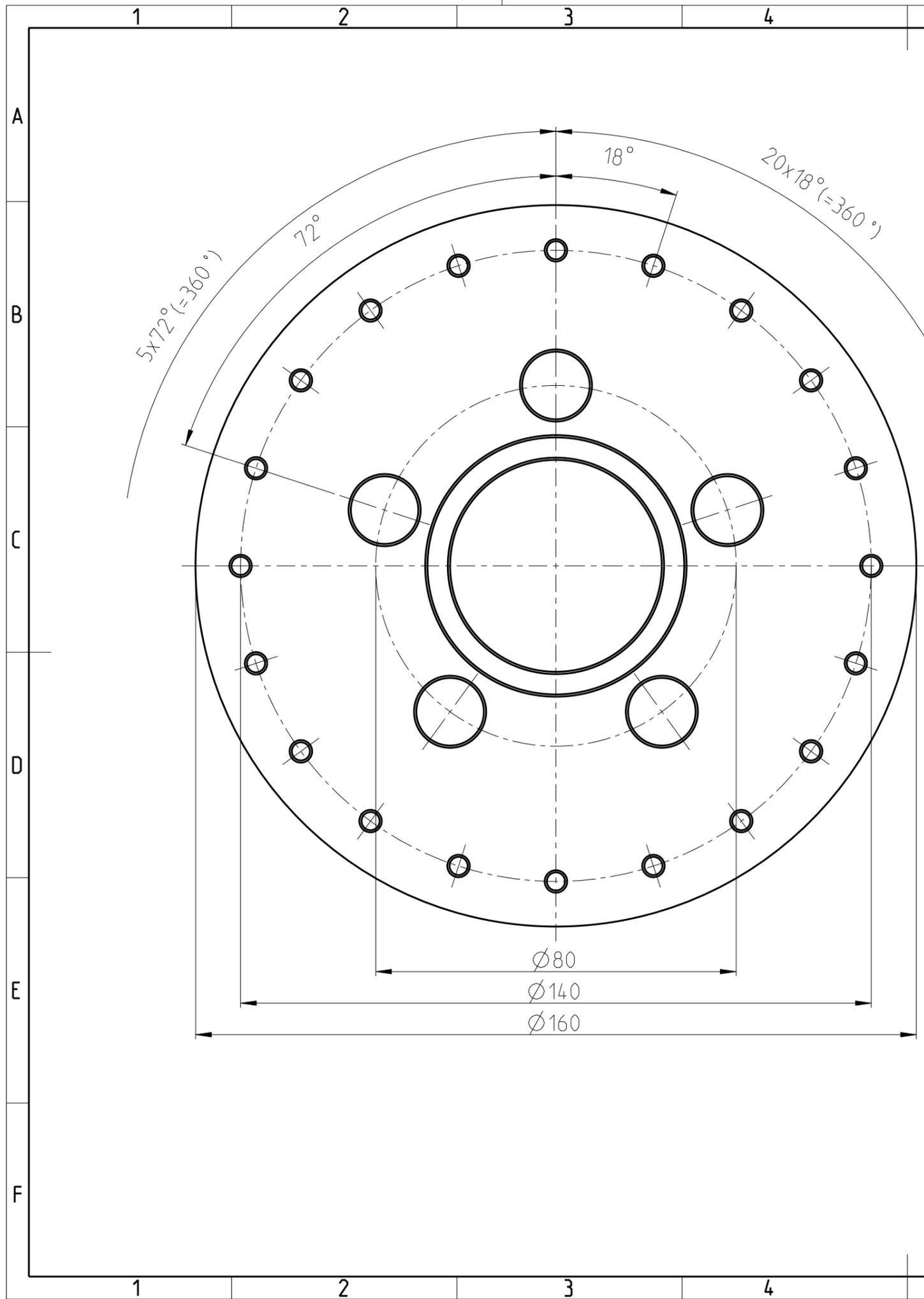
A.2 Mittelrad Stufe 1 [FMDauto]



Alle unbemaßten Fasen 0,5x45°

(Verwendungsbereich) FB 4		Allgemeintoleranz ISO 2768-mk		Maßstab 1:1		(Gewicht) ---	
				(Werkstoff, Halbzeug) (Rohteil-Nr.) (Modell- oder Gesenk-Nr.)			
		Datum		Name		(Benennung)	
		Bear. 10.12.2012		S. Jahr		Zahnrad 1	
		Gepr.					
		Norm					
				FM D auto		(Zeichnungsnummer)	
						Z007	
						Blatt 1 1 Bl.	
Zust.	Änderung	Datum	Nam.	(Urspr.)	(Ers.f.)	(Ers.d.)	A3

A.3 Umlaufrad Stufe 1 [FMDauto]



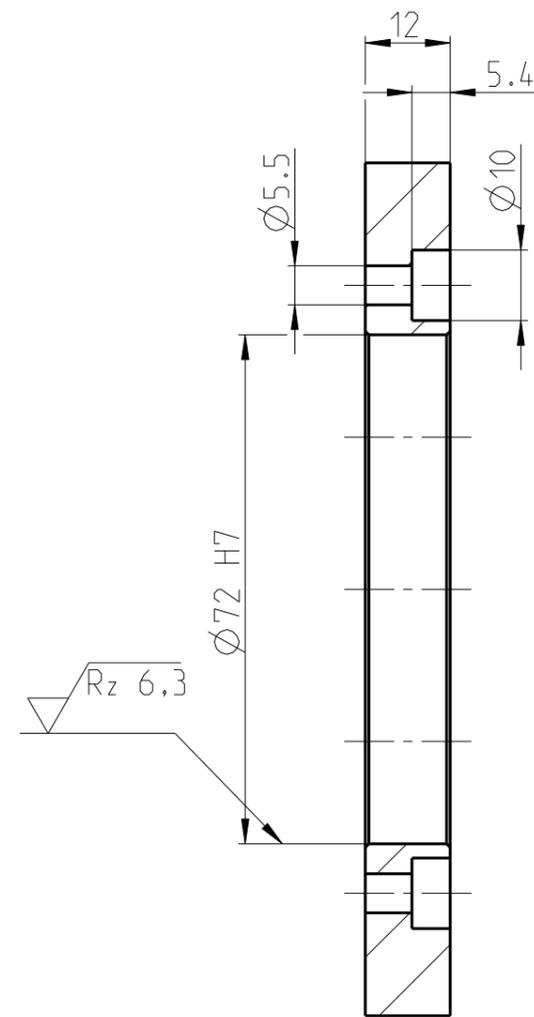
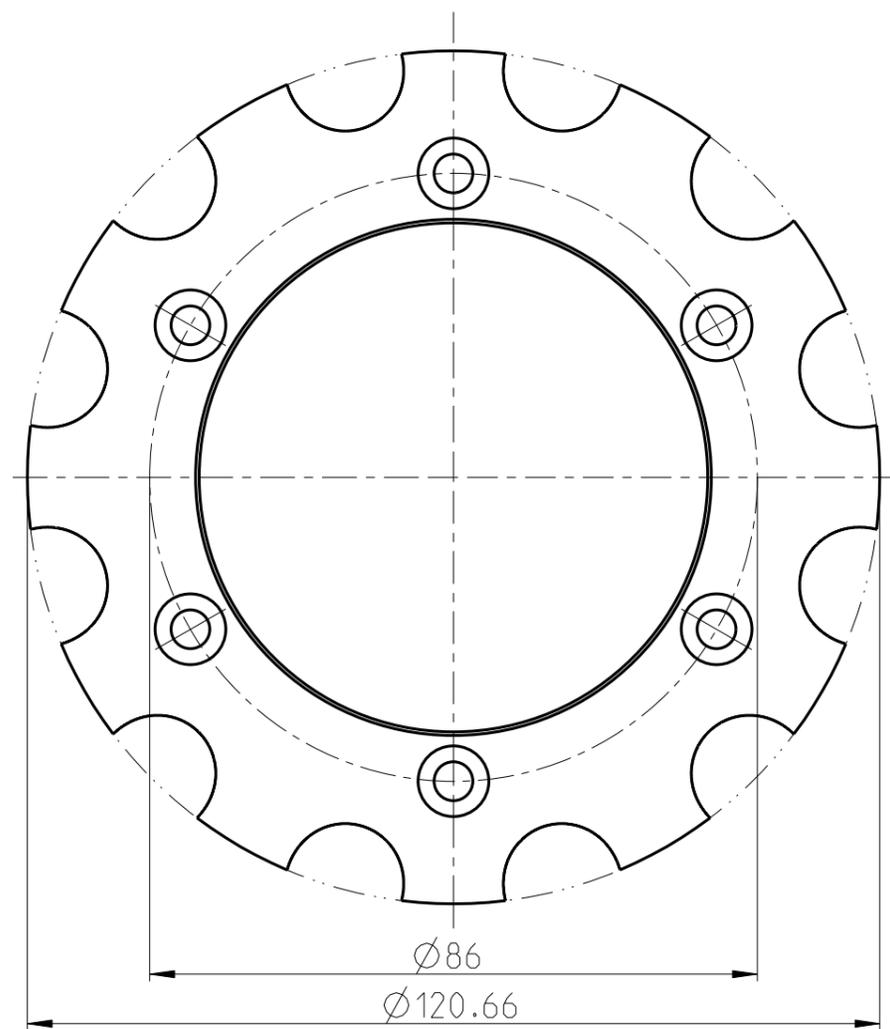
$\sqrt{Rz 25}$ (✓)

Alle unbemaßten Fasen $0,5 \times 45^\circ$

(Verwendungsbereich) FB 4		Allgemeintoleranz ISO 2768-mk		Maßstab 1:1		(Gewicht) ---	
				(Werkstoff, Halbzeug) (Rohteil-Nr.) (Modell- oder Gesenk-Nr.)			
		Datum 10.12.2012		Name S. Jahr		(Benennung) Umlaufrad 1	
		Gepr.					
		Norm					
				FM D auto		(Zeichnungsnummer) Z012	
						Blatt 1 1 Bl.	
Zust.	Änderung	Datum	Nam. (Urspr.)	(Ers.f.)		(Ers.d.)	

A3

A.4 Mittelrad Stufe 2 [FMDauto]

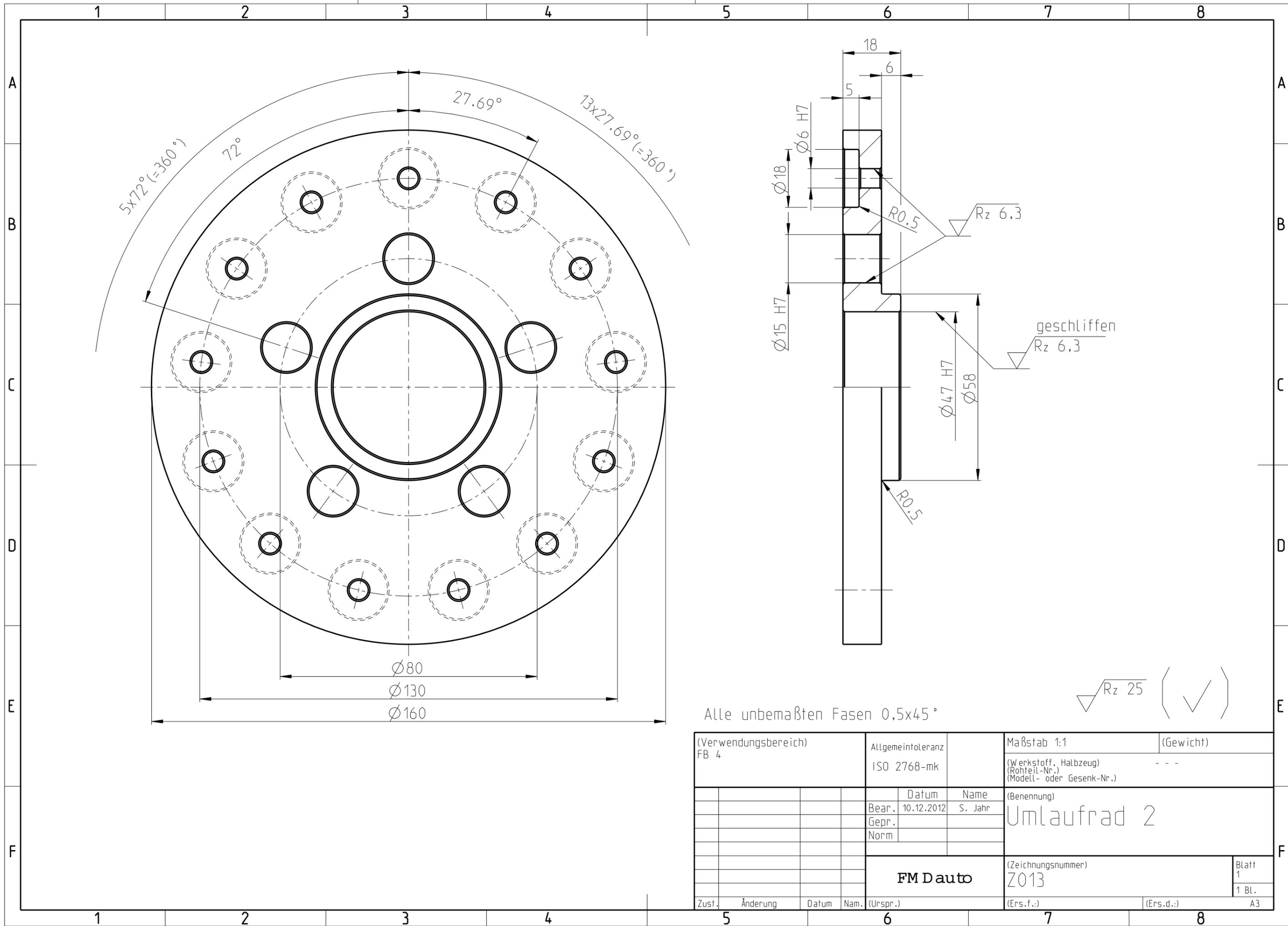


$\sqrt{Rz\ 25}$ (✓)

Alle unbemaßten Fasen 0,5x45°

(Verwendungsbereich) FB 4		Allgemeintoleranz ISO 2768-mk		Maßstab 1:1		(Gewicht)
				(Werkstoff, Halbzeug) (Rohteil-Nr.) (Modell- oder Gesenk-Nr.)		---
		Datum 10.12.2012		Name S. Jahr		(Benennung) Zahnrad 2
		Gepr.				
		Norm				
				FM D auto		(Zeichnungsnummer) Z016
Zust.	Änderung	Datum	Nam. (Urspr.)	(Ers.f.)		(Ers.d.)
						Blatt 1 1 Bl. A3

A.5 Umlaufrad Stufe 2 [FMDauto]



Alle unbemaßten Fasen 0,5x45°

$\sqrt{Rz\ 25}$ (✓)

(Verwendungsbereich) FB 4		Allgemeintoleranz ISO 2768-mk		Maßstab 1:1		(Gewicht) ---	
				(Werkstoff, Halbzeug) (Rohteil-Nr.) (Modell- oder Gesenk-Nr.)			
		Datum		Name		(Benennung)	
		Bear. 10.12.2012		S. Jahr		Umlaufrad 2	
		Gepr.					
		Norm					
				FM D auto		(Zeichnungsnummer)	
						Z013	
						Blatt 1	
						1 Bl.	
Zust.	Änderung	Datum	Nam.	(Urspr.)	(Ers.f.)	(Ers.d.)	A3

A.6 Exzenterwelle [FMDauto]

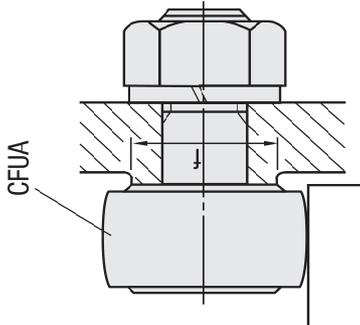
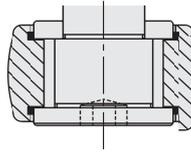
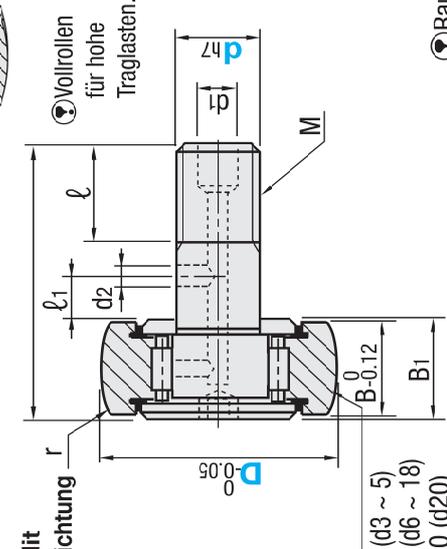
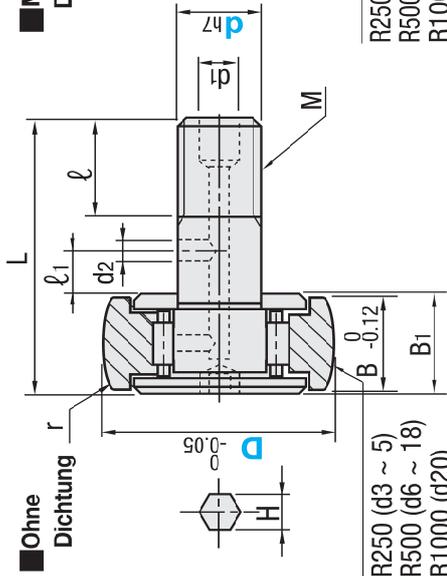
A.7 Datenblatt Kurvenrolle MISUMI CUA-12, CUA-16 [MISUMI]

Ballig

RoHS



Ausführung		Werkstoff	Zubehör
ohne Dichtung	Mit Dichtung		
Standardausführung	CUA	1.3505/100Cr6	1 Sechskantmutter (1.1191/C45E, brüniert)
Geringe Partikelbildung	CUAS	1.4125/ X105CrMo17	1 Sechskantmutter (1.4301/X5CrNi18-10)
Hohe Traglast	CFUA	1.3505/100Cr6	1 Sechskantmutter (1.1191/C45E, brüniert)



☉Raumbetriebstemperatur max. 80°C

☉Größe d12 und darüber verfügt sowohl über Innensechskant als auch Schlitz. Bei Größe d10 und kleiner ist keine Schmierbohrung vorhanden.

Ausführung	Teilenummer		D (wählbar)	Mx Steigung	ℓ	B	B1	L	d1	d2	ℓ1	H	r	f (min.)	€ Stückpreis			
	dh7Toleranz	dh7													CUA	CUAS	CFUA	CFUAS
(ohne Dichtung) CUA CUAS	3	0	10	3x0.5	5	7	8	17				2 (1.5)	0.3	6.8				
	4	0	12	4x0.7	6	8	9	20				2.5 (2)		8.6				
	5	-0.012	13	5x0.8	7.5	9	10	23				3 (2.5)	0.5	9.7				
	6		16	6x1.0	9	11	12	28				3		11				
	8	0	19	8x1.25	11	13	14	32				4		13				
	10	-0.015	22	10x1.25	13	15	16	36				5	1.0	15				
	12	0	30	12x1.5	14	16	17	40				6		20				
	16	-0.018	35	16x1.5	18	19	20	52	6			6	1.5	24				
(mit Dichtung) CFUA CFUAS CFUAC CFUAG	18		40	18x1.5	20	21	22	58		3	8			26				
	20	-0.021	52	20x1.5	22	24	25.5	66	8	4	9			36				

Die Werte in ℓ gelten für die Ausführung in Edelstahl.

A.8 Datenblatt Schmiermittel TOTAL Fluide XLD Fe [TOTAL]

FLUIDE XLD FE



Automatikgetriebefluid für längste Wechselintervalle

ANWENDUNGEN

- Neueste Generation der ATF auf Basis hochentwickelter Synthesetechnologie. Geeignet für maximale Wechselintervalle in Automatikgetrieben (Voith, Allison, ZF) für Nutzfahrzeuge und Busse.
- Einsetzbar in Stufenautomatikgetrieben asiatischer OEM's: NISSAN (Matic D,J,K), MAZDA (M-III, M-V), HONDA Z-1 (außer CVT), Toyota (T-IV), Aisin Warner JWS3309, Kia, Hyundai, Mitsubishi (SP-II/SP-III).

SPEZIFIKATIONEN

OEM-FREIGABEN:

- DEXRON-IIIH
- FORD Mercon® / Mercon V®
- MAN 339 Typ V-2, Z-2
- MB-Freigabe 236.6
- VOITH H 55.6336.xx
- ZF TE-ML 04D, 09, 14B, 16L, 17C
- Allison C-4
- VOLVO 97341

TOTAL EMPFIEHLT DEN EINSATZ
BEI :

- MAN 339 Z-3
- ZF 14C, 02F, 11B
- MB 236.91
- ALLISON TES 295, 389

EIGENSCHAFTEN

- Sehr hoher Viskositätsindex.
- Sehr niedriger Pourpoint.
- Beste Filtrierbarkeit.
- Exzellente Dispergier-, Alterungs- und Korrosionsschutzeigenschaften.
- Längste Wechselintervalle.

KENNWERTE

FLUIDE XLD FE	EINHEITEN	
Farbe	-	rot
Dichte bei 15 °C	kg/m ³	850
Viskosität bei 40°C	mm ² /s	34
Viskosität bei 100°C	mm ² /s	7,1
Viskositätsindex	-	181
Pourpoint	°C	-51
Flammpunkt (CL)	°C	212

(Es handelt sich um Kennwerte, die im handelsüblichen Rahmen schwanken können.)

Fachinformation für Industrie und Autohandel.

TOTAL Deutschland GmbH
Vertriebsdirektion Schmierstoffe
Jean-Monnet-Straße 2 • 10557 Berlin
www.total.de

FLUIDE XLD FE
11. Januar 2013



Erklärung

Hiermit erkläre ich, Thomas Müller, dass diese Arbeit von mir selbständig verfasst und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln erstellt wurde.

Bei dieser Arbeit handelt es sich um ein von Seiten der Fachhochschule Düsseldorf unredigiertes und nicht korrigiertes Exemplar.

Ort, Datum _____

Unterschrift _____