



**Fakultät 03**  
Maschinenbau, Fahrzeugtechnik, Flugzeugtechnik

## **Bachelorarbeit**

# **Nichtlineare Rotordynamik mit ANSYS**

Nonlinear rotordynamics with ANSYS

**Autor:** Berger Thomas  
**Matrikelnummer:** 44854813  
**Betreuer:** Dr.-Ing. Marold Moosrainer  
**Dozent:** Prof. Dr.-Ing. Armin Fritsch  
**Datum:** 09.01.2017

# Betreuerkontaktdaten

CADFEM GmbH  
Dr.-Ing. Marold Moosrainer  
Bereichsleiter Technik  
Marktplatz 2  
85567 Grafing bei München  
Germany  
Tel: +49(0)8092-7005-45  
E-Mail: [mmoosrainer@cadfem.de](mailto:mmoosrainer@cadfem.de)

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit wird erklärt, dass die Arbeit mit obigem Thema selbstständig verfasst und noch nicht anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt wurde. Weiterhin sind keine anderen als die angegebenen Quellen oder Hilfsmittel verwendet und wörtliche sowie sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet worden.

München, den 09.01.2017

.....

Unterschrift

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich während meiner Bachelorarbeit unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt hierbei Herrn Professor Armin Fritsch seitens der Hochschule München und Herrn Doktor Marold Moosrainer von der CADFEM GmbH für das entgegengebrachte Vertrauen mir diese Arbeit zu ermöglichen und die sehr gute Betreuung.

Des Weiteren gebührt mein Dank Herrn Oliver Siegemund, Herrn Doktor Ulrich Stelzmann und Herrn Christian Stelzer von der CADFEM GmbH, für die sehr gute Betreuung, hilfreichen Anregungen und der konstruktiven Kritik bei der Erstellung dieser Arbeit.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Betreuerkontaktdaten</b>	<b>ii</b>
<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>ii</b>
<b>Danksagung</b>	<b>iii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vi</b>
<b>Formelverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>x</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Der Rotor, auf dem wir leben . . . . .	1
1.2 Aufgabenstellung der Arbeit . . . . .	2
<b>2 Theoretische Vorbetrachtung</b>	<b>3</b>
2.1 Rotordynamik . . . . .	3
2.2 Statische Strukturmechanik mit ANSYS . . . . .	5
2.2.1 ANSYS . . . . .	5
2.2.2 Statische Analyse . . . . .	5
2.3 Lineare Dynamik mit ANSYS . . . . .	6
2.3.1 Modalanalyse . . . . .	6
2.3.2 Frequenzganganalyse . . . . .	8
2.4 Nichtlineare Dynamik mit ANSYS . . . . .	10
2.4.1 Transiente Finite Elemente Methode . . . . .	10
2.4.2 Mehrkörpersimulation . . . . .	11
2.5 Nichtlinearitäten . . . . .	12
2.5.1 Geometrische Nichtlinearität . . . . .	12
2.5.2 Materialnichtlinearität . . . . .	13
2.5.3 Kontaktnichtlinearität . . . . .	14
2.6 Reduktionsverfahren . . . . .	15
2.6.1 Modale Superposition . . . . .	15
2.6.2 Component Mode Synthesis . . . . .	16
<b>3 Vergleich Balkenrotor/Volumenrotor</b>	<b>18</b>
3.1 Motivation . . . . .	18
3.2 Simulation . . . . .	18
3.3 Unterschied Timoshenko- zu Bernoullibalken . . . . .	25

<b>4</b>	<b>Masseneinfluss der Welle</b>	<b>27</b>
4.1	Motivation . . . . .	27
4.2	Simulation . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Rotordynamische Effekte</b>	<b>30</b>
5.1	Statische Unwucht . . . . .	30
5.1.1	Theorie . . . . .	30
5.1.2	Modalanalyse . . . . .	31
5.1.3	Frequenzganganalyse . . . . .	33
5.1.4	Mehrkörpersimulation . . . . .	37
5.1.5	Analytische Lösung und Vergleich . . . . .	42
5.2	Momentenunwucht . . . . .	43
5.2.1	Theorie . . . . .	43
5.2.2	Modalanalyse . . . . .	43
5.2.3	Statische Analyse . . . . .	45
5.2.4	Frequenzganganalyse . . . . .	46
5.2.5	Mehrkörpersimulation . . . . .	48
5.2.6	Analytische Lösung und Vergleich . . . . .	51
5.3	Stress Stiffening . . . . .	51
5.3.1	Theorie . . . . .	51
5.3.2	Vorgespannte Modalanalyse . . . . .	51
5.3.3	Vorgespannte Frequenzganganalyse . . . . .	53
5.3.4	Mehrkörpersimulation . . . . .	53
5.4	Spin Softening . . . . .	57
5.4.1	Theorie . . . . .	57
5.4.2	Modalanalyse . . . . .	57
5.4.3	Mehrkörpersimulation . . . . .	60
5.5	Gyroskopisches Moment . . . . .	64
5.5.1	Theorie . . . . .	64
5.5.2	Statische Analyse . . . . .	65
5.5.3	Mehrkörpersimulation . . . . .	65
5.5.4	Modalanalyse . . . . .	69
5.5.5	Analytische Lösung und Vergleich . . . . .	70
5.6	Corioliskraft . . . . .	71
5.6.1	Theorie . . . . .	71
5.6.2	Transiente Finite-Elemente-Methode . . . . .	71
5.6.3	Mehrkörpersimulation . . . . .	74
5.6.4	Analytische Lösung und Vergleich . . . . .	75
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>76</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>78</b>
	<b>Analge 1 - Momentenunwucht</b>	<b>80</b>
	<b>Analge 2 - APDL Code für gyroskopisches Moment</b>	<b>81</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Milankovic Zyklen - Die drei Faktoren [16] . . . . .	1
2.1	Siemens Gasturbine [25] . . . . .	3
2.2	Schadensfall am Kraftwerk Irsching [1] . . . . .	4
2.3	ANSYS Firmenlogo [3] . . . . .	5
2.4	Statisch-mechanisches Analysesystem . . . . .	5
2.5	Modalanalysesystem . . . . .	6
2.6	Campbell-Diagramm [11] . . . . .	7
2.7	Stabilitätsdiagramm eines Rotors . . . . .	8
2.8	Analyseblock Harmonische Analyse . . . . .	8
2.9	Transiente und eingeschwungene dynamische Antwort einer Struktur [26]	9
2.10	Analyseblock Transiente Strukturmechanik . . . . .	10
2.11	Analyseblock Mehrkörperdynamik . . . . .	11
2.12	Pendel mit den Absolutkoordinaten $x_1, y_1, x_2, y_2$ und den Minimalkoor- dinaten $\beta_1, \beta_2$ [28] . . . . .	12
2.13	Gleichgewicht am verformten und unverformten System [21] . . . . .	12
2.14	Unterschied lineare und nichtlineare Betrachtung [21] . . . . .	13
2.15	Spannung-Dehnung-Diagramm [4] . . . . .	14
2.16	Kontaktsituation [21] . . . . .	14
2.17	Kopplung für modale Superposition einer Frequenzganganalyse . . . . .	15
3.1	Balkenmodell beim Frequenzvergleich . . . . .	19
3.2	Volumenmodell beim Frequenzvergleich . . . . .	19
3.3	Vernetzung des Balkenmodells beim Frequenzvergleich . . . . .	20
3.4	Vernetzung des Volumenmodells beim Frequenzvergleich . . . . .	20
3.5	Frequenzvergleich Wellendurchmesser 5 mm . . . . .	22
3.6	Frequenzvergleich Wellendurchmesser 4 mm . . . . .	23
3.7	Frequenzvergleich Wellendurchmesser 3 mm . . . . .	24
3.8	Frequenzvergleich Wellendurchmesser 2 mm . . . . .	25
3.9	Balkentheorie nach Bernoulli [14] . . . . .	26
3.10	Balkentheorie nach Timoshenko [18] . . . . .	26
4.1	CMS Reduktion eines Lavalrotors . . . . .	27
4.2	Eigenfrequenzen des Volumenrotor bei unterschiedlichen Wellendichten . .	28
4.3	Eigenfrequenzen des Balkenrotor bei unterschiedlichen Wellendichten . . .	28
5.1	Statische Unwucht bei elastischem Rotor [11] . . . . .	30
5.2	Die Lage des Rotorschwerpunktes [11] . . . . .	31
5.3	Campbell Diagramm bei statischer Unwucht . . . . .	32
5.4	Stabilitätsdiagramm bei statische Unwucht . . . . .	33
5.5	Frequenzgang in x-Richtung bei statische Unwucht . . . . .	34
5.6	Phasenverlauf in x-Richtung bei statischer Unwucht . . . . .	35

5.7	Lagerreaktion x-Richtung linkes Lager . . . . .	36
5.8	Lagerreaktion x-Richtung rechtes Lager . . . . .	36
5.9	Orbit des Scheibenschwerpunktes in der Frequenzganganalyse . . . . .	37
5.10	Gelenke statische Unwucht . . . . .	38
5.11	Geschwindigkeitsprofil statische Unwucht . . . . .	39
5.12	Orbit des Scheibenschwerpunktes in der MKS . . . . .	40
5.13	Reaktionskräfte bei statischer Unwucht in der MKS . . . . .	41
5.14	Reaktionskräfte in x-Richtung bei statischer Unwucht in der MKS . . . .	41
5.15	Modell der Momentenunwucht [20] . . . . .	43
5.16	Simulationsmodell der Momentenunwucht . . . . .	44
5.17	Campbell Diagramm bei Momentenunwucht . . . . .	45
5.18	Lagerreaktion der Momentenunwucht . . . . .	46
5.19	Balkenmodell Momentenunwucht . . . . .	47
5.20	Reaktion des Balkens auf ein unlaufendes Moment . . . . .	47
5.21	Verlauf des Reaktionsmomentes um die x-Achse über den Frequenzbereich	48
5.22	Gelenke am Volumenmodell der Momentenunwucht . . . . .	49
5.23	Geschwindigkeitsprofil Momentenunwucht . . . . .	49
5.24	Reaktionskräfte in x-Richtung Momentenunwucht . . . . .	50
5.25	Randbedingungen der vorgeschalteten Statik . . . . .	51
5.26	Campbelldiagramm mit und ohne Vorspannung . . . . .	52
5.27	Frequenzgang mit und ohne Vorspannung . . . . .	53
5.28	Gelenkanordnung bei der Untersuchung von Stress stiffening . . . . .	54
5.29	Verschiebungsprofil des mittleren Gelkes in örtlicher x-Richtung . . . . .	55
5.30	Kraftprofil der äußeren Gelenke in örtlicher x-Richtung . . . . .	56
5.31	Vergleich der Verschiebung in örtlicher x-Richtung des Scheibengelenkes .	57
5.32	Analysemodell für das Spin softening . . . . .	58
5.33	Randbedingungen im Statikanalyseblock für Spin softening . . . . .	59
5.34	Komplettvernetzung des Flügelrotor für Spin softening . . . . .	59
5.35	Eigenform in radialer Richtung . . . . .	60
5.36	Gelenke am Flügelrotor . . . . .	61
5.37	Rotationsgeschwindigkeitsprofil für die Untersuchung von Spin Softening .	62
5.38	Rotationsgeschwindigkeitsprofil im Bereich von 5.998 sec und 6.002 sec . .	62
5.39	Kraftstoß für die Untersuchung von Spin Softening . . . . .	63
5.40	Vergleich der relativen Verschiebung eines Translationsgelenkes . . . . .	64
5.41	Versuch zum Kreiselmoment [11] . . . . .	65
5.42	Reaktionsmoment auf beide Rotationen . . . . .	65
5.43	Geometrie des Rotors für die MKS-Simulation . . . . .	66
5.44	Gelenke am Modell für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes .	66
5.45	Geschwindigkeitsprofile zur Untersuchung des gyroskopischen Momentes .	67
5.46	Momentenreaktion um die x-Achse über den gesamten Zeitbereich . . . .	68
5.47	Momentenreaktion um die x-Achse im Bereich von 1.1 sec bis 1.5 sec . . .	68
5.48	Campbelldiagramm für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes . .	69
5.49	Summe zweier Sinusschwingungen mit einer Amplitude von 2 und den Frequenzen von 59.38 Hz und 63.14 Hz . . . . .	70
5.50	Scheibe mit mitrotierenden Beobachter [27] . . . . .	71
5.51	Vernetzung der Scheibe und des Klötzchens . . . . .	72
5.52	Gelenkanbringung am Simulationsmodell . . . . .	72

*Abbildungsverzeichnis*

---

5.53	Geschwindigkeitsprofile zur Untersuchung der Corioliskraft . . . . .	73
5.54	Verlauf der Reaktionskraft in lokaler z-Richtung in der transienten FEM .	74
5.55	Verlauf der Reaktionskraft in lokaler z-Richtung in der MKS . . . . .	75

# Formelverzeichnis

2.1	Bewegungsgleichung der Strukturmechanik . . . . .	5
2.2	Bewegungsgleichung Statik . . . . .	5
2.3	Verschiebungsabhängigkeit der Steifigkeit . . . . .	6
2.4	Bewegungsgleichung in der Modalanalyse . . . . .	6
2.5	Lösungsansatz Modalanalyse . . . . .	6
2.6	Eigenwertproblem Modalanalyse . . . . .	6
2.8	Tranformationsbeziehung Verschiebung Frequenzgang . . . . .	9
2.9	Tranformationsbeziehung Kraft Frequenzgang . . . . .	9
2.10	Bewegungsgleichung im Frequenzbereich . . . . .	9
2.11	Newtonsche Gleichung . . . . .	11
2.12	Eulersche Gleichung . . . . .	11
2.14	Transformationsbeziehung Modale Superposition . . . . .	15
2.15	Reduzierung der Bewegungsgleichung Modale Superposition . . . . .	15
2.16	Reduzierung Steifigkeitsmatrix Modale Superposition . . . . .	15
2.17	Sortierte Bewegungsgleichung CMS . . . . .	16
2.19	Oberste Zeile Steifigkeitsmatrix CMS . . . . .	16
2.20	Reduzierung der Bewegungsgleichung Modale Superposition . . . . .	16
2.21	Transformationsmatrix CMS . . . . .	16
2.22	Ausdruck für Verschiebungen CMS . . . . .	16
5.1	Zentrifugalkraft am starren Rotor . . . . .	30
5.2	Zentrifugalkraft am elastischen Rotor . . . . .	30
5.3	Gleichgewicht statische Unwucht . . . . .	31
5.4	Wellenverformung statische Unwucht . . . . .	31
5.5	Zentrifugalmoment . . . . .	43
5.6	Zentrifugalmoment MKS . . . . .	50
5.7	Zusammensetzung der Steifigkeit stress stiffening . . . . .	51
5.4.1	Zusammensetzung der Steifigkeit spin softening . . . . .	57
5.9	Gyroskopisches Moment . . . . .	64
5.10	Corioliskraft . . . . .	71

# Tabellenverzeichnis

3.1	Eigenform- und Eigenfrequenzvergleich für Wellendurchmesser 5 mm . . .	21
3.2	Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 4 mm . . . . .	23
3.3	Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 3 mm . . . . .	24
3.4	Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 2 mm . . . . .	25
5.1	Zeitsteuerung der MKS bei der statischen Unwucht . . . . .	39
5.2	Zeitsteuerung der MKS bei der Momentenunwucht . . . . .	50
5.3	Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung von Stress Stiffening . . . .	54
5.4	Eigenfrequenzen bei unterschiedlicher Drehzahl mit und ohne Spin Softening	60
5.5	Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung von Spin Softening . . . . .	63
5.6	Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes	67
5.7	Zeitsteuerung der transienten FEM bei der Corioliskraft . . . . .	73
5.8	Zeitsteuerung der MKS bei der Corioliskraft . . . . .	74

# Nomenklatur

<b>APDL</b>	ANSYS Parametric Design Language
<b>CMS</b>	Component Mode Synthesis
<b>FE</b>	Finite-Elemente
<b>FEM</b>	Finite-Elemente-Methode
<b>GLS</b>	Gleichungssystem
<b>MKS</b>	Mehrkörpersimulation
<b>MSUP</b>	Modale Superposition
<b>MPC</b>	Multi-Point-Constraint
$[M]$	Massenmatrix
$[C]$	Dämpfungsmatrix
$[K]$	Steifigkeitsmatrix
$\{\ddot{u}\}$	Beschleunigungsvektor
$\{\dot{u}\}$	Geschwindigkeitsvektor
$\{u\}$	Verschiebungsvektor
$\{F\}$	Kraftvektor
$\{\phi\}$	Eigenvektor
$[\Theta]$	Trägheitstensor
$\{\dot{\omega}\}$	Winkelbeschleunigungsvektor
$\{\omega\}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor
$\{\Phi\}$	Modalmatrix
$\{y\}$	Modale Koordinaten
$[1]$	Einheitsmatrix
$[0]$	Nullmatrix

# 1 Einleitung

## 1.1 Der Rotor, auf dem wir leben

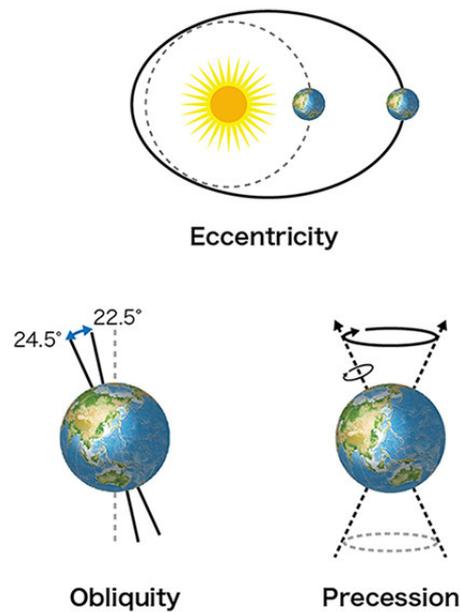


Abbildung 1.1: Milankovic Zyklen - Die drei Faktoren [16]

Die Erde, unser Heimatplanet und einer der außergewöhnlichsten Planeten unseres Sonnensystems. Er beherbergt nicht nur Leben oder besitzt einen Mond, der ihm größtmäßig gar nicht zusteht, sondern er kann auch als überdimensionaler Rotor mit intaktem Ökosystem betrachtet werden. So wie technische Rotoren dynamische Effekte aufweisen, besitzt auch der Rotor Erde Eigenheiten, welche Auswirkung auf unser Klima haben. Das erkannte der serbische Astrophysiker Milutin Milanković (1879 - 1958) und stellte die nach ihm benannten Zyklen auf, welche die Schwankung der Intensität der Sonnenenergie aufgrund von einer Überlagerung dreier Faktoren beschreibt (Siehe Abb. 1.1). Dies sind zum einen die Exzentrizität, welche die Abweichung der Bahnkurve von einem Kreis beschreibt, die Schrägstellung der Erdachse, auch Obliquität genannt und die Präzession, also das Taumeln der Erdachse auf einer Kreisbahn [19]. Wird bedenkt, dass solch Effekte das Klima beeinflussen und somit das Leben mehrerer Milliarden Menschen, ist es naheliegend, dass sie auch in technische Anwendungen eine erhebliche Rolle spielen. Das Wissen über das Verhalten eines Rotors ist in der Technik essenziell. Durch genaue Analysen können Maschinenausfälle, sowie Unfälle vermieden werden, wobei sich die Simulation als sehr hilfreich erwiesen hat.

## 1.2 Aufgabenstellung der Arbeit

Um die Stabilität rotierender Strukturen abzusichern, werden seit langem rotordynamische Untersuchungen durchgeführt. Im praktischen Industrieinsatz wurden hierfür hauptsächlich lineare Verfahren verwendet, da sowohl die Verfügbarkeit der entsprechenden Solver als auch die Performance der nichtlinearen Methoden lediglich für Nischenanwendungen zuließ. Mittlerweile wandelt sich dieses Bild. Durch den Einzug elastischer Körper in die Mehrkörpersimulation (MKS) werden nun auch nichtlineare, transiente Untersuchungen in vertretbaren Simulationszeiten möglich. Im Rahmen dieser Arbeit soll die MKS mit einem Reduktionsverfahren für einzelne flexible Komponenten des Rotors genutzt werden um die Möglichkeiten dieses Weges aufzuzeigen.

Zu diesem Zweck ist im ersten Schritt eine Literaturstudie, mit dem Ziel ein geeignetes Simulationsmodell mit Referenzergebnissen zu finden, durchzuführen. Dieses soll für die Verifikation der linearen als auch der nichtlinearen Resultate herangezogen werden.

Im zweiten Block der Arbeit sind anhand des gewählten Rotors aus der Literaturrecherche, im Rahmen der konventionellen linearen Rotordynamik in ANSYS Mechanical Finite-Elemente-Methode (FEM), typische Analysen durchzuführen und mit den verfügbaren analytischen Ergebnissen zu vergleichen. Typische Analysearten sind hierbei die Modalanalyse (Campbell-Diagramm), die Frequenzganganalyse (z.B. Unwuchtanregung) und die transiente Analyse (z.B. Rotorhochlauf oder stationärer Betrieb bei diskreten Drehzahlen).

Zu guter Letzt ist das Rotorverhalten mittels der MKS mit flexiblen Körpern zu simulieren. Hierbei findet die in ANSYS implementierte Reduktionsmethode Component Mode Synthesis (CMS) Verwendung. Vorerst stellen die in der Mehrkörpersimulation üblichen großen Rotationen, aufgrund der Drehbewegung des Rotors, die einzige Nichtlinearität des Modells dar. Insbesondere sind in diesem Teil der Verifikation bekannte rotordynamische Effekte nachzuvollziehen und vergleichend (FEM und MKS) gegenüberzustellen:

- Vergleich der Amplitude über der hochlaufenden Drehzahl
- Vergleich eines typischen Orbits bei stationärer Drehzahl
- Lage des Massenschwerpunktes und dessen Unwuchtwirkung
- Überprüfung der Spannungsversteifung durch Fliehkräfte (Stress Stiffening)
- Überprüfung der Kreiselwirkung (Annahme: starre Rotorscheibe)
- Überprüfung der Coriolis-Kräfte (Annahme: elastische Rotorscheibe)

## 2 Theoretische Vorbetrachtung

### 2.1 Rotordynamik

Rotoren beeinflussen unser Leben immens. Ohne sie würden wir am Abend im Dunkeln sitzen, da Kraftwerke ohne Turbinen keine Strom liefern könnten. Außerdem hätten wir Probleme mit der Speicherung digitaler Medien, weil auch in Festplatten ein Rotor die Hauptaufgabe des Sicherungsmediums übernimmt. Um einen reibungslosen Betrieb dieser Bauteile zu gewährleisten, ist es wichtig das Verhalten der rotierenden Struktur zu kennen und bewerten zu können. Mit solchen Themen beschäftigt sich eben jenes Fachgebiet der Strukturmechanik, die Rotordynamik. Hier treten dynamische Effekte auf, welche überwiegend durch die Trägheit des Systems hervorgerufen werden. Zu diesen Effekten zählen unter anderem die Auswirkungen einer inhomogenen Massenverteilung und Kreiseffekte, um nur einige zu nennen [8]. Diese werden in dieser Arbeit im Kapitel fünf behandelt.

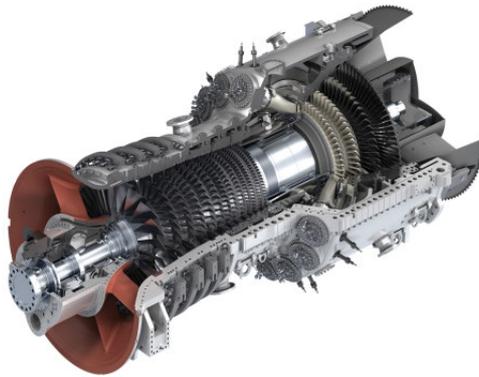


Abbildung 2.1: Siemens Gasturbine [25]

Das Hauptaugenmerk bei der Untersuchung eines Rotors richtet sich auf die Stabilität im Einsatzbereich, beim Hochfahren und das identifizieren von Effekten, welche die Balance stören können. Darüber hinaus ist das Interagieren zwischen dem Rotor mit seinem komplexen Schaufelsystem (siehe Abb. 2.1) und seiner umgebenen Struktur ein wichtiger Aspekt. Hier ist besonders das Zusammenspiel mit Lagern und deren Lebensdauer zu erwähnen, aber auch die Ankopplung des Gehäuses am Fundament.

Wichtige Hinweise liefern die Eigenfrequenzen des Drehkörpers. Fällt der Bereich in dem der Rotor betrieben wird mit einer Resonanzstelle zusammen, kann die Struktur große Auslenkung erfahren. Wird beispielsweise eine Biegemode des Rotors angeregt, treten Zug- und Druckkräfte auf, welche Spannungen in die Struktur induzieren. Diese Spannungen nehmen Einfluss auf die Lebensdauer und das rotierende Bauteil, aber auch die umgebenen Teile können beschädigt werden. Im Schadenfall sind damit meist enorme Kosten verbunden.

Rotierende Anlagen erfordern hinsichtlich der Sicherheit für den Menschen besondere Aufmerksamkeit, sodass die Kenntnis zum Stabilitätsverhalten des Systems unabdingbar ist. Welche Ausmaße ein solches Unglück annehmen kann und welche Kräfte bei einem Vorfall mit rotierenden Bauteilen freigesetzt werden, zeigt ein Vorfall am Kraftwerk Irsching (nähe Ingolstadt). Dort wurde ein sogenanntes Spitzenlastkraftwerk angefahren, wobei der Niederdruckläufer der Dampfturbine riss. Durch die hohen entstanden Fliehkräfte schleuderte es ein 1300 Kilo schweres Bauteil der Turbine (siehe Abb. 2.2) durch die Hallendecke und flog über eine Strecke von ca. 1,3 Kilometer [1].



Abbildung 2.2: Schadensfall am Kraftwerk Irsching [1]

Wie bereits erwähnt ist nicht nur das Wissen über das Verhalten im Betriebspunkt entscheidend, sondern auch auf dem Weg dorthin. Würde dieser z.B. in der Nähe einer Resonanzstelle liegen, müssen sich Gedanken gemacht werden, wie der Weg dorthin zu passieren ist. Dies geschieht im allgemeinen durch eine beschleunigte Durchfahrt, wobei der Rotor möglichst wenig Zeit hat groß aufzuschwingen sodass es nur zu kleinen Schwingungsausschlägen kommen kann [11].

Da Experimente mit Rotoren meist sehr teuer, aufwändig und oftmals gar nicht möglich sind, werden Simulationen herangezogen. In Gasturbinen zum Beispiel herrschen Temperatur von maximal  $1400^{\circ}\text{C}$ , was den Einsatz von Sensorik erschwert oder gar unmöglich macht und die Simulation zu einem sehr wichtigen Werkzeug aufsteigen lässt.

## 2.2 Statische Strukturmechanik mit ANSYS

### 2.2.1 ANSYS



Abbildung 2.3: ANSYS Firmenlogo [3]

Was ist ANSYS überhaupt? ANSYS ist eine Softwarefirma aus den USA, welche ihren Hauptsitz in Canonsburg, Pennsylvania hat. Das Unternehmen hat sich auf Engineering Simulation spezialisiert und entwickelt seit 45 Jahren Softwarepakete für verschiedenen Physikdomänen. Das Hauptprodukt mit dem gleichnamigen Namen ANSYS findet seinen Einsatz in der Lösung von strukturmechanischen Problemen [3]. Dabei werden einzelne Analyseblöcke in einem Projekt organisiert und nach der jeweilige Methode gelöst. Die in dieser Arbeit durchgeführten Analysen wurden mit ANSYS Workbench 17.2 durchgeführt.

### 2.2.2 Statische Analyse



Abbildung 2.4: Statisch-mechanisches Analysesystem

Unter einer statischen Analyse (siehe Abb. 2.4) wird eine Berechnungsmethode verstanden, bei der sich die äußeren Lasten im Gleichgewicht mit den Reaktionskräften der Lager befindet und keine Bewegung stattfindet [12]. Aus der Bewegungsgleichung der Strukturmechanik in Matrixschreibweise

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (2.1)$$

wird dadurch der Masse und Dämpfungsterm zu Null. Somit wird nur der Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung, welche von der Systemsteifigkeit der Struktur abhängt, gelöst.

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (2.2)$$

Dabei können auch alle Arten von Nichtlinearitäten, wie zum Beispiel geometrische oder Materialnichtlinearität, berücksichtigt werden. Diese nehmen Einfluss auf die Steifigkeit des Systems und das Gleichungssystem (GLS) wird jeweils iterativ am verformten Bauteil gelöst.

$$[K] = [K(\{u\})] \quad (2.3)$$

Bei einer linearen Betrachtungsweise ist das nicht der Fall. Dort wird das GLS der unverformten Struktur gelöst [17]. Hierbei ist, im Gegensatz zu einer nichtlinearen Rechnung, der rechnerische Aufwand geringer.

In erster Betrachtung sind alle Vorgänge zeitabhängig, aber dennoch gibt es Abläufe, die sehr langsam vonstattengehen, dass die Zeitabhängigkeit vernachlässigt werden kann. Es wird dabei von einem sich statisch verhaltenden System gesprochen.

## 2.3 Lineare Dynamik mit ANSYS

### 2.3.1 Modalanalyse



Abbildung 2.5: Modalanalysesystem

Die Modalanalyse (siehe Abb. 2.5) ist eine der wichtigsten Analysearten in der linearen Dynamik. Mit ihrer Hilfe lässt sich das Schwingverhalten einer Struktur durch deren Eigenfrequenzen und Eigenformen bestimmen. Dies sind wichtige Charakteristika eines Bauteils, die während einer Entwicklung mit einbezogen werden müssen. Kenntnisse über Anregungsfrequenzen und dem Systemverhalten, im Sinne der Eigenfrequenzen und Eigenformen, liefern Aussagen darüber, wie das System voraussichtlich auf eine Anregung antworten wird. Dadurch kann das Versagen durch eine Lastanregung mit einer Frequenz nahe oder im Resonanzfall verhindert werden.

Um die Eigenformen und Eigenfrequenzen zu erhalten, wird von einem frei schwingendem System ausgegangen. Dadurch wird die rechte Seite der Bewegungsgleichung zu Null.

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{0\} \quad (2.4)$$

Zur Lösung der Gleichung wird ein Ansatz mit einer Exponentialfunktion

$$u(t) = \{\phi\} \cdot e^{\lambda \cdot t} \quad (2.5)$$

gewählt, wodurch sich das quadratische Eigenwertproblem

$$(\lambda^2 \cdot [M] + \lambda \cdot [C] + [K]) \cdot \{\phi\} = \{0\} \quad (2.6)$$

ergibt. Aus diesem Eigenwertproblem lassen sich die jeweiligen Eigenschwingungsformen  $\phi$  und deren zugehörigen Eigenfrequenzen  $\omega$  bestimmen. Die ermittelten Eigenvektoren sind orthogonal. Das bedeutet, dass ein Eigenvektor sich nicht aus Linearkombinationen anderer Eigenvektoren bilden lässt. In ANSYS werden die Eigenvektoren noch nach der Masse normiert. Durch diese Normierung und Orthogonalität der Eigenvektoren nehmen reduzierte Systemmatrizen eine besondere Gestalt an [26]. Mehr dazu im Kapitel 2.6 Reduktionsverfahren.

Im Sinne der Rotordynamik können in dieser Rechnung auch Corioliseffekte berücksichtigt werden. Zur Berücksichtigung der für die Rotordynamik wichtigen Effekte ist in ANSYS das CORIOLIS Kommando auszuführen. Hierdurch wird die sog. gyroskopischen Matrix im Dämpfungsterm integriert. Somit ist es notwendig, die Bewegungsgleichung mit Dämpfung zu lösen. Für dieses spezielle Eigenwertproblem wird ein spezieller Eigenwertolver, ein gedämpfter Eigenwertsolver, benötigt. Mit den eingeschalteten Kreiseffekten lässt sich in der Modalanalyse eines der wichtigsten Diagramme in der Rotordynamik erstellen, das Campbell-Diagramm (Abb. 2.6).

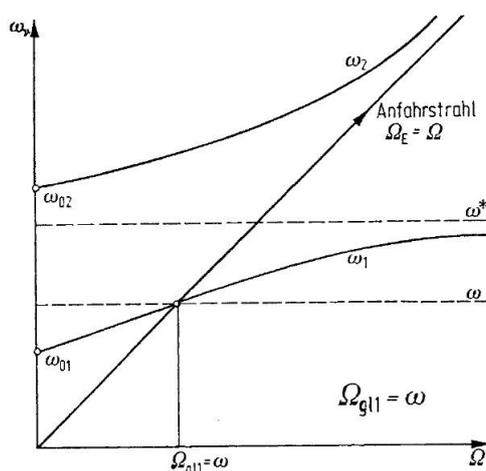


Abbildung 2.6: Campbell-Diagramm [11]

In diesem Diagramm werden die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von der Drehzahl eingetragen. Dabei können konstante, aber auch mit der Anregungsfrequenz veränderliche Eigenfrequenzen vorkommen. Die veränderlichen Eigenschwingungsformen werden durch den Einfluss des gyroskopischen Momentes hervorgerufen [11]. In Abbildung 2.6 ist zudem der sogenannte Fahrstrahl eingezeichnet. Dieser wird häufig auch als Hochlaufgerade bezeichnet. Die Schnittpunkte dieser Gerade mit den einzelnen Moden werden als kritische Drehzahlen interpretiert. Würde das System mit dieser Frequenz angeregt, ist von einer Resonanzanregung die Rede. Diese hätte sehr hohe Amplituden zur Folge und würde wahrscheinlich ein Zerstören des Systems bewirken.

Des Weiteren kann ein Stabilitätsdiagramm ausgegeben werden. Dieses zeigt, in welchen Drehzahlbereich der Rotor bei der jeweilig angeregten Mode stabil läuft. Oberhalb einer Grenzdrehzahl, die in Abbildung 2.7 als Nulldurchgang in den positiven Bereich zu sehen ist, treten große Auslenkungen auf und der Rotor wird instabil.

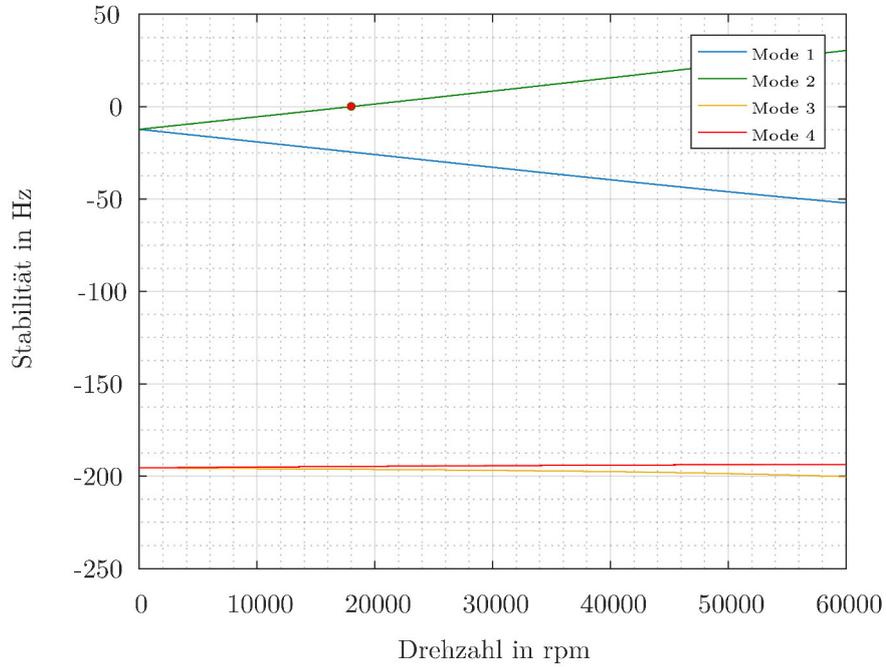


Abbildung 2.7: Stabilitätsdiagramm eines Rotors

Auslöser solcher Instabilitäten kann zum Beispiel die innere Dämpfung (Werkstoffdämpfung) sein. Diese Materialdämpfung wirkt unterhalb der Grenzdrehzahl wirklich dämpfend auf das System ein, aber oberhalb dieser facht sie die Schwingungen der Welle an. Dagegen wirken äußere Dämpfungseinflüsse auf die rotierende Struktur immer stabilisierend [11].

### 2.3.2 Frequenzganganalyse



Abbildung 2.8: Analyseblock Harmonische Analyse

Die „Frequenzganganalyse“ (sich Abb. 2.8) ist eine Analyseart, bei der die Bewegungsgleichung der Strukturmechanik

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (2.7)$$

nicht im Zeitbereich, sondern im Frequenzbereich gelöst wird. Um diese Gleichung in den Frequenzbereich zu transformieren, wird die Verschiebung mit folgender Ansatzfunktion beschrieben:

$$\{u\} = \{\hat{u}\} \cdot e^{i\Omega t + \psi} \quad (2.8)$$

Anders als bei der Modalanalyse, bei der die rechte Seite Null ist, werden hier sinusförmige, harmonischen Lasten zugelassen.

$$\{F\} = \{\hat{F}\} \cdot e^{i\Omega t + \psi} \quad (2.9)$$

Damit ergibt sich folgende Bewegungsgleichung:

$$(-\Omega^2 \cdot [M] + i\Omega[C] + [K]) \cdot \{u\} = \{F\} \quad (2.10)$$

Bei der Frequenzganganalyse wird davon ausgegangen, dass die Frequenz und die Amplitude der Anregung über einen langen Zeitraum einwirkt, also als konstant angesehen werden kann. Damit repräsentiert jede einzelne Antwort der Struktur einen eingeschwungenen Zustand. Somit sind zeitabhängige Überschwinger, wie in Abbildung 2.9 zu sehen, nicht Teil der Lösung und lassen sich nur durch eine transiente Analyse abbilden.

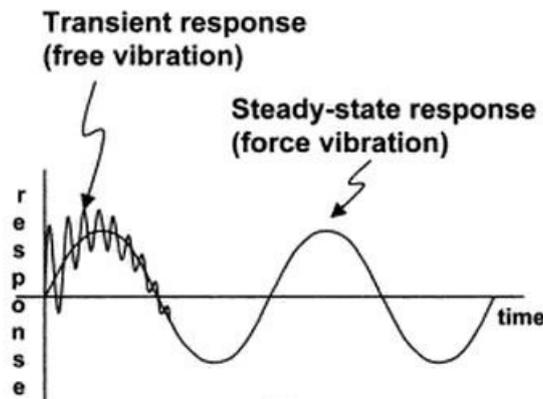


Abbildung 2.9: Transiente und eingeschwungene dynamische Antwort einer Struktur [26]

Bei der harmonischen Analyse handelt es sich wie bei der Modalanalyse um eine lineare Analyse [26]. Derartige Analysen profitieren im Gegensatz zu transienten Untersuchungen von verhältnismäßig kurzen Rechenzeiten.

## 2.4 Nichtlineare Dynamik mit ANSYS

### 2.4.1 Transiente Finite Elemente Methode



Abbildung 2.10: Analyseblock Transiente Strukturmechanik

Als transiente FEM-Analyse (siehe Abb. 2.10) wird eine Methode bezeichnet, bei der die Bewegungsgleichung der Strukturmechanik

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F\}$$

im Zeitbereich gelöst wird. Ein hoher Einfluss der Dämpfungs- und Trägheitseigenschaften des Systems charakterisieren das zeitlich, dynamische Problem. Wären diese vernachlässigbar, könnte stattdessen eine statische Analyse vollzogen werden. Wichtig hierbei zu erwähnen ist, dass die Bewegungsgleichung in jedem Zeitschritt gelöst wird, was bei einem Netz mit einer hohen Anzahl von Freiheitsgraden eine lange Rechenzeit bzw. hohen Rechenaufwand nach sich zieht. Um diesen Rechenaufwand zu minimieren, können die Systemmatrizen reduziert werden. Dies kann mit Hilfe einer Reduktionsmethode wie die Modale Superposition (MSUP) erfolgen. Diese Reduktionen beeinflussen aber die Art der erlaubten Nichtlinearitäten. Im allgemeinen Fall, mit voller Systemmatrix, sind alle Nichtlinearitäten erlaubt.

Der Rechenaufwand wird, wie schon erwähnt, im hohen Maße vom Zeitschritt der Integration beeinflusst. Dieser bestimmt die Genauigkeit des Ergebnisses. Je feiner er gewählt wird, um so besser lässt sich das Schwingverhalten der Struktur beschreiben. Ein Richtwert sind dabei 20 Rechenpunkte pro Periode von der höchsten, zu erwarteten Frequenz.

Da die Methode der transienten Simulation mehr Zeit und Rechenaufwand in Anspruch nimmt, müssen im Vorfeld viele Überlegungen getätigt und in die Rechnung investiert werden. Dies macht transiente Analysen sehr anspruchsvoll [26].

## 2.4.2 Mehrkörpersimulation



Abbildung 2.11: Analyseblock Mehrkörperdynamik

Anders als bei einer Finite-Elemente (FE)-Simulation wird in einer MKS (siehe Abb. 2.11) im Regelfall von einem System aus starren Körpern ausgegangen. Diese Starrkörper, im einfachsten Fall als Punktmassen beschrieben, sind über Gelenke (Joints) verbunden und sie können sowohl freie, als auch gesperrte Freiheitsgrade in translatorischer oder rotatorischer Bewegungsrichtung besitzen. Durch diese sogenannten Joints können zeitabhängige Lasten auf das System einwirken [28].

Eine Methode zur Formulierung des Systems ist es, an den jeweiligen Einzelkörpern die lokalen Bewegungsgleichungen aufzustellen. Diese setzen sich aus der Newtonschen Gleichung

$$\{F\} = m \cdot \{\ddot{u}\} \quad (2.11)$$

und der Eulerschen Gleichung

$$[\Theta] \cdot \{\dot{\omega}\} + \{\omega\} \times ([\Theta] \cdot \{\omega\}) = \{M\} \quad (2.12)$$

zusammen. Aus diesen lokalen Bewegungsgleichungen, welche in Globalkoordinaten ausgedrückt sind, lassen sich die Gleichungen des Gesamtsystems aufstellen. Da die numerische Verarbeitung hierbei nicht sehr effizient ist, wird die Bewegung des Mehrkörpersystems nach Lagrange formuliert. Dabei ist jeder einzelne Körper durch Minimalkoordinaten beschrieben (siehe Abb. 2.12). Außerdem werden in diesem Ansatz keine Zwangskräfte berücksichtigt, wodurch die Beschreibung von Systemen nicht so aufwendig ist [13] [28].

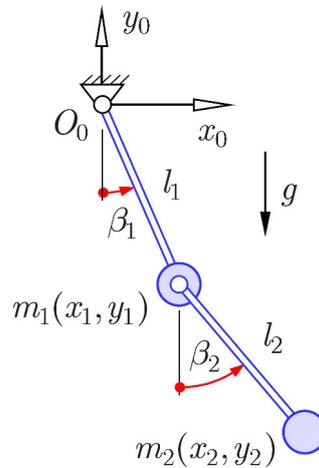


Abbildung 2.12: Pendel mit den Absolutkoordinaten  $x_1, y_1, x_2, y_2$  und den Minimalkoordinaten  $\beta_1, \beta_2$  [28]

Mit dieser mathematischen Beschreibung der Bewegung in einer MKS, ergibt sich eine wesentlich kleinere Systemmatrix, als bei einem gleichen Modell mittels der FEM. Dadurch lässt sich viel Zeit- und Rechenaufwand einsparen.

Der Nachteil gegenüber der FEM liegt bei der Beschreibung des Schwingverhaltens einzelner Komponenten. Da in dieser Rechenmethodik von starren Körpern ausgegangen wird, können die Einzelbauteile das dynamische Verhalten nicht abbilden. Um die in der Realität auftretende Verformbarkeit eines Körpers in einer MKS-Analyse zu berücksichtigen, kann in ANSYS die CMS-Methode herangezogen werden. Diese lässt eine lineare Beschreibung der Einzelkörpers zu.

Die MKS wird aufgrund der geringen Anzahl an Freiheitsgraden für große, dynamische Systeme verwendet. Typische Anwendungsfälle der MKS sind die Vorauslegungen von zeitlichen Abläufen der Bewegungsbahnen von Robotern, Fahrzeugen oder Kräne [28].

## 2.5 Nichtlinearitäten

### 2.5.1 Geometrische Nichtlinearität

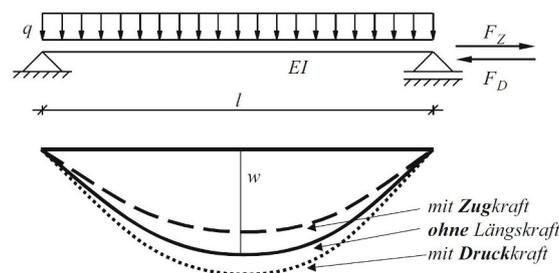


Abbildung 2.13: Gleichgewicht am verformten und unverformten System [21]

Bei den geometrischen Nichtlinearitäten, auch kinematische Nichtlinearitäten genannt, wird anders als bei einem linearen System das Kräftegleichgewicht am verformten System

aufgestellt. Daraus können sich zum Beispiel für einen Balken, welcher mit einer Quer- und einer Längskraft belastet wird, andere Durchbiegungen ergeben (siehe Abb. 2.13).

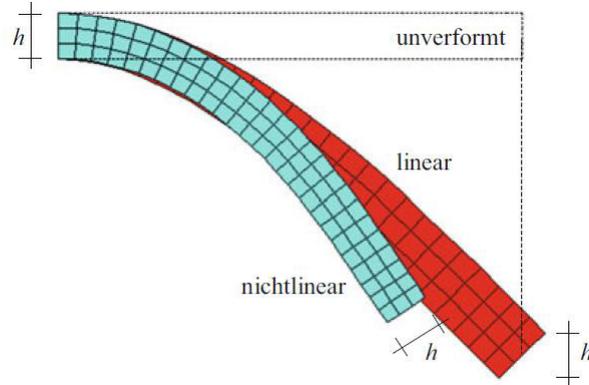


Abbildung 2.14: Unterschied lineare und nichtlineare Betrachtung [21]

Von großen Rotationen ist die Rede, wenn sich ein Bauteil über einen Drehwinkel  $> 4..5^\circ$  verdreht oder verformt. In Abb. 2.14 sind die Auswirkungen von großen Drehungen anhand eines Balkens unter Biegebeanspruchung dargestellt. Bei einer linearen Betrachtung verschiebt sich die Mitte des Biegebalkens senkrecht nach unten und die senkrechte Abmessung bleibt konstant. Dies ist bei einer nichtlinearen Betrachtungsweise anders. Hier bewegt sich das Balkenende nicht nur nach unten, sondern auch nach links. Durch die Rotation wird erreicht, dass der Balken nicht dicker wird, sondern seinen Ausgangsquerschnitt behält und sich erwartungsgemäß verformt.

Des Weiteren gibt es noch die großen Dehnungen, da es oft nicht ausreicht, die Längenänderung nur auf die Ausgangslänge zu beziehen. Besser ist es, die deformierte Länge heranzuziehen, wodurch die logarithmischen Dehnungen entstehen [21].

Die geometrische Nichtlinearität ist die Art, welche in den nachfolgenden Analysen genauer betrachtet wird. Der Rotor in der MKS, anders als in den linearen Analyse, dreht sich wirklich und dadurch erfährt er große Rotationen.

### 2.5.2 Materialnichtlinearität

Materialnichtlinearität in der Strukturmechanik zeichnet sich durch einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung aus. Zum Beispiel im Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines metallischen Werkstoffes lassen sich zwei markante Bereiche ausmachen (siehe Abb. 2.15).

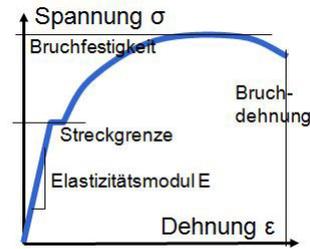


Abbildung 2.15: Spannung-Dehnungs-Diagramm [4]

Im ersten Abschnitt des Kurvenverlaufs, den linear-elastischen, steigt die Spannung linear zur Dehnung bis zur Streckgrenze an. In diesem Bereich nimmt die verformte Struktur, bei Entlastung, die Ausgangsgeometrie wieder ein. Der proportionale Zusammenhang, der dort herrscht, wird über den E-Modul beschrieben. Im darauffolgenden Kurvenverlauf ist diese Linearität nicht mehr gegeben und die Dehnungen steigen schneller an als die Spannungen. Es kommt zu plastischen Formänderungen der Struktur. Findet eine Entlastung statt, kehrt das Bauteil nicht vollständig in den Ausgangszustand zurück. In der Realität unterliegen die Bauteile zumeist einer zyklischen Beanspruchung was einem Be- und Entlastungszustand gleichkommt. Dieses Verhalten kann im Rahmen der Simulation durch Be- und Entlastungsfunktionen für die plastische Verformung realisiert werden. Außerdem lässt sich zeitabhängiges Kriechen berücksichtigen [4] [24].

### 2.5.3 Kontaktnichtlinearität

Unter einen Kontakt wird verstanden, dass in einer Zone eine Berührung stattfindet. Dabei können verschiedene Situationen auftreten. Zum Beispiel kann sich ein Körper einem anderen annähern und von diesem aufgehalten werden, wobei er sich an seinem Gegenpartner deformieren könnte. Aber es kann auch zu einer Deformation kommen, die beide Kontaktpartner beinhaltet. Der Selbstkontakt ist eine weitere Möglichkeit eines Kontaktes, bei dem sich Regionen eines einzelnen Körpers unter Verformung berühren (siehe Abb. 2.16).

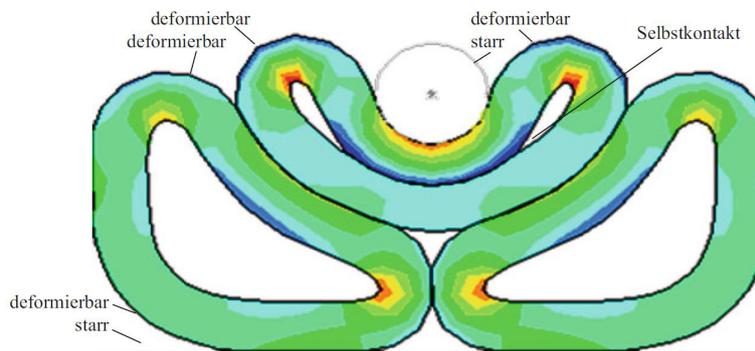


Abbildung 2.16: Kontaktsituation [21]

Diese Kontaktsituationen haben eines gemeinsam. Ihr Kontaktstatus hängt jeweils von der Verschiebung ab und beeinflussen die Steifigkeit des Systems. Dadurch ist eine ständige Abfrage, ob ein Kontakt geschlossen oder offen ist, erforderlich [21].

## 2.6 Reduktionsverfahren

### 2.6.1 Modale Superposition

MSUP ist eine Möglichkeit, die Systemmatrix eines Simulationsmodells zu verkleinern und damit eine mögliche Rechenzeitreduktion zu erzielen. Dies erfolgt über eine Aufsummierung von faktorisierten Eigenschwingungsformen. Ausgangspunkt ist hierbei die nach der Diskretisierung entstandene Systemmatrix

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F(t)\} \quad (2.13)$$

wobei die Matrizen jeweils eine Größe von  $N \times N$  aufweisen. Um dieses gekoppelte Gleichungssystem zu reduzieren, wird die Transformationsbeziehung

$$\{u\} = [\Phi] \cdot \{y\} \quad (2.14)$$

in das Gleichungssystem eingeführt. Dabei kann es sein, dass das Gleichungssystem entkoppelt wird, was sich positiv auf das Lösen des Gleichungssystems auswirkt. Hier repräsentiert die  $N \times M$  große Matrix  $[\Phi]$  die Eigenformen und  $\{y\}$  ist ein  $M$  großer Vektor der modalen Koordinaten. Wird das nun entstandene Gleichungssystem von links mit  $[\Phi]^T$  multipliziert, nimmt das System folgende Gestalt an:

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] \cdot \{\ddot{y}\} + [\Phi]^T \cdot [C] \cdot [\Phi] \cdot \{\dot{y}\} + [\Phi]^T \cdot [K] \cdot [\Phi] \cdot \{y\} = [\Phi]^T \cdot \{F\} \quad (2.15)$$

Dabei entsteht zum Beispiel aus dem Ausdruck

$$[\Phi]^T \cdot [K] \cdot [\Phi] = [\check{K}] \quad (2.16)$$

die modale Steifigkeitsmatrix mit einer Größe von  $M \times M$ . Die weiteren Ausdrücke ergeben die modale Massenmatrix  $[\check{M}]$  und die modale Dämpfungsmatrix  $[\check{C}]$ , welche auch eine Größe von  $M \times M$  haben. Damit hat sich die Größe der einzelnen Matrizen von  $N \times N$  auf  $M \times M$  reduziert. Durch die Orthogonalität der Eigenvektoren nehmen diese Matrizen die Gestalt einer Diagonalmatrix an. Da die Eigenvektoren auch noch nach der Masse normiert sind wird aus Massenmatrix eine Einheitsmatrix und auf der Diagonalen der Steifigkeitsmatrix stehen die Eigenfrequenzen im Quadrat. Durch diese Gestalt der Matrizen lässt sich das Gleichungssystem schneller lösen, was sich positiv auf die Rechenzeit auswirkt.

Diese Methode besitzt nicht nur den Vorteil der Reduzierung sondern hat den Nachteil, dass keine Nichtlinearitäten erlaubt sind [26].

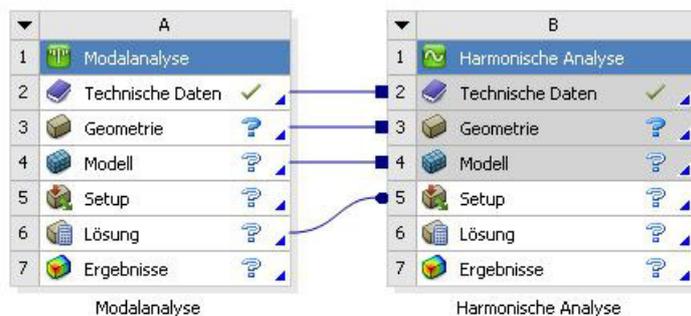


Abbildung 2.17: Kopplung für modale Superposition einer Frequenzganganalyse

Um in ANSYS eine Reduktion nach der MSUP-Methode durchzuführen, muss das jeweilige System mit einer vorhergegangenen Modalanalyse gekoppelt werden (siehe Abb. 2.17).

### 2.6.2 Component Mode Synthesis

Die CMS ist ebenfalls ein Ansatz zur Reduktion der Systemmatrix. Diese unterscheidet sich von der MSUP dahin gehend, dass die Reduzierung auf Substrukturen und nicht auf das gesamte System angewandt wird. Dies hat den Vorteil, dass Nichtlinearitäten des Gesamtsystems berücksichtigt werden können, dabei aber das Verhalten der Substruktur linear beschrieben wird [7]. Bei dem Ansatz nach Craig-Bampton wird die Bewegungsgleichung der Strukturmechanik nach Master- und Slaveknoten sortiert.

$$\begin{pmatrix} [M_S] & [M_{SM}] \\ [M_{MS}] & [M_M] \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_S\} \\ \{\ddot{u}_M\} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} [C_S] & [C_{SM}] \\ [C_{MS}] & [C_M] \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_S\} \\ \{\dot{u}_M\} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} [K_S] & [K_{SM}] \\ [K_{MS}] & [K_M] \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{u_S\} \\ \{u_M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_S\} \\ \{F_M\} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

Im ersten Schritt wird den Verschiebungen der Masterknoten der Wert null zugewiesen. Außerdem ist der Dämpfungsterm zu vernachlässigen, da in der CMS nur ungedämpfte Eigenschwingungsformen (nur Realteil) verwendet werden. Somit ergeben sich aus der Gleichung 2.17 die Gleichungen

$$\begin{aligned} [M_S] \cdot \{\ddot{u}_S\} + [K_S] \cdot \{u_S\} &= \{F_S\} \\ [M_{MS}] \cdot \{\ddot{u}_S\} + [K_{MS}] \cdot \{u_S\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Von diesem Hilfssystem werden nun die Eigenformen und Eigenfrequenzen ermittelt. Die dabei entstehende Modalmatrix  $[\Phi]$  wird zur Besetzung der Transformationsmatrix genutzt. Der Vektor der Modalkoordinaten  $\{y\}$  koppelt dabei nur die Freiheitsgrade im Inneren des Subsystems. Um auch das Verhalten der Masterknoten zu betrachten, wird eine statische Kondensation durchgeführt, wobei die obere Zeile der Steifigkeitsmatrix aus Gleichung 2.17

$$[K_S] \cdot \{u_S\} + [K_{SM}] \cdot \{u_M\} = \{0\} \quad (2.19)$$

den Zusammenhang zwischen Master- und Slavefreiheitsgraden liefert:

$$\{u_S\} = -[K_S]^{-1} \cdot [K_{SM}] \cdot \{u_M\} \quad (2.20)$$

Jetzt lässt sich die Transformationsmatrix wie folgt aufstellen:

$$[T] = \begin{pmatrix} [\Phi] & -[K_S]^{-1} \cdot [K_{SM}] \\ [0] & [1] \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Somit ergibt sich für die Verschiebungen:

$$\{u\} = [T] \cdot \begin{pmatrix} \{y\} \\ \{u_M\} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Werden diese Verschiebungen nun in Gleichung 2.17 eingesetzt, von links mit  $[T]^T$  und von rechts mit  $[T]$  multipliziert, ergibt sich die Reduktion der Systemmatrix [2] [10].

Um in ANSYS, in einer Mehrkörpersimulation, eine CMS-Reduktion durchzuführen, müssen die gewünschten Körper als verformbar bzw. flexibel gekennzeichnet werden. Danach wird ein sogenanntes Condensed Part pro Einzelkörper eingefügt, das jeweilige Bauteil selektiert und die Masterknoten detektiert. Zur Beschreibung des dynamische Verhaltens ist noch die Anzahl der Moden anzugeben. Sind diese Schritte abgehandelt, kann das reduzierte System erstellt werden. Nach dem Lösen des Modells muss eine Expandierung der Ergebnisse durchgeführt werden, welche die Verschiebungen rücktransformiert.

## 3 Vergleich Balkenrotor/Volumenrotor

### 3.1 Motivation

Unter ANSYS Version 17.2 werden in der MKS keine Balkenelemente unterstützt. Dadurch müssen die geometrischen Abmaße des Rotors definiert werden, bei denen ein Volumenrotor mit einem Balkenrotor vergleichbar ist.

### 3.2 Simulation

Um herauszufinden, bei welchen Wellendurchmesser ein Balken- und ein Volumenmodell vergleichbar sind, wird eine Modalanalyse eingesetzt. Dabei werden die Eigenfrequenzen beider Modelle bei unterschiedlichen Wellendurchmessern analysiert und gegenübergestellt. Die Paramtervariation erfolgt in einem Bereich von 2 mm bis 5 mm in 1 mm Schritten. Weisen die Frequenzen beider Modelle eine vertretbare Differenz auf, kann in der Mehrkörpersimulation das Balkenmodell durch ein Volumenmodell ersetzt werden.

Beide Rotoren weisen die gleichen Abmessungen auf,

- Wellendurchmesser von 2 mm bis 5 mm
- Wellenlänge jeweils 40 mm
- Scheibendurchmesser: 40 mm
- Scheibenbreite: 4 mm

jedoch ist der Volumenrotor geschnitten, um in einer späteren Simulation Kanten oder Eckpunkte zur Auswertung selektieren zu können. Des Weiteren wird der Rotor aus den Einzelteilen, Wellen und Rotorscheibe, mit einer gemeinsamen Vernetzung versehen, sodass die Definition von Kontakten entfällt. Die Strukturen weisen folgende Materialeigenschaften auf:

- Scheibendichte:  $7850 \text{ kg/m}^3$
- Wellendichte:  $0 \text{ kg/m}^3$
- E-Modul:  $210000 \text{ N/mm}^2$
- Querkontraktionzahl: 0.3

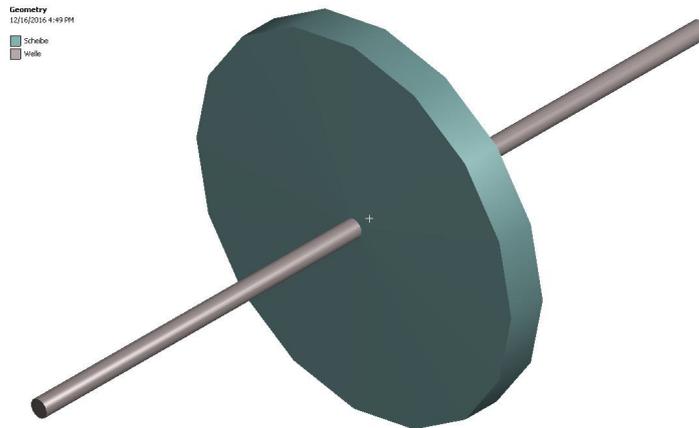


Abbildung 3.1: Balkenmodell beim Frequenzvergleich

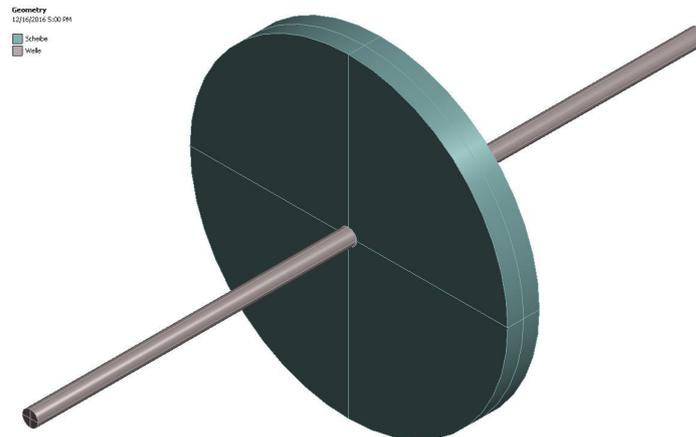


Abbildung 3.2: Volumenmodell beim Frequenzvergleich

Bei allen Analysen sind die Rotoren links und rechts mit einem Remote Displacement versehen. Mit Hilfe dieser externen Verschiebung sind Punkte oder Flächen selektierbar und es kann angegeben werden, welche Translation bzw. Rotation für die Auswahl gilt. Darüber hinaus lässt sich das Verhalten dieser Randbedingung von deformierbar auf starr schalten. Das bedeutet, dass kein Knoten der ausgewählten Fläche sich verschiebt. Im Falle des Vergleichs werden auf beiden Seiten des Rotors die translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade gesperrt, da sonst im Analyseergebnis der Modalanalyse Starrkörpermoden auftreten. Mit einer Frequenz von null liefern diese Moden für die Untersuchung keine nennenswerten Aussagen. Um näherungsweise das Verhalten zwischen Balken- und Volumenrandbedingungen zu bekommen, wird dieses beim Volumenrotor auf starr geschaltet. Dadurch verformt sich die selektierte Fläche genauso wenig wie der Querschnitt des Balkenrotors, wodurch die Vergleichbarkeit gewährleistet werden soll.

Das Netz des Balkenrotors wird in 2 mm große Elemente geteilt. Bei einer Voruntersuchung wurde herausgefunden, dass kleinere Elementgrößen keinen signifikanten Einfluss auf die Eigenfrequenzen der Struktur nehmen. Das Volumenmodell ist komplett mit einem strukturierten Netz aus 10848 Hexaederelementen versehen. Durch die Strukturiertheit

der Diskretisierung kann die Elementanzahl gering gehalten werden, was sich positiv auf die Rechenzeiten auswirkt. In axialer Richtung des Volumenrotors wird den Elementen der Rotorwellen eine Länge von 0,3 mm gegeben und die Rotorscheibe axial mit vier Elemente vernetzt. Weitere Netzeinstellungen sind:

- Drei Elemente entlang des Wellenradius.
- Der geviertelte Wellenumfang wird mit sechs Elementen vernetzt
- Entlang des Scheibenradius werden 18 Elemente gefordert

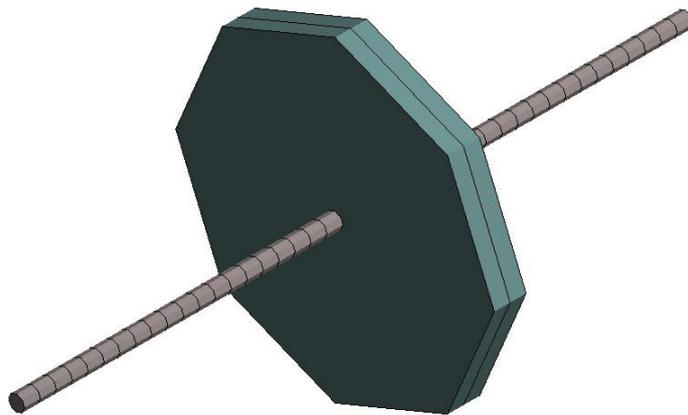


Abbildung 3.3: Vernetzung des Balkenmodells beim Frequenzvergleich

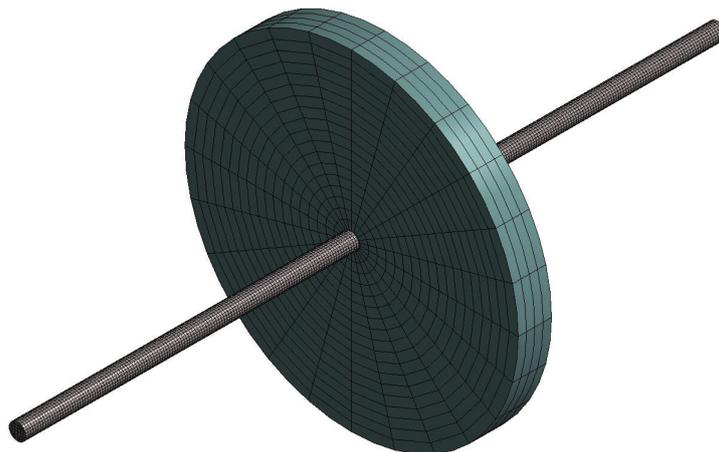
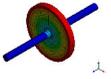
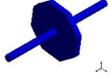
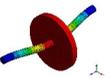
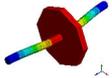
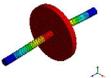
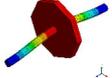
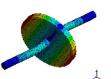
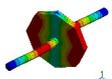
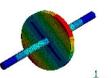
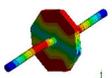
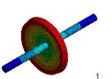
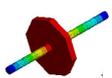
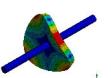
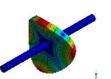
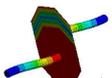
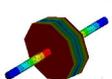


Abbildung 3.4: Vernetzung des Volumenmodells beim Frequenzvergleich

Die Analyse wird auf die gesuchte Modenanzahl von acht eingestellt, wobei Coriolis-Effekte berücksichtigt werden.

### 3 Vergleich Balkenrotor/Volumenrotor

Tabelle 3.1: Eigenform- und Eigenfrequenzvergleich für Wellendurchmesser 5 mm

Nr:	Volumen	Frequenz	Balken	Frequenz	$\Delta f$	Beschreibung
1		882,72 Hz		891,83 Hz	9,11 Hz	Torquemode
2		1194,4 Hz		1223 Hz	28,6 Hz	1. Biegemode
3		1194,4 Hz		1223 Hz	28,6 Hz	2. Biegemode
4		2725,7 Hz		3032,2 Hz	306,5 Hz	1. Kippmode
5		2725,7 Hz		3032,2 Hz	306,5 Hz	2. Kippmode
6		7624,8 Hz	—	—	—	Umbrellamode
6	—	—		11503 Hz	—	Verschiebemode
7		12927 Hz	—	—	—	1. Verdrillungsmode
8		12928 Hz	—	—	—	2. Verdrillungsmode
7	—	—		375000 Hz	—	1. Schubmode
8	—	—		375000 Hz	—	2. Schubmode

Wie in Tabelle 3.1 ersichtlich, können nur die ersten fünf Moden miteinander verglichen werden, da im höherfrequenten Bereich die Moden unterschiedliche Schwingungsformen besitzen. Dadurch werden in den weiteren Vergleichen nur noch die ersten fünf Moden betrachtet.

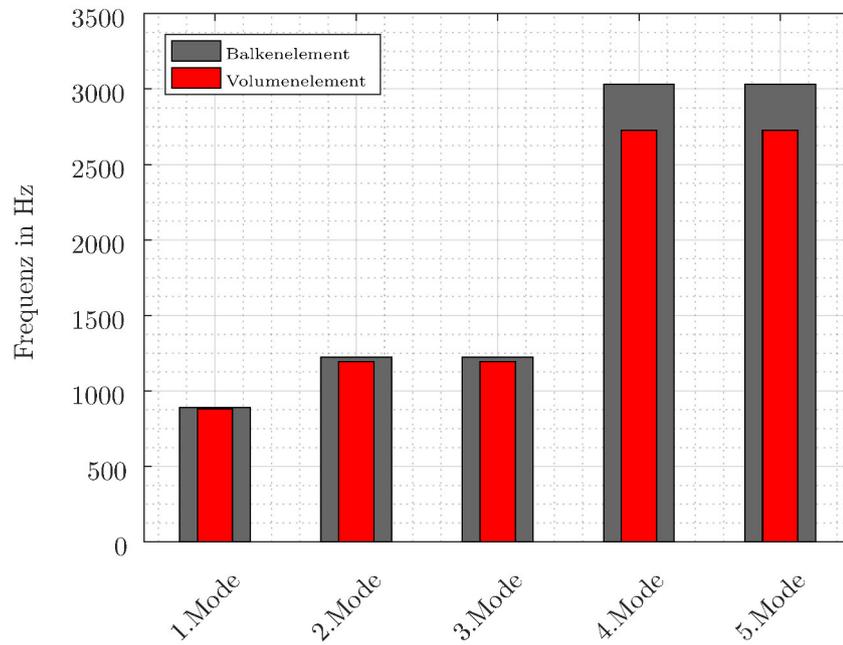


Abbildung 3.5: Frequenzvergleich Wellendurchmesser 5 mm

Folgende Abweichungen treten auf:

1. Mode: 1,02%
2. Mode: 2,34%
3. Mode: 2,34%
4. Mode: 10,11%
5. Mode: 10,11%

### 3 Vergleich Balkenrotor/Volumenrotor

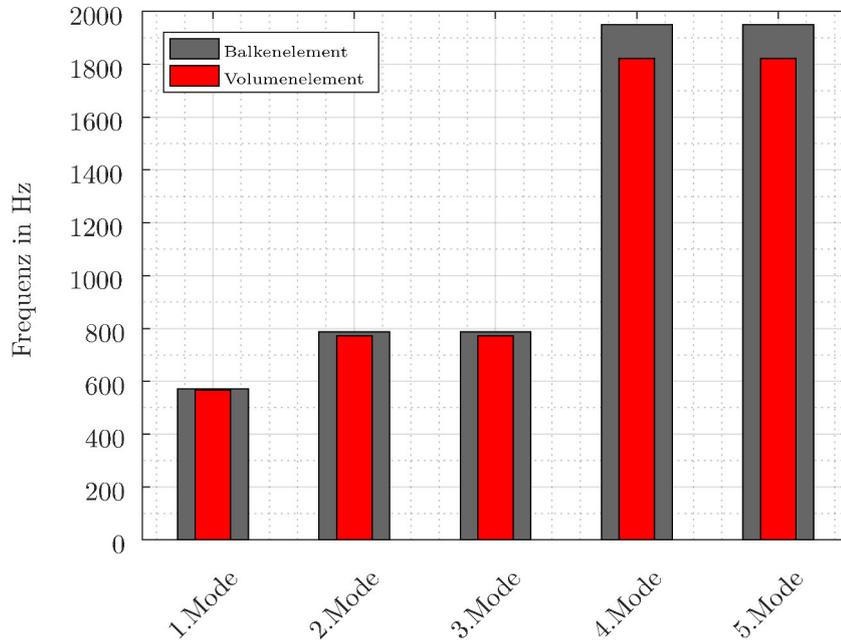


Abbildung 3.6: Frequenzvergleich Wellendurchmesser 4 mm

Tabelle 3.2: Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 4 mm

Nr:	Volumenrotor	Balkenrotor	$\Delta f$	Abweichung	Beschreibung
1	566,37 Hz	570,77 Hz	4,40 Hz	0,77 %	Torquemode
2	771,61 Hz	787,62 Hz	16,01 Hz	2,03 %	1. Biegemode
3	771,61 Hz	787,62 Hz	16,01 Hz	2,03 %	2. Biegemode
4	1822,50 Hz	1950,00 Hz	127,50 Hz	6,54 %	1. Kippmode
5	1822,50 Hz	1950,00 Hz	127,50 Hz	6,54 %	2. Kippmode

### 3 Vergleich Balkenrotor/Volumenrotor

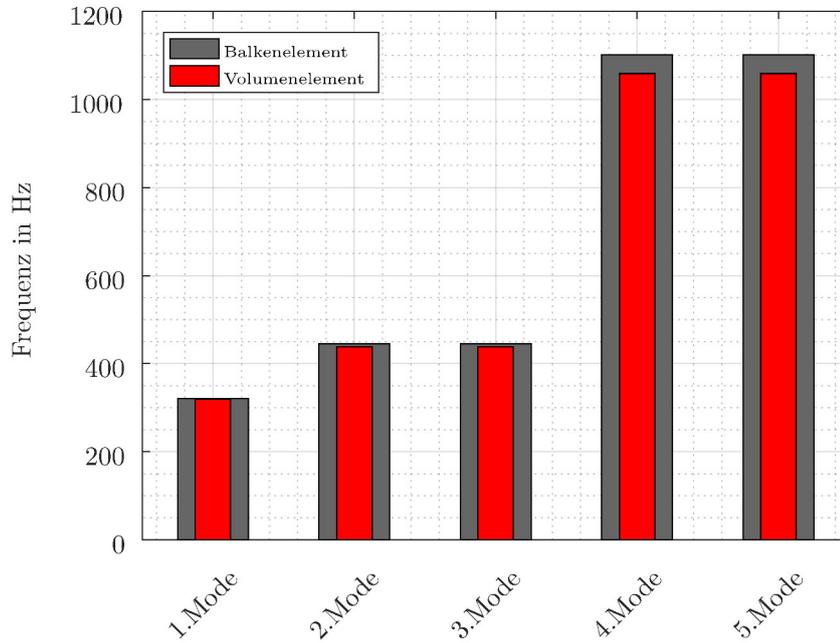


Abbildung 3.7: Frequenzvergleich Wellendurchmesser 3 mm

Tabelle 3.3: Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 3 mm

Nr:	Volumenrotor	Balkenrotor	$\Delta f$	Abweichung	Beschreibung
1	319,31 Hz	321,06 Hz	1,75 Hz	0,55 %	Torquemode
2	438,11 Hz	445,21 Hz	7,10 Hz	1,59 %	1. Biegemode
3	438,11 Hz	445,21 Hz	7,10 Hz	1,59 %	2. Biegemode
4	1058,90 Hz	1101,10 Hz	42,20 Hz	3,83 %	1. Kippmode
5	1058,90 Hz	1101,10 Hz	42,20 Hz	3,83 %	2. Kippmode

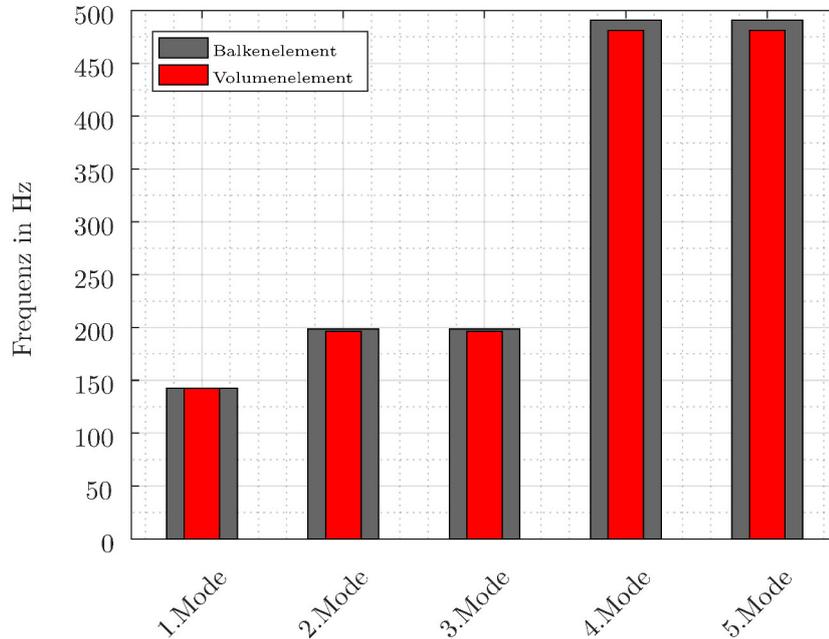


Abbildung 3.8: Frequenzvergleich Wellendurchmesser 2 mm

Tabelle 3.4: Eigenfrequenzabweichungen für Wellendurchmesser 2 mm

Nr:	Volumenrotor	Balkenrotor	$\Delta f$	Abweichung	Beschreibung
1	142,21 Hz	142,69 Hz	0,48 Hz	0,34 %	Torquemode
2	195,56 Hz	198,57 Hz	3,01 Hz	1,52 %	1. Biegemode
3	195,56 Hz	198,57 Hz	3,01 Hz	1,52 %	2. Biegemode
4	481,15 Hz	490,72 Hz	9,57 Hz	1,95 %	1. Kippmode
5	481,15 Hz	490,72 Hz	9,57 Hz	1,95 %	2. Kippmode

Die Analyse zeigt, je kleiner der Durchmesser der Welle wird, um so kleiner ist der Unterschied zwischen den ermittelten Eigenfrequenzen. Dies liegt daran, dass bei kleinen Durchmessern die Schubdeformationen vernachlässigbar klein werden. Dadurch lässt sich statt ein Balkenmodell auch ein Volumenmodell verwenden.

Für die nachfolgenden Analysen der rotordynamischen Effekte, ist der maximale Unterschied von 1,95% vertretbar. Zur Untersuchung der Effekte wird nachfolgend der Rotor mit einem Wellendurchmesser von 2 mm ausgeführt.

### 3.3 Unterschied Timoshenko- zu Bernoullibalken

In ANSYS wird das Standardbalkenelement nach dem Ansatz von Stephan Timoshenko (1878-1972) ausgeführt. Bei der Behandlung von Biegeprobleme gibt es aber mehrerer verschiedene Ansätze der Elementbeschreibung. Eine der bekanntesten Theorien, neben

der Timoshenkotheorie, ist die nach Jakob Bernoulli (1655-1705). Nachfolgend werden die Unterschiede beider Theorien aufgeführt.

*Bernoullische Annahmen:*

Ein Balken wird durch eine Querkraft gebogen. Dabei erfährt jedes Balkenelement keine Winkeländerung, was bedeutet, dass jeder Querschnitt vor und nach der Deformation senkrecht auf der Balkenachse steht (siehe Abb. 3.9). Außerdem sind nach der Deformation alle Querschnitte immer noch eben. Diese Aussagen sind für schlanke Körper, also bei denen die Länge wesentlich größer ist als die Abmessungen ihres Querschnittes hinreichend genau [14].

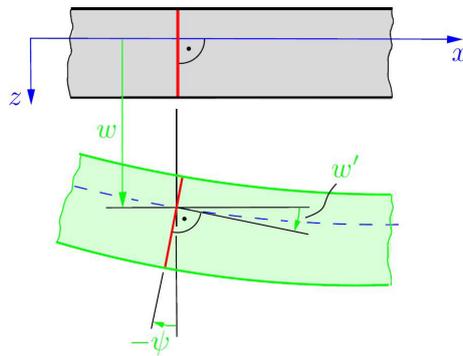


Abbildung 3.9: Balkentheorie nach Bernoulli [14]

*Timoshenkobalken:*

Anders als beim Bernoullibalken wird bei der Timoshenkoschen Balkentheorie der Einfluss der Schubdeformation berücksichtigt [15]. Das bedeutet, dass sich jeder Querschnitt des Balkens nach der Biegung um einen bestimmten Winkel drehen darf (siehe Abb. 3.10). Dadurch ist der Timoshenkobalken elastischer als der Bernoullibalken, wodurch er sich bei gleicher Querkraft weiter verbiegt.

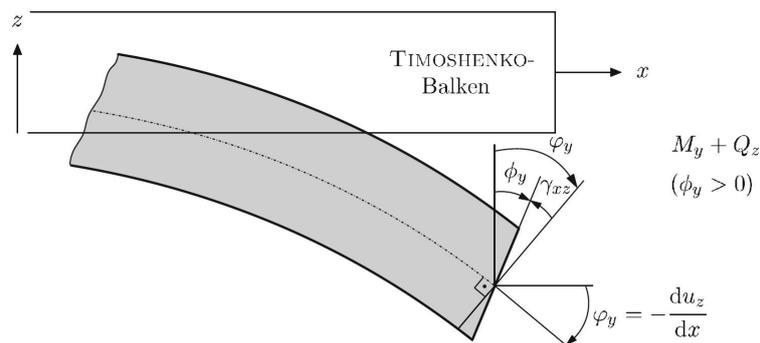


Abbildung 3.10: Balkentheorie nach Timoshenko [18]

# 4 Masseneinfluss der Welle

## 4.1 Motivation

Um in der Mehrkörpersimulation mit flexiblen Bauteilen physikalisch korrekte Ergebnisse zu erhalten, muss der Rotor aus drei Einzelteilen bestehen. Dies sind zweimal die Rotorwellen und einmal die Rotorscheibe. Jedes dieser Teile wird gemäß der CMS-Reduktion zu einem Condensed Part (siehe Abb. 4.1). Jedoch müssen reduzierte Einzelsysteme Masseneigenschaften besitzen. Da in der vorangegangenen Analyse und in den Theorien der Rotordynamik meist von masselosen Wellen ausgegangen wird, muss untersucht werden in wie weit massenbehaftete Wellen auf die Eigenfrequenzen Einfluss nehmen!

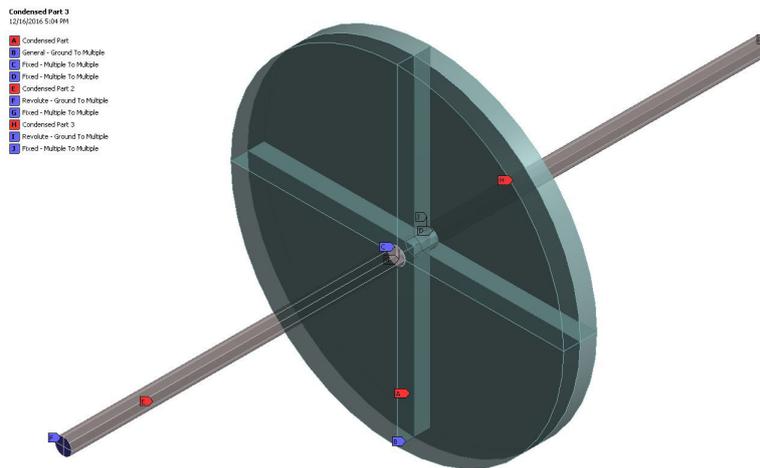


Abbildung 4.1: CMS Reduktion eines Lavalrotors

## 4.2 Simulation

Für die Ermittlung des Einflusses der Wellenmassen auf die Eigenfrequenzen des Rotors, wird wiederum die Modalanalyse herangezogen. Dabei sind die geometrischen Randbedingungen, Materialeigenschaften und Lagerungsbedingungen Kapitel 3 zu entnehmen. Bei den Materialeigenschaften wird jedoch die Dichte der Wellen in den Schritten  $0 \text{ kg/m}^3$ ,  $250 \text{ kg/m}^3$ ,  $500 \text{ kg/m}^3$  und  $1000 \text{ kg/m}^3$  variiert. Danach werden die einzelnen Moden der jeweiligen Simulationsmodelle gegenübergestellt und verglichen.

#### 4 Masseneinfluss der Welle

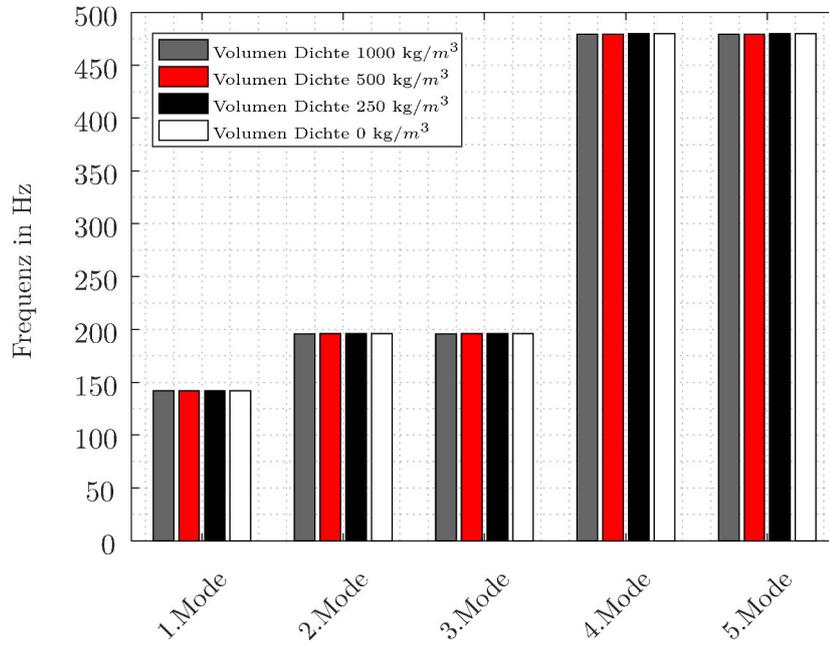


Abbildung 4.2: Eigenfrequenzen des Volumenrotor bei unterschiedlichen Wellendichten

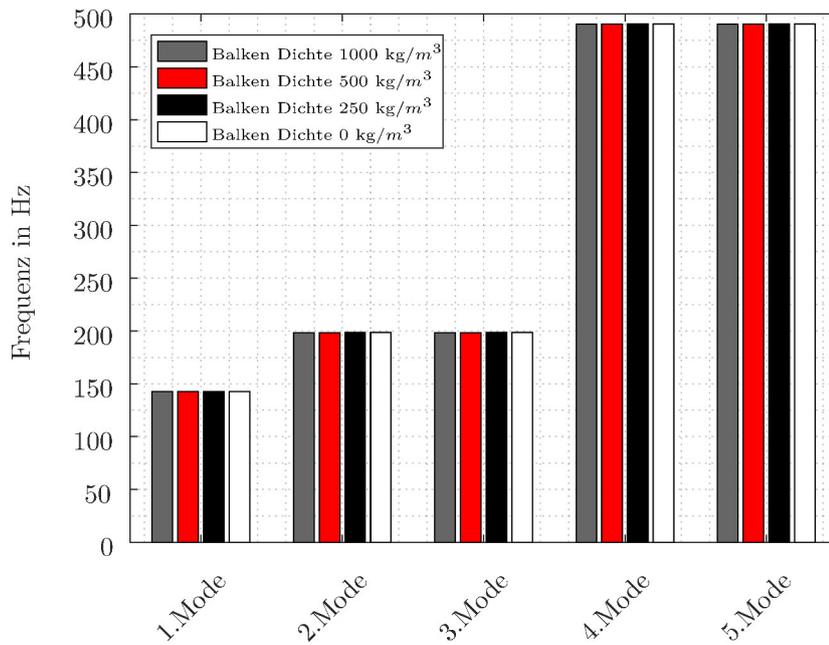


Abbildung 4.3: Eigenfrequenzen des Balkenrotor bei unterschiedlichen Wellendichten

Aus Abb. 4.2 lässt sich folgern, dass die untersuchten Volumenrotoren mit unterschiedlichen Wellendichten nahezu die gleichen Eigenfrequenzen besitzen. Dieses Verhalten lässt sich auch bei Balkenrotoren feststellen (siehe Abb. 4.3). Dadurch ist bewiesen, dass massebhaftete Rotorwellen, keinen signifikanten Einfluss auf die Eigenfrequenzen des untersuchten Modells mit einem Wellendurchmesser von 2 mm haben. Somit wurde die Dichte mit  $1000 \text{ kg/m}^3$  festgelegt. Diese Festlegung rührt daher, dass Simulationen mit höherer Dichte in der MKS stabiler laufen und in weniger Iterationsschritten gelöst werden.

# 5 Rotordynamische Effekte

Um den Einfluss der verschiedenen rotordynamischen Effekte hervorzuheben, wird jeder Effekt im Folgenden separat betrachtet. Des Weiteren werden in den Simulationen Dämpfungseinflüsse außen vor gelassen, da in der MKS, der ANSYS-Version 17.2, keine Definition von Dämpfungen möglich ist.

## 5.1 Statische Unwucht

### 5.1.1 Theorie

Effekte aufgrund von Unwuchten treten immer dann auf, wenn eine Struktur von einem idealen Körper abweicht. Diese Abweichungen entstehen aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten und Materialinhomogenitäten. Bei einem Rotor bewirkt diese Ungenauigkeit eine Ablösung des Massenschwerpunktes von der Drehachse, wodurch die Exzentrizität  $\varepsilon$  entsteht. Wäre er jetzt frei gelagert, würde die Gravitation eine Drehung des Schwerpunktes in Richtung Erdmittelpunkt verursachen. Somit lässt sich die Unwucht im Stillstand messen, wodurch diese Unwuchtart ihren Namen erhalten hat [9]. Wird unter diesen Voraussetzungen eine Winkelgeschwindigkeit auf den Rotor aufgebracht, wirkt auf sein Massenzentrum die Zentrifugalkraft.

$$F_Z = m \cdot \varepsilon \cdot \Omega^2 \tag{5.1}$$

Diese Kraft bezieht sich auf einen biegestarren Rotor. Sie wirkt senkrecht auf die Drehachse und steht im Gleichgewicht mit den Lagerreaktionen links und rechts [20]. Von einem biegestarren Rotor wird gesprochen, wenn die Wellendurchbiegung vernachlässigbar klein ist. Wächst diese radiale Verformung  $\rho_W$  weiter an, muss sie in der Berechnung der Zentrifugalkraft berücksichtigt werden (siehe Abb. 5.1).

$$F_Z = m \cdot (\varepsilon + \rho_W) \cdot \Omega^2 \tag{5.2}$$

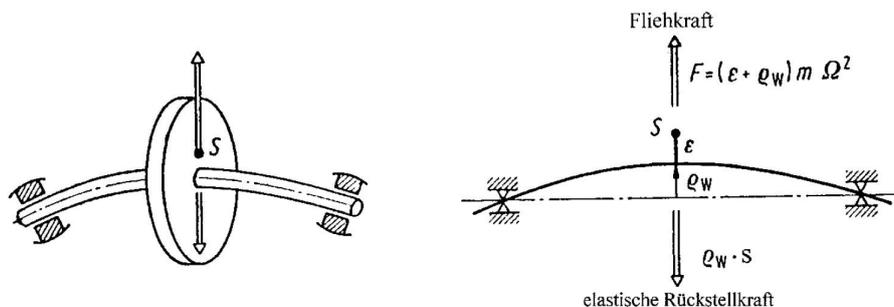


Abbildung 5.1: Statische Unwucht bei elastischem Rotor [11]

Da der Rotor eine Steifigkeit  $s$  besitzt, sträubt er sich gegen diese Durchbiegung. Somit steht die Fliehkraft im Gleichgewicht mit der elastischen Rückstellkraft.

$$s \cdot \rho_W = m \cdot (\varepsilon + \rho_W) \cdot \Omega^2 \quad (5.3)$$

Nach  $\rho_W$  umgestellt und  $\omega = \sqrt{s/m}$  ergibt sich aus Gleichung 5.3 die Wellenverformung

$$\rho_W = \frac{(\Omega/\omega)^2}{1 - (\Omega/\omega)^2} \quad (5.4)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich erkennen, dass mit zunehmender Drehzahl  $\Omega$  die Verformung der Welle immer weiter ansteigt. Die Größe der Exzentrizität wird bei  $\Omega = \omega\sqrt{1/2}$  erreicht. Bei  $\Omega = \omega$  liegt der Resonanzfall vor. Hier steigen die Amplituden bis ins Unendliche, da keine Dämpfung berücksichtigt wird. Dieser kritische Bereich kann jedoch mit einer beschleunigten Durchfahrt überwunden werden. Jenseits der Resonanzstelle liegt der überkritische Abschnitt, indem sich der Rotor selbst zentriert. Diese Zentrierung ist auf das Wirken der Durchbiegung gegen die Exzentrizität zurückzuführen. Bei diesem Zustand klappt der Rotorschwerpunkt nach Innen, was in Abb. 5.2 zu erkennen ist. Wird der Grenzwert betrachtet, bei dem die Drehzahl gegen Unendlich läuft, erreicht die Wellenauslenkung den Wert der Exzentrizität [11].

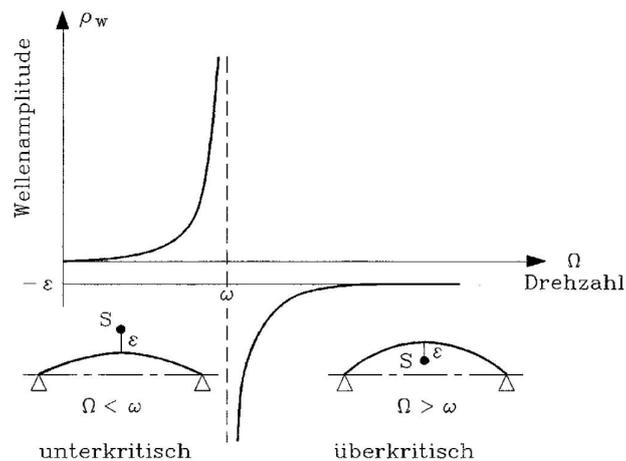


Abbildung 5.2: Die Lage des Rotorschwerpunktes [11]

Bei der statischen Unwucht eines Lavalrotors werden Biegemoden eines Rotors ange-regt, da die Schwingungsrichtung der Eigenschwingungsform mit der Krafrichtung der Zentrifugalkraft übereinstimmt.

### 5.1.2 Modalanalyse

Die Modalanalyse bildet des Grundstein für die Untersuchung der statischen Unwucht. Mit ihr gelingen Aussagen über die Art von Eigenfrequenzen oder wo sich Resonanzstellen befinden. Für diese Analyse werden die geometrischen Randbedingungen, Materialei-genschaften und Lagerungsbedingungen des Balkenrotors aus den vorangegangenen Untersuchungen der Kapitel drei und vier übernommen. Hierbei fließen die gewonnenen Erkenntnisse der Kapitel mit ein. Darüber hinaus wird eine Rotationsgeschwindigkeit im

Bereich von 0 rpm bis 60000 rpm, mit einer Schrittweite von 6000 rpm auf den ganzen Rotor aufgebracht. Für den definierten Abschnitt soll ein Campbelldiagramm erzeugt werden. Folgende Einstellungen sind für die Analyse zu treffen:

- Es soll nach fünf Moden gesucht werden.
- Gedämpfter Eigenwertsolver wird verwendet, um Corioliseffekte berücksichtigen zu können.
- Es sollen elf Lösungsschritte gemacht und aus diesen ein Campbelldiagramm erzeugt werden.

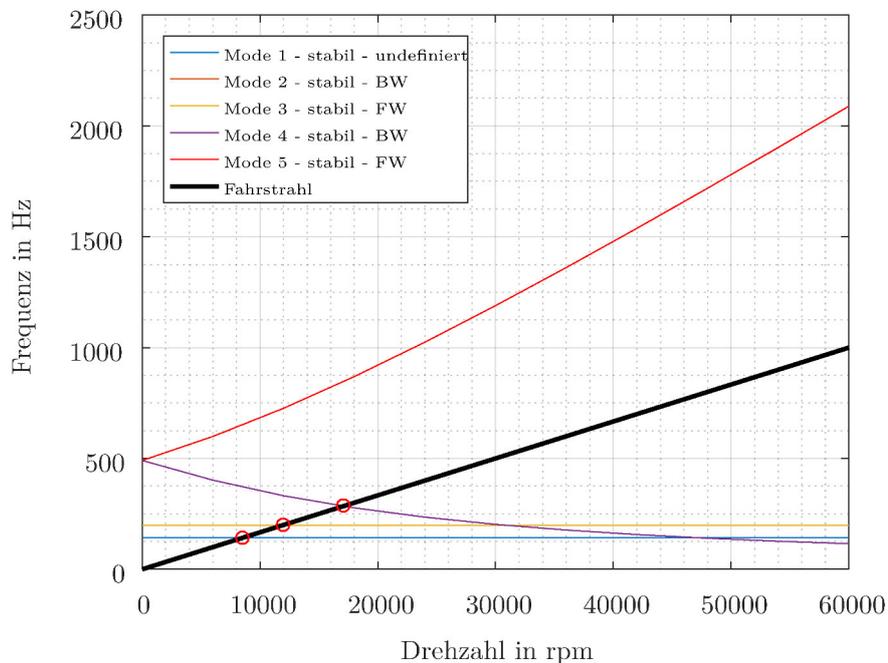


Abbildung 5.3: Campbell Diagramm bei statischer Unwucht

In Abbildung 5.3 ist das Campbelldiagramm dargestellt. Es lassen sich vier Schnittpunkte des Fahrstrahls mit den Kurven der Eigenfrequenzen ausmachen, wobei nur drei ersichtlich sind. Dies liegt daran, dass der zweite und dritte Mode die gleichen Frequenzen aufweisen. Der Mode, welche durch eine statische Unwucht angeregt werden kann, ist die dritte Eigenform. Grund hierfür ist, dass eine solche Anregung unter symmetrischen Lagerbedingungen nur gleichläufige Schwingungsformen, sogenannte „Forward whirls“ ansprechen kann. Außerdem passt die Richtung der Biegeschwingung mit der Krafrichtung der Zentrifugalkraft überein, was ein weiteres Kriterium für das Anregen einer Eigenform darstellt. Das bedeutet, dass die kritische Stelle bei einer Drehzahl von 11914 rpm vorliegt und diese Anregungsform eine Schwingung mit einer Frequenz von 198,57 Hz auslöst. Es ist mit größeren Amplituden bei dieser Drehzahl zu rechnen sofern eine Anregung stattfindet.

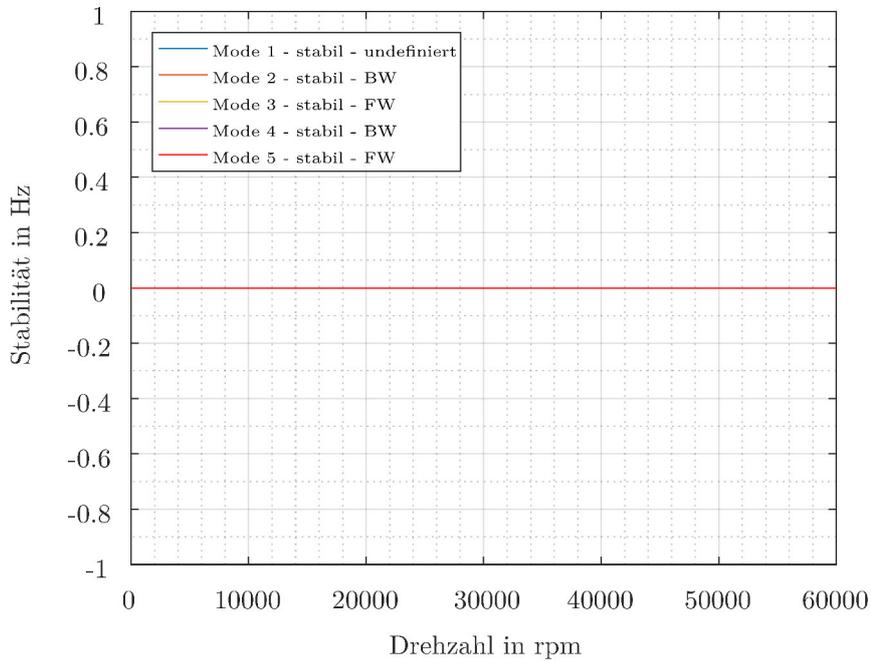


Abbildung 5.4: Stabilitätsdiagramm bei statische Unwucht

Um die Stabilität des Rotors im Betriebsbereich zu überprüfen, wird mit Hilfe der Modalanalyse und den selben Einstellungen wie beim Erzeugen des Campbelldiagramms ein Stabilitätsdiagramm erstellt. Im Stabilitätsdiagramm (siehe Abb. 5.4) lässt sich für den dämpfungsfreien Fall erkennen, dass alle Moden im untersuchten Bereich stabil sind. Wären instabile Eigenformen vorhanden, hätten diese Funktionswerte größer null. Dieses Stabilitätsverhalten trifft für die Realität nicht zu, da Dämpfungen in jedem System vorhanden sind.

### 5.1.3 Frequenzganganalyse

Das Model Setup der Modalanalyse kommt auch bei der Frequenzganganalyse zum Einsatz. Darüber hinaus wird eine Rotating Force mit dem Eigengewicht der Scheibe und eine Exzentrizität von 0,1 mm auf die Struktur aufgebracht. Diese Kraft hat den gleichen Effekt, wie die Zentrifugalkraft die an einer rotierenden Rotorscheibe mit einem um 0,1 mm versetzten Massezentrum angreift. Folgende Einstellungen werden zur Untersuchung des Frequenzganges getätigt:

- Der Untersuchungsbereich erstreckt sich von 0 Hz bis 1000 Hz, welcher in 1000 Intervallen unterteilt wird.
- Es wird eine Lösung der vollen Systemmatrix angewandt, um Corioliseffekte explizit berücksichtigen zu können.

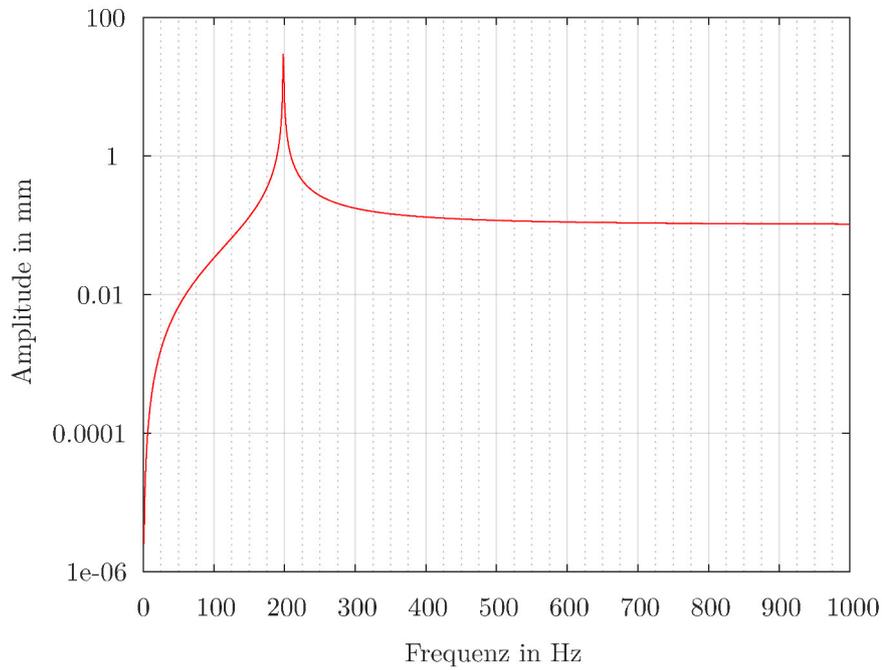


Abbildung 5.5: Frequenzgang in x-Richtung bei statische Unwucht

Im Frequenzgang des Rotormittelpunktes (siehe Abb. 5.5) lässt sich die aus der Modalanalyse ermittelte Resonanzstelle bei 198,57 Hz bestätigen. In diesem Diagramm wächst allerdings die Amplitude an der kritischen Stelle nicht gegen unendlich, was mit der Auflösung zu tun hat. Würde die Anzahl der Intervalle angehoben werden, stiege der Amplitudenausschlag dort drastisch an. Des Weiteren lässt sich die Selbstzentrierung nach der Resonanzstelle erkennen, wo sich der Wert der Amplitude auf den der Exzentrizität einstellt.

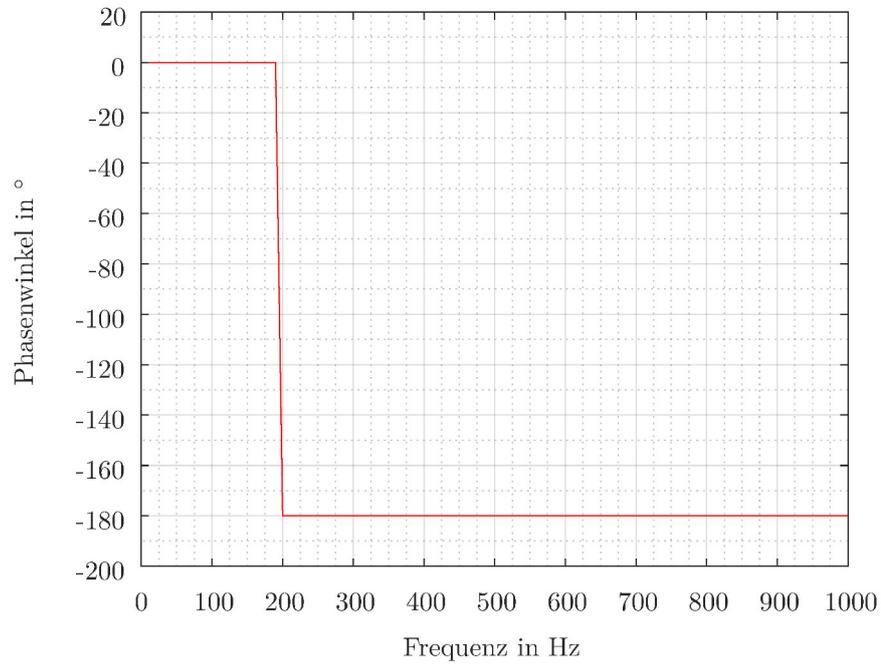


Abbildung 5.6: Phasenverlauf in x-Richtung bei statischer Unwucht

Das Umklappen des Kraftvektors, was dem nach Innen gerichteten Rotorschwerpunkt entspricht, lässt sich im Phasendiagramm (siehe Abb. 5.6) erkennen. Bis zur Resonanzstelle läuft die Auslenkung mit der Kraftrichtung in Phase. Nach dieser sind beide um  $180^\circ$  versetzt, was eine nach Innen gerichtete Kraftrichtung bedeutet und daraufhin sich der Rotor selbst zentriert.

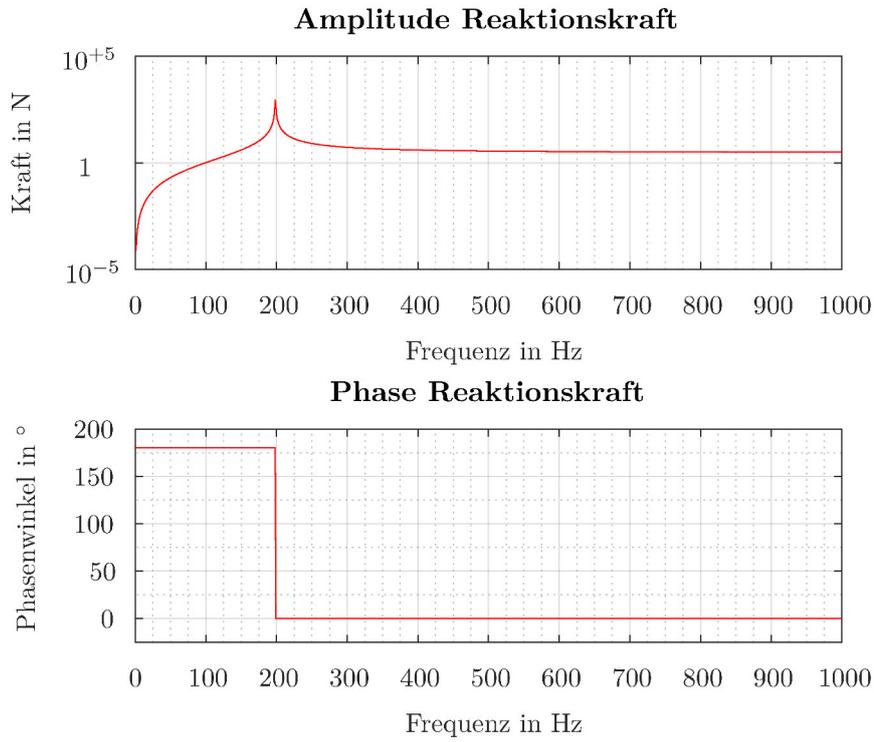


Abbildung 5.7: Lagerreaktion x-Richtung linkes Lager

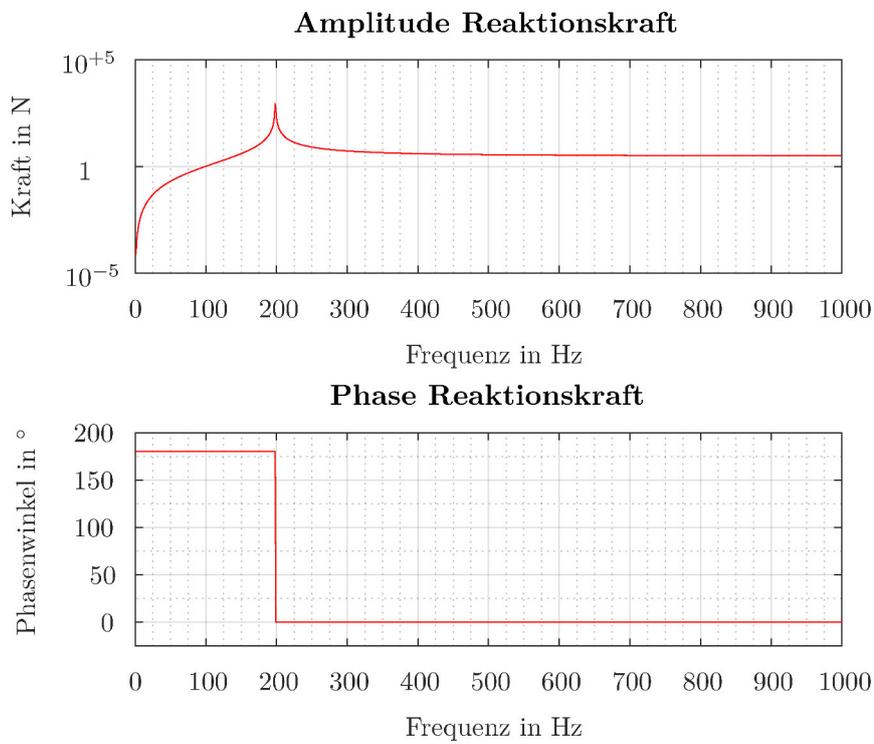


Abbildung 5.8: Lagerreaktion x-Richtung rechtes Lager

Am Verlauf der Reaktionskräfte in den Abbildungen 5.7 und 5.8 lässt sich erkennen, dass auf beiden Seiten die gleiche Kraft ankommt und die beiden Kraftvektoren in die gleiche Richtung zeigen. Diese Krafrichtungen sind gegenläufig zur Zentrifugalkraft, wie es bei einem Rotor mit zentraler Scheibe unter Einfluss einer statischen Unwucht der Fall ist [11].

Um einen späteren Vergleich zur Mehrkörpersimulation herzustellen, wird der Untersuchungspunkt bei 150 Hz festgelegt. Aus dem Frequenzgang lässt sich eine Auslenkung des Rotormittelpunktes von 0,1330 mm ermitteln und aus dem Diagramm der Reaktionskräfte eine Gesamtreaktionskraft von 8.165 N berechnen. Der Orbit dieses Auslegungspunktes ist in Abbildung 5.9 dargestellt.

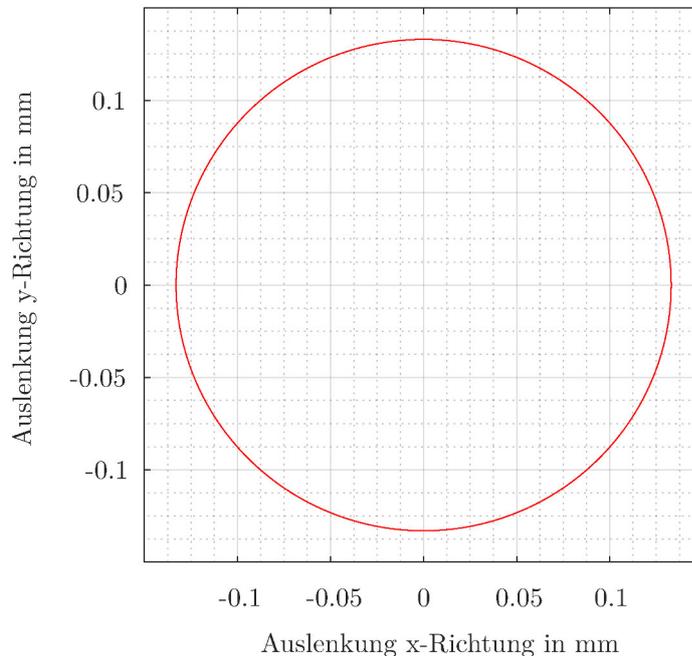


Abbildung 5.9: Orbit des Scheibenschwerpunktes in der Frequenzganganalyse

#### 5.1.4 Mehrkörpersimulation

In der MKS kommt der Volumenrotor aus Kapitel drei und vier zum Einsatz. Die gemeinsame Vernetzung gilt hier nur noch für die einzelnen Bauteile untereinander. Diese Aufteilung rührt daher, dass für ein physikalisch richtiges Ergebnis der Rotor in drei Superelemente, den Condensed Parts zerlegt werden muss. Um das flexible Verhalten der Struktur abbilden zu können, sind für die Wiedergabe des dynamischen Verhaltens 5 Moden in die Kondensierung mit einbezogen. Des Weiteren ist die Scheibe radial um 0.1 mm verschoben, was einer geometrisch modellierten Exzentrizität entspricht. Die Materialeigenschaften und die Netzeinstellungen werden aus den vorangegangenen Kapiteln übernommen.

An den linken und rechten Stirnflächen wird der Rotor jeweils mit einem Gelenk

versehen. Bei diesem Gelenk sind bis auf die Drehbewegung um die Axialrichtung des Rotors alle anderen Freiheitsgrade gesperrt. Außerdem sind die beiden Außenwellen mit der Scheibe jeweils über ein sogenanntes Fixed-Gelenk verbunden. Diese Gelenke verbinden die drei Körper miteinander, indem die Verschiebungen der beiden Verbundflächen die gleichen sind.

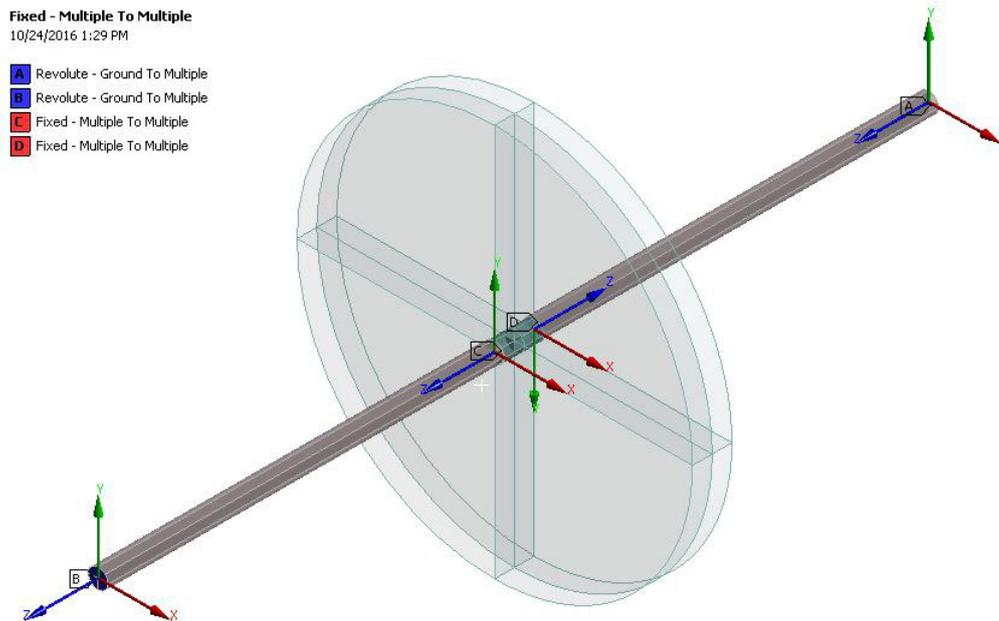


Abbildung 5.10: Gelenke statische Unwucht

Anders als bei der Frequenzganganalyse dreht sich der Rotor jetzt wirklich. Dies erfolgt dadurch, dass die beiden Rotationsgelenke mit dem in Abbildung 5.11 Rotationsgeschwindigkeitsprofil beaufschlagt werden.

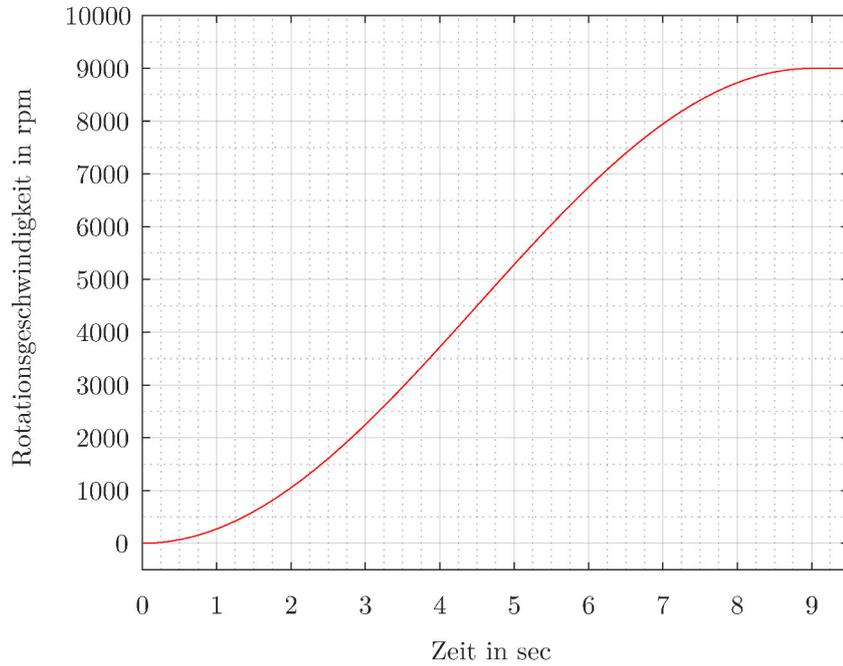


Abbildung 5.11: Geschwindigkeitsprofil statische Unwucht

Da diese Analyseart eine zeitabhängige Analyse ist, müssen noch einige Einstellungen für die einzelnen Zeitschritte getroffen werden:

Tabelle 5.1: Zeitsteuerung der MKS bei der statischen Unwucht

Schrittnummer	Step 1	Step 2
Zeit nach Schritt	9 sec	9.5 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-004 sec	–
Minimaler Zeitschritt	1e-007 sec	1e-007 sec
Maximaler Zeitschritt	2.5e-004 sec	2.5e-004 sec

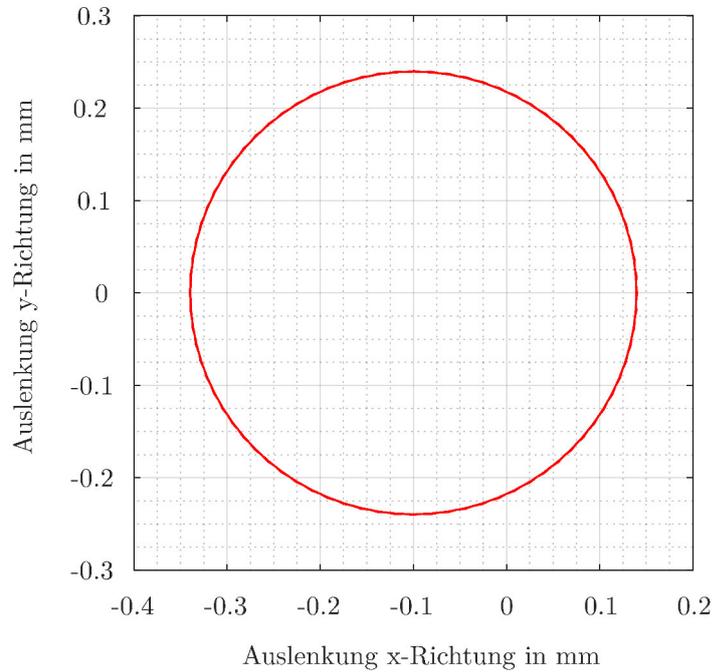


Abbildung 5.12: Orbit des Scheibenschwerpunktes in der MKS

Der in Abbildung 5.12 ersichtliche Orbitplot des Scheibenschwerpunktes entsteht durch eine Auftragung der beiden Auslenkungen in horizontaler und vertikaler Richtung auf den Achsen im Diagramm. Da in der MKS-Analyse für die statische Unwucht eine geometrische Exzentrizität eingesetzt wird, muss in diesem Plot im Durchmesser 0,1 mm abgezogen werden. Damit ergibt sich die tatsächliche Auslenkung, welche bei 150 Hz den maximalen Wert von 0,1406 mm erreicht.

Wie in Abbildung 5.14 ersichtlich, welche eine Vergrößerung aus Abbildung 5.13 entspricht, sind beide Reaktionskräfte nahezu gleich. Die maximale Amplitude am linken Lager beträgt 4.2295 N und am rechten 4.2154 N. Außerdem sind beide Schwingungen phasengleich was bedeutet, dass beide Lagerreaktionen der Zentrifugalkraft entgegenwirken.

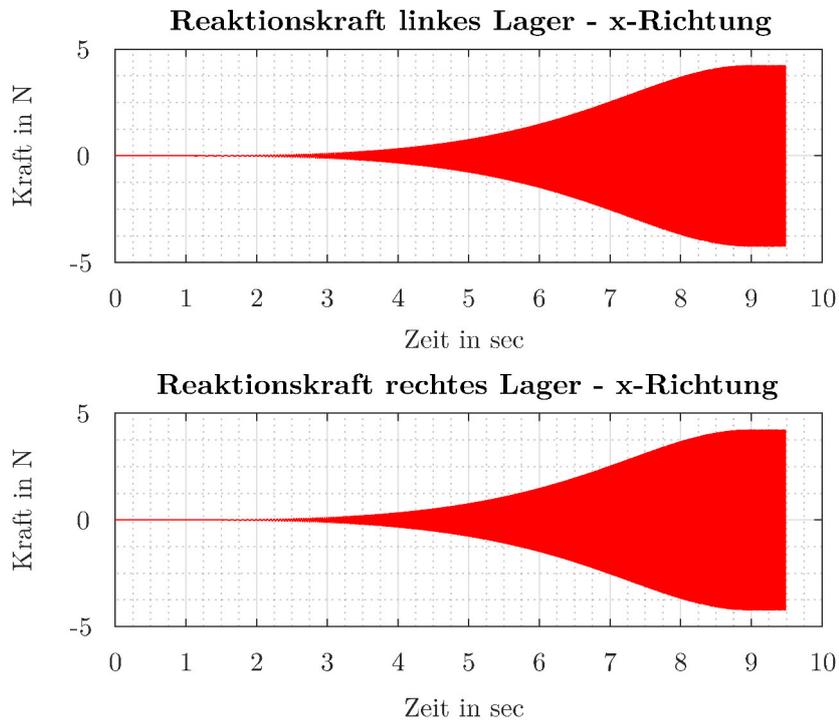


Abbildung 5.13: Reaktionskräfte bei statischer Unwucht in der MKS

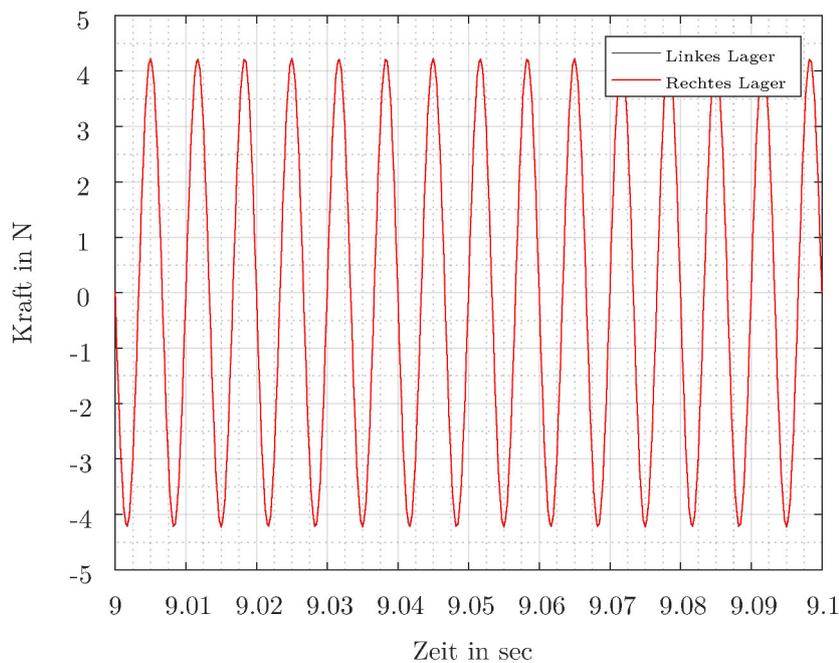


Abbildung 5.14: Reaktionskräfte in x-Richtung bei statischer Unwucht in der MKS

Eine weitere Erkenntnis dieser Untersuchung ist, dass der abweichende Schwerpunkt von einem Masterknoten in einem Superelement berücksichtigt wird, da hier die Exzentrizität durch die geometrische Modellierung eingebracht wird. Wäre dies nicht der Fall, sähe man keine Reaktion infolge der Unwuchtanregung.

Die beschleunigte Durchfahrt durch die Resonanzstelle bzw. die Selbstzentrierung nach der kritischen Drehzahl ist ein weiterer Untersuchungspunkt der Arbeit. Diese Durchfahrt ist trotz Platzierens der höchsten Beschleunigung des Fahrprofils im Resonanzfall und das Erhöhen dieser nicht geglückt. Grund hierfür könnte der fehlenden Einfluss von Dämpfung sein.

### 5.1.5 Analytische Lösung und Vergleich

Da die Wellendurchbiegung im Untersuchungsbereich nicht mehr zu vernachlässigen ist, muss diese in der analytischen Lösung mit berücksichtigt werden. Aus der vorherigen Frequenzganganalyse in Abbildung 5.5 ergibt sich bei 150 Hz eine Amplitude von 0,133 mm. Die Masse der Scheibe beträgt  $3,9456 \cdot 10^{-2}$  kg. Aus diesen beiden Werten ergibt sich nach der Formel 5.2 der Wert der Zentrifugalkraft.

$$F_Z = 3.9456 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot (0,1 + 0,1330) \text{ mm} \cdot (942,48 \frac{1}{s})^2 = 8,166 \text{ N}$$

Die analytische Lösung stimmt ziemlich genau mit der Summe der Reaktionskräfte aus der Frequenzganganalyse überein, da in beiden Lagern in Summe eine Kraft von 8.165 N wirkt. Dadurch erkennt man auch, dass bei der Frequenzganganalyse die Wellendurchbiegung mit in die Kräftebilanz einfließt.

Wird nun mit der Auslenkung aus der MKS die Zentrifugalkraft nach der Formel 5.2 ermittelt, hat diese einen Wert von 8,432 N, was eine kleine Diskrepanz zur Summe der beiden Lagerkräfte aufweist. Wird die Summe aus beiden Lagerkräften mit dem analytisch ermittelten Wert verglichen, wird eine Abweichung von 3,42 % festgestellt.

## 5.2 Momentenunwucht

### 5.2.1 Theorie

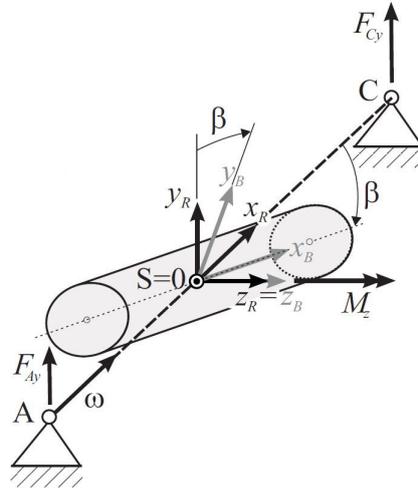


Abbildung 5.15: Modell der Momentenunwucht [20]

Die Momentenunwucht ist eine weitere Art der Unwucht. Sie kann durch eine Schrägstellung der Scheibe bzw. eines Zylinders zur Drehachse entstehen. Aufgrund der Winkeländerung bildet sich ein „Gegenfliehkraftpaar“, welches das sogenannte Zentrifugalmoment senkrecht zur Drehachse induziert. Bei einem rotierenden, schräg gestellten Zylinder (siehe Abb. 5.15) lässt sich mit Hilfe des Drallsatzes dieses Moment

$$M_Z = \frac{m}{24} \cdot \Omega^2 \cdot \sin(2\beta) \cdot (l^2 - 3r^2) \quad (5.5)$$

berechnen [20].

Die Kombination aus statischer Unwucht und Momentenunwucht bildet den allgemeinen Fall, der bei Rotoren auftreten kann. Diese überlagerte Art wird dynamische Unwucht genannt. Beim Auswuchten dieses Falles, reicht es nicht mehr aus den Rotor in seine Ruhelage drehen zu lassen. Um die Auswirkungen des „Fliehkraftpaares“ sichtbar werden zu lassen, muss der Rotor rotieren [23].

### 5.2.2 Modalanalyse

Die Modalanalyse macht, wie auch schon bei der statischen Unwucht, den Anfang der Untersuchung. Sie wird eingesetzt, um den stabilen Betriebsbereich des Rotormodells festzustellen. Der Rotor wird gemäß Abbildung 5.15 ausgeführt.

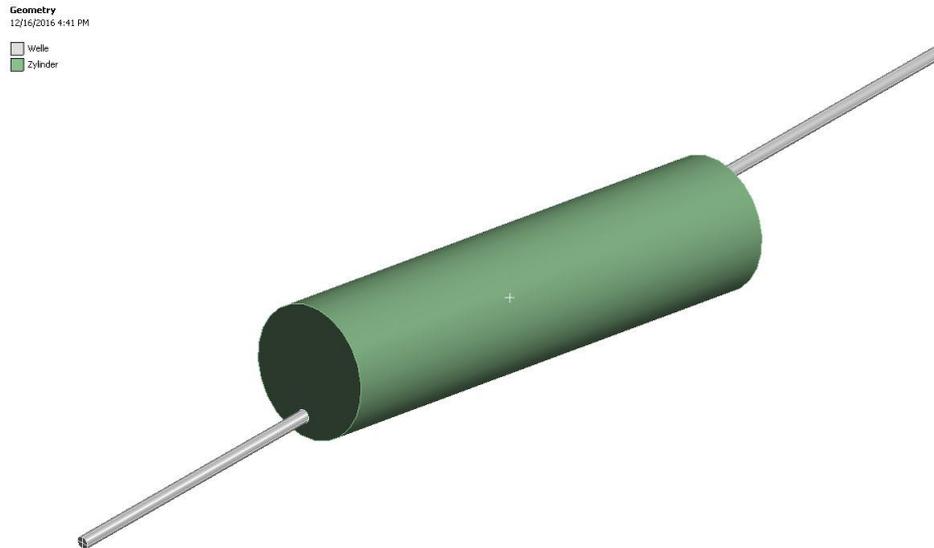


Abbildung 5.16: Simulationsmodell der Momentenunwucht

Dafür wird ein Zylinder, mit einem Durchmesser von 10 mm und einer Länge von 40 mm, um  $10^\circ$  gegenüber der Vertikalen gedreht. An diesem werden links und rechts Wellen im Durchmesser von 2 mm angebunden, sodass der Rotor eine Gesamtlänge von 84 mm aufweist. Um eine Kantenselektierung zu ermöglichen, sind die Wellen in Viertelteilstücke geschnitten und mit Hilfe einer gemeinsamen Vernetzung verbunden. Somit besteht der Rotor aus drei Einzelbauteilen, welche folgende Eigenschaften aufweisen:

- Die Wellen besitzen eine Dichte von  $1000 \text{ kg/m}^3$ .
- Die Dichte des Zylinder wird mit  $7850 \text{ kg/m}^3$  angesetzt.
- Der Zylinder wird als Starrkörper und die Wellen flexibel ausgeführt.
- Der E-Modul aller Bauteile beträgt  $210000 \text{ N/mm}^2$ .
- Bei allen Strukturen wird eine Querkontraktion von 0,3 angegeben.

Da der Zylinder als Starrkörper definiert ist, muss dieser nicht vernetzt werden. Die Wellen werden mit folgenden Einstellungen vernetzt:

- Drei Elemente entlang des Wellenradius.
- Der geviertelte Wellenumfang wird mit sechs Elementen vernetzt.
- Die Sweeping-Methode vernetzt die Wellen in Axialrichtung mit 0,30 mm großen Elementen.

Um das Campbelldiagramm für den Rotor mit dynamischer Unwucht zu erhalten, wird wiederum der Geschwindigkeitsbereich von 0 rpm bis 60000 rpm mit einer Schrittweite von 6000 rpm mithilfe einer Rotationsgeschwindigkeitrandbedingung festgelegt. Außerdem werden links und rechts an den Stirnflächen des Rotors Verschiebungsrandbedingungen aufgegeben. Bei diesen werden alle sechs Freiheitsgrade gesperrt und das Verhalten auf

starr geschaltet. Die Wellen und der Zylinder sind mit Multi-Point-Constraint (MPC)-Bonded-Kontakten verbunden, welche zwischen den einzelnen Körpern platziert werden. Die nachfolgenden Einstellungen sind außerdem für die Simulation nötig:

- Es soll nach fünf Moden gesucht werden.
- Ein gedämpfter Eigenwertsolver wird verwendet, um Corioliseffekte berücksichtigen zu können.
- Es sollen elf Lösungsschritte gemacht und aus diesen ein Campbelldiagramm erzeugt werden.

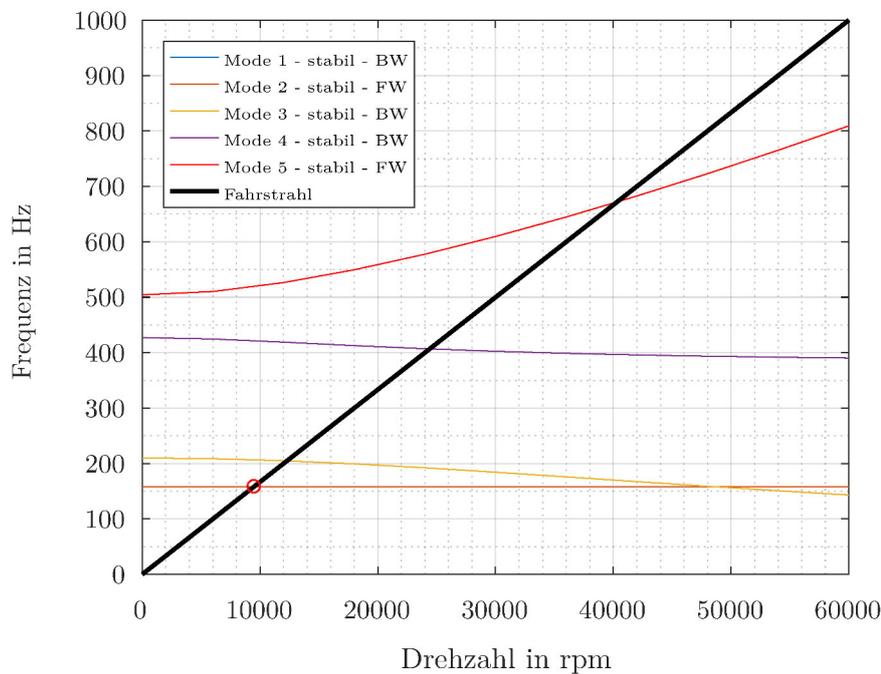


Abbildung 5.17: Campbell Diagramm bei Momentenunwucht

Aus diesem Campbelldiagramm lässt sich erkennen, dass der Rotor bis ca. 9500 rpm stabil ist. Danach weist er eine kritische Stelle mit der zweiten Mode (Kippmode) auf, da diese bei einer solchen Unwuchtart angeregt wird (siehe Abb. 5.17). Er hat zwar an dieser Stelle auch einen Schnittpunkt mit der ersten Mode, aber diese „Backward whirl“-Mode wird bei einer Momentenunwucht und unter symmetrischen Lagerbedingungen nicht angeregt. Für den weiteren Verlauf der Untersuchung wird der Betriebspunkt bei 3000 rpm gesetzt.

### 5.2.3 Statische Analyse

Um die eingeschwingene Reaktion der Struktur zu untersuchen, wird als nächstes eine statische Analyse durchgeführt. Dabei werden sämtliche geometrischen Randbedingungen, Netzeinstellungen, sowie Materialeigenschaften aus der Modalanalyse übernommen.

Anders als bei der vorangegangenen Analyse, wird dem Rotor nur eine Verschiebungsrandbedingung auferlegt. Bei dieser werden alle Freiheitsgrade gesperrt und das Verhalten wiederum auf starr geschaltet. Die Randbedingung wird jedoch nicht über eine Stirnfläche definiert, sondern über beide Wellenstirnflächen. Dadurch lässt sich im Mittelpunkt des Rotors das Zentrifugalmoment direkt auswerten. Um den Betriebspunkt zu untersuchen muss noch eine Rotationsrandbedingung mit einer Rotationsgeschwindigkeit von 3000 rpm um die Längsachse aufgebracht und in den Analyseeinstellungen die Corioliseffekte mit einbezogen werden.

C: static\_Zentrifugalmoment  
Moment Reaction  
12/16/2016 4:44 PM

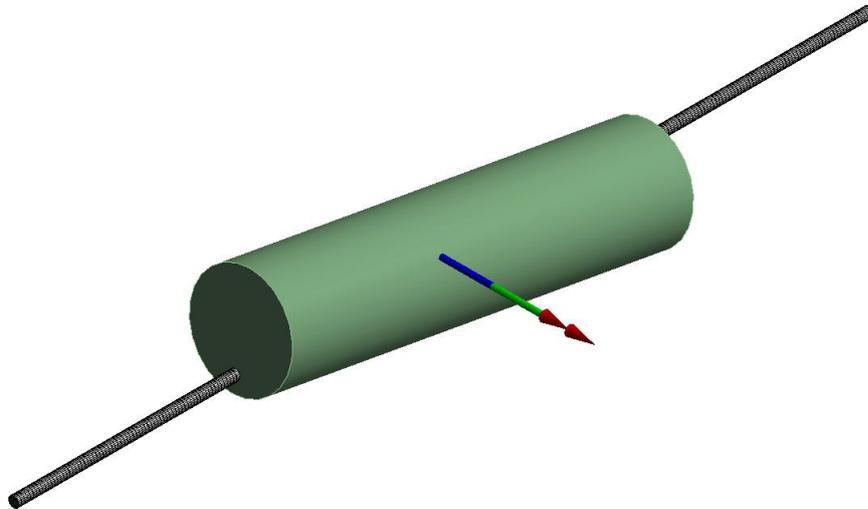


Abbildung 5.18: Lagerreaktion der Momentenunwucht

Danach ergibt sich, wie in Abbildung 5.18 zu sehen, eine Momentenreaktion von  $5,2977 \cdot 10^{-2}$  Nm. Das eingeleitete Moment zeigt aber gegen den in der Abbildung zusehenden Momentenvektor, da hier die Lagerreaktion abgefragt wird und ein Aufstellen des Zylinders bewirkt.

### 5.2.4 Frequenzganganalyse

Momentenunwuchten lassen sich auch in einer Frequenzganganalyse abbilden. Hier wird mit Hilfe des Schnittprinzips, der Zylinder durch ein umlaufendes Moment ersetzt, welches in der Mitte der 84 mm langen, dreigeteilten und mit einem 2 mm Durchmesser versehenen Welle angebunden wird. Diese Welle wird als Balkenmodell ausgeführt, wobei die Teilung mit den gleichen Maßen des eigentlichen Unwuchtmodells erfolgt und die einzelnen Wellenabschnitte über eine gemeinsame Vernetzung verbunden werden (siehe Abb. 5.19).

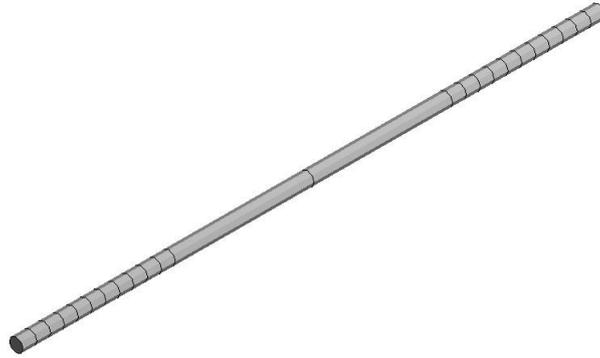


Abbildung 5.19: Balkenmodell Momentenunwucht

Das umlaufende Zentrifugalmoment wird mit dem in der Anlage 1 befindlichen ANSYS Parametric Design Language (APDL)-Code erzeugt. Für dieses Modell werden die selben Materialeigenschaften definiert und die Verschiebungsrandbedingung aus der statischen Analyse eingesetzt. Die beiden Wellenabschnitte, links und rechts, erhalten Elemente mit einer Größe von 2 mm. Der mittlere Abschnitt wird nur mit zwei Elementen versehen, wodurch er sich nahezu starr verhält.

Die Analyse wird in einem Frequenzbereich von 0 Hz bis 1000 Hz mit 100 Intervallen durchgeführt. Auch dieses mal ist eine Lösung der vollen Systemmatrix anzuwenden, um explizit Corioliseffekte berücksichtigen zu können.

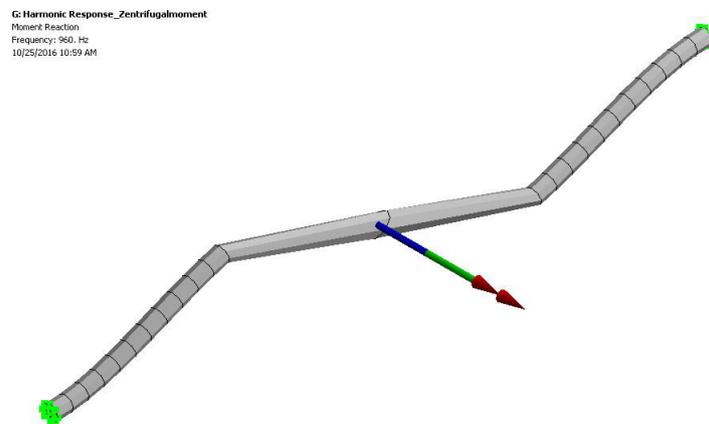


Abbildung 5.20: Reaktion des Balkens auf ein umlaufendes Moment

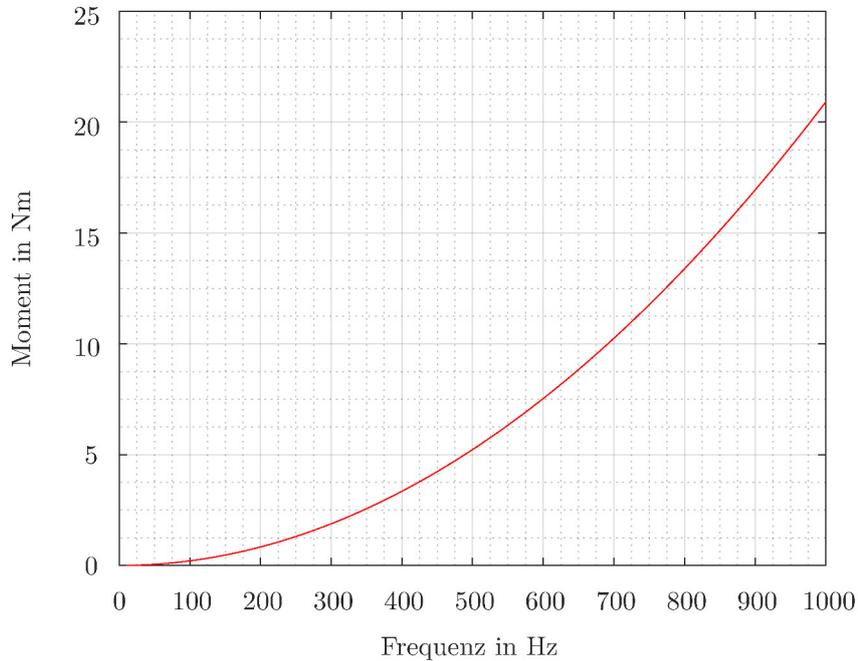


Abbildung 5.21: Verlauf des Reaktionsmomentes um die x-Achse über den Frequenzbereich

In Abbildung 5.21 ist die quadratische Abhängigkeit nach Formel 5.5 zu erkennen. Im Betriebspunkt von 3000 rpm, was 50 Hz entspricht, ergibt sich somit ein Reaktionsmoment von  $5,237 \cdot 10^{-2}$  Nm.

### 5.2.5 Mehrkörpersimulation

Für die Abbildung der Momentenunwucht in der MKS wird der Rotor aus der vorhergegangenen statischen Analyse verwendet und die gleichen Materialeigenschaften, sowie die selben Netzeinstellungen finden ihre Anwendung. Um die Flexibilität mit ins Spiel zu bringen, sind die beiden Wellen als jeweils ein Condensed Part ausgeführt, wobei für das dynamische Verhalten, innerhalb der Struktur, fünf Moden berücksichtigt werden. Der Zylinder ist weiterhin als starrer Körper ausgeführt. Die Verbindung zwischen Wellen und Zylinder sind jetzt jedoch nicht mehr über Kontakte ausgeführt, sondern über Fixed-Gelenke. Außerdem ist der Rotor an der linken und rechten Stirnfläche mit einem Rotationsgelenk versehen, welches nur eine Drehbewegung in axialer Richtung zulässt (siehe Abb. 5.22). An jedem dieser Rotationsgelenke wird eine Rotationsgeschwindigkeit nach dem in Abbildung 5.23 zusehenden Geschwindigkeitsprofil aufgebracht.

## 5 Rotordynamische Effekte

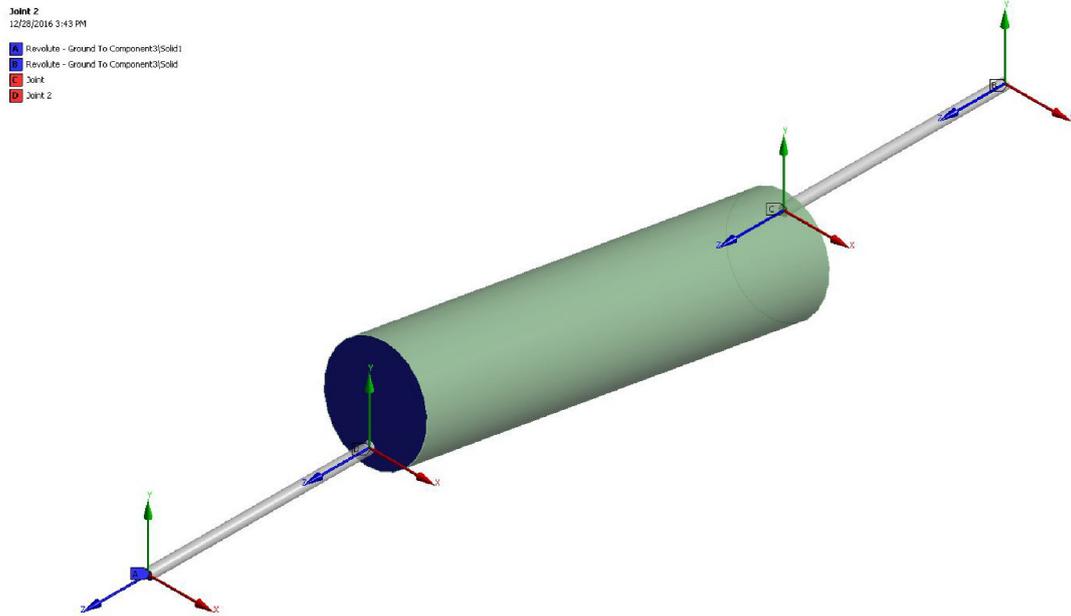


Abbildung 5.22: Gelenke am Volumenmodell der Momentenunwucht

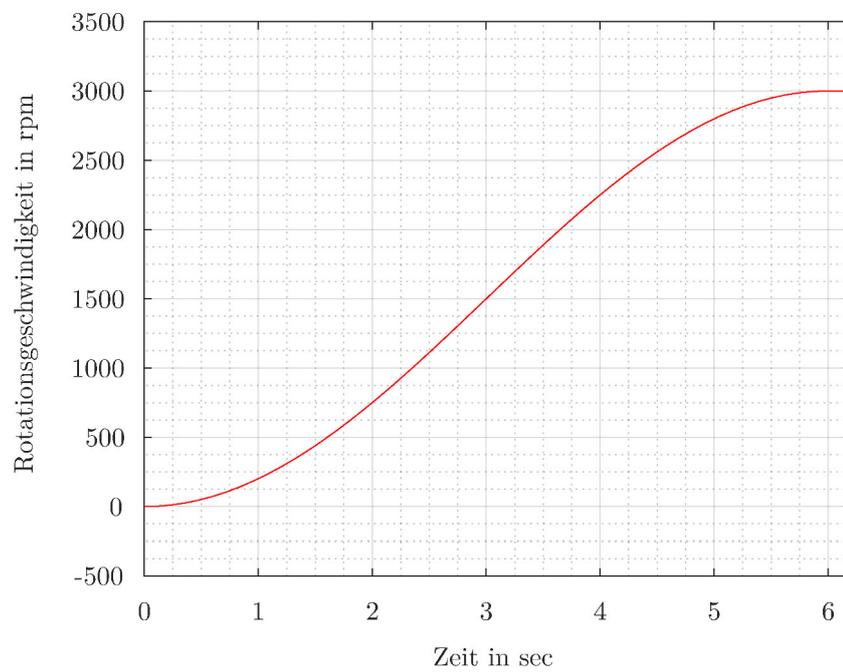


Abbildung 5.23: Geschwindigkeitsprofil Momentenunwucht

Die Zeitsteuerung ist wie folgt eingestellt:

Tabelle 5.2: Zeitsteuerung der MKS bei der Momentenunwucht

Schrittnummer	Step 1	Step 2
Zeit nach Schritt	6 sec	6.2 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-003 sec	–
Minimaler Zeitschritt	1e-004 sec	1e-007 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-003 sec	1e-003 sec

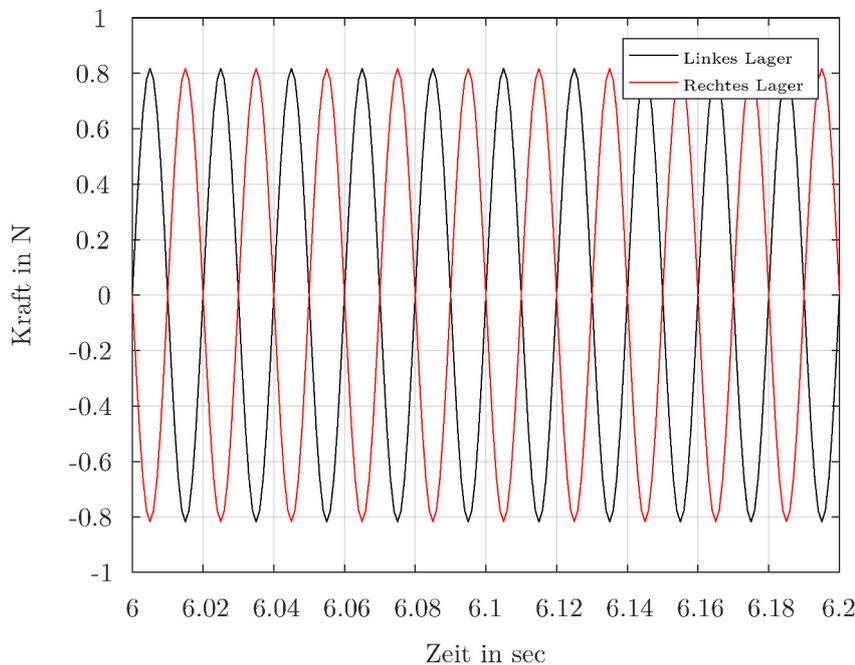


Abbildung 5.24: Reaktionskräfte in x-Richtung Momentenunwucht

In Abbildung 5.24 wird der Verlauf der Reaktionskräfte in x-Richtung, im Bereich konstanter Drehzahl dargestellt. Dabei lässt sich schön erkennen, dass beide Kräfte zueinander um  $180^\circ$  phasenversetzt sind. Außerdem sind beide Kraftamplituden mit einem Wert von  $0,8174\text{ N}$  betragsmäßig gleich groß, was auf ein in der Mitte angreifendes Moment hindeutet. Diese Konstellation ist bei dem vorhandenen Aufbau gegeben. Mit dieser Reaktionskraft und der halben Rotorlänge, lässt sich nun das Reaktionsmoment berechnen.

$$M_Z = 2 \cdot F_R \cdot \frac{L}{2} = 2 \cdot 0,8174\text{ N} \cdot \frac{0,084\text{ m}}{2} = 0,0687\text{ Nm} \quad (5.6)$$

### 5.2.6 Analytische Lösung und Vergleich

Die analytische Lösung ergibt sich aus Formel 5.5, mit den gegebenen Maßen und dem Betriebspunkt von 3000 rpm.

$$M_Z = \frac{2,4381 \cdot 10^{-2}}{24} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz})^2 \cdot \sin(2 \cdot (-10^\circ)) \cdot [(0,04 \text{ m})^2 - 3(0,005 \text{ m})^2]$$

$$M_Z = -0,0523 \text{ Nm}$$

Mit dieser analytischen Lösung lassen sich nun die durchgeführten Analysen bewerten. Dabei stellt man fest, dass die statische Analyse mit einer Abweichung von 1,30 % und die Frequenzganganalyse mit einer Abweichung von 0,13 % sehr genau das errechnete Ergebnis treffen. Lediglich das Moment aus der MKS-Analyse mit einer Abweichung von 31,36 % fällt zu hoch aus.

## 5.3 Stress Stiffening

### 5.3.1 Theorie

Stress Stiffening, oder auch Spannungsversteifung genannt, ist ein nichtlinearer Effekt der Einfluss auf Eigenfrequenzen einer Struktur haben kann. In der Rotordynamik werden zum Beispiel die Biegeeigenfrequenzen von Turbinenschaufeln beeinflusst. Durch das Angreifen der Zentrifugalkraft an den Schaufeln entsteht eine Vorspannung in radialer Richtung, wodurch die Bauteile steifer gegenüber senkrechter Belastung werden. Da die Fliehkraft abhängig von der Drehzahl des Rotors ist, steigt die Steifigkeit mit Erhöhung der Drehzahl an [5].

$$K = K_{Structure} + K_{Stiff}(\Omega) \quad (5.7)$$

Dieser Effekt kann anschaulich anhand einer Gitarrensaite dargestellt werden. Dabei wird durch die Längung der Saite die Frequenz der Biegeeigenform erhöht, wodurch sich die Akustik der Gitarre ändert.

### 5.3.2 Vorgespannte Modalanalyse

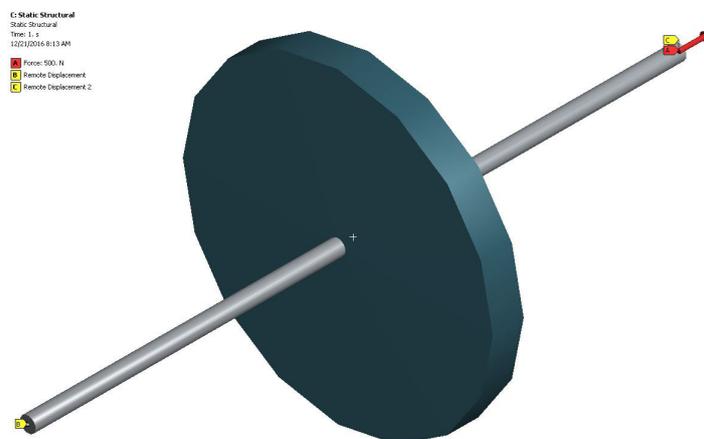


Abbildung 5.25: Randbedingungen der vorgeschalteten Statik

Um den Effekt der Spannungsversteifung in einem ersten Schritt zu zeigen, wird die Modalanalyse der statischen Unwucht aus Kapitel 5.1.2 mit einer vorgespannten Modalanalyse verglichen. Diese Vorspannung gelingt mit Hilfe einer vorgeschalteten statischen Analyse, bei der die sonst in der Modalanalyse definierten Verschiebungsrandbedingungen aufgebracht werden. Diese Remote Displacements sind so definiert, dass auf der einen Seite des Rotors alle Freiheitsgrade und auf der anderen alle bis auf die axial Richtung gesperrt sind, da hier eine Zugkraft mit 500 N angreift (siehe Abb. 5.25). Sonst werden für diese Analyse sämtliche geometrischen Randbedingungen, Materialeigenschaften und Netzeinstellungen aus der Modalanalyse der statischen Unwucht übernommen. Mit der Lösung dieser Statikuntersuchung wird eine Modalanalyse vorgespannt und ein Campbelldiagramm mit den gleichen Einstellungen der nicht vorgespannten Modalanalyse erzeugt.

Aus dem Campbelldiagramm (siehe Abb. 5.26), bei welchen die Moden aus der vorgespannten, sowie die aus der normalen Modalanalyse eingetragen sind, lässt sich ein Verschieben einzelner Moden, auf Grund Spannungsversteifung, in einen höheren Frequenzbereich erkennen. Die Eigenformen, bei denen eine Veränderung der Frequenz eintritt, weisen Verschiebungskomponenten normal zur Krafrichtung der Vorspannung auf. Dies ist der Grund, warum sich die erste Eigenform in ihrer Frequenz nicht ändert, da diese nur eine Verdrillung (Torquemode) des Rotors bewirkt.

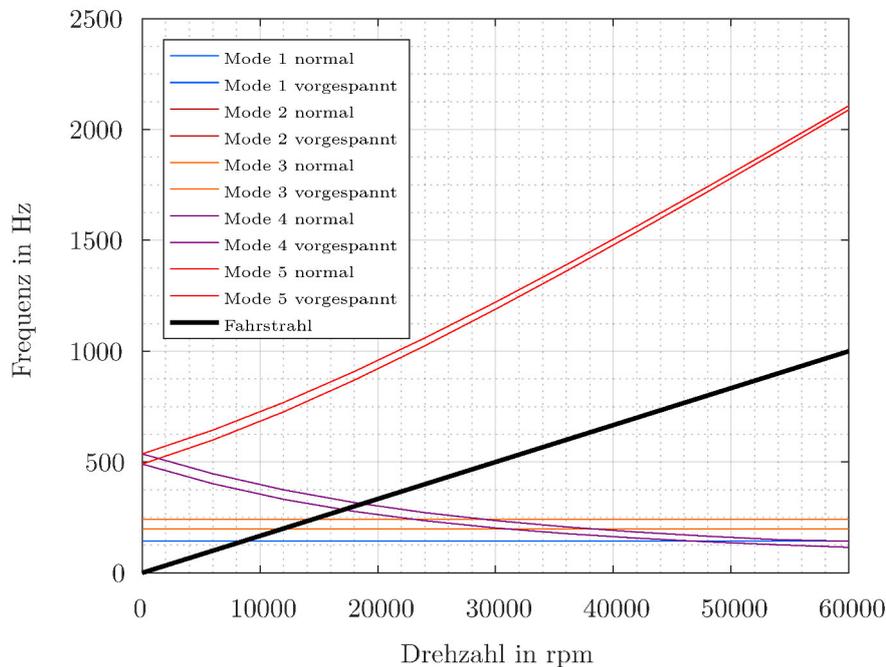


Abbildung 5.26: Campbelldiagramm mit und ohne Vorspannung

### 5.3.3 Vorgespannte Frequenzganganalyse

Da der vorherige Vergleich gezeigt hat, dass die Eigenfrequenzen der bestimmten Moden ansteigt, was eine Versteifung der Struktur bedeutet, soll nun die Auslenkung im Frequenzbereich aus Kapitel 5.1.3 mit einem vorgespannten Frequenzgang verglichen werden. Die Vorspannung wird hierfür, wie bei der Modalanalyse, mit einer vorgeschalteten statischen Analyse erreicht. Das Model-Setup der Statik ist dabei das selbe, wobei mit der Lösung jetzt eine Frequenzganganalyse vorgespannt wird. Mit ihr ist, nach den selben Einstellungen der nicht vorgespannten Analyse, der Frequenzgang des Rotorschwerpunktes zu erzeugen. Dieser lässt sich nun in einem Diagramm mit dem nicht vorgespannten Verlauf darstellen und bewerten.

Am Verlauf beider Frequenzgänge (siehe Abb. 5.27) ist die Verschiebung der Resonanzstelle, auf Grund von Spannungsversteifung, schön zu erkennen. Außerdem zeigt sich im vorderen Teil, bis zur Resonanzstelle, die Auswirkung der Versteifung auf das Ansteigen der Amplituden. Im versteiften Fall erreichen, bei gleicher Frequenz, die Amplituden einen niedrigeren Wert als im nicht versteiften Fall.

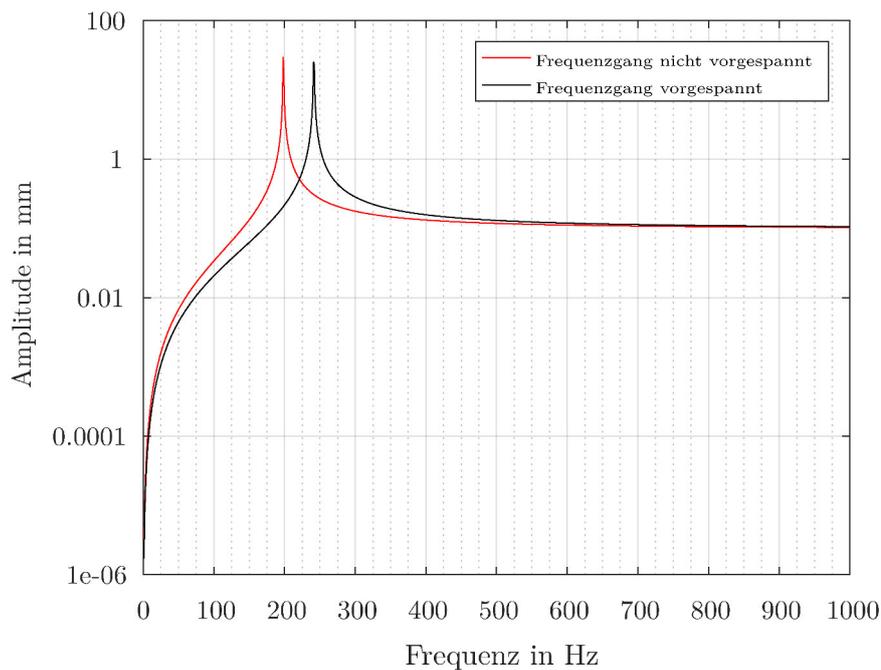


Abbildung 5.27: Frequenzgang mit und ohne Vorspannung

### 5.3.4 Mehrkörpersimulation

In den beiden vorhergegangenen Analysen ist zu sehen, wie sich die Versteifung auf das Frequenzverhalten auswirkt. Da eine Untersuchung der Spannungsversteifung über die Eigenfrequenzen ein eindeutigeres Ergebnis liefert, wird in der MKS der Rotor aus Kapitel 5.1.4 nicht rotiert, sondern wie eine Gitarrensaite angezupft. Dadurch lässt sich im Schwingverhalten die Frequenz der Schwingung analysieren, welche bei einem

vorgespannten eine andere als bei einem ohne Vorspannung schwingenden Rotor ist.

Beide nachfolgenden Analysen verwenden den Rotor, das Model-Setup, die Materialeigenschaften und Netzeinstellungen aus Kapitel 5.1.4, jedoch werden die Rotationsgelenke an den Stirnflächen gegen General-Gelenke ausgetauscht. Bei diesen Gelenken lassen sich die offenen Freiheitsgrade nach Belieben einstellen. Außerdem wird mittig an der Mantelfläche der Scheibe ein General-Gelenk platziert, dessen Freiheitsgrade alle als offen definiert sind (siehe Abb. 5.28). Die Reduktion des Rotors erfolgt im selben Stil der statischen Unwucht, bei der auch fünf Moden in die Rechnung mit einbezogen werden. Darüber hinaus sind die nachfolgenden Zeiteinstellungen bei beiden Analysevarianten gesetzt.

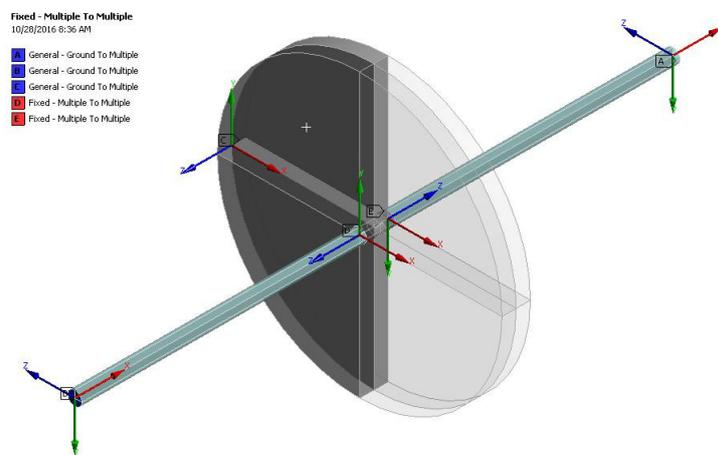


Abbildung 5.28: Gelenkanordnung bei der Untersuchung von Stress stiffening

Tabelle 5.3: Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung von Stress Stiffening

Schrittnummer	Step 1	Step 2	Step 3
Zeit nach Schritt	0.5 sec	5.5 sec	5.7 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-003 sec	–	–
Minimaler Zeitschritt	1e-007 sec	1e-007 sec	1e-007 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-003 sec	2.5e-004 sec	2.5e-004 sec

Im nicht vorgespannten Fall sind in den General-Gelenken alle Bewegungsrichtungen und Rotationen gesperrt. Über das an der Scheibe angebrachte Gelenk wird nun eine Verschiebung mit einem vorgegebenen Verschiebungsprofil (siehe Abb. 5.29) eingeleitet und nach Erreichen des Maximalwertes losgelassen.

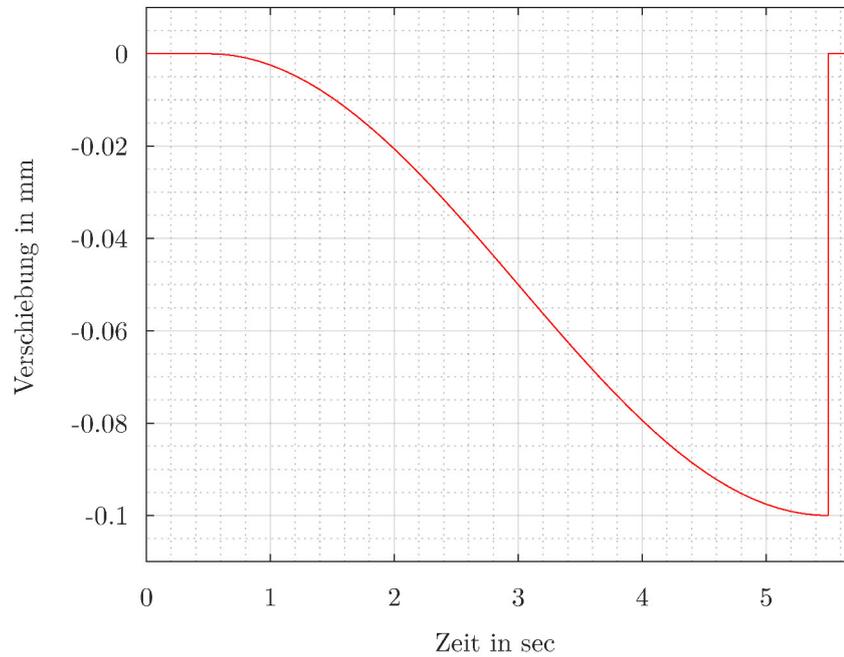


Abbildung 5.29: Verschiebungsprofil des mittleren Gelkes in örtlicher x-Richtung

Der vorgespannte Fall zeichnet sich dadurch aus, dass vor der Verschiebungseinleitung, an den Gelenken links und rechts des Rotors, jeweils eine Kraft nach den Profilen aus Abbildung 5.30 zieht. Dabei muss die Translation in Rotoraxialrichtung der Gelenke geöffnet sein.

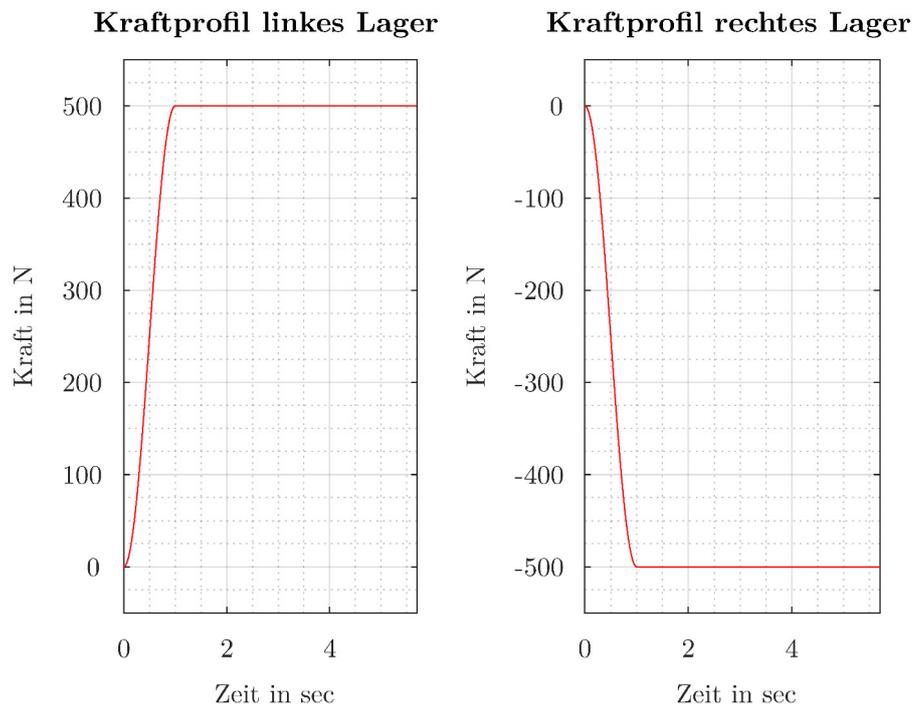


Abbildung 5.30: Kraftprofil der äußeren Gelenke in örtlicher x-Richtung

Das Schwingverhalten, welches an dem mittig angebrachten Gelenk ausgewertet wird, ist für beide Fälle in Abbildung 5.31 dargestellt. Da beide Kurven identisch sind, also keine Frequenzänderung durch Vorspannung stattfinden, ist in ANSYS 17.2 mit diesem Modelaufbau kein Stress stiffening abbildbar.

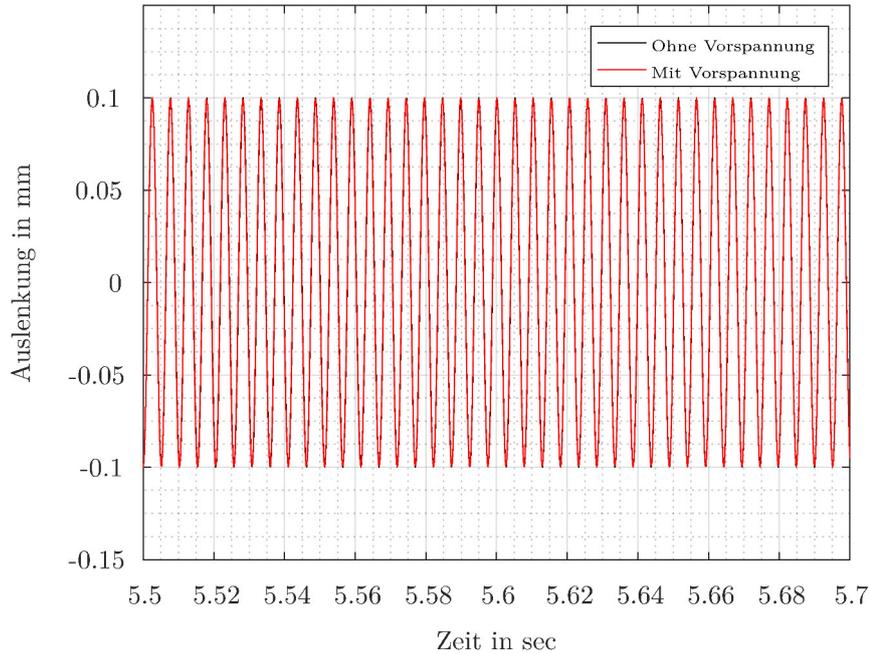


Abbildung 5.31: Vergleich der Verschiebung in örtlicher x-Richtung des Scheibengelenkes

## 5.4 Spin Softening

### 5.4.1 Theorie

Der nichtlineare Effekt bei dem eine Struktur unter Einfluss der Zentrifugalkraft an Steifigkeit verliert, wird Spin Softening genannt. Dieser Einfluss lässt sich bei Rotorschaukeln zeigen. Beim Rotieren verlieren die Schaufeln in radialer Richtung an Steifigkeit, was durch eine Reduzierung der Eigenfrequenz in dieser Richtung erkennbar wird. Die Steifigkeit der Struktur setzt sich dabei wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned}
 K_{sxx} &= K_{xx} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \cdot M_{xx} \\
 K_{syy} &= K_{yy} - (\omega_z^2 + \omega_x^2) \cdot M_{yy} \\
 K_{szz} &= K_{zz} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \cdot M_{zz}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich erkennen, dass im Grenzfall die Steifigkeit zu null werden kann. Dies würde das Gleichgewicht zwischen Fliehkraft und Rückstellkraft bedeuten. Erhöht sich nun die Drehzahl weiter, würde das System kollabieren [26].

### 5.4.2 Modalanalyse

Da beim Spin Softening eine Steifigkeitsminderung in Radialrichtung abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit auftritt, wird hierfür ein spezielles Modell zur Untersuchung dieses Effektes verwendet (siehe Abb. 5.32). Die Geometrie des Rotors besitzt folgende Abmaße. Der Flügelrotor hat im Zentrum eine Nabe (Durchmesser: 6 mm), die mit einer

Bohrung von 2 mm Durchmesser ausgeführt ist. Von dieser Nabe gehen 1 mm mal 1 mm Stangen mit einer Länge von 30 mm radial nach außen. Auf diesen Verbindungsstangen ist jeweils ein Würfel mit einer Kantenlänge von 5 mm platziert.

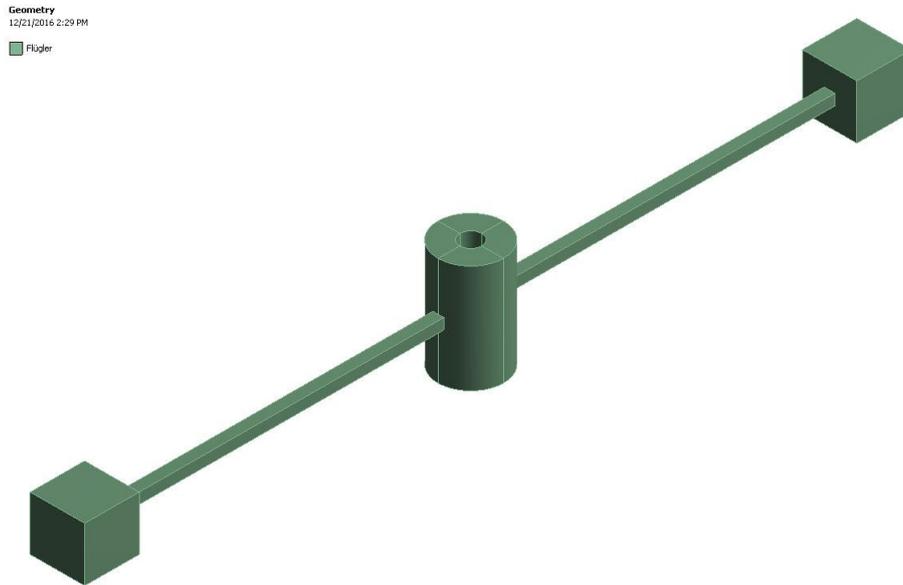


Abbildung 5.32: Analysemodell für das Spin softening

Um den Einfluss des Effektes zu zeigen, wird eine Modalanalyse mit und ohne Spin Softening bei verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten durchgeführt. In dieser Analyse wird die Modenanzahl auf 20 eingestellt. Die Drehgeschwindigkeit des Rotors ist dabei in einer vorher durchgeführten Statik aufgebracht, welche mit der Modalanalyse gekoppelt ist. Außerdem wird die Innenfläche der Bohrung als feste Einspannung definiert (siehe Abb. 5.33).

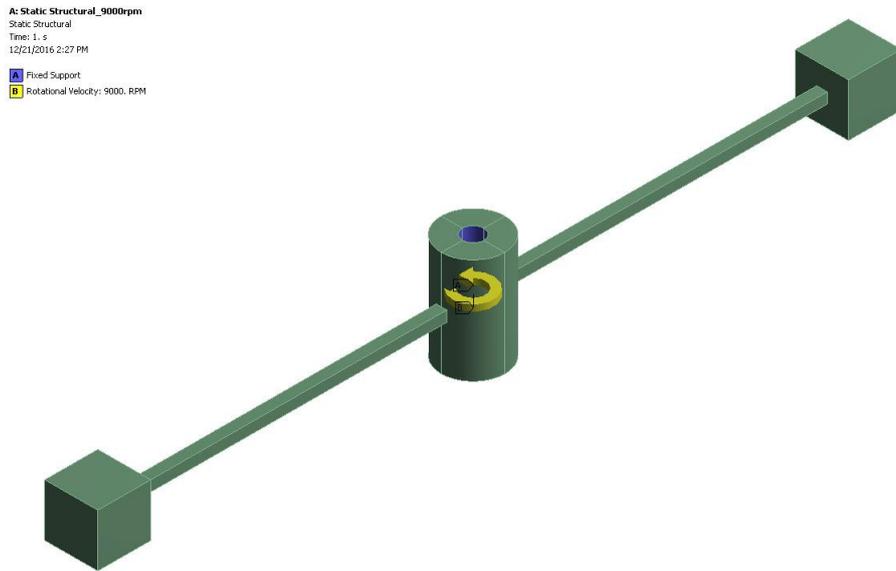


Abbildung 5.33: Randbedingungen im Statikanalyseblock für Spin softening

Das Netz des Flügelrotors wird als strukturiertes Hexaedernetz ausgeführt (siehe Abb. 5.34), wobei die einzelnen Bauteile über ein gemeinsames Netz miteinander verbunden sind. Entlang der Stangenbreite wird das Netz mit zwei Elemente und entlang der Würfelkanten mit zehn Elemente vernetzt. Des Weiteren wird die globale Netzsteuerung auf fein eingestellt.

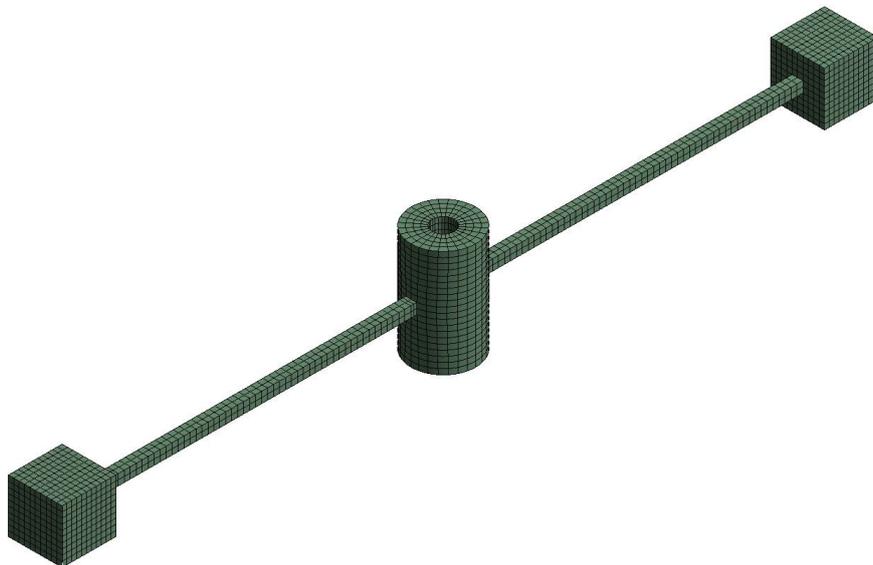


Abbildung 5.34: Komplettnetzung des Flügelrotor für Spin softening

Für die Auswertung der Modalanalysen muss aus den gefundenen Moden eine Eigenform gewählt werden, welche ihre Verformung in radialer Richtung ausübt. Dies ist in der ersten Analyse die Mode 16 (siehe Abb. 5.35).

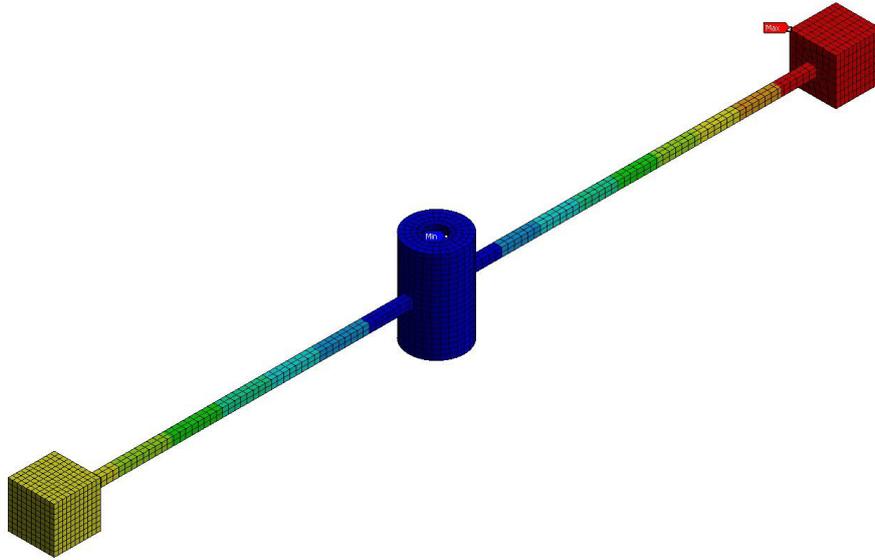


Abbildung 5.35: Eigenform in radialer Richtung

In der nachfolgenden Tabelle sind jeweils die Frequenzen bei unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten eingetragen. An diesen Werten lässt sich erkennen, dass die Frequenzen mit eingeschalteten Spin Softening Effekt kleiner sind und sich die Werte mit steigender Drehzahl verringern. Dies deutet auf eine Steifigkeitsminderung hin.

Tabelle 5.4: Eigenfrequenzen bei unterschiedlicher Drehzahl mit und ohne Spin Softening

Drehzahl	Mode	Spin softening on	Spin softening off
9000 rpm	16	12702.52 Hz	12703.40 Hz
45000 rpm	16	12657.64 Hz	12679.84 Hz
90000 rpm	12	12516.31 Hz	12605.87 Hz

Ohne Rotation ergibt sich für diese Mode eine Frequenz von 12704.39 Hz. Aus den Werten für die Rotation mit 90000 rpm lässt sich zum nicht rotierenden Fall eine Frequenzänderung von 89.56 Hz, welche nur auf Spin Softening zurückzuführen ist, feststellen.

### 5.4.3 Mehrkörpersimulation

Um in der MKS nun feststellen zu können, ob Spin Softening berücksichtigt wird, muss der drehende Rotor in Radialrichtung zum Schwingen gebracht werden. Das geschieht durch einen Kraftstoß. Danach sollte die Schwingung der Klötzchen, bei einem Rotor mit Rotationsgeschwindigkeiten eine andere Frequenz als bei einem ruhenden Rotor aufweisen.

In der MKS wird der Gesamttrotor in Teilabschnitte zerteilt und nur die Stangen als Substruktur definiert. Für die CMS-Reduktion werden dafür 20 Moden verwendet. Die Stangen sind durch Festgelenke mit den starren Bauteile verbunden. Die Netzeinstellungen und Materialeigenschaften sind die der Modalanalyse. An der Mantelfläche der Bohrung ist ein Rotationsgelenk angebracht, dass sich nur in Nabenaxialrichtung drehen kann.

## 5 Rotordynamische Effekte

Außerdem sind zwischen der Nabe und den Außenflächen der Würfel Translationsgelenke angebunden. Diese Gelenke können sich nur entlang der lokalen x-Richtung bewegen (siehe Abb. 5.36).

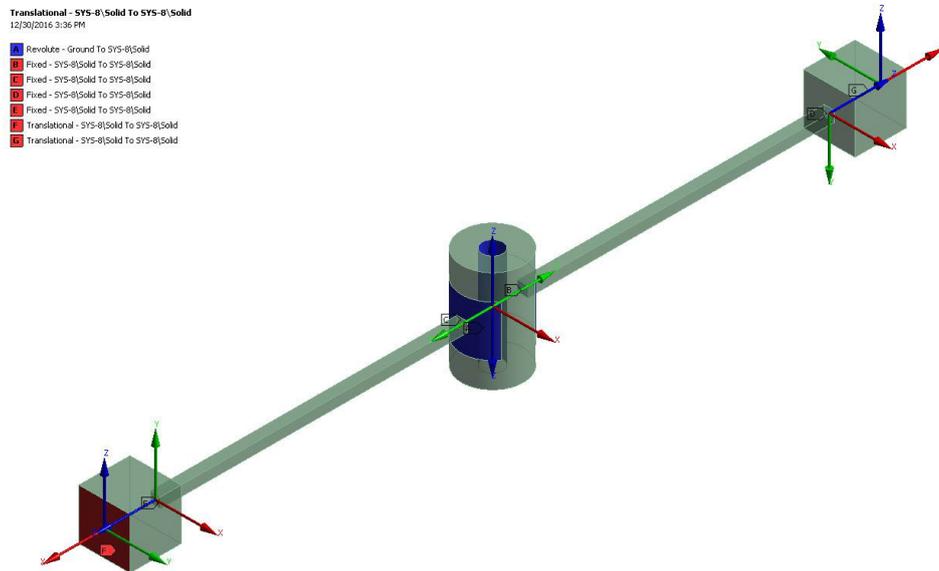


Abbildung 5.36: Gelenke am Flügelrotor

Durch das Rotationsgelenk wird eine Rotation aufgebracht (siehe Abb. 5.37). Nach dem Erreichen des konstanten Drehzahlbereiches (siehe Abb. 5.38) wird ein Kraftstoß über die Translationsgelenke eingeleitet (siehe Abb. 5.39), wodurch die Struktur zu schwingen beginnt.

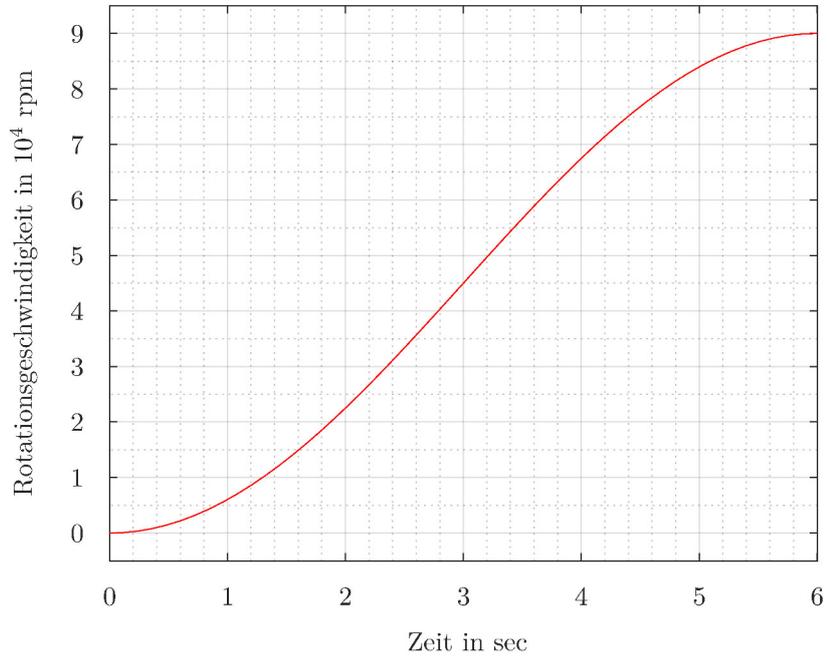


Abbildung 5.37: Rotationsgeschwindigkeitsprofil für die Untersuchung von Spin Softening

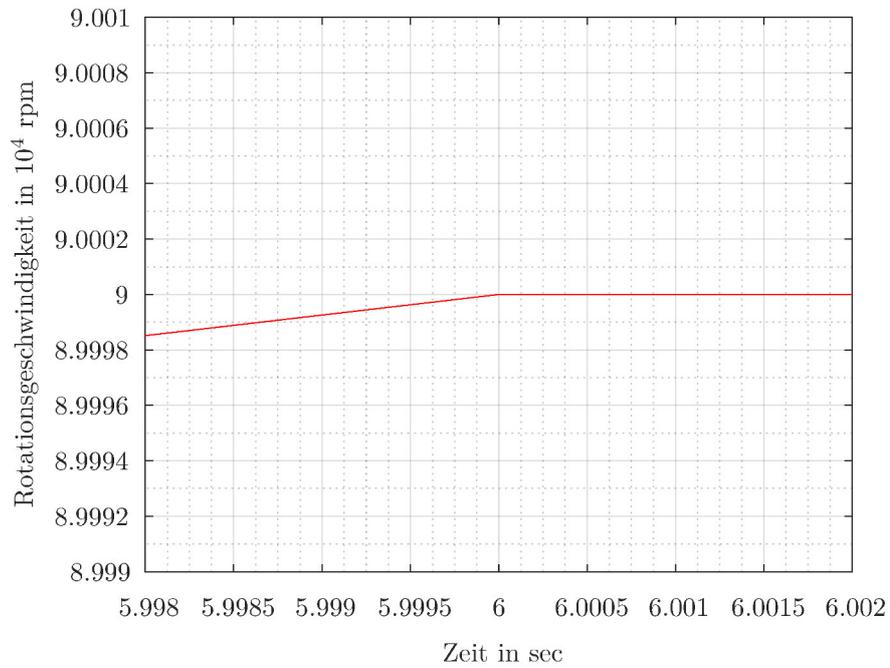


Abbildung 5.38: Rotationsgeschwindigkeitsprofil im Bereich von 5.998 sec und 6.002 sec

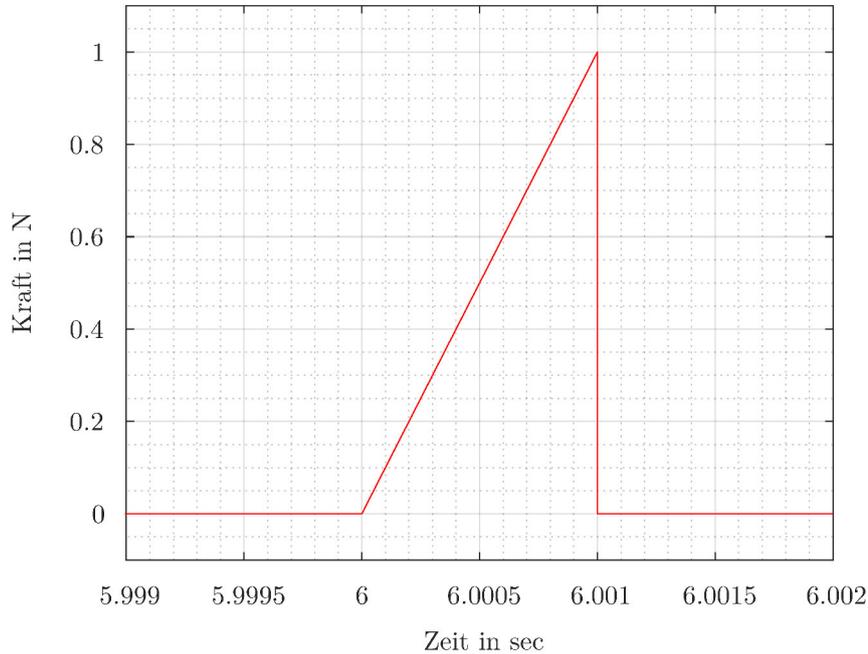


Abbildung 5.39: Kraftstoß für die Untersuchung von Spin Softening

Die Zeitsteuerung ist, wie folgt, eingestellt:

Tabelle 5.5: Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung von Spin Softening

Schrittnummer	Step 1	Step 2	Step 3
Zeit nach Schritt	6.0 sec	6.001 sec	6.002 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-004 sec	–	–
Minimaler Zeitschritt	1e-007 sec	1e-010 sec	1e-010 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-004 sec	1e-006 sec	1e-006 sec

Die ausgewertete Schwingung an einem Translationsgelenk, ohne den Deformationsanteil aus der Hochlaufphase, ist in Abbildung 5.40 eingetragen. Dort ebenso eingezeichnet ist die Schwingung bei Stillstand des Rotors. Nach Ermittlung der Frequenzen (Ohne: 12949 Hz; Mit Rotation: 12865 Hz) lässt sich eine Differenz zwischen beiden Frequenzen von 114 Hz ausmachen. Diese Differenz kommt qualitativ, aber nicht quantitativ an die Werte aus der Modalanalyse heran. Außerdem lässt sich keine Aussage über die Höhe des Spin Softening Anteils treffen, da dieser Effekt sich in der MKS nicht ein bzw. ausschalten lässt.

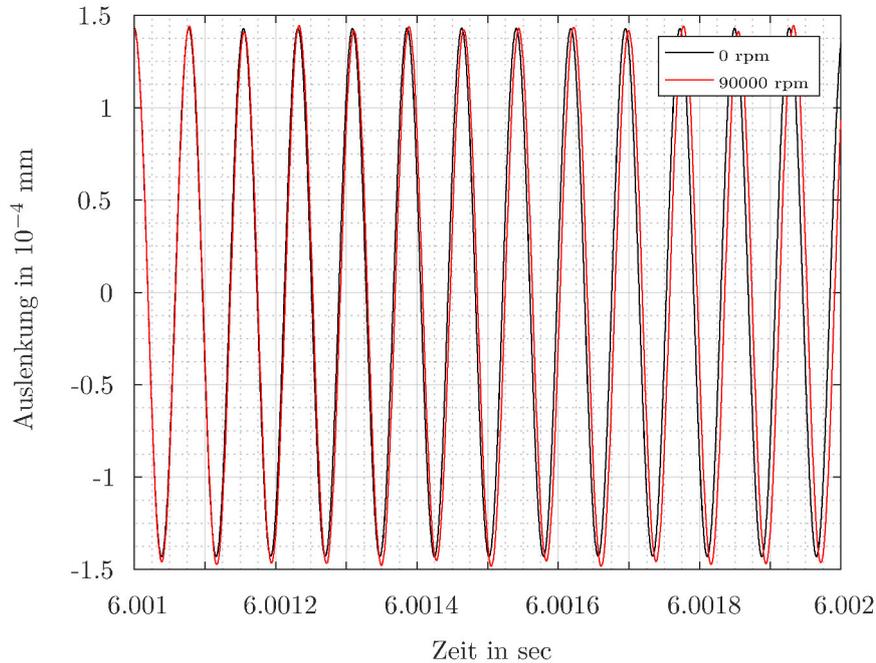


Abbildung 5.40: Vergleich der relativen Verschiebung eines Translationsgelenkes

## 5.5 Gyroskopisches Moment

### 5.5.1 Theorie

Das gyroskopische Moment ist einer der wichtigsten Erscheinungen in der Rotordynamik. Es tritt bei einem Rotor auf, wenn dieser sich dreht und die Scheibe sich bei einer Auslenkung verdreht. Dadurch entsteht eine zusätzliche Rotation quer zur Rotorhauptachse, wodurch ein Moment senkrecht zu beiden auftritt [6].

Der aus dem Physikunterricht bekannte Versuch (siehe Abb. 5.41) zeigt diesen Effekt. Dabei dreht sich der Rotor mit der Drehzahl  $-\Omega$  um die x-Achse und zusätzlich mit der Rotationsgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_z$  um die z-Achse. Dadurch entsteht nach

$$M_y = \Theta_P \cdot \Omega \cdot \dot{\varphi}_z \quad (5.9)$$

ein positives Moment um die y-Achse. Dieses Kreiselmoment bewirkt, dass dieser Kippmode drehzahlabhängig wird [11].

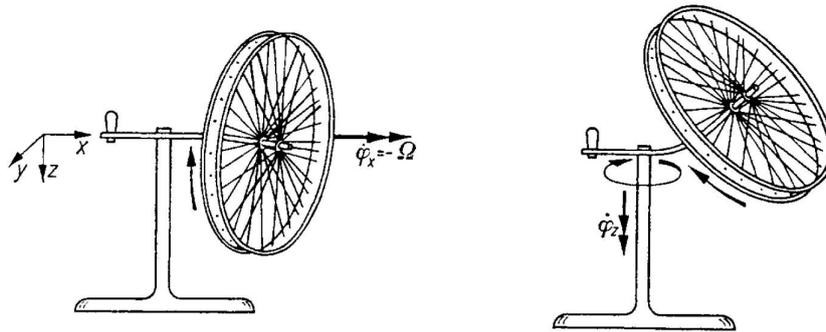


Abbildung 5.41: Versuch zum Kreiselmoment [11]

### 5.5.2 Statische Analyse

Anhand des Volumenrotors aus Kapitel 3.2 und mit Hilfe der statischen Analyse wird die eingeschwungene Momentenreaktion ermittelt. Aus dem Kapitel 3.2 werden auch die Materialeigenschaften und Netzeinstellungen übernommen. Um den Effekt des gyrokopischen Momentes zu sehen, erhält der Rotor auf einer Seite eine feste Einspannung. Außerdem ist eine Rotationsgeschwindigkeit um die globale y-Achse von 10 rad/s und um die globale z-Achse von 100 rad/s mittels dem in Anlage 2 befindlichen APDL-Code aufgebracht. Durch diese beiden Rotationen tritt ein Reaktionsmoment von 7.8921 Nmm auf (siehe Abb. 5.42).

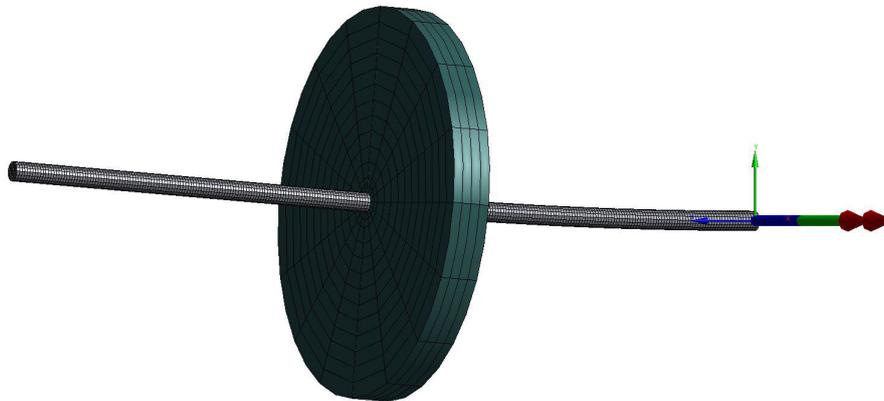


Abbildung 5.42: Reaktionsmoment auf beide Rotationen

### 5.5.3 Mehrkörpersimulation

Für die MKS-Simulation erhält der Rotor, aus der vorhergegangenen Analyse, an der Stelle der festen Einspannung ein starres Klötzchen. Das Klötzchen hat in horizontaler Richtung eine Durchgangsbohrung (siehe Abb. 5.43).

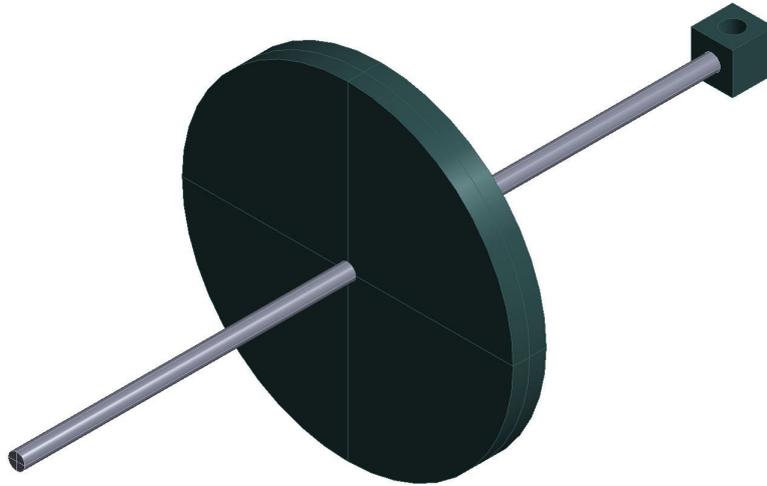


Abbildung 5.43: Geometrie des Rotors für die MKS-Simulation

An der Mantelfläche dieser Bohrung wird ein Rotationsgelenk angebracht, bei dem die Drehrichtung um die Bohrungsachse zeigt. Zwischen dem Klötzchen und dem Rotor wird nochmals ein Drehgelenk eingebunden. Die Drehachse fällt hierbei mit der Rotorachse zusammen (siehe Abb. 5.44).

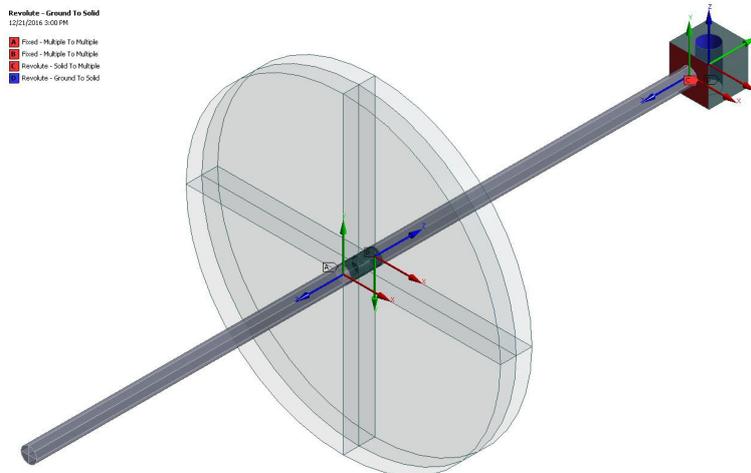


Abbildung 5.44: Gelenke am Modell für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes

Die Materialeigenschaften und Netzeinstellungen werden für den Rotor aus der statischen Analyse übernommen. Das Klötzchen bekommt das Standardmaterial Baustahl zugewiesen. In den beiden Gelenken werden jeweils Drehbewegungen mit den nachfolgenden Geschwindigkeitsprofilen eingeleitet:

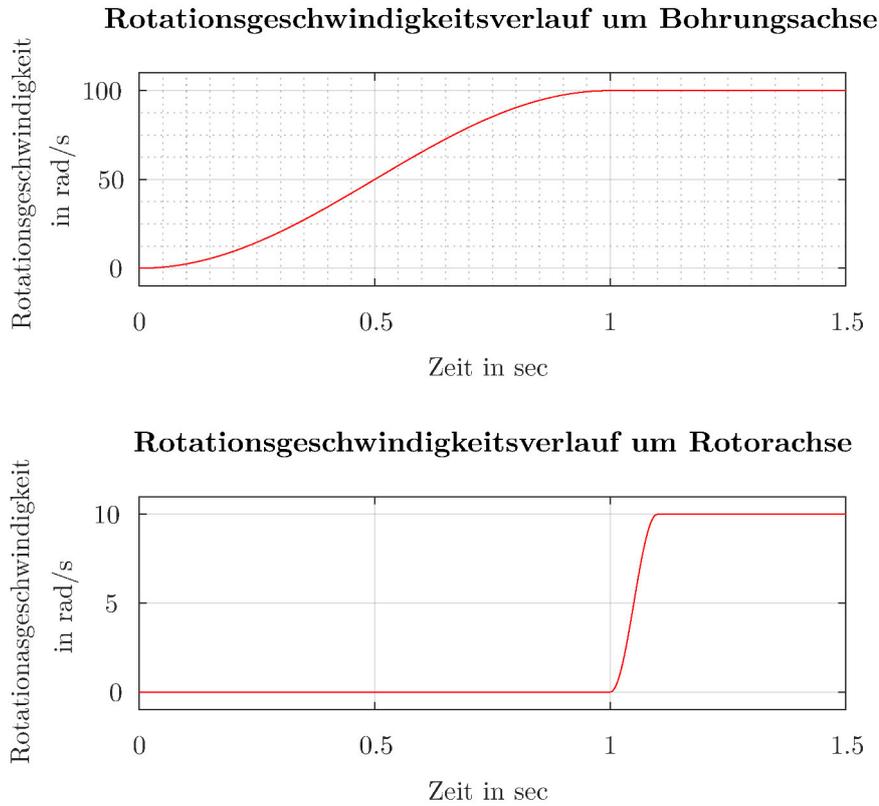


Abbildung 5.45: Geschwindigkeitsprofile zur Untersuchung des gyroskopischen Momentes

Die Einstellungen der Zeitsteuerung sehen wie folgt aus:

Tabelle 5.6: Zeitsteuerung der MKS für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes

Schrittnummer	Step 1	Step 2	Step 3
Zeit nach Schritt	1.0 sec	1.1	1.5 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-003 sec	–	–
Minimaler Zeitschritt	1e-007 sec	1e-007 sec	1e-007 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-003 sec	1e-003 sec	1e-003 sec

Aus diesem Model-Setup ergibt sich die in den Abbildungen 5.46 und 5.47 eingetragene Momentenreaktion, welche am Gelenk zwischen Klötzchen und Rotor ausgewertet wird. Im Bereich konstanter Drehzahlen lässt sich eine Herzschwingung erkennen, die um die analytische Lösung aus Kapitel 5.5.5 schwingt.

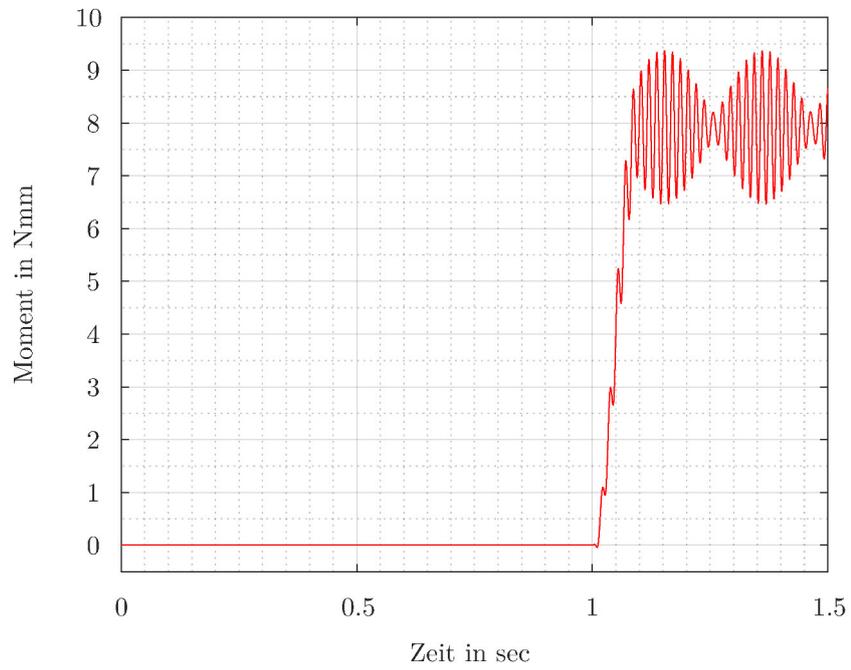


Abbildung 5.46: Momentenreaktion um die x-Achse über den gesamten Zeitbereich

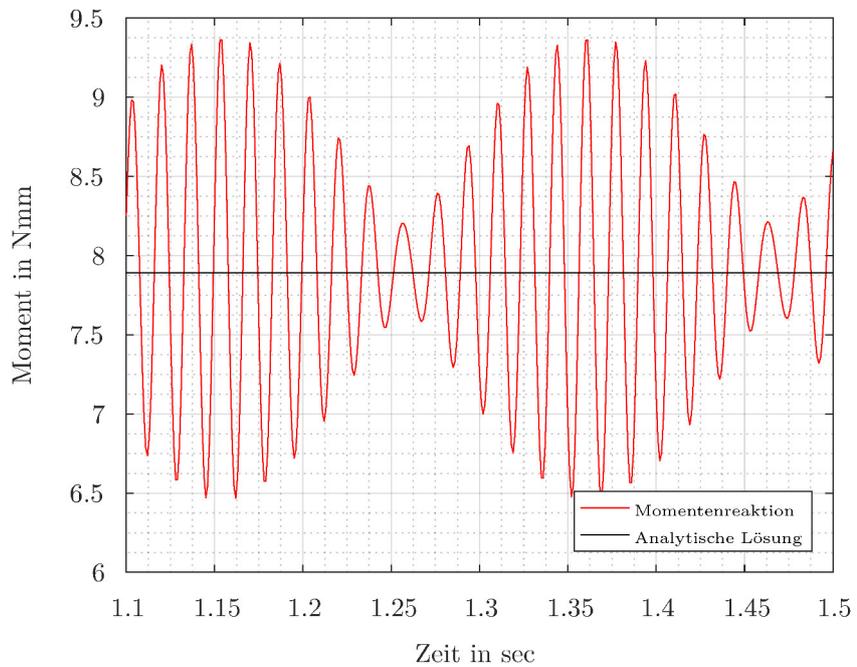


Abbildung 5.47: Momentenreaktion um die x-Achse im Bereich von 1.1 sec bis 1.5 sec

### 5.5.4 Modalanalyse

Um der Herzschwingung auf den Grund zu gehen, wird eine Modalanalyse durchgeführt. Für diese Analyse wird der Rotor, die Materialeigenschaften, die Verschiebungsrandbedingung und die Netzeinstellungen von der statischen Analyse aus Kapitel 5.2.2 übernommen. Um das Campbelldiagramm zu erhalten, wird der Geschwindigkeitsbereich von 0 rad/s bis 200 rad/s mit einer Schrittweite von 20 rad/s mithilfe einer Rotationsgeschwindigkeitrandbedingung festgelegt. Des Weiteren werden folgende Einstellungen getroffen:

- Es wird nach 6 Moden gesucht.
- Ein gedämpfter Eigenwertsolver wird verwendet, um Corioliseffekte berücksichtigen zu können.
- Es sollen elf Lösungsschritte gemacht und aus diesen ein Campbelldiagramm erzeugt werden.

Im erstellten Campbelldiagramm (siehe Abb. 5.48) lässt sich eine Drehzahlabhängigkeit der 1. und 2. Mode feststellen. Die beiden Moden haben die Schwingungsform einer vertikalen und horizontalen Biegemode, welche beide durch die Überlagerung der Drehgeschwindigkeiten und der unsymmetrischen Lagerung angeregt werden. Bei 100 rad/s ergibt sich für die 1. Mode eine Frequenz von 59.38 Hz und für die 2. Mode die Frequenz von 63.14 Hz.

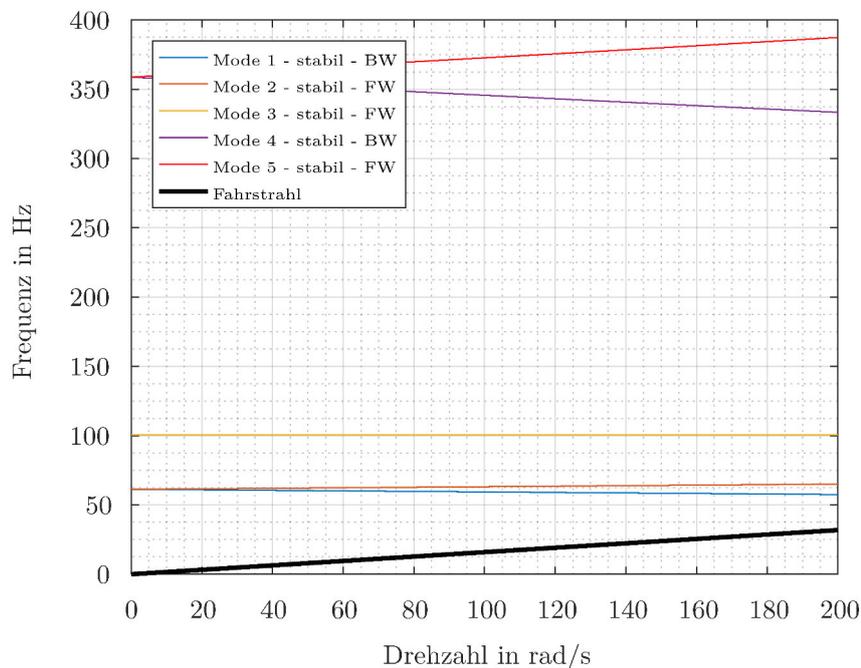


Abbildung 5.48: Campbelldiagramm für die Untersuchung des gyroskopischen Momentes

Werden nun Sinusschwingungen mit den beiden Frequenzen bei 100 rad/s summiert (siehe Abb. 5.49), ergibt sich die Herzschwingung nach Abbildung 5.47.

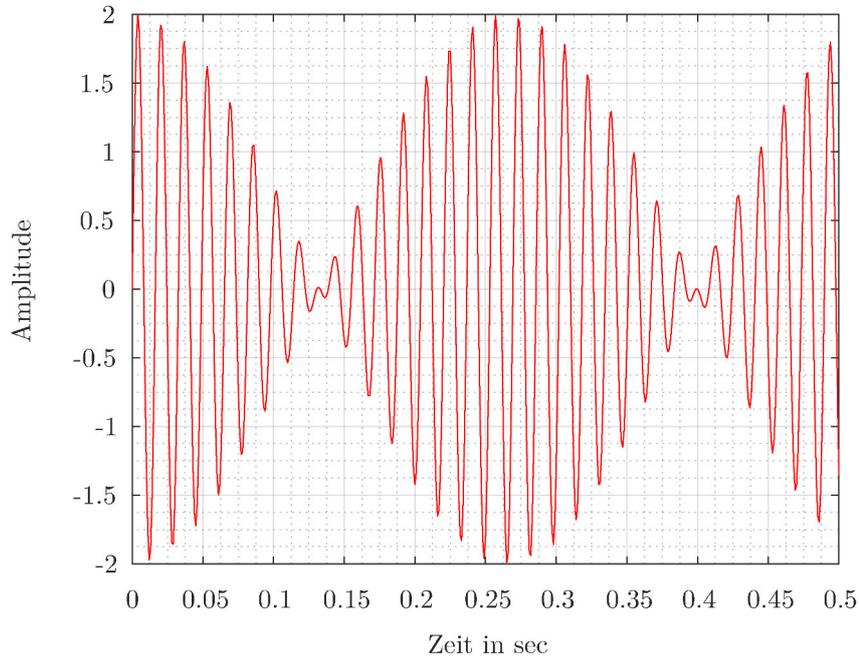


Abbildung 5.49: Summe zweier Sinusschwingungen mit einer Amplitude von 2 und den Frequenzen von 59.38 Hz und 63.14 Hz

### 5.5.5 Analytische Lösung und Vergleich

Aus der Simulationsumgebung lässt sich das polare Massenträgheitsmoment des Rotors mit dem Wert von  $7.981 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$  auslesen. Mit diesem und den beiden Rotationsgeschwindigkeiten von 10 rad/s und 100 rad/s errechnet sich das gyroskopische Moment nach Formel 5.9 zu

$$M_y = 7.891 * 10^{-6} \text{ kgm}^2 \cdot 100 \text{ rad/s} \cdot 10 \text{ rad/s} = 7.891 * 10^{-3} \text{ Nm}$$

Die Lösung stimmt mit dem Moment aus der statischen Analyse überein. Wie bereits im Kapitel 5.5.3 gezeigt, pendelt der Wert des Momentes in der MKS um die analytische Lösung.

## 5.6 Corioliskraft

### 5.6.1 Theorie

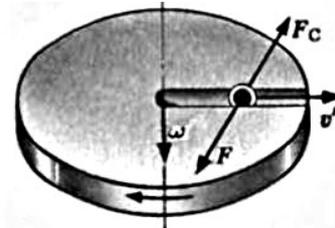


Abbildung 5.50: Scheibe mit mitrotierenden Beobachter [27]

Die Corioliskraft ist eine sogenannte Scheinkraft, welche ein Beobachter in einem bewegtem System erfahren kann. Rotiert dieses System und der Mitfahrer vollzieht eine translatorische Relativbewegung, erfährt er eine zusätzliche Kraft (siehe Abb. 5.5). Diese Kraft lässt sich mit folgender Gleichung beschreiben [13]:

$$\{F_C\} = -2 \cdot m \cdot (\{\omega\} \times \{v\}) \quad (5.10)$$

Die Gleichung 5.10 zeigt, dass für die Corioliskraft zwei Geschwindigkeitskomponenten erforderlich sind.

### 5.6.2 Transiente Finite-Elemente-Methode

Um in der Simulation die Corioliskraft abzubilden, wird eine transiente Analyse benötigt. In dieser Analyseart lassen sich die beiden benötigten Geschwindigkeitskomponenten definieren. Als Geometrie wird eine geschlitzte Scheibe mit folgenden Abmaßen verwendet:

- Der Außendurchmesser beträgt 300 mm.
- Die Bohrung besitzt einem Durchmesser von 30 mm.
- Der Schlitz hat eine Länge von 120 mm.
- Die Breite beträgt 21 mm.
- Die Scheibe hat eine Dicke von 20 mm.

In dem Schlitz befindet sich ein Klötzchen mit dem Abmaßen von 20 mm x 20 mm x 20 mm. Für die beiden Bauteile findet das Standardmaterial Baustahl Verwendung. Darüber hinaus wird das Standardnetz von ANSYS eingesetzt (siehe Abb. 5.51).

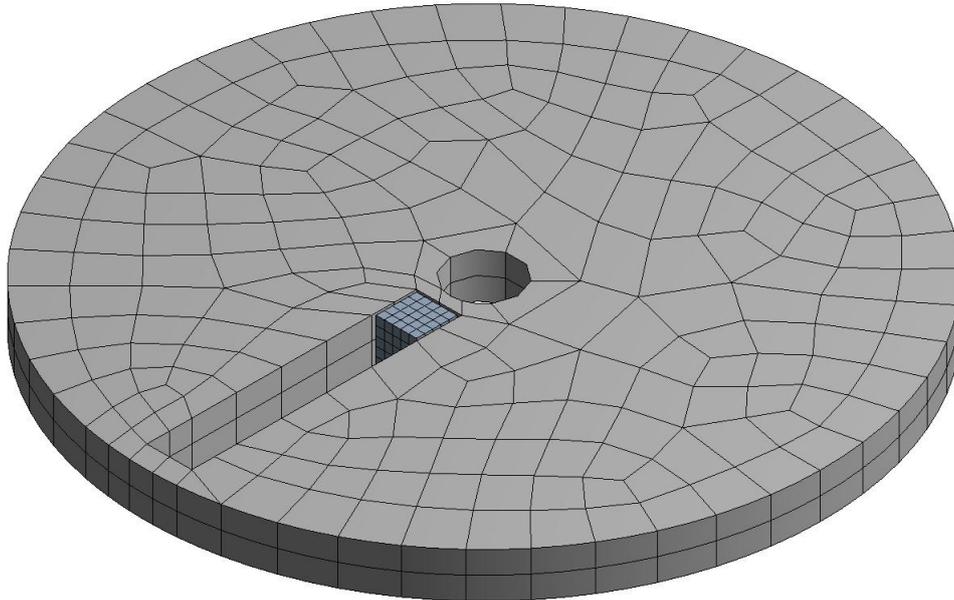


Abbildung 5.51: Vernetzung der Scheibe und des Klötzchens

An der Mantelfläche der Bohrung wird ein Rotationsgelenk angebracht, welches eine Drehbewegung um die lokale z-Achse zulässt (siehe Abb. 5.52). Außerdem ist zwischen dem Klötzchen und der Scheibe ein Translationsgelenk mit der freien Translation in lokaler x-Richtung platziert.

Translational - Geom/Solid To Geom/Solid  
12/21/2016 3:07 PM  
■ Revolute - Ground To Geom/Solid  
■ Translational - Geom/Solid To Geom/Solid

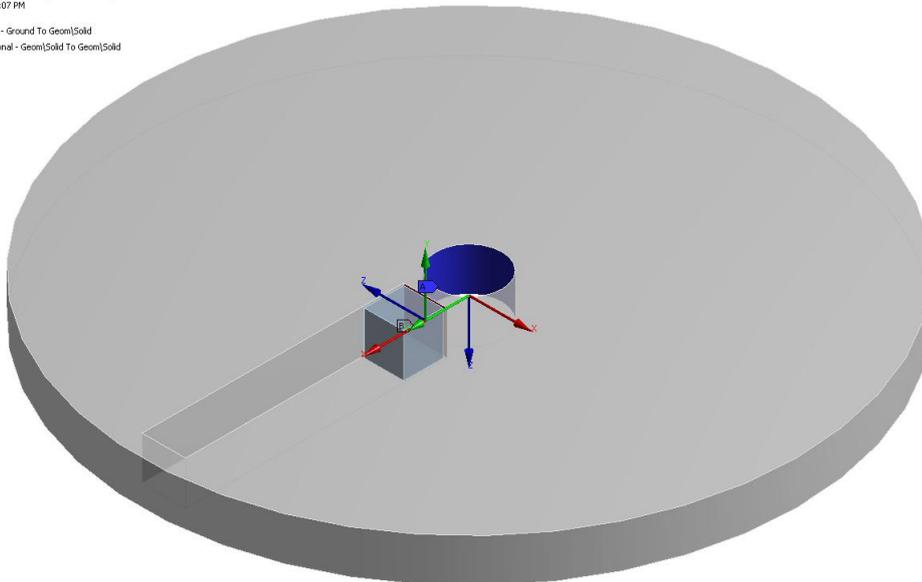


Abbildung 5.52: Gelenkanbringung am Simulationsmodell

In den Gelenken wird zum einen eine Rotation in Form eines Geschwindigkeitsprofils und zum anderen eine Translationsgeschwindigkeit nach Abbildung 5.53 eingeleitet.

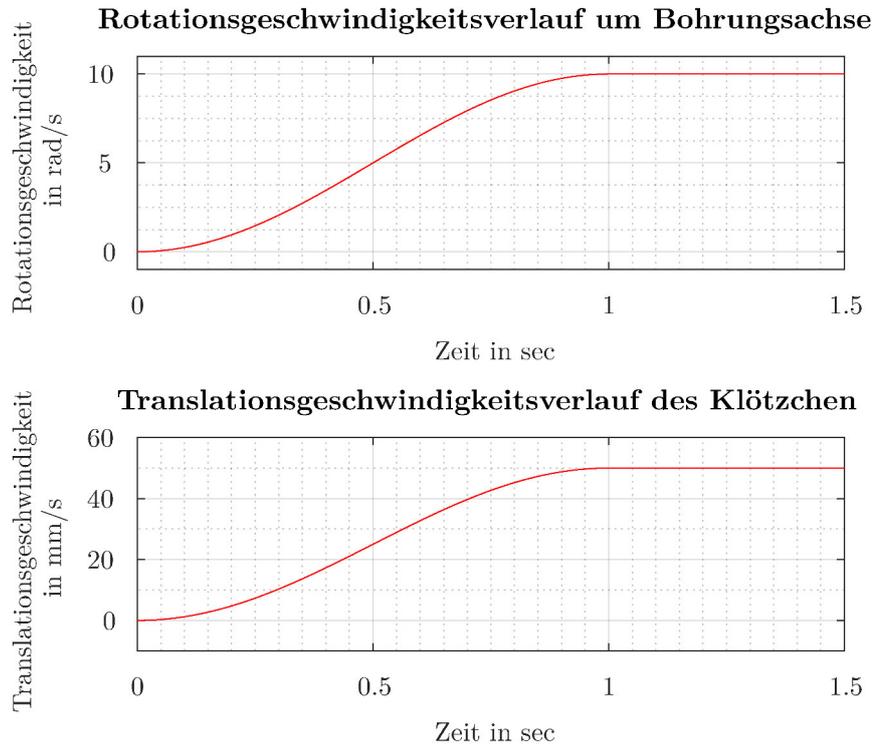


Abbildung 5.53: Geschwindigkeitsprofile zur Untersuchung der Corioliskraft

Die Zeitsteuerung wird wie folgt festgelegt:

Tabelle 5.7: Zeitsteuerung der transienten FEM bei der Corioliskraft

Schrittnummer	Step 1	Step 2
Zeit nach Schritt	1.0 sec	1.5 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-003 sec	–
Minimaler Zeitschritt	1e-003 sec	1e-004 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-002 sec	5e-004 sec

Bei diesem Model Setup ergibt sich eine Reaktionskraft in lokaler z-Richtung des Translationsgelenkes nach Abbildung 5.54. In dem Diagramm lässt sich im Bereich, bei dem beide Geschwindigkeitskomponenten konstant sind, die Gelenkreaktion auf die Corioliskraft mit einem Wert von  $5.087 \cdot 10^{-2}$  ablesen. Der Anstieg vor diesem Bereich ist auf eine Überlagerung der Corioliskraft mit der Trägheitskraft des Klötzchens zurückzuführen. Diese findet am Anfangszeitpunkt des konstanten Gebietes ein abruptes Ende, da die Beschleunigung des Klötzchens den Wert Null annimmt und wodurch ein Knick in der Kurve entsteht. Durch den schnellen Übergang entstehen nach dem Knick Überschwinger.

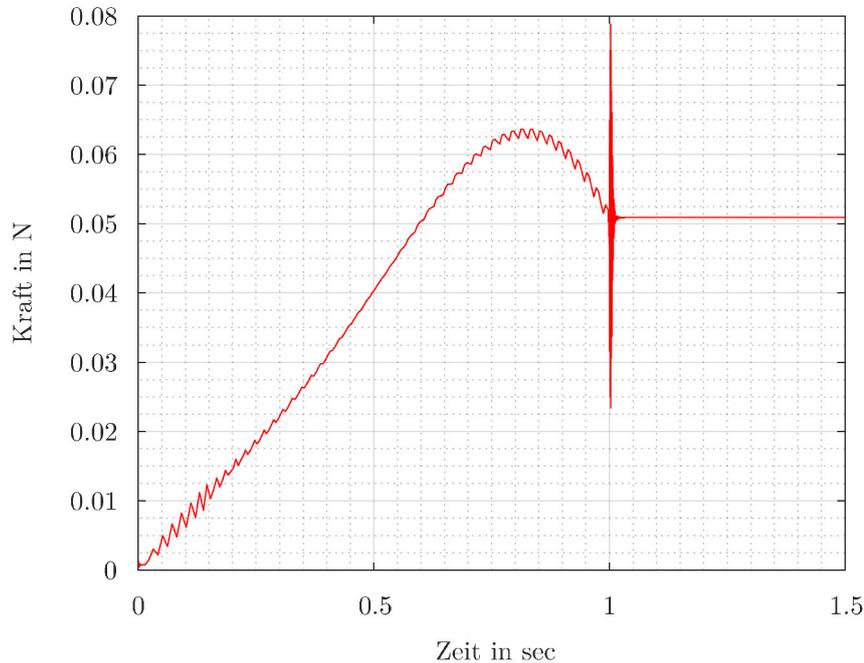


Abbildung 5.54: Verlauf der Reaktionskraft in lokaler z-Richtung in der transienten FEM

### 5.6.3 Mehrkörpersimulation

Für die MKS-Analyse wird der komplette Modelaufbau der transienten FEM aus Kapitel 5.6.2 übernommen. Die Scheibe und das Klötzchen sind dabei als je ein Condensed Part ausgeführt, um die Flexibilität zu integrieren. Die Beschreibung des dynamischen Verhaltens geschieht durch jeweils 20 Moden pro Condensed Part.

Zur Untersuchung der Corioliskraft mittels MKS wird die Zeitsteuerung wie folgt eingestellt:

Tabelle 5.8: Zeitsteuerung der MKS bei der Corioliskraft

Schrittnummer	Step 1	Step 2
Zeit nach Schritt	1.0 sec	1.5 sec
Automatische Zeitschrittsteuerung	Ein	Ein
Übertragszeitschritt	–	Ein
Anfänglicher Zeitschritt	1e-003 sec	–
Minimaler Zeitschritt	1e-007 sec	1e-007 sec
Maximaler Zeitschritt	1e-003 sec	1e-003 sec

Hiermit ergibt sich ein fast identischer Kraftverlauf wie in der transienten FEM (siehe Abb. 5.55). Im konstanten Geschwindigkeitsbereich weist die Gelenkreaktion der Corioliskraft einen Wert von  $5.088 \cdot 10^{-2}$  N auf. Anders als bei der vorangegangenen Untersuchung der Corioliskraft ist hier kein kurzes Aufschwingen am Übergang in den

Endbereich zu sehen, da diese hochfrequenten Moden nicht in der Beschreibung des Systems mit eingeflossen sind.

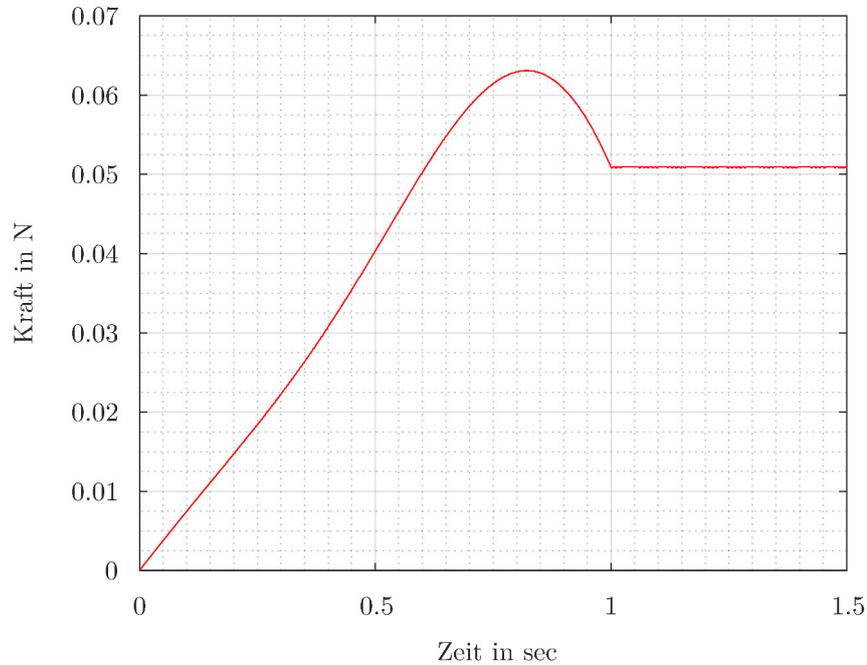


Abbildung 5.55: Verlauf der Reaktionskraft in lokaler z-Richtung in der MKS

#### 5.6.4 Analytische Lösung und Vergleich

Nach der Gleichung 5.10 lässt sich durch Einsetzen der Geschwindigkeitskomponenten die Corioliskraft berechnen. Mit den Geschwindigkeitswerten des konstanten Bereiches ergibt sich somit eine Corioliskraft von

$$\{F_C\} = -2 \cdot 5.0868 \cdot 10^{-2} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -10.00 \text{ rad/s} \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0.05 \text{ m/s} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5.0868 \cdot 10^{-2} \text{ N} \end{Bmatrix}$$

Dieser Wert stimmt mit dem negativen Wert der beiden Gelenkreaktionen, welches die Corioliskraft darstellt, sehr gut überein.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit zeigt, dass fast alle rotordynamischen Effekte mit flexiblen Körpern in der MKS unter ANSYS 17.2 abbildbar sind. Nachfolgende Schlüsse lassen sich ziehen:

- Rotoren aus Balkenmodelle werden in der MKS unter ANSYS 17.2 nicht unterstützt.
- Jedes einzelne CMS-Bauteil sollte mit einer realen Dichte beschrieben werden.
- Die statische Unwucht lässt sich durch geometrische Modellierung der inhomogenen Massenverteilung sehr gut abbilden. Hierbei muss ein Rotor in einzelne CMS-Bauteile unterteilt werden, um physikalisch sinnvolle Ergebnisse produzieren zu können.
- Eine beschleunigte Resonanzdurchfahrt konnte nicht realisiert werden. Dies könnte sich mit ANSYS 18.0 ändern, da voraussichtlich in der MKS Dämpfungen verfügbar sein werden.
- Der verwendete Modellaufbau der Momentenunwucht produziert physikalisch sinnvolle Ergebnisse, diese weisen aber eine hohe Abweichung zur analytischen Lösung auf. Das könnte daran liegen, dass der Reference Frame der einzelnen kondensierten Wellenstücke keine Auslenkung mit der Welle macht und dadurch das Ergebnis verfälscht. Abhilfe könnten dabei Gelenke an den Stirnflächen schaffen, welche alle Rotationsfreiheitsgrade geöffnet haben und sich der Reference Frame mit bewegen kann.
- Stress Stiffening lässt sich mit dem verwendeten Model Setup in ANSYS 17.2 nicht abbilden. Abhilfe könnten, wie auch schon bei der Momentenunwucht, Gelenke mit komplett offenen Rotationsfreiheitsgraden schaffen. Außerdem arbeiten die Entwickler von ANSYS bereits an einer Lösung, um solche Effekte wie Stress stiffening in den Lösungsprozess mit einbeziehen zu können.
- Bei der Untersuchung von Spin Softening lässt sich qualitativ eine Steifigkeitsminderung in Radialrichtung, zwischen einen ruhendem und einem sich drehenden Rotor feststellen.
- Das gyroskopische Moment kann in einer MKS mit einem einseitig gelagerten Rotor sehr gut produziert werden. Durch die unsymmetrische Lagerung wird zusätzlich eine Backward-Mode angeregt, wodurch sich eine Herzschwingung ergibt. Diese Schwingung pendelt um den Wert der analytischen Lösung.
- Die Corioliskraft lässt sich zwischen einem translatorisch und einem rotatorisch bewegtem Bauteil ermitteln. Hierbei stimmen die Werte der MKS mit einer transienten FEM sehr gut überein.

Die Stärke der Rotordynamik mittels MKS mit CMS liegt nicht nur in der Abbildung von großen Rotationen, sondern auch in der Einbeziehung von nichtlinearen Lagereigenschaften. Lager beeinflussen mit ihren Eigenschaften wesentlich das Betriebsverhalten von Rotoren. Sie nehmen unter anderem Einfluss auf das Stabilitätsverhalten, indem sie dämpfend wirken, aber sie können das System auch zusätzlich anfachen. Es gibt isotrope und orthotrope Lager. Im Unterschied zu den isotropen besitzt ein orthotropes Lager unterschiedliche Steifigkeiten und Dämpfungen in vertikaler und horizontaler Richtung. Dies beeinflusst die Anzahl der kritischen Drehzahlen [11].

In der Realität gibt es unterschiedliche Lagerarten mit linearen oder nichtlinearen Eigenschaften. Um das Verhalten von Lagern in einer Simulation möglichst gut abbilden zu können, sollten die Lagereigenschaften denen der Wirklichkeit sehr nahe kommen. Je mehr Nichtlinearitäten in einer transienten FEM berücksichtigt werden, um so kleiner können die Zeitschritte werden. Dies hat lange Rechenzeiten zur Folge. Hier liegt die Stärke der MKS mit CMS, da sie durch die Reduktion die Simulationszeiten geringer halten kann.

In ANSYS gibt es verschiedene Gelenkarten wie zum Beispiel ein Bushing-Gelenk. Mit diesem Gelenk lässt sich am Rotor eine orthotrope Lagerung realisieren, da hier Steifigkeit und Dämpfung in Abhängigkeit von Verschiebungen angegeben werden können. Diese lassen sich auch mit einem Pythonskript setzen. Darüber hinaus lassen sich mit einem solchem Skript Nebendiagonalkomponenten dieser Eigenschaften setzen. Das Pythonskript kann als Basis zur späteren Anbindung eines Lagersolvers, wie zum Beispiel den TEHD Gleitlagersolver Tribol-X, dienen.

# Literaturverzeichnis

- [1] ALLIANZ: Aus Schaden klug werden. URL [https://www.allianz.com/de/presse/news/geschaeftsfelder/versicherung/news\\_2012-11-21.html/](https://www.allianz.com/de/presse/news/geschaeftsfelder/versicherung/news_2012-11-21.html/) (23.11.2016).
- [2] ANSYS: Mechanical Help 17.2 (2016).
- [3] ANSYS: Über ANSYS. URL <http://www.ansys.com/de-DE/About-ANSYS> (25.11.2016).
- [4] CADFEM: Materialnichtlinearität Mechanik. URL [http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Materialnichtlinearit%C3%A4t\\_Mechanik](http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Materialnichtlinearit%C3%A4t_Mechanik) (07.12.2016).
- [5] CADFEM: Spannungsversteifung. URL <http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Spannungsversteifung> (09.12.2016).
- [6] CADFEM: Gyroskopisches Moment. URL [http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Gyroskopisches\\_Moment](http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Gyroskopisches_Moment) (13.12.2016).
- [7] CADFEM: Seminarunterlagen - Mehrkörpersimulation (2016).
- [8] CADFEM: Rotordynamik. URL <http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Rotordynamik> (24.11.2016).
- [9] DIE AUSWUCHTER: Die statische Unwucht. URL <https://auswuchter.com/2012/07/30/die-statische-unwucht/> (28.09.2016).
- [10] GASCH, R.; KNOTHE, K. und LIEBICH, R.: *Strukturodynamik: Diskrete Systeme und Kontinua*. Springer, Berlin and Heidelberg, zweite Auflage (2012).
- [11] GASCH, R.; NORDMANN, R. und PFÜTZNER, H.: *Rotordynamik*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, zweite Auflage (2006).
- [12] GROSS, D.: *Technische Mechanik 1: Statik*. Springer-Lehrbuch, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 9. Auflage (2006).
- [13] GROSS, D.; HAUGER, W.; SCHRÖDER, J. und WALL, W. A.: *Technische Mechanik 3: Kinetik*. Springer-Lehrbuch, Springer, Berlin, Heidelberg, 12. Auflage (2012).
- [14] GROSS, D.; HAUGER, W.; SCHRÖDER, J. und WALL, W. A.: *Technische Mechanik 2: Elastostatik*. Springer-Lehrbuch, Springer Vieweg, Berlin, 12. Auflage (2014).
- [15] GROSS, D.; HAUGER, W. und WRIGGERS, P.: *Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, numerische Methoden*. Springer-Lehrbuch, Springer Vieweg, Berlin, 9. Auflage (2014).
- [16] JAMSTEC: How does Orbital Variations Affect Ancient Antarctica? URL [http://www.jamstec.go.jp/e/about/press\\_release/20141027/](http://www.jamstec.go.jp/e/about/press_release/20141027/) (23.11.2016).

- [17] MÜLLER, G. und GROTH, C.: *FEM für Praktiker - Band 1*, Band 23 von *Edition expertsoft*. Expert-Verl., Renningen, 8. Auflage (2007).
- [18] ÖCHSNER, A.: *Theorie der Balkenbiegung: Einführung und Modellierung der statischen Verformung und Beanspruchung*. essentials, Springer Vieweg, Wiesbaden (2016).
- [19] PLÖGER, S.: *Gute Aussichten für morgen: Wie wir den Klimawandel bewältigen und die Energiewende schaffen können*. Westend, Frankfurt/Main, 6. Auflage (2014).
- [20] PROF. DR.-ING. PETER WOLFSTEINER: Technische Dynamik (Sommersemester 2016).
- [21] RUST, W.: *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen: Kontakt, Kinematik, Material*. Springer Vieweg, Wiesbaden, dritte Auflage (2016).
- [22] SCHIEHLEN, W. und EBERHARD, P.: *Technische Dynamik: Rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Lehrbuch, Springer Vieweg, Wiesbaden, vierte Auflage (2014).
- [23] SCHNEIDER, H.: *Auswuchttechnik (VDI-Buch) (German Edition)*. VDI-Buch, Springer, Dordrecht (2007).
- [24] SEIDEL, W. W. und HAHN, F.: *Werkstofftechnik: Werkstoffe - Eigenschaften - Prüfung - Anwendung ; mit zahlr. Tabellen, Beispielen, Übungen und Testaufgaben*. Lernbücher der Technik, Hanser, München, 10. Auflage (2014).
- [25] SIEMENS: Gasturbine SGT5-8000H. URL <http://www.energy.siemens.com/hq/de/fossile-stromerzeugung/gasturbinen/sgt5-8000h.htm#content=Merkmale%20im%20C3%9Cberblick> (23.11.2016).
- [26] STELZMANN, U.; GROTH, C. und MÜLLER, G.: *FEM für Praktiker - Band 2*, Band 44 von *Edition expertsoft*. Expert-Verl., Renningen, dritte Auflage (2002).
- [27] TROFIMOWA, T. I.; ROUTSCHEK, T.; POPIELAS, F. und REBERG, S.: *Physik*. Vieweg+Teubner Verlag (2013).
- [28] WOERNLE, C.: *Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg and s.l., zweite Auflage (2016).

# Anlage 1 - Momentenunwucht

```
\com, =====  
\com,                               Moment  
\com, =====  
pi=acos(-1)  
*dim,m_freq,table,100,1,,freq  
*do,i,1,100  
  m_freq(i,0)=10*i  
  m_freq(i,1)=2.4381e-2/24*(2*pi*10*i)**2*sin(2*(-1/18)*pi)*((0.04**2)-3*(0.005**2))  
*enddo  
  
*dim,m_freq2,table,100,1,,freq  
*do,i,1,100  
  m_freq2(i,0)=10*i  
  m_freq2(i,1)=(-1)*(2.4381e-2/24)*(2*pi*10*i)**2*sin(2*(-1/18)*pi)*((0.04**2)-3*(0.005**2))  
*enddo  
  
f,14,mx,%m_freq%,0  
f,14,my,0,%m_freq2%
```

## Anlage 2 - APDL Code für gyroskopisches Moment

```
coriolis ,on,,,off  
omega,0,0,100  
cgomga,0,10,0
```