

# **Hybride Modelle für Verzugs- und Eigenspannungsberechnung von großen und komplexen Schweißkonstruktionen**

Von der Fakultät für Maschinenbau, Elektro- und Energiesysteme der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus – Senftenberg zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften habilitatus (Dr.-Ing. habil.)

genehmigte Habilitationsschrift

von

**Dr.-Ing. Nikolay Doynov**

Mitglieder der Habilitationskommission:

Univ.-Prof. Ing. Mag. Dr. rer.soc.oec. Herwig Winkler (Vorsitzender)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Vesselin Michailov (Gutachter)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Holger Seidlitz (Gutachter)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak (Gutachter)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Rethmeier (Gutachter)

Prof. Dr.-Ing. Reinhard Rosert (weiteres Mitglied)

Eröffnung des Habilitationsverfahrens: 14.09.2022

Tag des Habilitationskolloquiums: 19.06.2023

Zuerkennung der Lehrbefähigung: 05.07.2023

DOI: <https://doi.org/10.26127/BTUOpen-6453>

## **Vorwort**

Die vorliegende Habilitationsschrift entstand während meiner Tätigkeit als Postdoktorand am Lehrstuhl für Lehrstuhl Füge- und Schweißtechnik der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus-Senftenberg. An erster Stelle möchte ich mich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Vesselin Michailov bedanken, der mir die Möglichkeit zu meiner Forschung gegeben hat und als Betreuer fungierte. Auch bei Univ.-Prof. Ing. Mag. Dr. rer.soc.oec. Herwig Winkler für den Vorsitz des Habilitationsausschusses. Weiterhin möchte ich mich bei den Gutachtern Univ.-Prof. Dr.-Ing. Holger Seidlitz, Univ. Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak und Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Rethmeier sowie bei Prof. Dr.-Ing. Reinhard Rosert als weiteres Mitglied des Ausschusses für die Unterstützung bedanken.

Cottbus, Juli 2023

# Inhaltsverzeichnis

1	EINLEITUNG	1
	Zielsetzung	2
	Kurzbeschreibung	2
2	EINFÜHRUNG IN DEN ANWENDUNGSBEREICH	4
	Simulationsmodelle der Demonstratoren	4
	Auswertung der berechneten Temperaturfelder	8
	Auswertung der berechneten Verschiebungsfelder	10
	Auswertung der berechneten Eigenspannungen	13
	Auswertung der berechneten plastischen Dehnungen	15
3	METHODEN ZUR SCHWEIßVERZUGSBERECHNUNG VON GROßSTRUKTUREN	17
	Aufteilung der Simulationsaufgaben	17
	Thermomechanische Aufgabe - Temperatur	18
	Thermomechanische Aufgabe - Verformung	19
	Strukturmechanische Aufgabe - Verschiebungen	20
	Kopplung der Teilaufgaben	21
	Rückkopplung mit der strukturmechanischen Aufgabe	23
	Das gekoppelte analytisch-numerische Hybridmodell	24
4	ANALYTISCHES MODELL ZUR LÖSUNG DER THERMOMECHANISCHEN AUFGABE	27
	Grundlage der analytischen Berechnung	27
	Vorstellung und Ergänzung der Lösung für die Längskomponente der Eigendehnung	30
	Einfluss der Prozessbedingungen auf die Längskomponente der Eigendehnung	33



Einfluss der Struktur auf die Längskomponente der Eigendehnung	36
Schwerpunkt von der Längskomponente der Eigendehnung	37
Vorstellung der Lösung für die Querkomponente der Eigendehnung	38
Implementierung in das analytisch-numerische Hybridmodell	40
Einfaches Anwendungsbeispiel – Kopplung mit der strukturmechanischen Aufgabe	43
5 ERWEITERUNG DES ANALYTISCHEN MODELLS	49
Berücksichtigung der Struktursteifigkeit bei gekrümmten Schalenkonstruktionen	49
Berechnung von beidseitigen Nähte	56
Implementierung in das bestehende analytische Modell	62
6 ANALYTISCH-NUMERISCHES MODELL FÜR DAS THERMISCHE RICHTEN GESCHWEIßTER KONSTRUKTIONEN	63
Modell der punktuellen Erwärmung - Grundlagen	63
Entwicklung der plastischen Dehnungen	68
Kontinuierliche Erwärmung bis zur Maximaltemperatur	68
Kontinuierliche Abkühlung von der Maximaltemperatur	70
Berücksichtigung einer temperaturabhängigen Fließspannung	72
Berücksichtigung der Anfangsspannung bzw. -dehnung	72
Analytisches Modell zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe bei punktueller Erwärmung	74
Iterative Lösung	77
Funktionsanalytische Lösung	80
Analytisches Modell zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe bei strichförmigen Erwärmung	83
Implementierung in das analytisch-numerische Hybridmodell für das Richten	88
Kopplung der thermomechanischen und strukturmechanischen Teilaufgaben beim Richten	90

Anwendung des analytisch-numerischen Modells an einer beispielhaften Struktur	91
Simulation des Schweißens	92
Simulation des Richtens	93
7 ABSICHERUNG DER GÜLTIGKEIT VON DEN VORGESTELLTEN MODELLEN FÜR DAS THERMISCHE RICHTEN	99
Betrachtung der der Maximaltemperaturen	99
Betrachtung der Verschiebungen	101
Punktuelle Erwärmung mittels autogener Wärmequelle	101
Strichförmige Erwärmung mittels induktiver Wärmequelle	106
Anwendung an einer komplexen Struktur	108
Überführung der Struktur in die Berechnung	109
Verifizierung der Eigenspannungen	111
Berechnung unterschiedlicher Richtszenarien	113
Auswertung der Verschiebungen	115
8 ANWENDUNGSBEISPIEL – BEITRAG ZUR TRAGFÄHIGKEITSBERECHNUNGEN	123
Verzugsberechnung	124
Beulanalyse am Segment des Porsche Pavillons	129
9 ZUSAMMENFASSUNG	131
LITERATURVERZEICHNIS	134
ANHANG	140

# 1 Einleitung

Viele Fügeverfahren, insbesondere das Schweißen, führen zu einer lokalen, ungleichmäßigen Erwärmung der Fügestelle. Die dadurch hervorgerufenen lokalen plastischen Verformungen und metallurgischen Werkstoffveränderungen bewirken nach der Abkühlung bleibenden Verzug und Eigenspannungen. Diese beeinflussen die reibungslose Durchführung des Fertigungsprozesses und die Qualität der geschweißten Konstruktion und schließlich stellen letztlich deren Einsatz in Frage. Somit steht für die meisten Industrieanwendungen die gesicherte Minimierung bzw. Beherrschung des Schweißverzuges und der Schweiß-eigenspannungen, insbesondere bei großen Konstruktionen im Vordergrund [Sta04].

Mittels der Vorkenntnis über den zu erwartenden Verzug und die Entwicklung der Eigenspannungen während und nach dem Schweißen können zum einen geeignete Gegenmaßnahmen, wie beispielsweise Einspannszenarien, Vorverformungen oder Schweißreihenfolgen sowie eine gezielte Vor-, Zwischen- oder Nachwärmebehandlung zweckmäßig gewählt werden. Zum anderen ist es möglich, die darauffolgenden notwendigen Nachbehandlungen, wie z.B. das thermische Richten, schon in einem sehr frühen Stadium des Produktentwicklungsprozesses voranzuplanen. Demzufolge besteht seitens der Forschung ein sehr großes Interesse an der Entwicklung verlässlicher Modelle und Methoden zur Schweißverzugs- und Eigenspannungsberechnung.

So wäre beispielsweise der Einsatz der heutzutage sehr verbreiteten numerischen Schweißsimulation zu einem frühen Zeitpunkt des Produktzyklus zur Vorhersage und Minimierung von Schweißverzug und -eigenspannungen denkbar. Dies würde dann sowohl die Einsatzfähigkeit als auch die problemlose Weiterverarbeitung von geschweißten Bauteilen ohne zeitaufwendige und kostenintensive Experimente ermöglichen. Jedoch ist die durchgehende thermomechanische Finite Elemente-Simulation nicht in der Lage, den Verzug und die Eigenspannungen großer Baugruppen mit mehreren Schweißnähten in einem zeitlich akzeptablen Rahmen zu berechnen. Aufgrund dessen wird momentan verstärkt an alternativen Simulationsvorgehensweisen gearbeitet. Erfahrungen mit solchen Vorgehensweisen zeigen, dass die erzielten zutreffenden Vorhersagen über den Verzug von komplexen Schweißkonstruktionen in einem Bruchteil der Rechenzeit einer kontinuierlichen thermomechanischen Simulation möglich sind. Die derzeit verwendeten Modelle haben eine Gemeinsamkeit – die Aufteilung der Simulationsaufgabe in zwei Teilaufgaben, eine lokale „thermomechanische“ und eine globale „strukturmechanische“ Teilaufgabe. Der Unterschied besteht in dem zugrunde gelegten Lösungsansatz und in der Kopplung der beiden Teilaufgaben. Die Modelle beruhen außerdem auf verschiedenen Idealisierungen der komplexen physikalischen und metallurgischen Vorgänge sowie der Anfangs- und Randbedingungen beim Schweißen. Einigen konzentrieren sich auf manche Vorgänge „übertrieben“ tief, blenden aber andere Einflüsse, die möglicherweise gerade relevanter erscheinen, komplett aus. Besonders kritisch ist die weitverbreitete Idealisierung bzw. Vernachlässigung der Rolle der Konstruktion bei der Entstehung der plastischen Verformungen. In seltenen Fällen trifft diese tatsächlich zu. In der Regel aber ist der Einfluss der Konstruktion äußerst relevanter als die anderen Einflüsse.

Somit stellt sich die zentrale Frage nach schneller Berechnungsvorgehensweise, die sowohl die lokale als auch die globalen Effekte und Wechselwirkungen im System: Prozess-Werkstoff-Struktur berücksichtigen kann.

Die vorliegende Habilitationsschrift befasst sich mit den theoretischen Grundlagen und den simulationstechnischen Aspekten der Schweißverzug- und Eigenspannungsberechnung von großen komplexen Schweißkonstruktionen. Im Mittelpunkt stehen die analytisch-numerische Hybridmodelle. Diese bestehen aus einem analytischen Teil für die lokale thermomechanische Berechnung und einen numerischen Teil für die globale strukturmechanische Berechnung. Die beiden Teilaufgaben sind stark gekoppelt. Der Schwerpunkt liegt in der Weiteentwicklung und in den Umsatzmöglichkeiten des analytischen Ansatzes. Darüber hinaus wird die Anwendung der Hybriden Modellierung zur Berechnung von Verzug und Eigenspannungen in praxisrelevanten Schweißkonstruktionen an zahlreichen Beispielen demonstriert. Die Aspekte der Einbringung der Simulation in die Fertigungs- oder Produktkette werden ebenso thematisiert.

## Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, die theoretischen Grundlagen zur hybriden thermomechanischen Modellierung des Schweißens und des thermischen Richtens von großen und komplexen Schweißkonstruktionen zusammenzustellen und sie zu vermitteln. Die erarbeiteten Lösungsansätze werden detailliert erläutert und die Anwendung der analytisch-numerischen Hybridmodelle zur Verzugs- und Eigenspannungsberechnung wird mit diversen Beispielen demonstriert.

## Kurzbeschreibung

Zur Einführung in die Problematik wird zunächst der Anwendungsbereich der Verzugs- und Eigenspannungsberechnung allgemein definiert. Anhand eines Beispiels werden zwei unterschiedliche Berechnungsverfahren verwendet und hinsichtlich des Ergebnisses und des Aufwands für die Vorbereitung und Durchführung verglichen (Kapitel 2). Die Berechnungsvorgehensweisen für Großstrukturen werden erläutert, systematisiert und den Einsatzgebieten zugeordnet (Kapitel 3). Der Hauptmerkmal liegt in den verwendeten analytischen Lösungsansätzen, die relevante Einflüsse mit ausreichender Genauigkeit berücksichtigen und gleichzeitig deutlich weniger Rechenleistung benötigt. Allerdings erfordert die Anwendung dieser Lösungsmethode einen höheren Kenntnisstand über die theoretischen Grundlagen sowie über die bereits vorhandenen analytischen Lösungen. Neben ausführlichen Erläuterungen werden Beispiele und Hinweise auf weiterführende Literaturquellen gegeben (Kapitel 4 und Kapitel 5). Die analytisch-numerische Hybridmodelle sind für den Einsatz in der Produktionskette konzipiert. Neben Schweißaufgaben können auch andere Prozesse wie z.B. das thermische Richten modelliert werden. Das Berechnungsverfahren beim Richten ist identisch, aber die theoretischen Grundlagen und die analytischen Lösungen sind unterschiedlich. Das Hybridmodell für das Richten wird in Kapitel 6 detailliert erläutert und zusammen mit dem Modell für das Schweißen für eine

Schweißkonstruktion verwendet- d.h. Simulation der Schweiß-Richtkette (Kapitel 7). Schließlich wird anhand einer komplexen Schweißkonstruktion die Anwendbarkeit der in dieser Arbeit vorgestellten analytisch-numerischen Hybridmodelle für die Berechnung der Tragfähigkeit demonstriert (Kapitel 8). Die Traglastberechnung selbst und damit zusammenhängende Fragen sind kein Teil der Habilitationsschrift.

## 2 Einführung in den Anwendungsbereich

Die numerische Schweißsimulation (auch als durchgehen oder kontinuierlich bezeichnet) ist in der Lage, eine genaue Vorhersage über den Verzug und die Eigenspannungen infolge des Schweißens zu treffen. Allerdings stößt sie aufgrund der hohen Anforderungen an die Rechenleistung oft an ihre Grenzen. Aus diesem Grund ist die Relevanz der alternativen rechnerischen Methoden hoch. Dabei stellt sich die Frage, ob und inwieweit Kompromisse bei der Qualität der Ergebnisse eingegangen werden können.

In diesem Kapitel wird anhand eines Beispiels eine Einführung in die typische Aufgabenstellung der Schweißsimulation von großen Konstruktionen gegeben. Um die übliche Anwendung der Schweißsimulation zu demonstrieren, werden zwei einfache Bauteile, die als Demonstratoren bezeichnet werden, als Beispiele verwendet bzw. mit Hilfe der numerischen Simulation berechnet. Die Beispiele stammen aus dem Bereich des Stahlbaus und berücksichtigen Werkstoffe, Schweißbedingungen und relevante Parameter, die bei großen und komplexen Konstruktionen am häufigsten angewandt werden. Auf diese Weise werden die Simulationsaufgaben hinsichtlich ihrer Praxisrelevanz abgegrenzt. Darüber hinaus werden zwei unterschiedliche Simulationsansätze (jeweils als numerisch und Hybrid bezeichnet) angewendet und die relevanten Auswirkungen des Schweißprozesses vergleichsweise dargestellt. Diese beispielhaften rechnerischen Untersuchungen werden durch experimentelle Daten unterstützt. Dadurch lassen sich die Abweichungen zwischen den beiden Berechnungen besser interpretieren. Der Fokus liegt dabei insbesondere auf der Bestätigung der Eignung der Simulation, präzise Ergebnisse für die relevanten Größen zu liefern.

### Simulationsmodelle der Demonstratoren

Für eine detaillierte Erfassung der Prozesseinflüsse auf die plastischen Dehnungen und die schweißbedingten Eigenspannungen und -verzug werden durchgehende numerische Simulationen an zwei Demonstratoren mittels der Finiten Elemente Methode durchgeführt. Für die Simulationen werden jeweils zwei verschiedene 3D Finite Elemente (FE) Modelle für eine gekoppelte thermomechanische Analyse erstellt. Die ebenen Bleche mit Steife werden als Vollmodell simuliert, während die Simulationen der gekrümmten Schalen (Krümmungsradius  $R=0,625$  m) aufgrund der Symmetrie am Halbmodell durchgeführt werden (Abbildung 2.1).

Die Vernetzung, die zeitliche Diskretisierung sowie die Wahl des Solvers und der Solvareinstellungen werden unter Berücksichtigung der Art der Analyse – Temperaturfeld- oder Verformungsfeldberechnung, der beidseitigen Wärmeleitung sowie der Variationen der Ausgangsdaten gewählt. Da dieser Simulationsansatz im Wesentlichen den Stand der Technik gehört, werden hier nur die spezifischen Bedingungen erläutert.

Zur Einbringung der Wärme in das FE-Modell des Werkstücks kommt eine Wärmequelle mit normal elliptisch verteilter Wärmestromdichte,

$$q_3(x, y, z) = \eta_{\text{dim}} \frac{q}{r_0^2 r_z \sqrt{\pi^3}} \exp\left(-\left(\frac{x^2 + y^2}{r_0^2} + \frac{z^2}{r_z^2}\right)\right),$$

mit  $q = I U \eta$ , der effektiven Wärmeleistung,  $r_0$  dem Verteilungsradius in der Ebene und  $r_z$ , dem Verteilungsradius in Plattendickenrichtung, zum Einsatz. Der Parameter  $\eta_{dim}$  dient zur Erhaltung der Wärmebilanz. Er beträgt für die Kehlnähte  $3/4$  und für die I-Nähte  $2$ . Die Simulationen werden mit dem gemittelten Schweißstrom  $I=250$  A und der gemittelten Spannung  $U=26$  V für die Kehlnähte bzw.  $173$  A und  $20$  V für die Stoßnähte durchgeführt. Der Wirkungsgrad liegt im Bereich von  $\eta = 0,85 \dots 0,95$  und die Kalibrierung ergibt  $r_0 = r_z = 2$  mm.

Die Temperaturabhängigkeit der thermophysikalischen Werkstoffkennwerte wie Wärmeleitfähigkeit und Enthalpie sowie die mechanische Werkstoffkennwerte E-Modul und Fließspannung werden unter Beachtung der Zusammenhänge aus [Mic16] berücksichtigt (Abbildung 2.2). Der Wärmeausdehnungskoeffizient und die Querkontraktionszahl werden als temperaturunabhängig entsprechend definiert:  $\alpha = 12,7 \times 10^{-6}$  1/K und  $\nu = 0,3$ . Die Gefügeumwandlungen, bzw. ihre Auswirkung auf das Werkstoffverhalten, werden in dieser Studie erstmals bewusst vernachlässigt.

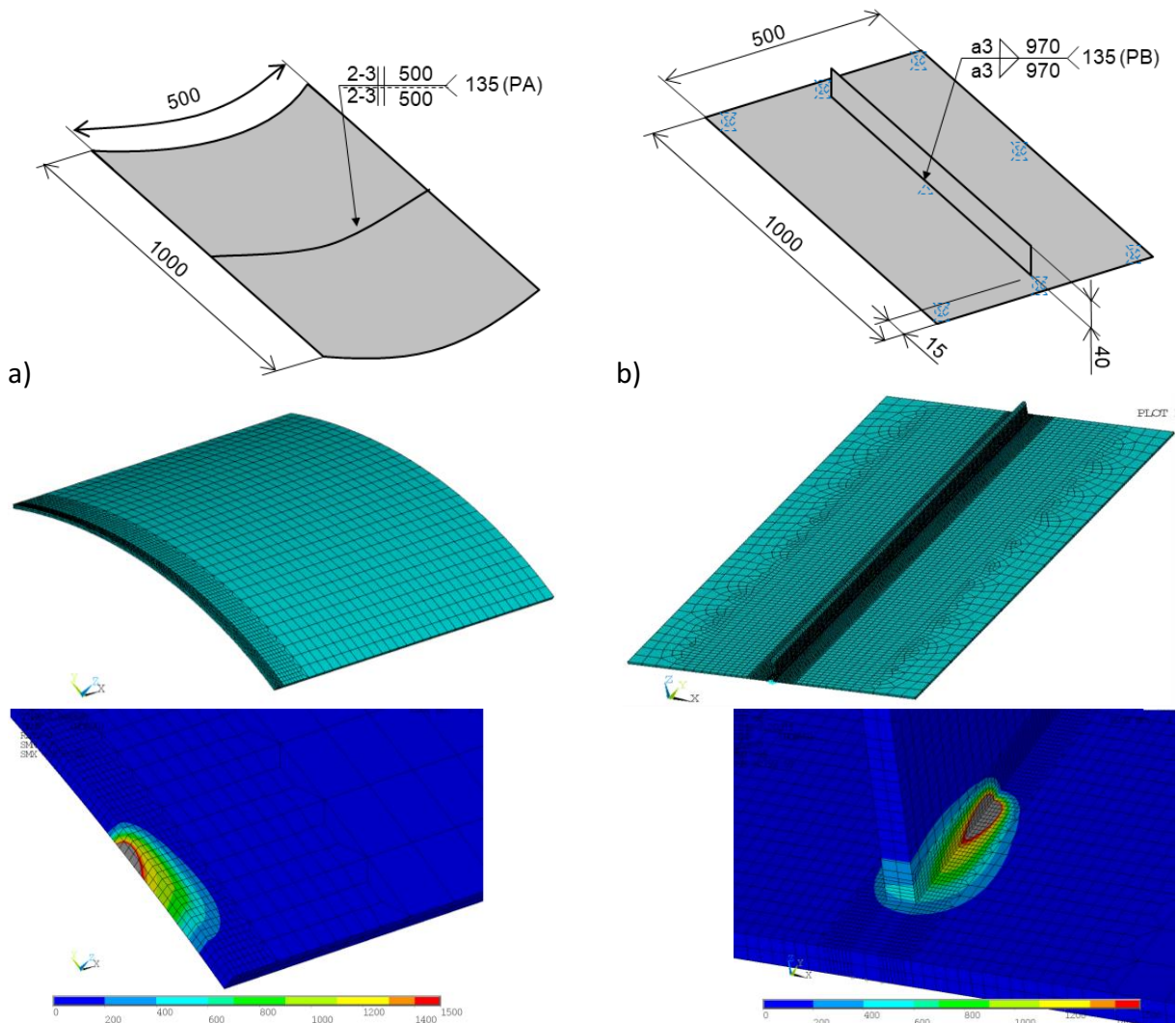


Abbildung 2.1: FE-Modelle für eine durchgehende thermomechanische Simulationen und Temperaturfeld zu Beginn der simulierten Schweißung (je 1. Naht): (a) für die ebenen und (b) für die gekrümmten Demonstratoren

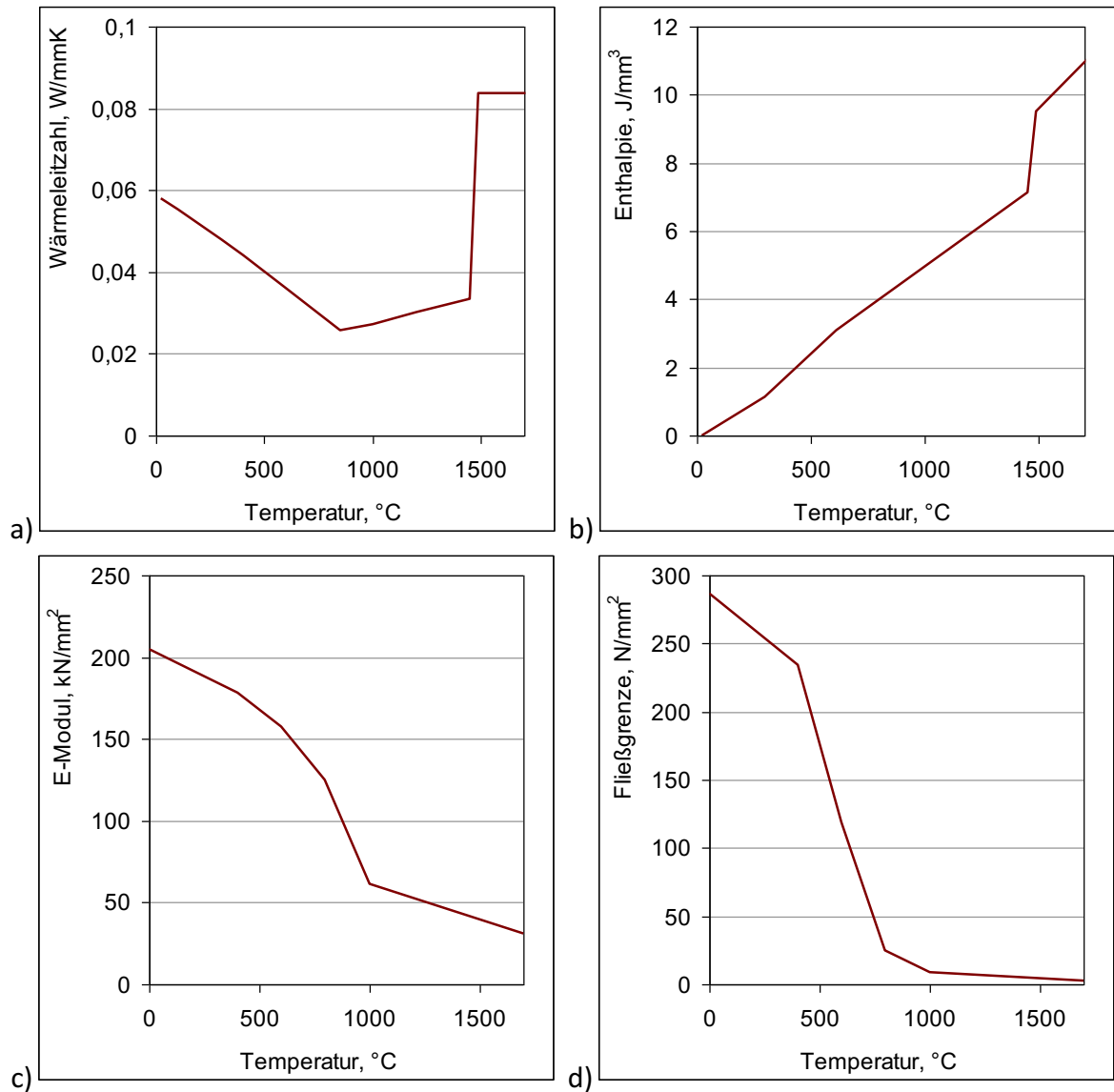


Abbildung 2.2: Temperaturabhängige Werkstoffkennwerte für die durchgehende Simulation: (a) Wärmeleitfähigkeit, (b) Enthalpieinkrement, (c) Elastizitätsmodul und (d) Streckgrenze

Die Wärmeabgabe an die Umgebung wird durch eine thermische Randbedingung der III-Art mit einem temperaturunabhängigen Koeffizienten von  $5 \times 10^{-6} \text{ W}/(\text{mm}^2\text{K})$  und einer Umgebungstemperatur von  $25 \text{ °C}$  vereinfacht modelliert. Die Lagerung bei der mechanischen Simulation der ebenen Bleche wird entsprechend einer 8-Punktspannvorrichtung realisiert, Abbildung 2.1-b oben. Bei der Simulation der I-Naht der gekrümmten Demonstratoren werden Randbedingungen entsprechend einer freien Lagerung mit symmetrischer Grenze definiert. Um die experimentell ermittelten Verzug und Eigenspannungen mit den Ergebnissen der Simulationen vergleichen zu können, werden alle Einspannungen nach vollständiger Abkühlung im letzten Lastschritt entfernt.

Für die Berechnungen mit dem analytisch-numerischen Ansatz (Hybridmodell) werden ebenso ein FE-Modell für die ebenen Bleche und ein für die gekrümmten Schalen verwendet. Für die Anwendung des Hybridmodells werden die Elemente entsprechend der analytisch berechneten Plastizitätszone in Komponenten gruppiert (Abbildung 2.3-a und -c). Die



Elementkomponenten werden mit den analytisch berechneten plastischen Dehnungen (als Eigendehnungen), verteilt über die Bauteildicke belastet (Abbildung 2.3-b und -d). Die mechanischen Randbedingungen werden gleich den Randbedingungen bei den durchgehenden thermo-mechanischen Simulationen definiert.

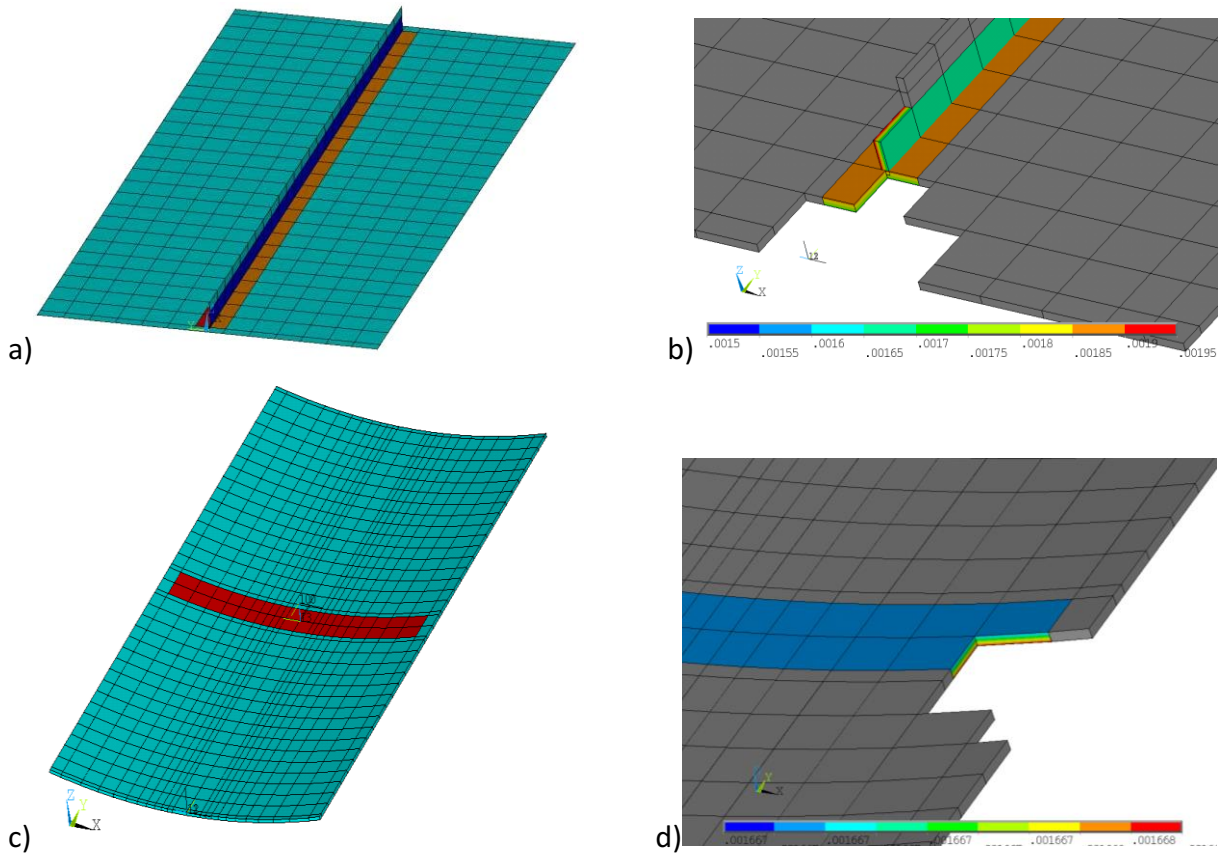


Abbildung 2.3: FE-Modelle für die Simulationen mit dem Hybridmodell: (a) für die geraden Demonstratoren mit (b) übertragenen Eigendehnungen und (c) und (d) entsprechend für die gekrümmten Demonstratoren

Für die analytischen Berechnungen werden die Werkstoffkennwerte als temperaturunabhängig unter Anwendung der Zusammenhänge nach [Mic16] festgelegt:

- Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ :

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T_{\max} - T_0} \int_{T_0}^{T_{\max}} \lambda(T) dT = 0,036 \text{ W}/(\text{mm K}),$$

- Volumenausdehnungszahl (Quotient dem Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$ , spezifischer Wärmekapazität  $c$  und der Dichte  $\rho$ ):

$$\frac{\alpha(T)}{c(T)\rho(T)} \neq f(T) = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^3/\text{J},$$

- Der E-Modul und die Fließgrenze in Form der nahezu temperaturunabhängigen Fließdehnung:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s(T)}{E(T)} \neq f(T) = 14 \cdot 10^{-4},$$

- Der Wärmeübergangsparameter (Quotient dem Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_c$ , der Wärmeleitzahl  $\lambda$  und der Dicke  $s$ ) beträgt:

$$\chi = \frac{2\alpha_c}{\lambda s} = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-2}.$$

Die Berechnung der Eigendehnung erfolgt unter Berücksichtigung der Prozessparameter, Struktursteifigkeit, gegenseitigen thermischen und mechanischen Beeinflussung der Nähte und wird in darauffolgenden Kapiteln detailliert erläutert.

### Auswertung der berechneten Temperaturfelder

Mithilfe der durchgehenden numerischen Simulation wird zunächst das Temperaturfeld beim Schweißen vollständig abgebildet. Bei den ebenen Blechen wird die Wärmequelle zuerst auf der rechten Seite (+X) und anschließend auf der linken Seite (-X) der T-Stoßverbindung bewegt, s. Abbildung 2.4-a. Bei den Simulationen der gekrümmten Shalen wird zuerst die Innenseite – Wurzelnaht – und anschließend die Außenseite – Decknaht im Simulationsablauf festgelegt. Die transienten Temperaturfelder bei unterschiedlichen Zeiten sind in Abbildung 2.4-b exemplarisch dargestellt.

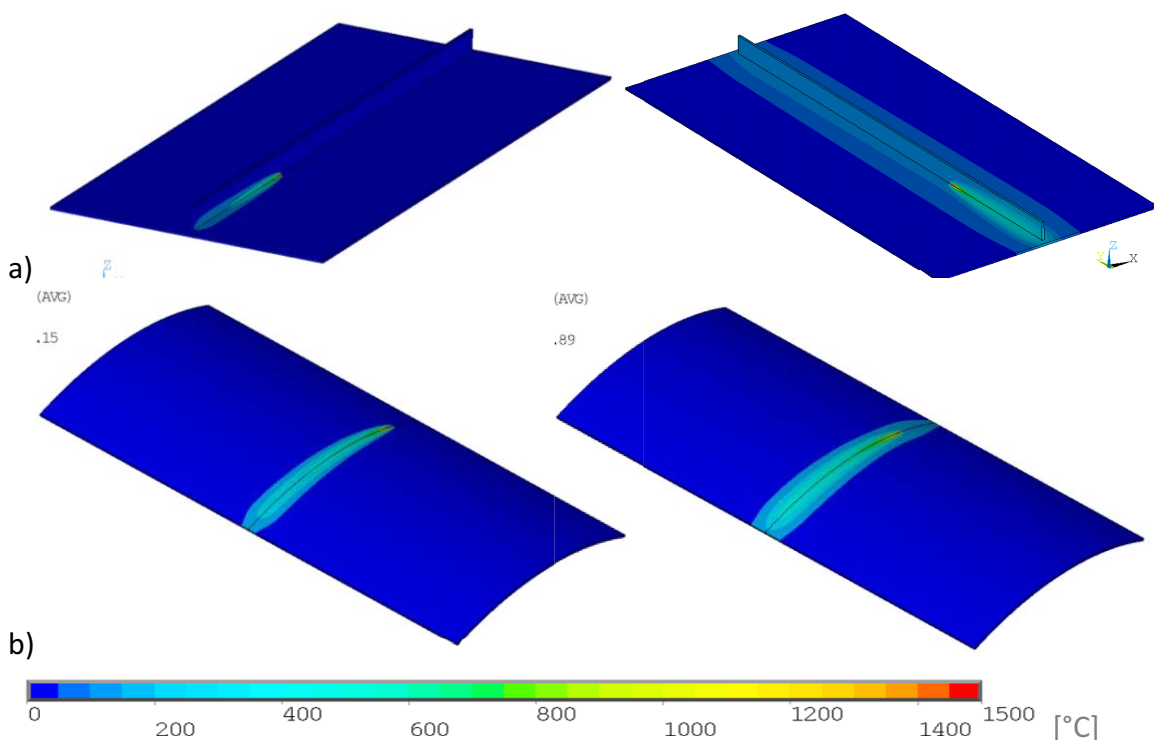


Abbildung 2.4: Numerisch berechnete Temperaturfelder während der ersten (links) und zweiten (rechts) Naht: (a) bei den geraden und (b) bei den gekrümmten Demonstratoren

Die Temperaturfeldberechnungen werden anhand der experimentell ermittelten Temperatur-Zeit-Verläufe und der Maximaltemperaturverteilung, aufgezeichnet mittels Thermoelementen, validiert. Um die Aussagekraft der analytischen Berechnung anschaulich darzustellen, werden die inkrementellen Werte der gemessenen Maximaltemperaturen ( $T_{max1}$  und  $T_{max2}$ ), den numerisch (TMID1 und TMID2) sowie analytisch (analyt.1 und 2) berechneten in Abhängigkeit des Abstands von der Nahtachse gegenübergestellt. Abbildung 2.5 und Abbildung 2.6 zeigen exemplarisch die Verteilung der Maximaltemperaturen in den ebenen sowie in den gekrümmten Schalen. Die marginalen Abweichungen in den Verläufen zeigen eine sehr gute und realitätstreue Übereinstimmung zwischen den numerischen und den analytischen Berechnungen.

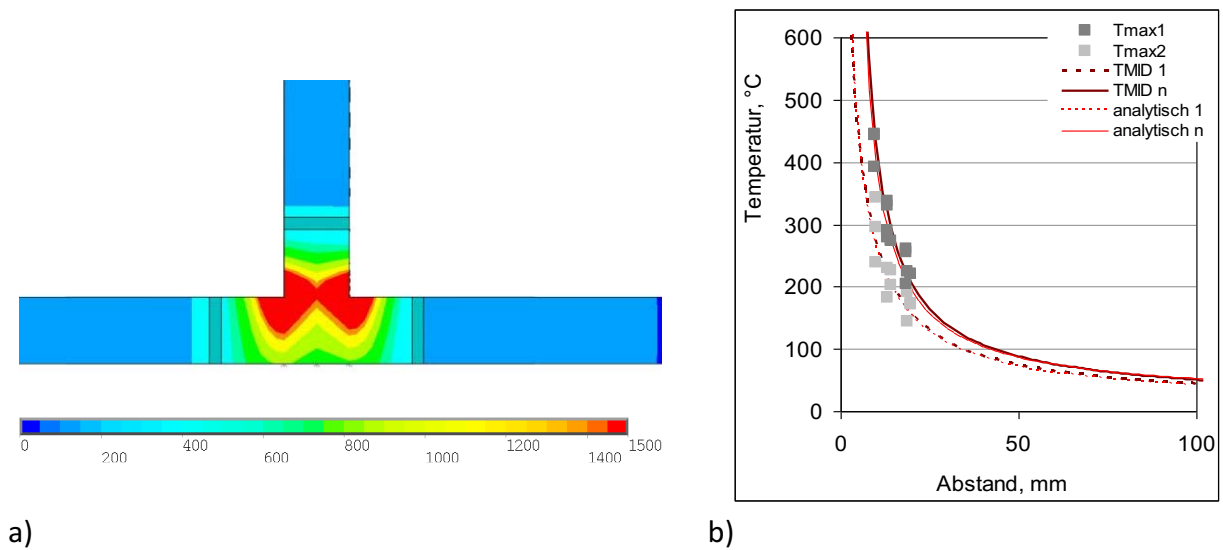


Abbildung 2.5: Vergleich an den geraden Demonstratoren: (a) Übersicht des Maximaltemperaturfeldes und (b) Quantitativer Vergleich der Maximaltemperaturverteilung

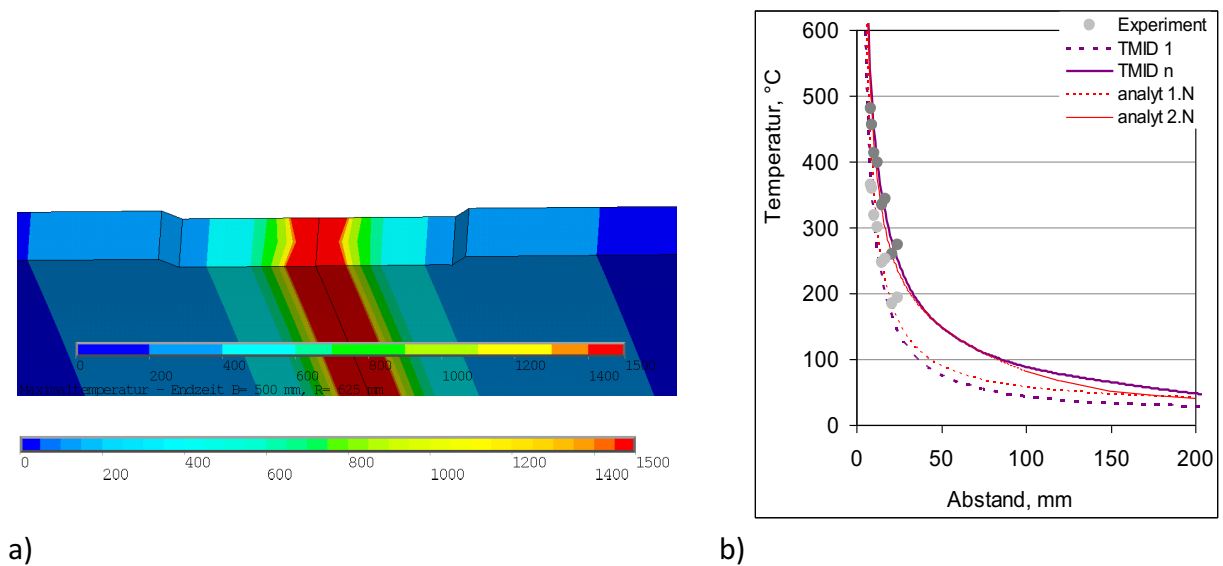


Abbildung 2.6: Vergleich von den gekrümmten Schalen: (a) Übersicht des Maximaltemperaturfeldes und (b) Quantitativer Vergleich der Maximaltemperaturverteilung

## Auswertung der berechneten Verschiebungsfelder

Als nächstes werden die Berechneten Verschiebungsfelder in beiden Demonstratoren analysiert und Ergebnissen einer optischen Vermessung (GOM-Atos®) gegenübergestellt. Bei den ebenen Demonstratoren zeigen die mit dem Hybridmodell und mittels der thermomechanischen Simulation berechneten Verschiebungen aus der Blechebene identische Ergebnisse (Abbildung 2.7-a und -b). Auf der Seite der ersten Naht dominiert der Winkelverzug, während an der Seite der zweiten Naht der Biegeverzug stärker ausgeprägt ist. Der quantitative Vergleich ergibt Abweichungen von unter 15 %, was als sehr gute Übereinstimmung gewertet werden kann.

Die Messdaten zeigen ebenso ein unsymmetrisches Verformungsfeld (Abbildung 2.7-c), wobei dieses von Demonstrator zu Demonstrator stark variiert. Die Hauptursache für die Variation ist die Ausgangsgeometrie der Bleche, die Unebenheiten von über 2 mm aufweist. Die Abweichungen der mit dem Hybridmodell berechneten Verformungen von den Experimenten lag jedoch unter 20 %. In Anbetracht der starken Vorverformungen bzw. der Fertigungstoleranz der Bleche, können den Ergebnissen des Hybridmodells eine ausreichende Praxisrelevanz bescheinigt werden.

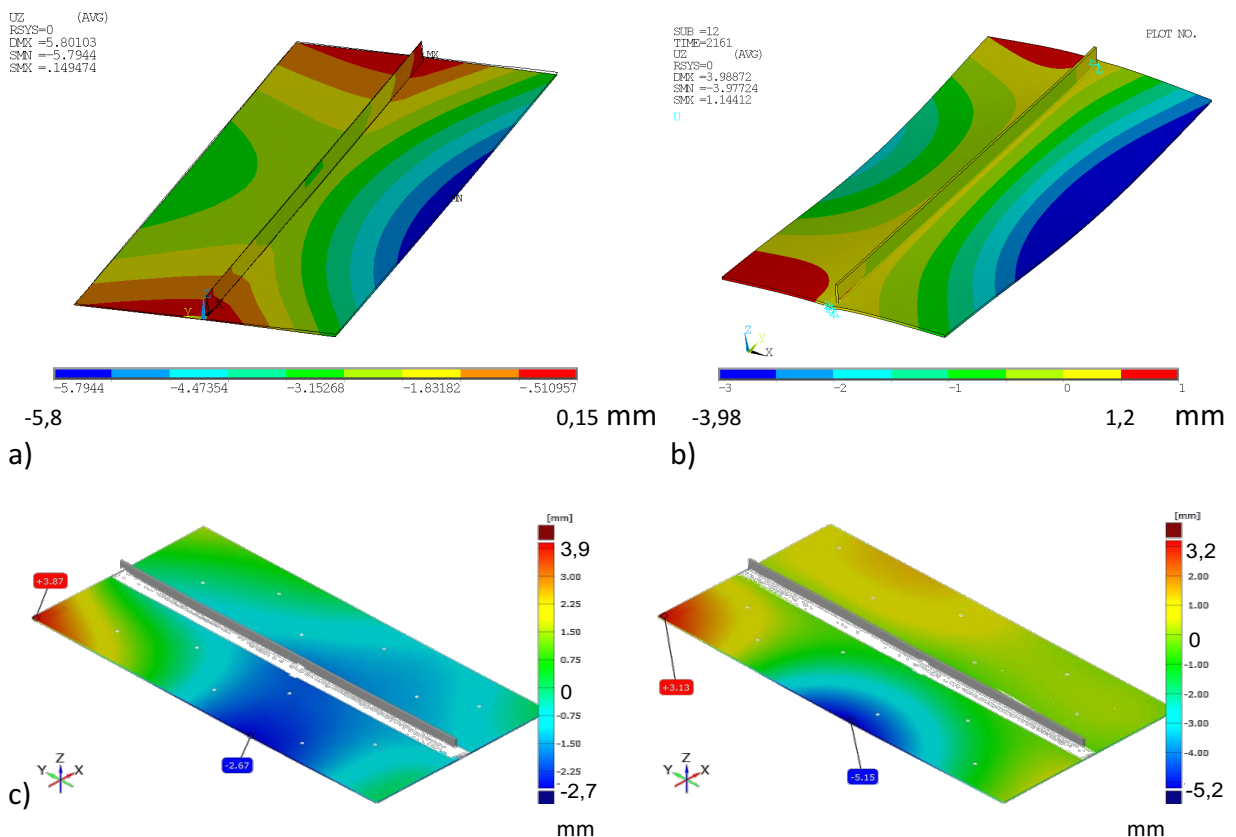


Abbildung 2.7: Verschiebungsfelder von geraden Demonstratoren: (a) berechnet mit dem Hybridmodell, (b) berechnet mit dem numerischen Simulationsmodell und (c) Messdaten von zwei Versuchen

Die Vergleiche der Längs- und Querschrumpfungen, d.h. die Summe von den Verschiebungen

der gegenüberliegenden Kanten, zeigen eine exzellente qualitative und quantitative Übereinstimmung (Abbildung 2.8). Die Ergebnisse der beiden Simulationsansätze weisen nur marginale Abweichungen auf und liegen im Streuband der Ergebnisse der Messungen. Obwohl die Messdaten sehr große Streuungen zeigen, ist es offensichtlich, dass das analytisch-numerische Hybridmodell auch bei der Berechnung des Längs- und Querverzugs eine sehr hohe Aussagekraft und Praxisrelevanz besitzt.

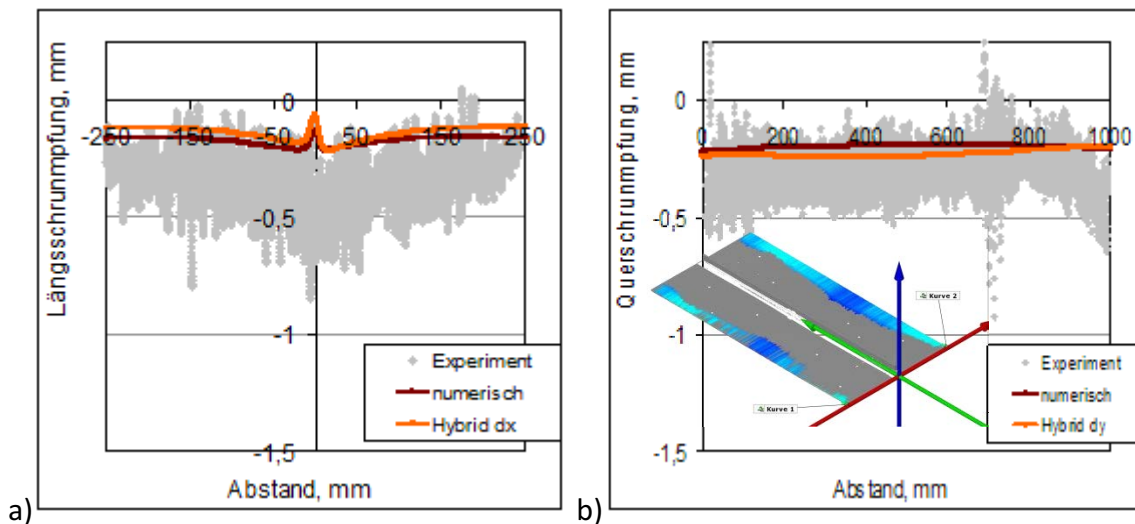


Abbildung 2.8: Vergleich der berechneten und gemessenen Schrumpfungen von den geraden Demonstratoren: (a) Längsschrumpfung und (b) Querschrumpfung

Die Auswertung der Verschiebungsfelder an den gekrümmten Schalen erfolgt ebenso durch Vergleich der Berechnungen beider Simulationsansätze und der Messdaten. Abbildung 2.9 stellt exemplarisch die Verschiebungsfelder aus der Demonstratoroberfläche, d.h. die radiale Verschiebung von den Außenseite des Demonstrators dar. Die Ergebnisse der durchgehenden thermomechanischen Simulation sowie der Messungen weisen eine unsymmetrische Verformung entlang der Naht auf. Im Bereich des Nahtanfangs ist ein ausgeprägter Winkelverzug erkennbar (Abbildung 2.9-b und -c), welcher zum Nahtende hin stark abnimmt. Dieser Effekt lässt sich mittels des analytisch-numerischen Hybridmodells nicht erfassen. Der Grund dafür ist die dem Modell zugrundeliegende Annahme einer konstanten Verteilung der plastischen Dehnungen in den Querschnitten entlang der Naht. Die berechnete Gesamtverschiebung von ca. 4 mm lässt sich jedoch durch die Messdaten bestätigen. Unter Berücksichtigung der starken Abweichungen bzw. Toleranzen der Ausgangsgeometrie des Demonstrators sind die Ergebnisse des analytisch-numerischen Hybridmodells als zufriedenstellend zu bezeichnen.

Die abweichend berechneten Verformungen entlang der Naht spiegeln sich auch in den Berechnungen der Schrumpfung in Längs- und Querrichtung, bezogen auf das kartesische Koordinatensystem wider (Abbildung 2.10). Die Ergebnisse des Hybridmodells stimmen mit denen der durchgehenden thermomechanischen Simulation relativ gut überein. Die Messdaten, insbesondere für die Längsschrumpfung zeigen große Streuungen und erschweren dadurch die Validierung. Es lässt sich aber deutlich die Tendenz zum Ausrichten der Schale und

damit verursachten positiven Verschiebung (Ausdehnung) in Nahtlängsrichtung erkennen. Die unsymmetrische Querschrumpfung bestätigt die Beobachtungen aus der Analyse des Winkelverzuges und erklärt somit die Abweichung der Ergebnisse aus dem Hybridmodell. Die berechneten Verschiebungen liegen im Streuband der Messungen und sind als akzeptabel zu bezeichnen. Somit ist das Hybridmodell auch zur rechnerischen Prognose der Längs- und Querschrumpfung in Schalenstrukturen gut geeignet.

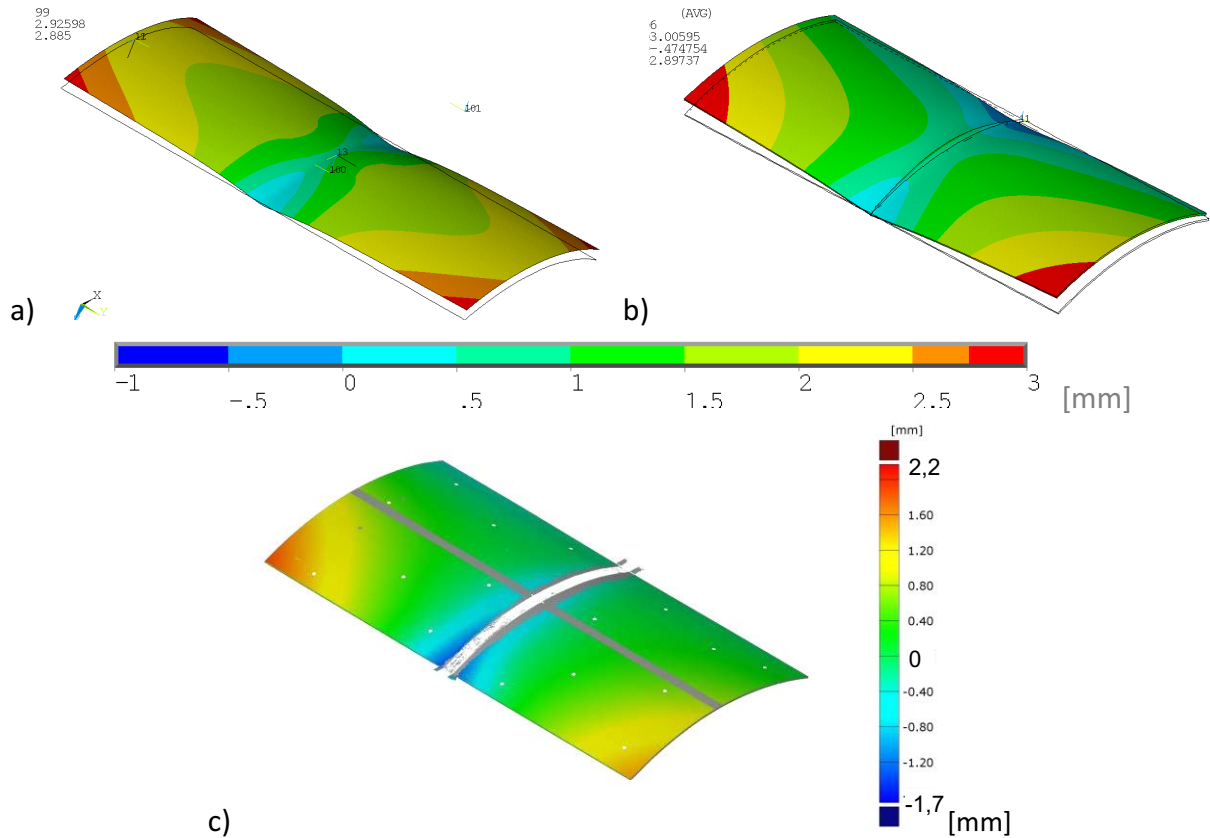


Abbildung 2.9: Verschiebungsfelder der gekrümmten Demonstratoren: (a) berechnet mit dem Hybridmodell, (b) und dem numerischen Simulationsmodell und (c) Messdaten

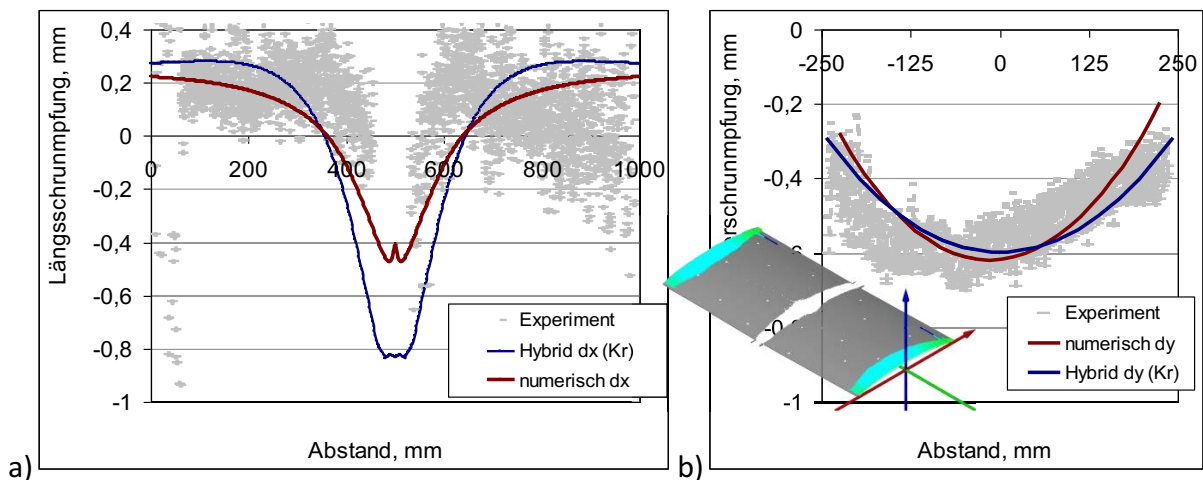


Abbildung 2.10: Vergleich der berechneten und gemessenen Schrumpfungen der gekrümmten Demonstratoren ohne Steife: (a) Längsschrumpfung und (b) Querschrumpfung



## Auswertung der berechneten Eigenspannungen

Die Auswertung der Eigenspannungsberechnung findet nur an den Eigenspannungen in Längsrichtung statt. In Nahtquerrichtung zeigen die Berechnungen sowohl in den ebenen Blechen als auch den gekrümmten Schalen nur marginale Eigenspannungen. Gegenstand der hier getätigten Analysen sind sowohl der rechnerisch bestimmte Übergang vom Zug- in den Druckbereich als auch die Spannungsverteilung im Druckbereich, d.h. die Spannungen in den restlichen Bereichen der Struktur im Hinblick z.B. auf eine aufbauende Traglastanalyse.

Der qualitative Vergleich an den geraden Demonstratoren zeigt eine exzellente Übereinstimmung zwischen den mit dem Hybridmodell (Abbildung 2.11-a) und den mit dem thermomechanischen Ansatz berechneten Eigenspannungen (Abbildung 2.11-b). Der quantitative Vergleich ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Der Übergangspunkt zwischen Zug- und Druckspannung wird vom Hybridmodell sehr genau berechnet. Ebenso stimmt die Eigenspannungsverteilung in der Querschnittsmitte des Gurtes, die mittels des Hybridmodells berechnet wurde (Abbildung 2.12, Kurven S\_L) sehr gut mit dem Ergebnis der rein numerischen Simulation (Abbildung 2.12, Kurven S\_Y) überein. Die Eigenspannungen auf der Oberfläche, verursacht durch den Biegeverzug, weist Abweichungen von unter 10 % auf. Die Ergebnisse der Berechnungen werden ebenso durch die Messdaten gestützt. Somit eignet sich das analytisch-numerische Hybridmodell sehr gut für die Eigenspannungsberechnung an untersuchten beidseitig geschweißten T-Stoß-Verbindungen.

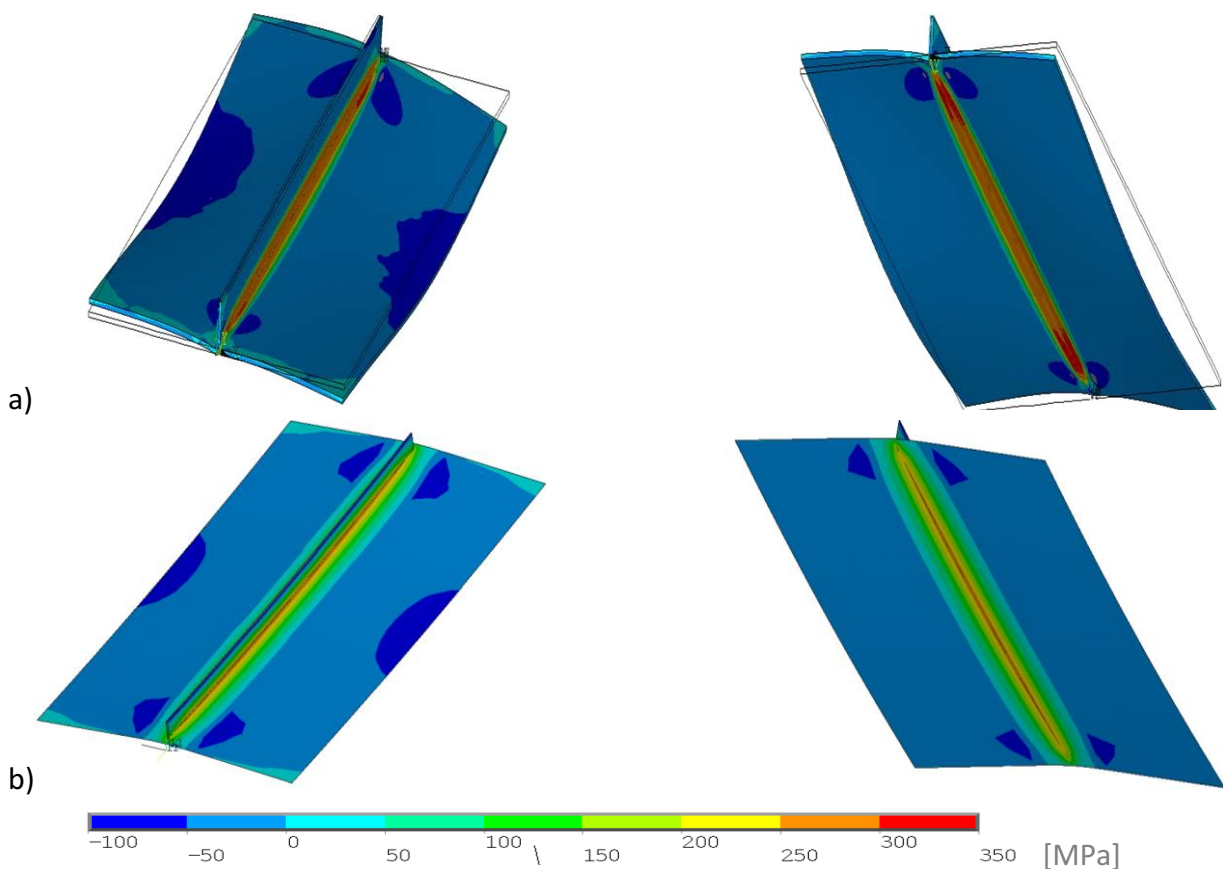


Abbildung 2.11: Vergleich der Längseigenspannung an den geraden Demonstratoren: (a) thermomechanische numerische Simulation (b) Hybridmodell

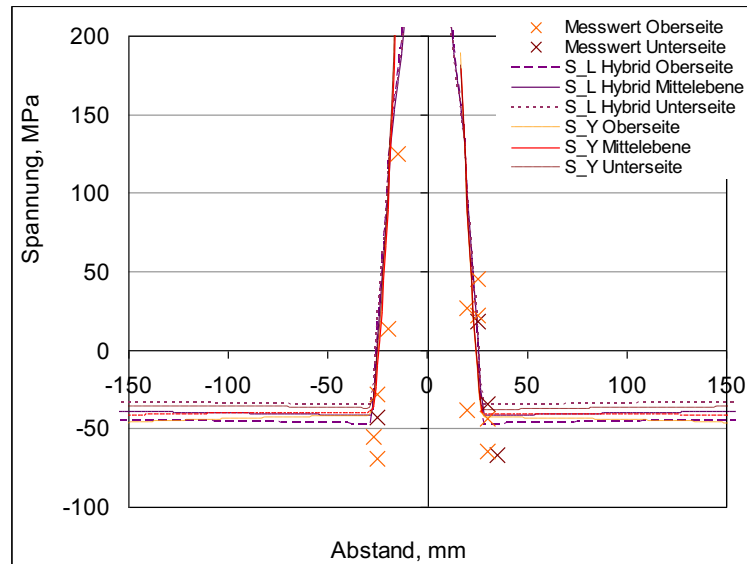


Abbildung 2.12: Vergleich der berechneten und experimentell ermittelten Längseigenspannung an den geraden Demonstratoren

Bei den gekrümmten Demonstratoren (Abbildung 2.13) zeigen die Eigenspannungsfelder der durchgehenden thermomechanischen Simulation eine unsymmetrische Verteilung entlang der Schweißnaht. Ursache hierfür ist die inkonstante Entwicklung der plastischen Dehnung entlang der Naht, welche auch bei der Verzugsberechnung beobachtet wurde. Die Ergebnisse der Berechnungen mit dem Hybridmodell sind hingegen symmetrisch.

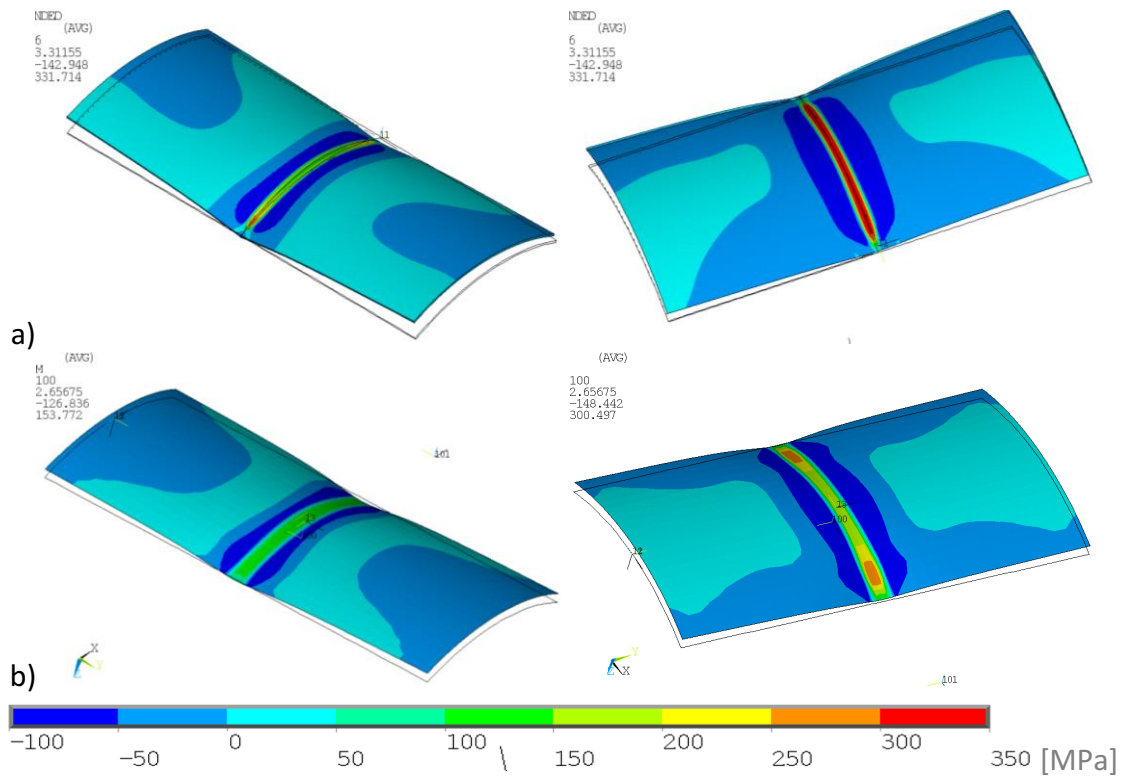


Abbildung 2.13: Vergleich der Längseigenspannung der gekrümmten Demonstratoren: (a) thermomechanische numerische Simulation und (b) Hybridmodell



Beide Berechnungen weisen weiterhin eine nichtlineare Querverteilung der Längseigenspannungen im Druckbereich auf. Der quantitative Vergleich anhand der Querverteilung der Längseigenspannungen in der Mitte des Demonstrators verdeutlicht die Aussagekraft des Hybridmodells, (Abbildung 2.14). Es lässt sich jedoch eine geringe Abweichung zwischen den thermomechanisch (S\_L num) und den mit dem Hybridmodell berechneten (S\_L Hybrid) Spannungsverläufen im Übergangsbereich von Zug zu Druck erkennen. Grund dafür ist primär die geringere Netzdichte beim Hybridmodell. Eine bessere Übereinstimmung kann durch eine Verfeinerung des FE-Netzes oder dem Einsatz von Schalenelementen mit quadratischer Formfunktion erreicht werden. In geringen Entfernungen vom Übergangspunkt korrelieren die Spannungsverläufe sehr gut.

Mit den entwickelten Erweiterungen des Hybridmodells in Form einer Netzanpassung lässt sich die schweißbedingte Eigenspannungsverteilung in den Demonstratoren gut abbilden. Somit besitzt das Hybridmodell generell eine ausreichende Aussagenkraft für die im Stahlbau relevanten Konstruktionen, Schweißbedingungen und Werkstoffe.

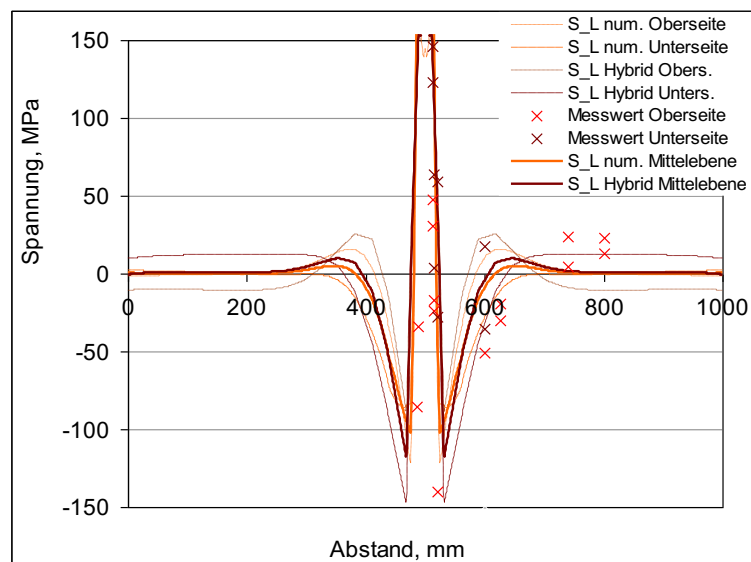


Abbildung 2.14: Vergleich der berechneten und experimentell ermittelten Längseigenspannung von den gekrümmten Demonstratoren

### Auswertung der berechneten plastischen Dehnungen

Anschließend werden die Parameter der Berechnung der plastischen Dehnungen mit dem analytischen Modell, d.h. Verschiebung der abgrenzenden Kurven, anhand durchgehender numerischer Simulationen verifiziert. Da die Auswirkung der Krümmung eine besondere Aufmerksamkeit in nachfolgenden Kapitel geschenkt wird, bezieht sich die Verifizierung lediglich auf die beidseitigen geschweißten Nähte.

Betrachtet werden die T-Stoßverbindungen der ebenen Bleche im zwei Varianten der Schweißfolge. Bei der ersten Variante werden die Nähte mit einer langen und bei zweiter mit einer kurzen Zwischen- bzw. Abkühlzeit geschweißt. Die Gegenüberstellung (Abbildung 2.15-a und -b) der analytisch berechneten Grenzen der Verläufe der plastischen Dehnungen mit den

Ergebnissen der validierten thermomechanischen FE-Simulation, zeigt eine hervorragende Übereinstimmung. Sowohl die durch die erste (analytisch 1) als auch durch die zweite Naht (analytisch 2) hervorgerufenen plastischen Dehnungen werden korrekt berechnet. Beim Betrachten der Verteilung mit langer Abkühlzeit ist klar erkennbar, dass die zweite Naht die bereits bestehenden plastischen Dehnungen aufgrund des Schweißens der ersten, unverändert lässt. Der Versatz der Achsen der beiden Schweißnähte führt zur Ausbildung einer Plastizitätszone parallel zur bestehenden. Beim Fügen mit kurzer Zeit zwischen den Schweißungen dehnt sich die Maximaltemperaturverteilung quer zur Schweißnaht aufgrund der Vorwärmung aus. Als Resultat daraus, weitet sich auch der Bereich der maximalen thermischen Dehnung, unterbrochene dunkelrote Kurven in Abbildung 2.15. Sowohl die obere als auch die untere Grenze der plastischen Dehnungen bleiben dabei jedoch unverändert. Es werden von den Ergebnissen der validierten thermomechanischen Simulationen somit die, in dieser Arbeit vorgestellten, theoretischen Betrachtungen untermauert.

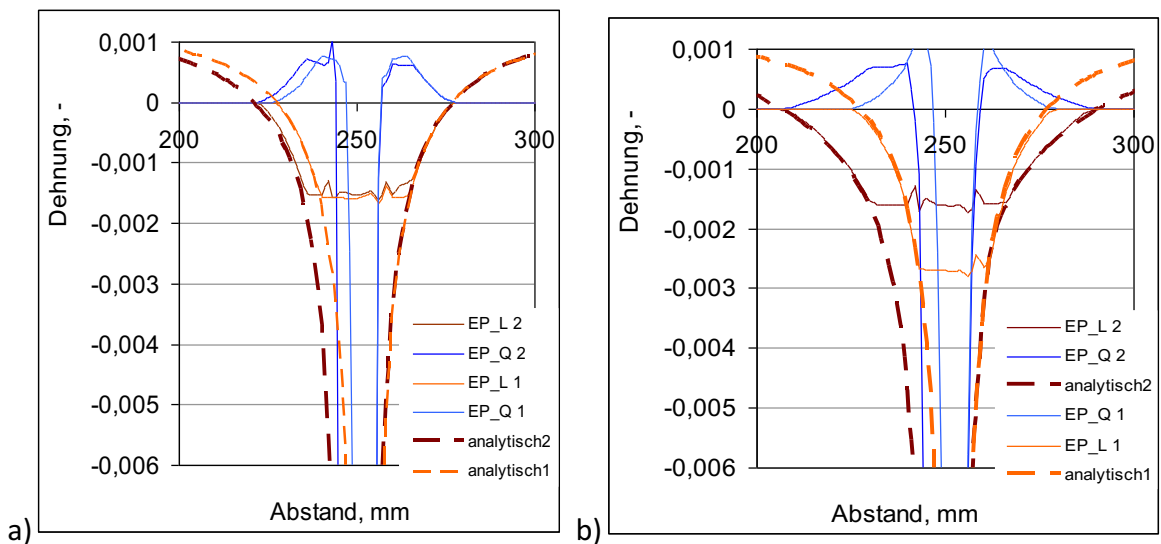


Abbildung 2.15: Vergleich der numerisch und analytisch berechneten Querverteilung der plastischen Dehnungen in den geraden Demonstratoren mit: (a) langer und (b) kurzer Abkühlzeit

Aus dem Vergleich lässt sich schließen, dass die beiden Simulationsansätze sehr gut für die Berechnung der für die Schweißsimulation relevanten Größen geeignet sind. Zu betonen ist, dass in der Praxis vor allem die Verzugsberechnung relevant ist [Sta04]. Die gekoppelten Modellierungsansätze haben somit das Potential, simulationstechnische Aufgaben mit hohen Qualitätsansprüchen zu erfüllen. Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden Ansätzen liegt in der Berechnungszeit, die ca. dem Faktor  $2 \times 10^4$  entspricht. Übertragen auf große Konstruktionen ist dies von großer Bedeutung.

### 3 Methoden zur Schweißverzugsberechnung von Großstrukturen

In diesem Kapitel werden die meist verbreiteten Vorgehensweisen der Schweißverzugs-simulation kritisch analysiert, insbesondere im Hinblick auf die Komplexität, Einsatzmöglichkeiten und die Praxisrelevanz der Lösungsansätze. Zunächst wird auf die Skalierung bzw. Aufteilung der Simulationsaufgabe eingegangen. Es werden zwei, eine thermomechanische und eine strukturmechanische Teilaufgabe definiert. Anschließend werden die unterschiedlichen Lösungsansätze für die jeweiligen Teilaufgaben umrissen. Darauf aufbauend wird der Versuch unternommen, die verschiedenen Lösungsansätze und Techniken zur Kopplung der Teilaufgaben zu erläutern, sie zu systematisieren und klar voneinander abzugrenzen. Dabei wird eine sehr relevante Besonderheit der Simulation von Großstrukturen angesprochen, die in der gängigen Praxis der Schweißsimulation selten thematisiert wird und daher in den meisten Vorgehensweisen unberücksichtigt bleibt, nämlich die hierarchische Gleichrangigkeit der beiden Teilaufgaben. Anschließend wird das Konzept des Ansatzes, der im Mittelpunkt dieser Arbeit steht, dargestellt. In einer Diskussion werden die unterschiedlichen Vorgehensweisen gegenübergestellt und Anhaltspunkte vorgeschlagen, die die Wahl einer bestimmten Vorgehensweise für ein bestimmtes Problem unterstützen oder Wege für Neuentwicklungen aufzeigen können.

#### Aufteilung der Simulationsaufgaben

Mit der Etablierung der Rechentechnik in Forschung und Industrie stiegen auch die Anwendungen der Finite-Elemente-Methode zur Schweißverzugsberechnung stetig an. Jedoch bereiten bis heute die Komplexität der numerischen Schweißsimulation und die hohen CPU-Rechenzeiten immense Probleme. Zudem stoßen auch die dafür speziell entwickelten Produkte wie SYSWELD®, VirtualWeldShop® und Simufact Welding bei der Berechnung von großen Bauteilen und bzw. oder Konstruktionen mit mehreren Schweißnähten an ihre Grenzen. Grund hierfür sind die für die transiente thermomechanische FE-Analyse notwendige feine räumliche Aufteilung im schweißnahtnahen Bereich und eine hohe zeitliche Auflösung. Das führt dazu, dass die durchgehende thermomechanische Simulation bereits bei relative kleinen Bauteilen Rechenzeiten von bis zu mehreren Tagen in Anspruch nehmen kann [Sch05].

Um diesem Umstand entgegen zu wirken, ist es denkbar, das FE-Netz zu vergrößern und die Zeitschrittweiten zu vergrößern. Ein anderer Ansatz ist, die lokalen Bereiche um die Nähte mit 3D- und den Rest des Strukturmodells mit Schalenelementen zu vernetzen. Jedoch führen solche Maßnahmen zu starken Ungenauigkeiten in der rechnerischen Verzugsvorhersage, die sich unter Umständen sogar qualitativ von der Realität unterscheiden können. Des Weiteren muss eine Mehrzahl modellspezifischer Parameter bekannt sein und es wird ein hohes Maß an Wissen und Erfahrung vom Anwender verlangt. Diese Kenntnisse umfassen u. a. die verschiedenen Werkstoff-, Gefüge-, Wärmequellen- und Prozessmodelle. Es besteht somit ein dringender Bedarf an abgesicherten praxisrelevanten Methoden, die den Schweißverzug mit einer für industrielle Anwendungen ausreichenden Genauigkeit und in einem zeitlich akzeptablen Rahmen ohne spezielle Vorkenntnisse berechnen. Um diesem Bedarf gerecht zu

werden, fokussiert sich die Entwicklung auf neue einsetzbare Lösungen, die eine Reduzierung der Rechenzeit ermöglichen.

Im Allgemeinen wird die Simulation komplexer Systeme in mehrere Teilmodelle unterteilt. Diese Aufteilung unterliegt den physikalischen Hintergründen. Eine alternative Lösung besteht daher darin, die Verzugsberechnung in zwei Teile aufzuteilen - eine lokale und eine globale mathematische Teilaufgabe. Dadurch ist es denkbar unterschiedlichen Lösungsansätze für die unterschiedlichen Teilaufgaben einzusetzen.

Die erste Teilaufgabe besteht in der Ermittlung der plastischen Verformungen im Bereich einer Schweißnaht anhand des Temperaturfeldes und des Werkstoffverhaltens. Das Problem wird als „thermomechanische Aufgabe“ bezeichnet. Das zweite Problem, bzw. die zweite nachfolgende Teilaufgabe, liegt in der Bestimmung der Verschiebungen in der Gesamtkonstruktion, die von dieser Schweißnaht verursacht werden. Man nennt dies Aufgabe „strukturmechanische Aufgabe“. Die Lösung der thermomechanischen Aufgabe wird oft als besonderes Problem der Schweißtechnik betrachtet. Die Strukturmechanische Aufgabe lässt sich mit Methoden der allgemeinen Festigkeitslehre lösen.

### Thermomechanische Aufgabe - Temperatur

Der Schweißspannungen und -verformungen hängen in erster Linie von der Ausbreitung des Temperaturfeldes ab [Rad92, Rad02]. Die beim Schweißen auftretenden Temperaturfelder werden vor allem mit den von Rosenthal [Ros41] und Rykalin [Ryk57] gefundenen analytischen Lösungen [Rad88, Buc91, Gro94, Rad92, Kar97, Rad02] berechnet. Diesen analytischen Modellen liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Geometrische Schematisierung der Schweißverbindung
- Schematisierung der Wärmequelle: als stillstehende, wandernde oder schnellwandernde Punkt- und Linienquelle sowie als kreisförmige Quelle mit zeitlich konstanter Leistung und konstanter Geschwindigkeit bei wandernden Quellen,
- der Werkstoff ist und bleibt während des Schweißens isotrop und homogen,
- temperaturunabhängige Werkstoffeigenschaften.

Die numerischen Methoden dagegen erlauben es, komplizierte geometrische Formen inklusive Einspannbedingungen, die komplexe Abhängigkeit des Werkstoffes (von Temperatur, Gefüge und Deformation), sowie beliebige Verteilung und Führung der Wärmequelle einfacher zu berücksichtigen. Da dadurch aber der Anzahl der modellspezifischen Parameter enorm steigt, erfordern umfangreichere Vorbereitungsarbeiten ohne vollkonsistent zu sein. Beide Lösungswege haben Vor- und Nachteile. Die analytischen Ansätze gestatten verhältnismäßig schnelle Abschätzungen. Durch die geschlossene Lösung, die sie liefern, wird die Wirkung der Einflussgrößen für den Ingenieur deutlich erkennbar. Die gewonnenen Ergebnisse hängen nicht unmittelbar von der Erfahrung des Anwenders ab. Besonders gerechtfertigt scheint der Einsatz analytischer Ansätze, wenn sie für weitere Berechnungsschritte, wie z. B. eine anschließende numerische mechanische Analyse, verwendet werden, d.h. für die lokale Aufgabe. Die Anwendung von analytischen Ansätzen, die nur eine konzentrierte Quelle

voraussetzen, zeigt sich für Temperaturen bis etwa 700 °C als gut geeignet. Da der entscheidende Kennwert nämlich die Streckgrenze der meisten metallischen Werkstoffe ab dieser Temperatur stark abfällt, werden mögliche Fehler der Temperaturbestimmung keine große Auswirkung auf die Ausdehnung der plastischen Zone haben. Dennoch erreicht man mit einer genauer erfassten zeitlichen und örtlichen Leistungsverteilung der Wärmequelle eine realitätsnahe Übereinstimmung zwischen dem wirklich auftretenden und dem berechneten Temperaturfeld auch in den höheren Temperaturbereichen. Aus diesen Gründen konzentriert sich die weitere Entwicklung der analytischen Ansätze auf eine exaktere Beschreibung der zeitlichen und örtlichen Verteilung der Wärmeleistung [Mic00, Kar19], was zur enormen Verbesserung der Aussagekraft führt.

### Thermomechanische Aufgabe - Verformung

Die Simulationseffizienz lässt sich darüber hinaus steigern, wenn abhängig von der Anwendung und Problemstellung ein ausreichend genaues Modell ausgewählt wird. Entscheidend wird dann für die Modellauswahl nicht nur die Genauigkeit des Temperaturfeldes sein, sondern vielmehr ob sich mit dem Modell effektive Lösungen des übergeordneten schweißtechnischen Problems (z. B. Verzug) finden lassen. Analog zu der Vorgehensweise für die Temperaturfelder, unterscheidet man in der rechnerischen Bestimmung der entstehenden Schweißspannungen und -verformungen zwei Richtungen: analytische [Oke50, Gil58, Kuz74,] und numerische, mit Pionierarbeiten [Mac75, Ued78]. Den ersten analytischen Ansätzen [Oke50, Hän84, Gil58] wurden zunächst überwiegend folgende Vereinfachungen zugrunde gelegt:

- einachsiger Spannungszustand, die Balkenhypothese ist anwendbar,
- die Konstruktion ist unbegrenzt starr und nicht vorbelastet,
- die Erwärmung führt zur Belastung des Werkstoffs und die Abkühlung zur Entlastung und nachfolgender Belastung,
- der Werkstoff ist ideal elastisch-plastisch, isotrop und homogen,
- Vernachlässigung der Gefügewandlungen.

Die ersten drei Annahmen würden eine erhebliche Einschränkung bedeuten. Die nähere Beobachtung des Temperaturfeldes beim Schweißen zeigt jedoch, dass die Isothermen hinter der Schweißquelle mit steigender Schweißgeschwindigkeit entlang der Schweißnahtachse verlaufen [Rad92, Rad02, Ros41, Ryk57]. Die Temperaturunterschiede in Längsrichtung können offensichtlich dann vernachlässigt werden. Die Temperaturgradienten quer zur Naht bestimmen den eindimensionalen (1D) Spannungszustand. Je größer die Schweißgeschwindigkeit ist, desto kleiner wird folglich der durch diese Annahme entstehende Fehler. Die anderen Annahmen bzw. Vereinfachungen können unter bestimmten Voraussetzungen ihre Bedeutung teilweise oder ganz verlieren. Zum Beispiel lassen sich die Gefügewandlungen berücksichtigen, wenn die von ihnen verursachte Dehnung mit der Temperaturdehnung addiert wird [Gat80, Vin84]. Auf die gleiche Weise, d.h. nach dem Superpositionsprinzip, können auch andere Einflüsse berücksichtigt werden.

Eine wichtige Einflussgröße, mit der die Suche nach analytischen Lösungen der thermo-mechanischen Aufgabe enorm erleichtert wird, ist die s. g. Volumenausdehnungszahl  $\alpha/c\gamma$  [Hän84, Gat80]. Das Verhältnis zwischen dem Wärmeausdehnungskoeffizienten ( $\alpha$ ) und dem Produkt aus der spezifischen Wärmekapazität ( $c$ ) und Dichte ( $\gamma$ ) ist relativ unabhängig von der Temperatur, Abbildung 3.1. Andere wichtige Größe ist das Fließkriterium, welches bei den analytischen Lösungen durch die äquivalente elastische Dehnung ausgedrückt wird und somit mit der Dehnung beim Fließbeginn verglichen. Da für die meist verwendeten Werkstoffe für Großstrukturen die Temperaturabhängigkeiten des Elastizitätsmoduls ( $E$ ) und der Fließgrenze ( $\sigma_s$ ) in dem relevanten Temperaturbereich identische Neigung haben sind ( $\varepsilon_s = \sigma_s/E$ ), ist diese ebenso nahe temperaturunabhängig.

Es ist leicht nachzuweisen, dass die durch die Wärmeinwirkung verursachte Volumenänderung (innere Belastung) eine Funktion der Volumenausdehnungszahl ist [Gat80, Vin84].

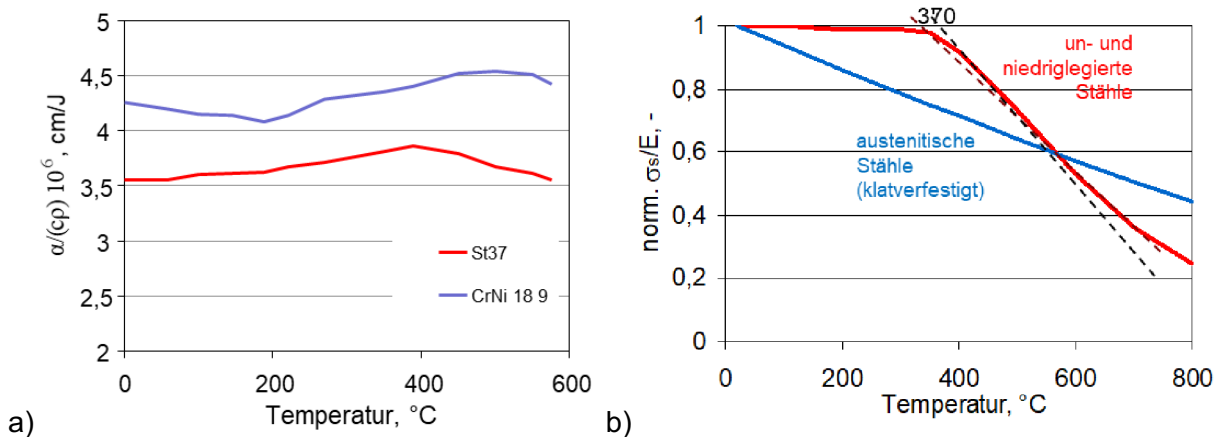


Abbildung 3.1: Temperaturabhängigkeit der: (a) Volumenausdehnungszahl  $\alpha/(\rho c)$ , [Gat80, Hän84] und (b) Dehnung beim Fließbeginn  $\varepsilon_s$  (Mak76, Mic12)

## Strukturmechanische Aufgabe - Verschiebungen

Auf Grund der analytischen Ansätze existieren eine Reihe von Verzugsberechnungen, die erfolgreich, insbesondere im Schiffbau für große Schiff- oder Frachtstrukturen eingesetzt werden [Ued74]. In der Fachliteratur fehlen Angaben über deren Anwendungsgrenzen und Genauigkeit in anderen Industriebranchen. Insbesondere ist die Erweiterung der Anwendungsgrenzen durch die zur Verfügung stehenden Möglichkeiten der analytischen Festigkeitslehre [Fuj70, Bel80, Gat80] sehr eingeschränkt, um komplexe dreidimensionale (3D) Konstruktionen zu untersuchen. Mit der Entwicklung und Kombination von numerischen Werkzeugen der Strukturanalyse eröffnen sich neue Einsatzmöglichkeiten.

Die komplizierte thermomechanische Aufgabe lässt sich vollständiger mit Hilfe von numerischen Methoden formulieren und lösen. Die bekannten Arbeiten, deren Mehrzahl in [Rad92, Rad02] zusammengefasst sind, erläutern aber entweder nur den Einsatz eines bestimmten Programms für die Berechnung der Schweißspannungen und -verformungen oder stellen in seltenen Fällen der Berechnung Messergebnisse gegenüber. Manche von den oben erwähnten Vereinfachungen für die analytischen Betrachtungen, wie z.B. isotrope und homogene Werkstoffeigenschaften, werden auch für die FE-Betrachtungen getroffen.

## Kopplung der Teilaufgaben

Der typische Anwendungsbereich für die schweißtechnische Fertigung bezieht sich auf ein breites und vielfältiges Spektrum von Bauteilen und Konstruktionen mit großen Abmessungen und komplexen dreidimensionalen Geometrien. Aus diesem Grund ist der Einsatz von numerischen FE-Berechnungen zur Lösung der strukturmechanischen Aufgabe besser geeignet. Für die numerische Berechnung der strukturmechanischen Aufgabe wird die zuerst von [Fuj70] vorgeschlagene Eigendehnungsmethode (oder Eigenstrain-Methode) herangezogen. Dabei wird das elastische FE-Modell der Struktur mit einem Eigendehnungsvektor belastet bzw. berechnet. Diese Arbeit allerdings befasst sich mit der Bestimmung der Eigendehnung, d.h. mit der thermomechanischen Teilaufgabe, nicht. Somit sind unter diesem Begriff komplett unterschiedlichen Ansätze in der Literatur zu finden: von numerischer Berechnung der thermomechanischen Aufgabe [Ued93, Tsi03, Dua07, Ma16, Wan16] über einfache Relation zur Streckenenergie [Aud03] bis zu angenommener Eigendehnung „Kalibrirparameter“, oder aber anhand von Messdaten [Ued89, Par16]. Ein weiterer Aspekt ist die Einleitung der Eigendehnung in das FE-Modell, da die meisten kommerziellen FE-Programme keine direkte Eingabe von Dehnungen unterstützen.

Einen gekoppelten Lösungsansatz stellt beispielsweise der Local-Global-Approach von SYSWELD® dar. An einem lokalen Modell der einzelnen Verbindungen werden bei diesem Verfahren mittels einer durchgehenden thermomechanischen Simulation die plastischen Dehnungen in Nahtlängs- und -querrichtung berechnet und anschließend auf das globale Modell der Konstruktion direkt als Dehnungen übertragen [Tsi03, Dua07]. Die zeitliche Einsparung resultiert zum einen aus der reduzierten Anzahl der Elemente des lokalen Modells und zum anderen aus der möglichen gröberen Vernetzung des globalen Modells. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass der Erfolg der Anwendung der Methode abhängig von den gewählten Randbedingungen für die thermomechanische Simulation am lokalen Modell ist. Eine allgemeingültige Vorschrift, wie man diese bestimmt, existiert zurzeit nicht, sodass die Randbedingungen oft abgeschätzt oder vereinfacht als steif angenommen werden. Gleichzeitig ist der Anspruch an simulationstechnischen Kenntnissen und Erfahrungen sehr hoch.

Diese bzw. ähnliche Vorgehensweise wird prinzipiell in einer Reihe von weiteren Arbeiten verfolgt [Jan02, Cha07, Heo08, Plo09], der Unterschied ist vor allem in der Weise der Einbringung der Eigendehnung. Die Vorgehensweise beruht auf der numerischen Ermittlung der plastischen Verformungen im Schweißnahtbereich. Diese werden durch Berechnungen in einem lokal begrenzten Gebiet bestimmt. Aus den Ergebnissen wird das so genannte „Mechanische Schweißnahtäquivalent“ in Form von Kräften und Momenten [Mun11, Par16, Mic07] oder thermischer Dehnungen gebildet, das als innere Randbedingung in eine globale FE-Berechnung eingeht [Dua07, Plo09, Tik05]. Dabei werden für die einzelnen Komponenten der Eigendehnungsvektor modifizierte (orthotrope) Wärmeausdehnungskoeffizienten verwendet [Rom20, Seo21]. Die bereits beschriebenen Schwierigkeiten in Hinblick auf die Ermittlung der korrekten Einspannsituation des reduzierten Modells bleiben bestehen. Die Einleitung der Eigendehnung in Form von Kraft- und Momentlast hindert die Berechnung von komplexen Schweißnahttrajektorien. Die Kombination von modifizierten Wärmeausdehnungskoeffizienten und äquivalenter Temperatur hindert die korrekte Verteilung der Vektorkomponenten der Eigendehnung über die Dicke.



Einige in der Literatur gegebenen Lösungen versuchen die komplexen Vorgänge eines Schweißprozesses durch einfache Relation zur Streckenenergie zu vereinfachen [Tak98, Aud03] oder sogar eine Äquivalenteschrumpfung einfach anzunehmen [Rie04, Tik05] und somit die Verzugsberechnung zu beschleunigen. Grundlegende Annahme ist jeweils die maßgebliche Abhängigkeit der auftretenden Schweißverformungen von den beim Schweißen entstehenden Spitzentemperaturen quer zur Naht. Jedoch ist weder der Bereich, auf den die Äquivalenteschrumpfung aufgebracht wird, noch deren Größe klar definiert. Die physikalische Begründung dieser Vorgehensweise fehlt. Aufgrund der starken Vereinfachungen des komplexen Schweißprozesses können weder der Einfluss der Schweißparameter noch der der Werkstoffeigenschaften auf den Verzug erfasst werden.

Aufgrund seiner Leistungsfähigkeit kommt der Eigendehnungskonzept, also die numerische Berechnung der strukturmechanischen Aufgabe, vor allem in der Schiffbauindustrie zum Einsatz. Dabei wird der Eigendehnungsvektor auf unterschiedlich detaillierte Weise eingeleitet. Ebenso erfolgt die Berechnung der Eigendehnung auf unterschiedlich detaillierte Weise. In Testversuchen führen die meisten Umsetzungen bzw. Modellen zu einer guten Übereinstimmung mit der Realität und beanspruchen sehr wenig Rechenzeit. Die Rechenzeitersparnis ist abhängig von der Anzahl gleicher Schweißnähte an einem Bauteil.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den meisten Modellen und dem, in dieser Arbeit vorgestellten Modell ist die Aufbau des FE-Modells. Um die numerisch errechneten Verteilung der Eigendehnungen auf dem globalen FE-Modell der Konstruktion übertragen zu können, verlangt es eine relativ feine und dreidimensionale FE-Netz in dem Schweißnaht Bereich. Der hier verfolgte Ansatz lässt dagegen eine deutlich grobe Vernetzung des FE-Modells und erfolgt an Schalenmodellen. Dadurch entsteht eine deutliche Ersparnis an Rechenleistung. So lassen sich deutlich größere Konstruktionen und mit sehr niedriger Rechenzeit berechnen. Ein Vergleich von Literaturdaten auf der Grundlage von [Hua20], ergänzt durch weitere Daten sowie eigene Erfahrungen, ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Dies deutet auf das Potenzial des analytisch-numerischen Hybridmodells hin (blaue Dreiecke, Abbildung 3.2).

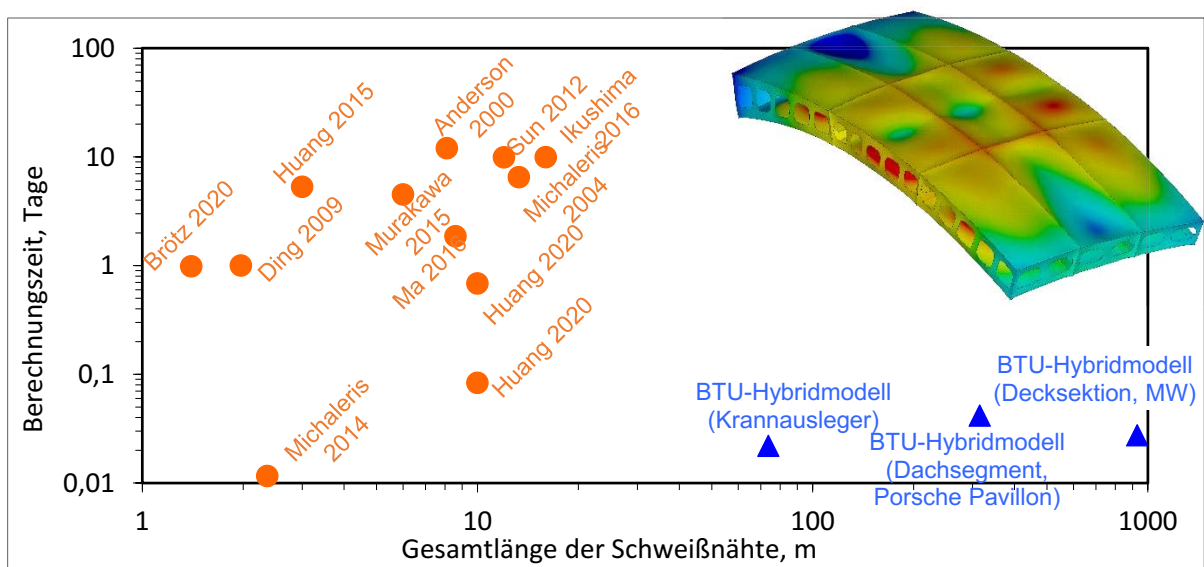


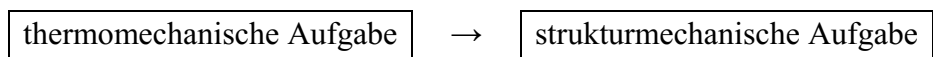
Abbildung 3.2: Gegenüberstellung der Berechnungszeiten unterschiedlicher Modelle aus der Literatur und des gekoppelten Hybridmodells



Gleichzeitig, wie im vorherigen Kapitel gezeigt, können die Eigendehnungsmodelle eine ausreichende Genauigkeit bieten, wenn die thermomechanischen Prozesse während des Schweißens gründlicher berücksichtigt werden.

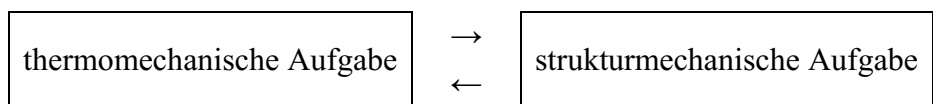
### Rückkopplung mit der strukturmechanischen Aufgabe

Die Aussage über die Genauigkeit wird durch zahlreiche Literaturquellen bestätigt. Jedoch stammen diese Bestätigungen aus Umsetzungen an relative einfachen Testkonstruktionen und somit die Wechselwirkung mit der Konstruktion nicht darstellen. Werden sie auf komplexe Konstruktionen angewendet, ist ein kompletter Verlust an Aussagenkraft nicht ausgeschlossen. Der Grund dafür ist, dass das Eigendehnungskonzept in seiner ursprünglichen und meist interpretierten Form eine schwache Kopplung vorsieht. Mit anderen Worten: es wird vorausgesetzt, dass die lokale Erwärmung elastisch-plastische Prozesse im Werkstoff hervorruft, die zu Verformungen und Eigenspannungen in der Konstruktion führen. Ein Einfluss der Konstruktion auf die elastisch-plastischen Vorgänge wird stark vereinfacht oder ganz vernachlässigt.



Tatsächlich bereits nach der ersten Naht setzen sich in der Struktur Verformungen und Eigenspannungen fest. Dazu verändert sich in der Regel die Geometrie, da mit jeder weiteren Naht die Struktur wächst und ihre Steifigkeit ändert. Somit ist die oben erläuterte Vorgehensweise doch in ihrem Anwendungsbereich stark beschränkt, da beispielsweise bereits bestehenden Eigenspannungen (durch Struktur und Einspannbedingungen), oder die thermische Beeinflussung von noch nicht abgekühlten Nähte bei Mehrlagenschweißungen, naheliegenden oder sich kreuzenden Nähte, werden vernachlässigt, sich aber signifikant auf den elastisch-plastischen Vorgang auswirken.

Grundsätzlich wird das Schweißen durch das Dreieckssystem: Prozess-Werkstoff-Konstruktion definiert. Somit sind die beiden Teilaufgaben hierarchisch gleichrangig. Aus diesem Grund ist eine Umstellung des Konzeptes auf eine starke Kopplung äußerst relevant und selbstverständlich.



Diese konzeptuelle Veränderung stellt jedoch die Anforderungen an die Auswahl der Lösungsmethoden für die thermomechanische Aufgabe in ein völlig neues Licht. Wenn die thermomechanische Aufgabe mit einem lokalen numerischen Modell gelöst werden soll, bedeutet es die Zustände aus der strukturmechanische Aufgabe als Anfangsbedingungen zu übertragen. Wenn z.B. mehrere gleich Nähte in einer Konstruktion nach einander geschweißt werden, muss für jede Naht das lokale Modell mit den neuen Anfangs- und Randbedingungen berechnet werden. Ändert sich die Schweißreihenfolge oder die Einspannszenario, ist es von vorne neu zu beginnen. Dies bedeutet enormes Modellieraufwand. So stellt sich die Eignung

des numerischen Lösungsansatzes für die Berechnung der thermomechanischen Aufgabe, trotz seiner unbestrittenen Vorteile, grundsätzlich in Frage.

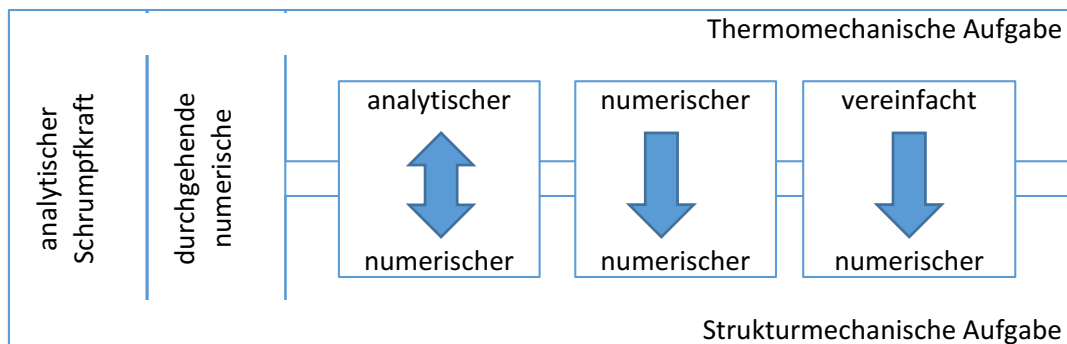


Abbildung 3.3: Aufgabeteilung der Simulationsvorgehensweisen nach Lösungsansätzen

### Das gekoppelte analytisch-numerische Hybridmodell

Die Grundidee des stark gekoppelten analytisch-numerischen Hybridmodells ist die thermomechanische Teilaufgabe analytisch zu berechnen und die Ergebnisse als Eigendehnungen dem elastischen FE-Schalen-Modell der Gesamtstruktur für die Berechnung der strukturellen Aufgabe zu übertragen. Für die analytische Berechnung der komplexen thermophysikalischen Zusammenhänge werden die, im analytischen Schrupfkraftmodell zugrundeliegenden Lösungen verwendet. Dadurch lassen sich auf Basis der Schweißstoßart, der Geometrie der Fügepartner, der Werkstoffkennwerte und des Schweißverfahrens sowie dessen Parameter die Komponenten der Eigendehnung in folgender allgemeinen Form bestimmen.

$$\text{Längskomponente } \varepsilon_x^* b_{pz} s = \int_0^s \int_0^\infty \varepsilon_x^{pl} dy dz,$$

$$\text{Querkomponente } \varepsilon_y^* b_{pz} s = \int_0^s \int_0^\infty \varepsilon_y^{pl} dy dz.$$

wobei  $\varepsilon^*$  ist die jeweilige Komponente der Eigendehnung,  $b_{pz}$  ist die Breite der plastischverformten Zone,  $s$  ist die Blechdicke und die  $\varepsilon^{pl}$  ist die Komponente der plastischen Dehnung.

Aufgrund dieser Eigendehnung werden die Verschiebungen und Spannungen mittels der numerischen Methode an jedem Ort der Schweißkonstruktion berechnet. Ist nur eine Naht vorhanden bzw. ist die berechnete Naht die letzte Naht, so endet die Prozedur und die Schweißverformungen liegen vor. Folgen weitere Nähte, so wird der durch die vorangegangenen Schweißnähte entstandene Spannungszustand in der folgenden Naht ausgelesen und dem analytischen Modell für die Berechnung übergeben, Abbildung 3.4. Da das analytische Modell die Anfangsbedingungen, Temperatur oder Vorspannung berücksichtigt (das erweiterte), besteht kein zusätzlicher Modellieraufwand bei der Realisierung der starken Kopplung.

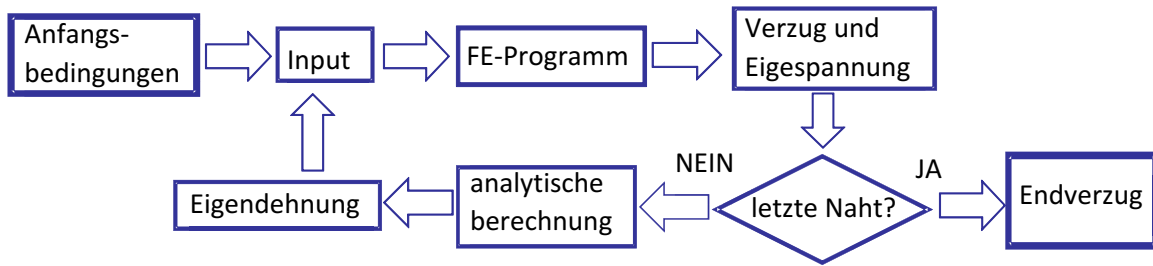


Abbildung 3.4: Ablaufplan des gekoppelten analytisch-numerischen Hybridmodells

Die Anwendung des gekoppelten Hybridmodells an unterschiedlichen Schweißkonstruktionen, teilweise mit einer Vielzahl an Schweißnähten, zeigte, dass das Modell in der Lage ist, Schweißverzug für ingenieurtechnische Anwendungen ausreichend genau zu berechnen. Die Rechenzeit betrug dabei nur einen Bruchteil der Zeit, die eine durchgehende thermomechanische Simulation in Anspruch genommen hätte. Gleiches Ergebnis brachte der Vergleich mit vereinfachten Modellen hervor [Sta09, Dil10].

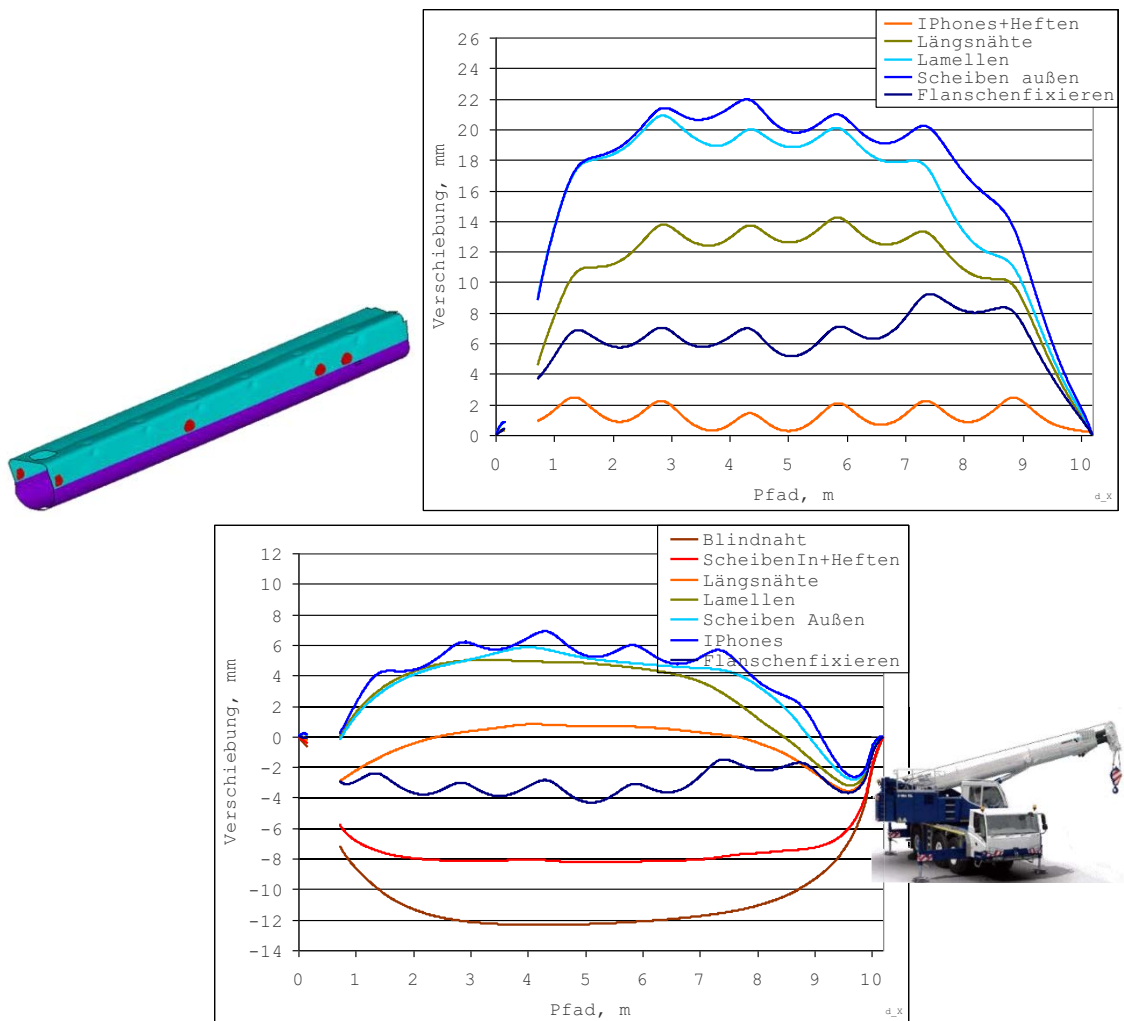


Abbildung 3.5: Beispielhafte Ergebnisse einer Anwendung des gekoppelten analytisch-numerischen Hybridmodells zur Bewertung verschiedener Fertigungszenarien

Mithilfe des gekoppelten analytisch-numerischen Hybridmodell, lassen sich die einzelnen Fertigungsschritte abzubilden, wie in Abbildung 3.5 plakativ dargestellt. Darüber hinaus, erfolgt das Abspielen verschiedenen Montage- und Schweißabläufe, Einspannszenarien usw. ohne extra Aufwand. Die für die Berechnung benötigten Parameter sind sehr wenig und somit erfolgt die Kalibrierung unaufwendig. Jedoch, erfordert die Anwendung des analytisch-numerischen Hybridmodells im Vergleich zu den anderen Methoden ein deutlich höheres Maß an Vorkenntnissen sowohl über die numerischen als auch über die analytischen Methoden.

## 4 Analytisches Modell zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe

Dieses Kapitel befasst sich mit der Berechnung der Längs- und Querkomponenten des Eigendehnungsvektors mittels analytischer Lösungsmethode. Hiermit wird die Lösung der thermomechanischen Teilaufgabe aus dem etablierten analytischen Schrumpfkraftmodell einbezogen. Es wird versucht die Grundlagen und die gesamte Berechnungsmethode in einer überschaubaren Form zusammenzufassen. Dafür werden lediglich die wegweisenden Gleichungen gegeben. Aufbauend, wird für einer der grundlegenden Gleichungen, nämlich die Lösung des Scheibenproblems für die Berechnung der Längseigendehnung, die in ihrer ursprünglichen Form mittels graphisch-analytischer Methode gelöst wurde, eine neue funktionsanalytische Lösung ( $I_2$ ) vorgeschlagen. Um die Ergänzungen und die daraus ergebenden Änderungen in der Berechnungsmethode zu verfolgen werden einige Ausdrücke aus der bestehenden Berechnungsvorgehensweise wiedergegeben. Mithilfe der neuen Lösung könnten die bestehenden Beziehungen ergänzt werden und vorhandenen Kenntnisse über die Zusammenhänge (dargestellt als Kurven der Beziehungsfunktionen) erweitert werden. Dies betrifft insbesondere eine bisher nicht bemerkte Wechselwirkung zwischen der Wärmeverteilung und der Anfangsspannung im Bauteil.

Darüber hinaus wurde die Umsetzung der Berechnungsvorgehensweise durch die Ersetzung der Kennlinien mit einer Gleichung erleichtert. Im Anschluss wird durch ein Beispiel die Umsetzung in das analytisch-numerische Hybridmodell dargestellt.

### Grundlage der analytischen Berechnung

Die analytische Lösung für die Berechnung der plastischen Dehnungen bzw. Eigendehnung wird aus dem Schrumpfkraftmodell [Nik62, Oke55, Kuz74, Gat80, Mic16] abgeleitet<sup>1</sup>. Grundlage dafür bilden die theoretischen Arbeiten von Nikolaev [Nik62, Nik82], Gatovskii, Karkhin [Gat80] und Michailov, Karkhin, Petrov [Mic16]. Die hier vorgelegte Betrachtung beschränkt sich auf die für den Schiff- oder Stahlbau typische Schweißbedingungen, Werkstoffe und Konstruktionen. D.h. es werden überwiegend dünnwandige Strukturen betrachtet. Aspekte wie Mehrlagenschweißen oder mögliche Auswirkung der Gefügeumwandlungen, wie auch oben erwähnt, werden hier übersprungen, bzw. vernachlässigt. Eine Ergänzung z.B. um durch Gefügeumwandlungen hervorgerufene Dehnungen wird jedoch beispielhaft angesprochen.

---

<sup>1</sup> Die, im Hintergrund der Lösung der Längseigendehnung gelegte Modelle aus [Kuz74] und [Gat80], werden kritisch überarbeitet und mit neuen, zuverlässigeren mathematischen Beziehungen aktualisiert wurden. Um diese Überarbeitungen zu erläutern werden einige Details wiedergegeben. Für die Quereigendehnung wird das Modell aus [Kuz74] zusammengefasst. Details über die Einzelheiten der Berechnungsmethode sind dementsprechend von diesen Quellen zu erhalten.

Es wird eine eindimensionale Problemformulierung für die Längsdehnung und eine zweidimensionale Problemformulierung mit ebenem Spannungszustand für die Querdehnung verfolgt. Im allgemein gilt:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^p + \varepsilon_x^{th}$$

Für die analytische elastisch plastische Lösung ist eine hinreichende Formulierung des Werkstoffverhaltens unabdingbar. Zu diesem Zweck wird der Werkstoff als ideal elastisch-plastisch angenommen, d.h. ohne Berücksichtigung der Verfestigung und Temperaturabhängigkeit mit stufenweiser Abnahme der Fließspannung  $\sigma_s$  oberhalb einer bestimmten Temperatur. Somit ist die elastische Dehnung durch die Fließgrenze  $\pm\varepsilon_s$  beschränkt.

Das angewendete Modell (Abbildung 4.1) zeigt, dass eine steigende Temperatur von null (Ausgangstemperatur) bis zu einer Temperatur  $T$  (Abbildung 4.1-d), die thermischen Dehnungen entlang der Linie  $-\alpha\Delta T$  zum Punkt  $A_0$  verursacht (Abbildung 4.1-c, blaue Linie). Gleichzeitig bewirkt das Ansteigen der Temperatur eine Zunahme der Ausdehnung  $\Delta L$  des Bleches, d.h. eine Zunahme der globalen Dehnung  $\varepsilon_x$  (Orange Kurve). Die daraus folgende Dehnung im Punkt A ergibt sich somit aus der Addition der thermischen und der globalen Dehnungen (Violette Kurve). Diese Dehnung verursacht eine Druckspannung, welche der Hookeschen Geraden folgt (Abbildung 4.1-a).

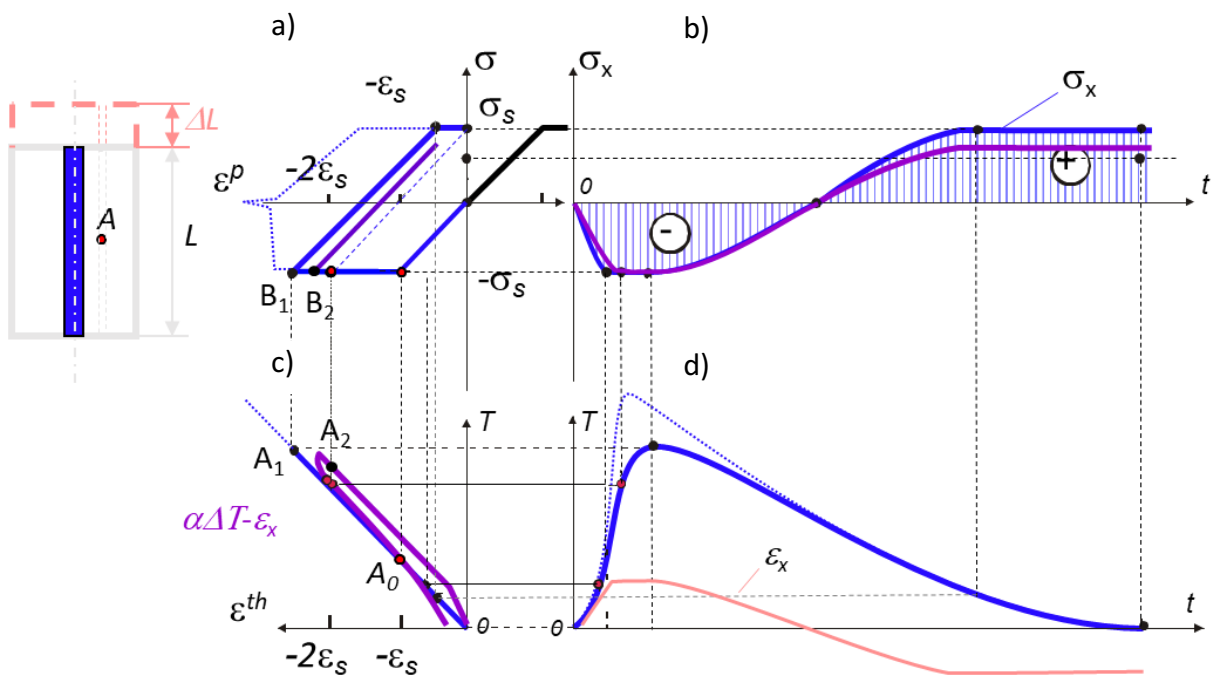


Abbildung 4.1: Zusammenhänge bei der Eigenspannungsentwicklung – Darstellung nach Michailov et al. [Mic16]: (a) Spannungs-Dehnungs-Kurve, (b) Spannung-Zeit-Verlauf, (c) Temperatur-Dehnungs-Kurve (Dilatationskurve) und (d) Zeit-Temperaturverlauf

Im Punkt 0 erzwingt die Dehnung eine Spannung, die die Streckgrenze erreicht. Ab diesem Punkt erfolgt die Entstehung von plastischen Dehnungen.

Eine weitere Temperatursteigerung bis auf das Maximum im Punkt  $A_1$  bei unendlicher Steifigkeit oder Punkt  $A_2$  bei begrenzter Steifigkeit (Abbildung 4.1-c) bewirkt keine Spannungsänderung (Abbildung 4.1-a und -b). Dadurch bleiben die elastischen Dehnungen im Punkt A konstant.

Mit abnehmender Temperatur (Abbildung 4.1) sinkt auch die thermische Belastung. Dies bewirkt eine elastische Entspannung im Punkt A, wodurch eine elastische Belastung in entgegengesetzte Richtung entlang jeweils der blauen (von  $B_1$ ) oder violetten ( $B_2$ ) Kurve entsteht. So variiert die Spannung von Druck über Null in den Zugspannungsbereich bis zur Streckgrenze (Abbildung 4.1-a und -b). Beim Übergang vom Druck- in den Zugbereich bleibt die plastische Dehnung unverändert.

Mit der weiteren Abkühlung des Bauteils bleiben die elastische Dehnung und dadurch ebenfalls die Spannung konstant. Daraus resultiert, dass die abnehmende thermische Dehnung in plastische Dehnung übergeht und sich die bei der Spitzentemperatur akkumulierten plastischen Schrumpfungen teilweise umkehren.

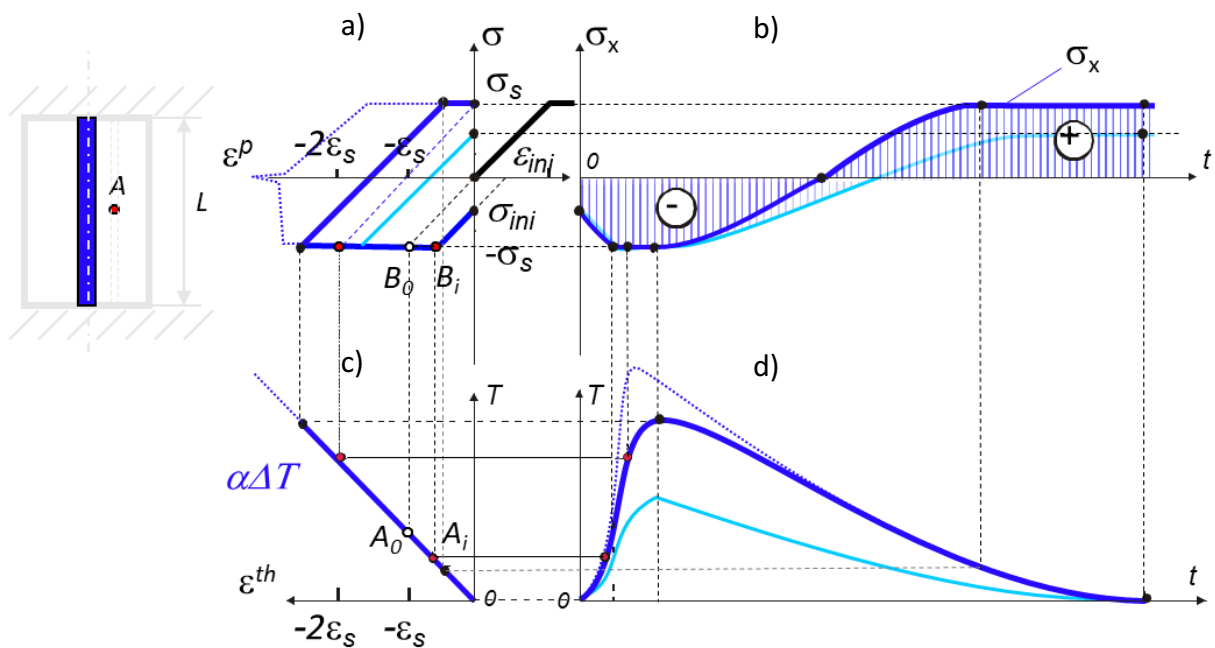


Abbildung 4.2: Zusammenhänge bei der Eigenspannungsentwicklung bei einer Vorspannung: (a) Spannungs-Dehnungs-Kurve, (b) Spannung-Zeit-Verlauf, (c) Temperatur-Dehnungs-Kurve (Dilatationskurve) und (d) Zeit-Temperaturverlauf

Im Punkt A (Abbildung 4.1) verbleiben schlussendlich Zugspannungen sowie plastische Schrumpfdehnungen. Die Quantität der plastischen Dehnungen ist abhängig von der erreichten Maximaltemperatur unter der Temperaturbelastung des Bauteils und der globalen Dehnung. In den Bereichen, wo keine plastische Dehnung entstanden ist, liegt auch keine Zugspannung vor. Somit entspricht der Wendepunkt von Zug- und Druckspannungen dem Bereich, wo die bleibende plastische Dehnung auf null gesunken ist,  $b_{pz,0}$ . Wird eine Anfangsdehnung  $\epsilon_{ini}$  berücksichtigt, Abbildung 4.2-a, verschiebt sich der Punkt zum Beginn der

plastischen Verformung von Punkt  $B_0$  auf Punkt  $B_1$  bzw. Punkt  $A_0$  auf Punkt  $A_1$ , Abbildung 4.2-b, und die Temperatur die zum Erreichen der Fließgrenze singt. Somit ergibt sich nach dem Superpositionsprinzip:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^p + \varepsilon_x^{th} + \varepsilon_{ini},$$

oder umgeschrieben, und weiterergänzt z.B. mit der Gefügeumwandlung ( $\varepsilon_\phi$ ):

$$\varepsilon_x - \varepsilon_{ini} - \varepsilon_\phi = \varepsilon_0 = \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^p + \varepsilon_x^{th} \quad (4.0a)$$

Die Nachgiebigkeit der Struktur wird, nach den Gleichungen von Gatowski [Gat80] und Michailov [Mic16], ergänzt durch die Ausgangsgleichung oder 4.0a, wie folgt bestimmt:

$$\varepsilon_x = \nu_x \left( \frac{1}{B_s} + \frac{y_w}{I_z} y_w + \frac{z_w}{I_y} z_w \right) = \nu_x K_k \quad (4.0b)$$

wobei  $B$ ,  $I_y$ ,  $I_z$ ,  $y_w$  und  $z_w$  die Breite, die Trägheitsmomente sowie die Mittelpunkte der Querschnitte der jeweiligen Fügepartner sind. Das Schrumpfvolumen  $\nu_x$  ist das Produkt von Breite der plastisch-verformten Zone (Plastizitätszone), der Blechdicke und der Eigendehnung (bleibenden bzw. plastischen Dehnung). Die Beziehungsfunktion  $K_k$  (hierbei in sehr vereinfachter Form) berücksichtigt die Nachgiebigkeit der Verbindung.

Zunächst werden die folgenden Annahmen getroffen:

- Die Hypothese des ebenen Querschnitts ist gültig;
- Die Platten sind dünn (d. h., die plastische Dehnung auf der gegenüberliegenden Seite der Schweißnaht ist ungleich Null);
- Die Breite der plastischen Zone ist um ein Vielfaches geringer als die Breite des Blechs;
- Die Schweißnähte sind lang (d. h. das Temperaturfeld lässt sich durch eine quasistationäre Lösung abbilden);
- Die Schweißgeschwindigkeit ist relativ hoch (d. h. es erfüllt die Voraussetzungen für eine schnellwandernde Wärmequelle,  $dT/dx=0$ ).

### Vorstellung und Ergänzung der Lösung für die Längskomponente der Eigendehnung

Die Grundannahme ist, dass die plastische Dehnung in Längsrichtung in der Nähe von Schweißnähten auftritt, wo die maximal erzeugte thermische Dehnung  $\varepsilon_{max}^{th}$  (d. h. das Produkt aus dem Wärmeausdehnungskoeffizienten und dem maximalen Temperaturinkrement  $\alpha\Delta T_{max}$ ) die Dehngrenze  $\varepsilon_s$  (Dehnung beim Fließbeginn) überschreitet. Die Zunahme der plastischen Dehnung innerhalb dieser Zone ist proportional zur maximalen thermischen Dehnungszunahme. In der Nähe der Schweißnahtachse, wo die maximale thermische Dehnung die Grenze der zweifachen Streckgrenze überschreitet, bleibt die plastische Dehnung gleich der zweifachen Streckgrenze (Abbildung 4.3, schraffierter Bereich). Das liegt daran, dass die während der Erwärmung akkumulierte plastische Dehnung während der Abkühlung teilweise



wiederhergestellt wird [Nik62]. Wenn die Platte eine endliche Steifigkeit besitzt oder mit einer Anfangsspannung belastet wird, wird die untere Grenze des Integrals mit dem zugehörigen Dehnungsterm  $\varepsilon_0$  addiert [Gat80]. Dasselbe gilt auch für weitere mögliche Dehnungsquellen wie bsp. die Dilatation infolge der Gefügeumwandlungen.

Das sich ergebende Längsschrumpfungsvolumen in einer Platte mit der Dicke  $s$  lässt sich also wie folgt ausdrücken:

$$\varepsilon_x^* b_{pz} s = \int_0^s \int_0^\infty \varepsilon_x^{pl} dy dz = s \int_{\varepsilon_S + \varepsilon_0}^{2(\varepsilon_S + \varepsilon_x)} y(\varepsilon_{\max}^{th}) d\varepsilon_{\max}^{th},$$

und unter Berücksichtigung höher Steifigkeit ( $\varepsilon_x \rightarrow 0$ , Gleichung (4.0a)) entsprechend vereinfachen:

$$\varepsilon_x^* b_{pz} s = s \int_{\varepsilon_S + \varepsilon_0}^{2\varepsilon_S} y(\varepsilon_{\max}^{th}) d\varepsilon_{\max}^{th}, \quad (4.1)$$

wobei  $y(\varepsilon_{\max}^{th})$  die Grenze des erwärmten Bereichs ist bzw. die Querverteilung der maximalen thermischen Dehnung in Bezug auf  $y$ -Achse beschreibt:

$$y \mapsto \varepsilon_{\max}^{th}(y), \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{\max}^{th}(y) = \alpha \Delta T_{\max}(y). \quad (4.3)$$

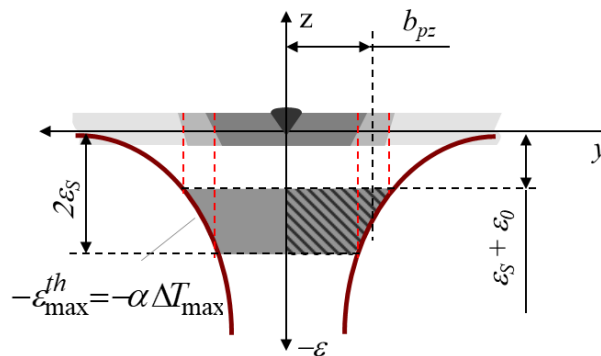


Abbildung 4.3: Querverteilung der plastischen Längsdehnung

Um Gleichung (4.2) auszudrücken, bedarf es offensichtlich einer geeigneten Lösung für  $\Delta T_{\max}$  sowie für den Wert von  $\varepsilon_0$ . Da der Bereich der Relevanz bis zu einer maximalen thermischen Dehnung begrenzt ist, die dem Zweifachen der Streckgrenze entspricht (obere Integralgrenze), folgt aus Gleichung (4.3):

$$\Delta T_{\max} \leq \frac{2\varepsilon_S}{\alpha}.$$

So haben mögliche Abweichungen der analytischen Lösung bei höheren Temperaturen keinen wesentlichen Einfluss auf die berechnete Dehnungsverteilung. Daher sind die vorhandenen analytischen Lösungen (z.B. nach Rykalin [Ryk51] oder Karkhin [Kar19]) im allgemeinen Fall ausreichend.

Wird beispielsweise eine sich schnell bewegende Linienquelle in einer dünnen, isolierten, unendlichen Platte betrachtet [Ryk51], so ergibt sich für die Querverteilung der maximalen Temperatur:

$$\Delta T_{\max}(y) = \frac{q}{\rho c v s \sqrt{2\pi e}} \frac{1}{y},$$

und nach der Substitution in (1.2) wird die Funktion  $y(\varepsilon_{\max}^{th})$  wie folgt ausgedrückt:

$$y(\varepsilon_{\max}^{th}) = \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s \sqrt{2\pi e}} \frac{1}{\varepsilon_{\max}^{th}},$$

wobei  $q$  die Wärmequellenleistung,  $v$  die Schweißgeschwindigkeit und  $\rho$  und  $c$  die Dichte und die spezifische Wärmekapazität sind. Nach Einsetzen der obigen Gleichung in (4.1) unter der Annahme von  $\varepsilon_0 = 0$  und lösen des Integrals ergibt sich der grundlegende Ausdruck für das spezifische Volumen der Längsschrumpfung (d. h. die Lösung nach Okerblom [Oke55]):

$$\varepsilon_x^* b_{pz} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s} = I_0, \quad (4.4)$$

die für eine Schweißverbindung mit unendlicher Steifigkeit und ohne Vorspannung gilt, sowie wenn die Gefügeumwandlungen vernachlässigbar sind (s. oben). Unter diesen Umständen werden die Eigendehnung und die Breite der plastisch verformten Zone:

$$\varepsilon_x^* = -\varepsilon_S$$

und

$$b_{pz} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v \varepsilon_S}.$$

Andernfalls, wenn  $\varepsilon_0 \neq 0$ , ergibt sich die allgemeine Form:

$$\varepsilon_x^* b_{pz} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} (\ln(2) - \ln(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + \ln(\varepsilon_s)) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s} = I_1.$$

An dieser Stelle scheint es angebracht zu erwähnen, dass der Quotient  $\alpha/\rho c$  in dem oben genannten relevanten Temperaturbereich praktisch unabhängig von der Temperatur ist, siehe Kapitel 3. In ähnlicher Weise haben bei vielen Werkstoffen die Temperaturkurven des Elastizitätsmoduls und der Fließspannung fast die gleiche Steigung, so dass auch die Fließdehnung  $\varepsilon_s$  in gewissem Maße temperaturunabhängig ist. Wird von einem idealen

elastisch-plastischen Materialmodell ausgegangen, bleibt auch das Fließkriterium unverändert. Der Einfluss der Spannungsversteifung und der Festkörperumwandlung wird ebenfalls berücksichtigt, aber darauf wird später noch eingegangen. Daher können bei dieser Lösung die wichtigsten Werkstoffeigenschaften als hinreichend definiert angesehen werden. Die Prozessaspekte werden durch die Temperaturverteilung über die Dicke und die Abkühlungsbedingungen ausgedrückt.

### Einfluss der Prozessbedingungen auf die Längskomponente der Eigendehnung

Wird eine andere Lösung betrachtet, z. B. eine sich schnell wandernden Linienquelle in einer dünnen Platte [Mic16], kann die Querverteilung des maximalen Temperaturanstiegs wie folgt vereinfacht beschrieben werden:

$$\Delta T_{\max}(y) = \frac{q}{\rho c v s 2y} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \exp\left(1 - \frac{y^2}{2a} b\right),$$

genauer geschrieben lautet:

$$\Delta T_{\max}(y) = \frac{q}{\rho c v s \sqrt{\sqrt{4\chi y^2 + 1} - 1}} \sqrt{\frac{\chi}{\pi}} \exp\left(-\frac{\sqrt{4\chi y^2 + 1}}{2}\right).$$

mit

$$\chi = \frac{2\alpha_c}{\lambda_s}$$

wobei  $\alpha_c$  den Wärmeübergangskoeffizienten und  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit bezeichnen.

Die Umschreibung dieser Gleichung für  $y$  (nach Gleichung (4.2), die Anwendung der Lambertschen Funktion  $W_0(x)$  und anschließend die Substitution in Gleichung (4.1) ergeben eine neue funktionsanalytische Lösung und welches die ursprüngliche graphisch-analytische Lösung aus [Kuz74] ersetzt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^* b_{pz} &= \int_{\varepsilon_S + \varepsilon_0}^{2\varepsilon_S} y(\varepsilon_{\max}^{th}) d\varepsilon_{\max}^{th} = \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{\chi}} \int_{\varepsilon_S + \varepsilon_0}^{2\varepsilon_S} \sqrt{\left( W_0\left( \frac{1}{\pi e} \left( \frac{\alpha}{\rho c v s} \frac{q}{\sqrt{\chi}} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon_{\max}^{th}} \right) + 1 \right)^2 - 1} d\varepsilon_{\max}^{th} = I_2 \end{aligned}$$

Das erhaltene Integral kann jedoch nur iterativ und z.B. mit Hilfe von Quadraturregeln gelöst werden - ähnlich der Lösung in [Doy18b]. Der Einfluss der Abkühlungsbedingung auf die Längsschrumpfung (Gleichung (4.4)) kann also durch eine Beziehungsfunktion  $K_\chi$  ausgedrückt werden:

$$K_{\chi} = \frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s} \sqrt{\chi} \right)^{-1} \frac{\int_{\varepsilon_s + \varepsilon_0}^{2\varepsilon_s} \sqrt{\left( W_0 \left( \frac{1}{\pi e} \left( \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s} \sqrt{\chi} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon_{\max}^{th}} \right) + 1 \right)^2 - 1} d\varepsilon_{\max}^{th}}{\pi e \sqrt{2} (\ln(2) - \ln(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + \ln(\varepsilon_s))},$$

welche eine Funktion der dimensionslosen Variablen  $\left( \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s} \sqrt{\chi} \right)$ ,  $\varepsilon_s$  und  $\varepsilon_0$  ist, mit einer bestimmten Lösung  $K_{\chi}$  bei  $\varepsilon_0 = 0$ .

Die erhaltene Beziehungsfunktion  $K_{\chi}$  erfüllt insbesondere die graphisch-analytische (Bessie-Approximation) Lösung aus [Kuz74], ist aber aufgrund der starken mathematischen Relation zuverlässiger.

Die obigen Gleichungen gelten für die Erwärmung über die gesamte Dicke (d.h. Durchwärmen), was entweder für sehr dünne Bleche, Prozesse mit hoher Leistungsintensität oder das Schweißen von mittleren Lagen gilt. Im allgemeinen Fall ist die Erwärmung und damit die maximale Temperaturverteilung über die Dicke ungleichmäßig. Gleichzeitig sinkt mit zunehmender Dicke der Wert des Wärmeübergangs durch die Oberflächen. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, lassen sich unter Anwendung des Überlagerungsprinzips Linien- und Punktwärmequellen kombinieren [Mic00] und in Form von Schrumpfungsvolumen ausdrücken:

$$\varepsilon_x^* b_{pz} s = p I_2 s + (1 - p) I_3 \quad (4.5)$$

wobei  $I_3$  das Integral der Lösung für eine sich schnell wandernden Punktquelle in einem halbunendlichen Festkörper [Ryk51] bezeichnet und  $p$  ein Proportionalitätsfaktor ist, der bei einem Blech-durchdringenden Einbrand gleich eins (d.h. Linienquelle) und bei einem tiefen Einbrand kleiner als eins ist (d.h. zwischen Linien- und Punktquellen). Für  $I_3$  (d.h. für Punktquelle) wird die Lösung aus [Gat80] modifiziert, wobei ein variables Integrationsintervall und nur der positive Teil der  $y$ -Achse berücksichtigt wird:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^* r_{pz}^2 &= -\frac{1}{\pi e} \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v} \int_{\varepsilon_s + \varepsilon_0}^{2\varepsilon_s} \frac{1}{\varepsilon_{\max}^{th}} d\varepsilon_{\max}^{th} = \\ &= -\frac{1}{\pi e} (\ln(2) - \ln(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + \ln(\varepsilon_s)) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v} = I_3 \end{aligned}$$

wobei  $r_{pz}$  den Radius des Querschnitts der plastisch verformten Zone bezeichnet, unter der Annahme einer geringen Leistungsintensität im Verhältnis zur Dicke. Durch Umschreiben von Gleichung (4.5) für  $\varepsilon_x^* b_{pz}$  und nach Substitution von  $I_3$  und Übertragung auf  $K_{\chi}$  (Gleichung (4.4)) anstelle von  $I_2$  kommt:

$$\varepsilon_x^* b_{pz} = -\frac{1}{2e} (\ln(2) - \ln(\varepsilon_s + \varepsilon_0) + \ln(\varepsilon_s)) \left( \left( \sqrt{\frac{2e}{\pi}} K_{\chi} - 1 \right) p + 1 \right) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v s}. \quad (4.6)$$

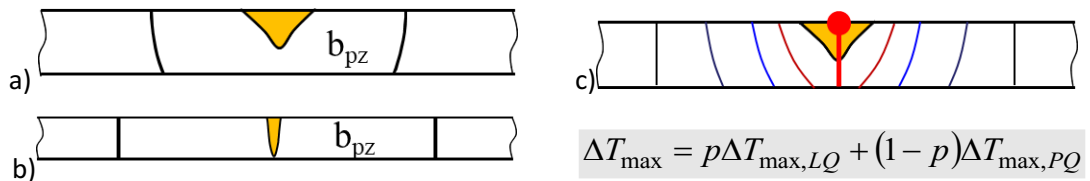


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung der: (a) Form der Plastizitätszone für Punkt- (PQ) und (b) Linienquelle (LQ) und (c) der implizierten Wärmeverteilung

In ähnlicher Weise kann der Einfluss der Dicke auf die Temperaturverteilung, bezeichnet als Beziehungsfunktion  $K_\delta$ , durch das Verhältnis aus Gleichung (4.6) zu Gleichung (4.4) ausgedrückt werden und ergibt:

$$K_\delta = pK_\chi + (1-p)\sqrt{\frac{\pi}{2e}}$$

Diese Funktion entspricht in den beiden Grenzen des Intervalls von  $p$  der in [Kuz74] angegebenen semi-empirischen Näherungsfunktion, unterscheidet sich aber in dem Verlauf, Abbildung 4.5. Aus diesen Kurven lassen sich die Wechselwirkungen zwischen dem Werkstoff und den Prozessparametern einheitlich erkennen, da praktisch sie zeigen die Ausdehnung bzw. Schrumpfung der Breite der plastisch-verformten Zone.

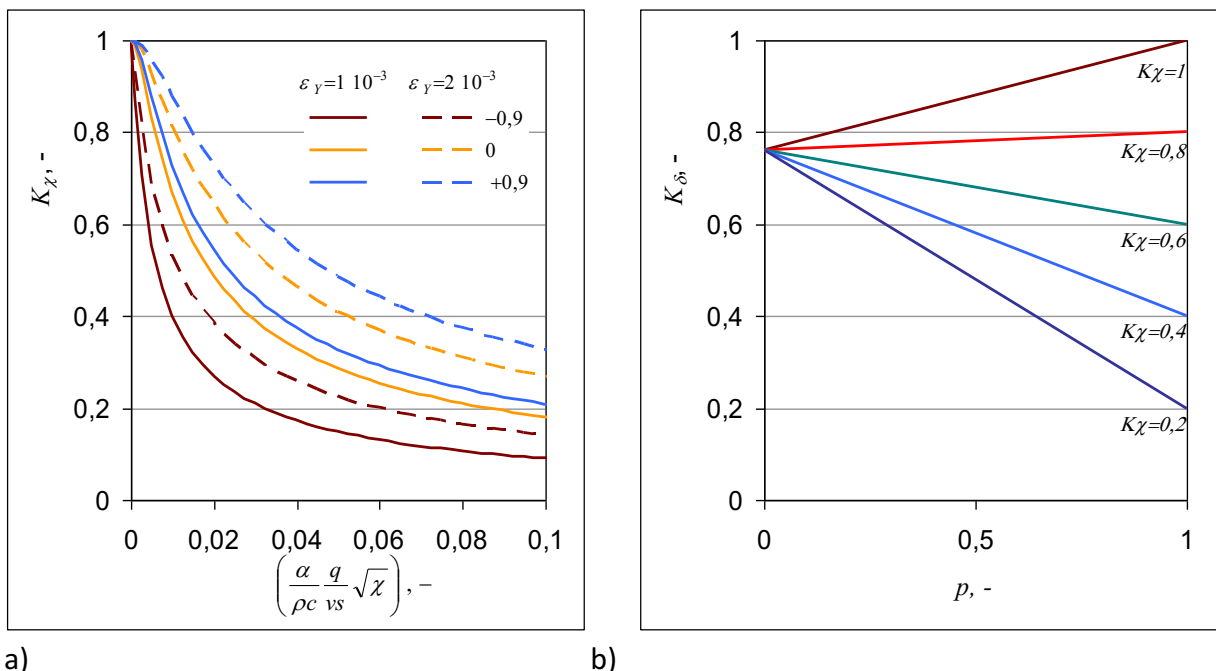


Abbildung 4.5: Einfluss der Prozessbedingungen auf das Volumen der plastischen Verformung - Kurven der Beziehungsfunktionen: (a)  $K_\chi$  für zwei verschiedene Werte  $\varepsilon_s$  und drei verschiedene Verhältnisse  $\varepsilon_0/\varepsilon_s$  und (b)  $K_\delta$  als Funktion von  $p$  bei verschiedenen Werten von  $K_\chi$ .

Der Einfluss der Gefügeumwandlung kann durch die resultierende Dehnung  $\varepsilon_\phi$  ausgedrückt werden, die über die gesamte plastische Zone gemittelt wird, d. h. der unteren Integralgrenze  $\varepsilon_0 = \varepsilon_\phi$  von  $I_3$  zugeordnet und mit Gleichung (4.6) in Beziehung gesetzt wird. Alternativ kann er durch die Beziehungsfunktion  $K_\phi$  unter Verwendung des iterativen Berechnungsverfahrens von Gatowski-Karkhin [Gat80] ausgedrückt werden. Für die Werkstoff- und Prozessbedingungen in der vorliegenden Studie (un- und niedriglegierten Stähle) ergibt sich jedoch  $\varepsilon_\phi \rightarrow 0$ , d. h.  $K_\phi \approx 1$ , so dass dieser Beziehungsfunktion keine besondere Aufmerksamkeit gewidmet wird. Diese Feststellung wird auch in der Literatur bestätigt [Tsa97] da im Allgemeinen, die Breite der WEZ im Vergleich mit der Breite der Plastizitätszone deutlich geringer ist.

### **Einfluss der Struktur auf die Längskomponente der Eigendehnung**

Die obige Lösung gilt für große und spannungsfreie Bleche. Wenn beispielsweise die Breite der Bleche in gewissem Maße mit der Aufweitung des Temperaturfeldes vergleichbar ist, könnte ein Verlust an Steifigkeit auftreten. Daher kann der Einfluss der strukturellen Steifigkeit (Einspannung) im Term der resultierenden Dehnung  $\varepsilon_k$  ausgedrückt werden, d. h., er wird der unteren Integralgrenze  $\varepsilon_0 = \varepsilon_k$  zugeordnet, s. Gleichung 4.0a. Im allgemeinen Fall kann der Beziehungsfaktor, der als  $K_k$  bezeichnet wird, durch das Integralverhältnis auf die gleiche Weise wie oben erhalten werden. Da bei großen Blechen, welche hier im Betracht kommen (s. die allgemeinen Annahmen), ist die Steifigkeit hoch, und somit verschwindet diese Dehnungskomponente [Kuz74, Mur97], d. h. sie kann ignoriert werden ( $K_k = 1$ ).

Wenn der erwärmte Bereich vorgespannt ist, d. h. entweder äußeren Belastungen (z.B. durch die Einspannvorrichtung) oder Eigenspannungen aus früheren Schweißnähte ausgesetzt ist, kann die Breite der plastischen Zone nach Addition der Anfangsdehnungen ( $\varepsilon_{ini}$ ) zur unteren Grenze des Integrationsintervalls bestimmt werden [Gat80]. Und wenn die Steifigkeit hoch ist, wird sie zu  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ini}$ . Da die Vereinfachung des mathematischen Ausdruckes mit der Einführung von  $K_\chi$  vorgenommen wird, ist eine direkte Integration nicht erlaubt und die Abhängigkeit von der Anfangsdehnung wird durch einen separaten Beziehungsfunktion  $K_{\sigma,x}$  berücksichtigt. Nach Verknüpfung von Gleichung (4.6) mit Gleichung (4.4) kann der gegenseitige Einfluss der Hauptfaktoren dargestellt werden (siehe Abbildung 4.6). Wird schließlich das Verhältnis von Gleichung (4.6) zu ihrem spannungsfreien Ausdruck ausgedrückt (d.h. unter der Annahme von  $\varepsilon_0 = 0$ ), so ergibt sich die Sonderlösung, die die in [Kuz74] angegebene Beziehungsfunktion bestätigt:

$$K_{\sigma'} = 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{\varepsilon_{ini}}{\varepsilon_s}\right)}{\ln(2)} \quad (4.7)$$

Die Anfangsdehnung wird aus der FE-Berechnung gewonnen, bevor die Eigendehnung der entsprechenden Schweißnaht berechnet wird. Daher wird für jede Schweißnaht und genauer gesagt für jeden ihrer Querschnitte (entspricht Elementweise, für den Elementen entlang der neuen Naht) die Breite der plastisch verformten Zone entweder unter direkter Anwendung von Gleichung (4.6) oder in Form der modifizierten Gleichung (4.4) ermittelt:

$$b_{pz} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{v(\varepsilon_s + \varepsilon_0)} K_\delta(K_{\chi'}) K_\phi K_k K_{\sigma'}$$

Die Längskomponente der Eigendehnung wird entsprechend (d.h. die linke Seite der Gleichung (4.0a)):

$$\varepsilon_x^* = -\varepsilon_s + \varepsilon_0$$

Bei ungleichmäßiger Anfangsdehnung entlang der Schweißnaht, aufgrund z.B. ungleichmäßiger Steifigkeit oder sich kreuzende Nähte, variieren offensichtlich auch die Eigendehnung und die Breite der plastischen Zone.

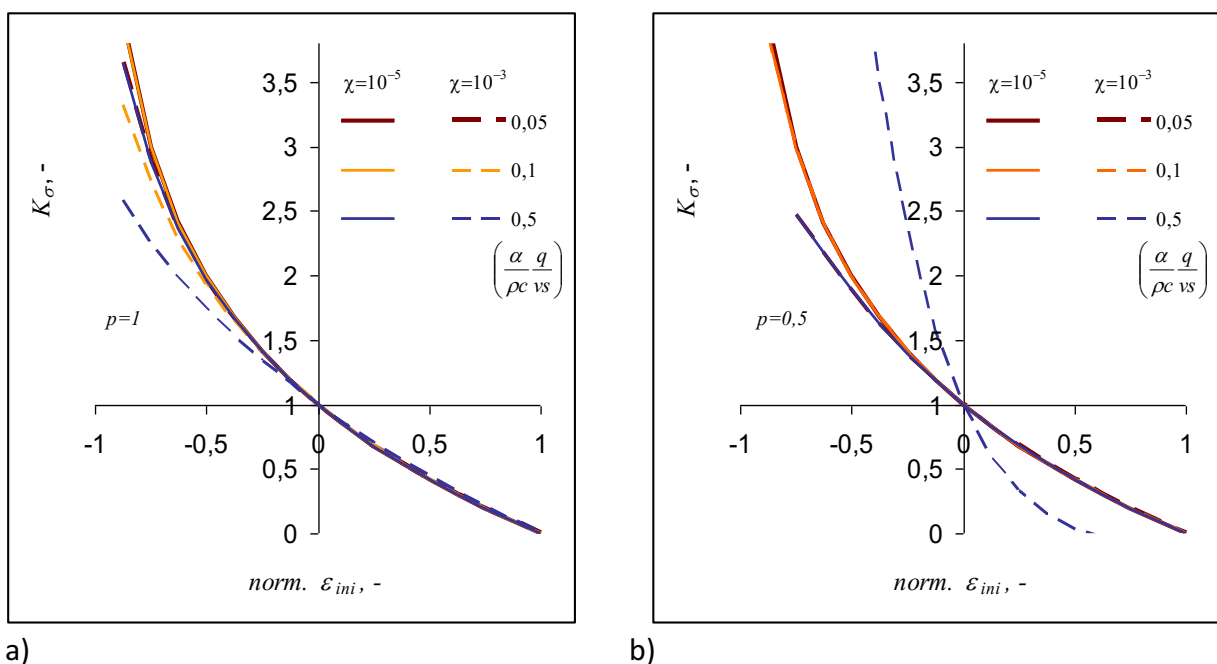


Abbildung 4.6: Einfluss der Anfangsspannung auf das Volumen der plastischen Verformung - Kurven des Beziehungsfaktors  $K_{\sigma,x}$  als Funktion der normierten Anfangsdehnung ( $\varepsilon_{ini} / \varepsilon_s$ ) für verschiedene Werte von  $(\alpha q \rho^{-1} c^{-1} v^{-1} s^{-1})$ ,  $\chi$  und  $p$ , und für  $\varepsilon_s = 0,002$

Auf diese Weise können die Schweißreihenfolge oder Änderungen durch die Einspannbedingungen und die Struktursteifigkeit berücksichtigt werden, da sie das Feld der elastischen Dehnung in der Struktur beeinflussen.

### Schwerpunkt von der Längskomponente der Eigendehnung

Um den Schwerpunkt der plastischen Zone zu finden, wird das Konzept aus [Kuz74, Gat80] übernommen, aber um die Anfangsspannung ergänzt und in Form der obigen modifizierten Lösung ausgedrückt. So ergibt sich die folgende, allgemeinere Form:

$$\frac{z_{c,x}}{s} = (1-p) \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2(\ln(2\varepsilon_s) - \ln(\varepsilon_s + \varepsilon_0))}{\pi \varepsilon_s^2} \frac{\alpha q}{\rho c v}} \right)$$

und folglich den Einfluss der Anfangsspannung in Bezug auf ihre besondere Lösung ( $\varepsilon_0 = 0$ ) ausdrücken, d. h. eine Beziehungsfunktion  $K_{\sigma,x}$  anwenden. Dann kann der Schwerpunkt der Längskomponenten der Eigendehnung wie folgt umgeschrieben werden:

$$\frac{z_{c,x}}{s} = (1-p) \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2\ln(2)}{\pi \varepsilon_s^2} \frac{\alpha q}{\rho c v}} \right) K_{\sigma,x}. \quad (4.8)$$

Die obliegende Gleichung gilt jedoch für Schweißverbindungen mit relative höher Steifigkeit bzw. für, in Z-Richtung, fest eigenspannten Bleche. Wird diese nicht den Fall, was oft wegen eingeschränkte Zugänglichkeit unter Fertigungsbedingungen den Fall ist, bedarf es eine Berücksichtigung der lokalen Nachgiebigkeit.

### Vorstellung der Lösung für die Querkomponente der Eigendehnung

Bei Kenntnis der Längskomponente und unter Berücksichtigung des Hook'schen Gesetzes für ebene Spannungszustand kann die Entwicklung der Querkomponente analog [Gat80] mit Hilfe des Schrumpfvolumens in Querrichtung ausgedrückt werden:

$$\varepsilon_y^* b_{pz}s = \int_0^s \int_0^\infty \varepsilon_y^{pl} dy dz.$$

Da die Breite der plastisch verformten Zone bereits bekannt ist, ergibt sich für die Querdehnungskomponente:

$$\varepsilon_y^* = \frac{1}{b_{pz}s} \int_0^s \int_0^\infty \varepsilon_y^{pl} dy dz.$$

Für die Berechnung der Eigendehnung in Querrichtung existieren in der Literatur unterschiedlichen Modelle. Aufgrund gesammelter Erfahrungen und unter Berücksichtigung der festgelegten allgemeinen Annahmen wird die Lösung des Integrals aus [Kuz74] übernommen, die in ähnlicher Weise wie oben abgeleitet ist:

$$\varepsilon_y^* = \frac{\alpha q}{c \rho v} \frac{1}{2b_{pz}s} \left[ \frac{\ln(2)}{e} + \left(1 - \frac{\ln(2)}{e}\right) K_s \left( \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 + \left(1 - \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2\right) K_{av} K_v \right) \right] \times \\ \times (1 + K_\mu K_s) [1 + K_c (1 - K_s)] K_{ab} K_{\sigma,y}$$

wobei die Beziehungsfunktionen  $K_s$  den Einfluss der Wärmeeinbringung und der relativen Eindringtiefe auf die Exzentrizität des Schweißnahtquerschnitts beschreibt,  $K_{av}$  den Einfluss der



Einspannbedingungen,  $K_v$  die Streckung des Temperaturfeldes,  $K_\mu$  den Einfluss der plastischen Längsdehnungen auf die Querdehnungen,  $K_c$  die Steifigkeit des Gefüges und  $K_{ab}$  die erzwungenen Abkühlbedingungen berücksichtigt [Mic14, Kuz74]. Die Beziehungsfunktion  $K_{\sigma,y}$  ist demnach eine Funktion der Anfangsspannung in Quer- und Längsrichtung und hängt auch von der Längsdehnung ab:

$$K_{\sigma,y} = f\left(\frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{sv}, \varepsilon_{ini,y}, K_\mu, K_v, K_{\sigma'}\right). \quad (4.9)$$

Die einzelnen Beziehungsfunktionen sind aus [Kuz74] zu entnehmen, zusammenfassend sind sie wie folgt:

- $K_\delta$  Korrekturfunktion für die Einbrandtiefe  $f(h/b, q_s/s^2) = 0...1$ , für dicke Bleche  $K_\delta < 1$
- $K_{ab}$  Abkühlbedingungen  $f(h/b, q_s/s^2) \approx 0,8...1$ , für dicke 1 und für dünne Bleche  $< 1$
- $K_v$  Relative Ausdehnung des Temperaturfeldes  $f(v_{sch}/a) = 0...1$ , praxisnahe 0,6...1
- $K_{\sigma v}$  Struktursteifigkeit (Spanner- bzw. Stegen-dichte  $f(t/2s) = 0 \dots 1$ , mit Spannabstand  $t_s$ )
- $K_c$  Steifigkeit gegen Winkelverzug  $f(c, \rho, \alpha, \varepsilon_F, q_s, h/b) = 0...0,8$  mit zunehmender Dicke nimmt  $K_c$  ab
- $K_\mu$  Einfluss der Längsschrumpfung: 0,2 für weiche/Baustähle und 0,1 für hochfeste Stähle

Der Schwerpunkt der plastischen Querdehnung  $z_{c,y}$  ist durch eine semi-empirische Funktion gegeben, die vom Formfaktor proportional zur Form der plastischen Zone, dem Wärmeeintrag, den Materialeigenschaften und dem Quadrat der Dicke abhängt [Kuz74] und kann von [Sta16] entnommen werden:

$$\frac{z_{c,y}}{s} = f\left(\psi \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q}{s^2 v}\right).$$

In seiner derzeitigen Form berücksichtigt dieses Ausdruck die Verbindungssteifigkeit, einschließlich der Einspannvorrichtung [Mic14, Kuz74], sowie den Fall des Stabilitätsverlustes [Sta16], aber nicht die Anfangsspannung.

Bei den obliegenden Beziehungsfunktionen des Querschrumpfvolumens handelt es sich überwiegend um semi-empirische Funktionen die in der [Kuz74] zusammengefasst sind und in [Mic14] wiedergeben.

Offensichtlich gibt es eine starke Wechselwirkung zwischen dem Prozess und den strukturellen Bedingungen, vor allem die Längskomponente beeinflusst die Querkomponente. Eine gleichzeitige Erfassung aller oben genannten Einflussfaktoren ist nicht möglich, da sie sich gegenseitig beeinflussen. Aus diesem Grund wird die Bestimmung der entstehenden Dehnung in Längs- und Querrichtung iterativ durchgeführt [Mic14, Sta16]. Da in vielen praxisbezogenen Fälle die Relevanz der Querschrumpfung relative niedrig ist, zeigen die Umsetzungen annehmbaren Ergebnisse. Eine Weiterentwicklung des Modells für den Querschrumpfvolumen durch Ableitung von funktionsanalytische Ausdrücke, wie beim Modell für den

Längsschrumpfvolumen gezeigt, kann nicht nur die Umsetzung erleichtern, sondern auch die Aussagekraft absichern. Dazu lassen sich anhand der funktionsanalytische Lösungen die Zusammenhänge und Wechselwirkungen deutlich klar im Gegensatz zur numerische Untersuchungen stellen.

### Implementierung in das analytisch-numerische Hybridmodell

Bei der Umsetzung der analytischen Lösung ist die Aufteilung der Prozessleistung zwischen den einzelnen Fügepartner zu berücksichtigen. Nach [Mic16] erfolgt diese für die linke- und rechte Seite eines I-Stoßes:

$$q_{0L} = 2q_0 \frac{s_L}{s_L + s_R} \quad \text{und} \quad q_{0R} = 2q_0 \frac{s_R}{s_L + s_R},$$

sowie für die Gurt- und Stegseite eines T-Stoßes:

$$q_{0G} = q_0 \frac{2s_G}{2s_G + s_S} = q_0 K_n \quad \text{und} \quad q_{0S} = 2q_0 \frac{s_S}{2s_G + s_S} = 2q_0 K_p,$$

wobei die  $q_0$  die effektive Prozessleistung (z.B. für Lichtbogen - das Produkt von Schweißstrom, -spannung und Wirkungsgrad) ist, und die Index L, R, G und S die jeweilige Fügepartner bezeichnet, siehe Abbildung 4.7. Hierbei ist die Leistung im Steg gedoppelt wegen der Spiegelgrenze (spiegelbildliche Methode s. [Mic16]). An dieser Stelle ist noch zu unterstreichen, dass diese Gleichungen für relative identischen Dicken gelten, wobei im allgemein gilt:

$$\text{Halbkörper } 1,0 > \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q_0}{v} \frac{2}{s_G} \frac{1}{\Sigma s} \frac{1}{\varepsilon_s} > 8,3 \text{ Scheibe,}$$

$$\text{mit } \Sigma s = s_L + s_R \quad \text{und} \quad \Sigma s = 2s_G + s_S .$$

Erweiterte Lösungen über die Beziehungsfunktionen  $K_n$  und  $K_p$  bietet [Kuz74]. Analog sind auch die Schwerpunkte der einzelnen Fügepartner je nach Dicke anzupassen. So für die Seiten des I-Stoßes bzw. T-Stoßes (siehe Abbildung 4.7) wird:

$$z_{sL} = \frac{s_L}{2} - \frac{3}{4\pi} b_{pz} \dots$$

$$z_{sG} = \frac{s_G}{2} - \frac{4(2\sqrt{2} - 2)}{3\pi\sqrt{e}\pi \ln(2)} \sqrt{\frac{\alpha}{\rho c} \frac{q_{0G}}{v} \frac{1}{\varepsilon_s}} \dots ,$$

Somit sind die analytischen Lösungen der Breite der Plastizitätszone, Eigendehnung- und Schwerpunktkomponenten für einzelnen Fügepartnern separat durchzuführen bzw. dem numerischen Modell zu übertragen.

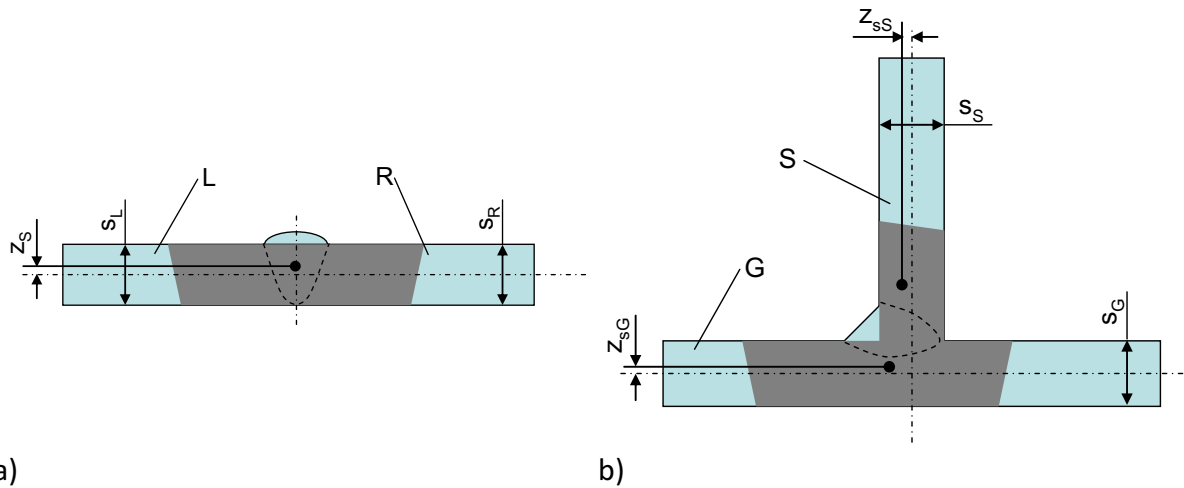


Abbildung 4.7: Aufteilung der Prozessleistung: (a) I-Stoß und (b) T-Stoß

Die Aufgabe des numerischen Modells ist die Berechnung der Verschiebungen im Strukturmodell unter Berücksichtigung der tatsächlichen Struktursteifigkeit (einschließlich Einspannbedingungen und Aufbaustadium bzw. aktiven Baugruppen) und der Verteilung der Schweißeigenspannungen nach jeder Schweißnaht. Die Verschiebungen werden mit Hilfe der elastischen Finite-Elemente-Analyse gelöst. Dabei, je nach konkreten Strukturtyp mit oder ohne Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität.

In dieser Studie werden lineare Schalenelemente mit 3 Integrationspunkten über die Elementdicke verwendet, und die berechnete Eigendehnung wird als elastischer Dehnungsvektor auf allen drei Integrationsebenen geladen (Abbildung 4.8-a und b bzw. c).

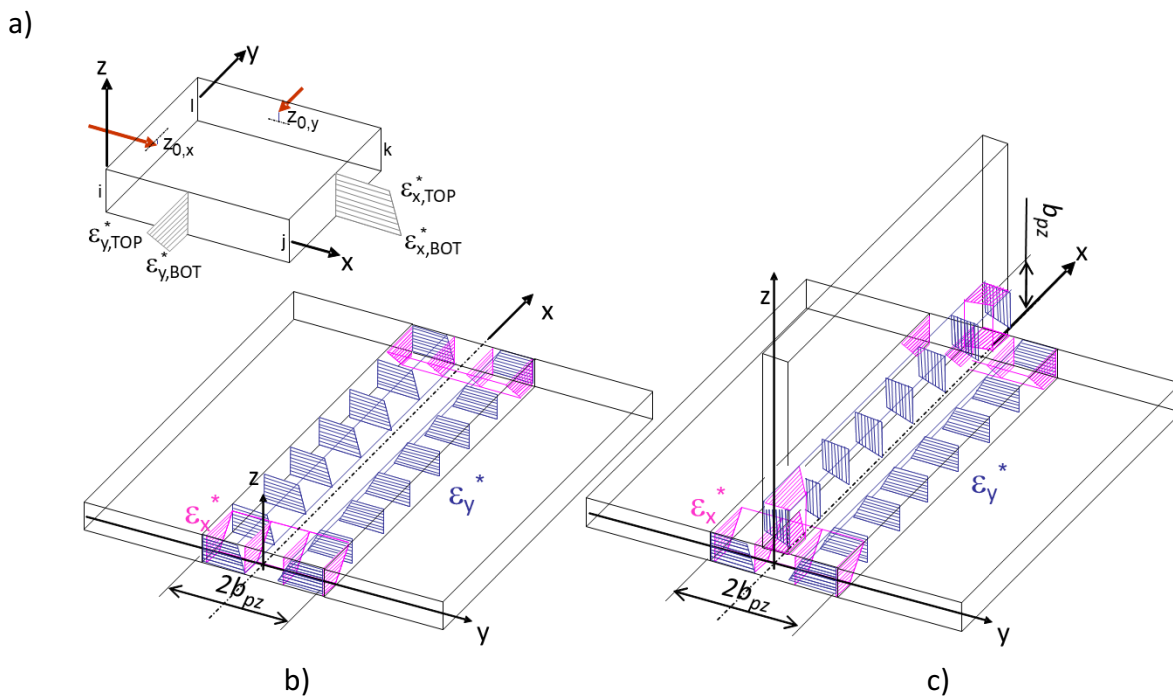


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung der Prinzip für die Einleitung der Komponenten des Eigendehnungsvektor in das FE-Modell

Zur Lösung des Problems wird eine statische (stationäre) Analyse schrittweise durchgeführt, wobei für jeden Belastungsschritt (d. h. für jede Schweißnaht) zwischen Postprocessing- und Lösungsroutinen gewechselt wird; siehe Abbildung 3.4. Auf diese Weise kann der Spannungszustand an der Stelle der nächsten Schweißnaht (d. h. aus den Zielelementen) gewonnen und als Anfangsdehnung in die analytische Lösung (Ermittlung von  $K_\sigma$ ) zurückgeführt werden. Im vorliegenden Fall wird eine Mittelung der elastischen Dehnungen auf der oberen, mittleren oder unteren Ebene jedes Zielelements (Index  $i$ ) verwendet und die entsprechenden Werte von  $K_{\sigma x,i}$  und  $K_{\sigma y,i}$  werden bestimmt. Da die Breite der Zielelemente, die die plastische Zone  $b_{pz,FE}$  darstellen (s. Abbildung 4.9), im Vorfeld (im Preprozessor) definiert wird, ohne ihre tatsächliche Breite zu kennen (die Breite ändert sich je nach Schweißfolge ab), stimmen sie nicht genau überein. Daher wird die folgende Transformation verwendet:

$$\varepsilon_{n,e}^e = \frac{b_{pz} \varepsilon_n^*}{b_{pz,FE}}, \quad (4.10)$$

wobei  $n$  die Komponentenrichtung und  $\varepsilon_{n,e}^e$  die in die Elemente übertragene Eigendehnungskomponente ist.

Zusätzlich werden die Dehnungen mit Hilfe des Schwerpunkts der plastischen Zone  $z_c$  in der entsprechenden Längs- und Querrichtung über die Elementdicke verteilt [Mic11, Mic14]:

$$\varepsilon_{n,e}^e(\zeta) = \varepsilon_{n,e}^e + \frac{12 \varepsilon_{n,e}^e z_c}{s^2} \zeta, \quad (4.11)$$

wobei  $\zeta$  die Koordinaten der Integrationspunkte über die Schalenelementdicke ist.

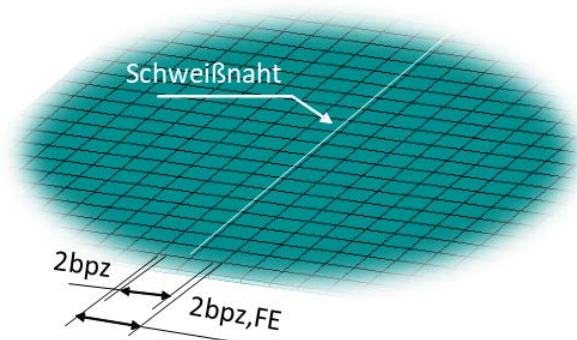


Abbildung 4.9: Berücksichtigung der Netzparameter (Elementkantenlängen) des FE-Modells

Wenn die Kopplung des analytischen Modells mit der numerischen Methode anstatt von Dehnungen (wie bei Ansys oder SysWeld) mittels Spannungen ausgeführt wird (z.B. LS-DYNA oder Abaqus), ist nach dem Hookeschen Gesetz die Querkontraktionszahl zu berücksichtigen. In diesem Fall bedeutet dies, dass eine entsprechende Transformation in Bezug auf den ebenen Spannungszustand vorzunehmen ist:

$$\sigma_x^* = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^* - \nu \varepsilon_y^*),$$

$$\sigma_y^* = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y^* + \nu \varepsilon_x^*).$$

Die Verteilung des äquivalenten Spannungsvektors über die Elementdicke erfolgt unter demselben Hebelregel mit dem Schwerpunkt  $z_{s,x}$  bzw.  $z_{c,y}$ .

### Einfaches Anwendungsbeispiel – Kopplung mit der strukturmechanischen Aufgabe

Zur Demonstration des Ansatzes des Hybridmodells wurde eine einfache Referenzstruktur mit einer Stumpf- und einer Kehlnaht gewählt, Abbildung 4.10. Die Abmessungen der Grundplatte betragen 1500 mm x 1000 mm, die Höhe der Versteifung 200 mm und die Materialstärke 8 mm. Die Materialeigenschaften entsprechen dem üblichen Baustahl gemäß Tabelle 4.1. Es wird angenommen, dass die Stumpfnah manuell und die Kehlnah vollautomatisch durch MSG geschweißt wird, wobei die Parameter in Tabelle 4.2 angegeben sind. Die Anfangs- bzw. Umgebungstemperatur beträgt 20 °C und der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_c$  beträgt  $30,5 \times 10^{-6}$  W/(mm<sup>2</sup>K). Vor dem Schweißen werden die beiden Teile durch Heftschweißungen miteinander verbunden. Es werden keine Spanner verwendet, d.h. frei liegend auf dem Schweißstisch. Daraus folgten Randbedingungen für das FE-Modells entsprechend frei gelagert. Das FE-Modell selbst besteht aus linearen Schallenelementen allgemeiner Formulierung mit Dicken entsprechend der Blechdicken und mit drei Integrationspunkten über die Dicke. Dazu ist ein Berechnungsalgorithmus mit Berücksichtigung von der geometrischen Nichtlinearität auszuwählen.

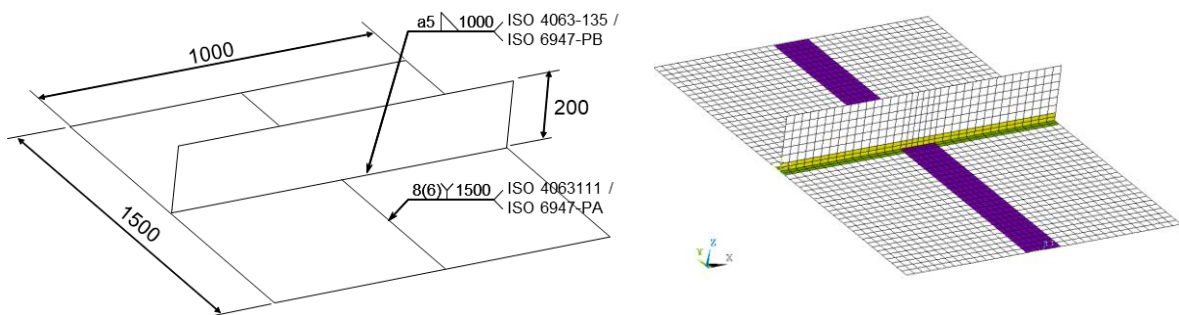


Abbildung 4.10: Skizze der geschweißten Struktur und des FE-Modells mit markierten Zielelementgruppen für beide Schweißnähte

Die anfängliche analytische Lösung (d. h. ohne Vorspannung,  $K_{\sigma,x} = K_{\sigma,y} = 1$ ) ergibt die in Tabelle 4.3 aufgeführten primären Eigenspannungsparameter für die beiden Schweißnähte. Die errechnete Breite der Plastizitätszone dient als Grundlage bzw. Richtwert für die Anpassung der Elementkantenlänge in dem Schweißnahtbereich.

Da die Anfangsspannung zu Beginn gleich Null ist, werden die Eigendehnungswerte für die erste Schweißnaht unter Anwendung von Gleichung (4.10) und Gleichung (4.11) direkt in das FE-Modell übertragen, wie in Abbildung 4.11-a und Abbildung 4.11-b dargestellt.

Tabelle 4.1 Werkstoffparameter

Parameter	$\lambda$ , W/(mmK)	$\alpha/\rho c$ , mm <sup>3</sup> /J	$\varepsilon_Y$ , -	$a$ , mm <sup>2</sup> /s	$E$ , MPa	$\nu$ , -
Wert	0.034	0.00256	$17 \times 10^{-4}$	7.3	$2,1 \times 10^5$	0.3

Tabelle 4.2 Schweißprozessparameter

Parameter	Prozess	Schweiß- strom, A	Schweiß- spannung, V	Schweiß- geschwindigkeit, cm/s	Drahtdurch- messer, mm	Aufschmelz- rate, g/Ah
1 - Stoßnaht	SMAW	250	25	0.18	5.0	8.0
2 - Kehlnaht	GMAW	320	31	0.5	1.2	11.5

Tabelle 4.3 Berechnete Eigendehnung im spannungsfreien Zustand

Naht	Breite der Plastizitätszone, mm	Längs- eigendehnung, -	Quer- eigendehnung, -	Schwerpunkt Längseigendehnung, mm	Schwerpunkt Quereigendehnung, mm
Stoßnaht (seitlich)	61.504543	0.0017	0.005395	0.004	0.35
Kehlnaht Blech (seitlich)	27.5	$0.0017 K_{\sigma'}$	$0.0034 K_{\sigma,y}$	$0.07 K_{\sigma\sigma,x}$	0.83
Kehlnaht Steiffer	27.5	$0.0017 K_{\sigma'}$	$0.0034 K_{\sigma,y}$	$0.07 K_{\sigma\sigma,x}$	0.83

So bei eine Gesamtbreite der Elementengruppe der erster Naht von  $b_{pz,FE} = 124$  mm ergibt sich für die Längskomponente (in der lokalen Koordinatensystem der Elementgruppe):

$$\varepsilon_{xx} = 0,0017 \cdot \frac{2 \cdot 61,504543}{124} = 1,69 \times 10^{-3} \text{ und auf den Integrationspunkten entlang der}$$

Dicke verteilt:

$$\{\varepsilon_x\} = 1,69 \times 10^{-3} + \frac{12 \cdot 1,69 \times 10^{-3} \cdot 4,083 \times 10^{-3}}{8^2} \begin{Bmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,6916 \times 10^{-3} \\ 1,6864 \times 10^{-3} \\ 1,6813 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}.$$

Analog, für die Quereigendehnung:

$$\varepsilon_{yy} = 0,005395 \cdot \frac{2 \cdot 61,504543}{124} = 5,35 \times 10^{-3} \text{ und}$$

$$\{\varepsilon_y\} = 5,35 \times 10^{-3} + \frac{12 \cdot 5,35 \times 10^{-3} \cdot 0,345123}{8^2} \begin{Bmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6,7372 \times 10^{-3} \\ 5,3519 \times 10^{-3} \\ 3,9666 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

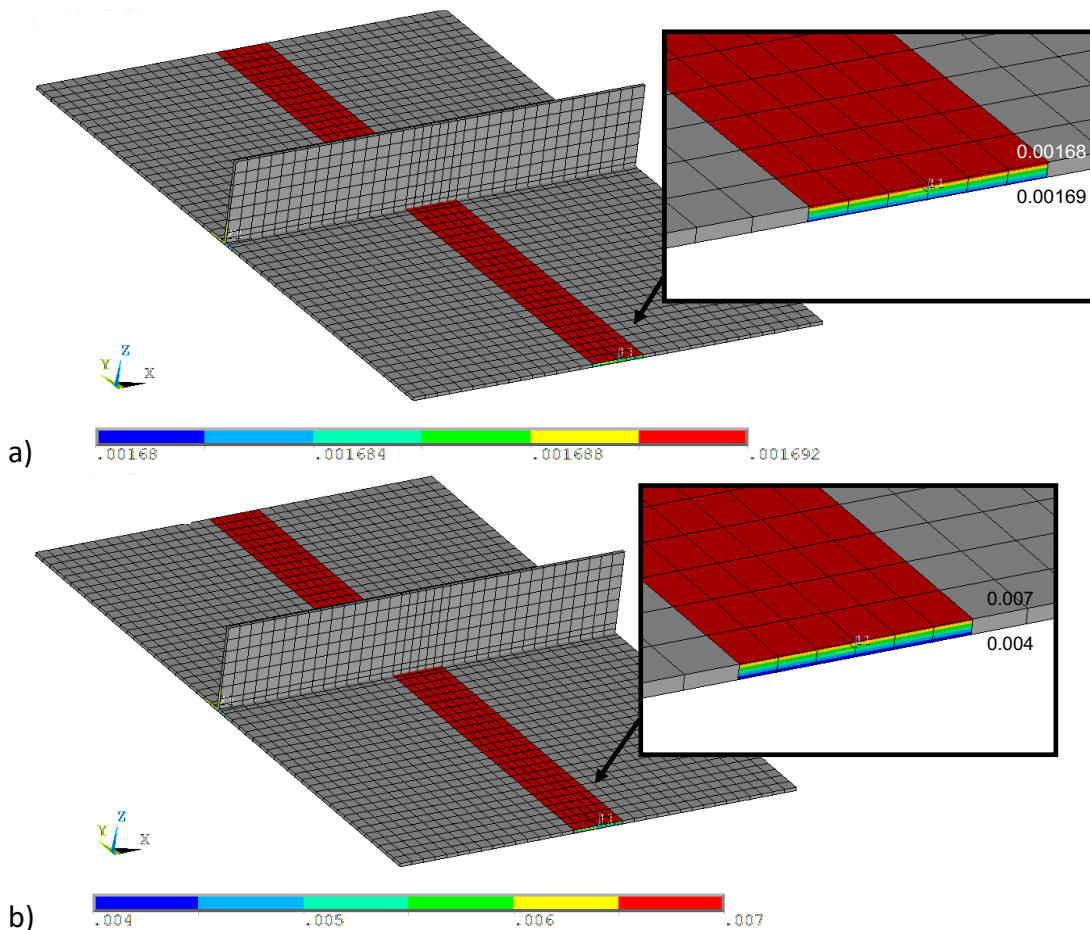


Abbildung 4.11: Übertragene Eigendehnung in das Zielelement der ersten Schweißung: (a) Längskomponente, (b) Querkomponente

Nach Durchführung der numerischen Lösung ergibt sich das Feld der resultierenden Eigenspannungen. Es ist zu beachten, dass in der Praxis bei großen Strukturen die Zeit für die nächste Schweißung in der Regel ausreichend lang ist, so dass die Annahme "Eigenspannung" im Allgemeinen gut begründet ist und wir die Diskussion der temporären Zustände bewusst vermeiden.

Für die nächste Schweißung sind die dargestellten Spannungen in Abbildung 4.12-a als Längsspannungen und die Spannungen in Abbildung 4.12-b als Querspannungen zu betrachten. Bei Betrachtung der Vorspannung in Längsrichtung (Abbildung 4.12-a) kann festgestellt werden, dass fast die gesamte Länge der Schweißnaht einer Druckspannung von ca. -40 bis -50 MPa ausgesetzt ist, die gemäß Gleichung (4.7) zu einer Vergrößerung des Schrumpfvolumens mit einem Faktor von etwa 1,2 führen wird. In der Mitte der Schweißnahtlänge, wo sich die Nähte kreuzen, erreicht die Spannung in der Grundplatte die Streckgrenze und gemäß Gleichung (4.7) „verschwindet“ die Eigendehnung, aber im Steifer führt die Anfangsspannung (etwa -200 MPa) zu einer 5- bis 10-fachen Erhöhung der Eigendehnung. Daher werden für jedes Element der zweiten Zielgruppe (d. h. der zweiten Schweißnaht) die durchschnittlichen Spannungen  $K_{\sigma}$  verwendet, um die Gleichung (4.7) und Gleichung (4.9) sowie Gleichung (4.8) zu lösen und so die Werte in Tabelle 4.3 neu zu berechnen.

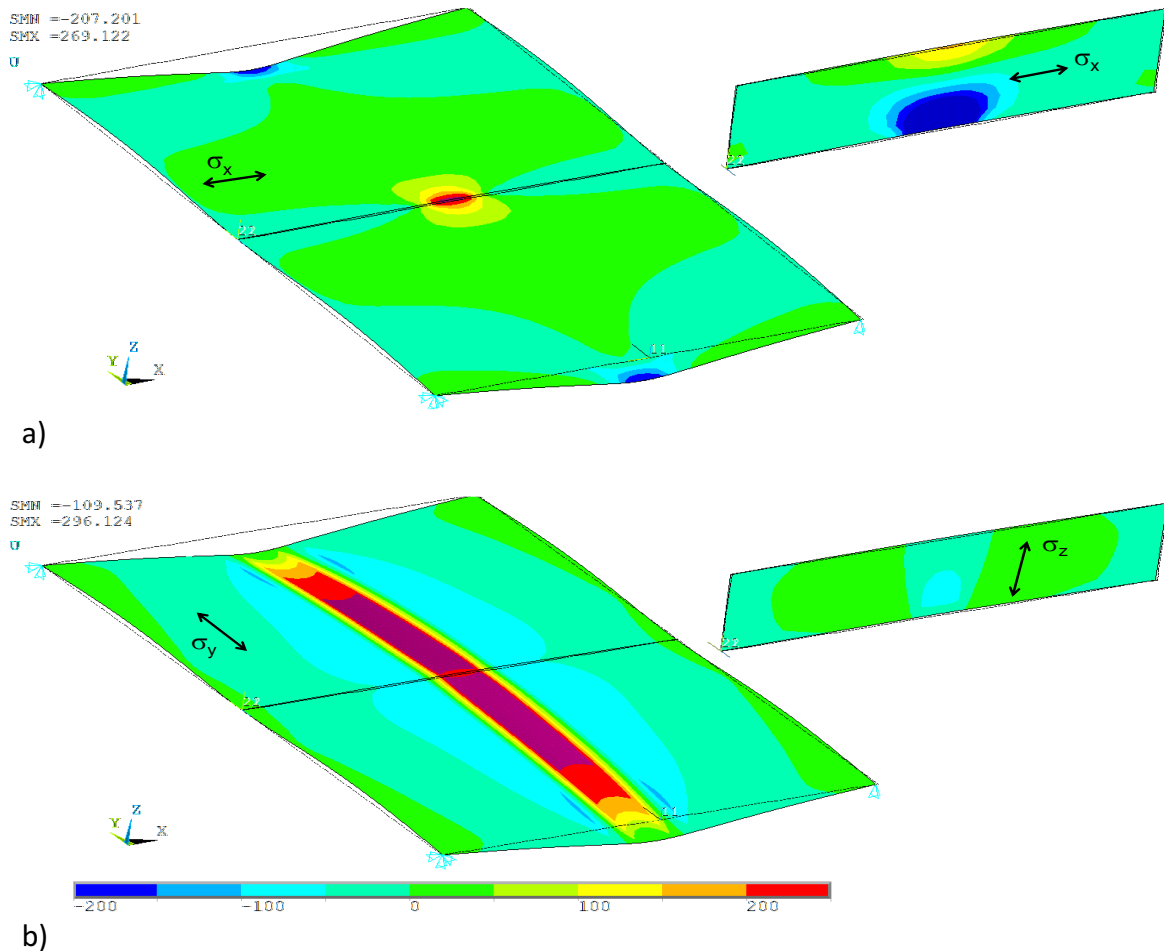


Abbildung 4.12: Resultierende Schweißeigenspannungen im Blech und in der Steife in MPa:  
 (a) in x-Richtung und (b) in y- und z-Richtung des globalen Koordinatensystems

Die Berechnung der Eigendehnungen für die zweite Naht erfolgt analog, für den Gurt und für den Steg, aber in eine Schleife für jedes einzelne Element und Integrationspunkt, da sie unterschiedliche Vorspannung aufweisen und somit unterschiedlicher Wert der  $K_{\sigma,i,z}$ :

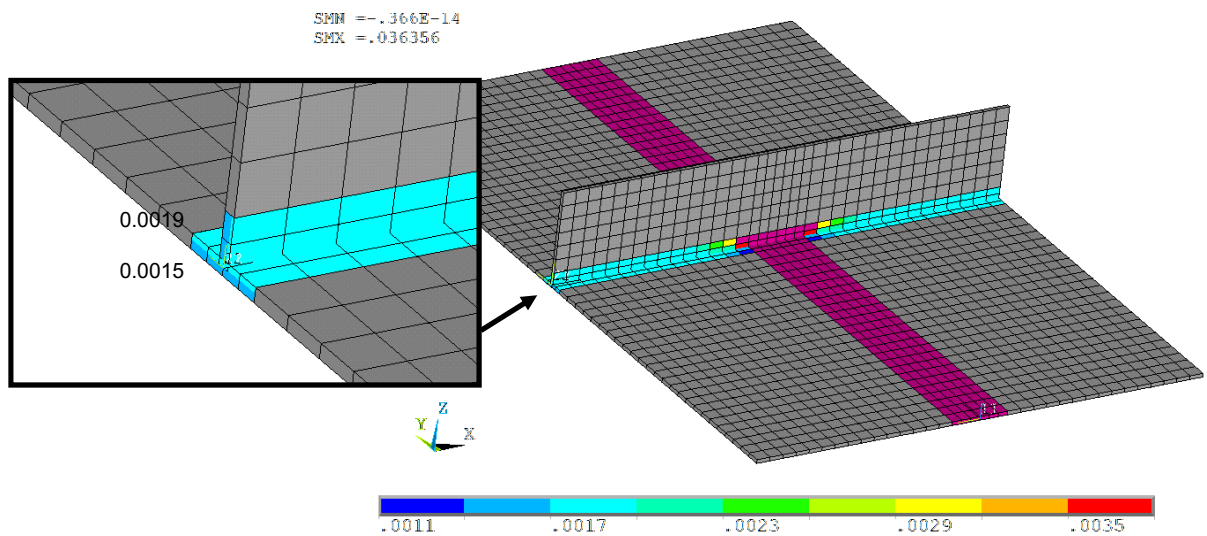
$$\varepsilon_x(\text{elem}_{i,z}) = (e_{xx}) \frac{2 b_{pz,Gurt}}{b_{pz,Gurt,FE}} K_{\sigma,x}(\text{elem}_{i,z}) \text{ und}$$

$$\varepsilon_x(\text{elem}_{i,z}) = (e_{xx}) \frac{b_{pz,Strebe}}{b_{pz,Strebe,FE}} K_{\sigma,x}(\text{elem}_{i,z}).$$

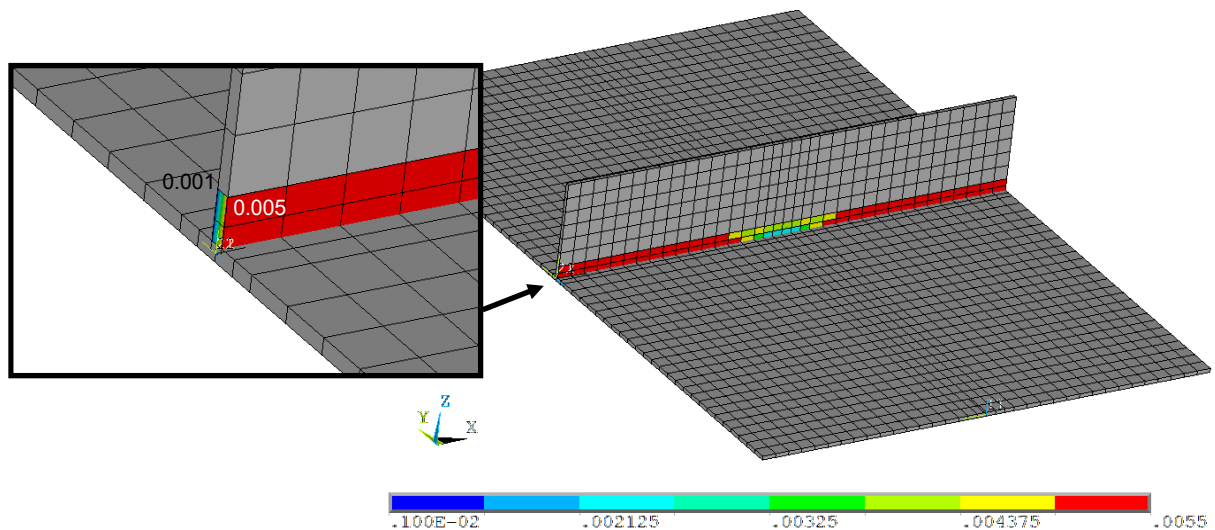
So ergibt sich die in Abbildung 4.13 dargestellte Verteilung der Längs- und Quereigendehnungen, entlang und über die Element- bzw. Blechdicke.

Nach Übertragung der neu berechneten Eigendehnungen (Tabelle 4.3) in die Elemente der zweiten Zielgruppe, wie in Abbildung 4.13 beispielhaft dargestellt, und Durchführung des nächsten Schrittes der numerischen Analyse ergibt sich das endgültige Verschiebungsfeld in der Struktur (Abbildung 4.14).





a)



b)

Abbildung 4.13: Übertragene Eigendehnung in das Zielelement der zweiten Schweißung, beispielhaft für: (a) Längskomponente in beiden Bauteilen, (b) Querkomponente in der Steife

An dieser Stelle scheint es angebracht zu unterstreichen, dass tatsächlich nicht nur die Dehnung, sondern auch die Breite der plastischen Zone von der Anfangsspannung gesteuert wird und somit die Umrechnung dieses Effekts nur auf den Dehnungswert (basierend auf Gleichung (4.1)) zu einem gewissen Fehler führt [Mic14, Sta16]. Zur Verbesserung der Modellgenauigkeit ist es ratsam, die Schweißnahtgruppen (Breite der Elemente) unter Berücksichtigung einer gewissen erwarteten Abweichung von der Nennbreite auszulegen.

Es ist nicht erwähnenswert, dass die Vorbereitung, die Ausführung des Modells und der Berechnungsaufwand die Anforderungen für die Anwendung des Modells in der Ingenieurpraxis erfüllen.

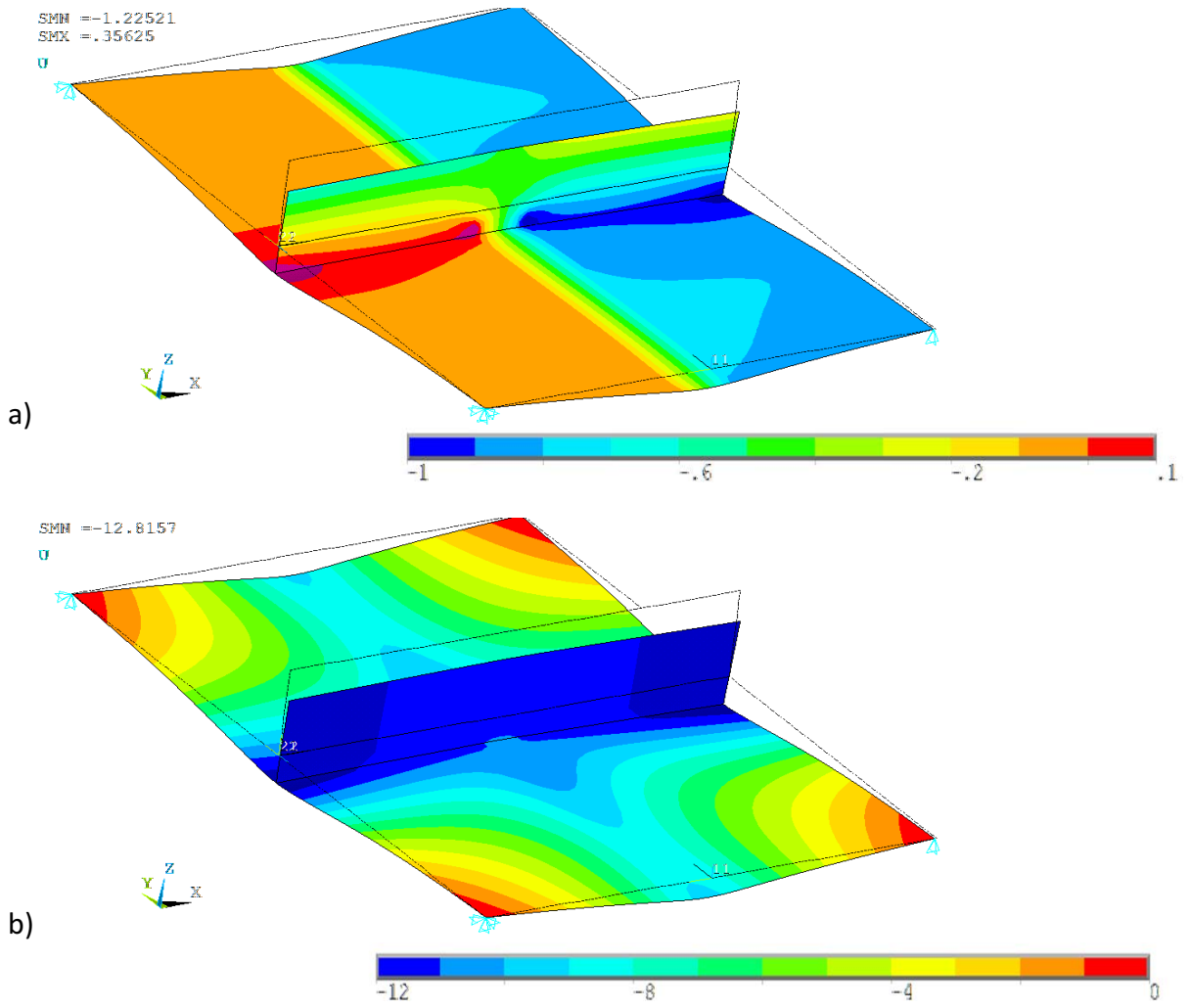


Abbildung 4.14: Resultierende Verschiebungen in der Struktur: (a) in x-Richtung und (b) Verschiebung aus der Ebene

## 5 Erweiterung des analytischen Modells

Die in Kapitel 4 ergänzte analytische Lösung wird hier um weitere konstruktive und prozessspezifische Einflüsse erweitert. Zunächst werden Erweiterungen des analytischen Modells zur Berücksichtigung gekrümmter Strukturen (Schalenstrukturen) vorgestellt. An dieser Stelle werden zwei, eine semi-empirische und eine iterative analytische Lösung vorgeschlagen. Die für die semi-empirische Lösung benötigten Daten werden jedoch nicht durch Experimente, sondern durch numerische Untersuchungen gewonnen. So können genaue Geometrie-, Material- und Prozessparameter angegeben und die plastischen Dehnungen direkt abgefragt werden. Gleichzeitig liefert die Studie ein umfassendes Bild des Einflusses der Blechvorkrümmung und ermöglicht ein tieferes Verständnis für die Komplexität des Problems. Parallel wird eine iterative analytische Lösung ausgehend von gekrümmten Faser abgeleitet, die die gesamte Steifigkeit, in Abhängigkeit der Prozesswirkung, umfasst. Dabei wird die semi-empirische Lösung für die erste Iteration verwendet.

Im zweiten Teil des Kapitels wird eine weitere Ergänzung der analytischen Eigendehnungsberechnung vorgenommen, um eine gegenseitige thermische Beeinflussung, die z.B. bei den doppelseitigen oder mehrlagigen Nähten entsteht, zu berücksichtigen. Dies beruht auf der Herleitung neuer analytischer Lösungen des Temperaturfeldes und des elastisch-plastischen Folgeproblems.

Anschließend wird eine Studie vorgestellt, die sich mit der strukturmechanischen Berechnung der Eigenspannungsverteilung befasst. Daraus wird eine analytische Gleichung abgeleitet, die die Erstellung des FE-Netzes des globalen Strukturmodells unterstützt.

### Berücksichtigung der Struktursteifigkeit bei gekrümmten Schalenkonstruktionen

Die Analyse des Einflusses einer Krümmung in der Schweißkonstruktion entlang der Schweißnaht und quer dazu erfolgt mittels einer simulationstechnischen Studie. Hauptaugenmerk wird dabei auf die von der Krümmung beeinflussten Struktursteifigkeit gelegt. Der Umfang der Ergänzungen bilden die folgenden Bedingungen, die in den Bereichen wie Stahl- oder Schiffbau besonders relevant sind:

- Blechdicke:  $s = 5 \dots 15 \text{ mm}$
- Krümmungsradius:  $R = 0,5 \dots 10 \text{ m}$
- Blechbreite (quer zur Naht):  $b = 0,25 \dots 1 \text{ m}$
- Werkstoff: S355J2+N, S235JR, X5CrNi18-10
- Streckenenergie:  $300 \dots 1000 \text{ J/mm}$
- Schweißgeschwindigkeit:  $2,6 \dots 12 \text{ mm/s}$

Eingangs werden die Einflussgrößen beim Schweißen von gekrümmten Stahlkonstruktionen analysiert und quantifiziert. Zu diesem Zweck werden der Krümmungsradius und -richtung sowie die Steifigkeit als maßgebende Einflussfaktoren in Betracht gezogen. Die komplexe

Wechselwirkung dieser Faktoren wird in praxisnahen Schalenformen umfassend untersucht und den schweißbedingten Verformungen von geraden Blechstrukturen gegenübergestellt.

Für die Erfassung der Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsänderung in Abhängigkeit der Krümmung, werden die Veränderungen in der Plastizitätszone (Ausdehnung der Plastizitätszone und Integralwert der bleibenden plastischen Dehnung), ausgehend von geraden Blechen (unendlicher Krümmungsradius), betrachtet. Analysiert werden der Einfluss des Krümmungsradius, das Verhältnis von Radius zur Bauteildicke sowie die Einspannbreite.

Mittels systematisch durchgeführter durchgehend thermomechanischer FE-Simulationen wird die Verteilung der plastischen Dehnungen in verformungs- und spannungsfreien Schalen analysiert. Für die Studie werden numerische Modelle mit verteilter, sich bewegnender Wärmequelle für die Nähte quer (Abbildung 5.1-a) sowie entlang (Abbildung 5.1-b) der Krümmungsachse erstellt. Die Modelle werden im Vorfeld umfassend verifiziert und validiert.

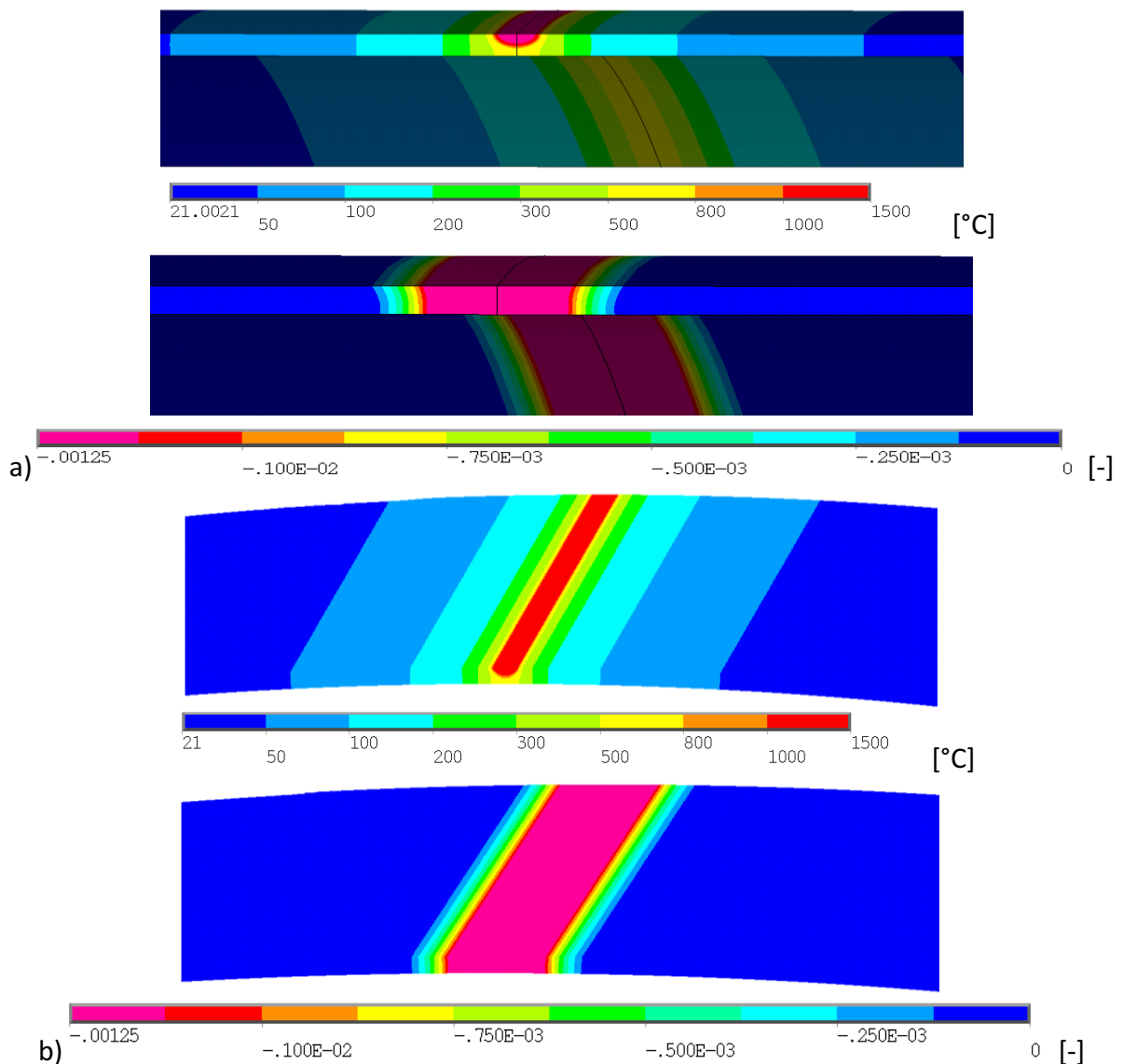


Abbildung 5.1: Durchgehende thermomechanische Simulationen: (a) Naht quer zur Krümmungsachse; (b) Naht entlang der Krümmungsachse – jeweils Verteilung der Maximaltemperaturen und der plastischen Dehnungen (Längskomponente) exemplarisch

Die Grenzfälle für die Untersuchungen bilden zum einen die absolut starren Verbindungen und zum anderen die Verbindungen mit vollständiger Nachgiebigkeit. Für die Erfassung der Nachgiebigkeitsänderung in Abhängigkeit der Krümmung, wird die Veränderungen in der Plastizitätszone (Ausdehnung der Plastizitätszone und Integralwert der bleibenden plastischen Dehnung) untersucht und den Plastizitätszonen, die beim Schweißen von geraden Blechen (unendlicher Krümmungsradius) entstehen, gegenübergestellt. Die Analyse erfolgt durch eine mehrfaktorielle Studie unter Berücksichtigung der folgenden Größen:

- Krümmungsradius ( $R$ ),
- Blechdicke ( $s$ ),
- Einspannbreite ( $b$ ),
- Verhältnis Radius zur Dicke ( $R/s$ ),
- Werkstoff bzw. Werkstoffkennwerte ( $E, \alpha, \rho, \varepsilon_s$ ).

Hierbei werden die Schweißparameter Streckenenergie und Schweißgeschwindigkeit an die jeweiligen Kombinationen Werkstoff und Dicke unter Berücksichtigung relevanter Praxisbedingungen angepasst.

Die Analyse der Ergebnisse ergibt, dass bei einer Krümmung mit Achse parallel der Schweißnahtachse kein Einfluss auf die Entwicklung der plastischen Dehnungen sowohl in Längs- ( $l$ ) als auch in Querrichtung ( $q$ ) entsteht (Abbildung 5.2). Grund dafür ist die Erhaltung bzw. Zunahme der Steifigkeit im Vergleich mit den ebenen Blechen, Bezeichnung „EB“. Abweichungen entstehen erst bei einem Krümmungsradius kleiner als 0,2 m, welcher für die Berechnungsmethodik irrelevant ist ( $R > 0,5$  m) und somit nicht weiter untersucht wird.

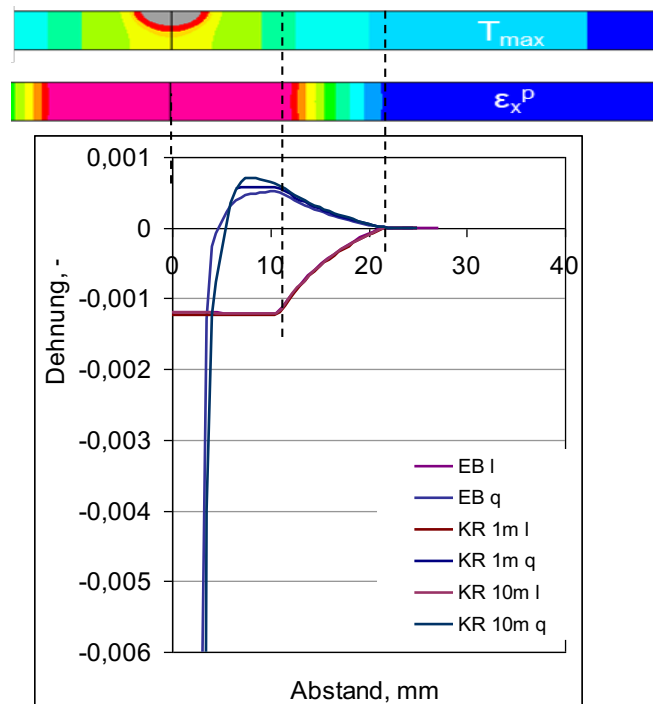


Abbildung 5.2: Verteilung der plastischen Dehnungen bei einer Naht entlang der Krümmungsachse (vgl: Abbildung 5.1-b) mit Krümmungsradius 1 m, 10 m (KR) und ebene Bleche (EB)

Mit abnehmendem Radius (von unendlich) nimmt auch die Breite der Plastizitätszone ab und parallel dazu entsteht eine Zunahme der bleibenden Dehnung in Längsrichtung sowie eine kleinere Änderung der bleibenden Dehnung in Querrichtung.

Die Ergebnisse der Simulationen an Demonstratoren mit einer Naht quer zur Krümmungsachse zeigen eine starke Beeinflussung der bleibenden plastischen Dehnung, sowohl in Nahtlängs- als auch in Nahtquerrichtung. Abbildung 5.3 stellt exemplarisch die Querverteilung der plastischen Längs- (l) und Querdehnungen (q) unter Variation des Krümmungsradius bei einem unlegierten und einem hochlegierten (x) Baustahl, zwei unterschiedlichen Blechdicken (s) sowie drei unterschiedlichen Blechbreiten (b) dar.

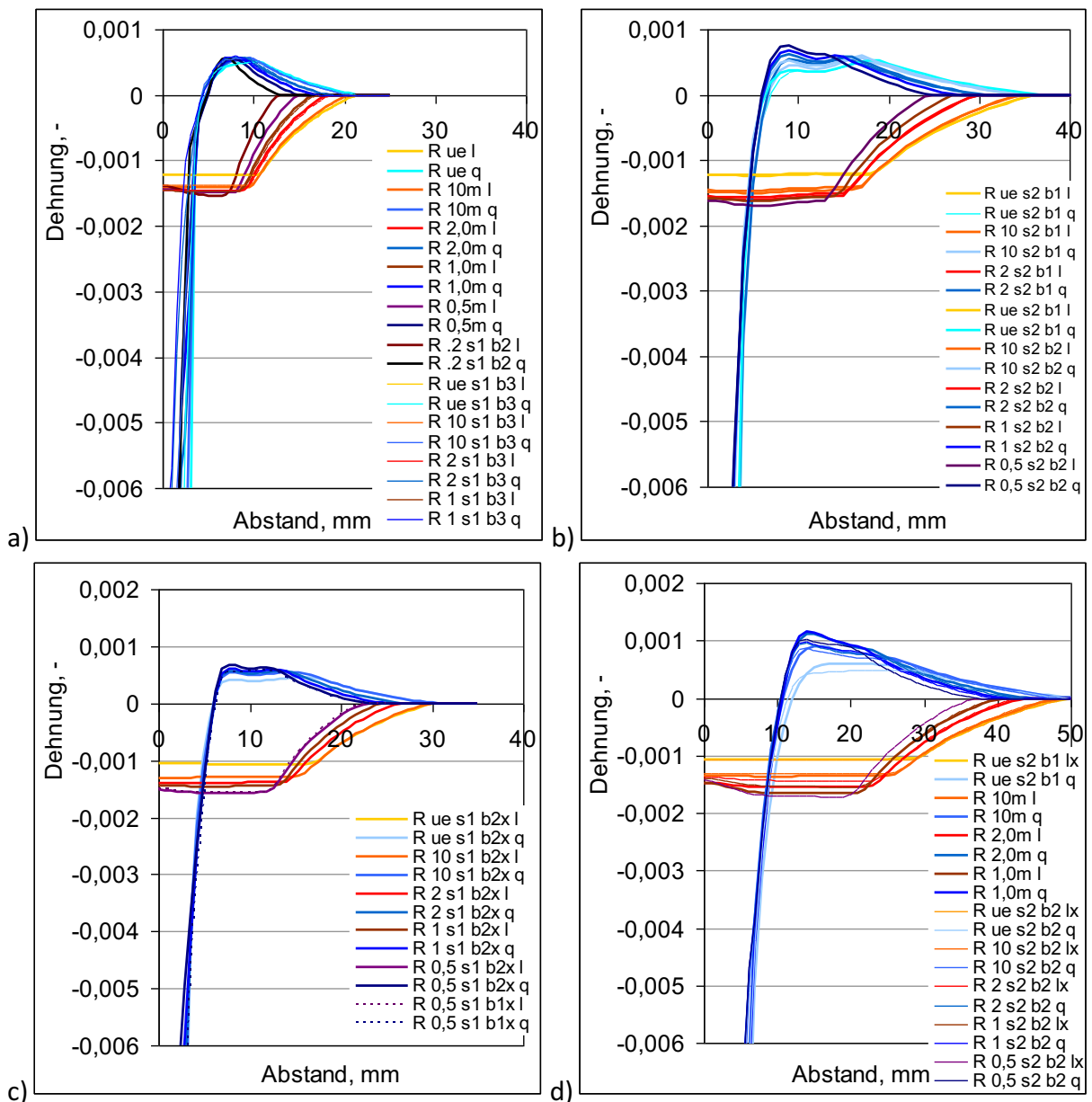


Abbildung 5.3: Verteilung der plastischen Dehnungen bei einer Naht quer zur Krümmungsachse (vgl: Abbildung 5.1-a) mit Krümmungsradius R 0,5 m, 1 m, 2 m, 10 m und ebene Bleche (R ue), Breite 250 mm (b1), 500 mm (b2) und 1 m (b3): (a) unlegierte Baustahl Dicke 5 mm, (b) unlegierte Baustahl Dicke 10 mm, (c) CrNi-Baustahl Dicke 5 mm und (d) 10 mm

Die Auswertung der Dehnungen deutet auf eine Unabhängigkeit von der Bauteildicke und dem Werkstoff hin. Um den Zusammenhang zu erfassen, werden die Integralwerte der Dehnung in drei Ebenen (Blechoberseite, Blechmitte und Blechunterseite) analysiert und deren Werte auf die Dehnungen, die beim Schweißen von Blechen ohne Krümmung entstehen, normiert (Abbildung 5.4). Die Änderung der Breite der Plastizitätszone weist auf einen signifikanten Einfluss des Krümmungsradius hin. Bei einem Radius von 10 m schrumpft die Plastizitätszone auf ungefähr 95 % und bei einem Radius von 0,5 m auf 70 %. Bei den Schrumpfvolumen in die jeweiligen Richtungen ist dieser Zusammenhang ebenso gültig. Der Grund für die große Streuung liegt dabei bei der Wechselwirkung mit weiteren, hierbei nicht mitberücksichtigten Einflussgrößen sowie bei der Auswertung - Integration nur auf drei Ebenen statt über den gesamten Querschnitt (s. Abbildung 5.4c) – und bleibt vom Werkstoff und von der Dicke unabhängig.

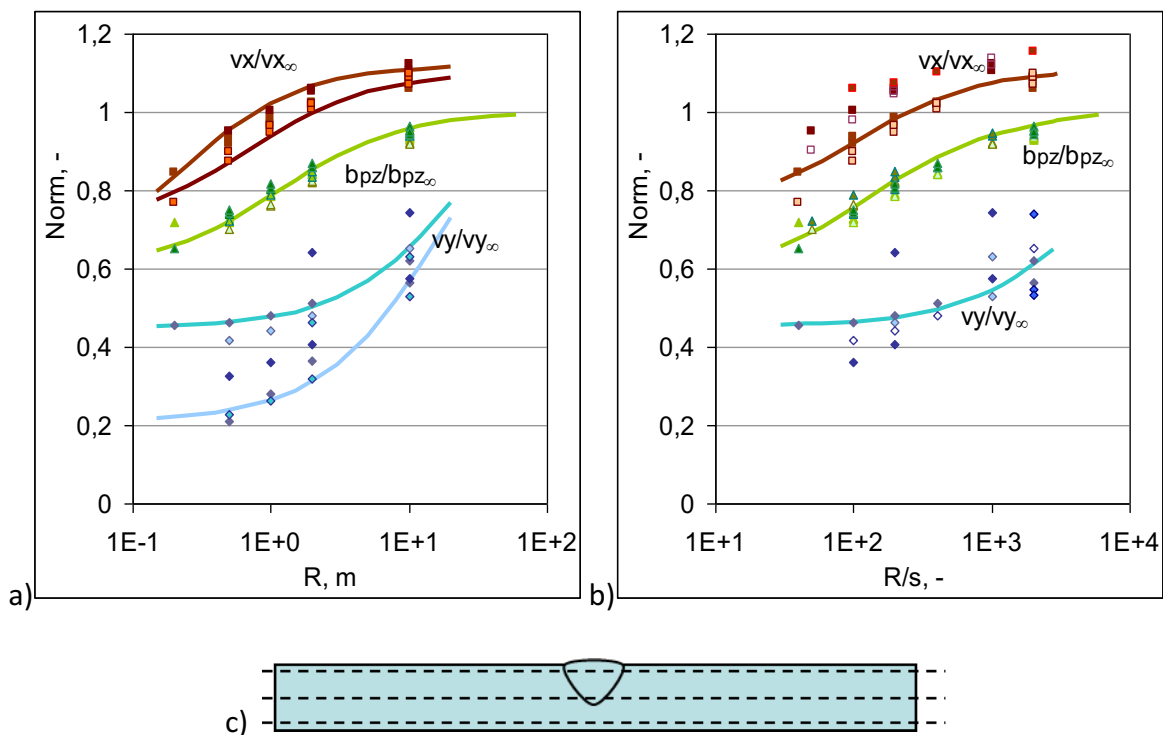


Abbildung 5.4: Einfluss der Krümmung entlang der Nahtachse auf die plastischen Dehnungen - auf die Breite der Plastizitätszone ( $bpz$ ), Schrumpfvolumen der Längs- ( $v_x$ ) und der Querschrumpfung ( $v_y$ ): (a) in Abhängigkeit der Krümmungsradius, (b) in Abhängigkeit des Quotienten Radius zur Dicke und (c) Auswertungsebenen

Die Auswertung des Einflusses der Blechbreite auf die Verteilung der plastischen Dehnungen beim Schweißen quer zur Krümmungsrichtung zeigt eine Auswirkung der Breite auf die Querdehnung ( $v_y$ ) (Abbildung 5.5). Die Dehnungen in Längsrichtung bleiben davon annähernd unbeeinflusst. Dieser Umstand erklärt die beobachtete Streuung der Daten aus Abbildung 5.4. Ein weitere Größe verantwortlich für diese Streuung wird später angesprochen, da hier unberücksichtigt ist.

Die ermittelte Auswirkung der Einspannung bzw. Steifigkeit in Querrichtung in Kombination mit dem Krümmungsradius äußert sich signifikant nur unterhalb eines Krümmungsradius von  $R < 0,5$  m. Somit können die beiden Einflüsse auf die Verbindungssteifigkeit unabhängig voneinander berücksichtigt werden bzw. der Einfluss der Steifigkeit bleibt ab einem Radius von 0,5 m unberücksichtigt.

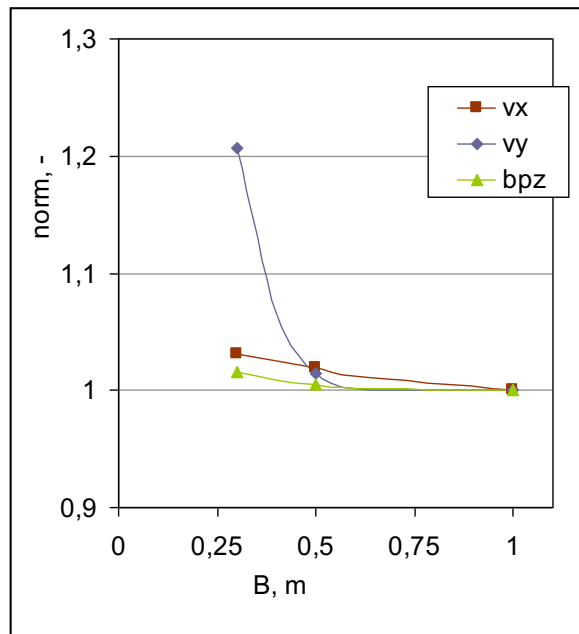


Abbildung 5.5: Normierte Volumen der plastischen Dehnung in Längs- ( $v_x$ ) und in Querrichtung ( $v_y$ ) sowie der Breite der Plastizitätszone ( $bpz$ ) in Abhängigkeit von der Blechbreite

Aus den Ergebnissen der systematischen Simulationen werden normierte Funktionen abgeleitet, die als Richtwerte zur mathematischen Erfassung des Einflusses (Basis zur nachfolgender analytischer Berechnung) dienen. Sie können aber auch als Näherungslösung zur Erfassung von Bauteilkrümmungen eingesetzt werden. Die aus den Simulationen abgeleiteten Funktionen liegen aus Gründen der Anwendbarkeit und Implementierung in das analytische Modell als Funktion des einheitslosen Quotienten (Radius/Dicke) wie folgt vor:

- Schrumpfvolumen in Längsrichtung

$$\bar{K}_{R,v_x} \left( \frac{R}{s} \right) = \frac{v_x}{v_{x,\infty}} = 1,11 - \frac{0,8}{0,02 \frac{R}{s} + 2,2}, \quad (5.1)$$

- Schrumpfvolumen in Querrichtung

$$\bar{K}_{R,v_y} \left( \frac{R}{s} \right) = \frac{v_y}{v_{y,\infty}} = 1 - \frac{0,82}{0,0006 \frac{R}{s} + 1,5}, \quad (5.2)$$



- Breite der Plastizitätszone

$$K_{R,b_{pz}} \left( \frac{R}{s} \right) = \frac{b_{pz}}{b_{pz,\infty}} = 1 - \left( 2,4 + 0,017 \frac{R}{s} - \left( 0,002 \frac{R}{s} \right)^2 + 0,001 \left( \frac{R}{s} \right)^3 \right)^{-1}. \quad (5.3)$$

Die Komponenten der Eigendehnungsvektoren ändern sich wie folgt:

$$\varepsilon_x^* \left( \frac{R}{s} \right) = \varepsilon_{x,gerade}^* \frac{K_{R,v_x}}{K_{R,b_{pz}}}$$

und (5.4)

$$\varepsilon_y^* \left( \frac{R}{s} \right) = \varepsilon_{y,gerade}^* \frac{K_{R,v_y}}{K_{R,b_{pz}}}.$$

Bei näherem Betracht zeigt sich, dass die Breite der Plastizitätszone selbst auf die Nachgiebigkeit auswirkt, was die Aufgabe äußerst erschwert. Zur analytischen Erfassung des grundlegenden Zusammenhangs zwischen Krümmung und sich ausbildender plastische Zone werden ebenso bereits vorhandene theoretische Lösungen unter Betracht gekrümmter Faser (nach Bernoulli) umgesetzt, analysiert und anhand Vergleiche mit den Ergebnissen aus den numerischen Berechnungen quantitativ widerlegt.

Eine alternative Lösung ergibt sich nach dem Superpositionsprinzip, mit Aufteilung der Strukturbereiche. Diese vereint die Erfassung sowohl des Einflusses der Blechbreite  $b$  als auch des Krümmungsradius  $R$ ., d.h. Ergänzung der  $K_k$ , Gleichung (4.0b), und ist von der Breite der Plastizitätszone abhängig. Die Gleichung zeigt eine klare Relation (siehe Abbildung 5.6):

$$\begin{aligned} K_{R,\varepsilon} (R,s) &= \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{x,\infty}} = 1 + b_{pz} s \left( \frac{1}{b s} + \frac{z_c}{I_y} z_c \right) + b_{pz} \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R s}} = \\ &= 1 + \frac{b_{pz}}{b} + b_{pz} \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R s}} \end{aligned}, \quad (5.5)$$

mit  $I_y$  und  $z_s$ , dem Trägheitsmoment und dem Flächenmittelpunkt sowie  $\nu$ , der Querkontraktionszahl. Dass die Punkte im Abbildung 5.6 nicht exakt auf der Kurve liegen, liegt bei der oben erklärten Ermittlung der Plastizitätszone durch 3-Punkten Approximation der numerischer Ergebnisse. Die dargestellte Form der Gleichung 5.5 zeigt die Einflussfunktion für nichtzentrisch und für zentrisch gelegte Nähte (rechte Seite). Ab einem Verhältnis  $b_{pz}/b < 0,03$  kann die Naht als zentrisch betrachtet werden.

Die Gleichung hat die Besonderheit, dass die Anwendung die Kenntnis über die Breite der Plastizitätszone verlangt. Da aber diese eingangs unbekannt ist, erfolgt die Umsetzung iterativ, wobei für die erste Iteration die regressionsanalytische Lösung (Gleichung 3.3) dienen kann.

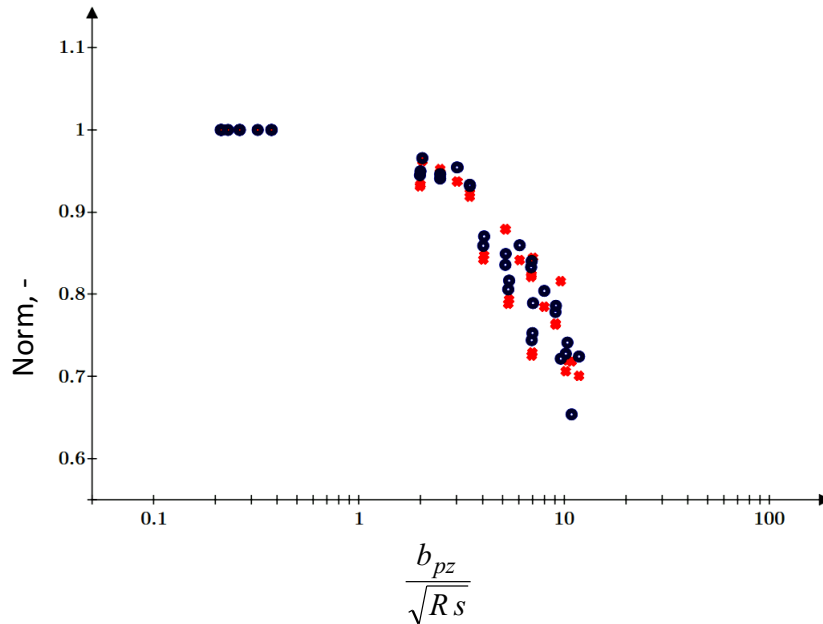


Abbildung 5.6: Zuordnung der Daten zur normierten Breite der Plastizitätszone anhand des Argumentes aus Gleichung 5.5 (Breite der Plastizitätszone geteilt durch Wurzel aus Radius mal Blechdicke)

### Berechnung von beidseitigen Nähte

Das Aufbringen der Steifen auf die Bleche und Schalen erfolgt zumeist mittels beidseitigem Kehlnahtschweißen. Somit verlangt die Anwendung des analytisch-numerisches Hybridmodells an versteiften Strukturen eine Erweiterung der Berechnung der Eigendehnungen für diesen Fall. Der Gültigkeitsbereich wird ebenso das beidseitige Schweißen von I-Stoßverbindungen umfassen. Bei der Herleitung der analytischen Erfassung werden sowohl die thermischen als auch die mechanischen Wechselwirkungen der einzelnen Lagen bzw. Nähte berücksichtigt.

Die mechanische Wechselwirkung zweier nah beieinanderliegender Schweißnähte lässt sich anhand der Entwicklung der Eigenspannung sowie der plastischen Dehnung, wie im vorangegangenen Kapitel 4 erläutert, unter Berücksichtigung des aktuellen Spannungs-Dehnungszustandes (als ini-Zustand) erfassen. Mit Hilfe der in Abbildung 4.1 dargestellten Zusammenhänge zwischen einem Temperaturzyklus und den daraus resultierenden Spannungen und Dehnungen lassen sich ebenso eine Wiedererwärmung des plastisch verformten Bereichs und deren Auswirkung, unter Berücksichtigung der Zwischen- bzw. Abkühlzeit, erfassen. Eine schematische Darstellung ist in Abbildung 5.7 gegeben (s. auch Abbildung 2.15).

In den Bereichen, in denen aufgrund des Schweißens der ersten Naht die maximalen plastischen Dehnungen erreicht werden und eine Umkehrung der akkumulierten plastischen Dehnungen stattfindet, bleiben die plastischen Dehnungen bestehen. In den Bereichen außerhalb entstehen weitere plastische Dehnungen. Sie sind proportional zu den erreichten Maximaltemperaturen aufgrund des Fügens der neuen Schweißnaht ( $\Delta T_{max,2}$ ).

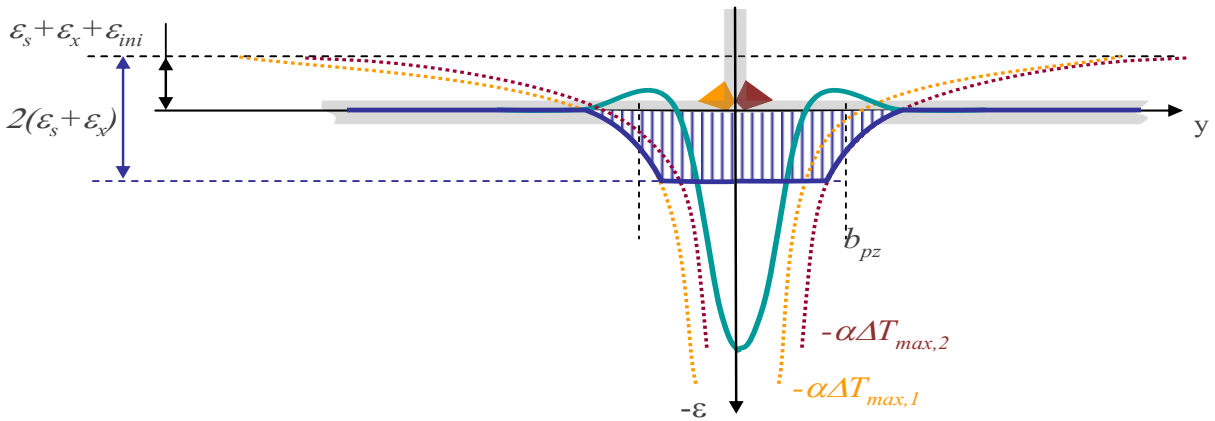


Abbildung 5.7: Verteilung der plastischen Dehnungen bei mehrmaliger Erwärmung

Die Breite der Plastizitätszone der jeweiligen Fügepartner bzw. jeder Seite  $i$  ist:

$$b_{pz,i} = \frac{1}{\varepsilon_x^* s_i} \int_{\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}}^{2(\varepsilon_s + \varepsilon_x')} \alpha \Delta T_{max,i} d\varepsilon K_s = \frac{1}{\varepsilon_x^* s_i} \int_{\varepsilon_s + \varepsilon_0}^{2(\varepsilon_s + \varepsilon_x')} \alpha \Delta T_{max,i} d\varepsilon K_s. \quad (5.7)$$

wobei  $\varepsilon_x'$  für eine mögliche Änderung der Struktursteifigkeit zwischen erster und zweiter Naht steht. Die Einflussfunktion  $K_s$  berücksichtigt die Auswirkung der Dicke, vgl. Methodik in [Mic14, Sta16]. Die thermische Wechselwirkung erfolgt durch eine Überlappung der Temperaturfelder der einzelnen Nähte und die daraus resultierende Maximaltemperaturverteilung. Für die Ableitung einer analytischen Lösung wird von der Quellenmethode unter Anwendung des Superpositionsprinzips ausgegangen. Aus dieser folgt, dass sich die Temperaturänderung in einem beliebigen Punkt aus der Summe der Temperaturänderungen, verursacht durch die einzelnen Wärmequellen ergibt.

$$\Delta T(r, t) = \Delta T_1(r_1, t_1) + \Delta T_2(r_2, t_2)$$

wobei  $r_1$  und  $r_2$  die Radiusvektoren zu den jeweiligen Wärmequellen im globalen Koordinatensystem und  $t_1$  und  $t_2$  – die Zeitachsen mit dem Ausgangspunkt entsprechend der Quelleneinschaltung sind.

Unter Annahme einer dünnwandigen Schalenstruktur, bei der die Plastizitätszone das Blech durchdringt, kann die Maximaltemperatur bspw. aus der Lösung für eine schnell wandernde Wärmequelle [Mic14, Mic16] abgeleitet werden. In diesem Fall ist die Temperaturverteilung beim Schweißen der ersten Naht zum Zeitpunkt  $t$ :

$$\Delta T(y, t) = \frac{q_{s,1}}{s \sqrt{4\pi\lambda\rho c}} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{y^2}{4at} - \chi at}$$

mit

$$\chi = \frac{2 \alpha_c}{as\rho c}$$

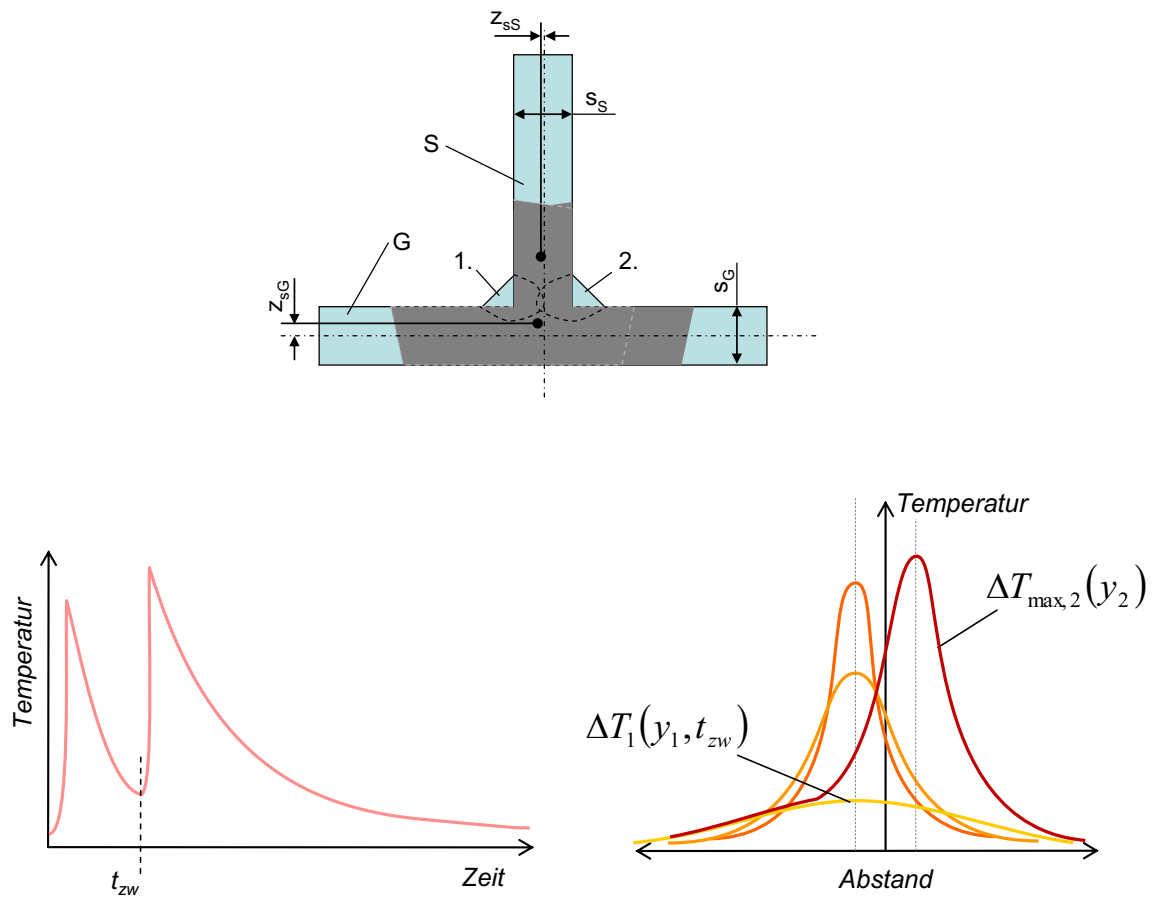


Abbildung 5.8: Temperatur-Zeit-Verlauf und Verteilung der Maximaltemperatur bei mehrmaliger Erwärmung

Das Temperaturfeld der nachfolgenden Naht, mit dem Querversatz  $y_0$  und der Abkühlzeit bis zum Erreichen der Zwischenagentemperatur  $t_{zw}$ , ergibt sich wie folgt:

$$\Delta T_2(y, y_0, t, t_{zw}) = \frac{1}{s \sqrt{4\pi\lambda\rho c}} \left( \frac{q_{s,1}}{\sqrt{t+t_{zw}}} e^{-\frac{(y+y_0)^2}{4a(t+t_{zw})} - \chi a(t+t_{zw})} + \frac{q_{s,2}}{\sqrt{t}} e^{-\frac{y^2}{4at} - \chi at} \right) \quad (5.10)$$

wobei  $a$ ,  $\alpha_c$  und  $\chi$  die Temperaturleitzahl, der Wärmeübergangskoeffizient und der Wärmeaustauschparameter sind. Beim Schweißen von T-Stoßverbindungen oder Überlappstößen wird die Streckenenergie  $q_s$  anhand der Wandstärken des Blechs  $s_G$  und der Steife  $s_S$  aufgeteilt:

$$q_{s,i,j} = \frac{2 s_i}{2s_G + s_S} q_{s,j}$$

Die Maximaltemperaturverteilung für die erste Naht ergibt sich somit wie folgt:

$$\Delta T_{\max}(y) = \frac{q_{s,1}}{s\rho c} \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{\pi\sqrt{4\chi y^2+1}-1}} e^{-\frac{1}{2}\sqrt{4\chi y^2+1}} \quad (5.8)$$

Die der zweiten wird wie folgt bestimmt:

$$\Delta T_{\max,2}(y, t_{zw}) = \frac{\sqrt{\chi}}{s\rho c\sqrt{\pi}} \times \quad (5.9)$$

$$\times \left( \frac{q_{s,1} e^{-\frac{\sqrt{4\chi(y+y_0)^2+1}}{2} - \chi at_{zw}} \frac{4\chi at_{zw} - 2}{\sqrt{4\chi(y+y_0)^2+1-1+4\chi at_{zw}}}}{\sqrt{\sqrt{4\chi(y+y_0)^2+1}-1+4\chi at_{zw}}} + \frac{q_{s,2} e^{-\frac{1}{2}\sqrt{4\chi y^2+1}}}{\sqrt{\sqrt{4\chi y^2+1}-1}} \right)$$

Die Einflussfunktion die es ermöglicht, eine wiederholte Erwärmung zu berücksichtigen, ergibt sich aus dem Verhältnis des Schrumpfvolumens bei doppelter Temperaturbelastung zum Schrumpfvolumen bei einmaliger Temperaturbelastung:

$$K_m = s \frac{(y_2 - y_1)(\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}) - (\varepsilon_s + 2\varepsilon_x' - \varepsilon_x - \varepsilon_{ini})y_1 + \alpha \int_{y_1}^{y_2} \Delta T_{\max,2} dy K_s}{2(\varepsilon_s + \varepsilon_x') \int_{\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}} \alpha \Delta T_{\max} d\varepsilon K_s} \quad (5.11)$$

Die Koordinaten  $y_1$  und  $y_2$  entsprechen den Schnittpunkten der Kurven (5.9) sowie den Grenzwerten der Dehnung (Abbildung 5.7):

$$\Delta T_{\max,2}(y_1, t_{zw}) = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}}{\alpha}$$

und

$$\Delta T_{\max,2}(y_2, t_{zw}) = \frac{2(\varepsilon_s + \varepsilon_x')}{\alpha}$$

Da sich Gleichung 3.9 nicht nach  $y$  auflösen lässt, sind die Koordinaten  $y_1$  und  $y_2$  durch Interpolation zu ermitteln.

Es ergibt sich somit für die Breite der Plastizitätszone Gleichung (5.7) in Abhängigkeit des Fügepartners und der Lage der Schweißnaht:

$$b_{pz,i} = \frac{1}{\varepsilon_x^* s_i} \int_{\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}}^{2(\varepsilon_s + \varepsilon_x')} \alpha \Delta T_{\max,i} d\varepsilon K_s K_{m,i}$$

Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Auswirkung der Steifigkeit bzw. der Krümmung der Schalenstruktur über die Dehnung  $\varepsilon_x$  erfolgt. Somit ergibt sich:

$$b_{pz,i,2} = \frac{\alpha q_{s,i,2}}{c \rho s_i} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \frac{1}{\varepsilon_x^*} K_{\alpha s,i} K_{R,b_{pz}} K_{m,i}$$

mit:

$$\varepsilon_x^* = \varepsilon_s + 2\varepsilon_x' - \varepsilon_x - \varepsilon_{ini} \approx \varepsilon_s + \varepsilon_x - \varepsilon_{ini} \text{ und}$$

$$\varepsilon_y^* = \frac{v_{y,i}}{s b_{pz,i}} K_{R,v_y} K_{m,i}.$$

Die Breite der plastischen Zone (Gleichung 3.6) wird nun folgendermaßen bestimmt:

$$b_{pz,0,i} = \frac{\alpha q_{s,i,2}}{c \rho s_i} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \left( \frac{1}{\varepsilon_s + \varepsilon_x + \varepsilon_{ini}} \right) K_{\alpha s} K_{m,i}.$$

Die Ermittlung des Schwerpunkts der plastischen Dehnungen erfolgt durch Addition:

$$z_{c,0,i} = \frac{b_{pz,i,1} z_{c,0,i,1} + b_{pz,i,2} z_{c,i,2}}{b_{pz,i,1} + b_{pz,i,2}}.$$

mit  $z_c$  nach [Mic14, Mic16].

Auf die gleiche Weise können auch parallel geschweißten Nähte (beispielhaft Abbildung 5.9), mehrlagen Nähte usw., sogar wenn sie nicht parallel oder geradlinig verlaufen, analytisch berechnet werden.

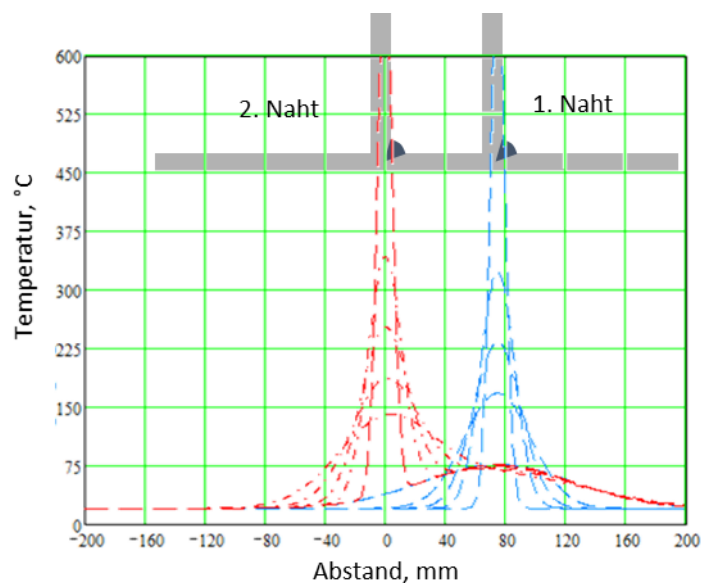
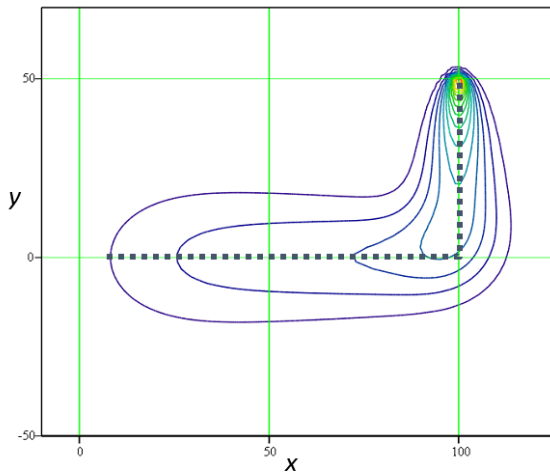


Abbildung 5.9: Beispielhafte Lösung für parallele Nähte nach Gleichung (5.10)

## Weitere analytischen Lösungen

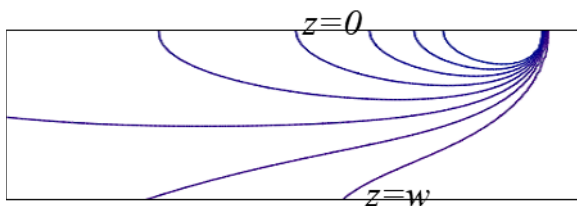


nach Gleichung (5.12)

$$\Delta T(x, y, t) = \frac{2 q_0}{s \cdot \rho c \cdot \pi} \cdot \int_{t_s}^t \frac{1}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)} \cdot e^{-\frac{((x-x_0) + v \cdot (t_s - \tau))^2 + y^2}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)} - b \cdot (t - \tau)} d\tau \quad (5.12)$$

$$\Delta T(x, y, t) = \frac{q_0}{s \cdot \rho c \cdot \pi} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \int_{t_{i-1}}^t f(t, r_{i-1}) d\tau - \int_{t_i}^t f(t, r_{i-1}) d\tau \right)$$

Ein weiterer Aspekt bei der T-Stoßverbindungen von Stege ist die relativ begrenzte Breite, die sich sowohl auf die Temperaturverteilung als auch auf die Steifigkeit auswirkt. Mithilfe der oben erläuterte Vorgehensweise lassen sie diese auch zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe implementieren.



$$\Delta T(x, y) = \frac{q}{\pi \cdot \lambda \cdot s} \cdot e^{-\frac{v \cdot x}{2 \cdot a}} \cdot \sum_{i=-m}^m \left( KO \left( \sqrt{x^2 + (y - 2 \cdot w \cdot i)^2} \cdot \sqrt{\frac{v^2}{4 \cdot a^2}} \right) \right)$$

$$\Delta T = \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot e^{-\frac{v \cdot x}{2 \cdot a}} \cdot \sum_{i=-\infty}^0 \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\exp \left( -\frac{v \cdot \sqrt{x^2 + (y - 2 \cdot w \cdot i)^2 + (z - 2 \cdot j \cdot s)^2}}{2 \cdot a} \right)}{\sqrt{x^2 + (y - 2 \cdot w \cdot i)^2 + (z - 2 \cdot j \cdot s)^2}} \right)$$

## Implementierung in das bestehende analytische Modell

Die Implementierung der abgeleiteten Einflussfunktionen in das analytische Modell erfolgt durch eine Ergänzung der bereits in [Mic17, Sta16] dargestellten Berechnungsmethodik zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe. Die Erweiterungen fließen in die dort gegebenen Gleichungen in der folgenden Form:

Breite der Plastizitätszone:

$$b_{pz} = y_0 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \ln(2) \frac{\alpha}{\rho c} \frac{q_s}{s} \frac{1}{\varepsilon_s} K_{\alpha s} K_k K_{\sigma_x} K_m K_{R,bpz},$$

Längskomponente der Eigendehnung:

$$\varepsilon_x^* = (\varepsilon_s K_k - \varepsilon_{ini}) \frac{K_{R,v_x}}{K_{R,bpz}},$$

Querkomponente der Eigendehnung:

$$\varepsilon_y^* = \frac{\alpha}{c \rho v} \frac{q}{b_{pz} s} \left[ \frac{\ln(2)}{e} + \left( 1 - \frac{\ln(2)}{e} \right) K_s \left( \left( \frac{2}{3\pi} \right)^2 + \left( 1 - \left( \frac{2}{3\pi} \right)^2 \right) K_{av} K_v \right) \right] (1 + K_\mu K_s) \times \\ \times [1 + K_c (1 - K_s)] K_{ab} K_{\sigma_y} K_m K_{R,vy}$$

und die Schwerpunkte der jeweiligen Vektorkomponenten:

$$z_x = \frac{\sum b_{pz,j} z_{x,j}}{\sum b_{pz,j}},$$

$$z_y = \frac{\sum b_{pz,j} z_{y,j}}{\sum b_{pz,j}}.$$



## 6 Analytisch-numerisches Modell für das thermische Richten geschweißter Konstruktionen

Das thermische Richten ist ein sehr relevante Verfahren bei der fügetechnischen Fertigung von großen Konstruktionen. Bei diesem Verfahren wird versucht, mit jeder Richtoperation sukzessive zusätzliche Spannungen zu erzeugen, die die Schweißeigenstressungen ausgleichen (bspw. Abbildung 6). Dies macht gerade die stark gekoppelte Simulationsvorgehensweise äußerst bedeutsam.

Zunächst werden die allgemeinen Bedingungen und Einsatzgrenzen der Simulationsaufgabe definiert. Durch ein neuentwickeltes theoretisches Modell werden die grundlegenden Zusammenhänge und Wechselwirkungen bei der Entstehung der plastischen Dehnungen infolge eines Wärmepunktes in Details erläutert. Darauf basierend wird die Ableitung einer analytischen Lösung vorgestellt. Mithilfe der analytischen Lösung werden die Wechselwirkungen (Erwärmung und Vorspannung) dargestellt, und dadurch die Erkenntnisse über die Zusammenhänge vertieft. Es zeigt sich, dass die Vorspannung mehr Einfluss als die Erwärmung haben kann. Parallel werden analytische Modelle der thermomechanischen Teilaufgabe bei punktueller und strichförmiger Erwärmung vorgestellt und in das analytisch-numerische Hybridmodell implementiert, bzw. mit der strukturmechanischen Teilaufgabe gekoppelt. Anhand eines Beispiels, in dem die Simulation des Richtens der Simulation des Schweißens folgt und Schritt für Schritt durchgeführt wird, wird die Anwendung des Modells demonstriert. Die Demonstration stellt sehr deutlich den komplizierten und unbeständigen Verlauf des Richtvorganges dar. Anschließend zeigen Vergleichsrechnungen, dass das Ignorieren der Rückkopplung bei der Simulation absolut unzulässig ist.

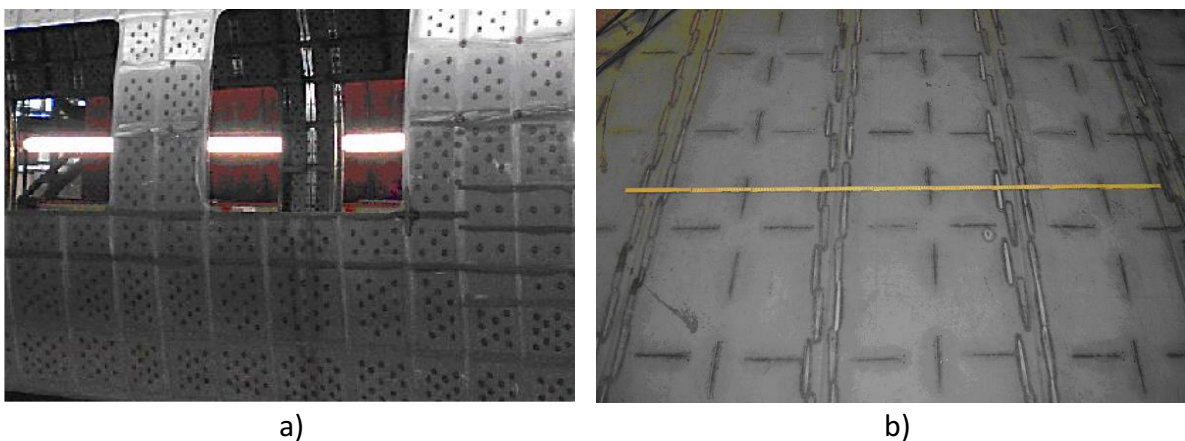


Abbildung 6: Große Schweißkonstruktionen: (a) Wagonwand gerichtet mittels Wärmefleck und (b) Decksektion gerichtet mittels Wärmestrich

### Modell der punktuellen Erwärmung - Grundlagen

Der lokale thermomechanische Einfluss des Schweißprozesses erzeugt plastische Dehnungen in der Struktur, die zu unregelmäßigen Eigenstressungen und bleibenden Schrumpfungen,

Winkel- und Biegeverzug führen. Die resultierenden geometrischen Abweichungen (aus der Blechebenen) sowie die Stabilitätsverluste durch ungünstige Eigenspannungsverteilung sind der Grund für notwendige Nachbehandlungen mittels Wärmepunkt-Richten. Das Ergebnis des Verfahrens ist abhängig von der Wechselwirkung zwischen dem thermomechanischen Einfluss der lokalen Erwärmung, der Struktursteifigkeit und der vorhandenen Eigenspannungen. In der Praxis wird eine Flamme oder Induktor mit hoher Wärmestromdichte genutzt, um einen lokalen Punkt der Struktur rasant aufzuheizen. Im Falle von dünnwandigen Strukturen erfolgt die Erwärmung des Bleches über die gesamte Dicke, was als durchwärmen bezeichnet wird. Wenn die Erwärmung anhand des Materials eingestellt wird, darf die Spitztemperatur die empfohlene Richttemperatur nicht überschreiten, das bedeutet weder die metallurgischen Eigenschaften verändern, noch die Oberfläche beschädigen. Die Wärmeflecken müssen einen möglichst geringen Durchmesser aufweisen und dabei in einem ausreichend großen Abstand angeordnet sein, um jegliche thermische Wechselwirkung auszuschließen. Häufig kommt auch eine erzwungene Kühlung zum Einsatz, die zu kürzeren Richtzeiten führt. Bei dem Richten von geschlossenen Rahmenkomponenten werden die Bleche mittels einer membranen Schrumpfung gespannt. Hilfsvorrichtungen wie Spannplatten, die das Blech in der gewünschten Ebene halten, können zudem zur Erhöhung der Richtwirkung verwendet werden.

Somit können die folgenden Annahmen getroffen werden:

- die Verzüge werden durch vorherige Schweißoperation verursacht,
- der Wärmefleck ist im Vergleich zu den Strukturabmessungen sehr klein, d.h. Punkt,
- die Erwärmung erfolgt durch eine hochkonzentrierte momentan wirkende Wärmequelle auf einer Scheibe,
- die Prozessparameter, d.h. die Wärmestromdichte und die Erwärmungszeit sind konstant und allein an den Werkstoff und die Blechdicke angepasst,
- die Veränderung der gesamten Strukturtemperatur zwischen den Richtoperationen ist unbedeutend,
- der Spannungszustand im Wärmefleck ist homogen, d.h. im Fleck existieren keine Spannungsgradienten.

Zur Erläuterung des vereinfachten analytischen Modells ist in einem ersten Schritt die Entwicklung der plastischen Verformung näher zu betrachten. Hierzu wurde eine vereinfachte Problemstellung formuliert die einer dünnen kreisförmigen Platte mit zwei Bereichen – Kern und Scheibe – entspricht. Das Modell beschreibt die Verformung im Kern, die durch eine gleichmäßige Änderung der Kerntemperatur mit der Zeit  $T = f(t)$  und durch die Nachgiebigkeit der Scheibe (Abbildung 6.1) verursacht wird, d.h. die Scheibe wird immer bei der Ausgangstemperatur  $T = 0$  gehalten. Die beiden Bereiche sind allein an der Grenze nur in Bezug auf die Dehnungen beschränkt. Da sich die Temperatur und die Spannung, hinsichtlich der Geometrie und der Temperaturbedingungen, über die Dicke nicht verändern ist es eine ebene axialsymmetrische Problemstellung in der Ebene  $r\varphi$ .

Die Dehnung im Zentrum ist bestimmt durch:

$$\varepsilon_g = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^{th}, \quad (6.1)$$

oder:

$$-\varepsilon^{th} + \varepsilon_g = \varepsilon^e + \varepsilon^p,$$

hierbei stellt  $\varepsilon^e$  die elastische Dehnung,  $\varepsilon^p$  die plastische Dehnung,  $\varepsilon^{th}$  die thermische Dehnung und  $\varepsilon_g$  die globale Dehnung dar, welche als relative Verschiebung der Grenze  $g$  gemessen werden. Im Anschluss an die Problemformulierung, wird die thermische Ausdehnung und Schrumpfung im Kern durch die Scheibe begrenzt, beschrieben durch  $\varepsilon_g$ . Somit ist die Dehnung an der Grenze nur ein Ergebnis der elastischen Belastung.

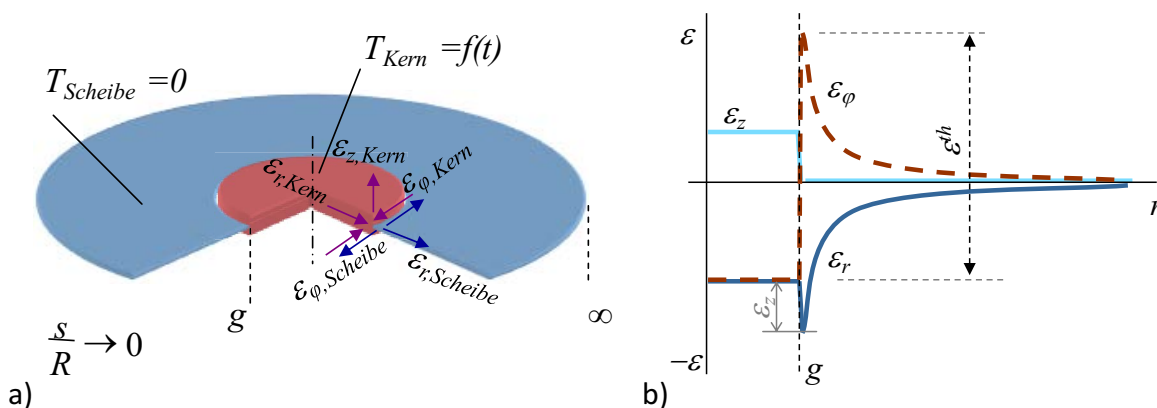


Abbildung 6.1: Scheibenmodell zur Beschreibung der Entwicklung der plastischen Verformung (a) und Verteilung der Dehnungen (b)

Die elastische Lösung des axialsymmetrischen Problems in der Ebene ist durch [Wat54, Tim70] gegeben:

$$\sigma_r = \frac{a}{r^2} + b(1 + 2 \log r) + c, \quad (6.2)$$

$$\sigma_\phi = -\frac{a}{r^2} + b(3 + 2 \log r) + c,$$

und  $\tau_{r\phi} = 0$

hierbei sind  $\sigma_r$  und  $\sigma_\phi$  die radiale und tangentiale Spannung und  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind Konstanten.

Unter Berücksichtigung der Modellasymptote für die Homogenität wird angenommen, dass sich der Kern im Zustand der gleichmäßigen Druckspannung oder der gleichmäßigen Druckspannung befindet [Tim70, Cep71, Gra85], d.h. wenn keine Gradienten im Kern vorliegen ist  $a = b = 0$ . In Folge der gleichen Spannungen in beiden, tangentialer und radialer Richtung können die Gleichung (6.2) unter Berücksichtigung von  $\sigma_r = \sigma_\phi = c$  vereinfacht werden [Tim70]. Die Konstante  $c$  kann dann mittels einheitlichen Außendrucks  $p$  als Randbedingung

auf  $g$  ausgedrückt werden. Insbesondere unter Berücksichtigung der thermischen Dehnung bei der Erwärmung und Abkühlung ergeben aus der Gleichung(6.2):

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \begin{cases} -p, & \frac{dT}{dt} > 0 \\ p, & \frac{dT}{dt} < 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Kern wird mit Hilfe des Hookschen Gesetzes für zweidimensionale ebene Spannungszustände durch Zylinderkoordinaten (Ebenen rotationsymmetrischen Spannungszustand,  $\sigma_z = 0$ ) bestimmt:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{r,Kern}^e \\ \varepsilon_{\varphi,Kern}^e \\ \varepsilon_{z,Kern}^e \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

wobei  $E$  den Elastizitätsmodul bezeichnet,  $\nu$ - die poissonsche Zahl, (Querkontraktionszahl) und die tiefgestellten Indizes  $r, \varphi, z$  bezeichnen die Komponenten der Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\varepsilon$  in den angegebenen Zylinderkoordinaten. Durch das Einsetzen von Gleichung (6.3) ins Hookschen Gesetz (obige Gleichung) und umschreiben nach  $p$  ergibt sich für den Druck an der Grenzfläche  $g$ :

$$p = -\varepsilon_{r,Kern}^e \frac{E}{1-\nu} \quad (6.4)$$

$$p = -\varepsilon_{\varphi,Kern}^e \frac{E}{1-\nu}.$$

Die Scheibe ist als dünne kreisförmige, unendlich große Platte mit einer Öffnung des Radius  $g$  definiert. Da die Belastung nur aus der Unterdrückung der Verschiebung in der Ebene an der Grenze  $g$  resultiert, d.h. Innendruck, ergibt sich die Lösung der Gleichung (6.2) für die Grenze nach [Tim70]:

$$\sigma_r = \begin{cases} -p, & \frac{dT}{dt} > 0 \\ p, & \frac{dT}{dt} < 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

$$\sigma_\varphi = \begin{cases} p, & \frac{dT}{dt} > 0 \\ -p, & \frac{dT}{dt} < 0 \end{cases}$$

und die gewöhnliche Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist dann:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{r,Scheibe}^e \\ \varepsilon_{\varphi,Scheibe}^e \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_{\varphi} \end{pmatrix}$$

Nach dem Einsetzen von Gleichung (6.5) in die obige Gleichung, werden die Dehnungskomponenten bei der Erwärmung und Abkühlung an der Scheibengrenze:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{r,Scheibe}^e \\ \varepsilon_{\varphi,Scheibe}^e \end{pmatrix} = \frac{1 + \nu}{E} \begin{cases} \begin{pmatrix} -p \\ p \end{pmatrix}, & \frac{dT}{dt} > 0 \\ \begin{pmatrix} p \\ -p \end{pmatrix}, & \frac{dT}{dt} < 0 \end{cases}$$

Unter Annahme ausgeglichener Randbedingungen an der Grenze  $g$ , können die globalen Dehnungskomponenten durch Kombination der Gleichung (6.4) mit der letzten erhalten werden:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_{\varphi} \end{pmatrix} \Big|_g = \begin{pmatrix} \varepsilon_{r,Scheibe}^e \\ \varepsilon_{\varphi,Scheibe}^e \end{pmatrix} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \begin{pmatrix} \varepsilon_{r,Kern}^e \\ -\varepsilon_{\varphi,Kern}^e \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

Zu beachten ist, dass nach Gleichung (6.3) die radialen und tangentialen Dehnungen im Kern gleich sind (Abbildung 6.1-b). Im weiteren Verlauf wird für diesen Fall nur die radiale Komponente in Betracht gezogen. Die Beschreibung der Dehnung an der Grenze erfolgt nun durch die radiale Komponente  $\varepsilon_g = -\varepsilon_r$ , zusätzlich bezeichnet  $\varepsilon_r^e = \varepsilon_{r,Kern}^e$  die radiale Dehnung im Kern. Dadurch kann die Beziehung zwischen der Dehnung an der Grenze und der elastischen Dehnung im Kern (Gleichung 2.6) vereinfacht beschrieben werden:

$$\varepsilon_{z,Kern}^e = -\frac{2\nu}{1 - \nu} \varepsilon_{r,Kern}^e$$

Die Beschreibung der Dehnung an der Grenze erfolgt nun durch  $\varepsilon_g = -\varepsilon_{r,g}$ , zusätzlich bezeichnet  $\varepsilon_r^e = \varepsilon_{r,Kern}^e$  die radiale Dehnung im Kern. Dadurch kann die Beziehung zwischen der Dehnung an der Grenze und der elastischen Dehnung im Kern (Gleichung (6.6)) vereinfacht beschrieben werden:

$$\varepsilon_g = -\frac{1 + \nu}{1 - \nu} \varepsilon_r^e. \quad (6.7)$$

Wesentlich für die elastisch plastische Lösung ist eine hinreichende Formulierung des Materialverhaltens. Zu diesem Zweck wird das Material als ideal elastisch-plastisch angenommen, d.h. ohne Verfestigung und Temperaturabhängigkeit mit stufenweiser Abnahme der Fließspannung  $\sigma_S$  über bestimmte Temperatur, in Analogie zu den Modellen von

Gatovskii-Karkhin [Gat80] und Vinokurov [Vin68]. Somit ist die elastische Dehnung durch die Dehnung an der Fließgrenze  $\varepsilon_S$  (unter Anwendung des von Mises Kriterien) beschränkt:

$$\varepsilon_S = \pm \frac{\sigma_S}{E} \quad (6.8)$$

Beispielhaft kann hierfür ein Baustahl benannt werden dessen Fließspannung bei ca. 550°C der bei Raumtemperatur ähnelt und bei weiterer Temperaturzunahme nahezu auf null abfällt. Für die erste Annäherung wird  $\varepsilon_S = \text{Const}$  vereinfacht angenommen.

## Entwicklung der plastischen Dehnungen

Die oben benannten Beziehungen werden nun zur Untersuchung der Dehnungsentwicklung angewendet, exemplarisch im Hinblick z.B. auf die radiale Dehnungskomponente.

## Kontinuierliche Erwärmung bis zur Maximaltemperatur

Das angewendete Modell zeigt, dass eine steigende Temperatur von null (Initialtemperatur) bis zum Punkt  $T_A$  (Abbildung 6.2-d), thermische Dehnungen im Kern entlang der Linie  $-\alpha\Delta T = -\alpha T$  verursacht (Abbildung 6.2-b). Gleichzeitig bewirkt die Steigerung der Temperatur bzw. thermische Dehnung eine Zunahme des Druckes auf die Scheibe (wird bei der Ausgangstemperatur gehalten), d.h. die Dehnung an der Grenze  $\varepsilon_g$  nimmt zu, nach der Gleichung (6.7), entlang der Abszisse. Die daraus folgende radiale Dehnung ergibt sich somit aus der Addition der thermischen und globalen Dehnungen. Diese Dehnung verursacht eine radiale Druckspannung im Kern, welche der Hookschen Geraden (bis Punkt A) folgt (Abbildung 6.2-a).

Bei der Erwärmung bis zum Punkt A (Temperatur  $T_A$ ) erreicht die Spannung die Streckgrenze dadurch erfolgt noch keine plastische Dehnung:

$$\sigma \leq |-\sigma_S| \Rightarrow \varepsilon_{r,A}^p = 0.$$

Für die elastische radiale Dehnung im Kern ergibt sich nach der Substitution von (6.8) in (6.2):

$$\varepsilon_r^e \leq \varepsilon_{r,A}^e = -(1 - \nu)\varepsilon_S$$

und durch das Einsetzen in Gleichung (6.7) folgt:

$$\varepsilon_g \leq \varepsilon_{g,A} = (1 + \nu)\varepsilon_S.$$

Die Substitution der erhaltenen Dehnungen in Gleichung (6.1) und beschrieben in Bezug auf die radiale Komponente ergibt:

$$-\varepsilon_A^{th} = \varepsilon_{r,A}^e + \varepsilon_{r,A}^p - \varepsilon_{g,A} = -2\varepsilon_S.$$

Eine weitere Temperatursteigerung bis auf das Maximum  $T_B$  am Punkt B (Abbildung 6.2) bewirkt keine Spannungsänderung. Dadurch bleiben die elastische Dehnung im Kern, sowie die Dehnung an der Grenze, gleich der vorherigen Werte, konstant (gleich Punkt A):

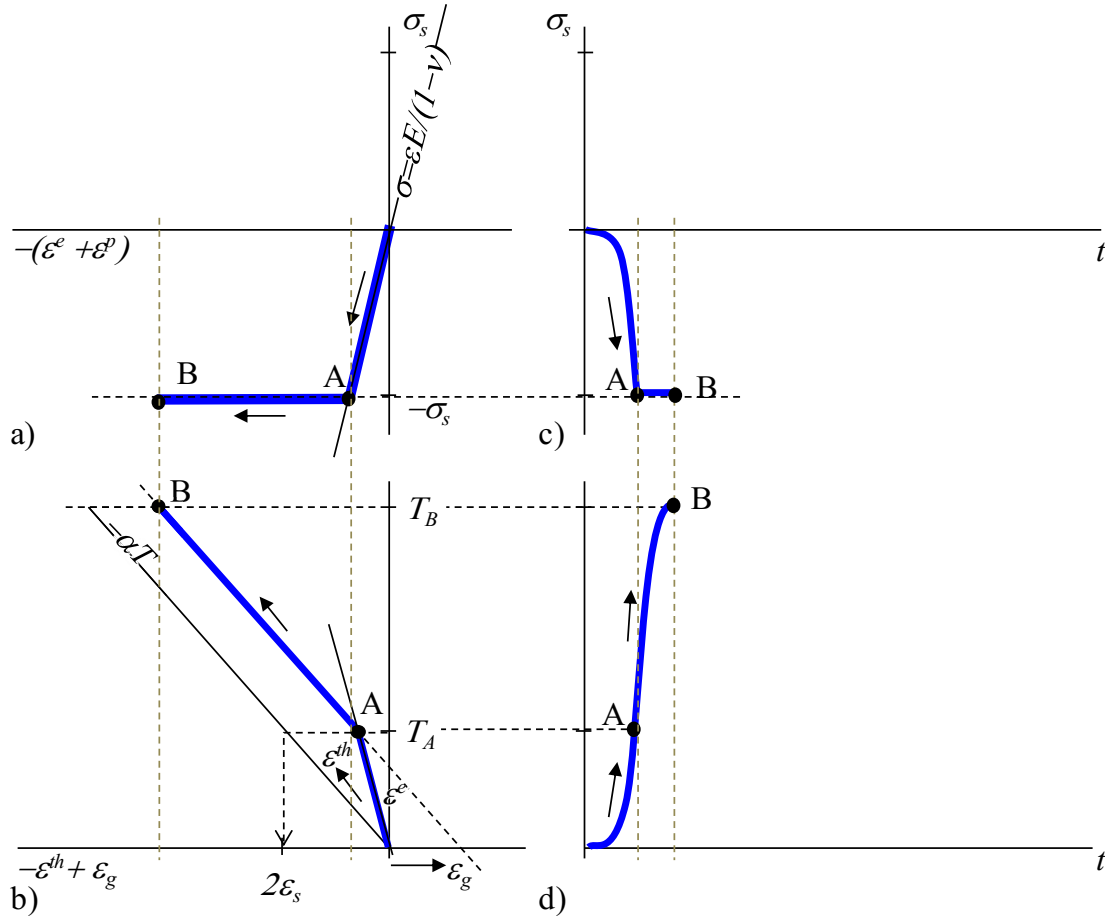


Abbildung 6.2: Spannungs-Dehnungs-Kurve (a), Temperatur-Dehnungs-Kurve (Dilatationskurve) (b), Spannungs-Zeit-Kurve (c) und Temperatur-Zeit (d)

$$\epsilon_{r,B}^e = -(1 - \nu)\epsilon_S$$

und

$$\epsilon_{g,B} = (1 + \nu)\epsilon_S.$$

Daher geht die zunehmende thermische Dehnung in plastische Dehnung über entlang des Verlaufes von Linie A-B (Abbildung 6.2-a) und nach Gleichung (6.1):

$$-\epsilon_B^{th} = -2\epsilon_S + \epsilon_{r,B}^p,$$

$$\epsilon_{r,B}^p = -\epsilon_B^{th} + 2\epsilon_S,$$

daher hängt die resultierende plastische Dehnung von der erreichten Spitzentemperatur ab.

## Kontinuierliche Abkühlung von der Maximaltemperatur

Mit abnehmender Temperatur vom Punkt B (Abbildung 6.3-d), verringert sich auch die thermische Belastung. Dies bewirkt eine elastische Entspannung des Kerns, wodurch eine elastische Belastung in entgegengesetzte Richtung entlang einer geraden Linie mit der Steigung  $E/(1-\nu)$  entsteht. So variiert die Spannung von Druck am Punkt B über Null in den Zugspannungsbereich bis zur Streckgrenze am Punkt C (Abbildung 6.3-a bzw. -c, Linie B-C). Bei dieser Umkehrung bleibt die plastische Dehnung unverändert ( $\varepsilon_{r,C}^p = \varepsilon_{r,B}^p$ ). Am Punkt C ergibt sich:

$$\varepsilon_{r,C}^e = (1 - \nu)\varepsilon_S$$

und

$$\varepsilon_{r,C}^p = -\varepsilon_B^{th} + 2\varepsilon_S$$

und nach Gleichung 2.1:

$$\varepsilon_{g,C} = -(1 + \nu)\varepsilon_S .$$

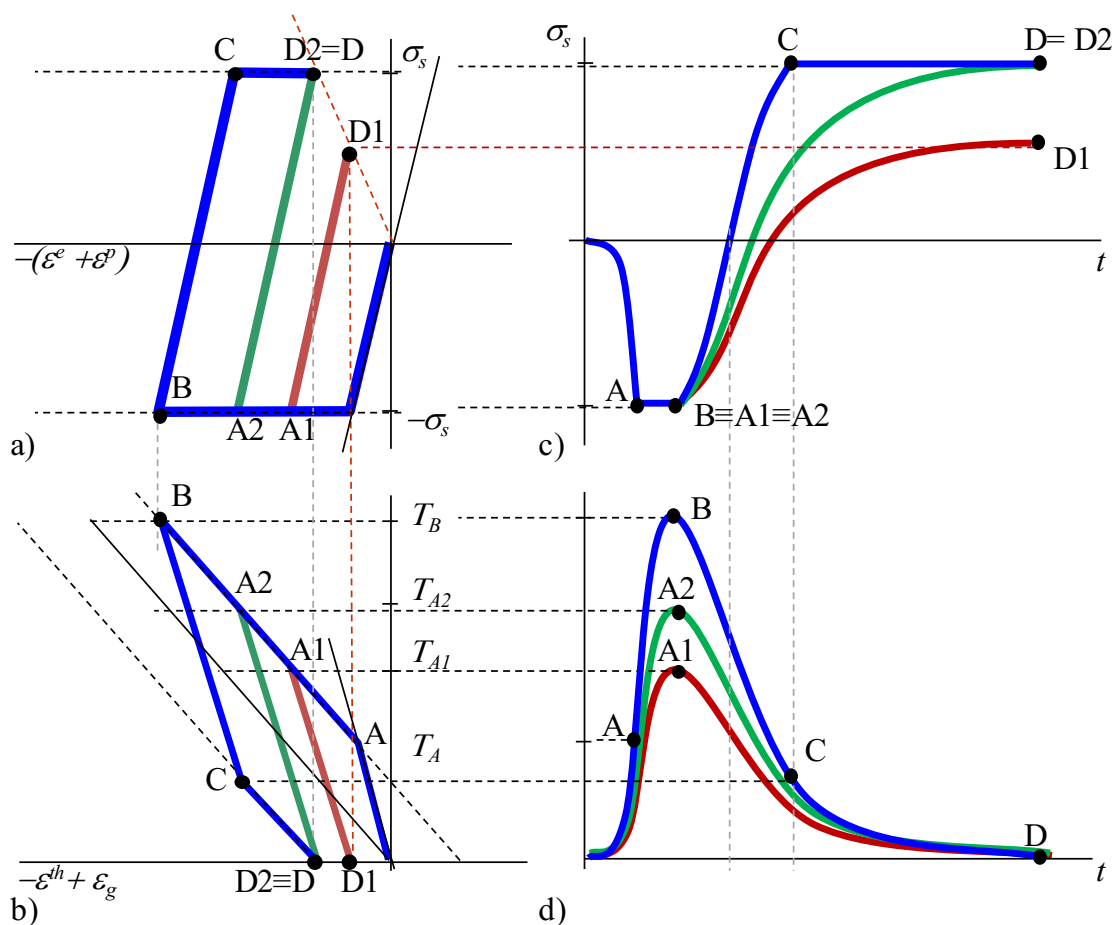


Abbildung 6.3: Spannungs-Dehnungskurve (a) und Temperatur-Dehnungskurve (b) für Temperaturzyklen mit unterschiedlichen Spitzentemperaturen (d)



Mit der Abnahme der Temperatur unter den Punkt C ändert sich die elastische Dehnung und dadurch die Belastung an der Grenze nicht mehr da die Streckgrenze (Abbildung 6.2, Linie C-D) erreicht wurde. So ergibt sich am Punkt D (Abkühlung bis Ausgangstemperatur):

$$\varepsilon_D^{th} = 0 ,$$

$$\varepsilon_{r,D}^e = (1 - \nu)\varepsilon_S ,$$

$$\varepsilon_{g,D} = -(1 + \nu)\varepsilon_S .$$

Daraus ergibt sich, dass die abnehmende thermische Dehnung in plastische Dehnung übergeht und die bei der Spitzentemperatur akkumulierten plastischen Schrumpfungen teilweise umkehrt (entlang der Linie C-D, Abbildung 6.3). Nach Gleichung (6.1) ergibt sich dann:

$$\varepsilon_{r,D}^p = 2\varepsilon_S .$$

Schließlich resultiert ein Rest an Zugspannung im Kern gleich der Fließspannung, sowie ein Rest an plastischer Schrumpfdehnung. Der Wert dieser restlichen plastischen Dehnung ist unabhängig von der erreichten Maximaltemperatur während des Aufheizvorganges.

Wird der Kern mit thermischer Dehnung innerhalb der zweifachen Streckgrenze (Abbildung 6.3, Punkt A) belastet, resultiert nur eine temporäre elastische Dehnung und:

$$\varepsilon_r^p (T_{max} < T_A) = 0 \tag{6.9}$$

Wenn der Kern mit einer thermischen Dehnung über  $2\varepsilon_S$ , d.h. mit einer maximalen Temperatur über den Punkt  $T_A$  belastet wird, tritt eine plastische Dehnung auf, die auch bei Erreichen der Anfangstemperatur nicht reversibel ist.

Sobald der Kern auf eine Temperatur erhitzt wird, an der die thermische Dehnung gleich viermal so hoch ist wie die Dehnung an der Streckgrenze (Abbildung 6.3, Punkt A2), erreicht die restliche plastische Dehnung einen Wert zweimal so hoch wie die Fließdehnung (Abbildung 6.3 Punkt D2 übereinstimmend mit Punkt D). Im Falle einer thermischen Belastung durch die Spitzentemperatur über  $4\varepsilon_S$  also der vierfachen Fließdehnung, wird die während der Erwärmung eingestellte plastische Dehnung im Laufe der Abkühlung teilweise rückgeführt und der Restwert ist dabei gleich der zweifachen Fließdehnung, d.h. der Punkt D bei Anfangstemperatur wird erreicht:

$$\varepsilon_r^p (T_{max} > T_{A2}) = 2\varepsilon_S . \tag{6.10}$$

Liegt die Maximaltemperatur zwischen den Punkten A und A2 (z. B. Abbildung 6.3, Punkt A1) wird während der Erwärmung ein bleibender Rest plastischer Dehnung akkumuliert, d.h. entsprechend Punkt D1 nach der Abkühlung:

$$\varepsilon_r^p = -\varepsilon_{A1}^{th} + 2\varepsilon_S . \tag{6.11}$$

### Berücksichtigung einer temperaturabhängigen Fließspannung

Unter der Annahme, dass die Fließspannung oberhalb einer bestimmten Temperatur z. B.  $T_B$  rasch abnimmt, nahe Null (vereinfachte Temperaturabhängigkeit der Fließspannung) so wird über dieser Temperatur durch den Kern keinerlei Druck in der Scheibe hervorgerufen. Die Spannung und dadurch die beiden elastischen Dehnungen und Grenzdehnungen nähern sich Null ( $\varepsilon_{r,T_{max}>T_B}^e = 0$  und  $\varepsilon_{g,T_{max}>T_B} = 0$ ):

$$\varepsilon_{r,T_{max}>T_B}^p = -\varepsilon^{th}.$$

Oberhalb dieser Temperatur geht die thermische Dehnung komplett in plastische Dehnung über. Tatsächlich wird diese jedoch nur temporären Effekte haben, da die akkumulierte Dehnung während der Erhitzung im Verlauf der Abkühlung wieder abnimmt. In diesem Fall wird die Erhitzung und Abkühlung der Kurve über die Punkte A - B - C und D (Abbildung 6.3) folgen und am Ende eine restliche plastische Dehnung mit einer Größe von  $2\varepsilon_S$  wieder verursachen, übereinstimmend mit Gleichung (6.10).

Somit kann die Temperaturabhängigkeit der Fließgrenze, wenn diese nahe sprunghafte Änderung aufweist wie bspw. bei den weichen un- und niedriglegierten Baustählen oder den Al-Legierungen, vernachlässigt werden.

### Berücksichtigung der Anfangsspannung bzw. -dehnung

Einer der wesentlichen Faktoren für die Entwicklung von plastischen Dehnungen sind die Anfangsspannungen in der Platte. Solche Spannungen entstehen bei der Herstellung der Strukturen, hauptsächlich durch das Schweißen und somit fehlen jegliche externen Lasten, z.B. Schweißeigenspannungen. Einsatz von Richtvorrichtungen während des Richtens kann diese weiter verändern.

Das einfache Problem kann dann unter Annahme einer homogenen radial elastischen Dehnung  $\varepsilon_{ini}$  als Anfangszustand erhalten werden. Es ist zu beachten, dass diese die Lösung von Gleichung (6.2) erfüllt. Somit kann die Entwicklung der plastischen Dehnung durch die schon beschriebene Vorgehensweise gefunden werden, wobei die Ausgangsdehnung zur globalen Dehnung addiert wird und Gleichung (6.1) wird zu:

$$-\varepsilon^{th} = \varepsilon^e + \varepsilon^p - \varepsilon_g + \varepsilon_{ini},$$

bzw. Gleichung (6.7) wird zu:

$$\varepsilon_g = -\frac{1+\nu}{1-\nu}\varepsilon_r^e + \varepsilon_{ini}.$$

Zur Lösung der obigen Gleichungen in Bezug auf die radiale Dehnung für Punkt A (Abbildung 6.4), wo die elastische Dehnung die Dehnung an der Streckgrenze erreicht, ergibt sich:

$$\varepsilon_{g,A} = (1+\nu)\varepsilon_S + \varepsilon_{ini},$$

mit  $\varepsilon_{r,A}^e = -(1 - \nu)\varepsilon_S$ ,

$$-\varepsilon_A^{th} = \varepsilon_{r,A}^e - (\varepsilon_{g,A} + \varepsilon_{ini}) = -(1 - \nu)\varepsilon_S - ((1 + \nu)\varepsilon_S + \varepsilon_{ini} + \varepsilon_{ini}) = -2\varepsilon_S - 2\varepsilon_{ini}.$$

Mit zunehmender Temperatur über Punkt A folgt die plastische Dehnung der Linie A-B, Abbildung 6.4 b. Dann bei der weiteren Erwärmung bleibt die elastische Dehnung unverändert und ergibt sich für Punkt B beispielsweise:

$$\varepsilon_{r,B}^p = -\varepsilon_B^{th} + (1 + \nu)\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}.$$

Während der Abkühlung vom Punkt B (Abbildung 6.4), nach der Entlastung, ändert sich das Vorzeichen der Spannung von Druck in Zug, d.h. entgegengesetzt zu der elastischen Dehnung im Kern und an der Streckgrenze wird das Limit erreicht (Punkt C, Abbildung 6.4):

$$\varepsilon_{r,C}^e = (1 - \nu)\varepsilon_S$$

und

$$\varepsilon_{g,C} = -(1 + \nu)\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}.$$

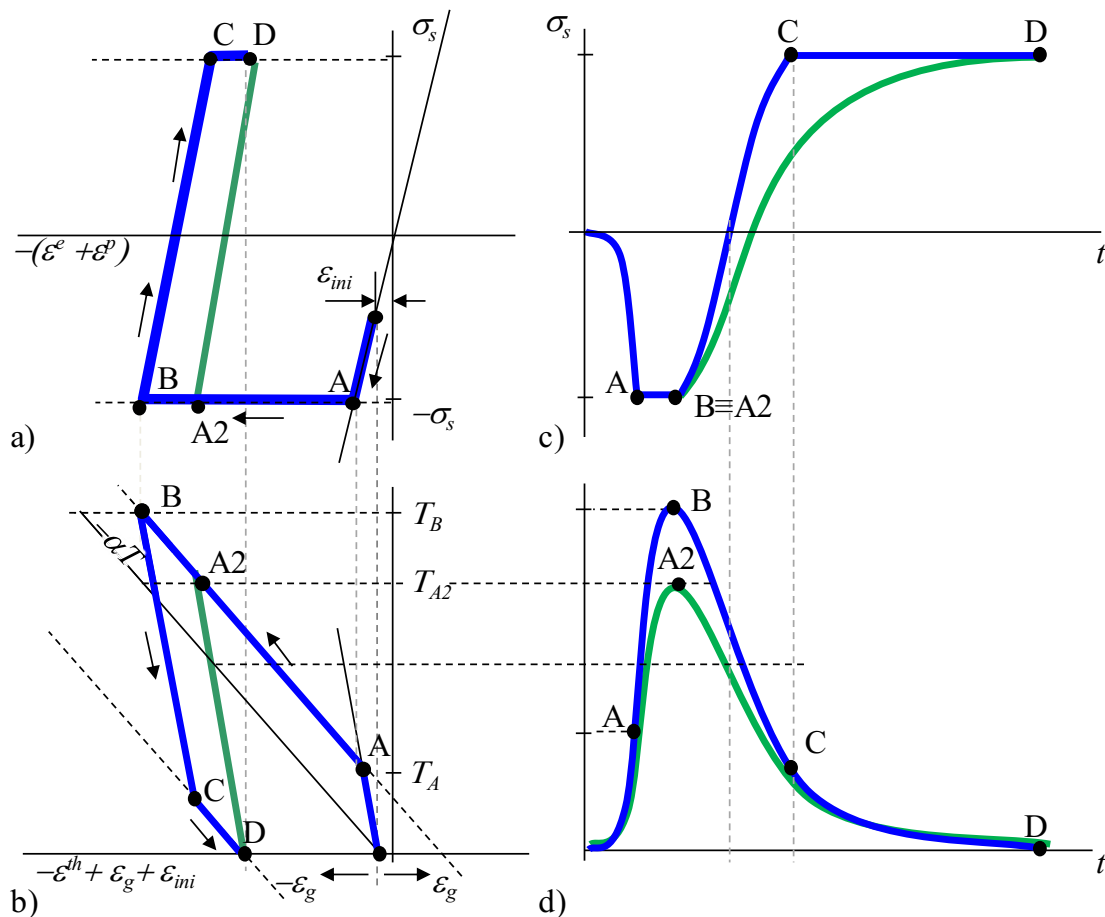


Abbildung 6.4: Spannungs-Dehnungskurve (oben) und Temperatur-Dehnungskurve (unten) mit Anfangsspannung bzw. elastischen Anfangsdehnung  $\varepsilon_{ini}$

Die plastische Verformung, die mit der weiteren Abkühlung entsteht, ruft die akkumulierte plastische Dehnung entlang der Linie C-D, Abbildung 6.4 b) zurück hervor und nach der Entfernung der Temperatur endet der Verlauf am Punkt D.

Somit hat die resultierende plastische Restdehnung immer den gleichen Wert wie nach einer Erwärmung bis Punkt A2, Abbildung 6.4:

$$\varepsilon_{r,D}^p = \varepsilon_{r,A2}^p = -2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}, \quad (2.12)$$

der bei der thermischen Belastung  $-\varepsilon_{A2}^{th} = -4\varepsilon_S$  erreicht wird. Somit entsteht eine kontinuierliche Zunahme der plastischen Dehnung mit der Zunahme der thermischen Dehnung von einem Wert gleich  $(2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini})$  bis zum Wert  $4\varepsilon_S$ .

Infolgedessen, während die obere Grenze immer konstant bleibt, übereinstimmend mit den Isothermen der Maximaltemperaturen gleich  $4\varepsilon_S/\alpha$  hängt die untere Grenze vom Anfangsdehnungszustand ab, angewandt auf die Platte. Daher wird die plastisch verformte Zone im Falle einer positiven Anfangsdehnung kleiner (Anfangszugspannung) und größer im Falle einer negativen Anfangsspannung (Anfangsdruckspannung). Gleichzeitig ist die Größe der plastischen Dehnung abhängig von der Anfangsdehnung da sie gleich  $-2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}$  ist. Selbstverständlich wird bei einer anfänglichen Druckspannung fast gleich der Streckgrenze, die plastische Zone so groß wie die Fläche bei einem unwesentlichen Temperaturanstieg und die plastische Dehnung in einer Kreisgrenze der Isothermen der Maximaltemperaturen steigt von  $4\varepsilon_S/\alpha$  auf dem Wert der plastischen Dehnung  $\varepsilon_{r,D}^p = 4\varepsilon_S$ , Gleichung (6.12). Existiert jedoch eine Anfangszugsspannung nahezu gleich der Streckgrenze, entsteht keine plastisch verformte Zone, da die plastische Dehnung gleich Null ist ( $\varepsilon_{r,D}^p = 0$ ).

### Analytisches Modell zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe bei punktueller Erwärmung

Wie bereits erwähnt, hängt die bleibende plastische Dehnung nach dem Richten mittels punktförmiger Erwärmung von zwei entscheidenden Faktoren ab – Verteilung der Maximaltemperaturen und der Ausgangsspannungszustand, die Spannungen kurz vor dem Auftreffen der Wärmequelle. Der allgemeine Ausdruck für das Volumen der plastischen Dehnung, was als Volumen der radialen Schrumpfungen  $V_r$  bezeichnet wird, ist durch die Integration der maximalen thermischen Dehnung  $\varepsilon_m^{th}$  über ein bestimmtes Bereich  $\Omega$  gegeben:

$$\Omega = [0, 2\pi] \times [0, s] \times [2(\varepsilon_S + \varepsilon_{ini}), 4\varepsilon_S],$$

$$V_r = \int_{\Omega} r(\varepsilon_m^{th}) d(\theta, s, \varepsilon_m^{th})$$

oder in einem rotationsymmetrischen Abschnitt in der Ebene  $r_z$ , - spezifischer Schrumpfvolumen:

$$v_r = \int_{2(\varepsilon_S + \varepsilon_{ini})}^{4\varepsilon_S} r(\varepsilon_m^{th}) d\varepsilon_m^{th}, \quad (6.13)$$

und wird für die künftige Erklärung des analytischen Modells verwendet. Da das Inkrement der maximalen thermischen Dehnung dem Inkrement der Maximaltemperaturverteilung folgt ist eine geeignete Lösung erforderlich. Zum Beispiel ist für die Verteilung der maximalen Temperaturen eine generelle Lösung für momentan wirkende Wärmequellen in einer Scheibe, d.h. für eine Linienquelle durch Rykalin [Ryk57] gegeben. Unter Annahme eines polaren Koordinatensystems mit einer Wärmequelle in der Mitte folgt:

$$\Delta T_{max}(r) = \frac{Q_1}{\rho c \pi r^2} e^{-1-\beta r^2}, \quad (6.14)$$

mit einer Wärmedichte der momentanen Linienquelle (Wärme pro Längeneinheit):

$$Q_1 = \frac{q \Delta t}{s},$$

und dem Wärmeübergangsparameter:

$$\beta = \frac{\alpha_k}{2\lambda s},$$

hierbei ist  $\rho$  die Dichte,  $c$  - die spezifische Wärmekapazität,  $q$  - der Wärmestrom,  $\Delta t$  - die Erwärmungszeit,  $s$  - die Plattendicke,  $\alpha_k$  - der Wärmeübergangskoeffizient und  $\lambda$  - die Wärmeleitfähigkeit. Somit wird die maximale thermische Dehnung gegeben durch:

$$\varepsilon_m^{th}(r) = \alpha \Delta T_{max}(r).$$

Zur Vereinfachung der weiteren Lösung werden folgende Parametern eingeführt:

$$A = \frac{\alpha Q_1}{\rho c \pi e},$$

$$A_\beta = \frac{A\beta}{\varepsilon_S}.$$

Dadurch wird die maximale thermische Dehnung:

$$\varepsilon_m^{th}(r) = \frac{A}{r^2} e^{-\beta r^2}. \quad (6.15)$$

Durch Umschreiben des obigen Ausdrucks nach  $r$ , mithilfe der Lambert'sche Funktion  $W_0(x)$ , ergibt sich:

$$r(\varepsilon_m^{th}) = \exp\left(\ln\left(\sqrt{\frac{A}{\varepsilon_m^{th}}}\right) - \frac{1}{2} W_0\left(\frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}}\right)\right) = \sqrt{\frac{1}{\beta} W_0\left(\frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}}\right)}$$

und nach der Substitution in Gleichung (6.13) ergibt sich der grundsätzliche Ausdruck für das spezifische Volumen der radialen Schrumpfung:

$$v_r = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \int_{2(\varepsilon_S + \varepsilon_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}} \right)} d\varepsilon_m^{th}. \quad (6.16)$$

Mit anderen Worten ergibt Gleichung 2.16 die durch die plastische Dehnungskurve begrenzte Fläche, d.h. die Fläche des schraffierten Bereichs, dargestellt in Abbildung 6.5.

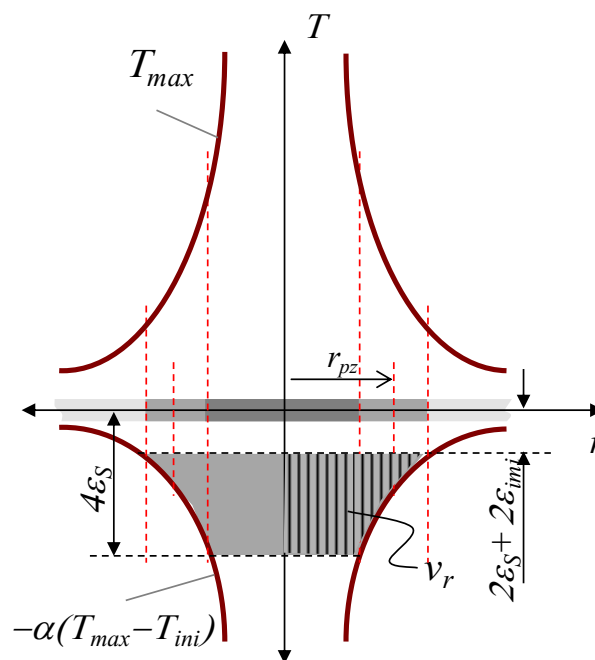


Abbildung 6.5: Verteilung der plastischen Dehnung in einer Platte und schematische Darstellung der plastisch verformten Zone nach der punktuellen Erwärmung

Ist das Volumen der radialen Schrumpfung bekannt ist es möglich dieses mit dem äquivalenten linearisierten Volumen für einen Zylinder mit dem gleichen radialen Abschnitt zu ersetzen [Pfe96]. Das ist wenn der Radius des Zylinders, bezeichnet als Radius der plastischen Zone  $r_{pz}$ , übereinstimmt mit dem mittleren Radius des realen plastischen Bereichs und der Höhe des Zylinders – die maximale radiale plastische Dehnung ( $\varepsilon^p = -2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}$ ). Wenn die maximale radiale plastische Dehnungsgröße, d.h. die Schrumpfung  $\varepsilon_{pz}^*$  bleibt unverändert, dann ist das Schrumpfvolumen gegeben durch:

$$v_r = r_{pz}(-\varepsilon^p) = r_{pz}\varepsilon_{pz}^* = r_{pz}(2\varepsilon_S - 2\varepsilon_{ini}). \quad (6.17)$$

Das Umschreiben der obigen Gleichung nach dem Radius  $r_{pz}$  und nach Substituierung der Gleichung (6.16) ergibt sich:

$$r_{pz} = \frac{1}{2(\varepsilon_S - \varepsilon_{ini})\sqrt{\beta}} \int_{2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}}\right)} d\varepsilon_m^{th} = \frac{I_r}{2(\varepsilon_S - \varepsilon_{ini})\sqrt{\beta}} \quad (6.18)$$

Unter Einführung einer normalisierten Anfangsdehnung:

$$\hat{\varepsilon}_{ini} = \frac{\varepsilon_{ini}}{\varepsilon_S} = \frac{\sigma_{ini}}{\sigma_S}$$

mit der Ausgangs-  $\sigma_{ini}$  und Fließ-  $\sigma_S$  Spannung ergeben sich die Ausdrücke für das linearisierte Schrumpfvolumen:

$$r_{pz} = \frac{1}{2\varepsilon_S(1 - \hat{\varepsilon}_{ini})\sqrt{\beta}} \int_{2\varepsilon_S(1+2\hat{\varepsilon}_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}}\right)} d\varepsilon_m^{th} = \frac{I_r}{2\varepsilon_S(1 - \hat{\varepsilon}_{ini})\sqrt{\beta}} \quad (6.20)$$

und die Schrumpfdehnung:

$$\varepsilon_{pz}^* = 2\varepsilon_S(1 - \hat{\varepsilon}_{ini}). \quad (6.21)$$

Hierdurch ist klar, dass der Integralterm eine realisierbare Lösung erfordert.

### Iterative Lösung

Die Lösung des Integralterms kann mittels einer iterativen Berechnung der Lambert'sche W-Funktion und der anschließenden numerischen Integration durchgeführt werden. Zur Berechnung der Lambert'schen Funktion wird für diesen Fall Halley'sche aus [Fri73] sowie Frit'sche aus [Ver12] Wurzelfindungsmethoden angewendet in Kombination mit Newton'sche Verfahren übereinstimmend mit [Veb12]. Da das Argument  $x$  in dem Bereich variiert

$$\frac{A\beta}{2\varepsilon_S(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})} \leq x \leq \frac{A\beta}{4\varepsilon_S}$$

stellt die Lösung den positiven Teil des  $W_0(x)$  Hauptterms, d.h.  $x > 0$  und  $W_0(x) > 0$ . Daher wird zur Lösung der Lambert'schen  $W_0$  Funktion der Ausdruck für Halley'sche Iteration:

$$W_{0,j+1}(x) = W_{0,j}(x) + \frac{\epsilon_j - x}{(\epsilon_j - x) \frac{W_{0,j}(x) + 2}{2(W_{0,j}(x) + 1)} - (W_{0,j}(x) + 1)e^{W_{0,j}(x)}}, \quad (6.22)$$

$$\epsilon_m = W_{0,j}(x)e^{W_{0,j}(x)},$$

oder für Frit'sche Iteration:

$$W_{0,j+1}(x) = W_{0,j}(x)(1 + \epsilon_j), \quad (6.23)$$

$$\epsilon_j = \left( \frac{s_j(x)}{1 + W_{0,j}(x)} \right) \times \left( \frac{2(1 + W_{0,j}(x)) \left( 1 + W_{0,j}(x) + \frac{2}{3}s_j(x) \right) - s_j(x)}{2(1 + W_{0,j}(x)) \left( 1 + W_{0,j}(x) + \frac{2}{3}s_j(x) \right) + 2s_j(x)} \right),$$

$$s_j(x) = \ln \left( \frac{x}{W_{0,j}(x)} \right) - W_{0,j}(x),$$

mit der Iterationsindex  $j$  nach [39] angewendet. Die Anzahl an Iterationen, unabhängig von der gewählten Iterationsmethode, hängt praktisch von der Plausibilität der ersten Schätzung ab. Die Zuführung des Ausdruckes (6.22) oder (6.23), beispielsweise mit der ersten Approximation in Bezug auf:

$$W_{0,0}(x) = \frac{\ln((x+1)^2)}{e} \quad (6.24)$$

liefert eine ausreichende Lösung für den bestimmten Bereich des Funktionsverhaltens in nur einer Iteration und eine übermäßige bei zwei Iterationen. Dabei wird die Genauigkeit bis 4-te Nachkommastelle schon bei der ersten Iteration erreicht. Für die praktische Anwendung bekommt dann der Ausdruck, beispielsweise, der Halley'sche Iterationsmethode durch Umsetzung von (2.24) in (2.22) mit  $m=1$  dementsprechend:

$$W_0(x) \approx W_{0,0}(x) + \frac{W_{0,0}(x) - x}{(W_{0,0}(x)e^{W_{0,0}(x)} - x) \frac{W_{0,0}(x) + 2}{2(W_{0,0}(x) + 1)} - (W_{0,0}(x) + 1)e^{W_{0,0}(x)}} \quad (6.25)$$

Abschließend ergibt sich unter Anwendung der Simpson'schen Integrationsregel für Gleichung (2.20), in Kombination mit der iterativen Lösung (6.22) oder (6.23) bzw. (6.25) der Integral  $I_T$ :



$$\begin{aligned}
I_r = \frac{h}{6} & \left[ \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{4\varepsilon_s} \right)} - \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{2(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})} \right)} \right. \\
& + \sum_{i=0}^{n-1} 4 \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{2\varepsilon_s(1 + \hat{\varepsilon}_{ini}) + \frac{h}{2} + ih} \right)} \\
& \left. + \sum_{i=1}^{n-1} 2 \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{2\varepsilon_s(1 - \hat{\varepsilon}_{ini}) + ih} \right)} \right] \quad (6.26)
\end{aligned}$$

mit  $h = \frac{4 - 2(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})}{n} = 2 \frac{1 - \hat{\varepsilon}_{ini}}{n}$  oder nach Umschreiben:

Die vorgestellte Berechnung liefert eine Genauigkeit mit einer Ordnung im praktischen Sinn (Genauigkeit in der Ordnung  $10^{-2}$ mm) in bis zu zehn Iterationen, d.h.  $n \leq 10$ . Aber die gesammelten Erfahrungen haben gezeigt, dass in den meisten Fällen zwei oder drei Iterationen ausreichen. Solche Fälle sind durch relativ hohe Werte des dimensionslosen Parameters  $A\beta$  (d.h. z.B. eine intensive Abkühlung) definiert oder in Kombination mit einer sehr höheren anfänglichen Druckspannung, wie z.B. bei der Anwendung von Spannplatten.

Alternativ kann die Berechnung des Integrals unter Anwendung anderer numerischen Integrationsmethoden wie bspw. der Mittelpunktsregel:

$$I_r = h \sum_{i=1}^n \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{2\varepsilon_s(1 + \hat{\varepsilon}_{ini}) - \frac{h}{2} + ih} \right)}$$

oder der Trapezregel:

$$I_r = h \left[ \frac{1}{2} \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{2\varepsilon_s(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})} \right)} + \frac{1}{2} \sqrt{W_0 \left( \frac{A\beta}{4\hat{\varepsilon}_{ini}} \right)} + \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{W_0 \left( \frac{nA\beta}{2\varepsilon_s(1 + \hat{\varepsilon}_{ini}) + ih} \right)} \right]$$

erfolgen. Allerdings die Anzahl von den erforderlichen Iterationen ist deutlich größer, insbesondere für Parameterkombinationen entsprechend freie Konvektion und höhere Anfangsspannungen.

## Funktionsanalytische Lösung

Eine alternative Lösung des Schrumpfvolumens erfolgt unter explizite Berücksichtigung der Einflüsse der Wärmeaustausch mit der Umgebung und die Anfangsspannungen. Dafür wird zunächst die obige Lösung unter Vernachlässigung der Wärmeübertragung durch die freie Oberflächen sowie der Anfangsspannungen, d.h. im Fall eines isolierten ( $\beta \rightarrow 0$ ) und spannungsfreien Bleches ( $\hat{\varepsilon}_{ini} = 0$ ) umgeschrieben. Die Gleichung (6.14) bekommt dann:

$$\Delta T_{max}(r) = \frac{Q_1}{\rho c \pi r^2 e},$$

und Gleichung (6.15) wird zu:

$$\varepsilon_m^{th}(r) = \frac{A}{r^2}.$$

Durch Umschreiben die letzte nach  $r$  ergibt sich:

$$r(\varepsilon_m^{th}) = \sqrt{\frac{A}{\varepsilon_m^{th}}}.$$

und nach der Substitution in Gleichung (6.13) mit Berücksichtigung der Gleichung (6.19) ergibt sich der Ausdruck für das spezifische Volumen der radialen Schrumpfung:

$$v_r = \int_{2(\varepsilon_S + \varepsilon_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{\frac{A}{\varepsilon_m^{th}}} d\varepsilon_m^{th} = 2\sqrt{A}(2\sqrt{\varepsilon_S} - \sqrt{2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}}). \quad (6.27)$$

Wird die Anfangsspannung vernachlässigt, ergibt sich für den Schrumpfvolumen:

$$v_r = \int_{2\varepsilon_S}^{4\varepsilon_S} \sqrt{\frac{A}{\varepsilon_m^{th}}} d\varepsilon_m^{th} = 2(2 - \sqrt{2})\sqrt{A\varepsilon_S} \quad (6.28)$$

Die letzte bittet die simpelste Lösung des spezifischen Schrumpfvolumens. Um die zwei relevanten Einflüsse - Wärmeabgabe zur Umgebung und Anfangsdehnungen zu berücksichtigen werden die Verhältnissfaktoren  $K_\alpha$  und  $K_\sigma$  entsprechend eingefügt und die Gleichung (6.28) wird zu:

$$v_r = 2(2 - \sqrt{2})\sqrt{A\varepsilon_S} K_\alpha K_\sigma.$$

Nun kann der Einfluss der Wärmeübertragung, bezeichnet als Verhältnisfaktor  $K_\alpha$ , durch das Verhältnis der beiden Lösungen ausgedrückt werden, d.h. aus Gleichung (6.16) zu Gleichung (6.27) folgt:

$$\begin{aligned}
 K_\alpha &= \frac{1}{2\sqrt{A}(2\sqrt{\varepsilon_S} - \sqrt{2\varepsilon_S + 2\varepsilon_{ini}})\sqrt{\beta}} \int_{2(\varepsilon_S + \varepsilon_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A\beta}{\varepsilon_m^{th}}\right)} d\varepsilon = \\
 &= \frac{1}{2\varepsilon_S\sqrt{A_\beta}(2 - \sqrt{2(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})})} \int_{2\varepsilon_S(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_\beta}{\varepsilon_m^{th}}\varepsilon_S\right)} d\varepsilon
 \end{aligned} \tag{6.29}$$

hierbei ist die letzte Umformung, zur Zweckmäßigkeit, eine Funktion des dimensionslosen Parameters  $A_\beta$ . Die Lösung der obigen Gleichung im wesentlichen Bereich der Prozessbedingungen ergibt eine Sammlung von Kurven in Abhängigkeit des dimensionslosen Parameters  $A_\beta$  und der normalisierten Anfangsdehnung, siehe Abbildung 6.6 a. Die Beziehung zeigt, dass mit der Zunahme des Wärmeübertragsquotienten, z.B. bei erzwungener Kühlung über einen Wert von  $A_\beta$  von etwa 0,1 das Schrumpfvolumen abnimmt, d.h. die Wirkung des Prozesses wird verringert. Jedoch ist bei der Interpretation dieser Abhängigkeit besonders darauf zu achten, dass sie sowohl für die Erwärmung, als auch für den ersten Schritt der Kühlung gilt, wenn die Bildung der maximalen plastischen Dehnung noch in der Entwicklung ist. Somit muss eine erzwungene Kühlung angewendet werden, nachdem das Profil der Maximaltemperatur in der plastischen Zone komplett erzeugt wurde, d.h. alle Maximaltemperaturen über  $2\varepsilon_S(1 + \varepsilon_{ini})/\alpha$  wurden erreicht. Folglich muss die Zeitverzögerung vor der Anwendung der erzwungenen Kühlung so groß wie die anfängliche Druckspannung sein. In den meisten Fällen ist sie allerdings kürzer als die Erwärmungszeit. Beispielhafte Verläufe der Einflussfunktion  $K_\alpha(A_\beta)$  nach Gleichung (6.29) bei unterschiedlichen Werten der Anfangsspannung können dem Anhang entnommen werden.

Eine Sonderlösung ergibt sich, wenn die Gleichung (6.29) für ein spannungsfreies Blech ( $\hat{\varepsilon}_{ini} = 0$ ) ausgedrückt wird:

$$K_\alpha = \frac{1}{2\varepsilon_S\sqrt{A_\beta}(2 - \sqrt{2})} \int_{2\varepsilon_S}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_\beta}{\varepsilon_m^{th}}\varepsilon_S\right)} d\varepsilon_m^{th}. \tag{6.30}$$

In ähnlicher Weise kann der Einfluss der Ausgangsdehnung über die Möglichkeit eines Verhältnisfaktors untersucht werden ( $K_\sigma$ ). Anhand der Gleichung (6.16) ist das Verhältnis des Schrumpfvolumens mit und ohne Anfangsdehnung dargestellt:

$$\begin{aligned}
 K_{\sigma} &= \int_{2\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_{\beta}}{\varepsilon_m^{th}}\right)} d\varepsilon \Bigg/ \int_{2\varepsilon_S}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_{\beta}}{\varepsilon_m^{th}}\right)} d\varepsilon \\
 &= \int_{2\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_{\beta}}{\varepsilon_m^{th}}\varepsilon_S\right)} d\varepsilon \Bigg/ \int_{2\varepsilon_S}^{4\varepsilon_S} \sqrt{W_0\left(\frac{A_{\beta}}{\varepsilon_m^{th}}\varepsilon_S\right)} d\varepsilon
 \end{aligned}
 \tag{6.31}$$

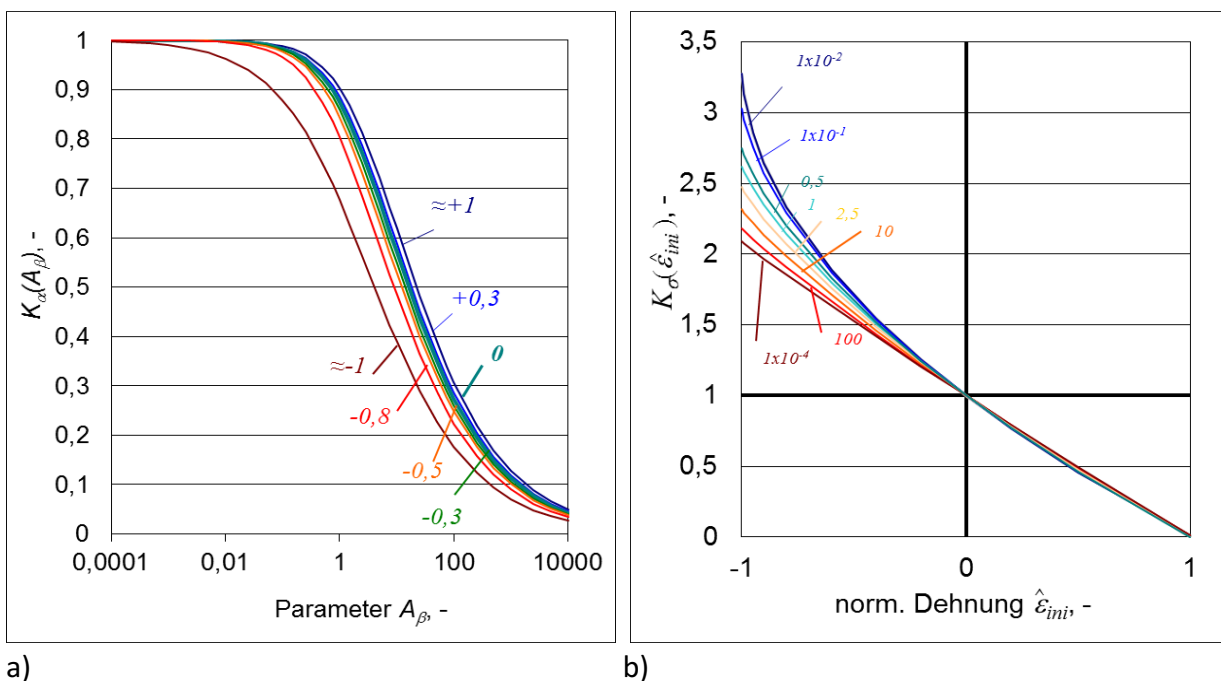


Abbildung 6.6: Haupteinflüsse auf das Schrumpfvolumen: a) Einfluss der Wärmeübertragung in Bleche frei von Anfangsspannungen und b) Einfluss der Anfangsdehnung bei verschiedenen Werten von  $A_{\beta}$

Die Lösungen decken den Bereich der normalisierten Anfangsdehnung zwischen -1 und +1, d.h. zwischen den Anfangsdruck- und Anfangszugspannungen, beide gleich der Fließgrenze. Die Ergebnisse zeigen, dass die Anfangszugspannung eine Abnahme des Schrumpfvolumens verursacht und die Anfangsdruckspannung eine Zunahme, siehe Abbildung 6.6 b. Bei einem extrem hohen Wert des Quotienten  $A_{\beta}$  ist die Abhängigkeit nahezu linear. Mit der Verringerung von  $A_{\beta}$  kombiniert mit Druckspannungen, steigt das Schrumpfvolumen nichtlinear an. Durch natürliche Konvektion und eine hohe Anfangsdruckspannung, kann beispielsweise das Schrumpfvolumen fast dreimal erhöht werden. Damit ist offensichtlich, dass Richtarbeiten in gespannten Bereichen der Strukturen und besonders im Bereich der plastisch verformten Zone der Schweißnähte wo hohe Zugspannungen vorliegen ineffektiv

sind. Auf der anderen Seite führt die erzwungene Ausrichtung gewickelter Bleche in gerade Ebenen mittels Spannplatten, zum Beispiel zu höheren Druckspannungen und fördert somit den Richtprozess. Im gleichen Moment beeinflussen diese Platten das Temperaturfeld und haben somit ziemlich komplexe Auswirkungen auf die Prozesseffizienz.

Die Ableitung des Radius der Plastizitätszone erfolgt dann durch die Substitution in Gleichung (6.17) unter Berücksichtigung von Gleichung (6.21) und umschreiben nach  $r_{pz}$ :

$$r_{pz} = \frac{(2 - \sqrt{2})}{(1 - \hat{\varepsilon}_{ini})} \sqrt{\frac{A}{\varepsilon_S}} K_\alpha K_\sigma \quad (6.32)$$

wobei  $K_\alpha$  ist der Einflussfunktion aus der Gleichung (6.30) und  $K_\sigma$  aus Gleichung (6.31) entsprechend.

### Analytisches Modell zur Lösung der thermomechanischen Aufgabe bei strichförmigen Erwärmung

Neben der punktuellen Erwärmung ist auch die strichförmige Wärmeeinbringung beim thermischen Richten weit verbreitet. Das theoretische Modell zur strichförmigen Erwärmung bezieht sich auf Untersuchungen von Nikolaev, Gatovski und Okerblom [Nik82, Gat80, Oke64]. Die Grundlagen des analytischen Modells begründen sich auf den Arbeiten von Kuzminov [Kuz74] und Michailov, Karkhin [Mic14, Mic16]. Das Ziel des analytischen Modells ist die Bestimmung der plastischen Dehnungen und des Bereiches in dem sie in Form von Eigendehnungen auftreten. Der mechanische Hintergrund des Modells für das thermische Richten basiert wie beschrieben auf der Entwicklung der plastischen Dehnungen unter Berücksichtigung eines temperaturabhängigen ideal elastisch-plastischen Materialverhaltens [Nik62, Kuz74, Vin77, Ued78]. Bei langen Erwärmungsbereichen kann das mechanische Problem wie bei langen Schweißnähten als einachsiges Spannungs-Dehnungs-Problem mit normalen senkrecht zum Schweißnaht- oder Erwärmungs-querschnitt (Balken Theorie) und mit bekannter Maximaltemperaturverteilung betrachtet werden. Die thermische Dehnung (Expansion und Schrumpfung) in Längsrichtung ist beschränkt durch das umgebene kalte Metall, das eine unendliche Begrenzung darstellt. Nach diesem Modell ist der Bereich mit den plastischen Dehnungen  $b_{pz}$  durch bestimmte Maximaltemperaturen definiert, d.h. durch die maximale thermische Dehnung  $\alpha(\Delta T_{max})$  gleich der Fließdehnung  $\varepsilon_S$  und  $2\varepsilon_S$ , Abbildung 6.7. Die Einführung von komplexen semiempirischen Beziehungen erlaubt die Berücksichtigung der relevanten Faktoren und das Erreichen der benötigten Genauigkeit.

Die Längsschrumpfung hängt hauptsächlich von der auftretenden Zunahme der Maximaltemperatur  $T_{max}$  während des Richtens ab. Im Falle von dünnwandigen Strukturen kann diese zum Beispiel durch eine Veränderung von Rykalin's [Ryk57] Teillösungen für die Maximaltemperaturen für Hochgeschwindigkeitswärmequellen durch folgende Modifikation gelöst werden [Mic17, Kar19].

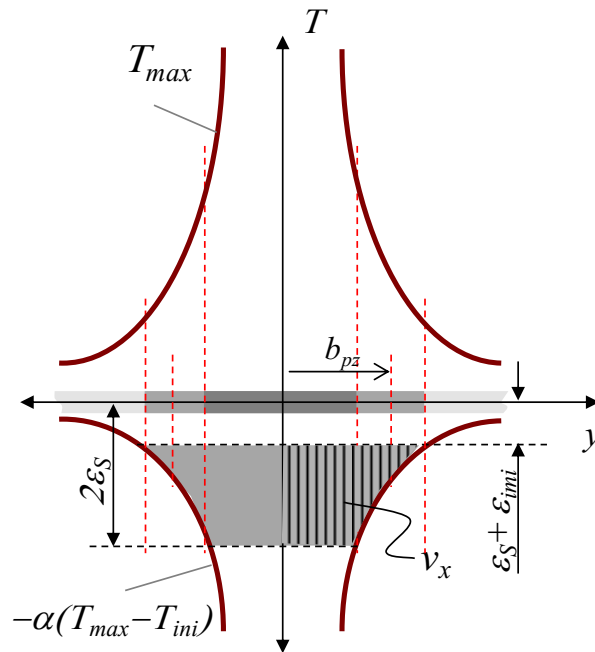


Abbildung 6.7: Querverteilung der plastischen Dehnungen in Längsrichtung bei der strichförmigen Erwärmung

$$\Delta T_{max}(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \frac{Q_2}{\rho c y} \sqrt{1 - \beta y^2}$$

mit

$$Q_2 = \frac{q_{eff} \Delta t}{s l_{ind}}$$

und

$$\beta = \frac{b}{2a}$$

hierbei wird  $Q_2$  die Wärme der Flächenquelle, positioniert senkrecht unter der Induktor (der Quotient der Wärme und der Wirkungszeit durch die Quellenlänge und die Blechdicke),  $q_{eff}$  die effektive Leistung,  $l_{ind}$  die Induktorklänge,  $c$  die spezifische Wärme,  $\rho$  die Dichte und  $\beta$  ist der Quotient von der Wärmeaustauschzahl  $b$  und zweifach der Temperaturübergangskoeffizienten  $a$  und nicht gleich der Quotient für die punktförmige Erwärmung. Somit ergibt sich für den maximalen Wert der thermischen Dehnung  $\varepsilon_m^{th}$ :

$$\varepsilon_m^{th}(y) = \alpha \Delta T_{max}(y) \quad (6.33)$$

hierbei ist  $\alpha$  der Wärmeausdehnungskoeffizient.

Wird die Gleichung getrennt von dem Koeffizienten betrachtet, unter Berücksichtigung des Wärmeaustausches in dünnen Platten mit der Umgebung (Einführung von  $K_\alpha$ ) ergibt sich ein eher einfacher Ausdruck, welcher in Bezug zur  $y$  Koordinate und integriert zwischen  $\varepsilon_S$  und  $2\varepsilon_S$  ergibt:

$$v_x = \int_{\varepsilon_S}^{2\varepsilon_S} \sqrt{\frac{2}{\pi e} \frac{\alpha}{c\rho} \frac{Q_2}{\varepsilon_m^{th}}} d\varepsilon K_\alpha = 0.335 \frac{\alpha}{c\rho} Q_2 K_\alpha \quad (6.34)$$

Wenn die erwärmte Zone vorgespannt ist, d.h. das Bauteil ist entweder von externen Lasten oder von Restspannungen aus vorausgegangenen Schweißprozessen beeinflusst, so muss die Größe des plastischen Bereiches nach der Addition der Anfangsdehnung ( $\varepsilon_{ini}$ ) zur thermischen Dehnung bestimmt werden. Daraus resultiert die untere Grenze des Integrationsintervalls  $\varepsilon_S + \varepsilon_{ini}$ . Da durch die Einführung von  $K_\alpha$  eine Vereinfachung vorgenommen wurde ist eine direkte Integration nicht möglich und die Abhängigkeit von der Anfangsspannung wird mittels einer separaten Funktion  $K_\sigma$  berücksichtigt.

$$\begin{aligned} K_\alpha &= \frac{\frac{1}{A_{St}\beta} \int_{\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{2\varepsilon_S} \sqrt{A_{St}^2\beta + (\varepsilon_m^{th})^2} - \varepsilon_m^{th} d\varepsilon}{\frac{A_{St}}{2} \int_{\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{2\varepsilon_S} \frac{1}{\varepsilon_m^{th}} d\varepsilon} = \\ &= \frac{4 - (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2 + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini}) \sqrt{B_\beta + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2} - 2\sqrt{B_\beta + 4}}{B_\beta \ln\left(\frac{1}{2} + \frac{\hat{\varepsilon}_{ini}}{2}\right)} \quad (6.35) \\ &+ \frac{\ln\left(1 + \sqrt{B_\beta + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2} + \hat{\varepsilon}_{ini}\right) - \ln(2 + \sqrt{B_\beta + 4})}{\ln\left(\frac{1}{2} + \frac{\hat{\varepsilon}_{ini}}{2}\right)} \end{aligned}$$

hierbei sind:

$$A_{St} = \sqrt{\frac{2}{\pi e} \frac{\alpha}{c\rho}} Q_2 = 0.335 \frac{\alpha}{c\rho} Q_2, \text{ mm}$$

$$A_\beta = A_{St}^2 \beta, \quad - \quad (6.36)$$

$$B_\beta = \left(\frac{A_{St}}{\varepsilon_S}\right)^2 \beta, \quad - \quad (6.37)$$

Analog zur Auswirkung der Anfangsdehnung ergibt sich der Einfluss der Anfangsspannungen:

$$\begin{aligned}
K_\sigma &= \frac{\int_{\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{2\varepsilon_S} \sqrt{A_{St}^2\beta + (\varepsilon_m^{th})^2} - \varepsilon_m^{th} d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_S}^{2\varepsilon_S} \sqrt{A_{St}^2\beta + (\varepsilon_m^{th})^2} - \varepsilon_m^{th} d\varepsilon} \\
&= \frac{4 - (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2 + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})\sqrt{B_\beta + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2} - 2\sqrt{B_\beta + 4}}{3 - 2\sqrt{B_\beta + 4} + \sqrt{B_\beta + 1} + B_\beta \left( \ln \left( \frac{1 + \sqrt{B_\beta + 1}}{2 + \sqrt{B_\beta + 4}} \right) \right)} \\
&\quad + \frac{B_\beta \left( \ln \left( \frac{1 + \hat{\varepsilon}_{ini} + \sqrt{B_\beta + (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2}}{2 + \sqrt{B_\beta + 4}} \right) \right)}{3 - 2\sqrt{B_\beta + 4} + \sqrt{B_\beta + 1} + B_\beta \left( \ln \left( \frac{1 + \sqrt{B_\beta + 1}}{2 + \sqrt{B_\beta + 4}} \right) \right)} \quad (6.38)
\end{aligned}$$

Deutlich erkennbar ist, dass diese Einflüsse der Parameter  $A_{St}$ ,  $\varepsilon_S$  voneinander nicht entkoppelt werden können. Weiterhin ergibt sich für den Grenzfall  $\beta = 0$  (Vernachlässigung der Wärmeabgabe zur Umgebung) die Sonderlösung der  $K_\sigma$ :

$$K_\sigma = \frac{\frac{A_{St}}{2} \int_{\varepsilon_S(1+\hat{\varepsilon}_{ini})}^{2\varepsilon_S} \frac{1}{\varepsilon_m^{th}} d\varepsilon}{\frac{A_{St}}{2} \int_{\varepsilon_S}^{2\varepsilon_S} \frac{1}{\varepsilon_m^{th}} d\varepsilon} = 1 + \ln \left( \left( \frac{1}{1+\hat{\varepsilon}_{ini}} \right)^{\frac{1}{\ln(2)}} \right) \quad (6.39)$$

Auf diese Weise ist es möglich den vorangegangenen Schweißprozess oder Änderungen durch einen fest eingespannten Zustand mit einzubeziehen. Zusätzlich können durch die Einführung unterschiedlicher Funktionen weitere Effekte auf die plastische Dehnung berechnet werden, beispielsweise die Beziehung des Wärmeeintrages auf die Blechdicke  $K_{\alpha S}$ , die innere und äußere Steifigkeit  $K_k$ , die Festkörpertransformation  $K_u$  u.v.m. [Kuz74]. Der Integralwert der querverlaufenden plastischen Dehnung wird in ähnlicher Weise berechnet unter Berücksichtigung der Veränderung der Gegenspannungen im erwärmten Bereich aufgrund der relativen Dehnung des Temperaturfeldes in Längsrichtung [18]. Daher folgen das Längs- und Querschrumpfungsvolumen  $v_x$  und  $v_y$  aus [Kuz74, Sta16]:

$$v_x = 0.335 \frac{\alpha}{\rho c} q_S K_\alpha K_{\alpha S} K_k K_u K_\sigma \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned}
v_y &= \frac{\alpha}{\rho c} q_S [0.255 + 0.745 K_S (0.04 + 0.96 K_{av} K_v)] \times (1 + K_\mu K_S) [1 + K_c (1 - K_S)] K_{ab} K_\sigma \\
&\quad + \frac{\varepsilon_S}{A_{pr}} (1 - K_S).
\end{aligned}$$

Bei der Iterativen Lösung, analog zu Gleichung (6.17) ergibt sich durch eine Linearisierung des Schrumpfvolumens für die Breite der Plastizitätszone den allgemeinen Ausdruck:



$$b_{pz,0} = \frac{A_{St}}{2\varepsilon_S(1 - \hat{\varepsilon}_{ini})} \left[ \ln \left( 2\varepsilon_S + \sqrt{A_{St}^2 \beta + 4\varepsilon_S^2} \right) - \ln \left( \varepsilon_S(1 + \hat{\varepsilon}_{ini}) + \sqrt{A_{St}^2 \beta + \varepsilon_S^2(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2} \right) \right] + \frac{1}{2A_{St}(1 - \hat{\varepsilon}_{ini})\beta} \left[ \varepsilon_S(2\hat{\varepsilon}_{ini} - 3 + \hat{\varepsilon}_{ini}^2) + 2\sqrt{A_{St}^2 \beta + 4\varepsilon_S^2} - (1 + \hat{\varepsilon}_{ini})\sqrt{A_{St}^2 \beta + \varepsilon_S^2(1 + \hat{\varepsilon}_{ini})^2} \right]$$

und für die nominale Schrumpfung bspw. entlang des Wärmestriches:

$$\varepsilon_{pz,0}^* = \varepsilon_S(1 - \hat{\varepsilon}_{ini}).$$

Diese kann aber nur begrenzt wegen der Mehrzahl von Einflüsse angewendet werden. Die gleichzeitige Erfassung all dieser Effekte auf die auftretenden Verformungen ist nicht möglich da sie sich gegenseitig beeinflussen. Aus diesem Grund ist ihre Bestimmung iterativ nach [Kuz74, Sta16] durchzuführen.

Zusätzlich zu den benannten Korrekturfunktionen müssen weitere Einflüsse zur Berechnung der Breite der Plastizitätszone beachtet werden. Hierfür sind die Richtfolge und der Abstand zwischen den einzelnen Richtsegmenten entscheidend (Abbildung 6.8). Dabei sind drei unterschiedliche Zuordnungen zu berücksichtigen:

Für lineare Zuordnung:

$$K_t = \frac{l_0}{t_0}$$

Für versetzte Zuordnung:

$$K_t = \frac{2l_0}{t_0}$$

Für gezogene, kontinuierliche Striche:

$$K_t = 1$$

wobei  $l_0$  und  $t_0$  sind die Spurenlänge und der Schritt (Abbildung 6.8).

Die Auswirkung der Induktorform  $K_I$  ist zurzeit nur Anhang der gesammelten experimentellen Daten erfasst worden:

$$K_t = 1,27$$

und darf nicht allgemein verwendet werden.

Die angegebenen Korrekturfunktionen  $K_t$  und  $K_I$  ist bei der Berechnung der Schrumpfvolumen als Minderungsfaktoren zu betrachten:

$$b_{pz,0} = b_{pz,0} K_I K_t$$

Diese Methode wird nun in den folgenden Kapiteln umgesetzt und mittels einer Plausibilitätsstudie erprobt.

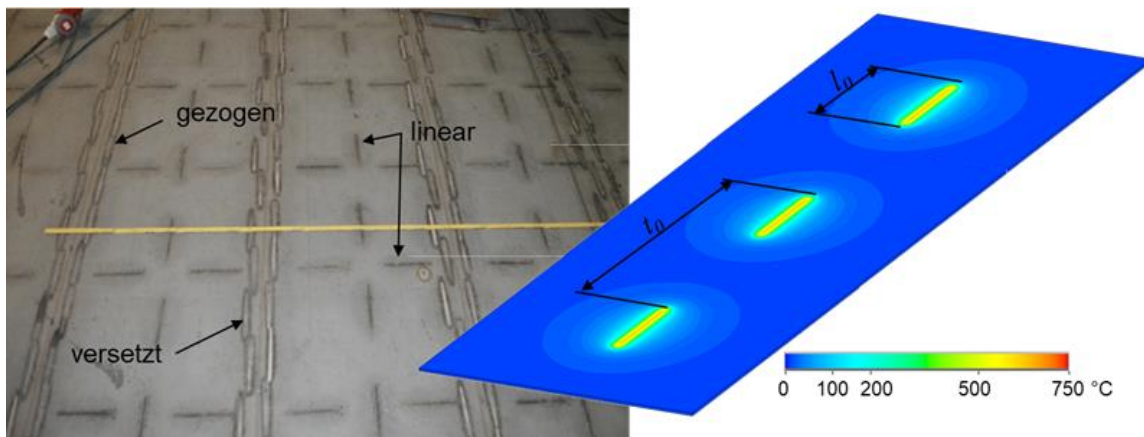


Abbildung 6.8: Einfluss zur Berechnung des Faktors  $K_t$

### Implementierung in das analytisch-numerische Hybridmodell für das Richten

Die wichtigste Aufgabe der numerischen Analyse ist die Berechnung der Verschiebungen nach dem punktuellen thermischen Richten unter Berücksichtigung der komplexen Struktursteifigkeit sowie der tatsächlichen Verteilung der Eigenspannungen. Die strukturellen Verschiebungen werden mittels elastischer FE-Analyse, im Allgemeinen einschließlich der geometrischen Nichtlinearität, berechnet in der nur die elastischen Materialeigenschaften nach Young's Modul und Poisson's Verhältnis benötigt werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die Aufmerksamkeit besonders auf Schalenstrukturen gelegt. Somit sind lineare Schalenelemente für die plastische Zone und für den Rest der zu berechnenden Struktur bevorzugt. Für diese Anwendung sind die folgenden Voraussetzungen festgelegt:

- Freiheitsgrade: 3x Verschiebung und 3x Rotation,
- Elementsteifigkeit: Membran und Krümmung,
- Anzahl an Integrationspunkten: 2 x 2,
- Anzahl an Integrationspunkten über die Elementdicke: mindestens 3,
- Element Ausgabebene: Oberseite, Mitte und Unterseite.

Zur Lösung des Problems wird ein statischer Schritt für Schritt (stationär) Analyse ausgeführt mit einem Wechsel zwischen dem Post-Processing und der Lösungsroutine für jeden Lastschritt, d.h. für jeden Richtpunkt. Die Schrumpfung, berechnet für die vorhandene Spannung nach dem vorherigen Lastschritt, wird auf die Elemente der plastischen Zone als Belastung oder Ausgangseigenschaften (Dehnung oder Spannung) in Abhängigkeit des FE-Codes aufgebracht. Auf diese Weise werden die Belastungen auf den Bereich der nächsten Schweißnaht oder des nächsten Wärmepunktes erhalten und zurück in die analytische Berechnung als Ausgangszustand (Lösung  $K_\sigma$ ) gebracht.

Die Beschränkung des Modells entspricht dem Endzustand der Struktur – im allgemeinen Fall frei von Lagerungen. Im Falle der Verwendung von Hilfsvorrichtungen, sollten diese in Zwischenlastschritten berücksichtigt, die entsprechenden Freiheitsgrade eingeschränkt (Beschränkung in der Ebene) und mit dem letzten Schritt entfernt werden, so wie in der Realität die Demontage der Vorrichtungen nach dem Abschluss des Riehtprozesses erfolgt. In der aktuellen Implementierung ist die analytisch berechnete radiale plastische Dehnung, unter Anwendung der Gleichung (6.21) in die Schrumpfdehnung im kartesischen Koordinatensystem überführt wie eine in der Ebene liegende Schrumpfdehnung, z.B. in der xy-Ebene des Schalenelements. Hierdurch muss die Oberfläche des Schalenelements (Abbildung 6.9) gleich der Oberfläche der plastischen Zone in Übereinstimmung mit Gleichung (6.27) sein, d.h.:

$$d_x = d_y = r_{pz} \sqrt{\pi} . \quad (6.40)$$

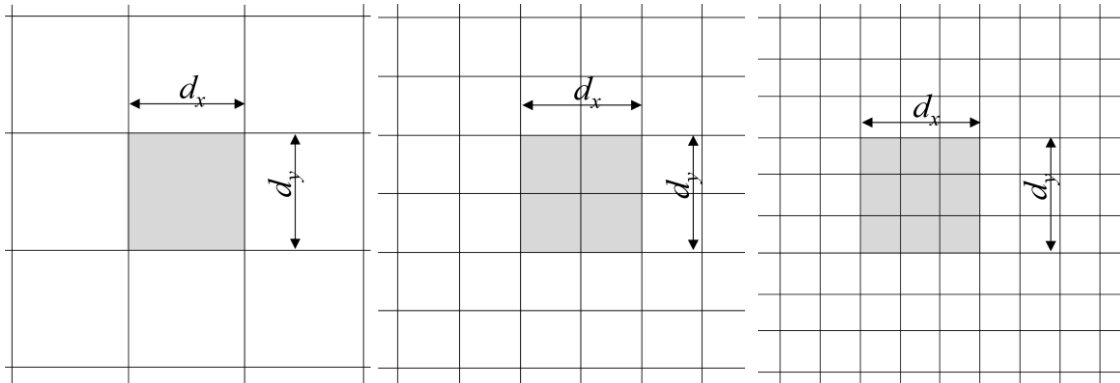


Abbildung 6.9: Beispiele von Zielelementen bzw. Elementgruppen

Sollten diese nicht exakt übereinstimmen, z.B. aufgrund der Modellgeometrie etc. sind einige Abweichungen akzeptiert unter der Bedingung eines unveränderten spezifischen Schrumpfvolumens, d.h. bei einer Veränderung der Werte der Eigendehnungskomponenten. Die Variation der Anfangsspannung über die Elementdicke, falls vorhanden, wird in der Berechnung separat für jede Elementebene (Oberseite, Mitte, Unterseite) mittels der Gleichungen (6.21) und (6.27) berücksichtigt und mit dem Index  $z$  bezeichnet. Mit anderen Worten – an den Integrationspunkten über die Elementdicke. Damit werden für jede Zielelementgruppe mit den tatsächlichen Größen  $d_x$  und  $d_y$  die Eigendehnungskomponenten:

$$\varepsilon_{x,z} = \frac{\varepsilon_{pz,x,z}^* r_{pz,x,z} \sqrt{\pi}}{d_x} \quad (6.41)$$

$$\varepsilon_{y,z} = \frac{\varepsilon_{pz,y,z}^* r_{pz,y,z} \sqrt{\pi}}{d_y}$$

Hierbei ergeben sich die Größen  $\varepsilon_{pz,x,z}^*$ ,  $\varepsilon_{pz,y,z}^*$ ,  $r_{pz,x,z}$  und  $r_{pz,y,z}$  nach der Substitution der jeweiligen Anfangsdehnung  $\hat{\varepsilon}_{ini,x,z}$  und  $\hat{\varepsilon}_{ini,y,z}$  (gelesen von der Elementgruppe unmittelbar vor der Belastung, in x- oder y-Richtung und Ebene ( $z$ )).

Die Ausgangsdehnung, z.B. nach dem Schweißen oder nach einem vorherigen Richtpunkt, d.h. nachdem dem vorherigen Lastschritt, wird mittels einem Element der elastischen Dehnung im Schalenelement berücksichtigt sowie dem Integralwert über die Elemente der Schalengruppe auf jeder Element Ausgabebene. In diesem Fall wird eine Reihe von Untersequentiellen Laststufen ausgeführt, beginnend mit der Schweißsimulation anhand der Berechnung des Schrumpfvolumens nach [Mic14]. Da diese Lösung elastisch ist, müssen einige Singularitäten im Spannungsfeld erwartet werden. Allerdings treten diese in unteren Spannungsbereichen auf, z.B. in den Schweißnähten oder vorherigen Wärmepunkten, und diese können ignoriert werden da die resultierende plastische Dehnung gleich der Schrumpfdehnung ohnehin Null wird. Der letzte Schritt erfolgt im Postprozessor nach der Berechnung der  $(i - 1)$  Iteration durch Integration über die Elemente der  $i$ - Elementgruppe:

$$\hat{\varepsilon}_{ini,x,z} = \frac{1}{d_x d_y} \sum_{j=1 \dots m} S_{e_j} \varepsilon_{ex,z_j} \quad (6.42)$$

$$\hat{\varepsilon}_{ini,y,z} = \frac{1}{d_x d_y} \sum_{j=1 \dots m} S_{e_j} \varepsilon_{ey,z_j}$$

oder einfach durch ein gewichtetes arithmetisches Mittel (anhand der Summe der Produkte von Elementdehnung  $\varepsilon_{ey,z_j}$  und Elementfläche  $S_{e_j}$  der  $j = 1 \dots m$  Elemente in der Gruppe).

### Kopplung der thermomechanischen und strukturmechanischen Teilaufgaben beim Richten

Wie im 2. Kapitel erwähnt folgt die Simulation des thermischen Richtens auf die Simulation des Schweißens. Die oben beschriebene analytische Berechnungsvorgehensweise, sowie das numerische Berechnungsmodell werden nun in einem gemeinsamen analytisch-numerischen Hybridmodells gekoppelt. Das analytische Verfahren berechnet hierbei die beim Richten auftretenden Maximaltemperaturen, bestimmt daraus den Radius der Plastizitätszone und somit ergibt sich das resultierende Schrumpfvolumen. Dieses wird als Belastung, zusammen mit den beschriebenen Einflussfaktoren auf das FE-Modell gegeben und somit für jeden Richtpunkt, unter Berücksichtigung der Spannungen und Dehnungen des vorherigen Richtpunktes, die Verschiebungen berechnet (Abbildung 6.10).

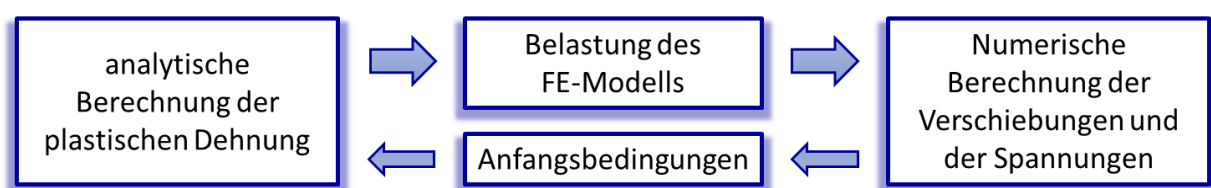


Abbildung 6.10: Schema des gekoppelten Hybridmodells

Im Gegensatz zur konventionellen rein numerischen Berechnung ist es möglich, durch die Kopplung der analytischen und numerischen Berechnungsvorgehensweise die Verformungen nach dem Schweißen, sowie nach dem Richten in einem Bruchteil der Zeit zu bestimmen. Die programmtechnische Umsetzung zur Implementierung in eine am Markt vertretende FE-Software ist als Ablaufplan in der Abbildung 6.11 dargestellt.

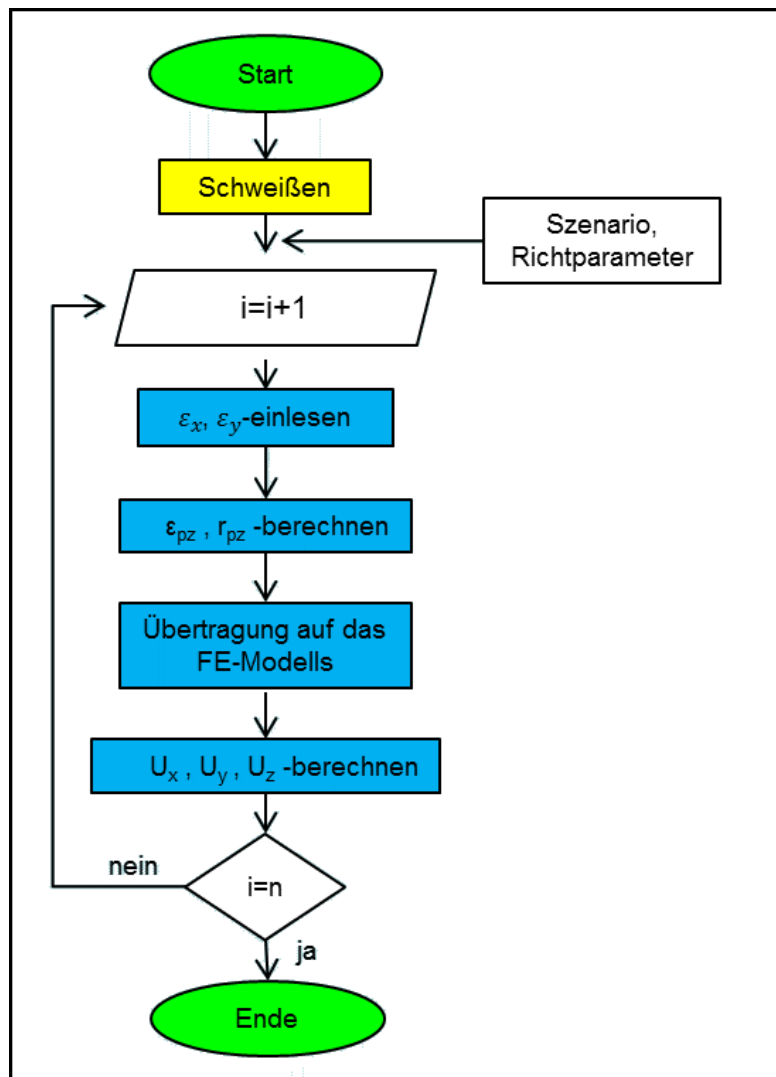


Abbildung 6.11: Ablaufplan des gekoppelten analytisch-numerischen Hybridmodells

### Anwendung des analytisch-numerischen Modells an einer beispielhaften Struktur

Das Hauptziel ist es nun, die Machbarkeit des vorgeschlagenen Modells aufzuzeigen. Zur Lösung der strukturellen Verschiebungen wird eine einfache elastische Analyse unter Verwendung des ANSYS® FE- Codes eingesetzt. Das Finite-Elemente-Modell berücksichtigt linearen Schalenelementen mit drei Integrationspunkte über die Dicke. Eine begründete Vereinfachung auf einen Sektor wird vermieden, da dieses Beispiel die allgemeine Anwendung demonstriert. Die Randbedingungen werden so aufgebracht, dass eine uneingespannte Konstruktion berücksichtigen. Die einbringung der Schrumpfdehnung erfolgt durch Anfangsbedingung (INISTATE) an den Elementen der jeweiligen Zielgruppe.

Um die Anwendbarkeit des Hybridmodells zu demonstrieren, erfolgt die Simulation eines Schweißprozesses gefolgt von einer Simulation des thermischen Richtens.

Gegenstand ist ein qualitativer Demonstrator um die Plausibilität des Modells nachzuweisen. Dafür wurde eine komplexe Struktur gewählt [Mic14] mit 8 Schweißnähten, und Abmessungen 1000 mm x 1000 mm, siehe Abbildung 6.12. Diese Struktur besteht aus zwei T-Profilen die über die Schweißnähte 1 und 2 mit einer Platte verbunden sind, sowie zwei L-Profilen die über die Schweißnähte 3 und 4 mit der gleichen Platte verbunden sind und zusätzlich über die Schweißnähte 5, 6, 7 und 8 gefügt sind. Jede Wanddicke beträgt dabei 3 mm. Der Abstand zwischen den T-Profilen liegt bei 800 mm und zur Anwendung kommt ein einfacher Baustahl. Für den Zweck der Simulation wurden Referenzschweißverfahren und Referenzparameter ausgewählt.

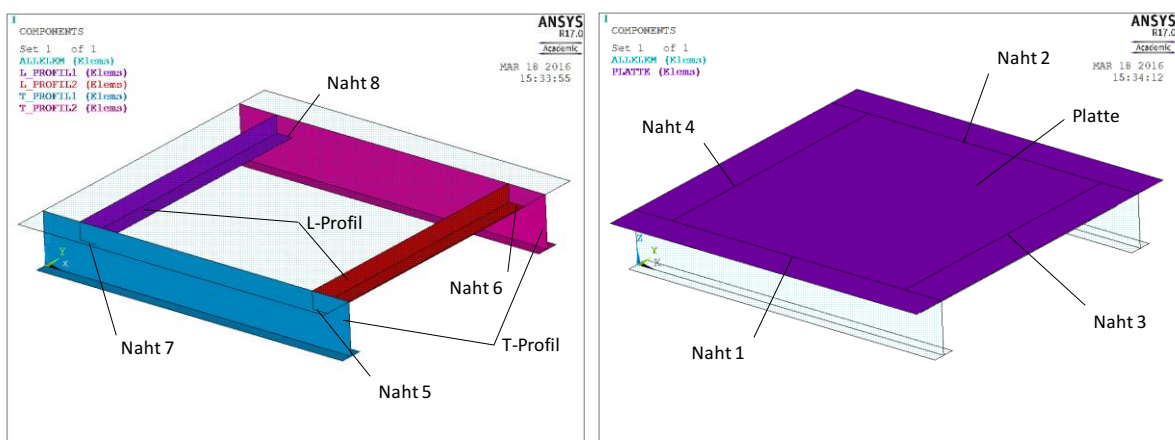


Abbildung 6.12: Modell der Struktur mit Abmessungen und Schweißnähten

### Simulation des Schweißens

Aufgabe der Analyse ist der Verzug in der Platte, die durch den Rahmen umschlossen ist. Die Profile werden hierzu von der Analyse nicht berücksichtigt. Nach [Mic14] ist großer Winkelverzug zu erwarten, wenn zu Beginn die L-Profile und die T-Profile zusammenschweißt (Nähte 5 – 8) und anschließend durch die Nähte 1 – 4 mit der Platte verbunden werden.

Für die Berechnung des Verzuges anhand des Hybridmodells wurde ein Finite-Elemente-Modell mit Schalenelementen erstellt. In diesem Simulationsfall ist das gewählte Netz sehr grob und wird nur in den Bereichen der plastischen Verformung, an denen die Struktur belastet wird, verfeinert. Daher beträgt die Elementgröße in diesen Bereichen etwa 20 mm (entsprechend der analytischen Lösung). Aus dem Grund der freien Verformung, hat nur der Knoten in der Mitte der Platte ( $x = 500 \text{ mm}$   $y = 500 \text{ mm}$ ) fixierte DOF (Translation und Rotation). Die Belastung wird durch Längs- und Querdehnungen umgesetzt, in drei Stufen, linear verteilt über die Dicke in Übereinstimmung mit dem Schweißszenario.

Die Dehnungen in Längs- und Querrichtung, sowie deren Schwerpunkt werden mittels des beschriebenen analytischen Modells unter einem spannungsfreien Zustand berechnet. An

diesem Punkt wird eine Referenzverteilung der Maximaltemperatur angewendet. Für den dritten Schritt, werden die Restspannungen nach dem zweiten Schritt (Zug in der Platte und Druck in den L-Profilen entlang der Nähte 3 und 4) berücksichtigt. Die sich daraus ergebenden Lösungen sind exemplarisch anhand der Verschiebungen in z-Richtung (Abbildung 6.14) dargestellt.

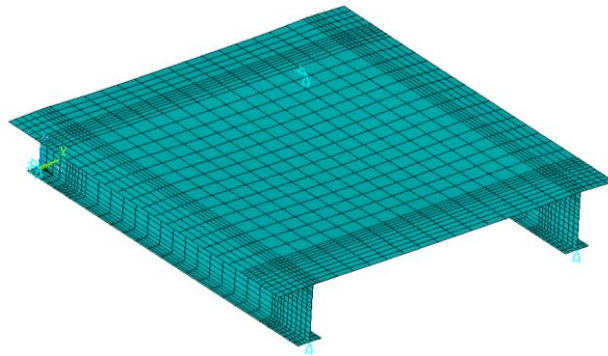


Abbildung 6.13: FE-Modell der Struktur

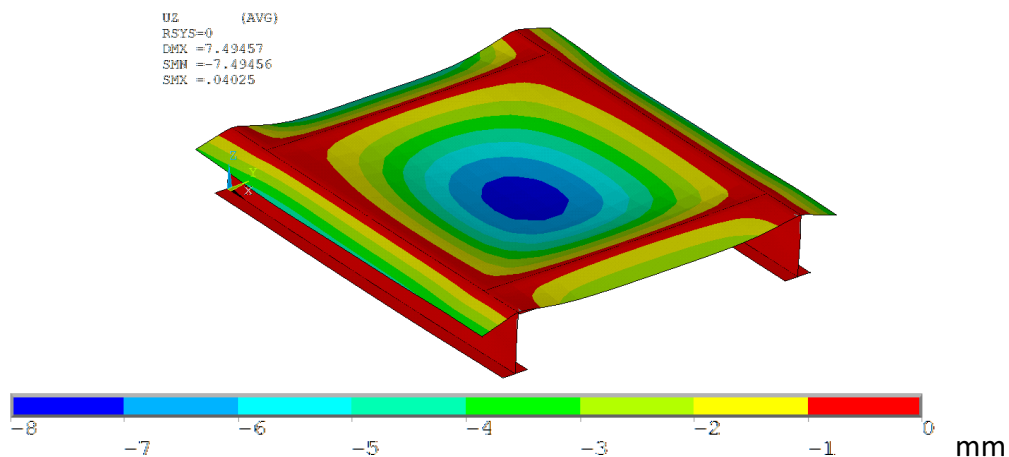


Abbildung 6.14: Verformung der Struktur (Verschiebung in z-Richtung, in mm) nach dem Schweißen, skaliert x75

Der Verzug, die anhand des Hybridmodells errechnet wurden, erfüllen qualitativ die nach [Mic14] erwarteten. Die Durchschnittswerte der berechneten Biege- und Querschumpfung in der Platte, zwischen den T-Profilen, in der Mitte der Struktur, nach dem Schweißen sind:  $\Delta z = 7,5$  mm und  $\Delta y = 0,3$  mm.

### Simulation des Richtens

Basierend auf den berechneten Verzügen nach dem Schweißen erfolgt eine Simulation des thermischen Richtens. Hierbei werden 46 Wärmepunkte auf die Platte aufgebracht mit einem

jeweiligen Abstand von 100 mm zueinander. Die Prozessparameter sind ebenfalls referenziert, so dass die Nennweite der Radiuses der plastischen Zone 10 mm entspricht.

$$r_{pz} = 9,95 \text{ mm}$$

und

$$\varepsilon_{pz}^* = 2,4 \times 10^{-3}$$

Die Erwärmungssequenz folgt einer spiralförmigen Bahn von außen nach innen in 46 Belastungsschritten (-stadien).

Die plastischen Dehnungen für jeden nächsten Punkt und jede Richtung werden neu berechnet unter Berücksichtigung des tatsächlichen Belastungs- (oder Spannungs-) Vektor von dem aktuellen Element. Daher variiert sie von Punkt zu Punkt im Bereich zwischen einem Vielfachen und Null (Berücksichtigung der  $K_\sigma$ ), siehe Abbildung 6.15 und Abbildung 6.16. Bei diesem Schritt wurde die Neuberechnung nach der Methode von vorherigem Kapitel bzw. [Mic16a] durchgeführt.

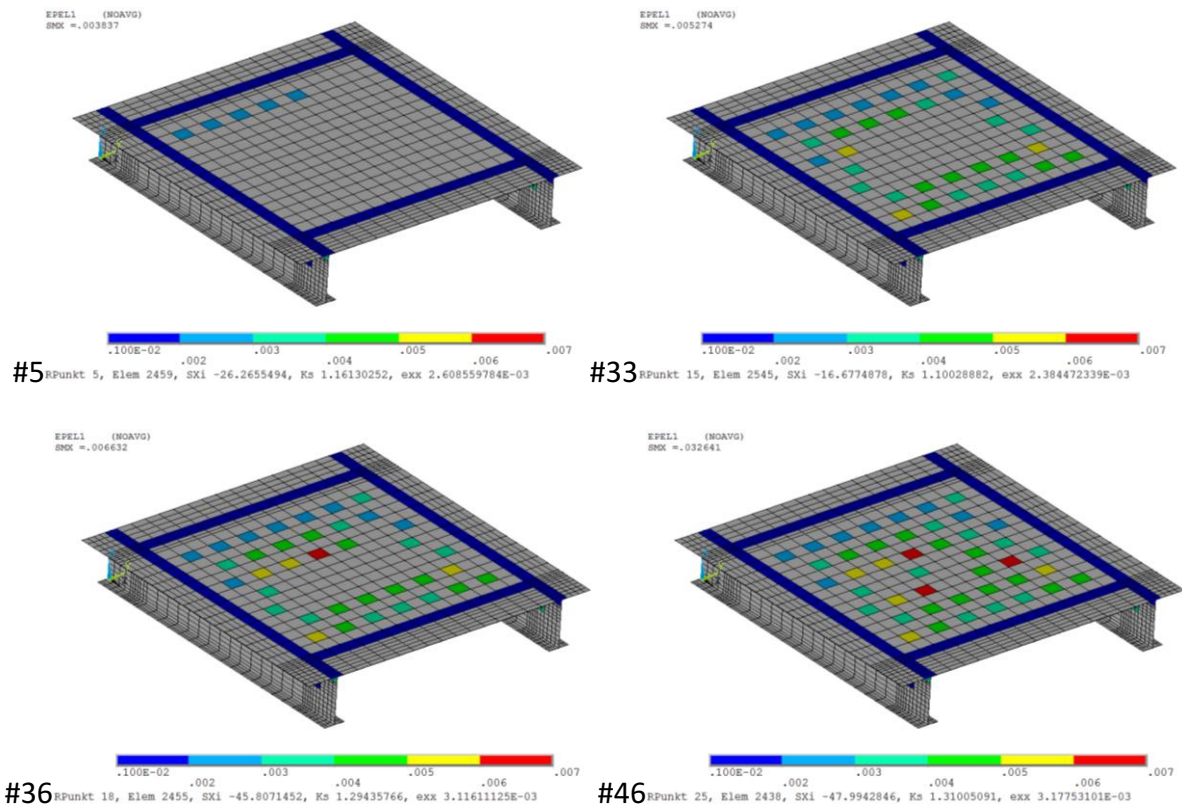


Abbildung 6.15: Belastung des FE-Modells in unterschiedlichen Richtstadien (eingebrachte elastischen Dehnung in den Elementen, nach Gleichung (6.41), mit Bezeichnung der Reihenfolge



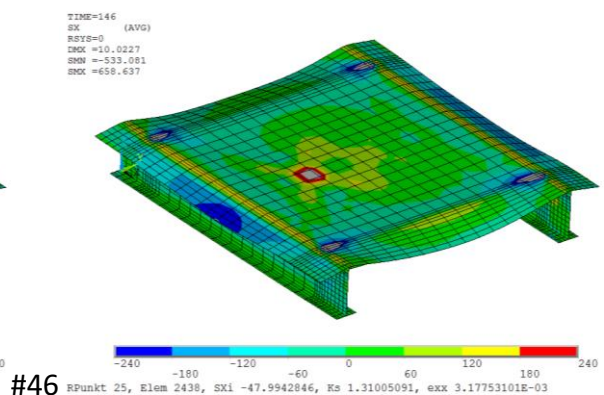
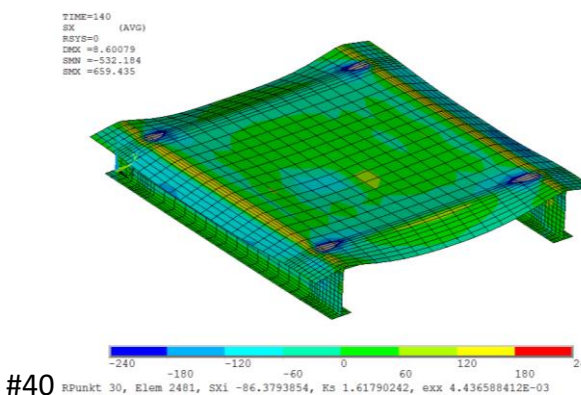
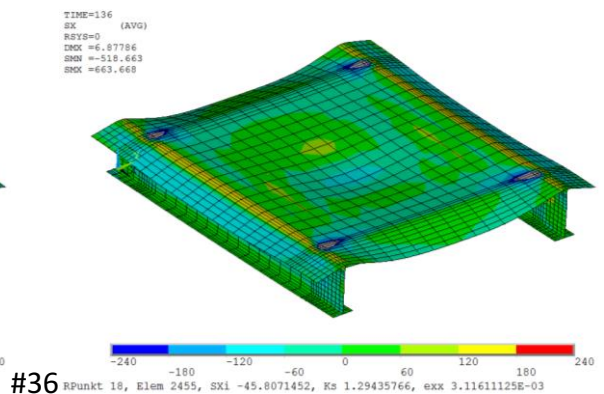
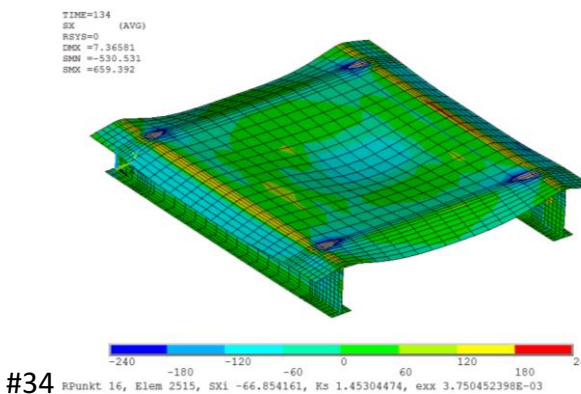
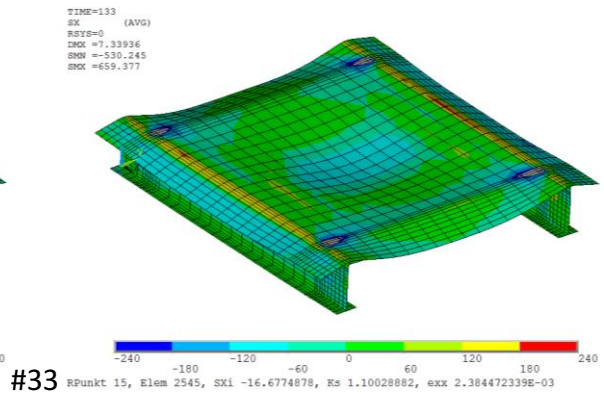
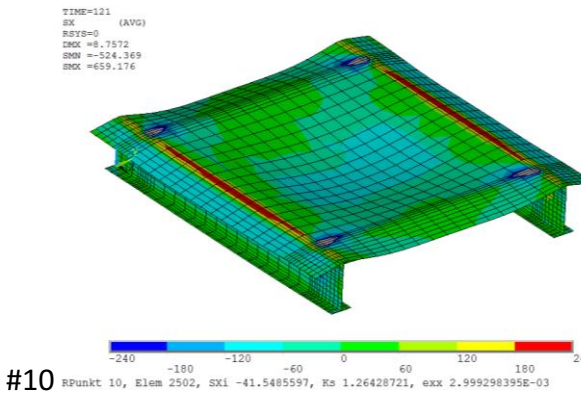
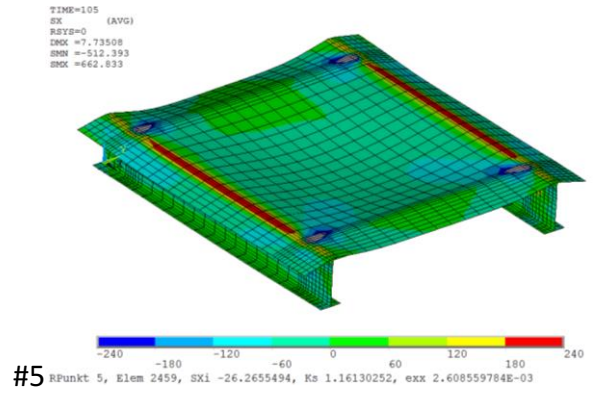
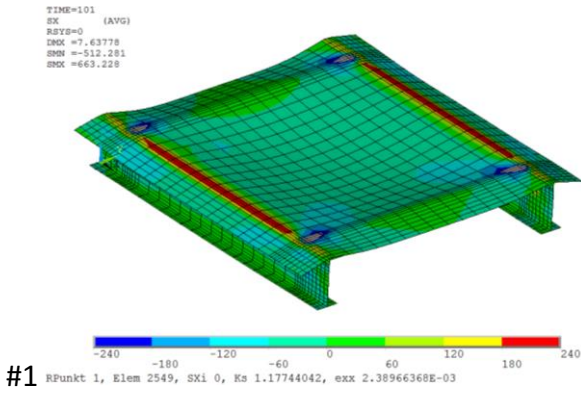


Abbildung 6.16: Verformung der Struktur und Spannungsverteilung an einigen Richtpunkten wehrend des dem Richten (Spannungen in der Ebene, in x-Richtung, MPa), mit Bezeichnung der Reihenfolge

Die Berechnungszeit für die gesamte Simulation des Schweißens und des Richtens nahm 5 – 10 Minuten in Anspruch. Die erhaltenen Ergebnisse nach dem letzten wärme punkt bestätigen das erwartete Ergebnis – Ausrichten in der Plattenebene (Abbildung 6.17) und eine Zunahme der Schrumpfungen in der Ebene. Die Berechnung zeigt eine Reduzierung der Biegelinie auf weniger als 1 mm, siehe Abbildung 6.18-a. Diese ist auch aus der Vergleich der Abbildung 4.6 und Abbildung 4.9 qualitativ zu entnehmen. Die Schrumpfungen in der Ebene der Struktur (exemplarisch der Abstand zwischen den T-Profilen), wächst von ca. 0,3 mm auf ca. 0,7 mm an (Abbildung 4.10 b), blaue Kurve).

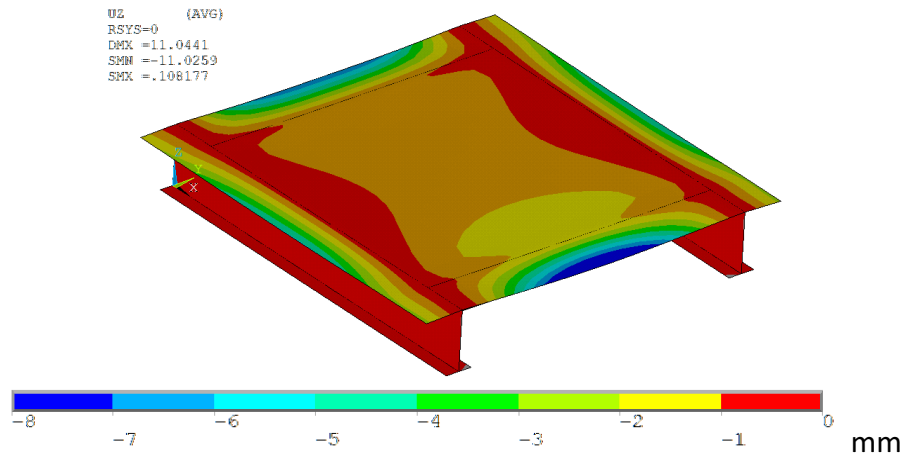


Abbildung 6.17: Verschiebungen in der Struktur in z-Richtung (au der Blechebene), nach dem Richten, vergl. Abbildung 4.6, skaliert x75

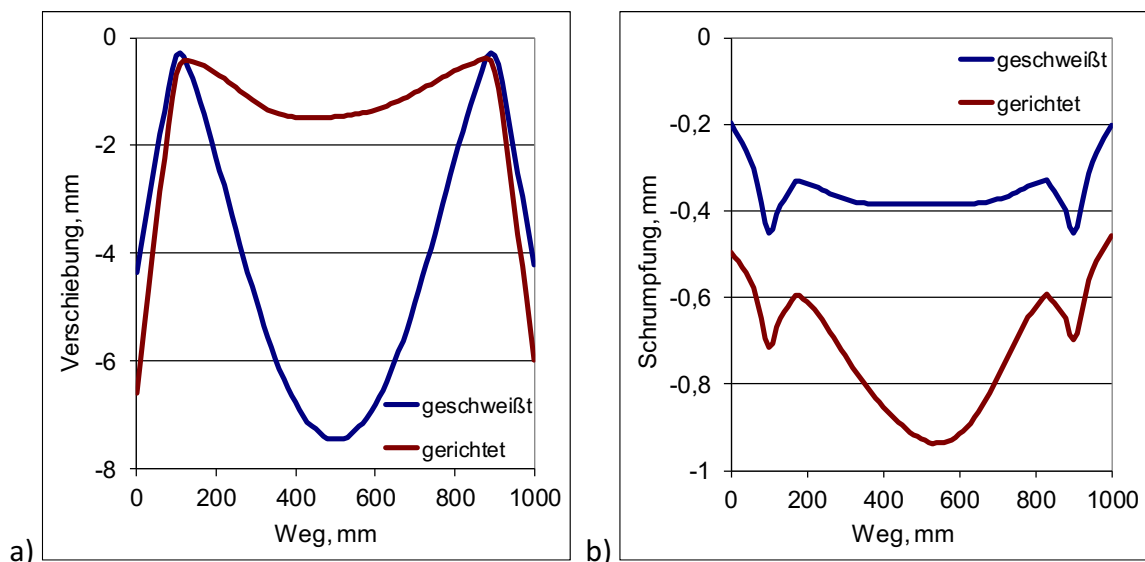


Abbildung 6.18: Vergleich zwischen "nach dem Schweißprozess" und "nach dem Richtprozess": a) Verschiebungen aus der Ebene, b) Querschrumpfung

Die Untersuchung der Zwischenschritte zeigt, dass nicht jeder Wärmepunkt sinnvoll ist, d.h. einige der Richtpunkte haben keinen Effekt auf die Verzüge oder rufen einen negativen Effekt

hervor. So sind zum Beispiel die Winkelverzerrungen nach dem Wärmefleck #41 gleich dem Letzten und nach dem 44. Fleck erreichen sie das Minimum. Dennoch ist es ein Anzeichen dafür, dass das Modell Möglichkeiten bietet die strukturelle Schrumpfung zu bestimmen, sowie die optimale Richtprozedur zu analysieren.

Resultate aus einer ergänzenden Testberechnung ohne Berücksichtigung der Anfangsspannungen, sowohl nach dem Schweißen als auch während des Richtens, zeigen Abbildung 6.19 bis Abbildung 6.21. Bei dieser Berechnung wurden nur die Verformungen nach dem Schweißen auf das FE-Modell für das Richten, durch eine Aktualisierung der Knotenkoordinaten, übertragen, Abbildung 6.19.

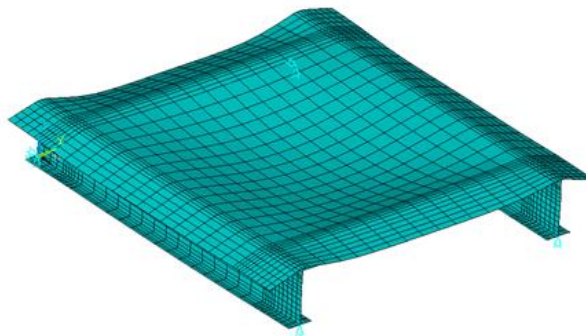


Abbildung 6.19: FE-Modell für die Testberechnung mit Vernachlässigung der Anfangsspannungen

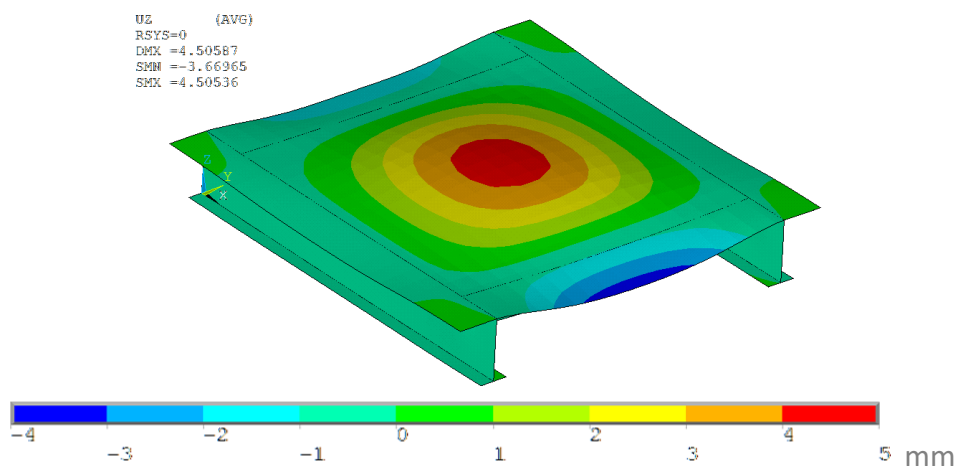


Abbildung 6.20: Verschiebungen in der Struktur in z-Richtung (au der Blechebene), nach dem Richten, vergl. Abbildung 6.17, skaliert x75

Die nachfolgende Simulation des Richtprozesses berücksichtigt ebenso nicht die dadurch entstandenen Spannungen und erfolgt somit aufgrund der nominalen Schrumpfung. Die Ergebnisse zeigen eine qualitative Unstimmigkeit des Verformungsfeldes – Ausbeulen in der entgegengesetzten Richtung bei den Verschiebungen aus der Blechebene (Abbildung 6.20). Ein Vergleich der Schrumpfungen in der Blechebene zeigt eine weitere unrealistische gesamte Schrumpfung in der Blechebene, Abbildung 6.21.

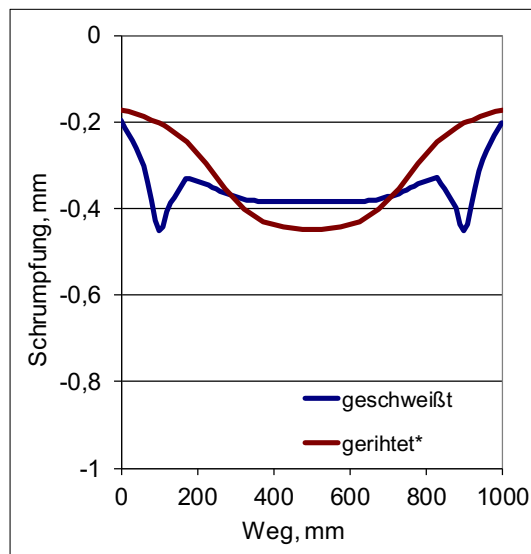


Abbildung 6.21: Vergleich der Querschrumpfung "nach dem Schweißen" und "nach dem Richten"

Die Ergebnisse der Testberechnung ohne Rückkopplung, d.h. ohne Berücksichtigung des Spannungsfeldes sind weder quantitative noch qualitative plausibel und zeigen, dass die Vernachlässigung des Effektes der Anfangsspannungen unzulässig ist. Die Anwendung in der Praxis ist nur gewährleistet, wenn diese Auswirkung berücksichtigt wird.

## 7 Absicherung der Gültigkeit von den vorgestellten Modellen für das thermische Richten

In diesem Kapitel wird eine umfassende Bestätigung des vorgeschlagenen theoretischen Modells für die punktuelle Erwärmung und die auf dessen Grundlage abgeleitete analytische Lösung vorgestellt. Darauf aufbauend folgt eine Überprüfung der Funktionalität seiner Umsetzung für die Berechnung realer Probleme. Zu diesem Zweck werden Vergleiche mit der thermomechanischen numerischen Simulation präsentiert und gleichzeitig werden die Berechnungen mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Die Vergleiche werden zunächst an einfachen Proben durchgeführt. Danach wird das Modell an einer komplexen realen geschweißten Teststruktur angewendet. Dabei handelt es sich um ein Segment einer Waggonwand, das mit einer Kombination aus Laserstrahl- und MSG-Schweißverfahren gefügt und mit einer Acetylenflamme gerichtet wurde. Der Vergleich erfolgt über die messtechnische Erfassung der Verschiebungen und den Vergleich mit den mit dem Hybridmodell ermittelten Ergebnissen, sowohl nach dem Schweißen als auch nach dem Richten. Hierbei werden auch unterschiedlich Szenarien der Richtfolge betrachtet. Es wird auch ein Vergleich zwischen berechneten und experimentell ermittelten Verschiebungen beim Richten mittels Wärmestrich diskutiert.

Die Ergebnisse aus den Verifizierungs- und Validierungsstudien liefern einen umfangreichen Nachweis über die hohe Aussagekraft der entwickelten Berechnungsvorgehensweise. Dazu werden die Einsatzmöglichkeiten und -grenzen des analytisch numerischen Hybridmodells für die praxisbezogene Anwendung zur Simulation von komplexen Schweißkonstruktionen zur Diskussion gestellt. Dazu ist auch eine Möglichkeit zur einfachen und schnellen Kalibrierung der effektiven Wärme bei manueller Prozessführung vorgestellt worden.

### Betrachtung der der Maximaltemperaturen

Untersuchungen im Labor zeigten hinsichtlich dem Zusammenhang zwischen Wirkungsgrad und Acetylenverbrauch (Abbildung 7.1-a), sowie dem Zusammenhang zwischen Verteilungsradius und Acetylenverbrauch (Abbildung 7.1-b), dass die beim punktuellen Flammenrichten erzielte Verteilung der Maximaltemperaturen nicht mit den aus der Literatur [Ryk57] bekannten Maximaltemperaturen übereinstimmen.

Unter Anpassung des Wirkungsgrades konnte die Berechnung der Verteilung der Maximaltemperaturen unter Berücksichtigung des Acetylenverbrauches dennoch durchgeführt werden. Jedoch haben, wie schon erwähnt, Untersuchungen bei der Kranbau Köthen GmbH gezeigt, dass die Berechnung anhand Acetylenverbrauches keine praxisnahe Methode zur Ermittlung der Temperaturen darstellt. Aus diesem Grund wurde zur Berechnung der Maximaltemperaturen beim thermischen Richten mittels Flamme, eine reversible Lösung entwickelt. Unter Berücksichtigung des beim Richten entstehenden Wärmeflecks und dessen Radius ist es möglich die Maximaltemperatur (Gleichung (6.14)) mittels der Gleichung (7.1) analytisch zu bestimmen und daraus wie oben beschrieben den Radius der Plastizitätszone.

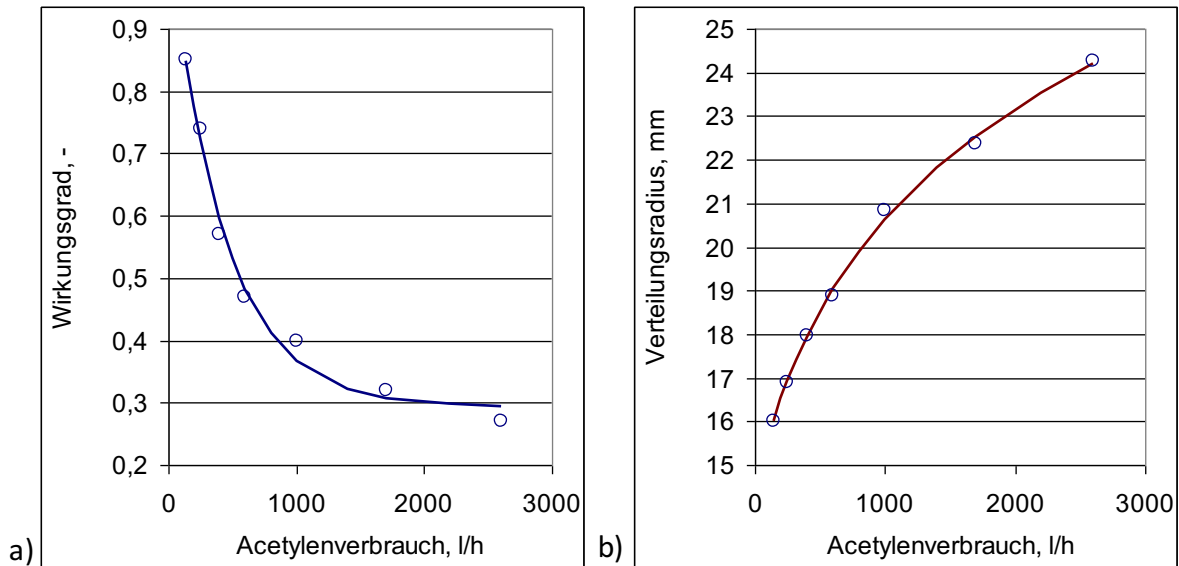
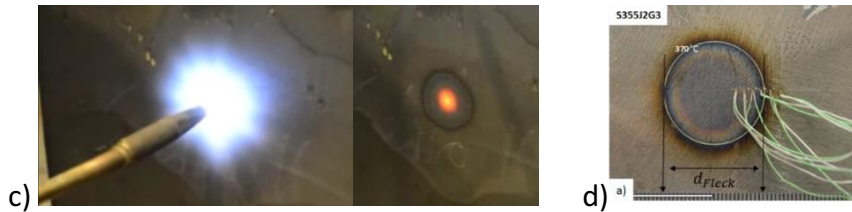


Abbildung 7.1: Charakteristiken der Wärmequelle beim Acetylenflame: (a) Wirkungsgrad der Flamme in Abhängigkeit des Acetylenverbrauches, (b) Verteilungsradius der Flamme in Abhängigkeit des Acetylenverbrauches, (c) Prozessführung und (d) beispielhaften Anlassfarben des Wärmefleckes

Die Berechnung der eingebrachten Wärme erfolgt invers aus dem Wärmefleckradius (siehe Abbildung 4.3):

$$Q_1 = \rho c \pi (T_{Fleck} - T_0) r_{Fleck}^2 e^{1 + \beta r_{Fleck}^2} \quad , \text{ in J/mm} \quad (7.1)$$

und direkt in Gleichung (6.14) zur Berechnung der Maximaltemperaturverteilung umgesetzt.

Ein Vergleich der mittels analytischer Berechnung ermittelten Maximaltemperaturen mit den konventionell rein numerisch berechneten und den experimentell erreichten Maximaltemperaturen ist in der Abbildung 7.2 dargestellt.

Die Abbildung zeigt eine zufriedenstellende Übereinstimmung der analytischen und der numerischen Berechnungen sowohl für die Bestimmung über den Fleckradius (Abbildung 7.2 a), als auch für die Bestimmung über den Acetylenverbrauch, in dem entscheidenden Temperaturbereich bis  $4\varepsilon_s = 378^\circ\text{C}$ . Aufgrund der fehlenden Eignung für die praktische Anwendung, wird die Berechnung über den Acetylenverbrauch jedoch nicht weiter betrachtet.



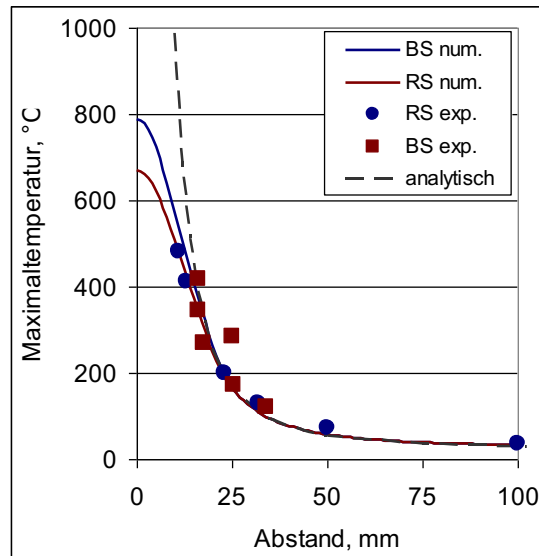


Abbildung 7.2: Vergleich der analytischen mit der numerischen Berechnung und der experimentellen Ergebnisse für den Werkstoff S355J2 G3 und einer Blechdicke von 3 mm

## Betrachtung der Verschiebungen

### Punktuelle Erwärmung mittels autogener Wärmequelle

Zur Demonstration der Funktionalität des Hybrid-Modells wurde in Analogie zur Analyse in früheren Arbeiten [Mic10] eine gekoppelte transiente thermisch-elastisch-plastische mechanische Untersuchung an einem axialsymmetrischen Modell durchgeführt. Hierbei gibt es nur zwei wesentliche Unterschiede in der Spezifikation des Modells. Der erste Unterschied ist, dass die Wärmequelle die in der numerischen thermischen Analyse eingesetzt wird, mit einem normalverteilten Wärmefluss auf der Oberfläche der erwärmten Seite für eine Zeit von 4 s definiert ist. Der Wärmequellen Verteilungsparameter wird nach der Beziehung aus der Arbeit von Rykalin [Ryk57] berechnet. Der zweite Unterschied ist, dass die Wärmeleitfähigkeit, die Enthalpie Zunahme, sowie der Wärmeübergangskoeffizient als temperaturabhängig angegeben werden, unter Berücksichtigung der oben angegebenen Umwandlungen. Für die elastisch-plastische Analyse sind ein temperaturabhängiger E-Modul und eine temperaturabhängige Fließspannung zu verwenden, nach der Beziehung aus [Mic10].

Das hier vorgestellte Modell ist vor allem für dünnwandige Großstrukturen (Plattendicke  $\ll$  Plattengröße) vorgesehen. Dies setzt eine gleichmäßige Temperaturverteilung über die Dicke voraus. Aus mechanischer Sicht bedeutet dies einen ebenen Spannungszustand in der Blechebene und eine unendliche Plattengrenze. Üblicherweise werden die zu richtenden Bauteile an der Oberfläche erhitzt und somit ist die Temperaturverteilung im Hochtemperaturbereich ungleichmäßig. Gleichzeitig sind die Dimensionen als real anzusehen da die Plattengröße hauptsächlich um ein Vielfaches größer ist im Vergleich zur -dicke.

Für einen Vergleich des Modells mit der thermomechanischen numerischen Simulation wurde eine Referenzfallstudie entwickelt. Diese betrachtet eine große kreisförmige Platte der Stahlgüte S355J2G3 mit einer Dicke von  $3\text{ mm}$  und einem Durchmesser von  $500\text{ mm}$ . Die kreisförmige Platte unterliegt hierbei einer kurzzeitigen lokalen Erwärmung auf der Oberfläche im Zentrum, mittels konzentrierter Acetylen-Sauerstoff-Flamme und kühlt anschließend auf die anfängliche Raumtemperatur ab.

Die numerische Lösung wird mit Hilfe einer gekoppelten transient thermischen und mechanisch stationären Analyse, unter Verwendung eines ANSYS Software Codes, durchgeführt. Die Berechnungen erfolgen an einem axial-symmetrischen FE-Modell mit einem Querschnitt von  $250\text{ mm} \times 3\text{ mm}$ . Die thermischen Eigenschaften werden als temperaturabhängig im Bereich der Raumtemperatur bis auf  $800\text{ °C}$  definiert, unter Berücksichtigung von Referenzwerten für diese Art von Stahl nach Michailov [Mic12]. Der Wärmefluss durch die freie Oberfläche behält einen konstanten Konvektionskoeffizienten von  $40 \times 10^{-6}\text{ W}/(\text{mm}^2\text{K})$  und einem Emissionsgrad von  $0,6$ . Die Anfangs- und Bauteiltemperatur sind gleich der Raumtemperatur von  $29\text{ °C}$  angestellt. Die Erwärmung wird mit Hilfe einer normal verteilten Wärmequelle auf der Oberfläche, mit einer effektiven Leistung von  $2,5 \times 10^3\text{ W}$  und einem Verteilungsradius von  $16\text{ mm}$  über eine Zeit von  $4\text{ s}$  durchgeführt.

Die mechanischen Eigenschaftensind so ausgelegt, dass sie sowohl analytische als auch numerischen Lösungen bedienen. Der thermische Ausdehnungskoeffizient ist auf  $1,27 \times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ , der E-Modul auf  $2,05 \times 10^5\text{ N}/\text{mm}^2$  und die Fließspannung auf  $246\text{ N}/\text{mm}^2$ , bei einer Dehnung an der Streckgrenze von  $\varepsilon_s = 1,2 \times 10^{-3}$  festgelegt. Die elastisch plastische Analyse wird unter Berücksichtigung einer freien Scheibe und unter Variation der Temperaturen mittels des ideal elastisch-plastischen Modells gelöst.

Abbildung 7.3 zeigt die erhaltene Verteilung der Maximaltemperaturen und plastischen Dehnungen auf der Oberfläche der Platte (Brennerseite) und im Querschnitt.

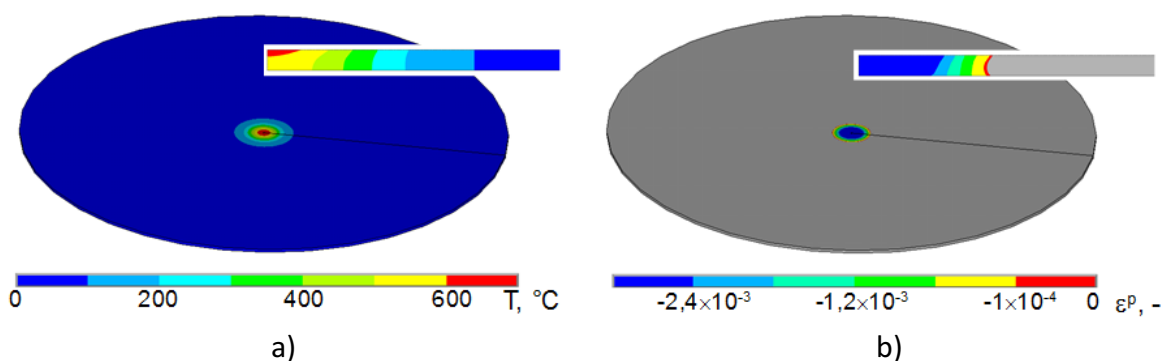


Abbildung 7.3: Ergebnisse aus der numerischen FE-Analyse - Verteilung der Maximaltemperatur (a) und der plastischen Dehnung (b) auf der Oberfläche und im Querschnitt

Hierbei ist zu sehen, dass die Temperaturverteilung entlang der Dicke zwischen  $200\text{ °C}$  und  $400\text{ °C}$  –isothermen nicht absolut gleichmäßig ist und das Problem dem Modell für dünne



Platten nur ähnlich ist. Dies wird auch durch den berechneten Bereich der radialen plastischen Restdehnungen (Abbildung 7.3-b) bestätigt. Ein quantitativer Vergleich diesen Feldern ist aus der Abbildung 7.4 zu entnehmen.

Allerdings zeigt der Vergleich der radialen Verteilung der thermischen Dehnung bei Maximaltemperatur plus die zweifache Dehnung an der Streckgrenze (gestrichelte Kurve) und der radialen sowie tangentialen plastischen Dehnungen (durchgezogene Linie), dass die Verhältnisse noch gültig sind (Abbildung 7.4-a).

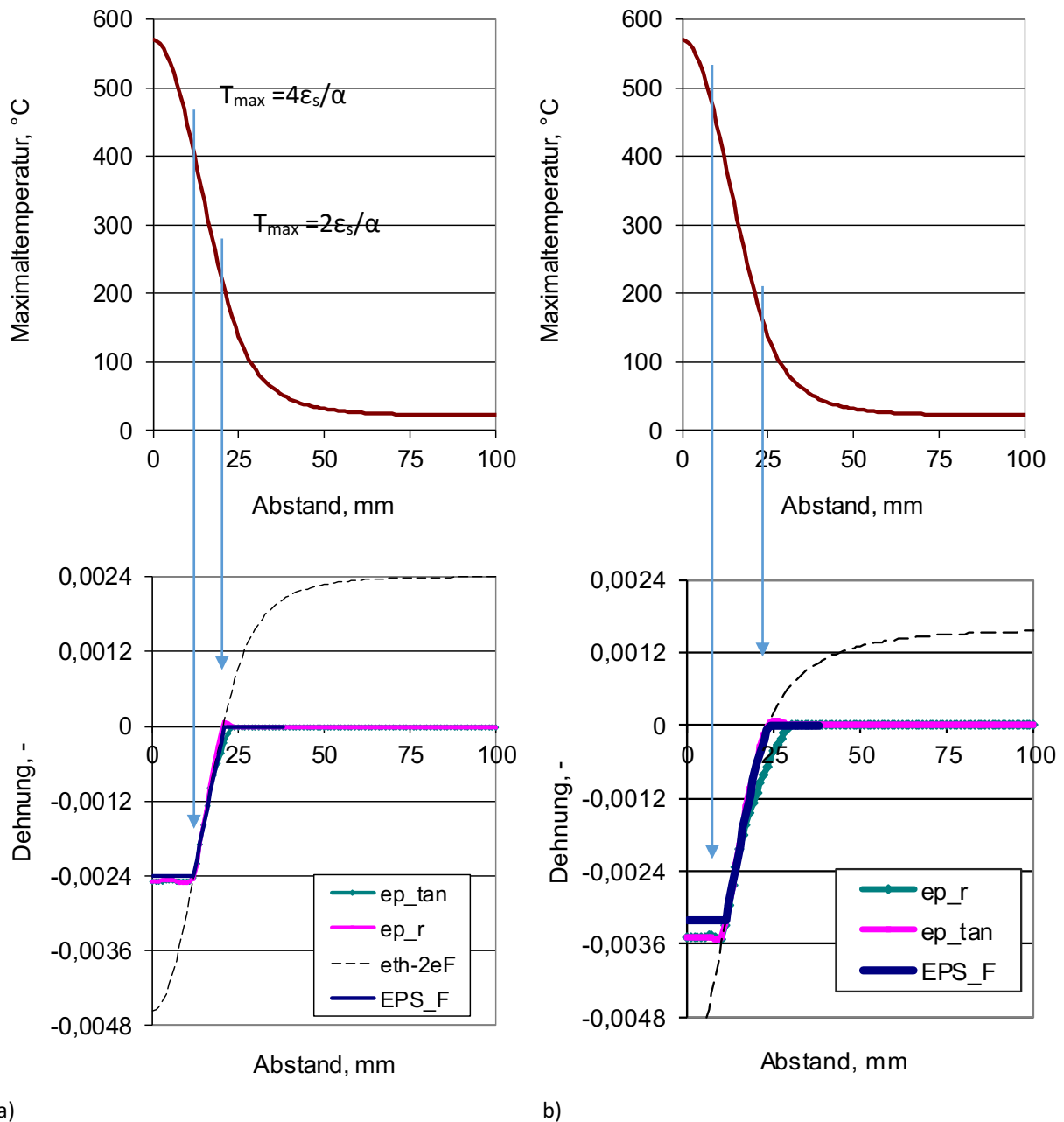


Abbildung 7.4: Ergebnisse aus der numerischen FE-Analyse und dem Vergleich mit den abgeleiteten Beziehungen: a) radiale Verteilung der Maximaltemperatur (oben) und der Dehnungen in der mittleren Ebene der Platte (unten) b) nach ergänzende Berechnung bei einer Anfangs-Druckspannung  $0,3\sigma_s$

Es ist eindeutig zu sehen, dass praktisch die plastische Dehnungsverteilung fast immer genau mit den erwarteten Punkten übereinstimmt – Null plastische Dehnung bei einer thermischen Dehnung gleich der zweifachen Dehnung an der Streckgrenze (Überschreiten der Null-Achse) und der Maximalwert der plastischen Dehnung erreicht bei thermischer Dehnung gleich die vierfache Dehnung an der Streckgrenze ( $2\varepsilon_s - 4\varepsilon_s = -0,0024$ ). Die Entwicklung der plastischen Dehnung (Abbildung 7.4) zeigt zudem eine exakte Übereinstimmung zwischen den numerisch erhaltenen Kurven (der der Radial-  $ep_r$  und der Tangentialkomponente  $ep_{tan}$  der Plastischen Dehnung) und dem theoretischen Modell (EPS\_F).

Eine sehr gute Übereinstimmung zeigt auch der Vergleich zwischen der plastischen Dehnungsverteilung unter Berücksichtigung einer Anfangsdehnung. Zu diesem Zweck wurde eine exemplarische Testberechnung mit einer Druckvorspannung gleich  $\frac{1}{3}$  der Streckgrenze durchgeführt. Die resultierende plastische Dehnungsverteilung gegenüber der maximalen thermischen Dehnung verschoben um  $2\varepsilon_s + 2\varepsilon_{ini}$  (gestrichelte Kurve) sind in Abbildung 7.4-b dargestellt. Hierbei können sowohl einige Abweichungen der radialen und tangentialen plastischen Dehnungen und eine leichte Zunahme der maximalen plastischen Dehnung von -0,0035 anstelle von -0,0032 erkannt werden. Jedoch kann vom praktischen Standpunkt aus, der Fehler als vernachlässigbar angenommen werden.

Die Analyse der Temperaturabhängigkeit von Streckgrenze und E-Modul zeigt eine abnehmende Bedeutung ab  $400^\circ\text{C}$  und die Neigung der beiden Kurven können gleich sein oder variieren [Mic12], Abbildung 7.5). Bei den abweichenden Kurven (wie z.B. bei den verfestigten Stählen bzw. austenitischen) bedeutet dies, dass die getroffenen Annahmen bezüglich der Konstante  $b$  (siehe Kapitel 3) nicht mehr gültig sind. Daher sind die radialen und tangentialen Spannungs- und Dehnungskomponenten nicht gleich. Diese Tatsache in Kombination mit der Dimensionalität des Problems führt zu einer Nichtübereinstimmung der beiden Lösungen.

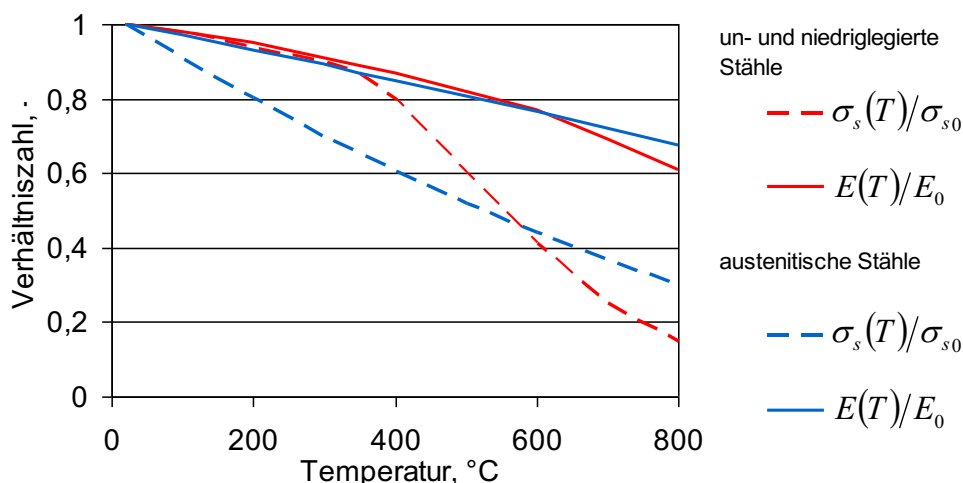


Abbildung 7.5: Normierte Kurven des E-Moduls und der Fließspannung für un- und niedriglegierte sowie austenitische Stähle

Zur Untersuchung der in diesem Fall aufgetretenen Fehler, wurde eine numerische Berechnung unter Verwendung von variablen Materialeigenschaften durchgeführt. Abbildung 7.6 zeigt eine exemplarische Verteilung der plastischen Dehnung in diesen Fällen. Die Ergebnisse zeigen Abweichungen der plastischen Dehnungsverteilung im Vergleich zum vereinfachten Modell (Abbildung 7.6). Die radiale Dehnung wird schmaler und die tangential Dehnung breiter als von der vereinfachten Problemformulierung vorhergesagt. Die maximale plastische Dehnung zeigt auch eine gewisse Abweichung im Bereich der Konstanten der vereinfachten Formulierung, welche durch die Nichtübereinstimmung zwischen den beiden Eigenschaften begründet sind. Jedoch in all diesen Fällen bleibt die Größe der plastischen Zone praktisch unverändert. Darüber hinaus ist das Schrumpfvolumen  $v_r$  (Gleichung (6.13)) nahezu gleich der vereinfachten Lösung. Die erhaltenen Abweichungen durch die verschiedenen Berechnungen zeigen ein Fehler von maximum 5%.

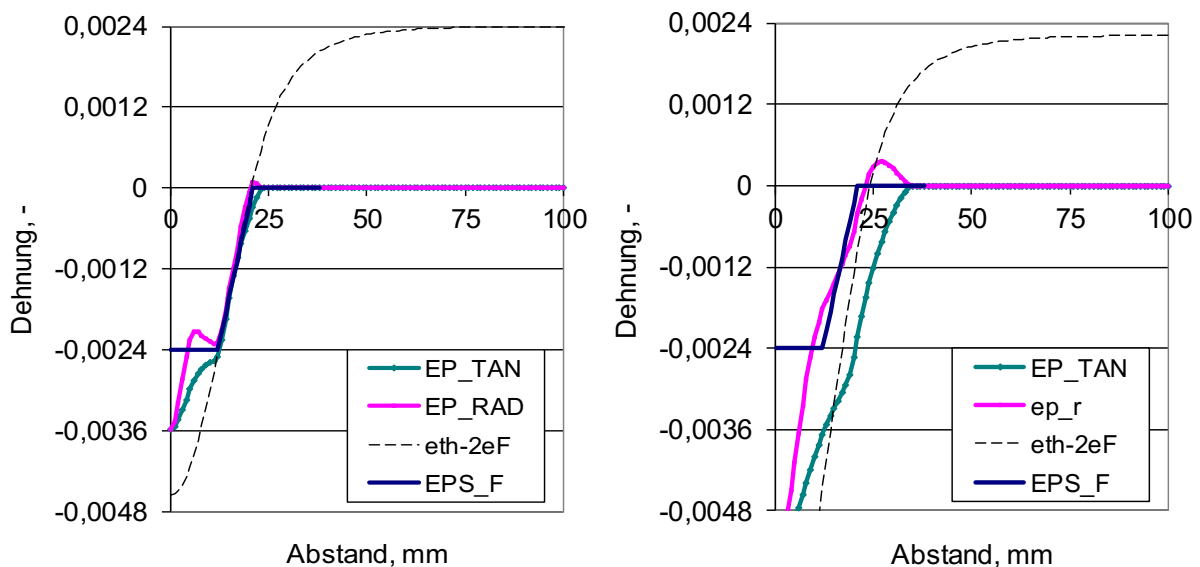


Abbildung 7.6: Radiale Verteilung der thermischen Dehnung bei den Maximaltemperaturen (verschoben um das Zweifache der Dehngrenze) und der tangentialen und radialen plastischen Restdehnung in der mittleren Ebene der Platte mit temperaturabhängige Kennwerte: a) verfestigte un- und niedriglegierte und b) austenitische Stähle

Die Unstimmigkeiten zwischen den numerischen Ergebnissen und dem in dieser Studie vorgestellten Modell, treten aufgrund der Vereinfachung des Problems bezüglich der Dimensionalität und der Linearität der Eigenschaften auf, z. B. Homogenität der elastischen Dehnungen im Kern. Somit kann eine Umverteilung der plastischen Dehnungskomponenten in die plastisch verformte Zone nicht erfasst werden. Jedoch bleibt das erhaltene Schrumpfvolumen praktisch gleich und daraus kann geschlossen werden, dass aus technischer Sicht eine solche Unstimmigkeit nicht wesentlich ist und das vereinfachte Modell zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Dies ist auch anhand des Vergleiches zwischen den in Kapitel 3 vorgestellten gemessenen Verschiebungen und den mittels des Hybrid-Modells berechneten Verschiebungen deutlich zu erkennen (Abbildung 7.7).

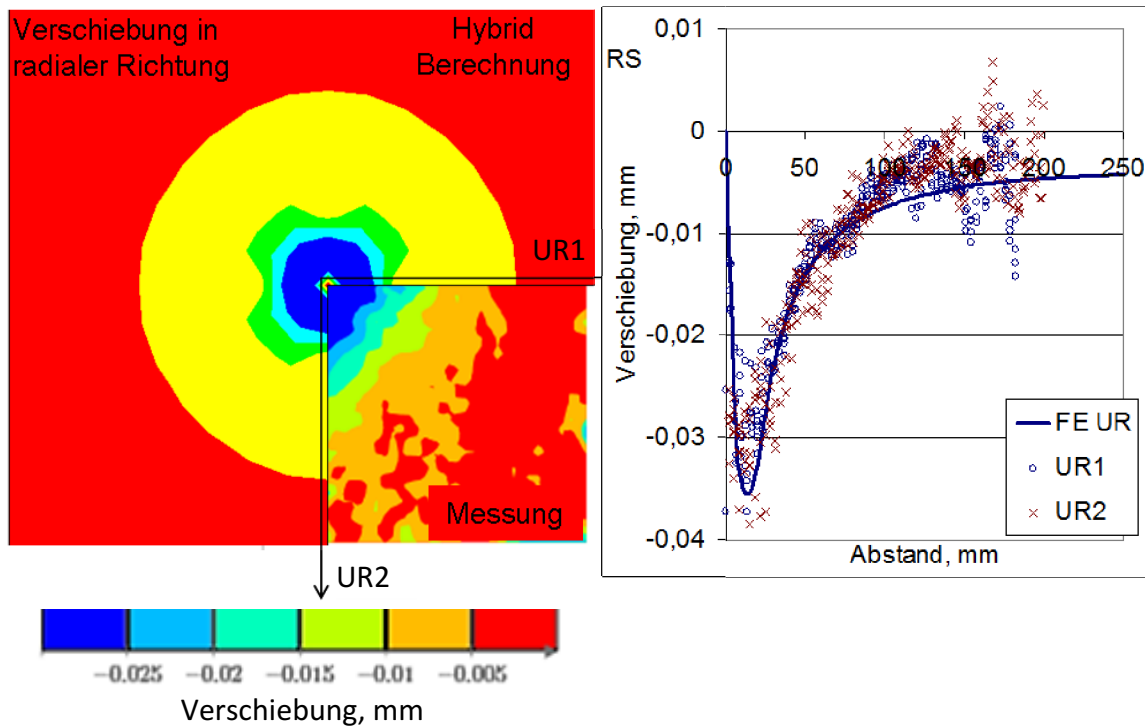


Abbildung 7.7: Vergleich zwischen experimentell ermittelten (UR1 und UR2) und anhand des Hybridmodells errechneten (FE UR) Verschiebung in Radialrichtung

### Strichförmige Erwärmung mittels induktiver Wärmequelle

Auch die Übertragung des Modells auf die strichförmige Erwärmung zeigt sehr gute Übereinstimmungen zwischen den experimentell gemessenen Verschiebungen und den anhand des Hybrid-Modells berechneten Verschiebungen. Die Berechnungen wurden hierzu an, wie in Kapitel drei beschrieben, 5 mm dicken Blechen der Stahlgüte GL-A durchgeführt. Auch hierfür wurde ein axialsymmetrisches Problem formuliert mit dem Querschnitt 250 x 3 mm. Dazu wurden für die Berechnung eine effektive Leistung von:

$$q_{eff} = \eta_{eff} 40 \times 10^3 \text{ W}$$

anhand des Wirkungsgrades

$$\eta_{eff} = 0,45$$

bestimmt und die Maximaltemperatur anhand des Radius (Induktorbreite)

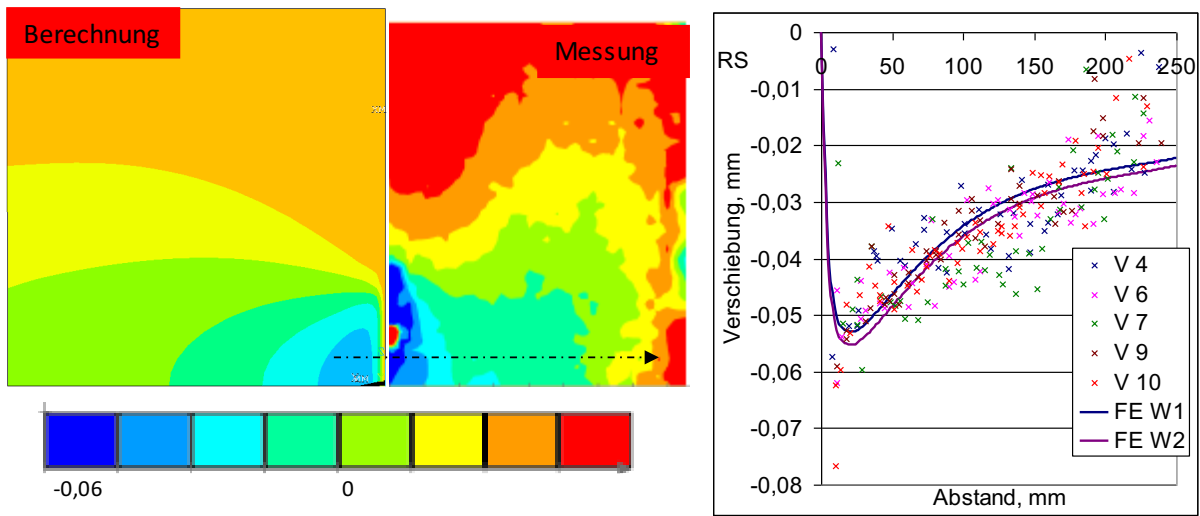
$$r_0 = b_{Ind}/2 = 12 \text{ mm}$$

sowie der Länge des Induktors

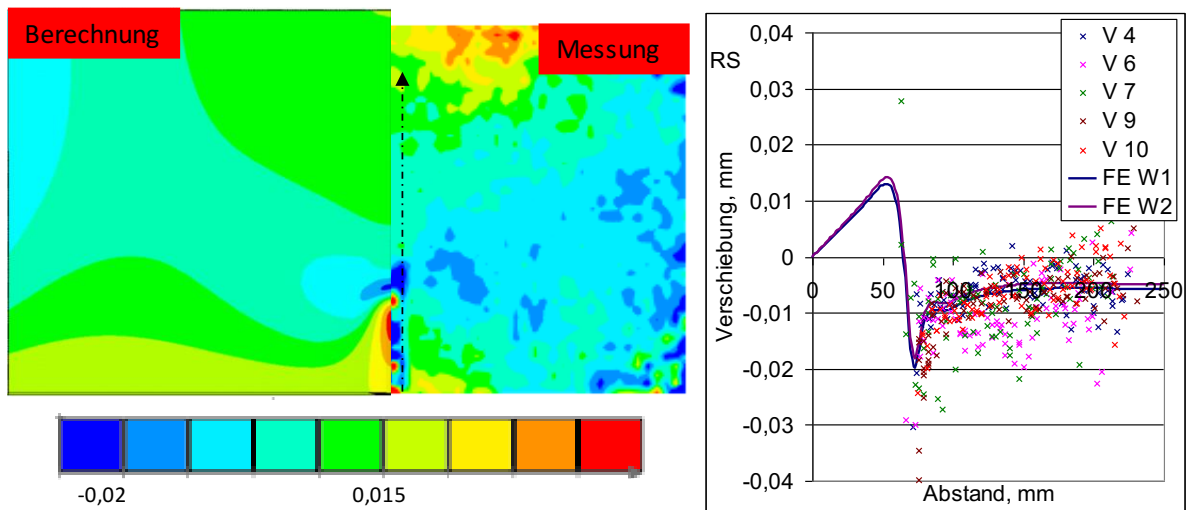
$$l_0 = l_{Ind} = 155 \text{ mm}$$

berechnet. Abbildung 7.8 zeigt den Vergleich zwischen den berechneten und experimentell ermittelten Verschiebungen.

### Querverschiebung



### Längsverschiebung



### Verschiebung aus der E bene

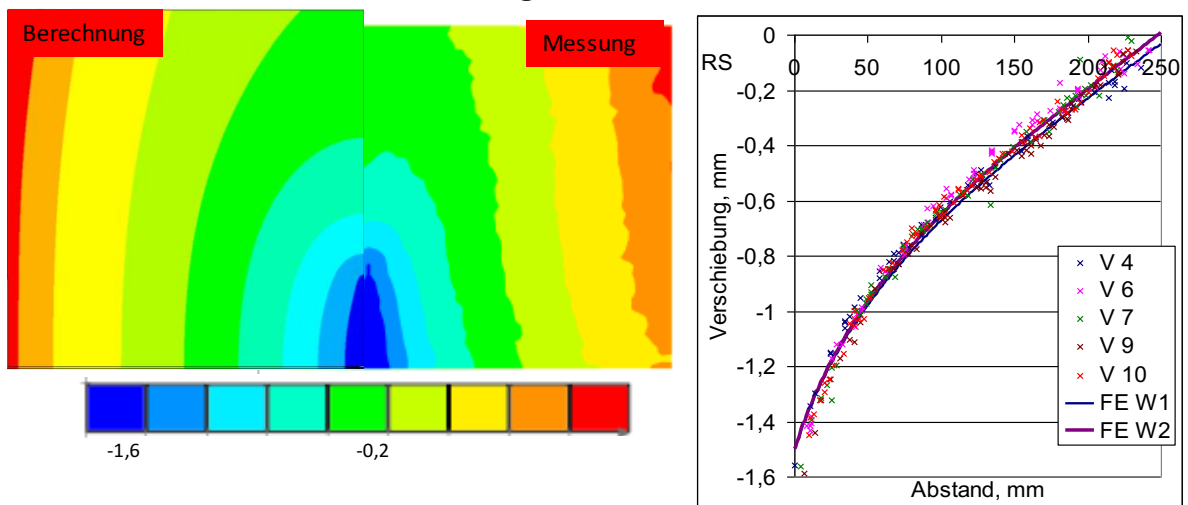


Abbildung 7.8: Vergleich der berechneten und experimentell gemessenen Verschiebung

## Anwendung an einer komplexen Struktur

Um die Gültigkeit des Hybrid-Modells zu überprüfen und gleichzeitig die Berechnungsvorgehensweise auch für hochlegierte Stähle zu bestätigen, wurden die Fertigungsstufen (Schweißen und anschließendes Richten) eines komplexen Segmentes einer Wagonwand der Firma ALSTOM Transport Deutschland GmbH, aus dem Werkstoff X5CrNi18-10 untersucht. Die komplexe Struktur (Abbildung 7.9) mit den Maßen 500 mm×400 mm besteht aus einem Blech sowie vier z-Profilen mit der jeweiligen Wandstärke von 2 mm, die mit 16 Schweißungen gefügt werden. Hierbei erfolgt die Verbindung der Längsprofile (500 mm) mit dem Blech durch die unterbrochenen Laserschweißnähte 1 und 2, sowie die Verbindung der beiden Querprofile (400 mm) mit dem Blech ebenfalls durch unterbrochene Laserschweißnähte 3 und 4. Zusätzlich werden die vier Profile mittels des MIG-Schweißprozesses durch die Nähte 5-16 miteinander verbunden. Hierbei folgt die Schweißreihenfolge den Schweißnahtzahlen. Die hierzu verwendeten Schweißparameter, sowie für die Berechnung eingesetzten Werkstoffparameter können den Tabellen 7.1 und 7.2 entnommen werden.

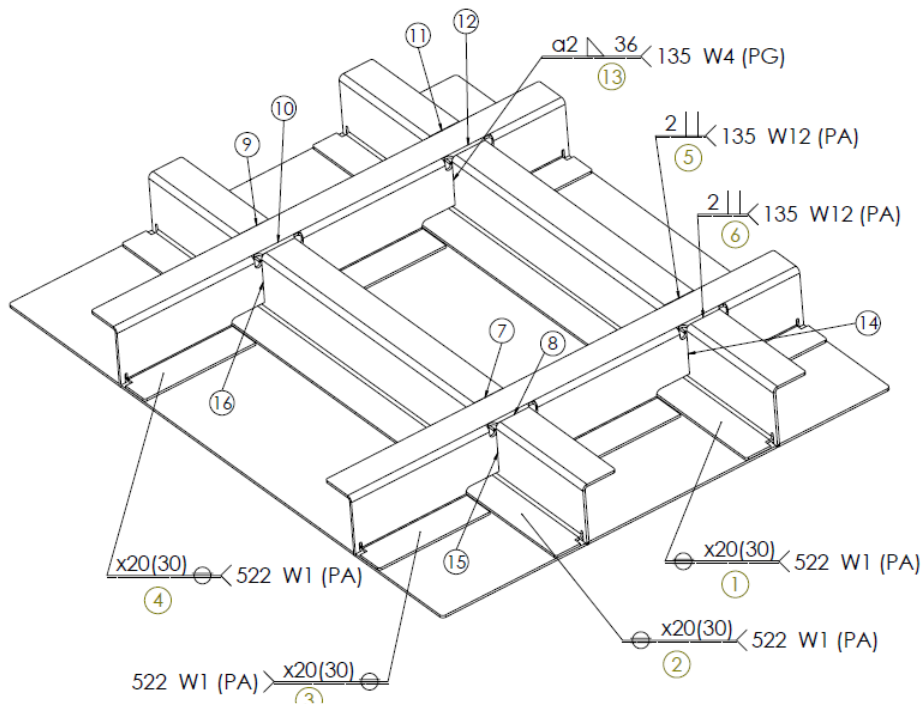


Abbildung 7.9: Wagonsegment zur Überprüfung der Berechnungsvorgehensweise

Tabelle 7.1: Schweißprozesse und -prozessparameter

Nahtbezeichnung:	W1	W4	W12
Prozess:	LS-Schweißen	MIG/MAG vollaut.	MIG/MAG vollaut.
Leistung (Einstellwerte), W	1850.0	12.0 V x 147.0 A	12.0 V x 147.0 A
Wirkungsgrad, -	0.80	0.75	0.75
Schweißgeschwindigkeit, cm/s	1.33	0.5	0.5

Tabelle 7.2: Werkstoffkennwerte und Parameter für die Berechnung

Wärmeleitzahl, W/mK	$\lambda$	20.0
Spezifische Wärmekapazität, J/kgK	c	610.0
Dichte, kg/m <sup>3</sup>	$\rho$	7900.0
Wärmeübergangszahl, W/m <sup>2</sup> K	$\alpha_{\text{konv}}$	37.38
Wärmeausdehnungskoeffizient, 1/K	$\alpha$	$16.0 \times 10^{-6}$
Dehngrenze, -	$\varepsilon_s$	$11.0 \times 10^{-4}$
Temperaturleitzahl, cm <sup>2</sup> /s	a	0.0410
E-Modul, MPa	E	200000.0
Anfangs- bzw. Umgebungstemperatur, °C	T	22

Die Profile wurden zur anfänglichen Fixierung anhand von sehr kleinen Lochnähten mit dem Blech verbunden, die in der Berechnung vernachlässigt werden konnten, siehe Abbildung 7.10.

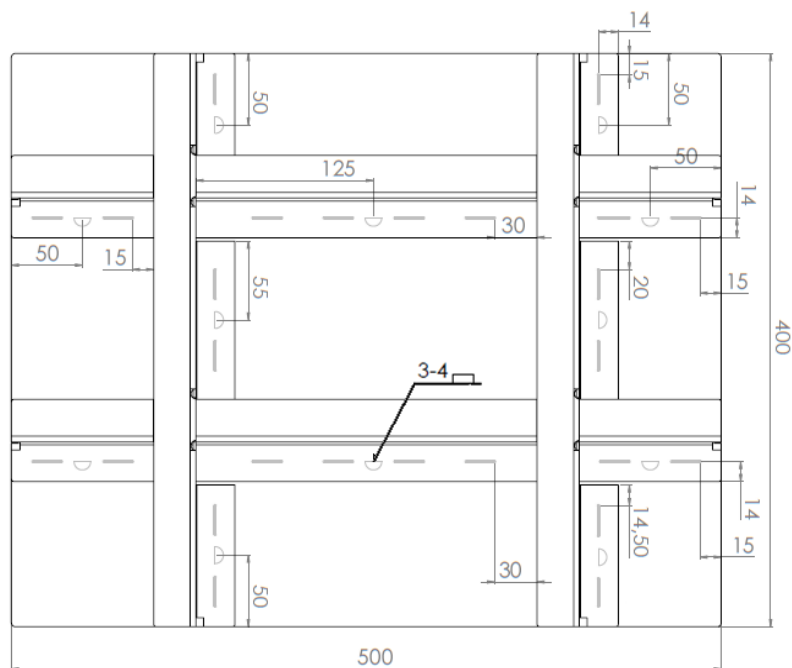


Abbildung 7.10: Anordnung der Loch- und Laserstrahlschweißnähte

### Überführung der Struktur in die Berechnung

Gegenstand der Analyse sind die nach dem Abschluss des Richtens übrigen Verschiebungen in der Ebene (x- und y-Richtung), sowie aus der Ebene (z-Richtung). Für die Anwendung wurde ein Finite-Elemente-Modell mit rechteckigen Schalenelementen unter Verwendung des ANSYS® FE-Codes, wie in [Ued78] erstellt. Das hierzu berechnete Netz ist sehr grob jedoch in den Belastungsbereichen stark verfeinert (markierte Bereiche in der Abbildung 7.13 b). Somit beträgt die Elementgröße in diesen Bereichen entlang der Schweißnähte 20 mm.



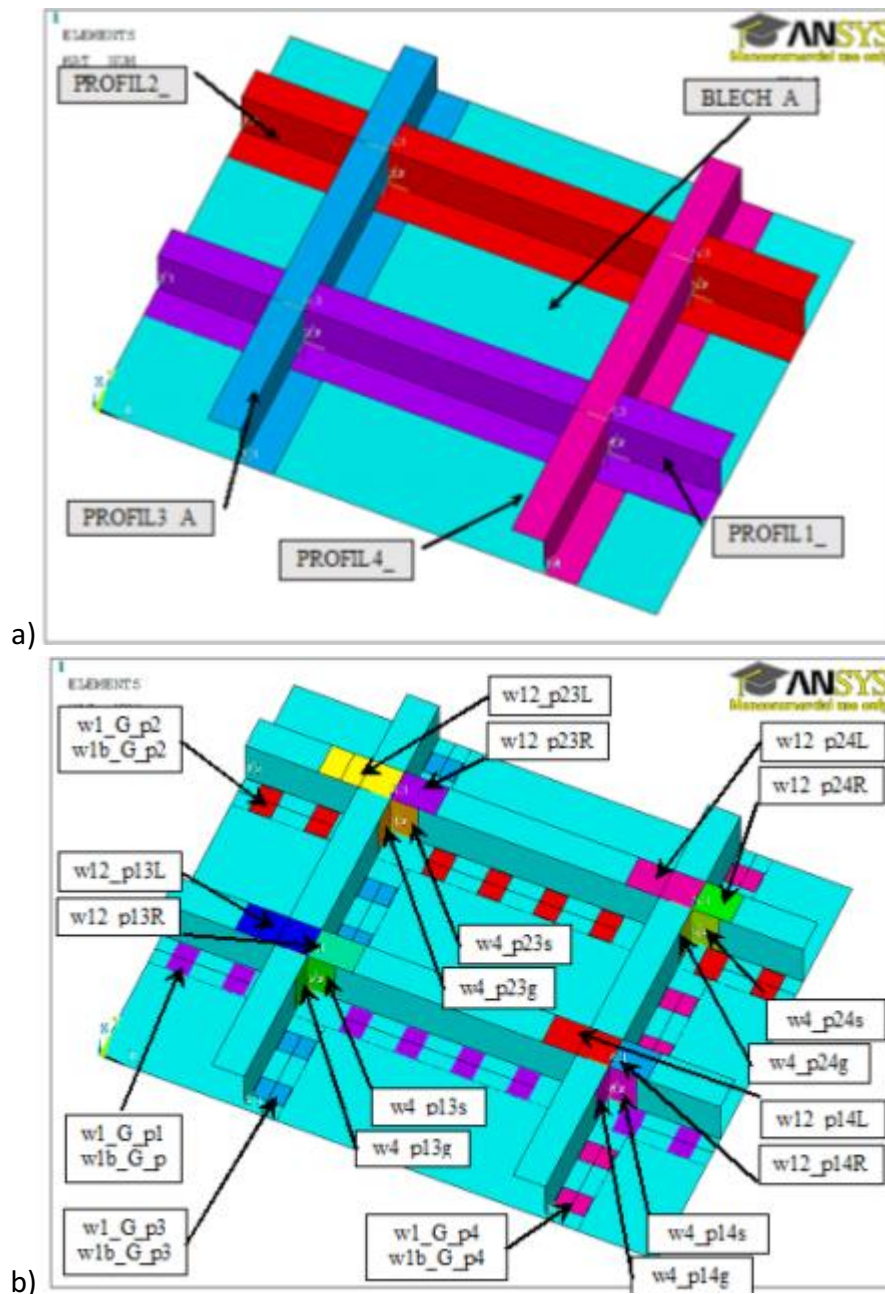


Abbildung 7.13: Schweißstruktur (Unterseite): a) Gruppe der Einzelemente; b) Berechnungsmodell mit einzelnen Schweißnähten

Basierend auf den berechneten Schweißverzügen und Spannungen konnte die thermische Richtsimulation durchgeführt werden. Hierzu wurden verschiedene Richtszenarien mit 2 – 15 Wärmeflecken durchgeführt, bei denen die Nennweite der plastischen Zone etwa 18 mm entspricht. Die plastische Dehnung wird dafür für jeden Wärmefleck neu berechnet, unter Berücksichtigung des tatsächlichen elastischen Dehnungsvektors, des aktuellen Elements. In jedem Schritt erfolgt die Neuberechnung nach der in Kapitel 2 angegebene Beziehung  $K_{\sigma}$  und somit variiert die Breite der plastischen Zone von Punkt zu Punkt. An einem Berechnungsbeispiel mit 8 Wärmepunkten kann der Einfluss von  $K_{\sigma}$  demonstriert werden. Während die Berechnung unter Beachtung von der Ausgangsspannung bzw.  $K_{\sigma}$  eine Zunahme der Schrumpfungen in der Plattenebenen von 20% zeigt (Abbildung 7.14 schwarze Kurve), ergibt die



Vernachlässigung der variablen Spannungen d.h. bei einem beibehalten Faktor von  $K_\sigma=1$ , unnatürliche Abweichungen von der korrekten Lösung (Abbildung 7.14 gestrichelte Linie).

Die Belastung der Struktur wird durch Längs- und Querdehnungen, linearverteilt über die Dicke und entlang der Schweißreihenfolge in 16 Lschritten auf die Struktur gebracht. Die Dehnungen sowie deren Schwerpunkt werden mittels des oben beschriebenen analytischen Modells unter Berücksichtigung der Belastungsveränderung nach der jeweiligen Schweißnaht berechnet.

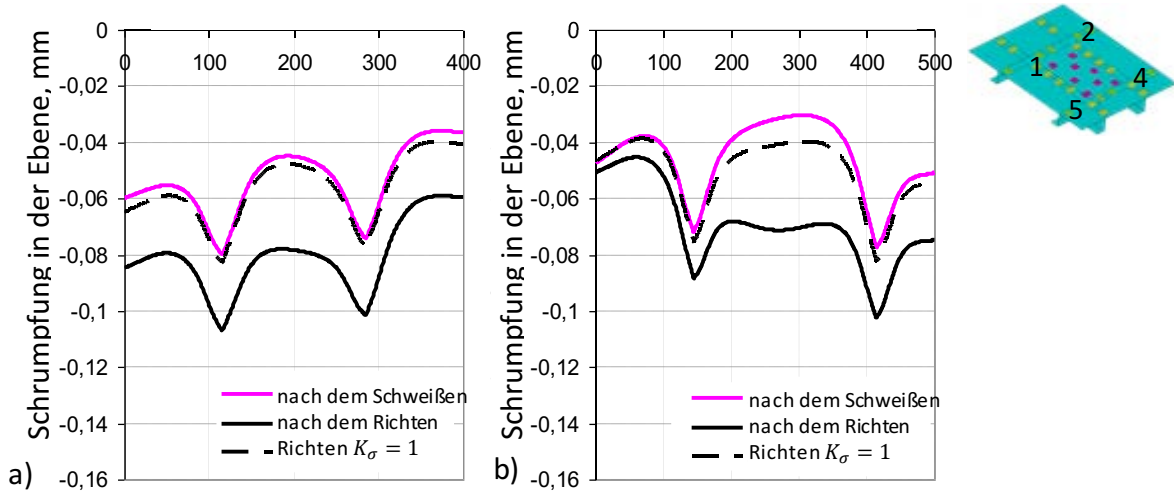


Abbildung 7.14: Vergleich der berechneten Verzug in der Ebene nach dem Schweißen und nach einem Richtszenario mit 8 Wärmepunkten: a) entlang der kurzen Kante, b) entlang der langen Kante

Die Prüfung der Zwischenschritte, sowie des Endzustands zeigt, dass die Veränderungen der Breite der plastischen Zone hierfür ausschlaggebend sind. Die Berechnungszeit für die gesamte Simulation des Schweiß- und Richtprozesses dauerte 10 bis 20 min. Der Berechnungsalgorithmus ist hierzu im Anhang unter Punkt 10.5 dargestellt.

### Verifizierung der Eigenspannungen

Zur Verifizierung der Berechnung wurde eine Naht (W1) mittels gekoppelter transient thermischer und mechanischer FE-Analyse simuliert. Das geometrische Modell bestand aus den Gruppen Blech und Profil 2, siehe Abbildung 7.13 a). Dafür wurde ein feines FE-Netz, sowie eine feine Zeitauflösung verwendet. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren erfolgte nur die Betrachtung der rechten Seite der Verbindung (entlang X-Achse) und das Versehen mit Symmetriegrenze. Die Wärmeeinbringung wurde mittels zylindrischer normalverteilter Wärmequelle simuliert. Die Werkstoffkennwerte für die durchgehende Simulation entsprachen den Kennwerten des Hybridmodells und unter Verwendung des ideal elastisch-plastischen Werkstoffmodells.

Die rein numerisch berechnete Verteilung der Eigenspannungen (dünne Kurven /  $S_{X227}$  und  $S_{Y227}$ ) ist der Berechnung mit dem Hybridmodell (dicke Kurven /  $S_X$  Hybrid und  $S_Y$  Hybrid) gegenübergestellt (Abbildung 7.13).

Der Vergleich zeigt eine sehr gute qualitative Übereinstimmung. Wesentliche Unterschiede sind in den spitzen Werten im Bereich der Naht sowie im Zugbereich in unmittelbarer Nähe der Naht zu entnehmen. Allerdings sind diese Abweichungen im Vergleich zu dem gesamten Eigenspannungsfeld marginal. Zum Zweck der Berechnung des Richtvorganges sind diese als ausreichend präzise Grundlage zu bezeichnen. Abbildung 7.14 stellt die Verteilung der Eigenspannungen in der vollständigen Struktur dar. Dabei findet der Richtprozesses im Bereich zwischen 150 und 250 mm (zwischen den Profilen) statt.

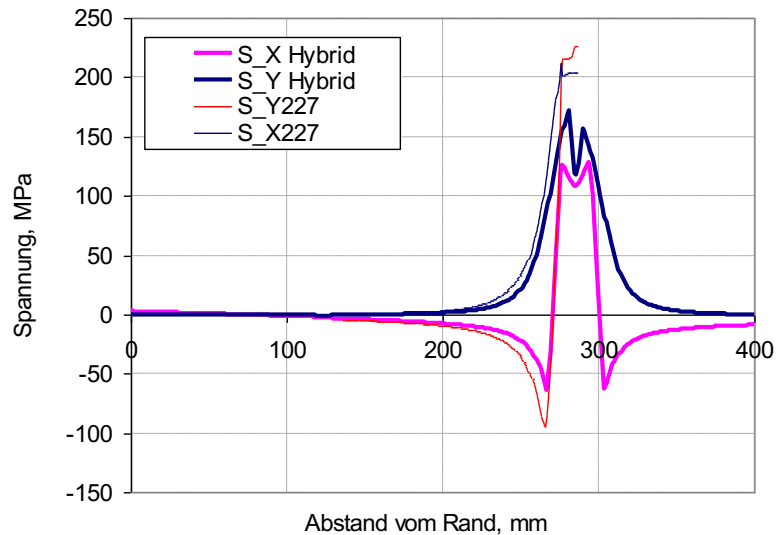


Abbildung 7.15: Vergleich der Eigenspannungsverteilung vom Hybridmodell und von einer durchgehenden FE-Berechnung an der komplexen Struktur

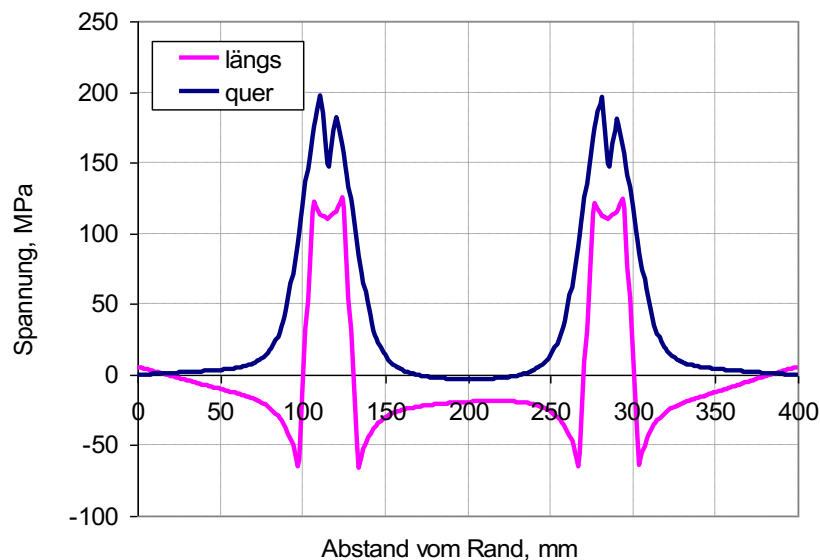


Abbildung 7.16: Verteilung der Eigenspannungen in der Struktur entlang Pfad 2 (siehe Abbildung 7.17)

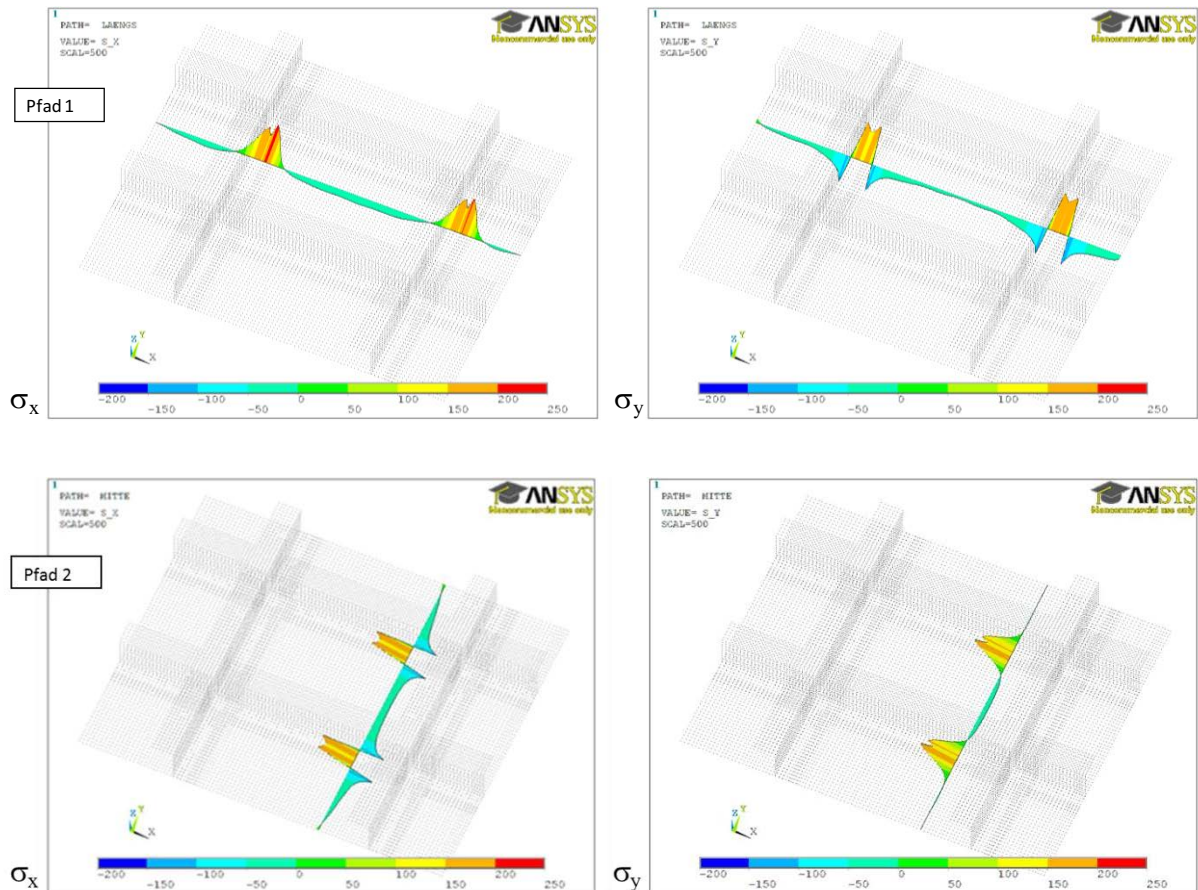


Abbildung 7.17: Eigenspannungsverteilung nach dem Schweißen in x- und in y-Richtung (im globalen Koordinatensystem) auf unterschiedlichen Pfaden

### Berechnung unterschiedlicher Richtszenarien

Ausgangslage der Berechnung bzw. Bewertung unterschiedlicher Richtszenarien bilden die Verzugs- und Eigenspannungszustände nach dem Schweißen. Relevant dabei sind die Verschiebungen aus der Blechebene und die Eigenspannungen bzw. Eigenspannungsverteilung. Für die Berechnung des Wärmeimpulses des Richtprozesses wurden die folgenden Parametersätze bestimmt (Tabelle 5.3):

$$A = \frac{\alpha Q}{c\rho\pi e} = \alpha(T_{Fleck} - T_0)r_{Fleck}^2 \exp(\beta r_{Fleck}^2) \text{ mm}^2$$

mit

$$\beta = \frac{\alpha_{konv}}{2\lambda s} = 9,35 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

Tabelle 7.3: Prozessparameter

Variante	Fleckdurchmesser, mm	Parameter A, -	Radius der Plastizitätszone, mm
P1	14 (Farbkontur 530 °C)	0,38985	10,46 nominal
P2	16 (Farbkontur 530 °C)	0,658	13,183 nominal
P3	19 (Farbkontur 530 °C)	0,9505	15,379 nominal

Für die Konzeption unterschiedlicher Szenarien wurde von dem Eigenspannungsfeld im Blech ausgegangen, Abbildung 7.18. Die Abbildungen 5.19 und 5.20 zeigen hierzu zwei mögliche Richtszenarien. Weitere Szenarien sind im Anhang unter 9.4 aufgeführt.

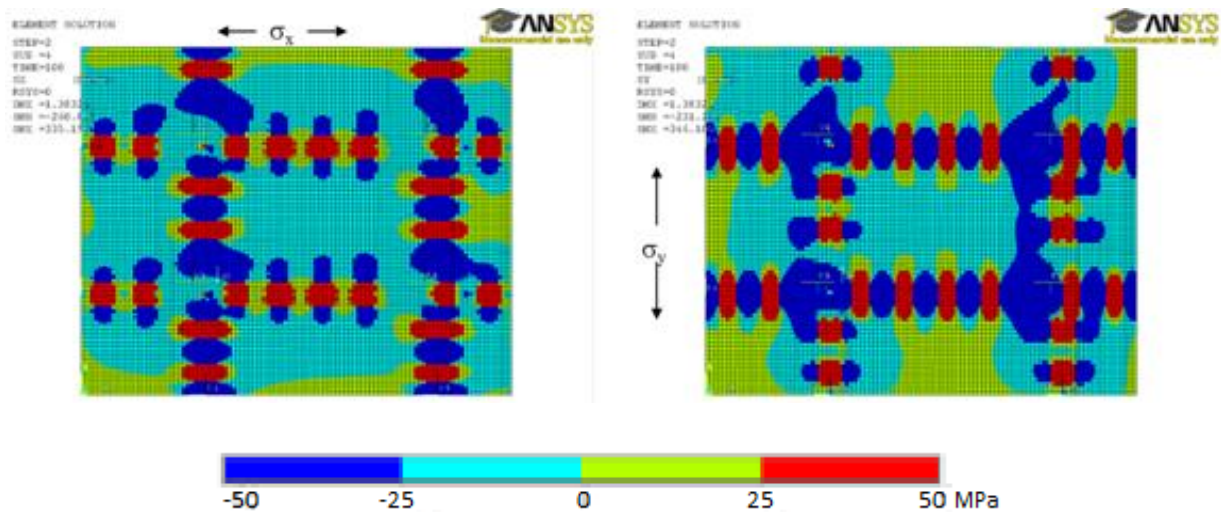


Abbildung 7.18: Eigenspannungen nach dem Schweißen

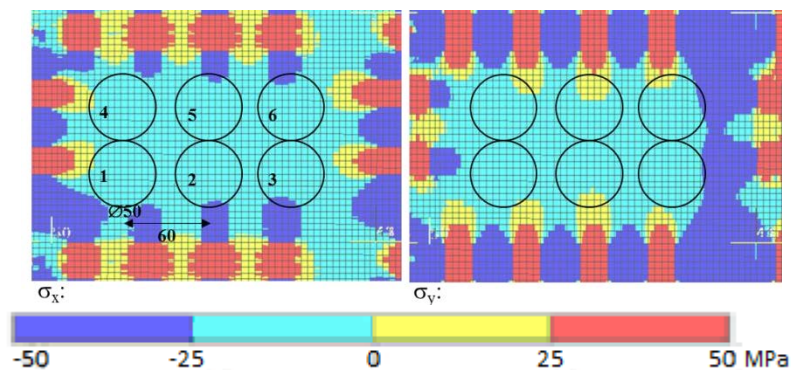


Abbildung 7.19: Richtszenario C2 (Reihenfolge: 4, 1, 2, 3, 6, 5)

Für das Szenario C2 ist nach oben und nach unten ein Punktabstand von 50 mm vorgesehen, sowie ein 60 mm Punktabstand nach links und nach rechts. Die Erhitzungssequenz folgt hierbei einer spiralförmigen Flugbahn von außen zur Mitte.

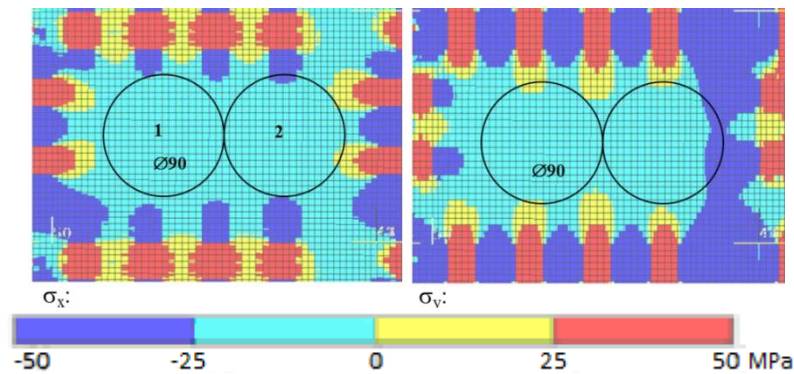


Abbildung 7.20: Richtszenario M1

Bei Szenario M1 erfolgt der Richtprozess ausschließlich mittels zwei Richtpunkten die in einem Abstand von 90 mm auf das Blech gebracht werden.

### Auswertung der Verschiebungen

Wie oben beschrieben erfolgte die Berechnung der Schweißnähte analytisch. Die Implementierung der Schweißnähte in die von am Lehrstuhl Füge- und Schweißtechnik BTU Cottbus-Senftenberg entwickelte Software WELDIS ist im Anhang unter Punkt 10.6 aufgeführt. Zum Vergleich der Berechnungsvorgehensweise mit den praktischen Untersuchungen, wurden zwei gleiche Demonstratoren gefertigt und diese sowohl nach dem Schweißen, als auch nach dem Richten den Berechnungsergebnissen gegenübergestellt. Abbildung 7.21 zeigt hierzu den Demonstrator nach dem Schweißen.



Abbildung 7.21: Demonstrator nach dem Schweißen

Mit Hilfe des ARAMIS Systems der Firma GOM in Verbindung mit dem ATOS Core System konnten die Verschiebungen nach den einzelnen Schweißprozessen aufgenommen werden. In Abbildung 7.22 sind die gemessenen Verschiebungen (rechts) in der Blechebene (x- und y-Richtung), sowie aus der Ebene (z-Richtung) nach dem durchgeführten Laserstrahlprozess im Vergleich zu den mittels Hybrid-Modell berechneten Verschiebungen (links) dargestellt.



Anhand der Gegenüberstellung lässt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Verschiebungen erkennen. Die Gesamtverschiebung in x- und y-Richtung ergibt sich hierbei aus der Summe der Verschiebungen der gegenüberliegenden Kanten. Aufgrund der geringen Wärmeeinbringung durch den Laserstrahlprozess ergeben sich in x-Richtung nur minimale Schrumpfungen von bis zu 0,09 mm, in y-Richtung 0,06 mm und in z-Richtung entsteht eine maximale Verschiebung aus der Blechebene von 0,6 mm.

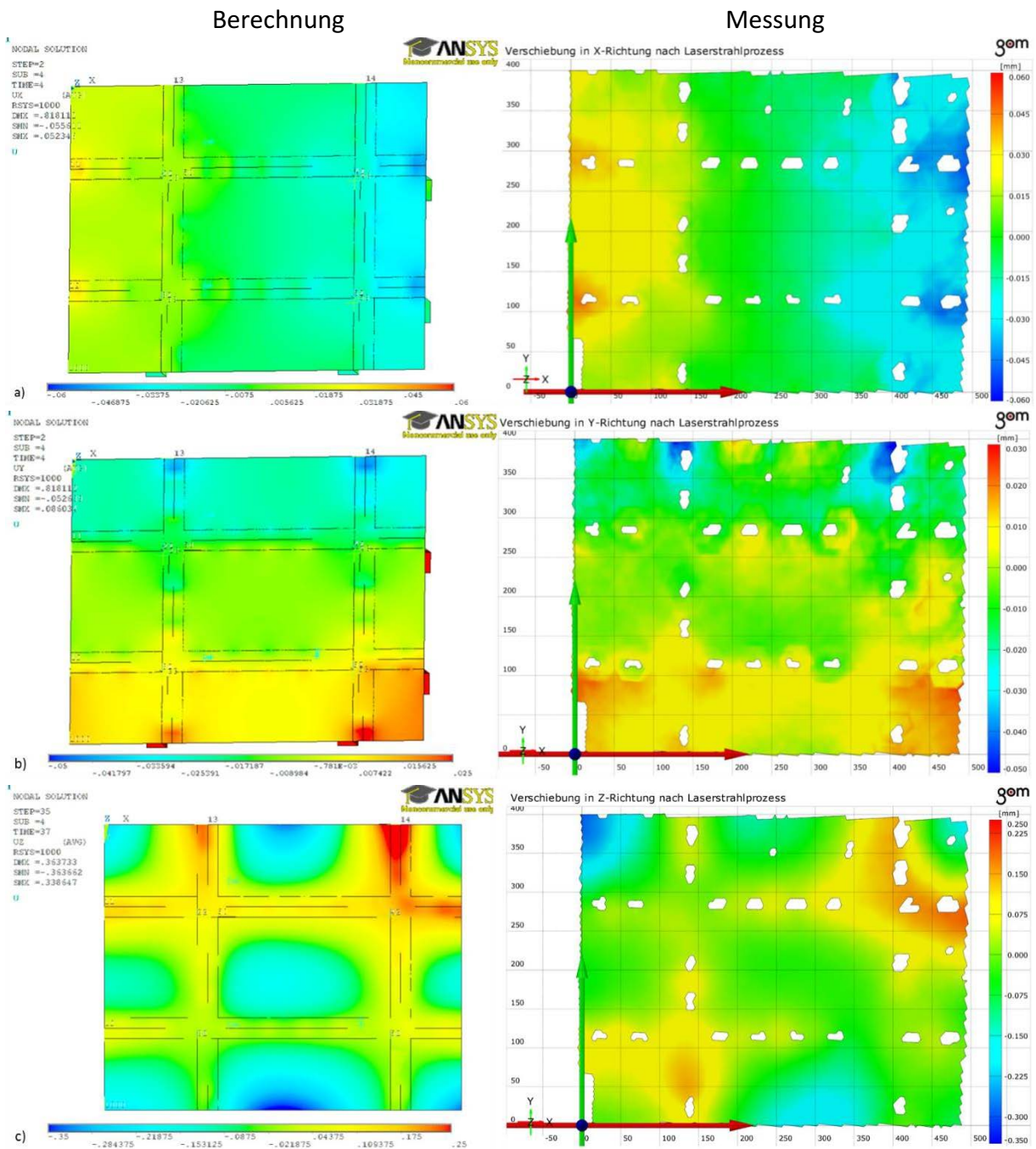


Abbildung 7.22: Vergleich der berechneten und gemessenen Verschiebungen nach dem Laserstrahlprozess: a) x-Richtung, b) y-Richtung, c) z-Richtung

Im Anschluss an den Laserstrahlprozess erfolgte die Verbindung der vier Z-Profile mittels des MIG-Prozesses. Hierzu wurden die 4 Fallnähte und 8 I-Stoß-Nähte manuell der Struktur hinzugefügt. Abbildung 7.23 zeigt den Vergleich zwischen den gemessenen Verschiebungen (rechts) in der Blechebene (x- und y-Richtung), sowie aus der Blechebene (z-Richtung) nach dem MIG-Prozess zu den mittels des Hybrid-Modells berechneten Verschiebungen (links) dargestellt.

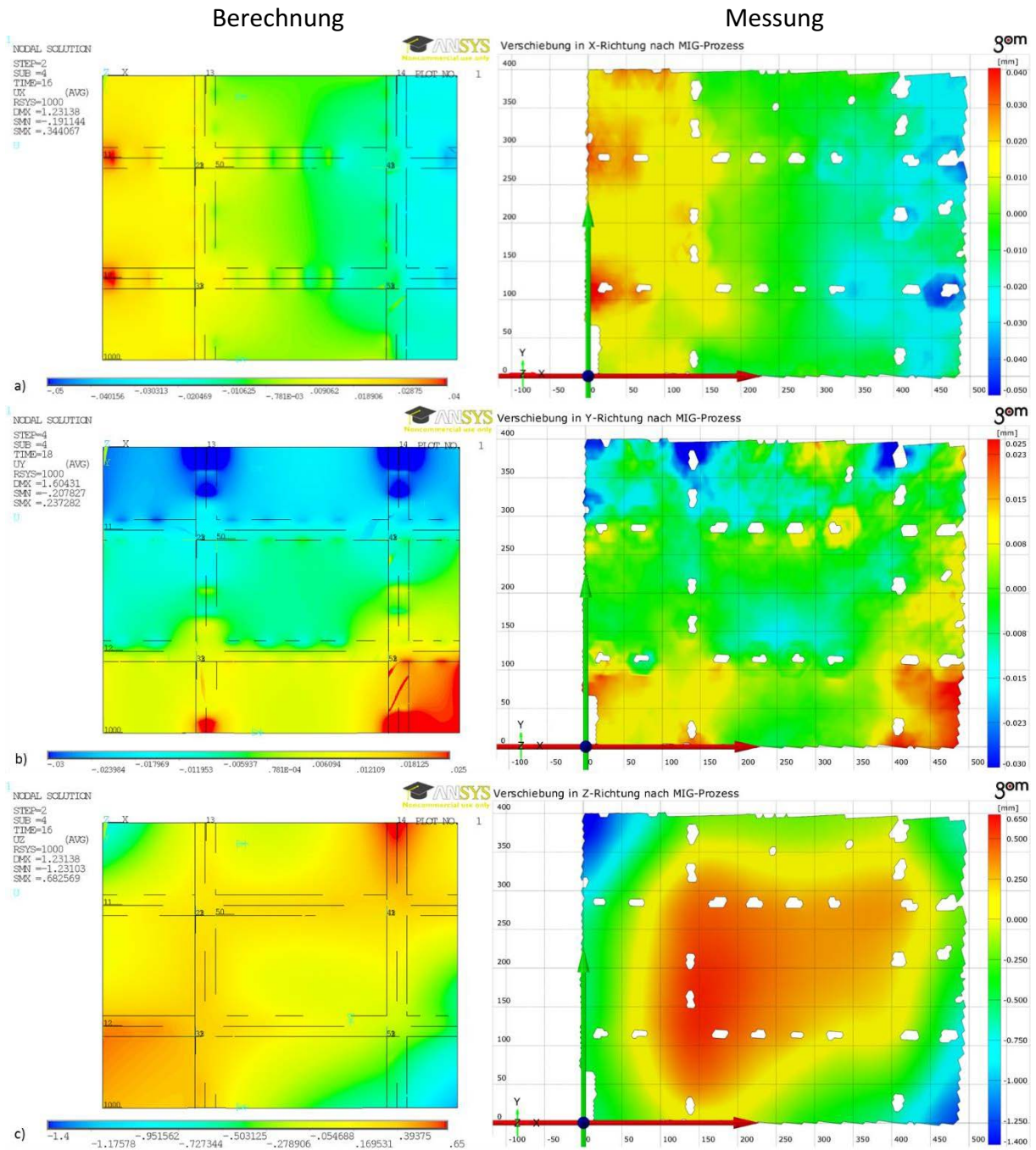


Abbildung 7.23: Vergleich der berechneten und gemessenen Verschiebungen nach dem MIG-Prozess: a) x-Richtung, b) y-Richtung, c) z-Richtung



Nach dem MIG-Schweißprozess zeigen sich erneut sehr gute Übereinstimmungen zwischen den gemessenen und berechneten Verschiebungen in x- und y-Richtung. Hierbei entsteht in x-Richtung nur eine minimale Zunahme der Schrumpfungen im Vergleich zum Laserstrahlprozess von  $0,01\text{ mm}$  auf  $0,10\text{ mm}$ . Auch bei der Auswertung der Verschiebungen in y-Richtung zeigt sich nur eine geringe Steigerung der Schrumpfungen auf maximal  $0,08\text{ mm}$ . Für die Verschiebungen aus der Blechebene in z-Richtung ergeben sich geringfügige Abweichungen. Die gemessenen Verschiebungen aus der Blechebene betragen maximal  $2,05\text{ mm}$ . Im Vergleich dazu zeigen die berechneten Verschiebungen einen maximalen Wert von  $1,82\text{ mm}$ . Daraus ergibt sich eine Differenz von ca.  $0,2\text{ mm}$ , die jedoch im Bereich der z-Verschiebung nicht entscheidend sind.

Im Anschluss an den Schweißprozess wurden exemplarisch zwei Richtszenarien auf den gefertigten Strukturen untersucht (Abbildung 7.24). Hierfür erfolgte die Durchführung der beschriebenen Szenario C2 mit der angegebenen Reihenfolge (über Punkte 4, 1, 2, 3, 6, 5) und Szenario M1. Um eine deutliche sichtbare Wirkung der Richtpunkte zu erzielen wurde absichtlich eine erhöhte Erwärmungszeit gewählt und somit ein Fleckradius von  $11\text{ mm}$  erzielt. Für die praktische Anwendung ist der übliche Fleckradius bei hochlegierten Werkstoffen zwischen  $6\text{ mm}$  und  $9\text{ mm}$ .

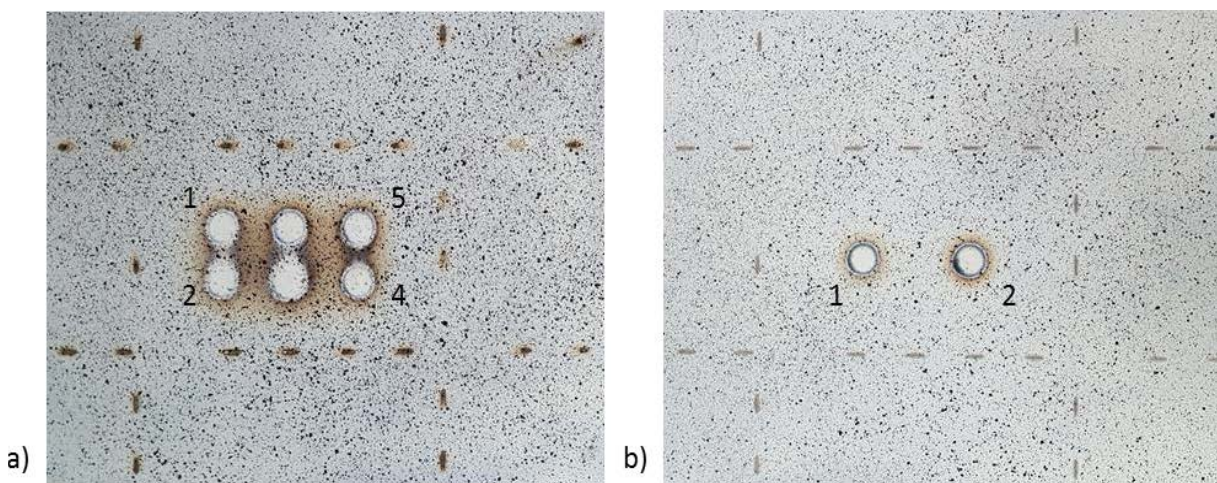


Abbildung 7.24: a) Richtszenario C2, b) Richtszenario M1

Die Ergebnisse sind separat zu den jeweiligen Szenarien dargestellt. Als erstes ist die Veränderung der Eigenspannungen nach jedem Richtpunkt im Blech abgebildet und abschließend die Verschiebungen in der Blechebene (x- und y-Richtung), sowie aus der Ebene (z-Richtung). Die Abbildungen 5.25 und 5.26 zeigen hierzu die Ergebnisse für das Szenario C2.



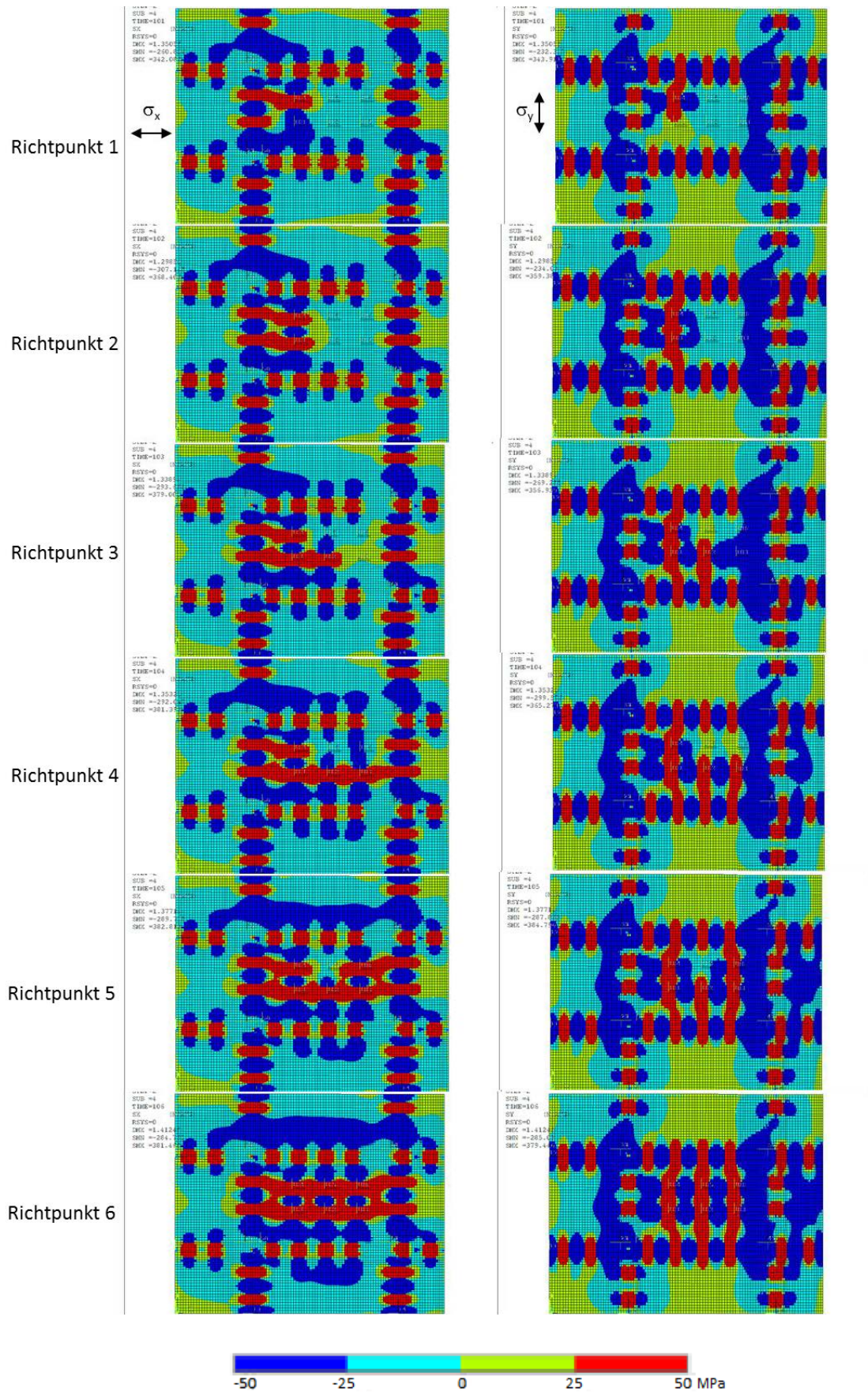


Abbildung 7.25: Verteilung der Eigenspannungen während des Richtszenarios C2



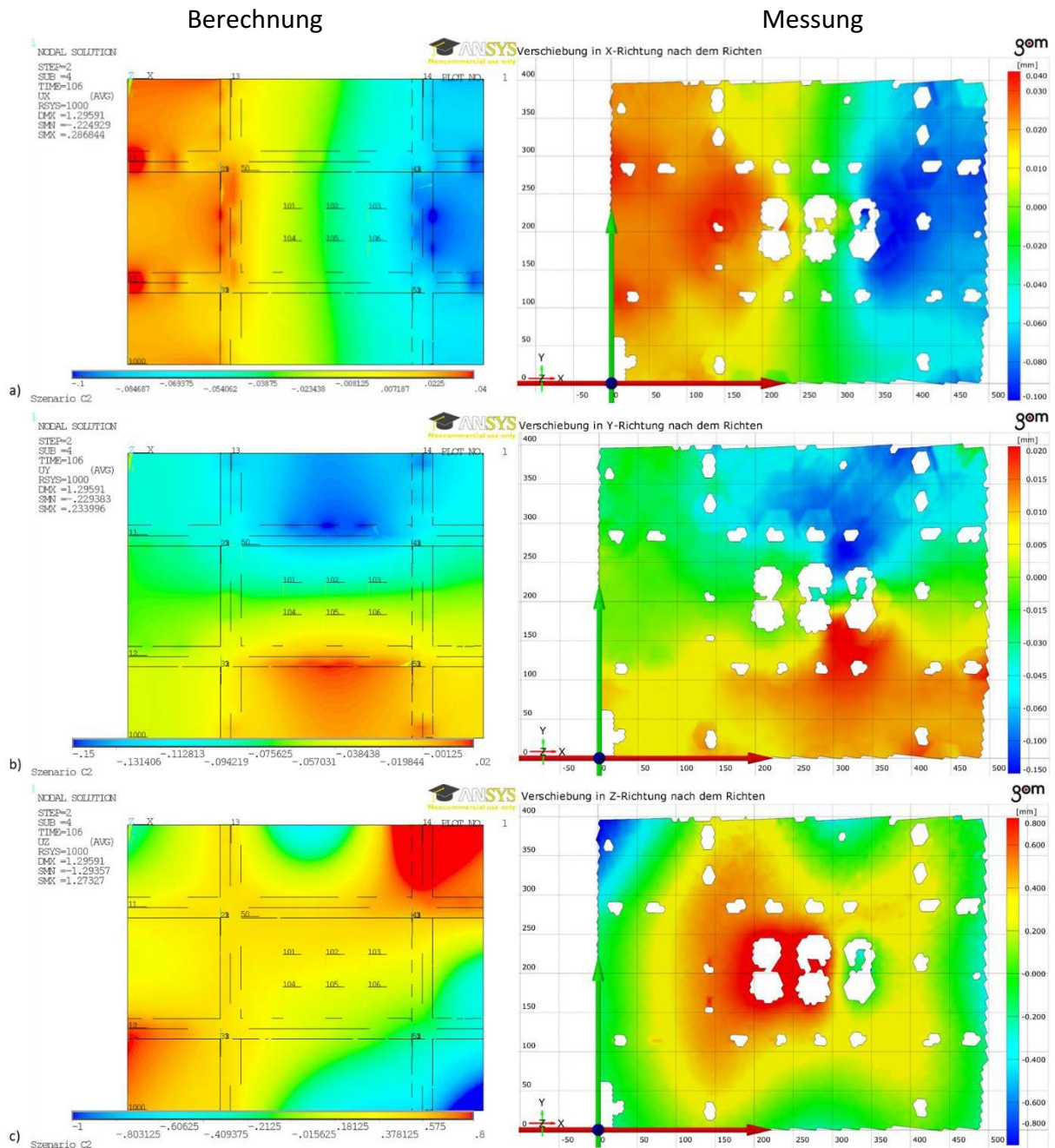


Abbildung 7.26: Vergleich der berechneten und gemessenen Verschiebungen nach dem Richten (Szenario C2): a) x-Richtung, b) y-Richtung, c) z-Richtung

Auch bei der Gegenüberstellung der gemessenen und berechneten Verschiebungen nach der Durchführung des Richtszenarios C2 lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung feststellen. In der x-Richtung entstanden maximale Schrumpfungen von bis zu  $0,14 \text{ mm}$  und y-Richtung von bis zu  $0,17 \text{ mm}$ . Für die Verschiebung in z-Richtung zeigte die Berechnung erneut leichte Abweichungen von max.  $0,8 \text{ mm}$ , was dennoch ein zufriedenstellendes Ergebnis darstellt.

Im Vergleich zum Richtszenario C2 konnten auch bei der Anwendung des Szenarios M1 sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Die Abbildungen 5.27 und 5.28 zeigen hierzu die Verteilung

der Eigenspannungen, sowie die Verschiebungen in der Ebene (x- und y-Richtung) und aus der Ebene (z-Richtung).

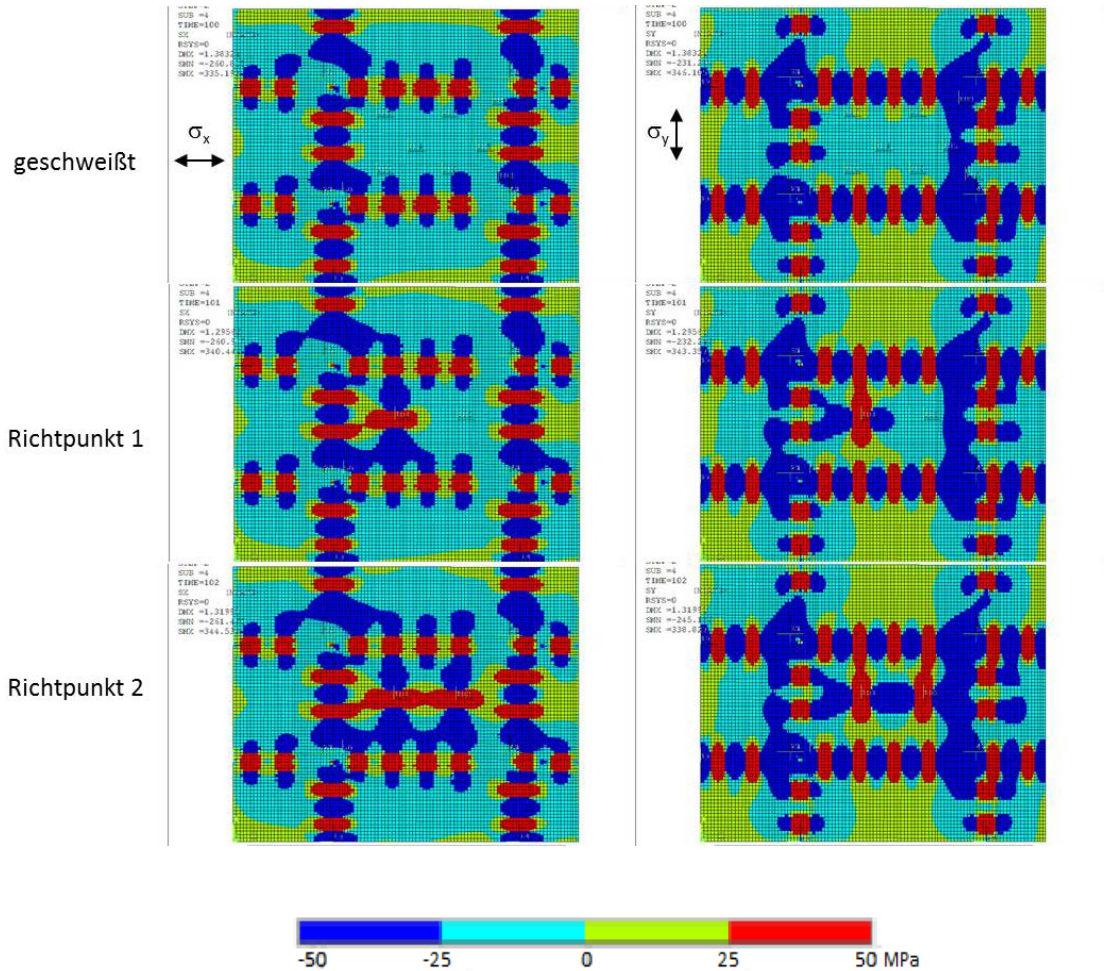


Abbildung 7.27: Verteilung der Eigenspannungen in der geschweißten Struktur während des Richtszenarios M1

Für die Verschiebungen in x-Richtungen ergaben sich durch die Vermessung, Schrumpfungen von bis zu 0,12 mm, die durch die Berechnung sehr gut abgebildet werden. Ähnlich ist es für die Verschiebungen in y-Richtung. Hier ergaben sich Schrumpfungen von max. 0,09 mm. Wie bei den vorherigen Vermessungen zeigt sich auch hierbei ein leichter Unterschied zwischen den gemessenen und berechneten Verschiebungen in z-Richtung von 0,8 mm, die jedoch nicht entscheidend sind. Mit Hilfe der Durchführung von Richtszenarien konnte die Eignung der Berechnungsvorgehensweise und somit des Hybrid-Modells auch für das thermische Richten nachgewiesen werden.



## Berechnung

## Messung

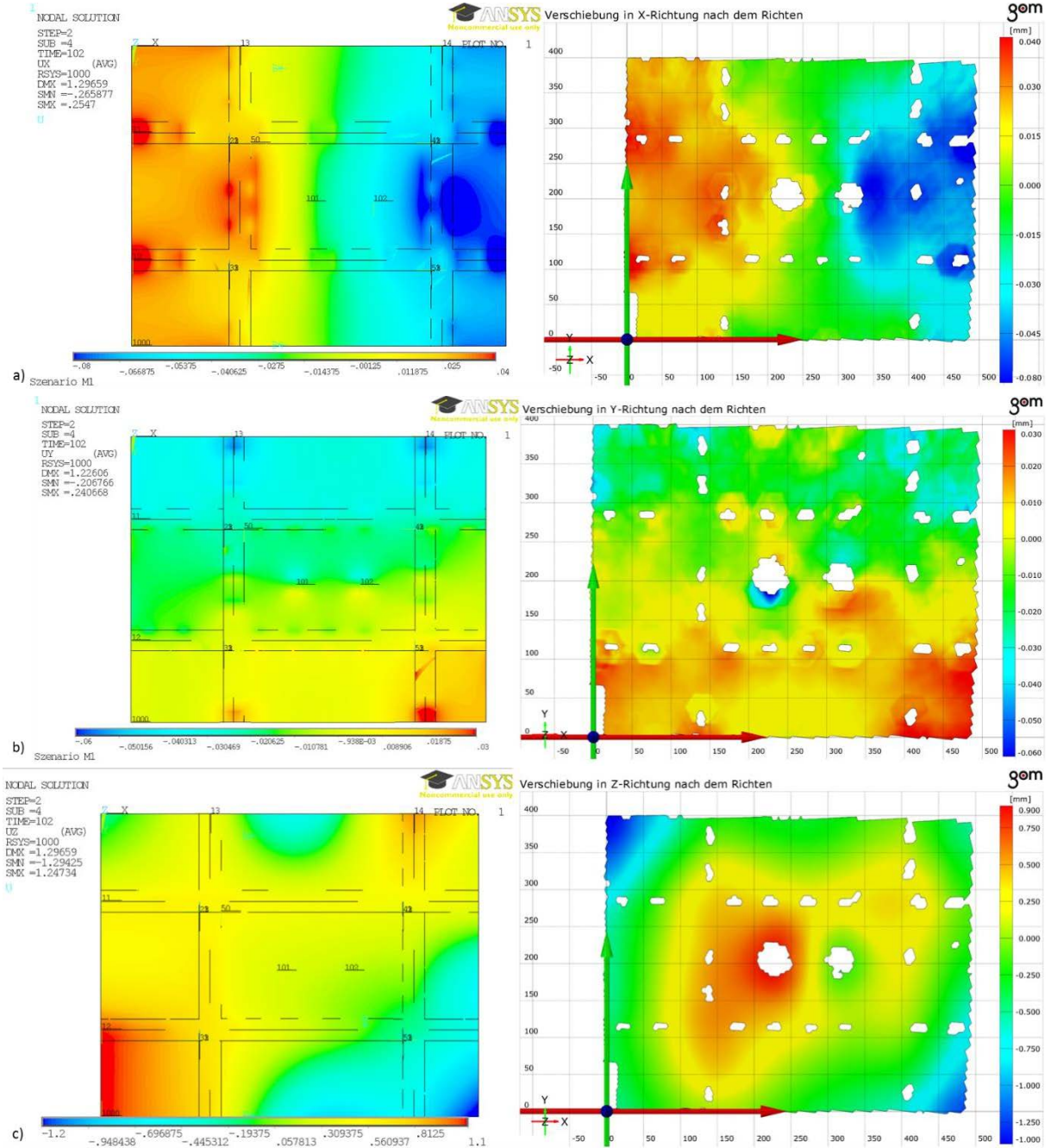


Abbildung 7.28: Vergleich der berechneten und gemessenen Verschiebungen nach dem Richten (Szenario M1): a) x-Richtung, b) y-Richtung, c) z-Richtung

## 8 Anwendungsbeispiel – Beitrag zur Tragfähigkeitsberechnungen

Verzug und Eigenspannungen beim Schweißen beeinträchtigen einerseits den reibungslosen Ablauf der Fertigung und Montage, andererseits die Qualität und Funktionalität der geschweißten Konstruktionen. In der schweißtechnischen Fertigung sind die Modelle für die Simulation in der Regel einheitlich, aber wenn die Schweißverzug- und Eigenspannungssimulation die Konstruktionsberechnung unterstützen soll, ist eher eine Kombination von ganz unterschiedlichen Ansätzen die Regel. Da bei Tragfähigkeitsberechnungen in der Regel elastische Analysen mit Schalenelementen verwendet werden, ist das in dieser Arbeit vorgestellte analytisch-numerische Hybridmodell gut geeignet.

Durch ein Beispiel wird an dieser Stelle eine solche Problemstellung betrachtet. Der Schwerpunkt liegt auf der Zusammenstellung der für die Schweißsimulation erforderlichen Parameter (Schweißprozess, Werkstoff und Geometrie) und der notwendigen Modellierungsschritte für den gesamten Berechnungsablauf, einschließlich einer anschließenden Traglastberechnung. Auf diese Weise wird der Aufwand dem Nutzen gegenübergestellt. Als Beispiel dient ein Segment des Porsche Pavillons aus Wolfsburg. Bei der Verzugsberechnung werden fünf Fertigungsschritte in entsprechenden Bauphasen definiert und die Schweißfolge (temporären Verzug und Eigenspannungen) berücksichtigt. Ausgewertet werden jeweils die Spannungen und die Verschiebungen nach der Fertigung. Die nachfolgende Belastung des Segments führt dazu, dass die unversteiften Blechfelder auf der Unterseite zum Beulen tendieren. Um das Ergebnis der Beulanalyse einordnen zu können, werden als Referenz die Ergebnisse der numerischen Berechnungen am perfekten Modell herangezogen. Es zeigt sich zum einen, dass die kritischen Druckspannungen bei Berücksichtigung des Schweißverzugs und der Schweißeigenspannungen in den Blechfeldern signifikant zunehmen. Zum anderen stiegen auch die Maxima der globalen Beulen in den einzelnen Feldern unter Last um mehr als das Doppelte. Nach den Berechnungsvorschriften erfolgt die Berücksichtigung des Schweißverzuges nach Vorgaben zu den Eigenmoden, die basieren aber auf eine Abschätzung. Dies bedeutet, dass eine Ergänzung der Traglastberechnung eine hohe Bedeutung hat.

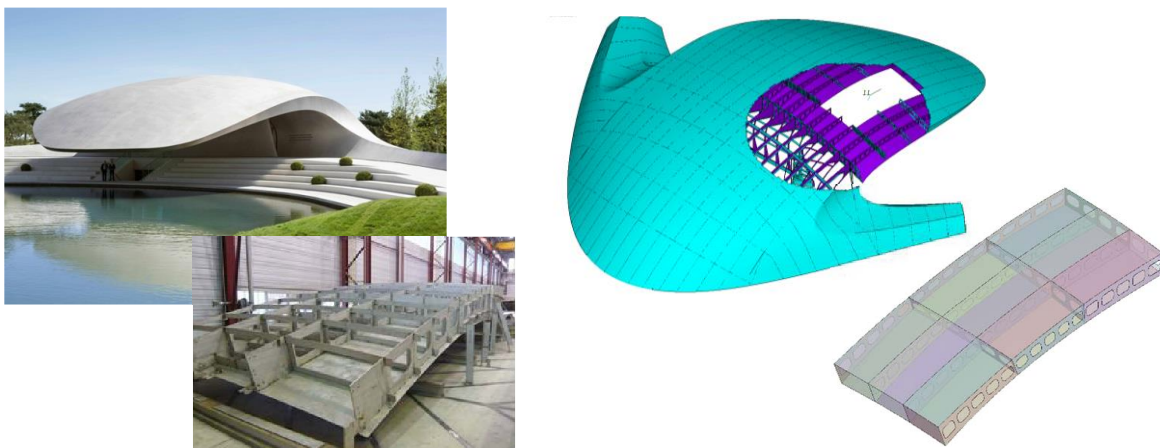


Abbildung 8.1: Übersicht des Segments und Position im Porsche Pavillon

## Verzugsberechnung

Gefügt wurde das Segment mittels MAG-Handschiessen. Die Schweißparameter werden zum Zweck des Beispiels anhand von Erfahrungswerten für das T- und das I-Stoßschweißen von 10 mm dicken Blechen im Stahlbau gewählt (Tabelle 8.1) [Aic94]. Es wird bei der Berechnung der plastischen Zonen angenommen, dass die Abkühlzeiten sehr lang waren. Somit ist die Einflussfunktion, Gleichung (5.11),

$$K_m = 1.$$

Der Werkstoff wird der nichtrostende austenitische Stahl X6CrNiTi18-10 (1.4541) mit den in Tabelle 8.2 angegebenen Werkstoffkennwerten exemplarisch ausgewählt. Zur Erfassung der Wärmeabgabe an die Umgebung wird ein Wärmeübergangskoeffizient von  $1,3 \cdot 10^{-6} \text{ W/mm}^2$  und Umgebungstemperatur von  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  festgelegt.

Tabelle 8.1: Schweißparameter bei der Fertigung des Segments (Referenzwerte)

Naht		Ø Draht, mm	Stromstärke, A	Spannung, V	Schweißgeschwindigkeit, mm/s
T-Stoß		1,2	280	28	9,8
I-Stoß	Wurzelnah	1,2	135	18,5	4,8
	Decklage	1,2	270	28	8,13

Tabelle 8.2: Werkstoffkennwerte des Stahls X6CrNiTi18-10 (1.4541)

Wärmeleitfähigkeit	0,019 W/mm K
Dichte	$7,95 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}^3$
Spezifische Wärmekapazität	0,585 J/g K
Temperaturleitfähigkeit	$4,1 \text{ mm}^2/\text{s}$
Wärmeausdehnungskoeffizient	$17,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$
Dehnung beim Fließbeginn	$16 \cdot 10^{-4}$
E-Modul	$2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
Querkontraktionszahl	0,3

Der Krümmungsradius des dreidimensional gewölbten Segments variiert entlang der Nähte in beiden Richtungen. Der durchschnittliche Krümmungsradius beträgt 80 m und wird als konstant angenommen. Die Einflussfunktionen (Gleichung 5.1 bis 5.3) ergeben in diesem Fall:

$$\bar{K}_{R,v_x} = 1,1051;$$

$$\bar{K}_{R,v_y} = 0,8699 \text{ und}$$

$$K_{R,b_{pz}} = 0,9775.$$

Daraus resultieren folgende Ergebnisse des analytischen Modells (Tabelle 8.3).

Tabelle 8.3: Ergebnisse des analytischen Modells (ohne Berücksichtigung der Anfangsspannung)

Parameter der Eigendehnung	T-Stoß Gurt	T-Stoß Steg	I-Stoß
"bpz="	24,82	24,92	34,36
"e_xx="	0,001773	0,0016	0,00177
"e_yy="	0,01357	0,01548	0,01365
"z_xx="	0,001494	0,001494	6,151e-5
"z_yy="	0,0547	0,0547	0,0253

Bei der Erstellung des FE-Modells der Sektion werden die analytisch berechneten Breiten der plastischen Zonen ( $b_{pz}$ ) berücksichtigt. Im Bereich der Schweißnähte kommen Elementbreiten von 25 mm im Falle eines T-Stoßes und 35 mm bei den I-Stößen zum Einsatz (Abbildung 8.2). Die angrenzenden Elemente werden mit denselben Elementbreiten, entsprechend des Parameters  $b_{pz,0}$  (Gleichung 5.6) modelliert. Alle anderen Bereiche des Segments werden frei vernetzt. Es kommen lineare Schalen-Elemente mit 4x3 Integrationspunkten zum Einsatz.

Bei der Erstellung des FE-Modells der Sektion werden die analytisch berechneten Breiten der plastischen Zonen ( $b_{pz}$ ) berücksichtigt. Im Bereich der Schweißnähte kommen Elementbreiten von 25 mm im Falle eines T-Stoßes und 35 mm bei den I-Stößen zum Einsatz (Abbildung 8.2). Die angrenzenden Elemente werden mit denselben Elementbreiten, entsprechend des Parameters  $b_{pz,0}$  (Gleichung 5.6) modelliert. Alle anderen Bereiche des Segments werden frei vernetzt. Es kommen lineare Schalen-Elemente mit 4x3 Integrationspunkten zum Einsatz.

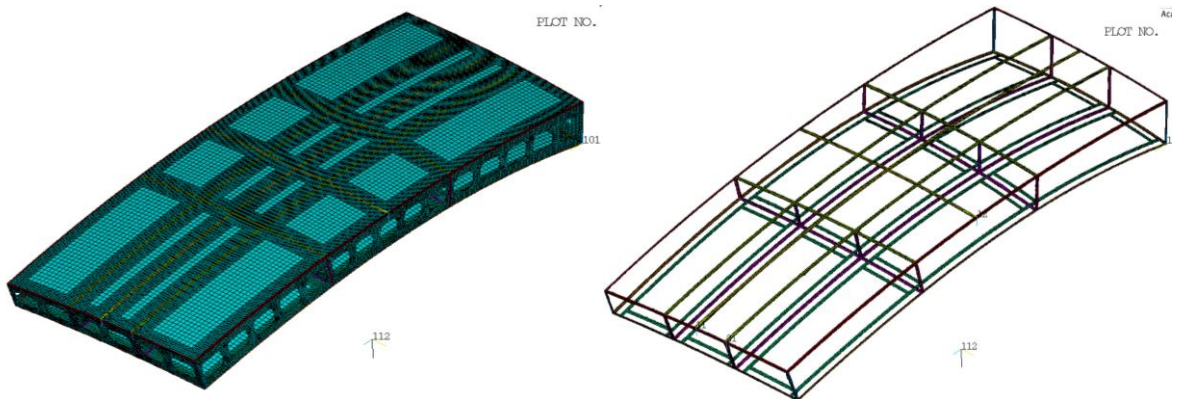


Abbildung 8.2: FE-Modell der Sektion (links) und Elementen der Nähte (rechts)

Der Fertigungsprozess des Segments wird bei der numerischen Berechnung der schweißbedingten Imperfektionen (Verzug und -eigenspannungen) mittels des Hybridmodells in fünf Fertigungsschritte unterteilt. Die Oberschale besteht aus vier im Raum gekrümmte Bleche, die mittels zweier Stumpfstoßschweißungen miteinander verbunden werden (Abbildung 8.3-a). Die vier perforierten T-förmigen Längsbalken werden vor dem Fügen auf die Oberschale aus zwei separaten Bauteilen gefertigt. Somit gibt es keine Wechselwirkung der Schweißnähte untereinander. Die vier Balken werden im zweiten Fertigungsschritt erst auf die Oberschale geheftet und anschließend beidseitig geschweißt. Es werden zuerst die beiden innenliegenden und anschließend die äußeren Balken zeitgleich gefügt (Abbildung 8.3-b).



Der dritte Fertigungsschritt beinhaltet das zum zweiten Fertigungsschritt analoge Fügen der sechs Querbalken auf die Oberschale sowie der Abschluss des Segments durch jeweils eine Wand vorne und hinten (Abbildung 8.3-c). In Fertigungsschritt Nummer vier werden die Längs- und die Querbalken miteinander durch senkrechte Kehlnähte verbunden. Im letzten Schritt werden die sechs gekrümmten Bleche der Unterschale geheftet und anschließend geschweißt (Abbildung 8.3-d).

Während des Zusammenbaus des Segments wird in der numerischen Simulation davon ausgegangen, dass die vier Kanten der Oberschale „auf dem Boden“ fixiert sind. Nach dem fünften Fertigungsschritt wird diese Einspannbedingung entfernt und das gesamte Segment kann sich frei verformen. Die gegenseitige Beeinflussung der Nähte durch die stetige Änderung des Spannungszustands in der Konstruktion wird bei der numerischen Berechnung der schweißbedingten Imperfektionen vom zweiten bis zum fünften Fertigungsschritt berücksichtigt.

Die Auswertung der Ergebnisse aus den Simulationen erfolgt unter Verwendung eines lokalen Koordinatensystems mit dem Ursprung in der Mitte des Segments. Die x-Achse orientiert sich entlang der Längs- und die y-Achse entlang der Querbalken. Die z-Achse verläuft entlang der Normalen zur Oberfläche der Oberschale am Ort des Koordinatenursprungs (Abbildung 8.6).

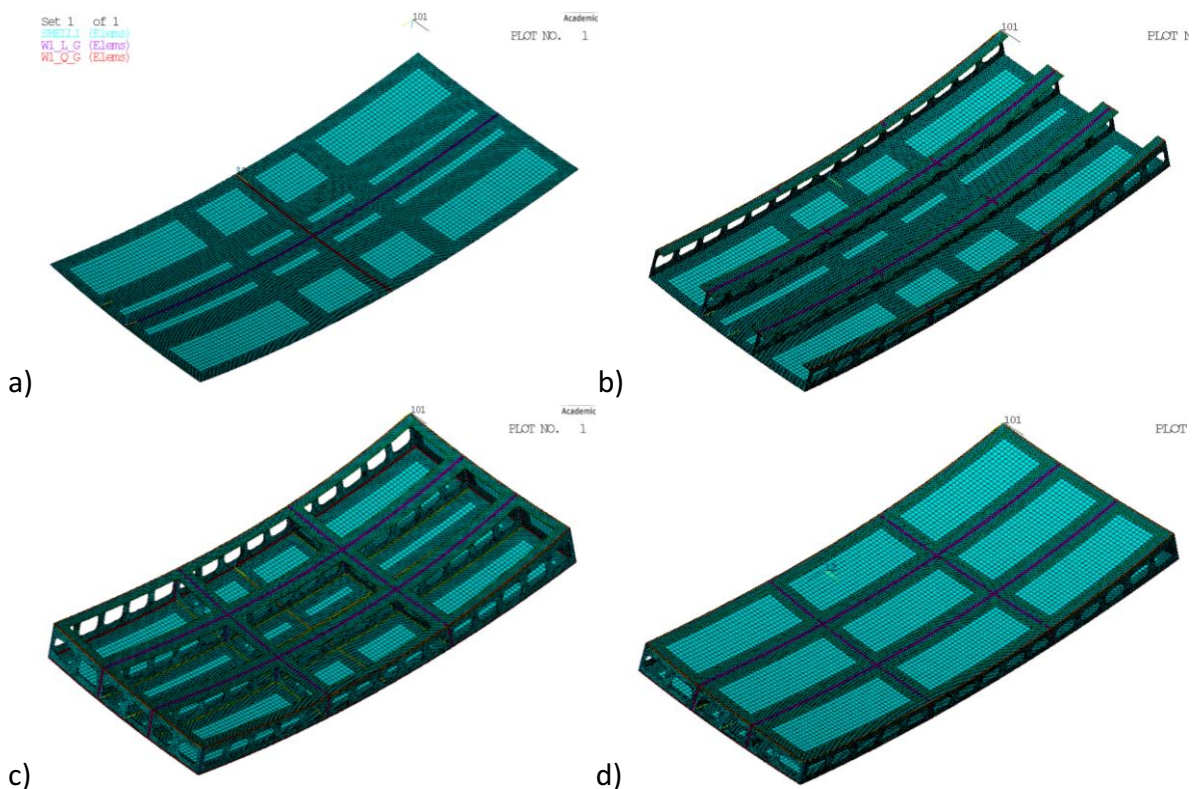


Abbildung 8.3: Fertigungsschritte: a) Schweißen der Oberschale, (b) Schweißen der Längsbalken, (c) Schweißen der Querbalken und (d) Schweißen der Unterschale

Die Simulationsergebnisse zeigen eine Gesamtschrumpfung des Segments entlang der Längsrichtung von ca. 10 mm und eine Schrumpfung entlang der Querbalken von ca. 12 mm.



An den Rändern der Oberschale beträgt die Schrumpfung in x-Richtung ca. 7 mm, während sie an den Rändern der Unterschale annähernd 14 mm beträgt (Abbildung 8.4-a). In Querrichtung schrumpft die Oberschale um ca. 3,5 mm und die Unterschale um ca. 8,5 mm (Abbildung 8.4-b). In Richtung der Oberflächennormale z ergeben die Berechnungen Verschiebungen im Bereich von ca. -5 mm bis zu 19 mm. Auf der Oberschale ist ein Ausbeulen sowohl in die positive als auch in die negative z-Richtung mit einem Maximum von  $\pm 5$  mm erkennbar. In den einzelnen Feldern zwischen den Versteifungselementen der Unterschale bilden sich lokale Beulen in Richtung der Segmentinnenseite von bis zu 10 mm aus. Deren Verteilung ist annähernd symmetrisch zur x-Achse (Abbildung 8.4-c).

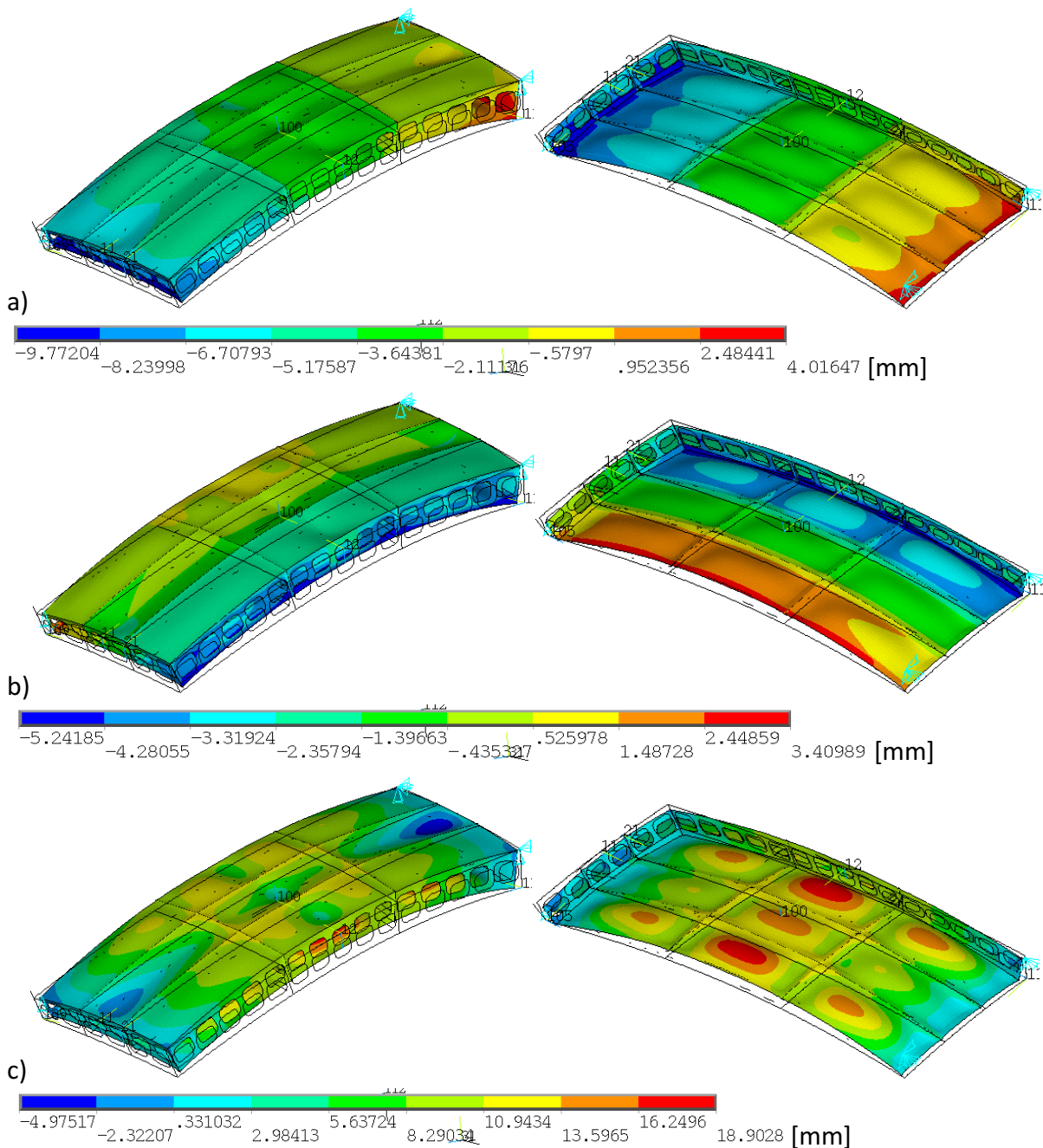


Abbildung 8.4: Schweißverzug: a) Verschiebungen in x-Richtung, (b) Verschiebungen in y-Richtung und (c) Verschiebungen in z-Richtung (nach Abbildung 8.6)

Abbildung 8.5 zeigt die berechneten thermischbedingten Eigenspannungen in der Mittelebene der Schalenelemente in x- und in y-Richtung. Entlang der Längsbalken resultiert das beidseitige Schweißen der Kehlnähte in Zugspannungen in 50 bis 60 mm breiten Bereichen sowohl auf der Ober- als auch auf der Unterschale. In den restlichen Bereichen der beiden Schalen sind überwiegend Druckspannungen erkennbar. Auf der Unterschale stehen die einzelnen Felder ebenso unter Druck. In den Nahtbereichen der Querbalken jedoch resultieren die relativ hohen Querspannungen in diesem Koordinatensystem in Längszugspannungen. Um die Balkenknoten herum wechseln diese Spannungen in Druckspannungen (Abbildung 8.5-a). In y-Richtung bilden sich ebenso in einem Bereich von 50 bis 60 mm um die längsgeschweißten Balken Zugspannungen aus. Über den restlichen Bereich beider Schalen schwanken sie jedoch um Null (Abbildung 8.5-b).

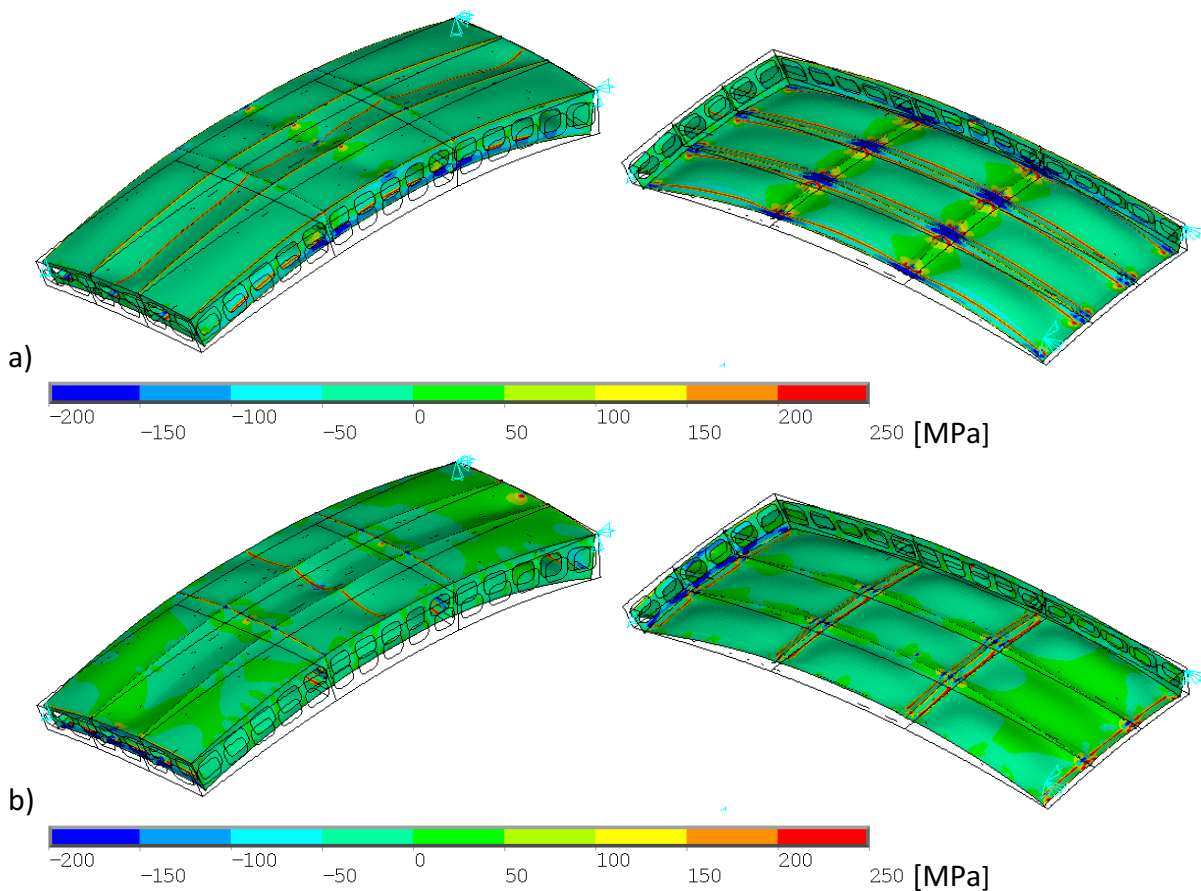


Abbildung 8.5: Thermisch-bedingte Schweißeigenspannungen in der Elementmittelebene: a) in x-Richtung und (b) in y-Richtung (nach Abbildung 8.6)

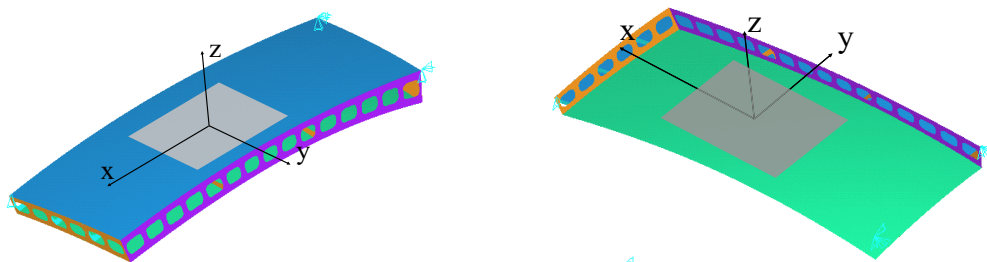


Abbildung 8.6: Koordinatensystem zur Auswertung der Simulationsergebnisse

## Beulanalyse am Segment des Porsche Pavillons

Unter Last sind die unversteiften Bereiche des unteren Deckblechs beulgefährdet. Um das Ausmaß zu quantifizieren, wird eine Kraft von 200 kN angenommen. Sie setzt sich zusammen aus dem Eigengewicht des Segments, dem Gewicht des Segments, welches an die Vorderseite angeschweißt wird, der Schneelast, die für die Region anzusetzen ist sowie einem Sicherheitsbeiwert. Bei der numerischen Berechnung wird die Kraft zu je gleichen Teilen an den vier oberen Knoten auf der Stirnfläche der Längsträger in Richtung der Trägerhöhe in das Segment eingeleitet. Die Lagerung des Segments erfolgt an der gegenüberliegenden Seite. Den Knoten der Stirnfläche der Längsträger sowie denen der Ränder der Ober- und der Unterschale werden alle translatorischen Freiheitsgrade entzogen (Abbildung 8.7).

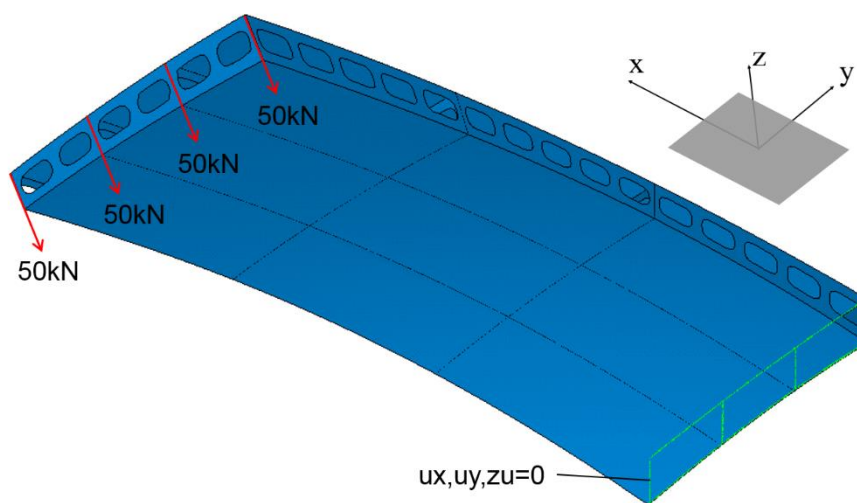


Abbildung 8.7: Lasteinleitung und Randbedingungen der Beulanalyse

Um den Einfluss des Schweißverzuges und der Eigenspannungen auf das Beulverhalten zu untersuchen, werden zwei Berechnungen durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse unter Berücksichtigung der durch das Schweißen hervorgerufenen geometrischen und strukturellen Imperfektionen werden denen gegenübergestellt, die das Resultat der Berechnung am perfekten Modell sind. Die an der perfekten Geometrie berechneten Druckspannungen in den beulgefährdeten Bereichen liegen zwischen 0 MPa und -10 MPa (Abbildung 8.8-a). Werden Schweißverformungen und -eigenspannungen berücksichtigt, erhöhen sich die Druckspannungen auf -20 MPa bis -50 MPa (Abbildung 8.8-b).

Auf den globalen Verformungszustand haben die Schweißverformungen und -eigenspannungen nur einen marginalen Einfluss. Das Segment senkt sich an den Positionen der Lasteinleitung um ca. 70 mm. Auf die lokalen Verformungen der beulgefährdeten Bereiche wirken sich die Schweißverformungen und -eigenspannungen jedoch signifikant aus. Werden sie nicht berücksichtigt, ergeben sich globale Beulen mit einem Maximum von ca. 11 mm (Abbildung 8.9-a). Das berechnete Maximum des Ausbeulens der unversteiften Blechfelder am Modell mit schweißbedingten Imperfektionen beträgt ca. 25 mm (Abbildung 8.9). Diesem

Umstand wurde bei der Fertigung des Porsche Pavillons Rechnung getragen und die beulgefährdeten Bereiche durch mittig aufgeschweißte Steifen verstärkt.

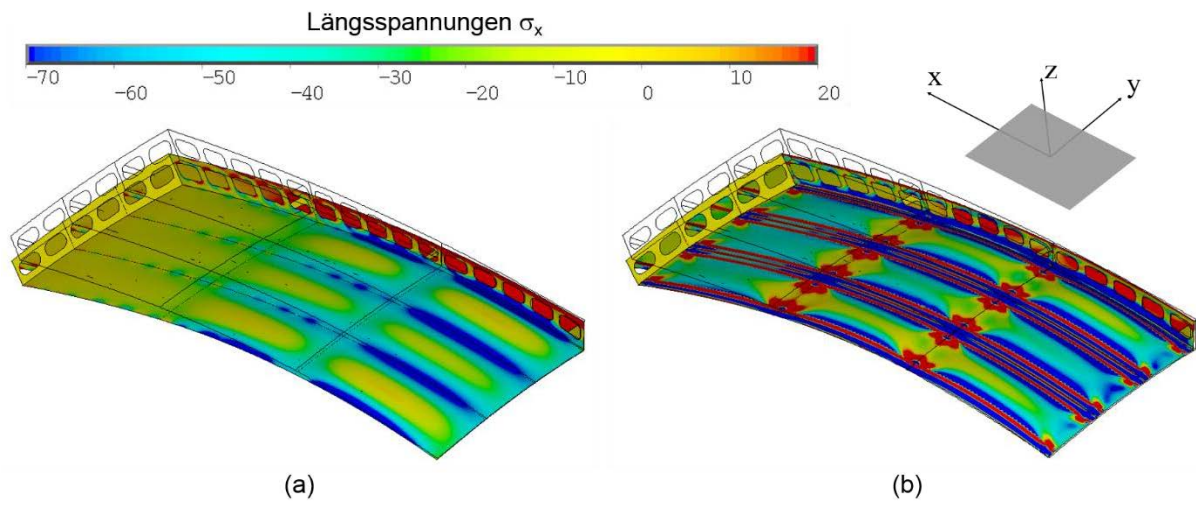


Abbildung 8.8: Längsspannungszustand (in MPa): (a) berechnet an der perfekten Geometrie und (b) unter Berücksichtigung von schweißbedingten Imperfektionen

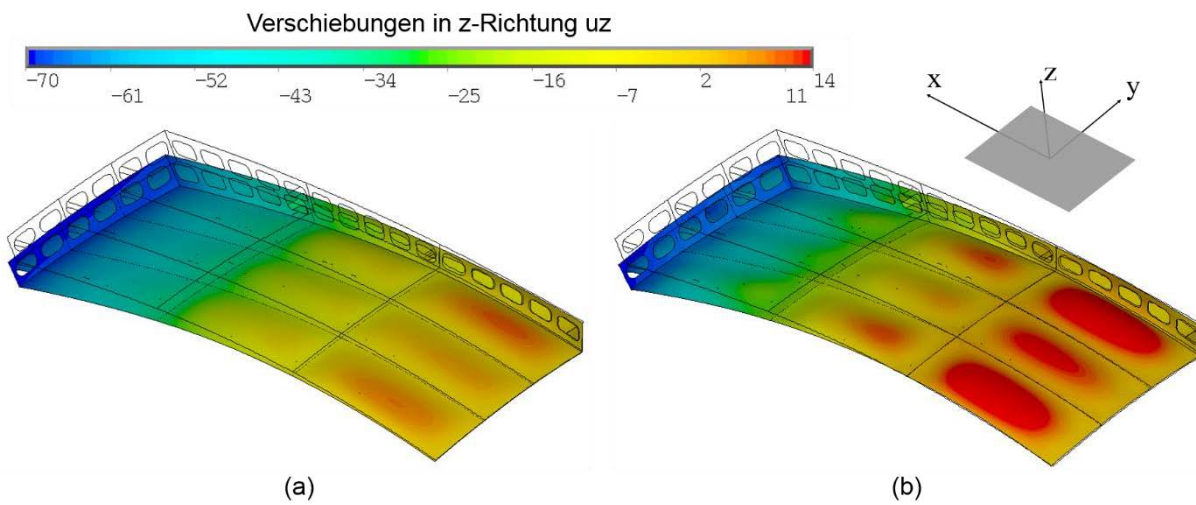


Abbildung 8.9: Verschiebungen in z-Richtung (in mm): (a) berechnet an der perfekten Geometrie und (b) unter Berücksichtigung von schweißbedingten Imperfektionen



## 9 Zusammenfassung

Die Verzug- und Eigenspannungssimulation und ihre Anwendung auf große und komplexe Konstruktionen ist ein wichtiges Thema für die Forschung und die Industrie. Der Fokus liegt dabei in der Lösung der entstehenden spezifischen Probleme, die den Einsatz der konventionellen Vorgehensweisen und Algorithmen stark einschränken bzw. ganz verhindern. Je komplexer eine Schweißstruktur ist, die in mehreren Schweißschritten gefertigt wird, desto größer ist die Anzahl der Wechselwirkungen zwischen Prozess, Werkstoff und Konstruktion. Der Detaillierungsgrad nimmt entsprechend exponentiell zu und somit steigt die Komplexität der Simulationsaufgabe enorm an.

Im Hintergrund der Habilitationsschrift stehen eingehende Analysen der Problemzusammenstellungen und Anwendbarkeitsmöglichkeiten der bekannten Ansätze, sowie Modellentwicklungen, -ergänzungen und -erweiterungen. Darüber hinaus wurden die wesentlichen Wechselwirkungen zwischen den Einflussgrößen umfassend untersucht und die grundlegenden Erkenntnisse erweitert. Auf dieser Basis sind neue Modelle, leistungsstarke Berechnungsroutinen und -vorschriften entstanden, die nicht nur den Stand der Forschung, sondern auch die Anwendungsmöglichkeiten der Schweißsimulation auf ein komplett neues Niveau bringen.

Zunächst werden die relevanten Größen, die spezifischen Bedingungen, Datenlage der Inputgrößen und die Anforderungen an die praktische Umsetzung sowie die erforderliche Genauigkeit definiert. Hierbei fließen Erkenntnisse und Erfahrungen aus kontinuierlichen Umsetzungen der Modellvorstellungen und Algorithmen an diverse Laborproben, Schweißknoten und reale Konstruktionen ein, begleitend von Vergleichsanalysen, Verifizierungen und experimentellen Validierungen. Daraus lassen sich auch Überschneidungsgebiete mit der konventionellen durchgehenden numerischen Simulation erkennen, die für Demonstrationen und Absicherungen der Berechnungsroutinen dienen.

Folgend wird auf dieser Basis eine allgemeine generelle Formulierung der Problematik abgeleitet und anhand zweier Beispiele demonstriert. Bei der Berechnung von großen und komplexen Systemen ist die Aufteilung der Simulationsaufgabe in Teilaufgaben unter Berücksichtigung der Raum-Zeit-Skala und der physikalischen Zusammenhänge unerlässlich. Ein wesentlicher Aspekt dabei ist die Berücksichtigung der Hierarchie der einzelnen Teilaufgaben und das korrekte Konzipieren derer Kopplung. In Anbetracht der typischen Aufgabenstellung bei der Schweißsimulation von Großkonstruktionen, lassen sich zwei Teilaufgaben definieren: eine thermomechanische Teilaufgabe für die Berechnung der lokalen Zustände (Ermittlung der plastischen Dehnungen im Nahtbereich) und eine strukturmechanische Teilaufgabe für die Berechnung des globalen Zustands (Eigenspannungen und Verzug der Gesamtkonstruktion). So kommen verschiedene Simulationsvorgehensweisen zum Einsatz, die auf unterschiedlichen Lösungsansätzen beruhen und die Teilaufgaben in unterschiedlicher Weise koppeln. In der Habilitationsschrift wird eine Klassifikation der Simulationsvorgehensweisen vorgeschlagen. Am meisten wird dabei die thermomechanische Teilaufgabe als übergeordnet betrachtet und eine schwache Kopplung mit der strukturmechanischen Teilaufgabe vorausgesetzt. Andere erlauben es, die Zustände in der

Konstruktion (z. B. Vorspannungen) bei der Entstehung der plastischen Dehnungen zu berücksichtigen, also gleichrangige Einstellung der thermomechanischen und strukturmechanischen Teilaufgaben, aber die praktische Umsetzung der Rückkopplung erweist sich als inpraktikabel.

Die vorgeschlagene und vielseitig erprobte analytisch-numerische Simulationsvorgehensweise ist auf eine starke Kopplung der Teilaufgaben konzipiert. Das analytisch-numerische Hybridmodell steht deshalb im Mittelpunkt der Arbeit. In dem Modell wird die thermomechanische Aufgabe analytisch u. a. mit Berücksichtigung der Vorspannung gelöst. Die damit ermittelten resultierenden plastischen Dehnungen werden an das FE-Modell der komplexen Gesamtstruktur für die Berechnung der strukturmechanischen Endverformungen übertragen. Die Vorspannungen, durch Montage, Einspannvorrichtungen und vorherigen Schweißarbeiten werden vom FE-Modell an das analytische Modell übertragen.

Vorgestellt werden die Grundlagen des analytischen Modells, die Umsetzung für die praktische Anwendung sowie die Kopplung mit der numerischen strukturmechanischen Berechnung. Wechselwirkungen zwischen wesentlichen Einflussgrößen werden in Diskussion gestellt. Daraus wird speziell auf eine bisher nicht bemerkte Wechselwirkung zwischen der Wärmeverteilung und der Anfangsspannung im Bauteil hingewiesen.

Des Weiteren wird in der vorliegenden Schrift die methodische Vorgehensweise des analytisch-numerischen Hybridmodells und die mathematische Umsetzung ausführlich dargestellt. Neben einer Erläuterung der Techniken zur Kopplung und Rückkopplung wird an einem Beispiel der Simulationsablauf verdeutlicht. Darüber hinaus werden Erweiterungen um weitere wichtige Aspekte, wie die Wechselwirkung zwischen der Strukturnachgiebigkeit gekrümmter Schalen und der Ausdehnung der Plastizitätszone, oder wie die Überlappung von Temperaturfelder bspw. bei doppelseitigen oder mehrlagigen Nähten ausführlich analysiert und aufgezeigt. Darauf aufbauend wird die Positionierung des analytisch-numerischen Hybridmodells in der Prozesskette bei der schweißtechnischen Fertigung thematisiert. Prinzipiell ist das gekoppelte analytisch-numerische Hybridmodell für die Implementierung in die Fertigungskette der Großstrukturen bzw. modularer Bauweise konzipiert.

Insbesondere bei Großstrukturen, wie sie im Schiffs-, Stahl- und Schienenfahrzeugbau geschweißt werden, ist der verbleibende Verzug aufgrund ihrer enormen Ausmaße von bis zu mehreren Zentimetern sehr kritisch. Nachbehandlung und insbesondere thermisches Richten muss folglich ebenso in die Arbeitsplanung aufgenommen werden wie das Schweißen selbst. Dafür werden die Grundlagen anhand eines theoretischen Modells erläutert. Ein auf dieser Grundlage entwickeltes analytisches Modell wird detailliert beschrieben. Der Einfluss konstruktiver Gegebenheiten, des Werkstoffs und der Prozessparameter auf plastischen Dehnungen ist mit dem Modell leicht erfassbar. Die Wechselwirkung zwischen der Abkühlbedingung und Vorspannung wird exemplarisch gezeigt und die Relevanz erklärt.

Darüber hinaus erfolgt die Einbindung in die gekoppelte analytisch-numerische Berechnungsvorgehensweise. Die Anwendung und Bestätigung des Hybridmodells wird zunächst an einfachen Blechprobenkörpern gezeigt. Aufbauend auf einer mittels acht Nähten gefügter Struktur, wird die Berücksichtigung der Schweißreihenfolge sowie der Richtfolge im Hybridmodell erklärt. Anschließend erfolgt eine Anwendung an einer geschweißten

Testkonstruktion aus dem Schienenfahrzeugbau, wobei der Schwerpunkt auf dem Simulationsablauf und der Interpretation der Ergebnisse aus praktischer Sicht liegt. Die Aussagekraft der Berechnungen wird durch mehrere Vergleiche demonstriert.

Ein weiterer relevanter Einsatz ist die Rolle der Schweißsimulation von großen und komplexen Konstruktionen mithilfe des Hybridmodells für die Konzeptentwicklung und Gestaltung der Schweißkonstruktion bzw. Designphase. Am Beispiel der Porsche Pavillons in Wolfsburg wird das analytisch-numerische Hybridmodell mit einer Traglastberechnung anstelle des nichtlinearen strukturmechanischen Nachweises (GMNIA) umgesetzt. Die Aspekte der Umsetzung aus der schweißtechnischen Sicht werden in Details erläutert.

Schließlich erweitert und in vielen Fällen überhaupt ermöglicht die hybride Modellierung die Schweißsimulation von großen komplexen Strukturen und bittet dem Entwicklungsingenieur ein zuverlässiges Werkzeug für die Gestaltung und Fertigung solcher Konstruktionen.

Die Habilitationsschrift leistet im Einzelnen folgende wissenschaftliche Beiträge:

- Analysen über den Umfang, die Komplexität und die Herausforderungen der Schweißsimulation sowie über die möglichen Lösungsansätze,
- Ergänzung des analytischen Modells durch eine neue Lösung einer der grundlegenden Gleichung,
- Erweiterungen des analytischen Modells für das Schweißen unter Berücksichtigung der geometrischen Gegebenheiten, der sich gegenseitig mechanisch und thermisch beeinflussend naheliegenden Nähte sowie der Eigenspannungsberechnung von der Gesamtstruktur,
- Bereitstellung der theoretischen Grundlagen für das thermische Richten durch Entwicklung und Umsetzung eines neuen analytischen Modells, Umsetzung in das analytisch-numerische Modell und anschließende Verknüpfung in die Prozesskette Schweißen – Richten,
- Konzeptentwicklung und Umsetzung von Berechnungsalgorithmen und -routinen für das Schweißen und das Richten – Modellierung der Fertigungskette,
- Intensive theoretische Untersuchungen und experimentelle Validierungen der Simulationsergebnisse,
- Vorlagen zur Integration der Verzug- und Eigenspannungsberechnung in die Konstruktionsberechnung, z. B. Traglastberechnung zum Einsatz in der Produktentwicklungs- und -herstellungskette,
- Umfassende Studien zur Absicherung des Einsatzes von dem analytisch-numerischen Hybridmodell im Schiffs-, Wagon-, Maschinen-, Kran- und Stahlbau.



## Literaturverzeichnis

- Aic94 Aichele, G.: Leistungskennwerte für Schweißen und Schneiden, DVS- Band 72, Verl. DVS, 1994
- And00 Andersen, Fl.: Residual Stresses and Deformations in Steel Structures, Department of Naval Architecture and Offshore Engineering, Technical University of Denmark, Lyngby (2000), p. 228
- Aud03 Audronis, M., Berndikas, J.: The Welding Deformations of Chrome-nickel Stainless Steels, Material Science, Vol. 9, No. 2, 2003, S. 169-173
- Cep71 Cepolina AG, Canonico DA (1971) The Measurement of Residual Stresses. Welding Journal 1:31s-38s
- Cha05 Chang, D. J., u. a.: Prediction of steel plate deformation due to triangle heating using the inherent strain method, Journal of Marine Science and technology, 2005, S 211-216
- Cha07 Chang, D. J.; Yong T. K.; Young C. J.; Hyun S. R., Welding Distortion Analysis of Hull Blocks Using Equivalent Load Method Based on Inherent Strain, 2007. <http://www.shipstructure.org/pdf/2007symp03.pdf>
- Cha11 Chang D. J, Hyung S. M.: Prediction of Welding Deformation of Hull Panel Blocks Using an Advanced Inherent Strain Analysis Method Considering the Heat Equivalent Layer Effect, Met. Mater. Int., Vol. 17, No. 6, 2011, S 993-1000
- Dil10 Dilger, K. et al: Anwendungsnahe Schweißsimulation komplexer Strukturen, DVS-Berichte, Band 282, DVS Verl. Düsseldorf, 2010
- Doy18 Doynov, N., Michailov, V.G.: Distortion analysis of heat spot straightening thin-walled welded structures: part 1: formation of the plastic deformation zone, Int J Adv Manuf Technol, 94, pp. 667–676, 2018
- Doy18a Doynov, N., Michailov, V.G.: Distortion analysis of heat spot straightening thin-walled welded structures: part 2: analytical-numerical approach, Int J Adv Manuf Technol, 95, pp. 469–478, 2018
- Dua07 Duan, Y.G., Vincent, Y., Boitout, F., Leblond, J. B., Bergheau, J. M.: Prediction of welding residual distortions of large structures using a local/global approach, J Mech Sci Technol, 2007, 21, 1700, DOI:10.1007/BF03177397
- Fri73 Fritsch FN, Shafer RE, Crowley WP (1973) Solution of the transcendental equation  $w = x$ . Communications of the ACM, 16 (2): 123-124 (doi: 10.1145/361952.361970)
- Fuj70 Fujimoto T.: A method for analysis of welding residual stresses and deformations based on the inherent strain, Journal of the Japan Welding Society (1970) 39, 236–252. doi: 10.2207/qjjws1943.39.4\_236 (auf Japanisch)

- Gat80 Gatovskii, K. M., Karkhin, V. A.: *Theoria svarochnih deformacij i napriajeniy*, LKI, Leningrad, 1980. (in Russian)
- Gra85 Gramer U, Mack W (1985) Thermal stress in a elastic-plastic disk exposed to a circular heat source. *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)* 36:568-580
- Heo08 Heo. H.: Full Speed Ahead on Welding Analysis. *Concept To Reality*, Fall 07, Winter 08, S.8-12
- Hua15 Huang, H., Ma, N., Hashimoto, T., Murakawa, H.: Welding deformation and residual stresses in arc welded lap joints by modified iterative analysis, *Sci Technol Weld Join.*, 20 (7) (2015), pp. 571-577, 10.1179/1362171815Y.0000000040
- Hua20 Huang, H., Ma, N., Chen, J., Feng, Z., Murakawa, H.: Toward large-scale simulation of residual stress and distortion in wire and arc additive manufacturing, *Additive Manufacturing*, Volume 34, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101248>
- Hua20a Huang, H., Ma, N., Murakawa, H., Feng, Z.: A dual-mesh method for efficient thermal stress analysis of large-scale welded structures, *Int. J. Adv. Manuf. Tech.*, 103 (2019), pp. 1-12, 10.1007/s00170-019-03606-4
- Iku13 Ikushima K, Itoh S, Shibahara M.: Numerical analysis of welding deformation for large-scale structure, *Q J Japan Weld Soc* 31(4), pp. 138s–142s, 2013
- Iku14 Ikushima, K., M. Shibahara, M.: Prediction of residual stresses in multi-pass welded joint using idealized explicit FEM accelerated by a GPU, *Comput. Mat. Sci.*, 93 (2014), pp. 62-67, 10.1016/j.commatsci.2014.06.024
- Iku16 Ikushima, K., Minamino, T., Kawahara, A., et al.: Enhanced large-scale analysis method and its application to multiaxial pipe weld, *Weld. World*, 60 (5) (2016), pp. 915-929, 10.1007/s40194-016-0350-8
- Jan02 Jang, C. D., Lee, C. H., Ko, D. E.: Prediction of welding deformations of stiffened panels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*. Vol. 216, No. 2, 2002, S. 133-143
- Kuz74 Kuzminov, S. A.: *Svarochnie deformacii sudoviech korpusniech konstrukcii*. Sudostroenie, Leningrad, 1974. (in Russian)
- Ma16 Ma N., Wang J., Okumoto Y.: Out-of-plane welding distortion prediction and mitigation in stiffened welded structures, *Int J Adv Manuf Technol*, 2016, 84, 1371–1389
- Mak76 Makhnenko, W. I.: *Berechnungsmethoden für die Untersuchung der Entwicklung von Schweißbeigenspannungen und -deformationen* (in Russian). Naukova Dumka, Kiew, 1976
- Man97 Mandal, N. R., Sundar, C. V.: Analysis of Welding Shrinkage, *Welding Research Supplement*, 06/1997, S 233-238

- Mch04 Michaleris, P., Zhang, L.: Investigation of Lagrangian and Eulerian finite element methods for modeling the laser forming process, *Finite Elem. Anal. Des.*, 40 (2004), pp. 383-405
- Mch11 Michaleris, P.: *Minimization of Welding Distortion and Buckling: Modelling and Implementation*, WoodHead Publishing, Elsevier, 2011
- Mic00 Michailov, V.G.: Erweiterte analytische Modelle für die Berechnung der Temperaturfelder beim Schweißen, *DVS-Berichte Bd. 209*, DVS e.V., Düsseldorf, pp. 181–186, 2000
- Mic07 Michailov, V.G., Doynov, N., Ossenbrink, R., Dinkov, P., Hristov, S.: Advanced analytical-numerical approach for simulation of welding distortions, *Journal of Materials Science and Technology (Bulgaria)* 2007, 15(3), pp. 139–150
- Mic10 Michailov, V., Doynov, N. u. Stapelfeld, C.: *Anwendungsnahe Schweißsimulation komplexer Strukturen*, DVS-Berichte, Band 282, DVS Media GmbH Düsseldorf, 2010
- Mic11 Michailov, V.G., Doynov, N., Stapelfeld, C., Ossenbrink, R.: Hybrid model for prediction of welding distortions in large structures, *Front. Mater. Sci.*, 5(2), pp. 209–215, 2011
- Mic12 Michailov, V.G., Doynov, N., Ossenbrink, R.: *Sensibilitätsanalyse der thermomechanischen Schweißsimulation*. Berichte des Lehrstuhls Füge- und Schweißtechnik der BTU Cottbus, Bd. 3, Shaker Verlag, 2012
- Mic14 Michailov, V. G.; et al.: *Erweiterung eines analytisch-numerischen Hybridmodells für die Verzugssimulation von Großstrukturen* Forschungsvorhaben P 868 / IGF-Nr. 16673 BR, BTU Cottbus-Senftenberg LS Füge- und Schweißtechnik, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V., Düsseldorf, 2014
- Mic16 Michailov, V. G., Karkhin, V.A., Petrov, P.: *Principles of Welding*, St. Petersburg Polytechnic University Publ., St. Petersburg, 2016
- Mic16a Michailov, V.G., Doynov, N., *Analytical-Numerical Modeling Approach for Calculation of the Structural Distortions after Welding and Thermal Straightening*, *Journal of Mechanics Engineering and Automation* 6 (2016) 246-253, doi: 10.17265/2159-5275/2016.05.004
- Mic17 Michailov, V.G., Doynov, N., Kuke, F.: *Applied simulation of thermal strengthening*, FOSTA VV mbH Düsseldorf, 2017
- Mun11 Mun, H.S., Jang, C.D.: Prediction of welding deformation of hull panel blocks using an advanced inherent strain analysis method considering the heat equivalent layer effect, *Met Mater Int* 17(6): pp. 993–1000, 2011
- Mur13 Murakawa H, Okumoto Y, Rashed S, Sano M: A practical method for prediction of distortion produced on large thin plate structures during welding assembly, *Weld World* 57, pp. 793–802, 2013

- Mur15 Murakawa, H., Ma, N., Huang, H.: Iterative substructure method employing concept of inherent strain for large-scale welding problems, *Weld World*, 59 (1) (2015), pp. 53-63, 10.1007/s40194-014-0178-z
- Mur97 H. Murakawa: Theoretical prediction of residual stress in welded structures, *Welding International*, 11:8, pp. 599-604, 1997
- Nik62 Nikolaev, G. A.: *Schweißkonstruktionen* (in Russisch), Maschgiz Moskau, Moskau, 1962
- Nik82 Nikolaev, G. A., Kurkin, S. A., Winokurov, W. A.: *Schweißkonstruktionen, Festigkeit geschweißter Verbindungen und Verformung der Konstruktionen* (in Russisch). Moskau: Maschgiz Moskau, 1982
- Nik82a Nikoleav, G. A.: *Svarochnie konstrukzii*, Maschgiz Moskau, Moskau 1982
- Oke55 Okerblom, N. O.: *Svarochnie napriajenia v metallokonstrukciiah*. Moskau/Leningrad, Mashinostroenie 1955. (in Russian)
- Oke62 Okerblom NO (1962) Calculation of Welding Deformations by Resistant Spot Welding. *J Welding Production*, Moscow 2:6-8 (in Russian)
- Par16 Park, J.-U., An, G.B.: Effect of welding sequence to minimize fillet welding distortion in a ship's small component fabrication using joint rigidity method *Proc IMechE Part B: J Engineering Manufacture* 2016, Vol. 230(4) 643–653
- Pfe96 Pfeiffer, R.: *Handbuch der Flammrichttechnik*, Deutscher Verlag für Schweißtechnik DVS-Verlag, Düsseldorf, 1996
- Plo09 Ploshikin, V., Prihodovsky, A., Ilin, A., Heimerdinger, C., Palm, F.: Beherrschung der Schweißverzüge großer Bauteile. *DVS-Berichte*, Band 258, Düsseldorf, 2009. 104-107
- Ret99 Rethmeier, M., Voß, O., Wohlfahrt, H., Kocik, R.: Anwendung von ANSYS® zur Reduzierung des Schweißverzugs an Einspritzventilen, *Tagungsband: 17. CAD-FEM Users' Meeting*, 1999
- Rie04 Rietman, B., u. a.: *Mechanische Schweißersatzmodelle für gekoppelte Simulationen*, Stuttgart, Carl Hanser Verlag, 2004
- Rom20 Romanin L., Ferro P., Berto F., A Novel Method for Welding Residual Deformations Prediction, *Procedia Structural Integrity*, Volume 28, 2020, Pages 171-179, <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.10.022>
- Ryk51 Rykalin, N.N.: *Raschety teplovikh processov pri svarke*, Maschgiz Moskau, Moskow, 1951. (in Russian)
- San11 Sang, B. S., Dong, J. L.: Control Technology for Excessive Welding Distortion of the Deck House during Manufacturing Process, *Met. Mater. Int.*, Vol 17, No 1, 2011, S 123-130

- Seo21 Seo, H.-D., Lee, J.M.: Novel welding distortion analysis method for large welded structures using orthotropic thermal expansion coefficients, *Journal of Computational Design and Engineering*, Volume 8, Issue 4, August 2021, Pages 1115–1124, <https://doi.org/10.1093/jcde/qwab035>
- Sta04 Stadtaus, M.: Fügeprozesssimulation - Innovative Anwendungen der Informatik. Studie des Instituts für Füge- und Schweißtechnik der TU Braunschweig im Auftrag des deutschen Verbands für Schweißen und verwandte Verfahren e. V., Düsseldorf, 2004
- Sta09 Stapelfeld, C., Doynov, N., Michailov, VG: Hybride Berechnungsansätze zur Prognostizierung und Minimierung des Verzuges komplexer Schweißkonstruktionen, *SYSWELD Forum*, 22. – 23. Oktober 2009, Weimar, 91–105, ISBN:978-3-86068-401-6
- Sta16 Stapelfeld, C.: Vereinfachte Modelle zur Schweißverzugsberechnung, PhD Thesis, *Berichte des Lehrstuhls Füge- und Schweißtechnik der BTU Cottbus-Senftenberg*, Band 10, 2016
- Sul11 Sulaiman, M. S., u. a.: Simulation and experimental study on distortion of butt and T-joints using WELD PLANNER, *Journal of Mechanical Science and Technology* 25 (10), 2011, S. 2641-2646
- Sun12 Sun, Y., Shi, Q., Sun, K., Chen, G., Meng, L.: Process optimization to control welding distortion of aluminum alloy train roof by high efficiency numerical simulation, *Trends in Welding Research, Proceedings of the 9th International Conference*, Chicago, Illinois, USA, June 4-8 (2012)
- Tak98 Takechi, S., Aoyama, K., Nomoto, T.: Basic studies on accuracy management systems based on estimating welding deformations. *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 3, 1998, S. 194-200
- Tik05 Tikhomirov, D. u. a.: Computing Welding Distortion: Comparison of Different Industrially Applicable Methods. *Vortragsband 11 SHEMET*, 2005, 195-202
- Tim70 Timoshenko, SP, Goodier, JN: *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1970
- Tsa97 Tsai, C. L.: Issues and Solutions to Modeling Technology for Predictive Welding, Residual Stresses and Distortion. IIW-Document IIW-X/XV-RSDP-03-97. In: *Residual Stress and Distortion Prediction in Welded Structures*, 50th Annual Assembly, International Institute of Welding, San Francisco, 1997
- Tsi03 Tsirkas, S. A., Papanikos, P., Pericleous, K., Strusevich, N., Boitout, F., Bergheau, J. M.: Evaluation of distortion in laser welded shipbuilding parts using local-global finite element approach, *Science and Technology of Welding and Joining*, 2003, 8(2), 79–88

- Tur16 Turner RP, Ward RM (2016) On the Impact of the Frequency of Saved Thermal Time-Steps in a Weakly-Coupled FE Weld Simulation Model, *World Journal of Engineering and Technology*, 4:528-537, doi: 10.4236/wjet.2016.44052
- Ued78 Ueda, Y, Fukuda, K, Kim, Y. C.: Restraint Stresses and Strains due to Slit Weld in Rectangular Plate. *Transaction of JWRI* 7 (1), Osaka, 1978, pp. 11-16
- Ued89 Ueda, Y.; Kim, Y.C.; Yuan, M.G.: A Predicting Method of Welding Residual Stress Using Source of Residual Stress (Report I): Characteristics of inherent Strain (Source of Residual Stress)(Mechanics, Strength & Structural Design), *Transactions of JWRI*. 1989, 18(1) pp. 135-P.141
- Ued93 Y. Ueda, M.G. Yuan: Prediction of residual-stresses in butt welded plates using inherent strains, *Journal of Engineering Materials and Technology – Transactions of the ASME* 115 (4), pp. 417–423, 1993
- Vat74 Watanabe M, Sato K.: Thermal Stress and Residual Stress of Circular Plate heated at its Centre. *Journal of Zosen Kiokai* 1954, 86:185-197 (in Japanese)
- Veb12 Veberič D Lambert W function for applications in physics: *Computer Physics Communications*, 2012, 18(12): 2622-2628 (doi:10.1016/j.cpc.2012.07.008)
- Vin68 Vinokurov VA (1968) *Welding Stresses and Distortion*. Mashinostroenie, Moskau (Transl. in English, British Library, Wetherby, 1977)
- Vin77 Vinokurov, V. A.: *Welding Stresses and Distortion*, British Library, Wetherby 1977 (Übersetzung von: Svarochnye deformatii i napryazheniya: metody ikh ustraneniya Mashinostroenie, Moskau, 1968)
- Wan16 Wang J., Yuan H., Ma N., Murakawa H.: Recent research on welding distortion prediction in thin plate fabrication by means of elastic FE computation, *Marine Structures* 2016, 47, 42-59 DOI: 10.1016/j.marstruc.2016.02.004
- Yua96 Yuan, M.G., Ueda, Y.: Prediction of residual stresses in welded T-and I-joints using inherent strains, *Journal of Engineering Materials and Technology – Transactions of the ASME* 118 (2), pp. 229–234, 1996
- Zha98 Zhang, F.: Beitrag zum schweißbedingten Verzug unter Berücksichtigung seiner Wechselbeziehung mit den Eigenspannungen. Dissertation, TU Braunschweig, 1998

## Anhang

Anhang 1: Formelverzeichnis zum Kapitel 4 und 5

Anhang 2: Formelverzeichnis zum Kapitel 6

Anhang 3.1 Berechnungsalgorithmus Schweißen und

Anhang 3.2 Analytische Berechnung der Schweißnähte mit WELDIS

Anhang 3.3 Analytische Berechnung der Richtpunkte



## Anhang 1: Formelverzeichnis zum Kapitel 4 und 5

$a$	Wärmeleitfähigkeit, $\lambda/c\rho$
$c$	spezifische Wärmekapazität
$E$	Elastizitätsmodul
$I_0, I_1, I_2, I_3$	Sonderlösungen
$K_{ab}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Abkühlbedingungen auf Quereigendehnung
$K_{av}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Einspannbedingungen auf Quereigendehnung
$K_c$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Konstruktionssteifigkeit auf Quereigendehnung
$K_k$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Konstruktionssteifigkeit auf Breite der Plastizitätszone
$K_s$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Form der Plastizitätszone auf Quereigendehnung
$K_\chi$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Abkühlbedingungen auf Breite der Plastizitätszone
$K_{\chi'}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Abkühlbedingungen auf Breite der Plastizitätszone bei $\varepsilon_0 = 0$
$K_\delta$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Plattendicke auf Breite der Plastizitätszone
$K_\phi$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Gefügeumwandlung auf Breite der Plastizitätszone
$K_\mu$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Längseigendehnung auf Quereigendehnung
$K_v$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Ausdehnung des Temperaturfeldes auf Quereigendehnung
$K_{\sigma_x}, K_{\sigma_y}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Anfangsspannung in Längs- und Querrichtung
$K_{\sigma'}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Anfangsspannung in thermisch isolierter Platte auf Breite der Plastizitätszone
$K_{\sigma_c, x}$	Beziehungsfunktion: Einfluss der Anfangsspannung zum Schwerpunkt der Plastizitätszone
$p$	Verhältnis der Wärmeverteilung: zwischen 0 für Punkt- und 1 Linienquelle
$q$	Wärmestromdichte
$r_{pz}$	Radius von der Querschnittsfläche der Plastizitätszone
$s$	Dicke, Plattendicke
$v$	Schweißgeschwindigkeit
$W_0(x)$	Lambert'sche $W_0$ -Funktion von Argument $x$

$w_{pz}$	Breite der Plastizitätszone
$w_{pz,FE}$	Breite der Zielelementgruppe, Ersatzbreite der Plastizitätszone im FE-Modell
$x, y, z$	Kartesische Koordinaten
$z_{c,x}, z_{c,y}$	Schwerpunkt der Eigendehnungsverteilung über Dicke für den Längs- und Querkomponenten
$\alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizient ( $K^{-1}$ )
$\alpha_c$	Wärmeübergangskoeffizient ( $J s^{-1} mm^{-2} K^{-1}$ )
$\Delta T_{max}$	Inkrement der Spitztemperatur (K)
$\chi$	Wärmeübergangsparameter ( $mm^{-2}$ )
$\epsilon_0$	Gesamtdehnung: $\epsilon_0 = \epsilon_k + \epsilon_\phi + \epsilon_{ini...} = \epsilon^{el} + \epsilon^{pl} + \epsilon^{th}$
$\epsilon_\phi$	Dehnung aus der Gefügeumwandlung
$\epsilon_{ini}$	Anfangsdehnung, $\epsilon_{ini} = \sigma_{ini}/E$
$\epsilon_k$	Dehnung aus der Nachgiebigkeit
$\epsilon_Y$	Dehnung beim Fließbeginn, $\epsilon_Y = \sigma_Y/E$
$\epsilon_m^{th}$	Maximale thermische Dehnung (thermal strain at the maximal temperature)
$\epsilon_x^*, \epsilon_y^*$	Komponenten der Eigendehnungsvektor
$\epsilon^{pl}$	plastische Dehnung
$\epsilon_{n,e}^e$	Eigendehnung, eingeleitet in das FE-Modell
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit ( $J s^{-1} mm^{-1} K^{-1}$ )
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\rho$	Dichte ( $kg mm^{-3}$ )
$\sigma_{ini}$	Anfang-, Vorspannung ( $N mm^{-2}$ )
$\sigma_Y$	Fließgrenze ( $N mm^{-2}$ )
$\psi$	Formfaktor der Plastizitätszone
$\chi$	Koordinaten der Integrationspunkte entlang der Elementdicke

## Anhang 2: Formelverzeichnis zum Kapitel 6

$A$	Parameter (Flächeneinheit)
$A_{St}$	Parameter (Flächeneinheit)
$A_{\beta}$	Parameter (dimensionslos)
$a, b$ und $c$	Konstanten
$b_{pz}$	Breite der plastischen Zone
$b_{Ind}$	Breite des Induktors
$c$	spezifische Wärmekapazität
$D(C_2H_2)$	Acetylenverbrauch
$d_x, d_y$	Äquivalente Eigendehnung in Längs- und Querrichtung (zur Elementgruppen)
$E$	Elastizitätsmodul
$g$	Grenze
$IP$	Integrationspunkt
$i, j, k$	Iterationsindex
$I_r$	Integralterm (Sonderlösung)
$K_k$	Beziehungsfunktion zur Steifigkeit
$K_{\alpha}$	Beziehungsfunktion zur Abkühlbedingungen
$K_{\alpha S}$	Beziehungsfunktion zum Wärmeeintrag auf die Blechdicke
$K_{\sigma}$	Beziehungsfunktion zur Anfangsspannung
$l_{Ind}$	Länge des Induktors
$l_k$	Flammenkegellänge
$l_{kb}$	Abstand vom Flammenkegel zum Blech
$p$	einheitlicher Druck
P1...P3	Bezeichnung der Richtparametersätze
$Q_1$	Wärmedichte der Linienquelle (Wärme pro Länge)
$q$	Wärmestromdichte
$q_{eff}$	Effektive Wärmestromdichte
$r_{Fleck}$	Radius des Wärmekreises, geschlossen von der Temperatur $T_{Fleck}$
$r_{pz}$	Radius der plastischen Zone
$r\varphi z$	Achsen des zylindrischen Koordinatensystems
$RS$	Blechoberfläche zur Brenner- bzw. Induktorrückseite

$S_X, S_Y$	errechnete Spannung in x- und y-Richtung
$S_{e_j}$	Elementfläche des $j$ -Elementes in der Schrumpfungskomponente bzw. -gruppe
$s$	Plattendicke
$T$	Temperatur
$T_{Fleck}$	Temperatur der Anlassfarbe zur Vermessung des Wärmefleckes
$T_{max}$	Maximaltemperatur
$U_x, U_y, U_z$	errechnete Verschiebung in x-, y- und z-Richtung
$U_X, U_Y, U_Z$	errechnete Verschiebung in x-, y- und z-Richtung
$V_r$	Volumen der radialen Schrumpfungen(Schrumpfvolumen)
$v_r$	spezifischen Schrumpfvolumen (radial)
$v_x$	Längsschrumpfvolumen
$v_y$	Querschrumpfvolumen
$W_0(x)$	Lambert'sche $W_0$ -Funktion
$W1, W4, W12$	Bezeichnung der Nähte
$\alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizient
$\alpha_k, \alpha_c$	Wärmeübergangskoeffizient
$\beta$	Wärmeübergangparameter (pro Flächeneinheit)
$\Delta t$	Erwärmungszeit
$\epsilon_j, s_j$	Iterationsterms zur Gleichungen 2.32 – 2.33
$\epsilon^e$	elastische Dehnung
$\epsilon_{ini}$	Anfangsdehnung
$\epsilon_m^{th}$	thermische Dehnung bei der Maximaltemperatur
$\epsilon^p$	plastische Dehnung
$\epsilon_{pz}^*$	Schrumpfdehnung
$\epsilon^{th}$	thermische Dehnung
$\epsilon_g$	globale Dehnung (Dehnung an der Grenze)
$\epsilon_s$	Dehnung beim Fließbeginn (Dehngrenze)
$\hat{\epsilon}_{ini}$	normierte Anfangsdehnung
$\eta_{eff}$	thermischer Wirkungsgrad
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\rho$	Dichte

$\sigma_s$	Fließgrenze
$\sigma_r$	radiale Spannungskomponente
$\sigma_\varphi$	tangentiale Spannungskomponente
$\sigma_x, \sigma_y$	Spannungskomponente in x- und y-Richtung

## Anhang 3.1 Berechnungsalgorithmus Schweißen und anschließendes Richten

Algorithmus „Schweißenl.dat“

```
START
Geometrie und Gruppen laden
Anfangsparameter:  $\sigma_s$ , E
 $K_\sigma=1$ 

i=1 //i-Schleife Start
{ Parameter Stoßart: bpzGurt, bpzSteg,  $\epsilon_x$ Gurt,  $\epsilon_y$ Gurt,  $Z_x$ Gurt,  $Z_y$ Gurt,  $\epsilon_x$ Steg,  $\epsilon_y$ Steg,  $Z_x$ Steg,  $Z_y$ Steg

  j=1 //j-Schleife Start
  { Nahtj
    Seitek (k=Links, Rechts oder Gurtlinks, Gurtrechts, Steg)
    { //k-Schleife Start
       $\epsilon_x = \epsilon_{xk} \text{ bpz/bpzFE}$ 
       $\epsilon_y = \epsilon_{yk} \text{ bpz/bpzFE}$ 
      INIdehn (Seitek), „INIdehn.mac“:
      { esel
        /POSTprocessor
        „Elem CS übernehmen“
        el. Dehnungen ablesen, mitteln und normieren
         $K_{\sigma x}$  und  $K_{\sigma y}$  berechnen
         $\epsilon_x = \epsilon_x K_{\sigma x}$ 
         $\epsilon_y = \epsilon_y K_{\sigma y}$ 
        /PREprocessor
        Dehnungen als Anfangsbedingung (Inistate) angeben
        Allsel
      }
      k=k+1
    } //k-Schleife Ende

    SNsolve, „SNsolve.mac“:
    { /SOLU
      Solver Einstellungen
      RB angeben
      Rechnen (Load case t=i)
      Ergebnisse in der DB (RST) hinzufügen
    }

    j=j+1 //j-SchleifeEnde
  }
  i=i+1 //i-Schleife Ende
}
ENDE
```

## Algorithmus „Richtenl.dat“

START

Datenbank nach dem Schweißen „Schweissen.db“ laden

Gruppen festlegen (i=1 ... ij)

Reihenfolge festlegen

i=0

Schleife Start

{

SOLU

Solver Einstellungen

if > 0

{ RP Gruppe vermessen ( $dx_{FE}$  und  $dy_{FE}$ )

Ergebnisse von test1.exe lesen (k=B, M, T //Bottom, Middle, Top)

$\varepsilon_{x,k} = \varepsilon_x \cdot rpz \cdot \pi^{0,5} / dx_{FE}$

$\varepsilon_{y,k} = \varepsilon_y \cdot rpz \cdot \pi^{0,5} / dy_{FE}$

Dehnungen als Anfangsbedingung (Inistate) angeben

}

RB übernehmen / neu angeben

Rechnen (Load case t=100+i)

POSTprozessor

Ergebnisse in der DB (RST) hinzufügen

RP Gruppe: RichtPunkt<sub>i+1</sub>

„Elem CS übernehmen“

Schleife über z=B, M, T (bot, mid, top)

{ el. Dehnungen ablesen, mitteln und normieren (norm.  $\varepsilon_{x,z}$  und  $\varepsilon_{y,z}$ )

test1.exe mit norm.  $\varepsilon_{x,z}$  und  $\varepsilon_{y,z}$  berechnen und results.txt<sub>z</sub> speichern

}

i=i+1

Schleife Ende

}

ENDE



## Anhang 3.2 Analytische Berechnung der Schweißnähte mit WELDIS

Nähte, Schweißbedingungen und analytisch numerische Schweißsimulation:

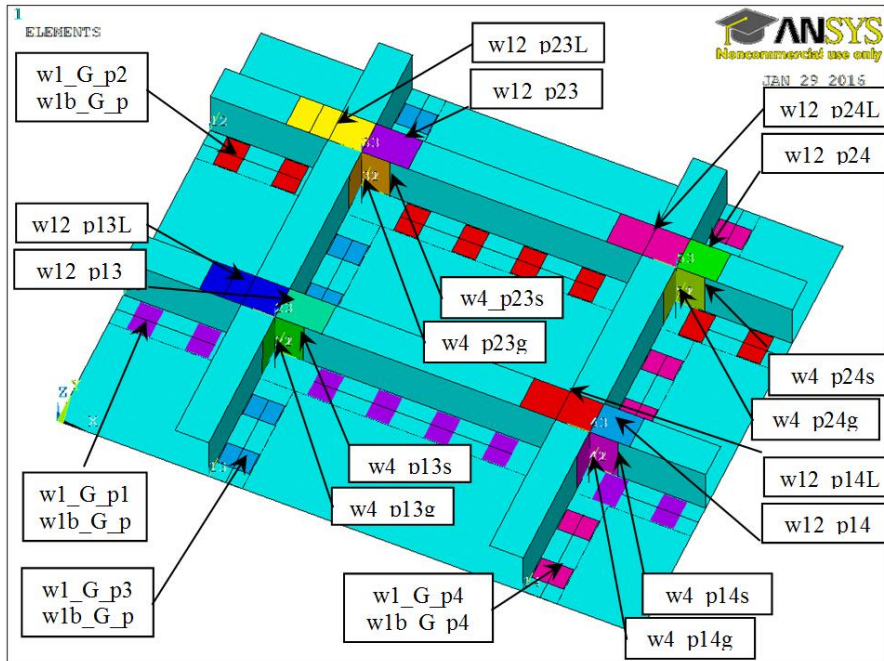


Abbildung 9.1: Position der Komponentengruppen von den Schweißnähten

Werkstoff:

<p>X5CrNi18-10  <math>K_{xx}</math> 20.000000 W/mK  <math>C</math> 610.000000 J/kgK  <math>DENS</math> 7900.000000 kg/m<sup>3</sup>  <math>ALPH_{TH}</math> 37.380001 W/m<sup>2</sup>K  <math>ALPH</math> 16.000000 x10<sup>-6</sup> 1/K  <math>EPSILON_F</math> 11.000000 x10<sup>-4</sup>  <math>a</math> 0.041000 cm<sup>2</sup>/s  <math>A3</math> 780.000000 °C  <math>T_s</math> 1570.000000 °C  <math>EXX</math> 200000.000000 MPa</p>	
---	--

Material.txt

20.000000 610.000000 7900.000000 37.380001 16.000000 11.000000 0.041000 780.000000  
 1570.000000 200000.000000

## Schweißnaht: W1 Naht (Laser)

### Überlappstoß

<p><b>Abmessungen</b></p> <p>T1 4 mm L 2500 mm L1 1000</p>	
--	--

#### Abmessungen.txt

```
1 0 0.000000 0.000000 4.000000 2500.000000 1000.000000 0.000000 0.000000 0.000000
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
```

### Schweißparameter

<p><b>Prozess: 2 Mig/Mag vollautomatisiert</b></p> <p>12.0 g/Ah U 10.0 V I 170.0 A ETHA 0.95 Vs 1.3333 cm/s De 1.2 mm T0 25.0 °C</p>	
--	--

#### Parameter.txt

```
12.000000 10.000000 170.000000 0.950000 1.333330 1.200000 2 25.000000
```

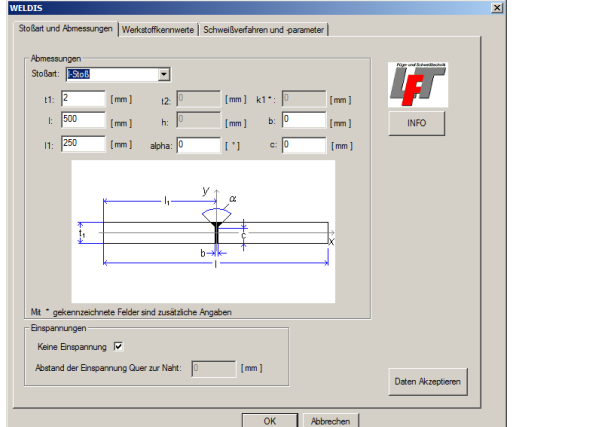
### Berechnung I-Stoß

Breite der plastischen Zone:  $bpz$   
 Dehnungen in Längsrichtung:  $e_{xx}$   
 Dehnungen in Querrichtung:  $e_{yy}$   
 Angriffspunkt in Längsrichtung:  $z_{xx}$   
 Angriffspunkt in Querrichtung:  $z_{yy}$   
 Instabilität dünnwandiger Sturkturen  
 Bei 0, keine Instabilität zu erwarten:  $z_{yy\_I}$   
 Elastizitätsmodul:  $E\_modul$

```
bpz=13.675260
e_xx=0.001100
e_yy=0.001793
z_xx=0.005317
z_yy=0.574582
z_yy_I=0.000000
E_modul=200000.000000
```

## Schweißnaht: W12 Naht (MIG/MAG)

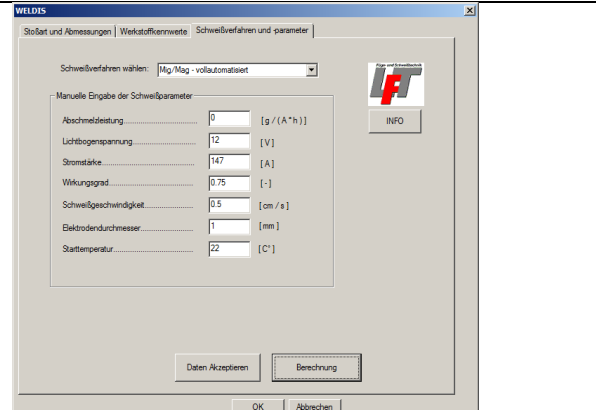
### I-Stoß

<p><b>Abmessungen</b></p> <p>T1 2 mm L 500 mm L1 250</p>	
--	--

Abmessungen.txt

```
1 0 0.000000 0.000000 2.000000 500.000000 250.000000 0.000000 0.000000 0.000000
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
```

### Schweißparameter

<p><b>Prozess: 2 Mig/Mag vollautomatisiert</b></p> <p>0.000000 g/Ah U 16.6 V I 72 A ETHA 0.650000 Vs 0.354000 cm/s De 1.000000 mm T0 22.000000 °C</p>	
---	---

Results.txt

Berechnung I-Stoß

Breite der plastischen Zone: bpz

Dehnungen in Längsrichtung: e\_xx

Dehnungen in Querrichtung: e\_yy

Angriffspunkt in Längsrichtung: z\_xx

Angriffspunkt in Querrichtung: z\_yy

Instabilität dünnwandiger Sturkturen

Bei 0, keine Instabilität zu erwarten: z\_yy\_I

Elastizitätsmodul: E\_modul

bpz=43.184475

e\_xx=0.001100

e\_yy=0.001429

z\_xx=0.001010

z\_yy=0.200379

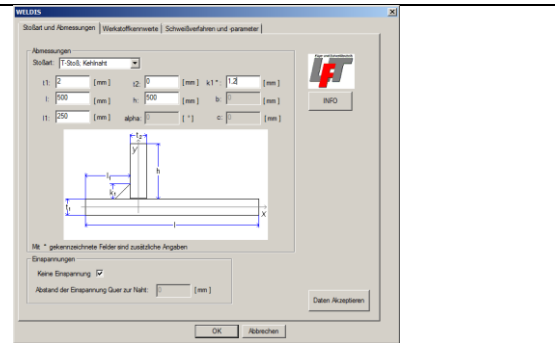
z\_yy\_I=0.000000

E\_modul=200000.000000

Schweißnaht: W4 Naht (MIG/MAG)

## Abmessungen

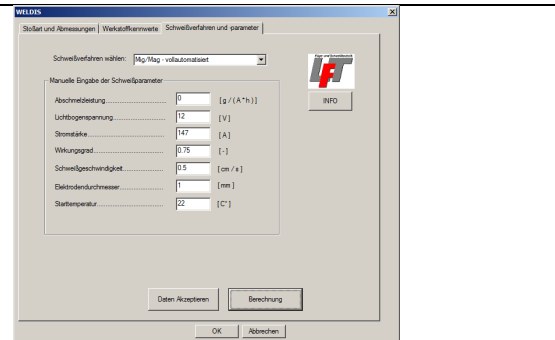
T1 2 mm  
L 500 mm  
L1 250  
T2 4 mm  
H 500 mm 100 mm  
K 1,4 mm



## Schweißparameter

Prozess: 2 Mig/Mag vollautomatisiert

0.000000 g/Ah  
U 17.4 V  
I 104 A  
ETHA 0.750000  
Vs 0.50000 cm/s  
De 1.000000 mm  
T0 22.000000 °C



Results.txt

Berechnung T-Stoß

Breite der plastischen Zone (Gurt):  $bpz\_Gurt$   
Breite der plastischen Zone (Strebe):  $bpz\_Strebe$   
Dehnungen in Längsrichtung:  $e\_xx$   
Dehnungen in Querrichtung (Gurt):  $e\_yyG$   
Dehnungen in Querrichtung (Strebe):  $e\_yyS$   
Angriffspunkt in Längsrichtung (Gurt):  $z\_xxG$   
Angriffspunkt in Längsrichtung (Strebe):  $z\_xxS$   
Angriffspunkt in Querrichtung (Gurt):  $z\_yyG$   
Angriffspunkt in Querrichtung (Strebe):  $z\_yyS$   
Instabilität dünnwandiger Sturkturen (Gurt,Strebe)  
Bei 0, keine Instabilität zu erwarten:  $z\_yy\_GI, z\_yy\_SI$   
Elastizitätsmodul:  $E\_modul$

$bpz\_Gurt=25.779756$   
 $bpz\_Strebe=25.779756$   
 $e\_xx=0.001100$   
 $e\_yyG=0.001703$   
 $e\_yyS=0.001501$   
 $z\_xxG=0.001099$   
 $z\_xxS=0.002021$   
 $z\_yyG=0.224863$   
 $z\_yyS=0.613454$   
 $z\_yy\_GI=0.000000$   
 $z\_yy\_SI=0.000000$   
 $E\_modul=200000.000000$

Die berechneten Breiten der Plastizitätszonen und plastischen Dehnungen werden auf das FE-Model der Struktur übertragen. Die Berechnung erfolgt schrittweise zu jeder Schweißnaht,

wobei die temporären Spannungszustände durch eine Korrektur der  $e_{xx}$  und  $e_{yy}$  bzw.  $e_{yyS}$  und  $e_{yyG}$  mittels  $K\sigma$  berücksichtigt werden (nach [1]):

$$e_{xx} = e_{xx} + K\sigma_x$$

$$e_{yy} = e_{yy} + K\sigma_y$$

Die Ergebnisse aus der analytisch numerischen Simulation des Schweißprozesses bilden den Ausgangszustand für die Simulation des Richtprozesses.

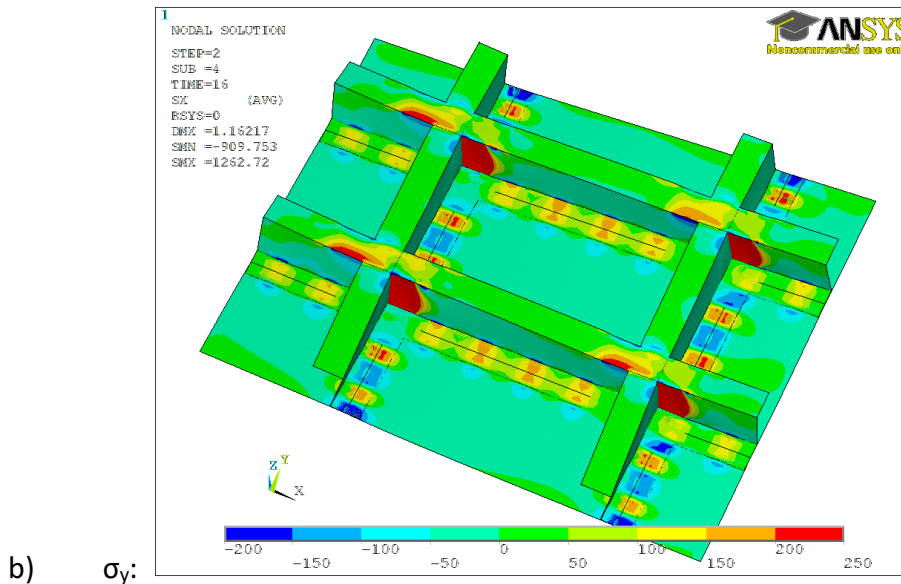
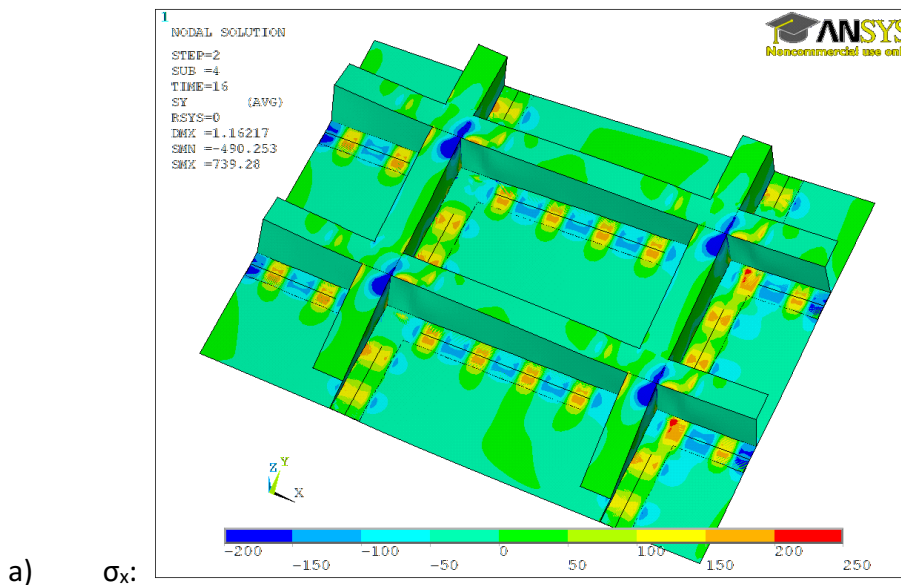


Abbildung 9.2: Verteilung der Eigenspannungen in der Struktur nach dem Schweißen, in MPa: a) in Richtung lange Kante und b) in Richtung kurze Kante

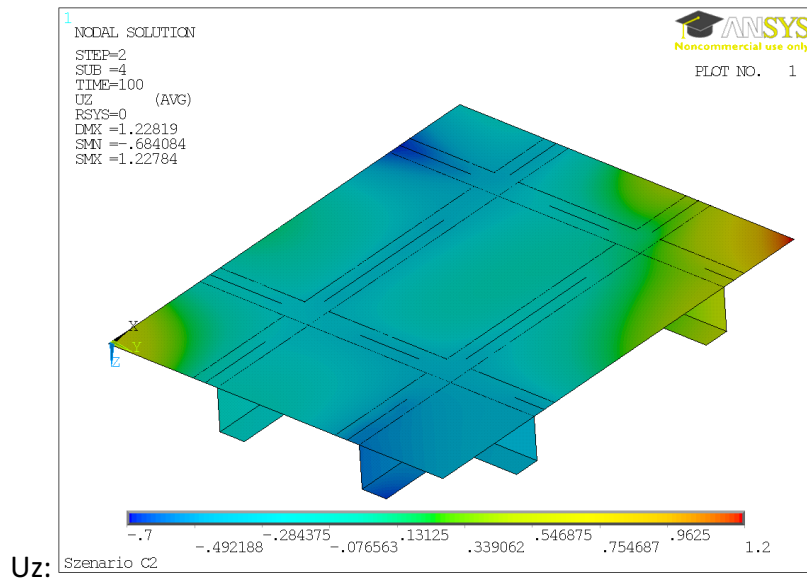
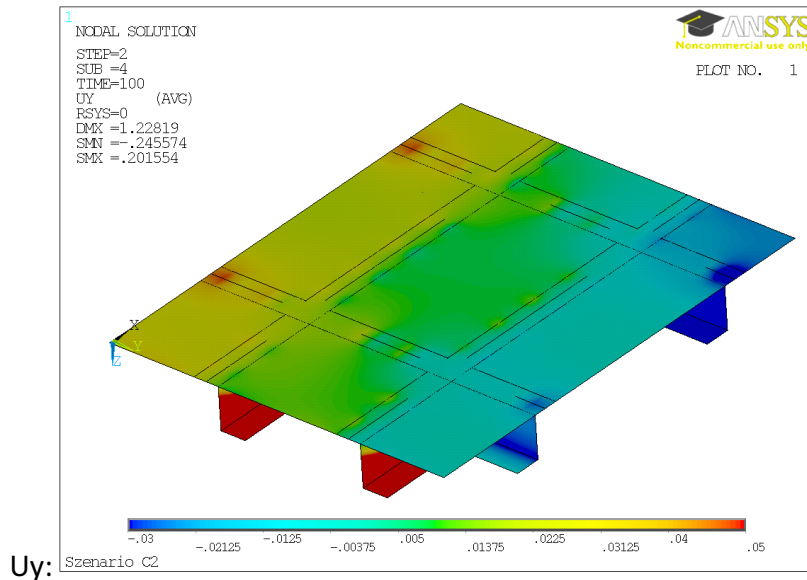
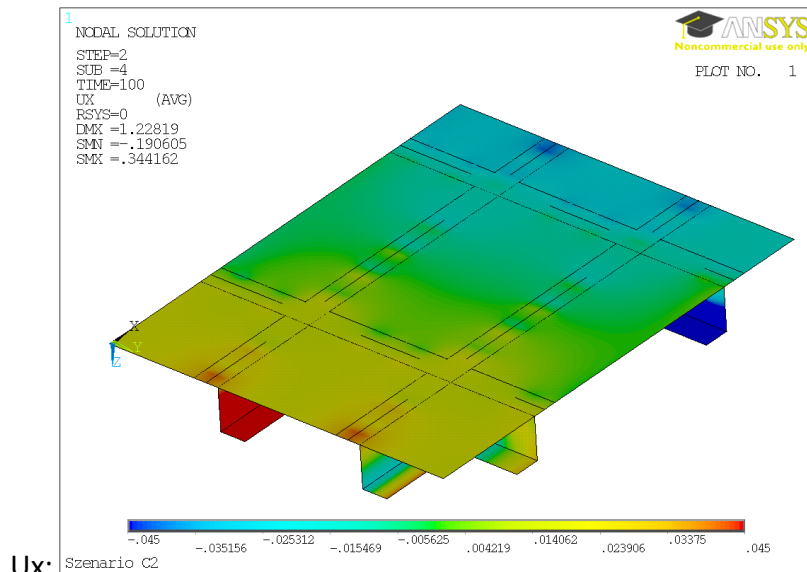
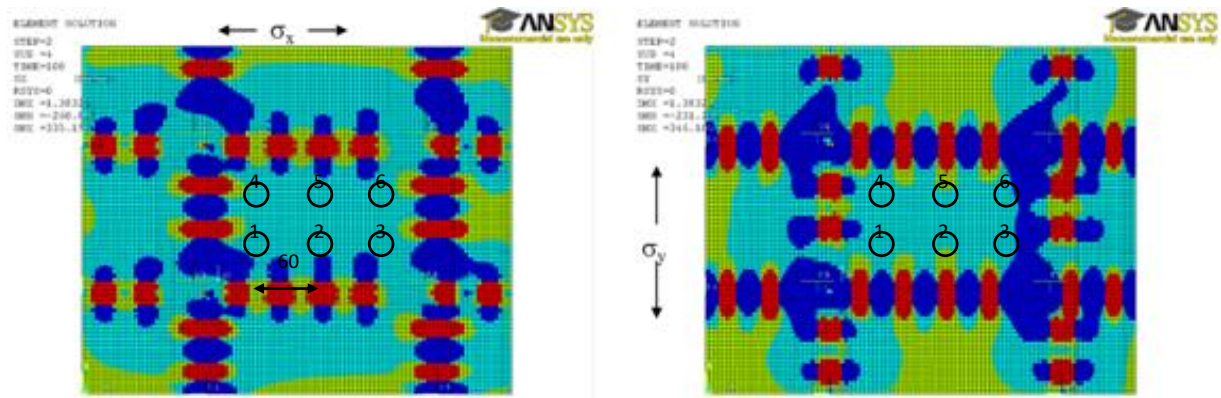


Abbildung 9.3: Verteilung der Verschiebungen in der Struktur nach dem Schweißen

## Anhang 3.3 Analytische Berechnung der Richtpunkte

Beispiel aus den Variationsberechnungen am Richtszenario C2 mit Reihenfolge {4; 1; 2; 3; 6; 5}, s. auch Anhang 9.4.



Anwendung der Werkstoffkennwerte von der WELDIS-Datei (Kapitel 9.6):

ALPH TH 37.380001 W/m<sup>2</sup>K  
 ALPH 16.000000 x10<sup>-6</sup> 1/K  
 EPSILON F 11.000000 x10<sup>-4</sup>  
 Kxx 20.000000 W/mK

A-1: Richtprozessparameter (inverse Bestimmung):

$$r_{\text{Fleck}}^2 = 7,0 \text{ mm}$$

$$T_{\text{Fleck}} = 530 \text{ °C}$$

$$T_0 = 29 \text{ °C}$$

A-2: Berechnung der Modellparameter (s. Kapitel 2.3):

$$\beta = \frac{\alpha_{\text{konv}}}{2\lambda_s} = \frac{3,738 \times 10^{-5}}{2 \cdot 0,02 \cdot 2} = 4,67 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-2}$$

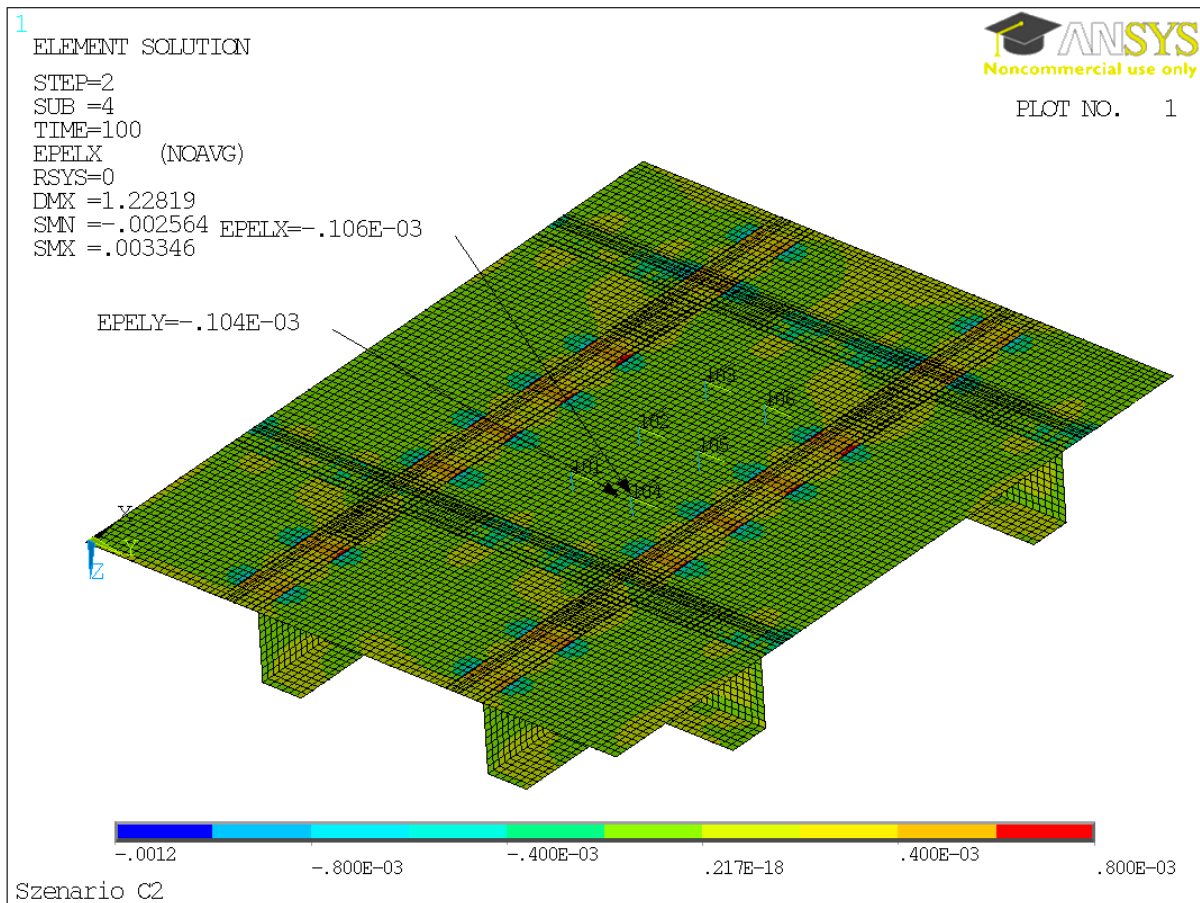
$$A = \alpha(T_{\text{Fleck}} - T_0)r_{\text{Fleck}}^2 \exp(\beta r_{\text{Fleck}}^2) = \\ = 16 \times 10^{-6} (530 - 29) 7^2 \exp(4,67 \times 10^{-4} 7^2) = 0,401881 \text{ mm}^{-2}$$

A-3: Bestimmung der Anfangsspannung.

Die Bestimmung erfolgt durch Ablesung der gemittelten elastischen Dehnung in den Integrationsebenen des Elementes bzw. der Elementgruppe (s. Abbildung 4.1) des zu einbringenden Richtpunkts (Richtpunkt-Nr. *i*) aus der FE-Berechnung von vorherigem Richtpunkt (Richtpunkt-Nr. *i-1*). Dafür ist eine Schleife über alle Integrationsebenen der Elemente von der Gruppe Richtpunkt-Nr. *i* auszuführen. Die elastischen Dehnungen werden dabei in beiden Richtungen X und Y separat ermittelt.



A-3.1: Bestimmung der Anfangsdehnung im Element bzw. in der Elementgruppe des ersten Richtpunkts (Nr.1), d.h. aus der FE-Berechnung nach dem Schweißen:



und Mittelwertbildung aus den einzelnen Elementlösungen für die Brennerseite (Bot) der Schalenelemente, nach Gl. 4.5:

$$\varepsilon_{ini,Bot} = \begin{bmatrix} -1,05 \times 10^{-4} \\ -1,03 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

A-3.2: Vektor der normierten Dehnung, nach Gl. 2.19:

$$\hat{\varepsilon}_{ini,Bot} = \begin{bmatrix} -0,095 \\ -0,094 \end{bmatrix}$$

A-4: Berechnung des  $r_{pz}$ , nach Gl. 2.20 und Gl. 2.26 mit 10 Iterationen (n=10):

$$r_{pz,x,Bot} = 11,09 \text{ mm}$$

$$r_{pz,y,Bot} = 11,09 \text{ mm}$$

A-5: Berechnung der Schrumpfdehnung, nach Gl. 2.21:

$$\varepsilon_{x,Bot}^* = 2,41 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{y,Bot}^* = 2,41 \times 10^{-3}$$

A-5a: Berechnung der  $r_{pz,i,k}$  und  $\varepsilon^*_{i,k}$  mit der programmierten Routine:

```

C:\Windows\system32\cmd.exe
D:\Debug\ND>test1 -0.095 -0.094
Input Data:
A=0.401881
b=0.000467
Es=0.0011
Eix=-0.095
Eiy=-0.094
Output Data:
!Richtpunkt
rpzX= 11.091944
e_rx= 2.409000e-003
rpzY= 11.089649
e_ry= 2.406800e-003

```

Die Modellparameter sind in die Input.txt -Datei auf eine Zeile, in der Reihenfolge „A b  $\varepsilon_s$ “, getrennt mit Leerzeichen zu schreiben. Die Anwendung der Berechnungsroutine kann über die Command Prompt:

```
...>test1 norm_ex norm_ey
```

oder über den FE-Code-internen Befehl, bspw. ADPL Befehl für die ANSYS-Anwendung:

```
/syp,test1.exe,norm_ex,norm_ey
```

erfolgen, wobei `norm_ex` und `norm_ey` sind die normierten elastischen Dehnungen über dem Element bzw. der Elementgruppe des Richtpunktes. Für die Zahlenangabe kann sowohl Allgemeine-, Festkomma- oder Exponentialschreibweise verwendet werden.

A-5b: Berechnung der Schrumpfdehnung, nach Gl. 2.32 mit:

$$A_\beta = \frac{0,401881 \cdot 4,67 \times 10^{-4}}{11 \times 10^{-4}} = 0,1706 \quad \text{s. Kapitel 2.3}$$

$$K_\alpha = 0,972, \text{ nach Abbildung 2.6-a bzw. Tabelle 9.1 für } \hat{\varepsilon}_{ini} = 0$$

$$\begin{cases} K_{\sigma,x} = 1,118 \\ K_{\sigma,y} = 1,117 \end{cases} \text{ nach Abbildung 2.6-b bzw. Tabelle 9.2, linear interpoliert}$$

$$r_{pz,x,Bot} = \frac{(2 - \sqrt{2})}{(1 + 0,095)} \sqrt{\frac{0,401881}{11 \times 10^{-4}}} \cdot 0,972 \cdot 1,118 = 11,11 \text{ mm}$$

$$r_{pz,y,Bot} = \frac{(2 - \sqrt{2})}{(1 + 0,094)} \sqrt{\frac{0,401881}{11 \times 10^{-4}}} \cdot 0,972 \cdot 1,117 = 11,11 \text{ mm}$$

A-6: Berechnung der Schrumpfdehnungskomponenten bei Abmessungen der Gruppe der Zielelemente  $d_x = d_y = 25 \text{ mm}$  (siehe Abbildung 4.1), nach Gl. 4.2 und 4.3:

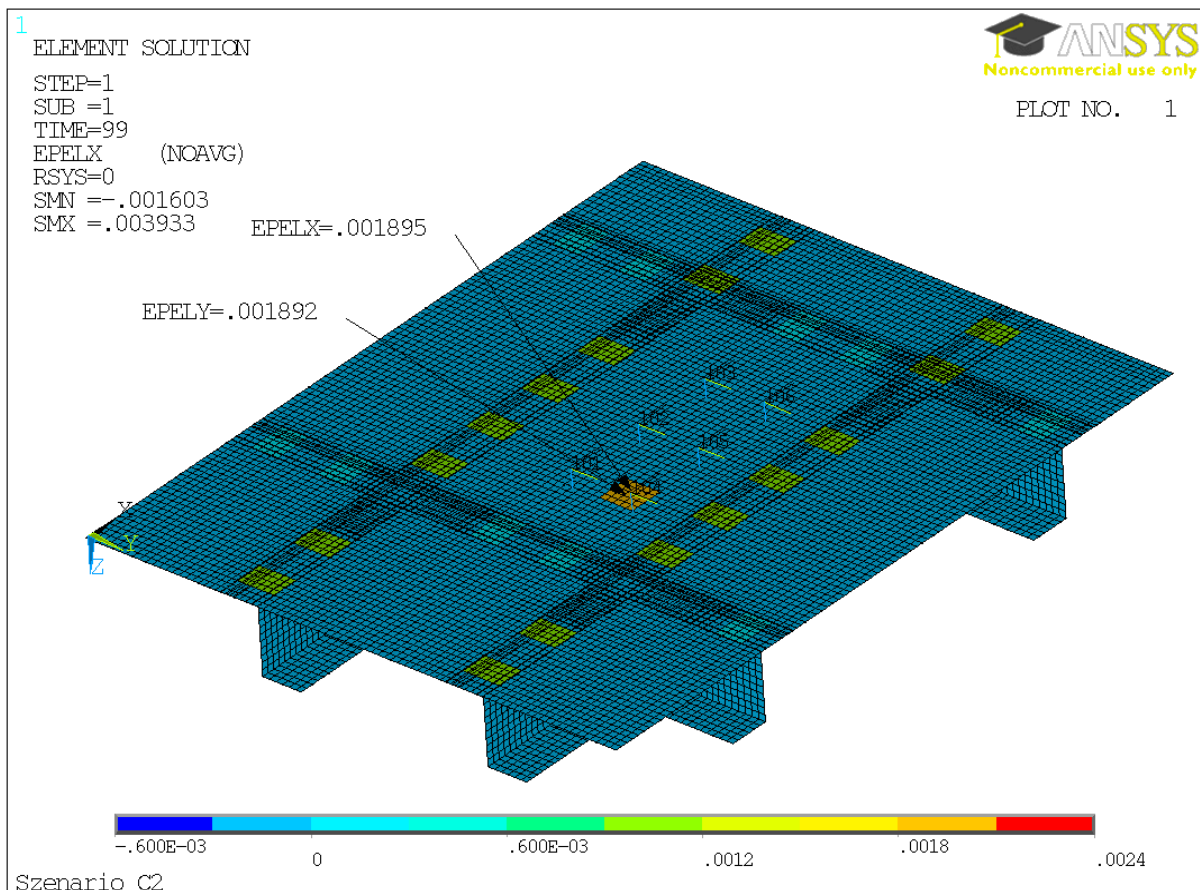
$$\varepsilon_{x,Bot} = \frac{2,409 \times 10^{-3} \cdot 11,092 \sqrt{\pi}}{25} = 1,895 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{y,Bot} = \frac{2,407 \times 10^{-3} \cdot 10,089 \sqrt{\pi}}{25} = 1,892 \times 10^{-3}$$

Die Berechnung auf den anderen Elementintegrationsebenen (Middle und Top) erfolgt analog durch Wiederholung der Schritte A-3 bis A-5.

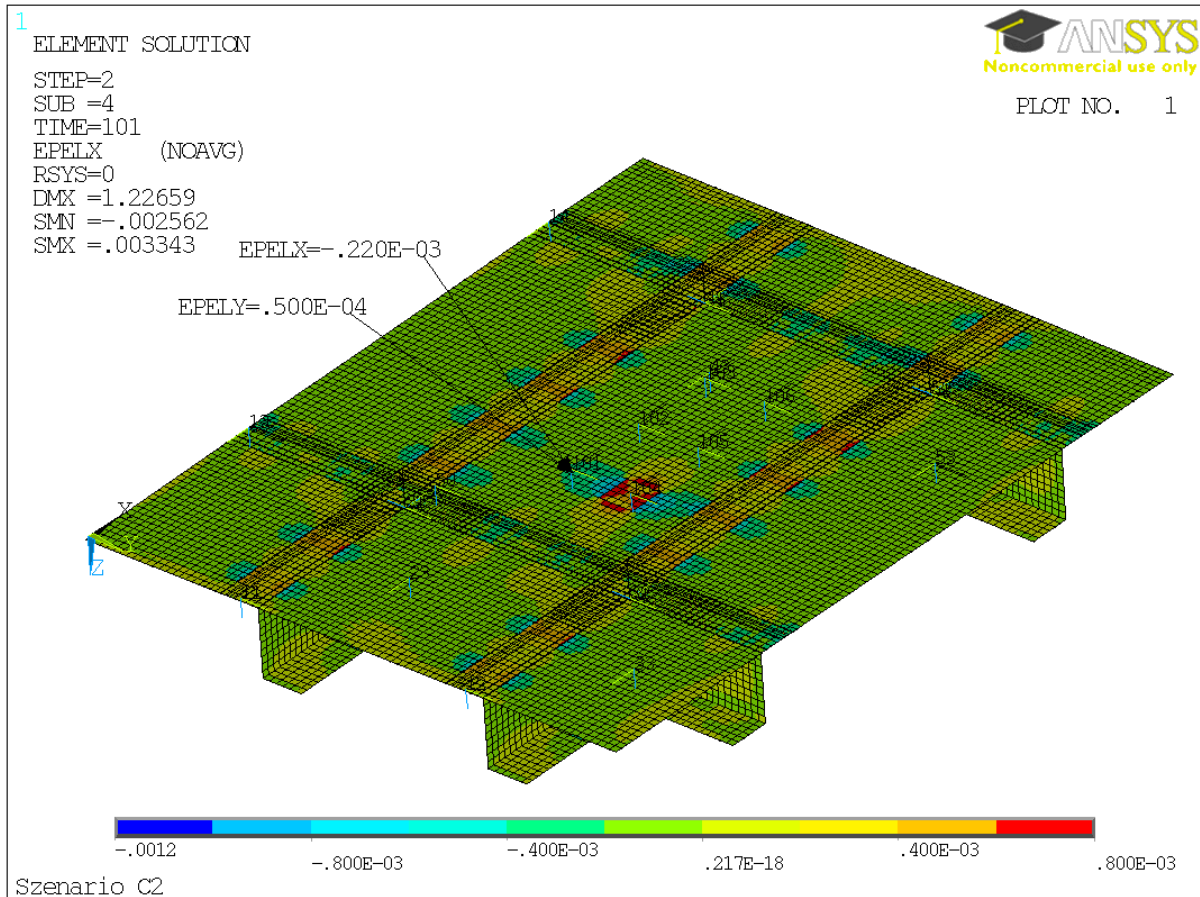
$$\varepsilon^* = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x,Bot} & \varepsilon_{y,Bot} \\ \varepsilon_{x,Mid} & \varepsilon_{y,Mid} \\ \varepsilon_{x,Top} & \varepsilon_{y,Top} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,895 \times 10^{-3} & 1,892 \times 10^{-3} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

A-7: Die so bestimmten Schrupfdehnungen werden auf den Elementen der Zielgrube Richtpunkt Nr.1 über den jeweiligen Integrationsebenen übertragen:



und die FE-Berechnung nach mit dem ersten Richtpunkt durchgeführt. Aus dieser Berechnung wird die resultierende Umverteilung der Eigenspannungen im Postprozess entnommen.

A-8: Bestimmung der Anfangsdehnung in der Elementgruppe des zweiten Richtpunkts (Nr.4) aus der FE-Berechnung nach dem ersten Richtpunkt (Nr.1):



und Mittelwertbildung aus den einzelnen Elementlösungen für die Brennerseite (Bot) der Schalenelemente, nach Gl. 4.5:

$$\varepsilon_{\text{ini,Bot}} = \begin{bmatrix} -2,15 \times 10^{-4} \\ +5,18 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Vektor der normierten Dehnung, nach Gl. 2.19:

$$\hat{\varepsilon}_{\text{ini,Bot}} = \begin{bmatrix} -0,195 \\ +0,047 \end{bmatrix}$$

A-9: Berechnung des  $r_{pz}$ , nach Gl. 2.20 und Gl. 2.26 mit 10 Iterationen (n=10):

$$r_{pz,x,\text{Bot}} = 11,33 \text{ mm}$$

$$r_{pz,y,\text{Bot}} = 10,78 \text{ mm}$$

A-10: Berechnung der Schrumpfdehnung, nach Gl. 2.21:

$$\varepsilon_{x,\text{Bot}}^* = 2,63 \times 10^{-3}$$

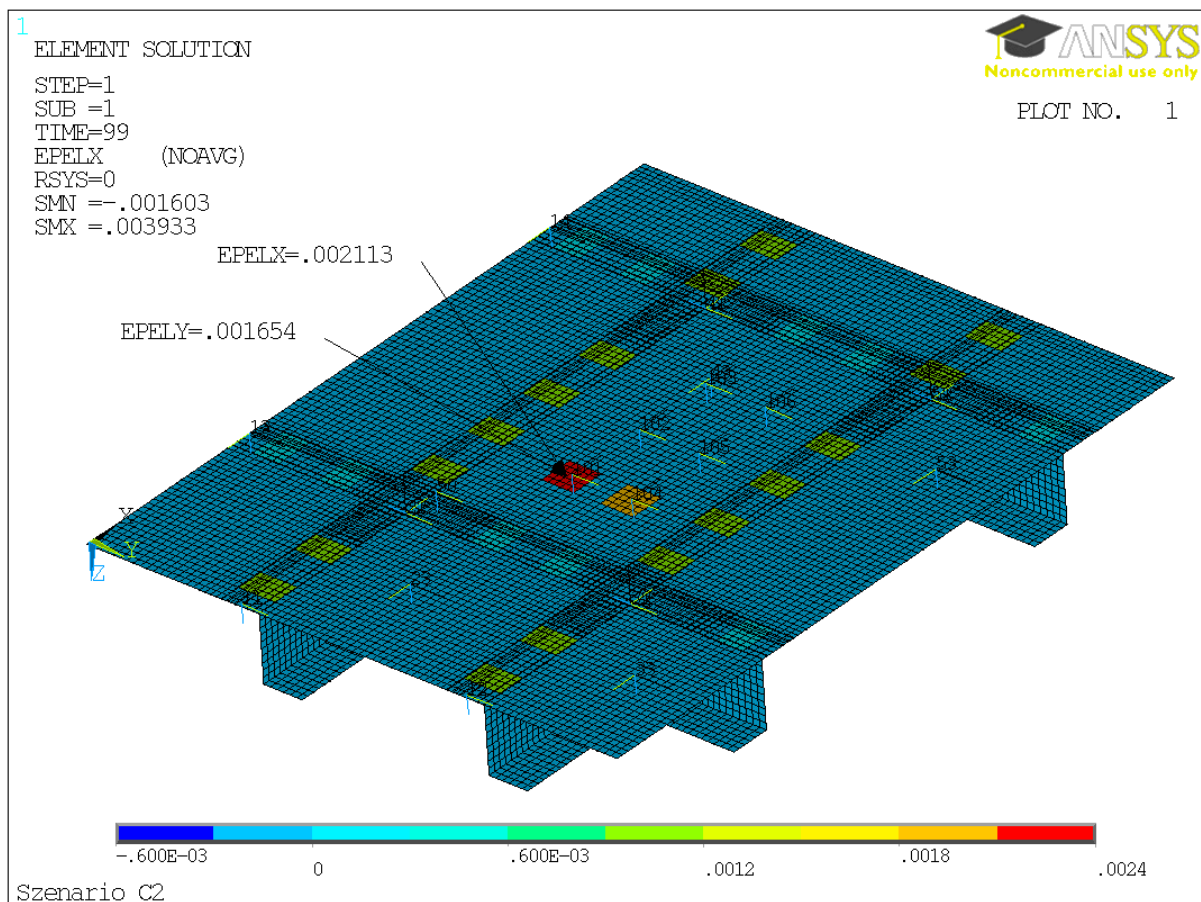
$$\varepsilon_{y,\text{Bot}}^* = 2,1 \times 10^{-3}$$

A-11: Berechnung der Schrumpfdehnungskomponenten bei Abmessungen der Elementgruppe der Richtpunkt Nr.4  $d_x = 25 \text{ mm}$ ; und  $d_y = 24,24 \text{ mm}$ , nach Gleichungen 4.2 und 4.3:

$$\varepsilon_{x,\text{Bot}} = \frac{2,63 \times 10^{-3} \cdot 11,33 \sqrt{\pi}}{25} = 2,11 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{y,\text{Bot}} = \frac{2,1 \times 10^{-3} \cdot 10,78 \sqrt{\pi}}{24,24} = 1,65 \times 10^{-3}$$

Übertragung der so bestimmten Schrumpfdehnungen auf den Elementen der Gruppe Richtpunkt Nr.4:



Die komplette Berechnung erfolgt mit der Wiederholung der Schritte A-3 bis A-7 zu jedem weiteren Richtpunkt, siehe Kapitel 4.2.



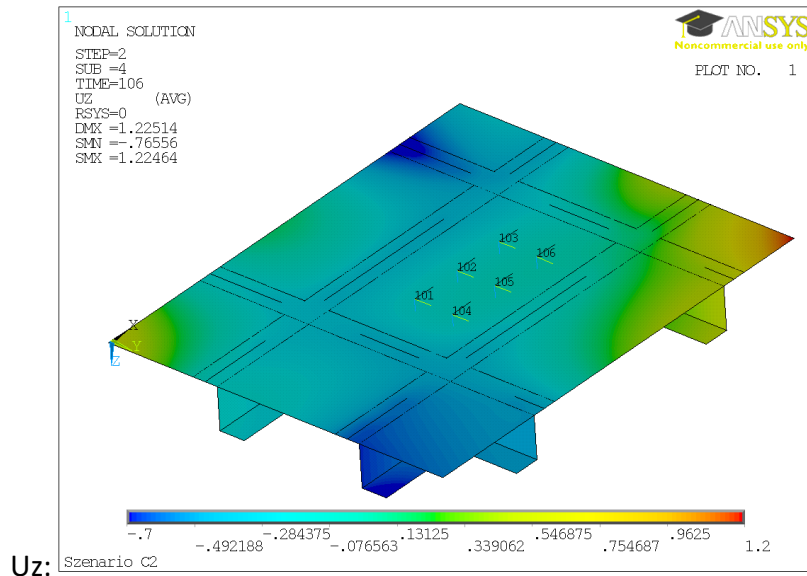
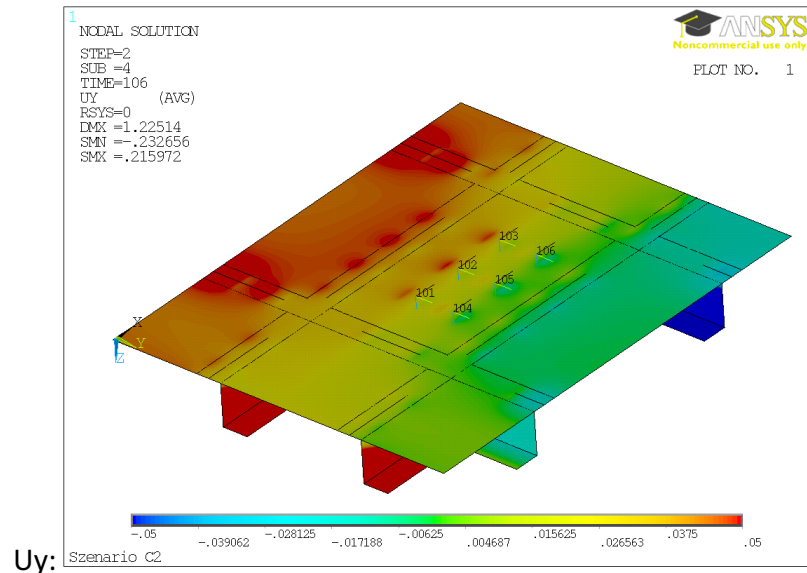
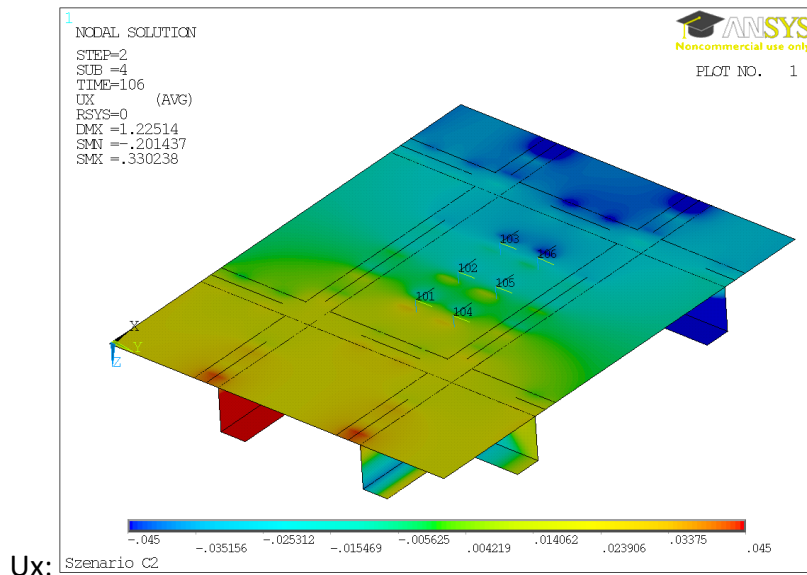
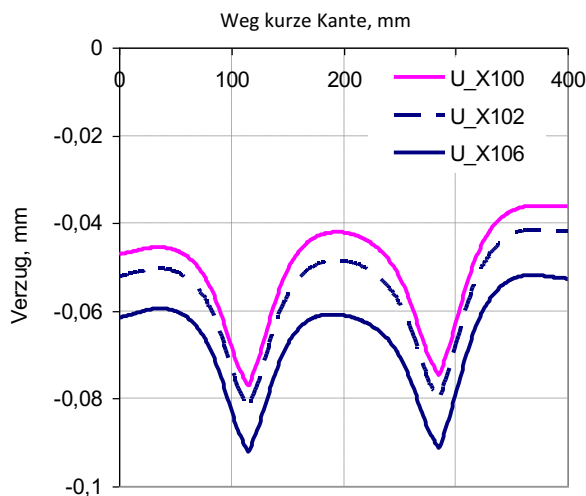
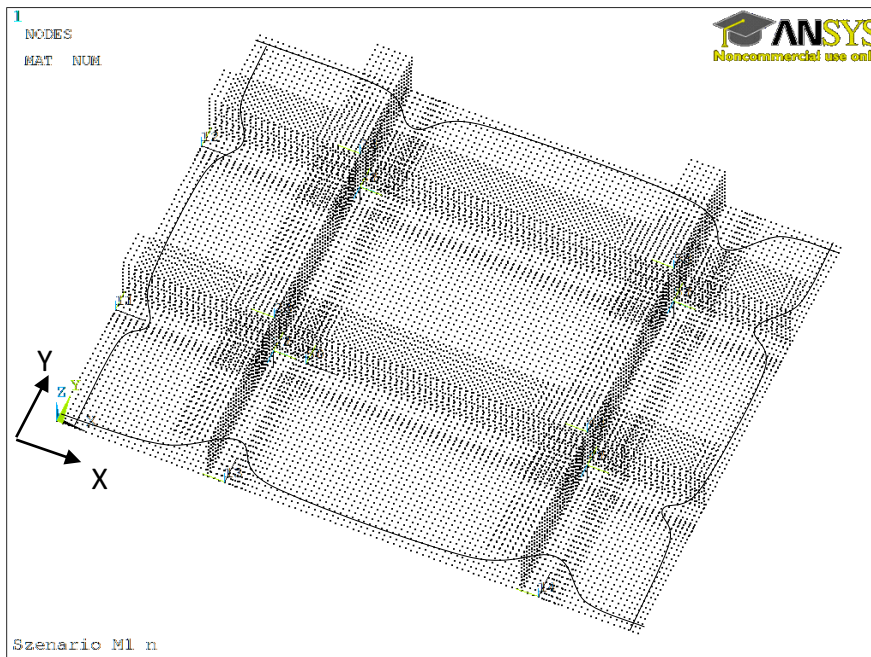
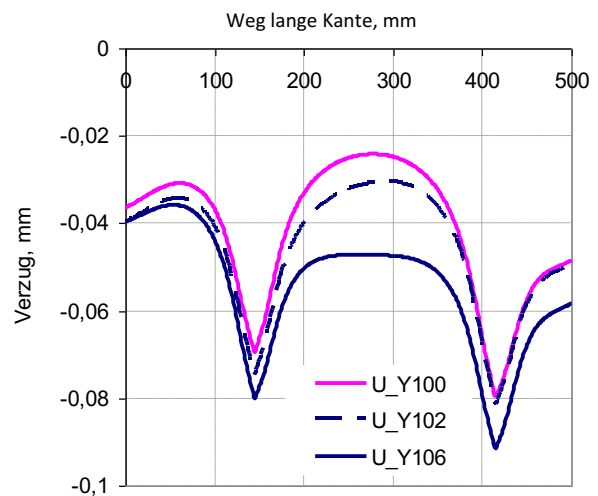


Abbildung 9.4: Verteilung der Verschiebungen in der Struktur nach dem Richten (Richtpunkt-Nr.5)

Die Ergebnisse bspw. für die Gesamtschrumpfungen in der Strukturebene können durch das Summieren der jeweiligen Verschiebungskomponente entlang der beiden Kanten (U\_X für die kurze Kante und U\_Y für die lange Kante) wie folgt ausgegeben werden:



a)



b)

Abbildung 9.5: Verteilung der Gesamtschrumpfungen der Struktur (anhand Abbildung 9.3):

- a) entlang der kurzen Kante nach dem Schweißen U\_X100, nach den ersten zwei Richtpunkten (Richtpunkt-Nr.1 und Nr.4) U\_X102 und nach dem letzten Richtpunkt (Richtpunkt-Nr.5) U\_X106;
- b) entlang der langen Kante nach dem Schweißen U\_Y100, nach den ersten zwei Richtpunkten U\_Y102 und nach dem letzten Richtpunkt (Richtpunkt-Nr.5) U\_Y106