

**Bemessung von Stahlbetondruckgliedern unter zweiachsiger  
Biegung mit Interaktionsdiagrammen nach  
Theorie II. Ordnung**

Von der Fakultät für Architektur, Bauingenieurwesen und Stadtplanung  
der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus  
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. (FH) Günther Allgöwer  
aus Heidenheim

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Avak  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Raboldt  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Dierks

Tag der Disputation: 13. 12. 2001



## Kurzfassung

Das Ergebnis der vorliegenden Arbeit sind grafische Bemessungshilfen in Form von Interaktionsdiagrammen für Stahlbetondruckglieder mit zweiachsiger Biegung. Bei der Anwendung der Diagramme wird die bisherige Einschränkung auf den ebenen Fall aufgehoben. Es stellt sich somit der ebene Fall lediglich als Sonderfall des räumlichen Zustandes dar.

Grundlage für das verwendete Rechenverfahren nach Theorie II. Ordnung ist eine von der Ebene auf den Raum erweiterte Modellstütze. Diese virtuelle Kragstütze mit gleichen oder unterschiedlichen Ersatzlängen in den beiden Achsrichtungen dient als statisches System, an welchem alle Berechnungen durchgeführt werden. Als mögliche Querschnittsformen werden der doppelsymmetrische Rechteck-, sowie der Kreis- und Kreisringquerschnitt mit verschiedenen Bewehrungsanordnungen betrachtet. Dabei sind beliebige Arbeitslinien der Werkstoffe anwendbar.

Die Brauchbarkeit des Bemessungsverfahrens konnte durch Nachrechnung von Versuchen anderer Forscher nachgewiesen werden. Hierbei zeigt sich, dass die Verwendung der Betonarbeitslinie die ursprünglich nur für die Querschnittsbemessung vorgesehen ist, auch bei Anwendung in der Traglastberechnung zu einer guten Übereinstimmung zwischen rechnerischen und experimentellen Ergebnissen führt. Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ("Tension-stiffening"-Effekt) sollte beim Tragfähigkeitsnachweis nicht angesetzt werden, da dadurch die Traglasten teilweise erheblich überschätzt werden. Vergleichsrechnungen mit kommerziellen Programmen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der rechnerischen Traglasten.

Mit der vorgestellten Sonderform des Interaktionsdiagramms läßt sich der maximal und minimal erforderliche Bewehrungsgrad unmittelbar bestimmen, unabhängig vom Verhältnis der Bemessungsmomente. Dies bietet sich insbesondere für eine Vorbemessung oder für die Bemessung bei mehreren Lastfällen an, um eine aufwendigere Interpolation zu vermeiden.



## **Abstract**

The result of this work are design charts in the form of interaction diagrams for reinforced concrete compression members with biaxial bending. In the usage of these diagrams the existing restriction to planar design is abolished. Consequently the planar case is merely a special case of the general spacial condition.

The calculations according to the 2<sup>nd</sup>-order theory are based on a model column that is expanded from plane to space. It is principally a virtual cantilever column with equal or different buckling lengths in the two directions of the axes. All calculations are done at this static system. Double-symmetric rectangular, circular or annular cross sections with various dispositions of the reinforcement are possible. Thereby any stress-strain-curves of the materials are applicable.

Recalculating the experiments of other researchers could prove the usability of the design method. The calculated results evince a good accord with the experimental ones. Even when they are performed with the stress-strain-curve that is originally provided only for designing the cross section. At the verification of maximum load, the concurrence of concrete in tensile stress between the cracks ("tension-stiffening"-effect) should not be considered, because the calculated loads will be partially considerably overrated. The comparative calculations of maximum column loads with commercial programs evince a very good accord.

By using the shown special interaction diagram it is possible to determine the maximal and minimal required reinforcement directly. The result is independent from the ratio of the moments. This method is provided for fast preliminary design and to avoid the more expensive linear interpolations if several load cases occur.



## **Vorwort**

Die vorliegende Dissertation wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Avak angeregt und entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Massivbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Avak danke ich für die fachliche Betreuung und seine Gesprächsbereitschaft.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Raboldt und Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Dierks bedanke ich mich für die Begutachtung der Arbeit. Darüber hinaus danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Kothe für die freundliche Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Osterrieder für die Übernahme des Beisitzes.

Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Quast danke ich für das entgegengebrachte Interesse und die wertvollen und nützlichen Anregungen.

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir jede erdenkliche Unterstützung mit auf den Weg gaben. Bei meinem Bruder Horst bedanke ich mich für die computertechnische Unterstützung, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Cottbus, im März 2002

Günther Allgöwer



# Inhaltsübersicht

<b>Inhaltsübersicht .....</b>	<b>9</b>
<b>Detailliertes Inhaltsverzeichnis.....</b>	<b>11</b>
<b>Bezeichnungen.....</b>	<b>17</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>23</b>
1.1 Problemstellung .....	23
1.2 Übersicht gebräuchlicher Bemessungsverfahren.....	24
1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise .....	25
<b>2 Grundlagen.....</b>	<b>27</b>
2.1 Annahmen und Voraussetzungen .....	27
2.2 Sicherheitskonzept.....	27
2.3 Verwendete Werkstoffgesetze .....	29
2.4 Vorzeichendefinition der Schnittgrößen.....	41
2.5 Tragverhalten schlanker Druckglieder.....	42
<b>3 Erweiterung von der ebenen zur räumlichen Modellstütze.....</b>	<b>45</b>
3.1 Hintergrund und Anwendungsgebiet des Modellstützenverfahrens.....	45
3.2 Räumliche Modellstütze .....	50
3.3 Berechnungsansatz nach Theorie II. Ordnung.....	51
3.4 Momenten-Verkrümmungs-Beziehungen .....	55
3.5 Gleichgewichtszustände nach Theorie II. Ordnung.....	60
3.6 Wirksame Biegesteifigkeit.....	62
<b>4 Rechenverfahren nach Theorie II. Ordnung .....</b>	<b>65</b>
4.1 Allgemeines .....	65
4.2 Normierung der Stützenabmessungen .....	65
4.3 Querschnittswiderstand.....	72
4.4 Gleichgewicht am verformten System.....	129
4.5 Entwicklung der Bemessungsdiagramme.....	138
4.6 Beispiel für Bemessungsfehler durch Interpolation.....	152
4.7 Auswahl des geeigneten Bemessungsdiagramms.....	161

---

<b>5</b>	<b>Anwendung in der Praxis .....</b>	<b>163</b>
5.1	Allgemeines.....	163
5.2	Bemessungsbeispiel .....	164
5.3	Vergleich mit Versuchsergebnissen .....	170
5.4	Programmgegenrechnungen.....	176
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>183</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>185</b>
<b>A</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>191</b>
A.1	Herleitung der Gleichungen für den Querschnittswiderstand .....	191
A.2	Tabellen zur Fehlerrechnung.....	302

# Detalliertes Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsübersicht .....</b>	<b>9</b>
<b>Detalliertes Inhaltsverzeichnis.....</b>	<b>11</b>
<b>Bezeichnungen.....</b>	<b>17</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>23</b>
1.1 Problemstellung .....	23
1.2 Übersicht gebräuchlicher Bemessungsverfahren.....	24
1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise .....	25
<b>2 Grundlagen.....</b>	<b>27</b>
2.1 Annahmen und Voraussetzungen .....	27
2.2 Sicherheitskonzept.....	27
2.3 Verwendete Werkstoffgesetze .....	29
2.3.1 Allgemeines .....	29
2.3.2 Verzerrungsbereiche .....	29
2.3.3 Beton.....	30
2.3.3.1 Beton unter Druckspannung .....	30
2.3.3.2 Beton unter Zugspannung.....	37
2.3.4 Betonstahl .....	39
2.4 Vorzeichendefinition der Schnittgrößen.....	41
2.5 Tragverhalten schlanker Druckglieder.....	42
<b>3 Erweiterung von der ebenen zur räumlichen Modellstütze.....</b>	<b>45</b>
3.1 Hintergrund und Anwendungsgebiet des Modellstützenverfahrens.....	45
3.2 Räumliche Modellstütze .....	50
3.3 Berechnungsansatz nach Theorie II. Ordnung.....	51
3.4 Momenten-Verkrümmungs-Beziehungen .....	55
3.5 Gleichgewichtszustände nach Theorie II. Ordnung.....	60
3.6 Wirksame Biegesteifigkeit.....	62
<b>4 Rechenverfahren nach Theorie II. Ordnung .....</b>	<b>65</b>
4.1 Allgemeines .....	65
4.2 Normierung der Stützenabmessungen .....	65
4.2.1 Allgemeines .....	65

4.2.2	Normierung des Querschnitts.....	65
4.2.2.1	Rechteckquerschnitt .....	65
4.2.2.2	Kreisquerschnitt .....	70
4.2.2.3	Kreisringquerschnitt .....	71
4.2.3	Normierung der Ersatzlängen.....	71
4.3	Querschnittswiderstand .....	72
4.3.1	Rechteckquerschnitt .....	73
4.3.1.1	Widerstand des Betonquerschnitts .....	73
4.3.1.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	75
4.3.1.1.2	Aufnehmbare Momente.....	75
4.3.1.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	76
4.3.1.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts.....	78
4.3.1.2.1	Bewehrung gleichmäßig verteilt .....	78
4.3.1.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft .....	80
4.3.1.2.1.2	Aufnehmbare Momente .....	80
4.3.1.2.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	81
4.3.1.2.2	Konzentrierte Eckbewehrung.....	82
4.3.1.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft .....	82
4.3.1.2.2.2	Aufnehmbare Momente .....	82
4.3.1.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	82
4.3.1.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts.....	83
4.3.1.3.1	Bewehrung gleichmäßig verteilt .....	83
4.3.1.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft .....	83
4.3.1.3.1.2	Aufnehmbare Momente .....	85
4.3.1.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	87
4.3.1.3.2	Konzentrierte Eckbewehrung.....	91
4.3.1.3.2.1	Aufnehmbare Längskraft .....	91
4.3.1.3.2.2	Aufnehmbare Momente .....	92
4.3.1.3.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	94
4.3.2	Kreisquerschnitt .....	97
4.3.2.1	Widerstand des Betonquerschnitts .....	97
4.3.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	98
4.3.2.1.2	Aufnehmbare Momente.....	98
4.3.2.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	98

4.3.2.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts .....	100
4.3.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft .....	101
4.3.2.2.2	Aufnehmbare Momente .....	101
4.3.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten .....	101
4.3.2.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts .....	102
4.3.2.3.1	Aufnehmbare Längskraft .....	102
4.3.2.3.2	Aufnehmbare Momente .....	103
4.3.2.3.3	Querschnittssteifigkeiten .....	105
4.3.3	Kreisringquerschnitt.....	107
4.3.3.1	Widerstand des Betonquerschnitts.....	107
4.3.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft .....	108
4.3.3.1.2	Aufnehmbare Momente .....	108
4.3.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten .....	109
4.3.3.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts .....	110
4.3.3.2.1	Ein Bewehrungsring .....	110
4.3.3.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	111
4.3.3.2.1.2	Aufnehmbare Momente.....	111
4.3.3.2.1.3	Biegesteifigkeit.....	111
4.3.3.2.2	Zwei Bewehrungsringe.....	111
4.3.3.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	112
4.3.3.2.2.2	Aufnehmbare Momente.....	112
4.3.3.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten .....	113
4.3.3.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts .....	114
4.3.3.3.1	Ein Bewehrungsring .....	114
4.3.3.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	114
4.3.3.3.1.2	Aufnehmbare Momente.....	115
4.3.3.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten .....	117
4.3.3.3.2	Zwei Bewehrungsringe .....	121
4.3.3.3.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	121
4.3.3.3.2.2	Aufnehmbare Momente.....	122
4.3.3.3.2.3	Querschnittssteifigkeiten .....	124
4.4	Gleichgewicht am verformten System.....	129

---

4.5	Entwicklung der Bemessungsdiagramme .....	138
4.5.1	Räumliche Darstellung des Bauteilwiderstandes .....	138
4.5.2	Ebene Darstellungsmöglichkeiten.....	141
4.5.2.1	Horizontaler Schnitt .....	141
4.5.2.2	Vertikaler Schnitt .....	141
4.5.2.3	Sonderform als Projektion des min./max. Bauteilwiderstandes.....	149
4.6	Beispiel für Bemessungsfehler durch Interpolation .....	152
4.7	Auswahl des geeigneten Bemessungsdiagramms .....	161
<b>5</b>	<b>Anwendung in der Praxis .....</b>	<b>163</b>
5.1	Allgemeines.....	163
5.1.1	Querschnittsabmessungen .....	163
5.1.2	Längsbewehrung .....	163
5.2	Bemessungsbeispiel .....	164
5.3	Vergleich mit Versuchsergebnissen .....	170
5.3.1	Vergleich zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H265 - 76] .....	170
5.3.2	Vergleich zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H423 - 92] .....	174
5.4	Programmgegenrechnungen .....	176
5.4.1	Gegenrechnung mit kommerziellen Programmen.....	176
5.4.2	Gegenrechnung zu [DAfStb-H332 - 82] .....	179
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>183</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>185</b>

<b>A</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>191</b>
A.1	Herleitung der Gleichungen für den Querschnittswiderstand.....	191
A.1.1	Rechteckquerschnitt.....	192
A.1.1.1	Widerstand des Betonquerschnitts.....	192
A.1.1.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	194
A.1.1.1.2	Aufnehmbare Momente.....	195
A.1.1.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	197
A.1.1.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts.....	201
A.1.1.2.1	Bewehrung gleichmäßig verteilt.....	201
A.1.1.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	203
A.1.1.2.1.2	Aufnehmbare Momente.....	205
A.1.1.2.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	207
A.1.1.2.2	Konzentrierte Eckbewehrung.....	210
A.1.1.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	210
A.1.1.2.2.2	Aufnehmbare Momente.....	210
A.1.1.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	211
A.1.1.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts.....	213
A.1.1.3.1	Bewehrung gleichmäßig verteilt.....	213
A.1.1.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	213
A.1.1.3.1.2	Aufnehmbare Momente.....	215
A.1.1.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	218
A.1.1.3.2	Konzentrierte Eckbewehrung.....	222
A.1.1.3.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	222
A.1.1.3.2.2	Aufnehmbare Momente.....	223
A.1.1.3.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	225
A.1.1.4	Skizzen und Tabellen.....	230
A.1.2	Kreisquerschnitt.....	252
A.1.2.1	Widerstand des Betonquerschnitts.....	252
A.1.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	253
A.1.2.1.2	Aufnehmbare Momente.....	253
A.1.2.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	254
A.1.2.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts.....	257
A.1.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	258
A.1.2.2.2	Aufnehmbare Momente.....	259
A.1.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	260

A.1.2.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts.....	262
A.1.2.3.1	Aufnehmbare Längskraft.....	262
A.1.2.3.2	Aufnehmbare Momente.....	263
A.1.2.3.3	Querschnittssteifigkeiten.....	265
A.1.3	Kreisringquerschnitt.....	268
A.1.3.1	Widerstand des Betonquerschnitts.....	268
A.1.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	269
A.1.3.1.2	Aufnehmbare Momente.....	270
A.1.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	271
A.1.3.2	Widerstand des Betonstahlquerschnitts.....	275
A.1.3.2.1	Ein Bewehrungsring.....	275
A.1.3.2.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	276
A.1.3.2.1.2	Aufnehmbare Momente.....	276
A.1.3.2.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	276
A.1.3.2.2	Zwei Bewehrungsringe.....	276
A.1.3.2.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	277
A.1.3.2.2.2	Aufnehmbare Momente.....	278
A.1.3.2.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	279
A.1.3.3	Widerstand des Gesamtquerschnitts.....	283
A.1.3.3.1	Ein Bewehrungsring.....	283
A.1.3.3.1.1	Aufnehmbare Längskraft.....	283
A.1.3.3.1.2	Aufnehmbare Momente.....	284
A.1.3.3.1.3	Querschnittssteifigkeiten.....	287
A.1.3.3.2	Zwei Bewehrungsringe.....	291
A.1.3.3.2.1	Aufnehmbare Längskraft.....	291
A.1.3.3.2.2	Aufnehmbare Momente.....	293
A.1.3.3.2.3	Querschnittssteifigkeiten.....	296
A.2	Tabellen zur Fehlerrechnung.....	302

# Bezeichnungen

## Geometrische Größen und Verformungen

$a_i$	Integrationsabschnitte, Index $i = 1,2$
$b$	Querschnittsbreite
$b_i$	Randabstand der Bewehrung, Index $i = 1,2$
$b_i'$	Breite der Integrationsabschnitte für Beton, Index $i = 1,2,3$
$c_{y/z}$	Abmessung der schrägen $d\delta$ -Fläche für Beton in $y/z$ -Richtung
$d$	Statische Höhe
$e_0$	Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung
$e_{01/2}$	Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung am Stützenfuß/-kopf
$e_{2,y/z}$	Zusatzausmitte nach Th. II. O. in $y/z$ -Richtung
$e_a$	Ungewollte Zusatzausmitte aus Schiefstellung
$e_{tot}$	Gesamtausmitte
$h$	Querschnittshöhe bzw. -durchmesser
$h'$	Höhe des Einheitsquerschnitts bei schiefer Biegung
$h^*$	Querschnittshöhe bei schiefer Biegung
$h_1'$	Randabstand der Bewehrung auf der mehr gezogenen bzw. weniger gedrückten Seite des Einheitsquerschnitts bei schiefer Biegung
$h_1^*$	Randabstand der Bewehrung auf der mehr gezogenen bzw. weniger gedrückten Querschnittsseite bei schiefer Biegung
$h_2'$	Randabstand der Bewehrung auf der weniger gezogenen bzw. mehr gedrückten Seite des Einheitsquerschnitts bei schiefer Biegung
$h_2^*$	Randabstand der Bewehrung auf der weniger gezogenen bzw. mehr gedrückten Querschnittsseite bei schiefer Biegung
$h_i$	Randabstand der Bewehrung, Index $i = 1,2$
$h_s'$	Höhe des Bewehrungsumrisses am Einheitsquerschnitt bei schiefer Biegung
$l_{0,y/z}$	Ersatzlänge (Knicklänge) in $y/z$ -Richtung
$l_{col}$	Stützenlänge

$r$	Verkrümmungsradius der Stabachse
$r_{y/z}$	y/z-Anteil von $r$
$r'$	Verkrümmungsradius der Stabachse der normierten Modellstütze
$r'_{y/z}$	y/z-Anteil von $r'$
$s_{y/z}$	Abmessung der schrägen $d\delta$ -Fläche für Betonstahl in y/z-Richtung
$x$	Richtung der Stablängsachse, Höhe der Druckzone des Querschnitts
$x'$	Höhe der Druckzone des Einheitsquerschnitts
$y$	Koordinatenrichtung
$z$	Koordinatenrichtung
$\beta_{y/z}$	Knicklängenbeiwert in y/z-Richtung
$\delta$	Integrationsvariable
$\varepsilon$	Verzerrung allgemein (negatives Vorzeichen bedeutet Stauchung, positives Vorzeichen bedeutet Dehnung)
$\varepsilon_c$	Verzerrung des Betons
$\varepsilon_{c1}$	Verzerrung des Betons am mehr gezogenen bzw. weniger gedrückten Querschnittsrand
$\varepsilon_{c2}$	Verzerrung des Betons am weniger gezogenen bzw. mehr gedrückten Querschnittsrand
$\varepsilon_s$	Verzerrung des Betonstahls
$\varepsilon_{s1}$	Verzerrung des Betonstahls am mehr gezogenen bzw. weniger gedrückten Querschnittsrand
$\varepsilon_{s2}$	Verzerrung des Betonstahls am weniger gezogenen bzw. mehr gedrückten Querschnittsrand
$\eta$	Winkel der Nulllinie (neutrale Faser)
$\varphi$	Winkel der Nulllinie am Einheitsquerschnitt
$\varphi'$	Ersatzwinkel der Nulllinie am Einheitsquerschnitt
$\kappa$	Bezogene Querschnittsverkrümmung
$\lambda_{y/z}$	Schlankheit in y/z-Richtung
$\nu$	Schiefstellung zur Ermittlung der ungewollten Ausmitte
$\rho$	Bezogener geometrischer Bewehrungsgrad

## Statische Größen und Werkstoffkennwerte

$A_c$	Betonquerschnitt
$a_s$	Bewehrungsquerschnitt je Längeneinheit
$A_s$	Bewehrungsquerschnitt
$E_{cm}$	Mittelwert des Beton-Elastizitätsmoduls (Sekantenmodul)
$E_c$	Elastizitätsmodul (Tangentenmodul) des Betons
$E_c'$	Normiertes Elastizitätsmodul (Tangentenmodul) des Betons
$E_s$	Mittelwert des Betonstahl-Elastizitätsmoduls
$EA$	Dehnsteifigkeit des Querschnitts
$EA'$	Dehnsteifigkeit des Einheitsquerschnitts
$\overline{EA}$	Bezogene Dehnsteifigkeit
$ES_{y/z}$	Statische Steifigkeit des Querschnitts um die y/z-Achse
$ES_{y/z}'$	Statische Steifigkeit des Einheitsquerschnitts um die y/z-Achse
$\overline{ES}_{y/z}$	Bezogene statische Steifigkeit um die y/z-Achse
$EI_{y/z}$	Biegesteifigkeit des Querschnitts um die y/z-Achse
$EI_{y/z}'$	Biegesteifigkeit des Einheitsquerschnitts um die y/z-Achse
$\overline{EI}_{y/z}$	Bezogene Biegesteifigkeit um die y/z-Achse
$f_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ , abweichend zu [DIN 1045-1 - 01] um Verwechslungen auszuschliessen. Dort gilt $f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c$
$f_{ck}$	Charakt. Wert der Betondruckfestigkeit (Zylinderdruckfestigkeit)
$f_{cm}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit
$f_{ctm}$	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
$f_{tk}$	Charakt. Wert der Betonstahlzugfestigkeit (Bruchspannung)
$f_{yd}$	Bemessungswert der Fließspannung des Betonstahls
$f_{yk}$	Charakt. Wert der Fließspannung des Betonstahls
$G_k$	Charakt. ständige Last (z. B. Eigenlast)
$Q_k$	Charakt. veränderliche Last (Verkehrslast)
$\overline{H}_{y/z}$	Hilfszustand aus Horizontalkraft $\overline{H}_{y/z} = "1"$ zur Ermittlung von $e_{2,y/z}$
$I_{y/z}$	Trägheitsmoment des Querschnitts um die y/z-Achse

$I_{y/z}'$	Trägheitsmoment des Einheitsquerschnitts um die y/z-Achse
$M_{\text{crit}}$	Bruchmoment (Stabilitätsversagen)
$M_{\text{Rd},y/z}$	Vom Querschnitt aufnehmbares Moment um die y/z-Achse
$M_{\text{Sd,tot},y/z}$	Gesamtmoment (Bemessungsmoment) um die y/z-Achse
$M_{\text{Sd},y/z}$	Bemessungsmoment um die y/z-Achse
$m_{\text{Sd0},y/z}$	Bemessungsmoment nach Th. I. O. um die y/z-Achse bezogen auf den Einheitsquerschnitt
$M_{\text{Sd0},y/z}$	Bemessungsmoment nach Th. I. O. um die y/z-Achse
$M_{\text{Sd2},y/z}$	Zusatzmoment nach Th. II. O. um die y/z-Achse
$M_{\text{Sda},y/z}$	Zusatzmoment um die y/z-Achse infolge $e_a$ (ungewollte Zusatzausmitte)
$M_u$	Bruchmoment (Materialbruch)
$M_x$	Torsionsmoment um die x-Achse
$m_{y/z}$	Biegemoment um die y/z-Achse bezogen auf den Einheitsquerschnitt
$M_{y/z}$	Biegemoment um die y/z-Achse
$\overline{M}_{y/z}$	Moment aus Hilfszustand $\overline{H}_{z/y} = "1"$
$n$	Längskraft (in x-Richtung) bezogen auf den Einheitsquerschnitt
$N$	Längskraft (in x-Richtung)
$N_{\text{crit}}$	Traglast (Stabilitätsversagenh)
$N_{\text{Rd}}$	Vom Querschnitt aufnehmbare Längskraft
$n_{\text{Sd}}$	Bemessungslängskraft bezogen auf den Einheitsquerschnitt
$N_{\text{Sd}}$	Bemessungslängskraft
$N_u$	Traglast (Materialbruch)
$R_c$	Anteil des Betons am Bauteilwiderstand
$R_d$	Bemessungswert des Bauteilwiderstandes (Querschnittswiderstand)
$R_s$	Anteil des Betonstahls am Bauteilwiderstand
$S_d$	Bemessungswert der Einwirkungen (Lasten)
$V_{y/z}$	Querkraft in y/z-Richtung
$\alpha$	Abminderungsfaktor der Betonspannungen zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen und sonstigen ungünstigen Einflüssen
$\alpha_{\text{EA}}$	Symbol für das Integral zur Dehnsteifigkeit am Einheitsquerschnitt

$\alpha_{EA}'$	Symbol für das Integral zur Dehnsteifigkeit am Einheitsquerschnitt mit normiertem Beton-Elastizitätsmodul
$\alpha_{ES,y/z}$	Symbol für das Integral zur statischen Steifigkeit um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt
$\alpha_{ES,y/z}'$	Symbol für das Integral zur statischen Steifigkeit um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt mit normiertem Beton-Elastizitätsmodul
$\alpha_{EI,y/z}$	Symbol für das Integral zur Biegesteifigkeit um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt
$\alpha_{EI,y/z}'$	Symbol für das Integral zur Biegesteifigkeit um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt mit normiertem Beton-Elastizitätsmodul
$\alpha_{M,y/z}$	Symbol für das Integral zum Moment um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt
$\alpha_{M,y/z}'$	Symbol für das Integral zum Moment um die y/z-Achse am Einheitsquerschnitt mit normierter Betonspannung
$\alpha_N$	Symbol für das Integral zur Längskraft am Einheitsquerschnitt
$\alpha_N'$	Symbol für das Integral zur Längskraft am Einheitsquerschnitt mit normierter Betonspannung
$\varepsilon_{c0}$	Grenzstauchung des Betons bei zentrischem Druck
$\varepsilon_{cu}$	Grenzstauchung des Betons für Biegedruck
$\varepsilon_{cv}$	Betonstauchung bei Erreichen des Höchstwertes der Betondruckspannungen. Index "v" steht für <i>vertex</i> (Scheitelpunkt) und wird abweichend von den Normen verwendet, um Verwechslungen auszuschliessen
$\varepsilon_{fctm}$	Betondehnung bei Erreichen des Mittelwertes der Betonzugspannungen
$\varepsilon_{su}$	Rechnerisch maximal ansetzbare Verzerrung des Betonstahls
$\varepsilon_{uk}$	Verzerrung des Betonstahls bei Höchstlast (Bruchverzerrung)
$\varepsilon_{yd}$	Fließgrenze des Betonstahls
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert für Beton
$\gamma_c'$	Faktor zur Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwertes für hochfeste Betone
$\gamma_G$	Teilsicherheitsbeiwert für ständige Last
$\gamma_Q$	Teilsicherheitsbeiwert für veränderliche Last
$\gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl
$\mu_{Rd,y/z}$	Bezogenes, vom Querschnitt aufnehmbares Moment um die y/z-Achse
$\mu_{Sd,y/z}$	Bezogenes Bemessungsmoment um die y/z-Achse

$\mu_{Sd0,y/z}$	Bezogenes Bemessungsmoment nach Th. I. O. um die y/z-Achse
$\mu_{Sd2,y/z}$	Bezogenes Zusatzmoment nach Th. II. O. um die y/z-Achse
$\mu_{Sda,y/z}$	Bezogenes Zusatzmoment um die y/z-Achse infolge $e_a$
$\mu_u$	Bezogenes Bruchmoment (Materialbruch)
$\nu_{Rd}$	Vom Querschnitt aufnehmbare bezogene Längskraft
$\nu_{Sd}$	Bezogene Bemessungslängskraft
$\nu_u$	Bezogene Traglast (Materialbruch)
$\psi$	Winkel des normierten sowie bezogenen Momentenverhältnisses
$\psi_0$	Beiwert für die Grundkombination der Lasten
$\sigma_c$	Betonspannung
$\sigma_c'$	Normierte Betonspannung
$\sigma_s$	Betonstahlspannung
$\vartheta$	Winkel des Momentenverhältnisses
$\omega$	Mechanischer Bewehrungsgrad

In [DIN 1045-1 - 01] wurde gegenüber [ENV 1992-1-1 - 92] das Kurzzeichen "S" (Stress, verwendet z. B. für  $S_d$ ,  $M_{Sd}$ ) durch "E" (Einwirkung, z. B.  $E_d$ ,  $M_{Ed}$ ) ersetzt. Dies ist in der vorliegenden Arbeit wegen Verwechslungsgefahr nicht berücksichtigt. Es gelten die Bezeichnungen gemäß [ENV 1992-1-1 - 92].

Die Bedeutung weiterer, hier nicht aufgeführter Bezeichnungen ergibt sich aus den Erläuterungen bzw. der Verwendung im Text.

# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Die rasche Entwicklung der Rechenleistung von Computern macht es immer mehr möglich, auch komplizierte Tragwerke aus Stahlbeton nichtlinear und ohne besondere Vereinfachungen in Geometrie und Materialverhalten zügig zu berechnen. Dies ist die Voraussetzung für den Knicksicherheitsnachweis am Gesamtsystem, da der Rechengang sehr kompliziert ist und nicht ohne ein entsprechendes Computerprogramm bewältigt werden kann. Durch Rissbildung ändern sich die Querschnittssteifigkeiten und damit die Schnittgrößen. Eine möglichst genaue Berechnung kann deshalb nur numerisch-iterativ unter Berücksichtigung der Nichtlinearitäten des Stahlbetons erfolgen. Bei räumlichen Stabilitätsproblemen ist der Aufwand außerdem noch wesentlich höher als bei ebenen. Ebenes Knicken kommt in der Baupraxis eigentlich nicht vor, selbst wenn planmäßig nur einachsige Lastausmitten auftreten. Unvermeidbare Imperfektionen erzeugen Exzentrizitäten auch unabhängig von der planmäßigen Ausmitte der Belastung und bei sehr unterschiedlichen Schlankheiten in den Achsenrichtungen genügen schon kleine Ausmitten, um die Traglast deutlich zu verringern.

Hochleistungsbetone ermöglichen heute schlankere Konstruktionen. Sie haben zudem ein wesentlich spröderes Druckversagen als normalfeste Betone, erkennbar am abfallenden Ast der Arbeitslinie nach Erreichen des Scheitelwertes (Bild 1.1). Dies erfordert beim Stabilitätsnachweis entsprechende Beachtung.

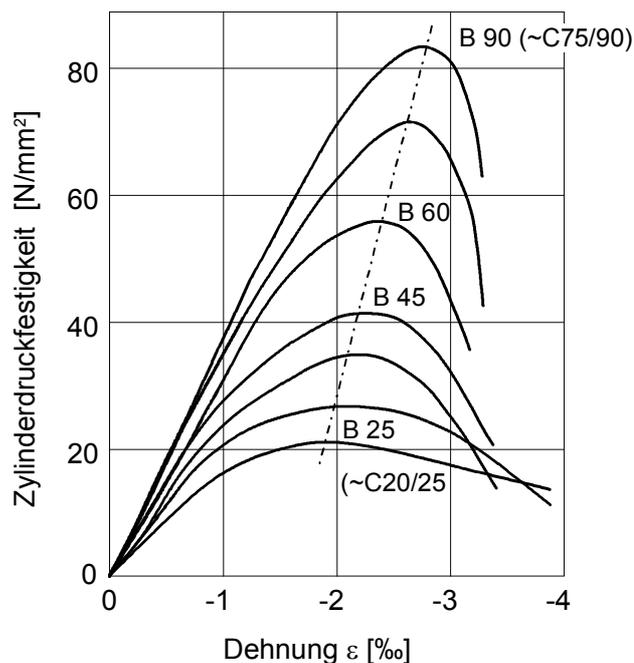


Bild 1.1: Idealisierte Arbeitslinien von Betonen verschiedener Festigkeitsklassen [König/Grimm - 00]

Mit der Anwendung von Computerprogrammen kann trotz der Entlastung bei der Berechnung selbst, ein beträchtlicher Aufwand bei der Eingabe bzw. Generierung des Systems entstehen. Diese Programme basieren meist auf der Finite-Element-Methode (FEM) und erfordern eine gewisse Erfahrung im Umgang sowie in der Ergebnisauswertung, besonders wenn sie nichtlinear rechnen. Deshalb gibt es für das ebene Stabilitätsproblem bereits vereinfachte Bemessungsverfahren und Hilfsmittel, die im baupraktischen Einsatz schnell zu einer brauchbaren Lösung führen. Hier leisten Bemessungsdiagramme sehr gute Dienste. Außer zur Vorbemessung und Kontrollrechnung tragen sie auch wesentlich zur Veranschaulichung bei.

## 1.2 Übersicht gebräuchlicher Bemessungsverfahren

Tab. 1.1 gibt Hinweise, welches Nachweisverfahren zweckmäßigerweise gewählt werden kann. Die Untersuchung horizontal verschieblicher Systeme nach dem Modellstützenverfahren (Ersatzstabverfahren) reicht stets aus für eingeschossige Rahmensysteme und kann auch noch für regelmäßige zweigeschossige Rahmensysteme angewandt werden.

Für mehrgeschossige oder unregelmäßige, verschiebliche Systeme wird ein Nachweis am Gesamtsystem empfohlen, weil in diesen Fällen das Modellstützenverfahren zu unsicheren Ergebnissen führen kann. Der Einfluss des Gesamtsystems auf die Einzelstütze ist hierbei sehr groß. Außerdem liefert ein Knicksicherheitsnachweis der einzelnen Druckglieder nach dem Modellstützenverfahren keinen hinreichenden Aufschluss über die aus den Systemverformungen entstehenden zusätzlichen Beanspruchungen der aussteifenden Bauteile, so dass sich Unsicherheiten bei der Bemessung ergeben [Kordina/Quast - 97].

Tab. 1.1: Übersicht der Bemessungsverfahren [Kordina/Quast - 97]

	Horizontal hinreichend ausgesteifte Tragwerke (z. B. durch Wandscheiben oder Gebäudekerne) sowie Einzelbauteile	Horizontal nicht ausgesteifte Tragwerke
Schnittgrößenberechnung nach Th. II. O. und Nachweis am Gesamtsystem (i.d.R. programmgesteuert)	Bei <i>unregelmäßigen</i> Tragwerken und Einzelbauteilen zu bevorzugen, wenn <ul style="list-style-type: none"> <li>- Abmessungen veränderlich oder Bewehrung gestaffelt</li> <li>- Stützen horizontal belastet</li> <li>- Einspannmomente nach Th. II. O. für anschließende Bauteile benötigt werden</li> </ul>	Stets zu bevorzugen. Möglich sind <ul style="list-style-type: none"> <li>- vereinfachte <math>M</math>-<math>\kappa</math>-Beziehungen</li> <li>- vereinfachte wirksame Biegesteifigkeiten für vielgliedrige, statisch unbestimmte Tragwerke mit Tragreserven in den Riegeln bei Vollast</li> </ul>
Modellstützenverfahren sowie allgemeine Verfahren und Bemessungshilfen	Bei <i>regelmäßigen</i> Tragwerken und Einzelbauteilen zu bevorzugen, wenn <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vernachlässigung des Einflusses des Gesamttragwerkes auf die schlankheitsbedingte Traglastminderung des Einzelbauteils möglich</li> <li>- Nachweis der Zusatzmomente in Riegeln entbehrlich</li> </ul>	Bei <i>regelmäßigen</i> Tragwerken möglich. Zur Vorbemessung geeignet. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wirksame Biegesteifigkeit für <math>l_0</math> beachten</li> <li>- Zusatzmomente in Stützen und Riegeln berücksichtigen</li> </ul>

### 1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise

Eine zutreffende Bemessung von Stahlbetondruckgliedern mit zweiachsiger Lastausmitte ist bisher ohne Bemessungshilfsmittel nur programmgesteuert möglich. Das Ziel dieser Arbeit ist es, hierfür grafische Hilfsmittel in Form von Bemessungsdiagrammen zur Verfügung zu stellen. Dadurch wird bei der Anwendung von Interaktionsdiagrammen die bisherige Einschränkung auf den ebenen Fall aufgehoben.

Folgende Aspekte sollen dabei im Vordergrund stehen:

- Einfache Anwendung, basierend auf dem Prinzip gebräuchlicher Interaktionsdiagramme
- Anschaulichkeit
- Gegenüber dem Modellstützenverfahren möglichst wenig rechnerische Vereinfachungen, da die Anwendung grafisch erfolgt.

Für den ebenen Stabilitätsnachweis wurden in [Avak - 99] und [Allgöwer/Avak - 99] bereits Interaktionsdiagramme auf der Grundlage des Modellstützenverfahrens nach [ENV 1992-1-1 - 92] vorgestellt. Die Basis für den hier betrachteten räumlichen Fall ist eine erweiterte Modellstütze, welche gleichzeitig zwei Knickrichtungen mit gleichen oder unterschiedlichen Ersatzlängen in der jeweiligen Koordinatenrichtung aufweisen kann. Als zusätzliche Variable treten also "nur" die zweite Ersatzlänge und das Biegemoment um die zweite Achsenrichtung auf, welche jedoch den Aufwand sowohl bei der Berechnung als auch bei der späteren grafischen Darstellung erheblich vergrößern.

Die bisher üblichen Interaktionsdiagramme für den ebenen Fall [DAfStb-H425 - 92] ergeben sich durch die genannte Erweiterung als Sonderfall des allgemeinen räumlichen Zustandes. Verschiedene grafische Darstellungsmöglichkeiten zur praktischen Anwendung werden untersucht, wobei die Anschaulichkeit nicht außer Acht gelassen wird.

Zur Durchführung der aufwendigen Berechnungen dient ein speziell für diesen Zweck erstelltes Computerprogramm (im folgenden "Interak2" genannt). Es ist die programmtechnische Umsetzung des Berechnungsansatzes gemäß Kap. 3 und der in Kap. 4 angegebenen, zugehörigen Gleichungen.

Grundlage dieser Arbeit ist [ENV 1992-1-1 - 92] mit [NAD ENV 1992-1-1 - 93] und [DIN 1045-1 - 01]. Wenn relevante Unterschiede zwischen beiden Normen bestehen, so sind diese an den entsprechenden Stellen gekennzeichnet. Die inzwischen nicht mehr gültige [DIN 1045 - 88] wurde durch [DIN 1045-1 - 01] ersetzt. An maßgeblichen Stellen wird diese Norm jedoch zu Vergleichszwecken und für Gegenrechnungen mitbehandelt.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Annahmen und Voraussetzungen

Es gelten die folgenden Annahmen und Voraussetzungen:

- Querschnittsabmessungen sind klein gegenüber der Stützenlänge
- Es gelten die allgemeinen Annahmen der technischen Biegelehre nach Th. II. O., d. h. kleine Verformungen gegenüber der Stützenlänge, Querschnitte bleiben auch nach der Verformung eben und rechtwinklig zur Stabachse (Bernoulli-Hypothese).
- Nur Kurzzeitbelastung wird untersucht, d. h. zeitabhängige Einflüsse werden vernachlässigt
- Das Werkstoffverhalten wird durch nichtlinear elastische, einachsige Arbeitslinien beschrieben
- Verformungen aus Schub, Verdrillung oder Verwölbung werden vernachlässigt. Vereinbarung: Sofern nicht an entsprechender Stelle anders erwähnt, ist im folgenden der Begriff "Moment" gleichbedeutend mit Biegemoment
- Zwischen Beton und Betonstahl herrscht vollständiger Verbund, d. h. kein Schlupf zwischen Betonstahl und umgebendem Beton
- Über die Stützenlänge gleich bleibender Querschnitt, Bewehrung ist nicht gestaffelt
- Lasten greifen am Stützenkopf an und sind statisch und richtungstreu

### 2.2 Sicherheitskonzept

Nachfolgend sind in Tab. 2.1 die Nachweiskonzepte der in Kap. 1.3 genannten Normen zur Übersicht zusammengestellt. Es sind darin nur die wichtigsten Angaben für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wiedergegeben.

Zur Entwicklung der Bemessungsdiagramme wird der Bauteilwiderstand  $R_d$  benötigt. Die Belastung  $S_d$  findet Anwendung als Tafel-Eingangswert in Form von Bemessungsschnittgrößen.

Tab. 2.1: Nachweiskonzepte

	[ENV 1992-1-1 - 92] [DIN 1045-1 - 01]	[DIN 1045 - 88]	
	Semiprobabilistisches Sicherheitskonzept	Deterministisches Sicherheitskonzept	
Widerstand $R_d$ (Baustoffe)	Teilsicherheitsbeiwerte		
	Kombination	Beton $\gamma_c$ *)	Betonstahl $\gamma_s$
	Grund	1,5	1,15
	Unfall	1,3	1,0
	$R_d = \frac{R_c}{\gamma_c} + \frac{R_s}{\gamma_s}$		Globaler Sicherheitsbeiwert abhängig von der Stahldehnung, d. h. Versagensart $\gamma = \begin{cases} 1,75 & \text{für } \varepsilon_s \geq 3,0\text{‰} \\ 1,75 + \frac{(3,0 - \varepsilon_s) \cdot 0,35}{3,0} & \text{für } 3,0\text{‰} > \varepsilon_s > 0 \\ 2,1 & \text{für } \varepsilon_s \leq 0 \end{cases}$ $\varepsilon_s$ Stahldehnung auf der mehr gezogenen bzw. weniger gedrückten Querschnittsseite $R_d = \frac{R_c + R_s}{\gamma}$
Einwirkungen $S_d$ (Lasten)	Teilsicherheitsbeiwerte		
	Auswirkung	Ständige Last $\gamma_G$	Verkehrslast $\gamma_Q$
	günstig	1,0	-
	ungünstig	1,35	1,5
Die Ermittlung der Bemessungslasten erfolgt unter Beachtung der Einwirkungskombination (hier Grundkombination) $S_d = \sum \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$		Der Stabilitätsnachweis nach Th. II. O. erfolgt mit den 1,75-fachen Gebrauchslasten	
Nachweis	$S_d \leq R_d$		
*) Nach [DIN 1045-1 - 01]: - Für Fertigteile $\gamma_c = 1,35$ - Unbew. Bauteile $\gamma_c = 1,80/1,55$ Grundk./Unfallk. - Ab C55/67 mit Faktor $\gamma_c'$ (Gl. (2.4)) zu erhöhen			



Die Verzerrungsbereiche lassen sich wie folgt beschreiben:

Bereich 1: Zentrischer Zug und Längszugkraft mit kleiner Ausmitte

Bereich 2: Biegung mit/ohne Längskraft unter Ausnutzung der Bewehrung

Bereich 3: Biegung mit/ohne Längskraft unter Ausnutzung von Beton und Bewehrung

Bereich 4: Biegung mit/ohne Längskraft unter Ausnutzung des Betons

Bereich 5: Zentrischer Druck und Längsdruckkraft mit kleiner Ausmitte

### 2.3.3 Beton

Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ("Tension-stiffening"-Effekt) wird in der Regel auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt, da eine Bemessung mit der Modellstütze im üblichen Anwendungsfall nur eine Näherung darstellt. Auch gemäß [ENV 1992-1-1 - 92] A 3.4 (7) sollte die Mitwirkung des Betons auf Zug bei Verwendung des Modellstützenverfahrens nicht angesetzt werden. Eine Ausnahme bilden Sonderbauwerke wie z. B. hohe und schlanke Brückenpfeiler bei denen die Bemessung ohne die Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone zu unwirtschaftlich wird [Quast - 84]. Allerdings berechnet man solche Bauwerke normalerweise auch individuell programmgesteuert. Zu Vergleichszwecken wird der Ansatz nach Kap. 2.3.3.2 für einige Berechnungen verwendet.

#### 2.3.3.1 Beton unter Druckspannung

Mit der parabel-rechteck-förmigen Spannungs-Verzerrungs-Beziehung ( $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung) (Bild 2.2), wie sie zur Querschnittsbemessung verwendet werden darf, lassen sich die Betonfestigkeitsklassen bis C50/60 bzw. B55 durch Normierung einheitlich behandeln. Es ist jedoch zu beachten, dass das Parabel-Rechteck-Diagramm (P.-R.-Diagramm) ursprünglich zur Querschnittsbemessung im rechnerischen Bruchzustand abgeleitet wurde und daher nicht für Verformungsberechnungen verwendet werden sollte. [DIN 1045 - 88] gibt, im Gegensatz zu den neuen Normen, außer dem bilinearen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm keine alternative Arbeitslinie an. Nach [Grasser/Pratsch - 92], [Kordina/Quast - 92] sowie nach [DAfStb-H423 - 92] ergeben sich jedoch auch mit Anwendung des P.-R.-Diagramms bei Stützenberechnungen brauchbare Traglasten (Kap. 5).

Nach [ENV 1992-1-1 - 92] und [DIN 1045-1 - 01] sind die Schnittgrößen und Verformungen mit der Arbeitslinie gemäß Bild 2.4 zu ermitteln. Greift man zur Verformungsberechnung auf diese  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung zurück, geht zwangsläufig die Möglichkeit zur Vereinheitlichung (durch Normierung) für die Betonfestigkeitsklassen bis C50/60 bzw. B55 aufgrund unterschiedlicher Funktionsparameter verloren. Für die höheren Betonfestigkeitsklassen (hochfeste Betone) gelten sowohl zur Bemessung als auch zur Schnittgrößenermittlung besonders angepaßte  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehungen. Dadurch muss für jede dieser Betonklassen ein eigenes Diagramm erstellt werden.

Die Verwendung unterschiedlicher Arbeitslinien für die Bemessung einerseits und die Schnittgrößen andererseits in ein und demselben Rechengang ist wenig sinnvoll, denn die Schnittgrößen werden nicht vereinfachend linear-elastisch sondern bereits wirklichkeitsnah ermittelt [Eibl - 92].

Die nach Bild 2.4 berechneten, maximal aufnehmbaren Schnittgrößen weichen außerdem mehr oder weniger von denjenigen nach Bild 2.2 ab. Die Ursache dafür sind vorrangig die verschiedenen Grenzverzerrungen, die den Verlauf der Verzerrungen über den gesamten Querschnitt bestimmen und je nach Bewehrungsgrad und -anordnung unterschiedlichen Einfluss nehmen. Außerdem bestimmen die Verzerrungen direkt die Verkrümmung des Querschnitts und damit die zusätzliche Ausmitte nach Th. II. O. . Programmtechnisch ist es deshalb problematisch, zwei verschiedene Betonarbeitslinien in einem Rechengang zu verwenden.

Aus den genannten Gründen werden im Rahmen dieser Arbeit die Berechnungen entweder unter Verwendung des P.-R.-Diagramms (Bild 2.2) oder des wirklichkeitsnaheren Verlaufs nach Bild 2.4 durchgeführt. In letzterem Fall jedoch nicht mit den Mittelwerten der Druckfestigkeit und des E-Moduls, sondern mit den Bemessungswerten.

Die Betondruckspannung auf Grundlage des P.-R.-Diagramms folgt der Funktion

$$\sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \left( \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cv}} \right)^n - 1 \right) & \text{für } 0 \geq \varepsilon > \varepsilon_{cv} \\ -\alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} & \text{für } \varepsilon_{cv} \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.1)$$

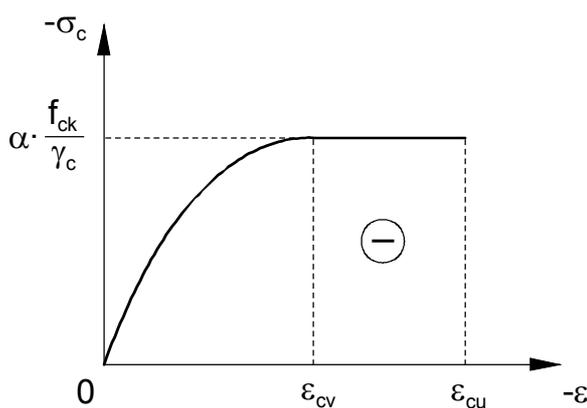


Bild 2.2: Rechnerische parabel-rechteck-förmige  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Betons für die Querschnittsbemessung

In den Gleichungen für die aufnehmbaren Schnittgrößen (Kap. 4.3) wird die normierte Betonspannung verwendet. Diese ergibt sich zu

$$\sigma_c'(\varepsilon) = \begin{cases} \left( \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cv}} \right)^n - 1 \right) & \text{für } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{cv} \\ -1 & \text{für } \varepsilon_{cv} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.2)$$

mit

$$\sigma_c(\varepsilon) = \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \sigma_c'(\varepsilon) = \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_c'(\varepsilon) \quad (2.3)$$

Funktionsparameter für die jeweilige Betongüte (Normalbeton) können Tab. 2.2 entnommen werden. Der Abminderungsbeiwert  $\alpha$  zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen und sonstigen ungünstigen Einflüssen wird einheitlich mit 0,85 angenommen. Ab der Betonfestigkeitsklasse C55/67 ist wegen größerer Streuungen der Materialeigenschaften der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  nach [DIN 1045-1 - 01] mit dem Faktor

$$\gamma_c' = \frac{1}{1,1 - \frac{f_{ck}}{500}} \geq 1,0 \quad (2.4)$$

zu erhöhen.

In [DIN 1045 - 88] mit [DAfStb-Richtlinie - 95] ist diese zusätzliche Sicherheit bei den höheren Betonklassen ab B65 in der Rechenfestigkeit  $\beta_R$  berücksichtigt.

Außer der Erhöhung des Sicherheitsbeiwertes wird die  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung der hochfesten Betone zusätzlich angepasst. Je höher die Betonfestigkeitsklasse, desto steiler der Parabelverlauf bis zum Scheitelwert und desto kleiner der Nachbruchbereich. Damit wird dem spröden Bruchverhalten (schlagartiges Bruchversagen) dieser Betone Rechnung getragen [König/Grimm - 00].

Tab. 2.2: Parameter der rechnerischen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Normalbetons für die Querschnittsbemessung

[ENV 1992-1-1 - 92] *) und [DIN 1045-1 - 01]					[DIN 1045 - 88] mit [DAfStb-Richtlinie - 95]				
Betongüte	$f_{ck}$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	$\varepsilon_{cv}$ [‰]	$\varepsilon_{cu}$ [‰]	$n$ [-]	Betongüte	$\beta_R$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	$\varepsilon_{bs}$ [‰]	$\varepsilon_{bu}$ [‰]	$n$ [-]
C12/15	12	-2,0	-3,5	2,0	B15	10,5	-2,0	-3,5	2,0
C16/20	16								
C20/25	20				B25	17,5			
C25/30	25								
C30/37	30				B35	23,0			
C35/45	35				B45	27,0			
C40/50	40								
C45/55	45				B55	30,0			
C50/60	50								
C55/67	55	-2,03	-3,1	2,0	B65	40	-2,03	-3,1	2,0
C60/75	60	-2,06	-2,7	1,9	B75	45	-2,06	-2,7	1,9
C70/85	70	-2,10	-2,5	1,8	B85	50	-2,10	-2,5	1,8
C80/95	80	-2,14	-2,4	1,7	B95	55	-2,14	-2,4	1,7
C90/105	90	-2,17	-2,3	1,6	B105	60	-2,17	-2,3	1,6
C100/115	100	-2,20	-2,2	1,55	B115	64	-2,20	-2,2	1,55

\*) Gegenwärtig nur bis zur Betonfestigkeitsklasse C50/60 genormt

Zur Ermittlung der Querschnittssteifigkeiten (Kap. 4.3) wird der Elastizitätsmodul als Tangente an die Spannungsfunktion benötigt (Bild 2.3). Dies entspricht der ersten Ableitung von Gl. (2.2) und ergibt sich in normierter Form zu

$$E_c'(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{-n}{\varepsilon_{cv} - \varepsilon} \cdot \left( \frac{\varepsilon_{cv} - \varepsilon}{\varepsilon_{cv}} \right)^n & \text{für } 0 \geq \varepsilon > \varepsilon_{cv} \\ 0 & \text{für } \varepsilon_{cv} \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.5)$$

wobei gilt

$$E_c(\varepsilon) = \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot E_c'(\varepsilon) = \alpha \cdot f_{cd} \cdot E_c'(\varepsilon) \quad (2.6)$$

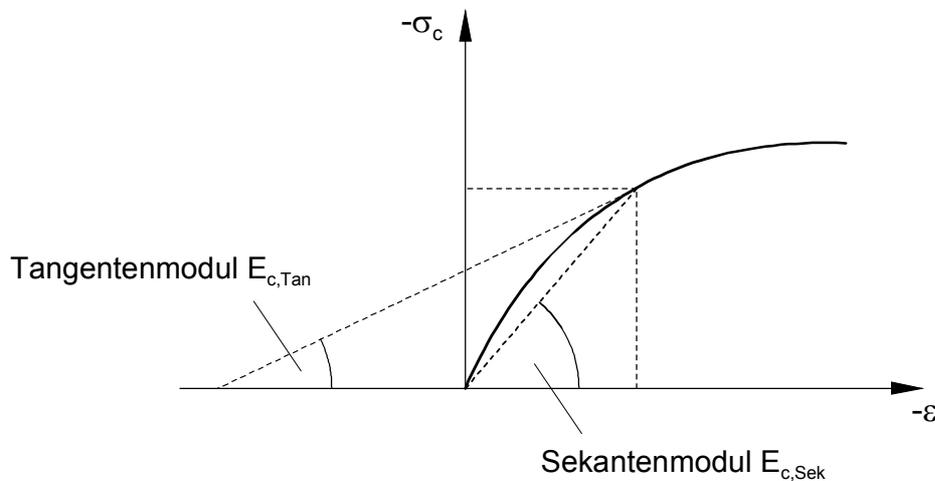


Bild 2.3: Tangenten- und Sekantenmodul

Zur Schnittgrößen- und Verformungsberechnung ist nach [ENV 1992-1-1 - 92] und [DIN 1045-1 - 01] der Verlauf der Arbeitslinie gemäß Bild 2.4 anzunehmen. Die zugehörige Funktion beschreibt Gl. (2.7), deren Parameter in Tab. 2.3 zusammengestellt sind. Wie bereits erwähnt, werden jedoch nicht die Mittelwerte der Druckfestigkeit und des E-Moduls eingesetzt, sondern die Bemessungswerte. Da der mechanische Bewehrungsgrad  $\omega_{\text{tot}}$  für die Berechnung der Bemessungsdiagramme fest vorgegeben wird, ist dies programmtechnisch günstiger und liegt außerdem stets auf der sicheren Seite. Die Schnittgrößenermittlung und die Bemessung sind dadurch ein Rechengang.

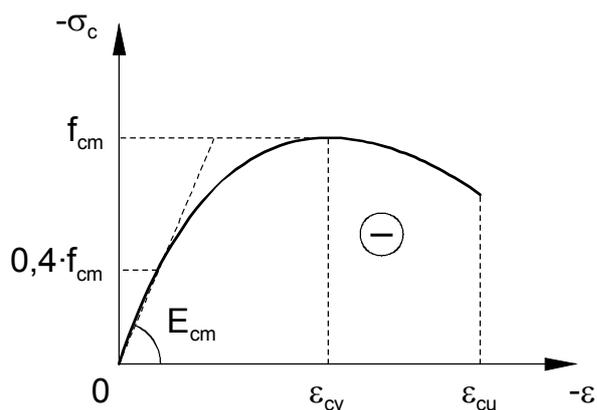


Bild 2.4: Rechnerische  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung des Betons für die Schnittgrößenermittlung

[CEB/FIP MC90 - 99]	[ENV 1992-1-1 - 92] und [DIN 1045-1 - 01]
$\sigma_c(\varepsilon) = -f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \quad (2.7)$	

$$\text{mit } \eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cv}}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (2.8)$$

$\varepsilon_{cu}$  nach Tab. 2.3

$$\varepsilon_{cv} = -0,0017 - 0,0010 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cmo,\varepsilon}} \right)$$

$$f_{cmo,\varepsilon} = 70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c,sec}}$$

$$E_{c,sec} = \frac{f_{cm}}{|\varepsilon_{cv}|} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot E_{co} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cmo,E}} \right)^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$E_{co} = 21500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{cmo,E} = 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$\varepsilon_{cv}$  nach Tab. 2.3

$$k = 1,1 \cdot E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{cv}|}{f_{cm}}$$

$$E_{cm} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Beiwert $\alpha_E$	Zuschlag
1,2	Basalt, Kalkstein dicht
1,0	quarzitisch
0,9	Kalkstein
0,7	Sandstein

$\sigma_c$	Betondruckspannung	
$f_{ck}$	charakt. Betondruckfestigkeit (Zylinderdruckfestigkeit)	
$f_{cm}$	Mittelwert der Betondruckfestigkeit (Scheitelwert)	
$\varepsilon$	Betonstauchung	
$\varepsilon_{cu}$	Betonstauchung im abfallenden Ast bei $\sigma_c = -0,5 \cdot f_{cm}$	
$\varepsilon_{cv}$	Betonstauchung bei Erreichen des Scheitelwertes $f_{cm}$	
$E_{ci}$	Tangenten-Elastizitätsmodul im Ursprung	$E_{cm}$ Mittelwert des Sekanten-Elastizitätsmodul (Bild 2.4)
$E_{c,sec}$	Sekanten-Elastizitätsmodul	

Tab. 2.3: Parameter der rechnerischen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Normalbetons für die Schnittgrößenermittlung

Betongüte	$f_{ck}$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	[ENV 1992-1-1 - 92]			[DIN 1045-1 - 01]		
		$E_{cm}$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	$\varepsilon_{cv}$ [‰]	$\varepsilon_{cu}$ [‰]	$E_{cm}$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	$\varepsilon_{cv}$ [‰]	$\varepsilon_{cu}$ [‰]
C12/15	12	26	-2,2	-3,6	25,8	-1,8	-3,5
C16/20	16	27,5		-3,5	27,4	-1,9	
C20/25	20	29		-3,4	28,8	-2,1	
C25/30	25	30,5		-3,3	30,5	-2,2	
C30/37	30	32		-3,2	31,9	-2,3	
C35/45	35	33,5		-3,1	33,3	-2,4	
C40/50	40	35		-3,0	34,5	-2,5	
C45/55	45	36		-2,9	35,7	-2,55	
C50/60	50	37		-2,8	36,8	-2,6	
C55/67	55	-	-	-	37,8	-2,65	-3,4
C60/75	60	-	-	-	38,8	-2,7	-3,3
C70/85	70	-	-	-	40,6	-2,8	-3,2
C80/95	80	-	-	-	42,3	-2,9	-3,1
C90/105	90	-	-	-	43,8	-2,95	-3,0
C100/115	100	-	-	-	45,2	-3,0	-3,0

Nach [ENV 1992-1-1 - 92] A 3.4 (6) werden für die mittleren Kennwerte in Bild 2.4 die entsprechenden Bemessungswerte eingesetzt.

Für  $f_{cm}$  wird  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$  und

für  $E_{cm}$  wird  $E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c}$  eingesetzt.

Somit ergibt sich für die Spannungen aus Gl. (2.7)

$$\sigma_c(\varepsilon) = -\frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \left[ \frac{N}{mm^2} \right] \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \quad (2.9)$$

mit

$$k = 1,1 \cdot \frac{E_{cm}}{\gamma_c} \cdot \frac{|\varepsilon_{cv}|}{f_{ck}/\gamma_c} = 1,1 \cdot E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{cv}|}{f_{ck}}$$

$$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cv}}$$

$$\alpha = 1,0$$

Auf diese Weise können die aufnehmbaren Schnittgrößen (Kap. 4.3) mit der normierten Spannung (Gl. (2.3)) einheitlich abgeleitet werden. Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  wird nach [DIN 1045-1 - 01] für die hochfesten Betone ab C55/67 mit dem Faktor  $\gamma_c'$  (Gl. (2.4)) erhöht.

Die mit Gl. (2.3) normierte Funktionsgleichung (2.9) für die Spannungen lautet

$$\sigma_c'(\varepsilon) = -\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \quad (2.10)$$

und der ebenfalls normierte Tangentenmodul als erste Ableitung von Gl. (2.10) ist

$$E_c'(\varepsilon) = -\frac{k - 2 \cdot \eta + (2 - k) \cdot \eta^2}{\varepsilon_{cv} \cdot (1 + (k - 2) \cdot \eta)^2} \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} \quad (2.11)$$

### 2.3.3.2 Beton unter Zugspannung

Die Zugfestigkeit von Beton wird auf drei verschiedene Arten ermittelt:

- axiale (zentrische) Zugfestigkeit  $f_{ctm}$
- Biegezugfestigkeit  $f_{ct,fl}$
- Spaltzugfestigkeit  $f_{ct,sp}$  .

Sie ist, wie die Druckfestigkeit im übrigen auch, von einer Vielzahl von Parametern abhängig wie z. B. dem w/z-Wert, dem Hydratationsgrad und der Haftung zwischen Zementstein und Zuschlag (Haftverbund). Die Biegezugfestigkeit von üblichen Betonen liegt zwischen 3 und 8 N/mm<sup>2</sup> und ist damit etwas höher als die zentrische Zugfestigkeit mit 1,5 bis 5 N/mm<sup>2</sup> [Hilsdorf - 92]. Die Spaltzugfestigkeit liegt zwischen 2 und 6 N/mm<sup>2</sup>. Eine analytische Beziehung sowie ein  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm für Beton unter Zugspannung ist in [CEB/FIP MC90 - 99] wiedergegeben. Die Mitwirkung des Betons auf Zug nach der Rissbildung ("Tension-stiffening"-Effekt) wird zusätzlich stark vom Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung, d. h. vorrangig durch Bewehrungsgrad, Rippung und Stabdurchmesser beeinflusst. Ausführlichere Angaben hierzu siehe beispielsweise [DAfStb-H423 - 92].

Für die Untersuchungen in dieser Arbeit wird der "Tension-stiffening"-Effekt im Stoffgesetz des Betons mittels des einfachen Ansatzes nach Bild 2.5 berücksichtigt. Die Zugspannungen steigen linear bis zum Erreichen der mittleren Zugfestigkeit an. Der abfallende Ast verläuft ebenfalls linear bis zur Spannung Null bei Erreichen der Fließgrenze des Betonstahls. Diese Form der Arbeitslinie ist in [DAfStb-H423 - 92] enthalten und wurde beispielsweise auch in [Backes - 94] verwendet. [Wolf - 87] und [Naser - 96] geben ausführliche Hinweise zur Anwendung unterschiedlicher Ansätze der Arbeitslinien. Der Ansatz nach Bild 2.5 wird nur in Verbindung mit der Arbeitslinie für Druckspannungen gemäß Bild 2.4 verwendet, d. h. nicht zusammen mit dem P.-R.-Diagramm.

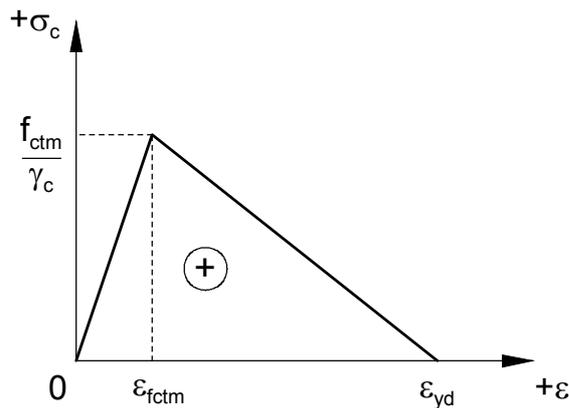


Bild 2.5: Rechnerische  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Betons zur Berücksichtigung der Mitwirkung auf Zug zwischen den Rissen ("Tension-stiffening"-Effekt)

Der Mittelwert der Zugfestigkeit ist nach [CEB/FIP MC90 - 99]

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (2.12)$$

Für die hochfesten Betone ab C55/67 gilt

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm} / 10)) \quad (2.13)$$

Die Bruchdehnung im zentrischen Zugversuch liegt zwischen 0,1 und 0,15 ‰ [Hilsdorf - 92]. Sie nimmt mit steigender Exzentrizität zu und ist bei Biegezugbeanspruchung mit ca. 0,2 ‰ deutlich größer. Für den Ansatz gemäß Bild 2.5 wird  $\varepsilon_{fctm}$  mit 0,1 ‰ festgelegt.

Die Funktionsgleichung der Betonzugspannung nach Bild 2.5 lautet

$$\sigma_c(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{\gamma_c} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{fctm}} & \text{für } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{fctm} \\ \frac{f_{ctm}}{\gamma_c} \cdot \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{yd})}{(\varepsilon_{fctm} - \varepsilon_{yd})} & \text{für } \varepsilon_{fctm} < \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.14)$$

Zur einheitlichen Ableitung der aufnehmbaren Schnittgrößen in Kap. 4.3 mittels der normierten Spannung (Gl. (2.3)) muss Gl. (2.14) umgeformt werden.

$$\sigma_c'(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{\alpha \cdot f_{ck}} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{fctm}} & \text{für } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{fctm} \\ \frac{f_{ctm}}{\alpha \cdot f_{ck}} \cdot \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{yd})}{(\varepsilon_{fctm} - \varepsilon_{yd})} & \text{für } \varepsilon_{fctm} < \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.15)$$

Dabei ist der Abminderungsbeiwert  $\alpha$  mit 1,0 anzunehmen. Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  wird hier ebenfalls für die hochfesten Betone ab C55/67 mit dem Faktor  $\gamma_c'$  (Gl. (2.4)) erhöht.

Der normierte Tangentenmodul als erste Ableitung von Gl. (2.15) ist

$$E_c'(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{f_{ctm}}{\alpha \cdot f_{ck}} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{fctm}} & \text{für } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{fctm} \\ \frac{f_{ctm}}{\alpha \cdot f_{ck}} \cdot \frac{1}{(\varepsilon_{fctm} - \varepsilon_{yd})} & \text{für } \varepsilon_{fctm} < \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.16)$$

### 2.3.4 Betonstahl

Verwendet werden die Betonstahlsorten BSt 420 S (III S) und BSt 500 S (IV S) nach [DIN 488 - 1 - 84] sowie der nicht genormte BSt 220 S für Versuchsnachrechnungen. Heute üblich ist der BSt 500. Der rechnerische Verlauf der Arbeitslinie des Betonstahls wird einheitlich nach Bild 2.6 angenommen. Dieser gilt gleichermaßen für Druck- und Zugbeanspruchung.

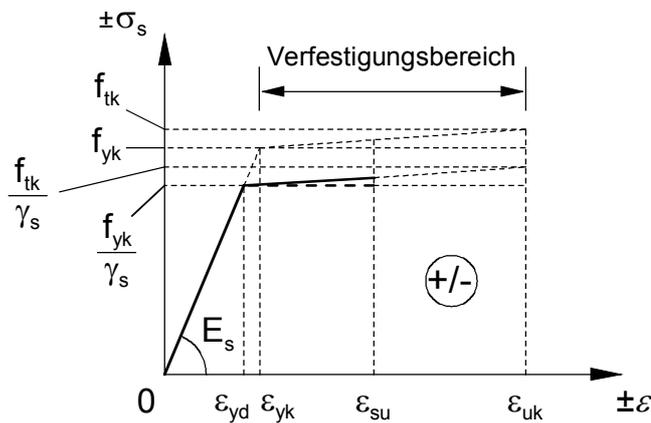


Bild 2.6: Rechnerische bilineare  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Betonstahls

Für die Betonstahlspannung gilt die Gleichung

$$\sigma_s(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon \cdot E_s & \text{für } |\varepsilon| \leq \varepsilon_{yd} \\ \text{mit Verfestigungsbereich:} \\ \frac{\varepsilon}{|\varepsilon|} \cdot \frac{1}{\gamma_s} \cdot \left[ f_{yk} + (|\varepsilon| - \varepsilon_{yd}) \cdot \frac{f_{tk} - f_{yk}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} \right] & \text{für } |\varepsilon| > \varepsilon_{yd} \\ \text{ohne Verfestigungsbereich:} \\ \frac{\varepsilon}{|\varepsilon|} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} & \text{für } |\varepsilon| > \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.17)$$

Die zugehörigen Funktionsparameter enthält Tab. 2.4 .

Tab. 2.4: Parameter der rechnerischen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung des Betonstahls

	[ENV 1992-1-1 - 92]	[DIN 1045-1 - 01]	[DIN 1045 - 88]
$f_{tk}$ bzw. $\beta_Z$ $\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	550 für BSt 500 S 500 für BSt 420 S		
$f_{yk}$ bzw. $\beta_S$ $\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	500 für BSt 500 S 420 für BSt 420 S 220 für BSt 220 S		
$E_s$ $\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	200000	200000	210000
Verfestigungsbereich	nein	ja	ja
$\varepsilon_{su}$ [%o]	20	10	25
$\varepsilon_{uk}$ [%o]	50		50

Die Fließgrenze ergibt sich durch

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot E_s} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{sS} = \frac{\beta_S}{E_s} \quad (2.18)$$

und ist damit direkt abhängig vom Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s$ , weil der Elastizitätsmodul  $E_s$  in Bild 2.6 konstant bleibt ( $\varepsilon_{yd} \neq \varepsilon_{yk}$ ). Deshalb sind Bemessungshilfen auch nur für den bei deren Erstellung benutzten  $\gamma_s$ -Wert gültig.

Der Elastizitätsmodul (Tangentenmodul) als erste Ableitung von Gl. (2.17) ist

$$E_s(\varepsilon) = \begin{cases} E_s & \text{für } |\varepsilon| \leq \varepsilon_{yd} \\ \text{mit Verfestigungsbereich:} \\ \frac{1}{\gamma_s} \cdot \left( \frac{f_{tk} - f_{yk}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} \right) & \text{für } |\varepsilon| > \varepsilon_{yd} \\ \text{ohne Verfestigungsbereich:} \\ 0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} & \text{für } |\varepsilon| > \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (2.19)$$

## 2.4 Vorzeichendefinition der Schnittgrößen

In Bild 2.7 sind die Schnittgrößen in ihrer positiven Definition an einem differentiellen Stück des Stabes dargestellt. Für die positive Schnittfläche gilt das rechtshändige Koordinatensystem.

Die Verformungsanteile des Torsionsmomentes  $M_x$  sowie der Querkräfte  $V_y$  und  $V_z$  werden vernachlässigt (Kap. 2.1). Diese Schnittgrößen sind deshalb im folgenden nicht weiter berücksichtigt.

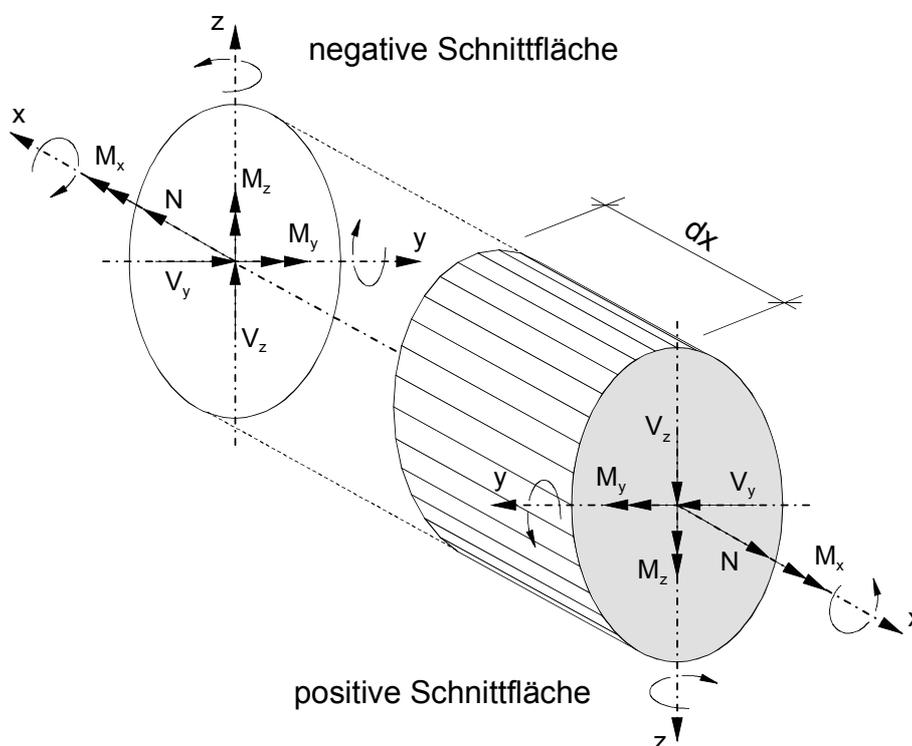


Bild 2.7: Vorzeichendefinition der Schnittgrößen

## 2.5 Tragverhalten schlanker Druckglieder

Zunächst sollen mit Bild 2.8 einige Grundlagen der Stabilitätstheorie erläutert werden. Der *zentrisch* gedrückte Stab mit linear-elastischem Materialverhalten erfährt solange keine Auslenkung  $v$  (Linie 1a), bis  $N_{Sd}$  die Eulersche Knicklast  $N_{Euler}$  erreicht. In diesem Verzweigungspunkt A ist die Gleichgewichtslage indifferent. Die labile Lage (Punkt B auf Linie 1c) wird bei Aufbringen der kleinsten Störung sofort verlassen und die Auslenkung des Stabes springt auf den Punkt C auf der stabilen Kurve 1b. Sie ist dabei so groß, dass der Erschöpfungszustand, sofern nicht bereits geschehen, durch das zusätzliche Biegemoment rasch erreicht wird. Es handelt sich hierbei um ein Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsverzweigung.

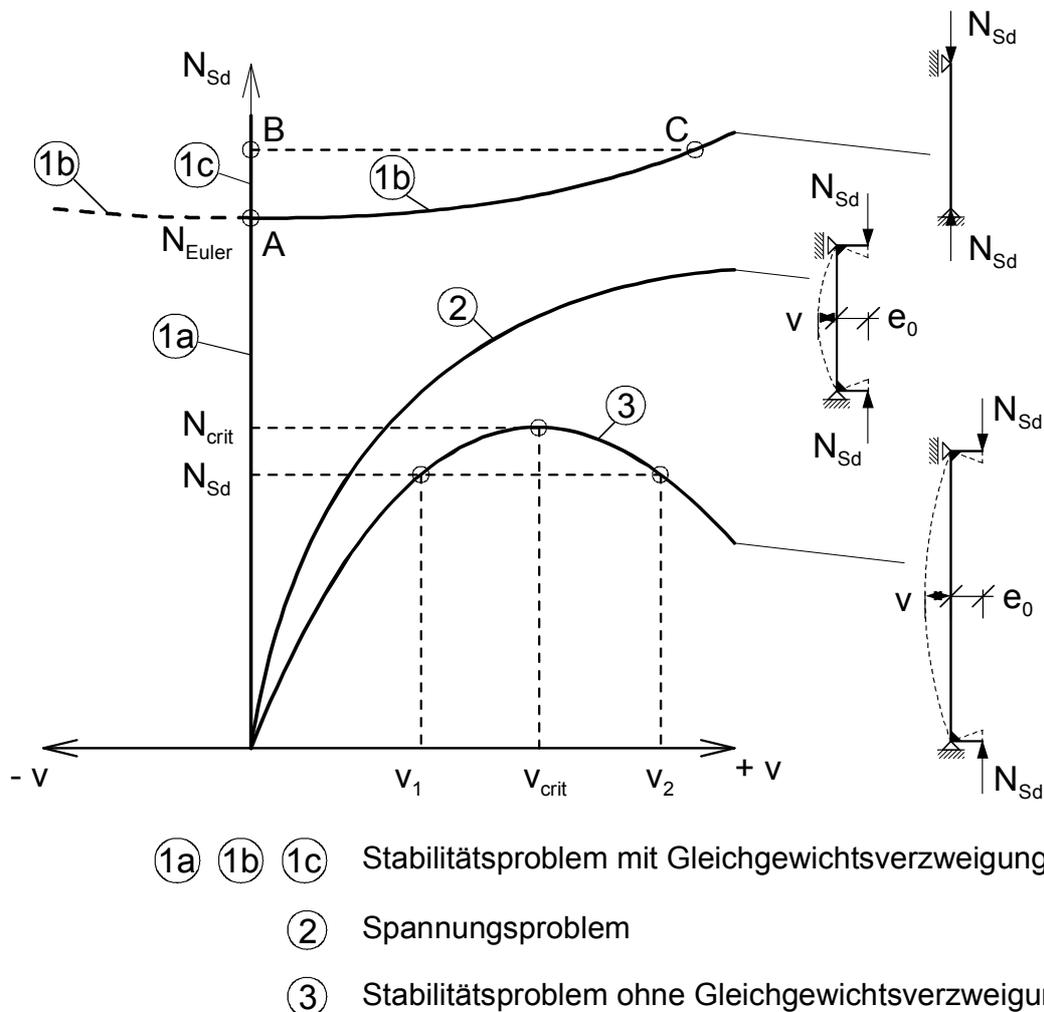


Bild 2.8: Gleichgewichtslagen eines beidseitig gelenkig gelagerten Stabes bei mittiger und ausmittiger Druckbelastung [Leonhardt - 84]

Die Eulersche Knicklast  $N_{\text{Euler}}$  ist bekanntermaßen

$$N_{\text{Euler}} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2} \quad (2.20)$$

$l_0$       Knicklänge

$EI$       Biegesteifigkeit des Querschnitts

Bei Stahlbeton ist die *wirksame* Biegesteifigkeit des Querschnitts aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens beider Baustoffe u. a. vom Bewehrungsgrad und von den Schnittgrößen abhängig und daher nicht einfach zu bestimmen (Kap. 4.3). Sie vermindert sich zum einen durch das Aufreißen des Querschnitts infolge Rissbildung und zum anderen durch den abnehmenden Tangentenmodul an die  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehungen (Kap. 2.3). Nach der Knicktheorie von Engesser wird in der Euler-Theorie der Elastizitätsmodul  $E$  durch den Tangentenmodul (Bild 2.3) ersetzt [Burth/Brocks - 92]. Zur Auswirkung der Knicklast nach Engesser siehe beispielsweise [DAfStb-H332 - 82] oder Kap. 5.4.2 .

Wenn der *ausmittig* gedrückte Stab aus linear-elastischem Material besteht, so gehört zu jeder Last  $N_{\text{Sd}}$  eine bestimmte Auslenkung  $v$  (Kurve 2). Die Last  $N_{\text{Sd}}$  kann solange gesteigert werden, bis die zulässigen Randspannungen des Querschnitts erreicht werden. Es liegt also ein Spannungsproblem vor.

Bei elastisch-plastischem Materialverhalten (Stahlbeton) ändert sich das Tragverhalten grundlegend. Mit zunehmender Plastifizierung des Querschnitts kann das innere Moment nicht mehr so schnell anwachsen wie das äußere. Die Traglast  $N_{\text{crit}}$  ist dann erreicht, wenn die vom Querschnittsrand ausgehende Plastifizierung soweit fortgeschritten ist, dass kein stabiles Gleichgewicht mehr möglich ist. Die Auslenkung  $v$  kann nur durch gleichzeitiges Reduzieren der Last  $N_{\text{Sd}}$  weiter vergrößert werden, wobei es sich dann um labiles Gleichgewicht handelt, denn schon die geringste Störung führt sofort zum Versagen des Druckstabes. Für Lasten unterhalb der Traglast kann es deshalb zwei Gleichgewichtszustände des Systems geben, nämlich einen stabilen ( $v_1 < v_{\text{crit}}$ ) und einen labilen ( $v_2 > v_{\text{crit}}$ ). Dies ist ein Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung oder Gleichgewichtsproblem nach Th. II. O. [Lohse - 84].

Das Verformungsverhalten des Werkstoffes Stahlbeton ist sehr kompliziert und von einer Vielzahl von Faktoren abhängig [Leonhardt - 78]. Je nach Schlankheitsverhältnissen und Querschnittsausbildung kann dabei das Verhalten von Druckgliedern unterschiedlich sein.

Bild 2.9 zeigt die Versagensmöglichkeiten von Stahlbetondruckgliedern, dargestellt im Interaktionsdiagramm. Für die Auslenkung  $v$  der Stütze ist hierbei die Bezeichnung " $e_2$ " als zusätzliche Ausmitte nach Th. II. O. verwendet.

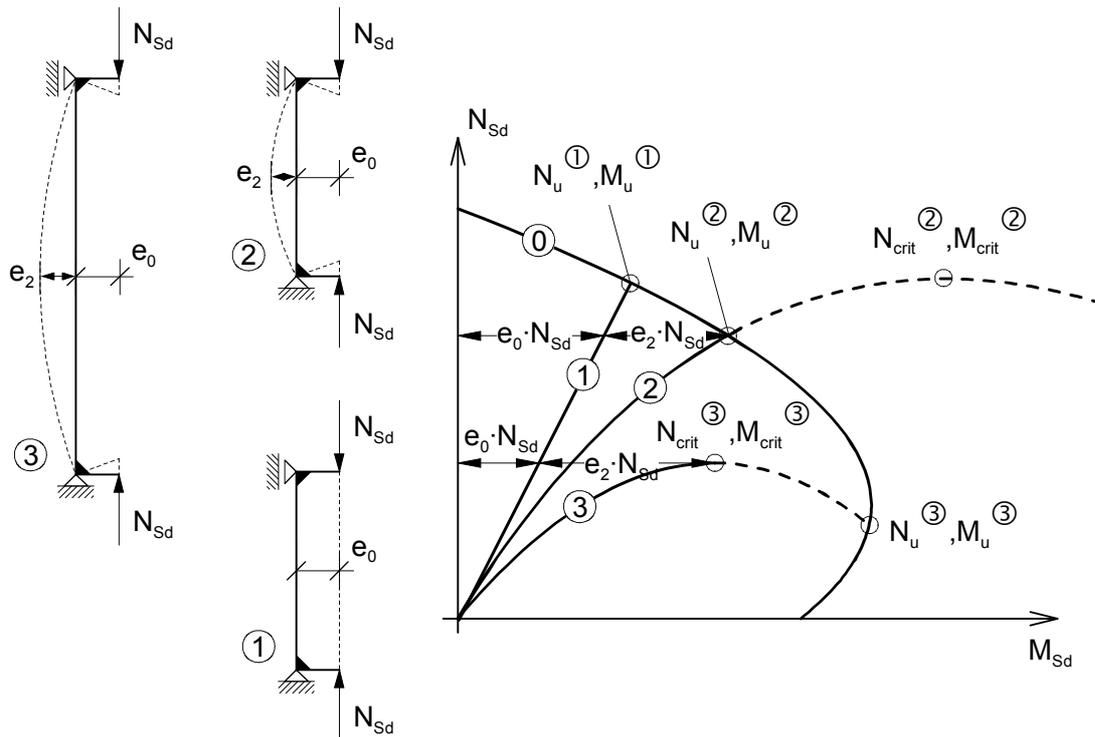


Bild 2.9: Versagensmöglichkeiten von Stahlbetondruckgliedern [Leonhardt - 84]

Die Kurven sind dabei folgendermaßen definiert:

- **Kurve 0:** Kennzeichnet das Versagen durch Erreichen der Bruchschnittgrößen mit begrenzten Verzerrungen (Kap. 2.3.2).
- **Kurve 1:** Gilt für  $e_2 = 0$ ;  $M_u^{(1)} / N_u^{(1)} = e_0$ ; Materialbruch, da keine Knickgefahr vorliegt (Th. I. O.)
- **Kurve 2:** Gilt für  $e_2 > 0$ ;  $M_u^{(2)} / N_u^{(2)} = e_0 + e_2$ ; Materialbruch bei mäßig schlanken Stützen;  $N_{crit}^{(2)}$  wird wegen vorher eintretendem Materialbruch nicht erreicht; Zusatzmomente aus Th. II. O. verringern die aufnehmbare Längskraft  $N_u^{(2)} < N_u^{(1)}$
- **Kurve 3:** Gilt für  $e_2 > 0$ ;  $M_{crit}^{(3)} / N_{crit}^{(3)} = e_0 + e_2$ ; Stabilitätsversagen bei sehr schlanken Stützen

Die zusätzliche Schwierigkeit bei zweiachsiger Knickgefahr ist es, dass zuerst ein Versagen sowohl in der einen als auch in der anderen Knickrichtung eintreten kann, begünstigt durch das Aufreißen des Querschnitts. Verformungen in beiden Richtungen beeinflussen sich dabei gegenseitig. In [DAfStb-H361 - 85] wurde hierfür der Begriff "Seitwärtsknicken" geprägt.

### 3 Erweiterung von der ebenen zur räumlichen Modellstütze

#### 3.1 Hintergrund und Anwendungsgebiet des Modellstützenverfahrens

Das Modellstützenverfahren, wie es nach [ENV 1992-1-1 - 92] und [DIN 1045-1 - 01] angewendet werden darf, entspricht im Prinzip den Ansätzen von [Kordina/Quast - 78]. Es tritt anstelle des bisherigen Ersatzstabverfahrens ( $f$ -Verfahren) der [DIN 1045 - 88]. Unter bestimmten Voraussetzungen (Kap. 1.2) genügt es oftmals, den Nachweis ersatzweise an einem aus dem Gesamtsystem herausgelösten Ersatzstab zu führen (Bild 3.1). Hier greift als vereinfachtes Bemessungsverfahren das Modellstützenverfahren für Einzeldruckglieder, welches den komplizierten Rechengang nach Th. II. O. auf ein Minimum, d. h. bis zur einfachen Querschnittsbemessung, reduziert. Grundlage ist eine fiktive ebene Kragstütze, welche im Idealfall die gleiche Knicklänge hat wie die wirkliche Stütze. Sie entspricht aufgrund der Symmetrie dem halben System des Ersatzstabes (Bild 3.2). Die Stützenverformung wird dabei nur in der Ebene berücksichtigt.

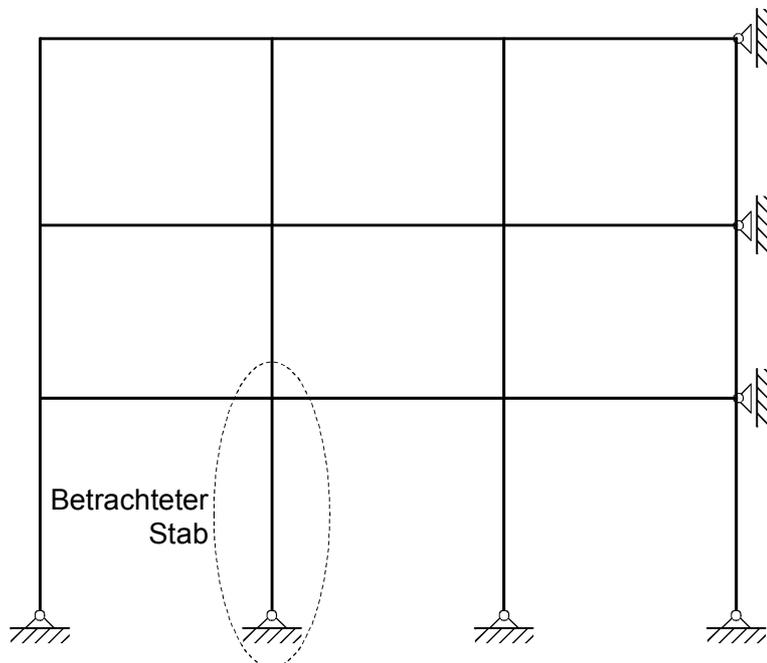


Bild 3.1: Betrachteter Stab am mehrstieligen Gesamtsystem

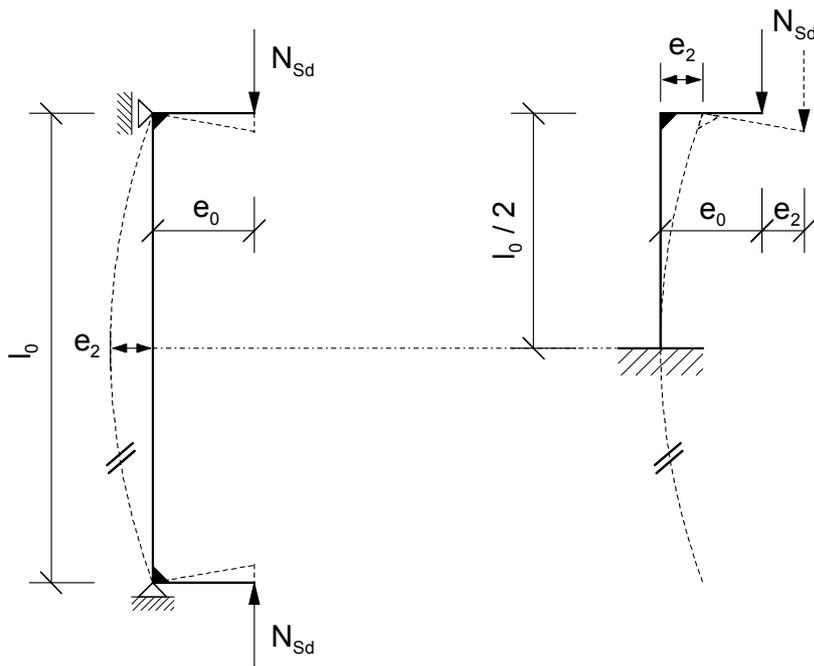


Bild 3.2: Ersatzstab und Modellstütze

Das "Herauslösen" der Modellstütze aus dem Gesamtsystem ist hauptsächlich mit zwei Problemen behaftet. Großen Einfluss auf die Schnittgrößen nach Th. II. O. hat der Verlauf der Momente aus Th. I. O. über die Stützhöhe. Kopf- und Fußmoment sind in der Regel betragsmäßig unterschiedlich (Bild 3.3). Eine Übersicht zur Auswirkung der Endausmitten gibt Bild 3.4 .

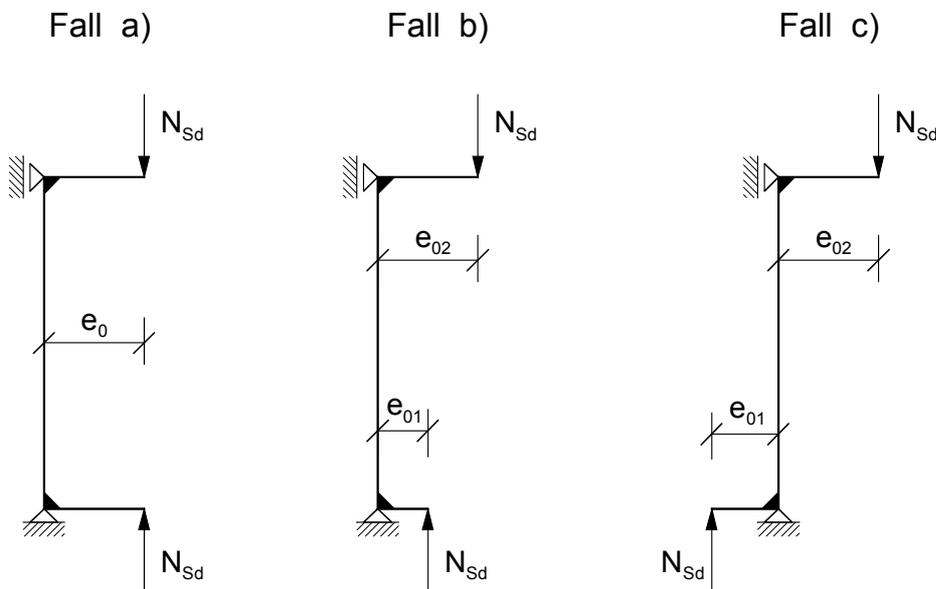


Bild 3.3: Lastausmitten nach Theorie I. Ordnung

Man setzt deshalb den Verlauf ungünstigst rechteckförmig an (Fall a) und ermittelt die Ersatzausmitte aus Th. I. O. bei unverschieblichen Systemen gemäß Gl. (3.1), immer vorausgesetzt, dass der Momentenverlauf zwischen den Stabendmomenten linear ist. Unabhängig davon ist stets zu überprüfen, ob eine Querschnittsbemessung mit dem größten Biegemoment nach Th. I. O. (hier Kopf- oder Fußmoment) maßgebend wird.

Bild 3.3, Fall a):  $e_{01} = e_{02} \rightarrow e_0 = e_{01} = e_{02}$

Bild 3.3, Fall b) und c):  $|e_{01}| \leq |e_{02}| \rightarrow e_0 \geq \begin{cases} 0,6 \cdot e_{02} + 0,4 \cdot e_{01} \\ 0,4 \cdot e_{02} \end{cases}$  (3.1)

( $e_{01}, e_{02}$  mit Vorzeichen)

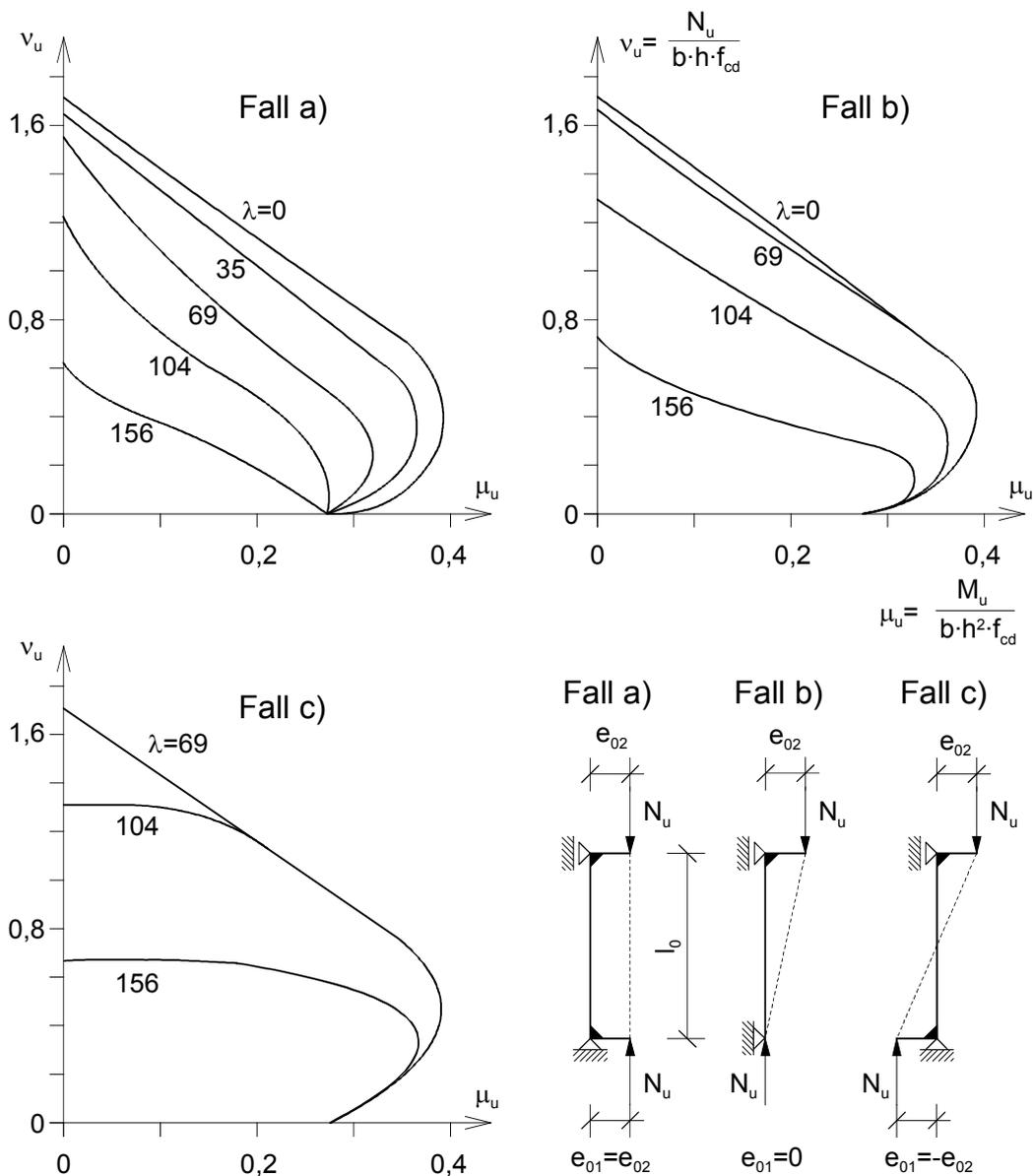


Bild 3.4: Bezojene Bruchschnittgrößen bei unterschiedlichem Momentenverlauf in Abhängigkeit von der Schlankheit [Leonhardt - 84]

Die zweite Unsicherheit ist die Knicklänge  $l_0$ . Sie entspricht dem Abstand der Wendepunkte in der Knickbiegeline, d. h. dem Abstand der Momentennullpunkte. Diese Punkte sind jedoch nur für einfache Fälle (Eulerfälle) mit konstanter Biegesteifigkeit  $EI$  von vornherein bekannt (Bild 3.5). Die Knicklänge darf auch für andere Fälle elastostatisch abgeschätzt werden. Allerdings bleibt dabei der steifigkeitsmindernde, lastabhängige Einfluss der Rissbildung unberücksichtigt. Besser ist es deshalb, für die Knicklänge den Begriff "Ersatzlänge" zu verwenden, da sie für die Modellstütze in der Regel nur näherungsweise bestimmt wird [Kordina/Quast - 92]. Als Hilfsmittel dürfen die in den Normen angegebenen Nomogramme unter Beachtung der Anwendungsgrenzen, insbesondere bei verschieblichen Rahmen, verwendet werden. Die Nomogramme basieren auf den Angaben in [DAfStb-H220 - 79]. Auf die Problematik der Knicklängenermittlung geht z. B. auch [Quast - 86] näher ein. Berechnet man die Schnittgrößen am Gesamtsystem, tritt dieses Problem nicht auf, weil entsprechende Annahmen entfallen. Demgegenüber steht allerdings, wie bereits erwähnt, der hohe rechnerische Aufwand, der ein entsprechendes Computerprogramm erfordert. Zur Auswahl des Rechenverfahrens siehe Kap. 1.2 .

Für einfache Fälle zeigt Bild 3.5 die entsprechenden Knicklängenbeiwerte für die Gleichung

$$l_0 = \beta \cdot l_{\text{col}}$$

$$\beta \leq 1,0 \quad \text{für horizontal unverschiebliche Systeme} \quad (3.2)$$

$$\beta \geq 1,0 \quad \text{für horizontal verschiebliche Systeme}$$

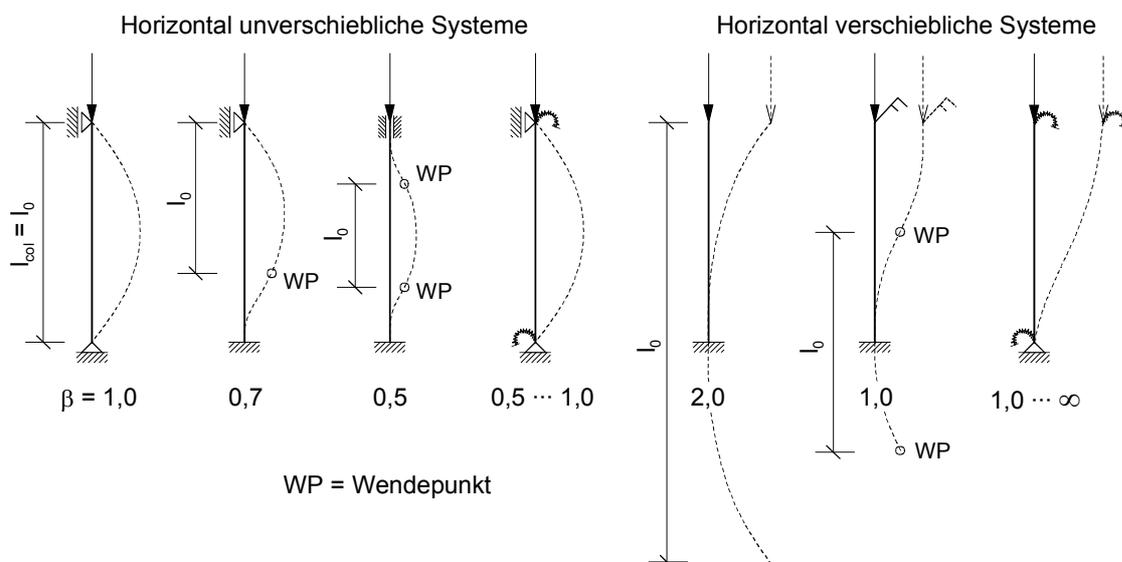


Bild 3.5: Knicklängenbeiwerte

Die Ausmitte nach Th. II. O. (Bild 3.2) wird durch eine vereinfachte Annahme des Verkrümmungsverlaufs (parabelförmig) ermittelt mit

$$e_2 \approx K_1 \cdot \frac{1}{10} \cdot l_0^2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \quad (3.3)$$

$K_1$  Beiwert für stetigen Übergang zwischen unterschiedlichen Grenزشlankheiten

Die maßgebende kritische Verkrümmung am Einspannquerschnitt ist mit der Näherung gemäß Bild 3.6

$$\left(\frac{1}{r}\right) \approx K_2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{\max} \approx K_2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{yd}}{0,9 \cdot d}\right) \quad (3.4)$$

$K_2$  Beiwert zur Berücksichtigung der Verkrümmungsabnahme beim Anstieg der Längsdruckkräfte

Genauere Angaben zum Zusammenhang der Verzerrungen und Querschnittsverkrümmung enthält Bild 3.11 .

Weitere ausführliche Angaben zum Modellstützenverfahren siehe z. B. [Haro - 94] oder [Kordina/Quast - 92].

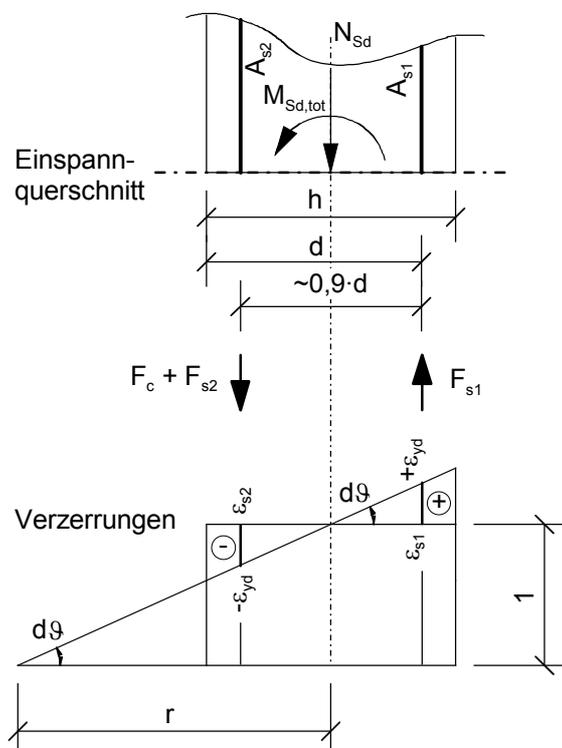


Bild 3.6: Angenommene kritische Verkrümmung des Einspannquerschnittes

### 3.2 Räumliche Modellstütze

Die räumliche Modellstütze ist eine virtuelle Kragstütze mit gleichen oder unterschiedlichen Ersatzlängen in den Koordinatenrichtungen (Bild 3.7). Sie geht aus der Erweiterung zweier ebener Modellstützen in der  $y/x$ -Ebene und der  $z/x$ -Ebene hervor. Die ebenen Modellstützen sind quasi die Projektionen des räumlichen Zustandes. Eine reale Kragstütze hat gleiche Ersatzlängen in  $y$ - und  $z$ -Richtung. Durch angekoppelte Rahmensysteme oder wenn die wirkliche Stütze Teil eines mehrstieligen Gesamtsystems ist, können die Ersatzlängen in beiden Richtungen auch unterschiedlich sein. Bei mit Mauerwerk ausgefachten Rahmen sind sie in Wandrichtung sogar annähernd Null. In diesem Sonderfall degeneriert die erweiterte Modellstütze zur bekannten Modellstütze für ebene Beanspruchung. Die Berechnung der Ersatzlängen erfolgt getrennt in den Koordinatenrichtungen gemäß Kap. 3.1, also jeweils analog zum ebenen Fall. Da sich bei diesem Modell die kritischen Querschnitte (Momentenmaxima) in beiden Richtungen an derselben Stelle befinden (Einspannstelle), wird vorausgesetzt, dass sich die mittleren Drittel der beiden Ersatzlängen (kritische Bereiche) überschneiden. Ist dies nicht der Fall, liegt das Modell auf der sicheren Seite.

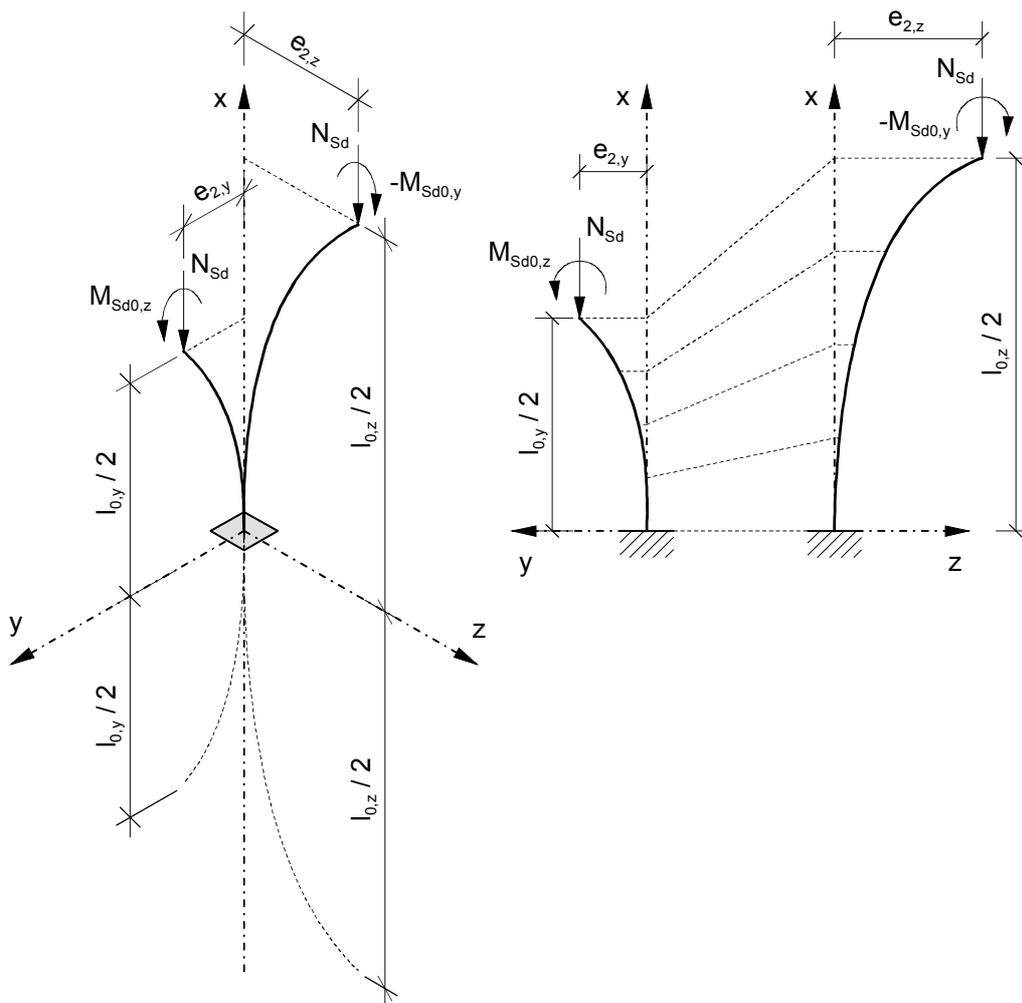


Bild 3.7: Räumliche Modellstütze

### 3.3 Berechnungsansatz nach Theorie II. Ordnung

Die Schnittgrößen werden nach Th. II. O. berechnet, wobei die Verformung der Kragstütze in beliebiger Richtung, d. h. mit Anteilen in y- und z-Richtung, berücksichtigt wird. Bild 3.8 zeigt die Schnittgrößen am verformten System für den Fall konstanten Verlaufs der Ausmitte  $e_0$  bzw. des Momentes  $M_{Sd0}$  aus Th. I. O. . Dies gilt in y- und z-Richtung gleichermaßen (Kap. 4.4), d. h. jeweils als Projektion des räumlichen Zustandes.

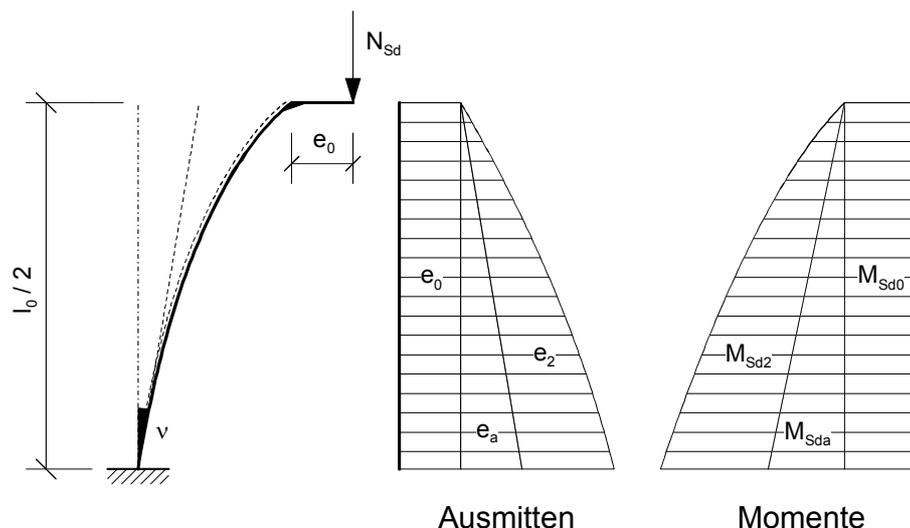


Bild 3.8: Schnittgrößen nach Th. II. O. mit konstanter Ausmitte  $e_0$  ( $M_{Sd0}$ ) in der Ebene

Die Ausmitte  $e_0$  und damit das äußere Moment  $M_{Sd0}$  werden iterativ (gilt in beide Koordinatenrichtungen) so lange gesteigert, bis eine der folgenden Versagensarten eintritt (Kap. 2.5):

- Erreichen der Bruchschnittgrößen des Querschnitts am Stützenfuß (Materialbruch)
- Stabilitätsversagen (das äußere Moment wächst schneller an als das innere).

Damit ergibt sich das Ziel des max. ansetzbaren äußeren Momentes  $M_{Sd0}$  bei konstanter Längskraft, gegebenen Abmessungen und vorgegebenem Bewehrungsgrad (Kap. 3.5).

Die maßgebende Stelle mit den maximalen Schnittgrößen ist bei der hier betrachteten Modellstütze immer am Stützenfuß, d. h. an der Einspannquerschnitt. Bild 3.9 verdeutlicht den iterativen Rechengang zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes am verformten System für ein konstantes äußeres Moment  $M_{Sd0}$ . Die Stütze wird in endlich kleine Stababschnitte unterteilt und für jeden Schnitt die erforderliche Verteilung der Querschnittsverzerrungen für das Gleichgewicht ermittelt. Die Bruchverzerrungen des Querschnitts (Kap. 2.3.2) werden dabei nur an der Einspannstelle erreicht, sofern nicht vorher bereits Stabilitätsversagen eintritt.

Die Längskraft und der Bewehrungsgrad werden vorgegeben und bleiben während des gesamten Rechengangs konstant. Konstante Größe innerhalb eines Iterationslaufs ist das

äußere Moment  $M_{Sd0}$ . Es wird beim ersten Iterationslauf zunächst mit Null angenommen. Gibt es nach Bildung des Gleichgewichts noch Tragreserven, d. h. es ist noch kein Materialbruch oder Stabilitätsversagen eingetreten, dann wird  $M_{Sd0}$  weiter erhöht. Das Gleichgewicht wird unter Einbeziehung der Zusatzmomente  $M_{Sda}$  aus ungewollter Schiefstellung und  $M_{Sd2}$  aus Th. II. O. gebildet. Dabei bleibt  $M_{Sda}$  durchweg konstant und muss nur einmal ermittelt werden.  $M_{Sd2}$  muss bei jedem Iterationsschritt neu berechnet werden. Die folgenden Bedingungen sind hierbei einzuhalten:

$$M_{Sd,tot,E} = M_{Sd0} + M_{Sda,E} + M_{Sd2,E} \leq \begin{cases} M_u & \text{(Materialbruch)} \\ M_{crit} & \text{(Stabilitätsversagen)} \end{cases} \quad (3.1)$$

$M_{Sda,E}$  und  $M_{Sd2,E}$  sind die Zusatzmomente an der Einspannstelle.

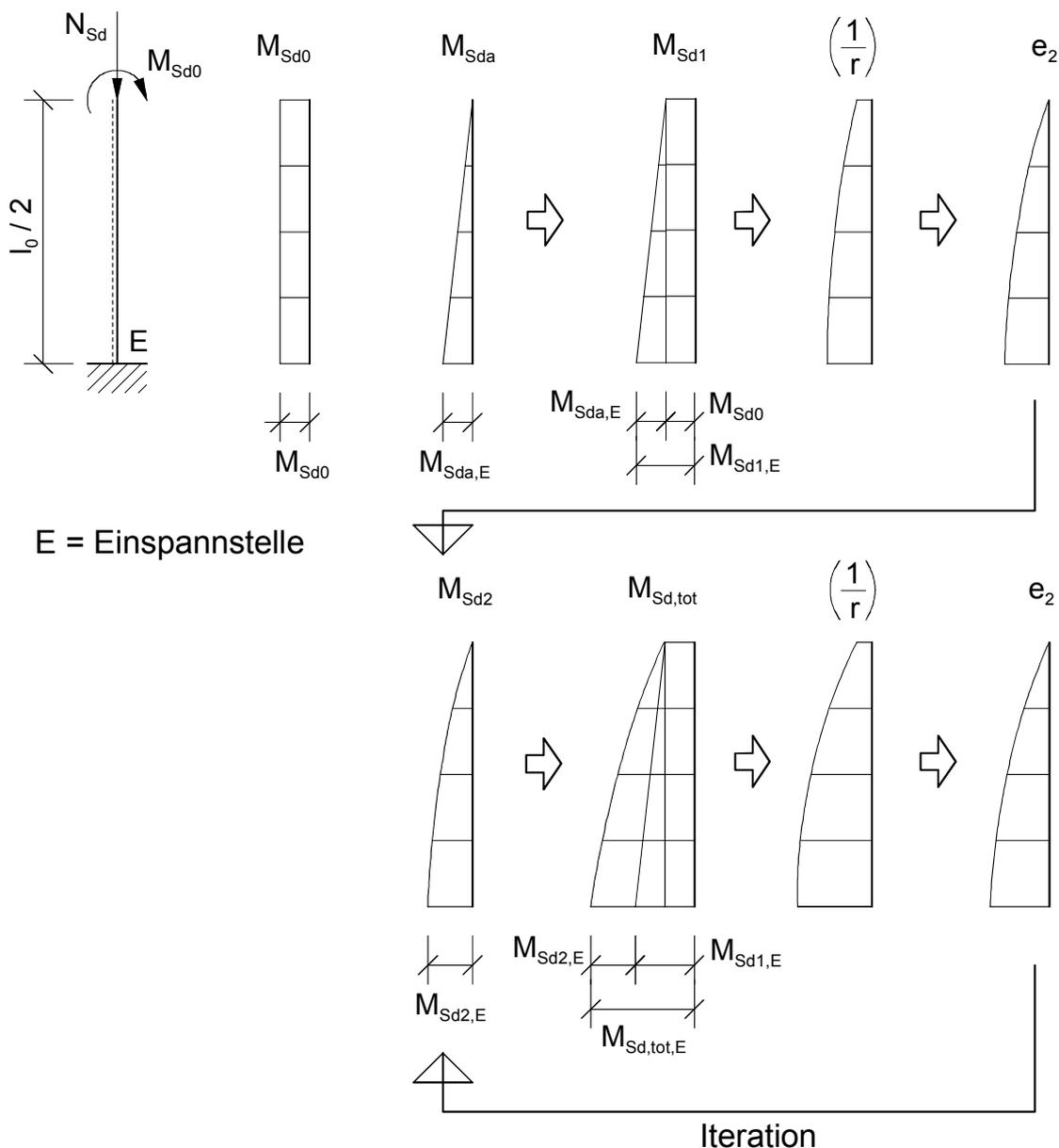


Bild 3.9: Iteration nach Th. II. O. in der Ebene für konstantes  $M_{Sd0}$  über die Stützhöhe

Die ungewollte Ausmitte  $e_a$  wird durch eine Schiefstellung  $\nu$  der Kragstütze in die jeweilige Richtung berücksichtigt (Bild 3.8) und ist immer ungünstig wirkend anzusetzen.

$$e_a = \nu \cdot \frac{l_0}{2} \quad (3.2)$$

$$\text{Schiefstellung } \nu \text{ [rad]} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{l_{\text{col}}}} \begin{cases} \geq \frac{1}{200} & \text{(EC2)} \\ \leq \frac{1}{200} & \text{(DIN 1045-1 - 01)} \end{cases} \quad (3.3)$$

$l_{\text{col}}$  Stützhöhe [m]

In [DIN 1045-1 - 01] wird  $\nu$  mit  $\alpha_{a1}$  bezeichnet.

Nach [DIN 1045 - 88] ist die ungewollte Ausmitte affin zur Knickfigur mit dem Maximalwert von  $l_0/300$  anzunehmen. Dies entspricht bei der Kragstütze einer Schiefstellung von  $\nu = 1/150$  rad.

Die Stützenschiefstellung muss als konstanter Wert angesetzt werden, da die Stützhöhe  $l_{\text{col}}$  über die bezogene Ersatzlänge als Eingangsgröße für die Bemessungsdiagramme dient. Deshalb kann Gl. (3.3) nicht genau berücksichtigt werden. Unterschiede ergeben sich für Stützhöhen  $l_{\text{col}} \neq 4$  m. Bild 3.10 zeigt die größte Abweichung zur unsicheren Seite für [ENV 1992-1-1 - 92] mit  $\Delta e_a = 0,5$  cm bei  $l_{\text{col}} = 1$  m. Dies ist angesichts der geringen Stützhöhe vernachlässigbar. Sofern nichts anderes angegeben ist, wird deshalb  $\nu = 1/200$  rad für die Schiefstellung verwendet.

Zur Ermittlung der zusätzlichen Ausmitte  $e_2$  nach Th. II. O. wird auf den bekannten Ansatz des Prinzips der virtuellen Arbeit aus der Baustatik zurückgegriffen.

$$e_2 = \int_x \overline{M}(x) \cdot \left( \frac{1}{r(x)} \right) \cdot dx \quad (3.4)$$

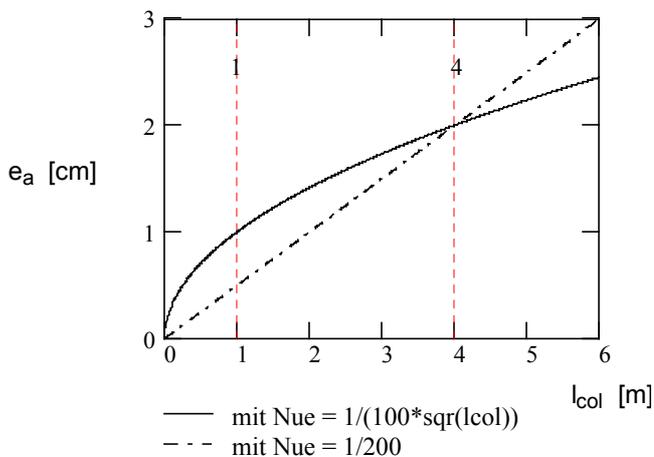


Bild 3.10: Ungewollte Ausmitte im Vergleich

Bild 3.11 zeigt, wie die Verkrümmung ( $1/r$ ) auf Querschnittsebene direkt aus dem Verzerrungszustand gewonnen werden kann.

Die Hauptverkrümmung ergibt sich zu

$$\frac{ds}{r} = \frac{\varepsilon_{c1} \cdot ds - \varepsilon_{c2} \cdot ds}{h^*} \rightarrow \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h^*} \quad (3.5)$$

Abhängig vom Winkel der Nulllinie kann diese in die beiden Koordinatenrichtungen umgerechnet werden mit

$$\left(\frac{1}{r_y}\right) = \cos(\eta) \cdot \left(\frac{1}{r}\right) = \cos(\eta) \cdot \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h^*} \quad (3.6)$$

$$\left(\frac{1}{r_z}\right) = -\sin(\eta) \cdot \left(\frac{1}{r}\right) = -\sin(\eta) \cdot \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h^*} \quad (3.7)$$

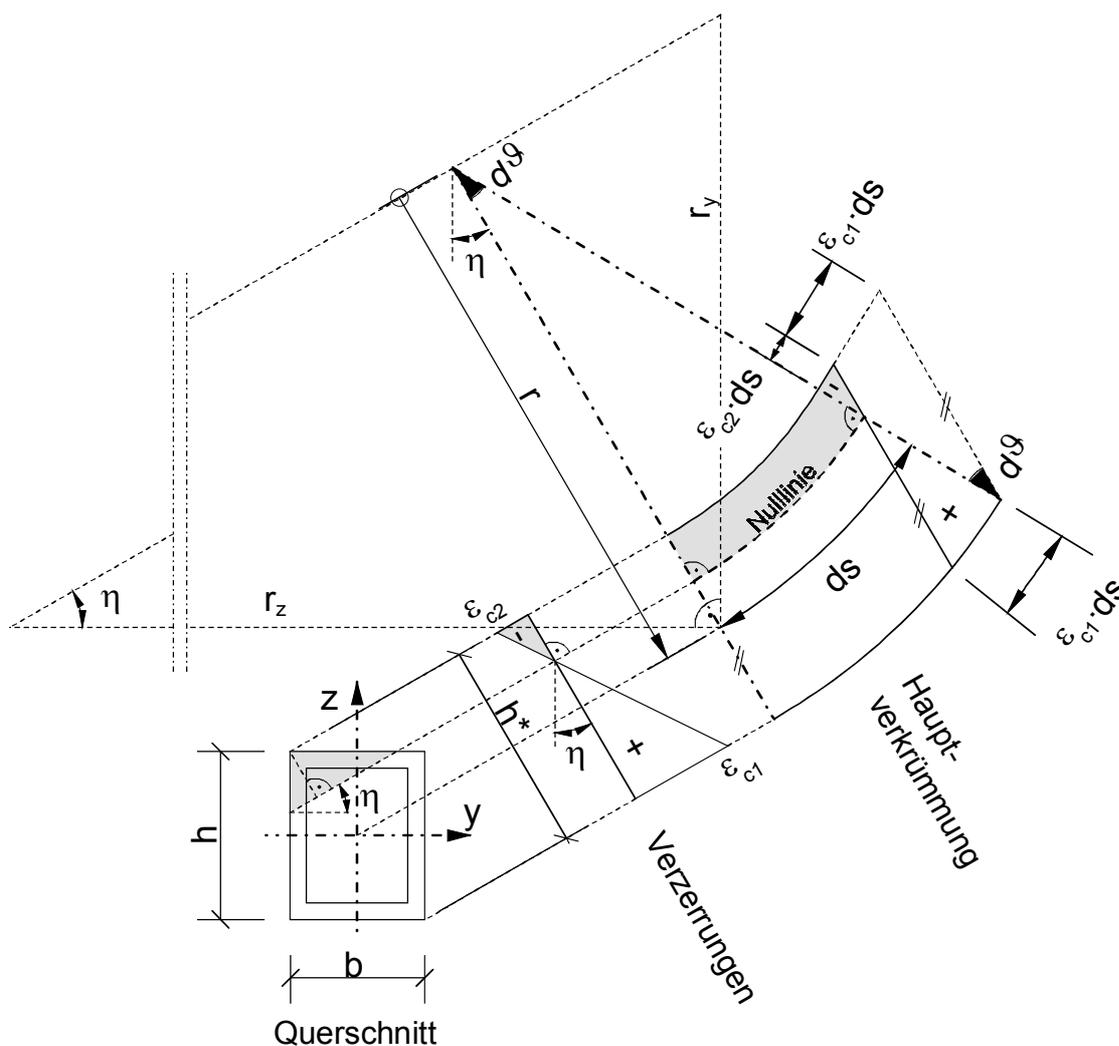


Bild 3.11: Zusammenhang zwischen Verzerrung und Hauptverkrümmung

Das Vorzeichen ist positiv definiert, wenn die Verkrümmung einer Stabverformung in positiver Achsrichtung entspricht.

Damit lassen sich die Integrale zur Ermittlung der zusätzlichen Ausmitte  $e_2$  nach Th. II. O. in y-Richtung mit

$$e_{2,y} = \int_x \overline{M}_z(x) \cdot \left( \frac{1}{r_z(x)} \right) \cdot dx \quad (3.8)$$

und in z-Richtung mit

$$e_{2,z} = \int_x \overline{M}_y(x) \cdot \left( \frac{1}{r_y(x)} \right) \cdot dx \quad (3.9)$$

für eine endlich kleine Anzahl von Stababschnitten auswerten und so die maximal ansetzbaren Momente am Stützenkopf ermitteln (Kap. 4.4). Im nachfolgenden Kapitel wird der Zusammenhang zwischen Moment und Verkrümmung, sowie darauf aufbauend die Bildung des Gleichgewichts nach Th. II. O. dargestellt.

### 3.4 Momenten-Verkrümmungs-Beziehungen

Momenten-Verkrümmungs-Beziehungen ( $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen), wie sie in Bild 3.12 bis Bild 3.15 dargestellt sind, geben sehr anschaulich das nichtlineare Verformungsverhalten des zugehörigen Stahlbetonquerschnitts wieder. Oftmals lassen sich daraus unmittelbar Rückschlüsse auf geeignete baupraktische Vereinfachungen ableiten [Quast - 94]; so geschehen auch beim Modellstützenverfahren (Kap. 3.1), bei dem die maßgebende Verkrümmung bei gleichzeitigem Erreichen der Fließgrenze in der Zug- und Druckbewehrung angenommen wird. Das vom Querschnitt aufnehmbare Moment nimmt nach Erreichen des Fließzustandes, welcher im Allgemeinen entweder zuerst in der Zugbewehrung ( $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd}$ ) oder zuerst in der Druckbewehrung ( $\varepsilon_{s2} = -\varepsilon_{yd}$ ) eintreten kann, nicht mehr nennenswert zu (annähernd horizontaler Ast). Andere Darstellungsformen wie beispielsweise in [Leonhardt - 84] gezeigt, sind ebenfalls möglich.

Es ist zu beachten, dass die nachfolgenden  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen jeweils nur für eine bestimmte Längskraft und einen bestimmten Bewehrungsgrad gelten. Sie sind auch abhängig von der Anordnung der Bewehrung, dem Winkel der Nulllinie sowie der Querschnittsform. Bild 3.12 bis Bild 3.15 zeigen dies im Vergleich sehr deutlich. Für eine Stütze oder einen Balken mit konstanter Längskraft sowie gleich bleibendem Querschnitt und Bewehrungsbild lässt sich solch ein  $\mu$ - $\kappa$ -Diagramm durchaus angeben, solange sich der Winkel der Nulllinie nicht ändert. Bei Doppelbiegung ist dies aber nicht mehr möglich, denn die Nulllinie dreht sich mit den sich verändernden Momenten über die Stützhöhe bzw. Trägerlänge. Es macht deshalb wenig Sinn,  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen für den praktischen Einsatz zur Verfügung zu stellen. Trotzdem trägt diese Art von Diagrammen zur guten Veranschaulichung bei.

Die folgenden  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen sind gültig für Beton bis C50/60 (P.-R.-Diagramm nach Bild 2.2) und Betonstahl BSt 500 und sind bereits mit bezogenen Eingangsgrößen aufgetragen (Kap. 4). Sie werden dadurch unabhängig von den Querschnittsabmessungen und der Betongüte.

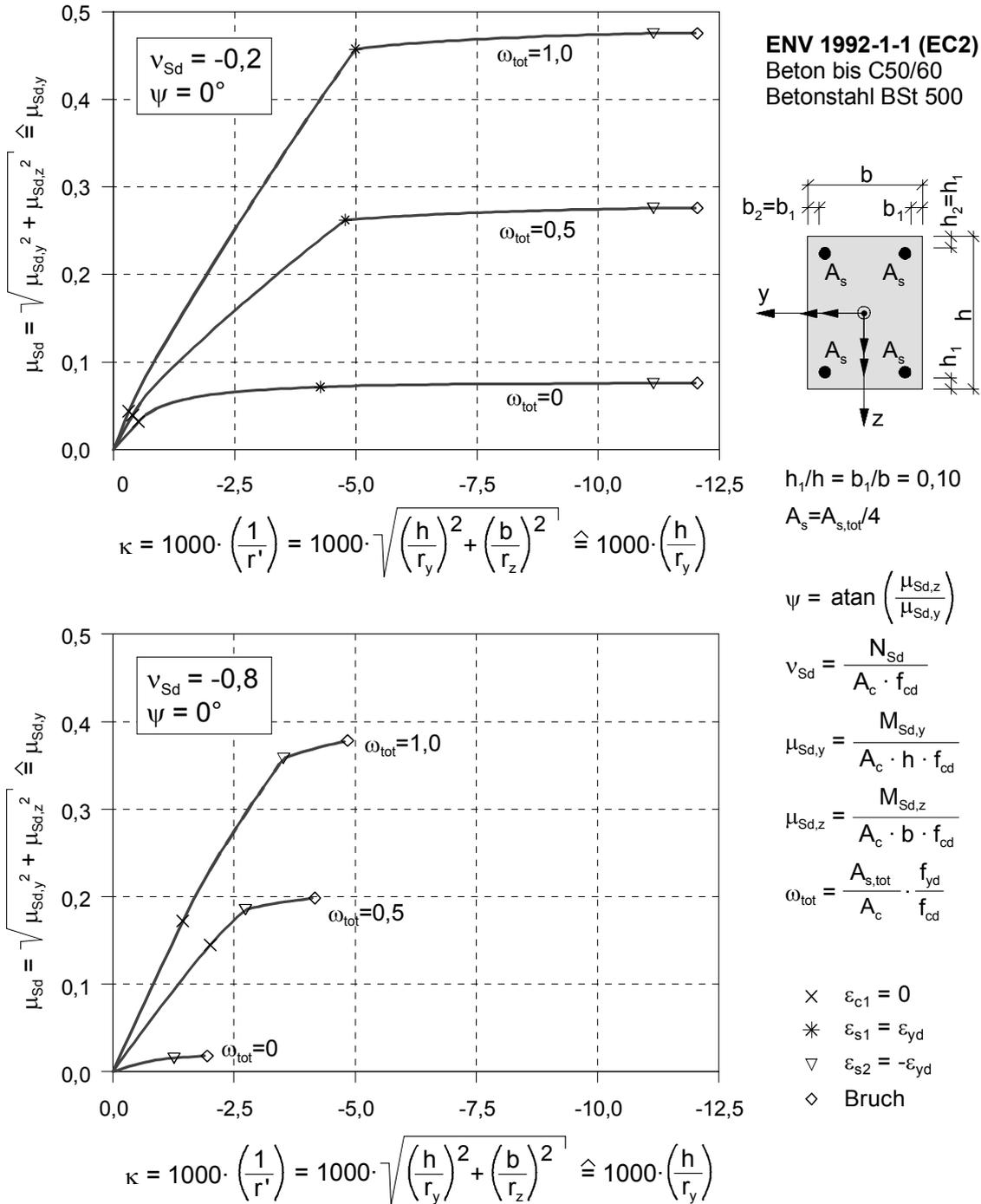
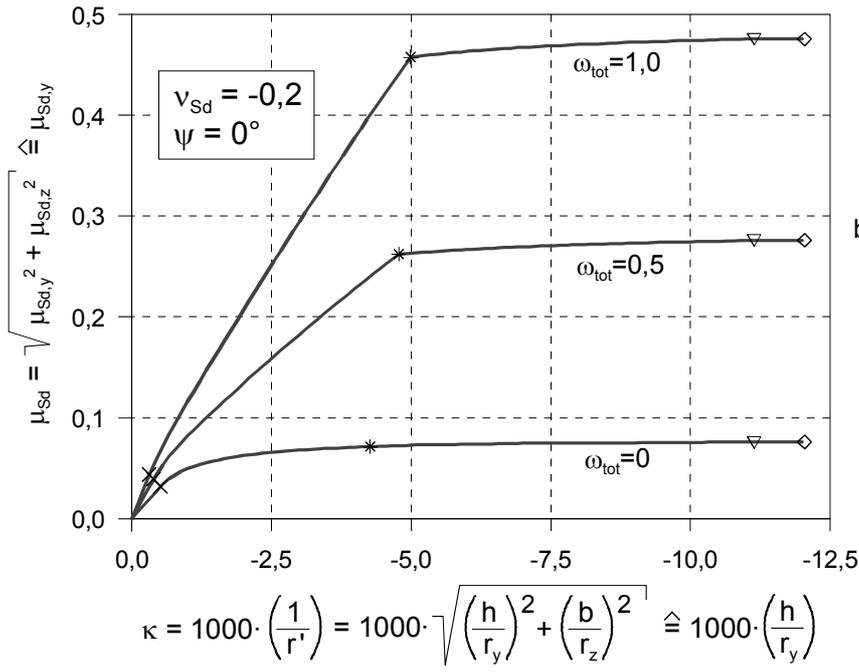
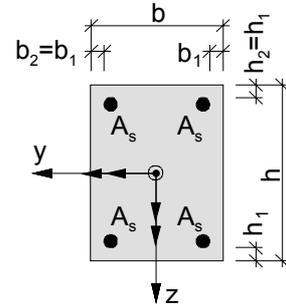


Bild 3.12:  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen bei unterschiedlicher bezogener Längskraft



**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton bis C50/60  
 Betonstahl BSt 500



$h_1/h = b_1/b = 0,10$

$A_s = A_{s,tot}/4$

$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd,z}}{\mu_{Sd,y}} \right)$

$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

$\mu_{Sd,y} = \frac{M_{Sd,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

$\mu_{Sd,z} = \frac{M_{Sd,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$

$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$

- ×  $\epsilon_{c1} = 0$
- \*  $\epsilon_{s1} = \epsilon_{yd}$
- ▽  $\epsilon_{s2} = -\epsilon_{yd}$
- ◇ Bruch

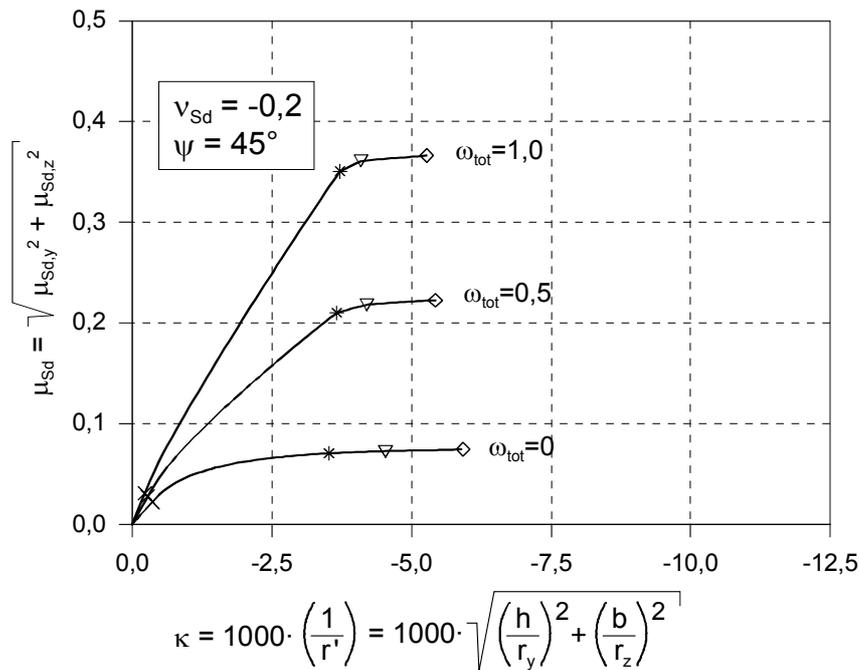


Bild 3.13:  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen bei unterschiedlichem Verhältnis der bezogenen Momente (schiefe Nulllinie)

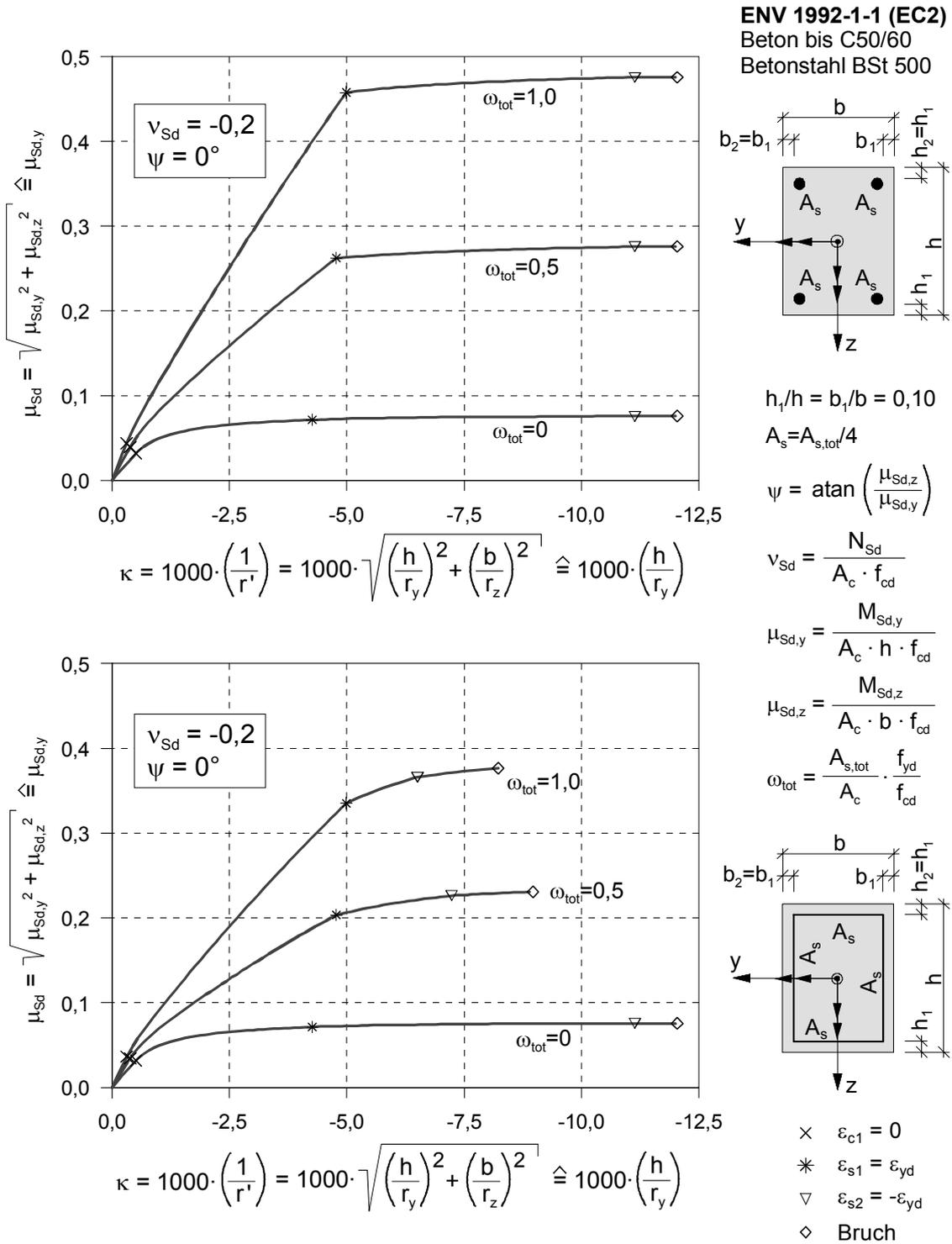
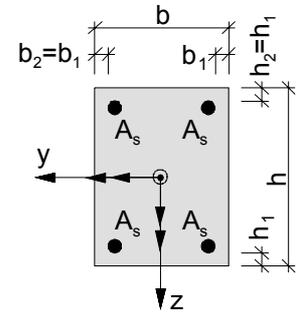
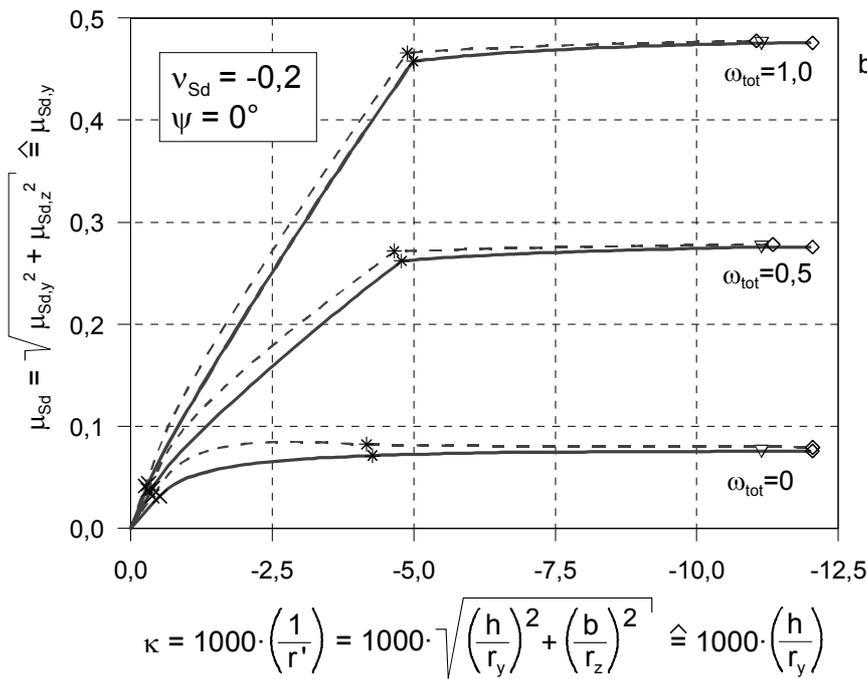


Bild 3.14:  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen bei unterschiedlicher Bewehrungsanordnung

**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton C30/37  
 Betonstahl BSt 500



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd,z}}{\mu_{Sd,y}} \right)$$

$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd,y} = \frac{M_{Sd,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd,z} = \frac{M_{Sd,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$\times \quad \epsilon_{c1} = 0$$

$$* \quad \epsilon_{s1} = \epsilon_{yd}$$

$$\nabla \quad \epsilon_{s2} = -\epsilon_{yd}$$

$$\diamond \quad \text{Bruch}$$

----- mit  $\sigma/\epsilon$ -Linie des Betons für die Schnittgrößenermittlung und Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen

———— mit  $\sigma/\epsilon$ -Linie des Betons für die Querschnittsbemessung

Bild 3.15:  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen bei unterschiedlicher Arbeitslinie des Betons C30/37

### 3.5 Gleichgewichtszustände nach Theorie II. Ordnung

Bild 3.16 zeigt mögliche Gleichgewichtszustände nach Th. II. O. anhand der drei  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen a), b) und c). Beim Schritt vom nicht optimal (Bild 3.16 links) zum optimal bemessenen System (Bild 3.16 rechts) bleibt das Zusatzmoment aus ungewollter Schiefstellung  $\mu_{\text{Sda}}$  konstant. Nur das äußere Moment  $\mu_{\text{Sd0}}$  wird bei Null beginnend, bis zum maximal zulässigen Wert iterativ erhöht.

Der Fall a) stellt ein nicht stabilitätsgefährdetes System dar mit hohem Bewehrungsgrad und großer Längskraft. Dabei werden die Bruchschnittgrößen des Querschnitts bei optimaler Bemessung (Bild 3.16 rechts) erreicht. Die Fälle b) und c) sind stabilitätsgefährdete Systeme mit mittlerer/m bzw. kleiner/m Längskraft/Bewehrungsgrad. Im Fall b) tritt bei optimaler Bemessung Stabilitätsversagen durch Fließen des Betonstahls ein, im Fall c) sogar noch davor. Optimale Bemessung heißt im Fall c), dass die Gerade des einwirkenden Momentes  $\mu_{\text{Sd}}$  genau der Tangente an die  $\mu$ - $\kappa$ -Kurve entspricht, also

$$\overline{EI}_{\text{eff}} = \frac{d\mu_{\text{Rd}}}{d\kappa} = \frac{\mu_{\text{crit}} - \mu_{\text{Sd1}}}{\kappa_{\text{crit}}} = \frac{\mu_{\text{Sd2}}}{\kappa_{\text{crit}}} \quad (3.10)$$

$\overline{EI}_{\text{eff}}$  wirksame (minimale) bezogene Biegesteifigkeit

Die Neigung der  $\mu_{\text{Sd}}$ -Geraden ergibt sich abhängig vom System und erreicht als Berührungspunkt oder Tangente an die  $\mu$ - $\kappa$ -Kurve (1. Ableitung) den Maximalwert bei optimaler Bemessung. Ab diesem Punkt würde das äußere Moment schneller anwachsen als das innere.

Ganz allgemein gilt für *stabiles* Gleichgewicht die Bedingung

$$\overline{EI}_{\text{eff}} \geq \frac{\mu_{\text{Sd2}}}{\kappa} \quad (3.11)$$

Es ist zu beachten, dass bei den Fällen b) und c) auch *labiles* Gleichgewicht möglich ist (Kap. 2.5). Die Gl. (3.11) ist dann nicht eingehalten. Dies muss bei der Iteration überprüft werden.

Für räumliches Gleichgewicht ist Gl. (3.11) in y- und z-Richtung gleichzeitig einzuhalten. Dabei wird in der Regel nur in *einer* Richtung optimale Bemessung möglich sein, während in der anderen Richtung das System überbemessen ist. Lediglich für ein ganz bestimmtes, im Normalfall unbekanntes Momentenverhältnis kann man in beiden Richtungen das Optimum erreichen. Bei 90°-rotationssymmetrischen Systemen (Rotationssymmetrie der Zähligkeit 4) wäre dies unter dem Winkel  $\Psi = 45^\circ$  der Fall.

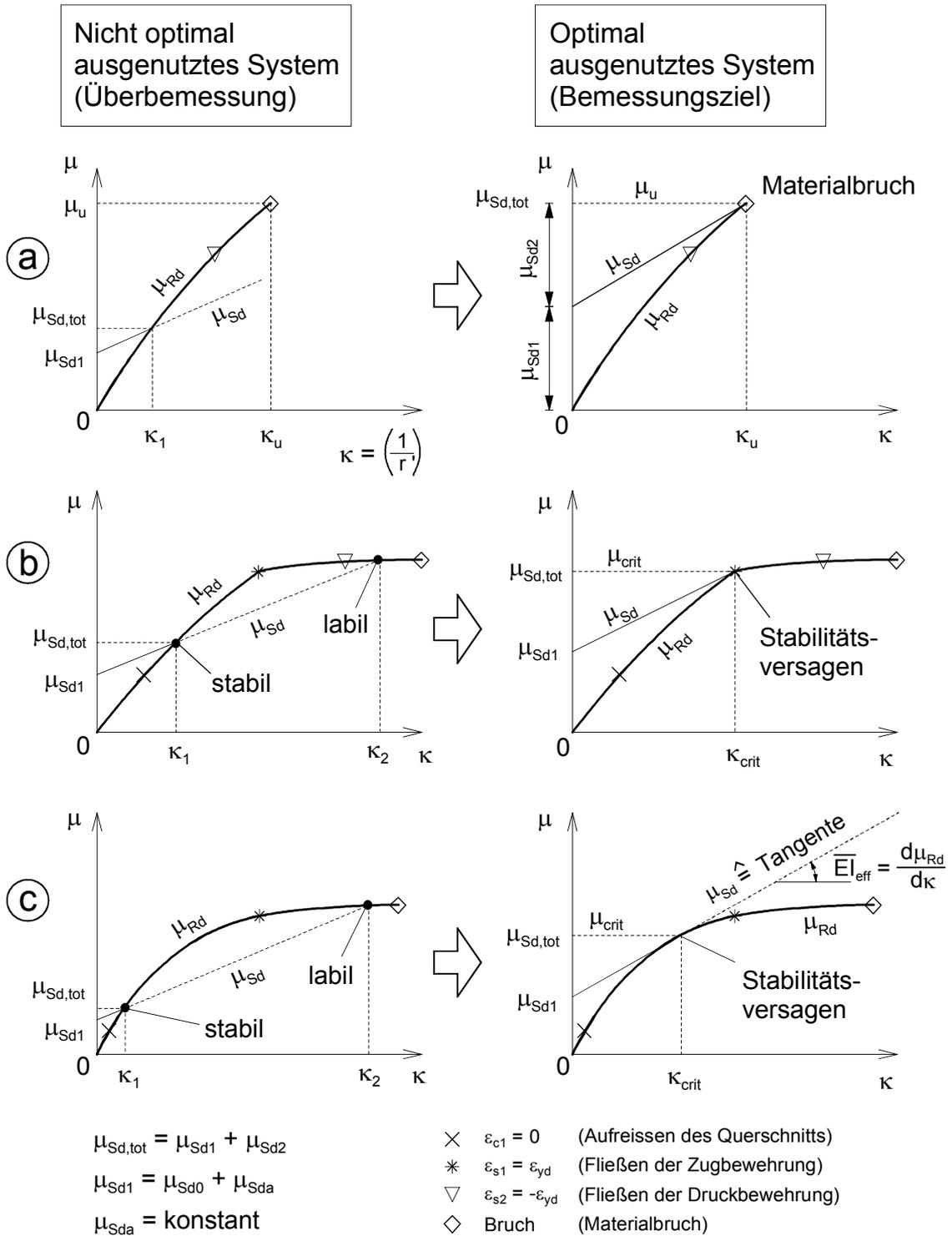


Bild 3.16: Gleichgewichtszustände nach Th. II. O. für verschiedene  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehungen

### 3.6 Wirksame Biegesteifigkeit

Wie in Kap. 3.4 bereits erwähnt, entspricht die wirksame Biegesteifigkeit des Stahlbetonquerschnitts der Steigung der Tangente an die  $\mu$ - $\kappa$ -Kurve (Gl. (3.10)). Sie wird deshalb auch als Tangentensteifigkeit bezeichnet [DAfStb-H373 - 86].

Bild 3.17 und Bild 3.18 zeigen sehr deutlich das nichtlineare Steifigkeitsverhalten bei veränderlichem Moment. Nach Fließen der gezogenen Eckbewehrung ist praktisch keine Steifigkeit mehr vorhanden. Dies entspricht daher bei Stabilitätsuntersuchungen in vielen Fällen gleichzeitig dem Traglastzustand und wurde in [Quast - 70] eingehend untersucht.

Die wirksame Biegesteifigkeit ist gleichbedeutend mit der minimalen Biegesteifigkeit des Querschnitts, also

$$\overline{EI}_{y/z,\text{eff}} = \overline{EI}_{ys/zs} = \min \overline{EI}_{y/z} = \overline{EI}_{y/z} - \frac{\left(\overline{ES}_{y/z}\right)^2}{\overline{EA}} . \quad (3.12)$$

Hierbei wird die bezogene Biegesteifigkeit  $\overline{EI}_{y/z}$  vom Bezugssystem, d. h. Koordinatenursprung und gleichzeitig *geometrischer* Schwerpunkt, in den *mechanischen* Schwerpunkt des Querschnitts verschoben. Sie ist somit, wie die Schnittgrößen auch, vom aktuellen Verzerrungszustand abhängig. Die erforderlichen Gleichungen für die Querschnittssteifigkeiten werden im Kap. 4 angegeben und im Anhang Kap. A.1 abgeleitet. Ausführliches zur Verknüpfung der Verzerrungen mit den Schnittgrößen und Steifigkeiten siehe auch beispielsweise [Ambos - 73].

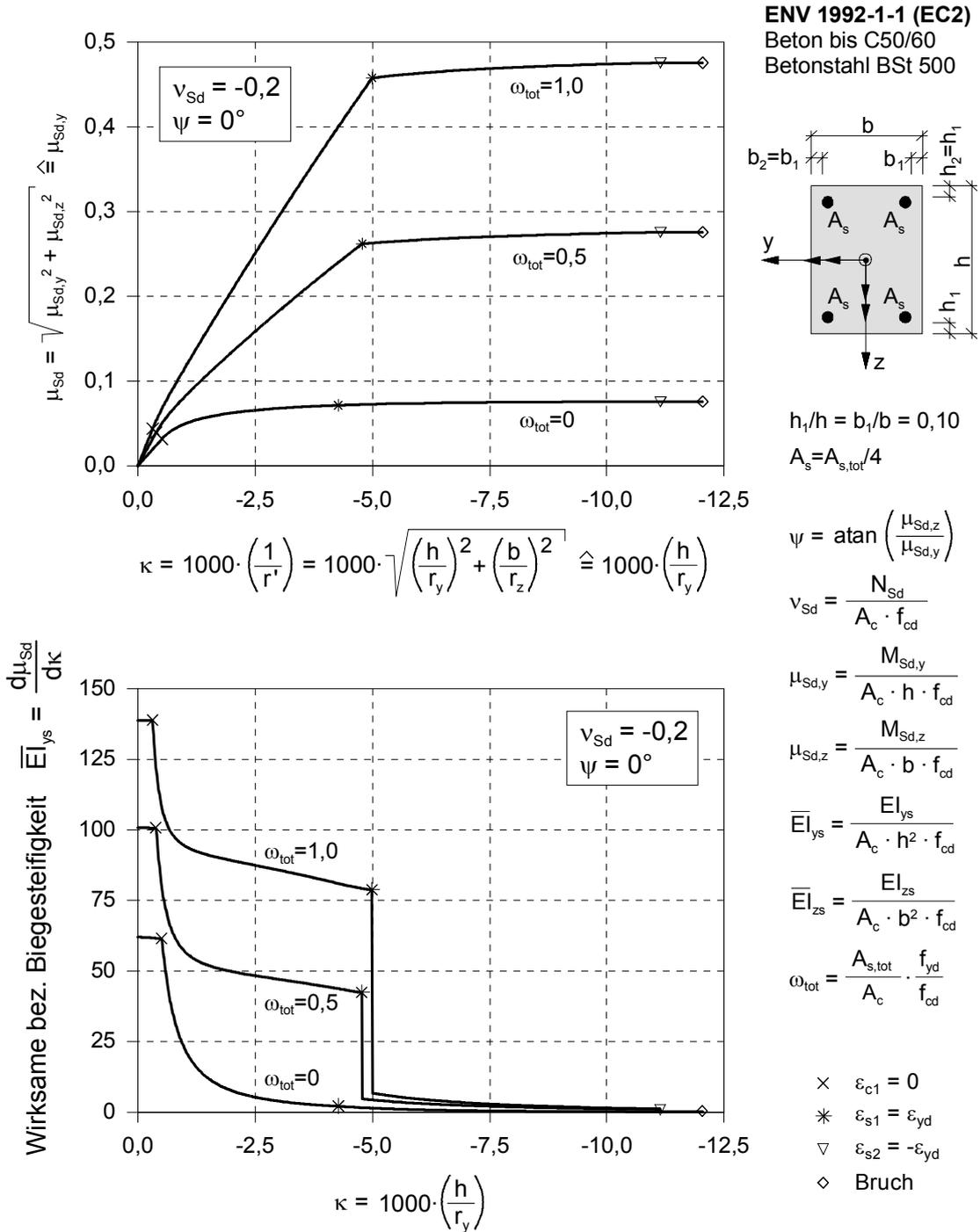


Bild 3.17: Zusammenhang zwischen bezogener wirksamer Biegesteifigkeit und  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehung bei  $v_{Sd} = -0,2$

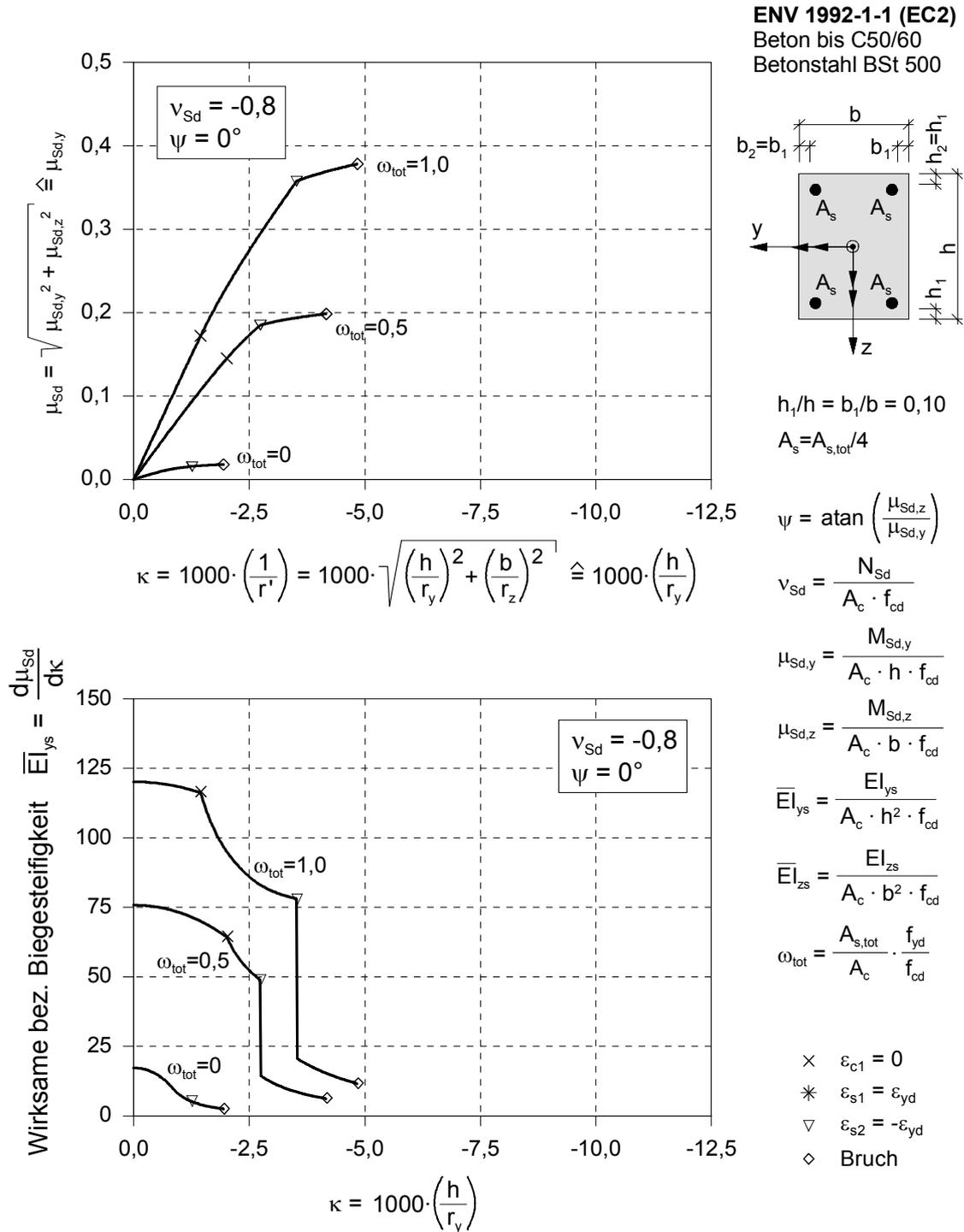


Bild 3.18: Zusammenhang zwischen bezogener wirksamer Biegesteifigkeit und  $\mu$ - $\kappa$ -Beziehung bei  $v_{Sd} = -0,8$

## **4 Rechenverfahren nach Theorie II. Ordnung**

### **4.1 Allgemeines**

Im folgenden werden zwei mögliche Bewehrungsanordnungen als Extremfälle betrachtet. Zum einen die gleichmäßig je Seite bzw. Kreis verteilte (verschmierte) und zum anderen die beim Rechteckquerschnitt in den Ecken konzentrierte Bewehrung. Die regelmäßige Anordnung einzelner Stäbe ist zwar ebenfalls möglich, wird aber aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht dargestellt.

### **4.2 Normierung der Stützenabmessungen**

#### **4.2.1 Allgemeines**

Bei der Normierung der Stützenabmessungen werden die Ersatzlängen auf die zugehörige Querschnittsseite bzw. Durchmesser bezogen und der tatsächliche Querschnitt wird in den sog. Einheitsquerschnitt überführt [Löser - 86].

Sämtliche Berechnungen (Verformungs- und Spannungsintegrationen), die an der normierten Modellstütze durchgeführt werden, sind allgemein für diese Querschnittsform gültig und können sehr leicht auf die tatsächlichen Abmessungen übertragen werden. Dies ist außerdem die Voraussetzung für die Erstellung von Bemessungsdiagrammen, da sonst die erforderliche Diagrammanzahl viel zu groß wäre.

#### **4.2.2 Normierung des Querschnitts**

##### **4.2.2.1 Rechteckquerschnitt**

Die Normierung erfolgt durch Umrechnung des realen Querschnitts zum Einheitsquerschnitt. Der Zusammenhang zwischen tatsächlichem und normiertem Rechteckquerschnitt (Einheitsquadrat) ist in Bild 4.1 dargestellt. Die Bewehrung ist dabei je Seite gleichmäßig verteilt angenommen. Der grau unterlegte Bereich stellt die Druckzone bei schiefer Lage der Nulllinie dar.

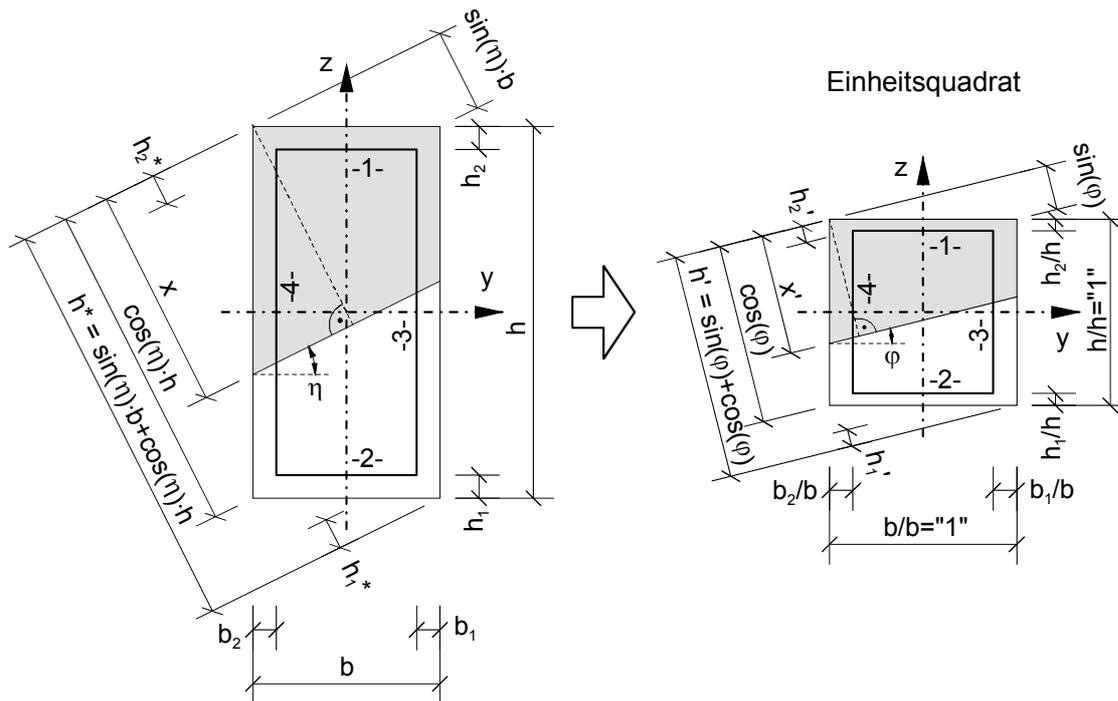


Bild 4.1: Einheitsquadrat für den Rechteckquerschnitt mit gleichmäßig verteilter Bewehrung

Größen aus *flächenbezogenen* Integralen (Spannungskörper des Betons) können in allgemeiner Form umgerechnet werden.

Für die Längskraft und die Dehnsteifigkeit gilt

$$N = b \cdot h \cdot n \quad (4.1)$$

$n$  Längskraft am Einheitsquadrat

$$EA = b \cdot h \cdot EA' \quad (4.2)$$

$E$  Tangentenmodul (Bild 2.3)

$A'$  Fläche am Einheitsquadrat

Für das Biegemoment und die Steifigkeiten um die  $y$ -Achse gilt

$$M_y = b \cdot h^2 \cdot m_y \quad (4.3)$$

$m_y$  Biegemoment um die  $y$ -Achse am Einheitsquadrat

$$ES_y = b \cdot h^2 \cdot ES_y' \quad (4.4)$$

$S_y'$  Statisches Moment um die  $y$ -Achse am Einheitsquadrat

$$EI_y = b \cdot h^3 \cdot EI_y' \quad (4.5)$$

$I_y'$  Trägheitsmoment um die  $y$ -Achse am Einheitsquadrat

und entsprechend um die z-Achse

$$M_z = b^2 \cdot h \cdot m_z \quad (4.6)$$

$m_z$  Biegemoment um die z-Achse am Einheitsquadrat

$$ES_z = b^2 \cdot h \cdot ES_z' \quad (4.7)$$

$S_z'$  Statisches Moment um die z-Achse am Einheitsquadrat

$$EI_z = b^3 \cdot h \cdot EI_z' \quad (4.8)$$

$I_z'$  Trägheitsmoment um die z-Achse am Einheitsquadrat

Ebenso können die Größen aus *linienbezogenen* Integralen (Betonstahl) je nach Richtung umgerechnet werden.

Die Längskräfte und Dehnsteifigkeiten mit

$$N_{1/2} = b \cdot n_{1/2} \quad (4.9)$$

$$EA_{1/2} = b \cdot EA_{1/2}' \quad (4.10)$$

bzw.

$$N_{3/4} = h \cdot n_{3/4} \quad (4.11)$$

$$EA_{3/4} = h \cdot EA_{3/4}' \quad (4.12)$$

Die Biegemomente und Steifigkeiten um die y-Achse mit

$$M_{1/2,y} = b \cdot h \cdot m_{1/2,y} \quad (4.13)$$

$$ES_{1/2,y} = b \cdot h \cdot ES_{1/2,y}' \quad (4.14)$$

$$EI_{1/2,y} = b \cdot h^2 \cdot EI_{1/2,y}' \quad (4.15)$$

bzw.

$$M_{3/4,y} = h^2 \cdot m_{3/4,y} \quad (4.16)$$

$$ES_{3/4,y} = h^2 \cdot ES_{3/4,y}' \quad (4.17)$$

$$EI_{3/4,y} = h^3 \cdot EI_{3/4,y}' \quad (4.18)$$

und entsprechend um die z-Achse mit

$$M_{1/2,z} = b^2 \cdot m_{1/2,z} \quad (4.19)$$

$$ES_{1/2,z} = b^2 \cdot ES_{1/2,z}' \quad (4.20)$$

$$EI_{1/2,z} = b^3 \cdot EI_{1/2,z}' \quad (4.21)$$

bzw.

$$M_{3/4,z} = b \cdot h \cdot m_{3/4,z} \quad (4.22)$$

$$ES_{3/4,z} = b \cdot h \cdot ES_{3/4,z}' \quad (4.23)$$

$$EI_{3/4,z} = b^2 \cdot h \cdot EI_{3/4,z}' \quad (4.24)$$

Beim Querschnitt mit *punktförmiger*, konzentrierter Eckbewehrung (Bild 4.2) lassen sich die folgenden Gleichungen zur Umrechnung verwenden.

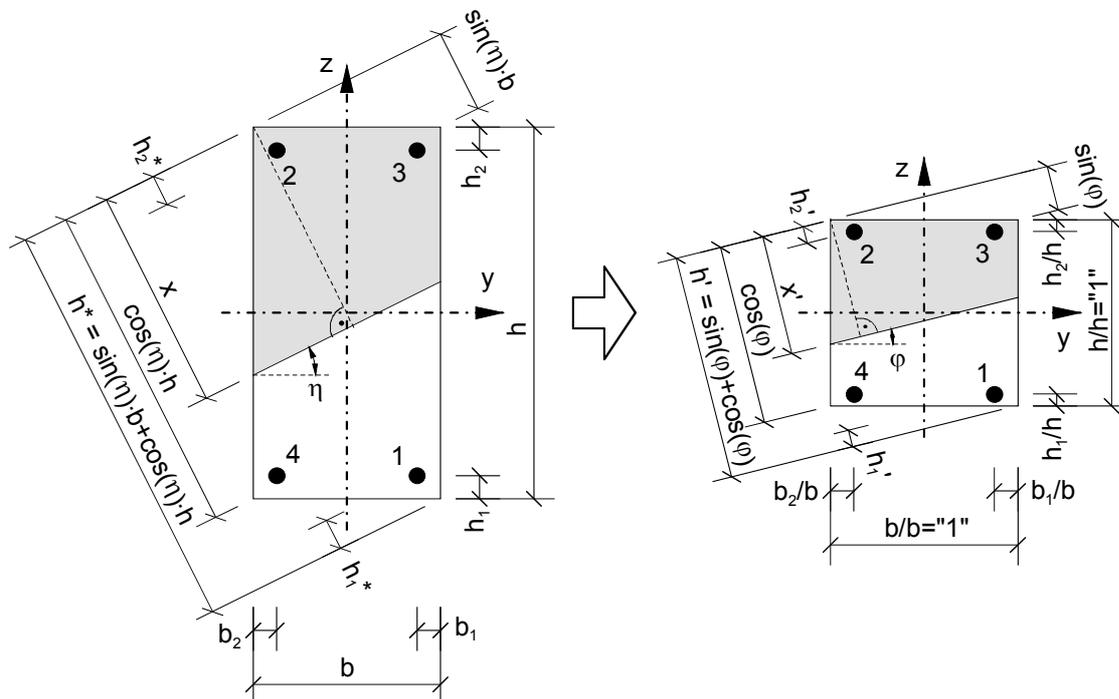


Bild 4.2: Einheitsquadrat für den Rechteckquerschnitt mit konzentrierter Eckbewehrung

Die Längskräfte und Dehnsteifigkeiten mit

$$N_{1/2/3/4} = n_{1/2/3/4} \quad (4.25)$$

$$EA_{1/2/3/4} = EA_{1/2/3/4}' \quad (4.26)$$

Die Biegemomente und Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse mit

$$M_{1/2/3/4,y} = h \cdot m_{1/2/3/4,y} \quad (4.27)$$

$$ES_{1/2/3/4,y} = h \cdot ES_{1/2/3/4,y}' \quad (4.28)$$

$$EI_{1/2/3/4,y} = h^2 \cdot EI_{1/2/3/4,y}' \quad (4.29)$$

und entsprechend um die z-Achse mit

$$M_{1/2/3/4,z} = b \cdot m_{1/2/3/4,z} \quad (4.30)$$

$$ES_{1/2/3/4,z} = b \cdot ES'_{1/2/3/4,z} \quad (4.31)$$

$$EI_{1/2/3/4,z} = b^2 \cdot EI'_{1/2/3/4,z} \quad (4.32)$$

Das Verhältnis der Nulllinienwinkel zwischen tatsächlichem Rechteckquerschnitt und Einheitsquadrat wird beschrieben durch

$$\tan(\varphi) = \tan(\eta) \cdot \frac{b}{h} \quad (4.33)$$

Die Winkel der Momentenverhältnisse (Bild 4.3) stehen durch

$$\tan(\vartheta) = \tan(\varrho) \cdot \frac{h}{b} \quad (4.34)$$

in Beziehung zueinander. Mit

$$\tan(\varrho) = \frac{M_z}{M_y} \quad (4.35)$$

und

$$\tan(\varpsi) = \frac{m_z}{m_y} \quad (4.36)$$



Bild 4.3: Tatsächliches und normiertes Momentenverhältnis

## 4.2.2.2 Kreisquerschnitt

Die Umrechnung des tatsächlichen Kreisquerschnitts zum Einheitskreis gestaltet sich besonders einfach, da der Querschnitt in beide Achsenrichtungen gleich skaliert wird. Die Bewehrung ist dabei ringförmig und gleichmäßig verteilt angenommen.

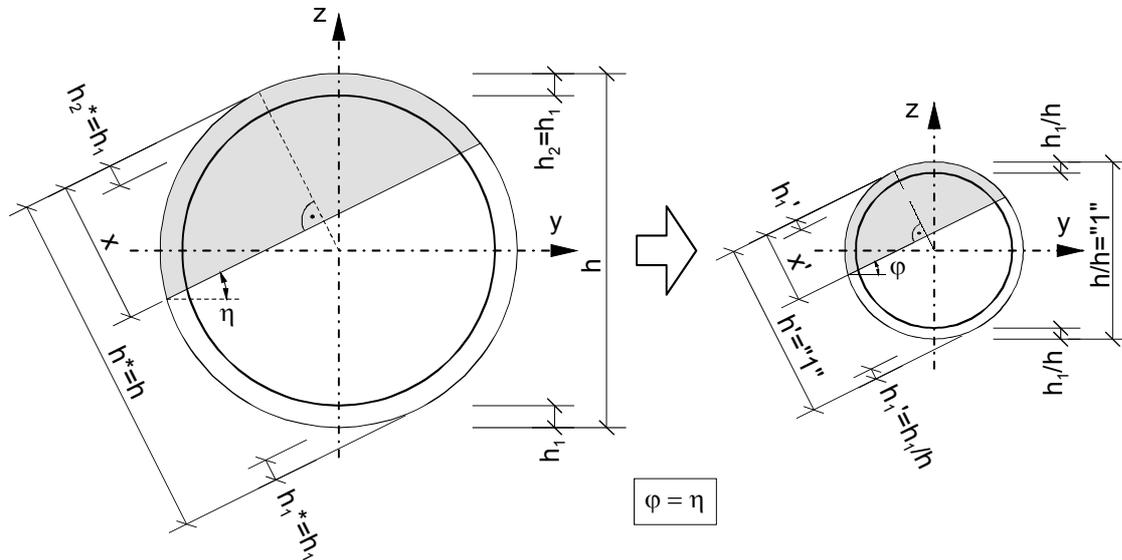


Bild 4.4: Einheitskreis für den Kreisquerschnitt

Für die Umrechnung der Größen aus *Flächenintegralen* (Betonfläche) gilt

$$N = h^2 \cdot n \quad (4.37)$$

$$EA = h^2 \cdot EA' \quad (4.38)$$

$$M_{y/z} = h^3 \cdot m_{y/z} \quad (4.39)$$

$$ES_{y/z} = h^3 \cdot ES_{y/z}' \quad (4.40)$$

$$EI_{y/z} = h^4 \cdot EI_{y/z}' \quad (4.41)$$

und aus *Linien- oder Kurvenintegralen* (Betonstahlring)

$$N = h \cdot n \quad (4.42)$$

$$EA = h \cdot EA' \quad (4.43)$$

$$M_{y/z} = h^2 \cdot m_{y/z} \quad (4.44)$$

$$ES_{y/z} = h^2 \cdot ES_{y/z}' \quad (4.45)$$

$$EI_{y/z} = h^3 \cdot EI_{y/z}' \quad (4.46)$$

Die Nulllinienwinkel sowie die Winkel der Momentenverhältnisse (Bild 4.3) sind zwischen tatsächlichem und normiertem Kreisquerschnitt aus Symmetriegründen gleich, also

$$\varphi = \eta \quad (4.47)$$

und

$$\psi = \vartheta \quad (4.48)$$

#### 4.2.2.3 Kreisringquerschnitt

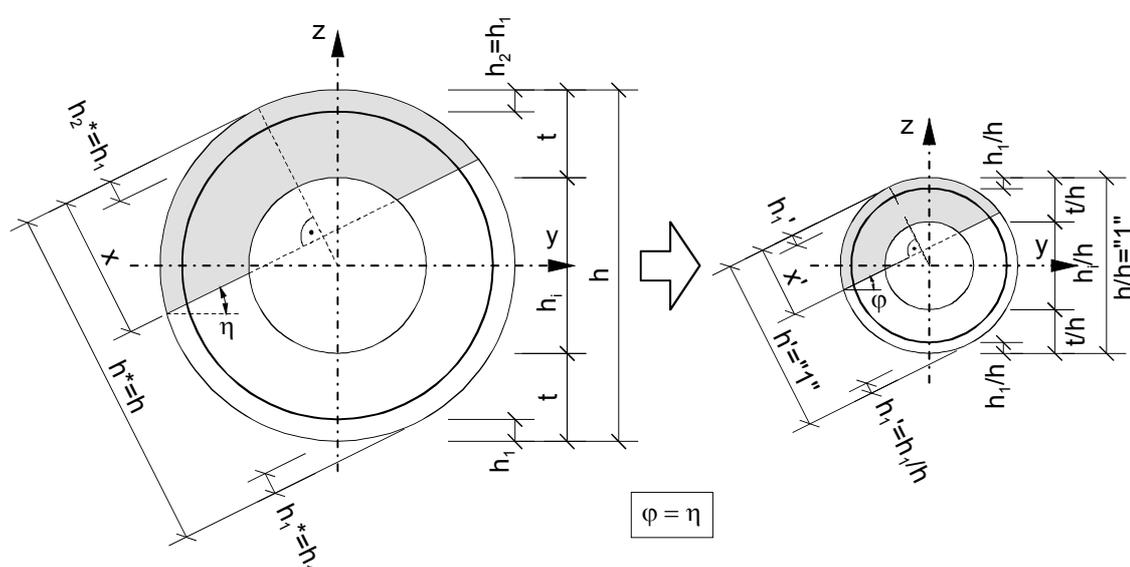


Bild 4.5: Einheitskreisring für den Kreisringquerschnitt

Es gelten dieselben allgemeinen Angaben wie beim Kreisquerschnitt.

#### 4.2.3 Normierung der Ersatzlängen

Die beiden Ersatzlängen der räumlichen Modellstütze (Bild 3.7) werden mit der jeweiligen Querschnittsabmessung normiert, also

$$\frac{l_{0,y}}{b} \quad \text{bzw.} \quad \frac{l_{0,z}}{h}$$

### 4.3 Querschnittswiderstand

Die zu einem bestimmten Verzerrungszustand gehörenden, vom Querschnitt aufnehmbaren Schnittgrößen, setzen sich aus dem Anteil des Betons und des Betonstahls zusammen und lassen sich wie folgt allgemein angeben:

$$N_{\text{Rd}} = N_{\text{c}} + N_{\text{s}} = \int \sigma_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot dA_{\text{c}} + \int \sigma_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.49)$$

$$M_{\text{Rd},y} = M_{\text{c},y} + M_{\text{s},y} = \int \sigma_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_{\text{c}} + \int \sigma_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.50)$$

$$M_{\text{Rd},z} = M_{\text{c},z} + M_{\text{s},z} = \int \sigma_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_{\text{c}} + \int \sigma_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.51)$$

Für die Querschnittssteifigkeiten gelten folgende Gleichungen

$$EA = EA_{\text{c}} + EA_{\text{s}} = \int E_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot dA_{\text{c}} + \int E_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.52)$$

$$ES_y = ES_{\text{c},y} + ES_{\text{s},y} = \int E_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_{\text{c}} + \int E_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.53)$$

$$ES_z = ES_{\text{c},z} + ES_{\text{s},z} = \int E_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_{\text{c}} + \int E_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.54)$$

$$EI_y = EI_{\text{c},y} + EI_{\text{s},y} = \int E_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot z^2 \cdot dA_{\text{c}} + \int E_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot z^2 \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.55)$$

$$EI_z = EI_{\text{c},z} + EI_{\text{s},z} = \int E_{\text{c}}(\varepsilon) \cdot y^2 \cdot dA_{\text{c}} + \int E_{\text{s}}(\varepsilon) \cdot y^2 \cdot dA_{\text{s}} \quad (4.56)$$

wobei die Elastizitätsmodule als Tangentenmodule zu verstehen sind (Bild 2.3).

Die zur Programmierung notwendigen Gleichungen für die Schnittgrößen und die Steifigkeiten werden nachfolgend angegeben. Wegen des großen Umfanges der entsprechenden Herleitungen sind diese im Anhang Kap. A.1 ausführlich wiedergegeben.

### 4.3.1 Rechteckquerschnitt

#### 4.3.1.1 Widerstand des Betonquerschnitts

Zur Ermittlung der Spannungsergebnenden bei gegebenem Verzerrungszustand muss der Querschnitt aus *geometrischen* Gründen in drei Integrationsabschnitte 1, 2 und 3 aufgeteilt werden (Bild 4.6). Jeder Abschnitt hat einen unterschiedlichen Verlauf der Integrationsbreite  $b_i'$ .

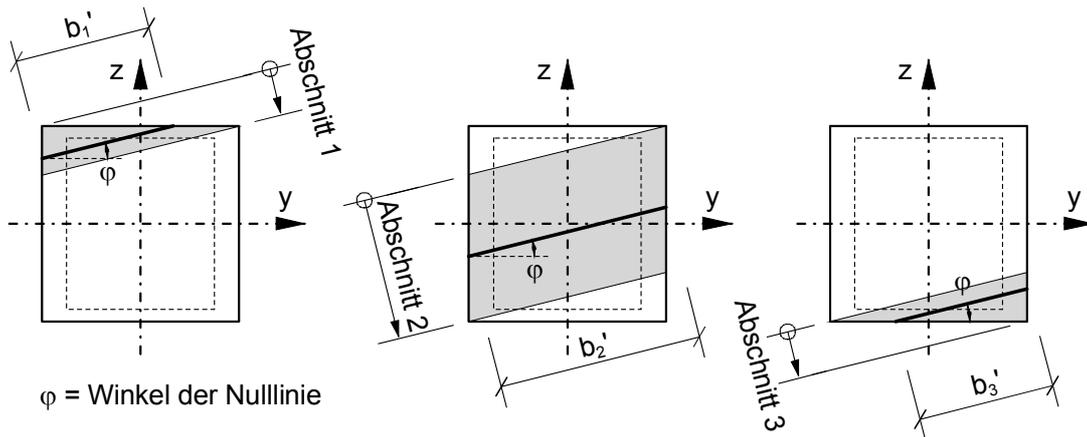


Bild 4.6: Integrationsabschnitte beim Einheitsquadrat für Beton

Die *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie des Betons macht eine weitere Unterteilung erforderlich. Bild 4.7 zeigt einen möglichen Verlauf der Betonspannungen  $\sigma_c$  in Abhängigkeit von den Verzerrungen (Kap. 2.3). Für eine genaue Integration werden bis zu vier Abschnitte A bis D benötigt, welche die Integrationsabschnitte 1 bis 3 je nach Verzerrungszustand nochmals unterteilen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird dies aber hier nicht explizit wiedergegeben.

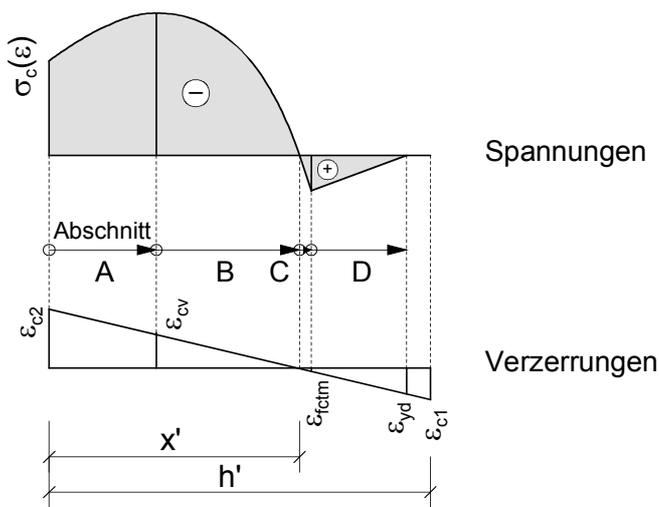


Bild 4.7: Integrationsabschnitte der Betonarbeitslinie

Als numerisches Verfahren kommt die Gaußsche Quadraturformel gemäß Gl. (4.57) zum Einsatz.

$$\int_{\delta_u}^{\delta_o} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \approx \frac{h}{9} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} 5 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i - h \cdot \sqrt{3/5})) + \\ 8 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i)) + \\ 5 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i + h \cdot \sqrt{3/5})) \end{array} \right] \quad (4.57)$$

$$\text{mit } h = \frac{\delta_o - \delta_u}{2 \cdot n}$$

$$\text{und } x_i = \delta_u + h \cdot (2 \cdot i - 1)$$

Mit  $n = 1$  ( $n$  ist die Anzahl der Stützstellen) lassen sich damit Polynome (ganzzahlige Exponenten) bis zum fünften Grad exakt integrieren. Bei anderen Funktionen der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung und bei Kreisquerschnitten muss die Teilung  $n$  entsprechend erhöht werden.

Die Integration der Betonspannungen erfolgt nicht nur über die Druckzone, sondern über den ganzen Querschnitt, um die Arbeitslinie möglichst frei wählen zu können. Weil die Integrale nur bis zu den rein *geometrischen* Integrationsgrenzen (Bild 4.6) aufgelöst wiedergegeben werden, sind die nachfolgenden Angaben vom Verlauf der Arbeitslinie unabhängig. Der Winkel  $\varphi'$  ist ein vom Nulllinienwinkel  $\varphi$  abhängiger Ersatzwinkel, der die Berechnung der Winkelfunktionen vereinfacht (Kap. A.1).

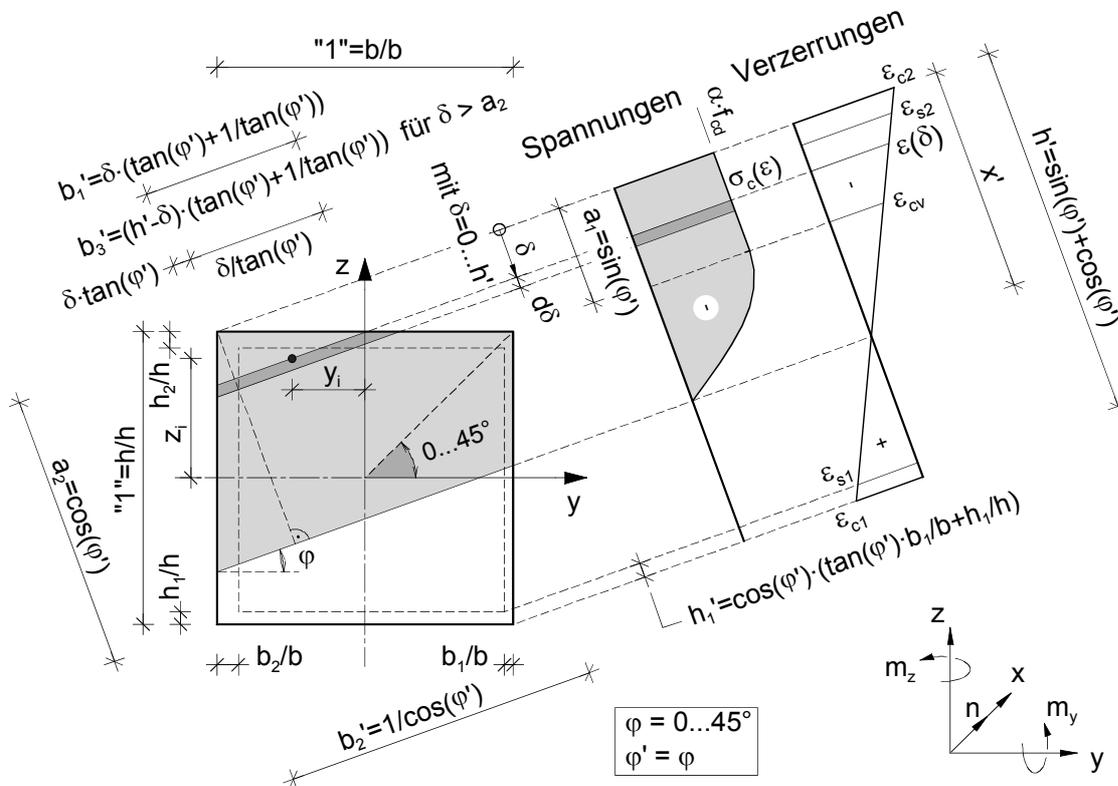


Bild 4.8: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat

Die Verzerrung in der Faser  $\delta$  des Querschnitts wird linear interpoliert

$$\varepsilon(\delta) = \frac{\delta}{h'} \cdot (\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}) + \varepsilon_{c2} \quad (4.58)$$

#### 4.3.1.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.1.1.1 .

$$N_c = b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1} + \alpha_{Nc3}) + \frac{\alpha_{Nc2}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.59)$$

mit

$$\alpha_{Nc1} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.60)$$

$$\alpha_{Nc2} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.61)$$

$$\alpha_{Nc3} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.62)$$

#### 4.3.1.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.1.1.2 .

Das aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$M_{c,y} = b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,y} + \alpha_{Mc3,y}) + \frac{\alpha_{Mc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.63)$$

mit

$$\alpha_{Mc1,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.64)$$

$$\alpha_{Mc2,y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.65)$$

$$\alpha_{Mc3,y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.66)$$

Für das aufnehmbare Moment um die z-Achse gilt

$$M_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,z} + \alpha_{Mc3,z}) + \frac{\alpha_{Mc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.67)$$

mit

$$\alpha_{Mc1,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.68)$$

$$\alpha_{Mc2,z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.69)$$

$$\alpha_{Mc3,z} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.70)$$

Angaben zu den Hebelarmen siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.3 .

#### 4.3.1.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.1.1.3 .

Für die Dehnsteifigkeit erhält man

$$EA_c = b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1} + \alpha_{EAc3}) + \frac{\alpha_{EAc2}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.71)$$

mit

$$\alpha_{EAc1} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.72)$$

$$\alpha_{EAc2} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.73)$$

$$\alpha_{EAc3} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.74)$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind

$$ES_{c,y} = b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y} + \alpha_{ESc3,y}) + \frac{\alpha_{ESc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.75)$$

$$EI_{c,y} = b \cdot h^3 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,y} + \alpha_{EIc3,y}) + \frac{\alpha_{EIc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.76)$$

mit

$$\alpha_{\text{ESc1},y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.77)$$

$$\alpha_{\text{ESc2},y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.78)$$

$$\alpha_{\text{ESc3},y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.79)$$

$$\alpha_{\text{E1c1},y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,z}^2(\delta)}{12} + z_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.80)$$

$$\alpha_{\text{E1c2},y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,z}^2(\delta)}{12} + z_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.81)$$

$$\alpha_{\text{E1c3},y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,z}^2(\delta)}{12} + z_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.82)$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die z-Achse gilt

$$ES_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1},z} + \alpha_{\text{ESc3},z}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2},z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.83)$$

$$EI_{c,z} = b^3 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{E1c1},z} + \alpha_{\text{E1c3},z}) + \frac{\alpha_{\text{E1c2},z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (4.84)$$

mit

$$\alpha_{\text{ESc1},z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.85)$$

$$\alpha_{\text{ESc2},z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.86)$$

$$\alpha_{\text{ESc3},z} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.87)$$

$$\alpha_{\text{E1c1},z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,y}^2(\delta)}{12} + y_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.88)$$

$$\alpha_{\text{E1c2},z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,y}^2(\delta)}{12} + y_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.89)$$

$$\alpha_{\text{Elc}_{3,z}} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,y}^2(\delta)}{12} + y_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.90)$$

Angaben zu den Hebelarmen siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.3 .

Werte für  $c_i$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.4 .

#### 4.3.1.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

##### 4.3.1.2.1 Bewehrung gleichmäßig verteilt

Die Spannungsresultierenden berechnet man aus der Summe der Teilresultierenden an den vier Seiten. Der auf die Seiten verteilte Betonstahlquerschnitt muss aus *geometrischen* Gründen in vier Integrationsabschnitte 1 bis 4 aufgeteilt werden (Bild 4.9).

Da der Betonstahl eine *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie hat, ist eine weitere Unterteilung nach Bild 4.10 in bis zu vier Integrationsabschnitte A bis D erforderlich. Wie in Kap. 4.3.1.1 bereits erwähnt, werden die Integrale jedoch nur bis zu den geometrischen Integrationsgrenzen aufgelöst wiedergegeben.

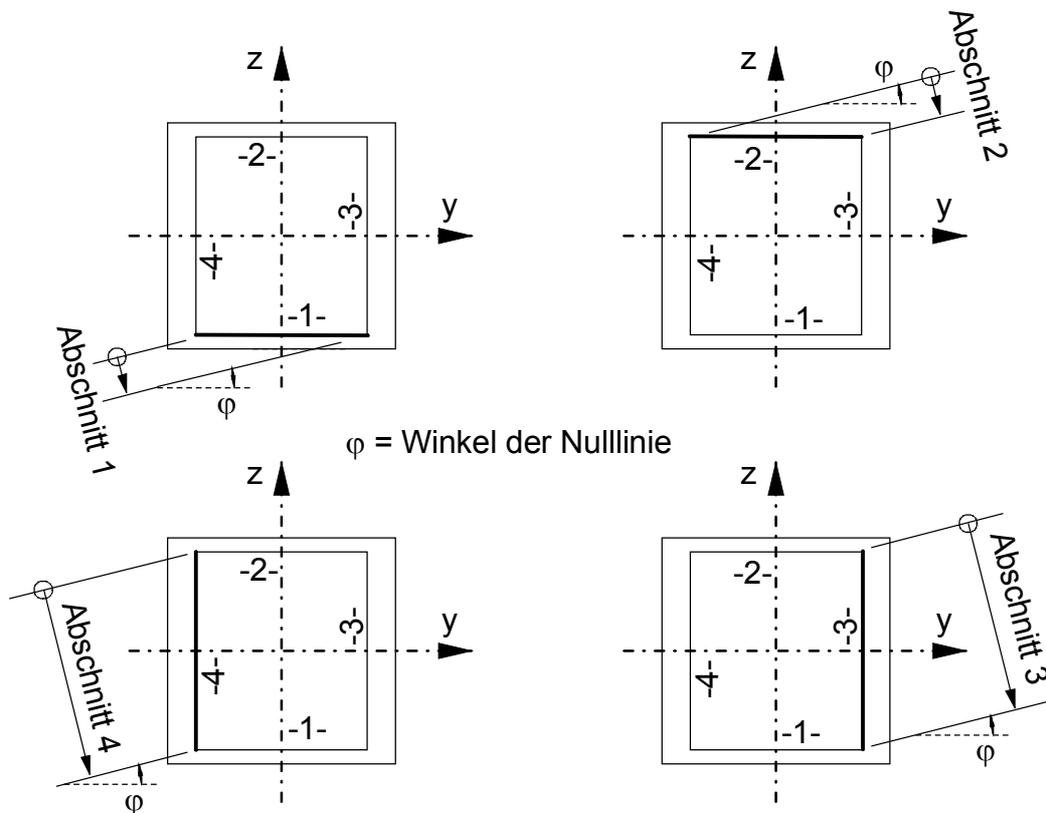


Bild 4.9: Integrationsabschnitte beim Einheitsquadrat für gleichmäßig verteilte Bewehrung

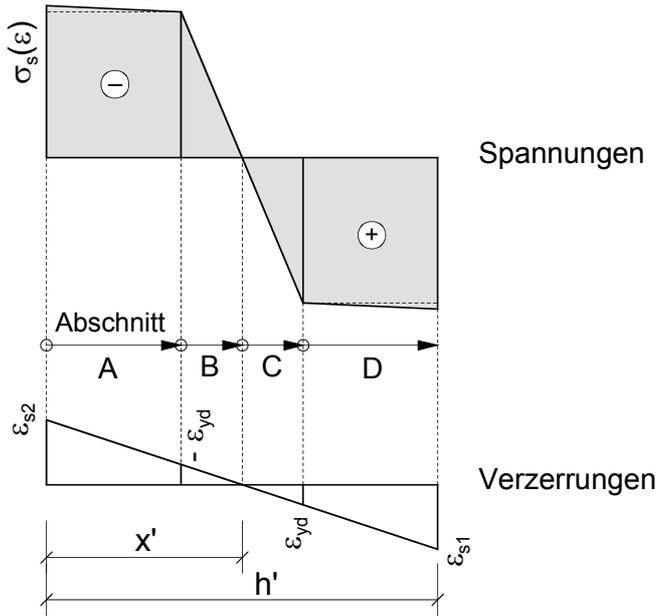


Bild 4.10: Integrationsabschnitte der Betonstahlarbeitslinie

Der Randabstand sowie der Flächenanteil der Bewehrung kann an allen vier Seiten unterschiedlich sein (Bild 4.11). Die nachfolgend angegebenen Gleichungen sind dementsprechend allgemein gehalten.

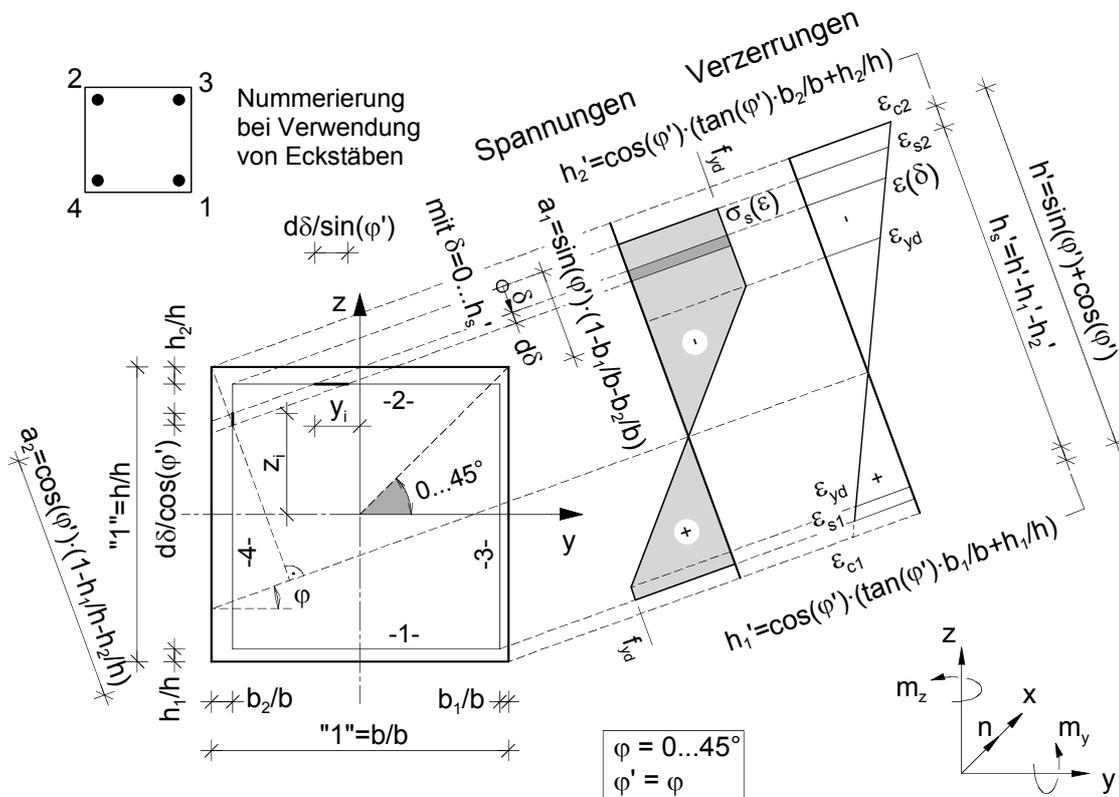


Bild 4.11: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat

Die Verzerrung in der Faser  $\delta$  des Querschnitts wird linear interpoliert

$$\varepsilon(\delta) = \frac{\delta}{h_s'} \cdot (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{s2}) + \varepsilon_{s2} \quad (4.91)$$

#### 4.3.1.2.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.1.1 .

Die aufnehmbare Längskraft ist

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Nsi} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.92)$$

mit

$$\alpha_{Nsi} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.93)$$

Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 enthält entsprechende Werte für  $l_i$  sowie für die unteren ( $u_i$ ) und oberen ( $o_i$ ) Integrationsgrenzen, abhängig vom Winkel der Nulllinie.

#### 4.3.1.2.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.1.2 .

Das aufnehmbare Moment des Betonstahls um die y-Achse ist

$$M_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.94)$$

mit

$$\alpha_{Msi,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \quad (4.95)$$

und entsprechend um die z-Achse

$$M_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.96)$$

mit

$$\alpha_{Msi,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad (4.97)$$

Angaben zu den Hebelarmen sind in Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 wiedergegeben.

## 4.3.1.2.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.1.3 .

Man erhält für die Dehnsteifigkeit

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EAsi} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.98)$$

mit

$$\alpha_{EAsi} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.99)$$

und für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.100)$$

$$EI_{s,y} = h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.101)$$

mit

$$\alpha_{ESsi,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \quad (4.102)$$

$$\alpha_{EIsi,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.103)$$

Um die z-Achse gilt

$$ES_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.104)$$

$$EI_{s,z} = b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (4.105)$$

mit

$$\alpha_{ESsi,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad (4.106)$$

$$\alpha_{EIsi,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.107)$$

Werte für  $l_i$  sowie für die Grenzen  $u_i$  und  $o_i$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

Angaben zu den Hebelarmen sind in Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 wiedergegeben.

#### 4.3.1.2.2 Konzentrierte Eckbewehrung

Die resultierenden Schnittgrößen und Steifigkeiten des in den Ecken konzentrierten Betonstahls ergeben sich jeweils aus der Summe der Anteile in den Eckpunkten 1 bis 4 (Bild 4.11).

##### 4.3.1.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.2.1 .

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{si} \quad (4.108)$$

Angaben für den Integranden  $\delta_i$  sind im Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 für verschiedene Winkel der Nulllinie wiedergegeben.

##### 4.3.1.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.2.2 .

$$M_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.109)$$

$$M_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.110)$$

Angaben für den Integranden  $\delta_i$  und die Hebelarme  $y_i(\delta_i)$  und  $z_i(\delta_i)$  sind im Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 für verschiedene Winkel der Nulllinie wiedergegeben.

##### 4.3.1.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.1.2.2.3 .

Man erhält für die Dehnsteifigkeit

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{si} \quad (4.111)$$

und für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.112)$$

$$EI_{s,y} = h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.113)$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.114)$$

$$EI_{s,z} = b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot A_{si} \quad (4.115)$$

Der Anhang enthält in Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 entsprechende Werte für den Integranden  $\delta_i$  und die Hebelarme  $y_i(\delta_i)$  und  $z_i(\delta_i)$ , abhängig vom Winkel der Nulllinie.

### 4.3.1.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### 4.3.1.3.1 Bewehrung gleichmäßig verteilt

##### 4.3.1.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.1.1 .

Die gesamte aufnehmbare Längskraft ergibt sich zu

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1}' + \alpha_{Nc3}') + \frac{\alpha_{Nc2}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Nsi} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \right] \quad (4.116)$$

und in bezogener Form zu

$$\begin{aligned} \nu_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1}' + \alpha_{Nc3}') + \frac{\alpha_{Nc2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Nsi} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.117)$$

mit dem mechanischen Bewehrungsgrad

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (4.118)$$

$\alpha_{\text{Nci}}'$  entspricht dabei bis auf die normierte Betonspannung  $\alpha_{\text{Nci}}$  (Gl. (4.60) bis (4.62))

$$\alpha_{\text{Nc1}}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.119)$$

$$\alpha_{\text{Nc2}}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.120)$$

$$\alpha_{\text{Nc3}}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.121)$$

Für die Integrale  $\alpha_{\text{Nsi}}$  gilt Gl. (4.93). Werte für  $l_i$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

Es ist zu erkennen, dass Gl. (4.117) unabhängig von der Querschnittsbreite und -höhe ausgewertet werden kann. Die Unabhängigkeit von der Betonfestigkeit ist, wie bereits in Kap. 2.3.3.1 erwähnt, tatsächlich nur bei Verwendung des P.-R.-Diagramms (Bild 2.2) für normalfeste Betone gegeben. Ansonsten ergeben sich für die bezogenen Schnittgrößen bei jeder Betongüte durch individuelle Grenzverzerrungen unterschiedliche Werte. Außerdem ist die Betonfestigkeit in den Spannungsgleichungen (2.10) und (2.15) weiterhin enthalten. Die Abhängigkeit von Betonstahlquerschnitt und -güte bleibt in jedem Fall erhalten.

Deshalb ist es nicht immer sinnvoll, Bemessungsdiagramme mit den bezogenen Schnittgrößen und dem mechanischen Bewehrungsgrad aufzustellen. Stattdessen kann man die nur noch auf den Betonquerschnitt bezogenen Schnittgrößen und den *geometrischen* Bewehrungsgrad als Eingangsgrößen für die Diagramme verwenden. Dies vereinfacht die Anwendung der Tafeln, wenn diese auf individuellen Betonarbeitslinien basieren (Kap. 4.5.2.2).

Gl. (4.117) wird dabei mit  $f_{\text{cd}}$  durchmultipliziert und man erhält

$$\begin{aligned} n_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{A_c} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}}' + \alpha_{\text{Nc3}}') + \frac{\alpha_{\text{Nc2}}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.122)$$

mit dem geometrischen Bewehrungsgrad

$$\rho = \frac{A_{\text{s,tot}}}{A_c} \quad (4.123)$$

Die Gleichungen für die Integrale  $\alpha_{\text{N}}$  bleiben unverändert.

## 4.3.1.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.1.2 .

Für das gesamte aufnehmbare Moment um die y-Achse erhält man

$$M_{Rd,y} = b \cdot h^2 \cdot f_{cd} \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,y}' + \alpha_{Mc3,y}') + \frac{\alpha_{Mc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,y} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \right\} \quad (4.124)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \mu_{Rd,y} &= \frac{M_{Rd,y}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,y}' + \alpha_{Mc3,y}') + \frac{\alpha_{Mc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,y} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.125)$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{Mci,y}'$  ergeben sich unmittelbar aus Gl. (4.64) bis (4.66) unter Berücksichtigung der normierten Betonspannung

$$\alpha_{Mc1,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.126)$$

$$\alpha_{Mc2,y}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.127)$$

$$\alpha_{Mc3,y}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.128)$$

Hebelarme  $z_i(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 .

Für die Integrale  $\alpha_{Msi,y}$  gilt Gl. (4.95).

$l_i$  siehe Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

Um die z-Achse gilt

$$M_{\text{Rd},z} = b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (4.129)$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.130)$$

Die Integrale  $\alpha_{\text{Mci},z}'$  sind nach Gl. (4.68) bis (4.70)

$$\alpha_{\text{Mc}1,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.131)$$

$$\alpha_{\text{Mc}2,z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.132)$$

$$\alpha_{\text{Mc}3,z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.133)$$

Hebelarme  $y_i(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 .

Für die Integrale  $\alpha_{\text{Msi},z}$  gilt Gl. (4.97).

$l_i$  siehe Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

Für Bemessungsdiagramme auf der Grundlage individueller Betonarbeitslinien kann Gl. (4.125) und (4.130) unter Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades mit Gl. (4.123) modifiziert werden

$$\begin{aligned}
 m_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2} \\
 &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i}
 \end{aligned} \tag{4.134}$$

$$\begin{aligned}
 m_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h} \\
 &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i}
 \end{aligned} \tag{4.135}$$

Die Gleichungen für die Integrale  $\alpha_{\text{M}}$  bleiben dabei unverändert.

#### 4.3.1.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.1.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 EA &= b \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{EAc}1}' + \alpha_{\text{EAc}3}') + \frac{\alpha_{\text{EAc}2}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EAsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.136}$$

und in bezogener Form zu

$$\begin{aligned}
 \overline{EA} &= \frac{EA}{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{EAc}1}' + \alpha_{\text{EAc}3}') + \frac{\alpha_{\text{EAc}2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EAsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i}
 \end{aligned} \tag{4.137}$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{\text{EAc}i}'$  ergeben sich unmittelbar aus Gl. (4.72) bis (4.74) unter Berücksichtigung des normierten Tangentenmoduls

$$\alpha_{\text{EAc}1}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.138)$$

$$\alpha_{\text{EAc}2}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.139)$$

$$\alpha_{\text{EAc}3}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.140)$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc}1,y}' + \alpha_{\text{ESc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{ESc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ESs}i,y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{array} \right\} \quad (4.141)$$

$$EI_y = b \cdot h^3 \cdot f_{\text{cd}} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc}1,y}' + \alpha_{\text{Elc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Elc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ElS}i,y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{array} \right\} \quad (4.142)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}\overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y}' + \alpha_{ESc3,y}') + \frac{\alpha_{ESc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i}\end{aligned}\quad (4.143)$$

$$\begin{aligned}\overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{b \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Eic1,y}' + \alpha_{Eic3,y}') + \frac{\alpha_{Eic2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i}\end{aligned}\quad (4.144)$$

$\alpha_{ESci,y}'$  und  $\alpha_{Eici,y}'$  siehe Gl. (4.77) bis (4.82) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{ESc1,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.145)$$

$$\alpha_{ESc2,y}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.146)$$

$$\alpha_{ESc3,y}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.147)$$

$$\alpha_{Eic1,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,z}^2(\delta)}{12} + z_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.148)$$

$$\alpha_{Eic2,y}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,z}^2(\delta)}{12} + z_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.149)$$

$$\alpha_{Eic3,y}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,z}^2(\delta)}{12} + z_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.150)$$

Hebelarme  $z_i(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 .

Werte  $c_{i,z}(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.4 .

Für die Integrale  $\alpha_{ESsi,y}$  und  $\alpha_{EIsi,y}$  gelten Gl. (4.102) und (4.103).

$l_i$  siehe Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

Für die Querschnittsteifigkeiten um die z-Achse gilt

$$ES_z = b^2 \cdot h \cdot f_{cd} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z}' + \alpha_{ESc3,z}') + \frac{\alpha_{ESc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESSi,z} \cdot \frac{A_{Si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{array} \right\} \quad (4.151)$$

$$EI_z = b^3 \cdot h \cdot f_{cd} \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Eic1,z}' + \alpha_{Eic3,z}') + \frac{\alpha_{Eic2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,z} \cdot \frac{A_{Si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{array} \right\} \quad (4.152)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z}' + \alpha_{ESc3,z}') + \frac{\alpha_{ESc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESSi,z} \cdot \frac{A_{Si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.153)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{b^3 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Eic1,z}' + \alpha_{Eic3,z}') + \frac{\alpha_{Eic2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,z} \cdot \frac{A_{Si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (4.154)$$

Die Integrale  $\alpha_{ESc1,z}'$  und  $\alpha_{Eic1,z}'$  sind nach Gl. (4.85) bis (4.90)

$$\alpha_{ESc1,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.155)$$

$$\alpha_{ESc2,z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot d\delta \quad (4.156)$$

$$\alpha_{ESc3,z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.157)$$

$$\alpha_{Eic1,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,y}^2(\delta)}{12} + y_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (4.158)$$

$$\alpha_{Eic2,z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,y}^2(\delta)}{12} + y_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.159)$$

$$\alpha_{Eic3,z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,y}^2(\delta)}{12} + y_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (4.160)$$

Hebelarme  $y_i(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.6 .

Werte  $c_{i,y}(\delta)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.4 .

Für die Integrale  $\alpha_{ESsi,z}$  und  $\alpha_{EIsi,z}$  gilt Gl. (4.106) und (4.107).

$l_i$  siehe Anhang Kap. A.1.1.4, Tab. A.5 .

### 4.3.1.3.2 Konzentrierte Eckbewehrung

#### 4.3.1.3.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.2.1 .

Die gesamte aufnehmbare Längskraft berechnet sich mit

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1}' + \alpha_{Nc3}') + \frac{\alpha_{Nc2}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right] \quad (4.161)$$

und in bezogener Form mit

$$\begin{aligned}
 v_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}
 \end{aligned} \tag{4.162}$$

Integrale  $\alpha_{\text{Nci}'}$  siehe Gl. (4.119) bis (4.121).

$\delta_i$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 .

Mit Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades (Gl. (4.123)) erhält man

$$\begin{aligned}
 v_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{b \cdot h} \\
 &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}
 \end{aligned} \tag{4.163}$$

#### 4.3.1.3.2.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.2.2 .

Das gesamte aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd,y}} &= b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc1,y}'} + \alpha_{\text{Mc3,y}'}) + \frac{\alpha_{\text{Mc2,y}'}}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.164}$$

In bezogener Form

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd,y}} &= \frac{M_{\text{Rd,y}}}{b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc1,y}'} + \alpha_{\text{Mc3,y}'}) + \frac{\alpha_{\text{Mc2,y}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}
 \end{aligned} \tag{4.165}$$

Integrale  $\alpha_{\text{Mci,y}'}$  siehe Gl. (4.126) bis (4.128).

$\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 .

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$M_{\text{Rd},z} = b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\} \quad (4.166)$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \end{aligned} \quad (4.167)$$

Integrale  $\alpha_{\text{Mc}i,z}'$  siehe Gl. (4.131) bis (4.133).

$\delta_i$  und  $y_i(\delta_i)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7.

Unter Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades (Gl. (4.123)) können Gl. (4.165) und (4.167) modifiziert werden

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \end{aligned} \quad (4.168)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \end{aligned} \quad (4.169)$$

## 4.3.1.3.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.1.3.2.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$EA = b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1}' + \alpha_{EAc3}') + \frac{\alpha_{EAc2}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right] \quad (4.170)$$

und in bezogener Form zu

$$\begin{aligned} \overline{EA} &= \frac{EA}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1}' + \alpha_{EAc3}') + \frac{\alpha_{EAc2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (4.171)$$

Integrale  $\alpha_{EAc_i}'$  siehe Gl. (4.138) bis (4.140).

$\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 .

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = b \cdot h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y}' + \alpha_{ESc3,y}') + \frac{\alpha_{ESc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right] \quad (4.172)$$

$$EI_y = b \cdot h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,y}' + \alpha_{EIc3,y}') + \frac{\alpha_{EIc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right] \quad (4.173)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}\overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1,y}'} + \alpha_{\text{ESc3,y}'} + \frac{\alpha_{\text{ESc2,y}'}}{\cos(\varphi')}) \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}\end{aligned}\quad (4.174)$$

$$\begin{aligned}\overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{b \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Eic1,y}'} + \alpha_{\text{Eic3,y}'} + \frac{\alpha_{\text{Eic2,y}'}}{\cos(\varphi')}) \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}\end{aligned}\quad (4.175)$$

Integrale  $\alpha_{\text{ESc}i,y}'$  siehe Gl. (4.145) bis (4.147).

Integrale  $\alpha_{\text{Eic}i,y}'$  siehe Gl. (4.148) bis (4.150).

$\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 .

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}ES_z &= b^2 \cdot h \cdot f_{cd} \\ &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1,z}'} + \alpha_{\text{ESc3,z}'} + \frac{\alpha_{\text{ESc2,z}'}}{\cos(\varphi')}) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}\end{aligned}\quad (4.176)$$

$$\begin{aligned}EI_z &= b^3 \cdot h \cdot f_{cd} \\ &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Eic1,z}'} + \alpha_{\text{Eic3,z}'} + \frac{\alpha_{\text{Eic2,z}'}}{\cos(\varphi')}) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}\end{aligned}\quad (4.177)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z}' + \alpha_{ESc3,z}') + \frac{\alpha_{ESc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (4.178)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{b^3 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,z}' + \alpha_{EIc3,z}') + \frac{\alpha_{EIc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (4.179)$$

Integrale  $\alpha_{ESc1,z}'$  siehe Gl. (4.155) bis (4.157).

Integrale  $\alpha_{EIc1,z}'$  siehe Gl. (4.158) bis (4.160).

$\delta_i$  und  $y_i(\delta_i)$  siehe Kap. A.1.1.4, Tab. A.7 .

### 4.3.2 Kreisquerschnitt

#### 4.3.2.1 Widerstand des Betonquerschnitts

Die Integration der Betonspannungen erfolgt ohne *geometrische* Unterteilung über den ganzen Querschnitt, sodass Druck- und Zugspannungen erfasst werden können. Bezüglich der erforderlichen Integrationsabschnitte aufgrund der Arbeitslinie des Betons gelten dieselben Angaben wie in Kap. 4.3.1.1 .

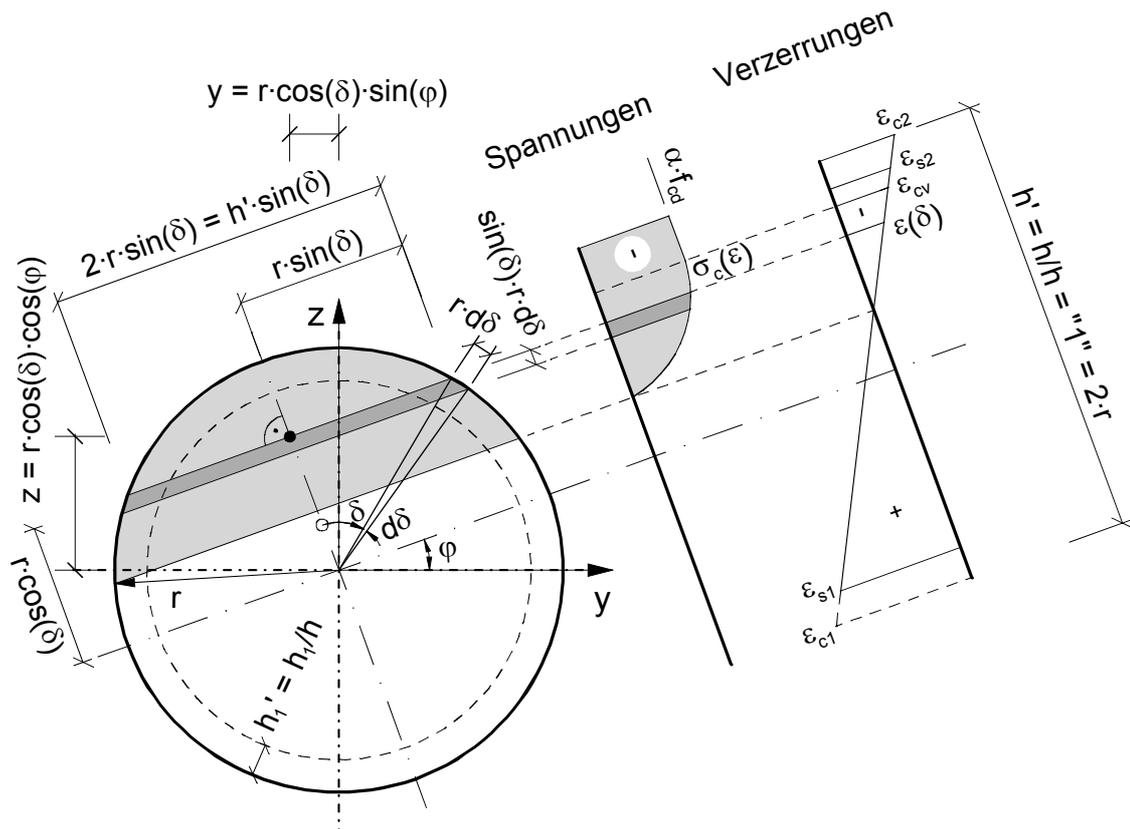


Bild 4.12: Bezeichnungen für den Beton am Einheitskreis

Die zum Winkel  $\delta$  zugehörige Verzerrung ist

$$\varepsilon(\delta) = (\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \varepsilon_{c2} \quad (4.180)$$

## 4.3.2.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.2.1.1 .

Die aufnehmbare Längskraft ergibt sich zu

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{Nc} \quad (4.181)$$

mit

$$\alpha_{Nc} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.182)$$

## 4.3.2.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.2.1.2 .

Das aufnehmbare Moment um die y-Achse ergibt sich zu

$$M_{c,y} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{Mc} \quad (4.183)$$

bzw. um die z-Achse zu

$$M_{c,z} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{Mc} \quad (4.184)$$

mit

$$\alpha_{Mc} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.185)$$

## 4.3.2.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.2.1.3 .

Die Dehnsteifigkeit berechnet sich zu

$$EA_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{EA_c} \quad (4.186)$$

mit

$$\alpha_{EA_c} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.187)$$

und die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse zu

$$ES_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{ESc,y} \quad (4.188)$$

$$EI_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{EIc,y} \quad (4.189)$$

mit

$$\alpha_{ESc,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.190)$$

$$\alpha_{EIc,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.191)$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{ESc,z} \quad (4.192)$$

$$EI_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{EIc,z} \quad (4.193)$$

mit

$$\alpha_{ESc,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.194)$$

$$\alpha_{EIc,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.195)$$

Hebelarme  $y$  und  $z$  siehe Bild 4.12 .

Werte  $c$  siehe Kap. A.1.2.1.3, Bild A.25 .

## 4.3.2.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

Die Spannungsergebnierende kann ohne *geometrische* Unterteilung des Integrationsbereichs (Kreisring) ermittelt werden. Wie beim Beton erfordert jedoch die *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie des Betonstahls weitere Integrationsabschnitte. Angaben hierzu siehe Kap. 4.3.1.2.1 .

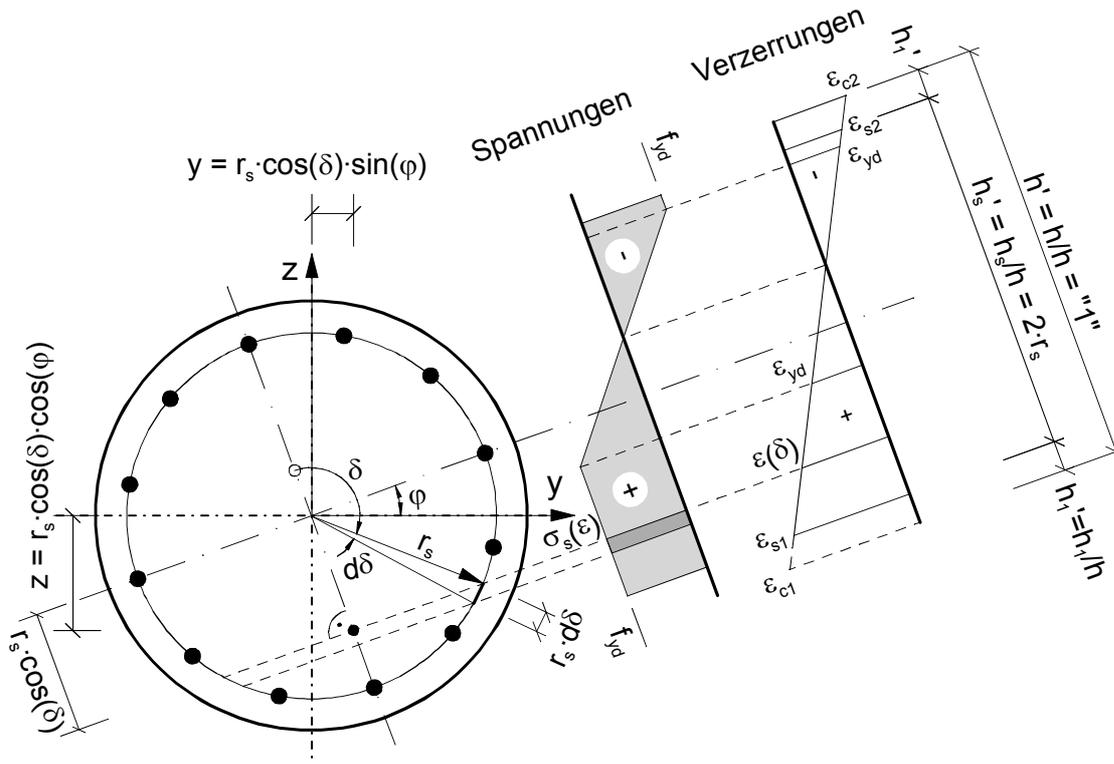


Bild 4.13: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitskreis

Die zum Winkel  $\delta$  zugehörige Verzerrung ist

$$\epsilon(\delta) = (\epsilon_{s1} - \epsilon_{s2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \epsilon_{s2} \quad (4.196)$$

## 4.3.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.2.2.1 .

Die aufnehmbare Längskraft des Betonstahls ist

$$N_s = \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{Ns} \quad (4.197)$$

mit

$$\alpha_{Ns} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.198)$$

## 4.3.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.2.2.2 .

Das aufnehmbare Moment um die y-Achse berechnet sich zu

$$M_{s,y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \quad (4.199)$$

bzw. um die z-Achse zu

$$M_{s,z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \quad (4.200)$$

mit

$$\alpha_{Ms} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot d\delta \quad (4.201)$$

## 4.3.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.2.2.3 .

Die Dehnsteifigkeit ist

$$EA_s = h \cdot EA_s' = h \cdot \frac{A_s}{\pi \cdot h_s} \cdot h_s' \cdot \alpha_{EAs} = \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{EAs} \quad (4.202)$$

mit

$$\alpha_{EAs} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (4.203)$$

und die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{s,y} = \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ESs,y} \quad (4.204)$$

$$EI_{s,y} = \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EIs,y} \quad (4.205)$$

mit

$$\alpha_{ESs,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot d\delta \quad (4.206)$$

$$\alpha_{EIs,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{s_z^2(\delta)}{4} + z^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.207)$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ESs,z} \quad (4.208)$$

$$EI_{s,z} = \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EIs,z} \quad (4.209)$$

mit

$$\alpha_{ESs,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot d\delta \quad (4.210)$$

$$\alpha_{EIs,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{s_y^2(\delta)}{4} + y^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (4.211)$$

Hebelarme  $y$  und  $z$  siehe Bild 4.13 .

Werte  $s$  siehe Kap. A.1.2.2.3, Bild A.27 .

### 4.3.2.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### 4.3.2.3.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.2.3.1 .

Die gesamte aufnehmbare Längskraft berechnet sich zu

$$N_{Rd} = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{Nc} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{Ns} \right) \quad (4.212)$$

und in bezogener Form zu

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{h^2 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Nc}}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \quad (4.213)$$

mit dem mechanischen Bewehrungsgrad

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{4 \cdot A_s \cdot f_{\text{yd}}}{\pi \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \quad (4.214)$$

Für einheitliche Diagramme soll  $v_{\text{Rd}}$  auf den Betonquerschnitt bezogen werden. Indem

$$h^2 = \frac{4}{\pi} \cdot A_c \quad (4.215)$$

eingesetzt wird, erhält man

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Nc}}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \right) \quad (4.216)$$

$\alpha_{\text{Nc}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Nc}}$  (Gl. (4.182)) jedoch mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Nc}}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.217)$$

$\alpha_{\text{Ns}}$  siehe Gl. (4.198).

#### 4.3.2.3.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.2.3.2 .

Das gesamte aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$M_{\text{Rd,y}} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.218)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd,y}} &= \frac{M_{\text{Rd,y}}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \end{aligned} \quad (4.219)$$

Indem Gl. (4.215) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]\end{aligned}\quad (4.220)$$

$\alpha_{\text{Mc}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Mc}}$  (Gl. (4.185)) jedoch mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Mc}}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.221)$$

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (4.201).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$M_{\text{Rd},z} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.222)$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]\end{aligned}\quad (4.223)$$

und mit Gl. (4.215) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]\end{aligned}\quad (4.224)$$

$\alpha_{\text{Mc}}'$  siehe Gl. (4.221).

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (4.201).

## 4.3.2.3.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.2.3.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$EA = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EAc}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EAs} \right] \quad (4.225)$$

und in bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EAc}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EAs} \quad (4.226)$$

Mit Gl. (4.215) ergibt sich auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{EAc}' + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EAs} \right] \quad (4.227)$$

$\alpha_{EAc}'$  entspricht dabei  $\alpha_{EAc}$  (Gl. (4.187)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{EAc}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.228)$$

$\alpha_{EAs}$  siehe Gl. (4.203) .

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{ESc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \quad (4.229)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EIc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \quad (4.230)$$

und in bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{ESc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{ESs,y} \quad (4.231)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EIc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EIs,y} \quad (4.232)$$

Indem Gl. (4.215) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},y}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{ESs},y} \right] \quad (4.233)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Eic},y}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{EIs},y} \right] \quad (4.234)$$

$\alpha_{\text{ESc},y}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{ESc},y}$  (Gl. (4.190)) und  $\alpha_{\text{Eic},y}'$  entspricht  $\alpha_{\text{Eic},y}$  (Gl. (4.191)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{\text{ESc},y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.235)$$

$$\alpha_{\text{Eic},y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.236)$$

$\alpha_{\text{ESs},y}$  siehe Gl. (4.206) und  $\alpha_{\text{EIs},y}$  siehe Gl. (4.207).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \right] \quad (4.237)$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Eic},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \right] \quad (4.238)$$

In bezogener Form

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \quad (4.239)$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Eic},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \quad (4.240)$$

und mit Gl. (4.215) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \right] \quad (4.241)$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Eic},z}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \right] \quad (4.242)$$

mit  $\alpha_{ESc,z}'$  entsprechend  $\alpha_{ESc,z}$  (Gl. (4.194)) und  $\alpha_{Eic,z}'$  entsprechend  $\alpha_{Eic,z}$  (Gl. (4.195)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{ESc,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.243)$$

$$\alpha_{Eic,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (4.244)$$

Hebelarme  $y$  und  $z$  siehe Bild 4.12 .  
 Werte  $c$  siehe Kap. A.1.2.1.3, Bild A.25 .

$\alpha_{ESs,z}$  siehe Gl. (4.210) und  $\alpha_{EIs,z}$  siehe Gl. (4.211) .

### 4.3.3 Kreisringquerschnitt

#### 4.3.3.1 Widerstand des Betonquerschnitts

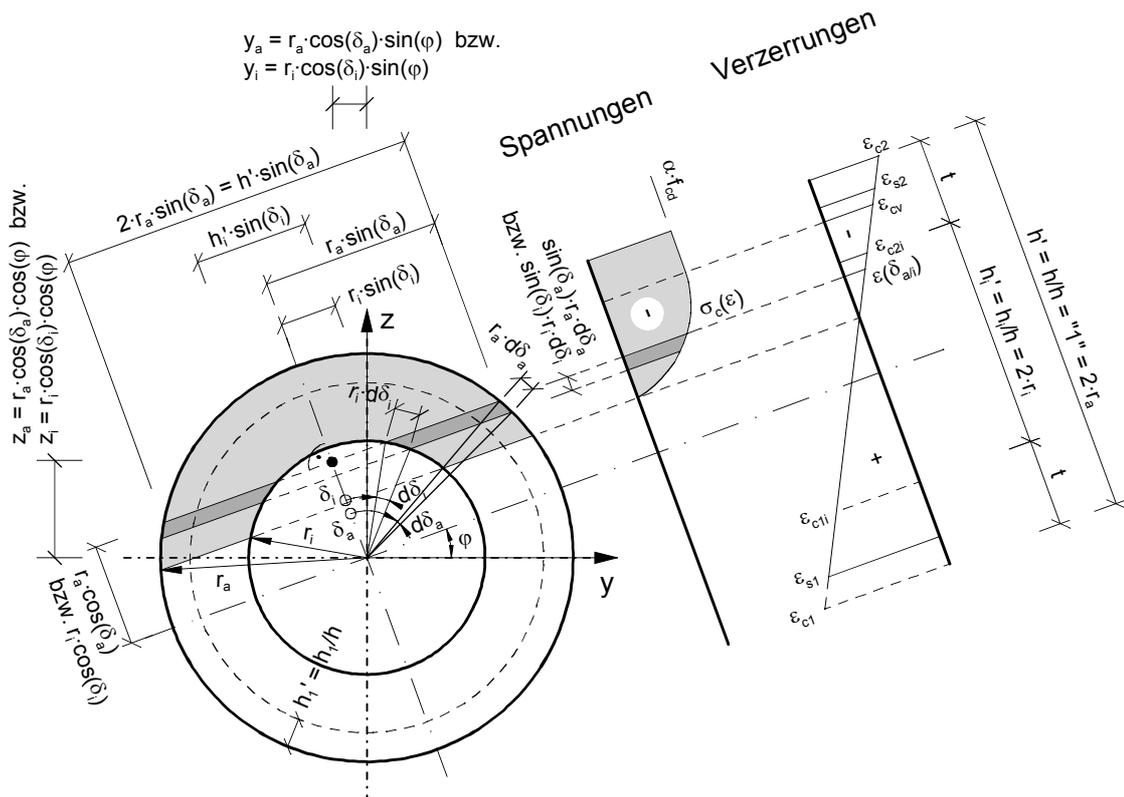


Bild 4.14: Bezeichnungen für den Beton am Einheitskreisring

Die zum Winkel  $\delta_a$  zugehörige Verzerrung ist

$$\varepsilon(\delta_a) = (\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta_a}{2}\right) + \varepsilon_{c2} \quad (4.245)$$

bzw. zum Winkel  $\delta_i$

$$\varepsilon(\delta_i) = (\varepsilon_{c1i} - \varepsilon_{c2i}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta_i}{2}\right) + \varepsilon_{c2i} \quad (4.246)$$

#### 4.3.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.3.1.1 .

Die aufnehmbare Längskraft berechnet sich zu

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{Nca} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci} \right) \quad (4.247)$$

mit

$$\alpha_{Nca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.248)$$

$$\alpha_{Nci} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.249)$$

#### 4.3.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.3.1.2 .

Das aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$M_{c,y} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( \alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci} \right) \quad (4.250)$$

bzw. um die z-Achse

$$M_{c,z} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( \alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci} \right) \quad (4.251)$$

mit

$$\alpha_{Mca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.252)$$

$$\alpha_{Mci} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.253)$$

## 4.3.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.3.1.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$EA_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{EAca} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci} \right) \quad (4.254)$$

mit

$$\alpha_{EAca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.255)$$

$$\alpha_{EAci} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.256)$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind

$$ES_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y} \right) \quad (4.257)$$

$$EI_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y} \right) \quad (4.258)$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z} \right) \quad (4.259)$$

$$EI_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z} \right) \quad (4.260)$$

mit

$$\alpha_{ESca,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.261)$$

$$\alpha_{ESci,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.262)$$

$$\alpha_{EIca,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.263)$$

$$\alpha_{EIci,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.264)$$

$$\alpha_{ESca,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.265)$$

$$\alpha_{ESci,z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.266)$$

$$\alpha_{EIca,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.267)$$

$$\alpha_{EIci,z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.268)$$

Für die Hebelarme siehe Bild 4.14 .

Werte  $c$  siehe Kap. A.1.3.1.3, Bild A.29 .

### 4.3.3.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

#### 4.3.3.2.1 Ein Bewehrungsring

Es gelten dieselben Angaben wie in Kap. 4.3.2.2 .

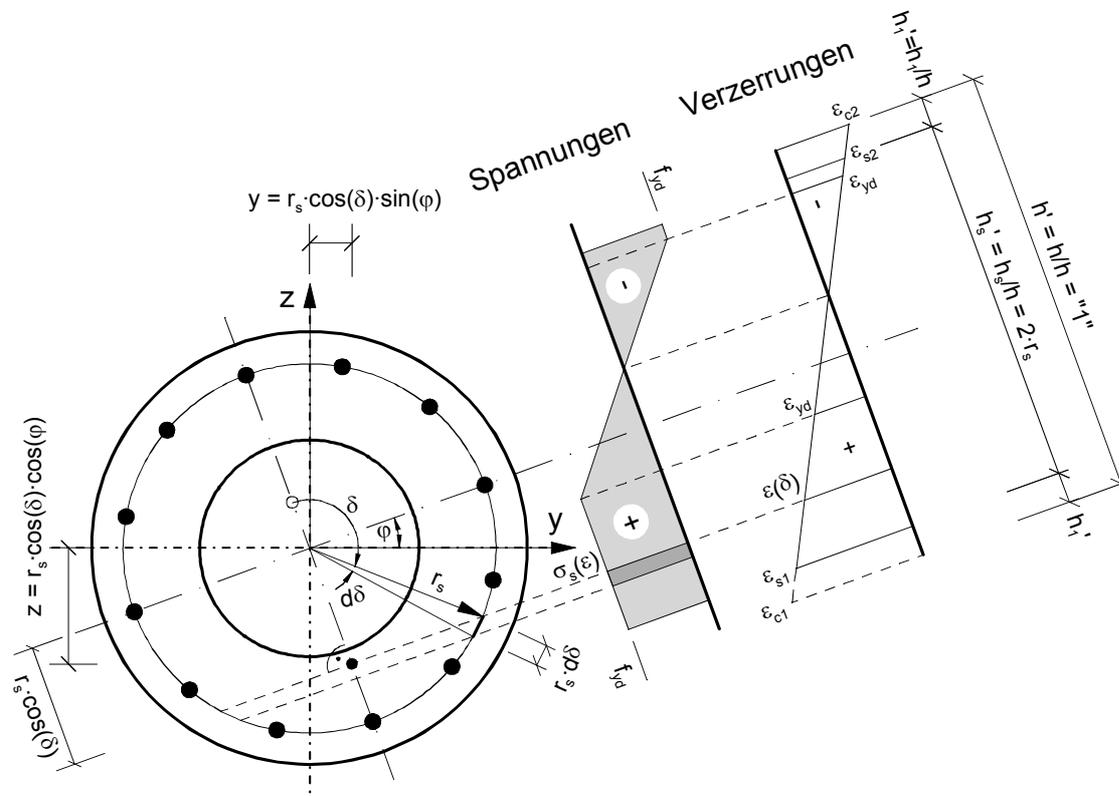


Bild 4.15: Bezeichnungen für den Betonstahl (1-lagig) am Einheitskreisring

## 4.3.3.2.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Siehe Kap. 4.3.2.2.1 .

## 4.3.3.2.1.2 Aufnehmbare Momente

Siehe Kap. 4.3.2.2.2 .

## 4.3.3.2.1.3 Biegesteifigkeit

Siehe Kap. 4.3.2.2.3 .

## 4.3.3.2.2 Zwei Bewehrungsringe

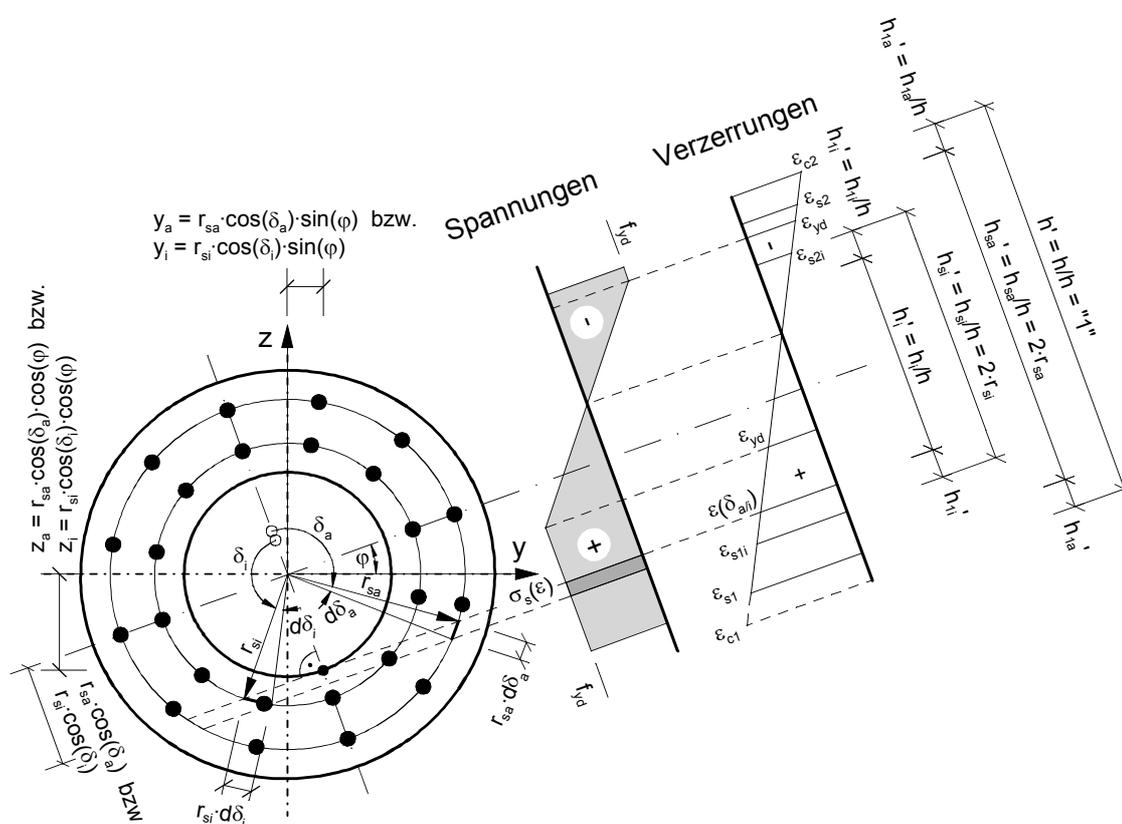


Bild 4.16: Bezeichnungen für den Betonstahl (2-lagig) am Einheitskreisring

Die zum Winkel  $\delta_a$  zugehörige Verzerrung ist

$$\varepsilon(\delta_a) = (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{s2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta_a}{2}\right) + \varepsilon_{s2} \quad (4.269)$$

bzw. zum Winkel  $\delta_i$

$$\varepsilon(\delta_i) = (\varepsilon_{s1i} - \varepsilon_{s2i}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta_i}{2}\right) + \varepsilon_{s2i} \quad (4.270)$$

## 4.3.3.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.3.2.2.1 .

Die aufnehmbare Längskraft des Betonstahls ist

$$N_s = \frac{1}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{Nsa} + A_{si} \cdot \alpha_{Nsi}) \quad (4.271)$$

mit

$$\alpha_{Nsa} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \quad (4.272)$$

$$\alpha_{Nsi} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (4.273)$$

## 4.3.3.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.3.2.2.2 .

Das aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$M_{s,y} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot (A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{Msa} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{Msi}) \quad (4.274)$$

bzw. um die z-Achse

$$M_{s,z} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot (A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{Msa} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{Msi}) \quad (4.275)$$

mit

$$\alpha_{Msa} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.276)$$

$$\alpha_{Msi} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.277)$$

## 4.3.3.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.3.2.2.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$EA_s = \frac{1}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EAsa} + A_{si} \cdot \alpha_{EAsi}) \quad (4.278)$$

mit

$$\alpha_{EAsa} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \quad (4.279)$$

$$\alpha_{EAsi} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (4.280)$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind

$$ES_{s,y} = \frac{h}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,y}) \quad (4.281)$$

$$EI_{s,y} = \frac{h^2}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,y}) \quad (4.282)$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = \frac{h}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,z} + A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,z}) \quad (4.283)$$

$$EI_{s,z} = \frac{h^2}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,z} + A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,z}) \quad (4.284)$$

mit

$$\alpha_{ESsa,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.285)$$

$$\alpha_{EIsa,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,z}^2(\delta_a)}{4} + z_a^2(\delta_a) \right] \cdot d\delta_a \quad (4.286)$$

$$\alpha_{ESsi,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.287)$$

$$\alpha_{EIsi,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,z}^2(\delta_i)}{4} + z_i^2(\delta_i) \right] \cdot d\delta_i \quad (4.288)$$

$$\alpha_{ESsa,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.289)$$

$$\alpha_{\text{Elsa},z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,y}^2(\delta_a)}{4} + y_a^2(\delta_a) \right] \cdot d\delta_a \quad (4.290)$$

$$\alpha_{\text{ESSi},z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.291)$$

$$\alpha_{\text{Elsi},z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,y}^2(\delta_i)}{4} + y_i^2(\delta_i) \right] \cdot d\delta_i \quad (4.292)$$

Hebelarme  $y$  und  $z$  siehe Bild 4.16 .

Werte  $s$  siehe Kap. A.1.3.2.2.3, Bild A.32 .

### 4.3.3.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### 4.3.3.3.1 Ein Bewehrungsring

##### 4.3.3.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.1.1 .

Die gesamte aufnehmbare Längskraft ist

$$N_{\text{Rd}} = h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}' \right) + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \right] \quad (4.293)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \nu_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}' \right) + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \end{aligned} \quad (4.294)$$

mit dem mechanischen Bewehrungsgrad

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{4 \cdot A_{\text{s,tot}}}{\pi \cdot (h^2 - h_i^2)} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \quad (4.295)$$

Für einheitliche Diagramme soll  $\nu_{\text{Rd}}$  auf den Betonquerschnitt bezogen werden. Indem

$$h^2 = \frac{4 \cdot A_c}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \quad (4.296)$$

eingesetzt wird, erhält man

$$\begin{aligned}
 v_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Nca}}' - (h_1/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}'\right) \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \right] \quad (4.297)
 \end{aligned}$$

$\alpha_{\text{Nca}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Nca}}$  (Gl. (4.248)) und  $\alpha_{\text{Nci}}'$  entspricht  $\alpha_{\text{Nci}}$  (Gl. (4.249)) jedoch mit normierter Betonspannung.

$$\alpha_{\text{Nca}}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.298)$$

$$\alpha_{\text{Nci}}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.299)$$

$\alpha_{\text{Ns}}$  siehe Gl. (4.198).

#### 4.3.3.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.1.2 .

Für das gesamte aufnehmbare Moment um die y-Achse erhält man

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},y} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \\
 &\quad \cdot \left[ \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}'\right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.300)
 \end{aligned}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{\cos(\varphi)}{4} \cdot \left[ \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}'\right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.301)
 \end{aligned}$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{\cos(\varphi)}{\pi \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right)} \cdot \left[ \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}'\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.302)\end{aligned}$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Mca}}$  (Gl. (4.252)) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  entspricht  $\alpha_{\text{Mci}}$  (Gl. (4.253)) jedoch jeweils mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Mca}}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.303)$$

$$\alpha_{\text{Mci}}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.304)$$

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (4.201).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}M_{\text{Rd},z} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \\ &\cdot \left[ \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}'\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.305)\end{aligned}$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{\sin(\varphi)}{4} \cdot \left[ \alpha \cdot \left(\alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}'\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left(1 - (h_1/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \quad (4.306)\end{aligned}$$

und mit Gl. (4.296) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{\sin(\varphi)}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ \alpha \cdot (\alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}') \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_i/h) \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \end{aligned} \quad (4.307)$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (4.303) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (4.304).

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (4.201).

#### 4.3.3.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.1.3 .

Für die Dehnsteifigkeit erhält man

$$EA = h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha_{\text{EAca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EAci}}') \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{\text{EAs}} \right] \quad (4.308)$$

und in bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{\text{cd}}} = \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (\alpha_{\text{EAca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EAci}}') \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{\text{EAs}} \right] \quad (4.309)$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot (\alpha_{\text{EAca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EAci}}') \right. \\ \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{\text{EAs}} \right] \quad (4.310)$$

$\alpha_{\text{EAca}}'$  siehe Gl. (4.255) und  $\alpha_{\text{EAci}}'$  siehe Gl. (4.256) mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{\text{EAca}}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.311)$$

$$\alpha_{\text{EAci}}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.312)$$

$\alpha_{\text{EAs}}$  siehe Gl. (4.203).

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESs,y} \end{array} \right] \quad (4.313)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,y} \end{array} \right] \quad (4.314)$$

in bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESs,y} \end{array} \right] \quad (4.315)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,y} \end{array} \right] \quad (4.316)$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESs,y} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (4.317)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,y} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (4.318)$$

$\alpha_{ESca,y}'$  bzw.  $\alpha_{EIca,y}'$  entspricht dabei  $\alpha_{ESca,y}$  (Gl. (4.261)) bzw.  $\alpha_{EIca,y}$  (Gl. (4.263)) und  $\alpha_{ESci,y}'$  bzw.  $\alpha_{EIci,y}'$  siehe  $\alpha_{ESci,y}$  (Gl. (4.262)) bzw.  $\alpha_{EIci,y}$  (Gl. (4.264)) jedoch jeweils mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{ESca,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.319)$$

$$\alpha_{EIca,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.320)$$

$$\alpha_{ESci,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.321)$$

$$\alpha_{EIci,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.322)$$

Hebelarme  $y$  und  $z$  siehe Bild 4.14 .

Werte  $c$  siehe Kap. A.1.3.1.3, Bild A.29 .

$\alpha_{ESs,y}$  siehe Gl. (4.206) und  $\alpha_{EIs,y}$  siehe Gl. (4.207).

Um die  $z$ -Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESs,z} \end{array} \right] \quad (4.323)$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,z} \end{array} \right] \quad (4.324)$$

Das bezogene Moment ist

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESs,z} \end{array} \right] \quad (4.325)$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,z} \end{array} \right] \quad (4.326)$$

und mit Gl. (4.296) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{ESca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{ESci},z}' \right) + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \right]\end{aligned}\quad (4.327)$$

$$\begin{aligned}\overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{EIca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EIci},z}' \right) + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \right]\end{aligned}\quad (4.328)$$

$\alpha_{\text{ESca},z}'$  siehe Gl. (4.265) und  $\alpha_{\text{ESci},z}'$  siehe Gl. (4.266) jedoch mit normiertem Tangentenmodul.

$\alpha_{\text{EIca},z}'$  siehe Gl. (4.267) und  $\alpha_{\text{EIci},z}'$  siehe Gl. (4.268) jedoch ebenfalls mit normiertem Tangentenmodul.

$$\alpha_{\text{ESca},z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.329)$$

$$\alpha_{\text{EIca},z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (4.330)$$

$$\alpha_{\text{ESci},z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.331)$$

$$\alpha_{\text{EIci},z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (4.332)$$

Für die Hebelarme siehe Bild 4.14 .

Werte  $c$  siehe Kap. A.1.3.1.3, Bild A.29 .

$\alpha_{\text{ESs},z}$  siehe Gl. (4.210) und  $\alpha_{\text{EIs},z}$  siehe Gl. (4.211).

## 4.3.3.3.2 Zwei Bewehrungsringe

## 4.3.3.3.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.2.1 .

Für die gesamte aufnehmbare Längskraft gilt

$$N_{Rd} = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ & + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \right] \quad (4.333)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} v_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ & \quad + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \quad (4.334)$$

Mit Gl. (4.296) erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} v_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{A_c \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \\ & \quad \cdot \left[ \begin{aligned} & 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ & + \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (4.335)$$

$\alpha_{Nca}'$  siehe Gl. (4.298) und  $\alpha_{Nci}'$  siehe Gl. (4.299).

$\alpha_{Nsa}$  siehe Gl. (4.272) und  $\alpha_{Nsi}$  siehe Gl. (4.273).

## 4.3.3.3.2.2 Aufnehmbare Momente

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.2.2 .

Das gesamte aufnehmbare Moment um die y-Achse ist

$$M_{\text{Rd},y} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.336)$$

und in bezogener Form

$$\mu_{\text{Rd},y} = \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\cos(\varphi)}{4} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.337)$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\mu_{\text{Rd},y} = \frac{M_{\text{Rd},y}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\cos(\varphi)}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.338)$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (4.303) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (4.304).

$\alpha_{\text{Msa}}$  siehe Gl. (4.276) und  $\alpha_{\text{Msi}}$  siehe Gl. (4.277).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$M_{\text{Rd},z} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left. \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.339)$$

Das bezogene Moment ist

$$\mu_{\text{Rd},z} = \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\sin(\varphi)}{4} \cdot \left. \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.340)$$

und mit Gl. (4.296) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{\sin(\varphi)}{\pi \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right)} \cdot \left. \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (4.341) \end{aligned}$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (4.303) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (4.304).

$\alpha_{\text{Msa}}$  siehe Gl. (4.276) und  $\alpha_{\text{Msi}}$  siehe Gl. (4.277).

Wenn der Betonstahlquerschnitt je Längeneinheit des äußeren und inneren Ringes gleich sein soll, ergeben sich die zugehörigen Bewehrungsverhältnisse wie folgt

$$a_{sa} = a_{si} \rightarrow \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} = \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \rightarrow A_{si} = A_{sa} \cdot \frac{h_{si}}{h_{sa}} \quad (4.342)$$

$$\rightarrow A_{sa} = A_{si} \cdot \frac{h_{sa}}{h_{si}} \quad (4.343)$$

$$\frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} = \frac{A_{sa}}{A_{sa} + A_{si}} = \frac{A_{sa}}{A_{sa} + A_{sa} \cdot \frac{h_{si}}{h_{sa}}} = \frac{1}{1 + \frac{h_{si}}{h_{sa}}} \quad (4.344)$$

$$\frac{A_{si}}{A_{s,tot}} = \frac{A_{si}}{A_{sa} + A_{si}} = \frac{A_{si}}{A_{si} \cdot \frac{h_{sa}}{h_{si}} + A_{si}} = \frac{1}{\frac{h_{sa}}{h_{si}} + 1} \quad (4.345)$$

#### 4.3.3.3.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Herleitung siehe Kap. A.1.3.3.2.3 .

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich zu

$$EA = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ & + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ & \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{aligned} \right] \quad (4.346)$$

und in bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ & + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ & \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{aligned} \right] \quad (4.347)$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{array} \right] \quad (4.348)$$

$\alpha_{EAca}'$  und  $\alpha_{EAci}'$  siehe Gl. (4.311) bzw. (4.312).

$\alpha_{EAsa}$  und  $\alpha_{EAsi}$  siehe Gl. (4.279) bzw. (4.280).

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.349)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.350)$$

In bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.351)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.352)$$

Indem Gl. (4.296) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESSa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESSi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.353)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (4.354)$$

$\alpha_{ESca,y}'$  und  $\alpha_{ESci,y}'$  siehe Gl. (4.319) und (4.321) bzw.  $\alpha_{EIca,y}'$  und  $\alpha_{EIci,y}'$  siehe Gl. (4.320) und (4.322).

$\alpha_{ESSa,y}$  und  $\alpha_{ESSi,y}$  siehe Gl. (4.285) und (4.287) bzw.  $\alpha_{EIsa,y}$  und  $\alpha_{EIsi,y}$  siehe Gl. (4.286) und (4.288).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,z} \right) \end{array} \right] \quad (4.355)$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,z} \right) \end{array} \right] \quad (4.356)$$

In bezogener Form

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,z} \right) \end{array} \right] \quad (4.357)$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,z} \right) \end{array} \right] \quad (4.358)$$

und auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ \begin{aligned} &2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ &+ \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ &\cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,z} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (4.359)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ \begin{aligned} &2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ &+ \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ &\cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Elsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Elsi,z} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (4.360)$$

$\alpha_{ESca,z}'$  und  $\alpha_{ESci,z}'$  siehe Gl. (4.329) und (4.331) bzw.  $\alpha_{EIca,z}'$  und  $\alpha_{EIci,z}'$  siehe Gl. (4.330) bzw. (4.332).

$\alpha_{ESsa,z}$  und  $\alpha_{ESsi,z}$  siehe Gl. (4.289) und (4.291) bzw.  $\alpha_{Elsa,z}$  und  $\alpha_{Elsi,z}$  siehe Gl. (4.290) und (4.292).

### 4.4 Gleichgewicht am verformten System

Bild 4.17 und Bild 4.18 zeigen die Schnittgrößen am verformten System für die Fälle konstanten und dreieckförmigen Verlaufs der Lastausmitte  $e_0$  bzw. des Momentes  $M_{Sd0}$  aus Th. I. O. . Dabei sind die Projektionen des räumlichen Zustandes in die jeweilige Koordinatenebene dargestellt. Die Schnittgrößen und Verformungen können in der x/y-Ebene und in der x/z-Ebene betragsmäßig unterschiedlich sein, wobei aber das Gleichgewicht in beiden Ebenen gleichzeitig -und damit räumlich- gewährleistet sein muss.

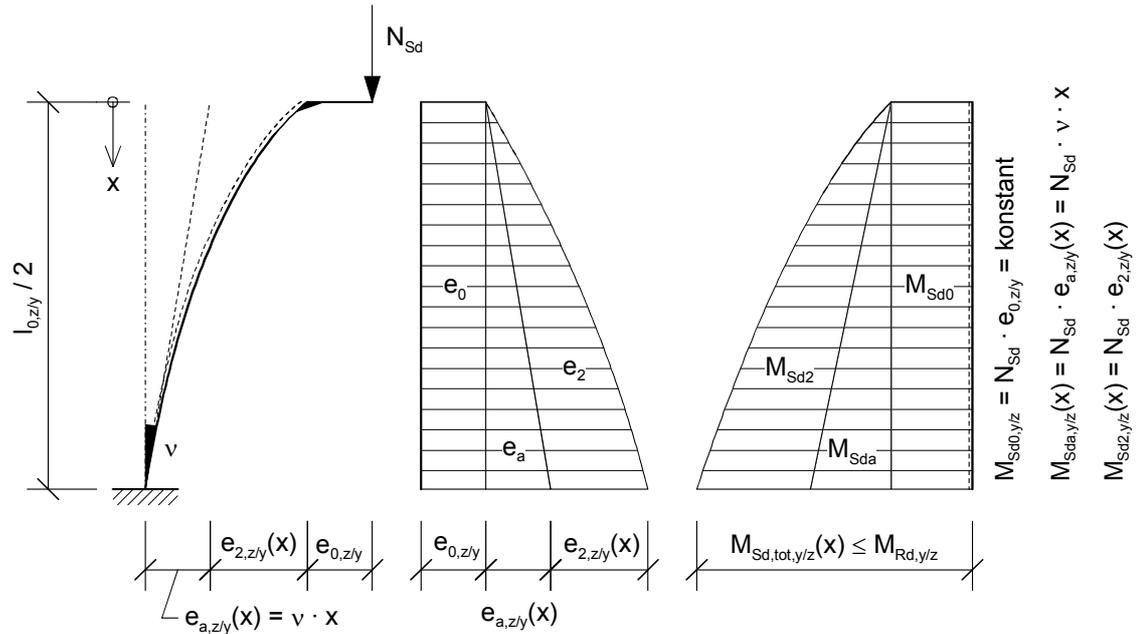


Bild 4.17: Schnittgrößen nach Th. II. O. mit konstantem  $e_0$  ( $M_{Sd0}$ ) in der Ebene

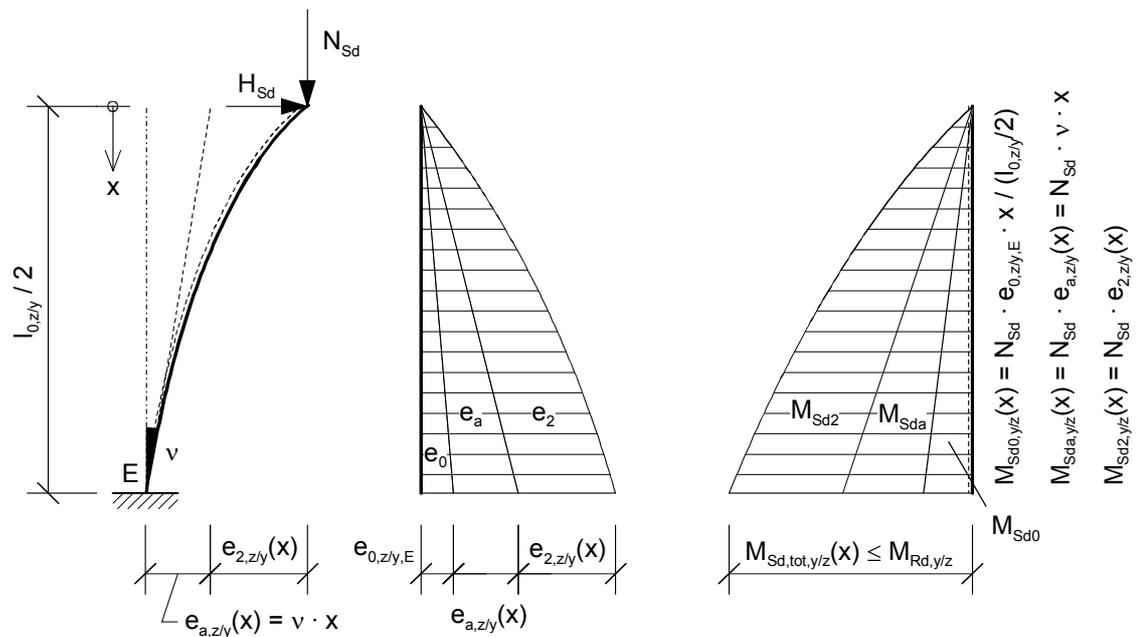


Bild 4.18: Schnittgrößen nach Th. II. O. mit dreieckförmigem Verlauf von  $e_0$  ( $M_{Sd0}$ ) in der Ebene

Die Schlankheiten werden mit nachfolgenden Gleichungen berechnet.

Biegung Verformung	<b>um</b> die z-Achse <b>in</b> y-Richtung	Biegung Verformung	<b>um</b> die y-Achse <b>in</b> z-Richtung
Für Rechteckquerschnitte gilt			

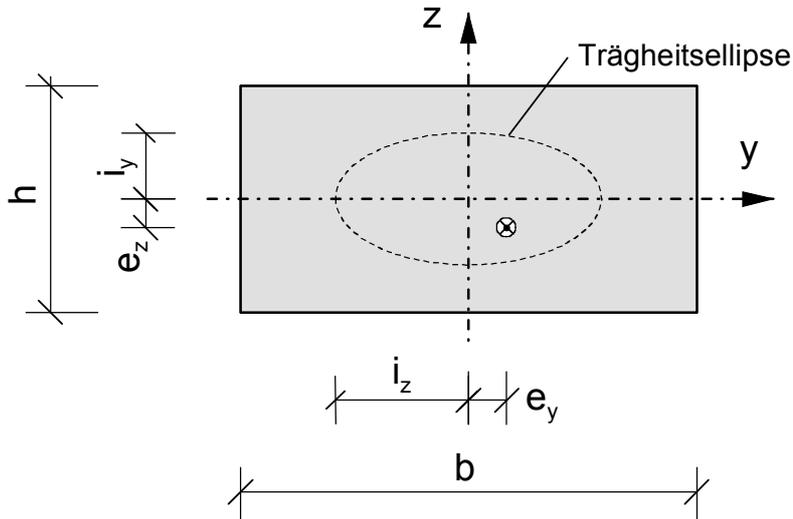


Bild 4.19: Rechteckquerschnitt

#### Trägheitsradius

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{h \cdot b^3}{12}}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = \frac{b}{\sqrt{12}} \quad (4.361)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (4.362)$$

#### Schlankheit

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \cdot l_{\text{col}}}{i_z} = \frac{l_{0,y}}{i_z} = \frac{\frac{l_{0,y}}{b} \cdot b}{\frac{b}{\sqrt{12}}} = \frac{l_{0,y}}{b} \cdot \sqrt{12} \quad (4.363)$$

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \cdot l_{\text{col}}}{i_y} = \frac{l_{0,z}}{i_y} = \frac{\frac{l_{0,z}}{h} \cdot h}{\frac{h}{\sqrt{12}}} = \frac{l_{0,z}}{h} \cdot \sqrt{12} \quad (4.364)$$

Biegung Verformung	<b>um die z-Achse in y-Richtung</b>	Biegung Verformung	<b>um die y-Achse in z-Richtung</b>
Für Kreisquerschnitte gilt			

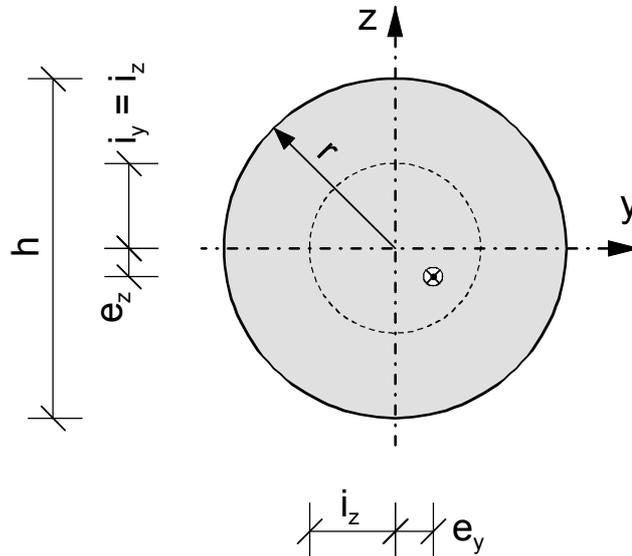


Bild 4.20: Kreisquerschnitt

Trägheitsradius	
$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{r^4 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{r^2}{4}} = \frac{r}{2} = \frac{h}{4}$	(4.365)
$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{r^4 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{r^2}{4}} = \frac{r}{2} = \frac{h}{4}$	(4.366)
Schlankheit	
$\lambda_y = \frac{\beta_y \cdot l_{col}}{i_z} = \frac{l_{0,y}}{i_z} = \frac{l_{0,y}}{\frac{h}{4}} = \frac{l_{0,y}}{h} \cdot 4$	(4.367)
$\lambda_z = \frac{\beta_z \cdot l_{col}}{i_y} = \frac{l_{0,z}}{i_y} = \frac{l_{0,z}}{\frac{h}{4}} = \frac{l_{0,z}}{h} \cdot 4$	(4.368)

Biegung Verformung	<b>um die z-Achse in y-Richtung</b>	Biegung Verformung	<b>um die y-Achse in z-Richtung</b>
Für Kreisringquerschnitte gilt			

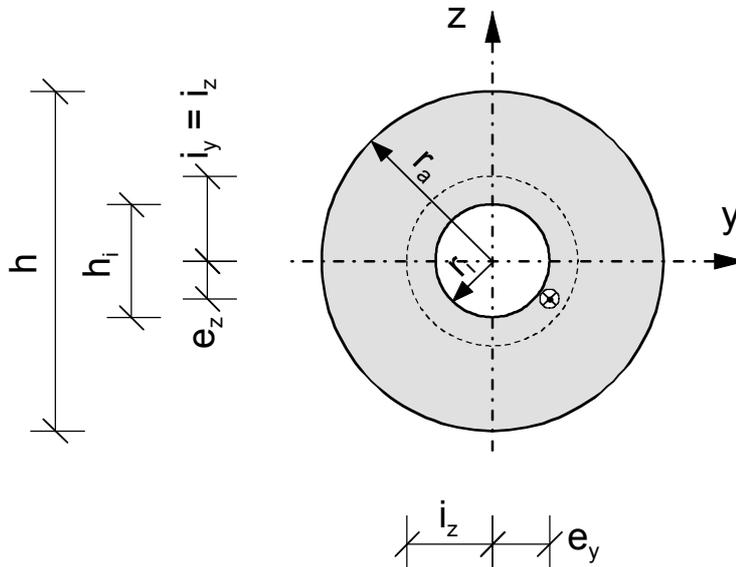


Bild 4.21: Kreisringquerschnitt

## Trägheitsradius

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{64} \cdot (h^4 - h_i^4)}{\frac{\pi}{4} \cdot (h^2 - h_i^2)}}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt{h^2 + h_i^2} = \frac{h}{4} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{64} \cdot (h^4 - h_i^4)}{\frac{\pi}{4} \cdot (h^2 - h_i^2)}}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt{h^2 + h_i^2} = \frac{h}{4} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}$$

(4.369)

(4.370)

## Schlankheit

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \cdot l_{\text{col}}}{i_z} = \frac{l_{0,y}}{i_z}$$

$$= \frac{\frac{l_{0,y}}{h} \cdot h}{\frac{h}{4} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}} = \frac{\frac{l_{0,y}}{h} \cdot 4}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}}$$

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \cdot l_{\text{col}}}{i_y} = \frac{l_{0,z}}{i_y}$$

$$= \frac{\frac{l_{0,z}}{h} \cdot h}{\frac{h}{4} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}} = \frac{\frac{l_{0,z}}{h} \cdot 4}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_i}{h}\right)^2}}$$

(4.371)

(4.372)

Im folgenden werden die erforderlichen Gleichungen für die bezogenen Momente um beide Koordinatenachsen hergeleitet. Beim Kreis- und Kreisringquerschnitt ist in y-Richtung die Breite  $b$  durch die Querschnittshöhe  $h$  zu ersetzen.

Biegung Verformung	um die z-Achse in y-Richtung	Biegung Verformung	um die y-Achse in z-Richtung
Momente nach Theorie I. Ordnung konstant			

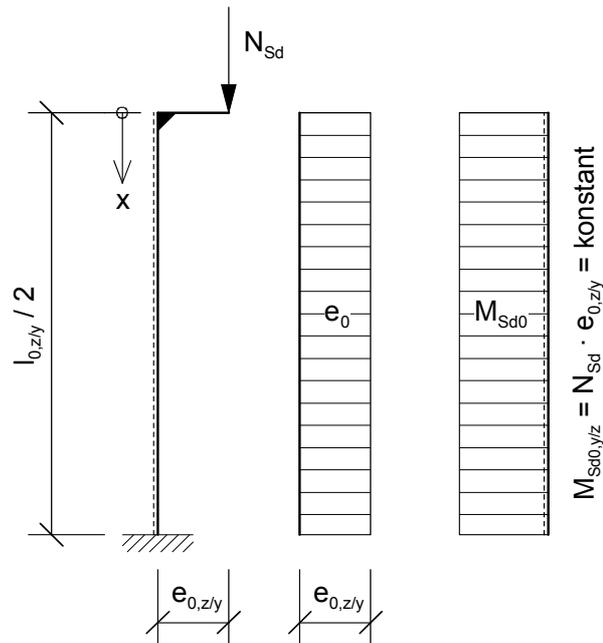


Bild 4.22: Momente nach Th. I. O. konstant

$M_{Sd0,z} = N_{Sd} \cdot e_{0,y} = \text{konstant}$	$M_{Sd0,y} = N_{Sd} \cdot e_{0,z} = \text{konstant}$	(4.373)
		(4.374)

In bezogener Form erhält man

mit $\nu_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$	mit $\nu_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$	
und $\mu_{Sd0,z} = \frac{M_{Sd0,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$	und $\mu_{Sd0,y} = \frac{M_{Sd0,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$	
$\mu_{Sd0,z} = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,y}}{b} = \text{konstant}$	$\mu_{Sd0,y} = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,z}}{h} = \text{konstant}$	(4.375)
		(4.376)

Biegung	<b>um die z-Achse</b>	Biegung	<b>um die y-Achse</b>
Verformung	<b>in y-Richtung</b>	Verformung	<b>in z-Richtung</b>
Momente nach Theorie I. Ordnung dreieckförmig			

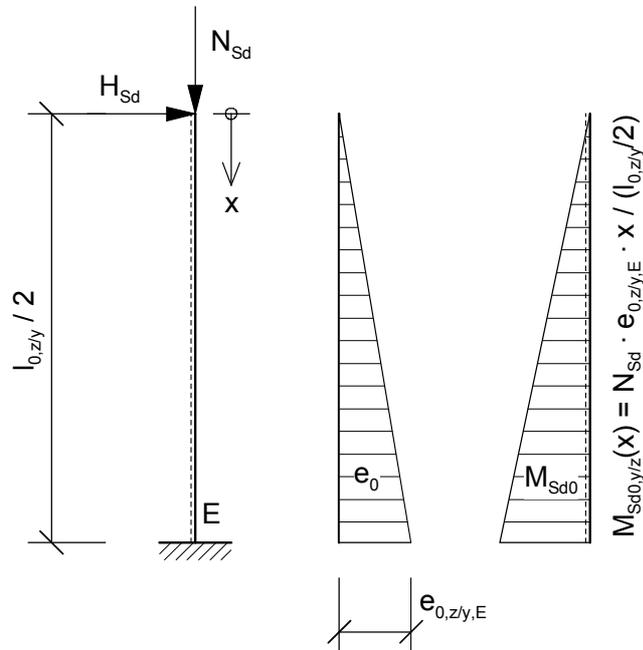


Bild 4.23: Momente nach Th. I. O. dreieckförmig

$$M_{Sd0,z}(x) = N_{Sd} \cdot e_{0,y,E} \cdot \frac{x}{l_{0,y}/2} \quad (4.377)$$

$$M_{Sd0,y}(x) = N_{Sd} \cdot e_{0,z,E} \cdot \frac{x}{l_{0,z}/2} \quad (4.378)$$

In bezogener Form erhält man

$$\text{mit } \nu_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\text{und } \mu_{Sd0,z}(x) = \frac{M_{Sd0,z}(x)}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z}(x) = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,y,E}}{b} \cdot \frac{x}{l_{0,y}/2}$$

$$\mu_{Sd0,z}(l_{0,y}/2) = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,y,E}}{b}$$

$$\text{mit } \nu_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\text{und } \mu_{Sd0,y}(x) = \frac{M_{Sd0,y}(x)}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y}(x) = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,z,E}}{h} \cdot \frac{x}{l_{0,z}/2} \quad (4.379)$$

$$(4.380)$$

$$\mu_{Sd0,y}(l_{0,z}/2) = \nu_{Sd} \cdot \frac{e_{0,z,E}}{h}$$

Biegung	<b>um die z-Achse</b>	Biegung	<b>um die y-Achse</b>
Verformung	<b>in y-Richtung</b>	Verformung	<b>in z-Richtung</b>
Zusatzmomente aus ungewollter Schiefstellung			

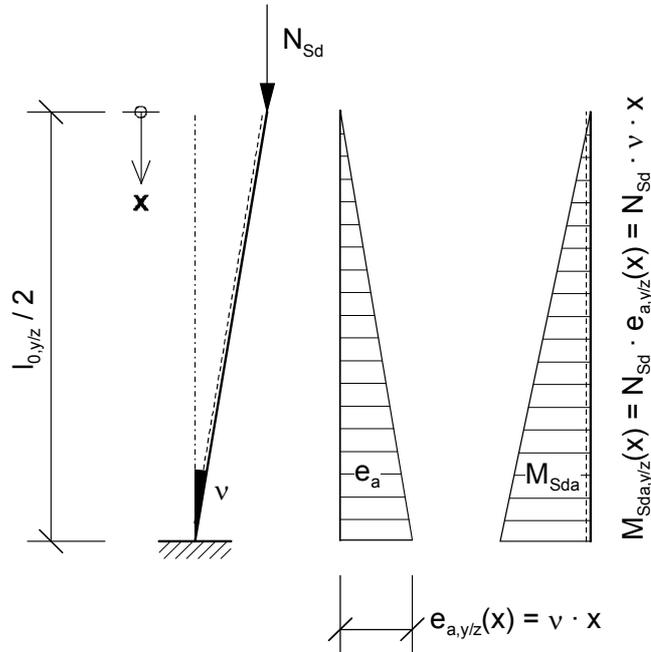


Bild 4.24: Zusatzmomente aus ungewollter Schiefstellung

$$M_{Sda,z}(x) = N_{Sd} \cdot e_{a,y}(x) = N_{Sd} \cdot v \cdot x \tag{4.381}$$

$$M_{Sda,y}(x) = N_{Sd} \cdot e_{a,z}(x) = N_{Sd} \cdot v \cdot x \tag{4.382}$$

In bezogener Form erhält man

mit  $v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

mit  $v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

und  $\mu_{Sda,z}(x) = \frac{M_{Sda,z}(x)}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}}$

und  $\mu_{Sda,y}(x) = \frac{M_{Sda,y}(x)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$

$$\mu_{Sda,z}(x) = v_{Sd} \cdot v \cdot \frac{x}{b} \tag{4.383}$$

$$\mu_{Sda,y}(x) = v_{Sd} \cdot v \cdot \frac{x}{h} \tag{4.384}$$

mit  $v = \frac{1}{200} :$

mit  $v = \frac{1}{200} :$

$$\mu_{Sda,z}(x) = v_{Sd} \cdot \frac{x}{200 \cdot b} \tag{4.385}$$

$$\mu_{Sda,y}(x) = v_{Sd} \cdot \frac{x}{200 \cdot h} \tag{4.386}$$

$$\mu_{Sda,z}(l_{0,y}/2) = v_{Sd} \cdot \frac{l_{0,y}/b}{400}$$

$$\mu_{Sda,y}(l_{0,z}/2) = v_{Sd} \cdot \frac{l_{0,z}/h}{400}$$

Biegung	<b>um die z-Achse</b>	Biegung	<b>um die y-Achse</b>
Verformung	<b>in y-Richtung</b>	Verformung	<b>in z-Richtung</b>
Zusatzmomente nach Theorie II. Ordnung			

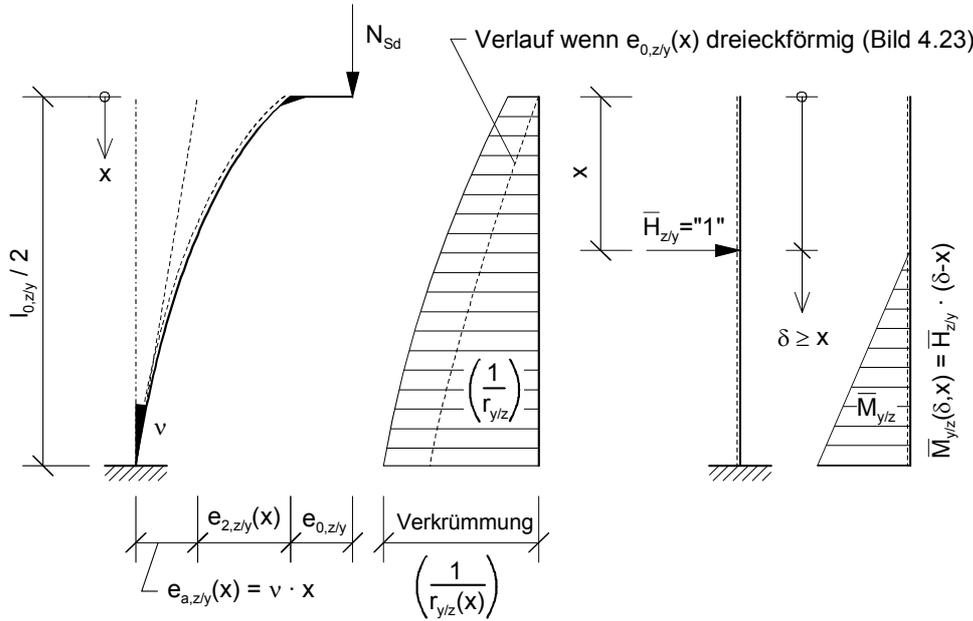


Bild 4.25: Zusatzausmitte  $e_2$  (Th. II. O.) nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit

$$M_{Sd2,z}(x) = N_{Sd} \cdot [e_{2,y}(0) - e_{2,y}(x)] \quad (4.387)$$

$$M_{Sd2,y}(x) = N_{Sd} \cdot [e_{2,z}(0) - e_{2,z}(x)] \quad (4.388)$$

Nach Gl. (3.8) und (3.9) ergibt sich

$$e_{2,y}(x) = \int_{\delta=x}^{\delta=l_{0,y}} \bar{M}_z(\delta, x) \cdot \left(\frac{1}{r_z(\delta)}\right) \cdot d\delta \quad (4.389)$$

$$e_{2,z}(x) = \int_{\delta=x}^{\delta=l_{0,z}} \bar{M}_y(\delta, x) \cdot \left(\frac{1}{r_y(\delta)}\right) \cdot d\delta \quad (4.390)$$

In bezogener Form erhält man

mit  $v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

mit  $v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

und  $\mu_{Sd2,z}(x) = \frac{M_{Sd2,z}(x)}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$

und  $\mu_{Sd2,y}(x) = \frac{M_{Sd2,y}(x)}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

$$\mu_{Sd2,z}(x) = v_{Sd} \cdot \left[ \frac{e_{2,y}(0)}{b} - \frac{e_{2,y}(x)}{b} \right] \quad (4.391)$$

$$\mu_{Sd2,y}(x) = v_{Sd} \cdot \left[ \frac{e_{2,z}(0)}{h} - \frac{e_{2,z}(x)}{h} \right] \quad (4.392)$$

$$\frac{e_{2,y}(x)}{b} = \int_{\delta=x}^{\delta=l_{0,y}/b} (\delta - x) \cdot \left(\frac{b}{r_z(\delta)}\right) \cdot d\delta \quad (4.393)$$

$$\frac{e_{2,z}(x)}{h} = \int_{\delta=x}^{\delta=l_{0,z}/h} (\delta - x) \cdot \left(\frac{h}{r_y(\delta)}\right) \cdot d\delta \quad (4.394)$$

Entsprechend den Verkrümmungen am realen Querschnitt (siehe Gl. (3.5) bis (3.7)) ergibt sich die Hauptverkrümmung am Einheitsquerschnitt zu

$$\left(\frac{1}{r'}\right) = \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h'} \quad (4.395)$$

und daraus die bezogenen Verkrümmungen in den Achsenrichtungen mit

$$\left(\frac{1}{r'_y}\right) = \left(\frac{h}{r'_y}\right) = \cos(\varphi) \cdot \left(\frac{1}{r'}\right) = \cos(\varphi) \cdot \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h'} \quad (4.396)$$

$$\left(\frac{1}{r'_z}\right) = \left(\frac{b}{r'_z}\right) = -\sin(\varphi) \cdot \left(\frac{1}{r'}\right) = -\sin(\varphi) \cdot \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}}{h'} \quad (4.397)$$

Die numerische Integration erfolgt näherungsweise durch Koppelung von Trapezflächen für jeden Abschnitt der  $n$ -tel-Teilung über die Stützenlänge (Bild 4.26).

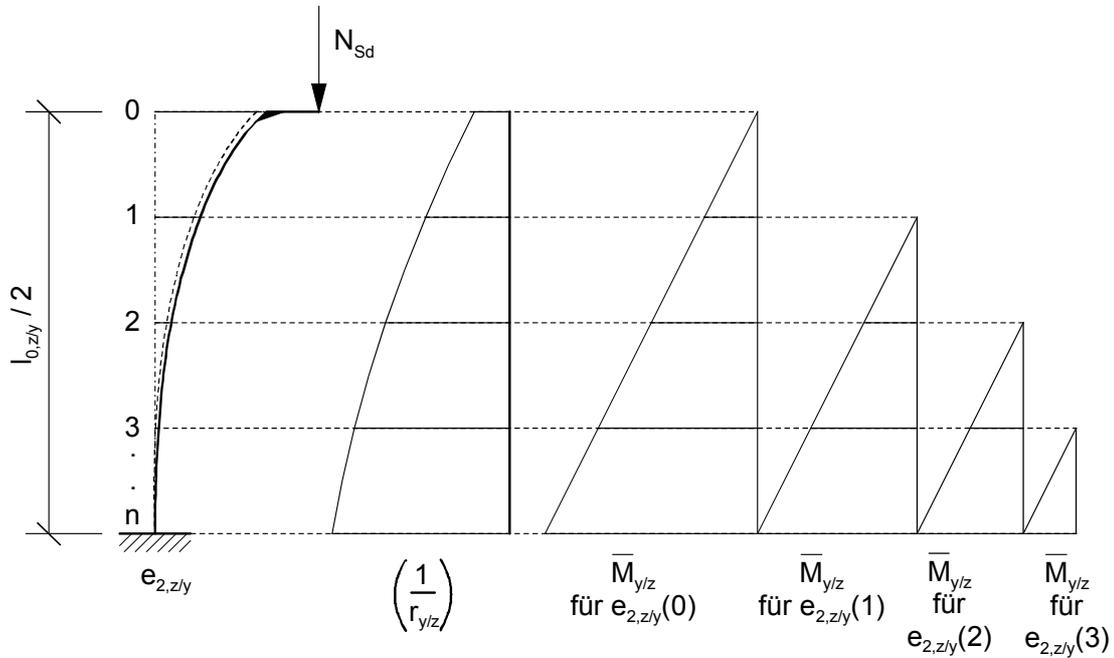


Bild 4.26: Numerische Integration zur Berechnung der Zusatzausmitte  $e_2$  nach Th. II. O.

In  $y$ -Richtung gilt

$$\frac{e_{2,y}(k)}{b} = \frac{l_{0,y}/b}{12 \cdot n} \cdot \sum_{i=k+1}^n \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{b}{r_z(i-1)}\right) \cdot [2 \cdot \bar{M}_z(i-1) + \bar{M}_z(i)] \\ &+ \left(\frac{b}{r_z(i)}\right) \cdot [\bar{M}_z(i-1) + 2 \cdot \bar{M}_z(i)] \end{aligned} \right\} \quad (4.398)$$

und entsprechend in z-Richtung

$$\frac{e_{2,z}(k)}{h} = \frac{l_{0,z}/h}{12 \cdot n} \cdot \sum_{i=k+1}^n \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{h}{r_y(i-1)} \right) \cdot [2 \cdot \bar{M}_y(i-1) + \bar{M}_y(i)] \\ + \left( \frac{h}{r_y(i)} \right) \cdot [\bar{M}_y(i-1) + 2 \cdot \bar{M}_y(i)] \end{array} \right\} \quad (4.399)$$

mit  $k = 0, 1 \dots n-1$

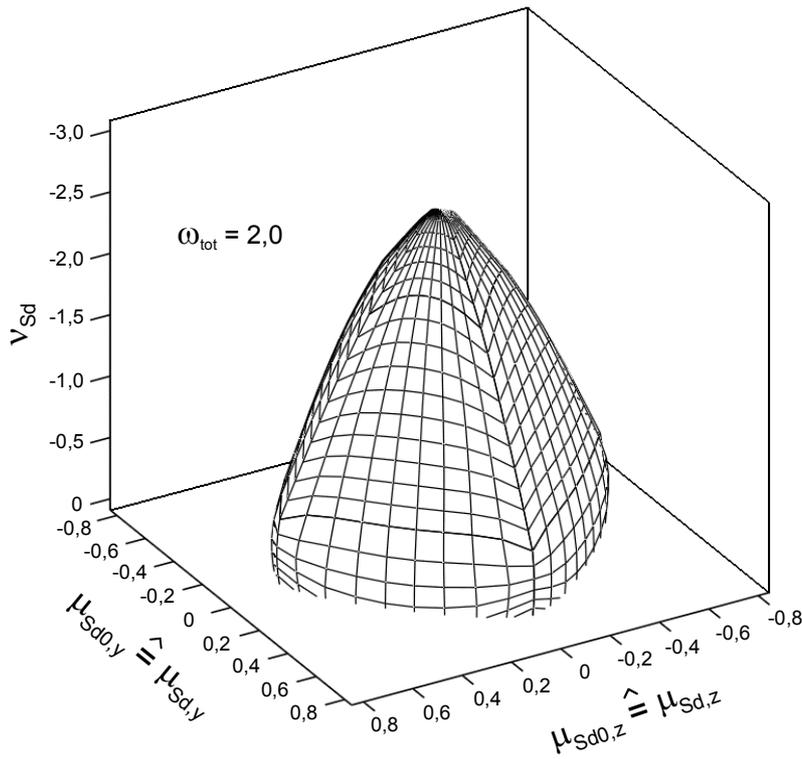
## 4.5 Entwicklung der Bemessungsdiagramme

### 4.5.1 Räumliche Darstellung des Bauteilwiderstandes

Bild 4.27 oben zeigt die Interaktion der maximal aufnehmbaren bezogenen Längskraft und Momente bei einem bestimmten mechanischen Bewehrungsgrad für den angegebenen Querschnittstyp. Die dreidimensionale Darstellung ist dabei auf den für Stützen relevanten Druckbereich beschränkt. Man kann diese Oberfläche recht passend als "Druckzwiebel" bezeichnen. Da die Ersatzlängen (und damit die Schlankheiten) in x- und y-Richtung gleich Null sind, entspricht dieser Zustand der einfachen Querschnittsbemessung ohne den ungünstigen Einfluss der Verformungen nach Th. II. O. . Wie sich die Verformungen auswirken, zeigen Bild 4.27 unten und Bild 4.28 im Vergleich sehr deutlich. Der Bauteilwiderstand wird dabei je nach Schlankheit erheblich reduziert, erkennbar durch das Schrumpfen der Druckzwiebel.

Die Oberfläche ("failure surface") bildet sich aus Breiten- und Länglinien. Jede Breitenlinie repräsentiert einen bestimmten Verzerrungszustand aus den zulässigen Verzerrungsbereichen 1 bis 5 (Kap. 2.3.2). Dabei ist der Nulllinienwinkel die variable Größe (0 bis 360°). Die Länglinien stehen hingegen jeweils für einen gleich bleibenden Nulllinienwinkel mit den Verzerrungen als Variable.

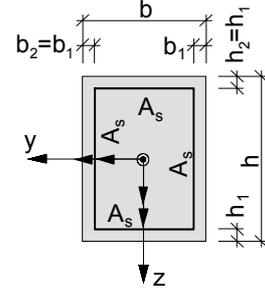
Bei 90°-rotationssymmetrischen Systemen, d. h. bei gleichen bezogenen Ersatzlängen und rotationssymmetrischem Querschnitt (kreisförmig oder quadratisch mit 4-zähliger Rotationssymmetrie), ergibt sich auch eine 90°-rotationssymmetrische Druckzwiebel. Wenn sich die bezogenen Ersatzlängen unterscheiden und/oder der Querschnitt nur doppelsymmetrisch ist, dann ist auch die Druckzwiebel nur doppelsymmetrisch. Dies wirkt sich auf den relevanten Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses für die in Kapitel 4.5.2 beschriebenen Schnittdiagramme aus (siehe dort). Der Fall eines einfachsymmetrischen oder gänzlich unsymmetrischen Querschnitts kommt bei Stahlbetonstützen in der Praxis nicht vor und spielt bei der Bereitstellung von Bemessungsdiagrammen keine Rolle.



**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton bis C50/60  
 Betonstahl BSt 500

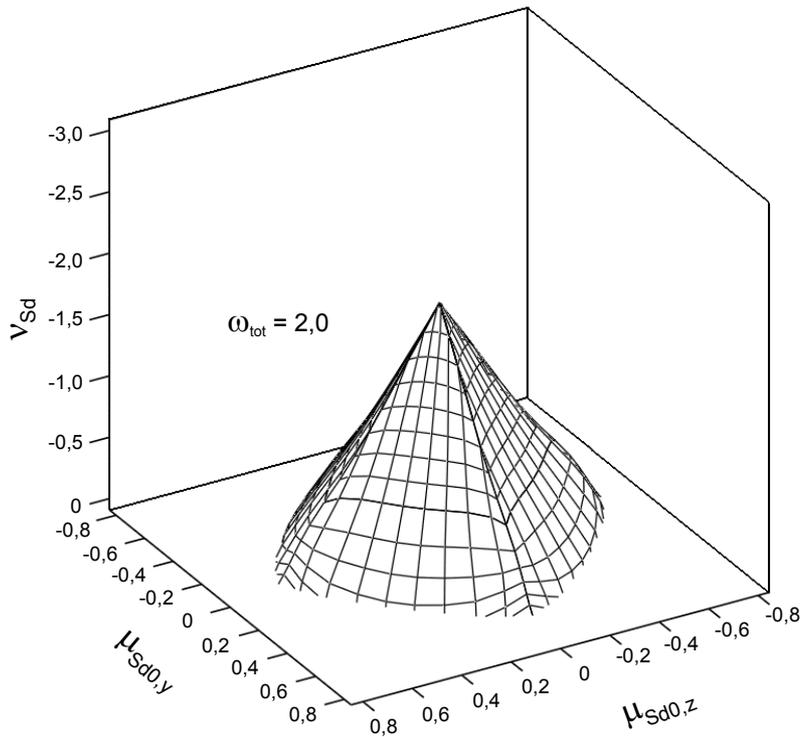
$$\frac{l_{0,y}}{b} = 0$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 0$$



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$



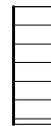
$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{M_{Sd0,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{M_{Sd0,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

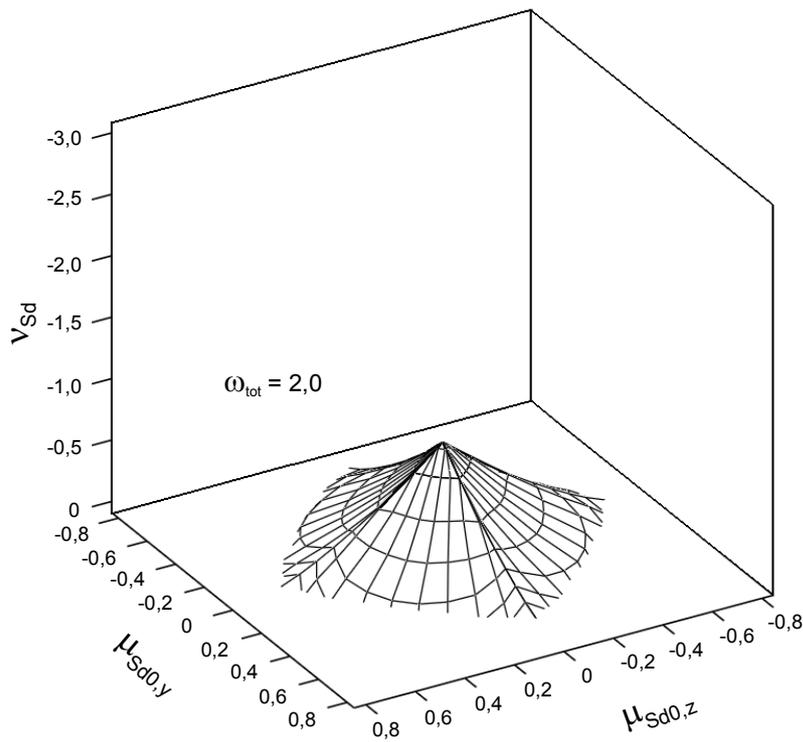
Verlauf von  $M_{Sd0,y/z}$



$$\frac{l_{0,y}}{b} = 20$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 20$$

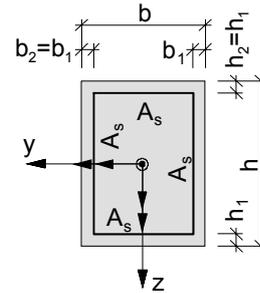
Bild 4.27: Räumlicher Zustand des Bauteilwiderstandes im Druckbereich bei unterschiedlichen bezogenen Ersatzlängen



**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton bis C50/60  
 Betonstahl BSt 500

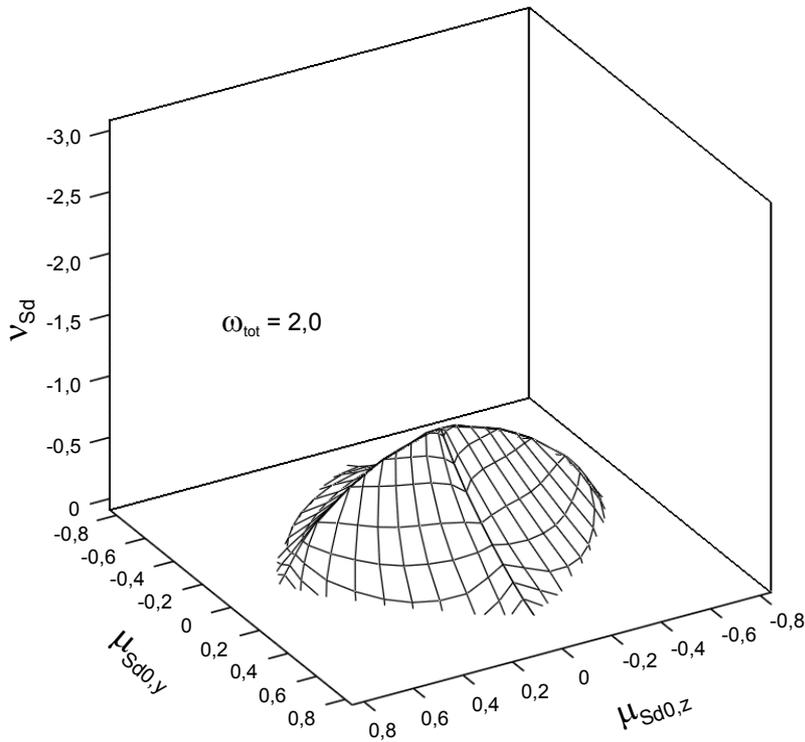
$$\frac{l_{0,y}}{b} = 40$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 40$$



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$



$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{M_{Sd0,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{M_{Sd0,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Verlauf von  $M_{Sd0,y/z}$



$$\frac{l_{0,y}}{b} = 20$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 40$$

Bild 4.28: Räumlicher Zustand des Bauteilwiderstandes im Druckbereich bei unterschiedlichen bezogenen Ersatzlängen

## 4.5.2 Ebene Darstellungsmöglichkeiten

### 4.5.2.1 Horizontaler Schnitt

Schneidet man horizontal, d. h. bei einer bestimmten bezogenen Längskraft, durch den räumlichen Zustand des Bauteilwiderstandes und zwar bei verschiedenen mechanischen Bewehrungsgraden, so ergeben sich Interaktionsdiagramme wie sie in Bild 4.29 dargestellt sind. Bild 4.29 oben ist beispielsweise ein Schnitt durch 90°-rotationssymmetrische Druckzwiebeln während Bild 4.29 unten 180°-rotationssymmetrische Druckzwiebeln durchschneidet. Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften kann der jeweils relevante Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses wie eingezeichnet begrenzt werden. Der Winkel selbst berechnet sich aus Gl. (4.34) mit den bezogenen äußeren Momenten zu

$$\psi = \operatorname{atan}\left(\frac{M_{\text{Sd0,z}}}{M_{\text{Sd0,y}}} \cdot \frac{h}{b}\right) = \operatorname{atan}\left(\frac{\mu_{\text{Sd0,z}} \cdot b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}}{\mu_{\text{Sd0,y}} \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \cdot \frac{h}{b}\right) = \operatorname{atan}\left(\frac{\mu_{\text{Sd0,z}}}{\mu_{\text{Sd0,y}}}\right) \quad (4.400)$$

[Grasser/Linse - 84] entwickelten in einem umfangreichen Tafelwerk u. a. solche Interaktionsdiagramme, allerdings ohne Berücksichtigung der Th. II. O., d. h. für die einfache Querschnittsbemessung.

Die im nachfolgenden Kapitel betrachteten Vertikalschnitte werden aus verschiedenen Gründen (siehe dort) bevorzugt und die Horizontalschnitte deshalb hier nicht weiter verfolgt.

### 4.5.2.2 Vertikaler Schnitt

Bild 4.31 zeigt ein Interaktionsdiagramm wie es sich ergibt, wenn man die Druckzwiebeln verschiedener mechanischer Bewehrungsgrade unter einem bestimmten Winkel  $\psi$  des Momentenverhältnisses vertikal durchschneidet (Bild 4.30). Die bisher gebräuchlichen Interaktionsdiagramme für die einfache Querschnittsbemessung entsprechen dem Sonderfall eines Vertikalschnittes bei  $\psi = 0^\circ$ , wenn beide bezogenen Ersatzlängen gleich Null sind (vgl. Bild 4.27 oben).

Vertikalschnitte bieten gegenüber den Horizontalschnitten eine bessere Übersicht über das Verhalten bei veränderlicher Längskraft. Außerdem kann sofort eine Aussage über die maximal aufnehmbare zentrische Längsdruckkraft getroffen werden.

Aus der Draufsicht (Bild 4.30 unten) ist zu erkennen, dass der Vertikalschnitt nicht deckungsgleich mit einer bestimmten Längsachse (konstanter Nulllinienwinkel) ist. D. h., die Nulllinie dreht sich entlang des Schnittes mit der sich verändernden Längskraft. Auch wenn die Längskraft über die Stützhöhe konstant ist, dreht sie sich infolge der Zusatzmomente aus Th. II. O., d. h., die Ausbiegung längs des Stabes liegt nicht, oder nur in Sonderfällen (Symmetrie), in der durch den Winkel  $\psi$  am Stützenkopf bestimmten Lastebene.

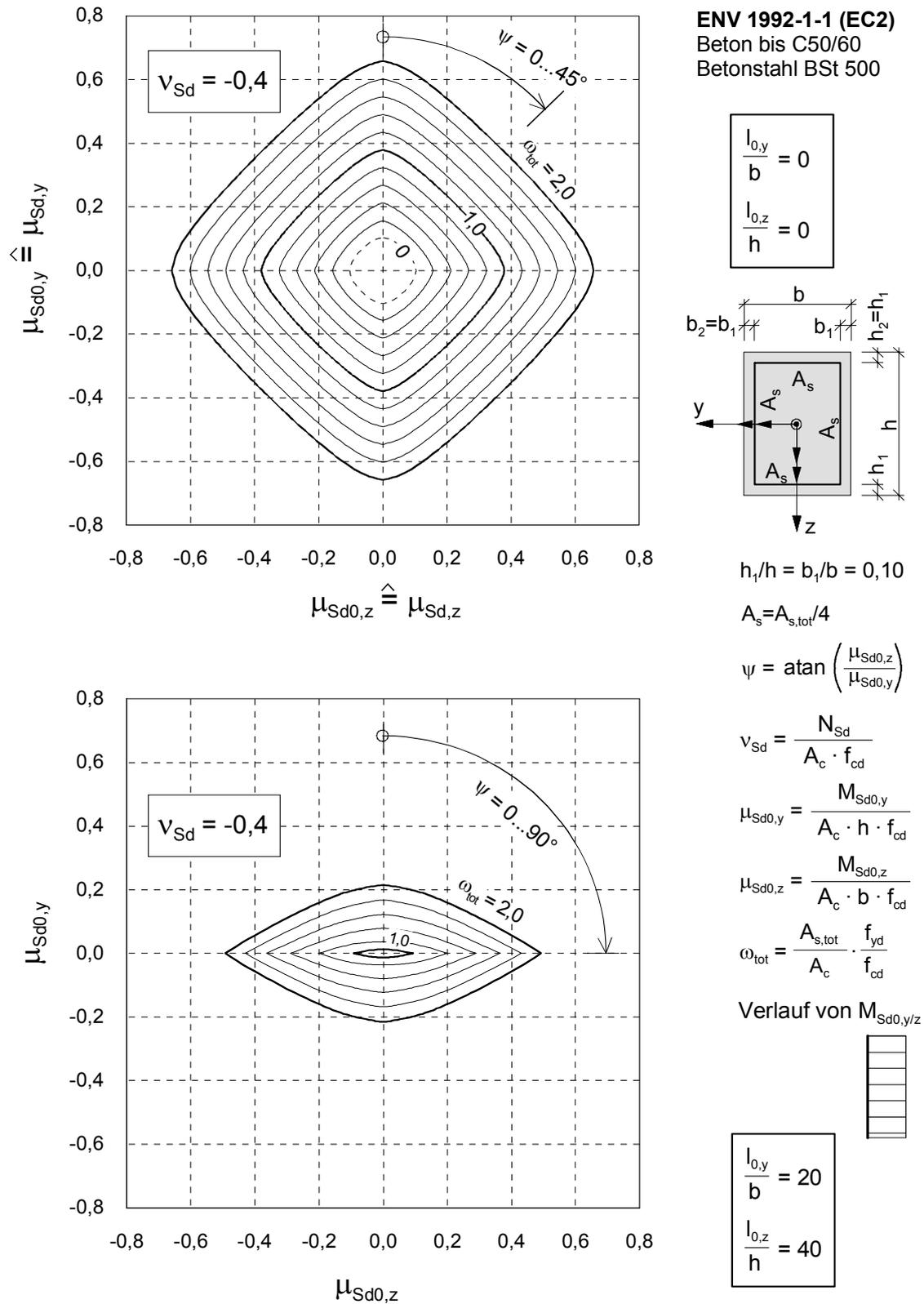
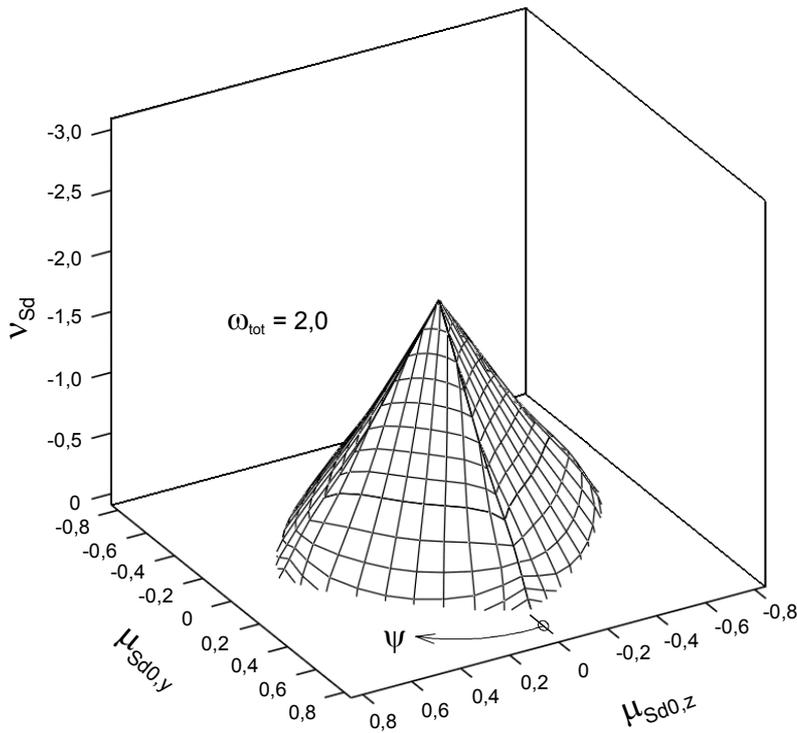
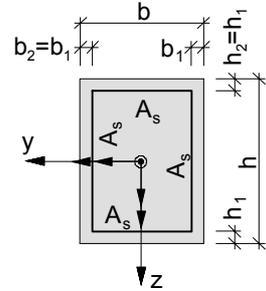


Bild 4.29: Horizontale Schnitte durch räumliche Zustände des Bauteilwiderstandes bei verschiedenen mech. Bewehrungsgraden und unterschiedlichen bezogenen Ersatzlängen (vgl. Bild 4.27 oben und Bild 4.28 unten) mit relevantem Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses



**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton bis C50/60  
 Betonstahl BSt 500



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$

$$\frac{l_{0,y}}{b} = 20$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 20$$

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd0,z}}{\mu_{Sd0,y}} \right)$$

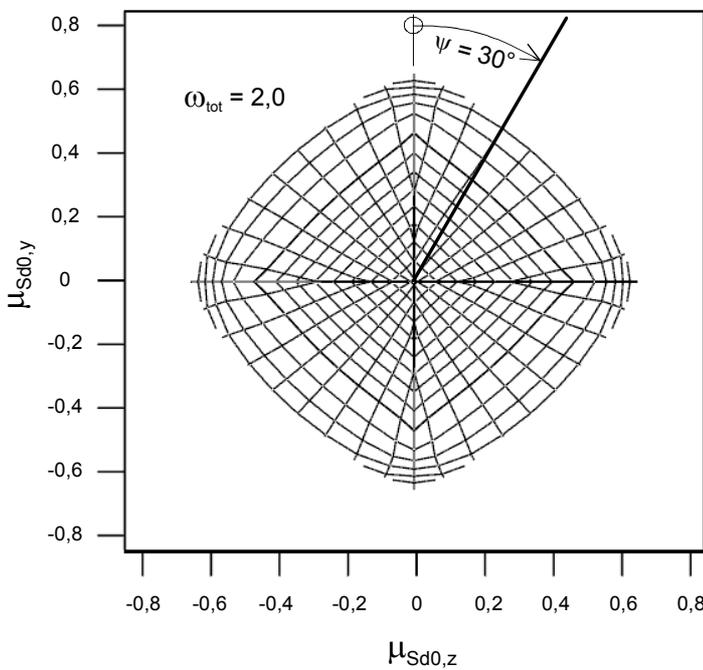
$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{M_{Sd0,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{M_{Sd0,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Verlauf von  $M_{Sd0,y/z}$



Draufsicht

Bild 4.30: Räumlicher Zustand des Bauteilwiderstandes im Druckbereich und Draufsicht mit Lage des vertikalen Schnittes (Bild 4.31)

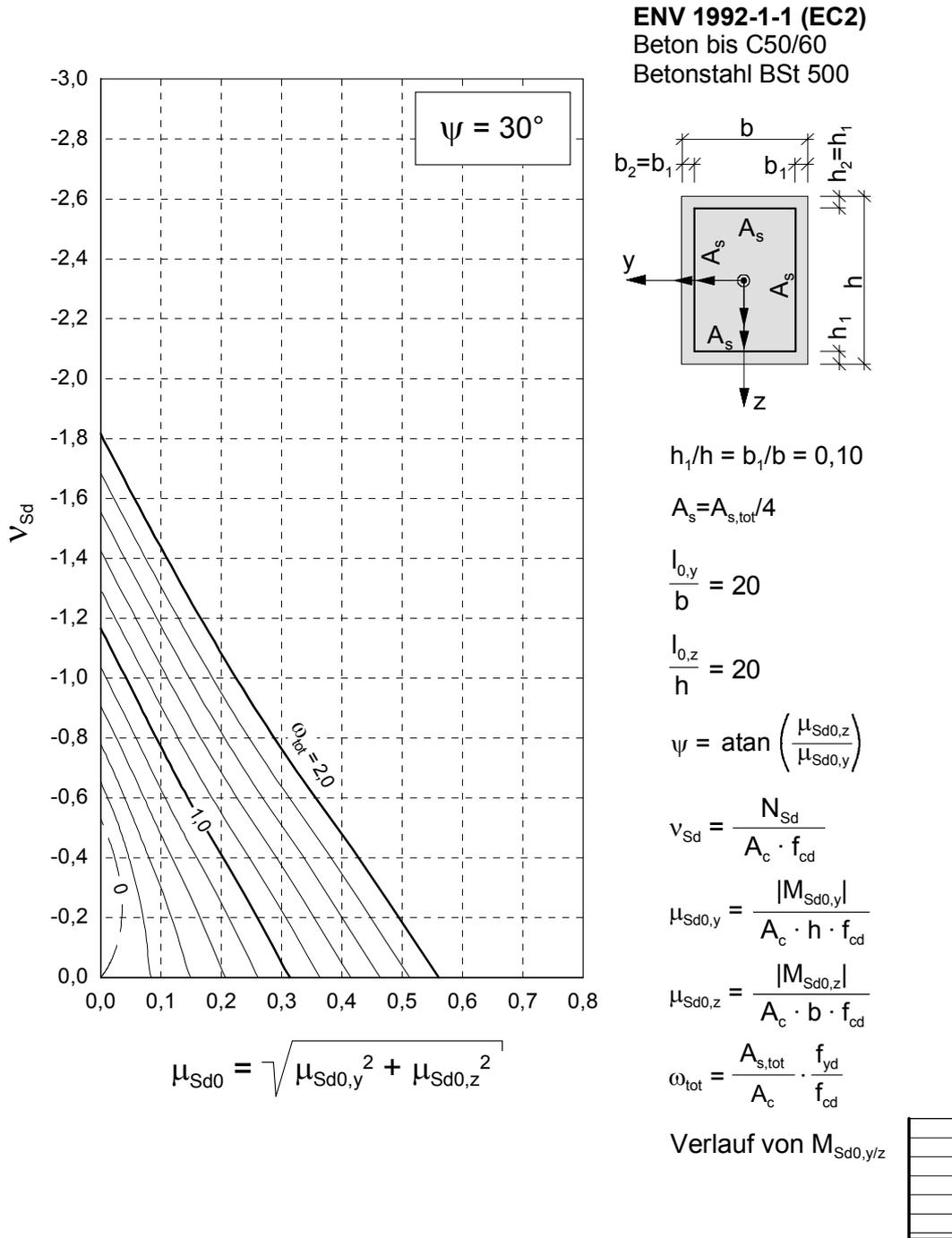


Bild 4.31: Vertikaler Schnitt durch räumliche Zustände des Bauteilwiderstandes bei verschiedenen mechanischen Bewehrungsgraden

Die eigentliche Bemessung erfolgt mit Diagrammen wie sie in Bild 4.35 und Bild 4.36 dargestellt sind. Sie enthalten Interaktionsdiagramme als Vertikalschnitte bei verschiedenen Winkeln  $\psi$  im relevanten Bereich des Momentenverhältnisses. Die gewählte Anordnung der Schnitte zeigt Bild 4.32, wobei das linke Diagramm für ein 90°-rotationssymmetrisches ( $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ) und das rechte für ein 180°-rotationssymmetrisches System ( $\psi = 0$  bis  $90^\circ$ ) gilt.

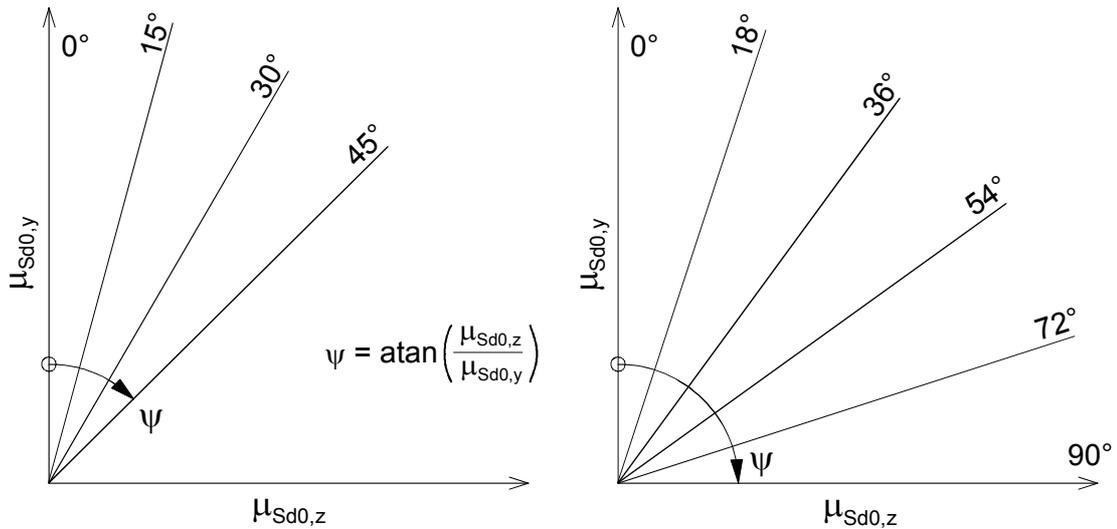


Bild 4.32: Anordnung der Vertikalschnitte bei 90°-rotationssymmetrischen (links) und 180°-rotationssymmetrischen (rechts) Systemen

Dadurch ist eine sinnvolle und platzsparende Anordnung möglich. Liegen die Bemessungsmomente zwischen zwei benachbarten Vertikalschnitten, so kann linear interpoliert oder der ungünstigere von beiden Schnitten verwendet werden. In Bild 4.33 ist das Prinzip der Interpolation zur Verdeutlichung skizzenhaft dargestellt. Es handelt sich hierbei um einen horizontalen Schnitt in Höhe der bezogenen Bemessungslängskraft. Der ermittelte Winkel  $\psi$  liegt zwischen den zwei gegebenen Interaktionsdiagrammen bei  $\psi_{\text{inf}}$  und  $\psi_{\text{sup}}$ . Für den Betrag  $\mu_{\text{Sd0}}$  der beiden bezogenen äußeren Momente  $\mu_{\text{Sd0},y/z}$  liest man die zugehörigen mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_{\text{tot}}(\psi_{\text{inf}})$  sowie  $\omega_{\text{tot}}(\psi_{\text{sup}})$  im entsprechenden Vertikalschnitt ab. Durch lineare Interpolation mit Gl. (4.401) lässt sich der gesuchte mechanische Bewehrungsgrad näherungsweise berechnen:

$$\omega_{\text{tot}}(\psi) \approx \omega_{\text{tot}}(\psi_{\text{inf}}) + \frac{\omega_{\text{tot}}(\psi_{\text{sup}}) - \omega_{\text{tot}}(\psi_{\text{inf}})}{\psi_{\text{sup}} - \psi_{\text{inf}}} \cdot (\psi - \psi_{\text{inf}}) \quad (4.401)$$

$\psi_{\text{inf}}$  unterer (inferior) Schnittwinkel  
 $\psi_{\text{sup}}$  oberer (superior) Schnittwinkel .

Der dabei auftretende Fehler  $\Delta\omega_{\text{tot}}$  kann sowohl zur sicheren Seite (Bild 4.33), als auch zur unsicheren Seite (Bild 4.34) hin liegen, abhängig vom Verlauf der Omegalinien im Interpolationsintervall. Hinzu kommt der Fehler aus einer evtl. Interpolation zwischen Bemessungsdiagrammen verschiedener vertafelter Ersatzlängen sowie aus Ableseungenauigkeiten des Anwenders. Zur sicheren Abschätzung dieser Fehler sind umfangreiche Parameterstudien notwendig. Kap. 4.6 sowie die durchgeführte Beispielrechnung in Kap. 5.2 geben hierzu Anhaltswerte.

Für anschließende Bauteile wird oftmals das Zusatzmoment nach Th. II. O. benötigt. Mit den vorgestellten Diagrammen ist dieses nur dann bestimmbar, wenn sich die Lastebene auf der Symmetrieachse des Systems befindet (Winkel  $\psi = 45^\circ$  bei 90°-Rotationssymmetrie), d. h. die Nulllinie dreht sich nicht entlang der Stabachse.

Das Zusatzmoment ( $\mu_{Sd2} + \mu_{Sda}$ ) ergibt sich in diesem Sonderfall beispielsweise aus der Differenz von Bild 4.41 zu Bild 4.42 bei gleichem  $\omega_{tot}$ .

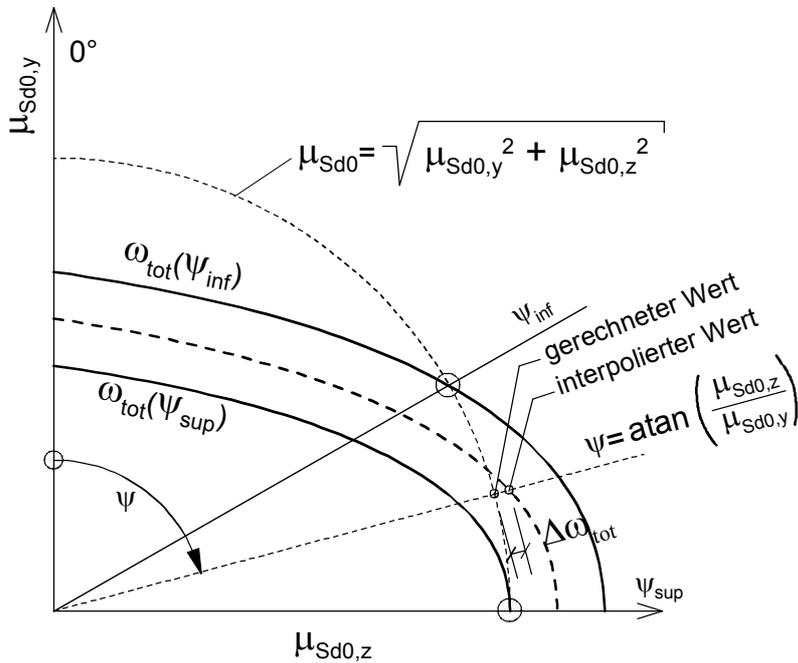


Bild 4.33: Interpolation zwischen zwei benachbarten Vertikalschnitten mit Fehler  $\Delta\omega_{tot}$  zur sicheren Seite

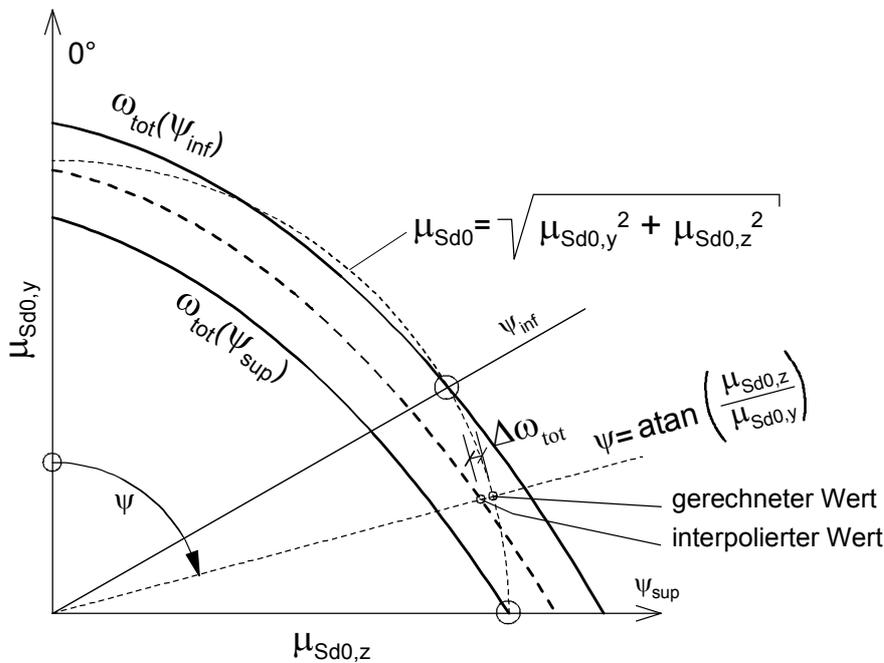


Bild 4.34: Interpolation zwischen zwei benachbarten Vertikalschnitten mit Fehler  $\Delta\omega_{tot}$  zur unsicheren Seite

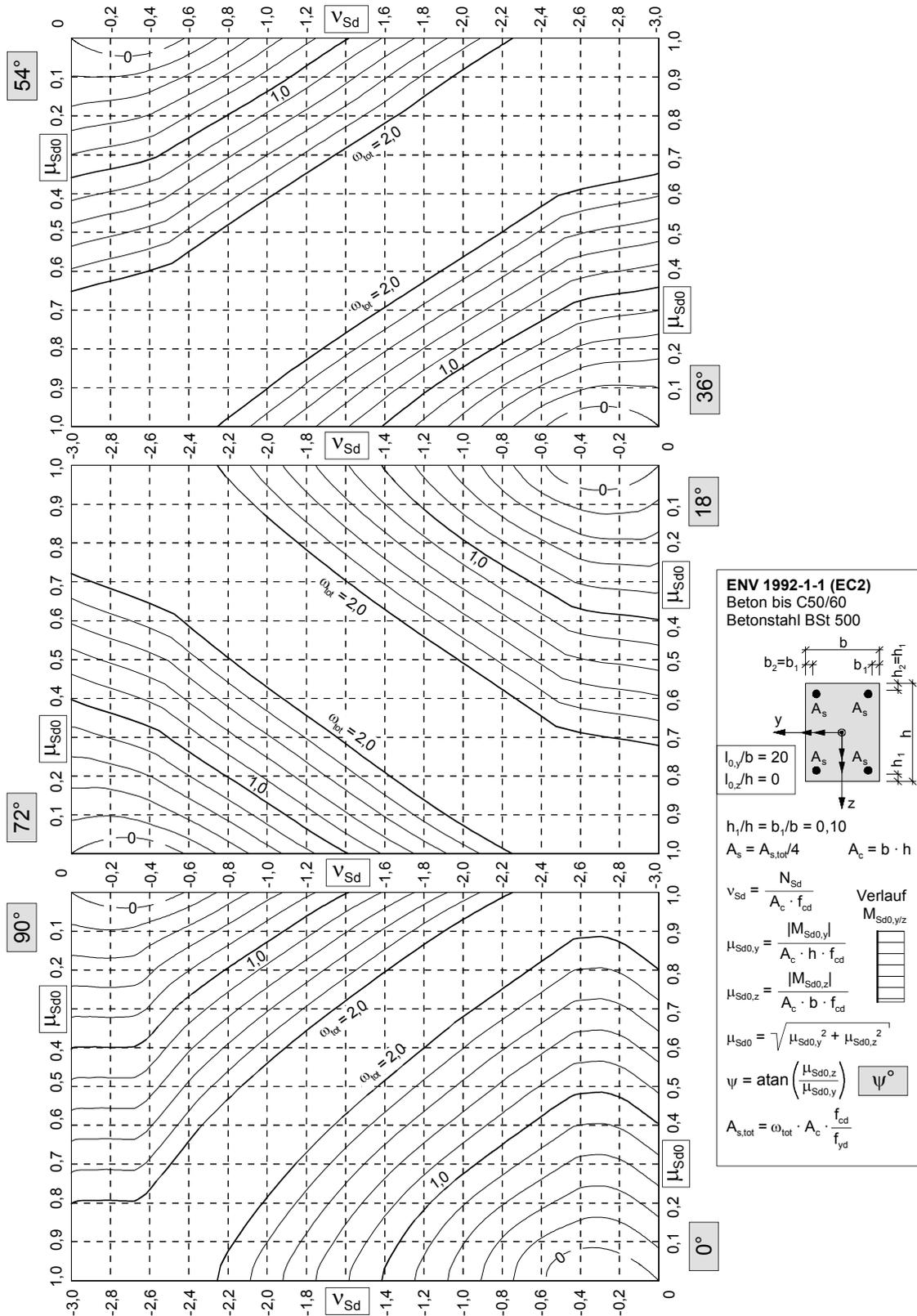


Bild 4.35: Bemessungsdiagramm bei 180°-rotationssymmetrischem System mit Vertikalschnitten unter verschiedenen Winkeln  $\psi$  des Momentenverhältnisses

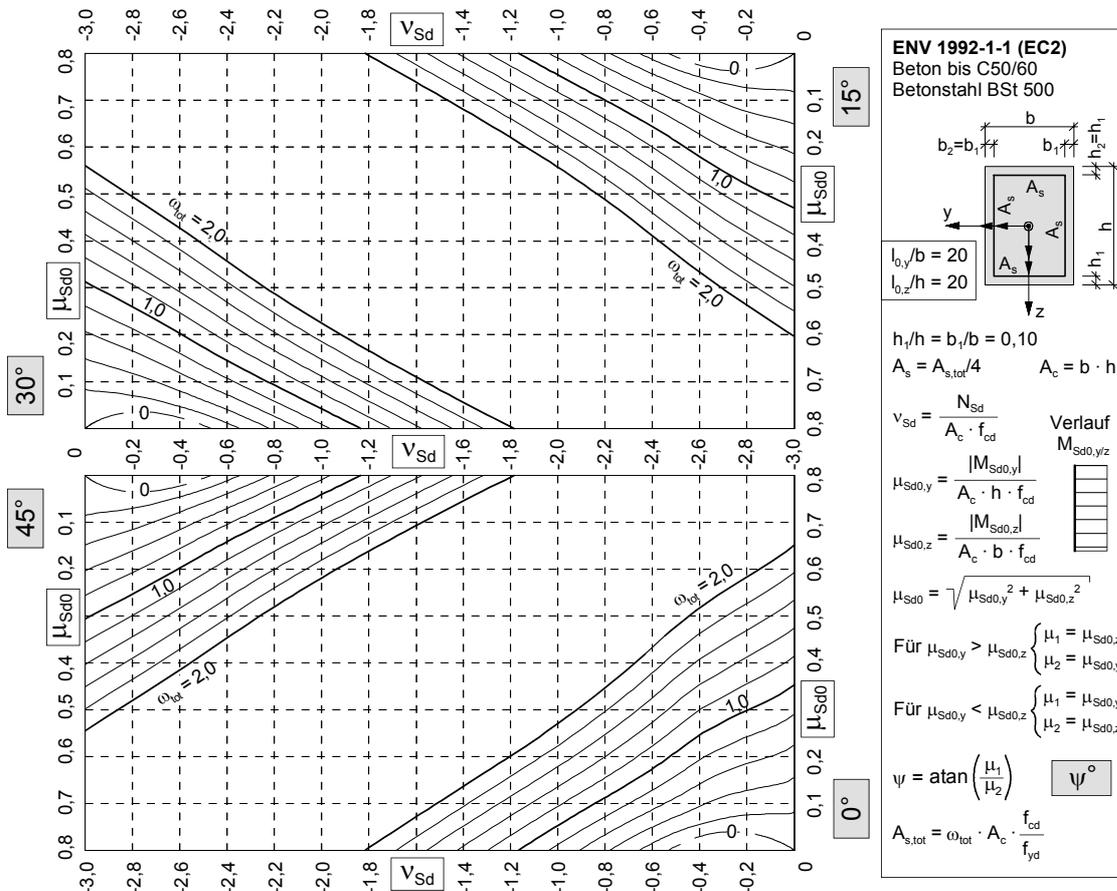


Bild 4.36: Bemessungsdiagramm bei 90°-rotationssymmetrischem System mit Vertikalschnitten unter verschiedenen Winkeln  $\psi$  des Momentenverhältnisses

Die nachfolgende Form des Bemessungsdiagramms bietet sich an, wenn individuelle Arbeitslinien für den Beton verwendet werden, d. h. wenn deren Normierung nicht sinnvoll ist (Kap. 2.3). In Bild 4.37 ist beispielsweise die  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung für die Schnittgrößenermittlung (Bild 2.4) angewendet. Der Unterschied zur bisherigen Diagrammform besteht in den Tafelein- und ausgangsgrößen. Die Schnittgrößen sind nur noch auf die Querschnittsabmessungen bezogen und statt des mechanischen wird der geometrische Bewehrungsgrad verwendet. Die Berechnung der Eingangsgrößen und die Auswertung vereinfachen sich dadurch. Außerdem lässt sich das Diagramm auf den maximalen Bewehrungsgrad (8%) begrenzen. Der Mindestbewehrungsgrad von 0,3% ist eingezeichnet. Zur Berechnung derartiger Diagramme werden z. B. die Gl. (4.122), (4.134) und (4.135) verwendet. Wie bereits in Kap. 2.3.3 erwähnt, sind zum Berücksichtigen verschiedener Betonarbeitslinien mehr Diagramme erforderlich, da der Vorteil der Normierung entfällt.

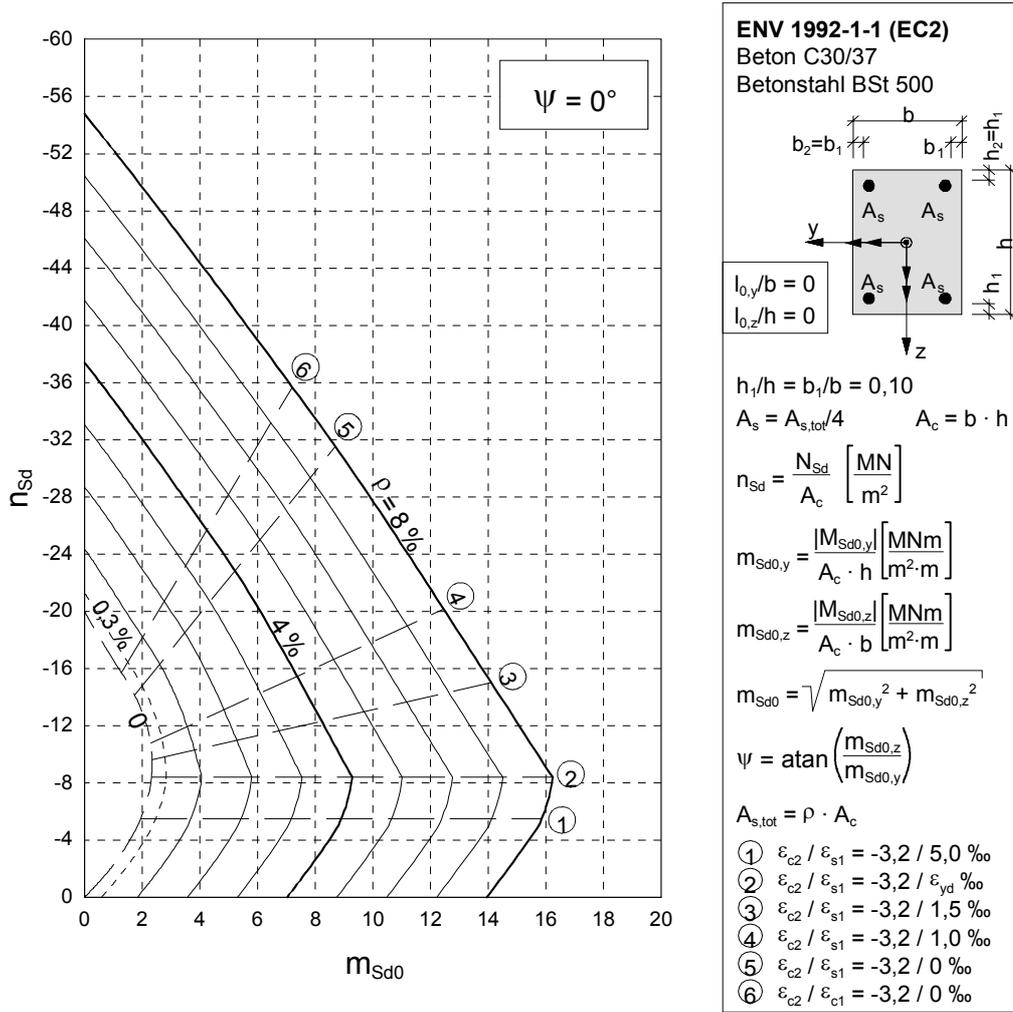
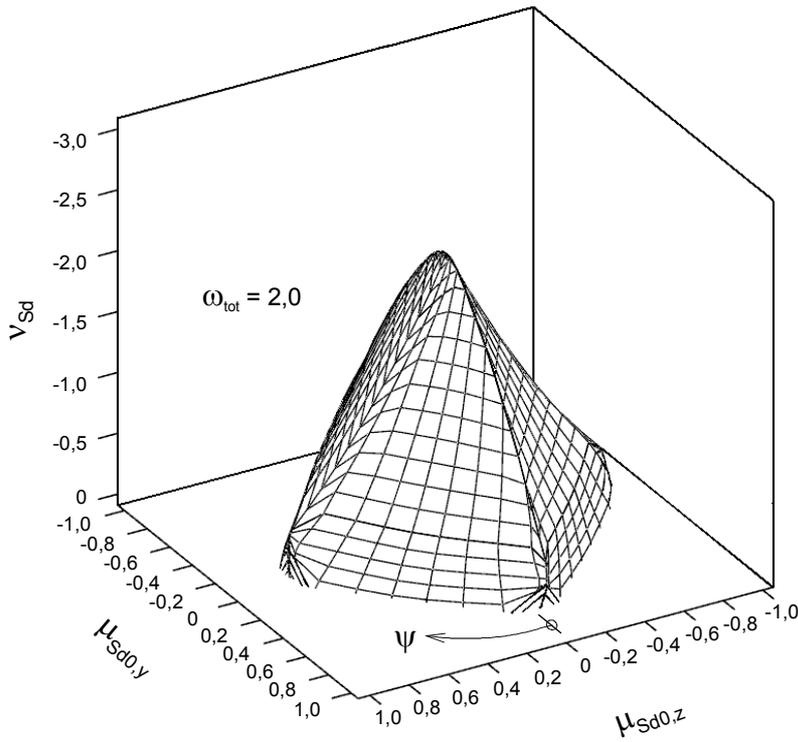


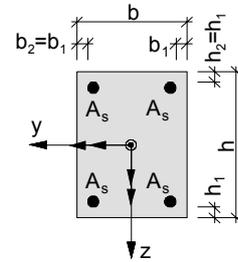
Bild 4.37: Bemessungsdiagramm als Vertikalschnitt mit modifizierten Ein- und Ausgangsgrößen

4.5.2.3 Sonderform als Projektion des min./max. Bauteilwiderstandes

Wenn verschiedene Momente aus mehreren Lastfällen auftreten, kann die Bemessung mit Vertikalschnitten umständlich werden, weil ungünstigenfalls für jedes mögliche Momentenverhältnis ein entsprechender Bewehrungsgrad abgelesen werden muss. In diesem Fall bietet sich die Sonderform (Bild 4.39) als Projektion des kleinsten Bauteilwiderstandes aus dem relevanten Winkelbereich  $\psi$  an. Sofern es sich um 90°-rotationssymmetrische Systeme handelt, wird das Minimum aus dem Winkelbereich bis  $\psi = 45^\circ$  ermittelt, bei 180°-Rotationssymmetrie bis  $\psi = 90^\circ$  (Bild 4.38). In der Anwendung stellt das Interaktionsdiagramm also den maximal erforderlichen mechanischen Bewehrungsgrad dar. Dadurch befindet man sich stets auf der sicheren Seite und erhält rasch ein Bemessungsergebnis. Der Nachteil kann allerdings eine mehr oder weniger große Überbemessung sein, weil das tatsächlich vorhandene Verhältnis der Bemessungsmomente nicht eingeht (Kap. 4.6).



**ENV 1992-1-1 (EC2)**  
 Beton bis C50/60  
 Betonstahl BSt 500



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$

$$\frac{I_{0,y}}{b} = 20$$

$$\frac{I_{0,z}}{h} = 0$$

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd0,z}}{\mu_{Sd0,y}} \right)$$

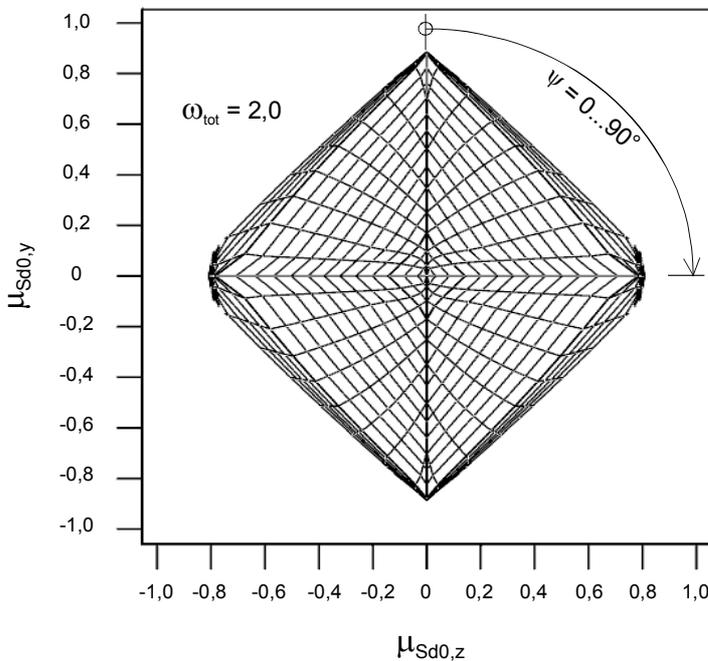
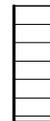
$$V_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{M_{Sd0,y}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{M_{Sd0,z}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Verlauf von  $M_{Sd0,y/z}$



Draufsicht

Bild 4.38: Räumlicher Zustand des Bauteilwiderstandes im Druckbereich und Draufsicht mit relevantem Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses

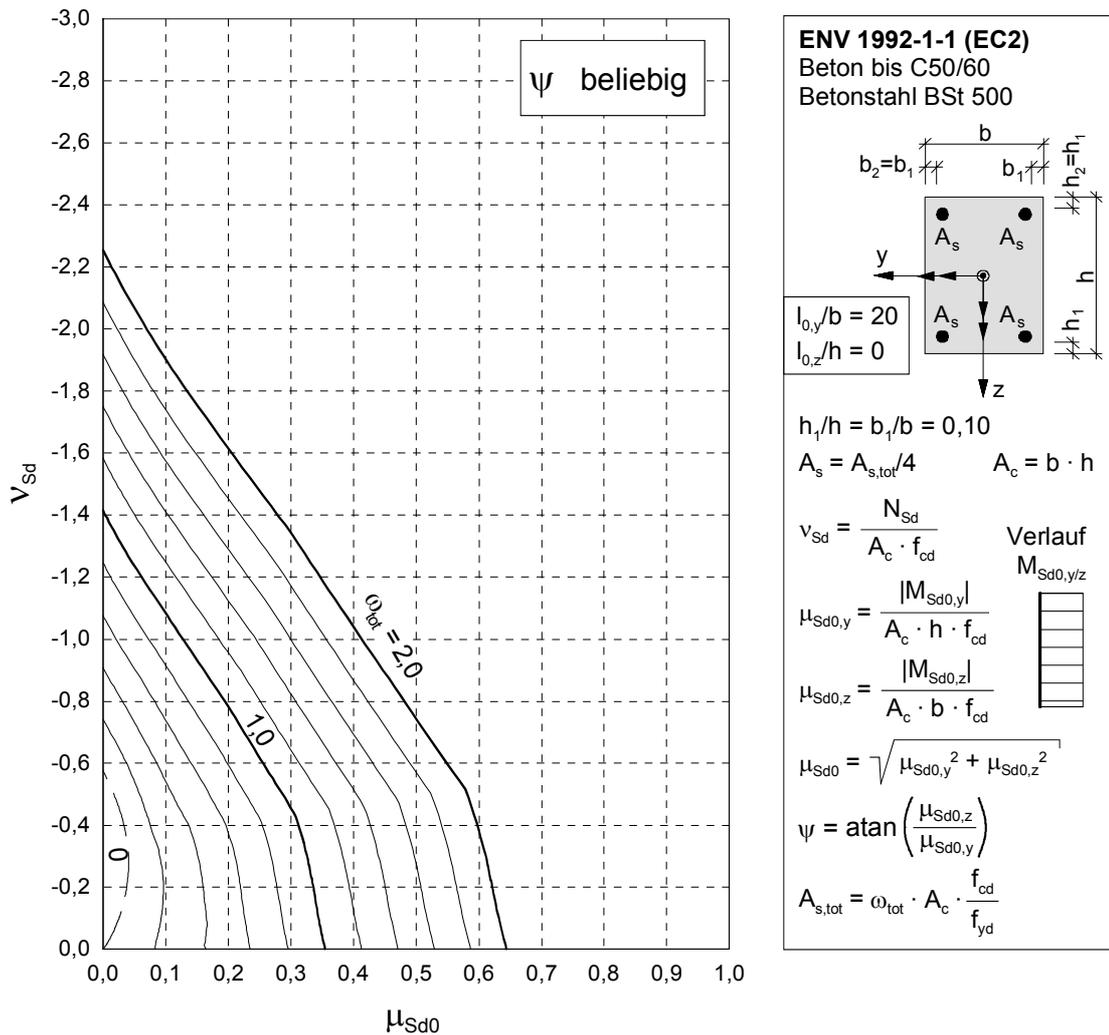


Bild 4.39: Projektion des kleinsten Bauteilwiderstandes (entspricht maximal erforderlichem mech. Bewehrungsgrad) aus dem relevanten Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses

Die maximal mögliche Überbemessung, die bei der Anwendung auftreten kann, ergibt sich unmittelbar aus der Differenz der abgelesenen Werte aus Bild 4.39 und Bild 4.40. Bild 4.40 ist hierbei das Gegenstück und zeigt den größten Bauteilwiderstand aus dem relevanten Winkelbereich. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind hier beide Diagramme getrennt dargestellt. In der praktischen Anwendung könnte die Anordnung der zwei Diagramme beispielsweise wie in Bild 4.36 über Kreuz oder aber direkt übereinander erfolgen. In letzterem Fall wäre eine zweifarbige Darstellung zur besseren Unterscheidung erforderlich.

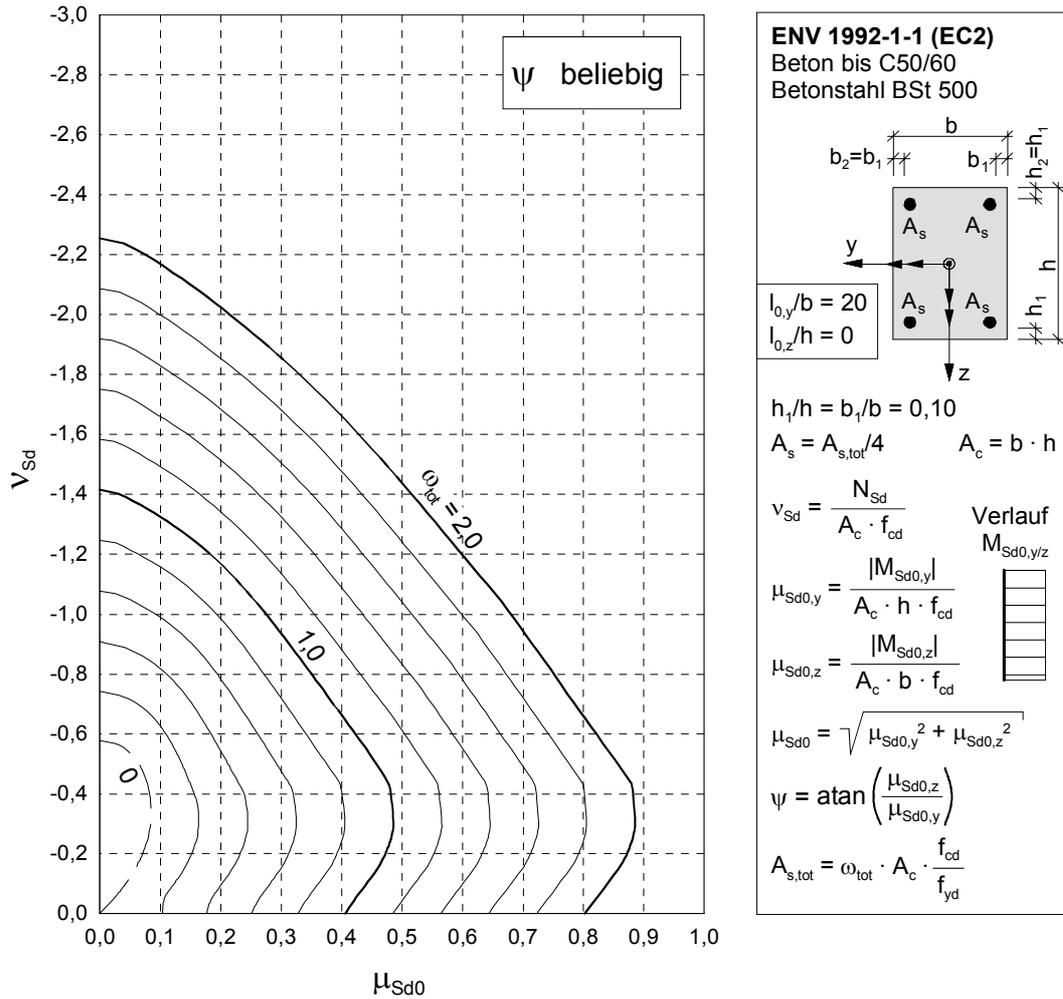


Bild 4.40: Projektion des größten Bauteilwiderstandes (entspricht minimal erforderlichem mech. Bewehrungsgrad) aus dem relevanten Winkelbereich  $\psi$  des Momentenverhältnisses

### 4.6 Beispiel für Bemessungsfehler durch Interpolation

Am Beispiel eines 90°-rotationssymmetrischen Systems (Bild 4.41 bis Bild 4.45) sollen die durch Interpolation größten auftretenden Bemessungsfehler ermittelt und bewertet werden. Hierzu wird für jeden Punkt eines räumlichen Punktegitters der mechanische Bewehrungsgrad rechnerisch genau ermittelt und mit den entsprechenden interpolierten Werten verglichen. Das untersuchte Punktegitter je Schlankheit ergibt sich mit Durchlaufen der folgenden drei verschachtelten Schleifen für  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 0, 2,5 \dots 40$ :

$$v_{Sd} = 0, -0.2 \dots -2.0$$

$$\psi = 0^\circ, 3^\circ \dots 45^\circ$$

$$\mu_{Sd0} = 0, 0.05 \dots \begin{cases} 0.50 \text{ für } v_{Sd} = 0 \\ 0.05 \text{ für } v_{Sd} = -2.0 \end{cases} \text{ dazwischen linear interpoliert}$$

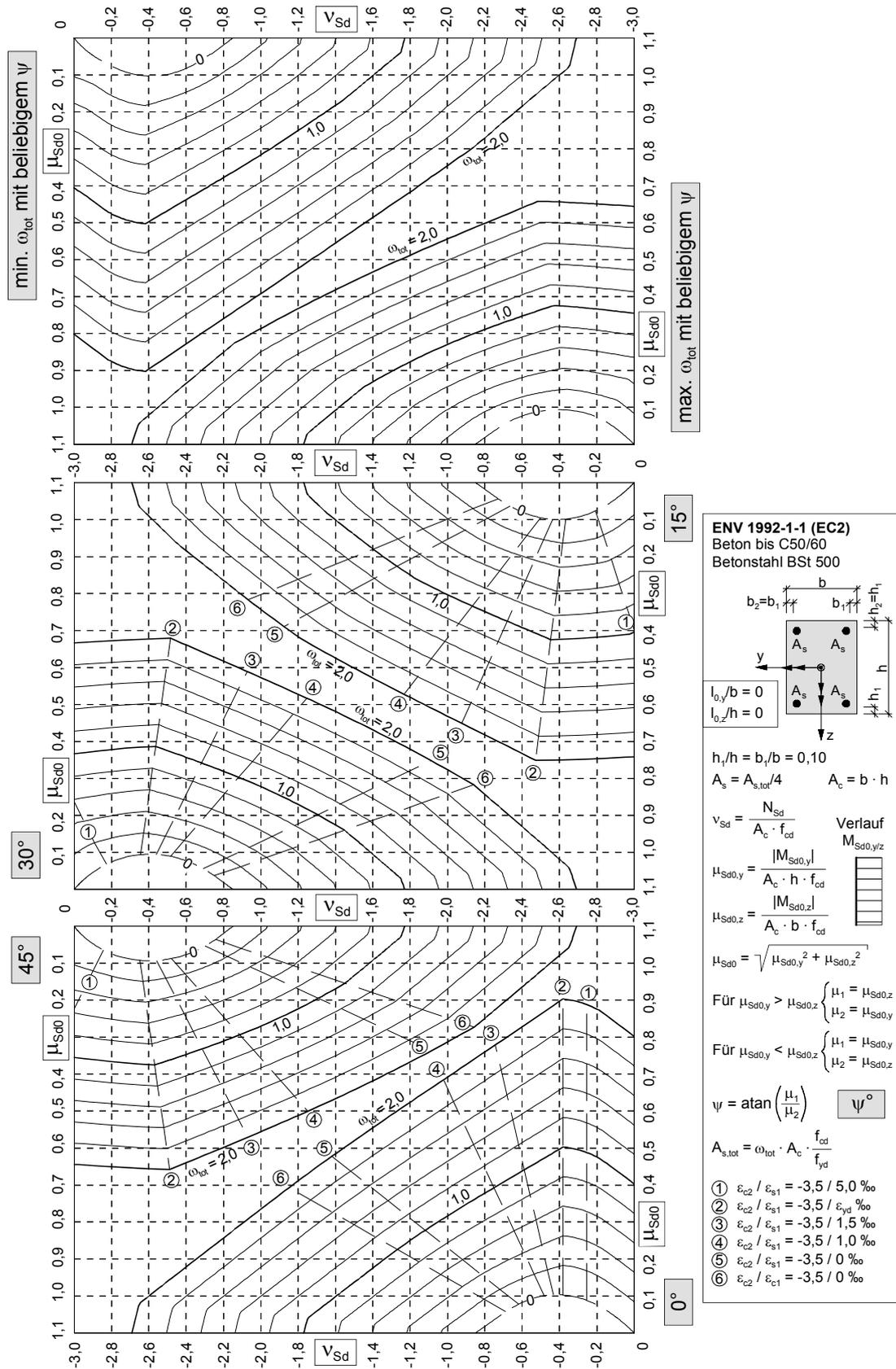


Bild 4.41: Bemessungsdiagramm eines 90°-rotationssymmetrischen Systems mit den bezogenen Ersatzlängen  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 0$

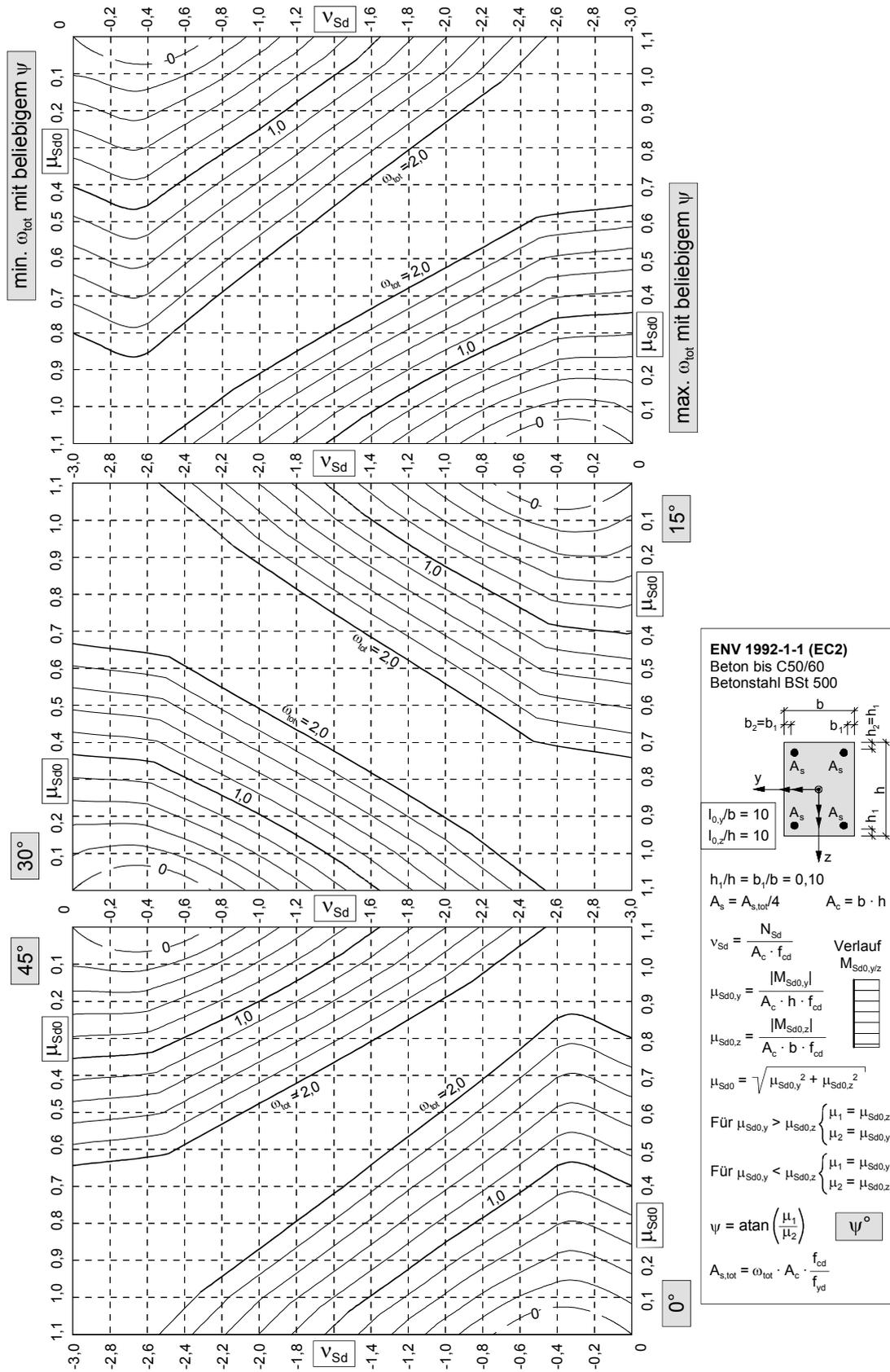


Bild 4.42: Bemessungsdiagramm eines 90°-rotationssymmetrischen Systems mit den bezogenen Ersatzlängen  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 10$

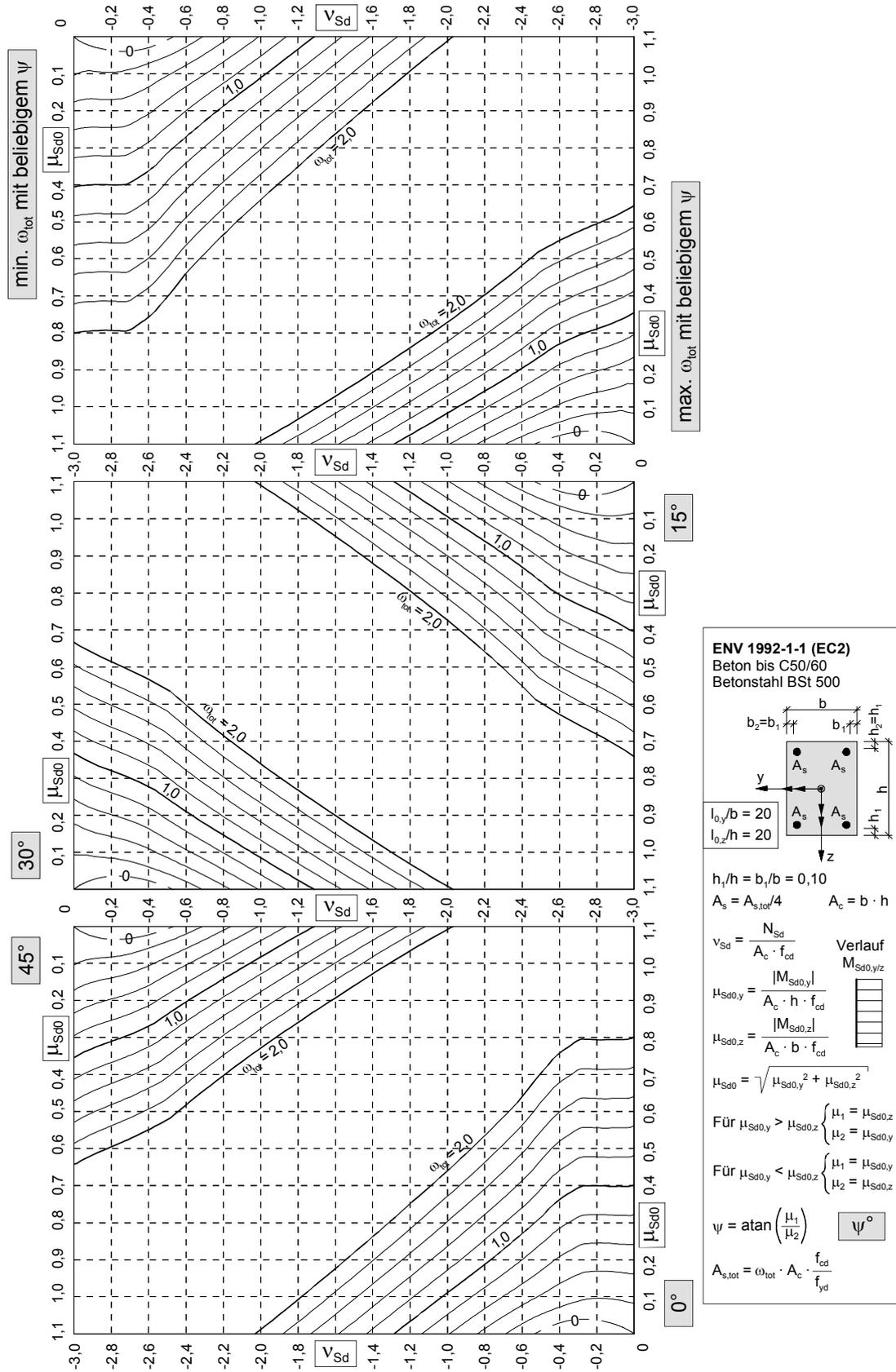


Bild 4.43: Bemessungsdiagramm eines 90°-rotationssymmetrischen Systems mit den bezogenen Ersatzlängen  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 20$

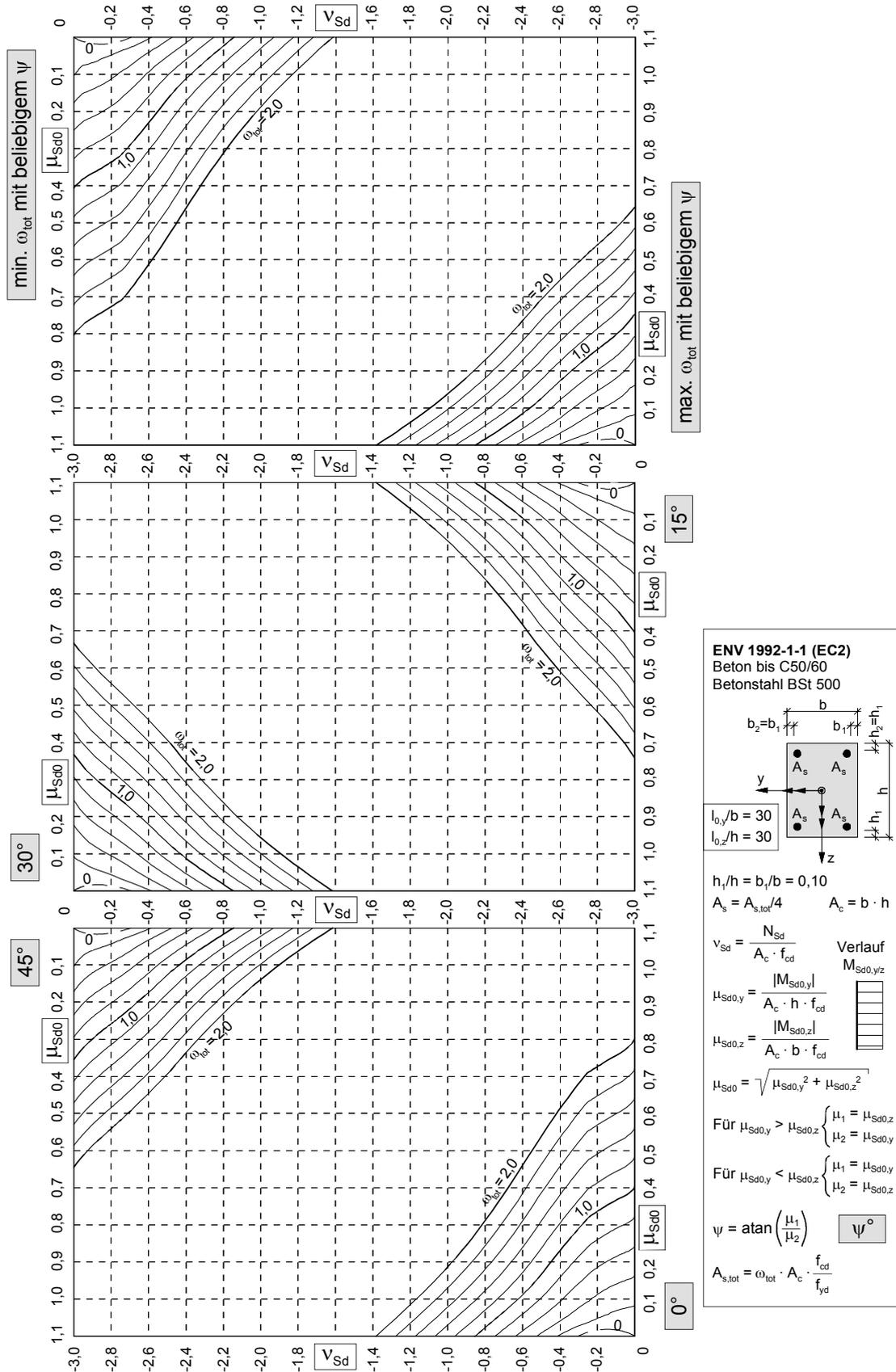


Bild 4.44: Bemessungsdiagramm eines 90°-rotationssymmetrischen Systems mit den bezogenen Ersatzlängen  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 30$

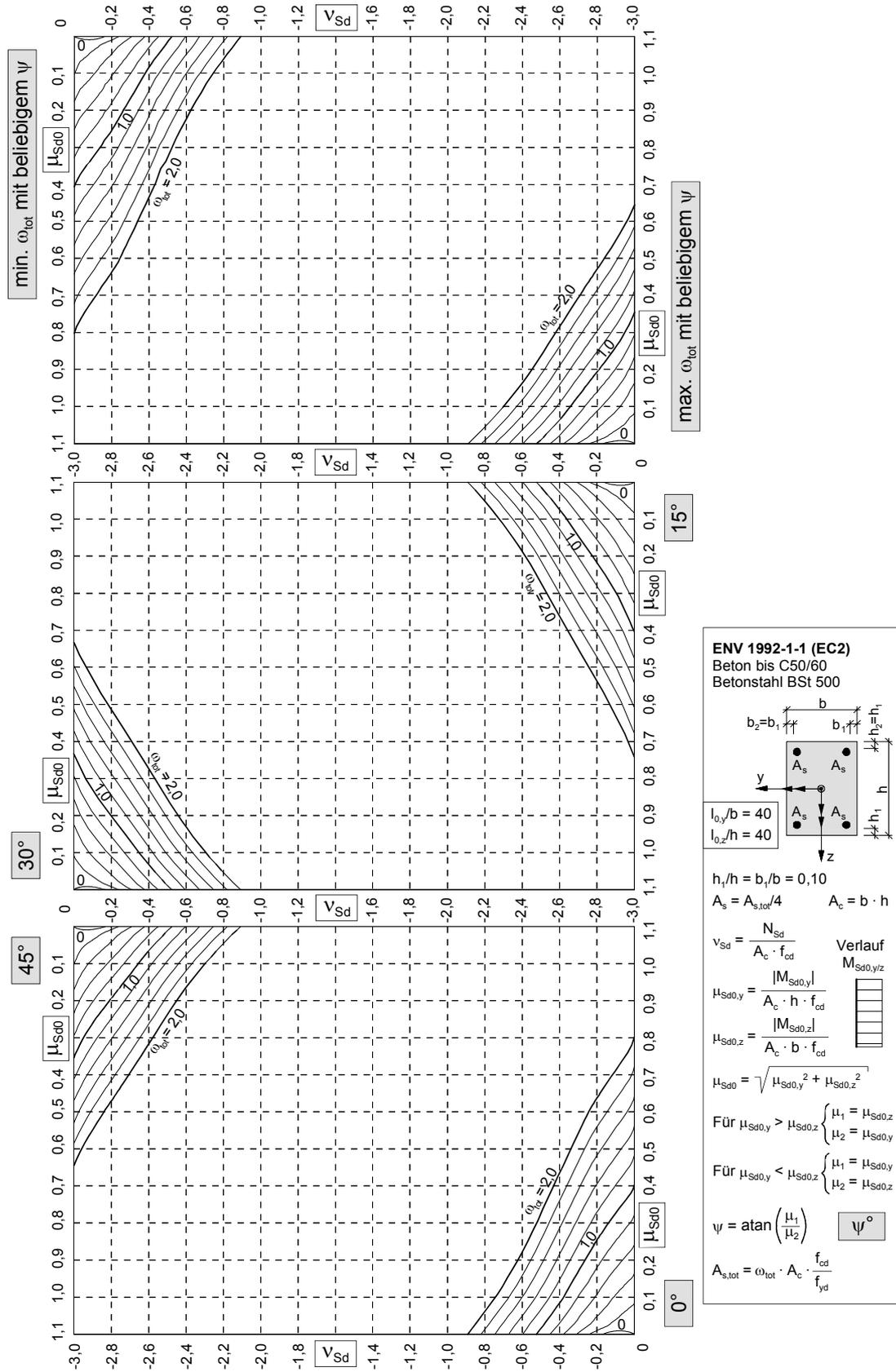


Bild 4.45: Bemessungsdiagramm eines 90°-rotationssymmetrischen Systems mit den bezogenen Ersatzlängen  $l_{0,y}/b = l_{0,z}/h = 40$

Tab. 4.1 und Tab. 4.2 zeigen die größten ermittelten Bemessungsfehler des Systems mit bezogenen Ersatzlängen von 0 bis 40. Die Werte der Tab. 4.1 ergeben sich, wenn die Schrittweite der vertafelten bezogenen Ersatzlängen 10 beträgt (Bild 4.41 bis Bild 4.45). Tab. 4.2 gilt vergleichsweise für die Schrittweite 5.

Interpolierte Werte ergeben sich durch *lineare* Interpolation zwischen

- den Vertikalschnitten (Gl. (4.401)) und zwischen
- den vertafelten bezogenen Ersatzlängen,

d. h. in zwei Richtungen. Sofern die Sonderform (Extremalschnitt mit  $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ) Anwendung findet, erfolgt eine Interpolation nur zwischen den bezogenen Ersatzlängen.

Der Bemessungsfehler ergibt sich zu

$$\Delta\omega_{\text{tot}} = \omega_{\text{tot,est}} - \omega_{\text{tot,ex}} \quad (4.402)$$

Positives Vorzeichen bedeutet Überbemessung, negatives Vorzeichen bedeutet Unterbemessung.

$\omega_{\text{tot,est}}$  interpolierter (estimated) Bewehrungsgrad

$\omega_{\text{tot,ex}}$  gerechneter (exact) Bewehrungsgrad.

Erwartungsgemäß treten die größten interpolierten Fehler dort auf, wo auch große Unterschiede zwischen den Vertikalschnitten bestehen, also bei bezogenen Ersatzlängen bis ca. 20 im Bereich des größten aufnehmbaren Momentes ( $\nu_{\text{sd}} \approx -0,4$ ). An den deutlich kleineren Mittelwerten ist aber erkennbar, dass die Größtwerte nur vereinzelte Spitzenwerte sind. Die meisten Mittelwerte liegen weit unter der Ablesegenauigkeit von  $\Delta\omega_{\text{tot}} \approx \pm 0,02$ . Falls nicht interpoliert oder der Extremalschnitt ( $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ) verwendet wird, können deutlich größere Fehler entstehen. Sie ergeben sich durch den teilweise erheblichen Unterschied zwischen den vertafelten Ersatzlängen. Grundsätzlich macht sich eine Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten positiv bemerkbar, weil zu große Überbemessungen (max.  $\Delta\omega_{\text{tot}} = +0,0838$ ) vermieden werden und evtl. Unterbemessungen (min.  $\Delta\omega_{\text{tot}} = -0,0274$ ) sehr klein ausfallen.

Tab. 4.2 zeigt im Vergleich zu Tab. 4.1, dass vertafelte bezogene Ersatzlängen mit einer Schrittweite 5 statt 10 die Fehler nochmals deutlich verringern würden. Allerdings verbunden mit vier Bemessungstafeln mehr. Die Tabellen im Anhang Kap. A.2 enthalten zum Vergleich die größten Fehler auf Querschnittsebene. Sie sind durch die fehlende Interpolation zwischen den bezogenen Ersatzlängen wesentlich kleiner.

Ergänzend ist anzumerken, dass die Bemessungsfehler durch Interpolation bei Querschnitten mit konzentrierter Eckbewehrung größer sind als bei Querschnitten mit verteilter Bewehrung. Grund hierfür ist der wesentlich gleichmäßigere Kurvenverlauf der Omegalinien bei verteilter Bewehrung, insbesondere bei kleineren Schlankheiten im Bereich des größten aufnehmbaren Momentes.

Tab. 4.1: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen vertafelten Ersatzlängen und benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ). Schrittweite der vertafelten bezogenen Ersatzlängen ist hierbei 10.

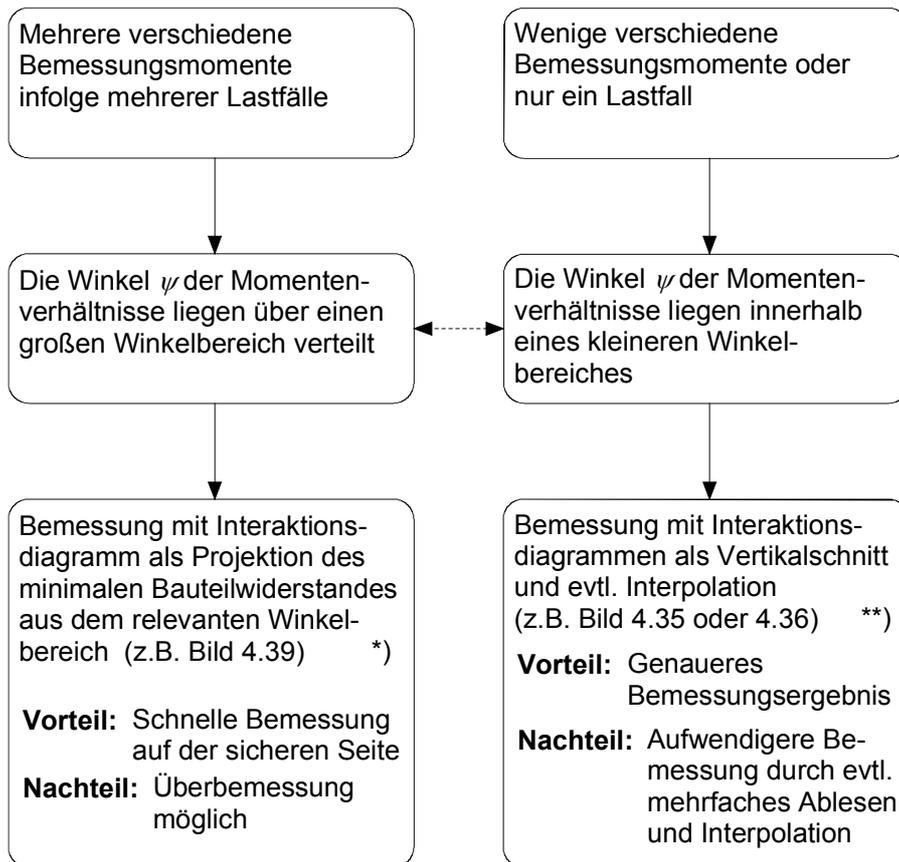
$v_{Sd}$ [-]	$l_{0,z}/h$ $= l_{0,y}/b$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert ( $\omega_{tot,ex} \leq 2,0$ )	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert ( $\omega_{tot,ex} \leq 2,0$ )
0 bis -2,0	0 bis 10	0 bis 15	+0,0552 (+0,0127)	+0,2764 (+0,0722)
			-0,0057 (-0,0015)	-0,1775 (-0,0283)
		15 bis 30	+0,0503 (+0,0124)	+0,2963 (+0,0718)
			-0,0125 (-0,0039)	-0,1432 (-0,0368)
		30 bis 45	+0,0454 (+0,0118)	+0,2683 (+0,0816)
			-0,0139 (-0,0047)	-0,0558 (-0,0164)
	0 bis 45	+0,4185 (+0,0365)	+0,4986 (+0,0863)	
	0,0000 (0,0000)			
	10 bis 20	0 bis 15	+0,0833 (+0,0188)	+0,5799 (+0,1506)
			-0,0274 (-0,0029)	-0,1887 (-0,0474)
		15 bis 30	+0,0837 (+0,0164)	+0,5690 (+0,1663)
			-0,0125 (-0,0041)	-0,1432 (-0,0385)
		30 bis 45	+0,0838 (+0,0162)	+0,5524 (+0,1790)
			-0,0139 (-0,0048)	-0,0558 (-0,0170)
	0 bis 45	+0,4309 (+0,0435)	+0,6612 (+0,1568)	
	0,0000 (0,0000)			
	20 bis 30	0 bis 15	+0,0585 (+0,0124)	+0,9014 (+0,1953)
			-0,0274 (-0,0034)	-0,1947 (-0,0552)
		15 bis 30	+0,0570 (+0,0106)	+0,8468 (+0,1970)
			-0,0125 (-0,0044)	-0,1432 (-0,0407)
		30 bis 45	+0,0564 (+0,0098)	+0,8357 (+0,1972)
			-0,0139 (-0,0051)	-0,0558 (-0,0179)
	0 bis 45	+0,4435 (+0,0414)	+0,9930 (+0,1834)	
	0,0000 (0,0000)			
30 bis 40	0 bis 15	+0,0442 (+0,0047)	+0,8513 (+0,1112)	
		-0,0095 (-0,0032)	-0,1956 (-0,0599)	
	15 bis 30	+0,0442 (+0,0035)	+0,8339 (+0,0992)	
		-0,0125 (-0,0046)	-0,1432 (-0,0425)	
	30 bis 45	+0,0308 (+0,0029)	+0,8045 (+0,0939)	
		-0,0139 (-0,0053)	-0,0558 (-0,0185)	
0 bis 45	+0,4579 (+0,0281)	+0,9308 (+0,1115)		
0,0000 (0,0000)				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Tab. 4.2: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen vertafelten Ersatzlängen und benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ). Schrittweite der vertafelten bezogenen Ersatzlängen ist hierbei 5.

$v_{sd} [-]$	$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b [-]$	$\psi [^\circ]$	$\Delta\omega_{tot}$	$\Delta\omega_{tot}^*)$
			interpoliert ( $\omega_{tot,ex} \leq 2,0$ )	nicht interpoliert ( $\omega_{tot,ex} \leq 2,0$ )
0 bis -2,0	0 bis 10	0 bis 15	+0,0355 (+0,0055)	+0,2165 (+0,0379)
			-0,0057 (-0,0015)	-0,1775 (-0,0283)
		15 bis 30	+0,0226 (+0,0033)	+0,1570 (+0,0342)
			-0,0125 (-0,0039)	-0,1432 (-0,0368)
		30 bis 45	+0,0247 (+0,0027)	+0,1164 (+0,0308)
			-0,0139 (-0,0047)	-0,0558 (-0,0164)
	0 bis 45	+0,4130 (+0,0309)	+0,4461 (+0,0529)	
	0,0000 (0,0000)			
	10 bis 20	0 bis 15	+0,0374 (+0,0066)	+0,2781 (+0,0630)
			-0,0274 (-0,0030)	-0,1887 (-0,0479)
		15 bis 30	+0,0231 (+0,0037)	+0,2455 (+0,0587)
			-0,0125 (-0,0042)	-0,1432 (-0,0385)
		30 bis 45	+0,0185 (+0,0034)	+0,2253 (+0,0645)
			-0,0139 (-0,0049)	-0,0558 (-0,0171)
	0 bis 45	+0,4240 (+0,0352)	+0,4947 (+0,0803)	
	0,0000 (0,0000)			
	20 bis 30	0 bis 15	+0,0375 (+0,0036)	+0,3322 (+0,0708)
			-0,0274 (-0,0038)	-0,1947 (-0,0562)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0024)	+0,2862 (+0,0618)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0410)
		30 bis 45	+0,0156 (+0,0021)	+0,2543 (+0,0635)
			-0,0139 (-0,0051)	-0,0558 (-0,0180)
	0 bis 45	+0,4358 (+0,0355)	+0,5392 (+0,0848)	
	0,0000 (0,0000)			
30 bis 40	0 bis 15	+0,0231 (+0,0014)	+0,3136 (+0,0448)	
		-0,0095 (-0,0033)	-0,1979 (-0,0604)	
	15 bis 30	+0,0193 (+0,0009)	+0,2845 (+0,0366)	
		-0,0125 (-0,0046)	-0,1432 (-0,0426)	
	30 bis 45	+0,0104 (+0,0006)	+0,2518 (+0,0300)	
		-0,0139 (-0,0053)	-0,0558 (-0,0186)	
0 bis 45	+0,4579 (+0,0258)	+0,5750 (+0,0544)		
0,0000 (0,0000)				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

## 4.7 Auswahl des geeigneten Bemessungsdiagramms

Eine klare Abgrenzung zur Auswahl des Bemessungsdiagramms kann nicht angegeben werden. Letztendlich ist es immer ein Abwägen zwischen wenig Aufwand mit einem evtl. sehr auf der sicheren Seite liegenden Ergebnis (kleinster Bauteilwiderstand) und etwas mehr Aufwand, dafür aber mit einem genaueren Ergebnis (Vertikalschnitte mit Interpolation). Als Hilfestellung kann Bild 4.46 verwendet werden.



\*) Der berücksichtigte, d. h. relevante Winkelbereich wird reduziert auf  
 -  $\psi = 0$  bis  $45^\circ$  bei  $90^\circ$ -Rotationssymmetrie bzw.  
 -  $\psi = 0$  bis  $90^\circ$  bei  $180^\circ$ -Rotationssymmetrie  
 des Systems um die geometrischen Hauptachsenrichtungen.

\*\*) Die Winkeldifferenz zwischen zwei benachbarten Vertikalschnitten ist  
 -  $15^\circ$  bei  $90^\circ$ -Rotationssymmetrie  
 (4 Schnitte für Winkelbereich  $\psi = 0$  bis  $45^\circ$ ) bzw.  
 -  $18^\circ$  bei  $180^\circ$ -Rotationssymmetrie  
 (6 Schnitte für Winkelbereich  $\psi = 0$  bis  $90^\circ$ )  
 des Systems um die geometrischen Hauptachsenrichtungen.  
 Zwischen den Interaktionsdiagrammen kann linear interpoliert werden.

Bild 4.46: Auswahl des geeigneten Bemessungsdiagramms



## 5 Anwendung in der Praxis

### 5.1 Allgemeines

Zunächst soll anhand eines Beispiels die Arbeitsweise mit den Bemessungsdiagrammen gezeigt werden. Anschließend werden Rechenergebnisse mit durchgeführten Versuchen anderer Forscher verglichen. Den Abschluss bilden Gegenrechnungen mit kommerziellen Programmen.

Bezüglich Bewehrungsrichtlinien, Betondeckung und anderer konstruktiver Details sei an dieser Stelle auf die Normen verwiesen. Einige konstruktive Angaben für bügelbewehrte Druckglieder sind nachfolgend wiedergegeben.

#### 5.1.1 Querschnittsabmessungen

Die in Tab. 5.1 gegebenen Mindestabmessungen sind einzuhalten. Wenn das maximal zulässige Seitenverhältnis überschritten wird, so handelt es sich nicht mehr um eine Stütze sondern um eine Wand.

Tab. 5.1: Maximales Seitenverhältnis und minimale Seitenlänge des Stützenquerschnitts

	[ENV 1992-1-1 - 92]	[DIN 1045-1 - 01]	[DIN 1045 - 88] *)
$b/h$ wobei $b \geq h$	$\leq 4$	$\leq 4$	$\leq 5$
$h_{\min}$ bzw. $b_{\min}$ [cm]	Örtlich stehend hergestellte Stützen mit Vollquerschnitt		
	20	20	20
	Werksseitig liegend hergestellte Stützen mit Vollquerschnitt		
	14	12	14
*) Nach [DAfStb-Richtlinie - 95] muss für hochfesten Beton $\lambda \leq 100$ sein			

#### 5.1.2 Längsbewehrung

Bei unbewehrten Druckgliedern sind zusätzliche besondere Regelungen, wie z. B. die Begrenzung der klaffenden Fuge, zu berücksichtigen. Ansonsten ist in Stützen eine Mindestlängsbewehrung (Tab. 5.2) einzuhalten. Die Angaben zur Maximalbewehrung gelten auch im Bereich von Übergreifungsstößen.

Tab. 5.2: Minimaler und maximaler geometrischer Längsbewehrungsgrad und Minstdurchmesser

	[ENV 1992-1-1 - 92]	[DIN 1045-1 - 01]	[DIN 1045 - 88] *)
$A_{s,l}$	$\geq 0,3\% \cdot A_c$ $\geq 0,15 \cdot N_{Sd} / f_{yd}$	$\geq 0,3\% \cdot A_c$ $\geq 0,15 \cdot N_{Sd} / f_{yd}$	$\geq 0,4(0,5)\% \cdot \text{erf. } A_b$ auf der mehr gezogenen bzw. weniger gedrück- ten Querschnittsseite $\geq 0,8(1,0)\% \cdot \text{erf. } A_b$
	$\leq 8\% \cdot A_c$	$\leq 9\% \cdot A_c$	$\leq 9\% \cdot A_b$ ab B25 $\leq 5\% \cdot A_b$ für B15
$d_{s,l}$ [mm]	$\geq 12$	$\geq 12$	$\geq 12$ $\geq 10$ wenn $h_{\min}, b_{\min} < 20$ cm

\*) Werte in Klammern gelten nach [DAfStb-Richtlinie - 95] für hochfesten Beton

In Kreisquerschnitten sind mindestens 6 Längsstäbe gleichmäßig auf den Umfang verteilt anzuordnen.

### 5.2 Bemessungsbeispiel

Die in Bild 5.1 dargestellte Stahlbetonstütze ist mit den angegebenen Schnittgrößen nach [ENV 1992-1-1 - 92] zu bemessen.

Sie hat über die gesamte Stützhöhe den gleich bleibenden Querschnitt gemäß Bild 5.2 . Die Längsbewehrung soll gleichmäßig auf die vier Ecken konzentriert angeordnet werden. Im Rahmen dieses Beispiels werden die konstruktiven Regeln zur Bügelbewehrung nicht näher behandelt.

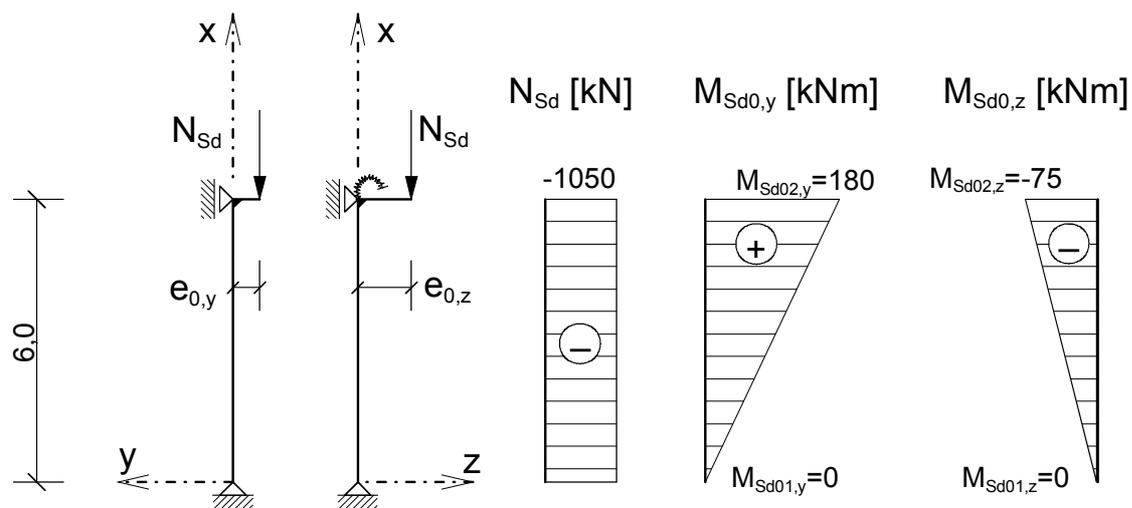


Bild 5.1: System und Schnittgrößen der Beispielstütze

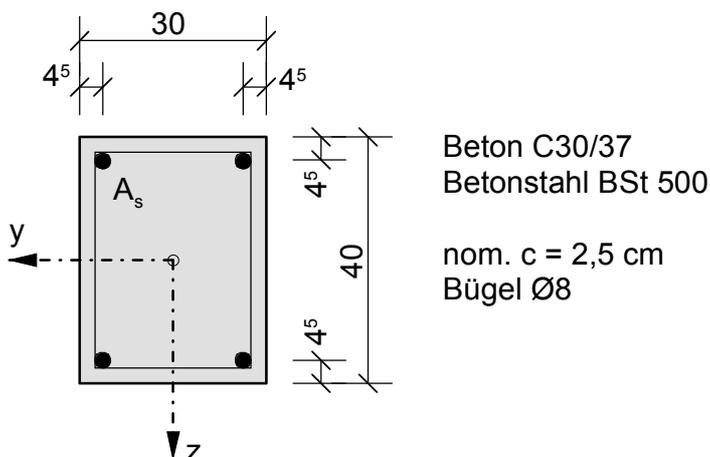


Bild 5.2: Vorgesehener Querschnitt und Baustoffe der Beispielstütze

Vorab ergab die Ermittlung der Knicklängenbeiwerte

$$\beta_z = 0,83$$

$$\beta_y = 1,0$$

Die Ersatzlängen in den beiden Koordinatenrichtungen sind somit

$$l_{0,z} = \beta_z \cdot l_{\text{col}} = 0,83 \cdot 6,0 = 4,98 \text{ m}$$

$$l_{0,y} = \beta_y \cdot l_{\text{col}} = 1,0 \cdot 6,0 = 6,0 \text{ m}$$

Die mittleren Drittel der Ersatzlängen überschneiden sich am wirklichen System, d. h. die Annahme der virtuellen räumlichen Modellstütze als Ersatzsystem ist gerechtfertigt.

Auf die jeweilige Querschnittsseite bezogen ergibt sich

$$\frac{l_{0,z}}{h} = \frac{4,98}{0,4} = 12,45 \approx 12,5$$

$$\frac{l_{0,y}}{b} = \frac{6,0}{0,3} = 20$$

Die bezogenen Randabstände der Bewehrung sind

$$\frac{h_1}{h} = \frac{h_2}{h} = \frac{4,5}{40} = 0,1125 \rightarrow \text{gew. } 0,15 \text{ (zur sicheren Seite)}$$

$$\frac{b_1}{b} = \frac{b_2}{b} = \frac{4,5}{30} = 0,15$$

Als Eingangsgrößen für die Bemessungstabellen nach Th. II. O. sind die bezogenen Schnittgrößen erforderlich.

$$\nu_{\text{Sd}} = \frac{N_{\text{Sd}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{-1050 \cdot 10^{-3}}{0,30 \cdot 0,40 \cdot 30/1,5} = -0,4375$$

Es werden jeweils die größten äußeren Momente in den mittleren Dritteln der Ersatzlängen ersatzweise als konstant angesetzt.

$$M_{\text{Sd0,y}} = 0,6 \cdot M_{\text{Sd02,y}} + 0,4 \cdot M_{\text{Sd01,y}} = 0,6 \cdot 180 + 0,4 \cdot 0 = 108 \text{ kNm}$$

$$\mu_{\text{Sd0,y}} = \frac{|M_{\text{Sd0,y}}|}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{108 \cdot 10^{-3}}{0,30 \cdot 0,40^2 \cdot 30/1,5} = 0,1125$$

$$M_{\text{Sd0,z}} = 0,6 \cdot M_{\text{Sd02,z}} + 0,4 \cdot M_{\text{Sd01,z}} = 0,6 \cdot -75 + 0,4 \cdot 0 = -45 \text{ kNm}$$

$$\mu_{\text{Sd0,z}} = \frac{|M_{\text{Sd0,z}}|}{A_c \cdot b \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{45 \cdot 10^{-3}}{0,30^2 \cdot 0,40 \cdot 30/1,5} = 0,0625$$

$$\mu_{\text{Sd0}} = \sqrt{\mu_{\text{Sd0,y}}^2 + \mu_{\text{Sd0,z}}^2} = \sqrt{0,1125^2 + 0,0625^2} = 0,1287$$

Der Winkel des Momentenverhältnisses ergibt sich zu

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{\text{Sd0,z}}}{\mu_{\text{Sd0,y}}} \right) = \text{atan} \left( \frac{0,0625}{0,1125} \right) = 29,1^\circ$$

Bemessungsdiagramme stehen unter den Winkeln  $\psi = 18^\circ$  und  $36^\circ$  als Vertikalschnitte zur Verfügung. Deshalb wird in beiden Diagrammen (Bild 5.3) der entsprechende mechanische Bewehrungsgrad abgelesen und dazwischen linear interpoliert.

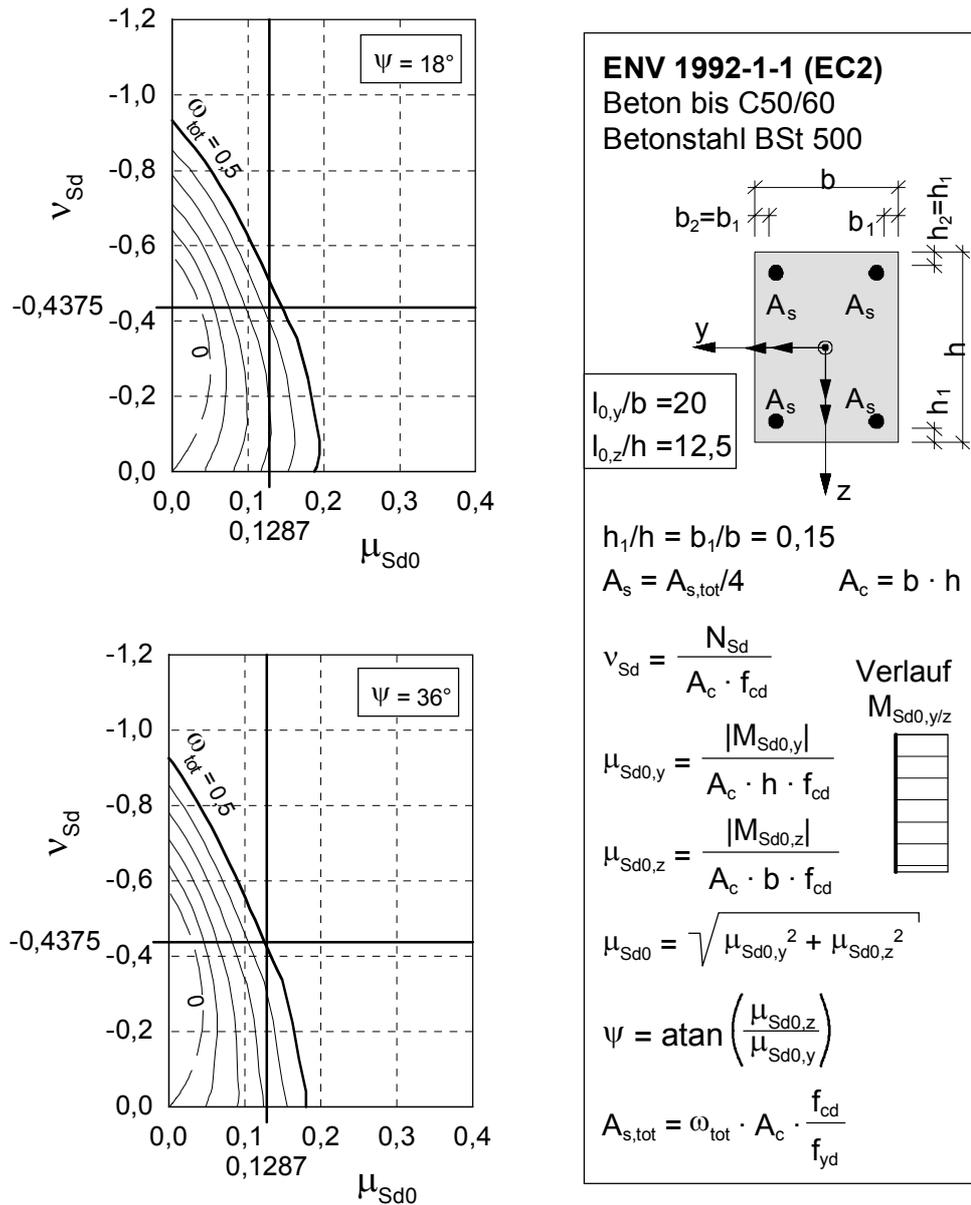


Bild 5.3: Ausschnitte der vertikalen Bemessungsdiagramme für die Beispielstütze nach Th. II. O.

$$\omega_{tot}(18^\circ) \approx 0,44$$

$$\omega_{tot}(36^\circ) \approx 0,51$$

Durch lineare Interpolation mit Gl. (4.401) erhält man

$$\omega_{tot}(29,1^\circ) \approx 0,44 + \frac{0,51 - 0,44}{36^\circ - 18^\circ} \cdot (29,1^\circ - 18^\circ) = 0,483$$

Es ist noch zu überprüfen, ob evtl. die Querschnittsbemessung mit dem größten Biegemoment nach Th. I. O. maßgebend wird (hier am Stützenkopf).

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{|M_{Sd02,y}|}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{180 \cdot 10^{-3}}{0,30 \cdot 0,40^2 \cdot 30 / 1,5} = 0,1875$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{|M_{Sd02,z}|}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{0,30^2 \cdot 0,40 \cdot 30 / 1,5} = 0,1042$$

$$\mu_{Sd0} = \sqrt{\mu_{Sd0,y}^2 + \mu_{Sd0,z}^2} = \sqrt{0,1875^2 + 0,1042^2} = 0,2145$$

Der Winkel des Momentenverhältnisses ergibt sich zu

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd0,z}}{\mu_{Sd0,y}} \right) = \text{atan} \left( \frac{0,1042}{0,1875} \right) = 29,1^\circ$$

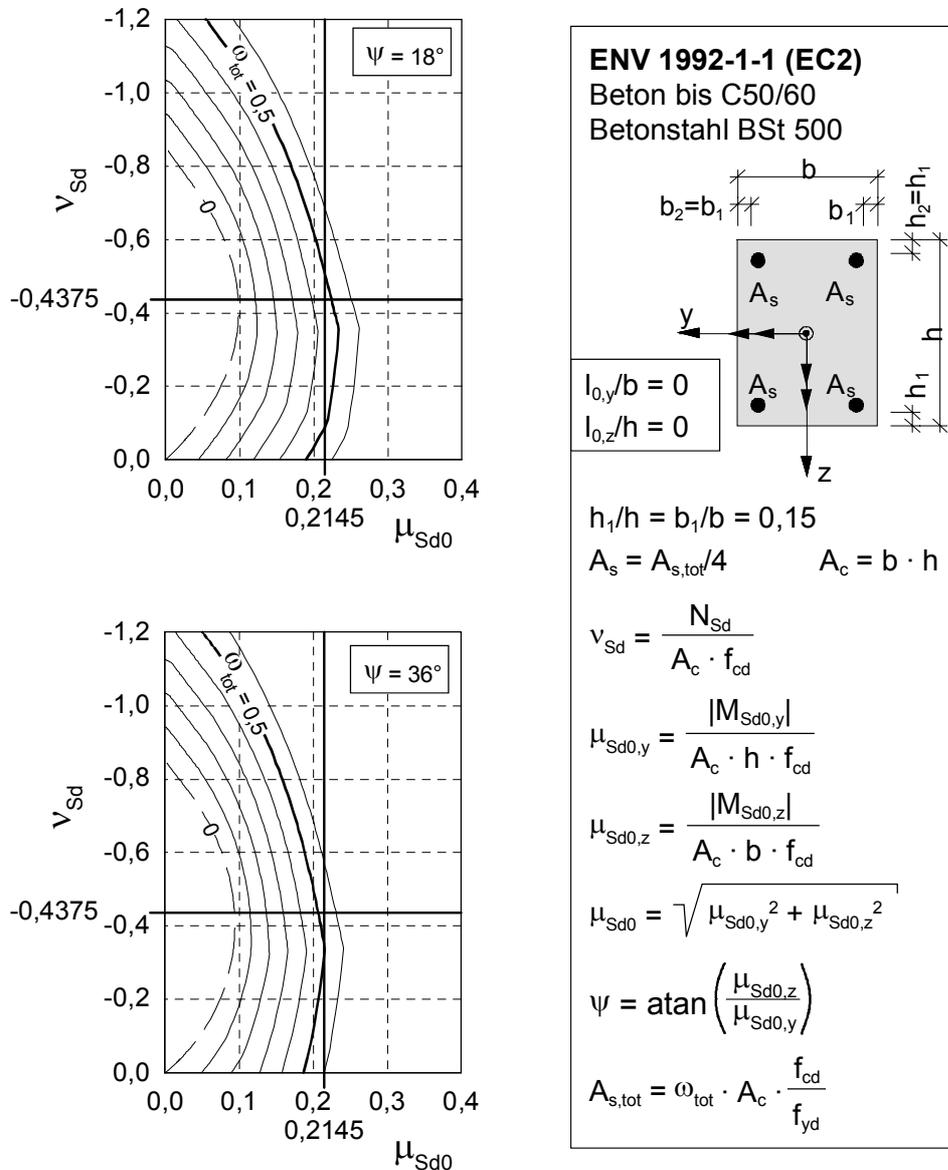


Bild 5.4: Ausschnitte der vertikalen Bemessungsdiagramme für die Beispielstütze nach Th. I. O.

Folgende mechanischen Bewehrungsgrade werden abgelesen

$$\omega_{\text{tot}}(18^\circ) \approx 0,46$$

$$\omega_{\text{tot}}(36^\circ) \approx 0,54$$

Durch lineare Interpolation mit Gl. (4.401) erhält man

$$\omega_{\text{tot}}(29,1^\circ) \approx 0,46 + \frac{0,54 - 0,46}{36^\circ - 18^\circ} \cdot (29,1^\circ - 18^\circ) = \underline{0,509} > 0,483$$

Damit wird die Bemessung mit dem größten Biegemoment nach Th. I. O. maßgebend.

Der gesuchte Bewehrungsquerschnitt ergibt sich zu

$$A_{s,\text{tot}} = \omega_{\text{tot}} \cdot A_c \cdot \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} = 0,509 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \frac{30/1,5}{500/1,15} = 28,1 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{A_{s,\text{tot}}}{4} = \frac{28,1}{4} = 7,03 \text{ cm}^2$$

Gewählt 1Ø25 + 1Ø16 je Ecke mit  $A_s = 4,91 + 2,01 = 6,92 \text{ cm}^2$  bzw.  $A_{s,\text{tot}} = 27,7 \text{ cm}^2$

Das genauere rechnerische Programmresultat wäre zum Vergleich

$$A_{s,\text{tot}} = 28,4 \text{ cm}^2 \quad (\omega_{\text{tot,ex}} = 0,5146)$$

Somit beträgt der Fehler  $\Delta A_{s,\text{tot}} = 28,1 - 28,4 = -0,3 \text{ cm}^2$

und ist vernachlässigbar gering zur unsicheren Seite.

Die Überprüfung des Randabstandes der Bewehrung ergibt

$$\frac{h_1}{h} = \frac{h_2}{h} = \frac{6,0}{40} = 0,15 \text{ (vorhanden) und entspricht damit dem gewählten Abstand.}$$

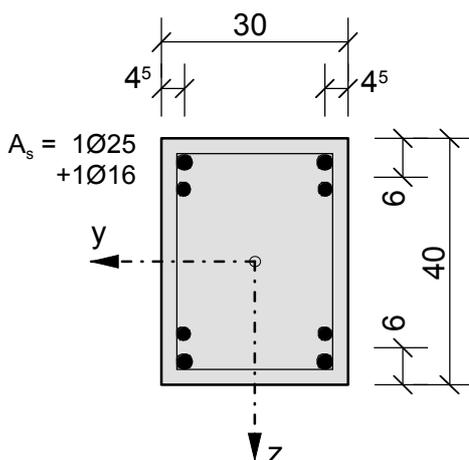


Bild 5.5: Gewählte Bewehrung der Beispielstütze

### 5.3 Vergleich mit Versuchsergebnissen

Die Vergleichsrechnungen erfolgen auf Grundlage von [ENV 1992-1-1 - 92] für verschiedene Betonarbeitslinien, wobei die Teilsicherheitsbeiwerte für die Baustoffe  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  jeweils mit 1,0 angesetzt werden. Der Abminderungsfaktor  $\alpha$  wird nur bei Verwendung der Betonarbeitslinie für die Bemessung (P.-R.-Diagramm) mit 0,85 angesetzt. Besondere Einflüsse der Versuchsdurchführung werden in den entsprechenden Kapiteln angesprochen.

Als charakt. Druckfestigkeit des Betons wird die in den Versuchsdokumentationen ausgewiesene Prismenfestigkeit (am Verwuchsdatum) angesetzt. Für den Betonstahl gilt die rechnerische bilineare Arbeitslinie gemäß Kap. 2.3.4 .

#### 5.3.1 Vergleich zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H265 - 76]

In insgesamt 18 Großversuchen wurden 10 Stahlbetonstützen mit quadratischem und 8 mit rechteckigem (Seitenverhältnis 1:1,5) Querschnitt unter schiefer Biegung geprüft. Es handelte sich dabei um an beiden Enden gelenkig gelagerte Stützen mit einer Länge von 5m. Die Bewehrung aus gleichen Stabdurchmessern je Querschnitt wurde als Einzelstäbe in den Ecken konzentriert angeordnet (Bild 5.6). Die Betonstahlgüte der ersten acht Versuche war BSt 220 (BSt I), die der restlichen zehn BSt 420/500 (BSt III).

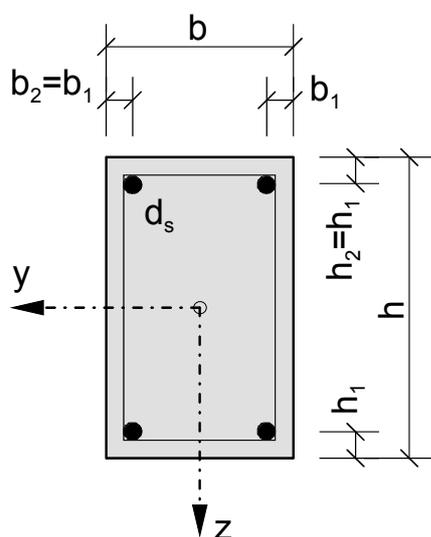


Bild 5.6: Querschnittsform der Versuchsreihe nach [DAfStb-H265 - 76]

Tab. 5.3: Rechnerisch angesetzte Größen zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H265 - 76]

Stütze	Beton güte $f_{ck}$ *)	Beton stahl- güte BSt	$b$ [cm]	$h$ [cm]	$b_1/b$ [-]	$h_1/h$ [-]	$d_s$ [mm]	$l_{0,y}/b$ [-]	$l_{0,z}/h$ [-]	$e_{0,y}$ [cm]	$e_{0,z}$ [cm]
S IIIa	42,2	220	17,25	17,30	0,122	0,123	10	29,8	29,7	4,31	4,31
S IIIb	33,2		17,10	17,70	0,117	0,130	10	30,1	29,1	1,48	1,48
S IIIc	32,8		17,15	17,50	0,117	0,124	10	30,0	29,4	8,63	8,63
S III d	35,8		17,20	17,45	0,122	0,128	10	29,9	29,5	2,40	0,99
S IVa	26,9		17,30	17,50	0,145	0,149	14	29,7	29,4	6,10	2,53
S IVb	29,7		17,15	17,20	0,140	0,141	14	30,0	29,9	12,1	5,01
S IVc	36,4		17,10	17,20	0,135	0,137	14	30,1	29,9	2,40	0,99
S IVd	42,6		17,20	17,60	0,172	0,179	20	29,9	29,2	6,19	2,56
S Va	34,9		420	17,30	17,30	0,142	0,142	10	29,7	29,7	6,10
S Vb	42,4	17,30		17,35	0,139	0,140	10	29,7	29,7	4,31	4,31
S VI	34,5	17,25		26,80	0,149	0,101	12	29,8	19,2	3,37	8,13
S VII	29,7	17,30		26,70	0,143	0,097	12	29,7	19,3	6,12	6,12
S VIII	27,8	17,25		26,70	0,139	0,094	12	29,8	19,3	1,65	3,98
S IX	29,3	17,30		26,60	0,139	0,090	12	29,7	19,3	3,06	3,06
S X	28,7	17,35		26,65	0,183	0,114	20	29,7	19,3	3,32	8,02
S XI	29,4	17,50		26,70	0,183	0,115	20	29,4	19,3	6,19	6,19
S XII	25,4	17,40		26,55	0,184	0,116	20	29,6	19,4	1,66	4,02
S XIII	25,7	17,37		26,50	0,180	0,117	20	29,6	19,4	3,08	3,08

\*) Geprüfte Prismenfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>] am Versuchsdatum

Bild 5.7 zeigt die berechneten Traglastkurven exemplarisch für Versuch S IIIb.

Der Winkel des Vertikalschnittes ergibt sich dabei aus Gl. (4.400) zu

$$\psi = \operatorname{atan} \left( \frac{M_{Sd0,z}}{M_{Sd0,y}} \cdot \frac{h}{b} \right) = \operatorname{atan} \left( \frac{e_{0,y} \cdot N_{Sd}}{e_{0,z} \cdot N_{Sd}} \cdot \frac{h}{b} \right) = \operatorname{atan} \left( \frac{e_{0,y}}{e_{0,z}} \cdot \frac{h}{b} \right) = \operatorname{atan} \left( \frac{1,48}{1,48} \cdot \frac{17,7}{17,1} \right) = 46^\circ$$

und der mechanische Bewehrungsgrad ist

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{A_{s,\text{tot}}}{A_c} \cdot \frac{f_{yk}}{f_{ck}} = \frac{4 \cdot 0,79}{17,1 \cdot 17,7} \cdot \frac{220}{33,2} = 0,0692$$

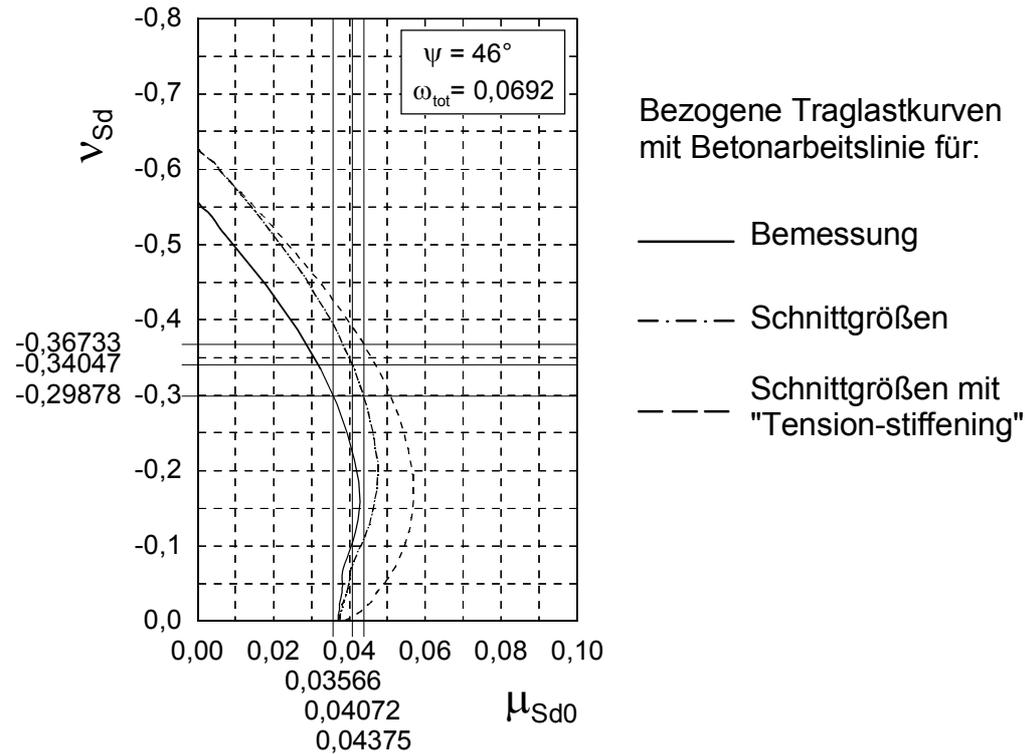


Bild 5.7: Berechnete Traglastkurven für Versuch S IIIb aus der Versuchsreihe [DAfStb-H265 - 76]

Indem man die vorgegebene planmäßige Lastausmitte

$$e_{0,y} = \frac{\mu_{Sd0,z}}{v_{Sd}} \cdot b \quad \text{oder}$$

$$e_{0,z} = \frac{\mu_{Sd0,y}}{v_{Sd}} \cdot h$$

in der zu Bild 5.7 gehörenden Wertetabelle durch Interpolation einschaltet, ergeben sich die entsprechenden Traglasten zu

$$N_{\text{cal,B}} = v_{Sd} \cdot A_c \cdot f_{ck} = -0,29878 \cdot 0,177 \cdot 0,171 \cdot 33,2 \cdot 10^3 = -300 \text{ kN}$$

$$N_{\text{cal,S}} = -0,34047 \cdot 0,177 \cdot 0,171 \cdot 33,2 \cdot 10^3 = -342 \text{ kN}$$

$$N_{\text{cal,SZ}} = -0,36733 \cdot 0,177 \cdot 0,171 \cdot 33,2 \cdot 10^3 = -369 \text{ kN}$$

Die Komponenten des bezogenen Momentes  $\mu_{Sd0}$  (Betrag) stehen in der Wertetabelle und sind definiert durch

$$\mu_{Sd0,y} = \cos(\psi) \cdot \mu_{Sd0}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \sin(\psi) \cdot \mu_{Sd0}$$

Tab. 5.4: Vergleich der Traglasten zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H265 - 76]

Stütze	$ N_{Exp} $ [kN]	$ N_{cal,SZ} $ [kN]	$ N_{cal,S} $ [kN]	$ N_{cal,B} $ [kN]	$\frac{N_{cal,SZ}}{N_{Exp}}$	$\frac{N_{cal,S}}{N_{Exp}}$	$\frac{N_{cal,B}}{N_{Exp}}$
S IIIa	115	181	139	132	1,57	1,21	1,15
S IIIb	332	369	342	300	1,11	1,03	0,90
S IIIc	54	74,2	57,1	54,2	1,37	1,06	1,00
S III d *)	220	347	311	278	1,58	1,41	1,26
S IVa	130	169	151	140	1,30	1,16	1,08
S IVb	75	85	78	75	1,13	1,04	1,00
S IVc	296	382	353	321	1,29	1,19	1,08
S IVd	224	266	246	236	1,19	1,10	1,05
S Va	125	161	129	121	1,29	1,03	0,97
S Vb	150	195	155	147	1,30	1,03	0,98
S VI	270	317	265	245	1,17	0,98	0,91
S VII	173	220	180	167	1,27	1,04	0,97
S VIII	450	483	437	382	1,07	0,97	0,85
S IX	376	405	339	298	1,08	0,90	0,79
S X	460	413	389	362	0,90	0,85	0,79
S XI	304	327	310	290	1,08	1,02	0,95
S XII	550	564	531	477	1,03	0,97	0,87
S XIII	450	463	433	394	1,03	0,96	0,88
Mittelwert					1,19	1,03	0,95
Standardabweichung					0,16	0,10	0,10
*) Dieser Versuch wurde bei der statistischen Auswertung außer Acht gelassen							
$N_{Exp}$	Traglast im Versuch						
$N_{cal,SZ}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Schnittgrößenermittlung und Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug						
$N_{cal,S}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Schnittgrößenermittlung						
$N_{cal,B}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Bemessung						

Aus dem Vergleich der rechnerischen Traglasten mit den experimentell ermittelten (Tab. 5.4) ist ersichtlich, dass mit Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug ( $N_{cal,SZ}$ ) die Traglasten teilweise deutlich (bis zu 58%) überschätzt werden. Bessere Werte erhält man, wenn in dem Ansatz gemäß Bild 2.5 entweder gar kein oder ein steiler abfallender Ast angenommen wird. Sie werden jedoch immer über den Werten  $N_{cal,S}$  (ohne "Tension-stiffening"-Effekt) liegen. Es zeigt sich mit Ansatz der parabelrechteck-förmigen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung (Bild 2.2) des Betons eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Die meisten Werte liegen etwas auf der sicheren Seite. Bei der Nachrechnung des Versuch S III d ergab sich auch in [DAfStb-H265 - 76] ein Wert ziemlich deutlich auf der unsicheren Seite und wurde deshalb in der statistischen Auswertung außer Acht gelassen.

### 5.3.2 Vergleich zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H423 - 92]

Bei dieser Serie handelte es sich um insgesamt 12 Großversuche an zweiachsig ausmittig gedrückten, gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen. Die Abmessungen wurden dabei gezielt so gewählt, dass sich sehr unterschiedliche Schlankheiten in den Achsenrichtungen ergaben. Es sollte speziell dieser Extrembereich untersucht werden um theoretische Erkenntnisse abzusichern, wie z. B. das Unterschätzen des Seitwärtsknickens [DAfStb-H361 - 85] bei üblichen Näherungsverfahren.

Die Stützen mit einer Länge von 8m wurden horizontal liegend geprüft, wobei beide Stützenenden durch Stahlseile an eine Rahmenkonstruktion angehängt waren. Der Einfluss dieser speziellen Lagerung wird in der Versuchsnachrechnung nicht berücksichtigt. Die Bewehrung der Güte BSt 420/500 besteht aus gleichen Stabdurchmessern im Querschnitt und wurde gemäß dem Schema in Bild 5.8 annähernd gleichmäßig auf die zwei längeren Seiten verteilt angeordnet. Die Versuchsstützen ZK9 und ZK12 entsprechen geometrisch den Stützen ZK10 bzw. ZK11. Sie wurden zum Zwecke der Rissbildung mit 400kN einachsig exzentrisch vorbelastet. Die rechnerischen Traglasten sind in Tab. 5.6 den experimentell ermittelten gegenübergestellt. Auch hier ergibt sich mit  $N_{cal,SZ}$  eine zum Teil deutliche Überschätzung der Traglasten (bis zu 49%). Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen sollte daher - zumindest beim Tragfähigkeitsnachweis - nicht angesetzt werden. Abgesehen von den ersten beiden und dem letzten Versuch, zeigt sich mit Ansatz der parabel-rechteck-förmigen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung (Bild 2.2) des Betons eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen.

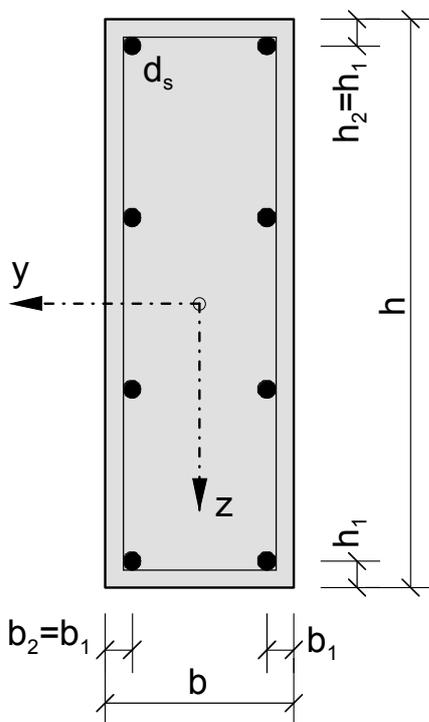


Bild 5.8: Querschnittsform der Versuchsreihe nach [DAfStb-H423 - 92]

Tab. 5.5: Rechnerisch angesetzte Größen zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H423 - 92]

Stütze	Beton güte $f_{ck}$ *)	Beton stahl- güte BSt	$b$ [cm]	$h$ [cm]	$b_1/b$ [-]	$h_1/h$ [-]	$d_s$ [mm]	$l_{0,y}/b$ [-]	$l_{0,z}/h$ [-]	$e_{0,y}$ [cm]	$e_{0,z}$ [cm]
ZK1	28,5	420	15	75	0,213	0,043	12	53,3	10,7	0,75	43,0
ZK2	28,2		15	75	0,213	0,043	12	53,3	10,7	0,75	54,0
ZK3	26,2		15	75	0,22	0,044	16	53,3	10,7	1,75	54,0
ZK4	24,8		15	75	0,22	0,044	16	53,3	10,7	0,75	69,0
ZK5	28,5		20	60	0,183	0,057	12	40	13,3	2,9	29,0
ZK6	28,2		20	60	0,183	0,057	12	40	13,3	4,0	31,5
ZK7	25,9		20	60	0,188	0,058	16	40	13,3	2,5	32,5
ZK8	27,7		20	60	0,188	0,058	16	40	13,3	4,0	46,0
ZK9	28,5		20	60	0,188	0,058	16	40	13,3	2,9	29,0
ZK10	28,0		20	60	0,188	0,058	16	40	13,3	2,9	29,0
ZK11	25,9		15	75	0,22	0,044	16	53,3	10,7	0,75	43,0
ZK12	27,5		15	75	0,22	0,044	16	53,3	10,7	0,75	43,0

\*) Geprüfte Prismenfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>] am Versuchsdatum

Tab. 5.6: Vergleich der Traglasten zur Versuchsreihe nach [DAfStb-H423 - 92]

Stütze	$ N_{Exp} $ [kN]	$ N_{cal,SZ} $ [kN]	$ N_{cal,S} $ [kN]	$ N_{cal,B} $ [kN]	$\frac{N_{cal,SZ}}{N_{Exp}}$	$\frac{N_{cal,S}}{N_{Exp}}$	$\frac{N_{cal,B}}{N_{Exp}}$
ZK1	299	369	256	224	1,23	0,86	0,75
ZK2	268	302	229	204	1,13	0,85	0,76
ZK3	238	307	247	219	1,29	1,09	0,92
ZK4	258	289	258	232	1,12	1,05	0,90
ZK5	306	456	343	309	1,49	1,12	1,01
ZK6	275	387	288	261	1,41	1,05	0,95
ZK7	395	494	434	395	1,25	1,10	1,00
ZK8	313	368	332	310	1,18	1,06	0,99
ZK9 *)	412	533	450	411	1,18	1,09	1,00
ZK10	406	528	446	407	1,29	1,10	1,00
ZK11	300	396	312	270	1,30	1,04	0,90
ZK12 *)	362	410	319	280	1,32	0,88	0,77
Mittelwert					1,27	1,02	0,91
Standardabweichung					0,11	0,10	0,10

\*) Zum Zwecke der Rissbildung mit 400kN einachsig exzentrisch vorbelastet

$N_{Exp}$	Traglast im Versuch
$N_{cal,SZ}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Schnittgrößenermittlung und Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug
$N_{cal,S}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Schnittgrößenermittlung
$N_{cal,B}$	Rechnerische Traglast mit Betonarbeitslinie für die Bemessung

## 5.4 Programmgegenrechnungen

### 5.4.1 Gegenrechnung mit kommerziellen Programmen

Für die Vergleichsrechnungen kommen drei ausgewählte, in der Praxis häufig verwendete Programme zum Einsatz:

- Programm "B5C" (Stahlbetonstütze ein- und zweiachsig) Version 03'97 von [FriLo GmbH]
- Programm "406" (Allgemeines Stützsystem nach [DIN 1045 - 88]) aus Baustatik Version 8.30 von [mb AG]
- Programm "STAR3" (Berechnung und Bemessung von 3D-Stabwerken) aus Statikpaket Version 07/2000 von [Sofistik AG].

Zur Absicherung des Querschnittsverhaltens wurde das eigene Programm "Interak2" (Kap. 1.3) mit dem Programm "MASQUE" [DAfStb-H415 - 90] gegengerechnet (auf eine Darstellung wird hier verzichtet). Es traten hierbei keine Ergebnisabweichungen auf.

Aufgabenstellung:

Die Kragstütze gemäß Bild 5.9 soll mit verschiedenen Querschnittsformen (Bild 5.10) und am Stützenkopf ständig wirkenden Lasten (Tab. 5.7) bemessen werden. Diese sind daher gleichzeitig Gebrauchslasten. Die Eigenlast der Stütze wird vernachlässigt. Querschnitt und Bewehrung sind über die Stützenhöhe konstant. Als Baustoffe werden Beton B25 und BSt 500 S verwendet.

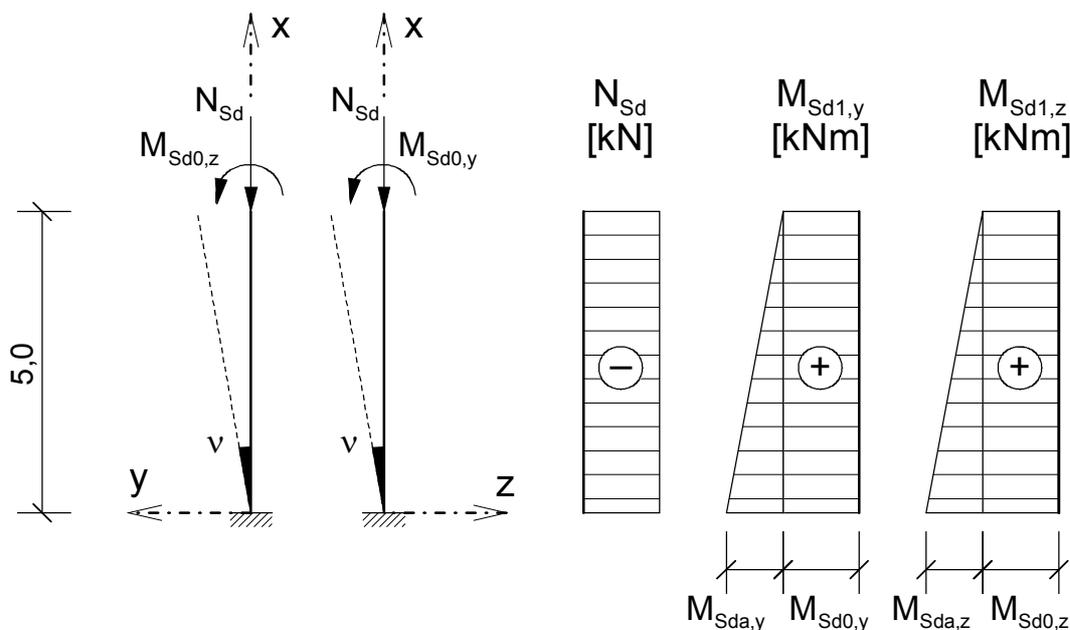


Bild 5.9: Kragstütze für die Gegenrechnung mit kommerziellen Programmen

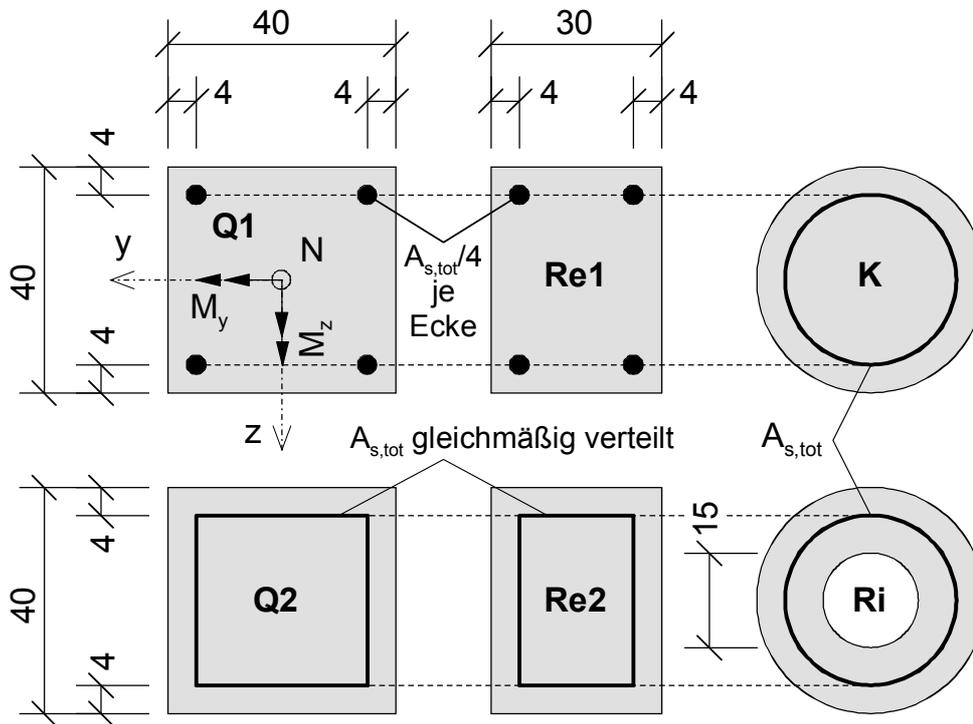


Bild 5.10: Verwendete Querschnittsformen der Kragstütze für die Programmgegenrechnungen

Tab. 5.7: Charakteristische Lasten (hier gleichzeitig Gebrauchslasten) am Stützenkopf bei verschiedenen Querschnittstypen

Typ	$N_k$ [kN]		$M_{k0,y}$ [kNm]		$M_{k0,z}$ [kNm]	
	Lastfall 1	Lastfall 2	Lastfall 1	Lastfall 2	Lastfall 1	Lastfall 2
Q1-y	-500	-800	50	20	0	0
Q1-yz			50	20	50	20
Q2-y			50	20	0	0
Q2-yz			50	20	50	20
Re1-y			50	20	0	0
Re1-yz			50	20	50	20
Re1-z			0	0	50	20
Re2-y			50	20	0	0
Re2-yz			50	20	50	20
Re2-z			0	0	50	20
K-y			50	20	0	0
K-yz			50	20	50	20
Ri-y			50	20	0	0
Ri-yz			50	20	50	20

Tab. 5.8: Vergleich der Bemessungsergebnisse mit kommerziellen Programmen

Typ	Erforderlicher Bewehrungsquerschnitt $A_{s,tot}$ [cm <sup>2</sup> ] nach Programm				B5C	"406"	STAR3	
	Interak2	B5C	"406"	STAR3	Interak2	Interak2	Interak2	
Lastfall 1	Q1-y	16,5	16,8	16,1	16,6	1,02	0,98	1,01
	Q1-yz	26,6	27,0	26,3	26,6	1,02	0,99	1,00
	Q2-y	23,9	-	23,5	23,8	-	0,98	1,00
	Q2-yz	37,2	-	37,0	37,2	-	0,99	1,00
	Re1-y	26,8	28,3	26,2	26,8	1,06	0,98	1,00
	Re1-yz	50,1	52,0	49,9	50,1	1,04	1,00	1,00
	Re1-z	44,3	45,4	44,0	44,2	1,02	0,99	1,00
	Re2-y	39,6	-	39,1	39,5	-	0,99	1,00
	Re2-yz	69,4	-	69,6	69,5	-	1,00	1,00
	Re2-z	59,8	-	60,0	60,3	-	1,00	1,01
	K-y	41,5	42,0	40,8	41,2	1,01	0,98	0,99
	K-yz	52,6	53,6	52,1	52,6	1,02	0,99	1,00
	Ri-y	42,0	43,0	41,4	41,8	1,02	0,99	1,00
	Ri-yz	53,3	54,7	52,9	53,4	1,03	0,99	1,00
Lastfall 2	Q1-y	16,1	18,6	16,2	16,6	1,16	1,01	1,03
	Q1-yz	22,6	25,0	22,2	22,7	1,11	0,98	1,00
	Q2-y	24,6	-	24,9	25,1	-	1,01	1,02
	Q2-yz	33,6	-	33,3	33,5	-	0,99	1,00
	Re1-y	43,4	46,4	42,6	43,7	1,07	0,98	1,01
	Re1-yz	56,4	59,4	55,6	56,4	1,05	0,99	1,00
	Re1-z	55,0	57,4	54,5	54,8	1,04	0,99	1,00
	Re2-y	61,7	-	60,7	61,5	-	0,98	1,00
	Re2-yz	77,2	-	77,1	77,5	-	1,00	1,00
	Re2-z	75,5	-	75,0	75,6	-	0,99	1,00
	K-y	49,8	52,6	49,3	49,9	1,06	0,99	1,00
	K-yz	56,9	59,8	56,1	56,8	1,05	0,99	1,00
	Ri-y	50,7	53,9	50,2	51,0	1,06	0,99	1,01
	Ri-yz	58,0	61,3	57,2	57,9	1,06	0,99	1,00
Mittelwert					1,05	0,99	1,00	
Standardabweichung					0,04	0,01	0,01	

Der Knicksicherheitsnachweis erfolgt auf Grundlage von [DIN 1045 - 88]. Dieser wird mit

- Bildung des Gleichgewichts am verformten System nach Th. II. O. unter  $\gamma$ -fachen Gebrauchslasten ( $\gamma = 1,75$ ) und anschließender Bemessung (dabei keine Material-sicherheit)
- Schnittgrößenermittlung unter 1,0-fachen Lasten nach Th. I. O. und anschließender Regelbemessung mit dehnungsabhängiger Material-sicherheit  $\gamma = 1,75 \dots 2,1$  (dies wird hier nicht maßgebend)

durchgeführt. Lasten und Abmessungen sind so gewählt, dass die Mindest- und Maximalbewehrung nicht maßgebend werden. Die ungewollte Ausmitte wird durch eine gleichzeitige Stützenschiefstellung in beide Achsenrichtungen mit  $\nu = 1/150$  rad berücksichtigt. Tab. 5.8 zeigt die numerischen Bemessungsergebnisse aller Programme im Vergleich.

Die Übereinstimmung der Bemessungsergebnisse von "Interak2" und der kommerziellen Programme kann als "sehr gut" bezeichnet werden. Die Abweichungen von "B5C" zur sicheren Seite lassen sich vermutlich auf den programminternen Ansatz der ungewollten Ausmitte nach [DIN 1045 - 88] zurückführen.

#### 5.4.2 Gegenrechnung zu [DAfStb-H332 - 82]

Olsen und Quast überprüfen in [DAfStb-H332 - 82] die Anwendungsgrenzen verschiedener, nach [DIN 1045 - 78] zulässiger Näherungsverfahren. Zu diesem Zweck vergleichen sie die Ergebnisse der vereinfachten Verfahren mit dem strengen Knicksicherheitsnachweis. Aus den vielen enthaltenen Parameterstudien soll anhand eines ausgewählten Beispiels (Bild 5.5, Seite 22 in [DAfStb-H332 - 82]) die Vergleichsrechnung mit dem eigenen Programm durchgeführt werden. Dabei kommt gleichzeitig auch der Einfluss des Seitwärtsknickens zum Ausdruck.

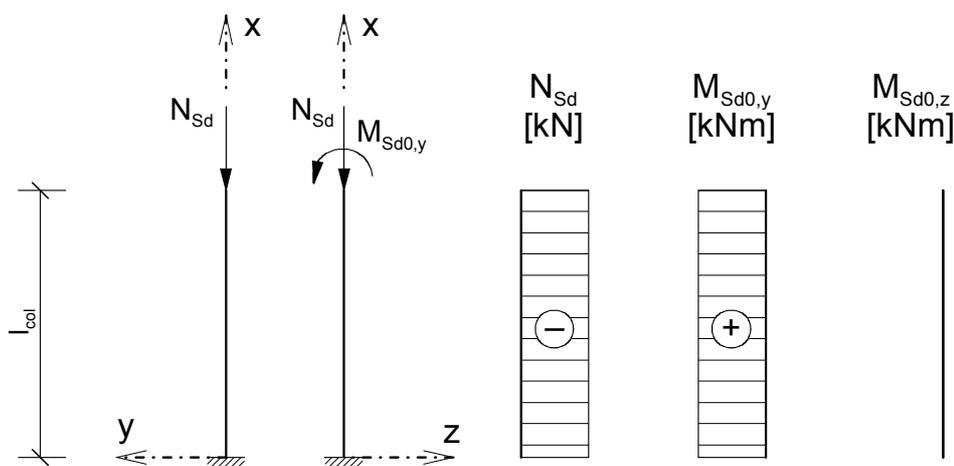


Bild 5.11: Beispielstütze zur Gegenrechnung von [DAfStb-H332 - 82]

Es handelt sich hierbei um eine frei stehende, in  $y$ -Richtung mittig gedrückte Kragstütze (Bild 5.11). Sie hat den gleichbleibenden Querschnitt gemäß Bild 5.12. Wegen des Rechteckquerschnittes mit einem Seitenverhältnis von  $b/h = 0,33$  tritt ein großer Schlankheitsunterschied zwischen den beiden Koordinatenrichtungen auf. Eine ungewollte Ausmitte wird nicht angesetzt.

Bild 5.13 zeigt die berechneten Traglastkurven ohne sowie mit Berücksichtigung der Knicklast nach Engesser (Kap. 2.5).

Die Knicklast in  $y$ -Richtung ist hier zu berücksichtigen, weil um die schwache  $z$ -Achse kein äußeres Moment und auch kein Zusatzmoment aus ungewollter Schiefstellung auftritt (ideal zentrisch gedrückt). Es liegt also in  $y$ -Richtung ein Knickproblem, in  $z$ -Richtung hingegen ein Gleichgewichtsproblem nach Th. II. O. vor [Quast - 70]. Durch das Aufreißen des Querschnitts infolge der Biegemomente um die  $y$ -Achse vermindert sich gleichzeitig die wirksame Biegesteifigkeit um die  $z$ -Achse und damit auch die Knicklast nach Engesser. Bild 5.13 zeigt deutlich den Einfluß des Seitwärtsknickens.

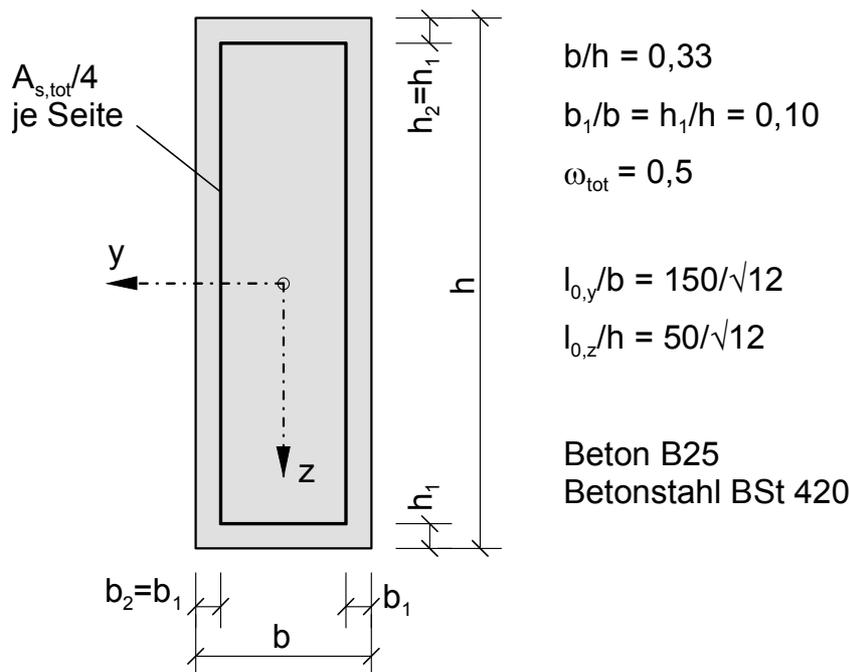
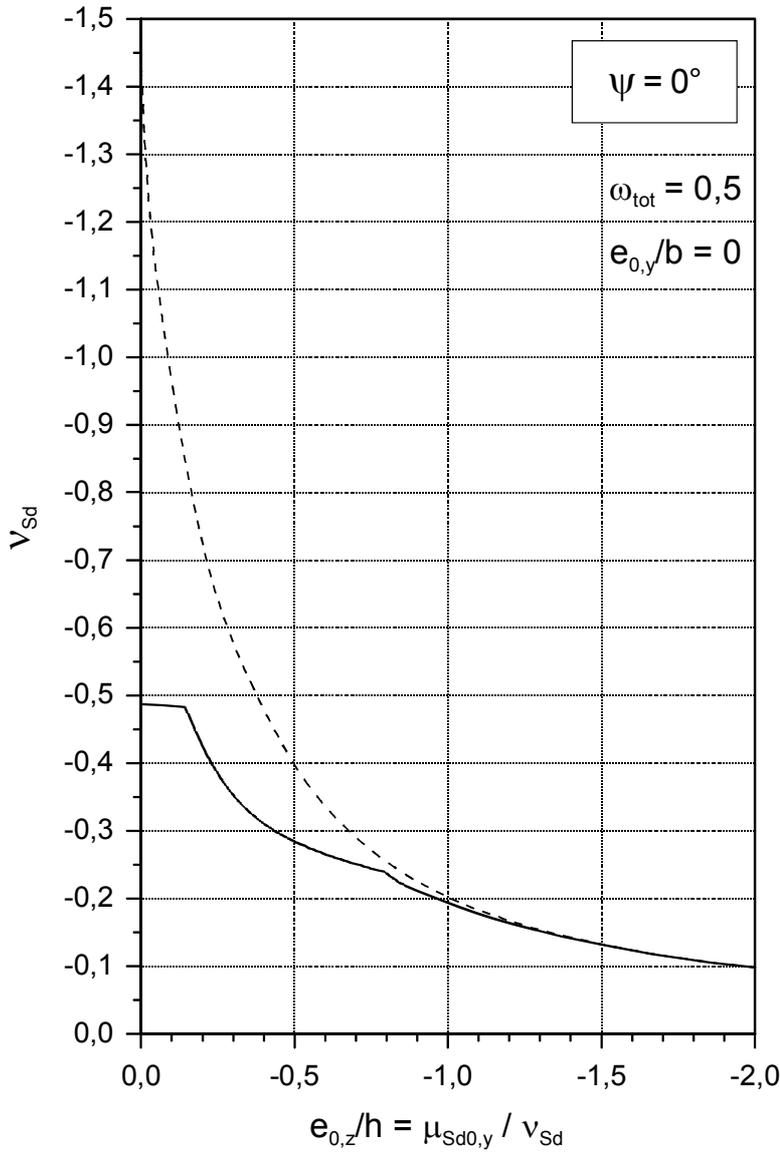
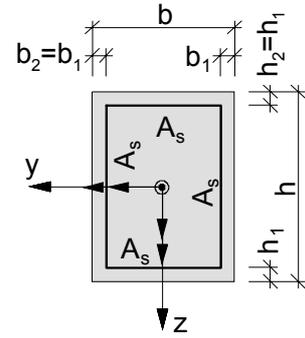


Bild 5.12: Querschnitt der Beispielstütze zur Gegenrechnung von [DAfStb-H332 - 82]



- Traglast *mit* Berücksichtigung der Knicklast nach Engesser in y-Richtung
- - - - Traglast *ohne* Berücksichtigung der Knicklast nach Engesser in y-Richtung



$$h_1/h = b_1/b = 0,10$$

$$A_s = A_{s,tot}/4$$

$$\frac{l_{0,y}}{b} = 43,3013$$

$$\frac{l_{0,z}}{h} = 14,4338$$

$$\psi = \text{atan} \left( \frac{\mu_{Sd0,z}}{\mu_{Sd0,y}} \right)$$

$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,y} = \frac{|M_{Sd0,y}|}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{Sd0,z} = \frac{|M_{Sd0,z}|}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Verlauf von  $M_{Sd0,y/z}$



Bild 5.13: Interaktionsdiagramm zur Gegenrechnung von [DAfStb-H332 - 82]



## 6 Zusammenfassung

Das Ergebnis der vorliegenden Arbeit sind grafische Bemessungshilfen in Form von Interaktionsdiagrammen für Stahlbetondruckglieder mit zweiachsiger Biegung. Bei der Anwendung der Diagramme wird die bisherige Einschränkung auf den ebenen Fall aufgehoben. Es stellt sich somit der ebene Fall lediglich als Sonderfall des räumlichen Zustandes dar.

Grundlage für das verwendete Rechenverfahren nach Theorie II. Ordnung ist eine von der Ebene auf den Raum erweiterte Modellstütze. Diese virtuelle Kragstütze mit gleichen oder unterschiedlichen Ersatzlängen in den beiden Achsenrichtungen dient als statisches System, an welchem alle Berechnungen durchgeführt werden. Da die praktische Anwendung grafisch erfolgt, kann – im Gegensatz zum Modellstützenverfahren – der genauere rechnerische Verlauf der Verkrümmungen berücksichtigt werden. Das vorgestellte Bemessungsverfahren bleibt jedoch vom Prinzip her ein Näherungsverfahren, bei dem die Modellstütze herausgelöst vom Gesamtsystem betrachtet wird. Die Knickbiegeline der wirklichen Stütze ist im Regelfall unbekannt und die Knicklängen (Ersatzlängen) werden nur näherungsweise bestimmt.

Für die Berechnung der Bemessungsdiagramme sind die vom Querschnitt aufnehmbaren Schnittgrößen, sowie die wirksamen Querschnittssteifigkeiten erforderlich. Die Gleichungen hierfür werden ausführlich für den Rechteck-, Kreis- und Kreisringquerschnitt mit verschiedenen Bewehrungsanordnungen hergeleitet. Dabei sind beliebige Arbeitslinien der Werkstoffe anwendbar. Mit einem geeigneten Spannungs-Verzerrungs-Verlauf ist auch die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ("Tension-stiffening"-Effekt) möglich. Durch numerische Integration der Verkrümmungen über die Stützhöhe nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit aus der Baustatik, wird die Verformung der Modellstütze in den Achsenrichtungen bestimmt und iterativ das Gleichgewicht am verformten System gebildet.

Die Brauchbarkeit des Bemessungsverfahrens konnte durch Nachrechnung von Versuchen anderer Forscher nachgewiesen werden. Hierbei zeigt sich, dass die Verwendung der Betonarbeitslinie die ursprünglich nur für die Querschnittsbemessung vorgesehen ist, auch bei Anwendung in der Traglastberechnung zu einer guten Übereinstimmung zwischen rechnerischen und experimentellen Ergebnissen führt. Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ("Tension-stiffening"-Effekt) sollte beim Tragfähigkeitsnachweis nicht angesetzt werden, da dadurch die Traglasten teilweise erheblich überschätzt werden.

Vergleichsrechnungen mit kommerziellen Programmen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der rechnerischen Traglasten.

Mit der praktischen Anwendung der Interaktionsdiagramme wird im Regelfall eine lineare Interpolation zwischen zwei benachbarten Diagrammen erforderlich sein, und zwar sowohl zwischen den Ersatzlängen, als auch zwischen den Momentenverhältnissen. Es sei denn, man wählt den jeweils ungünstigeren Wert. Zur zuverlässigen Abschätzung der Fehler (sichere und unsichere Seite), die durch Interpolation entstehen können, müssen noch weitergehende numerische Studien durchgeführt werden, welche aber teilweise bereits bei der Erstellung von Bemessungstabellen Berücksichtigung finden können. Beispielsweise zeigt die vorgestellte Sonderform des Interaktionsdiagramms gleichzeitig den maximal und minimal erforderlichen Bewehrungsgrad unabhängig vom Momentenverhältnis. Dies bietet sich insbesondere für die Bemessung bei mehreren Lastfällen an, um eine aufwendige Interpolation zu vermeiden. Mit dem maximalen Bewehrungsgrad wird auf der sicheren Seite liegend bemessen und der zugehörige minimale Bewehrungsgrad gibt dabei gleichzeitig den größtmöglichen Fehler an. Auf diese Weise ist eine besonders rasche Bemessung möglich, allerdings verbunden mit einer mehr oder weniger großen Überbemessung.

## Literaturverzeichnis

- [Allgöwer/Avak - 99] Allgöwer, G./Avak, R.: Interaktionsdiagramme nach Theorie II. Ordnung für Kreis- und Kreisringquerschnitte. In: Bautechnik (76) 1999, Heft 2, S. 152-163. Berlin: Ernst&Sohn 1999
- [Ambos - 73] Ambos, G./Dietz, H.-D.: Zur Frage der Biege- und Dehnsteifigkeit von Stahlbeton-Querschnitten bei Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze. Forschungsbericht Nr. 21 des Instituts für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt 1973
- [Avak - 99] Avak, R.: Stützenbemessung mit Interaktionsdiagrammen nach Theorie II. Ordnung. In: Avak/Goris (Hrsg.): Stahlbetonbau aktuell: Jahrbuch für die Baupraxis. (2. Jahrgang) Düsseldorf: Werner/Beuth 1999
- [Backes - 94] Backes, W.: Ein Beitrag zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung von Stabtragwerken unter besonderer Berücksichtigung räumlicher Stabilitätsprobleme des Massivbaus. Dissertation, Universität Kaiserslautern 1994
- [Burth/Brocks - 92] Burth, K./Brocks, W.: Plastizität: Grundlagen und Anwendungen für Ingenieure. Braunschweig: Vieweg 1992
- [CEB/FIP MC90 - 99] Comité Euro-International du Béton (CEB) / Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP) Model Code 1990: Structural Concrete – Bulletins 1, 2, 3. Lausanne: fédération internationale du béton (fib) 1999
- [DAfStb-H220 - 79] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 220. Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen. Berlin: Ernst&Sohn 1979
- [DAfStb-H265 - 76] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 265. Kordina/Rafla/Hjorth: Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung mit Achsdruck. Berlin: Ernst&Sohn 1976

- [DAfStb-H332 - 82] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 332. Olsen/Quast: Anwendungsgrenzen von vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig ausmittig beanspruchte Stahlbetondruckglieder. Berlin: Ernst&Sohn 1982
- [DAfStb-H361 - 85] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 361. Galgoul: Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung. Berlin: Ernst&Sohn 1985
- [DAfStb-H373 - 86] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 373. Olsen: Das Übertragungs- und Weggrößenverfahren für ebene Stahlbetontragwerke unter Verwendung von Tangentensteifigkeiten. Berlin: Ernst&Sohn 1986
- [DAfStb-H415 - 90] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 415. Busjaeger/Quast: Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft (Programm MASQUE). Berlin: Beuth 1990
- [DAfStb-H423 - 92] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 423. Grzeschkowitz/u. a.: Experimentelle Untersuchungen des Trag- und Verformungsverhaltens schlanker Stahlbetondruckglieder mit zweiachsiger Ausmitte. Berlin: Beuth 1992
- [DAfStb-H425 - 92] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 425. Bemessungshilfsmittel zu EC2 Teil 1. Berlin: Beuth 1992
- [DAfStb-Richtlinie - 95] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Richtlinie für hochfesten Beton – Ergänzung zu [DIN 1045 - 88] für die Festigkeitsklassen B65 bis B115. (Ausgabe August) Berlin: Beuth 1995
- [DIN 1045 - 78] DIN 1045: Beton und Stahlbeton: Bemessung und Ausführung. (Ausgabe Dezember) Berlin: Beuth 1978
- [DIN 1045 - 88] DIN 1045: Beton und Stahlbeton: Bemessung und Ausführung. (Ausgabe Juli) Berlin: Beuth 1988 Hinweis: Nicht mehr gültig und ersetzt durch [DIN 1045-1 - 01]
- [DIN 488 - 1 - 84] DIN 488-1: Betonstahl; Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen. (Ausgabe September) Berlin: Beuth 1984

- [DIN 1045-1 - 01]                   DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. (Ausgabe Juli) Berlin: Beuth 2001
- [Eibl - 92]                            Eibl, J.: Nichtlineare Traglastermittlung/Bemessung. In: Beton- und Stahlbetonbau 87 (1992), Heft 6, S. 137-139. Berlin: Ernst&Sohn 1992
- [ENV 1992-1-1 - 92]                DIN V ENV 1992-1-1: Eurocode 2 - Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. (Vornorm, Ausgabe Juni) Berlin: Beuth 1992
- [FriLo GmbH]                        Friedrich + Lochner GmbH, Stuttgarter Straße 48, 70469 Stuttgart
- [Grasser/Linse - 84]                Grasser, E./Linse D.: Bemessungstabellen für Stahlbetonquerschnitte auf der Grundlage von DIN 1045. (2. Auflage) Düsseldorf: Werner 1984
- [Grasser/Pratsch - 92]              Grasser, E./Pratsch, G.: Bemessung für Biegung mit Längskraft, Querkraft und Torsion nach DIN 1045 und EC2. In: Beton-Kalender 1992, Teil 1, ab S. 367. Berlin: Ernst&Sohn 1992
- [Haro - 94]                            Haro, C. E.: Ein linearisiertes Bemessungsverfahren für Stahlbetonstützen -Vergleich mit dem Modellstützenverfahren nach Eurocode 2-. Dissertation, TU Hamburg-Harburg 1994
- [Hilsdorf - 92]                        Hilsdorf, H. K.: Beton. In: Beton-Kalender 1992, Teil 1. Berlin: Ernst&Sohn 1992
- [Hirschfeld - 98]                    Hirschfeld, K.: Baustatik: Theorie und Beispiele. (4. Auflage) Berlin: Springer 1998
- [König/Grimm - 00]                  König, G./Grimm, R.: Hochleistungsbeton. In: Beton-Kalender 2000, Teil 2, ab S. 327. Berlin: Ernst&Sohn 2000
- [Kordina/Quast - 78]                Kordina, K./Quast, U.: Bemessung von schlanken Bauteilen - Knicksicherheitsnachweis. In: Beton-Kalender 1978, Teil 1, ab S. 815. Berlin: Ernst&Sohn 1978

- [Kordina/Quast - 92] Kordina, K./Quast, U.: Bemessung von schlanken Bauteilen für den durch Tragwerksverformungen beeinflussten Grenzzustand der Tragfähigkeit – Stabilitätsnachweis. In: Beton-Kalender 1992, Teil 1, ab S. 513. Berlin: Ernst&Sohn 1992
- [Kordina/Quast - 97] Kordina, K./Quast, U.: Bemessung von schlanken Bauteilen - Knicksicherheitsnachweis. In: Beton-Kalender 1997, Teil 1, ab S. 479. Berlin: Ernst&Sohn 1997
- [Leonhardt - 78] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 4: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit. (2. Auflage) Berlin: Springer 1978
- [Leonhardt - 84] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. (3. Auflage) Berlin: Springer 1984
- [Lohse - 84] Lohse G.: Knicken und Spannungsberechnung nach Theorie II. Ordnung. (2. Auflage) Düsseldorf: Werner 1984
- [Löser - 86] Löser B./u. a.: Bemessungsverfahren für Beton- und Stahlbetonbauteile. (19. Auflage) Berlin: Ernst&Sohn 1986
- [mb AG] mb Software AG, Hermannstr. 1, 31785 Hameln
- [NAD ENV 1992-1-1 - 93] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. NAD zu DIN V ENV 1992-1-1: Richtlinien für die Anwendung europäischer Normen im Betonbau, Richtlinien zur Anwendung von Eurocode 2 - Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. (Ausgabe April) Berlin: Beuth 1993
- [Naser - 96] Naser, A.: Untersuchungen zu schlanken Stahlbeton-Druckgliedern mit schiefer Biegung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum 1996
- [Quast - 70] Quast, U.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt. Dissertation, Technische Universität Braunschweig 1970

- [Quast - 84] Quast, U.: Zum Stabilitätsnachweis freistehender Stahlbeton-Bauteile. In: Beton- und Stahlbetonbau 79 (1984), Heft 1, S. 12-16. Berlin: Ernst&Sohn 1984
- [Quast - 86] Quast, U.: Ist die elasto-statisch ermittelte Knicklänge ein "vernünftiges Stabilitätsmaß" für verschiebliche Systeme? In: Beton- und Stahlbetonbau 81 (1986), Heft 9, S. 236-240. Berlin: Ernst&Sohn 1986
- [Quast - 94] Quast, U.: Zum nichtlinearen Berechnen im Stahlbeton- und Spannbetonbau. In: Beton- und Stahlbetonbau 89 (1994), Heft 9, S. 250-253, Fortsetzung in Heft 10, S. 280-284. Berlin: Ernst&Sohn 1994
- [Sofistik AG] Sofistik AG, Bruckmannring 38, 85764 Oberschleißheim
- [Wolf - 87] Wolf, H.-U.: Wirksame Biegesteifigkeit und ihre Anwendung bei der nichtlinearen Schnittkraft- und Verformungsberechnung ebener Stahlbetontragwerke. Dissertation, IH Cottbus 1987



# A Anhang

## A.1 Herleitung der Gleichungen für den Querschnittswiderstand

Die zu einem bestimmten Verzerrungszustand gehörenden, vom Querschnitt aufnehmbaren Schnittgrößen, setzen sich aus dem Anteil des Betons und des Betonstahls zusammen und lassen sich wie folgt allgemein angeben:

$$N_{Rd} = N_c + N_s = \int \sigma_c(\varepsilon) \cdot dA_c + \int \sigma_s(\varepsilon) \cdot dA_s \quad (\text{A.1})$$

$$M_{Rd,y} = M_{c,y} + M_{s,y} = \int \sigma_c(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_c + \int \sigma_s(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_s \quad (\text{A.2})$$

$$M_{Rd,z} = M_{c,z} + M_{s,z} = \int \sigma_c(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_c + \int \sigma_s(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_s \quad (\text{A.3})$$

Für die Querschnittssteifigkeiten gelten folgende Gleichungen

$$EA = EA_c + EA_s = \int E_c(\varepsilon) \cdot dA_c + \int E_s(\varepsilon) \cdot dA_s \quad (\text{A.4})$$

$$ES_y = ES_{c,y} + ES_{s,y} = \int E_c(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_c + \int E_s(\varepsilon) \cdot z \cdot dA_s \quad (\text{A.5})$$

$$ES_z = ES_{c,z} + ES_{s,z} = \int E_c(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_c + \int E_s(\varepsilon) \cdot y \cdot dA_s \quad (\text{A.6})$$

$$EI_y = EI_{c,y} + EI_{s,y} = \int E_c(\varepsilon) \cdot z^2 \cdot dA_c + \int E_s(\varepsilon) \cdot z^2 \cdot dA_s \quad (\text{A.7})$$

$$EI_z = EI_{c,z} + EI_{s,z} = \int E_c(\varepsilon) \cdot y^2 \cdot dA_c + \int E_s(\varepsilon) \cdot y^2 \cdot dA_s \quad (\text{A.8})$$

wobei die Elastizitätsmodule als Tangentenmodule zu verstehen sind (Bild 2.3).

Die notwendigen Gleichungen für die Schnittgrößen und die Steifigkeiten werden nachfolgend ausführlich abgeleitet.

## A.1.1 Rechteckquerschnitt

### A.1.1.1 Widerstand des Betonquerschnitts

Zur Ermittlung der Spannungsresultierenden bei gegebenem Verzerrungszustand muss der Querschnitt aus *geometrischen* Gründen in drei Integrationsabschnitte 1, 2 und 3 aufgeteilt werden (Bild A.1). Jeder Abschnitt hat einen unterschiedlichen Verlauf der Integrationsbreite  $b_i'$ .

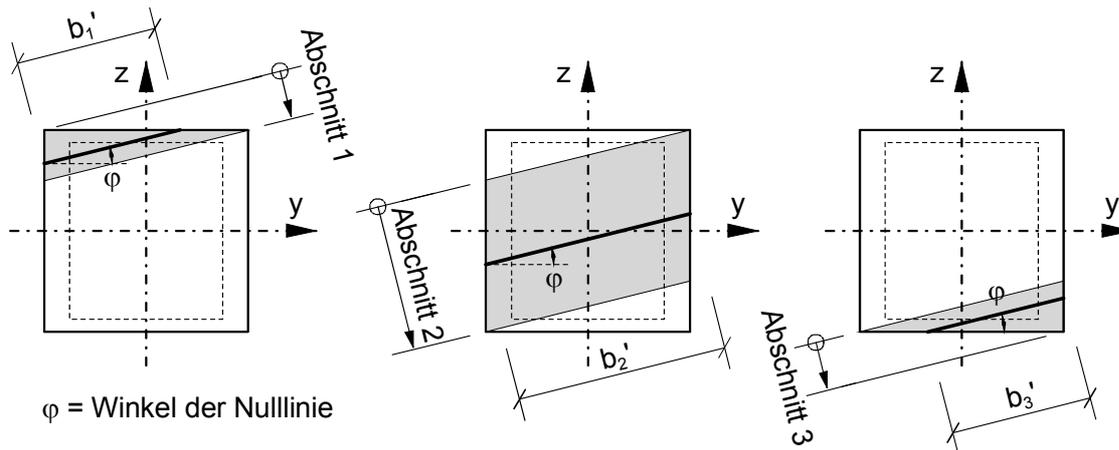


Bild A.1: Integrationsabschnitte beim Einheitsquadrat für Beton

Die *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie des Betons macht eine weitere Unterteilung erforderlich. Bild A.2 zeigt einen möglichen Verlauf der Betonspannungen  $\sigma_c$  in Abhängigkeit von den Verzerrungen (Kap. 2.3). Für eine genaue Integration werden bis zu vier Abschnitte A bis D benötigt, welche die Integrationsabschnitte 1 bis 3 je nach Verzerrungszustand nochmals unterteilen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird dies aber hier nicht explizit wiedergegeben. Als numerisches Verfahren kommt die Gaußsche Quadraturformel gemäß Gl. (A.9) zum Einsatz.

$$\int_{\delta_u}^{\delta_o} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \approx \frac{h}{9} \cdot \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} 5 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i - h \cdot \sqrt{3/5})) + \\ 8 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i)) + \\ 5 \cdot \sigma_c(\varepsilon(x_i + h \cdot \sqrt{3/5})) \end{array} \right] \quad (\text{A.9})$$

$$\text{mit } h = \frac{\delta_o - \delta_u}{2 \cdot n}$$

$$\text{und } x_i = \delta_u + h \cdot (2 \cdot i - 1)$$

Mit  $n = 1$  ( $n$  ist die Anzahl der Stützstellen) lassen sich damit Polynome (ganzzahlige Exponenten) bis zum fünften Grad exakt integrieren. Bei anderen Funktionen der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung und bei Kreisquerschnitten muss die Teilung  $n$  entsprechend erhöht werden.

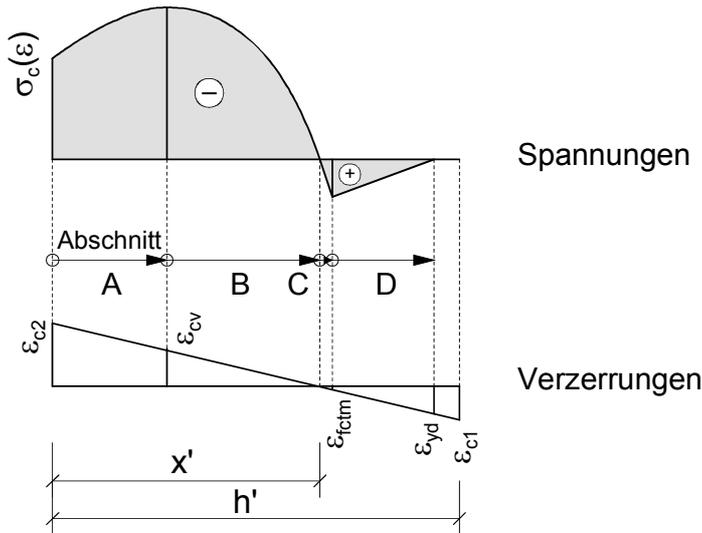


Bild A.2: Integrationsabschnitte der Betonarbeitslinie

Die Integration der Betonspannungen erfolgt nicht nur über die Druckzone, sondern über den ganzen Querschnitt, um die Arbeitslinie möglichst frei wählen zu können. Weil die Integrale nur bis zu den rein *geometrischen* Integrationsgrenzen (Bild A.1) aufgelöst wiedergegeben werden, sind die nachfolgenden Herleitungen vom Verlauf der Arbeitslinie unabhängig. Der Winkel  $\varphi'$  ist ein vom Nulllinienwinkel  $\varphi$  abhängiger Ersatzwinkel, der die Berechnung der Winkelfunktionen vereinfacht (Tab. A.1).

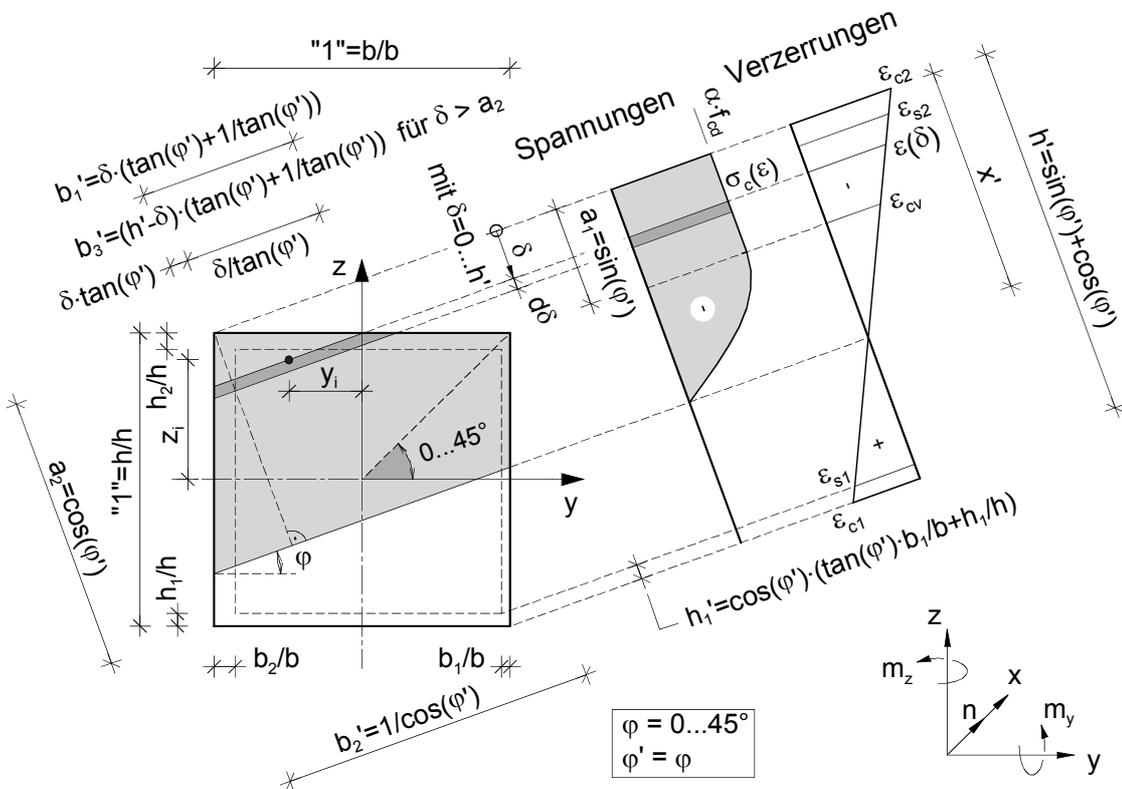


Bild A.3: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat

Die Verzerrung in der Faser  $\delta$  des Querschnitts wird linear interpoliert

$$\varepsilon(\delta) = \frac{\delta}{h'} \cdot (\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}) + \varepsilon_{c2} \quad (\text{A.10})$$

#### A.1.1.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Die aufnehmbare Längskraft  $N_c$  des Betons ergibt sich mit Gl. (4.1) aus der Summe der Teilkräfte der Integrationsabschnitte 1 bis 3:

$$N_c = \sum_{i=1}^{i=3} N_{ci} = \sum_{i=1}^{i=3} b \cdot h \cdot n_{ci} = b \cdot h \cdot \sum_{i=1}^{i=3} n_{ci} \quad (\text{A.11})$$

Die Teilkräfte am Einheitsquadrat ergeben sich allgemein zu

$$n_{ci} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot b'_i(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.12})$$

mit  $i = 1, 2, 3$

Für die Integrationsabschnitte gilt bei allen Nulllinienwinkeln gleichermaßen

$$a_1 = \sin(\varphi') \quad (\text{A.13})$$

$$a_2 = \cos(\varphi') \quad (\text{A.14})$$

Im einzelnen sind nach Bild A.3

$$\begin{aligned} n_{c1} &= \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot d\delta \\ &= \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} n_{c2} &= \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \frac{1}{\cos(\varphi')} \cdot d\delta \\ &= \frac{1}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} n_{c3} &= \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot d\delta \\ &= \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Allgemein lässt sich damit die aufnehmbare Längskraft des Betons angeben mit

$$N_c = b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1} + \alpha_{Nc3}) + \frac{\alpha_{Nc2}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.18})$$

mit

$$\alpha_{Nc1} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.19})$$

$$\alpha_{Nc2} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.20})$$

$$\alpha_{Nc3} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.21})$$

#### A.1.1.1.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.3) berechnet sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{c,y} = \sum_{i=1}^{i=3} M_{ci,y} = \sum_{i=1}^{i=3} b \cdot h^2 \cdot m_{ci,y} = b \cdot h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=3} m_{ci,y} \quad (\text{A.22})$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.6) zu

$$M_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \sum_{i=1}^{i=3} m_{ci,z} \quad (\text{A.23})$$

Die Teilmomente am Einheitsquadrat sind allgemein

$$m_{ci,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.24})$$

$$m_{ci,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.25})$$

mit  $i = 1, 2, 3$

Angaben zu den Hebelarmen sind in Tab. A.3 wiedergegeben.

Nach Bild A.3 gilt für das Moment um die y-Achse im Integrationsabschnitt 1

$$\begin{aligned} m_{c1,y} &= \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot d\delta \\ &= \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Sinngemäß für das Moment um die z-Achse

$$m_{c1,z} = \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.27})$$

Das Moment um die y-Achse im Integrationsabschnitt 2 ergibt sich zu

$$\begin{aligned} m_{c2,y} &= \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot \frac{1}{\cos(\varphi')} \cdot d\delta \\ &= \frac{1}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

und sinngemäß das Moment um die z-Achse mit

$$m_{c2,z} = \frac{1}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.29})$$

Im Integrationsabschnitt 3 ergibt sich das Moment um die y-Achse zu

$$\begin{aligned} m_{c3,y} &= \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot d\delta \\ &= \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

und das Moment um die z-Achse zu

$$m_{c3,z} = \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.31})$$

Allgemein ist somit das aufnehmbare Moment  $M_{c,y}$  des Betons um die y-Achse

$$M_{c,y} = b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,y} + \alpha_{Mc3,y}) + \frac{\alpha_{Mc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.32})$$

mit

$$\alpha_{Mc1,y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (A.33)$$

$$\alpha_{Mc2,y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (A.34)$$

$$\alpha_{Mc3,y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (A.35)$$

und das aufnehmbare Moment  $M_{c,z}$  des Betons um die z-Achse

$$M_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,z} + \alpha_{Mc3,z}) + \frac{\alpha_{Mc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (A.36)$$

mit

$$\alpha_{Mc1,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (A.37)$$

$$\alpha_{Mc2,z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (A.38)$$

$$\alpha_{Mc3,z} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (A.39)$$

### A.1.1.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.2) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_c = \sum_{i=1}^{i=3} EA_{ci} = \sum_{i=1}^{i=3} b \cdot h \cdot EA_{ci}' = b \cdot h \cdot \sum_{i=1}^{i=3} EA_{ci}' \quad (A.40)$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind mit Gl. (4.4) bzw. (4.5)

$$ES_{c,y} = \sum_{i=1}^{i=3} ES_{ci,y} = \sum_{i=1}^{i=3} b \cdot h^2 \cdot ES_{ci,y}' = b \cdot h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=3} ES_{ci,y}' \quad (A.41)$$

$$EI_{c,y} = b \cdot h^3 \cdot \sum_{i=1}^{i=3} EI_{ci,y}' \quad (A.42)$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.7) bzw. (4.8)

$$ES_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \sum_{i=1}^{i=3} ES_{ci,z}' \quad (\text{A.43})$$

$$EI_{c,z} = b^3 \cdot h \cdot \sum_{i=1}^{i=3} EI_{ci,z}' \quad (\text{A.44})$$

Für die Trägheitsmomente der schrägen  $d\delta$ -Fläche gemäß Bild A.4 ergibt sich analog dem "masselosen schrägen Stab" nach [Hirschfeld - 98] incl. der Steinerschen Anteile

$$\bar{I}_{ci,y} = b_i'(\delta) \cdot \frac{c_{i,z}^2(\delta)}{12} + b_i'(\delta) \cdot z_i^2(\delta) = b_i'(\delta) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta)}{12} + z_i^2(\delta) \right) \quad (\text{A.45})$$

$$\bar{I}_{ci,z} = b_i'(\delta) \cdot \frac{c_{i,y}^2(\delta)}{12} + b_i'(\delta) \cdot y_i^2(\delta) = b_i'(\delta) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta)}{12} + y_i^2(\delta) \right) \quad (\text{A.46})$$

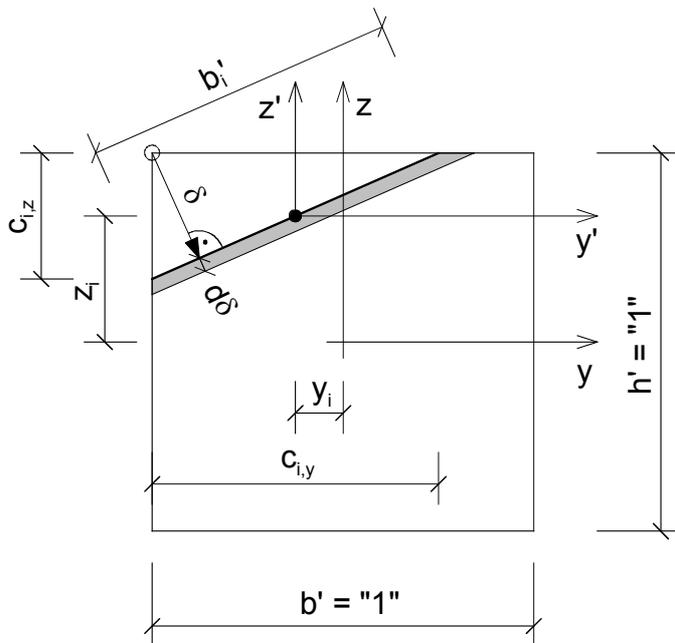


Bild A.4: Schräge  $d\delta$ -Fläche beim Einheitsquadrat

Demnach sind die Anteile (Bild A.1) der Querschnittssteifigkeiten am Einheitsquadrat gemäß Bild A.3

$$EA_{ci}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.47})$$

$$ES_{ci,y}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.48})$$

$$EI_{c_i,y}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta)}{12} + z_i^2(\delta) \right) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.49})$$

$$ES_{c_i,z}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.50})$$

$$EI_{c_i,z}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta)}{12} + y_i^2(\delta) \right) \cdot b_i'(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.51})$$

mit  $i = 1, 2, 3$

Analog der Herleitung der aufnehmbaren Längskraft ab Gl. (A.15) erhält man schließlich für die Dehnsteifigkeit

$$EA_c = b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1} + \alpha_{EAc3}) + \frac{\alpha_{EAc2}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.52})$$

mit

$$\alpha_{EAc1} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.53})$$

$$\alpha_{EAc2} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.54})$$

$$\alpha_{EAc3} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.55})$$

und analog den aufnehmbaren Momenten ab Gl. (A.26) für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{c,y} = b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y} + \alpha_{ESc3,y}) + \frac{\alpha_{ESc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.56})$$

$$EI_{c,y} = b \cdot h^3 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Eic1,y} + \alpha_{Eic3,y}) + \frac{\alpha_{Eic2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.57})$$

mit

$$\alpha_{\text{ESc1},y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.58})$$

$$\alpha_{\text{ESc2},y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.59})$$

$$\alpha_{\text{ESc3},y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.60})$$

$$\alpha_{\text{Elc1},y} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,z}^2(\delta)}{12} + z_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.61})$$

$$\alpha_{\text{Elc2},y} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,z}^2(\delta)}{12} + z_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.62})$$

$$\alpha_{\text{Elc3},y} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,z}^2(\delta)}{12} + z_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.63})$$

und um die z-Achse

$$ES_{c,z} = b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1},z} + \alpha_{\text{ESc3},z}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2},z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.64})$$

$$EI_{c,z} = b^3 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1},z} + \alpha_{\text{Elc3},z}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2},z}}{\cos(\varphi')} \right] \quad (\text{A.65})$$

mit

$$\alpha_{\text{ESc1},z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.66})$$

$$\alpha_{\text{ESc2},z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.67})$$

$$\alpha_{\text{ESc3},z} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.68})$$

$$\alpha_{\text{Elc1},z} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,y}^2(\delta)}{12} + y_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.69})$$

$$\alpha_{\text{Eic}2,z} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,y}^2(\delta)}{12} + y_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.70})$$

$$\alpha_{\text{Eic}3,z} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,y}^2(\delta)}{12} + y_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.71})$$

Angaben zu den Hebelarmen sind in Tab. A.3 wiedergegeben.

Werte für  $c_i(\delta)$  siehe Tab. A.4 .

### A.1.1.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

#### A.1.1.2.1 Bewehrung gleichmäßig verteilt

Die Spannungsresultierenden berechnen sich aus der Summe der Teilresultierenden an den vier Seiten. Der auf die Seiten verteilte Betonstahlquerschnitt muss aus *geometrischen* Gründen in vier Integrationsabschnitte 1 bis 4 aufgeteilt werden (Bild A.5).

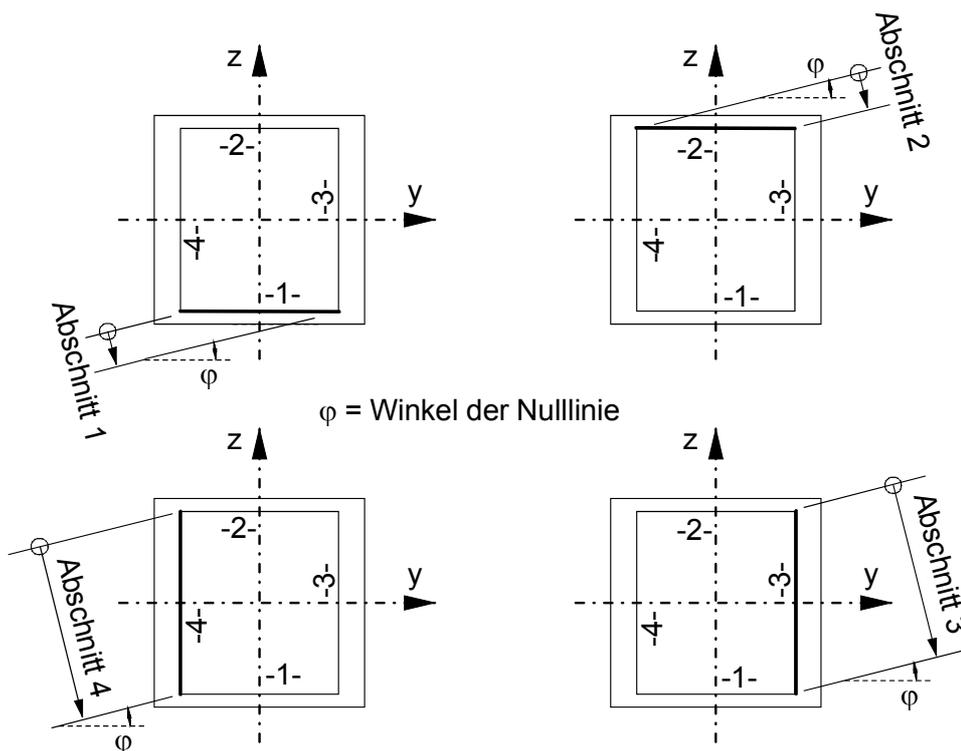


Bild A.5: Integrationsabschnitte beim Einheitsquadrat für gleichmäßig verteilte Bewehrung

Da der Betonstahl eine *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie hat, ist eine weitere Unterteilung nach Bild A.6 in bis zu vier Integrationsabschnitte A bis D erforderlich. Wie in Kap. A.1.1.1 bereits erwähnt, werden die Integrale jedoch nur bis zu den geometrischen Integrationsgrenzen aufgelöst wiedergegeben.

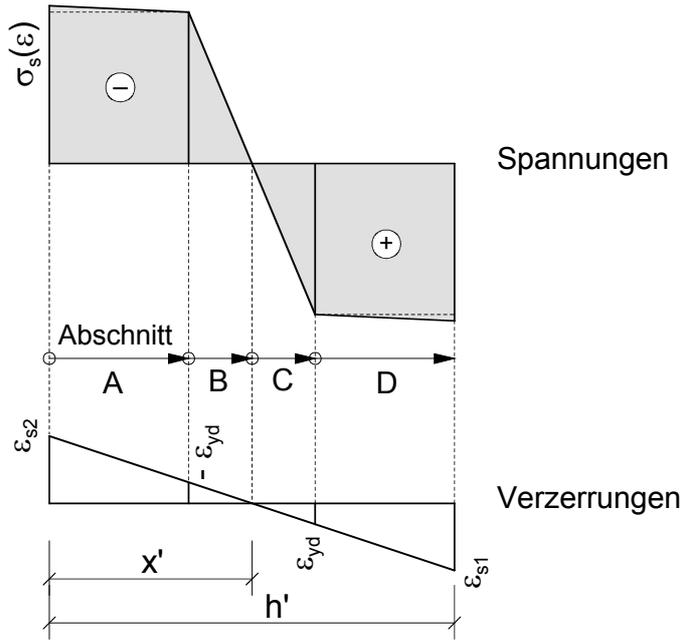


Bild A.6: Integrationsabschnitte der Betonstahlarbeitslinie

Der Randabstand sowie der Flächenanteil der Bewehrung kann an allen vier Seiten unterschiedlich sein (Bild A.7). Die nachfolgend angegebenen Gleichungen sind dementsprechend allgemein gehalten.

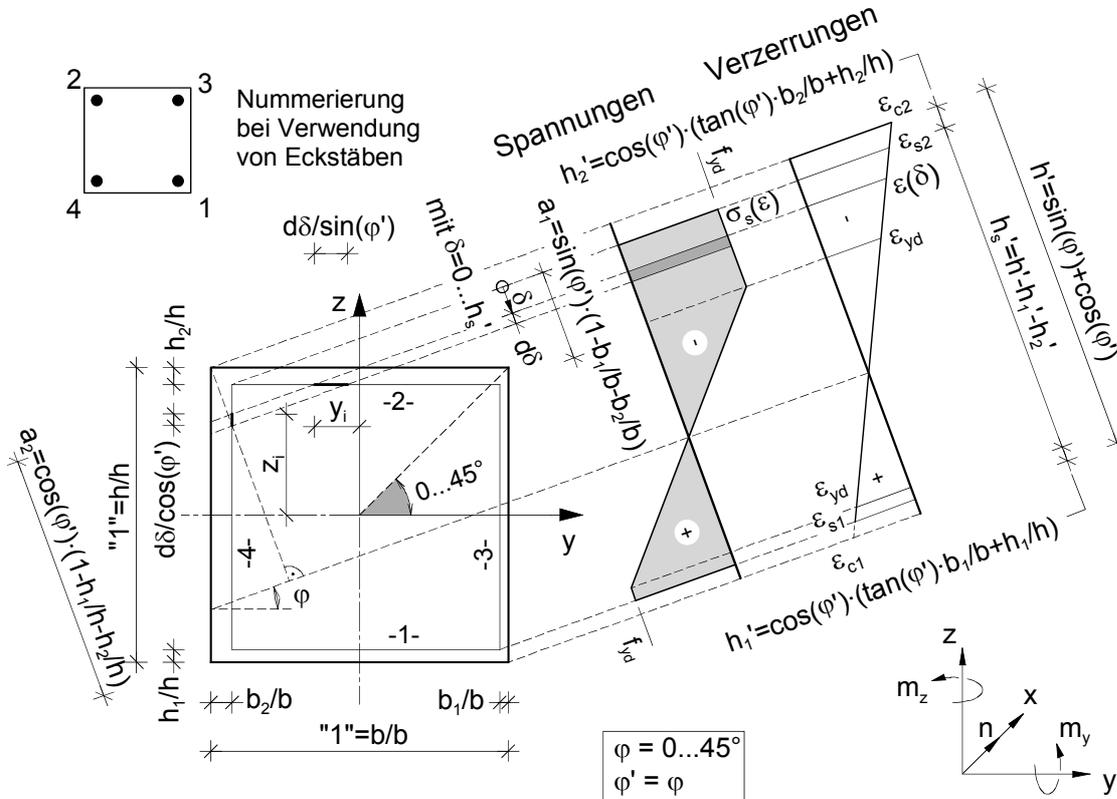


Bild A.7: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat

Die Verzerrung in der Faser  $\delta$  des Querschnitts wird linear interpoliert

$$\varepsilon(\delta) = \frac{\delta}{h_s'} \cdot (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{s2}) + \varepsilon_{s2} \quad (\text{A.72})$$

#### A.1.1.2.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Die aufnehmbare Längskraft  $N_s$  des Betonstahls ist mit Gl. (4.9) und (4.11) die Summe der Teilkräfte je Querschnittsseite:

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} N_{si} = b \cdot (n_{s1} + n_{s2}) + h \cdot (n_{s3} + n_{s4}) \quad (\text{A.73})$$

Die Teilkräfte am Einheitsquadrat berechnen sich nach Bild A.7 für  $\varphi = 0$  bis  $45^\circ$  zu

$$\begin{aligned} n_{si} &= \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot a_{si} \cdot \frac{d\delta}{\sin(\varphi')} \\ &= \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.74})$$

mit  $i = 1, 2$

und

$$\begin{aligned} n_{si} &= \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot a_{si} \cdot \frac{d\delta}{\cos(\varphi')} \\ &= \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.75})$$

mit  $i = 3, 4$

Zur Übersicht bei anderen Winkeln der Nulllinie und den zugehörigen Integrationsgrenzen sei auf die Tab. A.5 verwiesen.

Der Betonstahlquerschnitt je Längeneinheit ist

$$a_{s1/2} = \frac{A_{s1/2}}{b - b_1 - b_2} = \frac{A_{s1/2}}{b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \quad (\text{A.76})$$

$$a_{s3/4} = \frac{A_{s3/4}}{h - h_1 - h_2} = \frac{A_{s3/4}}{h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \quad (\text{A.77})$$

Man erhält danach im einzelnen:

$$n_{s1} = \frac{A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.78})$$

$$n_{s2} = \frac{A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.79})$$

$$n_{s3} = \frac{A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.80})$$

$$n_{s4} = \frac{A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.81})$$

Die aufnehmbare Längskraft des Betonstahls ist somit für  $\varphi = 0$  bis  $45^\circ$

$$\begin{aligned} N_s = & \frac{A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \\ & + \frac{A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \\ & + \frac{A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \\ & + \frac{A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

und allgemein

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Nsi} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.83})$$

mit

$$\alpha_{Nsi} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.84})$$

Tab. A.5 enthält entsprechende Werte für  $l_i$  sowie für die unteren ( $u_i$ ) und oberen ( $o_i$ ) Integrationsgrenzen, abhängig vom Winkel der Nulllinie.

### A.1.1.2.1.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.13) und (4.16) berechnet sich das aufnehmbare Moment des Betonstahls um die y-Achse aus der Summe der Teilmomente aller vier Bewehrungsseiten zu

$$M_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} M_{si,y} = b \cdot h \cdot (m_{s1,y} + m_{s2,y}) + h^2 \cdot (m_{s3,y} + m_{s4,y}) \quad (\text{A.85})$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.19) und (4.22) zu

$$M_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} M_{si,z} = b^2 \cdot (m_{s1,z} + m_{s2,z}) + b \cdot h \cdot (m_{s3,z} + m_{s4,z}) \quad (\text{A.86})$$

Die Teilmomente am Einheitsquadrat sind nach Bild A.7

$$\begin{aligned} m_{si,y} &= \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot a_{si} \cdot \frac{d\delta}{\sin(\varphi')} \\ &= \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

mit  $i = 1, 2$

$$m_{si,y} = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.88})$$

mit  $i = 3, 4$

und

$$m_{si,z} = \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.89})$$

mit  $i = 1, 2$

$$m_{si,z} = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.90})$$

mit  $i = 3, 4$

Man erhält daraus im einzelnen

$$m_{s1,y} = \frac{A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'_s} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.91})$$

$$m_{s2,y} = \frac{A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.92})$$

$$m_{s3,y} = \frac{A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h'_s} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.93})$$

$$m_{s4,y} = \frac{A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_4(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.94})$$

$$m_{s1,z} = \frac{A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.95})$$

$$m_{s2,z} = \frac{A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot b \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.96})$$

$$m_{s3,z} = \frac{A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.97})$$

$$m_{s4,z} = \frac{A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot h \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_4(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.98})$$

Das aufnehmbare Moment des Betonstahls um die y-Achse ist somit für  $\varphi = 0$  bis  $45^\circ$

$$\begin{aligned} M_{s,y} = & \frac{h \cdot A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot d\delta \\ & + \frac{h \cdot A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \\ & + \frac{h \cdot A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h_s'} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot d\delta \\ & + \frac{h \cdot A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_4(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.99})$$

und allgemein

$$M_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.100})$$

mit

$$\alpha_{\text{Msi},y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.101})$$

Das aufnehmbare Moment des Betonstahls um die z-Achse ergibt sich nach Gl. (A.86) für  $\varphi = 0$  bis  $45^\circ$  zu

$$\begin{aligned}
 M_{s,z} = & \frac{b \cdot A_{s1}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'_s} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot d\delta \\
 & + \frac{b \cdot A_{s2}}{\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \\
 & + \frac{b \cdot A_{s3}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=a_1}^{\delta=h'_s} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot d\delta \\
 & + \frac{b \cdot A_{s4}}{\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=a_2} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_4(\delta) \cdot d\delta
 \end{aligned} \tag{A.102}$$

und allgemein

$$M_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \tag{A.103}$$

mit

$$\alpha_{\text{Msi},z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \tag{A.104}$$

Tab. A.5 enthält entsprechende Werte für  $l_i$  sowie für die unteren ( $u_i$ ) und oberen ( $o_i$ ) Integrationsgrenzen abhängig vom Winkel der Nulllinie. Angaben zu den Hebelarmen sind in Tab. A.6 wiedergegeben.

#### A.1.1.2.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.10) und (4.12) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} EA_{si} = b \cdot (EA_{s1}' + EA_{s2}') + h \cdot (EA_{s3}' + EA_{s4}') \tag{A.105}$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse berechnen sich mit Gl. (4.14) und (4.15) bzw. (4.17) und (4.18) aus der Summe aller vier Bewehrungsseiten zu

$$ES_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} ES_{si,y} = b \cdot h \cdot (ES_{s1,y}' + ES_{s2,y}') + h^2 \cdot (ES_{s3,y}' + ES_{s4,y}') \tag{A.106}$$

$$EI_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} EI_{si,y} = b \cdot h^2 \cdot (EI_{s1,y}' + EI_{s2,y}') + h^3 \cdot (EI_{s3,y}' + EI_{s4,y}') \tag{A.107}$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.20) und (4.21) bzw. (4.23) und (4.24) zu

$$ES_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} ES_{si,z} = b^2 \cdot (ES_{s1,z}' + ES_{s2,z}') + b \cdot h \cdot (ES_{s3,z}' + ES_{s4,z}') \quad (\text{A.108})$$

$$EI_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} EI_{si,z} = b^3 \cdot (EI_{s1,z}' + EI_{s2,z}') + b^2 \cdot h \cdot (EI_{s3,z}' + EI_{s4,z}') \quad (\text{A.109})$$

Die Anteile (Bild A.5) der Querschnittssteifigkeiten am Einheitsquadrat sind nach Bild A.7

$$EA_{si}' = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot a_{si} \cdot \frac{d\delta}{\sin(\varphi')} = \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.110})$$

mit  $i = 1, 2, 3, 4$

$$\begin{aligned} ES_{si,y}' &= \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot a_{si} \cdot \frac{d\delta}{\sin(\varphi')} \\ &= \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.111})$$

$$EI_{si,y}' = \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.112})$$

$$ES_{si,y}' = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i(\delta) \cdot d\delta \quad i = 3, 4 \quad (\text{A.113})$$

$$EI_{si,y}' = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad i = 3, 4 \quad (\text{A.114})$$

$$ES_{si,z}' = \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.115})$$

$$EI_{si,z}' = \frac{a_{si}}{\sin(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.116})$$

$$ES_{si,z}' = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i(\delta) \cdot d\delta \quad i = 3, 4 \quad (\text{A.117})$$

$$EI_{si,z}' = \frac{a_{si}}{\cos(\varphi')} \cdot \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_i^2(\delta) \cdot d\delta \quad i = 3, 4 \quad (\text{A.118})$$

Analog der Herleitung für die aufnehmbare Längskraft ab Gl. (A.76) erhält man schließlich für die Dehnsteifigkeit

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EAsi} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.119})$$

mit

$$\alpha_{EAsi} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.120})$$

und analog den aufnehmbaren Momenten ab Gl. (A.91) für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse für  $\varphi = 0$  bis  $45^\circ$

$$ES_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.121})$$

$$EI_{s,y} = h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.122})$$

mit

$$\alpha_{ESsi,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.123})$$

$$\alpha_{EIsi,y} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.124})$$

und um die z-Achse

$$ES_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.125})$$

$$EI_{s,z} = b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \quad (\text{A.126})$$

mit

$$\alpha_{ESsi,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.127})$$

$$\alpha_{EIsi,z} = \int_{\delta=u_i}^{\delta=o_i} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.128})$$

Tab. A.5 enthält entsprechende Werte für  $l_i$  sowie für die unteren ( $u_i$ ) und oberen ( $o_i$ ) Integrationsgrenzen, abhängig vom Winkel der Nulllinie. Angaben zu den Hebelarmen sind in Tab. A.6 wiedergegeben.

#### A.1.1.2.2 Konzentrierte Eckbewehrung

Die resultierenden Schnittgrößen und Steifigkeiten des in den Ecken konzentrierten Betonstahls ergeben sich jeweils aus der Summe der Anteile in den Eckpunkten 1 bis 4 (Bild A.7).

##### A.1.1.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Die aufnehmbare Längskraft  $N_s$  des Betonstahls ist mit Gl. (4.25) die Summe der Teilkräfte je Ecke:

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} N_{si} = \sum_{i=1}^{i=4} n_{si} \quad (\text{A.129})$$

Die Teilkräfte am Einheitsquadrat sind nach Bild A.7

$$\begin{aligned} n_{si} &= \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{si} \\ \text{mit } i &= 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (\text{A.130})$$

und damit

$$N_s = \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{si} \quad (\text{A.131})$$

Angaben für den Integranden  $\delta_i$  sind in Tab. A.7 für verschiedene Winkel der Nulllinie wiedergegeben.

##### A.1.1.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.27) berechnet sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse aus der Summe der Teilmomente aller vier Eckbewehrungen zu

$$M_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} M_{si,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} m_{si,y} \quad (\text{A.132})$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.30) zu

$$M_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} M_{si,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} m_{si,z} \quad (\text{A.133})$$

Die Teilmomente am Einheitsquadrat sind nach Bild A.7

$$m_{s_i,y} = \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.134})$$

$$m_{s_i,z} = \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.135})$$

mit  $i = 1, 2, 3, 4$

Damit ist

$$M_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.136})$$

und

$$M_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.137})$$

Tab. A.7 enthält entsprechende Werte für den Integranden  $\delta_i$  und die Hebelarme  $y_i(\delta_i)$  und  $z_i(\delta_i)$ , abhängig vom Winkel der Nulllinie.

#### A.1.1.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.26) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} EA_{s_i} = \sum_{i=1}^{i=4} EA_{s_i}' \quad (\text{A.138})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse berechnen sich mit Gl. (4.28) bzw. (4.29) aus der Summe aller vier Eckbewehrungen zu

$$ES_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} ES_{s_i,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} ES_{s_i,y}' \quad (\text{A.139})$$

$$EI_{s,y} = \sum_{i=1}^{i=4} EI_{s_i,y} = h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} EI_{s_i,y}' \quad (\text{A.140})$$

und entsprechend um die z-Achse mit Gl. (4.31) bzw. (4.32) zu

$$ES_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} ES_{s_i,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} ES_{s_i,z}' \quad (\text{A.141})$$

$$EI_{s,z} = \sum_{i=1}^{i=4} EI_{s_i,z} = b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} EI_{s_i,z}' \quad (\text{A.142})$$

Die Anteile der Querschnittssteifigkeiten am Einheitsquadrat sind gemäß Bild A.7

$$EA_{s_i}' = E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.143})$$

$$ES_{s_i,y}' = E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.144})$$

$$EI_{s_i,y}' = E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.145})$$

$$ES_{s_i,z}' = E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.146})$$

$$EI_{s_i,z}' = E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.147})$$

mit  $i = 1, 2, 3, 4$

Man erhält schließlich für die Dehnsteifigkeit

$$EA_s = \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.148})$$

und für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{s,y} = h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.149})$$

$$EI_{s,y} = h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.150})$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.151})$$

$$EI_{s,z} = b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot A_{s_i} \quad (\text{A.152})$$

Tab. A.7 enthält entsprechende Werte für den Integranden  $\delta_i$  und die Hebelarme  $y_i(\delta_i)$  und  $z_i(\delta_i)$ , abhängig vom Winkel der Nulllinie.

### A.1.1.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### A.1.1.3.1 Bewehrung gleichmäßig verteilt

##### A.1.1.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Die gesamte aufnehmbare Längskraft ist gemäß Gl. (A.1) die Summe der Anteile des Betons und des Betonstahls.

Aus Gl. (A.18) und (A.83) ergibt sich somit

$$\begin{aligned}
 N_{\text{Rd}} &= N_{\text{c}} + N_{\text{s}} \\
 &= b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}} + \alpha_{\text{Nc3}}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.153}$$

Indem die mit den konstanten Faktoren  $\alpha$  und  $f_{\text{cd}}$  normierte Betonspannung (Gl. (2.3)) verwendet wird, kann man für den Betonanteil auch schreiben

$$\begin{aligned}
 N_{\text{c}} &= b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\quad \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right]
 \end{aligned} \tag{A.154}$$

Dies hat den Vorteil, dass die Integrale  $\alpha_{\text{Nci}'}$  unabhängig von der Betonfestigkeit berechnet werden können.

Durch Einführung des mechanischen Bewehrungsgrades, jeweils bezogen auf die vier Querschnittsseiten

$$\begin{aligned}
 \omega_i &= \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{c}}} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{A_{\text{si}}}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \\
 &\text{mit } i = 1, 2, 3, 4
 \end{aligned} \tag{A.155}$$

erhält man für den Anteil des Betonstahls

$$N_{\text{s}} = \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{l_i} = \frac{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{\omega_i}{l_i} \tag{A.156}$$

Um nicht mit vier unterschiedlichen mechanischen Bewehrungsgraden arbeiten zu müssen, werden diese zum totalen mechanischen Bewehrungsgrad zusammengefasst

$$\omega_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{i=4} \omega_i = \sum_{i=1}^{i=4} \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{c}}} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{A_{\text{s,tot}}}{A_{\text{c}}} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \tag{A.157}$$

Dabei gilt folgender Zusammenhang

$$\frac{\omega_i}{A_{\text{si}}} = \frac{\omega_{\text{tot}}}{A_{\text{s,tot}}} \quad \rightarrow \quad \omega_i = \omega_{\text{tot}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \tag{A.158}$$

Es ergibt sich aus Gl. (A.156)

$$N_s = \omega_{\text{tot}} \cdot \frac{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \quad (\text{A.159})$$

Zusammenfassend ist danach die aufnehmbare Längskraft

$$N_{\text{Rd}} = b \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.160})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} v_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Nsi}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.161})$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{\text{Nci}'}$  entsprechen dabei bis auf die normierte Betonspannung denjenigen für  $\alpha_{\text{Nci}}$  (Gl. (A.19) bis (A.21))

$$\alpha_{\text{Nc1}'} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.162})$$

$$\alpha_{\text{Nc2}'} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.163})$$

$$\alpha_{\text{Nc3}'} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.164})$$

Für die Integrale  $\alpha_{\text{Nsi}}$  gilt Gl. (A.84).

$l_i$  siehe Tab. A.5 .

Es ist zu erkennen, dass Gl. (A.161) unabhängig von der Querschnittsbreite und -höhe ausgewertet werden kann. Die Unabhängigkeit von der Betonfestigkeit ist, wie bereits in Kap. 2.3.3.1 erwähnt, tatsächlich nur bei Verwendung des P.-R.-Diagramms (Bild 2.2) für normalfeste Betone gegeben. Ansonsten ergeben sich für die bezogenen Schnittgrößen bei jeder Betongüte durch individuelle Grenzverzerrungen unterschiedli-

che Werte. Außerdem ist die Betonfestigkeit in den Spannungsgleichungen (2.10) und (2.15) weiterhin enthalten. Die Abhängigkeit von Betonstahlquerschnitt und -güte bleibt in jedem Fall erhalten.

Deshalb ist es nicht immer sinnvoll Bemessungsdiagramme mit den bezogenen Schnittgrößen und dem mechanischen Bewehrungsgrad aufzustellen. Stattdessen kann man die nur noch auf den Betonquerschnitt bezogenen Schnittgrößen und den *geometrischen* Bewehrungsgrad als Eingangsgrößen für die Diagramme verwenden. Dies vereinfacht die Anwendung der Tafeln wenn diese auf individuellen Betonarbeitslinien basieren (Bild 4.37).

Gl. (A.161) wird dabei mit  $f_{cd}$  durchmultipliziert und man erhält

$$\begin{aligned} n_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{A_c} \\ &= \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Nc1}' + \alpha_{Nc3}') + \frac{\alpha_{Nc2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Nsi} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (A.165)$$

mit dem geometrischen Bewehrungsgrad

$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \quad (A.166)$$

Die Gleichungen für die Integrale  $\alpha_N$  bleiben hierbei unverändert.

#### A.1.1.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Um die y-Achse gilt Gl. (A.2). Durch Einsetzen von Gl. (A.32) und (A.100) ergibt sich

$$\begin{aligned} M_{Rd,y} &= M_{c,y} + M_{s,y} \\ &= b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,y} + \alpha_{Mc3,y}) + \frac{\alpha_{Mc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \end{aligned} \quad (A.167)$$

bzw. um die z-Achse mit Gl. (A.36) und (A.103) eingesetzt in Gl. (A.3)

$$\begin{aligned} M_{Rd,z} &= M_{c,z} + M_{s,z} \\ &= b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{Mc1,z} + \alpha_{Mc3,z}) + \frac{\alpha_{Mc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{Msi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i} \end{aligned} \quad (A.168)$$

Mit Verwenden der normierten Betonspannung (Gl. (2.3)) und dem totalen mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.157) und (A.158)) erhält man

$$M_{\text{Rd},y} = b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.169})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.170})$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{\text{Mci},y}'$  ergeben sich unmittelbar aus Gl. (A.33) bis (A.35) unter Berücksichtigung der normierten Betonspannung

$$\alpha_{\text{Mc}1,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.171})$$

$$\alpha_{\text{Mc}2,y}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.172})$$

$$\alpha_{\text{Mc}3,y}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.173})$$

Hebelarme  $z_i(\delta)$  siehe Tab. A.3 .

Für die Integrale  $\alpha_{\text{Msi},y}$  gilt Gl. (A.101).

$l_i$  siehe Tab. A.5 .

Um die z-Achse gilt

$$M_{\text{Rd},z} = b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.174})$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.175})$$

Die Integrale  $\alpha_{\text{Mci},z}'$  sind nach Gl. (A.37) bis (A.39)

$$\alpha_{\text{Mc}1,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.176})$$

$$\alpha_{\text{Mc}2,z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.177})$$

$$\alpha_{\text{Mc}3,z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.178})$$

Hebelarme  $y_i(\delta)$  siehe Tab. A.3 .

Für die Integrale  $\alpha_{\text{Msi},z}$  gilt Gl. (A.104). Werte für  $l_i$  siehe Tab. A.5 .

Für Bemessungsdiagramme auf der Grundlage individueller Betonarbeitslinien kann Gl. (A.170) und (A.175) unter Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades mit Gl. (A.166) modifiziert werden

$$\begin{aligned} m_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},y} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.179})$$

$$\begin{aligned} m_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Msi},z} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.180})$$

Die Gleichungen für die Integrale  $\alpha_{\text{M}}$  bleiben dabei unverändert.

### A.1.1.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich aus Gl. (A.52) und (A.119) eingesetzt in Gl. (A.4)

$$\begin{aligned}
 EA &= EA_c + EA_s \\
 &= b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1} + \alpha_{EAc3}) + \frac{\alpha_{EAc2}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EAsi} \cdot \frac{A_{si}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.181}$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt Gl. (A.5) bzw. (A.7). Durch Einsetzen von Gl. (A.56) und (A.121) bzw. Gl. (A.57) und (A.122) erhält man

$$\begin{aligned}
 ES_y &= ES_{c,y} + ES_{s,y} \\
 &= b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y} + \alpha_{ESc3,y}) + \frac{\alpha_{ESc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.182}$$

$$\begin{aligned}
 EI_y &= EI_{c,y} + EI_{s,y} \\
 &= b \cdot h^3 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,y} + \alpha_{EIc3,y}) + \frac{\alpha_{EIc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,y} \cdot \frac{A_{si}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.183}$$

sowie um die z-Achse mit Gl. (A.64) und (A.125) eingesetzt in Gl. (A.6) bzw. Gl. (A.65) und (A.126) in Gl. (A.8)

$$\begin{aligned}
 ES_z &= ES_{c,z} + ES_{s,z} \\
 &= b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z} + \alpha_{ESc3,z}) + \frac{\alpha_{ESc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{ESsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.184}$$

$$\begin{aligned}
 EI_z &= EI_{c,z} + EI_{s,z} \\
 &= b^3 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,z} + \alpha_{EIc3,z}) + \frac{\alpha_{EIc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{EIsi,z} \cdot \frac{A_{si}}{l_i}
 \end{aligned} \tag{A.185}$$

Mit Verwenden des normierten Tangentenmoduls  $E_c'$  (Gl. (2.6)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.157) und (A.158)) erhält man für die Dehnsteifigkeit

$$EA = b \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{EA}c1}' + \alpha_{\text{EA}c3}') + \frac{\alpha_{\text{EA}c2}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EA}si} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.186})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{EA} &= \frac{EA}{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{EA}c1}' + \alpha_{\text{EA}c3}') + \frac{\alpha_{\text{EA}c2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EA}si} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.187})$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{\text{EA}ci}'$  ergeben sich unmittelbar aus Gl. (A.53) bis (A.55) unter Berücksichtigung des normierten Tangentenmoduls

$$\alpha_{\text{EA}c1}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.188})$$

$$\alpha_{\text{EA}c2}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.189})$$

$$\alpha_{\text{EA}c3}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.190})$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ES}c1,y}' + \alpha_{\text{ES}c3,y}') + \frac{\alpha_{\text{ES}c2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ES}si,y} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.191})$$

$$EI_y = b \cdot h^3 \cdot f_{cd} \left\{ \begin{aligned} & \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1,y}'} + \alpha_{\text{Elc3,y}'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2,y}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ & + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Elsi,y}} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.192})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1,y}'} + \alpha_{\text{ESc3,y}'}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2,y}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ & \quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ESSi,y}} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.193})$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{b \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1,y}'} + \alpha_{\text{Elc3,y}'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2,y}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ & \quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{Elsi,y}} \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.194})$$

Die Gleichungen für  $\alpha_{\text{ESc1,y}'}$  und  $\alpha_{\text{Elc1,y}'}$  ergeben sich unmittelbar aus Gl. (A.58) bis (A.63) unter Berücksichtigung des normierten Tangentenmoduls

$$\alpha_{\text{ESc1,y}'} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.195})$$

$$\alpha_{\text{ESc2,y}'} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.196})$$

$$\alpha_{\text{ESc3,y}'} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z_3(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.197})$$

$$\alpha_{\text{Elc1,y}'} = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,z}^2(\delta)}{12} + z_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.198})$$

$$\alpha_{\text{Elc2,y}'} = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,z}^2(\delta)}{12} + z_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.199})$$

$$\alpha_{\text{Elc3,y}'} = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,z}^2(\delta)}{12} + z_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.200})$$

Hebelarme  $z_i(\delta)$  siehe Tab. A.3 .

Werte  $c_{i,z}(\delta)$  siehe Tab. A.4 .

Für die Integrale  $\alpha_{\text{ESsi,y}}$  und  $\alpha_{\text{EIsi,y}}$  gelten Gl. (A.123) und (A.124).

$l_i$  siehe Tab. A.5 .

Für die Querschnittssteifigkeiten um die z-Achse gilt

$$ES_z = b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1,z}'} + \alpha_{\text{ESc3,z}'}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2,z}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ESsi,z}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.201})$$

$$EI_z = b^3 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1,z}'} + \alpha_{\text{Elc3,z}'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2,z}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EIsi,z}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \right\} \quad (\text{A.202})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1,z}'} + \alpha_{\text{ESc3,z}'}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2,z}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{ESsi,z}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.203})$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{b^3 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1,z}'} + \alpha_{\text{Elc3,z}'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2,z}'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \alpha_{\text{EIsi,z}} \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}} \cdot l_i} \end{aligned} \quad (\text{A.204})$$

Die Integrale  $\alpha_{\text{ESci},z}'$  und  $\alpha_{\text{Elici},z}'$  sind nach Gl. (A.66) bis (A.71)

$$\alpha_{\text{ESc1},z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.205})$$

$$\alpha_{\text{ESc2},z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.206})$$

$$\alpha_{\text{ESc3},z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y_1(\delta) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.207})$$

$$\alpha_{\text{Elic1},z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=a_1} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{1,y}^2(\delta)}{12} + y_1^2(\delta) \right) \cdot \delta \cdot d\delta \quad (\text{A.208})$$

$$\alpha_{\text{Elic2},z}' = \int_{\delta=a_1}^{\delta=a_2} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{2,y}^2(\delta)}{12} + y_2^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.209})$$

$$\alpha_{\text{Elic3},z}' = \int_{\delta=a_2}^{\delta=h'} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_{3,y}^2(\delta)}{12} + y_3^2(\delta) \right) \cdot (h' - \delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.210})$$

Hebelarme  $y_i(\delta)$  siehe Tab. A.3 .

Werte  $c_{i,y}(\delta)$  siehe Tab. A.4 .

Für die Integrale  $\alpha_{\text{ESSi},z}$  und  $\alpha_{\text{EISi},z}$  gilt Gl. (A.127) und (A.128).

$l_i$  siehe Tab. A.5 .

### A.1.1.3.2 Konzentrierte Eckbewehrung

#### A.1.1.3.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Der Anteil des Betons (Gl. (A.18)) und der Anteil des Betonstahls (Gl. (A.131)) eingesetzt in Gl. (A.1) ergibt

$$\begin{aligned} N_{\text{Rd}} &= N_c + N_s \\ &= b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}} + \alpha_{\text{Nc3}}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{\text{Si}} \end{aligned} \quad (\text{A.211})$$

Mit Anwendung der normierten Betonspannung  $\sigma_c'$  (Gl. (2.3)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.157) und (A.158)) ergibt sich

$$N_{\text{Rd}} = b \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\} \quad (\text{A.212})$$

und in bezogener Form

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{b \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} = \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \quad (\text{A.213})$$

Integrale  $\alpha_{\text{Nci}'}$  siehe Gl. (A.19) bis (A.21).

$\delta_i$  siehe Tab. A.7 .

Mit Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades (Gl. (A.166)) erhält man

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{b \cdot h} = \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Nc1}'} + \alpha_{\text{Nc3}'}) + \frac{\alpha_{\text{Nc2}'}}{\cos(\varphi')} \right] + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \quad (\text{A.214})$$

#### A.1.1.3.2.2 Aufnehmbare Momente

Der Anteil des Betons (Gl. (A.32)) und der Anteil des Betonstahls (Gl. (A.136)) eingesetzt in Gl. (A.2) ergibt

$$M_{\text{Rd},y} = M_{\text{c},y} + M_{\text{s},y} = b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc1},y} + \alpha_{\text{Mc3},y}) + \frac{\alpha_{\text{Mc2},y}}{\cos(\varphi')} \right] + h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{\text{si}} \quad (\text{A.215})$$

bzw. mit Gl. (A.36) und (A.137) in Gl. (A.3)

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},z} &= M_{\text{c},z} + M_{\text{s},z} \\
 &= b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z} + \alpha_{\text{Mc}3,z}) + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{\text{si}}
 \end{aligned} \tag{A.216}$$

Durch Einsetzen der normierten Betonspannung  $\sigma_c'$  (Gl. (2.3)) und dem totalen mechanischen Bewehrungsgrad  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.157) und (A.158)) erhält man

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},y} &= b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\quad \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}
 \end{aligned} \tag{A.217}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y}' + \alpha_{\text{Mc}3,y}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}
 \end{aligned} \tag{A.218}$$

Integrale  $\alpha_{\text{Mc}i,y}'$  siehe Gl. (A.33) bis (A.35).  
 $\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Tab. A.7 .

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},z} &= b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\quad \cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z}' + \alpha_{\text{Mc}3,z}') + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}
 \end{aligned} \tag{A.219}$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z'} + \alpha_{\text{Mc}3,z'}) + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}\end{aligned}\quad (\text{A.220})$$

Integrale  $\alpha_{\text{Mc}i,z'}$  siehe Gl. (A.37) bis (A.39).

$\delta_i$  und  $y_i(\delta_i)$  siehe Tab. A.7 .

Unter Verwendung des geometrischen Bewehrungsgrades (Gl. (A.166)) können Gl. (A.218) und (A.220) modifiziert werden

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{b \cdot h^2} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,y'} + \alpha_{\text{Mc}3,y'}) + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,y'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}\end{aligned}\quad (\text{A.221})$$

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{b^2 \cdot h} \\ &= \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Mc}1,z'} + \alpha_{\text{Mc}3,z'}) + \frac{\alpha_{\text{Mc}2,z'}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=4} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}\end{aligned}\quad (\text{A.222})$$

#### A.1.1.3.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich aus Gl. (A.52) und (A.148) eingesetzt in Gl. (A.4)

$$\begin{aligned}EA &= EA_c + EA_s \\ &= b \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{EA}c1} + \alpha_{\text{EA}c3}) + \frac{\alpha_{\text{EA}c2}}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot A_{\text{si}}\end{aligned}\quad (\text{A.223})$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt Gl. (A.5) bzw. (A.7). Durch Einsetzen von Gl. (A.56) und (A.149) bzw. Gl. (A.57) und (A.150) erhält man

$$\begin{aligned}
 ES_y &= ES_{c,y} + ES_{s,y} \\
 &= b \cdot h^2 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y} + \alpha_{ESc3,y}) + \frac{\alpha_{ESc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + h \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot A_{si}
 \end{aligned} \tag{A.224}$$

$$\begin{aligned}
 EI_y &= EI_{c,y} + EI_{s,y} \\
 &= b \cdot h^3 \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,y} + \alpha_{EIc3,y}) + \frac{\alpha_{EIc2,y}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + h^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot A_{si}
 \end{aligned} \tag{A.225}$$

Mit Gl. (A.64) und (A.151) bzw. Gl. (A.65) und (A.152) in Gl. (A.6) bzw. (A.8)

$$\begin{aligned}
 ES_z &= ES_{c,z} + ES_{s,z} \\
 &= b^2 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z} + \alpha_{ESc3,z}) + \frac{\alpha_{ESc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + b \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot A_{si}
 \end{aligned} \tag{A.226}$$

$$\begin{aligned}
 EI_z &= EI_{c,z} + EI_{s,z} \\
 &= b^3 \cdot h \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,z} + \alpha_{EIc3,z}) + \frac{\alpha_{EIc2,z}}{\cos(\varphi')} \right] \\
 &\quad + b^2 \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot A_{si}
 \end{aligned} \tag{A.227}$$

Durch Einsetzen des normierten Tangentenmoduls  $E_c'$  (Gl. (2.6)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{tot}$  (Gl. (A.157) und (A.158)) erhält man für die Dehnsteifigkeit

$$\begin{aligned}
 EA &= b \cdot h \cdot f_{cd} \\
 &\quad \cdot \left[ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1}' + \alpha_{EAc3}') + \frac{\alpha_{EAc2}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.228}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{EA} &= \frac{EA}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EAc1}' + \alpha_{EAc3}') + \frac{\alpha_{EAc2}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (A.229)$$

Integrale  $\alpha_{EAc_i}'$  siehe Gl. (A.188) bis (A.190).

$\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Tab. A.7 .

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$\begin{aligned} ES_y &= b \cdot h^2 \cdot f_{cd} \\ &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y}' + \alpha_{ESc3,y}') + \frac{\alpha_{ESc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right\} \end{aligned} \quad (A.230)$$

$$\begin{aligned} EI_y &= b \cdot h^3 \cdot f_{cd} \\ &\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,y}' + \alpha_{EIc3,y}') + \frac{\alpha_{EIc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \right\} \end{aligned} \quad (A.231)$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,y}' + \alpha_{ESc3,y}') + \frac{\alpha_{ESc2,y}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (A.232)$$

$$\begin{aligned}
\overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{b \cdot h^3 \cdot f_{cd}} \\
&= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1},y'} + \alpha_{\text{Elc3},y'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2},y'}}{\cos(\varphi')} \right] \\
&\quad + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}}
\end{aligned} \tag{A.233}$$

Integrale  $\alpha_{\text{ESci},y'}$  siehe Gl. (A.58) bis (A.60).

Integrale  $\alpha_{\text{Elci},y'}$  siehe Gl. (A.61) bis (A.63).

$\delta_i$  und  $z_i(\delta_i)$  siehe Tab. A.7.

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}
ES_z &= b^2 \cdot h \cdot f_{cd} \\
&\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{ESc1},z'} + \alpha_{\text{ESc3},z'}) + \frac{\alpha_{\text{ESc2},z'}}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.234}$$

$$\begin{aligned}
EI_z &= b^3 \cdot h \cdot f_{cd} \\
&\cdot \left\{ \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{\text{Elc1},z'} + \alpha_{\text{Elc3},z'}) + \frac{\alpha_{\text{Elc2},z'}}{\cos(\varphi')} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \right\}
\end{aligned} \tag{A.235}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{ESc1,z}' + \alpha_{ESc3,z}') + \frac{\alpha_{ESc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (A.236)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{b^3 \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \alpha \cdot \left[ \left( \tan(\varphi') + \frac{1}{\tan(\varphi')} \right) \cdot (\alpha_{EIc1,z}' + \alpha_{EIc3,z}') + \frac{\alpha_{EIc2,z}'}{\cos(\varphi')} \right] \\ &\quad + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \sum_{i=1}^{i=4} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i^2(\delta_i) \cdot \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \end{aligned} \quad (A.237)$$

Integrale  $\alpha_{ESci,z}'$  siehe Gl. (A.66) bis (A.68).

Integrale  $\alpha_{EIci,z}'$  siehe Gl. (A.69) bis (A.71).

$\delta_i$  und  $y_i(\delta_i)$  siehe Tab. A.7 .



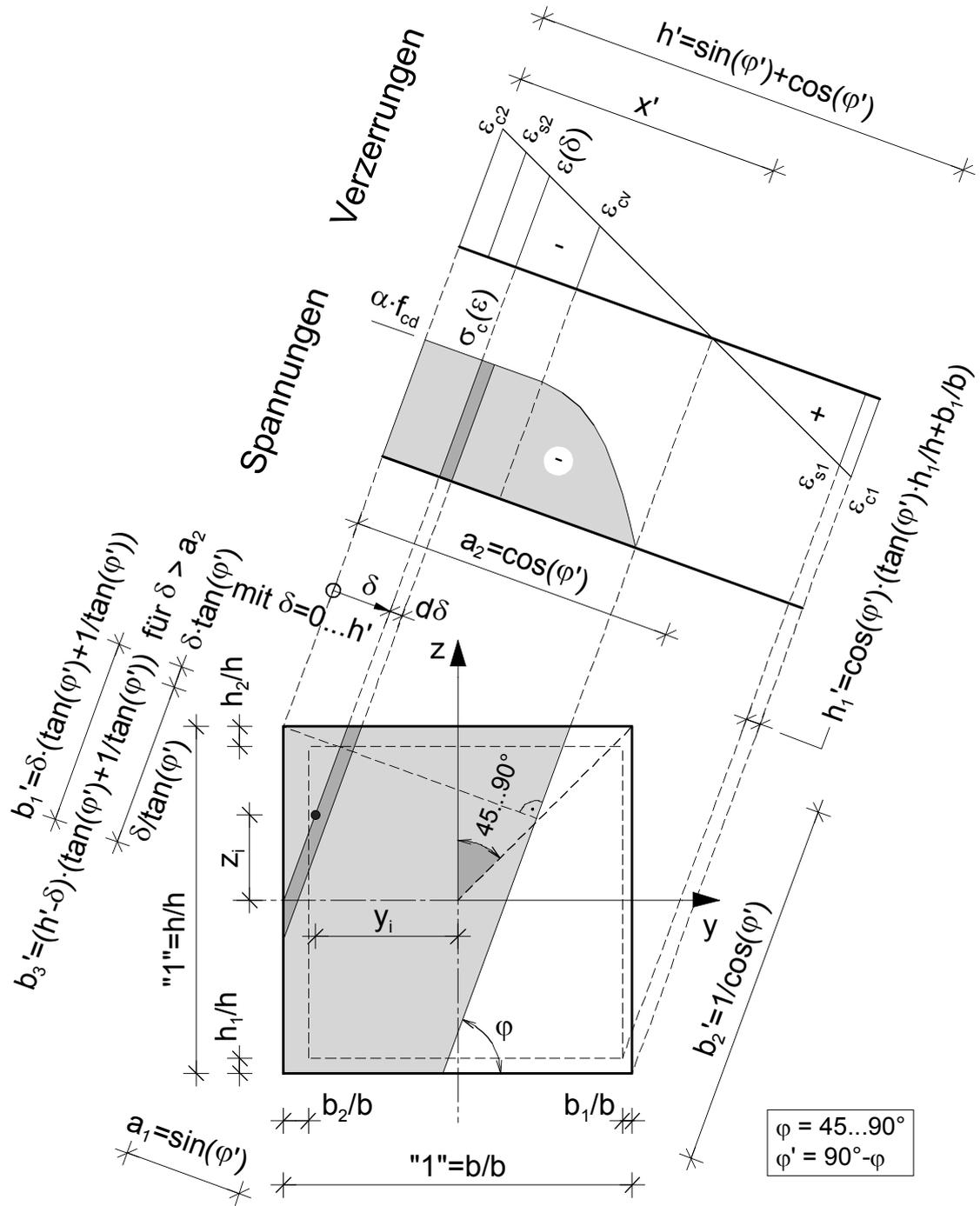


Bild A.9: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat,  $\varphi = 45 \dots 90^\circ$

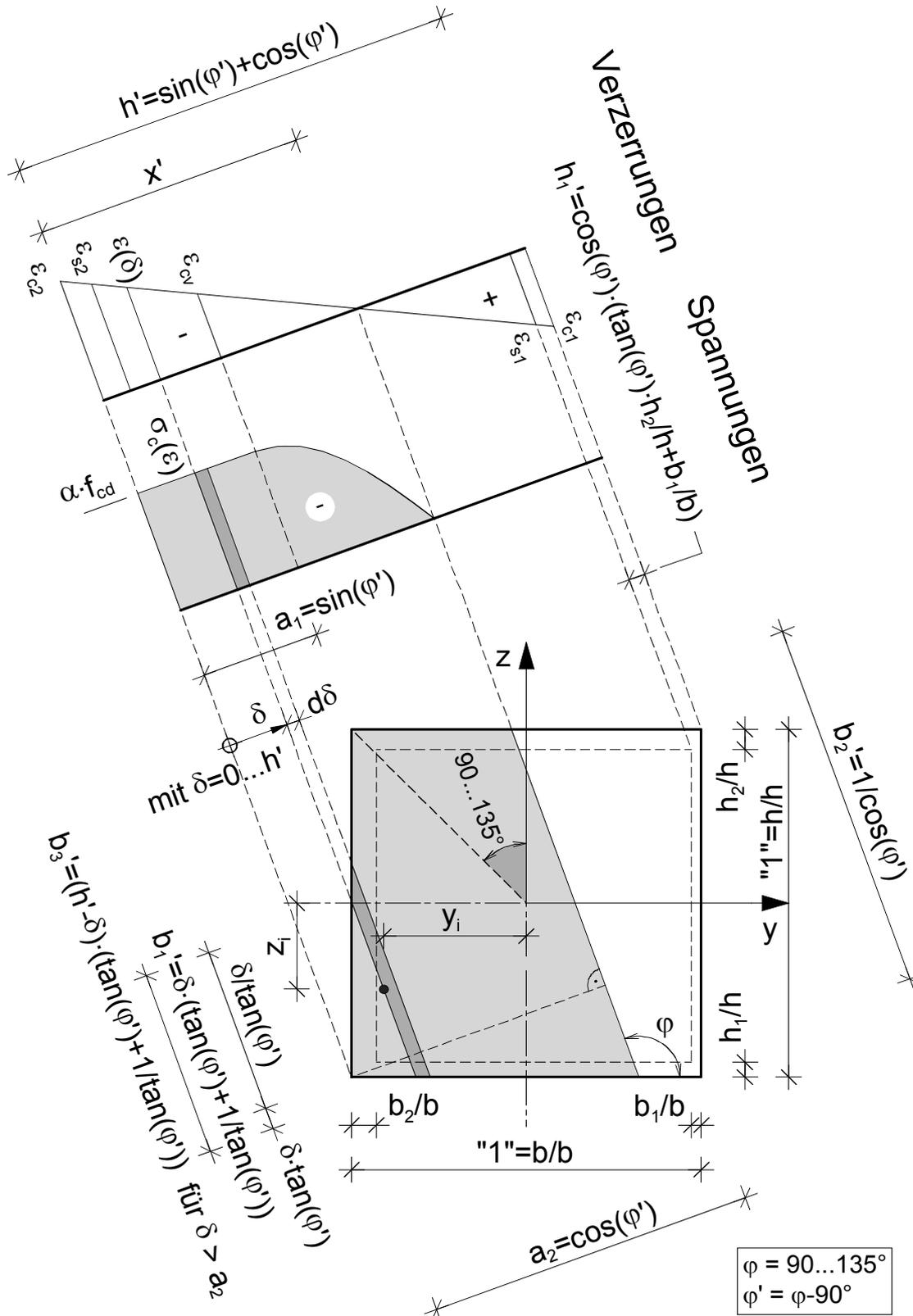


Bild A.10: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat,  $\varphi = 90 \dots 135^\circ$



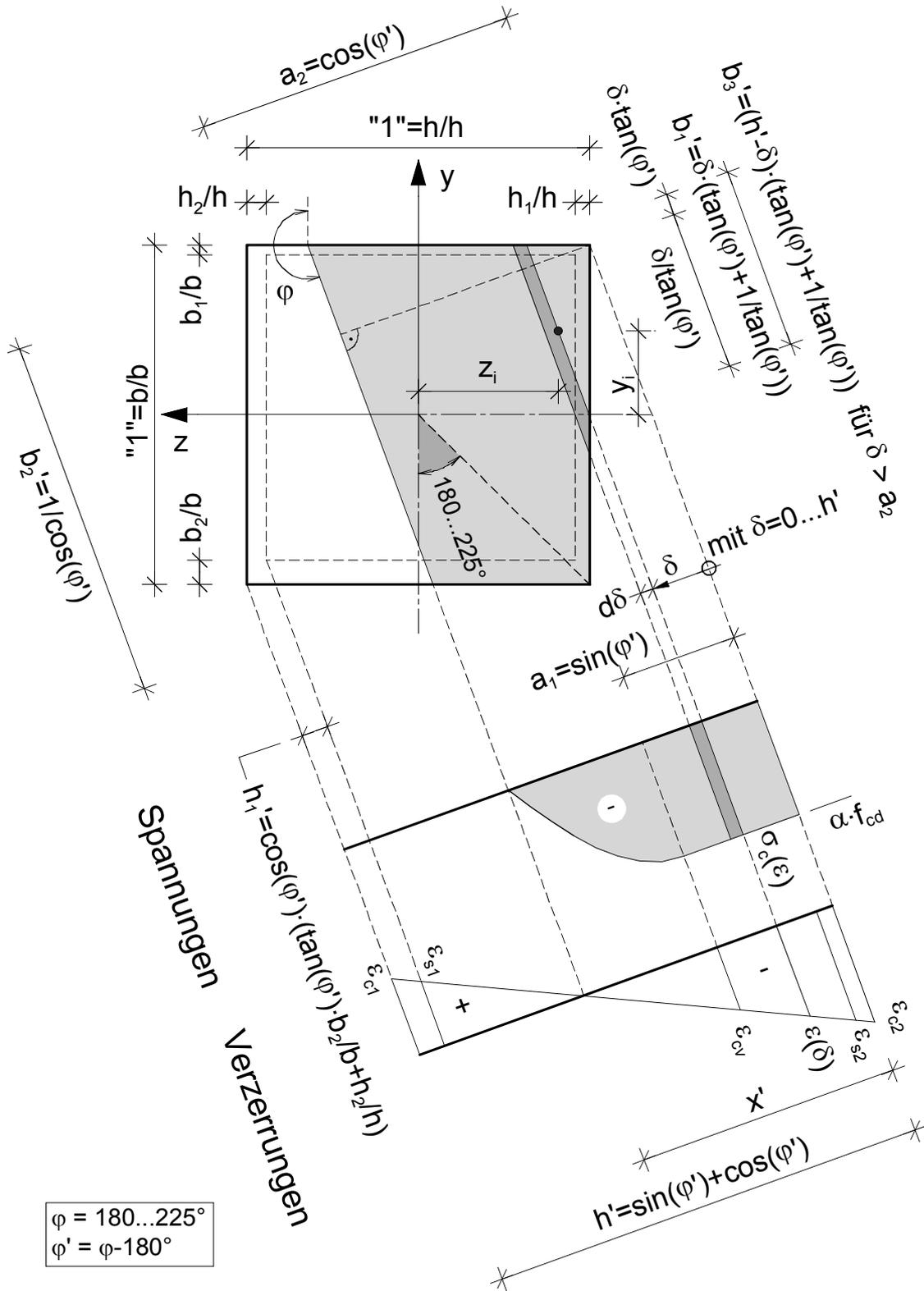


Bild A.12: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat,  $\varphi = 180 \dots 225^\circ$

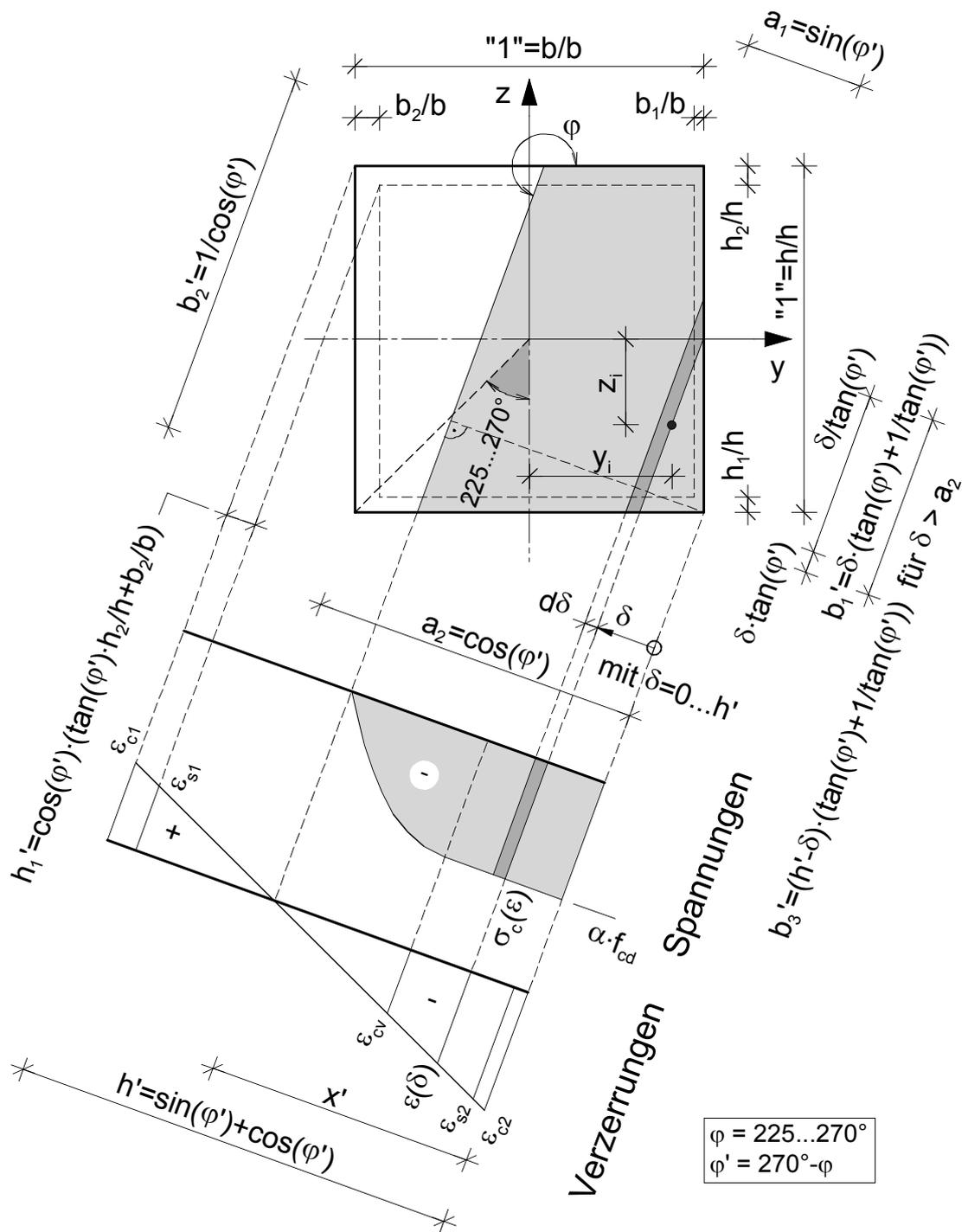


Bild A.13: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat,  $\varphi = 225 \dots 270^\circ$

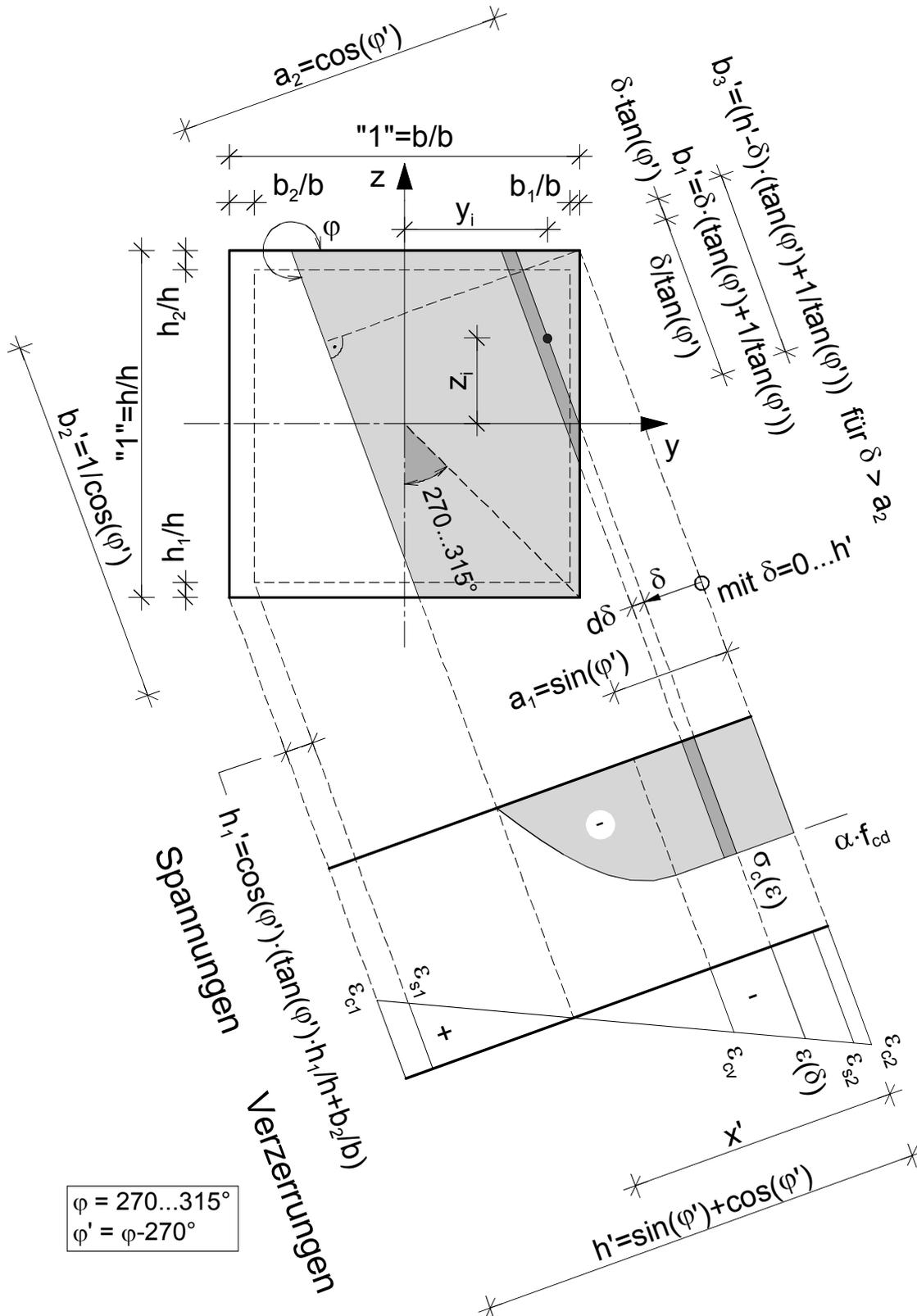


Bild A.14: Bezeichnungen für den Beton am Einheitsquadrat,  $\varphi = 270 \dots 315^\circ$



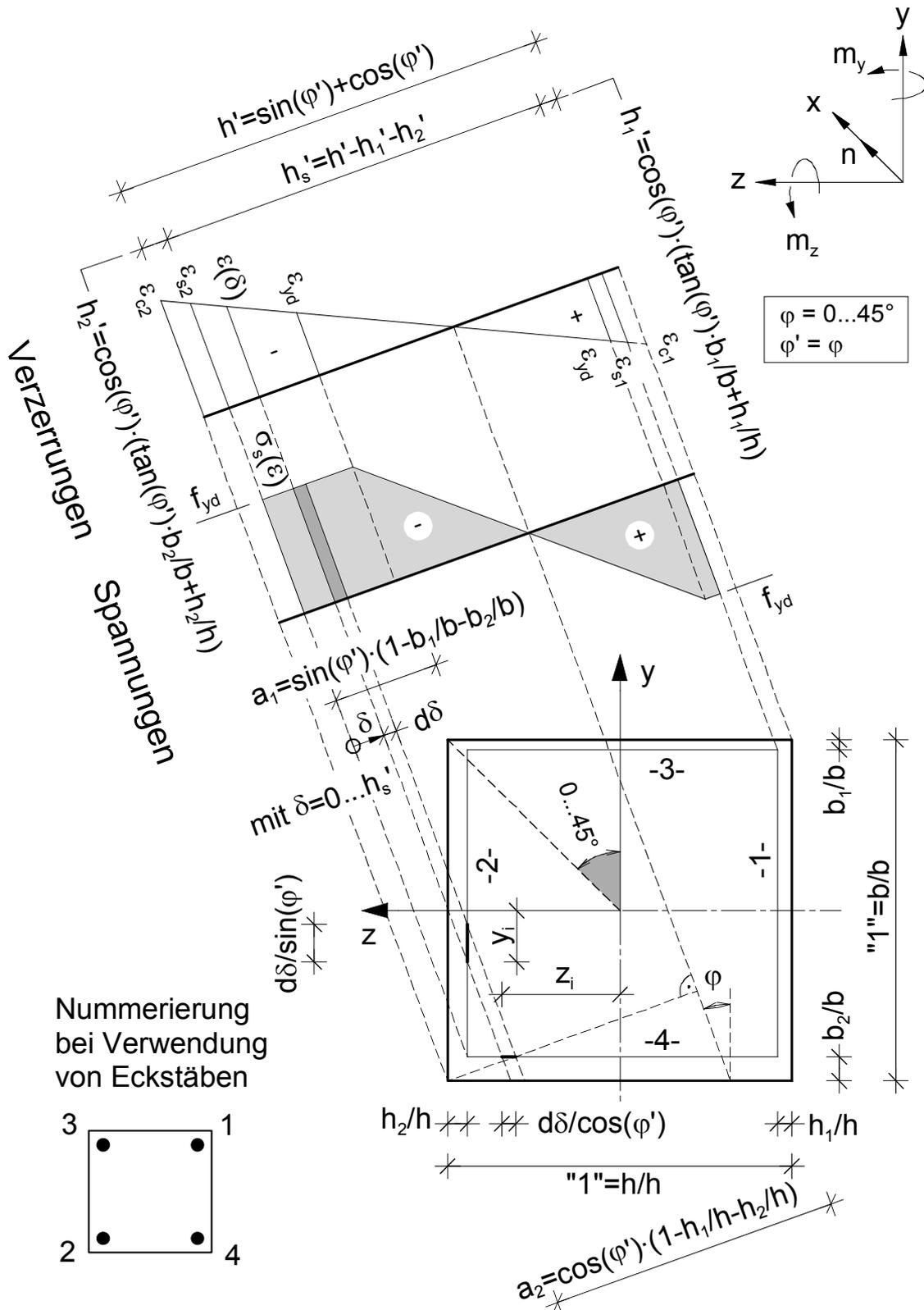


Bild A.16: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 0 \dots 45^\circ$

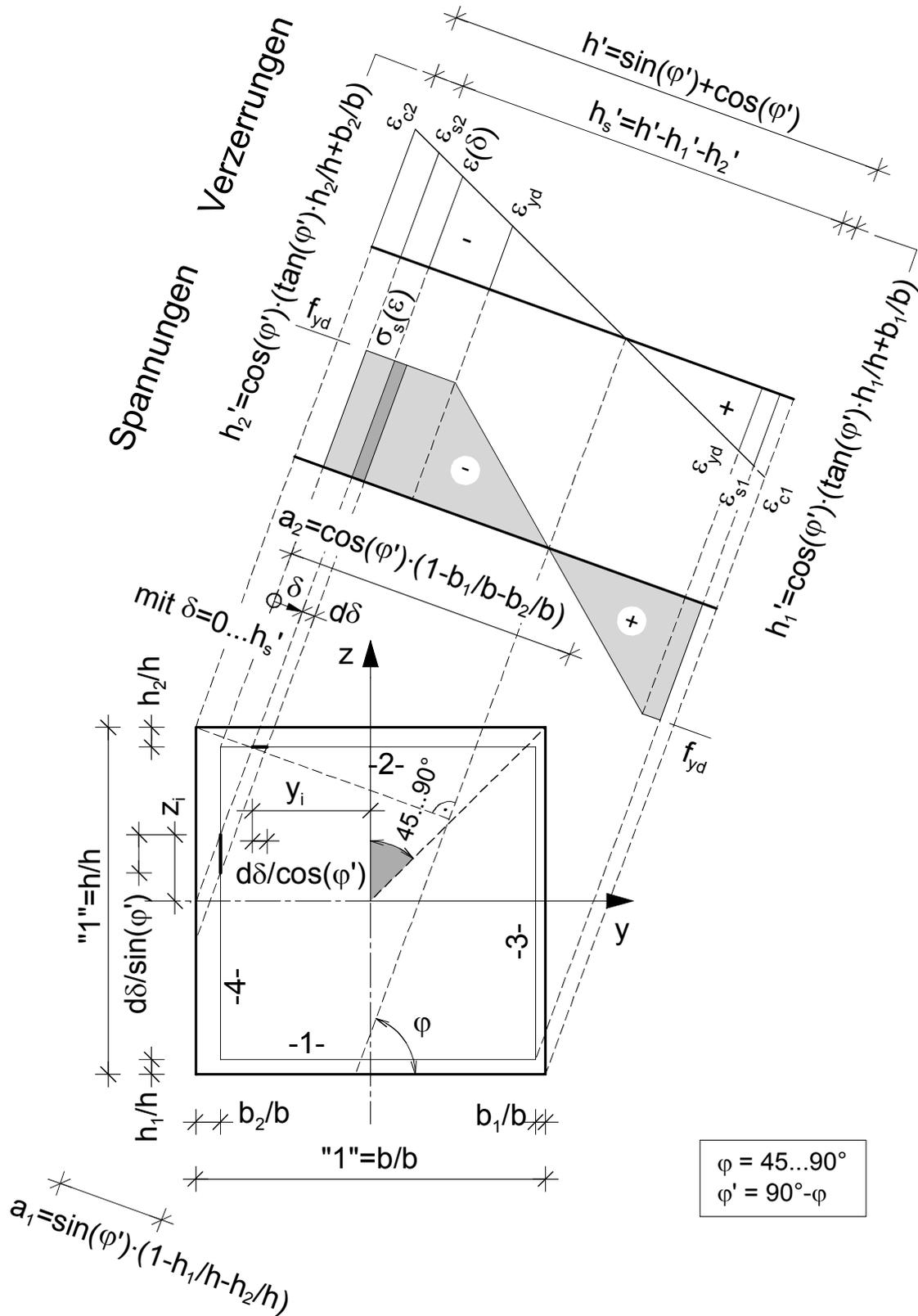


Bild A.17: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 45 \dots 90^\circ$

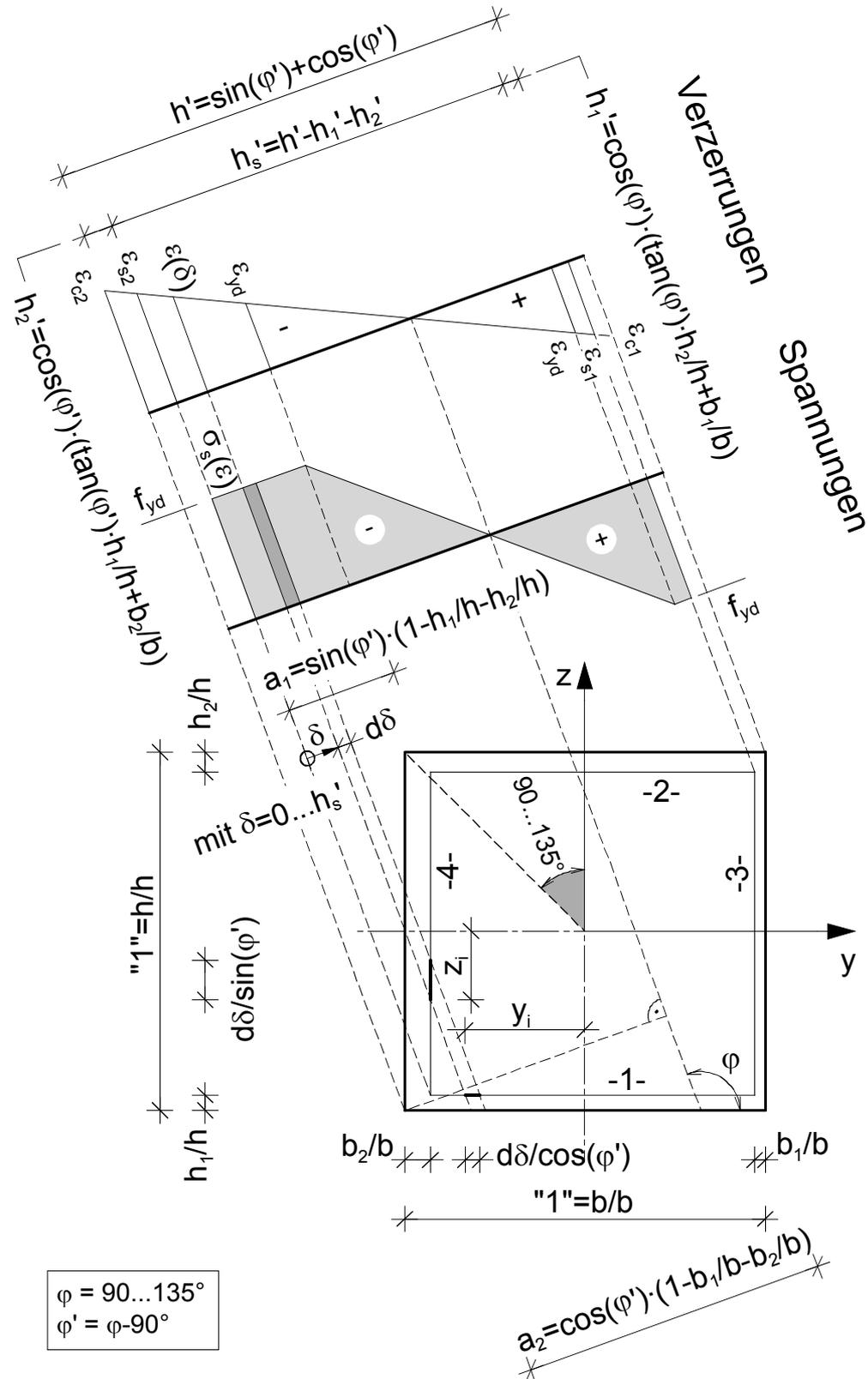


Bild A.18: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 90 \dots 135^\circ$

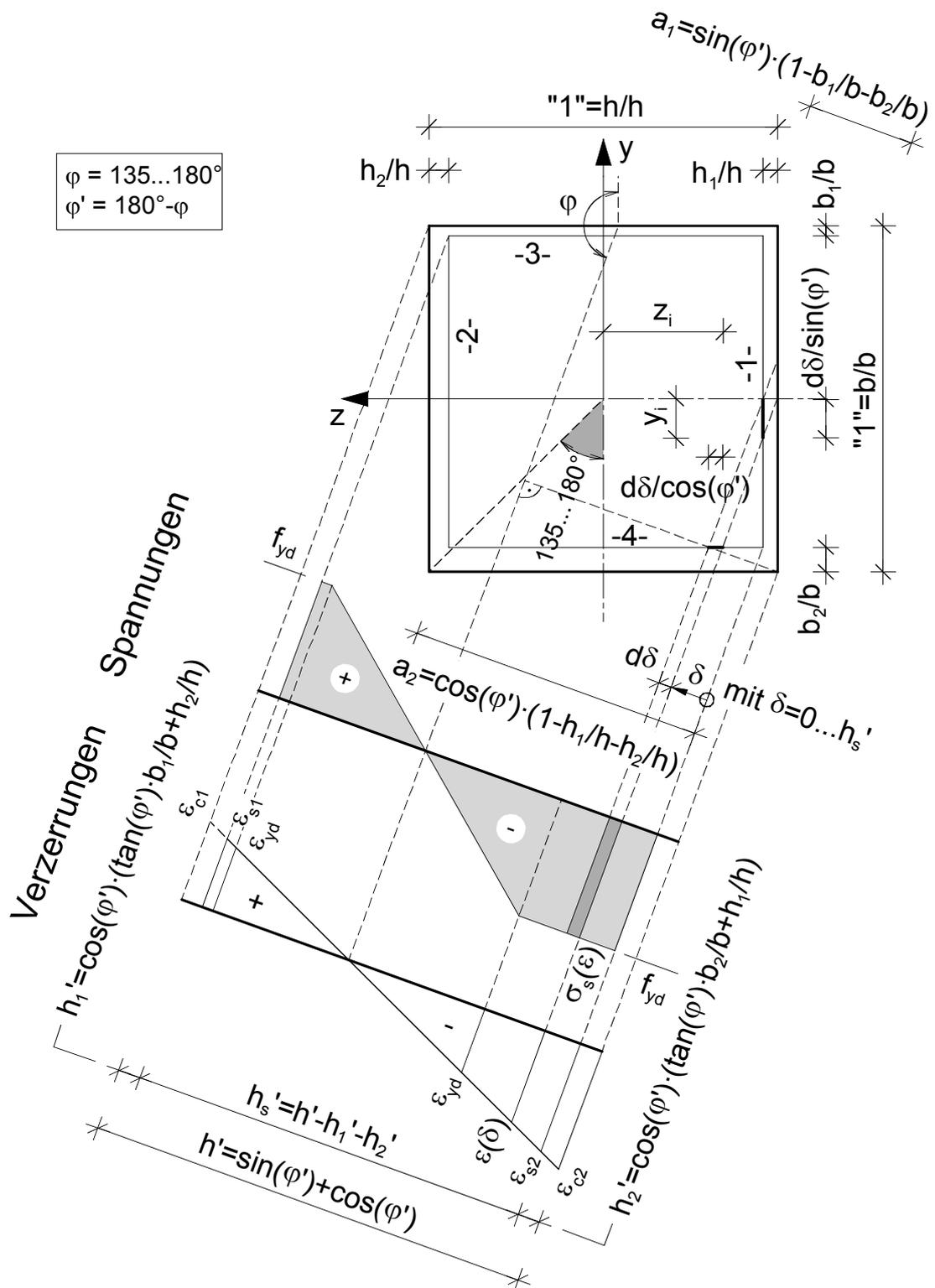


Bild A.19: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 135 \dots 180^\circ$

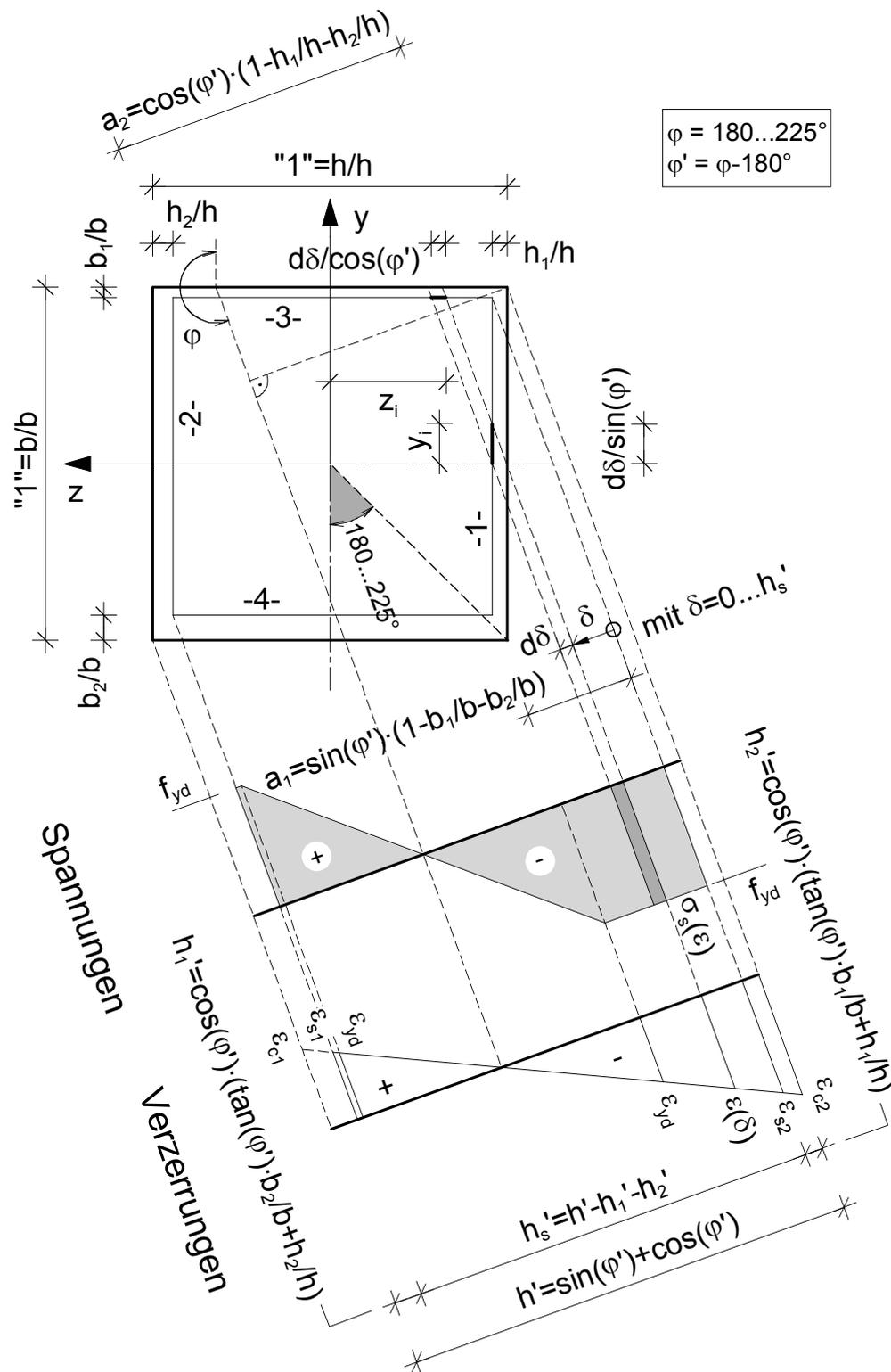


Bild A.20: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 180 \dots 225^\circ$

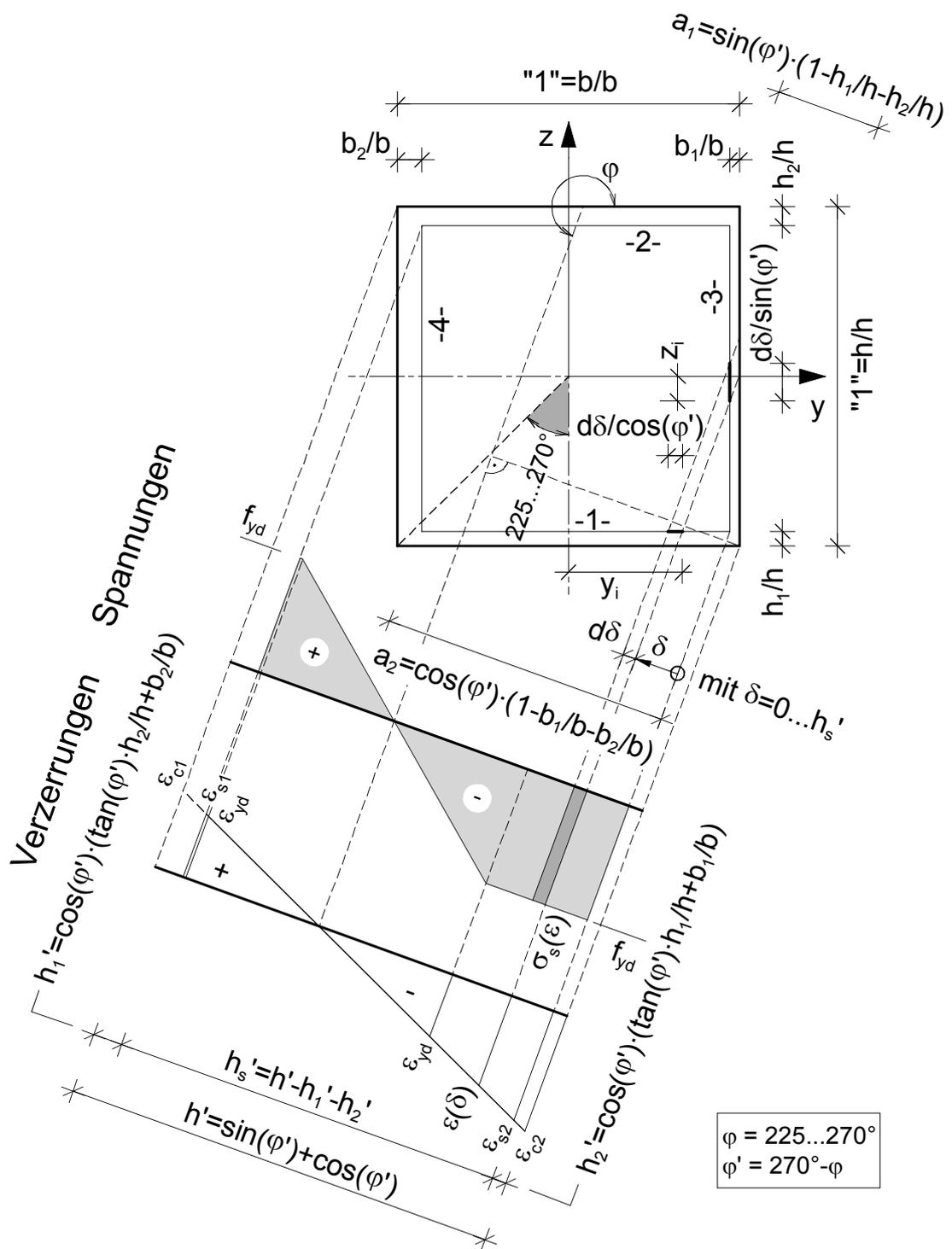


Bild A.21: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 225 \dots 270^\circ$



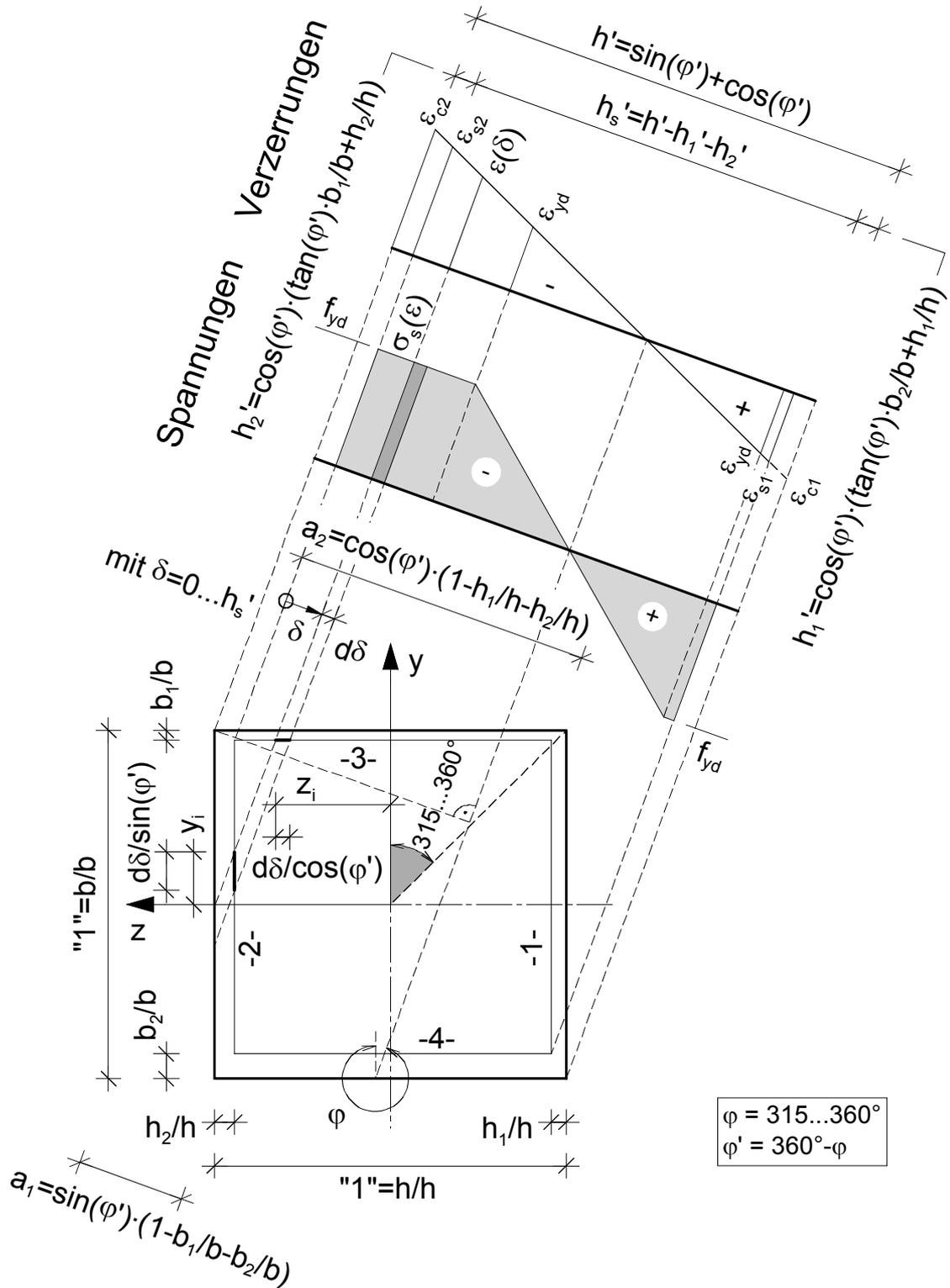


Bild A.23: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitsquadrat,  $\varphi = 315 \dots 360^\circ$

Tab. A.1: Integrationsabschnitte am Einheitsquadrat

	Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Integrationsabschnitte	
			$a_1$	$a_2$
Beton	0 bis 45	$\varphi$	$\sin(\varphi')$	$\cos(\varphi')$
	45 bis 90	$90 - \varphi$		
	90 bis 135	$\varphi - 90$		
	135 bis 180	$180 - \varphi$		
	180 bis 225	$\varphi - 180$		
	225 bis 270	$270 - \varphi$		
	270 bis 315	$\varphi - 270$		
	315 bis 360	$360 - \varphi$		
Betonstahl	0 bis 45	$\varphi$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
	45 bis 90	$90 - \varphi$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
	90 bis 135	$\varphi - 90$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
	135 bis 180	$180 - \varphi$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
	180 bis 225	$\varphi - 180$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
	225 bis 270	$270 - \varphi$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
	270 bis 315	$\varphi - 270$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
	315 bis 360	$360 - \varphi$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$

Tab. A.2: Randabstand der Bewehrung am Einheitsquadrat

	Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Randabstand	
			$h_1'$	$h_2'$
Betonstahl	0 bis 45	$\varphi$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_1/b + h_1/h]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_2/b + h_2/h]$
	45 bis 90	$90 - \varphi$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_1/h + b_1/b]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_2/h + b_2/b]$
	90 bis 135	$\varphi - 90$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_2/h + b_1/b]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_1/h + b_2/b]$
	135 bis 180	$180 - \varphi$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_1/b + h_2/h]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_2/b + h_1/h]$
	180 bis 225	$\varphi - 180$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_2/b + h_2/h]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_1/b + h_1/h]$
	225 bis 270	$270 - \varphi$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_2/h + b_2/b]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_1/h + b_1/b]$
	270 bis 315	$\varphi - 270$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_1/h + b_2/b]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot h_2/h + b_1/b]$
	315 bis 360	$360 - \varphi$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_2/b + h_1/h]$	$\cos(\varphi') \cdot [\tan(\varphi') \cdot b_1/b + h_2/h]$

Tab. A.3: Hebelarme am Einheitsquadrat für die Integrale des Betons

Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Index i	Hebelarme am Einheitsquadrat	
			$y_i(\delta)$	$z_i(\delta)$
0 bis 45	$\varphi$	1	$0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$
		2	0	$(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$
		3	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$
45 bis 90	$90 - \varphi$	1	$0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$
		2	$(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$	0
		3	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$
90 bis 135	$\varphi - 90$	1	$0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$
		2	$(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$	0
		3	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$
135 bis 180	$180 - \varphi$	1	$0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$
		2	0	$-(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$
		3	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$
180 bis 225	$\varphi - 180$	1	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$
		2	0	$-(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$
		3	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$
225 bis 270	$270 - \varphi$	1	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$
		2	$-(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$	0
		3	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$
270 bis 315	$\varphi - 270$	1	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$
		2	$-(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$	0
		3	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$
315 bis 360	$360 - \varphi$	1	$-0,5 \cdot [1 - \delta / \sin(\varphi')]$	$0,5 \cdot [1 - \delta / \cos(\varphi')]$
		2	0	$(h'/2 - \delta) / \cos(\varphi')$
		3	$0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \sin(\varphi')]$	$-0,5 \cdot [1 - (h' - \delta) / \cos(\varphi')]$

Tab. A.4: Höhe und Breite der schrägen  $d\delta$ -Fläche am Einheitsquadrat für die Integrale des Betons

Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Index i	Höhe und Breite der schrägen $d\delta$ -Fläche am Einheitsquadrat	
			$c_{i,y}(\delta)$	$c_{i,z}(\delta)$
0 bis 45	$\varphi$	1	$\delta/\sin(\varphi')$	$\delta/\cos(\varphi')$
		2	1	$\tan(\varphi')$
		3	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$
45 bis 90	$90 - \varphi$	1	$\delta/\cos(\varphi')$	$\delta/\sin(\varphi')$
		2	$\tan(\varphi')$	1
		3	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$
90 bis 135	$\varphi - 90$	1	$\delta/\cos(\varphi')$	$\delta/\sin(\varphi')$
		2	$\tan(\varphi')$	1
		3	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$
135 bis 180	$180 - \varphi$	1	$\delta/\sin(\varphi')$	$\delta/\cos(\varphi')$
		2	1	$\tan(\varphi')$
		3	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$
180 bis 225	$\varphi - 180$	1	$\delta/\sin(\varphi')$	$\delta/\cos(\varphi')$
		2	1	$\tan(\varphi')$
		3	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$
225 bis 270	$270 - \varphi$	1	$\delta/\cos(\varphi')$	$\delta/\sin(\varphi')$
		2	$\tan(\varphi')$	1
		3	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$
270 bis 315	$\varphi - 270$	1	$\delta/\cos(\varphi')$	$\delta/\sin(\varphi')$
		2	$\tan(\varphi')$	1
		3	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$
315 bis 360	$360 - \varphi$	1	$\delta/\sin(\varphi')$	$\delta/\cos(\varphi')$
		2	1	$\tan(\varphi')$
		3	$(h'-\delta)/\sin(\varphi')$	$(h'-\delta)/\cos(\varphi')$

Tab. A.5: Integrationsgrenzen und -längen am Einheitsquadrat für den gleichmäßig verteilten Betonstahl

Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Index i	Integrationsgrenzen		Integrationslänge $l_i$
			unten $u_i$	oben $o_i$	
0 bis 45	$\varphi$	1	$a_2$	$h_s'$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	0	$a_1$	
		3	$a_1$	$h_s'$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	0	$a_2$	
45 bis 90	$90 - \varphi$	1	$a_1$	$h_s'$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	0	$a_2$	
		3	$a_2$	$h_s'$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	0	$a_1$	
90 bis 135	$\varphi - 90$	1	0	$a_2$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	$a_1$	$h_s'$	
		3	$a_2$	$h_s'$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	0	$a_1$	
135 bis 180	$180 - \varphi$	1	0	$a_1$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	$a_2$	$h_s'$	
		3	$a_1$	$h_s'$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	0	$a_2$	
180 bis 225	$\varphi - 180$	1	0	$a_1$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	$a_2$	$h_s'$	
		3	0	$a_2$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	$a_1$	$h_s'$	
225 bis 270	$270 - \varphi$	1	0	$a_2$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	$a_1$	$h_s'$	
		3	0	$a_1$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	$a_2$	$h_s'$	
270 bis 315	$\varphi - 270$	1	$a_1$	$h_s'$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	0	$a_2$	
		3	0	$a_1$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	$a_2$	$h_s'$	
315 bis 360	$360 - \varphi$	1	$a_2$	$h_s'$	$\sin(\varphi') \cdot (1 - b_1/b - b_2/b)$
		2	0	$a_1$	
		3	0	$a_2$	$\cos(\varphi') \cdot (1 - h_1/h - h_2/h)$
		4	$a_1$	$h_s'$	

Tab. A.6: Hebelarme am Einheitsquadrat für die Integrale des gleichmäßig verteilten Betonstahls

Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Index i	Hebelarme am Einheitsquadrat	
			$y_i(\delta)$	$z_i(\delta)$
0 bis 45	$\varphi$	1	$-[0,5-b_1/b-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')]$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$0,5-b_2/b-\delta/\sin(\varphi')$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$-[0,5-h_1/h-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')]$
		4	$0,5-b_2/b$	$0,5-h_2/h-\delta/\cos(\varphi')$
45 bis 90	$90 - \varphi$	1	$-[0,5-b_1/b-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')]$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$0,5-b_2/b-\delta/\cos(\varphi')$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$-[0,5-h_1/h-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')]$
		4	$0,5-b_2/b$	$0,5-h_2/h-\delta/\sin(\varphi')$
90 bis 135	$\varphi - 90$	1	$0,5-b_2/b-\delta/\cos(\varphi')$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$-[0,5-b_1/b-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')]$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$0,5-h_2/h-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')$
		4	$0,5-b_2/b$	$-[0,5-h_1/h-\delta/\sin(\varphi')]$
135 bis 180	$180 - \varphi$	1	$0,5-b_2/b-\delta/\sin(\varphi')$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$-[0,5-b_1/b-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')]$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$0,5-h_2/h-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')$
		4	$0,5-b_2/b$	$-[0,5-h_1/h-\delta/\cos(\varphi')]$
180 bis 225	$\varphi - 180$	1	$-[0,5-b_1/b-\delta/\sin(\varphi')]$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$0,5-b_2/b-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$-[0,5-h_1/h-\delta/\cos(\varphi')]$
		4	$0,5-b_2/b$	$0,5-h_2/h-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')$
225 bis 270	$270 - \varphi$	1	$-[0,5-b_1/b-\delta/\cos(\varphi')]$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$0,5-b_2/b-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$-[0,5-h_1/h-\delta/\sin(\varphi')]$
		4	$0,5-b_2/b$	$0,5-h_2/h-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')$
270 bis 315	$\varphi - 270$	1	$0,5-b_2/b-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$-[0,5-b_1/b-\delta/\cos(\varphi')]$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$0,5-h_2/h-\delta/\sin(\varphi')$
		4	$0,5-b_2/b$	$-[0,5-h_1/h-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')]$
315 bis 360	$360 - \varphi$	1	$0,5-b_2/b-(h_s'-\delta)/\sin(\varphi')$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	$-[0,5-b_1/b-\delta/\sin(\varphi')]$	$0,5-h_2/h$
		3	$-(0,5-b_1/b)$	$0,5-h_2/h-\delta/\cos(\varphi')$
		4	$0,5-b_2/b$	$-[0,5-h_1/h-(h_s'-\delta)/\cos(\varphi')]$

Tab. A.7: *Integrand und Hebelarme am Einheitsquadrat für den in den Ecken konzentrierten Betonstahl*

Winkel der Nulllinie $\varphi$ [°]	Ersatzwinkel $\varphi'$ [°]	Index i	Integrand $\delta_i$	Hebelarme am Einheitsquadrat	
				$y_i(\delta_i)$	$z_i(\delta_i)$
0 bis 45	$\varphi$	1	$h_s'$	$-(0,5-b_1/b)$	$-(0,5-h_1/h)$
		2	0	$0,5-b_2/b$	$0,5-h_2/h$
		3	$a_1$	$-(0,5-b_1/b)$	$0,5-h_2/h$
		4	$a_2$	$0,5-b_2/b$	$-(0,5-h_1/h)$
45 bis 90	$90 - \varphi$	1	$h_s'$	Jeweils wie bei $\varphi = 0$ bis $45^\circ$	
		2	0		
		3	$a_2$		
		4	$a_1$		
90 bis 135	$\varphi - 90$	1	$a_2$		
		2	$a_1$		
		3	$h_s'$		
		4	0		
135 bis 180	$180 - \varphi$	1	$a_1$		
		2	$a_2$		
		3	$h_s'$		
		4	0		
180 bis 225	$\varphi - 180$	1	0		
		2	$h_s'$		
		3	$a_2$		
		4	$a_1$		
225 bis 270	$270 - \varphi$	1	0		
		2	$h_s'$		
		3	$a_1$		
		4	$a_2$		
270 bis 315	$\varphi - 270$	1	$a_1$		
		2	$a_2$		
		3	0		
		4	$h_s'$		
315 bis 360	$360 - \varphi$	1	$a_2$		
		2	$a_1$		
		3	0		
		4	$h_s'$		

## A.1.2 Kreisquerschnitt

### A.1.2.1 Widerstand des Betonquerschnitts

Die Integration der Betonspannungen erfolgt ohne *geometrische* Unterteilung über den ganzen Querschnitt, sodass Druck- und Zugspannungen erfasst werden können. Bezüglich der erforderlichen Integrationsabschnitte aufgrund der Arbeitslinie des Betons gelten dieselben Angaben wie in Kap. A.1.1.1 .

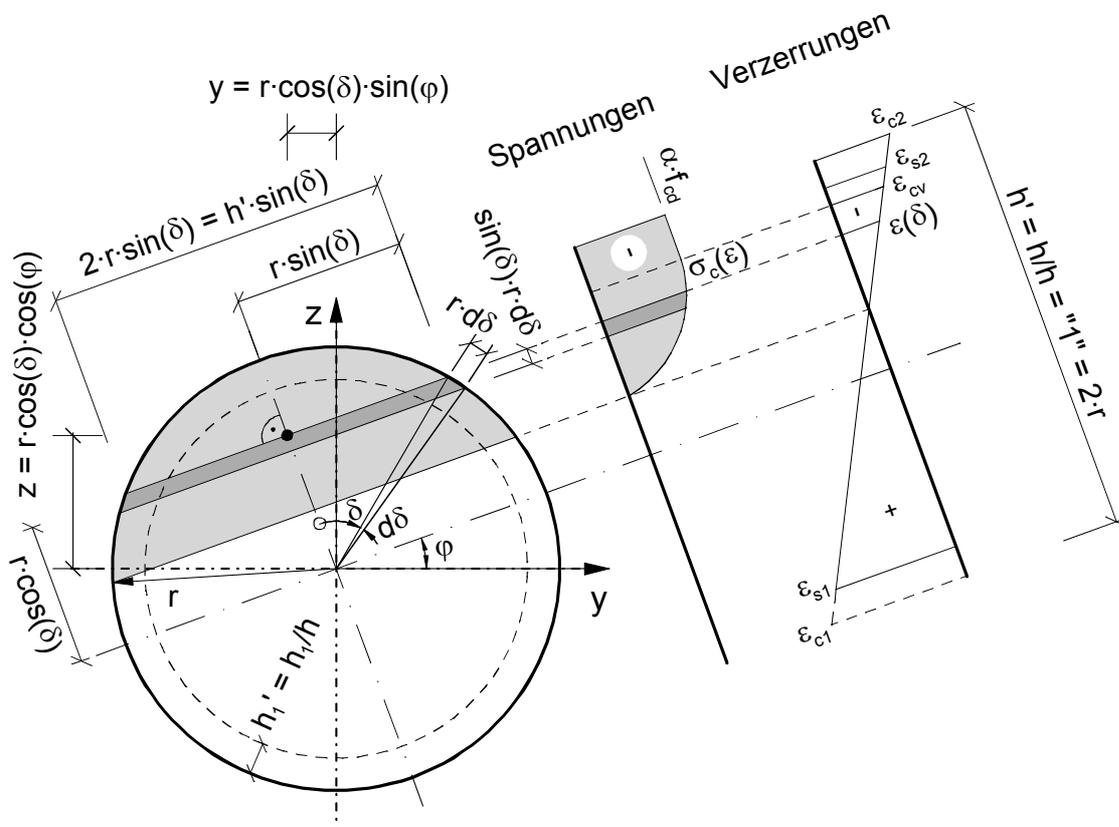


Bild A.24: Bezeichnungen für den Beton am Einheitskreis

Die zum Winkel  $\delta$  zugehörige Verzerrung ist

$$\varepsilon(\delta) = (\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \varepsilon_{c2} \quad (\text{A.238})$$

### A.1.2.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Mit Gl. (4.37) ergibt sich die aufnehmbare Längskraft  $N_c$  des Betons zu

$$N_c = h^2 \cdot n_c \quad (\text{A.239})$$

Die resultierende Kraft am Einheitskreis ist nach Bild A.24

$$n_c = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \quad (\text{A.240})$$

Daraus folgt

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{Nc} \quad (\text{A.241})$$

mit

$$\alpha_{Nc} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.242})$$

### A.1.2.1.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.39) berechnet sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{c,y} = h^3 \cdot m_{c,y} \quad (\text{A.243})$$

und entsprechend um die z-Achse zu

$$M_{c,z} = h^3 \cdot m_{c,z} \quad (\text{A.244})$$

Für die resultierenden Momente am Einheitskreis gilt jeweils mit den Hebelarmen nach Bild A.24

$$\begin{aligned} m_{c,y} &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \\ &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \frac{h'}{2} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\varphi) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \quad (\text{A.245}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 m_{c,z} &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \\
 &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \frac{h'}{2} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\varphi) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \quad (\text{A.246}) \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{c,y} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{Mc} \quad (\text{A.247})$$

bzw. um die z-Achse zu

$$M_{c,z} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{Mc} \quad (\text{A.248})$$

mit

$$\alpha_{Mc} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.249})$$

### A.1.2.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.38) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_c = h^2 \cdot EA_c' \quad (\text{A.250})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die Koordinatenachsen sind mit Gl. (4.40) bzw. (4.41)

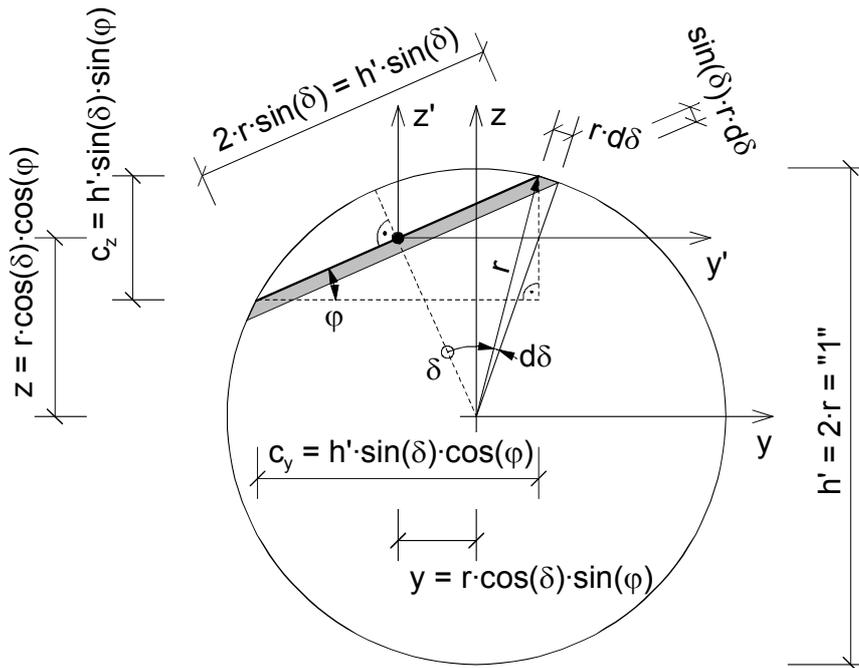
$$ES_{c,y/z} = h^3 \cdot ES_{c,y/z}' \quad (\text{A.251})$$

$$EI_{c,y/z} = h^4 \cdot EI_{c,y/z}' \quad (\text{A.252})$$

Für die Trägheitsmomente incl. der Steinerschen Anteile der schrägen  $d\delta$ -Fläche gemäß Bild A.25 ergibt sich

$$\bar{I}_{c,y} = h' \cdot \sin(\delta) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \quad (\text{A.253})$$

$$\bar{I}_{c,z} = h' \cdot \sin(\delta) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \quad (\text{A.254})$$

Bild A.25: Schräge  $d\delta$ -Fläche beim Einheitskreis

Demnach sind die Querschnittssteifigkeiten des Betons am Einheitskreis nach Bild A.24

$$\begin{aligned}
 EA_c' &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta
 \end{aligned} \tag{A.255}$$

$$\begin{aligned}
 ES_{c,y}' &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta
 \end{aligned} \tag{A.256}$$

$$\begin{aligned}
 EI_{c,y}' &= \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot h' \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta
 \end{aligned} \tag{A.257}$$

$$ES_{c,z}' = \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \tag{A.258}$$

$$EI_{c,z}' = \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \tag{A.259}$$

Es ergibt sich schließlich für die Dehnsteifigkeit

$$EA_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{EA_c} \quad (\text{A.260})$$

mit

$$\alpha_{EA_c} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.261})$$

und für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{ES_{c,y}} \quad (\text{A.262})$$

$$EI_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{EI_{c,y}} \quad (\text{A.263})$$

mit

$$\alpha_{ES_{c,y}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.264})$$

$$\alpha_{EI_{c,y}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.265})$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{ES_{c,z}} \quad (\text{A.266})$$

$$EI_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{EI_{c,z}} \quad (\text{A.267})$$

mit

$$\alpha_{ES_{c,z}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.268})$$

$$\alpha_{EI_{c,z}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.269})$$

### A.1.2.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

Die Spannungsresultierende kann ohne *geometrische* Unterteilung des Integrationsbereichs (Kreisring) ermittelt werden. Wie beim Beton erfordert jedoch die *physikalisch* nichtlineare Arbeitslinie des Betonstahls weitere Integrationsabschnitte. Angaben hierzu siehe Kap. A.1.1.2.1 .

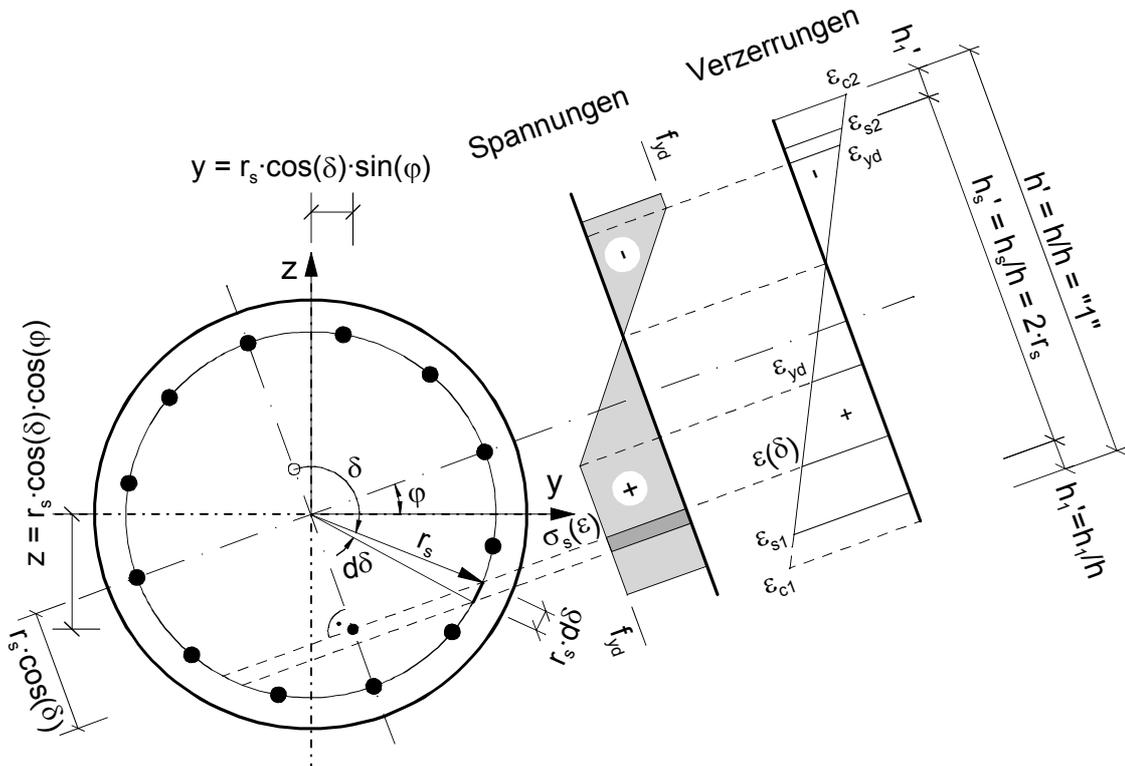


Bild A.26: Bezeichnungen für den Betonstahl am Einheitskreis

Die zum Winkel  $\delta$  zugehörige Verzerrung ist

$$\epsilon(\delta) = (\epsilon_{s1} - \epsilon_{s2}) \cdot \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \epsilon_{s2} \quad (\text{A.270})$$

### A.1.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Mit Gl. (4.42) ergibt sich die aufnehmbare Längskraft  $N_s$  des Betonstahls zu

$$N_s = h \cdot n_s \quad (\text{A.271})$$

Die resultierende Kraft am Einheitskreis ist nach Bild A.26

$$\begin{aligned} n_s &= 2 \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot a_s \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot d\delta \\ &= a_s \cdot \frac{h'_s}{h} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.272})$$

Für den Bewehrungsquerschnitt je Längeneinheit kann man schreiben

$$a_s = \frac{A_s}{U_s} = \frac{A_s}{\pi \cdot h_s} \quad (\text{A.273})$$

Damit wird

$$n_s = \frac{A_s}{\pi \cdot h} \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.274})$$

und die aufnehmbare Längskraft des Betonstahls ist somit

$$N_s = \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{Ns} \quad (\text{A.275})$$

mit

$$\alpha_{Ns} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.276})$$

## A.1.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.44) gilt für das aufnehmbare Moment um die y-Achse

$$M_{s,y} = h^2 \cdot m_{s,y} \quad (\text{A.277})$$

und entsprechend um die z-Achse

$$M_{s,z} = h^2 \cdot m_{s,z} \quad (\text{A.278})$$

Die resultierenden Momente am Einheitskreis sind jeweils mit den Hebelarmen gemäß Bild A.26

$$\begin{aligned} m_{s,y} &= 2 \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot a_s \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot d\delta \\ &= 2 \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\varphi) \cdot a_s \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot d\delta \\ &= \frac{1}{2} \cdot a_s \cdot (h'_s/h)^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.279})$$

bzw.

$$\begin{aligned} m_{s,z} &= 2 \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot a_s \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot d\delta \\ &= 2 \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\varphi) \cdot a_s \cdot \frac{h'_s}{2} \cdot d\delta \\ &= \frac{1}{2} \cdot a_s \cdot (h'_s/h)^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot d\delta \end{aligned} \quad (\text{A.280})$$

Durch Einsetzen der Gl. (A.273) ergibt sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{s,y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \quad (\text{A.281})$$

bzw. um die z-Achse zu

$$M_{s,z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \quad (\text{A.282})$$

mit

$$\alpha_{Ms} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.283})$$

### A.1.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.43) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_s = h \cdot EA_s' \quad (\text{A.284})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die Koordinatenachsen sind mit Gl. (4.45) bzw. (4.46)

$$ES_{s,y/z} = h^2 \cdot ES_{s,y/z}' \quad (\text{A.285})$$

$$EI_{s,y/z} = h^3 \cdot EI_{s,y/z}' \quad (\text{A.286})$$

Für die Trägheitsmomente incl. der Steinerschen Anteile der schrägen  $d\delta$ -Fläche gemäß Bild A.27 erhält man

$$\bar{I}_{s,y} = 2 \cdot a_s \cdot \frac{h_s'}{2} \cdot \left[ \left( \frac{s_z(\delta)}{2} \right)^2 + z^2(\delta) \right] = a_s \cdot h_s' \cdot \left[ \frac{s_z^2(\delta)}{4} + z^2(\delta) \right] \quad (\text{A.287})$$

$$\bar{I}_{s,z} = a_s \cdot h_s' \cdot \left[ \frac{s_y^2(\delta)}{4} + y^2(\delta) \right] \quad (\text{A.288})$$

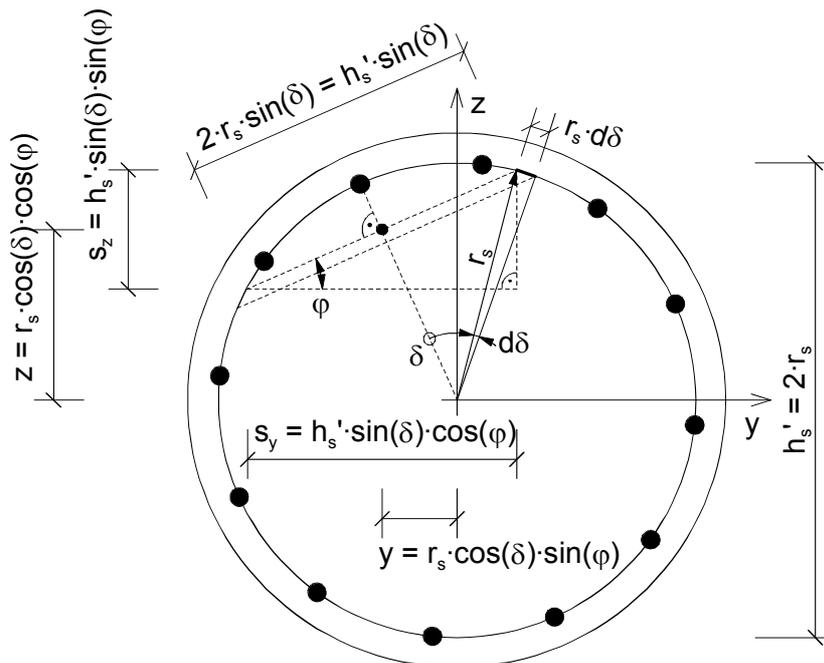


Bild A.27: Anteile des Betonstahls aus der schrägen  $d\delta$ -Fläche beim Einheitskreis

Damit sind die Querschnittssteifigkeiten des Betonstahls am Einheitskreis nach Bild A.26

$$EA_s' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot a_s \cdot h_s' \cdot d\delta \quad (\text{A.289})$$

$$ES_{s,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot a_s \cdot h_s' \cdot d\delta \quad (\text{A.290})$$

$$EI_{s,y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left[ \frac{s_z^2(\delta)}{4} + z^2(\delta) \right] \cdot a_s \cdot h_s' \cdot d\delta \quad (\text{A.291})$$

$$ES_{s,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot a_s \cdot h_s' \cdot d\delta \quad (\text{A.292})$$

$$EI_{s,z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left[ \frac{s_y^2(\delta)}{4} + y^2(\delta) \right] \cdot a_s \cdot h_s' \cdot d\delta \quad (\text{A.293})$$

Durch Einsetzen der Gl. (A.273) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_s = h \cdot EA_s' = h \cdot \frac{A_s}{\pi \cdot h_s} \cdot h_s' \cdot \alpha_{EA_s} = \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{EA_s} \quad (\text{A.294})$$

mit

$$\alpha_{EA_s} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot d\delta \quad (\text{A.295})$$

und die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse zu

$$ES_{s,y} = h^2 \cdot ES_{s,y}' = h^2 \cdot \frac{A_s}{\pi \cdot h_s} \cdot h_s' \cdot \alpha_{ES_{s,y}} = \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ES_{s,y}} \quad (\text{A.296})$$

$$EI_{s,y} = h^3 \cdot EI_{s,y}' = h^3 \cdot \frac{A_s}{\pi \cdot h_s} \cdot h_s' \cdot \alpha_{EI_{s,y}} = \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EI_{s,y}} \quad (\text{A.297})$$

mit

$$\alpha_{ES_{s,y}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.298})$$

$$\alpha_{EI_{s,y}} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{s_z^2(\delta)}{4} + z^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.299})$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ESs,z} \quad (\text{A.300})$$

$$EI_{s,z} = \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EIs,z} \quad (\text{A.301})$$

mit

$$\alpha_{ESs,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.302})$$

$$\alpha_{EIs,z} = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_s(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{s_y^2(\delta)}{4} + y^2(\delta) \right) \cdot d\delta \quad (\text{A.303})$$

### A.1.2.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### A.1.2.3.1 Aufnehmbare Längskraft

Die gesamte aufnehmbare Längskraft setzt sich gemäß Gl. (A.1) aus dem Anteil des Betons (Gl. (A.241)) und des Betonstahls (Gl. (A.275)) zusammen

$$N_{\text{Rd}} = N_c + N_s = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{\text{Nc}} + \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \quad (\text{A.304})$$

Mit der normierten Betonspannung  $\sigma_c'$  (Gl. (2.3)) kann man für den Betonanteil auch schreiben

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \alpha_{\text{Nc}}' \quad (\text{A.305})$$

Unter Verwendung des mechanischen Bewehrungsgrades

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{4 \cdot A_s}{\pi \cdot h^2} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \quad (\text{A.306})$$

ergibt sich für den Anteil des Betonstahls

$$N_s = \frac{1}{4} \cdot \omega_{\text{tot}} \cdot h^2 \cdot \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \quad (\text{A.307})$$

Zusammenfassend ist damit die aufnehmbare Längskraft

$$N_{\text{Rd}} = h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Nc}}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \right) \quad (\text{A.308})$$

und in bezogener Form

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{h^2 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Nc}}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \quad (\text{A.309})$$

Für einheitliche Diagramme soll  $v_{\text{Rd}}$  auf den Betonquerschnitt bezogen werden. Indem

$$h^2 = \frac{4}{\pi} \cdot A_{\text{c}} \quad (\text{A.310})$$

eingesetzt wird, erhält man

$$v_{\text{Rd}} = \frac{N_{\text{Rd}}}{A_{\text{c}} \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Nc}}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \right) \quad (\text{A.311})$$

$\alpha_{\text{Nc}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Nc}}$  (Gl. (A.242)) jedoch mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Nc}}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_{\text{c}}'(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.312})$$

$\alpha_{\text{Ns}}$  siehe Gl. (A.276).

#### A.1.2.3.2 Aufnehmbare Momente

Der Anteil des Betons (Gl. (A.247)) und der Anteil des Betonstahls (Gl. (A.281)) eingesetzt in Gl. (A.2) ergibt

$$\begin{aligned} M_{\text{Rd},y} &= M_{\text{c},y} + M_{\text{s},y} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Mc}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{\text{s}} \cdot h_{\text{s}}}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \quad (\text{A.313})$$

bzw. mit Gl. (A.248) und Gl. (A.282) in Gl. (A.3)

$$\begin{aligned} M_{\text{Rd},z} &= M_{\text{c},z} + M_{\text{s},z} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Mc}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{\text{s}} \cdot h_{\text{s}}}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \quad (\text{A.314})$$

Unter Verwendung von

$$h_{\text{s}} = h - 2 \cdot h_1 = h \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \quad (\text{A.315})$$

ergibt sich für den Anteil des Betonstahls

$$M_{\text{s},y} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{\text{s}} \cdot h \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h)}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \quad (\text{A.316})$$

bzw.

$$M_{\text{s},z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{\text{s}} \cdot h \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h)}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \quad (\text{A.317})$$

Damit erhält man durch Einsetzen der normierten Betonspannung  $\sigma_c'$  (Gl. (2.3)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.306))

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},y} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \\
 &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.318}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.319}$$

Indem Gl. (A.310) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{1}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.320}$$

$\alpha_{\text{Mc}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Mc}}$  (Gl. (A.249)) jedoch mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Mc}}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \cos(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \tag{A.321}$$

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (A.283).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},z} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \\
 &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.322}$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]\end{aligned}\quad (\text{A.323})$$

und mit Gl. (A.310) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \alpha \cdot \alpha_{\text{Mc}}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]\end{aligned}\quad (\text{A.324})$$

$\alpha_{\text{Mc}}'$  siehe Gl. (A.249).

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (A.283).

#### A.1.2.3.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ergibt sich aus Gl. (A.260) und (A.294) eingesetzt in Gl. (A.4)

$$EA = EA_c + EA_s = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha_{\text{EAc}} + \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{\text{EAs}} \quad (\text{A.325})$$

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt Gl. (A.5) bzw. (A.7). Durch Einsetzen von Gl. (A.262) und (A.296) bzw. Gl. (A.263) und (A.297) erhält man

$$ES_y = ES_{c,y} + ES_{s,y} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{\text{ESc},y} + \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{\text{ESs},y} \quad (\text{A.326})$$

$$EI_y = EI_{c,y} + EI_{s,y} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{\text{Eic},y} + \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{\text{EIs},y} \quad (\text{A.327})$$

und mit Gl. (A.266) und (A.300) bzw. Gl. (A.267) und (A.301)

$$ES_z = ES_{c,z} + ES_{s,z} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \alpha_{\text{ESc},z} + \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \quad (\text{A.328})$$

$$EI_z = EI_{c,z} + EI_{s,z} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \alpha_{\text{Eic},z} + \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \quad (\text{A.329})$$

Damit erhält man durch Einsetzen des normierten Tangentenmoduls  $E_c'$  (Gl. (2.6)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.306)) für die Dehnsteifigkeit

$$EA = h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{EAc}}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{EAs}} \right] \quad (\text{A.330})$$

und in bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EAc}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EAs} \quad (A.331)$$

Mit Gl. (A.310) ergibt sich auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{EAc}' + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EAs} \right] \quad (A.332)$$

$\alpha_{EAc}'$  entspricht dabei  $\alpha_{EAc}$  (Gl. (A.261)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{EAc}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (A.333)$$

$\alpha_{EAs}$  siehe Gl. (A.295).

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{ESc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \quad (A.334)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EIc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \quad (A.335)$$

und in bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{ESc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{ESs,y} \quad (A.336)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{EIc,y}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EIs,y} \quad (A.337)$$

Indem Gl. (A.310) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{ESc,y}' + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \quad (A.338)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{EIc,y}' + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \quad (A.339)$$

$\alpha_{\text{ESc},y}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{ESc},y}$  (Gl. (A.264)) und  $\alpha_{\text{Elc},y}'$  entspricht  $\alpha_{\text{Elc},y}$  (Gl. (A.265)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{\text{ESc},y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot z(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.340})$$

$$\alpha_{\text{Elc},y}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_z^2(\delta)}{12} + z^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.341})$$

$\alpha_{\text{ESs},y}$  siehe Gl. (A.298) und  $\alpha_{\text{EIs},y}$  siehe Gl. (A.299).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \right] \quad (\text{A.342})$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Elc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \right] \quad (\text{A.343})$$

in bezogener Form

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \quad (\text{A.344})$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Elc},z}' + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \quad (\text{A.345})$$

und mit Gl. (A.310) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{ESc},z}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{ESs},z} \right] \quad (\text{A.346})$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \alpha_{\text{Elc},z}' + \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{EIs},z} \right] \quad (\text{A.347})$$

mit  $\alpha_{\text{ESc},z}'$  entsprechend  $\alpha_{\text{ESc},z}$  (Gl. (A.268)) und  $\alpha_{\text{Elc},z}'$  entsprechend  $\alpha_{\text{Elc},z}$  (Gl. (A.269)) jedoch mit normiertem Tangentenmodul

$$\alpha_{\text{ESc},z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot y(\delta) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.348})$$

$$\alpha_{\text{Elc},z}' = \int_{\delta=0}^{\delta=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta)) \cdot \left( \frac{c_y^2(\delta)}{12} + y^2(\delta) \right) \cdot \sin^2(\delta) \cdot d\delta \quad (\text{A.349})$$

$\alpha_{\text{ESs},z}$  siehe Gl. (A.302) und  $\alpha_{\text{EIs},z}$  siehe Gl. (A.303).



## A.1.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Mit Gl. (4.37) ergibt sich die aufnehmbare Längskraft  $N_c$  des Betons zu

$$N_c = h^2 \cdot n_c \quad (\text{A.352})$$

Die resultierende Kraft des Einheitskreisrings setzt sich aus dem Anteil des äußeren und inneren Kreises zusammen, wobei der innere, da nicht vorhanden, vom äußeren abziehen ist.

$$n_c = n_{ca} - n_{ci} \quad (\text{A.353})$$

Der Anteil des äußeren Kreises ist nach Bild A.28

$$n_{ca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \sin(\delta_a) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta_a \quad (\text{A.354})$$

und entsprechend der Anteil des inneren Kreises

$$\begin{aligned} n_{ci} &= \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \sin(\delta_i) \cdot \frac{h_i'}{2} \cdot d\delta_i \\ &= \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \end{aligned} \quad (\text{A.355})$$

Somit ist

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{Nca} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci} \right) \quad (\text{A.356})$$

mit

$$\alpha_{Nca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.357})$$

$$\alpha_{Nci} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.358})$$

### A.1.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.39) berechnet sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{c,y} = h^3 \cdot m_{c,y} \quad (\text{A.359})$$

und entsprechend um die z-Achse zu

$$M_{c,z} = h^3 \cdot m_{c,z} \quad (\text{A.360})$$

Am Einheitskreisring sind die aufnehmbaren Momente

$$m_{c,y} = m_{ca,y} - m_{ci,y} \quad (\text{A.361})$$

$$m_{c,z} = m_{ca,z} - m_{ci,z} \quad (\text{A.362})$$

Im einzelnen gilt in Anlehnung an Gl. (A.245) jeweils mit den Hebelarmen nach Bild A.28

$$m_{ca,y} = \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.363})$$

$$m_{ci,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \left[ \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \frac{h_i'}{2} \cdot \cos(\delta_i) \cdot \cos(\varphi) \right. \\ \left. \cdot h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \sin(\delta) \cdot \frac{h_i'}{2} \cdot d\delta_i \right] \quad (\text{A.364})$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot (h_i/h)^3 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i$$

bzw. in Anlehnung an Gl. (A.246)

$$m_{ca,z} = \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.365})$$

$$m_{ci,z} = \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot (h_i/h)^3 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.366})$$

Damit ergibt sich das aufnehmbare Moment um die y-Achse zu

$$M_{c,y} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( \alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci} \right) \quad (\text{A.367})$$

bzw. um die z-Achse zu

$$M_{c,z} = \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( \alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci} \right) \quad (\text{A.368})$$

mit

$$\alpha_{\text{Mca}} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.369})$$

$$\alpha_{\text{Mci}} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.370})$$

### A.1.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Mit Gl. (4.38) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$EA_c = h^2 \cdot EA_c' \quad (\text{A.371})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die Koordinatenachsen sind mit Gl. (4.40) bzw. (4.41)

$$ES_{c,y/z} = h^3 \cdot ES_{c,y/z}' \quad (\text{A.372})$$

$$EI_{c,y/z} = h^4 \cdot EI_{c,y/z}' \quad (\text{A.373})$$

Am Einheitskreisring gilt

$$EA_c' = EA_{ca}' - EA_{ci}' \quad (\text{A.374})$$

$$ES_{c,y/z}' = ES_{ca,y/z}' - ES_{ci,y/z}' \quad (\text{A.375})$$

$$EI_{c,y/z}' = EI_{ca,y/z}' - EI_{ci,y/z}' \quad (\text{A.376})$$

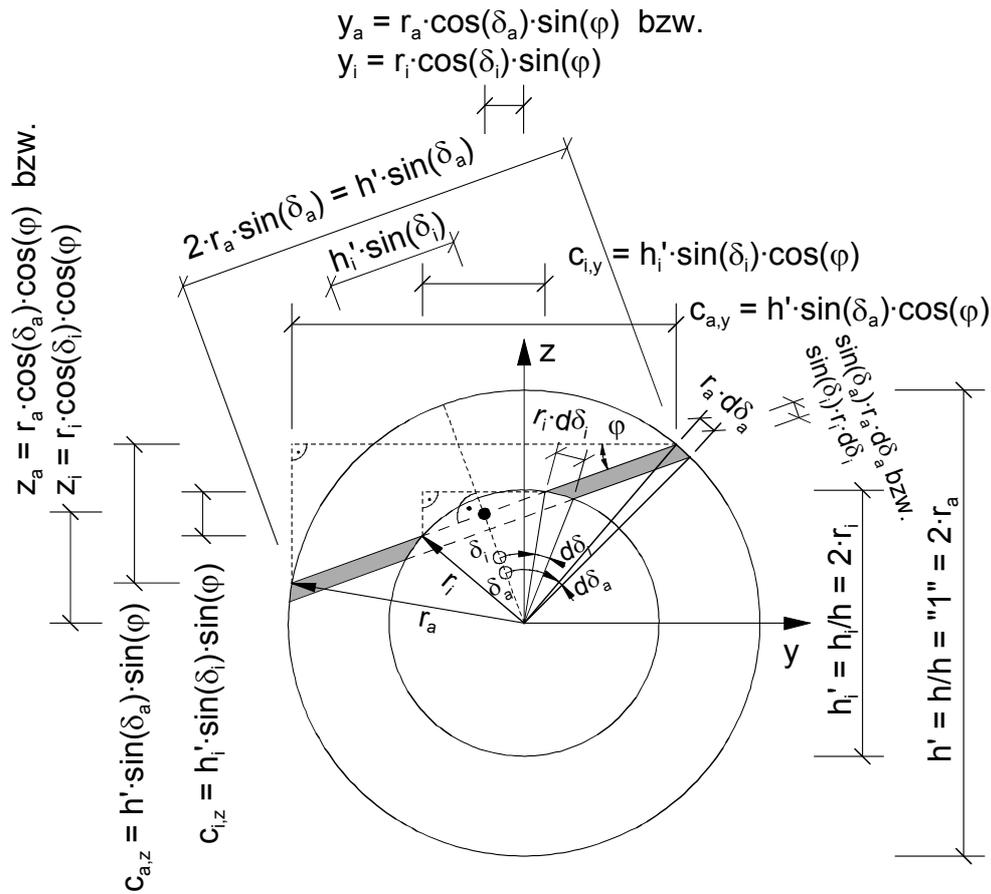
Für die Trägheitsmomente incl. der Steinerschen Anteile der schrägen  $d\delta$ -Fläche gemäß Bild A.29 ergibt sich

$$\bar{I}_{ca,y} = h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \quad (\text{A.377})$$

$$\bar{I}_{ci,y} = h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \quad (\text{A.378})$$

$$\bar{I}_{ca,z} = h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \quad (\text{A.379})$$

$$\bar{I}_{ci,z} = h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \quad (\text{A.380})$$

Bild A.29: Schräge  $d\delta$ -Fläche beim Einheitskreisring

Im einzelnen gilt nach Bild A.28 für die Dehnsteifigkeit

$$EA_{ca}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \sin(\delta_a) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta_a$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.381})$$

$$EA_{ci}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot h'_i \cdot \sin(\delta_i) \cdot \sin(\delta_i) \cdot \frac{h'_i}{2} \cdot d\delta_i$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.382})$$

und für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$\begin{aligned}
 ES_{ca,y}' &= \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \sin(\delta_a) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta_a \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a
 \end{aligned} \tag{A.383}$$

$$\begin{aligned}
 EI_{ca,y}' &= \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \left[ E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot h' \cdot \sin(\delta_a) \cdot \sin(\delta_a) \cdot \frac{h'}{2} \cdot d\delta_a \right] \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a
 \end{aligned} \tag{A.384}$$

$$\begin{aligned}
 ES_{ci,y}' &= \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \sin(\delta_i) \cdot \frac{h_i'}{2} \cdot d\delta_i \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i
 \end{aligned} \tag{A.385}$$

$$\begin{aligned}
 EI_{ci,y}' &= \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \left[ E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot h_i' \cdot \sin(\delta_i) \cdot \sin(\delta_i) \cdot \frac{h_i'}{2} \cdot d\delta_i \right] \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \left[ E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \right]
 \end{aligned} \tag{A.386}$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{ca,z}' = \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \tag{A.387}$$

$$EI_{ca,z}' = \frac{1}{2} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \tag{A.388}$$

$$ES_{ci,z}' = \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \tag{A.389}$$

$$EI_{ci,z}' = \frac{1}{2} \cdot (h_i/h)^2 \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \left[ E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \right] \quad (\text{A.390})$$

Man erhält schließlich für die Dehnsteifigkeit

$$EA_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{EAca} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci} \right) \quad (\text{A.391})$$

mit

$$\alpha_{EAca} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.392})$$

$$\alpha_{EAci} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.393})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind

$$ES_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y} \right) \quad (\text{A.394})$$

$$EI_{c,y} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y} \right) \quad (\text{A.395})$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z} \right) \quad (\text{A.396})$$

$$EI_{c,z} = \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z} \right) \quad (\text{A.397})$$

mit

$$\alpha_{ESca,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.398})$$

$$\alpha_{ESci,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.399})$$

$$\alpha_{EIca,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.400})$$

$$\alpha_{EIci,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.401})$$

$$\alpha_{ESca,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.402})$$

$$\alpha_{ESci,z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.403})$$

$$\alpha_{EIca,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.404})$$

$$\alpha_{EIci,z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.405})$$

### A.1.3.2 Widerstand des Betonstahlquerschnitts

#### A.1.3.2.1 Ein Bewehrungsring

Es gelten dieselben Angaben wie in Kap. A.1.2.2 .

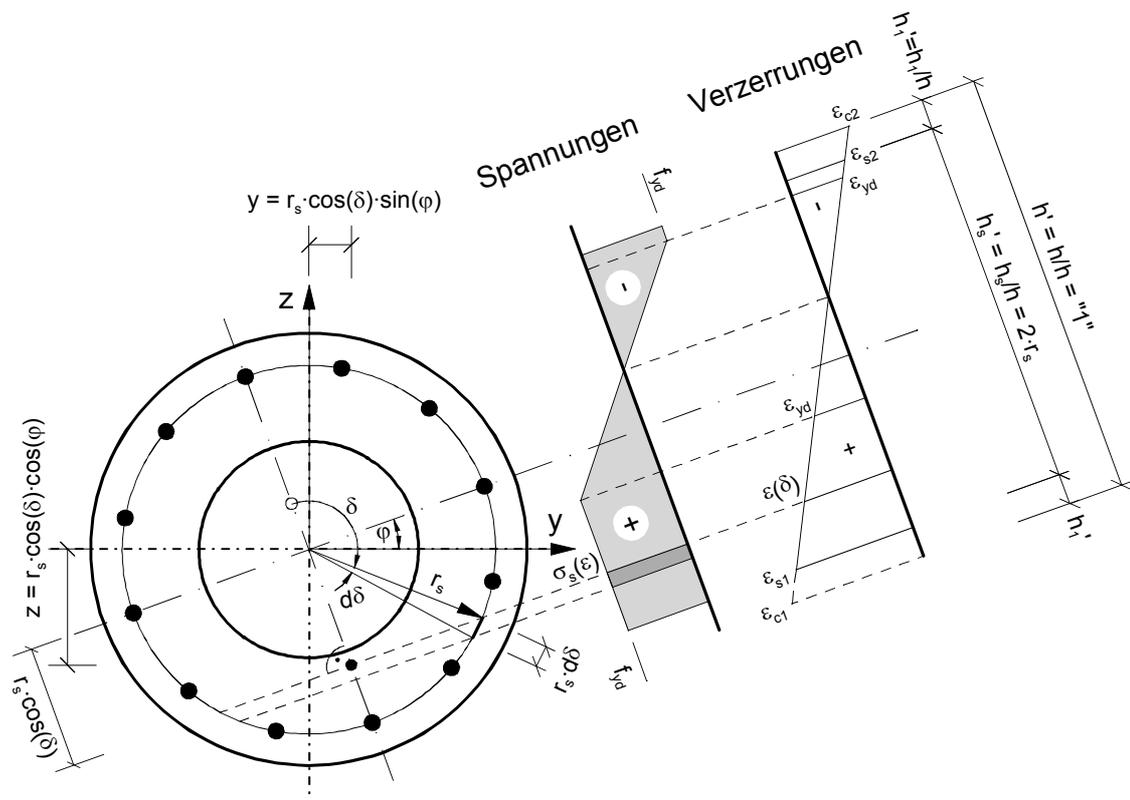


Bild A.30: Bezeichnungen für den Betonstahl (1-lagig) am Einheitskreisring



### A.1.3.2.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Nach Gl. (4.42) ergibt sich die aufnehmbare Längskraft  $N_s$  des Betonstahls zu

$$N_s = h \cdot n_s \quad (\text{A.408})$$

Die resultierende Kraft des Betonstahls am Einheitskreisring setzt sich aus dem Anteil des äußeren und inneren Kreisrings zusammen

$$n_s = n_{sa} + n_{si} \quad (\text{A.409})$$

Nach Bild A.31 gilt für den äußeren Kreisring

$$\begin{aligned} n_{sa} &= 2 \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot a_{sa} \cdot \frac{h_{sa}'}{2} \cdot d\delta_a \\ &= a_{sa} \cdot \frac{h_{sa}}{h} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \end{aligned} \quad (\text{A.410})$$

und entsprechend für den inneren Kreisring

$$n_{si} = a_{si} \cdot \frac{h_{si}}{h} \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.411})$$

Für die Bewehrungsquerschnitte je Längeneinheit kann man auch schreiben

$$a_{sa} = \frac{A_{sa}}{U_{sa}} = \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} \quad (\text{A.412})$$

$$a_{si} = \frac{A_{si}}{U_{si}} = \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \quad (\text{A.413})$$

Dadurch ergeben sich die beiden Anteile mit

$$n_{sa} = \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h} \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.414})$$

$$n_{si} = \frac{A_{si}}{\pi \cdot h} \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.415})$$

und die aufnehmbare Längskraft des Betonstahls ist

$$N_s = \frac{1}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{Nsa} + A_{si} \cdot \alpha_{Nsi}) \quad (\text{A.416})$$

mit

$$\alpha_{\text{Nsa}} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.417})$$

$$\alpha_{\text{Nsi}} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.418})$$

#### A.1.3.2.2.2 Aufnehmbare Momente

Mit Gl. (4.44) gilt für das aufnehmbare Moment um die y-Achse

$$M_{s,y} = h^2 \cdot m_{s,y} \quad (\text{A.419})$$

und entsprechend um die z-Achse

$$M_{s,z} = h^2 \cdot m_{s,z} \quad (\text{A.420})$$

Am Einheitskreisring sind die resultierenden Momente

$$m_{s,y} = m_{\text{sa},y} + m_{\text{si},y} \quad (\text{A.421})$$

$$m_{s,z} = m_{\text{sa},z} + m_{\text{si},z} \quad (\text{A.422})$$

In Anlehnung an Gl. (A.279) und mit den Hebelarmen gemäß Bild A.31 ergibt sich

$$m_{\text{sa},y} = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{sa}} \cdot (h_{\text{sa}}/h)^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.423})$$

$$m_{\text{si},y} = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{si}} \cdot (h_{\text{si}}/h)^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.424})$$

bzw. in Anlehnung an Gl. (A.280)

$$m_{\text{sa},z} = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{sa}} \cdot (h_{\text{sa}}/h)^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.425})$$

$$m_{\text{si},z} = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{si}} \cdot (h_{\text{si}}/h)^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.426})$$

Mit Gl. (A.412) und (A.413) ist das aufnehmbare Moment um die y-Achse

$$M_{s,y} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot (A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{Msa} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{Msi}) \quad (\text{A.427})$$

bzw. um die z-Achse

$$M_{s,z} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot (A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{Msa} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{Msi}) \quad (\text{A.428})$$

mit

$$\alpha_{Msa} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.429})$$

$$\alpha_{Msi} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.430})$$

#### A.1.3.2.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ist nach Gl. (4.43)

$$EA_s = h \cdot EA_s' \quad (\text{A.431})$$

Nach Gl. (4.45) und (4.46) gilt für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse

$$ES_{s,y/z} = h^2 \cdot ES_{s,y/z}' \quad (\text{A.432})$$

$$EI_{s,y/z} = h^3 \cdot EI_{s,y/z}' \quad (\text{A.433})$$

Am Einheitskreisring sind die Querschnittssteifigkeiten

$$EA_s' = EA_{sa}' + EA_{si}' \quad (\text{A.434})$$

$$ES_{s,y/z}' = ES_{sa,y/z}' + ES_{si,y/z}' \quad (\text{A.435})$$

$$EI_{s,y/z}' = EI_{sa,y/z}' + EI_{si,y/z}' \quad (\text{A.436})$$

Für die Trägheitsmomente incl. der Steinerschen Anteile der schrägen dδ-Fläche gemäß Bild A.32 erhält man

$$\begin{aligned} \bar{I}_{sa,y} &= 2 \cdot a_{sa} \cdot \frac{h_{sa}'}{2} \cdot \left[ \left( \frac{s_{a,z}(\delta_a)}{2} \right)^2 + z_a'^2(\delta_a) \right] \\ &= a_{sa} \cdot h_{sa}' \cdot \left[ \frac{s_{a,z}^2(\delta_a)}{4} + z_a'^2(\delta_a) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.437})$$

$$\bar{I}_{s_i,y} = a_{s_i} \cdot h_{s_i}' \cdot \left[ \frac{s_{i,z}^2(\delta_i)}{4} + z_i^2(\delta_i) \right] \quad (\text{A.438})$$

$$\bar{I}_{s_a,z} = a_{s_a} \cdot h_{s_a}' \cdot \left[ \frac{s_{a,y}^2(\delta_a)}{4} + y_a^2(\delta_a) \right] \quad (\text{A.439})$$

$$\bar{I}_{s_i,z} = a_{s_i} \cdot h_{s_i}' \cdot \left[ \frac{s_{i,y}^2(\delta_i)}{4} + y_i^2(\delta_i) \right] \quad (\text{A.440})$$

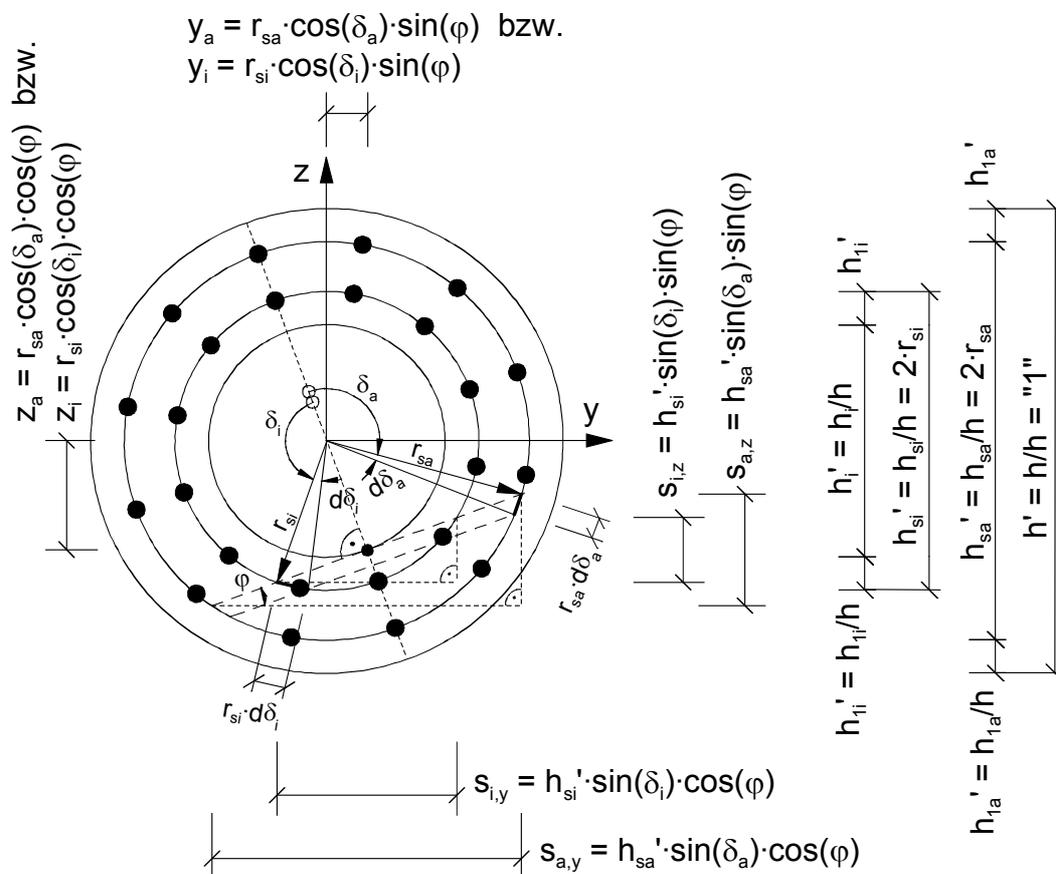


Bild A.32: Anteile des Betonstahls aus der schrägen  $d\delta$ -Fläche beim Einheitskreisring

Für die Dehnsteifigkeit des Betonstahls am Einheitskreisring nach Bild A.31 ist

$$EA_{s_a}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot a_{s_a} \cdot h_{s_a}' \cdot d\delta_a \quad (\text{A.441})$$

$$EA_{s_i}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot a_{s_i} \cdot h_{s_i}' \cdot d\delta_i \quad (\text{A.442})$$

Die Querschnittsteifigkeiten um die y-Achse sind

$$ES_{sa,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot a_{sa} \cdot h_{sa}' \cdot d\delta_a \quad (\text{A.443})$$

$$EI_{sa,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,z}^2(\delta_a)}{4} + z_a^2(\delta_a) \right] \cdot a_{sa} \cdot h_{sa}' \cdot d\delta_a \quad (\text{A.444})$$

$$ES_{si,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot a_{si} \cdot h_{si}' \cdot d\delta_i \quad (\text{A.445})$$

$$EI_{si,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,z}^2(\delta_i)}{4} + z_i^2(\delta_i) \right] \cdot a_{si} \cdot h_{si}' \cdot d\delta_i \quad (\text{A.446})$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{sa,z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot a_{sa} \cdot h_{sa}' \cdot d\delta_a \quad (\text{A.447})$$

$$EI_{sa,z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,y}^2(\delta_a)}{4} + y_a^2(\delta_a) \right] \cdot a_{sa} \cdot h_{sa}' \cdot d\delta_a \quad (\text{A.448})$$

$$ES_{si,z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot a_{si} \cdot h_{si}' \cdot d\delta_i \quad (\text{A.449})$$

$$EI_{si,z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,y}^2(\delta_i)}{4} + y_i^2(\delta_i) \right] \cdot a_{si} \cdot h_{si}' \cdot d\delta_i \quad (\text{A.450})$$

Durch Einsetzen der Gl. (A.273) ergibt sich die Dehnsteifigkeit zu

$$\begin{aligned} EA_s &= h \cdot (EA_{sa}' + EA_{si}') \\ &= h \cdot \left( \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} \cdot h_{sa}' \cdot \alpha_{EA_{sa}} + \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \cdot h_{si}' \cdot \alpha_{EA_{si}} \right) \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EA_{sa}} + A_{si} \cdot \alpha_{EA_{si}}) \end{aligned} \quad (\text{A.451})$$

mit

$$\alpha_{EA_{sa}} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.452})$$

$$\alpha_{EA_{si}} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.453})$$

Die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse sind

$$\begin{aligned}
 ES_{s,y} &= h^2 \cdot (ES_{sa,y}' + ES_{si,y}') \\
 &= h^2 \cdot \left( \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} \cdot h_{sa}' \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \cdot h_{si}' \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \\
 &= \frac{h}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,y})
 \end{aligned} \tag{A.454}$$

$$\begin{aligned}
 EI_{s,y} &= h^3 \cdot (EI_{sa,y}' + EI_{si,y}') \\
 &= h^3 \cdot \left( \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} \cdot h_{sa}' \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \cdot h_{si}' \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \\
 &= \frac{h^2}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,y})
 \end{aligned} \tag{A.455}$$

bzw. um die z-Achse

$$ES_{s,z} = \frac{h}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,z} + A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,z}) \tag{A.456}$$

$$EI_{s,z} = \frac{h^2}{\pi} \cdot (A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,z} + A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,z}) \tag{A.457}$$

mit

$$\alpha_{ESsa,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot d\delta_a \tag{A.458}$$

$$\alpha_{EIsa,y} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,z}^2(\delta_a)}{4} + z_a^2(\delta_a) \right] \cdot d\delta_a \tag{A.459}$$

$$\alpha_{ESsi,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot d\delta_i \tag{A.460}$$

$$\alpha_{EIsi,y} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,z}^2(\delta_i)}{4} + z_i^2(\delta_i) \right] \cdot d\delta_i \tag{A.461}$$

$$\alpha_{ESsa,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot d\delta_a \tag{A.462}$$

$$\alpha_{EIsa,z} = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left[ \frac{s_{a,y}^2(\delta_a)}{4} + y_a^2(\delta_a) \right] \cdot d\delta_a \tag{A.463}$$

$$\alpha_{ESsi,z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot d\delta_i \tag{A.464}$$

$$\alpha_{\text{Els},z} = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_s(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left[ \frac{s_{i,y}^2(\delta_i)}{4} + y_i^2(\delta_i) \right] \cdot d\delta_i \quad (\text{A.465})$$

### A.1.3.3 Widerstand des Gesamtquerschnitts

#### A.1.3.3.1 Ein Bewehrungsring

##### A.1.3.3.1.1 Aufnehmbare Längskraft

Die gesamte aufnehmbare Längskraft setzt sich gemäß Gl. (A.1) aus dem Anteil des Betons (Gl. (A.356)) und des Betonstahls (Gl. (A.275)) zusammen

$$N_{\text{Rd}} = N_c + N_s = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}} \right) + \frac{A_{s,\text{tot}}}{\pi} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \quad (\text{A.466})$$

Mit der normierten Betonspannung  $\sigma_s'$  (Gl. (2.3)) kann man für den Betonanteil auch schreiben

$$N_c = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}' \right) \quad (\text{A.467})$$

Unter Verwendung des totalen mechanischen Bewehrungsgrades

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{A_{s,\text{tot}}}{A_c} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{4 \cdot A_{s,\text{tot}}}{\pi \cdot (h^2 - h_i^2)} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \quad (\text{A.468})$$

ergibt sich für den Anteil des Betonstahls

$$\begin{aligned} N_s &= \frac{1}{4} \cdot \omega_{\text{tot}} \cdot (h^2 - h_i^2) \cdot \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \omega_{\text{tot}} \cdot h^2 \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \end{aligned} \quad (\text{A.469})$$

Zusammenfassend ist damit die aufnehmbare Längskraft

$$N_{\text{Rd}} = h^2 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}' \right) \\ &+ \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \end{aligned} \right] \quad (\text{A.470})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} \nu_{\text{Rd}} &= \frac{N_{\text{Rd}}}{h^2 \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}}' \right) + \frac{1}{4} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \alpha_{\text{Ns}} \end{aligned} \quad (\text{A.471})$$

Für einheitliche Diagramme soll  $v_{Rd}$  auf den Betonquerschnitt bezogen werden. Indem

$$h^2 = \frac{4 \cdot A_c}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \quad (\text{A.472})$$

eingesetzt wird, erhält man

$$\begin{aligned} v_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{A_c \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left(\alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}'\right) \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \alpha_{Ns} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.473})$$

$\alpha_{Nca}'$  entspricht dabei  $\alpha_{Nca}$  (Gl. (A.357)) und  $\alpha_{Nci}'$  entspricht  $\alpha_{Nci}$  (Gl. (A.358)) jedoch mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{Nca}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.474})$$

$$\alpha_{Nci}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.475})$$

$\alpha_{Ns}$  siehe Gl. (A.276).

#### A.1.3.3.1.2 Aufnehmbare Momente

Der Anteil des Betons (Gl. (A.367)) und der Anteil des Betonstahls (Gl. (A.281)) ergeben

$$\begin{aligned} M_{Rd,y} &= M_{c,y} + M_{s,y} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \left(\alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \end{aligned} \quad (\text{A.476})$$

bzw. Gl. (A.368) und Gl. (A.282)

$$\begin{aligned} M_{Rd,z} &= M_{c,z} + M_{s,z} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \left(\alpha_{Mca} - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{Mci}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s \cdot h_s}{\pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{Ms} \end{aligned} \quad (\text{A.477})$$

Unter Verwendung von Gl. (A.315) sowie durch Einsetzen der normierten Betonspannung  $\sigma_s'$  (Gl. (2.3)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.468)) erhält man

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},y} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \cos(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right] \\
 &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \\
 &\quad \cdot \left[ \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.478}$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{\cos(\varphi)}{4} \cdot \left[ \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.479}$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},y} &= \frac{M_{\text{Rd},y}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{\cos(\varphi)}{\pi \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right)} \cdot \left[ \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \right]
 \end{aligned} \tag{A.480}$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  entspricht dabei  $\alpha_{\text{Mca}}$  (Gl. (A.369)) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  entspricht  $\alpha_{\text{Mci}}$  (Gl. (A.370)) jedoch jeweils mit normierter Betonspannung

$$\alpha_{\text{Mca}}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \cos(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \tag{A.481}$$

$$\alpha_{\text{Mci}}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} \sigma_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \cos(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \tag{A.482}$$

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (A.283).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$\begin{aligned}
 M_{\text{Rd},z} &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \\
 &\cdot \left[ \begin{aligned} &\alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ &+ \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \sin(\varphi) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \right] \\
 &= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \\
 &\cdot \left[ \begin{aligned} &\alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{A.483}$$

Das bezogene Moment ist

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{\sin(\varphi)}{4} \cdot \left[ \begin{aligned} &\alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ &+ \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{A.484}$$

und mit Gl. (A.472) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\
 &= \frac{\sin(\varphi)}{\pi \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{aligned} &\alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ &+ \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \alpha_{\text{Ms}} \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{A.485}$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (A.369) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (A.370).

$\alpha_{\text{Ms}}$  siehe Gl. (A.283).

### A.1.3.3.1.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ist mit Gl. (A.391) und (A.294) eingesetzt in Gl. (A.4)

$$EA = EA_c + EA_s = \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{EAca} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci} \right) + \frac{A_s}{\pi} \cdot \alpha_{EAs} \quad (\text{A.486})$$

Gl. (A.394) und (A.296) bzw. Gl. (A.395) und (A.297) eingesetzt in Gl. (A.5) bzw. (A.7) ergibt

$$\begin{aligned} ES_y &= ES_{c,y} + ES_{s,y} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y} \right) + \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ESs,y} \end{aligned} \quad (\text{A.487})$$

$$\begin{aligned} EI_y &= EI_{c,y} + EI_{s,y} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y} \right) + \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EIs,y} \end{aligned} \quad (\text{A.488})$$

Mit Gl. (A.396) und (A.300) bzw. Gl. (A.397) und (A.301) in Gl. (A.6) bzw. (A.8) ergibt sich

$$\begin{aligned} ES_z &= ES_{c,z} + ES_{s,z} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z} \right) + \frac{A_s \cdot h}{\pi} \cdot \alpha_{ESs,z} \end{aligned} \quad (\text{A.489})$$

$$\begin{aligned} EI_z &= EI_{c,z} + EI_{s,z} \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z} \right) + \frac{A_s \cdot h^2}{\pi} \cdot \alpha_{EIs,z} \end{aligned} \quad (\text{A.490})$$

Durch Einsetzen des normierten Tangentenmoduls  $E_c'$  (Gl. (2.6)) und des totalen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_{\text{tot}}$  (Gl. (A.468)) erhält man für die Dehnsteifigkeit

$$EA = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} &\alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ &+ \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EAs} \end{aligned} \right] \quad (\text{A.491})$$

In bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ &+ \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EAs} \end{aligned} \right] \quad (\text{A.492})$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left(\alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}'\right) + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{EAs} \right] \quad (A.493)$$

$\alpha_{EAca}'$  entspricht dabei  $\alpha_{EAca}$  (Gl. (A.392)) und  $\alpha_{EAci}'$  entspricht  $\alpha_{EAci}$  (Gl. (A.393)) jedoch jeweils mit normiertem Tangentenmodul.

$$\alpha_{EAca}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (A.494)$$

$$\alpha_{EAci}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (A.495)$$

$\alpha_{EAs}$  siehe Gl. (A.295).

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse gilt

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}'\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \quad (A.496)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}'\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \quad (A.497)$$

in bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left(\alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}'\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \quad (A.498)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left(\alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}'\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \quad (A.499)$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned}\overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{ESs,y} \right] \end{aligned} \quad (A.500)$$

$$\begin{aligned}\overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \alpha_{EIs,y} \right] \end{aligned} \quad (A.501)$$

$\alpha_{ESca,y}'$  entspricht dabei  $\alpha_{ESca,y}$  (Gl. (A.398)) bzw.  $\alpha_{EIca,y}'$  entspricht  $\alpha_{EIca,y}$  (Gl. (A.400)) und  $\alpha_{ESci,y}'$  siehe  $\alpha_{ESci,y}$  (Gl. (A.399)) bzw.  $\alpha_{EIci,y}'$  siehe  $\alpha_{EIci,y}$  (Gl. (A.401)) jedoch jeweils mit normiertem Tangentenmodul.

$$\alpha_{ESca,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot z_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (A.502)$$

$$\alpha_{EIca,y}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,z}^2(\delta_a)}{12} + z_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (A.503)$$

$$\alpha_{ESci,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot z_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (A.504)$$

$$\alpha_{EIci,y}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,z}^2(\delta_i)}{12} + z_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (A.505)$$

Für die Größen  $c$  und die Hebelarme  $z$  des Betons siehe Bild A.29

$\alpha_{ESs,y}$  siehe Gl. (A.298) und  $\alpha_{EIs,y}$  siehe Gl. (A.299).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESS,z} \end{array} \right] \quad (A.506)$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,z} \end{array} \right] \quad (A.507)$$

Das bezogene Moment ist

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESS,z} \end{array} \right] \quad (A.508)$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,z} \end{array} \right] \quad (A.509)$$

und mit Gl. (A.472) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{ESS,z} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (A.510)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \cdot \alpha_{EIs,z} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (A.511)$$

$\alpha_{\text{ESca},z}$  siehe Gl. (A.402) und  $\alpha_{\text{ESci},z}$  siehe Gl. (A.403),  $\alpha_{\text{Elca},z}$  siehe Gl. (A.404) und  $\alpha_{\text{Elci},z}$  siehe Gl. (A.405) jedoch mit normiertem Tangentenmodul.

$$\alpha_{\text{ESca},z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot y_a(\delta_a) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.512})$$

$$\alpha_{\text{Elca},z}' = \int_{\delta_a=0}^{\delta_a=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_a)) \cdot \left( \frac{c_{a,y}^2(\delta_a)}{12} + y_a^2(\delta_a) \right) \cdot \sin^2(\delta_a) \cdot d\delta_a \quad (\text{A.513})$$

$$\alpha_{\text{ESci},z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot y_i(\delta_i) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.514})$$

$$\alpha_{\text{Elci},z}' = \int_{\delta_i=0}^{\delta_i=\pi} E_c'(\varepsilon(\delta_i)) \cdot \left( \frac{c_{i,y}^2(\delta_i)}{12} + y_i^2(\delta_i) \right) \cdot \sin^2(\delta_i) \cdot d\delta_i \quad (\text{A.515})$$

Für die Größen  $c$  und die Hebelarme  $z$  des Betons siehe Bild A.29

$\alpha_{\text{ESs},z}$  siehe Gl. (A.302) und  $\alpha_{\text{EIs},z}$  siehe Gl. (A.303).

### A.1.3.3.2 Zwei Bewehrungsringe

#### A.1.3.3.2.1 Aufnehmbare Längskraft

Der Anteil des Betons (Gl. (A.356)) und des Betonstahls (Gl. (A.416)) ergeben die gesamte aufnehmbare Längskraft

$$\begin{aligned} N_{\text{Rd}} &= N_c + N_s \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{\text{Nca}} - (h_1/h)^2 \cdot \alpha_{\text{Nci}} \right) + \frac{1}{\pi} \cdot (A_{\text{sa}} \cdot \alpha_{\text{Nsa}} + A_{\text{si}} \cdot \alpha_{\text{Nsi}}) \end{aligned} \quad (\text{A.516})$$

Unter Verwendung der mechanischen Bewehrungsgrade

$$\omega_{a/i} = \frac{A_{\text{sa/i}}}{A_c} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{4 \cdot A_{\text{sa/i}}}{\pi \cdot (h^2 - h_1^2)} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \quad (\text{A.517})$$

ist der Anteil des Betonstahls

$$N_s = \frac{1}{4} \cdot (h^2 - h_1^2) \cdot \frac{f_{\text{cd}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (\omega_a \cdot \alpha_{\text{Nsa}} + \omega_i \cdot \alpha_{\text{Nsi}}) \quad (\text{A.518})$$

Die mechanischen Bewehrungsgrade werden zusammengefasst

$$\omega_{\text{tot}} = \omega_a + \omega_i = \frac{A_{\text{sa}} + A_{\text{si}}}{A_c} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} = \frac{A_{\text{s,tot}}}{A_c} \cdot \frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{cd}}} \quad (\text{A.519})$$

wobei folgender Zusammenhang gilt

$$\frac{\omega_{a/i}}{A_{sa/i}} = \frac{\omega_{tot}}{A_{s,tot}} \rightarrow \omega_{a/i} = \omega_{tot} \cdot \frac{A_{sa/i}}{A_{s,tot}} \quad (\text{A.520})$$

Damit ergibt sich

$$N_s = \frac{1}{4} \cdot \omega_{tot} \cdot h^2 \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \quad (\text{A.521})$$

Mit Gl. (A.516) ist die aufnehmbare Längskraft zusammenfassend

$$N_{Rd} = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ &+ \frac{1}{4} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \right] \quad (\text{A.522})$$

und in bezogener Form

$$\begin{aligned} v_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.523})$$

Mit Gl. (A.472) erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} v_{Rd} &= \frac{N_{Rd}}{A_c \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left(1 - (h_i/h)^2\right)} \\ &\quad \cdot \left[ \begin{aligned} &2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{Nca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{Nci}' \right) \\ &+ \left(1 - (h_i/h)^2\right) \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{Nsi} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.524})$$

$\alpha_{Nca}'$  siehe Gl. (A.474) und  $\alpha_{Nci}'$  siehe Gl. (A.475).

$\alpha_{Nsa}$  siehe Gl. (A.417) und  $\alpha_{Nsi}$  siehe Gl. (A.418).

Wenn der Betonstahlquerschnitt je Längeneinheit des äußeren und inneren Ringes gleich sein soll, ergeben sich die zugehörigen Bewehrungsverhältnisse wie folgt

$$a_{sa} = a_{si} \rightarrow \frac{A_{sa}}{\pi \cdot h_{sa}} = \frac{A_{si}}{\pi \cdot h_{si}} \rightarrow A_{si} = A_{sa} \cdot \frac{h_{si}}{h_{sa}} \quad (\text{A.525})$$

$$\rightarrow A_{sa} = A_{si} \cdot \frac{h_{sa}}{h_{si}} \quad (\text{A.526})$$

$$\frac{A_{sa}}{A_{s,\text{tot}}} = \frac{A_{sa}}{A_{sa} + A_{si}} = \frac{A_{sa}}{A_{sa} + A_{sa} \cdot \frac{h_{si}}{h_{sa}}} = \frac{1}{1 + \frac{h_{si}}{h_{sa}}} \quad (\text{A.527})$$

$$\frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}}} = \frac{A_{si}}{A_{sa} + A_{si}} = \frac{A_{si}}{A_{si} \cdot \frac{h_{sa}}{h_{si}} + A_{si}} = \frac{1}{\frac{h_{sa}}{h_{si}} + 1} \quad (\text{A.528})$$

#### A.1.3.3.2.2 Aufnehmbare Momente

Der Anteil des Betons (Gl. (A.367)) und der Anteil des Betonstahls (Gl. (A.427)) ergeben

$$\begin{aligned} M_{\text{Rd},y} &= M_{c,y} + M_{s,y} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}} - \left( \frac{h_1}{h} \right)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{\text{Msa}} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.529})$$

bzw. Gl. (A.368) und Gl. (A.428)

$$\begin{aligned} M_{\text{Rd},z} &= M_{c,z} + M_{s,z} \\ &= \frac{1}{4} \cdot h^3 \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}} - \left( \frac{h_1}{h} \right)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( A_{sa} \cdot h_{sa} \cdot \alpha_{\text{Msa}} + A_{si} \cdot h_{si} \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.530})$$

Unter Verwendung von

$$h_{sa} = h - 2 \cdot h_1 = h \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \quad (\text{A.531})$$

$$h_{si} = h_1 + 2 \cdot h_{1i} = h \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \quad (\text{A.532})$$

ergibt sich für die Anteile des Betonstahls

$$M_{s,y} = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \begin{array}{l} A_{sa} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{Msa} \\ + A_{si} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{Msi} \end{array} \right] \quad (\text{A.533})$$

$$M_{s,z} = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left[ \begin{array}{l} A_{sa} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{Msa} \\ + A_{si} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{Msi} \end{array} \right] \quad (\text{A.534})$$

Durch Einsetzen der normierten Betonspannung  $\sigma'_s$  (Gl. (2.3)) und der mechanischen Bewehrungsgrade (Gl. (A.517)) unter Verwendung von Gl. (A.520) erhält man

$$M_{\text{Rd},y} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \cdot \cos(\varphi) \\ \left[ \begin{array}{l} \frac{A_{sa}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \\ + \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.535})$$

$$= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(\varphi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \\ \left[ \begin{array}{l} \frac{A_{sa}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \\ + \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

und in bezogener Form

$$\mu_{\text{Rd},y} = \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\cos(\varphi)}{4} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_1/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_1/h)^2 \right) \\ \left[ \begin{array}{l} \frac{A_{sa}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \\ + \frac{A_{si}}{A_{s,\text{tot}}} \cdot (h_1/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.536})$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\mu_{\text{Rd,y}} = \frac{M_{\text{Rd,y}}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\cos(\varphi)}{\pi \cdot (1 - (h_i/h)^2)} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot (\alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}') \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.537})$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (A.369) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (A.370).

$\alpha_{\text{Msa}}$  siehe Gl. (A.429) und  $\alpha_{\text{Msi}}$  siehe Gl. (A.430).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$M_{\text{Rd,z}} = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot (\alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}') \\ + \frac{1}{8} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \cdot \sin(\varphi) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.538})$$

$$= h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sin(\varphi) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot (\alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}') \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot (1 - (h_i/h)^2) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\}$$

Das bezogene Moment ist

$$\mu_{\text{Rd},z} = \frac{M_{\text{Rd},y}}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{\sin(\varphi)}{4} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.539})$$

und mit Gl. (A.472) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Rd},z} &= \frac{M_{\text{Rd},z}}{A_c \cdot h \cdot f_{\text{cd}}} \\ &= \frac{\sin(\varphi)}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{Mca}}' - (h_i/h)^3 \cdot \alpha_{\text{Mci}}' \right) \\ + \frac{\omega_{\text{tot}}}{2 \cdot f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \left[ \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (1 - 2 \cdot h_1/h) \cdot \alpha_{\text{Msa}} \right. \\ \left. + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot (h_i/h + 2 \cdot h_{1i}/h) \cdot \alpha_{\text{Msi}} \right] \end{array} \right\} \quad (\text{A.540}) \end{aligned}$$

$\alpha_{\text{Mca}}'$  siehe Gl. (A.369) und  $\alpha_{\text{Mci}}'$  siehe Gl. (A.370).

$\alpha_{\text{Msa}}$  siehe Gl. (A.429) und  $\alpha_{\text{Msi}}$  siehe Gl. (A.430).

#### A.1.3.3.2.3 Querschnittssteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit ist mit Gl. (A.391) und (A.451) eingesetzt in Gl. (A.4)

$$\begin{aligned} EA &= EA_c + EA_s \\ &= \frac{1}{2} \cdot h^2 \cdot \left( \alpha_{\text{EAca}} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EAci}} \right) + \frac{1}{\pi} \cdot \left( A_{\text{sa}} \cdot \alpha_{\text{EAsa}} + A_{\text{si}} \cdot \alpha_{\text{EAsi}} \right) \quad (\text{A.541}) \end{aligned}$$

Gl. (A.394) und (A.454) bzw. Gl. (A.395) und (A.455) eingesetzt in Gl. (A.5) bzw. (A.7) ergibt

$$\begin{aligned}
 ES_y &= ES_{c,y} + ES_{s,y} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y} \right) \\
 &\quad + \frac{h}{\pi} \cdot \left( A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right)
 \end{aligned} \tag{A.542}$$

$$\begin{aligned}
 EI_y &= EI_{c,y} + EI_{s,y} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,y} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y} \right) \\
 &\quad + \frac{h^2}{\pi} \cdot \left( A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,y} + A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right)
 \end{aligned} \tag{A.543}$$

Mit Gl. (A.396) und (A.456) bzw. Gl. (A.397) und (A.457) in Gl. (A.6) bzw. (A.8)

$$\begin{aligned}
 ES_z &= ES_{c,z} + ES_{s,z} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot h^3 \cdot \left( \alpha_{ESca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z} \right) \\
 &\quad + \frac{h}{\pi} \cdot \left( A_{sa} \cdot \alpha_{ESsa,z} - A_{si} \cdot \alpha_{ESsi,z} \right)
 \end{aligned} \tag{A.544}$$

$$\begin{aligned}
 EI_z &= EI_{c,z} + EI_{s,z} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot h^4 \cdot \left( \alpha_{EIca,z} - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z} \right) \\
 &\quad + \frac{h^2}{\pi} \cdot \left( A_{sa} \cdot \alpha_{EIsa,z} - A_{si} \cdot \alpha_{EIsi,z} \right)
 \end{aligned} \tag{A.545}$$

Durch Einsetzen des normierten Tangentenmoduls  $E_c'$  (Gl. (2.6)) und der totalen mechanischen Bewehrungsgrade (Gl. (A.517)) unter Verwendung von Gl. (A.520) erhält man für die Dehnsteifigkeit

$$EA = h^2 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ &+ \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ &\cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{aligned} \right] \tag{A.546}$$

und in bezogener Form

$$\overline{EA} = \frac{EA}{h^2 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{array} \right] \quad (A.547)$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\overline{EA} = \frac{EA}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EAca}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EAci}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsa} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EAsi} \right) \end{array} \right] \quad (A.548)$$

$\alpha_{EAca}'$  und  $\alpha_{EAci}'$  siehe Gl. (A.392) bzw. (A.393).

$\alpha_{EAsa}$  und  $\alpha_{EAsi}$  siehe Gl. (A.452) bzw. (A.453).

Für die Querschnittssteifigkeiten um die y-Achse ergibt sich

$$ES_y = h^3 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (A.549)$$

$$EI_y = h^4 \cdot f_{cd} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (A.550)$$

und in bezogener Form

$$\overline{ES}_y = \frac{ES_y}{h^3 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (A.551)$$

$$\overline{EI}_y = \frac{EI_y}{h^4 \cdot f_{cd}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \quad (A.552)$$

Indem Gl. (A.472) eingesetzt wird, erhält man auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \overline{ES}_y &= \frac{ES_y}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{ESca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,y} \right) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (A.553)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_y &= \frac{EI_y}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right)} \cdot \left[ \begin{array}{l} 2 \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{EIca,y}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,y}' \right) \\ + \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,y} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,y} \right) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (A.554)$$

$\alpha_{ESca,y}'$  und  $\alpha_{ESci,y}'$  siehe Gl. (A.502) und (A.504) bzw.  $\alpha_{EIca,y}'$  und  $\alpha_{EIci,y}'$  siehe Gl. (A.503) und (A.505).

$\alpha_{\text{ESsa},y}$  und  $\alpha_{\text{ESsi},y}$  siehe Gl. (A.458) und (A.460) bzw.  $\alpha_{\text{Elsa},y}$  und  $\alpha_{\text{Elsi},y}$  siehe Gl. (A.459) und (A.461).

Um die z-Achse gilt entsprechend

$$ES_z = h^3 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{ESca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{ESci},z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{ESsa},z} + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{ESsi},z} \right) \end{array} \right] \quad (\text{A.555})$$

$$EI_z = h^4 \cdot f_{\text{cd}} \cdot \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{EIca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EIci},z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{Elsa},z} + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{Elsi},z} \right) \end{array} \right] \quad (\text{A.556})$$

in bezogener Form

$$\overline{ES}_z = \frac{ES_z}{h^3 \cdot f_{\text{cd}}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{ESca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{ESci},z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{ESsa},z} + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{ESsi},z} \right) \end{array} \right] \quad (\text{A.557})$$

$$\overline{EI}_z = \frac{EI_z}{h^4 \cdot f_{\text{cd}}} = \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \alpha_{\text{EIca},z}' - (h_i/h)^2 \cdot \alpha_{\text{EIci},z}' \right) \\ + \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{tot}}}{f_{\text{yd}}} \cdot \left( 1 - (h_i/h)^2 \right) \\ \cdot \left( \frac{A_{\text{sa}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{Elsa},z} + \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{s,tot}}} \cdot \alpha_{\text{Elsi},z} \right) \end{array} \right] \quad (\text{A.558})$$

und mit Gl. (A.472) auf den Betonquerschnitt bezogen

$$\begin{aligned} \overline{ES}_z &= \frac{ES_z}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_1/h)^2)} \cdot \left[ \begin{aligned} &2 \cdot \alpha \cdot (\alpha_{ESca,z}' - (h_1/h)^2 \cdot \alpha_{ESci,z}') \\ &+ \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot (1 - (h_1/h)^2) \\ &\cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{ESsi,z} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (A.559)$$

$$\begin{aligned} \overline{EI}_z &= \frac{EI_z}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot (1 - (h_1/h)^2)} \cdot \left[ \begin{aligned} &2 \cdot \alpha \cdot (\alpha_{EIca,z}' - (h_1/h)^2 \cdot \alpha_{EIci,z}') \\ &+ \frac{\omega_{tot}}{f_{yd}} \cdot (1 - (h_1/h)^2) \\ &\cdot \left( \frac{A_{sa}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsa,z} + \frac{A_{si}}{A_{s,tot}} \cdot \alpha_{EIsi,z} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (A.560)$$

$\alpha_{ESca,z}'$  und  $\alpha_{ESci,z}'$  siehe Gl. (A.512) und (A.514) bzw.  $\alpha_{EIca,z}'$  und  $\alpha_{EIci,z}'$  siehe Gl. (A.513) und (A.515).

$\alpha_{ESsa,z}$  und  $\alpha_{ESsi,z}$  siehe Gl. (A.462) und (A.464) bzw.  $\alpha_{EIsa,z}$  und  $\alpha_{EIsi,z}$  siehe Gl. (A.463) und (A.465).

## A.2 Tabellen zur Fehlerrechnung

Tab. A.8: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis 45) wobei  $l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 0$  (Bild 4.41)

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 0$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	0,0	0 bis 15	+0,0226 (+0,0031)	+0,0341 (+0,0060)
			-0,0036 (-0,0018)	-0,0142 (-0,0079)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0034)	+0,1266 (+0,0237)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0562)
		30 bis 45	+0,0066 (+0,0007)	+0,0373 (+0,0073)
			-0,0139 (-0,0080)	-0,0558 (-0,0292)
		0 bis 45	-	+0,2607 (+0,0563)
		-0,2	0 bis 15	+0,0319 (+0,0060)
	0,0000 (0,0000)			-0,1436 (-0,0572)
	15 bis 30		+0,0020 (+0,0001)	+0,1234 (+0,0252)
			-0,0124 (-0,0062)	-0,1398 (-0,0696)
	30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0361 (+0,0055)
			-0,0135 (-0,0063)	-0,0540 (-0,0257)
	0 bis 45		-	+0,4090 (+0,0787)
	-0,4		0 bis 15	+0,0113 (+0,0022)
		-0,0013 (-0,0007)		-0,1603 (-0,0808)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1057 (+0,0212)
			-0,0108 (-0,0047)	-0,1199 (-0,0598)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0307 (+0,0047)
			-0,0115 (-0,0054)	-0,0459 (-0,0221)
		0 bis 45	-	+0,3875 (+0,0702)
		-0,6	0 bis 15	+0,0273 (+0,0051)
	0,0000 (0,0000)			-0,0897 (-0,0426)
	15 bis 30		0,0000 (0,0000)	+0,0904 (+0,0182)
-0,0091 (-0,0042)			-0,1024 (-0,0526)	
30 bis 45	0,0000 (0,0000)		+0,0261 (+0,0040)	
	-0,0098 (-0,0047)		-0,0392 (-0,0193)	
0 bis 45	-		+0,2835 (+0,0579)	
Fortsetzung auf folgender Seite				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Fortsetzung von Tab. A.8

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 0$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-0,8	0 bis 15	+0,0261 (+0,0057)	+0,0728 (+0,0172)
			-0,0009 (-0,0005)	-0,0518 (-0,0129)
		15 bis 30	+0,0029 (+0,0004)	+0,0762 (+0,0157)
			-0,0077 (-0,0041)	-0,0865 (-0,0443)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0223 (+0,0038)
	-0,0083 (-0,0036)		-0,0334 (-0,0146)	
	0 bis 45	-	+0,2161 (+0,0460)	
	-1,0	0 bis 15	+0,0159 (+0,0028)	+0,0328 (+0,0076)
			-0,0015 (-0,0010)	-0,0050 (-0,0028)
		15 bis 30	+0,0060 (+0,0014)	+0,0642 (+0,0122)
			-0,0064 (-0,0039)	-0,0726 (-0,0431)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0189 (+0,0034)
	-0,0071 (-0,0031)		-0,0284 (-0,0128)	
	0 bis 45	-	+0,1513 (+0,0337)	
	-1,2	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0045 (+0,0007)
			-0,0024 (-0,0014)	-0,0066 (-0,0034)
		15 bis 30	+0,0115 (+0,0025)	+0,0529 (+0,0105)
			-0,0038 (-0,0025)	-0,0562 (-0,0243)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0156 (+0,0028)
	-0,0058 (-0,0026)		-0,0233 (-0,0107)	
	0 bis 45	-	+0,0914 (+0,0226)	
	-1,4	0 bis 15	+0,0018 (+0,0003)	+0,0064 (+0,0013)
			-0,0025 (-0,0017)	-0,0095 (-0,0061)
		15 bis 30	+0,0131 (+0,0037)	+0,0307 (+0,0076)
			-0,0009 (-0,0007)	-0,0184 (-0,0100)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0122 (+0,0023)
	-0,0045 (-0,0021)		-0,0182 (-0,0086)	
	0 bis 45	-	+0,0497 (+0,0138)	
	-1,6	0 bis 15	+0,0040 (+0,0010)	+0,0065 (+0,0027)
			-0,0026 (-0,0018)	-0,0092 (-0,0066)
15 bis 30		+0,0110 (+0,0024)	+0,0166 (+0,0062)	
		-0,0009 (-0,0007)	-0,0118 (-0,0093)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0069 (+0,0016)	
	-0,0026 (-0,0015)	-0,0104 (-0,0060)		
0 bis 45	-	+0,0274 (+0,0115)		

Fortsetzung auf folgender Seite

\*) siehe Tabellenanfang

Fortsetzung von Tab. A.8

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 0$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-1,8	0 bis 15	+0,0026 (+0,0009)	+0,0127 (+0,0042)
			-0,0018 (-0,0014)	-0,0095 (-0,0066)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0167 (+0,0053)
			-0,0016 (-0,0010)	-0,0187 (-0,0127)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0049 (+0,0012)
			-0,0018 (-0,0012)	-0,0073 (-0,0047)
	0 bis 45	-	+0,0296 (+0,0131)	
	-2,0	0 bis 15	+0,0005 (+0,0002)	+0,0143 (+0,0061)
			-0,0003 (-0,0002)	-0,0141 (-0,0123)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0087 (+0,0037)
			-0,0009 (-0,0008)	-0,0099 (-0,0089)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0025 (+0,0008)
			-0,0010 (-0,0008)	-0,0038 (-0,0032)
	0 bis 45	-	+0,0327 (+0,0118)	
*) siehe Tabellenanfang				

Tab. A.9: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis 45) wobei  $l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 10$  (Bild 4.42)

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 10$				
$\mu_{sd0}$ [-]	$\nu_{sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	0,0	0 bis 15	+0,0226 (+0,0031)	+0,0341 (+0,0060)
			-0,0036 (-0,0018)	-0,0142 (-0,0079)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0034)	+0,1266 (+0,0237)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0562)
		30 bis 45	+0,0066 (+0,0007)	+0,0373 (+0,0073)
	-0,0139 (-0,0080)		-0,0558 (-0,0292)	
	0 bis 45	-	+0,2607 (+0,0563)	
	-0,2	0 bis 15	+0,0329 (+0,0086)	+0,1771 (+0,0344)
			0,0000 (0,0000)	-0,1415 (-0,0811)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1229 (+0,0252)
			-0,0124 (-0,0057)	-0,1394 (-0,0701)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0359 (+0,0055)
	-0,0134 (-0,0063)		-0,0537 (-0,0255)	
	0 bis 45	-	+0,4058 (+0,0796)	
	-0,4	0 bis 15	+0,0031 (+0,0005)	+0,1737 (+0,0355)
			-0,0057 (-0,0024)	-0,1775 (-0,0858)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1069 (+0,0220)
			-0,0108 (-0,0050)	-0,1213 (-0,0623)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0311 (+0,0048)
	-0,0116 (-0,0056)		-0,0465 (-0,0228)	
	0 bis 45	-	+0,4074 (+0,0740)	
	-0,6	0 bis 15	+0,0189 (+0,0039)	+0,1391 (+0,0332)
			-0,0001 (-0,0001)	-0,1167 (-0,0550)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0927 (+0,0212)
-0,0093 (-0,0041)			-0,1051 (-0,0506)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0268 (+0,0049)	
	-0,0100 (-0,0045)	-0,0401 (-0,0185)		
0 bis 45	-	+0,3156 (+0,0665)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Fortsetzung von Tab. A.9

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 10$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-0,8	0 bis 15	+0,0210 (+0,0047)	+0,1151 (+0,0274)
			0,0000 (0,0000)	-0,0942 (-0,0484)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0801 (+0,0189)
			-0,0083 (-0,0037)	-0,0910 (-0,0452)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0234 (+0,0044)
	-0,0087 (-0,0040)		-0,0349 (-0,0165)	
	0 bis 45	-	+0,2668 (+0,0588)	
	-1,0	0 bis 15	+0,0233 (+0,0056)	+0,0911 (+0,0244)
			0,0000 (0,0000)	-0,0724 (-0,0371)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0692 (+0,0169)
			-0,0069 (-0,0033)	-0,0784 (-0,0404)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0203 (+0,0039)
	-0,0076 (-0,0036)		-0,0305 (-0,0148)	
	0 bis 45	-	+0,2214 (+0,0513)	
	-1,2	0 bis 15	+0,0206 (+0,0056)	+0,0618 (+0,0188)
			0,0000 (0,0000)	-0,0435 (-0,0204)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0589 (+0,0149)
			-0,0059 (-0,0029)	-0,0667 (-0,0355)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0173 (+0,0034)
	-0,0065 (-0,0032)		-0,0258 (-0,0130)	
	0 bis 45	-	+0,1702 (+0,0435)	
	-1,4	0 bis 15	+0,0201 (+0,0054)	+0,0389 (+0,0147)
			-0,0011 (-0,0009)	-0,0227 (-0,0170)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0476 (+0,0124)
			-0,0048 (-0,0025)	-0,0541 (-0,0298)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0139 (+0,0028)
	-0,0052 (-0,0027)		-0,0209 (-0,0109)	
	0 bis 45	-	+0,1252 (+0,0360)	
-1,6	0 bis 15	+0,0135 (+0,0037)	+0,0264 (+0,0115)	
		-0,0011 (-0,0009)	-0,0196 (-0,0160)	
	15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0362 (+0,0101)	
		-0,0037 (-0,0019)	-0,0410 (-0,0241)	
	30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0105 (+0,0023)	
-0,0040 (-0,0021)		-0,0157 (-0,0087)		
0 bis 45	-	+0,0928 (+0,0291)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
*) siehe Tabellenanfang				

Fortsetzung von Tab. A.9

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 10$				
$\mu_{sd0}$ [-]	$\nu_{sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-1,8	0 bis 15	+0,0059 (+0,0018)	+0,0298 (+0,0113)
			-0,0011 (-0,0009)	-0,0242 (-0,0197)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0209 (+0,0068)
			-0,0021 (-0,0014)	-0,0236 (-0,0163)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0060 (+0,0015)
			-0,0023 (-0,0014)	-0,0091 (-0,0058)
	0 bis 45	-	+0,0691 (+0,0213)	
	-2,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0184 (+0,0079)
			-0,0012 (-0,0009)	-0,0199 (-0,0177)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0110 (+0,0047)
			-0,0012 (-0,0010)	-0,0126 (-0,0113)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0032 (+0,0011)
			-0,0012 (-0,0010)	-0,0047 (-0,0040)
	0 bis 45	-	+0,0436 (+0,0152)	
*) siehe Tabellenanfang				

Tab. A.10: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis 45) wobei  $l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 20$  (Bild 4.43)

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 20$				
$\mu_{sdo}$ [-]	$\nu_{sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	0,0	0 bis 15	+0,0226 (+0,0031)	+0,0341 (+0,0060)
			-0,0036 (-0,0018)	-0,0142 (-0,0079)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0034)	+0,1266 (+0,0237)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0562)
		30 bis 45	+0,0066 (+0,0007)	+0,0373 (+0,0073)
	-0,0139 (-0,0080)		-0,0558 (-0,0292)	
	0 bis 45	-	+0,2607 (+0,0563)	
	-0,2	0 bis 15	+0,0374 (+0,0087)	+0,1901 (+0,0414)
			-0,0008 (-0,0005)	-0,1467 (-0,0636)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1219 (+0,0269)
			-0,0123 (-0,0052)	-0,1382 (-0,0602)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0356 (+0,0060)
	-0,0133 (-0,0056)		-0,0533 (-0,0228)	
	0 bis 45	-	+0,4088 (+0,0816)	
	-0,4	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1777 (+0,0406)
			-0,0087 (-0,0033)	-0,1887 (-0,0876)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1095 (+0,0249)
			-0,0110 (-0,0048)	-0,1241 (-0,0594)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0319 (+0,0057)
	-0,0119 (-0,0053)		-0,0477 (-0,0217)	
	0 bis 45	-	+0,4240 (+0,0798)	
	-0,6	0 bis 15	+0,0147 (+0,0017)	+0,1569 (+0,0380)
			-0,0049 (-0,0021)	-0,1426 (-0,0771)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0965 (+0,0231)
-0,0097 (-0,0046)			-0,1095 (-0,0553)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0278 (+0,0053)	
	-0,0105 (-0,0049)	-0,0418 (-0,0200)		
0 bis 45	-	+0,3498 (+0,0738)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Fortsetzung von Tab. A.10

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 20$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-0,8	0 bis 15	+0,0024 (+0,0002)	+0,1414 (+0,0356)
			-0,0058 (-0,0030)	-0,1423 (-0,0768)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0858 (+0,0213)
			-0,0089 (-0,0043)	-0,0976 (-0,0512)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0248 (+0,0049)
	-0,0093 (-0,0045)		-0,0372 (-0,0185)	
	0 bis 45	-	+0,3270 (+0,0689)	
	-1,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1258 (+0,0328)
			-0,0068 (-0,0034)	-0,1348 (-0,0724)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0762 (+0,0196)
			-0,0079 (-0,0039)	-0,0866 (-0,0470)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0222 (+0,0045)
	-0,0083 (-0,0042)		-0,0333 (-0,0171)	
	0 bis 45	-	+0,2991 (+0,0634)	
	-1,2	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1095 (+0,0295)
			-0,0060 (-0,0033)	-0,1175 (-0,0655)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0666 (+0,0176)
			-0,0068 (-0,0035)	-0,0756 (-0,0422)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0194 (+0,0040)
	-0,0072 (-0,0038)		-0,0291 (-0,0153)	
	0 bis 45	-	+0,2609 (+0,0570)	
	-1,4	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0926 (+0,0232)
			-0,0180 (-0,0044)	-0,0993 (-0,0598)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0563 (+0,0154)
			-0,0057 (-0,0031)	-0,0638 (-0,0369)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0164 (+0,0035)
	-0,0061 (-0,0033)		-0,0245 (-0,0134)	
	0 bis 45	-	+0,2204 (+0,0495)	
-1,6	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0735 (+0,0204)	
		-0,0274 (-0,0046)	-0,0791 (-0,0493)	
	15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0443 (+0,0128)	
		-0,0045 (-0,0025)	-0,0502 (-0,0307)	
	30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0129 (+0,0029)	
-0,0048 (-0,0027)		-0,0193 (-0,0112)		
0 bis 45	-	+0,1744 (+0,0412)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
*) siehe Tabellenanfang				

Fortsetzung von Tab. A.10

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 20$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-1,8	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0517 (+0,0170)
			-0,0026 (-0,0020)	-0,0556 (-0,0382)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0310 (+0,0100)
			-0,0032 (-0,0020)	-0,0351 (-0,0241)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0090 (+0,0023)
			-0,0033 (-0,0021)	-0,0134 (-0,0087)
	0 bis 45	-	+0,1222 (+0,0326)	
	-2,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0280 (+0,0119)
			-0,0024 (-0,0018)	-0,0308 (-0,0275)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0166 (+0,0071)
			-0,0017 (-0,0014)	-0,0188 (-0,0169)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0048 (+0,0016)
			-0,0018 (-0,0015)	-0,0072 (-0,0061)
	0 bis 45	-	+0,0664 (+0,0229)	
*) siehe Tabellenanfang				

Tab. A.11: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis  $45$ ) wobei  $l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 30$  (Bild 4.44)

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 30$				
$\mu_{sd0}$ [-]	$\nu_{sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	0,0	0 bis 15	+0,0226 (+0,0031)	+0,0341 (+0,0060)
			-0,0036 (-0,0018)	-0,0142 (-0,0079)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0034)	+0,1266 (+0,0237)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0562)
		30 bis 45	+0,0066 (+0,0007)	+0,0373 (+0,0073)
	-0,0139 (-0,0080)		-0,0558 (-0,0292)	
	0 bis 45	-	+0,2607 (+0,0563)	
	-0,2	0 bis 15	+0,0231 (+0,0040)	+0,1972 (+0,0437)
			-0,0014 (-0,0007)	-0,1734 (-0,0779)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1213 (+0,0270)
			-0,0123 (-0,0052)	-0,1376 (-0,0606)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0353 (+0,0060)
	-0,0133 (-0,0056)		-0,0529 (-0,0229)	
	0 bis 45	-	+0,4344 (+0,0840)	
	-0,4	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1822 (+0,0427)
			-0,0095 (-0,0040)	-0,1947 (-0,0934)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1120 (+0,0261)
			-0,0112 (-0,0051)	-0,1268 (-0,0624)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0326 (+0,0060)
	-0,0122 (-0,0056)		-0,0488 (-0,0227)	
	0 bis 45	-	+0,4353 (+0,0838)	
	-0,6	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1644 (+0,0408)
			-0,0087 (-0,0041)	-0,1759 (-0,0897)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1005 (+0,0247)
-0,0102 (-0,0050)			-0,1142 (-0,0593)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0291 (+0,0056)	
	-0,0109 (-0,0052)	-0,0435 (-0,0212)		
0 bis 45	-	+0,3920 (+0,0794)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Fortsetzung von Tab. A.11

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 30$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-0,8	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1512 (+0,0387)
			-0,0082 (-0,0042)	-0,1620 (-0,0857)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0915 (+0,0232)
			-0,0094 (-0,0048)	-0,1040 (-0,0560)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0264 (+0,0053)
	-0,0099 (-0,0049)		-0,0395 (-0,0200)	
	0 bis 45	-	+0,3589 (+0,0750)	
	-1,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1330 (+0,0365)
			-0,0073 (-0,0038)	-0,1417 (-0,0807)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0824 (+0,0215)
			-0,0087 (-0,0045)	-0,0938 (-0,0519)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0238 (+0,0049)
	-0,0089 (-0,0046)		-0,0356 (-0,0187)	
	0 bis 45	-	+0,3187 (+0,0700)	
	-1,2	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1229 (+0,0335)
			-0,0071 (-0,0040)	-0,1320 (-0,0749)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0744 (+0,0202)
			-0,0078 (-0,0041)	-0,0847 (-0,0486)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0212 (+0,0046)
	-0,0080 (-0,0043)		-0,0319 (-0,0174)	
	0 bis 45	-	+0,2920 (+0,0651)	
	-1,4	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,1053 (+0,0281)
			-0,0170 (-0,0044)	-0,1143 (-0,0667)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0606 (+0,0176)
			-0,0068 (-0,0037)	-0,0694 (-0,0426)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0173 (+0,0040)
	-0,0062 (-0,0037)		-0,0257 (-0,0151)	
	0 bis 45	-	+0,2455 (+0,0572)	
-1,6	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0861 (+0,0258)	
		-0,0044 (-0,0030)	-0,0928 (-0,0575)	
	15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0521 (+0,0152)	
		-0,0055 (-0,0031)	-0,0594 (-0,0368)	
	30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0150 (+0,0035)	
-0,0057 (-0,0033)		-0,0226 (-0,0132)		
0 bis 45	-	+0,2053 (+0,0495)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
*) siehe Tabellenanfang				

Fortsetzung von Tab. A.11

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 30$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-1,8	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0604 (+0,0201)
			-0,0031 (-0,0026)	-0,0650 (-0,0455)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0369 (+0,0120)
			-0,0038 (-0,0024)	-0,0420 (-0,0289)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0107 (+0,0027)
			-0,0040 (-0,0025)	-0,0160 (-0,0104)
	0 bis 45	-	+0,1446 (+0,0390)	
	-2,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0332 (+0,0143)
			-0,0030 (-0,0025)	-0,0376 (-0,0336)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0200 (+0,0085)
			-0,0021 (-0,0018)	-0,0228 (-0,0205)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0057 (+0,0019)
			-0,0022 (-0,0019)	-0,0087 (-0,0074)
	0 bis 45	-	+0,0807 (+0,0276)	
*) siehe Tabellenanfang				

Tab. A.12: Größte und mittlere errechnete Bemessungsfehler mit und ohne Interpolation zwischen benachbarten Vertikalschnitten sowie der Sonderform ( $\psi = 0$  bis 45) wobei  $l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 40$  (Bild 4.45)

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 40$				
$\mu_{sd0}$ [-]	$\nu_{sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	0,0	0 bis 15	+0,0226 (+0,0031)	+0,0341 (+0,0060)
			-0,0036 (-0,0018)	-0,0142 (-0,0079)
		15 bis 30	+0,0193 (+0,0034)	+0,1266 (+0,0237)
			-0,0125 (-0,0045)	-0,1432 (-0,0562)
		30 bis 45	+0,0066 (+0,0007)	+0,0373 (+0,0073)
	-0,0139 (-0,0080)		-0,0558 (-0,0292)	
	0 bis 45	-	+0,2607 (+0,0563)	
	-0,2	0 bis 15	+0,0063 (+0,0007)	+0,1983 (+0,0450)
			-0,0042 (-0,0024)	-0,1956 (-0,0886)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1219 (+0,0270)
			-0,0123 (-0,0054)	-0,1384 (-0,0648)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0356 (+0,0061)
	-0,0131 (-0,0057)		-0,0530 (-0,0233)	
	0 bis 45	-	+0,4579 (+0,0864)	
	-0,4	0 bis 15	+0,0018 (+0,0001)	+0,1883 (+0,0449)
			-0,0098 (-0,0045)	-0,2013 (-0,0984)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1159 (+0,0274)
			-0,0116 (-0,0053)	-0,1313 (-0,0654)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0337 (+0,0063)
	-0,0127 (-0,0059)		-0,0505 (-0,0240)	
	0 bis 45	-	+0,4502 (+0,0881)	
	-0,6	0 bis 15	+0,0014 (+0,0001)	+0,1685 (+0,0426)
			-0,0112 (-0,0047)	-0,1789 (-0,0937)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,1050 (+0,0260)
-0,0104 (-0,0052)			-0,1189 (-0,0624)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0304 (+0,0059)	
	-0,0114 (-0,0055)	-0,0456 (-0,0223)		
0 bis 45	-	+0,4043 (+0,0834)		
Fortsetzung auf folgender Seite				
() Mittlerer Bemessungsfehler				
*) Unterbemessung (negatives Vorzeichen) tritt hierbei nicht auf, wenn aus beiden Vertikalschnitten der ungünstigere Wert verwendet wird				

Fortsetzung von Tab. A.12

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 40$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-0,8	0 bis 15	+0,0051 (+0,0006)	+0,1572 (+0,0411)
			-0,0096 (-0,0045)	-0,1674 (-0,0887)
		15 bis 30	+0,0030 (+0,0003)	+0,0988 (+0,0249)
			-0,0100 (-0,0052)	-0,1122 (-0,0589)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0285 (+0,0057)
	-0,0107 (-0,0053)		-0,0427 (-0,0216)	
	0 bis 45	-	+0,3798 (+0,0799)	
	-1,0	0 bis 15	+0,0034 (+0,0003)	+0,1489 (+0,0368)
			-0,0282 (-0,0061)	-0,1599 (-0,0796)
		15 bis 30	+0,0039 (+0,0003)	+0,0903 (+0,0240)
			-0,0094 (-0,0053)	-0,1028 (-0,0526)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0258 (+0,0054)
	-0,0098 (-0,0050)		-0,0389 (-0,0204)	
	0 bis 45	-	+0,3541 (+0,0743)	
	-1,2	0 bis 15	+0,0003 (0,0000)	+0,1240 (+0,0318)
			-0,0144 (-0,0050)	-0,1337 (-0,0690)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0788 (+0,0212)
			-0,0081 (-0,0043)	-0,0895 (-0,0511)
		30 bis 45	+0,0003 (0,0000)	+0,0229 (+0,0044)
	-0,0086 (-0,0052)		-0,0344 (-0,0179)	
	0 bis 45	-	+0,3035 (+0,0670)	
	-1,4	0 bis 15	+0,0053 (+0,0006)	+0,0924 (+0,0250)
			-0,0155 (-0,0066)	-0,1018 (-0,0591)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0679 (+0,0190)
			-0,0070 (-0,0038)	-0,0773 (-0,0455)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0196 (+0,0042)
	-0,0074 (-0,0042)		-0,0295 (-0,0152)	
	0 bis 45	-	+0,2482 (+0,0583)	
	-1,6	0 bis 15	+0,0003 (0,0000)	+0,0698 (+0,0218)
			-0,0167 (-0,0046)	-0,0778 (-0,0554)
15 bis 30		+0,0022 (+0,0003)	+0,0547 (+0,0136)	
		-0,0107 (-0,0042)	-0,0619 (-0,0320)	
30 bis 45		0,0000 (0,0000)	+0,0158 (+0,0036)	
	-0,0059 (-0,0034)	-0,0236 (-0,0139)		
0 bis 45	-	+0,1950 (+0,0476)		

Fortsetzung auf folgender Seite

\*) siehe Tabellenanfang

Fortsetzung von Tab. A.12

$l_{0,z}/h = l_{0,y}/b = 40$				
$\mu_{Sd0}$ [-]	$\nu_{Sd}$ [-]	$\psi$ [°]	$\Delta\omega_{tot}$ interpoliert	$\Delta\omega_{tot}$ *) nicht interpoliert
0 bis 0,5	-1,8	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0657 (+0,0215)
			-0,0029 (-0,0018)	-0,0686 (-0,0467)
		15 bis 30	+0,0030 (+0,0006)	+0,0210 (+0,0080)
			-0,0114 (-0,0041)	-0,0267 (-0,0223)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0061 (+0,0012)
			-0,0058 (-0,0032)	-0,0168 (-0,0108)
	0 bis 45	-	+0,1350 (+0,0365)	
	-2,0	0 bis 15	0,0000 (0,0000)	+0,0344 (+0,0148)
			-0,0020 (-0,0017)	-0,0371 (-0,0329)
		15 bis 30	0,0000 (0,0000)	+0,0209 (+0,0089)
			-0,0022 (-0,0018)	-0,0237 (-0,0213)
		30 bis 45	0,0000 (0,0000)	+0,0061 (+0,0020)
			-0,0022 (-0,0019)	-0,0091 (-0,0077)
	0 bis 45	-	+0,0821 (+0,0287)	
*) siehe Tabellenanfang				