

Beitrag zur Traglastermittlung ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruck

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Stadtplanung
der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus-Senftenberg
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Master of Engineering

Andreas Jäger-Cañás (geb. Jäger)
aus Schmalkalden

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. techn. Andreas Taras, Universität der Bundeswehr München

Gutachter: Dr.-Ing. habil. Jianzhong Zhu

Tag der Disputation: 20.12.2018

Kurzfassung

Die vorliegende Thesis beschäftigt sich mit der Ermittlung des Beulwiderstands unversteifter sowie ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruckbelastung. Der Fokus liegt dabei auf besonders dünnwandigen Schalen mit engem und weitem Ringsteifenabstand.

Besonders dünnwandige Tanks mit Ringsteifen werden vor allem im landwirtschaftlichen Bereich eingesetzt. Typische Behälter sind aus rostfreiem Stahl gefertigt und erzielen eine hohe Wirtschaftlichkeit durch einen optimalen Materialeinsatz. Ringsteifen helfen den Widerstand gegenüber Wind und Unterdruck drastisch zu erhöhen. Untersuchungen in den 1960ern und 70ern zeigten, dass die Steifen auch den Axialbeulwiderstand erhöhen.

Eine Neubewertung publizierter Experimente für besonders dünnwandige Kreiszyinderschalen wurde durchgeführt. Es zeigte sich, dass die aktuelle Norm in Teilbereichen zu sicher ist. Anhand von Traglastberechnungen wurden Beulparameter bestimmt, die eine wirtschaftlichere und dennoch sichere Bemessung dieser Strukturen zulassen.

Die Ergebnisse der Parameterstudien an engringversteiften Kreiszyinderschalen bestätigten das, aus den publizierten Experimenten erwartete, hohe Tragfähigkeitsniveau. Bei kräftigen Ringsteifen spielt zunehmend die Plastizität des Materials eine maßgebende Rolle. Durch die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve konnten für verschiedene Steifenkonfigurationen die Beulkurvenparameter bestimmt werden. Anschließend wurde eine Interpolationsvorschrift ermittelt, mit der Beulwiderstände für alle möglichen Parameterkombinationen ermittelt werden können.

Numerische Untersuchungen an beliebig ringversteiften Kreiszyinderschalen zeigten, dass die Tragfähigkeit ab einem Abstand von zwei Beulhalbwellen deutlich abnimmt. Durch die Auswertung der Traglastberechnungen mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve und die Interpolation über den Steifenabstand konnten Beulkurvenparameter ermittelt werden. Diese ermöglichen die Bestimmung der Traglast in Abhängigkeit vom Steifenquerschnitt für beliebig ringversteifte Schalen. Vereinfachungen des Nachweisverfahrens wurden hergeleitet, die eine Traglastermittlung über die Bestimmung von nur zwei Referenzwiderständen ermöglichen.

Mit den angegebenen Bemessungsgleichungen kann der praktizierende Ingenieur in guter Näherung der FEM-Ergebnisse Traglasten für axialdruckbelastete Kreiszyinderschalen mit beliebiger Ringsteifenkonfiguration ermitteln, ohne selbst numerische Simulationen erstellen zu müssen.

On the determination of the resistance of ring-stiffened cylindrical shells against axial compression

This thesis describes the research conducted on the determination of the axial buckling resistance of ring-stiffened shells subject to axial compression. The focus was set on very thin-walled, closely and arbitrary ring-stiffened shells.

Very thin-walled cylindrical shells with ring stiffeners are typically employed in the agricultural and biogas industry. Often, they are made of stainless steel. To achieve a competitive price, the use of material has to be optimized. Ring stiffeners greatly contribute to the achievement of higher resistance against loads due to wind and external pressure. In the 1960s and 1970s an extensive experimental research was conducted that revealed the beneficial effect of the stiffeners also on shells subject to axial compression.

An evaluation of published experiments with a special focus on very thin-walled shells revealed that the current design standards are partially too safe. A numerical study was conducted that allowed the formulation of a proposal for a new set of buckling parameters. Employing these in a hand calculation procedure allows a more economical yet safe design.

Numerical calculations for ring-stiffened cylindrical shells confirmed the highly improved buckling resistance compared to unstiffened shells. When strong stiffeners are employed, plasticity plays a major role in the buckling failure, even for very thin-walled shells. Employing the modified capacity curve, a new set of buckling parameters could be determined, which allow for more economical designs for a wide range of parameter combinations.

The numerical calculations were extended to explore arbitrary ring-stiffened shells. It could be observed that the capacity drops as the stiffener distance exceeds two buckling half-waves. Buckling parameters could be determined from the evaluation of the modified capacity curve that allowed the calculation of the buckling resistance of arbitrary stiffened cylindrical shells. A simplified procedure was determined, which more easily allows to take into account the beneficial effect of the stiffeners by only demanding two reference resistances.

Employing the proposed equations, practicing engineers may calculate safe and economical tanks and silos that consist of any ring-stiffener configuration without having to employ sophisticated numerical analysis.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als externer Doktorand am Lehrstuhl für Stahl- und Holzbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus-Senftenberg.

Maßgeblichen Anteil am Gelingen trägt Herr Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak, bei dem ich mich herzlich, nicht nur für die Betreuung zum Thema und der Übernahme des Erstgutachtens, sondern auch für die interessanten und motivierenden Gespräche weit über das Promotionsthema hinaus bedanke. Ihm verdanke ich einen um viele Aspekte erweiterten Horizont, sowohl fachlich als auch persönlich.

Herrn Prof. Dr.-Ing. techn. Andreas Taras, einem der wenigen verbliebenen Schalenbeul-Spezialisten in Deutschland, danke ich herzlich für die Übernahme des Koreferats.

Vielmals danken möchte ich auch PD Dr.-Ing. habil. Jianzhong Zhu für die Übernahme des zweiten Koreferats und die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Mein Dank gilt darüber hinaus Prof. Dr.-Ing. Hartwig Hübel für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Den Mitarbeitern des Lehrstuhls danke ich vielmals für den interessanten Austausch über die Forschung.

Ein besonderes Dankeschön möchte ich Prof. Dr.-Ing. Knödel für die vielen fachlichen und persönlichen Gespräche aussprechen. Seine Ideen und kritische Hinweise, gerade zu Beginn dieser Arbeit, legten den Grundstein für das erreichte Ergebnis. Die vielen, über das Fachliche hinausgehenden, Gespräche gaben mir immer wieder neue Motivation, weiterzumachen und halfen mir sehr dabei, gute Lösungen zu finden.

Der Firma Lipp, dem Inspirator des Promotionsthemas, danke ich für die Unterstützung meiner Forschung schon seit meines Masterstudiums. Es ist äußerst motivierend, wenn man erkennt, dass die eigene Forschung in der Praxis umfangreich angewendet werden kann. Dies gelang uns erfolgreich bei vielseitigen, interessanten und anspruchsvollen Projekten in den letzten Jahren.

Ein großes Dankeschön gebührt meinem Arbeitgeber, EHS. Maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit hat nicht nur das großzügig reduzierte Arbeitspensum beigetragen, sondern vor allem die vielen alltäglichen fachlichen und privaten Gespräche mit meinen Kollegen über die vielen verschiedenen Aspekte des Bauingenieurwesens.

Ich bedanke mich herzlich bei meiner Familie für die Ermöglichung meines Bildungsweges und besonders bei meinem Großvater dafür, dass er mir den Beruf des Bauingenieurs schmackhaft gemacht hat. Mein großer Dank gilt meinen Freunden, ohne deren kritische Anmerkungen die Qualität dieser Arbeit merklich schlechter gewesen wäre.

Ich hätte diese Arbeit nicht erfolgreich abschließen können, hätte meine Frau Sofía Teresa Cañas nicht so viel Geduld und Opferbereitschaft gezeigt. Aber meine vierjährige, intensive „Affäre“ mit dem Tragverhalten von Kreiszyinderschalen hat nun sein Ende gefunden und ich freue mich auf mehr gemeinsame Zeit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Allgemeines	1
1.2	Persönliche Motivation	1
1.3	Ziel und Inhalt der Arbeit	2
2	Stabilität von Kreiszyinderschalen unter konstantem Axialdruck	5
2.1	Stand der Forschung	5
2.1.1	Unversteifte Kreiszyinderschalen unter Axialdruck	5
2.1.2	Ringversteifte Schalen unter Axialdruck	14
2.1.3	Theorie verschmierter Steifen	20
2.2	Nachweiskonzept von DIN EN 1993-1-6:2007	26
2.2.1	Anwendungsgrenzen	26
2.2.2	Berechnungskonzepte	27
2.2.3	Grenzzustände	29
2.2.3.1	Grenzzustand LS1: Plastische Grenze oder Zugbruch	29
2.2.3.2	Grenzzustand LS2: Zyklisches Plastizieren	30
2.2.3.3	Grenzzustand LS3: Beulen	31
2.2.3.4	Grenzzustand LS4: Ermüdung	31
2.2.4	Geometrische Toleranzen	31
2.2.4.1	Unrundheit	32
2.2.4.2	Unplanmäßige Exzentrizität	32
2.2.4.3	Vorbeulen	33
2.2.4.4	Auflagerunebenheiten	35
2.2.5	Imperfektionen	35
2.2.5.1	Allgemeines	35
2.2.5.2	Schweißbeule und eigenformaffine Vorverformung	37
2.2.6	Strukturmodellierung	44
2.2.7	Symmetrie	46
2.2.8	Strukturanalyse	46
2.2.9	Spannungsbasierter Beulnachweis	49
2.2.10	Nachweis mittels MNA- und LBA-Berechnung	52
2.2.11	Nachweis mittels GMNIA-Berechnung	54
2.2.11.1	Verzweigungsbeulen	56
2.2.11.2	Durchschlagsbeulen	56
2.2.11.3	Kalibrierung des Beulnachweises	58
2.3	Nachweiskonzept von prEN 1993-1-6:2017	60
2.3.1	Bestimmung der Beulkurvenparameter	60
2.3.2	Bemessung mittels Referenzwiderständen	62

2.4	Nachweiskonzepte anderer Regelwerke	65
2.4.1	Nachweiskonzept von DIN 18800-4 (2008)	65
2.4.2	Nachweiskonzept von API 650 (12. Edition, 2013)	66
2.4.3	Nachweiskonzept von DNV-RP-C202 (2013)	67
2.5	Gegenüberstellung der Nachweiskonzepte	69
2.5.1	DIN 18800-4:2008 und EN 1993-1-6:2007	70
2.5.2	API 650 und EN 1993-1-6:2007	70
2.5.3	DNV-RP-C202 und EN 1993-1-6:2007	71
3	Unversteifte, axial gedrückte Kreiszyinderschalen	73
3.1	Einleitung	73
3.2	Ableitung der Beulkurvenparameter aus Versuchsergebnissen	74
3.3	Vereinfachung des Beulnachweises	77
3.4	Simuliertes Beulverhalten unversteifter Kreiszyylinder	80
3.4.1	Beulverhalten der perfekten Zylinderschale	81
3.4.2	Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale	82
3.5	Numerische Bestimmung der Traglast von unversteiften Kreiszyindern	84
3.5.1	Darstellung der Simulationsergebnisse	84
3.5.2	Direkte Approximation der numerischen Ergebnisse	86
3.5.2.1	Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors	87
3.5.2.2	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit dem direkt approximierten Beul-Abminderungsfaktor	87
3.5.3	Bestimmung der Beulkurvenparameter über die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve	88
3.5.3.1	Ableitung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors	90
3.5.3.2	Ableitung des plastischen Bereichsfaktors	90
3.5.3.3	Ableitung des Beulkurvenexponenten	91
3.5.4	Verifikation der Bemessungsgleichungen	96
3.5.5	Kalibrierung der Vorbeultiefen	97
3.6	Umfangsveränderliche Axialdruckkräfte	101
3.6.1	Ermittlung der Einflussfunktion	101
3.6.2	Verifikation der ermittelten Einflussfunktion	104
3.7	Vorschlag eines Nachweiskonzepts	106
3.7.1	Gegenüberstellung der Beulkurven	106
3.7.1.1	Vereinfachtes Nachweisverfahren	107
3.7.1.2	Erweitertes Nachweisverfahren	108
3.7.2	Gegenüberstellung beider Verfahren	110
4	Engringversteifte, axial gedrückte Kreiszyinderschalen	112
4.1	Einleitung	112
4.2	Ableitung der Beulkurvenparameter aus Versuchsergebnissen	114
4.3	Simuliertes Beulverhalten des engringversteiften Kreiszyinders	119
4.3.1	Beispielhafte Last-Verformungskurven	119
4.3.2	Beulverhalten der perfekten Zylinderschale	120
4.3.3	Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale	120

4.3.4	Einfluss der Ringsteifen auf das Beulverhalten	122
4.3.4.1	Einfluss der Ringsteifen auf die Verzweigungslast . . .	122
4.3.4.2	Einfluss der Ringsteifen auf geometrisch nichtlinear ermittelte Widerstände	125
4.4	Numerische Bestimmung der Traglast von engringversteiften Kreiszyklindern	127
4.4.1	Traglast abhängig von der Vorbeultiefe	127
4.4.2	Traglast abhängig vom Ringparameter	128
4.4.3	Knockdown-Faktor abhängig von der Dünnwandigkeit	129
4.4.4	Approximation der numerischen Ergebnisse	131
4.4.4.1	Approximation des Knockdown-Faktors abhängig von der Imperfektionsamplitude	131
4.4.4.2	Interpolation der freien Parameter abhängig vom Ring- parameter	131
4.4.4.3	Interpolation der Parameter abhängig von der Dünn- wandigkeit	133
4.4.4.4	Näherungsweise Erfassung der Abhängigkeit von der Dünnwandigkeit	134
4.4.4.5	Verifikation der Approximierung	136
4.4.5	Ableitung der Beulkurvenparameter mithilfe der modifizierten Ka- pazitätskurve	139
4.4.5.1	Darstellung von ausgewählten modifizierten Kapazitäts- kurven	139
4.4.5.2	Ermittlung der Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude	141
4.4.5.3	Interpolation der Freiwerte abhängig vom Ringparameter	143
4.4.5.4	Ermittlung der freien Parameter für den Knockdown- Faktor	145
4.4.5.5	Ermittlung der freien Parameter für den plastischen Be- reichsfaktor	145
4.4.5.6	Ermittlung der freien Parameter für den Beulkurvenex- ponenten	146
4.4.5.7	Verifikation der Approximierung	147
4.4.6	Bestimmung zutreffender Imperfektionsamplituden	149
4.4.6.1	Kalibrierung der charakteristischen Imperfektionsam- plitude	149
4.4.6.2	Verifikation der charakteristischen Imperfektionsampli- tude	150
4.4.6.3	Amplitude der Ersatzimperfektion	151
4.5	Validierung mittels eines Beulversuchs	154
4.5.1	Zusammenfassung der Versuchsdaten	154
4.5.2	Nachrechnung des Versuchs mit Ersatzimperfektionen	154
4.6	Vorschlag eines Nachweiskonzepts	157
5	Beliebig ringversteifte, axialgedrückte Kreiszyklinderschalen	160
5.1	Einleitung	160

5.2	Simuliertes Beulverhalten des beliebig ringversteiften Kreiszylinders . . .	162
5.2.1	Beispielhafte Last-Verformungskurven	162
5.2.2	Beulverhalten der perfekten Zylinderschale	163
5.2.3	Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale	164
5.2.4	Beuleigenformen bei beliebiger Ringversteifung	165
5.3	Numerische Bestimmung der Traglast von beliebig ringversteiften KZS .	167
5.3.1	Darstellung der numerischen Ergebnisse	167
5.3.1.1	Traglast abhängig von der Vorbeultiefe	167
5.3.1.2	Traglast abhängig vom Steifenabstand	168
5.3.2	Approximation der numerischen Ergebnisse	170
5.3.2.1	Knockdown-Faktor abhängig vom Steifenabstand . . .	170
5.3.2.2	Interpolation der Freiwerte über den Ringversteifungsgrad	171
5.3.2.3	Korrekturfaktor für die Berücksichtigung der Dünnwan- digkeit	172
5.3.3	Verifizierung des Approximationsansatzes	174
5.3.3.1	Vergleich der Sensitivitätskurven aus Approximation und Simulation	174
5.3.3.2	Gegenüberstellung von FEM-Ergebnissen und Appro- ximation	176
5.3.4	Ableitung der Beulkurvenparameter mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve	178
5.3.4.1	Darstellung der modifizierten Kapazitätskurve	178
5.3.4.2	Ermittlung der Beulkurvenparameter abhängig von der Vorbeultiefe	180
5.3.4.3	Interpolation der Freiwerte abhängig vom Steifenabstand	183
5.3.4.4	Verifikation der Approximationsvorschrift	187
5.3.5	Interpolation zwischen den Ringversteifungsgraden	191
5.3.6	Bestimmung einer zutreffenden Vorbeultiefe	192
5.4	Vorschlag eines Nachweiskonzepts	195
5.5	Vereinfachte Tragfähigkeitsermittlung	199
5.5.1	Engringversteifte Kreiszylinderschalen	199
5.5.2	Beliebig ringversteifte Kreiszylinderschalen	201
5.5.3	Verifikation der beiden vorgestellten Nachweisverfahren	202
5.5.3.1	Verifikation für engringversteifte Kreiszylinderschalen .	202
5.5.3.2	Verifikation für beliebig ringversteifte Kreiszylinder- schalen	203
6	Zusammenfassung	205
	Literaturverzeichnis	209
	Regelwerke	209
	Veröffentlichungen	211
A	Diagramme zu den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2	A-1
A.1	Traglast abhängig von der Vorbeultiefe	A-1
A.2	Traglast abhängig vom Ringparameter	A-4
A.3	Knockdown-Faktor abhängig von der Dünnwandigkeit	A-7

B	Diagramme zu Abschnitt 4.4.5.1	B-1
B.1	Darstellung der modifizierten Kapazitätskurven	B-1
B.2	Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude	B-9
C	Diagramme zu Abschnitt 5.3.1.2	C-1
C.1	Traglast abhängig vom Steifenabstand	C-1
C.2	Auf engringversteifte KZS bezogene Traglast abhängig vom Steifenabstand	C-9
D	Diagramme zu Abschnitt 5.3.4.2	D-1
D.1	Darstellung der modifizierten Kapazitätskurven	D-1
D.2	Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude	D-23
E	Beispiele zur Anwendung der Nachweisverfahren	E-1
E.1	Beispiel eines windbelasteten Silos	E-1
E.1.1	Nachweis nach EN 1993-4-1:2007	E-1
E.1.2	Nachweis nach EN 1993-4-1:2017	E-2
E.1.3	Nachweis als unversteifter Zylinder	E-3
E.1.4	Nachweis als engringversteifter Zylinder	E-4
E.1.5	Nachweis als ringversteifter Zylinder – Regelverfahren	E-5
E.1.6	Nachweis als ringversteifter Zylinder – vereinfacht	E-9
E.2	Beispiel eines windbelasteten, dünnwandigen Behälters	E-12
E.2.1	Nachweis nach EN 1993-4-1:2007	E-12
E.2.2	Nachweis nach EN 1993-4-1:2017	E-13
E.2.3	Nachweis als unversteifter Zylinder	E-14
E.2.4	Nachweis als engringversteifter Zylinder	E-15
E.2.5	Nachweis als ringversteifter Zylinder – Regelverfahren	E-17
E.2.6	Nachweis als ringversteifter Zylinder – vereinfacht	E-20
E.3	Beispiel eines durch konstanten Axialdruck belasteten, dünnwandigen Behälters	E-23
E.3.1	Nachweis nach EN 1993-4-1:2007	E-23
E.3.2	Nachweis nach EN 1993-4-1:2017	E-24
E.3.3	Nachweis als unversteifter Zylinder	E-25
E.3.4	Nachweis als ringversteifter Zylinder	E-25

Abbildungsverzeichnis

2.1	Mögliche Beulmuster des axialgedrückten Kreiszylinders nach [Wirth, 2008]	5
2.2	Ideale Axialbeulspannung in Abhängigkeit von der Zylinderlänge nach Flüge (aus [Reinke, 2014])	6
2.3	Originaldarstellung des „Koiter-Circle“ (aus [Koiter, 1970])	8
2.4	Ergänzte Darstellung des „Koiter-Circle“ (aus [Wirth, 2008])	8
2.5	Imperfektionssensitivität nach [Koiter, 1963], mit Eigenform (1. EF) und Schweißbeule Typ A für $r/t = 1000$, S 355, $l/r = 3$	10
2.6	Abhängigkeit des Knockdown-Faktors α von r/t nach [Harris et al., 1957] (Darstellung aus [Rotter, 2004])	11
2.7	Abhängigkeit des Nachbeulverhaltens vom Batdorf-Parameter [Yamaki, 1984]	12
2.8	Imperfektionen für einen axial gedrückten Kreiszylinder nach [Timmel, 2004]	13
2.9	Versagensformen ringversteifter Kreiszylinder aus [Singer, 2004]	15
2.10	Nachbeulverformung aus [Singer, 1967b]	17
2.11	Ringversteifte Zylinder mit weiten Steifenabständen aus [Singer, 1967b]	17
2.12	Knockdown-Faktor abhängig vom Ringparameter nach [Singer, 2004]	18
2.13	Nachbeulverformung von Silo I aus [Wirth, 2008]	19
2.14	Nachbeulverformung von Silo II aus [Wirth, 2008]	20
2.15	„Smearred Stiffener Theory“ – Bezeichnungen aus [Singer, 2004]	21
2.16	Unrundheit nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	32
2.17	Unplanmäßige Exzentrizität nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	33
2.18	Definition der Vorbeulen Δw_0 nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	34
2.19	Vorbeulmuster nach [Wirth, 2008]	37
2.20	Schematische Darstellung der Imperfektionstypen, $r/t = 1000$	38
2.21	Grafische Darstellung der Vorbeulen am FE-System	38
2.22	Längenabhängigkeit axialbelasteter Kreiszylinder nach [Schulz, 1980]	39
2.23	Längenabhängigkeit von axialdruckbelasteten Kreiszylindern nach [Kane-mitsu und Nojima, 1939]	39
2.24	Knockdown-Faktor α_x abhängig von der HTK und l/r für $r/t = 1000$	40
2.25	Knockdown-Faktor α_x beim Steifenabstand von $3,46\sqrt{rt}$, $r/t = 1000$	42
2.26	Knockdown-Faktor α_x beim Steifenabstand von $3,46\sqrt{rt}$, $r/t = 5000$	43
2.27	Randbedingungen üblicher Schalentragerwerke nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	45
2.28	Netzkonvergenzstudie, axial belasteter Zylinder mit $r/t = 1000$ und $l/r = 1$	46
2.29	Allgemeine Darstellung der Kapazitätskurve nach [Doerich und Rotter, 2011]	51
2.30	Beulkurven mit Versuchen aus [Schmidt und Rotter, 2015a]	51
2.31	Versagenskriterien bei GMN(I)A nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	55

2.32	Klassifizierung des Stabilitätsversagens nach [Wirth, 2008]	55
2.33	Klassische Definition der Gleichgewichtslagen	56
2.34	Definition der Gleichgewichtslagen nach Koiter aus [Wirth, 2008]	57
2.35	Dreigelenk-Sprengwerk aus [Wirth, 2008]	57
2.36	Abminderungsbeiwert χ_x [pr EN 1993-1-6, 2017] für S 235 im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]	62
2.37	Modifizierte Kapazitätskurve nach [Rotter, 2008]	64
2.38	Abminderungsbeiwerte χ_x nach prEN1993-1-6:2017-11, DIN 18800-4, API 650 und DNV-Rules für S 235 im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]	69
2.39	Abminderungsbeiwerte χ_x für besonders schlanke, axial belastete Kreis- zylinder nach prEN1993-1-6:2017-11, DIN 18800-4, API 650 und DNV- Rules für S 235	70
2.40	Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit DIN 18800-4 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]	72
2.41	Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit API 650 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]	72
2.42	Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit DNV-RP-202 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]	72
3.1	Abminderungsbeiwerte χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993- 1-6, 2017] und aus Experimenten abgeleitet für S 235 und HTK C, Ver- suchsergebnisse entnommen aus [Gettel, 2008]	75
3.2	Unversteifte Kreiszylinderschalen – Vergleich der Experimente aus [Gettel, 2008] und Vorhersagen der Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	76
3.3	Sehr schlanke, unversteifte Kreiszylinderschalen – Experimente aus [Get- tel, 2008] und Beulkurven nach Norm für S 235 und HTK C	76
3.4	Unversteifte Schale - vereinfacht ermittelte Beulkurve	79
3.5	Unversteifte Kreiszylinderschalen – Vergleich der Experimente aus [Gettel, 2008] und Vorhersagen der Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und dem vereinfachten Verfahren	79
3.6	Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 25 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$. . .	80
3.7	Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$. . .	80
3.8	Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 1500 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$. . .	80
3.9	Beulverhalten unversteifter Schalen, perfekte Geometrie, $r/t = 1000$, f_y variabel	81
3.10	Beulfigur unversteifter Schalen beim Erreichen der Traglast, imperfekte Geometrie für $r/t = 1000$ bei variabler Streckgrenze und Vorbeultiefe . . .	82
3.11	Nachbeulfigur unversteifter Schalen, imperfekte Geometrie für $r/t = 1000$ bei variabler Streckgrenze und Vorbeultiefe	82
3.12	Simulierte Abminderungsfaktoren für verschiedene r/t abhängig von $\Delta w/t$	85
3.13	Simulierte Knockdown-Faktoren für verschiedene $\Delta w/t$ abhängig von r/t	85
3.14	Beul-Abminderungsfaktor χ_x unversteifter Schalen bis $r/t = 10000$ über $\Delta w/t$	86
3.15	Interpolationsparameter zur Bestimmung von χ_x abhängig von r/t	87

3.16	Approximationsergebnis von χ_x für verschiedene $\Delta w/t$ über $\bar{\lambda}_x$	88
3.17	Modifizierte Kapazitätskurve, r/t variiert für geringe Imperfektionstiefen	89
3.18	Modifizierte Kapazitätskurve, r/t variiert für tiefe Imperfektionen	89
3.19	Kommentierte modifizierte Kapazitätskurve	90
3.20	Unversteifter Zylinder – Interpolation von α_x	90
3.21	Unversteifter Zylinder – Darstellung von β_x bzw. $1 - \beta_x$	91
3.22	Ermittlung des Beulkurvenexponenten abhängig von der Herstelltoleranz- klasse	91
3.23	Unversteifter Zylinder – mögliche Verläufe von η_x	94
3.24	Approximierung der FEM-Ergebnisse mit verschiedenen Formulierungen für η_x in der modifizierten Kapazitätskurve	95
3.25	Mögliche Beulkurven abhängig von der Wahl von η_x , Nicht-Norm- Ergebnisse ermittelt mit $0,5\Delta w_k/t$ nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	96
3.26	Vergleich der Traglasten aus der FEM-Berechnung mit dem erweiterten Verfahren für alle r/t -Verhältnisse abhängig von der Vorbeultiefe	96
3.27	Vergleich der Traglasten aus der FEM-Berechnung mit dem erweiterten Verfahren für alle Vorbeultiefen abhängig von der Dünnwandigkeit	97
3.28	Versuchsergebnis und Sensitivitätskurve – elastisch-plastisches Beulen	98
3.29	Versuchsergebnis und Sensitivitätskurve – elastisches Beulen	98
3.30	Gegenüberstellung verschiedener Näherungen der zutreffenden Vorbeul- tiefe mit halber Amplitude für Werte nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	99
3.31	Vergleich der Traglasten aus verschiedenen Bemessungsverfahren mit den Versuchsergebnissen aus [Gettel, 2008] für HTK C	100
3.32	Approximierung des Modifikationsfaktors k_ψ für verschiedene Dünnwan- digkeiten abhängig vom Spannungsverhältnis	103
3.33	Interpolation der Parameter aus Bild 3.32 über die Dünnwandigkeit	103
3.34	Vergleich der Werte für k_ψ nach [DIN EN 1993-4-1, 2017] mit der Appro- ximation abhängig von $(1 - s)$	104
3.35	Vergleich der Beul-Abminderungsfaktoren, ermittelt nach [DIN EN 1993- 4-1, 2017] und mit erweiterten Verfahren und k_ψ abhängig von s	105
3.36	Unversteifter Zylinder – mögliche Beulkurven abhängig von $\Delta w/t$	106
3.37	Abminderungsbeiwert χ_x aus dem vereinfachten und erweiterten Verfahren für S 235 und HTK C, dargestellt im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]	111
3.38	Vergleich der Traglasten aus dem vereinfachten und erweiterten Verfahren mit den Versuchsergebnissen aus [Gettel, 2008] für HTK C	111
4.1	Engringversteifte Tanks der Firma Lipp	112
4.2	Abminderungsbeiwerte χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017] für HTK C und S 235; Experimente unversteifter Schalen nach [Gettel, 2008] und versteifter Schalen nach [Barlag, 2003]	114
4.3	Versuchsergebnisse abhängig von der Dünnwandigkeit r/t	115
4.4	Versuchsergebnisse abhängig vom Steifenabstand \bar{w}_{rst}	116
4.5	Versuchsergebnisse abhängig vom Ringparameter k_{st}	116

4.6	Ringversteifte Kreiszylinderschalen – Experimente aus [Barlag, 2003] verglichen mit Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993-1-6, 2017] und mit Gl. 4.2	117
4.7	Versuchsergebnisse aus [Barlag, 2003], χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993-1-6, 2017] sowie nach Gl. 4.2 für HTK C und S 235	118
4.8	Last-Verformungskurven für $\bar{\lambda}_{x,rst} = 3,44$ und verschiedene Ringparameter k_{st}	119
4.9	Beulverformung perfekter, ringversteifter Schalen mit $r/t = 1000$, k_{st} variabel	120
4.10	Beulverhalten der ringversteiften Schalen, $\bar{\lambda}_x = 3,44$, $\Delta w/t = 2$, k_{st} variabel	121
4.11	Nachbeulfigur der ringversteiften Schalen, $\bar{\lambda}_x = 3,44$, $\Delta w/t = 2$, k_{st} variabel	121
4.12	Verzweigungslast r_{cr} abhängig von k_{st} für $r/t \approx 2750$, $l/r \approx 1$ und $\bar{\omega}_{rst} = 1$	122
4.13	Grafische Darstellung von Tab. 4.1	123
4.14	Interpolation der bezogenen Verzweigungslast abhängig vom meridionalen Biegemoment für verschiedene $\bar{\omega}_{rst}$	124
4.15	Interpolation der Parameter aus Bild 4.14 über den Steifenabstand $\bar{\omega}_{rst}$	124
4.16	Traglastzuwachs bei steigendem Ringparameter für $r/t = 1000$, $\Delta w/t \leq 1,25$	126
4.17	Grafische Darstellung von Tab. 4.3	126
4.18	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 500$	127
4.19	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2000$	127
4.20	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 10000$	128
4.21	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,1$	128
4.22	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,0$	129
4.23	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,1$	129
4.24	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,4$	130
4.25	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,0$	130
4.26	Interpolation von $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$	131
4.27	Interpolation von $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$	132
4.28	Interpolation der freien Parameter x, y und z abhängig von k_{st} , $r/t = 1000$	132
4.29	Interpolation der freien Parameter \bar{x}, \bar{y} und \bar{z} abhängig von k_{st} , $r/t = 1000$	133
4.30	Interpolation der freien Parameter in der dritten Stufe über r/t	133
4.31	Interpolation der modifizierten, freien Parameter in der dritten Stufe über r/t	134
4.32	Festlegung eines Modifikationsfaktors für $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t , k_{st} und $\Delta w/t$	135
4.33	Interpolierter Knockdown-Faktor abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$	137
4.34	Interpolierter Knockdown-Faktor abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$	137
4.35	Gegenüberstellung der Approximation und FE-Berechnung abhängig von r/t	138
4.36	Gegenüberstellung der Approximation und FE-Berechnung abhängig von $\Delta w/t$	138
4.37	Gegenüberstellung von Approximation und FE-Berechnung abhängig von r/t	139
4.38	Gegenüberstellung von Approximation und FE-Berechnung abhängig von $\Delta w/t$	139

4.39	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,1$	140
4.40	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$	140
4.41	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$	141
4.42	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,0$	141
4.43	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,1$	142
4.44	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,0$	142
4.45	Grafische Darstellung der Abhängigkeit der Beulkurvenparameter $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ von $\Delta w/t$ für ausgewählte k_{st}	144
4.46	Interpolation der Parameterwerte von α_{rst} über k_{st}	145
4.47	Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ über k_{st}	145
4.48	Interpolation der Parameterwerte von η_{rst} über k_{st}	146
4.49	Beul-Abminderungsfaktor aus FEM und Interpolation, $k_{st} = 0,1$	147
4.50	Beul-Abminderungsfaktor aus FEM und Interpolation, $k_{st} = 1,0$	147
4.51	Vergleich von FEM-Berechnung und Interpolation, alle k_{st} und $\Delta w/t$	148
4.52	Vergleich von FEM-Berechnung und Interpolation, alle k_{st} , nur relevante $\Delta w/t$	148
4.53	Vorbeultiefen (halbe Amplitude für $\Delta w/t$ nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]) abhängig von der Dünnwandigkeit	150
4.54	Vergleich der berechneten Traglasten mit den Versuchsergebnissen aus [Barlag, 2003] für die Vorbeultiefe nach Gl. 4.17	151
4.55	Vergleich der Traglasten nach Abschnitt 4.4.5 mit Vorbeultiefe nach Gl. 4.17 sowie Vergleiche von [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017] mit Versuchsergebnissen aus [Barlag, 2003] für HTK C	151
4.56	Versuchsergebnisse abhängig vom Parameter r/t mit Referenzzyindern	152
4.57	Versuchsergebnisse abhängig von k_{st} mit Referenzzyindern	153
4.58	Imperfektionssensitivität der Referenzzyindern	153
4.59	Amplitude der Ersatzimperfektion abhängig vom Ringparameter	153
4.60	Vorbeulmuster des ersten Testkörpers beim Beulversuch aus [Baker et al., 1982]	154
4.61	Beulversuch von [Baker et al., 1982]	155
4.62	Imperfektionen für die Nachrechnung des Versuchs	155
5.1	Geschraubter Tank von Fa. Stallkamp	160
5.2	Geschweißter Starklaugetank der Fa. Kremsmüller	161
5.3	Last-Verformungskurven für beliebig versteifte Kreiszyindern für $\bar{\lambda}_{x,rst} =$ $3,44$, $\bar{\omega}_{rst} = 2$ bzw. 5 , $k_{st} = 0,4$ bzw. $1,0$, $\Delta w/t = 2$	162
5.4	Beulverhalten perfekter ringversteifter Schalen mit $r/t = 1000$ und varia- blen k_{st}	163
5.5	Beulverformung des ringversteiften Zylinders mit $\Delta w/t = 2$ und $r/t =$ 1000 , k_{st} variabel	164
5.6	Nachbeulfiguren ringversteifter Zylinder, $\Delta w/t = 2$, $r/t = 1000$, k_{st} variabel	165
5.7	Beuleigenformen bei variablem Steifenabstand, $r/t = 1000$, $k_{st} = 1$, l/r variabel	166
5.8	Sensitivitätskurven für ausgewählte Parameterkombinationen	167
5.9	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\bar{\omega}_{rst}$ und $\Delta w/t$	169

5.10	Auf Traglast des engringversteiften Kreiszyinders bezogener Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$ und $\Delta w/t$	169
5.11	Auf engversteifte Schale bezogener Knockdown-Faktor für alle Parameter	170
5.12	Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,1$.	171
5.13	Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,2$.	171
5.14	Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,4$.	171
5.15	Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 1,0$.	172
5.16	Interpolation der Parameter a , b und c über den Ringversteifungsgrad . . .	172
5.17	Korrekturfaktor abhängig von r/t für verschiedene Ringparameter	173
5.18	Interpolation von x und y für Gl. 5.4 zur Beschreibung des Korrekturbeiwerts k_{rst}	173
5.19	Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,1$. .	174
5.20	Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 1000$, $k_{st} = 1,0$. .	174
5.21	Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,1$. .	175
5.22	Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 5000$, $k_{st} = 1,0$. .	176
5.23	Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 5000$ und $\Delta w/t \leq 10$	176
5.24	Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 5000$ und $1 \leq \Delta w/t \leq 5$	177
5.25	Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 1000$ und $\Delta w/t = 2$	177
5.26	Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $500 \leq r/t \leq 5000$ und $0,3 \leq \Delta w/t \leq 5$	178
5.27	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2$	178
5.28	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$	179
5.29	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2$	179
5.30	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$	180
5.31	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$	180
5.32	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$	181
5.33	Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega}_{rst}$	184
5.34	Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$	184
5.35	Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$	185
5.36	Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega}_{rst}$. .	185
5.37	Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$. .	186
5.38	Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$. .	186
5.39	Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega}_{rst}$	187
5.40	Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$	187
5.41	Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$	187
5.42	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	189
5.43	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	189
5.44	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	189
5.45	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	190

5.46	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	190
5.47	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$	190
5.48	Beul-Abminderungsfaktor $\overline{\omega}_{rst} = 1,0$, $\Delta w/t = 1,0$ und $k_{st} \leq 2,0$	191
5.49	Beul-Abminderungsfaktor $\overline{\omega}_{rst} = 1,0$, $\Delta w/t = 5,0$ und $k_{st} \leq 2,0$	191
5.50	Beul-Abminderungsfaktor abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$ für $\Delta w/t = 1,0$; $k_{st} \leq 2,0$	192
5.51	Versuchsergebnisse abhängig von der Dünnwandigkeit r/t	194
5.52	Versuchsergebnisse abhängig vom Steifenabstand $\overline{\omega}_{rst}$	194
5.53	Versuchsergebnisse abhängig vom Ringparameter k_{st}	194
5.54	Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für verschiedene bezogene Schlankheiten $\overline{\lambda}_{x,rst}$	199
5.55	Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für verschiedene $\overline{\lambda}_{x,rst}$	200
5.56	Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für $\Delta w/t = 1,0$ für verschiedene $\overline{\lambda}_{x,rst}$	201
5.57	Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Steifenabstand für $\Delta w/t = 1,0$ und $k_{st} = 0,4$ für verschiedene $\overline{\lambda}_{x,rst}$	201
5.58	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation für engringversteifte Kreiszyinderschalen, ermittelt mit dem vereinfachten Verfahren für $0 \leq k_{st} \leq 2$	202
5.59	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation für engringversteifte Kreiszyinderschalen, ermittelt mit dem Regelverfahren für $0 \leq k_{st} \leq 2$	203
5.60	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$	204
5.61	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$	204
5.62	Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$	204
A.1	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 500$	A-1
A.2	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$	A-1
A.3	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$	A-2
A.4	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2000$	A-2
A.5	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$	A-2
A.6	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$	A-3
A.7	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 7500$	A-3
A.8	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 10000$	A-3
A.9	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,10$	A-4
A.10	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,20$	A-4
A.11	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,30$	A-5
A.12	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,40$	A-5
A.13	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,50$	A-5
A.14	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,75$	A-6
A.15	Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,00$	A-6
A.16	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,10$	A-7

A.17	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,20$	A-7
A.18	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,30$	A-8
A.19	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,40$	A-8
A.20	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,50$	A-8
A.21	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,75$	A-9
A.22	Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,00$	A-9
B.1	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,00$	B-1
B.2	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,02$	B-2
B.3	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,04$	B-2
B.4	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,06$	B-3
B.5	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,08$	B-3
B.6	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,10$	B-4
B.7	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,15$	B-4
B.8	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,20$	B-5
B.9	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,30$	B-5
B.10	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$	B-6
B.11	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,50$	B-6
B.12	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,75$	B-7
B.13	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$	B-7
B.14	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$	B-8
B.15	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,00$	B-9
B.16	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,02$	B-9
B.17	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,04$	B-10
B.18	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,06$	B-10
B.19	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,08$	B-10
B.20	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,10$	B-11
B.21	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,15$	B-11
B.22	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,20$	B-11
B.23	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,30$	B-12
B.24	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$	B-12
B.25	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,50$	B-12
B.26	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,75$	B-13
B.27	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$	B-13
B.28	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$	B-13
C.1	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$	C-1
C.2	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$	C-1
C.3	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,20$	C-2
C.4	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,40$	C-2
C.5	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 1,00$	C-2
C.6	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$	C-3
C.7	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$	C-3
C.8	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,20$	C-3
C.9	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,40$	C-4
C.10	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 1,00$	C-4
C.11	$\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,10$	C-4

D.13	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5,00$	D-7
D.14	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$	D-8
D.15	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$	D-8
D.16	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,25$	D-9
D.17	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,50$	D-9
D.18	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,75$	D-10
D.19	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,00$	D-10
D.20	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,25$	D-11
D.21	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,50$	D-11
D.22	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,75$	D-12
D.23	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,00$	D-12
D.24	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,25$	D-13
D.25	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,50$	D-13
D.26	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4,00$	D-14
D.27	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5,00$	D-14
D.28	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$	D-15
D.29	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$	D-15
D.30	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,25$	D-16
D.31	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,50$	D-16
D.32	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,75$	D-17
D.33	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,00$	D-17
D.34	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,25$	D-18
D.35	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,50$	D-18
D.36	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,75$	D-19
D.37	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,00$	D-19
D.38	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,25$	D-20
D.39	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,50$	D-20
D.40	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4,00$	D-21
D.41	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5,00$	D-21
D.42	Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$	D-22
D.43	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$	D-23
D.44	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,25$	D-23
D.45	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,50$	D-24
D.46	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,75$	D-24
D.47	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 2,00$	D-24
D.48	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 2,25$	D-25
D.49	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 2,50$	D-25
D.50	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 2,75$	D-25
D.51	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 3,00$	D-26
D.52	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 3,25$	D-26
D.53	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 3,50$	D-26
D.54	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 4,00$	D-27
D.55	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 5,00$	D-27
D.56	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$ $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$	D-27
D.57	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$	D-28
D.58	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 1,25$	D-28

D.59	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,50$	D-28
D.60	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,75$	D-29
D.61	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,00$	D-29
D.62	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,25$	D-29
D.63	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,50$	D-30
D.64	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,75$	D-30
D.65	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,00$	D-30
D.66	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,25$	D-31
D.67	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,50$	D-31
D.68	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 4,00$	D-31
D.69	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 5,00$	D-32
D.70	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 7,50$	D-32
D.71	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,00$	D-32
D.72	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,25$	D-33
D.73	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,50$	D-33
D.74	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 1,75$	D-33
D.75	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,00$	D-34
D.76	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,25$	D-34
D.77	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,50$	D-34
D.78	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 2,75$	D-35
D.79	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,00$	D-35
D.80	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,25$	D-35
D.81	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 3,50$	D-36
D.82	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 4,00$	D-36
D.83	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 5,00$	D-36
D.84	Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega_{rst}} = 7,50$	D-37

Tabellenverzeichnis

2.1	Beulmuster, Wertepaare und Beulwellenlängen	9
2.2	Ringversteifte Kreiszyylinder unter Axialdruck, Versuche aus [Singer, 1967b]	18
2.3	Smearred Stiffener Theory - Definition der Variablen nach [Singer, 2004]	21
2.4	Berechnungskonzepte und deren Anwendung nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	29
2.5	Grenzwerte für die Unrundheit U_r	32
2.6	Grenzwerte für die unplanmäßige Exzentrizität U_e	33
2.7	Grenzwerte der Vorbeultiefe U_0	34
2.8	Grenzwerte für die diskrete Modellierung von Bauteilen einer Rotations- schale nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]	44
2.9	Randbedingungen für die Berechnung von Kreiszyinderschalen nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [Singer und Rosen, 1974]	45
2.10	Lastfaktoren abhängig vom gewählten Zylinderausschnitt	46
2.11	Grenzzustände bei einer GMN(I)A	54
3.1	Unversteifte Beispielzylinder zur Veranschaulichung des Beulverhaltens	81
4.1	Meridionales Biegemoment abhängig von k_{st} für $r/t = 1000$ und S 355	123
4.2	Traglast aus GN(I)A abhängig vom Steifenabstand für $r/t = 1000$, $\Delta w/t = 1,25$ und S 355 für $k_{st} = 0$	125
4.3	Umfangsdruckspannung aus GNIA bezogen auf Umfangsbeulspannung für verschiedene Steifenabstände und Ringparameter	126
4.4	Interpolationsparameter für die Approximation von $\alpha_{x,rst}$	134
4.5	Tabellarische Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 4.13	143
4.6	Tabellarische Darstellung der Abhängigkeit der Beulkurvenparameter $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ von $\Delta w/t$ für ausgewählte k_{st}	144
4.7	Referenzsysteme – Parameter und Amplitude der Ersatzimperfektion	152
4.8	Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchs aus [Baker et al., 1982] mit Ersatzimperfektionen	156
5.1	Parameter für die Ermittlung von k_{α_x} abhängig von k_{st} für alle r/t	170
5.2	Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 0,4$	182
5.3	Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 1,0$	182
5.4	Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 2,0$	183
5.5	Parameter zur Bestimmung des Knockdown-Faktors über die Gln. 5.6 a-c	184
5.6	Parameter zur Bestimmung des plastischen Bereichsfaktors über die Gln. 5.7 a-c	185
5.7	Parameter zur Bestimmung des Beulkurvenexponenten bei Verwendung der Gln. 5.8 a-c	186
5.8	Maßgebende Versuchsdaten aus [Wirth, 2008]	193

5.9	Parameter zur Bestimmung des Knockdown-Faktors über die Gln. 5.6 a-c	196
5.10	Parameter zur Bestimmung des plastischen Bereichsfaktors über die Gln. 5.7 a-c	196
5.11	Parameter zur Bestimmung des Beulkurvenexponenten bei Verwendung der Gln. 5.8 a-c	197

Abkürzungen

FEM	Finite-Element-Methode (numerisches Lösungsverfahren für Differentialgleichungen)
GMNA	„Geometrically and Materially Nonlinear Analysis“ – geometrisch nichtlineare Berechnung der Struktur unter Berücksichtigung elastisch-plastischen Werkstoffverhaltens
GMNIA	„Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections“ – geometrisch nichtlineare Berechnung des imperfekten Systems mit elastisch-plastischem Werkstoffverhalten
GNA	„Geometrically Nonlinear Analysis“ – geometrisch nichtlineare Berechnung mit elastischem Werkstoffverhalten;
GNIA	„Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections“ – geometrisch nichtlineare Berechnung des imperfekten System mit elastischem Werkstoffverhalten
HTK	Herstelltoleranz-Qualitätsklasse (Synonym: Herstelltoleranzklasse)
KZS	Kreiszylinderschale
LA	„Linear Analysis“ – lineare, elastische Berechnung des Systems
LBA	„Linear Bifurcation Analysis“ – Bestimmung der Verzweigungslast auf Basis der Spannungsverteilung aus einer LA
MNA	„Materially Nonlinear Analysis“ – materiell nichtlineare Berechnung nach der Theorie kleiner Verformungen
RRD	„Reference Resistance Design“ – Bemessung mit Referenzwiderständen

Begriffsdefinitionen

Beulen	Verlust der Stabilität infolge zu hoher Membran- oder Schubbeanspruchungen, verbunden mit großen Verformungen in und senkrecht zur Schalenmittelfläche
Beullast	ideale Verzweigungslast der perfekten Schale
Biegeschnittgrößen	Biege- und Drehmomente je Längeneinheit der Schale, die einen linear veränderlichen Spannungszustand über die Schalenwandstärke erzeugen
Diamantbeulmuster	siehe Schachbrettbeulen
Dünnwandigkeit	Verhältnis vom Radius zur Wandstärke des Zylinders
Eigenwertclusterung	Vielzahl verschiedener Eigenformen bei nahezu identischem Betrag des Beuleigenwertes
engringversteift	Steifenabstand $a_{st} \leq 3,46\sqrt{rt}$ bzw. $\overline{\omega}_{rst} = 2$
Herstelltoleranzklasse	Synonym für Herstelltoleranzqualitätsklasse; Einteilung der Formtreue der Kreiszylinderschale in Klassen
ideale Beulspannung	Verzweigungsspannung, klassische Beulspannung ermittelt mit einer Verzweigungslastberechnung
Knotenlinie	Wird gebildet durch eine kräftige Steife, die sich nicht am Beulen beteiligt (Verformungen senkrecht zur Mittelfläche ist null); Knotenlinie unterteilt Kreiszylinderschale in Teilfelder
Membranschnittgrößen	Schnittkräfte, die in der Schalenmittelfläche wirken
Meridian	Eine Linie auf dem Umfang, die parallel zur Längsachse des Kreiszylinders verläuft
Modifizierte Kapazitätskurve	Darstellung der Traglast im Diagramm als χ über α
Ringparameter	siehe Ringversteifungsgrad
Ringsteife	Lokale Verstärkung der Zylinderwand an einem Punkt des Meridians, die einen Vollkreis beschreibt
Ringversteifungsgrad	Verhältnis aus Ringsteifenfläche zu Steifenabstand und Schalenwanddicke
Schachbrettbeulen	Beulmuster mit meridional und in Umfangsrichtung verlaufenden Beulen der Halbwellenlänge $3,46\sqrt{rt}$
Sensitivitätskurve	Darstellung der Tragfähigkeit in Abhängigkeit von der Vorbeultiefe
Traglast	Maximal mögliche Belastung einer Struktur, bevor diese versagt („Ultimate load“)
weit ringversteift	Steifenabstand $a_{st} > 3,46\sqrt{rt}$
Vorbeultiefe	Größe der lokalen Abweichung von der Sollgeometrie (Synonym: Imperfektionsamplitude)

Griechische Buchstaben

α	Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor (Synonym: Knockdown-Faktor, ρ) (Verhältnis aus R_{GMNIA}/R_{LBA} bzw. R_u/R_{LBA})
β	Plastischer Bereichsfaktor
γ	Teilsicherheitsbeiwert
Δ	Abweichung vom Sollwert (z.B. der perfekten Zylindergeometrie)
ε	Dehnung
η	Beulkurvenexponent
$\bar{\lambda}$	bezogener Schlankheitsgrad
ν	Querdehnzahl (0,3 für Stahl)
σ	Spannung
χ	Beul-Abminderungsfaktor
ω	Längenparameter

Indizes

0	Grundwert oder Referenzwert
cl	Verzweigungsspannung bzw. -last für Lastfall Axialdruck ohne Berücksichtigung des Längeneinflusses, Synonym: klassische Verzweigungsspannung/last
cr	wie „cl“, aber mit Berücksichtigung des Längeneinflusses
d	Bemessungswert
E	Einwirkung
eq	äquivalent
exp	aus Experimenten abgeleitet
Exp	Ergebnis eines Experiments
k	charakteristischer Wert
M1	Abminderungsfaktor des Widerstands infolge Stabilitätsversagen
MKK	über modifizierte Kapazitätskurve bestimmt
oS	unversteift
p (pl)	plastisch
R	Widerstand
rst	ringversteift
st	Steife
u	Traglast (ultimate)
x	axiale bzw. meridionale Richtung
y	Fließwert der Materialfestigkeit
θ	Umfangsrichtung

Lateinische Buchstaben

<i>a</i>	Abstand
<i>A</i>	Querschnittsfläche
<i>b</i>	Breite
<i>B</i>	Biegesteifigkeit der Schale
<i>D</i>	Dehnsteifigkeit der Schale
<i>E</i>	E-Modul
<i>f</i>	Festigkeit
<i>F</i>	Einwirkende Kraft bzw. Last
<i>l</i>	Schalen(segment)länge
<i>M</i>	Biegemoment
<i>P</i>	Auflast
<i>r</i>	Radius
<i>R</i>	Widerstand
<i>t</i>	Bauteildicke
<i>w</i>	Formabweichung senkrecht zur Schalenmittelfläche

Zusammengesetzte Bezeichner

$\Delta w/t$	Bezugswert der Imperfektionsamplitude bei numerischen Berechnungen
$\Delta w_k/t$	Charakteristischer Wert der Imperfektionsamplitude
$\Delta w_{0,eq}/t$	Imperfektionsamplitude der Ersatzimperfektion

Nicht aufgeführte Symbole, Abkürzung und Begriffe werden im Text erläutert.

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

Behälter in Stahlbauweise dienen der Lagerung unterschiedlicher flüssiger Medien, wie z.B. Trinkwasser, Ölen, Fetten sowie Säuren und Laugen. Sie sind, hinsichtlich der Geometrie und der Materialien, flexibel an die Nutzeranforderungen anpassbar. Die hohen Materialkosten sowie das Bedürfnis, eine gesteigerte Nachhaltigkeit zu erreichen, motivieren die Behälterbauer, bisherige Konzepte zu überdenken und Fertigungsmethoden weiterzuentwickeln.

Die Verwendung von orthotropen Rotationsschalen, zusammengesetzt aus dünnen Blechen mit kräftigen Ringsteifen, erlaubt eine optimale Anpassung an typische Belastungen, wie z.B. Wind und Unterdruck. Da bei überdachten Tanks, die Schnee und Wind ausgesetzt sind, nicht vernachlässigbare Meridiankräfte entstehen, ist die Wandstärke der Schale häufig auch durch den Axialbeulnachweis begrenzt. In der Baupraxis, vorwiegend im landwirtschaftlichen Bereich, werden dünnwandige Tanks mit einem Radius-zu-Wandstärke-Verhältnis von bis zu 10000 eingesetzt. Die geringe Schadensquote dieser Behälter gibt einen Anlass, um das aktuelle Regelwerk, das nur bis zu einem Radius-zu-Wandstärke-Verhältnis von 5000 gültig ist, zu erweitern.

Abhängig vom gewählten Bauverfahren sind die Ringsteifen entweder im engen Abstand zueinander (z.B. Firma Lipp – Falztanks und Schweiß tanks) bzw. haben diese einen größeren Abstand. Letzteres trifft vor allem auf Schraub tanks und Schweiß tanks zu. Während für gefaltete und geschraubte Behälter die Ringsteifen ein notwendiger Teil der Konstruktion sind, stören diese bei Schweiß tanks in herkömmlicher Bauweise wegen zusätzlicher Kosten, Eigenspannungen und Schweißverzügen.

Es ist bekannt, dass kurze, randeingespannte Kreis zylinder ein gutmütigeres Beulverhalten haben, als mittellange Kreis zylinderschalen. Die bisher in der Literatur für die Baupraxis veröffentlichten Bemessungsverfahren vernachlässigen den traglaststeigernden Effekt der Ringsteifen und sind daher konservativ. Es liegt daher nahe, den Einfluss der Ringsteifen auf das Axialbeulverhalten genauer zu untersuchen, um eine größere Nachhaltigkeit infolge maximierter Materialersparnis zu erreichen.

1.2 Persönliche Motivation

Während der Stahl gegenüber Holz und Beton sehr einfach für gegebene Schnittgrößen zu bemessen ist, spielen die Stabilitätsnachweise eine wesentlich größere Rolle als bei konkurrierenden Bauweisen. Besonders das Schalenbeulen, als „junges“ Forschungsgebiet der Stabilität, übt eine große Faszination auf eine Vielzahl von Wissenschaftlern aus.

Durch eine enge Zusammenarbeit talentierter Ingenieure mit Bau firmen entstehen in der Regel innovative Lösungen und Methoden zur Steigerung der Wirtschaftlichkeit bestimmter

Bauweisen. Am Anfang des Prozesses steht das Hinterfragen des Status quo. Durch eine intensive Auseinandersetzung mit einem Thema entsteht nicht selten Skepsis, auf die, beim methodischen Aufbereiten, Gewissheit über die Zusammenhänge folgt.

Die Zusammenarbeit mit einem Hersteller engringversteifter Tanks war der ursprüngliche Grund für die Motivation, mit dieser Arbeit die Bestimmung der Traglast ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruck näher zu untersuchen. Die, nach Norm bemessen, extrem unwirtschaftlichen Designs waren hinderlich für einen modernen, nachhaltigen Behälterbau. Eine Vielzahl numerischer Traglastanalysen während der Projektbearbeitung bestätigten die Erkenntnisse der experimentellen Forschung in den 1960er und 70er Jahren, die alle die engringversteifte Kreiszyinderschale unter Axialdruck als bedeutend tragfähiger gegenüber unversteiften Schalen einschätzten.

Die gute Zusammenarbeit mit Schraubtankherstellern motivierte dazu, den Erkenntnisstand um beliebig versteifte und unversteifte Tanks zu erweitern. Die hohe Dünnwandigkeit der, üblicherweise in rostfreiem Stahl gefertigten, Behälter von bis zu $r/t = 10000$, erforderte projektbezogene numerische Simulationen außerhalb des Regelungsumfanges der Norm. Die Ergebnisse stimmten zuversichtlich, dass die Grenzen der Norm zu eng gefasst sind. Zudem zeigte sich abermals eine unnötig hohe Konservativität.

Die Aufbereitung der numerischen Berechnungen über Formeln für eine Approximation numerischer Ergebnisse soll praktizierende Ingenieure in die Lage versetzen, wirtschaftlichere Konstruktionen zu entwickeln. Somit soll diese Thesis einen Beitrag für einen nachhaltigeren Tankbau liefern.

1.3 Ziel und Inhalt der Arbeit

Mit dieser Arbeit sollen die vorliegenden Erkenntnisse der Forschung an ringversteiften Zylinderschalen in einem begrenzten Parameterbereich, der typisch für Luft- und Raumfahrt ist, auf die baupraktisch üblichen Strukturen erweitert werden.

Für unversteifte und ringversteifte Zylinder mit einer Dünnwandigkeit von bis zu $r/t = 10000$ sollen dafür modifizierte Gleichungen für die Beulkurvenparameter hergeleitet werden, die der praktizierende Ingenieur auf einfache Weise, zur Bemessung wirtschaftlicher und sicherer Behälter nutzen kann.

Dazu wird zunächst der Stand der Forschung und Technik in einem Kapitel erfasst. Anschließend sind in drei Hauptkapiteln die Untersuchungen an unversteiften, engringversteiften und beliebig versteiften Kreiszyinderschalen beschrieben.

Es waren für die Erstellung dieser Arbeit keine ausreichend dokumentierten Experimente verfügbar, um daran ein numerisches Modell zu kalibrieren. Aufgrund der hohen Streuung der experimentellen Traglasten bei gleichen Eingangsparametern wäre eine Kalibrierung an wenigen Versuchen ggf. sogar unsicher. Die Verifikation des numerischen Modells wurde daher über den Abgleich mit numerischen Studien aus der Literatur erreicht. Die Kalibrierung des Nachweisverfahrens anhand der Experimente aus der Literatur gelang über die Anpassung der Vorbeultiefe als Eingangsparameter für jedes Nachweisverfahren.

Kapitel 2 - Stand der Forschung und der Technik

Ein Überblick über die Forschung an unversteiften Kreiszyinderschalen unter Axialdruck, als Grundlage für die Bemessungsverfahren, wird gegeben. Die Forschungsergebnisse an

ringversteiften Zylindern mit Axialdruckbelastung werden vorgestellt. Die Nachweismethoden und -konzepte aktueller und historischer Regelwerke werden erläutert und die nach Norm berechneten Traglasten den Experimenten gegenübergestellt.

Kapitel 3 - Unversteifte Kreiszyinderschalen

Als Grundlage zur Ermittlung der Tragfähigkeit ringversteifter Zylinder ist die Kenntnis des Tragverhaltens der unversteiften Schale wichtig. Daher wird dieser ein Kapitel gewidmet in dem zunächst die Experimente aus der Literatur, mit einem Fokus auf dünnwandige Zylinder, ausgewertet werden. Korrekturen an den Beulkurvenparametern werden daraus abgeleitet, mit denen wirtschaftlichere Traglasten zu erreichen sind. Ein vereinfachtes Bemessungsverfahren wird vorgestellt, das mit wenigen Rechenschritten die Bestimmung der Traglast erlaubt.

Die numerischen Berechnungen werden vorgestellt und die Ableitung der Beulkurvenparameter mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve beschrieben. Die Vorbeultiefen werden an Experimenten aus der Literatur kalibriert und in ein modifiziertes Nachweisverfahren für unversteifte Kreiszyinderschalen unter konstanter Axialdruckbelastung überführt.

Kapitel 4 - Engringversteifte Kreiszyinderschalen

Ausgehend von der Auswertung der Experimente aus der Literatur wird die verbesserte Tragfähigkeit ringversteifter Schalen, mit einem Steifenabstand von maximal zwei Beulhalbwellen, erläutert. Das simulierte Beulverhalten wird dargestellt und im Anschluss die Ergebnisse der numerischen Berechnungen in Abhängigkeit von der Dünnwandigkeit und vom Ringparameter ausgewertet. Über die Auswertung mittels modifizierter Kapazitätskurve werden dann Gleichungen zur Bestimmung der Beulkurvenparameter hergeleitet. Die Kalibrierung der Vorbeultiefen wird anhand von publizierten Experimenten vorgenommen und eine Verifikation der abgeleiteten Bestimmungsgleichungen zur Ermittlung der Traglasten durchgeführt. Die kalibrierte Imperfektionsamplitude wird in das abschließend vorgestellte Nachweiskonzept übernommen.

Kapitel 5 - Beliebige ringversteifte Kreiszyinderschalen

Das vierte Kapitel wird über numerische Berechnungen um beliebige Steifenabstände erweitert. Nach der Beschreibung des simulierten Beulverhaltens werden die Ergebnisse der Simulationen in Abhängigkeit von der Dünnwandigkeit ausgewertet. Mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve werden die Beulkurvenparameter bestimmt und ein Nachweiskonzept entwickelt. Dazu wird eine Interpolationsvorschrift für die Vorbeultiefe vorgeschlagen, die die Erkenntnisse aus den beiden vorherigen Kapiteln berücksichtigt. Aufgrund des komplexen Formelwerks wird ein vereinfachtes Nachweisverfahren hergeleitet.

Kapitel 6 - Zusammenfassung

Im letzten Kapitel werden die Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln zusammengefasst und um einen Ausblick erweitert.

Anhänge

Aus Platzgründen werden jeweils nur ausgewählte Diagramme im Fließtext dargestellt. Die fehlenden Darstellungen werden in den Anhängen zusammengestellt. Sie sind nicht zwingend erforderlich für das Verständnis der erläuterten Zusammenhänge.

Im Anhang E werden zwei Beispielzylinder mit den vorgestellten Bemessungsverfahren nachgewiesen. Somit lässt sich ein Überblick über die möglichen Traglasten gewinnen, der auch die Normverfahren einschließt. Zudem wird die korrekte Anwendung der hergeleiteten Gleichungen veranschaulicht.

2 Stabilität von Kreiszyinderschalen unter konstantem Axialdruck

2.1 Stand der Forschung

2.1.1 Unversteifte Kreiszyinderschalen unter Axialdruck

Schon bevor Lorenz [Lorenz, 1908] im Jahre 1908 erstmals eine Lösung zur Bestimmung der idealen, kritischen Beullast präsentierte, wurden axial gedrückte, lange Rohre mittels Euler-Formel auf Stabilitätsversagen in Form von Stabknicken hin untersucht. Lorenz bestimmte die Verzweigungslast des Kreiszyinders mit achsensymmetrischem Beulmuster unter Vernachlässigung der Querkontraktion ν (Gl. 2.1).

$$P_{cr} = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi Et^2 \quad (2.1)$$

Wie Lorenz, basierte Timoshenko seine Studien auf der Loveschen Theorie dünner Platten und Schalen [Love, 1907]. Er fand 1910 die ideale Verzweigungslast der mittellangen Kreiszyinderschale [Timoshenko, 1910], indem er einen Membranspannungszustand im Vorbeulbereich sowie eine radiale Aufweitungsmöglichkeit der Schale an ihren Rändern unterstellte (Gl. 2.2).

$$P_{cr} = \frac{2}{\sqrt{3}(1-\nu^2)}\pi Et^2 \quad (2.2)$$

Beim Beulvorgang selbst unterstellte Timoshenko jedoch eine Verschiebungsbehinderung an den Schalenrändern. Die Verzweigungsspannung nach Gl. 2.3 lässt sich über die Integration des Ausdrucks in Gl. 2.2 über den Schalenquerschnitt ermitteln und ist auch unter dem Synonym der „klassischen“ idealen Axialbeulspannung σ_{cl} bekannt.

$$\sigma_{cl} = \frac{1}{\sqrt{3}(1-\nu^2)}\pi E \frac{t}{r} \approx 0,605 E \frac{t}{r} \quad (\text{für } \nu = 0,3) \quad (2.3)$$

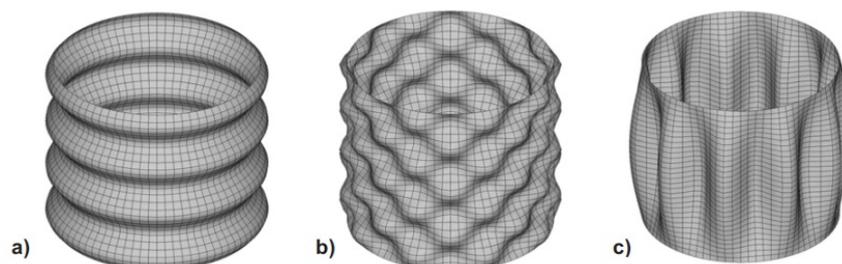


Bild 2.1: Mögliche Beulmuster des axialgedrückten Kreiszyinders nach [Wirth, 2008]

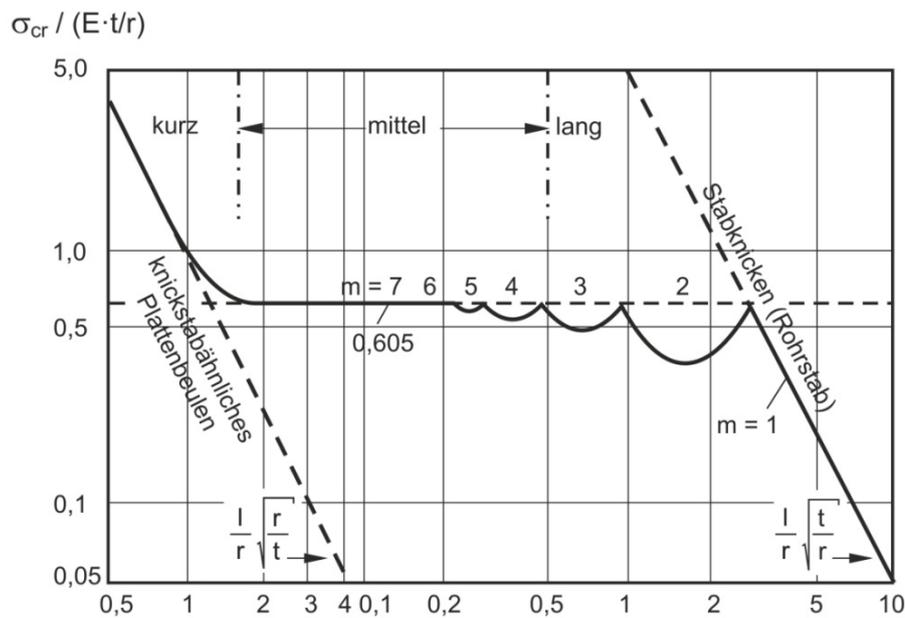


Bild 2.2: Ideale Axialbeulspannung in Abhängigkeit von der Zylinderlänge nach Flügge (aus [Reinke, 2014])

Flügge publizierte 1932 in [Flügge, 1932] eine erste „vollständige“ lineare Beultheorie. Mit den Ansätzen nach Gln. 2.4 a-c löste er die drei homogenen, partiellen Differentialgleichungen für die axialen, tangentialen und radialen Verschiebungskomponenten. Flügge nutzte die Gln. 2.4 a-c zur Beschreibung der Verschiebungen der ausgebeulten Geometrie des Zylinders.

$$u = A \cos(n\varphi) \cos\left(m\pi\frac{x}{l}\right) \quad (2.4a)$$

$$v = B \sin(n\varphi) \sin\left(m\pi\frac{x}{l}\right) \quad (2.4b)$$

$$w = C \cos(n\varphi) \sin\left(m\pi\frac{x}{l}\right) \quad (2.4c)$$

Dabei steht m für die Anzahl der Beulhalbwellen in Meridianrichtung und n für die Anzahl der Umfangsvollwellen. Die möglichen Beulformen sind schematisch im Bild 2.1 dargestellt: a) Ringbeulen, b) Schachbrettbeulen, c) Längsbeulen.

Die algebraische Darstellung des Differentialgleichungssystems unter Verwendung der Ansätze aus den Gln. 2.4 a-c führt auf ein homogenes Gleichungssystem mit den Freiwerten A , B und C . Aus der Entwicklung der Koeffizientendeterminante ergibt sich die Beulbedingung in Abhängigkeit von der Anzahl der Beulwellen in Umfangs- und Meridianrichtung.

$$\omega = \begin{cases} \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} < 4 \rightarrow \omega_{\text{I}} = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{l}{\sqrt{rt}} \\ \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} > 4 \rightarrow \omega_{\text{II}} = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{t}{r}} \end{cases} \quad (2.5)$$

Die grafische Darstellung dieses Sachverhaltes ist als „Girlandenkurve“ bekannt und im Bild 2.2 wiedergegeben. Sie stellt die Abhängigkeit der Verzweigungsspannung σ_{cr} von der Länge axial gedrückter Kreiszyinderschalen anschaulich über den dimensionlosen Längenparameter ω (Gl. 2.5) dar. Für eine bessere Darstellung wird dieser Parameter im Bild 2.2 bei $\omega \approx 4$ neu definiert. Es wird gezeigt, dass ein großer Anteil möglicher Geometrien in den Bereich mittellanger Zylinder fällt und somit die Verzweigungslast unabhängig von den Randbedingungen ermittelt werden kann.

Im Bereich des kurzen Zylinders ($\omega_I \leq 1,7$) ist das Beulmuster axialsymmetrisch (eine Beulhalbwelle: $m = 1$) und zeigt eine Ähnlichkeit zum knickstabähnlichen Plattenbeulen eines kurzen Plattenstreifens. Das Beulverhalten wird von den gewählten Randbedingungen der Querränder beeinflusst.

Mittellange Zylinder ($\omega_I > 1,7$ und $\omega_{II} < 0,5$) können mit mehreren Beulhalbwellen in Meridian- und Umfangsrichtung beulen ($m > 1, n > 1$). Die Schalenränder beeinflussen die Verzweigungslast nicht.

Lange Zylinder kennzeichnen Beulformen mit wenigen Umfangshalbwellen. Im Grenzfall erreicht n eins und das Schalenbeulproblem geht in das Stabknicken über.

Donnell beschäftigte sich mit Kreiszyindern unter Torsion [Donnell, 1933]. Seine Erkenntnisse wandte er auf axialgedrückte Zylinder an [Donnell, 1934] und stellte eine vereinfachte Theorie zur Beschreibung des Beulverhaltens von Kreiszyindern auf.

Wie Flügge setzte er den Verschiebungsansatz aus den Gln. 2.4 a-c ein, um die Beullast der Kreiszyinderschale zu bestimmen und erhielt so Gl. 2.6 als Bestimmungsgleichung.

$$\frac{\sigma_{cl}^{min}}{E} = \frac{\bar{m}^2}{(\bar{m}^2 + n^2)^2} + \frac{(t/r)^2}{12(1 - \nu^2)} \cdot \frac{(\bar{m}^2 + n^2)^2}{\bar{m}^2} \quad \text{mit: } \bar{m} = \frac{m\pi r}{l} \quad (2.6)$$

Um die Verzweigungslast zu bestimmen, minimierte Donnell die Gleichung indem er die Wertepaare n, m variierte. Für mittellange Kreiszyylinder ($n > 4$) ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit der von Flügge bestimmten Girlandenkurve. Für weniger als vier Beulhalbwellen in Umfangsrichtung, nimmt die Genauigkeit von Donnells Lösung ab und genauere Theorien sind zu empfehlen [Hoff, 1966], [Speicher und Saal, 1998].

Das Ergebnis der Minimierung mit ganzen Zahlen führt auf die bereits durch Timoshenko hergeleitete Beziehung nach Gl. 2.3. Werden für die Minimierung auch nicht ganzzahlige Wertepaare (m, n) zugelassen, bleibt das kritische Beulmuster unbestimmt und muss lediglich die Bedingung nach Gl. 2.7 erfüllen.

$$\frac{\bar{m}^2}{(\bar{m}^2 + n^2)^2} = \sqrt{\frac{(t/r)^2}{12(1 - \nu^2)}} \quad (2.7)$$

Stellt man Gl. 2.7 grafisch dar (Bilder 2.3 und 2.4), erhält man den „Koiter-Circle“ [Koiter, 1945] (englische Übersetzung in [Koiter, 1967]). Die möglichen Beulformen reichen vom achsensymmetrischen Ringbeulmuster ($m > 1, n = 0$), über das Schachbrettbeulmuster ($m > 1, n > 1$) bis zum Längsbeulmuster ($m = 1, n > 1$).

Besondere Bedeutung für die Beschreibung des Verzweigungsverhaltens von Kreiszyindern unter Axialdruck haben dabei die Wertepaare, die genau zu den Grenzwerten der oben genannten Muster führen (Tab. 2.1).

Erste Untersuchungen hinsichtlich des Nachbeulverhaltens axial belasteter Kreiszyinderschalen führten v. Kármán und Tsien [v. Karman und Tsien, 1941] ab 1941 durch. Sie

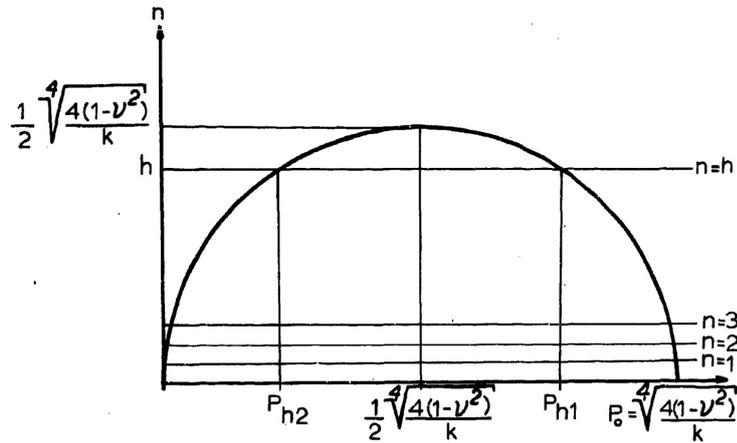


Bild 2.3: Originaldarstellung des „Koiter-Circle“ (aus [Koiter, 1970])

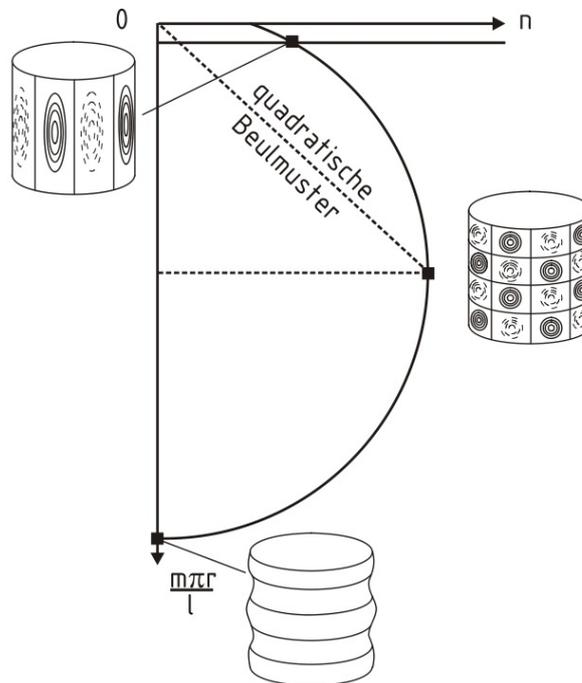


Bild 2.4: Ergänzte Darstellung des „Koiter-Circle“ (aus [Wirth, 2008])

erkannten, dass in unmittelbarer Umgebung zum stabilen, ansteigenden Vorbeulpfad, labile Gleichgewichtszustände unterhalb der kritischen Beulspannung existieren. Das Springen der Schale in einer dieser Gleichgewichtslagen kann schon durch eine geringe Störung initiiert werden. Die erreichbaren Lasten der benachbarten Gleichgewichtszustände sind so gering, dass von bösartigem Nachbeulverhalten gesprochen wird.

Rechnerisch ermittelten v. Kármán und Tsien, mittels eines zweiparametrischen Ansatzes, das Minimum der Nachbeulkurve eines Kreiszyklinders unter Axialdruck zu

$$\sigma_{\min} = 0,194E \frac{t}{r} \quad (2.8)$$

Aus Experimenten, u.a. von [Kanemitsu und Nojima, 1939], war zu dieser Zeit bereits bekannt, dass die tatsächliche Traglast des Zylinders deutlich unter der Verzweigungslast

Tabelle 2.1: Beulmuster, Wertepaare und Beulwellenlängen

Beulmuster	Anzahl Beulwellen	Wellenlänge
Ringbeule	$n = 0$	$m = \frac{l}{1,73\sqrt{rt}}$ $l_x = 1,73\sqrt{rt}$
Schachbrett	$n = \frac{2\pi r}{6,91\sqrt{rt}}$	$m = \frac{l}{3,46\sqrt{rt}}$ $l_x = l_\varphi = 3,46\sqrt{rt}$
Längsbeule	$n = \frac{2\pi r}{2l} \sqrt{\frac{l}{1,73\sqrt{rt}} - 1}$	$m = 1$ $l_\varphi = l \left(\frac{l}{1,73\sqrt{rt}} - 1 \right)^{-0,5}$

liegt und das Traglastminimum längenabhängig ist. Die von v. Karman und Tsien ermittelte Abminderung von etwa siebzig Prozent entsprach somit schon deutlicher den aus Experimenten gewonnenen Erwartungen an die Tragfähigkeit, als die Ergebnisse früherer Arbeiten.

Koiter wies 1963 die hohe Imperfektionssensitivität axial gedrückter Kreiszyinderschalen nach [Koiter, 1963]. Er entwickelte Gl. 2.9 (Notation nach [Chen, 2011]), mit der, auf Basis eines sinus-förmigen, achsensymmetrischen Vorbeulmusters, eine asymptotische Bestimmung der Traglast für kleine Vorverformungen δ_0 möglich war. Wie anhand von Bild 2.5 deutlich wird, zeigten die von Koiter bestimmten Abminderungsbeiwerte eine sehr gute Übereinstimmung mit dem heute aktuellen Stand der Technik.

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_{cl}} = 1 - \left[0,75\sqrt{3(1-\nu^2)} \right] \left| \frac{\delta_0}{t} \right| \left[\left(1 + \frac{2t}{0,75\sqrt{3(1-\nu^2)}\delta_0} \right)^{0,5} - 1 \right] \quad (2.9)$$

Anders als die Schweißimperfektion haben die von Koiter verwendete Imperfektion sowie die erste achsensymmetrische Beuleigenform in- und auswärts gerichtete Verformungsvektoren. Daher ist die Vorbeultiefe bei diesen Imperfektionsmustern doppelt so tief, wie bei der Schweißbeule. Folglich sind die Widerstände $\alpha = \sigma_u/\sigma_{cr}$ für die Schweißimperfektion mit einer Tiefe $\delta_0/t = 1$ den Ergebnissen Koiters bei einer Imperfektionstiefe von $\delta_0/t = 2$ gegenüberzustellen. Daher wurde für die Kurven nach Koiter und für die Verläufe basierend auf der ersten Eigenform die Vorbeultiefe, gegenüber der Schweißimperfektion für die Darstellung im Bild 2.5, verdoppelt (vgl. [Chen, 2011]).

Weitere rechnerische Untersuchungen von Hoff [Hoff et al., 1966] zeigten, dass bei großen r/t -Verhältnissen das Nachbeulminimum gegen null strebt. Da dies nicht durch die Experimente erklärt werden konnte, wurde der Versuch, das Nachbeulminimum als Tragfähigkeitskriterium zu verwenden, aufgegeben [Hoff, 1969].

Der Grund der unzutreffenden Vorhersage der Traglast lag in der Verwendung einer unendlich langen Schale als Berechnungsmodell. Die theoretische Bestimmung des Nachbeulverhaltens endlich langer Kreiszyinderschalen gelang u.a. [Thielmann und M., 1969].

Hutchinson und Koiter [Hutchinson und Koiter, 1970] beschäftigten sich ebenfalls mit dem Nachbeulverhalten imperfektionssensitiver Kreiszyinderschalen unter Axialdruck. Sie gaben in ihrem Artikel eine anschauliche Zusammenstellung des Wissensstandes zu dieser Zeit und zeigten Tendenzen der Forschung für die Folgejahre auf. Auch die beiden Autoren beschrieben einen starken Traglastabfall des axial gedrückten Zylinders, sobald

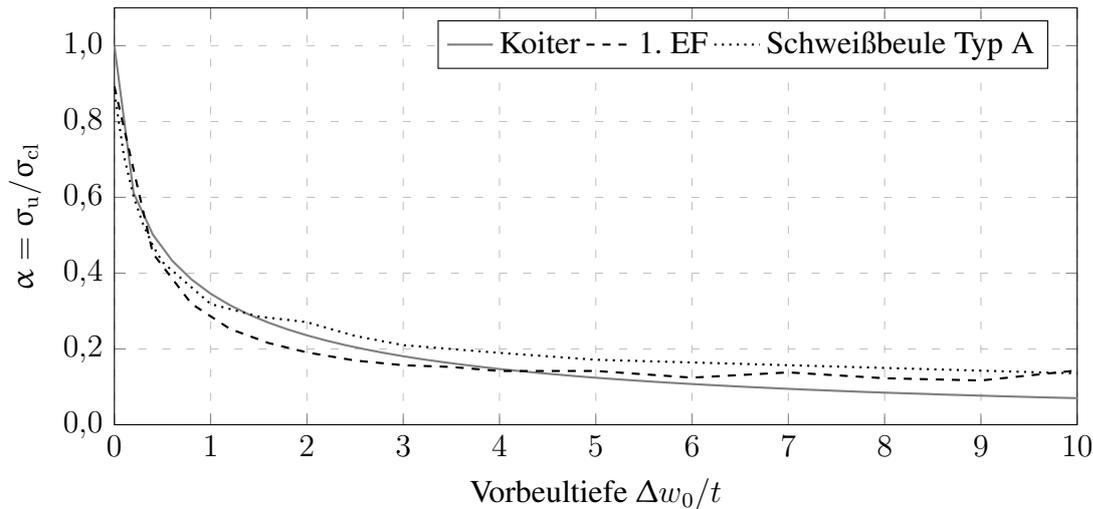


Bild 2.5: Imperfektionssensitivität nach [Koiter, 1963], mit Eigenform (1. EF) und Schweißbeule Typ A für $r/t = 1000$, S 355, $l/r = 3$

Imperfektionen in der Untersuchung eine Rolle spielten. Sie zeigten, dass die Tragfähigkeit bei einer Vorbeultiefe in der Größenordnung der Blechstärke bereits auf etwa zwanzig Prozent der Verzweigungslast fallen kann.

Die Berechnungen der frühen 1940er Jahre wurden zunehmend mit Experimenten begleitet. Seide, Weingarten und Morgan erarbeiteten bis 1960 einen Bericht [Seide et al., 1960] über die Entwicklung von Kriterien für das Stabilitätsversagen dünnwandiger Kreiszyinderschalen. In diesem Schlussbericht wurde erläutert, wie anhand von Mylarzylindern empirische untere Hüllkurven des Knockdown-Faktors α (in früheren Veröffentlichungen meist als ρ bezeichnet) zur Bestimmung der Traglast aus der Verzweigungslast abgeleitet wurden. Neben rein axialdruckbelasteten Zylindern wurde auch der Einfluss von Innendruck und Biegung auf das Stabilitätsverhalten untersucht. Die Zusammenstellung der Testergebnisse wurde von Weingarten, Morgan und Seide ergänzt [Weingarten et al., 1965].

In Karlsruhe wurden von Mitte der 80er bis Ende der 90er Jahre Regeln für den Umgang mit Silos und ihren spezifischen Beanspruchungen erarbeitet [Licht et al., 2000]. Für dieses Forschungsvorhaben wurden u.a. Versuche zum Einfluss des Schüttgutes auf die Axialbeullast durchgeführt [Licht et al., 2000]. Diese Versuchsergebnisse wurden von Knödel [Knödel, 1995] und Ummenhofer [Ummenhofer, 1996] in ihren Dissertationen detailliert beschrieben, ausgewertet und numerisch erweitert.

Auch in der jüngsten Vergangenheit wurden Versuche durchgeführt, um damit z.B. numerische Parameterstudien zu kalibrieren. Athiannan und Palaninathan [Athiannan und Palaninathan, 2004] untersuchten unversteifte Schalen unter Axialdruck und Schublast. Wirth [Wirth, 2008] wertete Versuche an Schornsteinen mit Fuchsöffnung unter Axialdruck sowie, bis dato unveröffentlichte, Testergebnisse von kleinmaßstäblichen Lipp-Silos aus, um damit die Eignung von [DIN EN 1993-1-6, 2007] zu überprüfen. Stranghöner und Gorbachov [Stranghöner und Gorbachov, 2015], [Gorbachov et al., 2017] publizierten Experimente und FEM-Berechnungen an Zylindern aus rostfreiem Edelstahl. Die Ergänzungen und Korrekturen der von Schmidt und Hautala [Schmidt und Hautala, 2000] vorgeschlagenen Beul-Abminderungsfaktoren für axialdruckbelastete Kreiszyinderscha-

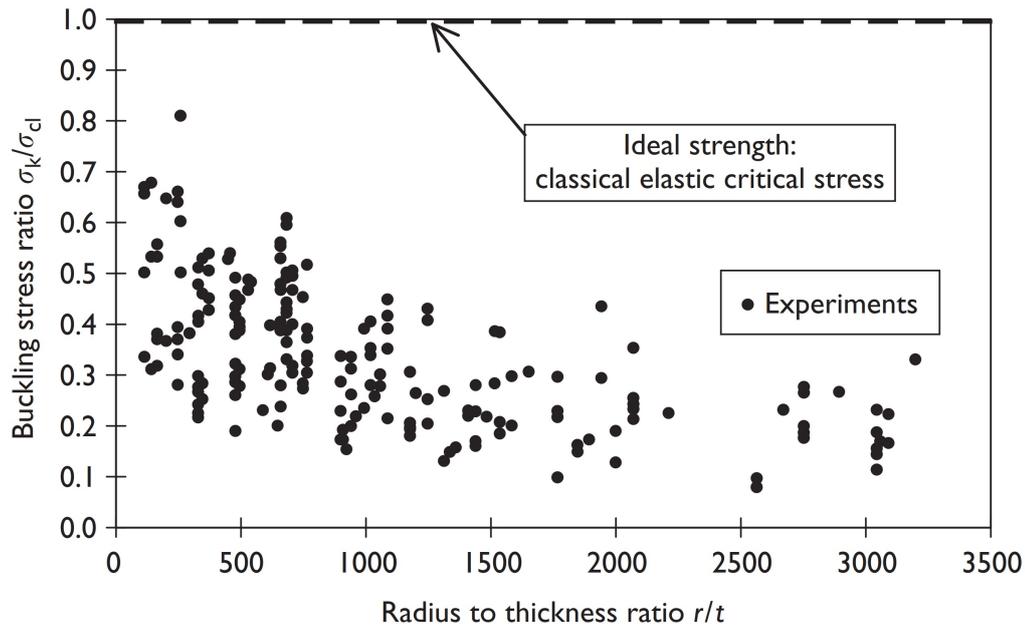


Bild 2.6: Abhängigkeit des Knockdown-Faktors α von r/t nach [Harris et al., 1957] (Darstellung aus [Rotter, 2004])

len aus rostfreiem Stahl werden voraussichtlich Einzug in DIN EN 1993-1-4 [DIN EN 1993-1-4, 2015] erhalten.

Als eine bedeutende Zusammenstellung von Versuchen ist u.a. die von Harris et. al [Harris et al., 1957] (Bild 2.6) zu nennen, die bis heute zitiert wird, u.a. von [Rotter, 1990], [Chen, 2011]). Weitere bedeutende, selektive Kollektionen von Experimenten an unversteiften, axialgedrückten Kreiszyinderschalen sind u.a. von Schulz [Schulz, 1980], Bornscheuer [Bornscheuer, 1984], Doup [Doup, 1997] sowie [Gettel, 2008] und für die Kommentierung von [DIN 18800-4, 1990] in [Schmidt und Greiner, 1998] mit deren Quasi-Nachfolger, den ECCS-Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015a], erstellt worden. Letztere beinhaltet eine rein grafische Darstellung der Versuchsergebnisse. Ein Vorschlag eines, gegenüber [DIN EN 1993-1-6, 2007] weniger konservativen Bemessungsverfahrens, konnte durch eine Neuauswertung der Experimente in [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b] für besonders dünnwandige Kreiszyinder abgeleitet werden.

Mit der besseren Verfügbarkeit von leistungsfähigen Computern und passender Software spielte die Definition der Randbedingungen eine zunehmend untergeordnete Rolle. Verbesserte Finite-Element-Programme erlaubten, u.a. Yamaki [Yamaki, 1984], ausführliche Parameterstudien an endlich langen Zylindern mit unterschiedlichen Randbedingungen bis in den Nachbeulbereich hinein durchzuführen. Seine, in Bild 2.7 exemplarisch dargestellten Ergebnisse, stellte er in Bezug zum Batdorf-Parameter Z (Gl. 2.10) dar.

$$Z = \sqrt{1 - \nu^2} \frac{l^2}{rt} \quad (2.10)$$

Die stetig verbesserte Rechentechnik erlaubte auch Rotter eine Vielzahl an Veröffentlichungen. Eine seiner bedeutenden früheren Fachbeiträge beschäftigte sich mit Schweißverzug als Imperfektionsform [Rotter und Teng, 1989] und bildet heute noch die Grundlage ausgedehnter Forschung, u.a. der Erst-, bzw. seiner Co-Autoren Sadowski [Sadowski

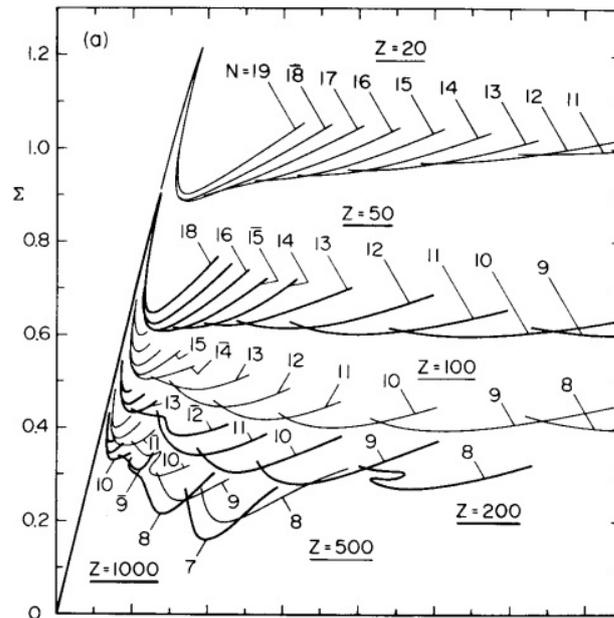


Bild 2.7: Abhängigkeit des Nachbeulverhaltens vom Batdorf-Parameter [Yamaki, 1984]

und Rotter, 2009], Chen [Chen, 2011], Al Lawati [Rotter und Al-Lawati, 2016] und Fajuyitan [Fajuyitan et al., 2017]. Rotter beeinflusste mit seinen Beiträgen, u.a. [Rotter, 1996], [Rotter, 1998], [Rotter, 1999], [Rotter, 2002] und [Rotter, 2011] maßgeblich die heute gültige Fassung von [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Im Jahre 2016 stellte er das „Reference Resistance Design“-Nachweiskonzept vor [Rotter, 2016], welches bereits über die 1. Änderung 2017 in die deutsche Fassung von [DIN EN 1993-1-6, 2007] übernommen wurde. Weiterführende Informationen für Wissenschaftler, die ihre Ergebnisse passend zum neuen Designgedanken aufbereiten wollen, gab er 2017 bei der SSTA2017-Konferenz in Danzig [Rotter, 2017].

Weiterhin wurden numerische Berechnungen an axial gedrückten Kreiszyinderschalen in jüngerer Vergangenheit von Gettel [Gettel, 2008] durchgeführt. Seine Ergebnisse im Parameterraum $0 < r/t \leq 1250$ fasste er so zusammen, dass eigenformaffine Imperfektionen grundsätzlich ungeeignet sind und schlug quasi-kollapsaffine Muster vor. Im Fall des reinen Axialdrucks stellte sich eine rotations-symmetrische, konvexe Ringbeule (Bild 2.8, B) – grafische Darstellung aus [Timmel, 2004] übernommen – als besonders traglastmindernd heraus. Seine Aussagen stützte er auf Berechnungen, die mit Schachbrettbeulen als Imperfektion regelmäßig höhere Traglasten ergaben, als bei der Verwendung achsensymmetrischer Muster. Er kritisierte den entsprechenden Absatz von [DIN EN 1993-1-6, 2007], der, bei einem normkonformen Vorgehen mit Skalierung der ersten Beuleigenform, zu unsicheren Ergebnissen führt.

Loose [Loose, 2008] untersuchte detailliert den Einfluss des Schweißvorgangs und dem daraus resultierenden Verzug des Kreiszyinders und führte mit dem Vorbeulmuster der Schweißsimulation und den eingepprägten Eigenspannungen eine Parameterstudie durch. Aufgrund der Komplexität der Abhängigkeiten der einzelnen Parameter voneinander konnte er keine allgemeingültigen Schlussfolgerungen ziehen, außer dass der Fügeprozess sich eindeutig auf das Stabilitätsverhalten auswirkt. Er erklärte, dass sich durch sukzessive Füllung der Schweißnähte in Umfangsrichtung die tangentielle Welligkeit verstärkt und

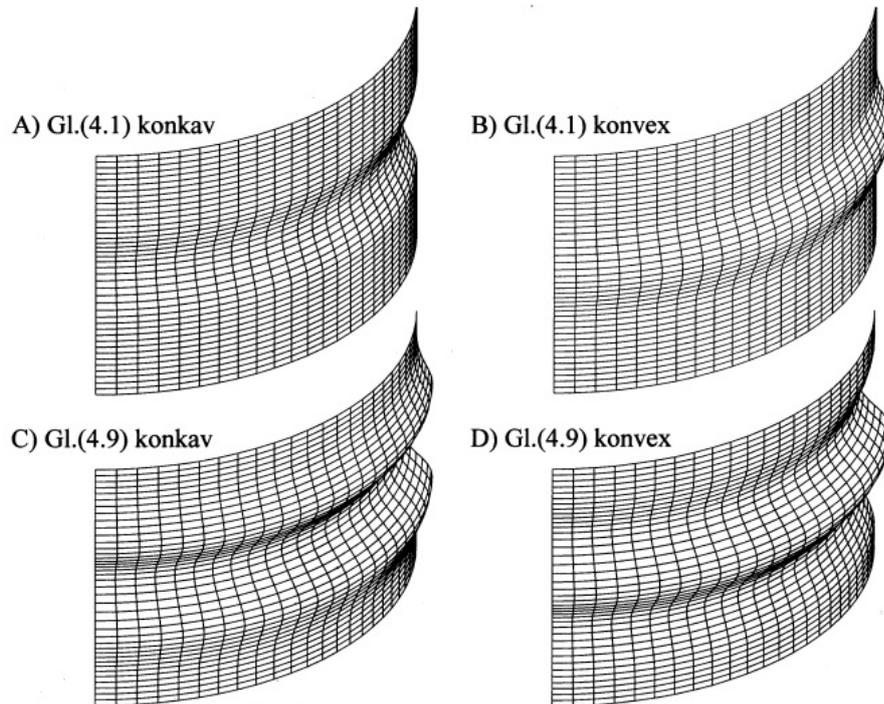


Bild 2.8: Imperfektionen für einen axial gedrückten Kreiszyylinder nach [Timmel, 2004]

daher rotationssymmetrische Verläufe von Vorbeulmustern nicht zutreffend sind. Loose stellte fest, dass die Tragfähigkeit bei der Verwendung einer transienten Wärmequelle geringer, als bei einer rotationssymmetrischen Wärmequelle ist.

In der jüngeren Vergangenheit sind nur wenige Studien, die sich mit dem axial gedrückten Zylinder befassen, publik geworden. Rotter und Al Lawati beschäftigten sich mit dem Längeneffekt auf das Beulverhalten kurzer Kreiszylinderschalen unter Axialdruck [Rotter und Al-Lawati, 2016]. Sie zeigten, dass perfekte Zylinder sich in Abhängigkeit der Länge anders als imperfekte Schalen verhalten. Bei bestimmten Längenverhältnissen stellte sich eine gesteigerte Imperfektionssensitivität mittellanger Zylinder ein. Die Autoren schlugen eine Einführung eines lastfallabhängigen Imperfektionssensitivitätsfaktors in die Norm vor. Sie warnten gleichzeitig aber davor, dass ein einzelner Faktor ggf. der mechanischen Komplexität nicht gerecht werden kann und dies daher eine ungerechtfertigte Vereinfachung darstellen könnte.

Mehr im Fokus der Forschung in den letzten Jahren waren eher dickwandige Kreiszylinderschalen unter Biegung. Reinke [Reinke, 2014] beschäftigte sich mit polygonalen Masten unter Biegung und verwendete dabei, als Referenz, ein zylindrisches Rohr. Sadowski [Sadowski und Rotter, 2013] forschte zunächst an einer vereinfachten Anwendung der Schalentheorie mittels Tabellenkalkulationsprogrammen als Ersatz für Finite-Element-Berechnungen. Später publizierte er als Co-Autor von Rotter [Rotter et al., 2014] Untersuchungen an biegebeanspruchten Kreiszylinderschalen mit unterschiedlichen Längenverhältnissen und der Bemessung von Kreishohlprofilen unter Biegebeanspruchung [Rotter und Sadowski, 2014]. Zusammen mit seinen Co-Autoren Sadowski und Rotter veröffentlichte Fajuyitan [Fajuyitan et al., 2015] eine Parameterstudie zum Einfluss der Lagerungsbedingungen von perfekten und imperfekten Kreiszylindern unter Biegung und verschiedenen Längenverhältnissen auf deren Traglast. Zwei Jahre darauf veröffentlichte Fajuyitan mit

Sadowski und Wadee [Fajuyitan et al., 2017] Ergebnisse einer numerischen Studie an kurzen, biegebelasteten Kreiszyinderschalen mit einer Schweißimperfektion.

Peters und seine Co-Autoren [Peters et al., 2017] stellten beim Eurosteel 2017-Kongress eine Studie vor, die sich mit der Kalibrierung des Eurocode-Designmodells für biegebeanspruchte, dünnwandige Zylinder beschäftigte. Motiviert durch die vielfältigen und abweichenden Regelungen in aktuellen Normen, wurde eine neue Dimensionierungsvorschrift auf Grundlage des Bemessungskonzepts mit Referenzwiderständen („Reference Resistance Design“) entwickelt. Das vorgestellte Modell ist bereits in der überarbeiteten Norm [DIN EN 1993-1-6, 2017] enthalten.

Die Aufzählung nur weniger, ausgesuchter Beiträge Rotters zur Entwicklung der aktuellen Norm wird seinem Einfluss auf das aktuelle Regelwerk nicht gerecht. Zusammen mit seinen Co-Autoren ebnete er den Weg für ein modernes, zukunftsorientiertes Regelwerk, [DIN EN 1993-1-6, 2017], das die Brücke von den empirisch gewonnenen Abminderungskurven und deren numerische Erweiterung bis hin zu rein numerisch ermittelten Abminderungsfunktionen schlägt. Dabei ermöglicht die Norm vereinfachte Nachweise für eine schnelle und sichere Bemessung. Sie erlaubt darüber hinaus aber auch die Anwendung numerischer Methoden und gibt explizite Handlungsempfehlungen für die numerische Analyse. Neben seinem Engagement in der Normenentwicklung ist er Autor und Editor von „Buckling of Thin Metal Shells“ [Rotter und Teng, 2004]. Zusammen mit den Mitgliedern der Arbeitsgruppe *TWG 8.4 – Shells*, leistete er wertvolle Beiträge für die Kommentierung von EN 1993-1-6 in den ECCS Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015a].

2.1.2 Ringversteifte Schalen unter Axialdruck

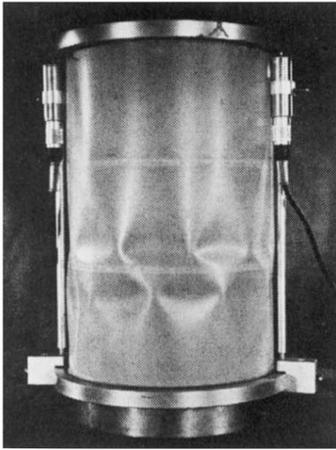
Die Literatur zu ringversteiften Kreiszyinderschalen unter Axialdruck ist bei Weitem nicht so umfassend, wie die des axialdruckbelasteten, isotropen Zylinders. Die bedeutendsten Veröffentlichungen entstanden Ende der 1960er bzw. Anfang der 1970er Jahre und stammen von Singer und seinen Co-Autoren.

Die Forschung an versteiften Kreiszyindern unter Axialdruck begann jedoch schon früher. In den 1930ern wurden durch Flügge [Flügge, 1932] erste Erkenntnisse zu versteiften Schalen gewonnen. Er erkannte, dass die Anordnung der Steifen (innen- oder außenliegend) einen Einfluss auf das Tragverhalten der Schale hat.

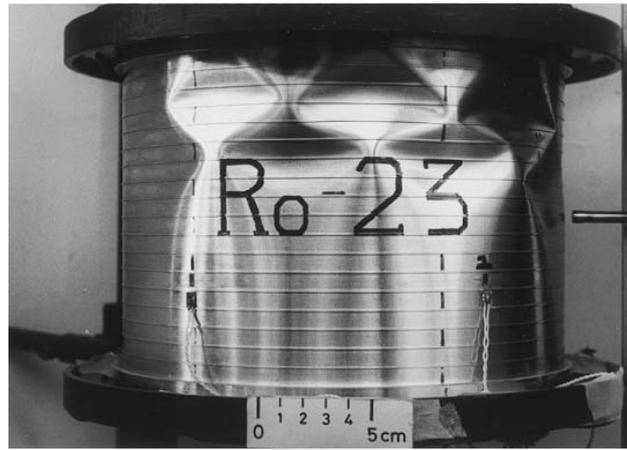
Mit der wachsenden Bedeutung der Luft- und Raumfahrt sowie der Schifffahrt in Verbindung mit steigenden Anforderungen an das Traggerüst der verwendeten Strukturen (leichtere Konstruktionen bei höheren Belastungen z.B. infolge höherer Geschwindigkeiten) intensivierte sich die Forschung mit Beginn der 1960er Jahre.

Eine Vielzahl an Publikationen aus dieser Zeit entstammen den Arbeiten von Singer, u.a. [Singer et al., 1965], [Baruch et al., 1966] und [Singer, 1967a]. Neue Erkenntnisse in den frühen 70er Jahren wurden u.a. durch [Singer, 1971], [Singer, 1972], [Singer und Rosen, 1974] und [Weller und Singer, 1974] publiziert. Im Zuge von luft- und raumfahrtorientierten Studien wurde eine große Anzahl von Versuchen, nicht nur für ringversteifte, sondern auch längsversteifte Zylinder unter Axial- und Manteldruck, durchgeführt. Eine umfangreiche Zusammenstellung kritisch ausgesuchter Versuche wurde 1969 von Peterson in [Peterson, 1969] veröffentlicht.

Seitdem die intensiven Forschungen der 60er und 70er Jahre des 20. Jahrhunderts nahezu zum Erliegen gekommen sind, wurden nur vereinzelt weitere Forschungsergebnisse



(a) Lokales Versagen bei großem Steifenabstand



(b) Globales Versagen bei engliegenden Steifen

Bild 2.9: Versagensformen ringversteifter Kreiszyylinder aus [Singer, 2004]

publiziert, die sich mit Experimenten rund um das Thema der ringversteiften Kreiszyinderschalen unter Axialdruck befassen. So beschäftigten sich Grove und Didriksen mit dem Beulverhalten ringversteifter Kreiszyylinder unter Axialdruck und einer Querlast am oberen Schalenende [Grove und Didriksen, 1971]. Weitere Publikationen stammen zudem von Odland [Odland, 1981], der die Unterschiede geschweißter Probekörper gegenüber sorgfältig maschinell gefertigter Proben herausstellte und Kawamoto [Kawamoto und Yuhura, 1986], der bei seinen Tests ausschließlich maschinell gefertigte Zylinder verwendete.

Für das Beulverhalten maßgebende Parameter, wie z.B. geometrische Abweichungen von der idealen Kreiszyylinderform und Eigenspannungen, sind in den Dokumentationen der Experimente häufig nur ungenügend aufgeführt worden. Eine der wenigen Publikationen, die ausführlich dokumentierte Vermessungsergebnisse verfügbar machte, ist die Arbeit von Baker, Bennet und Babcook [Baker et al., 1982]. Sie untersuchten außermittig belastete Kreiszyinderschalen mit variablen Ringsteifenabständen auf deren Tragfähigkeit hin. Ein Jahr später publizierten Baker und Bennet [Baker und Bennett, 1983] Versuche an ringversteiften Kreiszyindern mit versteiften Öffnungen.

Die rasante Weiterentwicklung der Bauweise im Luft- und Raumfahrtbereich, aber auch in der Offshore- bzw. Schifffahrtsindustrie, sorgte dafür, dass unversteifte Schalen von ring-, längs- oder kombiniert versteiften Bauweisen verdrängt wurden. Aufgrund der hohen Beanspruchungen durch Axialdruck, Biegung und Umfangsdruck kamen häufig engliegende Ringsteifen in Verbindung mit dicken Blechen zum Einsatz. Dies führte dazu, dass entweder nicht die Steife oder das Blech zuerst, isoliert betrachtet, versagte, sondern auch die Interaktion aus beiden Komponenten berücksichtigt werden musste. Es stellten sich regelmäßig entweder lokales Mantelbeulen (Bild 2.9a), globale Instabilität (Bild 2.9b) oder ein achsensymmetrischer, plastischer Kollaps als Versagensursache bei den Experimenten ein [Singer, 2004].

Schon 1967 beschrieb Singer in seinem Versuchsbericht [Singer, 1967b], dass sich, abhängig von der Geometrie, achsensymmetrische oder Schachbrettbeulmuster als Versagensfigur zeigen können. Auch bei lokalem Versagen haben die Ringsteifen einen erkennbar versteifenden Effekt und kräftige Ringsteifen zwingen die Schale zum achsen-

symmetrischen Ausbeulen. Globales und lokales Versagen können interagieren und die erreichbare Traglast absenken.

Während Versuche an mittellangen Kreiszyinderschalen eine hohe Streuung der Resultate zeigen, lässt sich dies nicht auf Versuchsergebnisse von kurzen Zylinderschalen übertragen. Ein Grund dafür ist die typischerweise achsensymmetrische Versagensform, die, aufgrund des stabilen Nachbeulverhaltens, von Singer als nicht imperfektionssensitiv eingestuft wurde. Als zweiten Grund gab Singer den größeren Einfluss durch die Verdrehbehinderung an den Schalenrändern an. Ein beidseitig am Horizontalrand eingespannter Plattenstreifen, würde etwa die vierfache Verzweigungslast eines mittellangen, gelenkig gelagerten Kreiszyinders erreichen.

Nach Singer ließ sich, das bei unversteiften Schalen typische, Schachbrettbeulmuster im Nachbeulbereich bei weit versteiften Kreiszyindern mit torsionsweichen Ringsteifen ebenfalls beobachten (Bild 2.9a). Wenn die Steifen eine hohe Torsionssteifigkeit haben, ist es hingegen wahrscheinlich, dass eine lokale, achsensymmetrische Versagensfigur eintritt. Globales Versagen ist typisch für dünnwandige, engringversteifte Zylinder mit weichen Ringsteifen. Kräftigere Blechdicken führen bei eng-, wie auch beliebig ringversteiften Kreiszyindern in der Regel zu einem achsensymmetrischen Ausbeulen (Ringbeule). Innenliegende Steifen begünstigen die Ausbildung von Schachbrettbeulen, wobei die positive Exzentrizität die Beullast gegenüber zentrisch versteiften Zylindern verringert. Bei außenliegenden Steifen ist die Exzentrizität nahezu ohne Auswirkung, da die Kreiszyinderschale tendenziell mit einem achsensymmetrischen Beulmuster versagt. Die zugehörige Beullast lässt sich mittels Gl. 2.11 ermitteln.

$$P_{cr} = \frac{2\pi t^2 E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(1 + \sqrt{\frac{A_{st}}{a_{st} t}} \right) = P_{cl} \sqrt{1 + k_{st}} \quad (2.11)$$

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} \quad (2.12)$$

$$\overline{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73\sqrt{rt}} \quad (2.13)$$

Exemplarisch werden die Testergebnisse aus Singers Bericht [Singer, 1967b] dargestellt. Die Versuchsschalen wurden mit „MZ1“ bis „MZ18“ bezeichnet und sind in Tab. 2.2 zusammengestellt. Die Dünnwandigkeiten lagen bei etwa $600 \leq r/t \leq 750$, Ringversteifungsgrade k_{st} erreichten Werte zwischen 0,12 und 0,55 bei bezogenen Steifenabständen $\overline{\omega}_{rst}$ (Gl. 2.13) zwischen etwa 0,6 bis 1,2. Alle Versuchskörper versagten mit einem Schachbrettbeulmuster, exemplarisch gezeigt anhand von MZ-2 und MZ-3 (Bild 2.10). Während MZ-1 bis MZ-14 beim Versuch bis in ein tiefes plastisches Regime getestet wurden, wurde dies bei MZ-15 bis MZ-18 über ein Distanzstück verhindert. Bei der Entlastung der letztgenannten Zylinder verschwanden die Beulen vollständig. Die anschließende, mehrfache Wiederholung der Belastung resultierte in konsequent weiter abnehmenden Traglasten. Obwohl kein achsensymmetrisches Beulen erkennbar war, vermutete Singer, dass vor dem Einfallen der Schachbrettbeulen sich Ringbeulen ausbildeten, die aber aufgrund des plötzlichen Ausbeulens optisch nicht erkennbar gewesen wären. Seine Vermutung wurde von dem Verlauf der gemessenen Dehnung entlang einer Umfangslinie gestützt, die allesamt auf eine achsensymmetrische Verformung hinwies. Er erkannte weiterhin, dass tendenziell die Traglast mit steigendem Steifenabstand abnimmt (Bild 2.11).

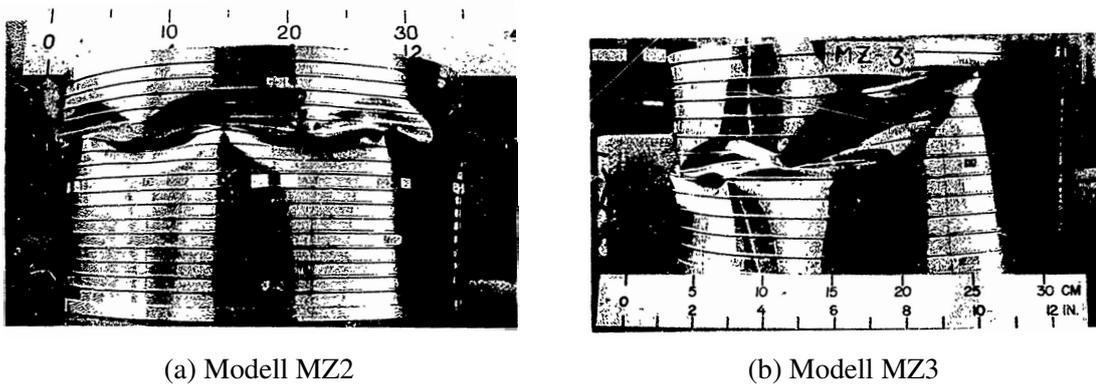


Bild 2.10: Nachbeulverformung aus [Singer, 1967b]

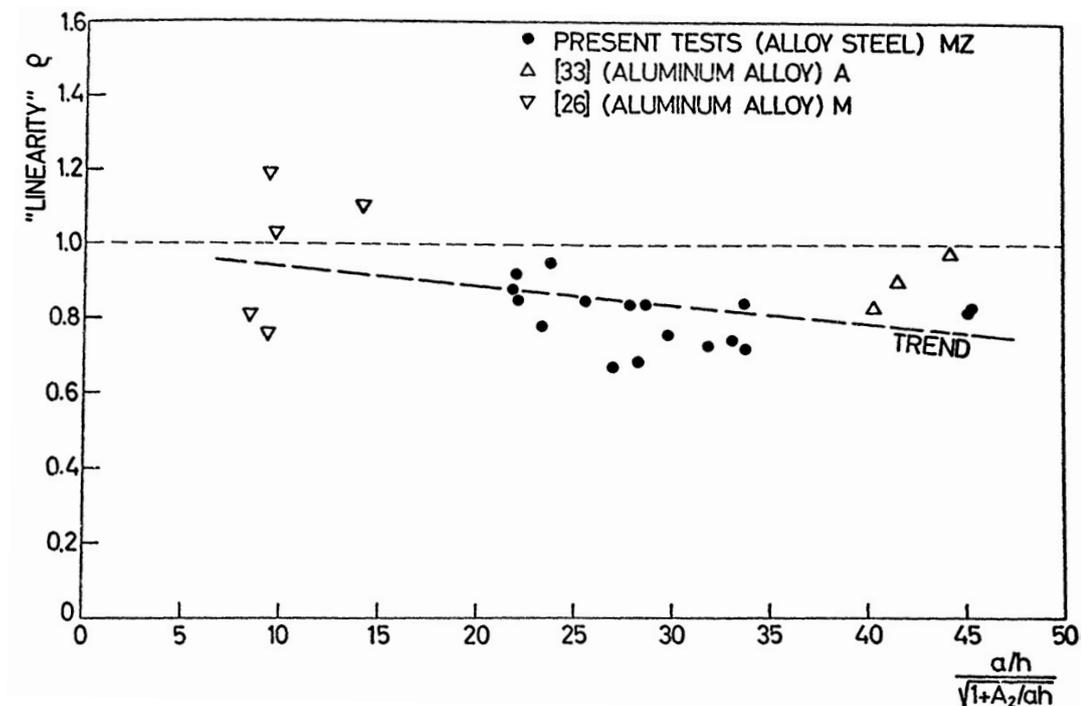


Bild 2.11: Ringversteifte Zylinder mit weiten Steifenabständen aus [Singer, 1967b]

Das Tragverhalten ringversteifter Kreiszylinderschalen lässt sich nach Singer [Singer, 1967b] über das Verhältnis aus Ringsteifenfläche zum Steifenabstand und der Schalenwanddicke zutreffend beschreiben (Gl. 2.12). Dieses Verhältnis wird im Folgenden *Ringparameter* bzw. *Ringversteifungsgrad* bezeichnet. In seinen Veröffentlichungen verwendete Singer den Parameter A_2/ah als Ausdruck für den Ringparameter und ρ für das Verhältnis aus experimentell erreichtem Widerstand F_{exp} zur „klassischen“ Verzweigungslast F_{cl} (ρ wird im aktuelleren Schrifttum als Knockdown-Faktor α bezeichnet).

Mit steigendem Ringparameter nimmt der Widerstand versteifter Schalen deutlich zu, wie sich im Bild 2.12 erkennen lässt. Schon geringe Ringversteifungsgrade reichen aus, um, gegenüber unversteiften Kreiszylinderschalen, deutliche Verbesserungen des Tragwiderstands zu erzielen. Wenn die Ringsteifen den selben Querschnitt, wie der zugehörige

Tabelle 2.2: Ringversteifte Kreiszyylinder unter Axialdruck, Versuche aus [Singer, 1967b]

Modell	r [mm]	t [mm]	l [mm]	b_{st} [mm]	t_{st} [mm]	a_{st} [mm]	k_{st}	E [MPa]	f_y [MPa]	σ_{exp} [MPa]
MZ-1	175.6	0.283	200.0	1.007	1.504	10.000	0.535	200000	500	162
MZ-2	175.6	0.280	200.0	1.019	1.500	10.000	0.546	200000	500	203
MZ-3	175.6	0.285	200.0	1.032	1.495	15.000	0.361	200000	500	188
MZ-4	175.6	0.284	200.0	1.032	1.496	15.000	0.362	200000	500	190
MZ-5	175.6	0.274	200.0	0.581	1.231	7.000	0.373	200000	500	201
MZ-6	175.6	0.253	200.0	0.597	1.201	7.000	0.405	200000	500	162
MZ-7	175.6	0.268	200.0	0.836	1.196	10.000	0.373	200000	500	158
MZ-8	175.6	0.258	200.0	0.795	1.201	10.000	0.370	200000	500	155
MZ-9	175.6	0.281	200.0	0.444	1.201	7.000	0.271	200000	500	186
MZ-10	175.6	0.281	200.0	0.444	1.201	7.000	0.271	200000	500	202
MZ-11	175.6	0.271	200.0	0.455	1.203	10.000	0.202	200000	500	172
MZ-12	175.6	0.270	200.0	0.448	1.193	10.000	0.198	200000	500	148
MZ-13	175.6	0.246	200.0	0.625	1.199	7.000	0.435	200000	500	198
MZ-14	175.6	0.236	200.0	0.293	1.190	7.000	0.211	200000	500	121
MZ-15	175.6	0.249	200.0	0.254	1.294	8.000	0.165	200000	500	140
MZ-16	175.6	0.295	200.0	0.224	1.296	8.000	0.123	200000	500	183
MZ-17	175.6	0.255	200.0	0.449	1.199	8.000	0.264	200000	500	165
MZ-18	175.6	0.245	200.0	0.534	1.204	8.000	0.328	200000	500	134

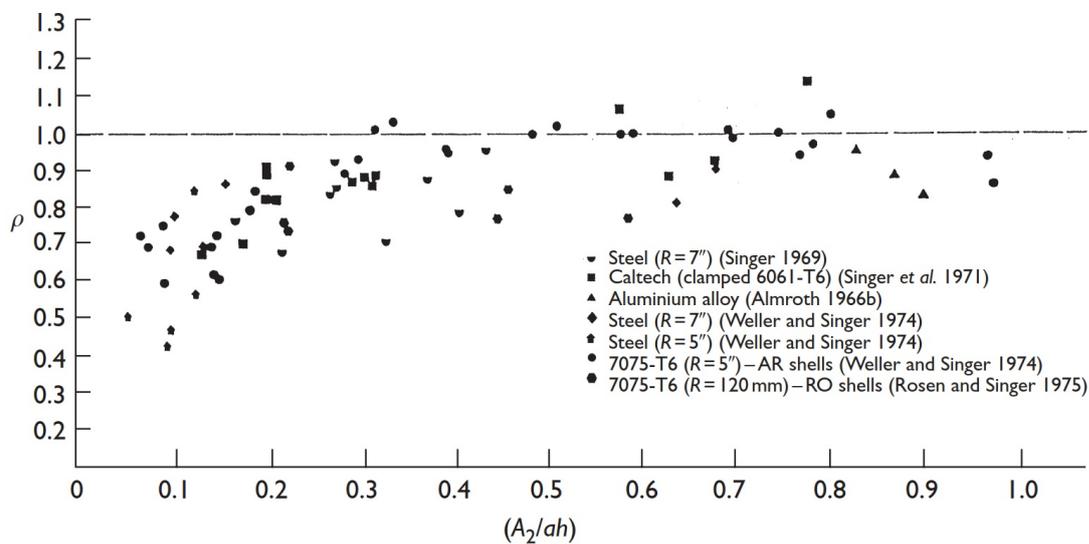


Bild 2.12: Knockdown-Faktor abhängig vom Ringparameter nach [Singer, 2004]

Bereich des versteiften Mantelbleches haben, kann der Kreiszyylinder mindestens etwa achtzig Prozent der Verzweigungslast aufnehmen, ehe ein Versagen eintritt.

Singer [Singer, 2004] erkannte, dass die Imperfektionsempfindlichkeit versteifter Schalen noch immer deutlich erkennbar, wohl aber sehr viel geringer als die von unversteiften Schalen ist. Die verringerte Sensitivität erklärte er mit der fehlenden Clustering der Eigenwerte. Während bei unversteiften Kreiszyindern viele verschiedene mögliche Beulmuster

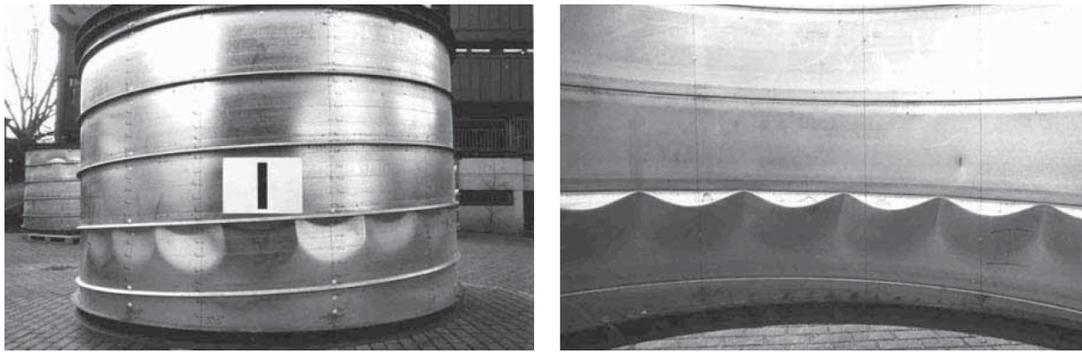


Bild 2.13: Nachbeulverformung von Silo I aus [Wirth, 2008]

bei der nahezu identischen Last ein Versagen initiieren können, begrenzen Längs- und Ringsteifen die möglichen Versagensmodi.

Mit seinen Buchkapiteln in [Singer et al., 2002] und [Singer, 2004] gab er wertvolle Hintergrundinformationen zur Experimentvorbereitung und -durchführung mit ringversteiften Schalen und stellte den aktuellen Stand des Wissens umfassend zusammen.

Eine Zusammenstellung vieler Versuchsergebnisse ist in [Barlag, 2003] zu finden. Barlag beschäftigte sich mit der Nachweisführung versteifter Kreiszyinderschalen anhand verschiedener Regelwerke. In dem kurzen Kapitel zur axialdruckbelasteten, ringversteiften Schale beschrieb sie, dass sich sowohl mit den DNV-Rules [DNV-OS-C101, 1982], als auch mit dem API-Bulletin [API Bull 2U, 1987] das verbesserte Tragverhalten berücksichtigen lässt. Hingegen lassen weder [DAST-Ri 013, 1980], [DAST-Ri 017, 1992], [DIN 18800-4, 1990] noch die ECCS-Recommendations [ECCS Rec. 4th Ed., 1988] eine spezifische Aussage hinsichtlich axialdruckbelasteter, ringversteifter Kreiszyinderschalen zu. Sie stellte die Beul-Abminderungskurven von [DIN 18800-4, 1990] den Versuchsergebnissen gegenüber und zeigte die ausgeprägte Konservativität des Regelwerks hinsichtlich ringversteifter Kreiszyinderschalen.

Eher am Rande beschäftigte sich Wirth [Wirth, 2008] mit ringversteiften Schalen, als er Versuche an kleinmaßstäblichen, spiralfalzten Lipp-Silos unter Axialdruck nachvollzog und die Eignung von [DIN EN 1993-1-6, 2007] für die Bemessung von Kreiszyinderschalen unter Axialdruck überprüfte. Aufgrund der Geometrie (großer Steifenabstand von etwa 390 mm bei 1,5 mm (Silo I) bzw. 2,5 mm (Silo II) Blechdicke und einer Steifenquerschnittsfläche von etwa 180 mm² für Silo I bzw. 300 mm² beim Silo II) war ein geringer Einfluss der Ringsteifen zu erwarten. Wirth unterstellte für seine Berechnungen, dass die Falze ausreichend steif sind, um als Beulsteife zu wirken. Die ausschließlich ringversteiften Silos I und II versagten durch lokales Beulen unmittelbar unterhalb des Doppelfalzes (Bilder 2.13 und 2.14).

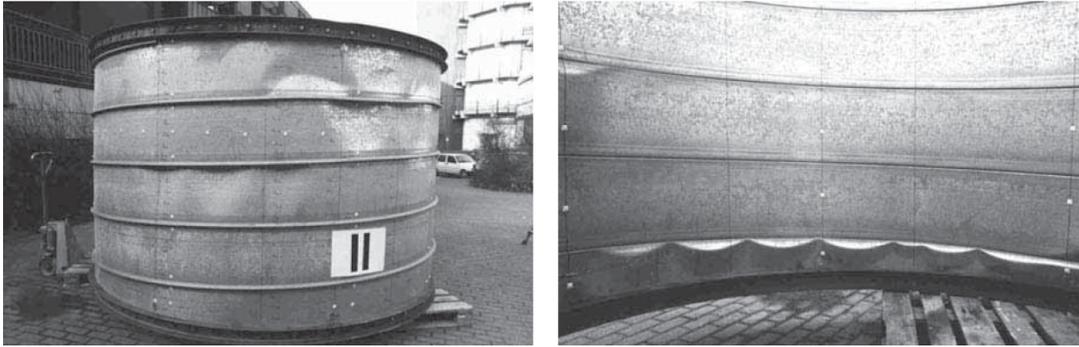


Bild 2.14: Nachbeulverformung von Silo II aus [Wirth, 2008]

2.1.3 Theorie verschmierter Steifen

Neben der experimentellen Untersuchung versteifter Kreiszyinderschalen widmete sich Singer auch der numerischen Berechnung. Basierend auf den Beobachtungen bei den Experimenten entwickelte er die „Smearred Stiffener Theory“, also die verschmierte Berücksichtigung der Steifen in einem Rechenmodell. Grundlage dieser Vereinfachung ist die Annahme, dass die Steifen so eng beieinander liegen, dass kein lokales Beulen auftreten kann und somit globales Versagen das Bemessungskriterium wird.

Bei der „Smearred Stiffener Theory“ werden Ring- und Längssteifen in den Gleichgewichtsbedingungen über Verformungen, Kräfte und Momente berücksichtigt. Die Steifen werden äquivalent auf das Mantelbereich verteilt, ohne dass die einzelnen Teile sich berühren. Somit wird die Torsionssteifigkeit, auf der sicheren Seite liegend, unterschätzt.

Grundlegende Annahmen für die Berechnung sind:

- Die Steifen sind gleichmäßig über den gesamten Zylinder verteilt. Sie liegen eng beieinander und es wirkt somit die gesamte Zylinderschale mit. Größere Abstände lassen sich durch eine Abminderung der Steifigkeitsanteile, über die Einführung einer mitttragenden Breite, berücksichtigen.
- Die Dehnungen $\varepsilon_x(z)$ und $\varepsilon_\phi(z)$ variieren linear in der Steife und im Blech. Wo Steife und Blech sich treffen, haben beide Elemente die gleiche Dehnung.
- Die Membranschubkraft $N_{x\phi}$ wird ausschließlich über den Mantel übertragen.
- Die Torsionssteifigkeit der Steife wird zur Mantelsteifigkeit addiert.
- Die Bezeichnungen richten sich nach Bild 2.15. Dabei steht der Index „1“ für Längssteifen und „2“ für Ringsteifen. Die Koordinaten x, ϕ, z bzw. u, v, w beziehen sich auf die Mittelfläche der Schalenhaut. Es gelten die Bezeichner nach Tab. 2.3 bzw. Bild 2.15.

Da die Donnell'sche Schalentheorie Anwendung findet, gelten zudem folgende Restriktionen und Annahmen (nach [Yamaki, 1984]):

- Die Wandstärke ist gegenüber dem Radius und der Schalenlänge gering:
 $t \ll r$ und $t \ll l$.
- Auftretende Dehnungen sind sehr gering, sodass das Hook'sche Gesetz Gültigkeit behält: $\varepsilon \ll 1$.

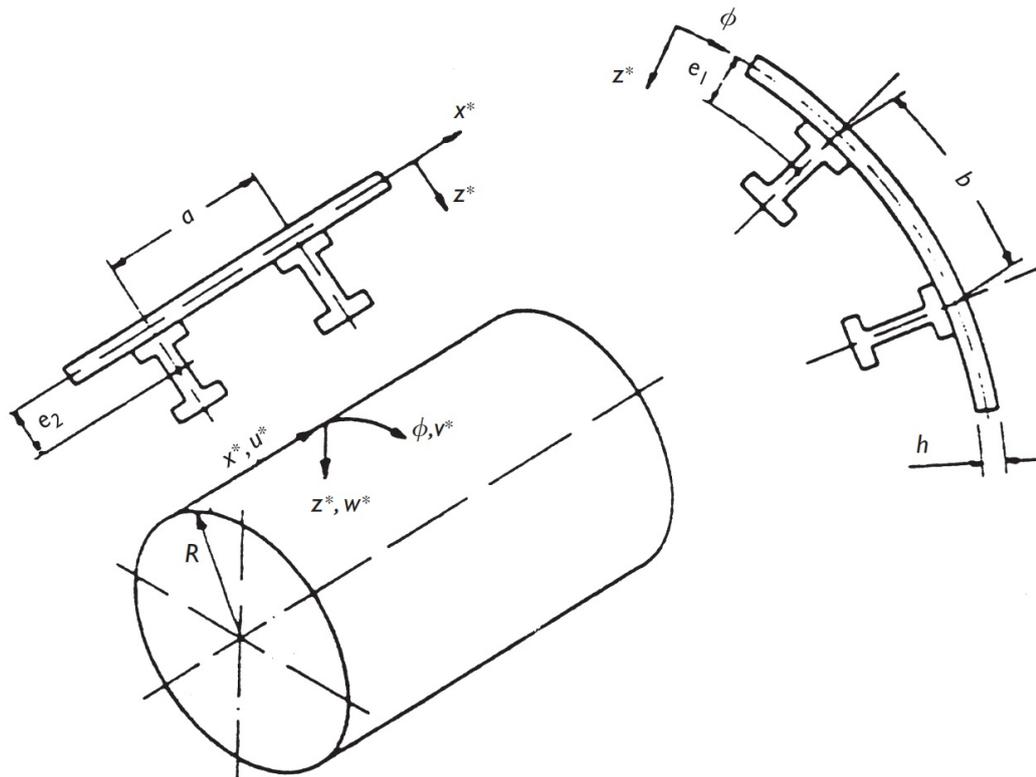


Bild 2.15: „Smeared Stiffener Theory“ – Bezeichnungen aus [Singer, 2004]

Tabelle 2.3: Smeared Stiffener Theory - Definition der Variablen nach [Singer, 2004]

Bezeichner	Bedeutung
R	Schalenradius
h	Mantelstärke
x, u	Schalenmeridian (Längsachse der Längssteife)
ϕ, y	Schalenumfang (Längsachse der Ringsteife)
z, w	Radiale Koordinate
e	Abstand Schwerpunkt Schalenmittelfläche zu Schwerelinie der Steife
a	Abstand der Ringsteifen
b	Abstand der Längssteifen

- Gerade Linien senkrecht zur unverformten Schalenmittelfläche bleiben gerade und senkrecht auch zur verformten Schalenmittelfläche, wobei deren Länge konstant bleibt.
- Die Normalspannung senkrecht zur Mittelfläche ist vernachlässigbar gering gegenüber der Meridian- und Umfangsspannungen, wobei der Meridian die vertikale Achse des Zylinders beschreibt.
- Verformungen horizontal (u und w) sind nahezu null, während die Vertikalverformung w in etwa in der Größenordnung der Blechdicke liegt: $u \ll t$, $v \ll t$ und $w \cong t$ bzw. 0.

- Die Richtungsableitungen der meridionalen Verformungen sind klein aber ihre Quadrate und Produkte liegen in etwa in der Größenordnung der berücksichtigten Dehnungen. Es gilt Gl. 2.14.

$$\left\{ \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right| \right\} \ll 1, \quad \left\{ \left(\left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \right)^2, \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \cdot \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right|, \left(\left| \frac{\partial w}{\partial y} \right| \right)^2 \right\} = 0(\varepsilon) \quad (2.14)$$

- Änderungen in der Krümmung sind klein und der Einfluss der Horizontalverformungen ist so gering, dass sie über lineare Funktionen beschrieben werden können.

Das Gleichungssystem lässt sich mit den Ansätzen, die bereits bei unversteiften Schalen mit Gl. 2.4 vorgestellt wurden, lösen, wenn eine gelenkige und unverschiebliche Randlagerung angenommen werden kann. Es muss gelten: $w = M_x = N_x = v = 0$. In [Singer, 2004] sind gegenüber Gl. 2.4 die Parameter n und m vertauscht. Die Gleichungen, die im Folgenden in diesem Abschnitt angegeben werden, beziehen sich auf die Definition, die [Wirth, 2008] entnommen wurde.

Einige Hilfsgrößen wurden definiert, um die Darstellung der Gleichungen übersichtlicher zu gestalten. Die Notation aus Bild 2.15 wird beibehalten und damit z.B. h statt t für die Blechstärke verwendet.

- Hilfsgröße zur Beschreibung der Schalensteifigkeit: D

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.15)$$

- Parameter zur Berücksichtigung der durch die Steifen vergrößerten Querschnittsfläche: ν

$$\mu_1 = (1 - \nu^2) \frac{A_1 E_1}{Ehb} \quad (2.16a)$$

$$\mu_2 = (1 - \nu^2) \frac{A_2 E_2}{Eha} \quad (2.16b)$$

- Änderung der Steifigkeit infolge der Exzentrizitäten der Steifen: χ

$$\chi_1 = (1 - \nu^2) \frac{A_1 E_1 e_1}{Ehbr} \quad (2.17a)$$

$$\chi_2 = (1 - \nu^2) \frac{A_2 E_2 e_2}{Ehar} \quad (2.17b)$$

- Die vergrößerte Biegesteifigkeit: η_0

$$\eta_{01} = \frac{E_1 I_1}{bD} \quad (2.18a)$$

$$\eta_{02} = \frac{E_2 I_2}{aD} \quad (2.18b)$$

- Die vergrößerte Verdrillsteifigkeit: η_t

$$\eta_{t1} = \frac{G_1 I_{t1}}{bD} \quad (2.19a)$$

$$\eta_{t2} = \frac{G_2 I_{t2}}{aD} \quad (2.19b)$$

- Die infolge der Exzentrizitäten veränderte Biegesteifigkeit: ζ

$$\zeta_1 = \frac{E_1 A_1 e_1 R}{bD} \quad (2.20a)$$

$$\zeta_2 = \frac{E_2 A_2 e_2 R}{aD} \quad (2.20b)$$

Die Schnittgrößen lassen sich dann mit den Gleichungen 2.21 a bis g ermitteln.

$$N_x = \frac{Eh}{1 - \nu^2} [u_x (1 + \mu_1) + \nu (v_\phi - w) - \chi_1 w_{xx}] \quad (2.21a)$$

$$N_\phi = \frac{Eh}{1 - \nu^2} [(v_\phi - w) (1 + \mu_2) + \nu u_x - \chi_2 w_{\phi\phi}] \quad (2.21b)$$

$$N_{x\phi} = N_{\phi x} = \frac{Eh}{2(1 + \nu)} (u_x + v_\phi) \quad (2.21c)$$

$$M_x = -\frac{D}{R} [w_{xx} + (1 + \eta_{01}) + \nu w_{\phi\phi} - \zeta_1 u_x] \quad (2.21d)$$

$$M_\phi = -\frac{D}{R} [w_{\phi\phi} + (1 + \eta_{02}) + \nu w_{xx} - \zeta_2 (v_x - w)] \quad (2.21e)$$

$$M_{x\phi} = +\frac{D}{R} [(1 - \nu) + \eta_{t1}] (w_{x\phi}) \quad (2.21f)$$

$$M_{\phi x} = -\frac{D}{R} [(1 - \nu) + \eta_{t2}] (w_{x\phi}) \quad (2.21g)$$

Mit der linearen „Smeared Stiffener Theory“ lassen sich Eigenwerte der axialdruckbelasteten Kreiszyinderschale mit engen Steifenabständen mit praxistauglicher Genauigkeit ermitteln. Dabei wird ein linearer Vorbeulzustand vorausgesetzt. Es wirken ausschließlich Membrankräfte. Durch die Ersetzung der ursprünglichen Kraft- und Momentenbedingungen der Donnell'schen Stabilitätsgleichungen mit denen aus Gln. 2.21 a-g, ergibt sich ein Gleichungssystem, mit dem sich die unbekanntenen Verformungen berechnen lassen (Gln. 2.22 a bis c).

$$0 = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left[(1 + \mu_1) u_{xx} + \frac{1 - \nu}{2} u_{\phi\phi} + \frac{1 + \nu}{2} v_{x\phi} - \chi_1 w_{xxx} - \nu w_x \right] \quad (2.22a)$$

$$0 = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left[\frac{1 + \nu}{2} u_{x\phi} + (1 + \mu_2) v_{\phi\phi} + \frac{1 - \nu}{2} v_{xx} - (1 + \mu_2) w_\phi - \chi_2 w_{\phi\phi\phi} \right] \quad (2.22b)$$

$$0 = -\frac{D}{R} \left[-\zeta_1 u_{xxx} + \zeta_2 (2w_{\phi\phi} - v_{\phi\phi\phi}) + (1 + \eta_{01}) w_{xxxx} \right. \\ \left. + (2 + \eta_{t1} + \eta_{t2}) w_{xx\phi\phi} + (1 + \eta_{02}) w_{\phi\phi\phi\phi} \right. \\ \left. + 12 \left(\frac{R}{h} \right)^2 [(1 + \mu_2) (w - v_\phi) - \nu u_x] + \frac{PR}{\pi D} \frac{w_{xx}}{2} + \frac{pR^3}{D} \left(\frac{w_{xx}}{2} + w_{\phi\phi} \right) \right] \quad (2.22c)$$

Die auch unter dem Synonym „Baruch-Singer-Equations“ bekannten Gln. 2.22 a bis c sind bis heute Gegenstand von Erweiterungen, Verbesserungen, Verfeinerungen und Verifikationen, wie nachfolgend beispielhaft gezeigt wird.

Wang und Hsu [Wang und Hsu, 1985] untersuchten die Anwendbarkeit der „Smeardestiffener Theory“ auf engversteifte Kreiszyylinder unter Innendruck, konstanter Temperaturveränderung und Axialdruck. Anhand eines repräsentativen Schalenausschnitts mit Mantel, Ring- und Längssteife überprüften sie die Interaktion von Schub- und Normalkräften. Die beiden Autoren schlugen Verbesserungen hinsichtlich der Berücksichtigung der Schubübertragung zwischen Steife und Mantel vor und zeigten die Effekte anhand einiger numerischer Ergebnisse.

Jaunky, Knight und Ambur schlugen eine verbesserte „Smeardestiffener Theory“ zur Berechnung von kreuzweise versteiften Schalen vor [Jaunky et al., 1996]. Sie beschäftigten sich mit der Interaktion zwischen den Steifen und dem Mantel. Die Berücksichtigung gelang ihnen, indem sie Biege- und Koppelsteifigkeiten sowohl der Steifen, als auch des Mantels ermittelten, und dafür die Bezugsebene in die Steifenachse hinein verschoben. Die Verifikation der, mittels Rayleigh-Ritz-Methode erhaltenen, Eigenwerte stellte das Autorenteam Finite-Element-Berechnungen gegenüber. Später nutzten die drei Autoren die 1996 vorgestellte Theorie in Verbindung mit einer Optimierungsstrategie, um eine Gewichtsminimierung für kreuzweise versteifte Schalen zu erreichen [Jaunky et al., 1998]. Dafür untersuchten sie sowohl globales, als auch lokales Beulen einzelner Segmente.

Kidane et al. [Kidane et al., 2003] bestimmten die globale Beullast für kreuzweise versteifte Schalen mittels „Smeardestiffener Theory“. Sie ermittelten äquivalente Steifigkeiten anhand eines repräsentativen Ausschnitts und verschmierten Kräfte und Momente der Steifen mit dem Mantel. Die dafür notwendigen Matrizen (Dehnung, Kopplung, Biegung) wurden ermittelt und der Schalenhaut überlagert, mit dem Ziel eine zutreffende Steifigkeitsverteilung zu erreichen. Mit der Energiemethode konnten die Autoren die Verzweigungslast für ausgewählte Versteifungskonfigurationen bestimmen und einem Experiment an einem Verbundwerkstoffzylinder gegenüberstellen. Abschließend stellten sie die Ergebnisse einer Parameterstudie vor.

Hao et. al [Hao et al., 2014] versuchten mit ihren Forschungsergebnissen die Voraussage von Beullasten bei der „Smeardestiffener Theory“ zu verbessern. Mittels eines hybriden Optimierungsalgorithmus zeigten sie die Einsparpotentiale von versteiften Schalen hinsichtlich des Gewichts. Dabei wurde die Imperfektionssensitivität berücksichtigt, indem

eine Verbindung der Theorie verschmierter Steifen mit FEM-Programmen hergestellt und vorteilhaft angewandt wurde. Abschließend stellten die Autoren die Vorteile ihrer Erkenntnisse hinsichtlich der Strukturoptimierung in den Vordergrund.

Wang et al. [Wang et al., 2016] schlugen als Alternative zur rechenintensiven FEM-Abbildung von schweren Trägerraketen die Verwendung der „Smearred-stiffener Theory“ vor. Da die „traditionelle“ Theorie verschmierter Steifen zwar sehr effizient, aber nach Autorenmeinung zu ungenau wäre, stellten sie eine numerisch-basierte Theorie verschmierter Steifen vor. Dabei wurde ein repräsentativer Ausschnitt betrachtet und eine numerische Implementierung von asymptotischer Homogenisierung angewandt. So konnten sie die äquivalenten Steifigkeitskoeffizienten sehr genau bestimmen und die Verzweigungslast mittels Rayleigh-Ritz-Verfahren ermitteln. Abschließend wiesen die Autoren die hohe Genauigkeit ihres Verfahrens nach und stellten die breite Anwendungsmöglichkeit heraus.

2.2 Nachweiskonzept von DIN EN 1993-1-6:2007

Die bis Mitte 2017 aktuelle Grundnorm für baustatische Nachweise rotationssymmetrischer Schalentragwerke ist [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Sie behandelt neben dem Beulnachweis auch Zugbruch, zyklisches Plastizieren und Ermüdung, wobei der Fokus auf der Regelung zum Beulnachweis liegt. Mit Bezug auf [DIN EN 1993-1-6, 2007] vertiefen die bauweisenspezifischen Regelwerke die Anwendung. So regelt [DIN EN 1993-4-1, 2007] Silos, während zu Flachbodentanks in [DIN EN 1993-4-2, 2007] weiterführende Angaben existieren. Spezifische Regelungen zu Rohrleitungen können [DIN EN 1993-4-3, 2007] entnommen werden. Hinweise zur Bemessung für Türme und Maste sind in [DIN EN 1993-3-1, 2006] zu finden, während Schornsteine in [DIN EN 1993-3-2, 2006] erfasst sind.

Neben den Bemessungsnormen der Eurocode 3-Reihe existiert noch [DIN EN 14015, 2005], die aber teilweise inkompatibel mit dem Designkonzept von der Eurocode-3-Reihe ist (u.a. kein Teilsicherheitskonzept, Lasten nicht strikt konform zu Eurocode 1). Diese Norm wird daher nicht weiter berücksichtigt.

Für alle oben genannten Bemessungsnormen (außer den Teilen 1993-3-1 und 1993-3-2) wurden zur bauaufsichtlichen Einführung erste Korrekturen, AC:2009, veröffentlicht. Für die Teile [DIN EN 1993-1-6, 2017], [DIN EN 1993-4-1, 2017] und [DIN EN 1993-4-2, 2017] gab es im Sommer 2017 eine Aktualisierung. Diese war, zumindest im Falle der [DIN EN 1993-1-6, 2017], mit deutlichen Änderungen verbunden.

Im Folgenden soll [DIN EN 1993-1-6, 2007] näher vorgestellt werden. Die Änderungen, die sich seit 2007 ergeben haben, werden anhand des Entwurfs der überarbeiteten Norm, [pr EN 1993-1-6, 2017] auf dem Stand von Mitte November 2017 dargestellt.

2.2.1 Anwendungsgrenzen

Ausschließlich die Bemessung von Rotationsschalen, wie Kreiszyylinder, Kugelkappen oder Kegelstümpfe ist Gegenstand von [DIN EN 1993-1-6, 2007], nicht aber das Gesamtgleichgewicht des Tragwerks. Prinzipiell wird Stahl als Werkstoff unterstellt. Die Verwendung anderer Materialien ist jedoch möglich, wenn die Werkstoffeigenschaften sinngemäß angepasst verwendet werden, z.B. indem für rostfreien Stahl der E -Modul abgemindert oder die Verfestigungskennlinie hinreichend genau abgebildet wird. Knödel als Co-Autor von Radlbeck [Radlbeck et al., 2016] zeigte zudem, dass die Anwendung dieses Normteils auch auf Schalentragwerke aus Aluminium möglich ist.

Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die äußeren Belastungen, wie z.B. Wind, Schüttgutentleerung sowie Erdbeben quasi-statisch wirken. Die Gültigkeitsgrenzen hinsichtlich Temperatur werden auf -50°C bis $+300^{\circ}\text{C}$ festgelegt.

Dünnwandigkeiten r/t von 20 bis 5000 sind Regelungsbestandteil. Die Anmerkung zu [DIN EN 1993-1-6, 2007], 1.1 (16) weist den Anwender darauf hin, dass Regelungen zu „[...] eher dickwandigen Schalen und einigen für diese geltenden Belastungsbedingungen recht konservativ sein können“. Im Hauptteil erfährt der für die Dimensionierung verantwortliche Ingenieur in der Anmerkung zu [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.7.2 (22) dann, dass „[...] die ‚Handberechnungen‘ nach 8.5 und Anhang D aus unteren Hüllkurven von Versuchsergebnissen abgeleitet wurden und dass diese in einigen Fällen zu so niedrig angesetzten Werten für den charakteristischen Beulwiderstand führen, dass sie sich nicht mehr auf einfache Weise numerisch nachvollziehen lassen.“ Offensichtlich sind die mit-

tels [DIN EN 1993-1-6, 2007] bestimmten Traglasten auf der sicheren Seite. Ein Hinweis, in welchem Bereich der praktizierende Ingenieur ein wirtschaftliches Bauwerk entwerfen kann, fehlt aber leider an geeigneter Stelle.

2.2.2 Berechnungskonzepte

Die Norm lässt die Berechnung des Tragwerks über vereinfachte Handrechnungen bis hin zu vollständig nichtlinearen Analysen der Systemkapazität zu. Die Komplexität der einzelnen Methoden ist stark unterschiedlich und die wenig komplexen Konzepte sind auch bei hochkomplexen Konzepten begleitend anzuwenden, um jederzeit eine Kontrolle des erzielten Ergebnisses zu ermöglichen.

Die einzelnen Verfahren, die [DIN EN 1993-1-6, 2007] anbietet, sollen im Folgenden vorgestellt werden. Eine Übersicht ist in Tab. 2.4 abgedruckt.

1. Membrantheorietische Berechnung

Berechnungen nach der Membrantheorie werden in der Regel als Handrechnung mit den Formeln im Anhang A der Norm durchgeführt. Sie sollten nur angewendet werden, wenn aufgrund der Randbedingungen maßgebliche Sekundärspannungen nicht auftreten, die Schalengeometrie stetig veränderlich ist und die Lasten stetig sind. Dies gilt z.B. für Kreiszyylinder mit rotationssymmetrischen Lasten.

2. Lineare Analyse (LA – linear analysis)

Der Terminus beschreibt eine linear-elastische Berechnung nach Theorie 1. Ordnung am perfekten System. Notwendigerweise müssen daher die Verformungen klein sein. Als Ergebnis erhält der Anwender Primär- und Sekundärspannungen, die die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen.

3. Lineare Analyse (LBA – linear bifurcation analysis)

Mittels einer linearen Verzweigungsanalyse lässt sich der Laststeigerungsfaktor einer Struktur für eine bestimmte Belastung, bei der die Schale in einen anderen Verformungszustand ausbeulen kann, bestimmen. Grundlage der Beulanalyse ist der mittels LA ermittelte Spannungszustand im System. Das Ergebnis der LBA ist der bezogene ideale Beulwiderstand r_{Rcr} .

Die Verzweigungslast ist, mit FEM ermittelt, bei mittellangen Kreiszyinderschalen unabhängig von den Randbedingungen und in etwa so groß, wie die mittels Membrantheorie ermittelte, klassischen Beullast nach Gl. 2.3.

4. Geometrisch nichtlineare Analyse (GNA – geometrically nonlinear analysis)

Mittels einer geometrisch nichtlinearen Analyse mit linearem Werkstoffverhalten lässt sich die Beullast der perfekten Struktur ermitteln. In seltenen Fällen ist das Ergebnis einer GNA nahezu identisch mit dem einer LBA. Dies trifft vor allem dann zu, wenn die untersuchte Struktur membrangerecht gelagert sowie die Belastung axialsymmetrisch und konstant ist.

Für nicht membrangerechte Randbedingungen zeigen sich geringe Abweichungen zwischen LBA und GNA. Der Laststeigerungsfaktor r_{GNA} bei einem unversteiften, axial gedrückten Zylinder mit realitätsnahen Lagerbedingungen ist in etwa 83 % bis 85 % der LBA-Last [Knödel und Ummenhofer, 2017]. Ursächlich dafür ist, dass bei

der geometrisch nichtlinearen Ermittlung der Verzweigungslast die Randbedingungen Einfluss auf das Ergebnis nehmen und die behinderte Radienaufweitung an den Querrändern dafür sorgt, dass die klassische Verzweigungslast nicht erreicht werden kann [Rotter, 2004].

5. Materiell nichtlineare Analyse (MNA – materially nonlinear analysis)
Eine MNA bezeichnet die Ermittlung der bezogenen plastische Grenzlast r_{Rpl} einer Struktur mittels einer geometrisch linearen (Theorie kleiner Verformungen) und materiell nichtlinearen Berechnung. Die Werkstoffverfestigung sollte dabei vernachlässigt werden.
6. Geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des perfekten Systems (GMNA – geometrically and materially nonlinear analysis)
Die um geometrische Nichtlinearität erweiterte MNA wird GMNA bezeichnet. Wenn Schub- und Druckspannungen auftreten, so ist das Ergebnis der GMNA die elasto-plastische Beullast der perfekten Struktur, die den Referenzwiderstand für eine GMNIA darstellt.
Die GMNA stellt eine Erweiterung der GNA um materielle Nichtlinearität dar. Wenn nichtlineares Werkstoffverhalten das Beulverhalten beeinflusst, kann mit einer GNA kein zutreffendes Ergebnis erreicht werden. Für elastisch beulene Kreiszyinderschalen entspricht das Resultat der GMNA nahezu dem der GNA. Schneider [Schneider, 2002] zeigte, dass auch bei dünnwandigen Schalen das Beulen durch lokales Fließen initiiert wird. Dennoch wurden auch für aktuelle Publikationen wie [Fajuyitan et al., 2017] Berechnungen mittels GNA durchgeführt.
7. Geometrisch nichtlineare Analyse des imperfekten Systems (GNIA – geometrically nonlinear analysis with imperfections)
Durch die Erweiterung der GNA um Imperfektionen, also Formabweichungen senkrecht zur Schalenmittelfläche, ändert sich der Berechnungstyp zu einer geometrisch nichtlinearen, aber materiell linearen Analyse des imperfekten Systems. Wenn Schub- und Druckspannungen im System auftreten, kann mittels GNIA die Beullast für elastisch beulende Systeme ermittelt werden.
8. Geometrisch und materiell nichtlineare Analyse des imperfekten Systems (GMNIA – geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections)
Durch Ergänzung der GNIA um die materielle Nichtlinearität kann für Systeme mit Schub- und Druckspannungen für alle Schlankheitsgrade der reale Tragwiderstand der untersuchten Struktur ermittelt werden.

Bei allen geometrisch nichtlinearen Verfahren sollten entlang des Last-Verformungspfadens begleitend Eigenwerte bestimmt werden, um erkennen zu können, ob Verzweigungspunkte übersprungen wurden. Häufig ist dies der Fall, wenn die kommerziellen FEM-Programme negative Determinanten in der Ausgabedatei ausweisen.

Tabelle 2.4: Berechnungskonzepte und deren Anwendung nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

Konzept	Grenzzustände	geometrisch	materiell	Struktur
Membranth.	LS1, LS3	linear	linear	perfekt
LA	LS1, LS2, LS3, LS4	linear	linear	perfekt
LBA	LS3	linear	linear	perfekt
GNA	LS1, LS2, LS3, LS4	nichtlinear	linear	perfekt
MNA	LS1, LS2, LS3	linear	nichtlinear	perfekt
GMNA	LS1, LS3	nichtlinear	nichtlinear	perfekt
GNIA	LS3	nichtlinear	linear	imperfekt
GMNIA	LS3	nichtlinear	nichtlinear	imperfekt

2.2.3 Grenzzustände

2.2.3.1 Grenzzustand LS1: Plastische Grenze oder Zugbruch

Definitionsgemäß ist der Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht, wenn der Zylindermantel infolge einer Zugbeanspruchung reißt. Es wird folglich der Zustand beschrieben, bei dem durch Werkstofffließen und -verfestigung keine Lastumlagerung mehr möglich ist und sich ein plastischer Kollapsmechanismus einstellt. Zugbruch ist dabei das Synonym für die Zerteilung des Zylinders in zwei Halbschalen infolge einer hohen Zugbeanspruchung.

Für den Tragsicherheitsnachweis sind ggf. vorhandene Lochschwächungen durch einen separaten Nachweis nach [DIN EN 1993-1-1, 2005] auf deren Auswirkungen hin zu untersuchen. Es darf (teil-)plastisches Verhalten angenommen werden und der Tragwiderstand mittels Membrantheorie, LA, MNA oder GMNA bestimmt werden. Dabei geschieht der Vergleich auf Basis der Bemessungswerte der Einwirkungen und Widerstände. Das Membranschnittgrößenfeld darf, bei der Anwendung der Membrantheorie, entsprechend Gl. 2.23 in die Bemessungsspannung $\sigma_{\text{eq,Ed}}$ überführt werden.

$$\sigma_{\text{eq,Ed}} = t^{-1} \sqrt{n_{x,\text{Ed}}^2 + n_{\theta,\text{Ed}}^2 - n_{x,\text{Ed}}n_{\theta,\text{Ed}} + 3n_{x\theta,\text{Ed}}^2} \quad (2.23)$$

Eine vereinfachte und konservative Ermittlung der Vergleichsspannung kann aus den Schnittgrößen einer LA oder GNA nach Gl. 2.24 erfolgen, wobei in der Regel die Schubspannungsanteile nur einen geringen Anteil bringen und vernachlässigt werden können. Die Fließbedingung nach von-Mises wird formelmäßig beschrieben (Gl. 2.24). Jedoch darf die Ilyushin-Hypothese ebenso angewandt werden. Sekundäre Spannungen, also solche, die aus Zwang durch die Randbedingungen (Kompatibilität) entstehen, dürfen vernachlässigt werden.

$$\sigma_{\text{seq,Ed}} = \sqrt{\sigma_{x,\text{Ed}}^2 + \sigma_{\theta,\text{Ed}}^2 - \sigma_{x,\text{Ed}}\sigma_{\theta,\text{Ed}} + 3(\tau_{x\theta,\text{Ed}}^2 + \tau_{x_n,\text{Ed}}^2 + \tau_{\theta_n,\text{Ed}}^2)}$$

mit: $\sigma_{x,\text{Ed}} = \frac{n_{x,\text{Ed}}}{t} \pm \frac{m_{x,\text{Ed}}}{0,25t^2}$ $\sigma_{\theta,\text{Ed}} = \frac{n_{\theta,\text{Ed}}}{t} \pm \frac{m_{\theta,\text{Ed}}}{0,25t^2}$

$$\tau_{x\theta,\text{Ed}} = \frac{n_{x\theta,\text{Ed}}}{t} \pm \frac{m_{x\theta,\text{Ed}}}{0,25t^2} \quad \tau_{x_n,\text{Ed}} = \frac{q_{x_n,\text{Ed}}}{t} \quad \tau_{\theta_n,\text{Ed}} = \frac{q_{\theta_n,\text{Ed}}}{t} \quad (2.24)$$

Der Nachweis ist über den Vergleich von Einwirkung und Widerstand nach Gl. 2.25 zu führen.

$$\sigma_{x,Rd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} \geq \sigma_{eq,Ed} \quad \text{bzw.} \quad r_{Rd} = \frac{f_{yk}/\gamma_{M0}}{\sigma_{eq,Ed}} \geq 1 \quad (2.25)$$

Wenn die Berechnung mittels MNA-Verfahren erfolgt, sollte die Verfestigung des Werkstoffs vernachlässigt werden. Für eine Berechnung mit einer GMNA wird seitens der Norm verlangt, entweder den Höchstwert der Last-Verformungskurve (für eine Last-Verformungskurve mit abfallendem Ast) bzw. ein Dehnungskriterium (Gl. 2.26) als Grenze zu verwenden.

$$\varepsilon_{mps} = n_{mps} \frac{f_{yd}}{E} \quad \text{mit: } n_{mps} = 50 \quad (2.26)$$

Der Nachweis lässt sich entsprechend Gl. 2.27 führen.

$$r_{Rd} = \frac{r_{Rk}}{\gamma_{M0}} \geq 1 \quad (2.27)$$

2.2.3.2 Grenzzustand LS2: Zyklisches Plastizieren

Treten wiederholte Belastungen auf, die Druck- und Zugfließen an der betrachteten Stelle des Mantels bewirken und es wird somit plastische Arbeit geleistet, können Kurzzeitermüdungsrisse entstehen und der Grenzzustand des zyklischen Plastizierens ist erreicht. Zu berücksichtigen sind für den Nachweis alle Einwirkungen und deren seltene Bemessungskombinationen, die mehr als dreimal im Lebenszyklus der untersuchten Struktur auftreten können. Anders als beim LS1 sind beim LS2 auch die Verträglichkeitsbedingungen sowie die Sekundärspannungen zu berücksichtigen. Die Schnittgrößen dürfen entweder anhand der Formeln im Anhang C von [DIN EN 1993-1-6, 2007], mittels LA, GNA oder einer MNA bzw. GMNA ermittelt werden. Dabei sind zwingend nicht die Spannungen in den Schalenmittelflächen, sondern die Oberflächenspannungen in den Nachweisen zu berücksichtigen.

Wird der Nachweis spannungsbasiert, z.B. mittels LA oder GNA bzw. über die Formeln des Anhangs C, geführt, so ist die Vergleichsspannung der Spannungsschwingbreite der doppelten Bemessungsfestigkeit gegenüberzustellen. Dabei ist so vorzugehen, dass die Summe der Vergleichsspannungen aus der ungünstigsten Kombination für überwiegende Druckbeanspruchung der betrachteten Randfaser, $\sigma_{eq,Ed,-}$, mit der Vergleichsspannung der ungünstigsten Kombination für eine überwiegende Zugbeanspruchung, $\sigma_{eq,Ed,+}$, aufsummiert werden (Gl. 2.28). Für die Einwirkung ist es ausreichend, den minimalen und maximalen veränderlichen Teil zu berücksichtigen.

$$\Delta f_{eq,Rd} = 2f_{yd} \geq \Delta \sigma_{eq,Ed} = \sigma_{eq,Ed,-} + \sigma_{eq,Ed,+} \quad (2.28)$$

Soll der Nachweis numerisch erfolgen, schlägt [DIN EN 1993-1-6, 2007] ein dehnungsbasiertes Verfahren vor. Es ist dafür die gesamte akkumulierte von-Mises Vergleichsdehnung bis zum Ende der Lebensdauer des Bauteils zu berücksichtigen. Vereinfacht darf das größte Inkrement der plastischen Vergleichsdehnung, $\Delta \varepsilon_{eq,Ed}$ nach dem dritten Zyklus über die Anzahl der Lastspiele n hochgerechnet werden. Der Nachweis wird über den Vergleich mit einer akkumulierten Grenzdehnung $\varepsilon_{p,eq,Ed}$ über Gl. 2.29 geführt. Es

sind die minimalen und maximalen veränderlichen Einwirkungen zu berücksichtigen, die zusammen mit den ständigen Lasten ungünstig wirken.

$$\varepsilon_{p,eq,Ed} \leq n_{p,eq,Ed} \frac{f_{yd}/\gamma_{M0}}{E} \quad \text{mit: } n_{p,eq,Ed} = 25 \quad (2.29)$$

2.2.3.3 Grenzzustand LS3: Beulen

Wenn ein Tragwerk rechtwinklig zur Schalenmittelfläche große Verformungen infolge des Stabilitätsverlustes, hervorgerufen durch Schub- und/oder Druckkräfte, entwickelt, ist der Grenzzustand LS3 erreicht. Besonderen Einfluss auf das Beulverhalten haben neben der Geometrie auch das Werkstoffverhalten sowie Fertigungstoleranzen.

Da dieser Grenzzustand von elementar wichtiger Bedeutung für diese Arbeit ist, werden die maßgebenden Punkte separat behandelt und hier nicht tiefgehender behandelt.

2.2.3.4 Grenzzustand LS4: Ermüdung

Wenn Beanspruchungen in hohem Maße zyklisch auftreten (mehr als 10000 Zyklen), kann es zu Ermüdungsschäden kommen und der Grenzzustand LS4 wird erreicht. Die Schnittgrößenermittlung gelingt entweder mit den Formeln aus [DIN EN 1993-1-6, 2007], Anhang C oder mittels einer LA. Die Lastkombination ist dabei gemäß den Vorgaben von [DIN EN 1993-1-9, 2005] zu bilden. Dafür ist nach [DIN EN 1993-1-9, 2005], 5(1) eine Kombination auf Gebrauchsniveau zu wählen. Leider ist dafür, in den im Abschnitt 2.2 genannten Anwendungsnormen, keine genauere Definition für das „Gebrauchsniveau“ vorhanden.

Wie beim LS2 sind die Oberflächenspannungen bemessungsrelevant. Daher sind auch Sekundärspannungen zu berücksichtigen. Ein Nachweis anhand der Nenngeometrie ist ausreichend. Welches Bemessungsverfahren angewandt werden soll, regelt [DIN EN 1993-1-9, 2005]. Möglich sind u.a. das Kerbspannungskonzept und das Strukturspannungskonzept. Aus der Verwendung des Nachweisformats von [DIN EN 1993-1-9, 2005] ergibt sich der Bauteilwiderstand im Ermüdungsfall und der Nachweis lässt sich über Gl. 2.30 führen.

$$\gamma_{FF} \Delta \sigma_E \leq \Delta \sigma_C / \gamma_{Mf} \quad (2.30)$$

mit: γ_{FF} Teilsicherheitsbeiwert für die Ermüdungseinwirkungen
 $\Delta \sigma_E$ konstante Spannungsschwingbreite des schädigungsrelevanten Einwirkungskollektivs
 γ_{Mf} Teilsicherheitsbeiwert für den Ermüdungswiderstand
 $\Delta \sigma_C$ Ermüdungsschwingbreite des relevanten Kerbfalles abhängig von den Schwingspielen der Belastung

Als Alternative lässt [DIN EN 1993-1-6, 2007] auch den Nachweis über die Schädigungssumme nach Palmgren-Miner zu.

2.2.4 Geometrische Toleranzen

Das Beulen von dünnwandigen Kreiszyinderschalen wird maßgeblich von der Formabweichung vom perfekten Kreiszyinder beeinflusst. Die Norm gibt daher eine Reihe von Kriterien an, die Tanks und Silos erfüllen müssen, damit die Bemessungskonzepte



a) Abgeflachte Querschnittsform

b) Unsymmetrische Querschnittsform

Bild 2.16: Unrundheit nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

Tabelle 2.5: Grenzwerte für die Unrundheit U_r

Herstell- toleranzklasse	Durchmesser: Qualität	Wert für $U_{r,max}$		
		$d \leq 0,5 \text{ m}$	$0,5 \text{ m} < d < 1,25 \text{ m}$	$1,25 \text{ m} < d$
Klasse A	exzellent	0,014	$0,007 + 0,0093(1,25 - d)$	0,007
Klasse B	hoch	0,020	$0,010 + 0,0133(1,25 - d)$	0,010
Klasse C	normal	0,030	$0,015 + 0,0200(1,25 - d)$	0,015

von [DIN EN 1993-1-6, 2007] angewendet werden dürfen. Dazu zählen die Unrundheit, die unplanmäßigen Exzentrizitäten, Vorbeulen und die Toleranz für Auflagerunebenheiten. Das ungünstigste Ergebnis aus allen Kriterien wird als maßgebend für die Einstufung in die Herstelltoleranzklasse festgelegt.

2.2.4.1 Unrundheit

Die Unrundheit wird aus der Abweichung der Mindest- und Maximaldurchmesser vom nominellen Durchmesser nach Gl. 2.31 ermittelt. Die Grenzen für $U_{r,max}$ für die einzelnen Herstelltoleranzklassen können Tab. 2.5 entnommen werden.

$$U_r = \frac{d_{max} - d_{min}}{d_{nom}} \leq U_{r,max} \quad (2.31)$$

mit: d_{max} der größte gemessene Innendurchmesser
 d_{min} der kleinste gemessene Innendurchmesser
 d_{nom} der Nenn-Innendurchmesser

2.2.4.2 Unplanmäßige Exzentrizität

Die unplanmäßige Exzentrizität an Stößen des Mantels ergibt sich aus der Gesamtexzentrizität abzüglich des planmäßigen Versatzes. Damit dieses Kriterium als erfüllt betrachtet werden kann, muss die Bedingung nach Gl. 2.33 eingehalten sein, wobei $U_{e,max}$ Tab. 2.6 zu entnehmen ist.

$$e_a = e_{tot} - e_{int} \quad (2.32)$$

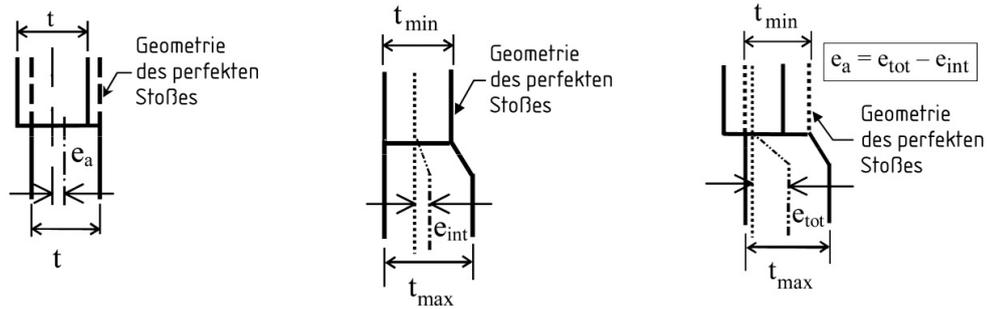


Bild 2.17: Unplanmäßige Exzentrizität nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

Tabelle 2.6: Grenzwerte für die unplanmäßige Exzentrizität U_e

HTK	Qualität	$e_{a,max}$	$U_{e,max}$
Klasse A	exzellent	2 mm	0,14
Klasse B	hoch	3 mm	0,20
Klasse C	normal	4 mm	0,30

mit: e_a unplanmäßige Exzentrizität der verbundenen Schalenmittelflächen
 e_{tot} Gesamtexzentrizität der verbundenen Schalenmittelflächen
 e_{int} planmäßige Exzentrizität der verbundenen Schalenmittelflächen

$$U_e = \frac{2e_a}{(t_{min} + t_{max})} \leq U_{e,max} \quad \text{oder} \quad U_e = \frac{e_a}{t} \leq U_{e,max} \quad (2.33)$$

2.2.4.3 Vorbeulen

Der Einfluss von Vorbeulen wird in Meridianrichtung in Abhängigkeit der Messlänge nach Gl. 2.34 und in Umfangsrichtung nach Gl. 2.35 bestimmt. Zusätzlich muss über Schweißnähte hinweg mit einer kurzen Messlehre gemessen werden (Gl. 2.36).

$$l_{gx} = 4\sqrt{rt} \quad (2.34)$$

$$l_{g\theta} = 2,3 (l^2 rt)^{0,25} \leq r \quad (2.35)$$

$$l_{gw} = 25t \leq 500 \text{ mm} \quad \text{oder} \quad l_{gw} = 25t_{min} \leq 500 \text{ mm} \quad (2.36)$$

mit: t_{min} das dünnere der beiden verbundenen Bleche

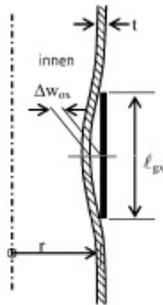
$$U_{0x} = \frac{\Delta w_{0x}}{l_{gx}} \leq U_{0,max} \quad (2.37a)$$

$$U_{0\theta} = \frac{\Delta w_{0\theta}}{l_{g\theta}} \leq U_{0,max} \quad (2.37b)$$

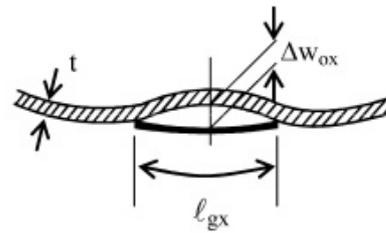
$$U_{0w} = \frac{\Delta w_{0w}}{l_{gw}} \leq U_{0,max} \quad (2.37c)$$

Tabelle 2.7: Grenzwerte der Vorbeultiefe U_0

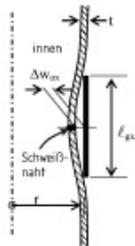
HTK	Qualität	$U_{0,max}$	Q
Klasse A	exzellent	0,006	40
Klasse B	hoch	0,010	25
Klasse C	normal	0,016	16



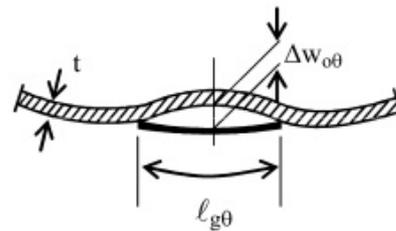
a) Messung entlang eines Meridians (siehe 8.4.4 (2)a)



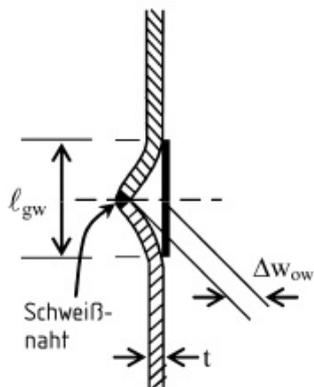
b) Erste Messung entlang einer Umfangslinie (siehe 8.4.4 (2)a)



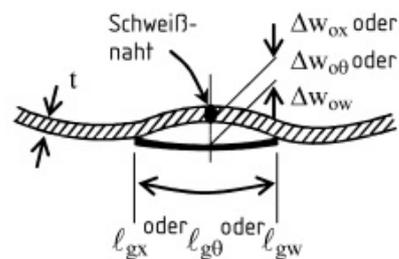
c) Erste Messung entlang eines Meridians über eine Schweißnaht hinweg (siehe 8.4.4 (2)a)



d) Zweite Messung entlang einer Umfangslinie (siehe 8.4.4 (2)b)



e) Zweite Messung über eine Schweißnaht hinweg mit Spezialmesslehre (siehe 8.4.4 (2)c))



f) Messungen entlang einer Umfangslinie über eine Schweißnaht hinweg (siehe 8.4.4 (2)c))

Bild 2.18: Definition der Vorbeulen Δw_0 nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

2.2.4.4 Auflagerunebenheiten

Wird der Kreiszyylinder kontinuierlich gestützt, so darf das Fundament örtlich nicht mehr als $\beta_x = 0,1 \%$ Ebenheitsabweichung haben.

2.2.5 Imperfektionen

2.2.5.1 Allgemeines

Ersatzimperfektionen sollten in einer numerischen Berechnung berücksichtigt werden, um Ungenauigkeiten der Modellbildung äquivalent über eine Modifikation der Schalengeometrie zu ersetzen. Dabei wird nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. [Wirth, 2008] unterschieden in:

- Geometrische Imperfektionen, z.B.
Abweichungen von der Nenngeometrie der Schalenmittelfläche (Vorverformungen/Vorbeulen, Unrundheit), Unregelmäßigkeiten an und nahe Schweißnähten (kleine Exzentrizitäten, Schrumpfeinziehungen, Krümmungsfehler vom Walzen), Abweichungen von der Nenndicke, mangelhafte Ebenheit der Auflagerung;
- Materielle Imperfektionen, z.B.
durch Walzen, Pressen, Schweißen, Richten usw. verursachte Eigenspannungen, Inhomogenitäten und Anisotropien;
- Lastimperfektionen nach [Wirth, 2008], z.B.
ungleichförmige Belastung (für Linienlasten durch Unebenheiten der belastenden Bauteile), Aufstandsimperfektionen, Lastexzentrizitäten.

Der Einfluss von Aufstandsimperfektionen wurde von Esslinger und Melzer [Esslinger und Melzer, 1980] erkannt. Sie stellten die Hypothese auf, dass etwa vierzig Prozent der Traglastabminderung beim Beulversuch durch diese Imperfektion hervorgerufen wird. Ummenhofer [Ummenhofer, 1996] identifizierte, trotz planbearbeiteter Flansche, in den von ihm betreuten Versuchen, Ungleichmäßigkeiten in den Meridiankräften und erkannte einen näherungsweise linear mit der Dünnwandigkeit r/t ansteigenden Einfluss dieser ungleichen Verteilung über den Umfang. Er schlussfolgerte, dass Aufstandsimperfektionen bei Experimenten unbedingt überprüft werden müssen und machte, wie Esslinger und Melzer, diese für den Lastabfall bei größer werdenden r/t -Verhältnissen verantwortlich.

Schweißbeigenspannungen können sowohl traglastsenkende, als auch aussteifende Auswirkungen haben. Genauere Untersuchungen dazu stammen u.a. von Loose [Loose, 2008] und Lin [Lin, 2004] (Eigenspannungen tendenziell positiv) sowie Jeyakumar und Christopher [Jeyakumar und Christopher, 2013] (Eigenspannungen tendenziell negativ).

Die Frage der „richtigen“ Ersatzimperfektion hat die Schalenbeulforscher beschäftigt seit erkannt wurde, dass die Tragfähigkeit maßgeblich von Vorbeulen beeinflusst wird. Enorme Fortschritte sind seit der Verfügbarkeit von hohen Rechenkapazitäten und leistungsfähigen Programmen erzielt worden. Dennoch steht die Forschergemeinde bei Aufgabenstellungen, wie z.B. Silos mit exzentrischer Entleerung [Sadowski und Rotter, 2009], noch am Anfang und eine zutreffende Beschreibung des Tragverhaltens scheint kurzfristig nicht möglich.

Für die „einfacheren“ Lastfälle, wie der axialdruckbelasteten Kreiszyinderschale, gibt es mehrere Ansätze, die alle eine ausreichende Abminderung des Widerstands gegenüber der

Verzweigungslast bewirken können. Dazu zählen neben den, von der Norm [DIN EN 1993-1-1, 2005] vorgeschlagenen, eigenformaffinen Imperfektionen auch der Schweißverzug nach [Rotter und Teng, 1989] auch kollapsaffine Imperfektionen nach [Schneider, 2002].

Durch die Verknüpfung der Herstelltoleranzen mit den anzusetzenden Imperfektionstiefen beim numerischen Nachweis gelang ein erster Schritt weg von der Traglastermittlung, rein anhand empirischer und versuchsgestützter Bemessung, hin zur numerisch gestützten Ermittlung des Strukturwiderstands. Hoher Forschungsbedarf besteht jedoch nach wie vor, z.B. um zu ergründen warum bei der Verwendung von Schweißvorbeulen abhängig von der Zylinderlänge aus tieferen Amplituden höhere Beulwiderstände resultieren können (Sensitivitätskurve nicht stetig fallend).

Wünschenswert für die weitere Entwicklung wäre zudem eine bessere Kalibrierung der Vorbeultiefen für den Nachweis. Das Ziel sollte sein, dass für die Grundbeulfälle bei der spannungsbasierten Beulwiderstandsermittlung eine ähnliche Tragfähigkeit erreicht wird, wie numerisch gestützt mit einer GMNIA. Bisher sind die Vorbeultiefen, vor allem für sehr dünnwandige Kreiszyinderschalen, tendenziell zu ungünstig [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b]. Diese Forderung wird unterstützt von den Ergebnissen Hübners, Albiez's und Saals [Hübner et al., 2007]. Sie maßen dünnwandige Tanks auf und kamen zu dem Schluss, dass die aktuelle Definition des Beulkurvenparameters α_x für axialgedrückte Kreiszyinder zu stark auf der sicheren Seite liegt, da die charakteristische Imperfektionsamplitude für dünnwandige Schalen überschätzt wird.

Die anzusetzenden geometrischen Ersatzimperfektionen lassen sich nach [Schmidt, 2000] in drei Kategorien,

- realistische Imperfektionen (im Tragwerk tatsächlich vorhandene Imperfektionen; im Planungsprozess nicht verwendbar, da nicht a priori bekannt bei Einzelbauwerken; z.B. Schweißverzug(sfeld)),
- ungünstigste Imperfektionen (zur pessimistischen Wiedergabe des Tragverhaltens; z.B. eigenformaffine Ringbeule) oder
- anregende Imperfektionen (weder völlig realistisch, noch pessimistisch; lediglich tendenziell richtige Beeinflussung des Beulverhaltens; Anpassung an das tatsächliche Beulverhalten über Kalibrierung der Imperfektionsamplitude erforderlich)

unterteilen. Wirth kategorisierte in [Wirth, 2008] die möglichen Imperfektionen in fünf Muster (vgl. Bild 2.19):

- Formkategorie 1: Reguläre, harmonische Muster;
- Formkategorie 2: Mehrwellige, meridionale, achsensymmetrische Muster;
- Formkategorie 3: Einwellige, meridionale, achsensymmetrische Muster;
- Formkategorie 4: lokale Einzelvorbeulen;
- Formkategorie 5: Unregelmäßige Muster.

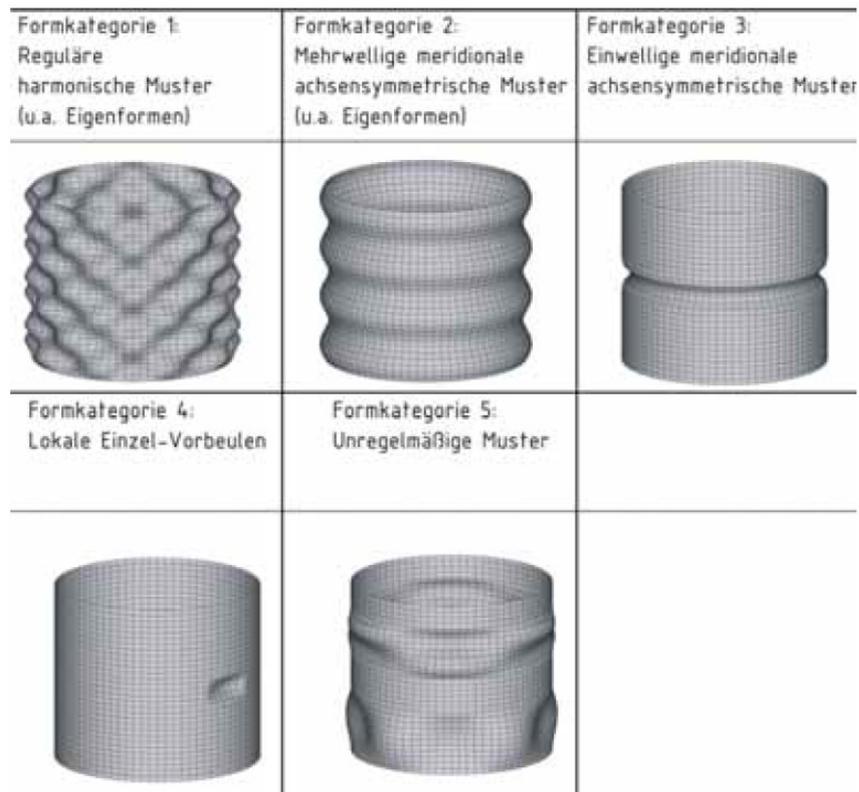


Bild 2.19: Vorbeulmuster nach [Wirth, 2008]

In der Norm [DIN EN 1993-1-6, 2007] sind seit Inkrafttreten der Ergänzung/Korrektur 2010 zwei Imperfektionstypen, die eigenformaffine Imperfektion und die Schweißbeule, fest verankert. Beide Formen sollen im Folgenden verglichen und eine Festlegung für die Verwendung einer geeigneten Imperfektionsfigur für die weiteren Ableitungen festgelegt werden.

2.2.5.2 Schweißbeule und eigenformaffine Vorverformung

Die Idee, den aufgemessenen Schweißnahtverzug als Vorverformung für eine Beulmessung zu verwenden, kam erstmals durch Rotter auf [Rotter und Teng, 1989]. Er hat zwei Formen, Typ A nach Gl. 2.39 und Typ B nach Gl. 2.40, verwendet, wobei die Formfunktionen sich nur geringfügig voneinander unterscheiden und Typ A sich häufig als maßgebend herausstellte. Beide Muster bezogen auf die lineare Biegehalbwelle λ nach Gl. 2.38 angegeben.

$$\lambda = \frac{\pi\sqrt{rt}}{[3(1-\nu^2)]^{0,25}} \approx 2,44\sqrt{rt} \quad (\text{mit } \nu = 0,3 \text{ für Baustahl}) \quad (2.38)$$

$$\Delta w = \Delta w_0 e^{-\pi x/\lambda} \left(\cos \frac{\pi x}{\lambda} + \sin \frac{\pi x}{\lambda} \right) \quad (2.39)$$

$$\Delta w = \Delta w_0 e^{-\pi x/\lambda} \left(\sin \frac{\pi x}{\lambda} \right) \quad (2.40)$$

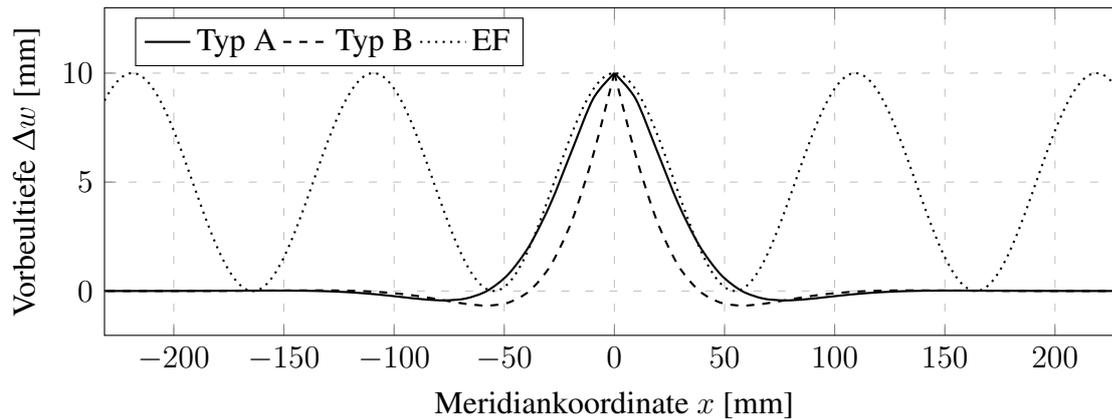
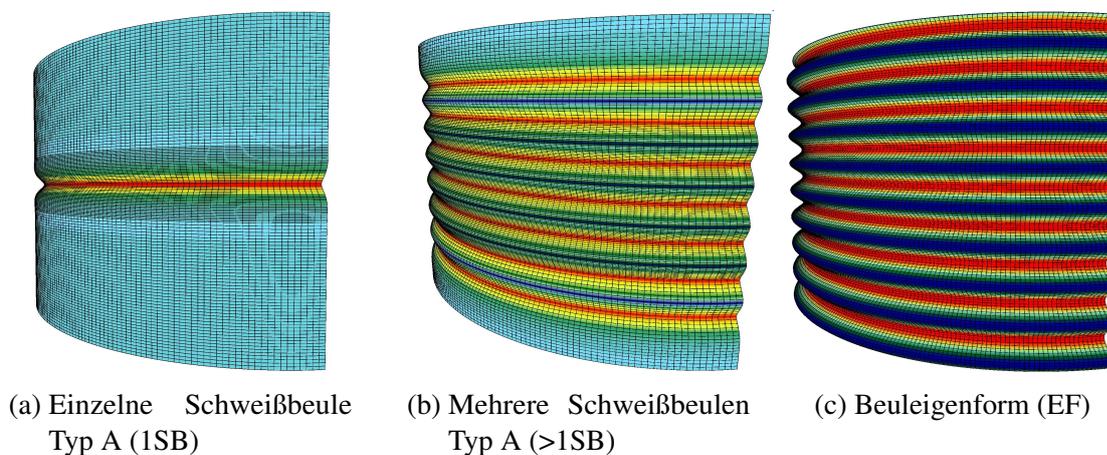
Bild 2.20: Schematische Darstellung der Imperfektionstypen, $r/t = 1000$ 

Bild 2.21: Grafische Darstellung der Vorbeulen am FE-System

Die eigenformaffine Ringbeule, deren Bezugsmaß die Beulhalbwellenlänge ist (vgl. Tab. 2.1), kann entweder, frei definiert, mittels sinus- und cosinus-Funktionen auf die Struktur angesetzt werden oder sie wird mittels einer LBA gewonnen. Vorteilhaft wird bei der LBA, wenn es nur um die Form der Imperfektion geht, die Umfangsrichtung mit einer Zuglast vorgespannt, um so die Schachbrettbeulen weitestgehend zu unterdrücken. Die Beuleigenwerte sind für anderweitige Nutzung jedoch nicht immer brauchbar.

Mögliche Anordnungen von Schweißbeulen und die eigenformaffine Ringbeule sind im Bild 2.20 dargestellt. Da die Vorbeultiefe im Sinne der Bestimmung der Herstelltoleranzen auszuwerten ist, reicht bei den eigenformaffinen Mustern der Ansatz der halben Amplitude. Das Beulmuster muss dazu in radialer Richtung verschoben werden, sodass die Amplitude der Schweißimperfektion und die der Ringbeule gleich sind (vgl. [Chen, 2011]). Im Regelfall führt das periodische Muster der eigenformaffinen Vorverformung zu geringeren Traglasten (vgl. Bild 2.5).

Längenabhängigkeit und Eignung der Imperfektionen bei unversteiften Zylindern

Experimentelle Untersuchungen zur Längenabhängigkeit wurden schon Ende der 30er Jahre durchgeführt [Kanemitsu und Nojima, 1939]). Schulz beschäftigte sich ebenfalls mit

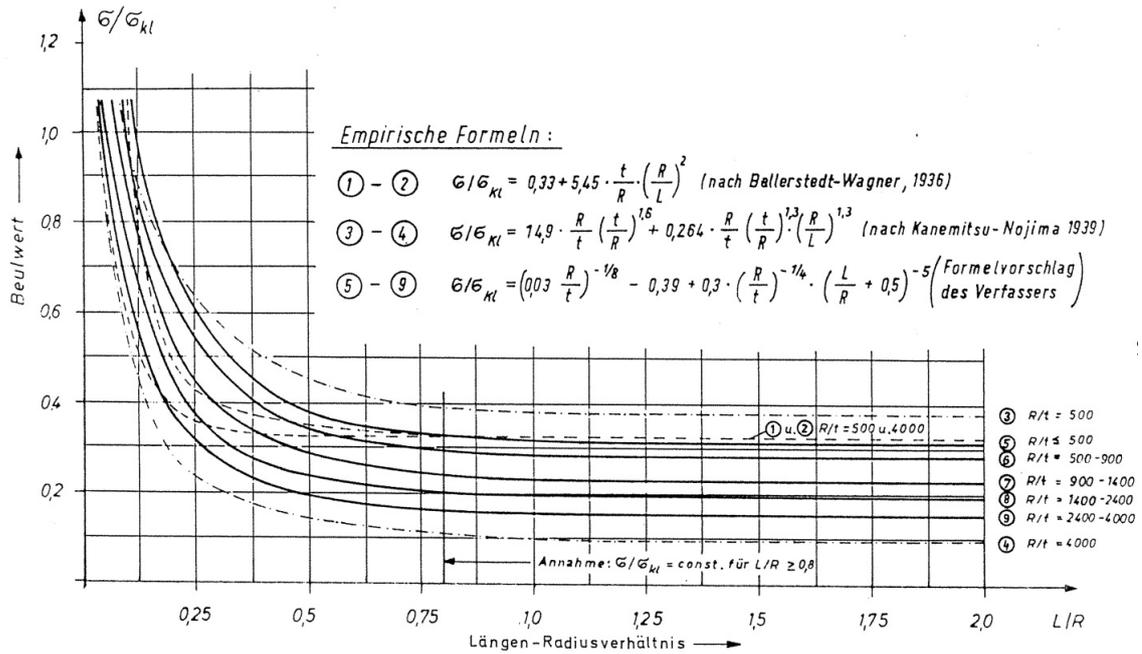


Bild 2.22: Längenabhängigkeit axialbelasteter Kreiszyylinder nach [Schulz, 1980]

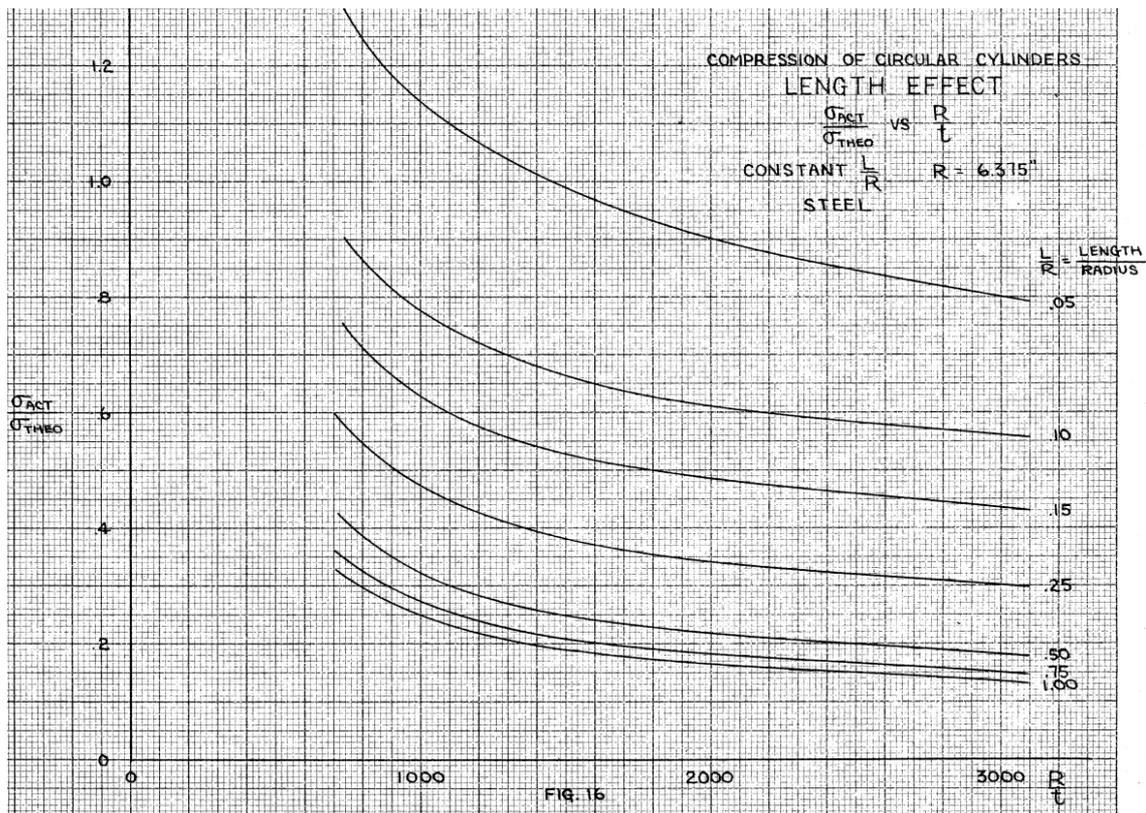


Bild 2.23: Längenabhängigkeit von axialdruckbelasteten Kreiszyindern nach [Kanemitsu und Nojima, 1939]

der Längenabhängigkeit und stellte im Rahmen des Forschungsprojektes „T551: Stabilitätsnachweis bei Schalen“ [Schulz, 1980] eine umfangreiche Datenbank mit Versuchser-

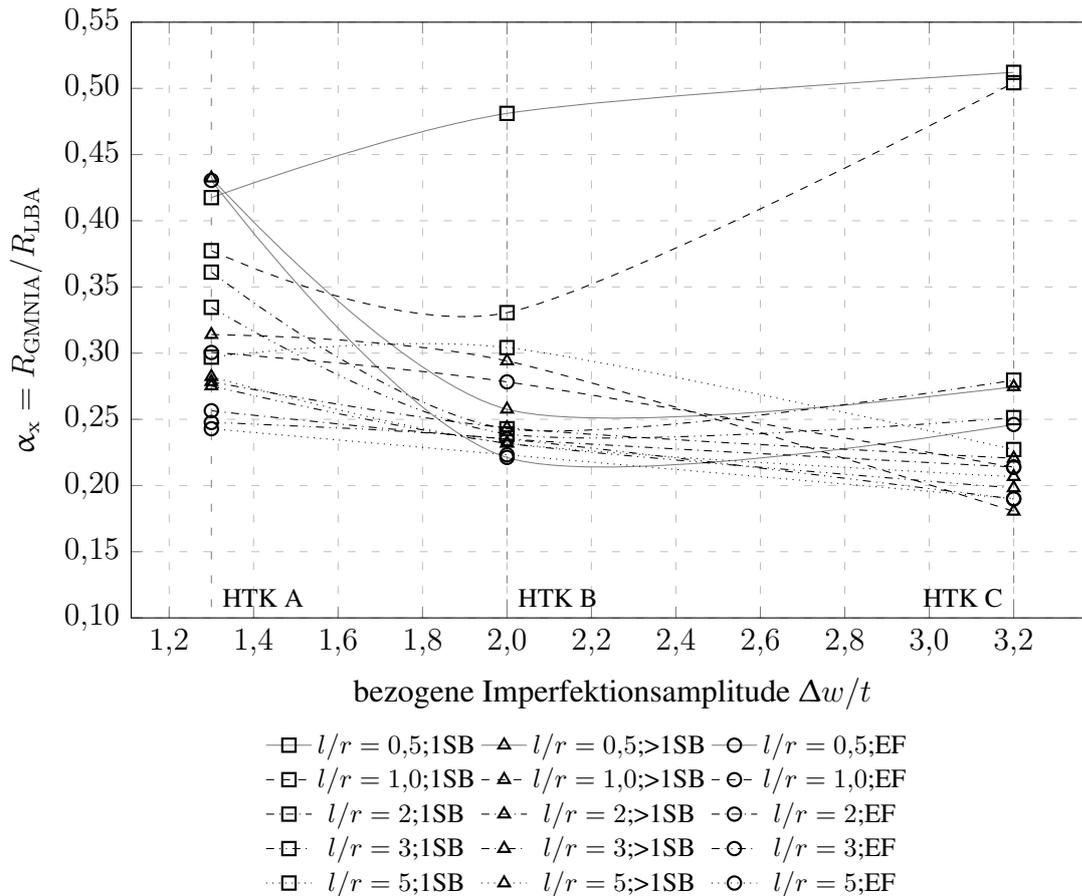


Bild 2.24: Knockdown-Faktor α_x abhängig von der HTK und l/r für $r/t = 1000$

gebnissen zusammen. Beide Studien weisen darauf hin, dass der Knockdown-Faktor α_x bei einer Verringerung der Zylinderlänge deutlich ansteigt und bei $l/r \approx 0,05$ den Wert 1 erreichen kann (Bild 2.22).

Weiterhin zeigt sich, dass ab etwa $l/r \approx 0,8$ der Längeneffekt unabhängig von der Dünnwandigkeit r/t nahezu verschwindet. Erwartungsgemäß fällt mit steigendem r/t -Verhältnis der Maximalwert der erreichbaren Traglast ab. Die in Bild 2.22 für $r/t = 4000$ angegebene Kurve für Kanemitsu und Nojima kann anhand der Originalquelle [Kanemitsu und Nojima, 1939] nicht nachvollzogen werden, da dort nur Angaben bis zu $r/t = 3000$ gemacht wurden (Bild 2.23).

Inwiefern die experimentellen Befunde hinsichtlich der Längenabhängigkeit sich auch in einer numerischen Simulation zeigen, wurde in einer Parameterstudie überprüft. Dafür wurden für eine axialgedrückte Kreiszyinderschale mit einer Dünnwandigkeit von $r/t = 1000$ für drei Imperfektionstypen, *1SB* für eine einzelne Schweißbeule vom Typ A, *>1SB* für Schweißbeulen des Typs A im Abstand von $3,46\sqrt{rt}$ und *EF* für die erste Beuleigenform mit Ringbeulmuster, numerische Berechnungen durchgeführt. Das Ergebnis ist grafisch im Bild 2.24 dargestellt. Die mit eigenformaffinen Beulmuster (Ringbeule) erreichten Lastfaktoren sind bei der doppelten Imperfektionsamplitude $\Delta w/t$ dargestellt. Dies entspricht einer Halbierung der tatsächlich verwendeten Imperfektionsamplitude (vgl. [Chen, 2011], auch Bild 2.20).

Die eigenformaffine Imperfektion bewirkt im Regelfall die höchste Reduktion der Traglast. Zeigt sich bei $l/r = 0,5$ noch eine ansteigende Traglast bei tieferen Vorbeulen, als für Toleranzklasse B, so wird ab $l/r = 1$ jeweils mit steigender Imperfektionsamplitude eine geringere Traglast erreicht. Mit zunehmender Zylinderlänge nimmt die erreichbare Traglast, unabhängig von der Vorbeultiefe, ab, wobei der Unterschied zwischen $l/r = 2$ und $l/r = 5$ mit etwa $\Delta\alpha_x \approx 0,03$ nur in etwa so groß, wie der Sprung von $l/r = 1$ auf $l/r = 2$ ausfällt.

Regelmäßig werden die geringsten Traglastreduktionen mittels einer einzelnen Schweißnahtimperfektion ermittelt. Für kein Längen-zu-Radius-Verhältnis kann ein nahezu monotonen Verhalten ausgemacht werden. Bei $l/r = 0,5$ steigt α_x von 0,42 (Toleranzklasse A) bis 0,52 (Toleranzklasse C). Erst ab $l/r = 2$ werden auch bei tieferen Vorbeulen Abminderungsbeiwerte in der Größenordnung der anderen Imperfektionsmuster erhalten. Jedoch liegt die ermittelte Traglast immer noch deutlich über der mittels Vorverformung aus einer Eigenform ermittelten (für Herstelltoleranzklasse C).

Wenn mehrere Schweißvorbeulen über die Schalenlänge verwendet werden, sinkt die Tragfähigkeit gegenüber der Einzelnaht deutlich ab. Im Grenzfall, wenn Blechbahnen mit geringer Höhe miteinander verschweißt werden (Bauverfahren z.B. von Hydroelektrik oder Lipp), ähnelt die Vorverformung einem eigenformaffinen Muster (Bild 2.21). Bis auf $l/r = 0,5$ liegen die ermittelten Tragfähigkeiten immer zwischen den mit einer einzelnen Schweißvorbeule und der eigenformaffinen Imperfektion berechneten. Es zeigt sich ein Trend, dass mit steigender Amplitude die Traglast abfällt, wobei Abfall der Traglast mit steigender Imperfektionstiefe geringer wird. Ab $l/r = 2$ hat die Schalenlänge für die Herstelltoleranzklassen A und B so gut wie keinen Einfluss auf das Ergebnis ($\Delta\alpha_x \approx 0,02$). Bei Toleranzklasse C ist ein geringfügig stärkerer Abfall an Traglast mit steigender Schalenlänge zu beobachten ($\alpha_x = 0,23$ für $l/r = 1$ auf $\alpha_x = 0,20$ für $l/r = 5$). Für das Längenverhältnis $l/r = 1$ bewirkt die Tiefe der Amplitude einen besonders starke Abminderung und es wird das absolut geringste Ergebnis erreicht.

Die Traglastreduktion ist generell bei Schweißimperfektionen geringer, als bei der eigenformaffinen Vorbeulmustern. Im Sinne von [DIN EN 1993-1-6, 2007] wäre daher die Schweißbeule abzulehnen. Offensichtlich ist diese Figur nicht die ungünstigste Imperfektion. Die Frage, die es zu klären gilt, wäre, ob die eigenformaffine Imperfektion gemäß [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.7.2 (12) zu ungünstig oder die Schweißbeule zu günstig ist. Zwar kann für Schweißtanks argumentiert werden, dass 8.7.2 (15) anzuwenden ist und folglich die ungünstigere Beeinflussung durch eigenformaffine Imperfektionen ohne Belang ist. Für Schraubtanks gilt das Argument der herstellspezifischen Imperfektionen aber nicht und der Tragwerksplaner müsste auf die ungünstigere, eigenformaffine Imperfektion zurückgreifen. Da in der Regel die Vorbeulen von Schraubtanks deutlich geringer als die von Schweißtanks sind, scheint aber gerade das ungerechtfertigt.

Wenn Schweißimperfektionen angewendet werden sollen, kann die Beule, herstellbedingt, nur nach innen zeigen, da sich beim Schrumpfen der Kreiszyylinder zusammenzieht. Daher widerspricht [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.2.7 (17) der Forderung nach (15) und (16), wobei (17) Vorrang vor den anderen beiden eingeräumt wird.

Eine Berechnung mit mehreren Amplituden ist gerade bei Schweißimperfektionen dringend erforderlich. Es wird, z.B. in den ECCS Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015c] empfohlen, den Bereich zwischen 50% und 100% der Imperfektionsamplitude nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], Gln. 8.29 und 8.30 zu betrachten.

Als Basis für eine realitätsnahe Festlegung des Knockdown-Faktors α_x können die zusammengestellten Versuchsergebnisse in [Harris et al., 1957] (Bild 2.6) verwendet werden. Es lässt sich, für $r/t = 1000$, ein unterer Grenzwert von etwa $\alpha_x \approx 0,15$ ablesen.

Dieser Wert wird mittels einer eigenformaffinen Imperfektion und Herstelltoleranzklasse C in etwa erreicht, wenn $l/r \geq 1,0$ ist (Abweichung zur sicheren Seite $0,13/0,15 = 0,87$). Damit läge das Ergebnis innerhalb des von [DIN EN 1993-1-6, 2007] gegebenen Vertrauensbereichs von $0,8 \leq k_{GMNIA} \leq 1,2$.

Mittels mehrerer Schweißnahtzüge über die Schalenlänge wird für Toleranzklasse C ein Knockdown-Faktor nicht geringer als 0,18 berechnet ($>1SB, l/r = 1$). Es ergibt sich k_{GMNIA} zu 1,2 und liegt folglich noch im Vertrauensbereich von [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Alle weiteren Knockdown-Faktoren, die mittels Schweißimperfektion ermittelt werden, liegen zwischen 0,20 bis 0,50 und somit bei Faktoren $k_{GMNIA} = 1,33 \dots 3,33$.

Im Sinne von [DIN EN 1993-1-6, 2007] wäre daher die eigentlich durch [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.2.7 (16) vorgeschlagene Ersatzimperfektion der ringförmigen Schweißbeule ungeeignet, während die eigenformaffine Vorbeule etwas zu ungünstig wirkt.

Eignung der Imperfektionstypen für ringversteifte Kreiszyylinder unter Axialdruck

Zum Vergleich sind die Imperfektionssensitivitätskurven für zwei stark unterschiedliche Dünnwandigkeiten in den Bildern 2.25 und 2.26 dargestellt. Eine Schweißnahtvorverformung mit der größten Verformung in der Höhenlinie der Ringsteife wurde im Abstand von einer Beulwelle angesetzt. Die Überschneidung der beiden benachbarten Vorbeulen ist

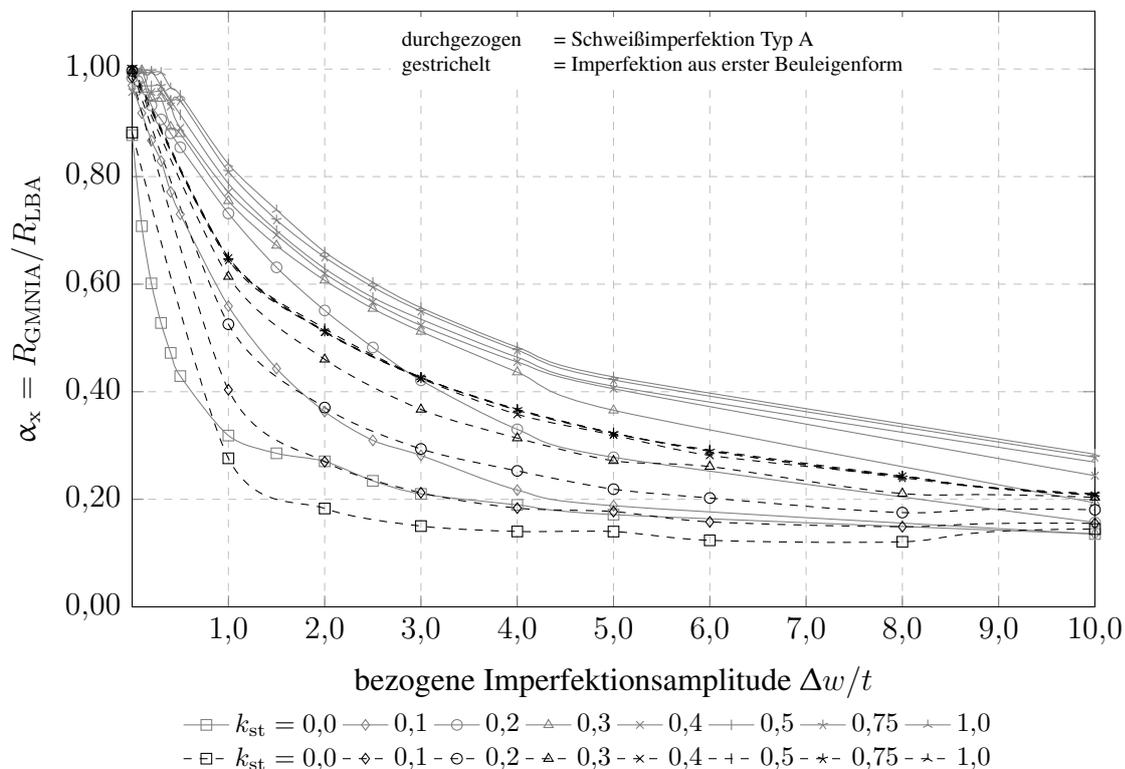


Bild 2.25: Knockdown-Faktor α_x beim Steifenabstand von $3,46\sqrt{rt}$, $r/t = 1000$

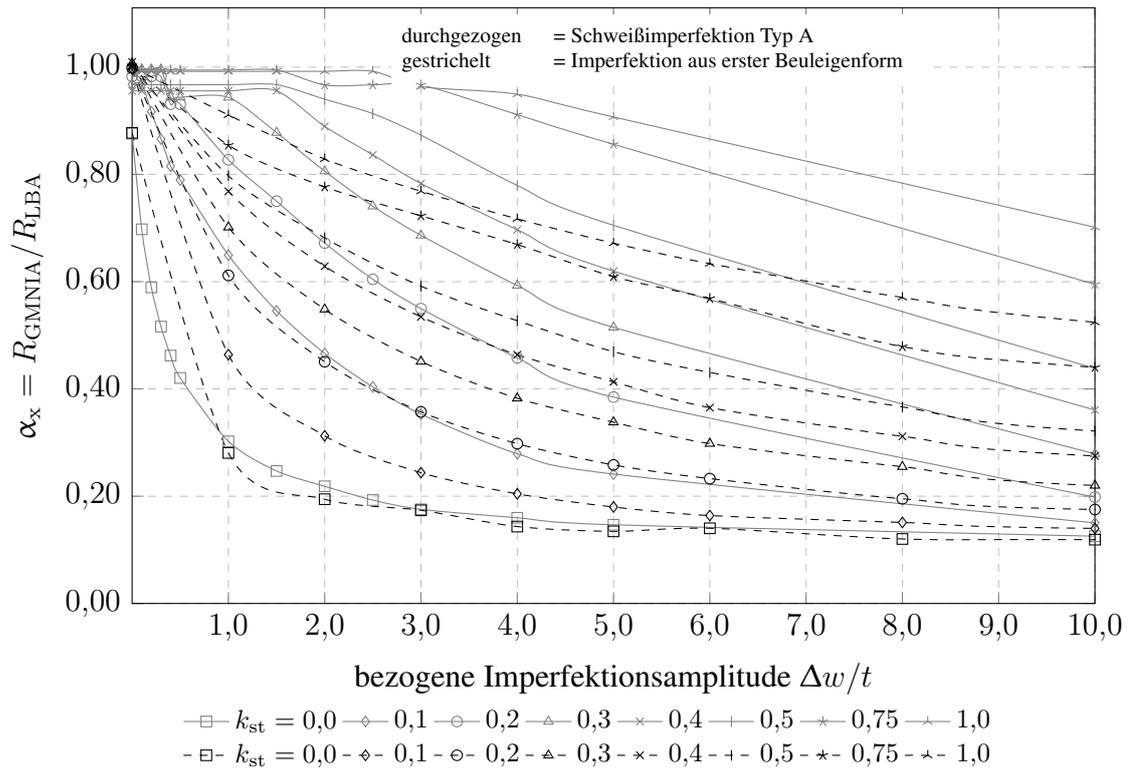


Bild 2.26: Knockdown-Faktor α_x beim Steifenabstand von $3,46\sqrt{rt}$, $r/t = 5000$

irrelevant, da der maßgebende Teil der Imperfektion nach etwa $1,73\sqrt{rt}$ abgeklungen ist (siehe Bild 2.20). Der Abstand der Ringsteifen wurde daher zu $3,46\sqrt{rt}$ gewählt.

Offensichtlich sorgt die Längenabhängigkeit der Schweißimperfektion dafür, dass die Traglasten der kurzen Schalenabschnitte generell über denen der mittels Eigenformen ermittelten liegen. Je kräftiger die Ringsteifen gewählt werden, desto größer werden bei gleicher Schalensteifigkeit die Meridianmomente und die Unterschiede der Widerstände, ermittelt mit einer Vorbeule aus der Beuleigenform und einer Vorbeule aus dem Schweißverzug, wachsen. Vor allem bei besonders dünnwandigen Zylindern werden die Traglasten deutlich überschätzt. So ist bei $k_{st} \approx 1$ bis $\Delta w / t \approx 2,5$ der Beulwiderstand gleich der idealen Beullast, während Experimente und die Berechnung mittels eigenformaffiner Imperfektion (dargestellt beim doppelten Wert der rechnerisch erforderlichen Vorbeultiefe) schon bei geringen Imperfektionen deutliche Abminderungen der Traglast erwarten lassen. Zwar zeigen die Experimente an versteiften Zylindern, dass die Widerstände regelmäßig deutlich über denen von unversteiften Zylinder liegen. Ein derart hoher Einfluss scheint aber unrealistisch.

Es hat sich für die unversteifte und die ringversteifte Kreiszylinderschale unter Axialdruck herausgestellt, dass die Schweißnahtimperfektion ungeeignet ist, um das imperfektionsbeeinflusste Tragverhalten im Sinne von [DIN EN 1993-1-6, 2007] ausreichend sicher vorherzusagen. Daher wird die Verwendung einer einzelnen Schweißbeule oder mehrerer Schweißbeulen nicht weiter verfolgt und für die numerischen Studien die *eigenformaffine, achsensymmetrische Vorverformung* verwendet.

Tabelle 2.8: Grenzwerte für die diskrete Modellierung von Bauteilen einer Rotationschale nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

Element	Grenzwert
Ringsteife	verschmiert, wenn $a_{st} < 1,5\sqrt{rt}$
Längssteife	verschmiert, wenn $a_{st} < 5\sqrt{rt}$
profilierte Wand	orthotrop, wenn $l_{Welle} < 0,5\sqrt{rt}$
Öffnungen	vernachlässigbar, wenn $\max(a, b) < 0,5\sqrt{rt}$

2.2.6 Strukturmodellierung

Die Norm [DIN EN 1993-1-6, 2007] schreibt eine Modellierung anhand der nominellen Abmessungen und der Schalenmittelfläche als Bezugsebene vor. Es sollte vermieden werden, ein aus verschiedenen Segmenten zusammengesetztes Element in Teilsegmente zu zerlegen. Sollte dies unvermeidbar sein, so sind die Randbedingungen so anzusetzen, dass sich eine konservative Widerspiegelung der Realität ergibt. Exzentrizitäten und Sprünge der Schalenmittelfläche sind zu berücksichtigen, sobald Membrankräfte signifikante Biegeeffekte erwarten lassen. In der Regel dürfte das der Fall sein, wenn die Toleranzen der planmäßigen Versätze überschritten werden. Das Verschmieren von Ring- und Längssteifen, Öffnungen und Wandprofilierungen ist in Grenzen möglich (Tab. 2.8)

Die Randbedingungen sollten so gewählt werden, dass sie eine konservative Abbildung der Realität darstellen. Neben den radialen und tangentialen Verschiebungen hat vor allem die meridionale Verschiebung eine maßgebliche Rolle bei der Analyse des Stabilitätsverhaltens. Schon geringe Vertikalverformungen können dazu führen, dass die Schale, global gesehen, nicht im Membranzustand Lasten abträgt, sondern sich Biegemomente überlagern, die den Widerstand deutlich verringern können. Typische Beispiele sind Setzungsdifferenzen von Flachbodentanks und Silos entlang des Umfangs [Holst und Rotter, 2004] sowie windbelastete, elastisch verankerte Flachbodentanks [Jäger-Cañás et al., 2017]. Dagegen hat die Randverdrehung β_ϕ kaum Einfluss auf das Stabilitätsverhalten mindestens mittellanger Zylinder, sollte aber berücksichtigt werden, wenn Sekundärspannungen für den Nachweis zu berücksichtigen sind (Grenzzustände LS2 und LS4). Kurze, randeingespannte Kreiszyylinder sollten darüber hinaus auch im LS3 mit Randeinspannung berechnet werden. Im Übergang von zwei Schalensegmenten erlaubt nur eine ausreichend kräftige Ringsteife die Annahme einer der klassischen Randbedingungen.

Die verschiedenen Lagerbedingungen von Schalen wurden erstmals durch Singer [Singer und Rosen, 1974] kategorisiert. Später nutzte Yamaki [Yamaki, 1984] diese Einteilung, um damit umfangreiche Parameterstudien einzuordnen. In die Norm [DIN EN 1993-1-6, 2007] wurden angepasste Bezeichnungen und weitere Randbedingungen übernommen. Einen Überblick zeigt Tab. 2.9. Eine Konkretisierung und anschaulichere Erläuterung der verwendeten Begriffe liefert [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.4.1 (Bild 2.27).

mit u = Verformung in Meridianrichtung, v = Verformung in Umfangsrichtung, w Verschiebung senkrecht zur Mantelfläche und β_ϕ = Verdrehung um Umfangsrichtung

Für imperfektionssensitive Beulfälle ist es ratsam, in Richtung der Druckspannung eine feinere Elementierung zu wählen, um die kurzwelligen Beulen in Lastrichtung ausreichend genau zu erfassen. Für weniger imperfektionsempfindliche Beulphänomene, wie Tanks

Tabelle 2.9: Randbedingungen für die Berechnung von Kreiszylinderschalen nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [Singer und Rosen, 1974]

EN1993-1-6	Singer	u	v	w	β_ϕ	Bezeichnung
BC1r	C1	0	0	0	0	eingespannt
BC1f	S1	0	0	0	$\neq 0$	gelenkig, unverschieblich
BC2r	C3	$\neq 0$	0	0	0	eingespannt, vertikal verschieblich
BC2f	S3	$\neq 0$	0	0	$\neq 0$	gelenkig, vertikal verschieblich
BC3	-	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	frei

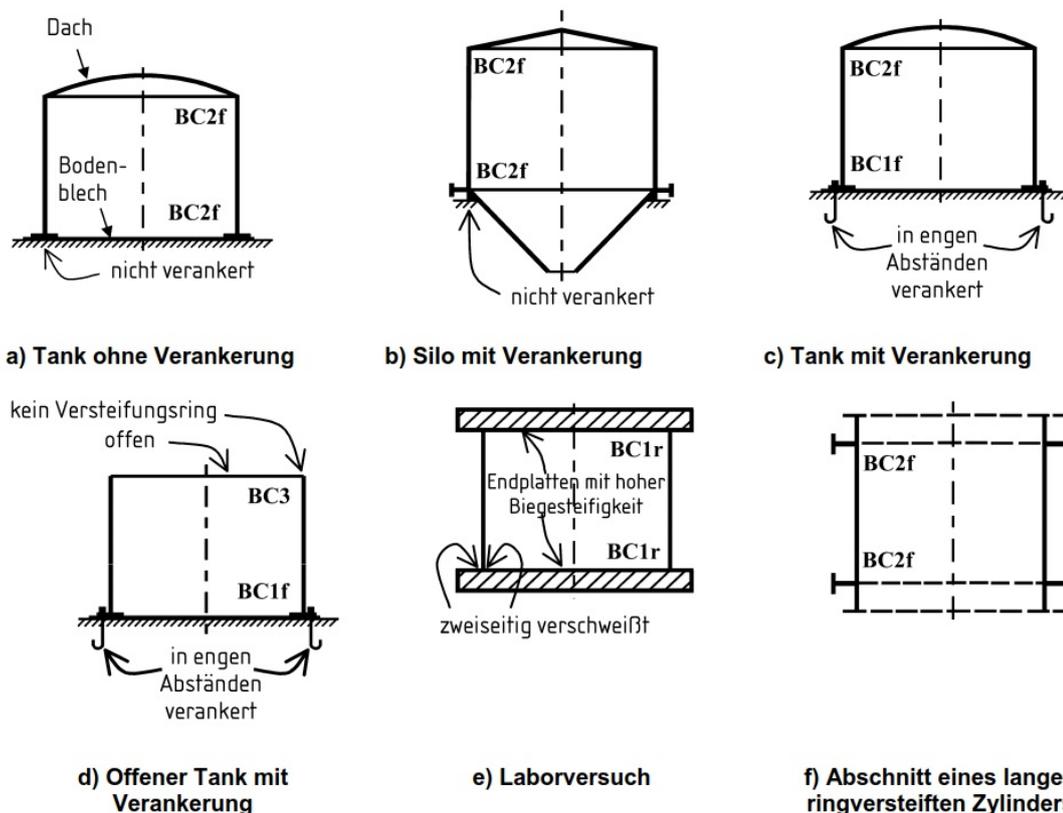


Bild 2.27: Randbedingungen üblicher Schalentragwerke nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

unter Windlast, reicht ggf. auch ein gröberes Netz aus, um hinreichend genau Eigenwerte und Traglasten zu ermitteln.

Um den Einfluss der Netzgröße für den Fall der axialdruckbelasteten Kreiszylinderschale zu zeigen, wurde eine Konvergenzstudie anhand einer Schale mit den Parametern:

$l = r = 1000$ mm, $t = 1$ mm, S 355, Viertelausschnitt, Ränder: BC1f unten, BC2f oben, durchgeführt. Die Ergebnisse sind auf die „klassische Axialbeullast“ nach Gl. 2.3 bezogen und grafisch in Bild 2.28 dargestellt.

Offensichtlich reicht schon eine relativ grobe Unterteilung in Meridianrichtung aus, um zutreffende Ergebnisse zu ermitteln. Das Kriterium nach Knödel [Knödel und Ummenhofer, 2017], der 2,5 Elemente je Beulhalbwelle vorschlug, stellt sich für das verwendete

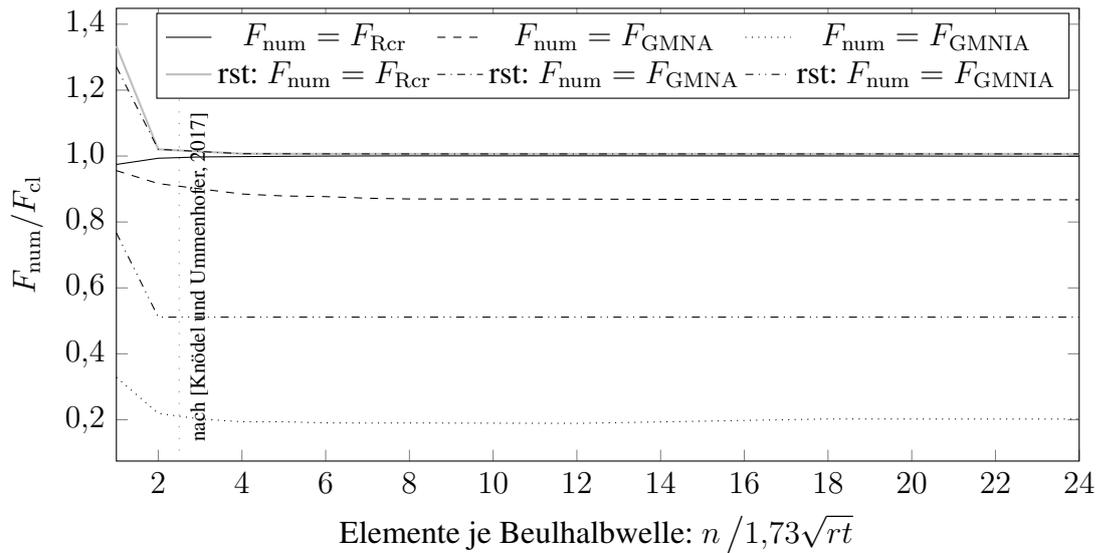


Bild 2.28: Netzkonvergenzstudie, axial belasteter Zylinder mit $r/t = 1000$ und $l/r = 1$

Programm, Sofistik [Sofistik AG, 2013], als etwas zu grob heraus. Der Grenzwert für ein konvergentes Ergebnis wird auf vier Elemente je Beulhalbwelle festgelegt.

Weitere Hinweise und Ratschläge für die Praxis hinsichtlich der Modellierung von Schalenstrukturen mittels FEM und der Netzgestaltung, die deutlich über den Normumfang hinausgehen, können [Knödel und Ummenhofer, 2017] und [Knödel et al., 2017] entnommen werden.

2.2.7 Symmetrie

Der zu untersuchende Beulfall des axial gedrückten Zylinders mit entlang des Umfangs konstanter Meridiandruckkraft und einer rotationssymmetrischen Imperfektion stellt sich im Vorbeulzustand als unempfindlich gegenüber der Wahl des Kreiszylinderausschnitts dar (Tab. 2.10). Es wird daher ein Viertelzylinder für die numerischen Berechnungen gewählt, um die Berechnungszeit und den benötigten Speicherplatz zu optimieren.

2.2.8 Strukturanalyse

Alle Berechnungen dieser Arbeit werden mit Sofistik, Softwareversion 2014 durchgeführt. Das Analysemodul, ASE [Sofistik AG, 2015], bietet für die baupraktisch üblichen

Tabelle 2.10: Lastfaktoren abhängig vom gewählten Zylinderausschnitt

Ausschnitt	r_{GMNA}	r_{GMNIA} ($\Delta w/t = 1$)	Gleichungen
1/1	0,86	0,22	227050
1/2	0,88	0,20	113527
1/4	0,88	0,21	56767
1/8	0,88	0,21	28387

Elemente (Knoten, Federn, Fachwerke, Seile, Stäbe, Schalen und Volumenkörper sowie Starrkörperkopplungen) Elementformulierungen mit physikalischer und geometrischer Nichtlinearität an. Da dünnwandige Kreiszyinderschalen in der Regel im Elastischen beulen, wird ein vereinfachtes linear-elastisch, ideal-plastisches Materialgesetz ohne Verfestigung für den verwendeten Stahl S 355 verwendet.

Von Bedeutung für diese Arbeit ist vor allem das Schalenelement „QUAD“. Es ist im Handbuch als vierknotiges, nichtkonformes Element mit bilinearem Verschiebungsansatz beschrieben. „QUAD“s sind nichtkonforme Elemente, da durch programminterne Manipulationen der Spannungszustände zwar im Resultat die Annäherung von Schnittgrößen in den Elementecken verbessert wird, dafür aber die Stetigkeit der Verschiebungen über zwei Elemente hinweg nicht mehr gegeben ist.

Sofistik bietet statische und dynamische nichtlineare Berechnungen an. Dabei wird ein modifiziertes Newton-Raphson-Iterationsverfahren mit konstanter Steifigkeit angewandt. Dadurch muss das Gleichungssystem nicht bei jedem Iterationsschritt neu zusammengesetzt werden und bleibt jederzeit positiv-finit. Ein Beschleunigungsalgorithmus hilft, Rechenzeiten zu minimieren. Sobald geometrische Nichtlinearität im statischen Problem eine Rolle spielt, wird auf ein Line-Search-Verfahren mit Steifigkeitsupdates gewechselt. Da die Eigenwerte begleitend während der Iteration überprüft werden, entfällt eine separate Bestimmung für jeden Lastschritt im Nachgang.

Mit dem Standard-Newton-Raphson-Verfahren können lokale Maximas nur schwer überwunden werden. Zudem stellen Konvergenzschwierigkeiten sowie das Springen in instabile Sekundärpfade nahe des Verzweigungspunktes bei besonders dünnwandigen Zylinderschalen eine Hürde bei der Anwendung dieses Verfahrens dar. Regelmäßig lässt sich nur über die Auswertung der Anstiege der Last-Verformungskurve und unter Festlegung eines Kriteriums zur Erreichung der Traglast (z.B. Traglast erreicht, wenn Anstieg der Last-Verformungskurve geringer als 5 % des maximalen Anstiegs wird) eine Bestimmung des Widerstands vornehmen.

Da das Bogenlängenverfahren nicht in Sofistik implementiert ist, wird behelfsweise eine (modifizierte) quasistatische Berechnung durchgeführt [Schneider, 2002]. Dafür wird mit kleinen Lastinkrementen von maximal 0,0125 mal der Verzweigungslast der perfekten Struktur und einem Zeitinkrement von hundert Sekunden eine dynamisch stabilisierte Berechnung durchgeführt. Durch die kleinen Inkremente bleibt die Steifigkeitsmatrix stets positiv-finit und erst mit dem kollapsmäßigem Beulversagen bricht die Berechnung ab. Als Abbruchkriterium wird dafür entweder das Überschreiten einer Knotenrestkraft von zwanzig Kilonewton oder eine Kopfverformung von mehr als zehn Prozent der Schalenlänge definiert. Anschließend wird über zehn bis zwanzig Schritte der Nachbeulpfad dynamisch stabilisiert und weggesteuert berechnet, wobei die Inkremente schrittweise nach je fünf Schritten von 0,05 auf 0,5 und schließlich fünf mal der linear-elastischen Verschiebung des Kopfpunktes bei Belastung mit der Verzweigungslast erhöht werden. Anschließend werden, problemabhängig, Lastfallintervalle festgesetzt, für die begleitend die Eigenwerte ermittelt werden. Dabei wird bei der Maximallast begonnen und rückwärts entlang des Last-Verformungspfades die Verzweigungslastfaktoren bestimmt. Wenn die Eigenwerte letztmalig von kleiner eins auf größer eins umschlagen, wird das Intervall mit zwei zusätzlichen Stützstellen verdichtet, zwischen den zusätzlichen Eigenwerten interpoliert und das Endergebnis notiert.

Bei eher dickwandigen Schalen, die nicht im rein elastischen Regime beulen, lassen sich in der Regel keine Eigenwerte kleiner eins ermitteln. In diesen Fällen wird im Nachgang an die quasistatische Analyse eine statische Berechnung mittels Newon-Raphson-Verfahren angeschlossen, mit dem der gewünschte Widerstand ermittelt werden kann.

Vergleichsrechnungen zeigen, dass das statische Verfahren i.d.R. eine gute Übereinstimmung mit den quasistatischen Berechnungen ermöglicht. Das Vorgehen wurde aber wegen numerischen Schwierigkeiten bei besonders dünnwandigen Kreiszyindern (Algorithmus wechselt beim Erreichen der Traglast auf Sekundärpfad oder erreicht Traglast nicht, dadurch zu hoher manueller Aufwand durch fallweise Anpassung der Berechnungsparameter) nicht als Standardverfahren festgelegt.

Da Sofistik mit „CADINP“ eine Skriptsprache zur Verfügung stellt, lässt sich dieser Vorgang automatisieren und in Tabellenform aufbereiten. Diese Vorgehensweise führte in etwa achtzig Prozent der Einzelberechnungen auf korrekte Ergebnisse. Die übrigen zwanzig Prozent erforderten ein Eingreifen bei den Iterationsparametern (z.B. Wie oft wird Steifigkeitsmatrix während der Iteration neu erstellt? Wieviele Iterationen sind für ein Gleichgewicht zugelassen? Wie groß darf die Restkraft werden?). Im Einzelfall war die Korrektur der gewählten Vorbeulfigur (ggf. wird die zweite oder dritte Ringbeulfigur maßgebend) notwendig. Stichprobenartige Überprüfungen auch der „korrekten“ Ergebnisse sicherten eine hohe Zuverlässigkeit der Simulationsergebnisse.

Auf eine Vertiefung der Lösungsmethoden und Iterationsverfahren soll an dieser Stelle verzichtet werden. Eine anschauliche und ausführliche Darstellung der einzelnen Verfahren kann u.a. [Wriggers, 2013] entnommen werden.

2.2.9 Spannungsbasierter Beulnachweis

Der spannungsbasierte Nachweis stellt seit vielen Jahren das Standardverfahren zur Bemessung von beulgefährdeten Schalentragsystemen dar. Da für die Basisbeulfälle in vielen Fällen die beulrelevanten Membranschnittkräfte mittels einfacher Formeln ermittelt werden können, erlaubt die Anwendung des Handrechenverfahrens eine schnelle und sichere Ermittlung des Tragwiderstands des untersuchten Systems. Die einfache Anwendung für die Basisbeulfälle Axialdruck, Umfangsdruck und Torsionsschub wird durch eine ggf. hohe Konservativität sowie einer geringen Flexibilität erkauft. Falls mehrere beulrelevante Spannungen auftreten, ist ein hoher Rechenaufwand zur Ermittlung der maßgebenden Stelle im Tragwerk mittels Interaktionsnachweisen notwendig.

Das Vorgehen beim Beulnachweis wird exemplarisch für den Axialbeulnachweis für kurze und mittellange Zylinder in folgendem Schema beschrieben. Die Nachweiskette für Umfangsdruck und Schub stellt sich prinzipiell gleich dar. Unterschiede gibt es vor allem bei der Ermittlung der Verzweigungslast und, im Falle der Schubspannung, aufgrund der durch $\sqrt{3}$ dividierten Werkstoffparameter.

1. Definition der relevanten Beulkurvenparameter:
 Geometriewerte: r, t, l Materialparameter: E, f_y
 Beulkurvenbeiwerte: $\bar{\lambda}_{x0} = 0,2; \beta_x = 0,6; \eta_x = 1,0; Q$ (nach Tab. 2.7)
2. Ermittlung der charakteristischen Imperfektionsamplitude $\Delta w_k/t$:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (2.41)$$

3. Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors α_x :

$$\alpha_x = \frac{0,62}{1 + 1,91 (\Delta w_k / t)^{1,44}} \quad (2.42)$$

4. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp}$:

$$\bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta_x}} \quad (2.43)$$

5. Bestimmung des Längenparameters ω und des Beiwerts für die Beullast C_x :

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} \rightarrow \begin{cases} \omega < 1,7 & \curvearrowright \text{kurzer Zylinder} \\ & C_x = 1,36 - \frac{1,83}{\omega} + \frac{2,07}{\omega^2} \\ \omega \geq 1,7 & \curvearrowright \text{mittellanger Zylinder} \\ \omega < 0,5 \frac{r}{t} & C_x = 1 \end{cases} \quad (2.44)$$

6. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Rcr}$:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0,605 C_x E \frac{t}{r} \quad (2.45)$$

7. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_x$:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} \quad (2.46)$$

8. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors χ_x :

$$\bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_{x0} \curvearrowright \chi_x = 1 \quad (2.47a)$$

$$\bar{\lambda}_{x0} < \bar{\lambda}_x < \bar{\lambda}_{xp} \curvearrowright \chi_x = 1 - \beta_x \left(\frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}} \right)^{\eta_x} \quad (2.47b)$$

$$\bar{\lambda}_{xp} < \bar{\lambda}_x \curvearrowright \chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} \quad (2.47c)$$

9. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd}$:

$$\sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.48)$$

Die Güte der Ergebnisse wird maßgeblich von den verwendeten Beulkurvenparametern beeinflusst, die im Anhang D von [DIN EN 1993-1-6, 2007] angegeben werden. Dabei steht $\bar{\lambda}_{x0}$ für den vollplastischen Schlankheitsgrad, also die Schlankheit, ab der Beulen überhaupt erst eine Abminderung gegenüber des vollplastischen Widerstandes bewirkt. Der Verlauf der Beulkurve im Schlankheitsbereich, bei dem Plastizität und Imperfektionen Einfluss auf das Beulen haben, wird durch die Parameter β_x (plastischer Bereichsfaktor) und η_x (Beulkurvenexponent) beschrieben. Traglasten von elastisch beulenden Kreiszyinderschalen werden maßgeblich durch Imperfektionen beeinflusst, die durch den elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor α_x abgebildet werden. Eine anschauliche Darstellung der Parameter gelingt über die Kapazitätskurve im Bild 2.29.

Der geringe Wert von α_x von nur 0,62 für den perfekten Zylinder ist mechanisch zwar nicht korrekt, hat für das Bemessungsverfahren jedoch keine Auswirkung, da nur sehr dickwandige Zylinderschalen sehr geringe charakteristische Vorbeultiefen haben. Diese beulen aber im elastisch-plastischen Bereich, der nicht vom Parameter α_x beeinflusst wird. Die überarbeitete Norm [DIN EN 1993-1-6, 2017] erlaubt die mechanisch korrekte Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors mit einem Wert von 0,83 für den perfekten Kreiszyylinder.

Die ausgewerteten Beulkurven sind in den ECCS Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015b] mit ca. 750 Versuchsergebnissen überlagert dargestellt (Bild 2.30). Optisch

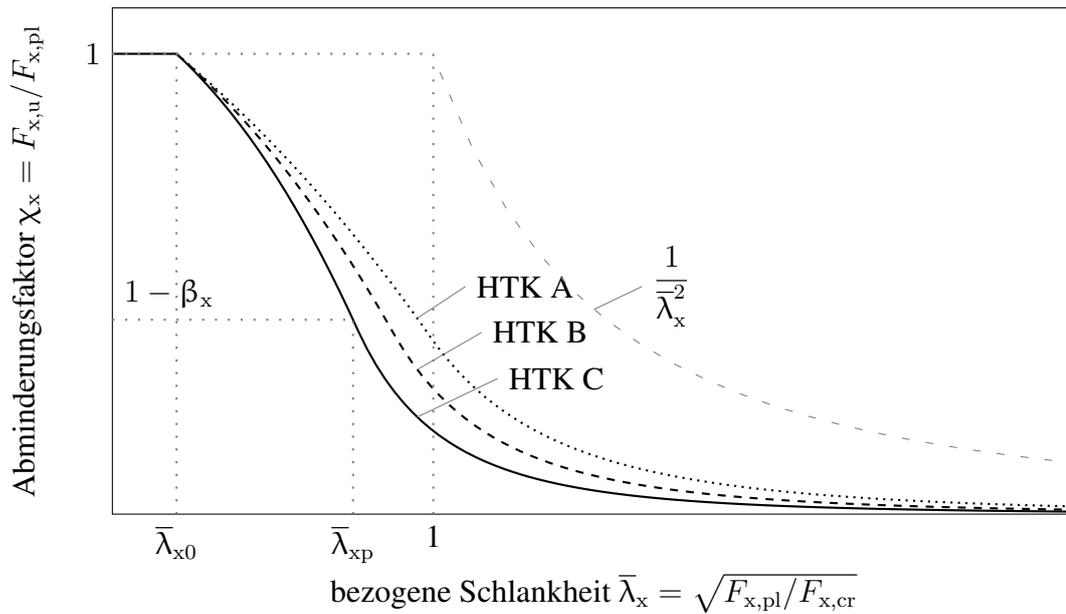


Bild 2.29: Allgemeine Darstellung der Kapazitätskurve nach [Doerich und Rotter, 2011]

scheinen die Kurven eine gute Annäherung an die untere Grenze der Versuchsergebnisse zu liefern. Jedoch werden die Tests an dickwandigen Zylindern deutlich überschätzt (bis zu ca. 30%). Die Beul-Abminderungskurve für Toleranzklasse C ist für schlanke Schalen zu ungünstig, da die Kurve die unteren Symbolgrenzen, statt deren Mittelpunkte, tangiert.

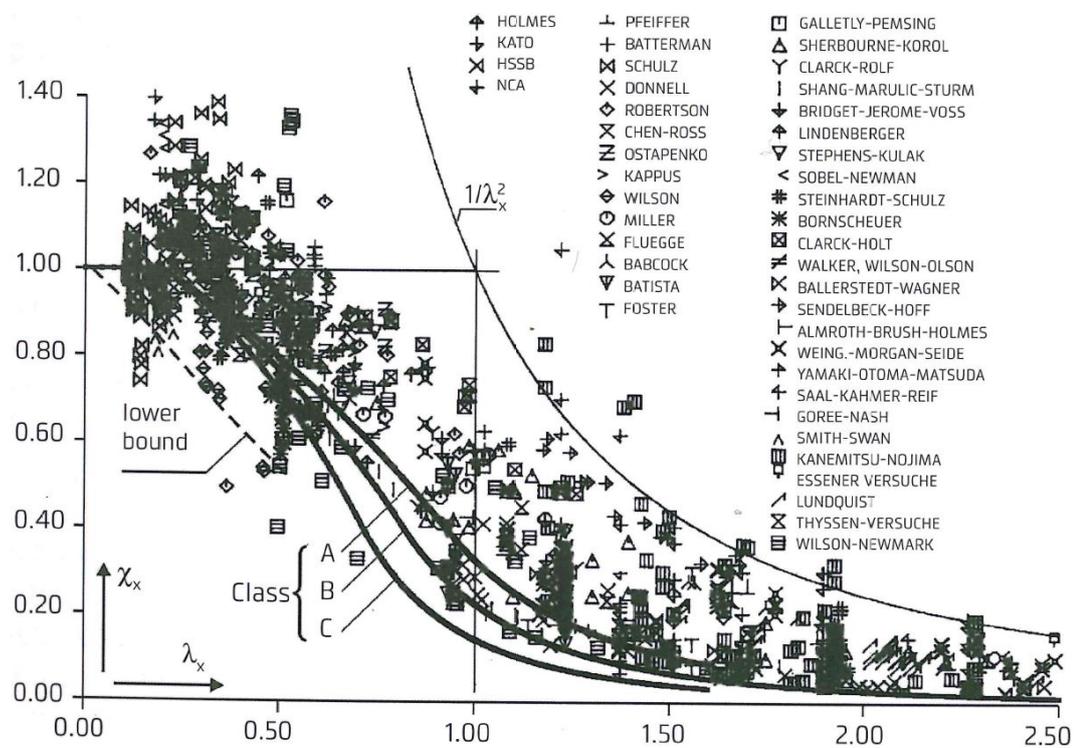


Bild 2.30: Beulkurven mit Versuchen aus [Schmidt und Rotter, 2015a]

2.2.10 Nachweis mittels MNA- und LBA-Berechnung

In absehbarer Zeit werden die numerischen Nachweisformate gegenüber der „klassischen“ Handrechnung stark an Bedeutung gewinnen. Die Schalennorm [DIN EN 1993-1-6, 2007] sieht dafür prinzipiell zwei Verfahren vor, wobei eines davon die Kombination aus MNA und LBA ist. Dieses Verfahren ist vor allem für praktizierende Ingenieure entwickelt worden und hat seine Stärken in der einfachen Anwendung bei gleichzeitig hoher Flexibilität. Da das MNA-LBA-Verfahren auf die gleichen Beul-Abminderungskurven, wie die Handrechnung, zurückgreift, hängt die (wirtschaftliche) Anwendbarkeit jedoch stark von der Verfügbarkeit geeigneter Beulkurvenparameter und -kurven ab.

Die Anwendung des Verfahrens erfordert eine angemessene Modellierung des Gesamtsystems mit passenden Randbedingungen und ausreichend feiner Diskretisierung.

Die beiden Referenzwiderstände sind die plastische Grenzlast $F_{Rpl} = r_{Rpl} F_{Ed}$ und die kritische Last $F_{Rcr} = r_{Rcr} F_{Ed}$. Sobald diese beiden bekannt sind, kann die bezogene Schlankheit $\bar{\lambda}_x$ und anschließend der Beul-Abminderungsfaktor χ_x bestimmt werden, der den Tragwerksplaner auf den Widerstand des untersuchten Systems führt.

Die plastische Grenzlast sollte ohne Werkstoffverfestigung ermittelt werden. Wenn keine MNA durchgeführt werden kann, darf auch ein konservativer Lastfaktor aus einer LA abgeleitet werden. Die Grenzlast ist dabei erreicht, wenn am höchstbelasteten Punkt der Schale gerade Membranfließen eintritt. Durch den geringeren, vereinfacht ermittelten Laststeigerungsfaktor wird die Schlankheit zu niedrig ermittelt. Das führt in der Konsequenz zu höheren Beul-Abminderungsfaktoren. In der Regel liegt der, anhand von einer LA ermittelte, Faktor r_{Rpl} aber so stark auf der sicheren Seite, dass der überschätzte Beul-Abminderungsfaktor überkompensiert wird.

Die Bestimmung des Verzweigungslastfaktors gelingt mit nahezu jeder baupraktisch üblichen Software. Die von [DIN EN 1993-1-6, 2007] geforderte Kalibrierung anhand von Benchmarkfällen sollte dennoch durchgeführt werden, um „ein Gefühl“ für das verwendete Programm zu bekommen und ggf. Anpassungen an Verfahren der Ermittlung der Eigenwerte (u.a. Festlegung eines geeigneten Verfahrens – z.B. Rayleigh-Ritz, Lanczos, simultane Vektoriteration), Anzahl Iterationsschritte bei Vektoriteration, Genauigkeitschranke, Eigenwertshift – für das spezifische Problem festzulegen.

Ist bis dahin die Anwendung von MNA+LBA noch trivial, folgt nun die eigentliche Ingenieuraufgabe – die Festlegung der Beulkurvenparameter α_{ov} , $\bar{\lambda}_{ov0}$, β_{ov} , η_{ov} .

Für die elementaren Beulfälle wie Axialdruck, Umfangsdruck und Schub können die gleichen Parameter wie für die Handrechnung verwendet werden. Sobald Kombinationen der einzelnen Beanspruchungen auftreten, sollten mehrere Eigenwerte anhand von aus Eigenformen abgeleiteten Versagensbildern überprüft werden. Zeigt, z.B. die erste Eigenform eines windbelasteten Tanks ein globales Versagen, so ist es gerechtfertigt, die Beulkurvenparameter für Umfangsdruck zu wählen. Ist eine der folgenden Beuleigenformen ein typisches Axialbeulmuster, so sollte unbedingt auch für diesen Fall der Nachweis geführt werden – dann aber mit den Beulkurvenparametern für Axialdruck. Da die Abminderungsbeiwerte für letzteren Fall in der Regel deutlich geringer sind, besteht eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass der Axialbeulnachweis bemessungsbestimmend wird. Daher erlaubt [DIN EN 1993-1-6, 2007] generell den Ansatz der Parameter für Axialbeulen.

Durchschlagsbeulen kann mittels einer MNA+LBA nicht erkannt werden. Dies ist gemäß [DIN EN 1993-1-6, 2007], Anmerkung zu 8.6.2 (9) bei konischen Sphären und Kappen unter Umfangsdruck und an Schalensegmentverbindungen zwischen zylindrischen

und konischen Schalensegmenten ohne gestützte Knotenlinie der Fall. Es besteht somit die Möglichkeit, dass die Durchschlagslast des perfekten Systems ggf. geringer sein kann, als die Verzweigungslast und daher das vom MNA+LBA-Verfahren angestrebte Sicherheitsniveau nicht gehalten werden kann. Daher wird empfohlen, auch bei der Anwendung der Beulkurvenparameter für Axialbeulen zusätzlich eine Abminderung vorzusehen, wenn das untersuchte System durchschlagsgefährdet ist. Wie groß diese zusätzliche Abminderung sein sollte und wie der Planer anhand der Eigenwerte festlegen soll, ob es sich um ein durchschlagsgefährdetes System handelt, gibt die Norm aber nicht an und erschwert somit die Anwendung des MNA+LBA-Verfahrens für die praktizierenden Ingenieure enorm. Die Ermittlung des Widerstandes mittels MNA+LBA gelingt mit folgenden Schritten:

1. Modellierung des Systems:
Parameter: r, t, l, E, f_y (ohne Verfestigung), Randbedingungen, Netzdichte
2. Ermittlung des Laststeigerungsfaktors zum Erreichen der plastischen Grenzlast r_{Rpl} (Referenzwiderstand MNA)
3. Bestimmung des Laststeigerungsfaktors zum Erreichen der idealen elastischen Grenzlast r_{Rcr} (Referenzwiderstand LBA) als Eigenwertproblem
4. Definition der relevanten Beulkurvenparameter: $\bar{\lambda}_{ov0}, \alpha_{ov}, \beta_{ov}, \eta_{ov}(, Q)$
5. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{ov}$:

$$\bar{\lambda}_{ov} = \sqrt{\frac{r_{Rpl}}{r_{Rcr}}} \quad (2.49)$$

6. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{ovp}$:

$$\bar{\lambda}_{ovp} = \sqrt{\frac{\alpha_{ov}}{1 - \beta_{ov}}} \quad (2.50)$$

7. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors χ_{ov} :

$$\bar{\lambda}_{ov} \leq \bar{\lambda}_{ov0} \curvearrowright \chi_{ov} = 1 \quad (2.51a)$$

$$\bar{\lambda}_{ov0} < \bar{\lambda}_{ov} < \bar{\lambda}_{ovp} \curvearrowright \chi_{ov} = 1 - \beta_{ov} \left(\frac{\bar{\lambda}_{ov} - \bar{\lambda}_{ov0}}{\bar{\lambda}_{ovp} - \bar{\lambda}_{ov0}} \right)^{\eta_{ov}} \quad (2.51b)$$

$$\bar{\lambda}_{ovp} < \bar{\lambda}_{ov} \curvearrowright \chi_{ov} = \frac{\alpha_{ov}}{\bar{\lambda}_{ov}^2} \quad (2.51c)$$

8. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands r_{ovRd} :

$$r_{ovRd} = \chi_{ov} \frac{r_{Rpl}}{\gamma_{M1}} \quad (2.52)$$

2.2.11 Nachweis mittels GMNIA-Berechnung

Zur Ableitung von Parametern für die Erstellung von Beulkurven und für die Berechnung noch nie dagewesener Einwirkungs Zustände oder Geometriezusammensetzungen muss zwangsweise das theoretisch anspruchsvollste Verfahren GMNIA angewandt werden. Die Vorteile liegen in der Flexibilität und dem tiefen Einblick in das Tragverhalten der untersuchten Struktur. Nachteilig ist dagegen der hohe Berechnungsaufwand sowie die eingeschränkte Kontrollmöglichkeit bei Beulfällen, die vom Standard abweichen.

Da die GMNIA ein tiefes Verständnis des Anwenders für das mechanische Problem, die Aufbereitung des Systems in einer geeigneten Software und das Wissen über die Algorithmen und Berechnungsmethodik des verwendeten Programmes voraussetzt, die bei praktizierenden Ingenieuren nicht a priori in vollem Maße vorausgesetzt werden kann, fordert [DIN EN 1993-1-6, 2007] neben der GMNIA selbst, eine Reihe begleitender Berechnungen durchzuführen.

Nach Norm geht beginnt die Ermittlung der Traglast mittels GMNIA mit einer LBA. Dieser Aufwand ist vertretbar, da z.B. die Beulfiguren als Imperfektionen vorteilhaft aus der Verzweigungslastberechnung abgeleitet werden können. Zwar nicht explizit von [DIN EN 1993-1-6, 2007] gefordert, aber empfehlenswert, ist die Ermittlung des plastischen Referenzwiderstands mittels einer MNA und die Anwendung des MNA+LBA-Verfahrens (vgl. Abschnitt 2.2.10) als Vergleichswert für den numerisch ermittelten Widerstand $r_{R,GMNIA}$.

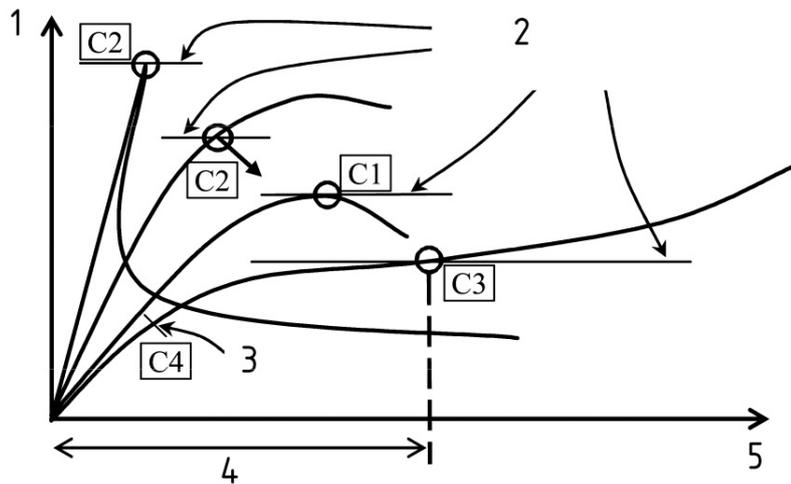
Der Referenzwert für die Beurteilung der Imperfektionssensitivität wird mit einer GMNA bestimmt. Das untersuchte System ist umso imperfektionsempfindlicher, je kleiner das Verhältnis aus den Widerständen der GMNIA und der GMNA wird. Für unversteifte, axialdruckbelastete Kreiszyinderschalen liegt das Minimum bei $\alpha_x \approx 0,12$ [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b]. Dagegen kann eine Berechnung mit Schachbrettbeulen als Vorverformung sogar einen höheren Widerstand, als den der perfekten Schale ergeben. Eine ungünstig gewählte Imperfektion kann somit auch einen versteifenden Effekt erzielen – typisch z.B. auch bei sehr schlanken, windbelasteten Tanks [Jäger-Cañás et al., 2017].

Es ist keine triviale Aufgabe, bei der Vielzahl an möglichen mechanischen Verhalten der Strukturen unter verschiedenen Einwirkungssituationen, ein Grenzkriterium anzugeben, anhand dessen jederzeit der „korrekte“ Widerstand des untersuchten Systems eindeutig definierbar ist. Die Norm gibt eine Hilfestellung durch das Festlegen von Versagenskriterien C1 bis C4 (siehe Tab. 2.11 bzw. Bild 2.31). Das Kriterium C4 spielt dabei ausschließlich für GN(I)A eine Rolle. Für eine GMN(I)A würde die Anwendung von C4 zu äußerst konservativen Ergebnissen führen.

Tabelle 2.11: Grenzzustände bei einer GMN(I)A

Krit.	Beschreibung	typische System/Lastsituation
C1	Maximalwert der Last-Verformungskurve	Axialbeulen der dickwandigen KZS
C2	Gleichgewichtsverzweigung	Axialbeulen der dünnwandigen KZS
C3	Größte tolerierbare Verformung $\beta \leq 0,1 \text{ rad}$	Windbeanspruchter Flachbodentank
C4	Erreichen der Vergleichsspannung an der Manteloberfläche	–

Der Anwender der „vollständigen Analyse“, wie die GMNIA auch hin und wieder genannt wird, muss sich des Weiteren im Klaren sein, ob das vorliegende Problem ein Verzweigungs- oder Durchschlagsproblem ist. Wirth [Wirth, 2008] klassifizierte beide Versagensmöglichkeiten und stellte anschaulich deren Grundzüge heraus Bild 2.32.



Legende

- 1 r Lasterhöhungsfaktor auf Bemessungswerte der Einwirkungen
- 2 $r_{R,GMNIA}$ ist der kleinste dieser alternativen Werte
- 3 Fließbeginn als sichere Schätzung
- 4 größte tolerierbare Verformung
- 5 Verformung

Bild 2.31: Versagenskriterien bei GMN(I)A nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

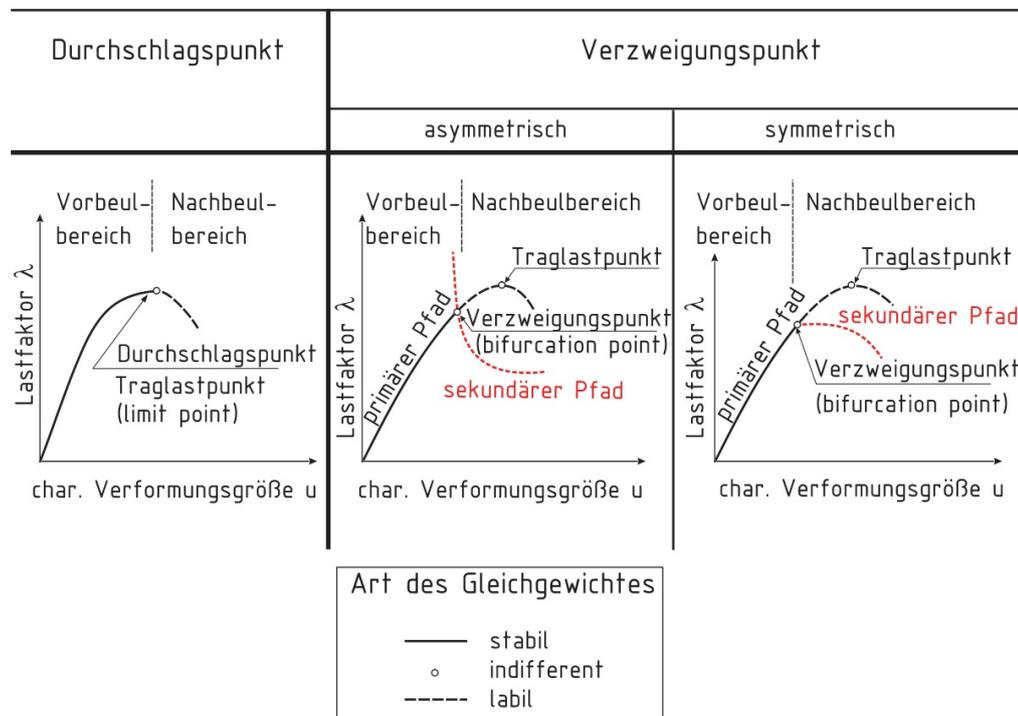


Bild 2.32: Klassifizierung des Stabilitätsversagens nach [Wirth, 2008]

2.2.11.1 Verzweigungsbeulen

Die Norm [DIN EN 1993-1-6, 2007] ordnet dem Verzweigungsbeulen das Kriterium C2 zu. Es existieren entlang des primären, stabilen Lastverformungspfades (Bild 2.33, „stabil“) viele Sekundärpfade. Am Verzweigungspunkt „springt“ die Struktur in einen der vielen möglichen Sekundärpfade (auch Nachbeulpfad, Bild 2.33, „labil“). In der Regel geschieht dieser Sprung schlagartig ohne Vorankündigung und mit einem starken Abfall der Tragfähigkeit.

Nach Koiter muss beim Beulen von Kreiszyinderschalen das Verzweigungsverhalten differenzierter betrachtet werden (Zusammenstellung nach [Wirth, 2008]):

- Asymmetrisches Verzweigungsverhalten: Je nach Konfiguration der Struktur nach dem Verzweigen gibt es stabile und instabile Gleichgewichtszustände.
- Stabiles symmetrisches Verzweigungsverhalten: Es existieren ausschließlich stabile Gleichgewichtszustände nach der Verzweigung. Typisch: Axial gedrückte, vierseitig gelagerte Platte.
- Instabiles, symmetrisches Verzweigungsbeulen: Nach der Verzweigung sind ausschließlich instabile Gleichgewichtszustände vorhanden. Typisch: Axial gedrückter Kreiszyinder.

Mathematisch betrachtet, erkennt man einen Verzweigungspunkt daran, dass der Anstieg der Tangente an den Lastverformungspfad nicht null wird, während das Skalarprodukt aus Eigenvektor und Lastvektor gleich null ist (Gl. 2.53) [Wirth, 2008].

$$\frac{d\lambda}{du} \neq 0 \quad \text{und} \quad \Phi^T P = 0 \quad (2.53)$$

mit: λ Last-Verschiebungs-Vektor
 u Verformungsvektor
 Φ^T Eigenvektor
 P Lastvektor

2.2.11.2 Durchschlagsbeulen

Durchschlagsbeulen ist das Stabilitätsversagen beim Erreichen des Maximums der Last-Verformungskurve (Kriterium C1). Die nur gering verformte Struktur hat beim Erreichen des Limitpunktes keine Möglichkeit, in ihrer momentanen Konfiguration höhere Lasten aufzunehmen. Wenn der Belastungsvorgang stabil verläuft, stellt sich, bei weggesteuerter

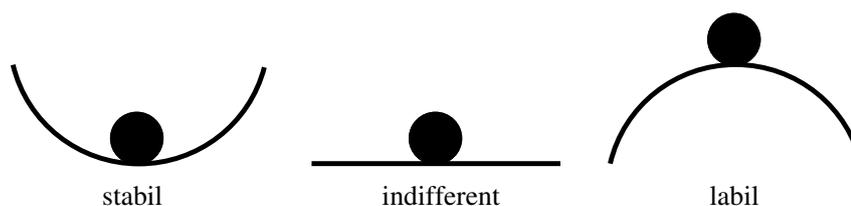


Bild 2.33: Klassische Definition der Gleichgewichtslagen

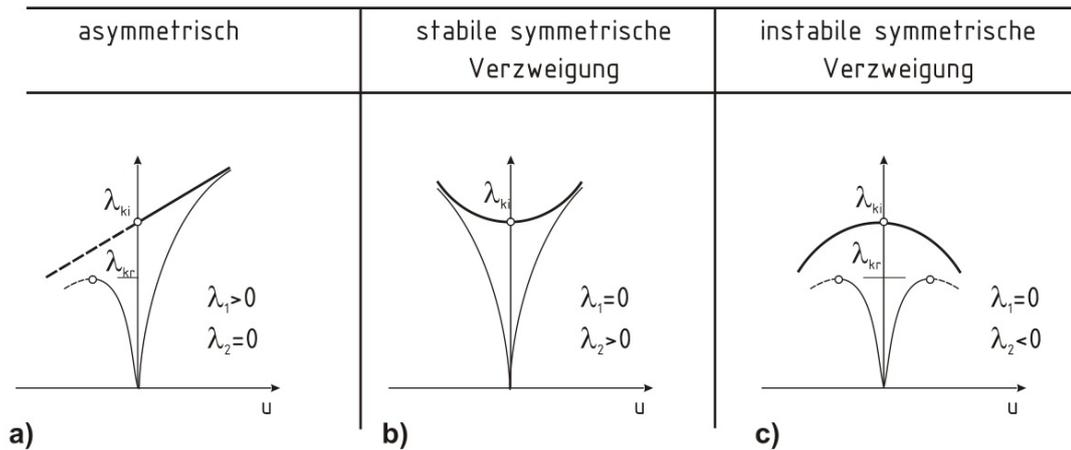


Bild 2.34: Definition der Gleichgewichtslagen nach Koiter aus [Wirth, 2008]

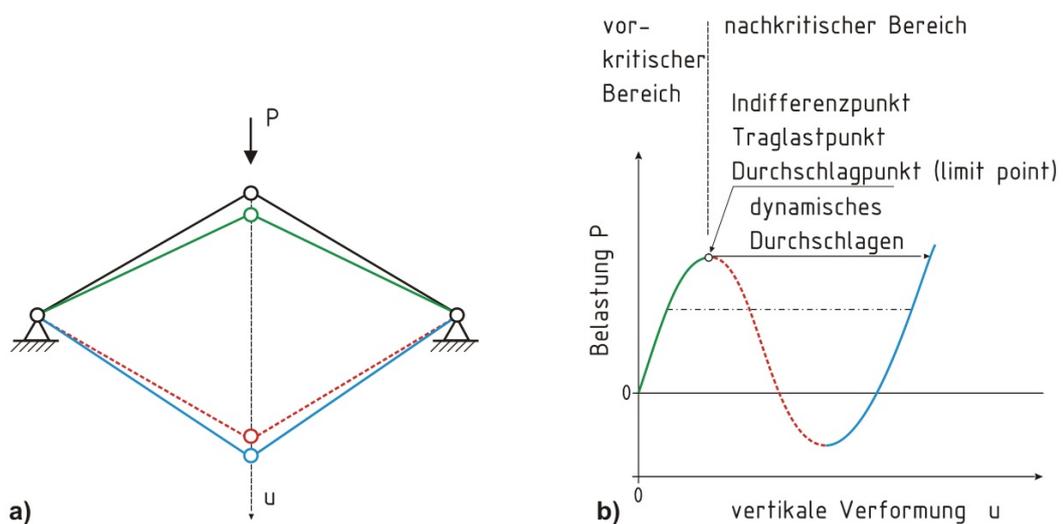


Bild 2.35: Dreigelenk-Sprengwerk aus [Wirth, 2008]

Belastung, ein mit steigender Verformung stetig geringer werdendes Widerstandsinkrement ein. Schlägt die Schale durch, wechselt sie ihre Konfiguration (in der Regel mit einem starken Verformungszuwachs) und kann in dem neuen Verformungszustand höhere Lasten aufnehmen, als im gering verformten Zustand.

Ein für die Stabstatik typisches Beispiel für Durchschlagen ist das im Bild 2.35 dargestellte Dreigelenksprengwerk mit einer vertikalen Einzellast. Infolge der Belastung verringert sich die Neigung der Stäbe bis der Indifferenzpunkt überschritten wird. Das System schlägt durch und findet eine neue, stabile Gleichgewichtslage, bei der die Stäbe auf Zug belastet sind und damit höhere Belastungen aufnehmen können.

Die mathematische Beschreibung eines Durchlagspunktes gelingt nach [Wirth, 2008] über Gl. 2.54. Der Anstieg der Tangente an die Last-Verformungskurve wird null, aber das Skalarprodukt aus Eigenvektor und Lastvektor bleibt ungleich null.

$$\frac{d\lambda}{du} = 0 \quad \text{und} \quad \Phi^T P \neq 0 \quad (2.54)$$

2.2.11.3 Kalibrierung des Beulnachweises

Nachdem die Hilfswiderstände aus der LBA, MNA und GMNA bestimmt und die Traglast mittels GMNIA ermittelt sind, muss der Anwender die letzte Hürde des GMNIA-Verfahrens, die Kalibrierung meistern, ehe er sein Ergebnis als vertrauenswürdig deklarieren und für eine Bemessung verwenden darf. Dies kann auf zweierlei Wegen geschehen:

1. Der Faktor $r_{R,GMNIA,check}$ muss mittels stichprobenartiger Nachrechnung von aus der Literatur bekannten Studien mit dem „eigenen“ Programm verifiziert werden. Dabei sollte der Beulfall ähnlich hinsichtlich der Imperfektionssensitivität, der geometrischen und materiellen Nichtlinearität und der verwendeten Imperfektion sein. Der Referenzwiderstand des Beulfalles aus der Literatur geht als $r_{R,known,check}$ in Gl. 2.55 ein.
2. Der Faktor $r_{R,GMNIA,check}$ muss mittels eines Abgleichs anhand von Versuchen verifiziert werden. Der Beulfall der Versuche sollte ähnlich hinsichtlich der Imperfektionssensitivität, der geometrischen und materiellen Nichtlinearität sein. Das Verhältnis der Versuchslast zur plastischen Grenzlast geht als Faktor $r_{R,test,check}$ in Gl. 2.55 ein.

Ein Abgleich der mittels GMNIA bestimmten Widerstände anhand des MNA+LBA-Verfahrens oder einer Handrechnung als „[...]allgemein anerkannte Theorie [...]“ nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.7.2 (26) ist nicht empfehlenswert, da, gemäß der Anmerkung 1 zu [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.7.2 (23), „[...] die ‚Handberechnungen‘ nach 8.5 und Anhang D aus unteren Hüllkurven von Versuchsergebnissen abgeleitet wurden und dass diese in einigen Fällen zu so niedrig angesetzten Werten für den charakteristischen Beulwiderstand führen, dass sie sich nicht mehr auf einfache Weise numerisch nachvollziehen lassen.“

Wirth zeigte anhand von zwei großmaßstäblichen Lippsilos, dass die Anwendung der Normvorgaben auf konservative Ergebnisse führt [Wirth, 2008]. Für Silo I ($r/t \approx 1000$) ermittelte er eine Traglast von 322 kN, während die Versuchslast bei 418 kN lag. Mit einem Faktor $k_{GMNIA} = 1,30$ liegt sein Ergebnis außerhalb der normativen Grenzwerte und wäre daher als ungültig zu betrachten. Für Silo II ($r/t \approx 612$) berechnete er einen Faktor $k_{GMNIA} = 1,04$ und erhielt damit ein gültiges Ergebnis.

Tendenziell steigen also die Korrekturfaktoren für dünnwandige Kreiszyinderschalen unter Axialdruck mit dem r/t -Verhältnis und führen schon bei geringer Dünnwandigkeit zu, normgemäß, nicht vertrauenswürdigen Ergebnissen.

Eine mögliche Erklärung der Unterschätzung des Beulwiderstands liegt in der Interpretation der Imperfektionstiefe abhängig von der gewählten Vorverformung. [DIN EN 1993-1-6, 2007], 8.7.2 (19) erlaubt die Beurteilung der Vorbeule anhand der gewählten Messlänge. Für eine eigenformaffine Ringbeule wäre es, aufgrund des alternierenden, sinus-förmigen Musters, daher möglich, nur die Hälfte der normativen Ersatzimperfektionsamplitude in der Berechnung zu verwenden [Chen, 2011] und es würde sich numerisch eine höhere Tragfähigkeit ermitteln lassen. Bei sehr dünnwandigen Kreiszyindern unter Axialdruck ist es dennoch möglich, dass k_{GMNIA} außerhalb des Vertrauensraumes liegt [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b].

$$0,8 \leq k_{GMNIA} = \frac{r_{Rk,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \text{ bzw. } \frac{r_{Rk,test,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \leq 1,2 \quad (2.55)$$

mit: $r_{Rk,known,check}$ bekannter charakteristischer Wert des Vergleichsbeulfalles
 $r_{test,known,check}$ bekanntes Versuchsergebnis
 $r_{GMNIA,check}$ Ergebnis der numerischen Berechnung für den Vergleichsbeulfall bzw. den Versuchsbeulfall.

Ist die Bedingung aus Gl. 2.55 erfüllt, so kann der Bauteilwiderstand nach Gl. 2.56 festgelegt werden, wobei bei Verwendung von $r_{Rk,test,check}$ der Faktor k_{GMNIA} maximal 1,0 sein darf.

$$r_{Rd} = \frac{k_{GMNIA} r_{GMNIA}}{\gamma_{M1}} \quad (2.56)$$

2.3 Nachweiskonzept von prEN 1993-1-6:2017

Am prinzipiellen Aufbau und Inhalt hat sich in den letzten zehn Jahren der Normungsfortschreibung nichts Wesentliches geändert. Ergänzt wurde das erst 2016 erstmals veröffentlichte „Reference Resistance Design“ [Rotter, 2016]. Die Bestimmungsgleichungen der Beulkurvenparameter für Axialdruck wurde, mit geringfügigen Modifikationen, aus [Rotter, 2008] übernommen. Ein Verfestigungskriterium für sehr dickwandige Zylinder ist [Doerich und Rotter, 2008] entnommen worden.

2.3.1 Bestimmung der Beulkurvenparameter

Eine maßgebliche Änderung in der Ermittlung der Beulkurvenparameter ist die Aufspaltung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors α_x in die Anteile aus geometrischer Nichtlinearität α_{xG} und die Abminderung durch Imperfektionen α_{xI} . Dabei ist, nach [Rotter, 2017], der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität als Verhältnis aus dem Ergebnis einer GNA zum Lastfaktor aus einer LBA definiert (Gl. 2.57). Die Traglastreduktion infolge von Imperfektionen wird, wie bisher, aus Experimenten und aufgemessenen Behältern abgeleitet. Rotter weist darauf hin, dass die geometrische Nichtlinearität versteifend oder ungünstig wirken kann [Rotter, 2017].

$$\alpha_{xG} = \frac{R_{GNA}}{R_{LBA}} \quad (2.57)$$

Das modifizierte Formelwerk ist im Folgenden als Ablaufschema dargestellt und im Bild 2.36 grafisch der bisher gültigen Fassung von [DIN EN 1993-1-6, 2007] gegenübergestellt. Die Verläufe der Abminderungsbeiwerte werden dem Diagramm aus den ECCS-Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015a] überlagert dargestellt, um eine Einordnung in die bis heute umfangreichste Sammlung von Versuchsergebnissen zu ermöglichen.

1. Definition der relevanten Beulkurvenparameter:

Geometriewerte: r, t, l Materialparameter: E, f_y

Beulkurvenbeiwerte: $\bar{\lambda}_{x0} = 0,2; Q$ (nach Tab. 2.7)

2. Bestimmung der charakteristischen Imperfektionsamplitude $\Delta w_k/t$ mittels Gl. 2.41:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}}$$

3. Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors α_x :

$$\alpha_{xG} = 0,83 \quad (2.58)$$

$$\alpha_{xI} = \frac{1}{1 + 2,2 (\Delta w_k / t)^{0,88}} \quad (2.59)$$

$$\alpha_x = \alpha_{xG} \alpha_{xI} = \frac{0,83}{1 + 2,2 (\Delta w_k / t)^{0,88}} \quad (2.60)$$

4. Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors β_x :

$$\beta_x = 1 - \frac{0,95}{1 + 1,2 (\Delta w_k / t)} \quad (2.61)$$

5. Ermittlung des Beulkurvenexponenten η_x :

$$\eta_x = \frac{5,4}{1 + 4,6 (\Delta w_k / t)} \quad (2.62)$$

6. Parameter für Verfestigung χ_{xh} :

$$\chi_{xh} = 1,2 \quad (2.63)$$

7. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp}$ mittels Gl. 2.43:

$$\bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta_x}}$$

8. Bestimmung der Parameter ω und C_x über Gl. 2.44:

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} \rightarrow \begin{cases} \omega < 1,7 & \curvearrowright \text{kurzer Zylinder} \\ & C_x = 1,36 - \frac{1,83}{\omega} + \frac{2,07}{\omega^2} \\ \omega \geq 1,7 & \curvearrowright \text{mittellanger Zylinder} \\ \omega < 0,5 \frac{r}{t} & C_x = 1 \end{cases}$$

9. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Rcr}$ mit Gl. 2.45:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0,605 C_x E \frac{t}{r}$$

10. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_x$ über Gl. 2.46:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}}$$

11. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors χ_x mit Gl. 2.47:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_{x0} & \curvearrowright \chi_x = \chi_{xh} - \lambda_x / \bar{\lambda}_{x0} (\chi_{xh} - 1) \\ \bar{\lambda}_{x0} < \bar{\lambda}_x < \bar{\lambda}_{xp} & \curvearrowright \chi_x = 1 - \beta_x \left(\frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}} \right)^{\eta_x} \\ \bar{\lambda}_{xp} < \bar{\lambda}_x & \curvearrowright \chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} \end{aligned}$$

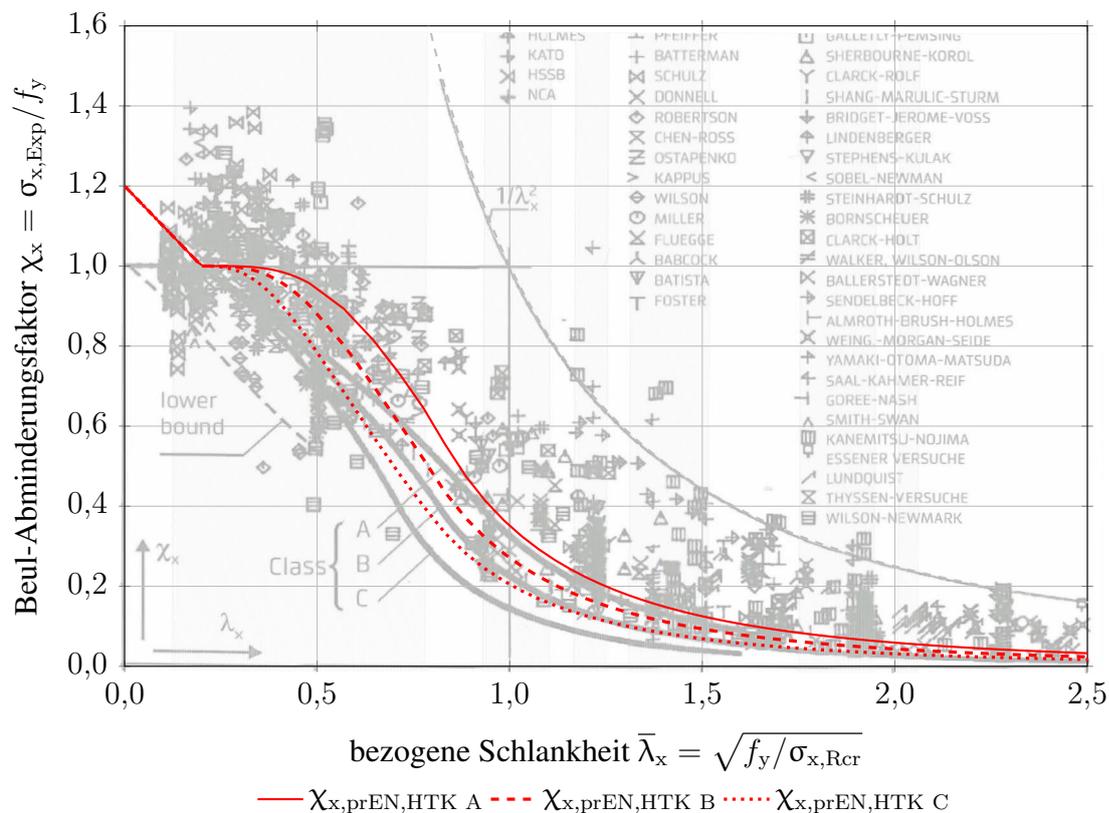


Bild 2.36: Abminderungsbeiwert χ_x [pr EN 1993-1-6, 2017] für S 235 im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]

12. Bestimmung des Bemessungswerts des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd}$ Gl. 2.48:

$$\sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

2.3.2 Bemessung mittels Referenzwiderständen

Das neu eingeführte Bemessungskonzept verspricht für Fälle, bei denen es lokal zu erhöhten Spannungskonzentrationen, ggf. mit signifikanten Plastizierungen, kommt, wirtschaftlichere Ergebnisse bei einfacherer Berechnungsmethodik. Die Grundidee des „Reference Resistance Designs“ ist es, nicht nur die maximalen Membranspannungen im Nachweis zu berücksichtigen, sondern auch das Membranspannungsfeld in der Umgebung der zu überprüfenden Stelle in die Bemessung einzubeziehen. Dabei können Einflüsse aus Membran- und Biegeeffekten, Plastizität und geometrische Imperfektionen bei der Anwendung der Referenzwiderstände direkt berücksichtigt werden. Hintergründe und ausführlichere Darstellungen zum Bemessen mit Referenzwiderständen können u.a. [Rotter, 2017] und [Rotter, 2016] entnommen werden.

Grundlage für die Bemessung mit Referenzwiderständen ist die Einwirkung, sei es eine Punkt-, Linien oder Flächenlast, selbst. Hilfs- und Bauteilwiderstände werden jeweils als Vielfache der Einwirkung angegeben.

Verantwortlich für die Entwicklung der Bemessungsgleichungen sind in der Regel Wissenschaftler oder, in Spezialfällen, auch die Tragwerksplaner selbst. Sie müssen im ersten Schritt aus einer Reihe von LBAs und MNAs Gleichungen entwickeln, mit denen sich, ggf. abschnittsweise, das Verhalten der Struktur unter der gegebenen Belastung algebraisch mit Geometrie- und Materialparametern beschreiben lässt. Eine genaue Erfassung der beiden Referenzwiderstände ist unbedingt erforderlich, um die Widerstände der Struktur zutreffend beschreiben zu können.

Der Einfluss des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors erschließt sich dem Forscher aus der Ermittlung der Koeffizienten nach Gl. 2.57 aus einer GNA und LBA, wobei Rotter [Rotter, 2017] vorschlägt, eine einfache Relation für die Abhängigkeit von der geometrischen Nichtlinearität zu wählen.

Anhand von GMNAs muss der elastisch-plastische Beulwiderstand der perfekten Schale, zunächst ohne Verfestigung, bestimmt werden. Rotter schlägt vor, die Geometrie dafür konstant zu lassen und die Streckgrenze des Materials anzupassen [Rotter, 2017]. Das hat den Vorteil, dass die Grenzfälle MNA (bei geringer Streckgrenze) bis LBA (bei sehr hoher Streckgrenze) ohne Änderung des Einflusses der geometrischen Nichtlinearität überprüft werden können. Im Ergebnis ist deutlich der Einfluss der Plastizität erkennbar. Vorteilhaft ist eine Darstellung in der modifizierten Kapazitätskurve nach [Rotter, 2008] (vgl. Bild 2.37), da sich die Beulkurvenparameter so einfacher bzw. anschaulicher ermitteln lassen. Eine ergänzende Bestimmung der elastisch-plastischen Widerstände mittels einer GMNA und materialtypischer Verfestigung ist für die Darstellung in der modifizierten Kapazitätskurve sinnvoll [Rotter, 2017].

Durch die Variation der Amplituden bei den folgenden GMNIAs lassen sich die Beulkurvenparameter β und η aus der modifizierten Kapazitätskurve mittels Approximationskurven ermitteln. Eine ausführliche Beschreibung der Herleitung der Parameter kann, z.B. für Kreiszyylinder unter Axialdruck, [Chen, 2011] entnommen werden.

Abschließend müssen die Ergebnisse der GMNIAs algebraisch so mit den Resultaten der MNAs und LBAs verknüpft werden, dass eine optimale Annäherung der Ausgleichskurven an die über GMNIA ermittelten Traglasten bzw. an Benchmarkbeulversuche erreicht wird.

Der Tragwerksplaner kann dann über die bekannten Gleichungen für den Beul-Abminderungsfaktor, die im Punkt 2.3.1 zusammengestellt wurden, den Widerstand der Struktur unter der gegebenen Belastung ermitteln. Der einzige Unterschied dabei ist die kraft- bzw. lastbezogene Bemessung mit Referenzwiderständen gegenüber der spannungsbasierten Ermittlung des Widerstands beim spannungsbasierten Nachweis.

Für einfache Beulfälle, wie dem isotropen Kreiszyylinder unter Axial- oder Umfangsdruckbeanspruchung können die bereits in [DIN EN 1993-1-6, 2007] im Anhang B zusammengestellten Gleichungen zur Ermittlung des plastischen Referenzwiderstands genutzt werden. Die Verzweigungslast kann mit Hilfe des Formelwerks im Anhang D der Norm bestimmt werden. Die Beulkurvenparameter sind ebenso Anhang D zu entnehmen.

Für komplexere Beulfälle, wie Zylinderschalen unter Biegebeanspruchung und sphärische Schalenträgerwerke, werden im Anhang E der [pr EN 1993-1-6, 2017] die für die Anwendung des neuen Konzepts notwendigen Gleichungen angegeben.

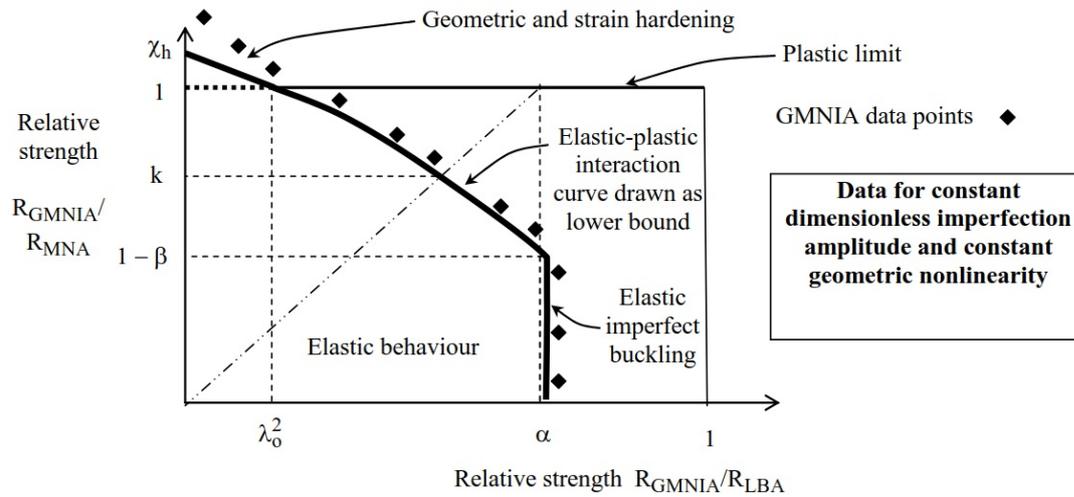


Bild 2.37: Modifizierte Kapazitätskurve nach [Rotter, 2008]

Der Nachweis wird über die Grenzbedingung entsprechend Gl. 2.65 geführt.

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M1}} > 1 \quad (2.65)$$

2.4 Nachweiskonzepte anderer Regelwerke

2.4.1 Nachweiskonzept von DIN 18800-4 (2008)

Das Vorgängerregelwerk der [DIN EN 1993-1-6, 2007], die [DIN 18800-4, 2008], hatte bereits detailliert definierte Anforderungen an Herstelltoleranzen. Eine Einstufung in Klassen wurde aber nicht vorgenommen. Die DIN, deren Gültigkeit mit der Version von 2008 bis auf Dünnwandigkeiten von $r/t = 5000$ erweitert wurde, stellte eine Beulkuve für Axialdruck für den spannungsbasierten Nachweis zur Verfügung. Die Anwendung numerischer Nachweise wurde erstmals mit der DASt-Richtlinie 17 [DASt-Ri 017, 1992] normiert und systematisch aufbereitet.

Das κ -Konzept, das [DIN 18800-4, 2008] zugrunde lag, hat in den Grundzügen des mit den Eurocodes eingeführten χ -Abminderungsbeiwerten bekannten Vorgehens entsprochen. Für die Einteilung der Beulfälle sah [DIN 18800-4, 2008] zwei Kategorien vor.

- Hoch imperfektionsempfindliche Fälle: z.B. Axialbeulen von Kreiszyllindern (κ_2),
- weniger imperfektionsempfindlichen Fälle: Umfangsbeulen (κ_1).

Die Materialsicherheiten wurden beulfallabhängig und, für imperfektionsempfindliche Fälle, zusätzlich schlankheitsabhängig definiert.

Das Nachweisprozedere ist ähnlich des von [DIN EN 1993-1-6, 2007] bekannten gewesen und lässt sich wie folgt zusammenstellen:

1. Definition der relevanten Beulkurvenparameter:

Geometriewerte: r, t, l

Materialparameter: E, f_y

2. Bestimmung des Beiwerts für die Ermittlung der Verzweigungslast C_x :

$$\text{wenn: } \frac{l}{r} \leq 0,5 \sqrt{\frac{r}{t}} \rightarrow C_x = 1 + 1,5 \left(\frac{r}{l}\right)^2 \frac{t}{r} \quad (2.66)$$

3. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Si}$:

$$\sigma_{x,Si} = 0,605 C_x E \frac{t}{r} \quad (2.67)$$

4. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{Sx}$:

$$\bar{\lambda}_{Sx} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Si}}} \quad (2.68)$$

5. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors κ_2 :

$$\bar{\lambda}_{Sx} \leq 0,25 \curvearrowright \kappa_2 = 1 \quad (2.69a)$$

$$0,25 < \bar{\lambda}_{Sx} \leq 1,00 \curvearrowright \kappa_2 = 1,233 - 0,933 \bar{\lambda}_{Sx} \quad (2.69b)$$

$$1,00 < \bar{\lambda}_{Sx} \leq 1,50 \curvearrowright \kappa_2 = 0,30 / \bar{\lambda}_{Sx}^3 \quad (2.69c)$$

$$1,50 < \bar{\lambda}_x \leq 64 \sqrt{f_y / E} \curvearrowright \kappa_2 = 0,20 / \bar{\lambda}_x^2 \quad (2.69d)$$

$$2500 < r/t \leq 5000 \curvearrowright \kappa_2 = \frac{0,82}{[1 + (r/t)^{0,72} / 91] \bar{\lambda}_x^2} \quad (2.69e)$$

6. Berechnung des Materialsicherheitsbeiwertes γ_{M2} :

$$\bar{\lambda}_{Sx} \leq 0,25 \curvearrowright \gamma_{M2} = 1,10 \quad (2.70a)$$

$$0,25 < \bar{\lambda}_{Sx} < 2,00 \curvearrowright \gamma_{M2} = 1,10 \left(1 + 0,318 \frac{\bar{\lambda}_{Sx} - 0,25}{1,75} \right) \quad (2.70b)$$

$$2,00 \leq \bar{\lambda}_{Sx} \curvearrowright \gamma_{M2} = 1,45 \quad (2.70c)$$

7. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{xS,Rd}$:

$$\sigma_{xS,R,d} = \kappa_2 \frac{f_y}{\gamma_{M2}} \quad (2.71)$$

2.4.2 Nachweiskonzept von API 650 (12. Edition, 2013)

In der [API 650, 2013] ist der Axialbeulnachweis als Bestandteil der Erdbebenbemessung im Punkt E.6.2.2.3 geregelt. Das Konzept basiert auf dem „ASD - Allowable Stress Design“ und ist mit dem Globalsicherheitskonzept der früheren DINs vergleichbar. Der Axialbeulwiderstand lässt sich nach Gl. 2.72 ermitteln, wobei der Innendruck zu null gesetzt wird, um das reine Axialbeulen zu untersuchen. Der Widerstand wird in [API 650, 2013], Tab. 5.2a als Minimum aus zwei Dritteln der Streckgrenze bzw. zwei Fünfteln der Zugfestigkeit des Werkstoffes angegeben und liegt für einen S 355 bei 188 MPa ($2/5 f_u$ maßgebend). Der Globalsicherheitsfaktor wird daher zu $355/188 = 1,89$ abgeschätzt und liegt somit höher als beim Eurocode, wo ein typischer Sicherheitsfaktor von 1,65 erreicht wird (mit $\gamma_Q = 1,5$ und $\gamma_{M1} = 1,1$). Bei der Ermittlung der Widerstände werden die Sicherheitsbeiwerte nicht berücksichtigt und sind daher auf die Lasten aufzuschlagen. Im Bild 2.38 erfolgt die Darstellung mit dem $1,89/1,65 = 1,15$ -fachen Beul-Abminderungsfaktor als $\chi_{x,1,15 \text{ API}}$, um das Sicherheitsniveau bei gleichen Eingabelasten, wie nach Eurocode, bewerten zu können. Wenn das Bemessungserdbeben bei der Tankbemessung Berücksichtigung findet, darf der Widerstand nach [API 650, 2013], E.6.2 um ein Drittel erhöht werden. Nach E.6.2.2.3 ist dies bereits in der Bemessungsvorschrift berücksichtigt.

$$GHD/t^2 \geq 44 \longrightarrow F_c = \frac{83t_s}{D} \quad (2.72a)$$

$$GHD/t^2 < 44 \longrightarrow F_c = \frac{83t_s}{2,5D} + 7,5\sqrt{GH} \leq 0,5F_{ty} \quad (2.72b)$$

- mit: D = nomineller Tankdurchmesser in m
 F_c = zulässige Meridiandruckspannung in MPa
 F_{ty} = Streckgrenze in MPa
 G = Spezifisches Gewicht in kN/m³
 H = Füllstand in m
 t = Manteldicke in mm
 t_s = Manteldicke des untersten Schusses in mm

2.4.3 Nachweiskonzept von DNV-RP-C202 (2013)

Die DNV-Rules [DNV-RP-C202, 2013] zeigen anhand von den Skizzen, der Berücksichtigung von orthogonal versteiften Kreiszylinderschalen und der Abhängigkeit des Batdorf-Parameters, dass dieses Regelwerk seinen Ursprung und sein Anwendungsgebiet eher im Schiffsbau und Offshore-Bereich hat, als dass es für baupraktische Bemessung erstellt wurde. Es basiert auf dem „LRFD - Load Resistance Factor Design“-Konzept, das auch im nordamerikanischen Raum als Alternative zum „ASD“ angewendet wird. Im Prinzip entspricht das LRFD-Designkonzept dem im Eurocode verankerten Bemessungsverfahren mit Teilsicherheitsbeiwerten auf Last- und Widerstandsseite. Dabei wird als Lastsicherheitsbeiwert in [DNV-RP-C202, 2013], Tab. 1-1 für veränderliche Lasten 1,3 angegeben. Die Darstellung im Bild 2.38 erfolgt daher als auf die Lastsicherheit nach Eurocode von $\gamma_Q = 1,5$ normierte Beulkurve $\chi_{x,0,87\text{DNV}}$. Die Beulbemessung nach DNV ist an Toleranzvorgaben, die in [DNV-RP-C202, 2013] definiert sind, geknüpft ohne, dass geringere Toleranzen in besseren Tragfähigkeiten resultieren würden. FEM-Berechnungen zur Ermittlung des Strukturwiderstands sind ausdrücklich zugelassen.

Ähnlich der [DIN 18800-4, 2008] sind Widerstandsbeiwerte γ_M bereichsweise definiert und es werden kurze Schalen und Zylindersegmente als Plattenstreifen behandelt. Dabei wird die Längenabhängigkeit des Beulwiderstands über die Abhängigkeit vom Batdorf-Parameter (Gl. 2.73) berücksichtigt. Für das spannungsbasierte Konzept muss die Verzweigungsspannung ermittelt werden, die mit einem Abminderungsfaktor reduziert wird. Die Bestimmung des Widerstands lässt sich dem folgenden Ablaufschema für eine axial belastete Kreiszylinderschale entnehmen (Notation nach [DNV-RP-C202, 2013]):

1. Bestimmung des Batdorf-Parameters Z_s :

$$Z_1 = \frac{l^2}{rt} \sqrt{1 - \nu^2} \quad (2.73)$$

mit: l als dem Abstand zweier benachbarter Ringsteifen bzw. Schalenquerränder

2. Festlegung des Beul-Abminderungsbeiwertes ψ :

$$\psi = 1 \quad (2.74)$$

3. Berechnung des Beul-Abminderungsbeiwertes ξ :

$$\xi = 0,702Z_1 \quad (2.75)$$

4. Bestimmung des Beul-Abminderungsbeiwertes ρ :

$$\rho = 0,5 \left(1 + \frac{r}{150t}\right)^{-0,5} \quad (2.76)$$

5. Ermittlung des Beul-Abminderungsparameters C :

$$C = \psi \sqrt{1 + \left(\frac{\rho\xi}{\psi}\right)^2} \quad (2.77)$$

6. Berechnung der mit C abgeminderten Verzweigungsspannung f_E :

$$f_E = C \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (2.78)$$

7. Bestimmung der Schlankheit $\bar{\lambda}_s$:

$$\bar{\lambda}_s = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{j,Sd}}} \left(\frac{\sigma_{a0,Sd}}{f_{Ea}}\right) = \sqrt{\frac{f_y}{f_{Ea}}} \quad (2.79)$$

wobei für reinen Axialdruck gilt: $\sigma_{j,Sd} = \sigma_{a,Sd} = \text{Bemessungsaxialdruckspannung}$

8. Bestimmung der charakteristischen Beultragfähigkeit f_{ks} :

$$f_{ks} = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \bar{\lambda}_s^4}} \quad (2.80)$$

9. Ermittlung der Materialsicherheit γ_M :

$$\gamma_M = \begin{cases} \bar{\lambda}_s < 0,5 & \curvearrowright \gamma_M = 1,15 \\ 0,5 \leq \bar{\lambda}_s \leq 1,0 & \curvearrowright \gamma_M = 0,85 + 0,6\bar{\lambda}_s \\ \bar{\lambda}_s > 1,0 & \curvearrowright \gamma_M = 1,45 \end{cases} \quad (2.81)$$

10. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd}$:

$$f_{ksd} = \frac{f_{ks}}{\gamma_M} \quad (2.82)$$

2.5 Gegenüberstellung der Nachweiskonzepte

Abschließend sollen die Nachweiskonzepte gegenübergestellt werden. Dafür werden für einen Baustahl der Festigkeitsklasse S 235 die Beul-Abminderungskurven im Diagramm dargestellt, um eine Vergleichbarkeit mit den Darstellungen aus [Schmidt und Rotter, 2015a] zu gewährleisten. Augenscheinlich werden mit höherfesten Stählen andere Beulkurven ermittelt. Für dünnwandige Kreiszylinderschalen ist der Tragwiderstand σ_{Rk} aber unabhängig von der Stahlsorte und kann über Gl. 2.83 auf die Referenz bezogen werden.

$$\chi_x = f(\bar{\lambda}_x) = \frac{\sigma_{x,Rk}}{235} \quad (2.83)$$

Die Kurven des Eurocodes [pr EN 1993-1-6, 2017] werden für eine bessere Vergleichbarkeit mit der DIN 18800-4 für die Toleranzklasse B angegeben. Aufgrund der detaillierten Vorstellung im Punkt 2.3 wird auf eine Auswertung weiterer Toleranzklassen verzichtet. Die Ergebnisse, ermittelt anhand der beiden Regelwerke API und DNV, sind als um die Lastsicherheiten korrigierten Werte gedruckt.

Die Basis für Bild 2.38 dient das Diagramm aus den ECCS-Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015a], welches gleichzeitig die Ergebnisse nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] repräsentiert. Zusätzlich wird im Bild 2.39 für besonders schlanke Kreiszyylinder eine auf den relevanten Beul-Abminderungsfaktorenbereich optimierte Darstellung angegeben.

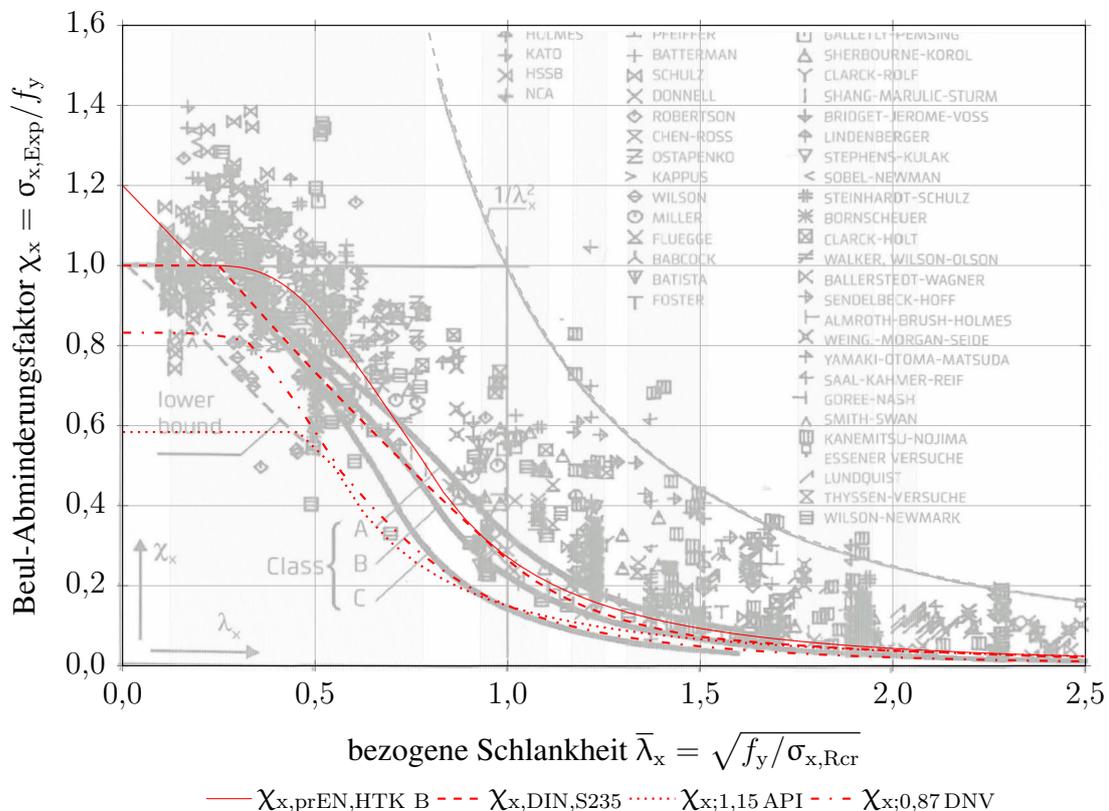


Bild 2.38: Abminderungsbeiwerte χ_x nach prEN1993-1-6:2017-11, DIN 18800-4, API 650 und DNV-Rules für S 235 im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]

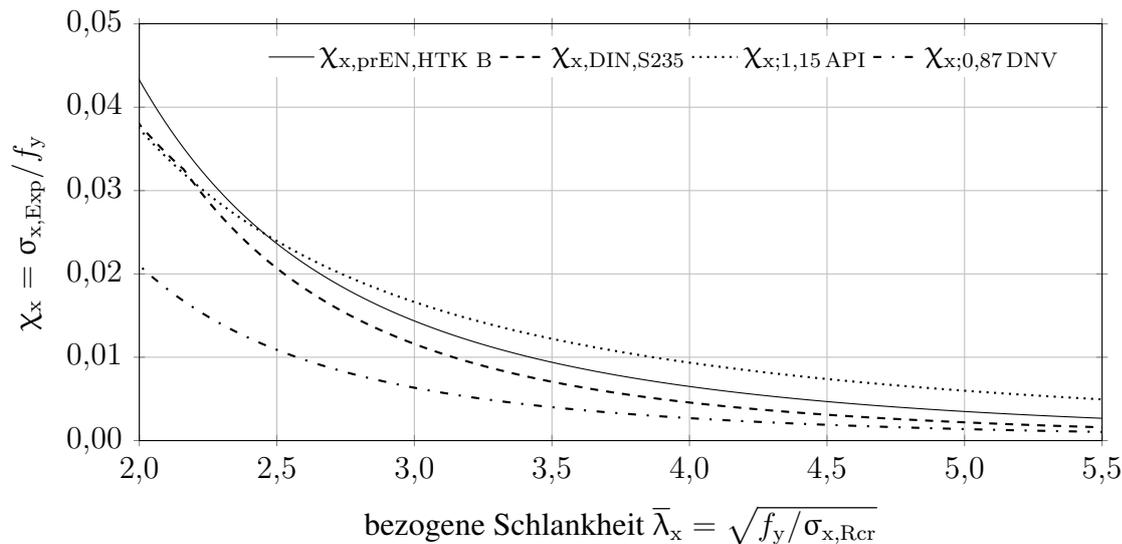


Bild 2.39: Abminderungsbeiwerte χ_x für besonders schlanke, axial belastete Kreiszyylinder nach prEN1993-1-6:2017-11, DIN 18800-4, API 650 und DNV-Rules für S 235

2.5.1 DIN 18800-4:2008 und EN 1993-1-6:2007

In der grafischen Darstellung wird der Sicherheitsfaktor mit dem 1/1,1-fachen Anteil von [DIN 18800-4, 2008] berücksichtigt, um eine direkte Vergleichsmöglichkeit mit den Beulkurven von [DIN EN 1993-1-6, 2007], dargestellt mit charakteristischen Widerständen, zu erlauben. Typischerweise sehen die bauweisenspezifischen Normen, wie [DIN EN 1993-4-1, 2007], eine Materialsicherheit von 1,1 vor.

Im elastisch-plastischen Beulbereich ist die Beulkurve nahezu identisch mit der nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], Herstelltoleranzklasse B. Im Bereich von $0,75 \leq \bar{\lambda}_x \leq 1,2$ wird mit [DIN 18800-4, 2008] ein geringfügig besseres Ergebnis erzielt. Die durch elastisches Beulen begrenzte Tragfähigkeit schätzt die DIN günstiger ein, als es für Toleranzklasse B des Eurocodes [DIN EN 1993-1-6, 2007] der Fall ist.

2.5.2 API 650 und EN 1993-1-6:2007

Im elastisch-plastischen Beulbereich ist der API 650 Standard deutlich unwirtschaftlicher, als der Eurocode. Die Grenze, ab dem das Kriterium $0,5f_y$ nicht mehr maßgebend wird, lässt darauf schließen, dass lediglich der Knockdown-Faktor α_x für das Beulverhalten ausgewertet wird. Dafür wird der elastische Beul-Abminderungsfaktor geringfügig weniger konservativ abgeschätzt, als das im Eurocode der Fall ist. Unabhängig von den Toleranzen, die in der API 650 nicht in die Bemessung eingehen, wird eine untere Hüllkuve als Bemessungsbeulkurve gewählt.

Leider sind die mechanischen Hintergründe des API 650 nach [Maraveas und Miamis, 2013] nicht gut dokumentiert und können daher nicht vertiefend ausgewertet werden. Die beiden Autoren loben die nordamerikanische Norm für ihre einfache Anwendung und tadeln [DIN EN 1993-1-6, 2007] für den immensen Aufwand, der zur Bemessung notwendig ist. Sie beschreiben beide Regelwerke als schwer miteinander vergleichbar und

schlagen vor, Experimente für die Verifikation ihrer deutlich zwischen den beiden Normen abweichenden Resultate durchzuführen. Dabei ist anzumerken, dass Maraveas und Miamis wahrscheinlich nicht die in [DIN EN 1993-1-6, 2007] definierte Innendruckstabilisierung berücksichtigt haben, während diese in [API 650, 2013] fester Bestandteil der Bemessungsgleichung ist und somit wahrscheinlich traglastfördernd in der Bemessung verwendet wurde. Die Widerstände, ermittelt nach [API 650, 2013] und [DIN EN 1993-1-6, 2007], liegen bei gleichen Randbedingungen ab etwa $\bar{\lambda}_x \approx 1,5$, um einen Faktor von maximal zwei bis drei auseinander (für Toleranzklasse B).

2.5.3 DNV-RP-C202 und EN 1993-1-6:2007

In der grafischen Darstellung wird der Sicherheitsfaktor mit dem 1/1,1-fachen Anteil berücksichtigt, um eine direkte Vergleichsmöglichkeit mit den Beulkurven von [DIN EN 1993-1-6, 2007] zu erlauben, der typischerweise eine Materialsicherheit von 1,1 vorsieht (definiert in [DIN EN 1993-4-1, 2007]).

Im elastisch-plastischen Beulbereich nähert sich der Verlauf besser, als die Kurve der [DIN EN 1993-1-6, 2007] an die untere Hüllkurve der Versuche an und liegt im Bereich des elastischen Beulens nahezu gleichauf mit den Beul-Abminderungsfaktoren für Herstelltoleranzklasse B der [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Die auf die Lastsicherheitsbeiwerte des Eurocode skalierte Beulkurve zeigt ab $\bar{\lambda}_x \approx 1$ eine gute Übereinstimmung mit der nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] ermittelten für Toleranzklasse B.

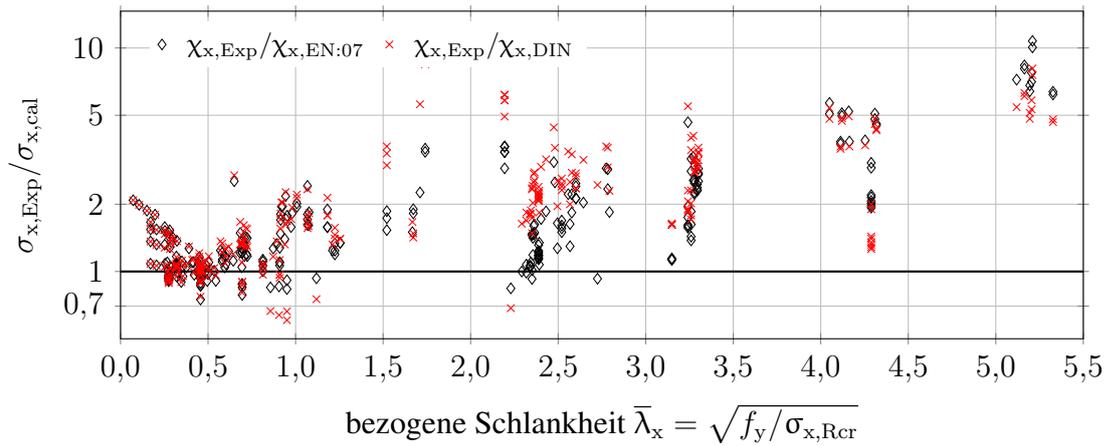


Bild 2.40: Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit DIN 18800-4 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]

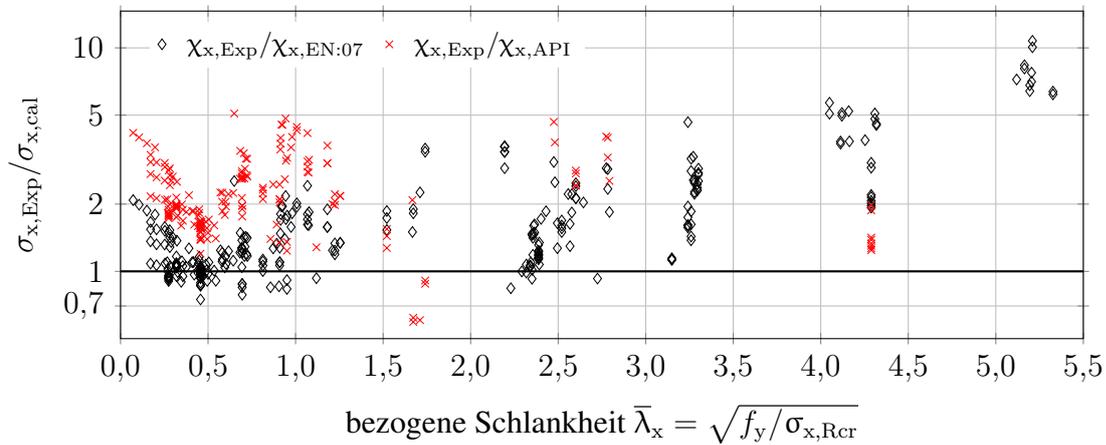


Bild 2.41: Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit API 650 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]

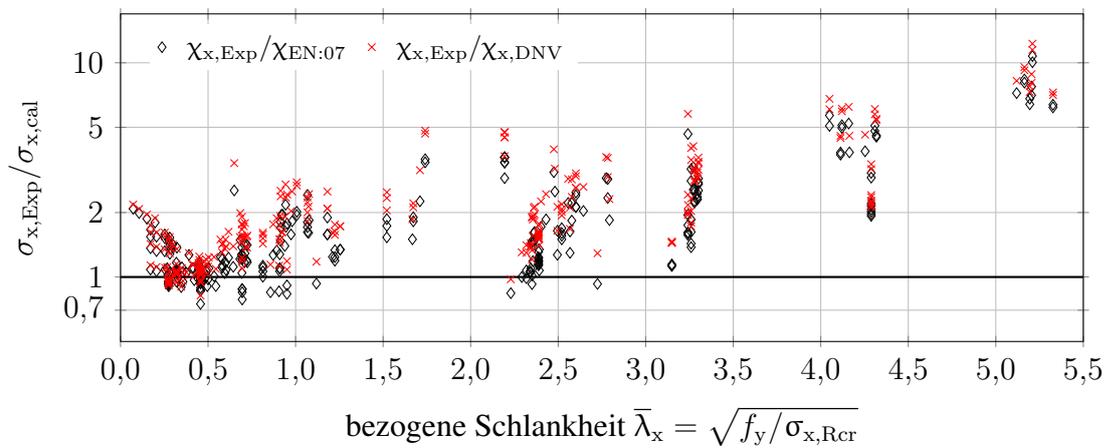


Bild 2.42: Vergleich der berechneten Traglasten nach EN 1993-1-6:2007, HTK B mit DNV-RP-202 für S 235 anhand der Experimente aus [Gettel, 2008]

3 Unversteifte, axial gedrückte Kreiszyinderschalen

3.1 Einleitung

Die geschichtliche Entwicklung der Regelwerke zeigt einen klaren Trend von der Ableitung der Bemessungsverfahren aus einer Vielzahl an Experimenten, über numerisch unterstützt ermittelte Bemessungskurven, hin zu rein numerisch festgelegten Abminderungsbeiwerten. Diese Entwicklung findet sich ebenso in diesem Kapitel wieder.

Aufgrund der Wahl einer eigenformaffinen, achsensymmetrischen Imperfektion für die numerischen Berechnungen sind die in [DIN EN 1993-1-6, 2007] enthaltenen Bemessungskurven, die mittels einer Schweißimperfektion ermittelt wurden, nur bedingt für eine Verwendung in dieser Arbeit geeignet. Zur Gewährleistung der Durchgängigkeit der abgeleiteten Erkenntnisse muss daher auch die unversteifte Schale berücksichtigt werden.

Zunächst soll gezeigt werden, dass mit geringen Anpassungen der in [DIN EN 1993-1-6, 2007] verwendeten Beulkurvenparameter bereits eine wirtschaftlichere und, im elastisch-plastischen Bereich, sicherere Bemessung als mit [DIN EN 1993-1-6, 2007] möglich ist. Die Vorschläge werden ausschließlich anhand der bisher publizierten Versuchsergebnisse aus [Gettel, 2008] abgeleitet.

Seit Mitte der 80er Jahre wurde die Ermittlung der Abminderungsbeiwerte mit jeder neuen Norm komplexer. Der Höhepunkt wurde mit [DIN 18800-4, 1990] erreicht, die eine bereichsweise Festlegung der Beulkurve hinsichtlich der Abminderungsbeiwerte und Materialsicherheitsfaktoren vorsah. Auch [Peters et al., 2017] schlug variable Sicherheitsfaktoren auf der Widerstandsseite vor. Variable Sicherheitsbeiwerte auf Einwirkungen und Widerstände tragen nicht zu einer praxismgerechten Aufbereitung der wissenschaftlichen Ergebnisse bei. Eine wirtschaftliche und sichere Bemessung ist auch mit einem vereinfachten Verfahren in einem breiten Parameterraum möglich. Die notwendigen Gleichungen werden im zweiten Teil dieses Kapitels hergeleitet.

Im dritten Teil werden die numerischen Ergebnisse und die Ableitung der Beulkurven daraus dargestellt. Neben einer direkten Beschreibung des Abminderungsbeiwertes wird die Ermittlung der Beulkurvenparameter aus der modifizierten Kapazitätskurve, als erweitertes Verfahren, erläutert. Anhand der Versuchsergebnisse findet eine Kalibrierung der Vorbeultiefen statt, die eine höhere Wirtschaftlichkeit und mehr Sicherheit der Bemessungsgleichungen ermöglicht. Im Anschluss werden Formeln ermittelt, mit denen der Einsatz der Bestimmungsgleichungen der Beulwiderstände auf umfangsveränderliche Meridiankräfte erweitert wird.

Zusammenfassend werden die maßgeblichen Bemessungsgleichungen als Ablaufschema dargestellt und eine Gegenüberstellung der Bemessungsformate mit abschließender Wertung präsentiert.

3.2 Ableitung der Beulkurvenparameter aus Versuchsergebnissen

Die Gegenüberstellung der Beulkurven aus [DIN EN 1993-1-6, 2007] mit den Experimenten, z.B. in der Darstellung in den ECCS-Recommendations [Schmidt und Rotter, 2015a] oder im Bild 3.1 zeigt, dass die bisher üblichen Verläufe gleich in mehreren Punkten die Versuchsergebnisse nur ungenügend zu beschreiben vermögen:

1. Die Abminderungsbeiwerte χ_x können infolge von Materialverfestigung und dem zweiachsigen Spannungszustand (Axialdruck aus Belastung und Umfangsdruck infolge der Querdehnung) die vollplastische Grenzlast mit der Grenzspannung f_y übersteigen. Das wird in [DIN EN 1993-1-6, 2007] nicht berücksichtigt, wurde jedoch in [pr EN 1993-1-6, 2017] bereits als Korrektur aufgenommen.
2. Im Bereich des elastisch-plastischen Beulens werden bis etwa $\bar{\lambda}_x \approx 0,5$ die Abminderungsbeiwerte massiv überschätzt. Im Bild 2.38 sind ca. 25 % Abweichung zur unsicheren Seite erkennbar und die Kurve „lower bound“, wird erst bei etwa $\bar{\lambda}_x \approx 0,7$ (in ihrer Verlängerung) erreicht.

Chen schreibt dazu (mit Bezug auf Schalen unter Biegung), [Chen, 2011], S. 76:

„It is immediately evident that the moment at which yield first influences the buckling strength is very sensitive to the amplitude of the geometric imperfection. This aspect of cylinder buckling under bending has not been described very clearly in the past. Thus, the transition from elastic to plastic bifurcation in thin cylindrical shells should be clearly seen as strongly associated with geometric imperfections and tolerance measures that control them.“

Da allgemein das Beulen unter umfangskonstanter Meridiankraft als sehr imperfektionsempfindlicher Schalenbeulfall angesehen wird, lässt sich die Erkenntnis Chens auf die rein axialgedrückte Kreiszyinderschale übertragen. Offensichtlich wird jedoch vom Normungskomitee der Einfluss von Vorbeulen im elastisch-plastischen Beulbereich als weniger kritisch eingeschätzt.

3. Im elastischen Beulbereich nähern sich die Beulkurven nicht den Zentren der Markierungssymbole an, sondern deren Unterkante. Es ist, aufgrund des dargestellten Bereichs, kaum zu erkennen, aber tatsächlich wird der wahre elastische Beulwiderstand massiv unterschätzt. Dagegen lässt sich in den Zusammenstellungen in [Harris et al., 1957] und [Seide et al., 1960] ein unterer Grenzwert für α_x von etwa 0,12 ableiten und somit eine höhere Traglast ermitteln.

Die im Bild 3.2 dargestellten Verhältnisse aus Versuch und Vorhersage nach Norm zeigen, dass mit der Novellierung der Bestimmung der Beulparameter in [pr EN 1993-1-6, 2017] eine weniger unwirtschaftliche Approximierung der Experimente im elastischen Bereich erreicht werden kann. Dagegen stellen sich die Vorhersagen der Traglasten im elastisch-plastischen Beulbereich nochmals unsicherer dar, als es ohnehin schon nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] der Fall ist.

Es reichen die folgenden, geringfügigen Anpassungen der Beulparameter aus, um die Vorhersage der Traglasten zu verbessern (in Bild 3.2 dargestellt als „ $\chi_{x,prop,exp}$ “):

1. Übernahme des Verfestigungskriteriums für plastisch beulende Kreiszyylinder aus [pr EN 1993-1-6, 2017],
2. Einführung der Abhängigkeit der plastischen Grenzschlankheit $\bar{\lambda}_{x0}$ von der Herstelltoleranzklasse nach Gl. 3.1,

$$\bar{\lambda}_{x0} = Q/125 \quad (3.1)$$

3. Reduktion des Beulkurvenexponenten η_x von 1,0 auf 0,5,
4. Einführung eines unteren Grenzwertes für α_x mit 0,12.

Durch den kleineren Beulkurvenexponent und die geringere vollplastische Grenzschlankheit wird zum einen erreicht, dass für die Herstelltoleranzklasse C die untere Hüllkurve der Versuchsdaten besser angenähert wird (Bild 3.1). Zum anderen erlaubt die Festlegung eines unteren Grenzwertes für den elastischen Beul-Abminderungsfaktor wirtschaftlichere und sichere Ergebnisse für sehr schlanke Schalen, was anhand von Bild 3.3 deutlich wird.

Die bessere Approximierung der Versuchsergebnisse mit [pr EN 1993-1-6, 2017] im hohen Schlankheitsbereich gegenüber der Kurve mit Index „prop,exp“ begründet sich darin, dass die charakteristische Imperfektionsamplitude, ermittelt aus der Approximation von Messdaten, nur von dem Radius r und der Blechdicke t abhängt. Um eine hohe Schlankheit zu erreichen, sind daher hohe r/t -Verhältnisse, die zu niedrigen Verzweigungslasten führen, bzw. hohe Streckgrenzen erforderlich. Die Versuchsdaten im Schlankheitsbereich $\bar{\lambda}_x \approx 5,2$ wurden mit sehr hohen Streckgrenzen bei moderaten r/t -Verhältnissen gewonnen und somit ergibt sich nach [pr EN 1993-1-6, 2017] ein hoher Widerstand.

Bornscheuer untersuchte in [Bornscheuer, 1984] die Streckgrenzenabhängigkeit der von ihm vorgeschlagenen, $\bar{\lambda}$ -abhängigen Beulkurve und kam zu dem Ergebnis, dass im elastischen Bereich kein Einfluss zu erkennen ist. Dies war zu erwarten, da sich durch

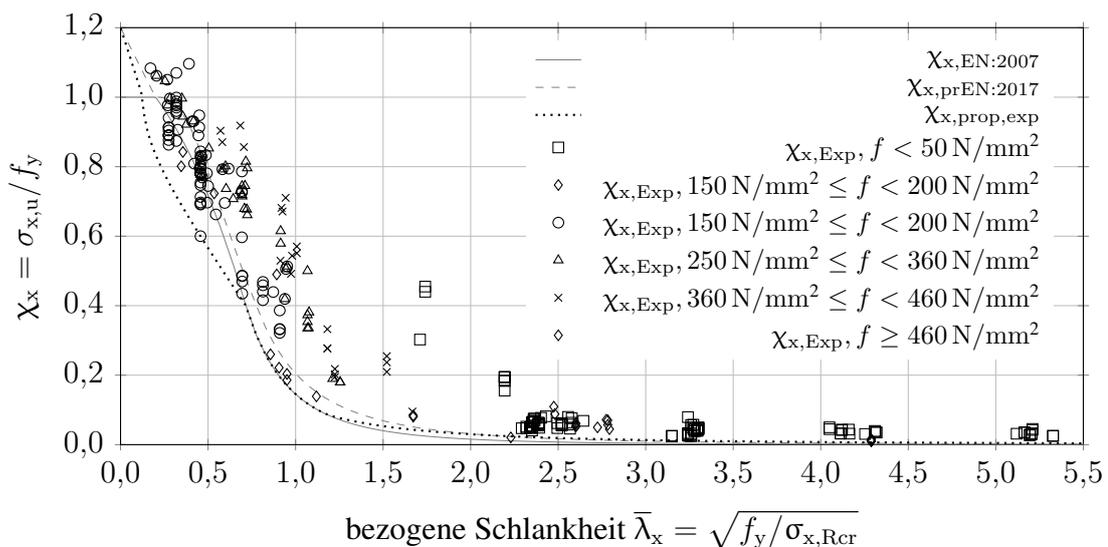


Bild 3.1: Abminderungsbeiwerte χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993-1-6, 2017] und aus Experimenten abgeleitet für S 235 und HTK C, Versuchsergebnisse entnommen aus [Gettel, 2008]

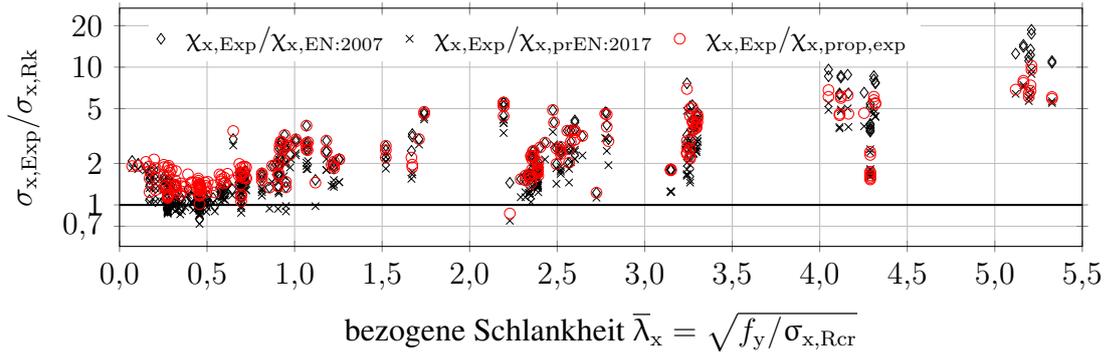


Bild 3.2: Unversteifte Kreiszyinderschalen – Vergleich der Experimente aus [Gettel, 2008] und Vorhersagen der Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

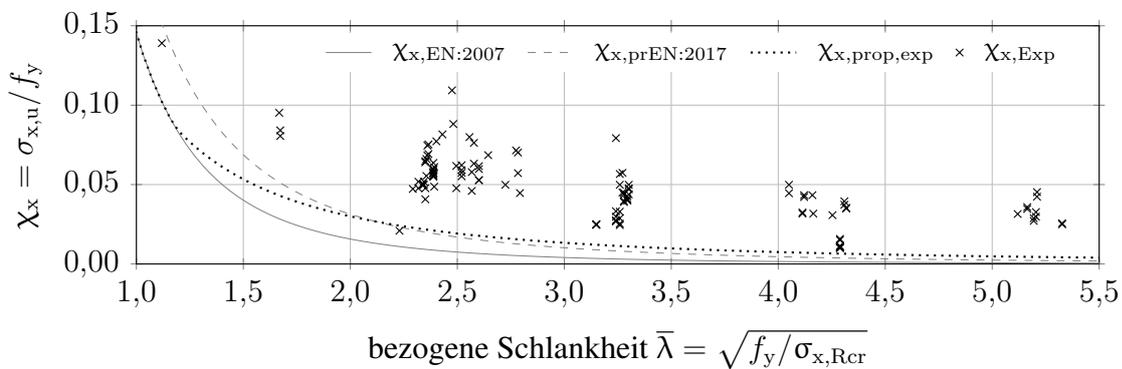


Bild 3.3: Sehr schlanke, unversteifte Kreiszyinderschalen – Experimente aus [Gettel, 2008] und Beulkurven nach Norm für S 235 und HTK C

die Formulierung der streckgrenzenbehaftete Term herauskürzt. Im elastisch-plastischen Beulbereich lag die von ihm aus Versuchsergebnissen abgeleitete Hüllkurve geringfügig auf der unsicheren Seite. Viele Versuchsergebnisse sind mit Vorsicht zu interpretieren, da deren Protokollierung oft unvollständig ist. Im Bild 3.1 sind die Experimente, in Streckgrenzengruppen aufgeteilt, dargestellt. Auffällig ist, dass besonders kleine Festigkeiten zu hohen Schlankheiten führen können. Dies ist mit der Verwendung von Mylar zu erklären, das einen sehr geringen Elastizitätsmodul hat und somit niedrige Verzweigungslasten begünstigt. Streckgrenzen zwischen 150 N/mm^2 bis 200 N/mm^2 wurden bevorzugt im elastisch-plastischen Beulbereich eingesetzt. Durch den hohen E-Modul des Stahls ergeben sich hohe Verzweigungslasten, womit konsequenterweise nur eine geringe Schlankheit erreicht werden kann. Die von Bornscheuer festgestellte Unsicherheit der Beulkurve ist in der aktuellen Fassung von [DIN EN 1993-1-6, 2007] nicht mehr erkennbar.

3.3 Vereinfachung des Beulnachweises

Die konsequente Weiterentwicklung der Normen führte für alle Bauweisen zu einer Vergrößerung des Umfangs. Das vertiefte und detaillierte Wissen über Vorgänge beim Versagen von Bauteilen führte regelmäßig dazu, dass Bemessungsgleichungen und -verfahren deutlich an Komplexität gewannen, um noch genauer die Traglasten bestimmen zu können.

Ein Blick auf die Geschichte der deutschen Regelwerke, [DAST-Ri 013, 1980], [DAST-Ri 017, 1992], [DIN 18800-4, 1990], [DIN 18800-4, 2008], [DIN EN 1993-1-6, 2007] sowie [pr EN 1993-1-6, 2017] offenbart, dass die Ermittlung der Abminderungsbeiwerte sich diesem Trend nicht entzogen haben. Vor dem Erscheinen der DAST-Richtlinie [DAST-Ri 013, 1980] wurden Beultraglasten anhand von empirischen Hüllkurven bei einer ausreichenden Anzahl von Experimenten abgeleitet. In der [DIN 18800-4, 1990] gewann die Hüllkurve an Komplexität, da sie mit schlankheitsabhängigen Teilsicherheitsbeiwerten und elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktoren, die sich mit r/t änderten, abschnittsweise zu bilden war (Abschnitt 2.4.1).

Mit dem Erscheinen der [DAST-Ri 017, 1992] wurden erstmals auch rein numerische Bemessungsverfahren erlaubt. Auf Basis von Simulationen wurden für die erste bauaufsichtlich eingeführte Fassung von DIN EN 1993-1-6 die Parameter für eine neuartige Form der Kapazitätskurve angegeben. Zwar stellte die durchgängige Beschreibung der Beulkurve mit einem konstanten Teilsicherheitsbeiwert eine Erleichterung dar. Durch die Abhängigkeit des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors von der Vorbeultiefe wurde jedoch die Ermittlung von α_x komplexer.

Den Höhepunkt der umfangreichen Ermittlung von Abminderungsfaktoren wurde mit der überarbeiteten Fassung von DIN EN 1993-1-6 (fast identisch mit [pr EN 1993-1-6, 2017]) erreicht. Sämtliche Beulkurvenparameter, außer des vollplastischen Grenzschlankheitsgrads $\bar{\lambda}_{x0}$ sind in Abhängigkeit der charakteristischen Imperfektionsamplitude definiert. Die Ermittlung des Strukturwiderstands gestaltet sich nochmals komplexer gegenüber [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Positiv ist zu erwähnen, dass die aktualisierte Fassung von 2017 weniger konservativ, vor allem für sehr dünnwandige axialgedrückte Zylinder, ist.

Zwar ist die Entwicklung der Normen aus wissenschaftlicher Sicht sehr erfreulich, da immer mehr die Vorgänge beim Beulen von Kreiszyklindern unter allen möglichen Lastsituationen verstanden werden und zutreffend über die aktuelle Formulierung der Kapazitätskurve beschrieben werden können. Praktizierende Ingenieure jedoch stehen nicht selten unter Zeitdruck und müssen schnell Lösungen bieten bzw. eine Vielzahl an Kostenkalkulationen erstellen. Ihnen ist mit der aktuellen Entwicklung nicht geholfen.

Ein vereinfachtes Verfahren, das auf der sicheren Seite liegt und dennoch wirtschaftliche Konstruktionen erlaubt, ist für die praktizierenden Ingenieure wünschenswert und soll im Folgenden hergeleitet werden.

Aus der Verzweigungslast, der Beschreibung der Schlankheit und der Ermittlung des Abminderungsfaktors im elastischen Beulregime mit Hilfe der Gln. 3.2a a-c lässt sich eine erste Bestimmungsgleichung angeben. Da sich α_x aus den Experimenten mit einem unteren Grenzwert von etwa 0,12 angeben lässt [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b], kann dieser Wert als Konstante in das Bemessungsverfahren übernommen werden und es ergibt sich für den Bereich II, dem elastischen Beulbereich:

$$\sigma_{x,\text{Rcr}} = 0,605 E f_y \frac{t}{r} \quad (3.2a)$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,\text{Rcr}}}} \quad (3.2b)$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{\alpha_x \sigma_{x,\text{Rcr}}}{f_y} \quad (3.2c)$$

$$\text{mit: } \alpha_x = 0,12 \longrightarrow \chi_{x,\text{II}} = \frac{0,12 \cdot 0,605 \cdot E t}{f_y r} \approx 0,0726 \frac{Et}{f_y r} \quad (3.3a)$$

$$\text{alternativ: } \chi_{x,\text{II}} = \frac{0,12}{\bar{\lambda}_x^2} \quad (3.3b)$$

Bleibt $\beta = 0,6$ konstant, so ergibt sich $\bar{\lambda}_{\text{xp}}$ zu:

$$\bar{\lambda}_{\text{xp}} = \sqrt{\frac{0,12}{1 - 0,6}} \approx 0,55 \quad (3.4)$$

Somit ist die Gültigkeitsgrenze für Bereich II mit $\bar{\lambda}_x \geq \bar{\lambda}_{\text{xp}} = 0,55$ gefunden.

Im Bereich I, dem elastisch-plastischen Beulbereich, lässt sich unter der Berücksichtigung der Verfestigung, die in [pr EN 1993-1-6, 2017] vorgesehen ist, eine Geradengleichung angeben, die den Beul-Abminderungsbeiwert χ_x im Intervall $0 \leq \bar{\lambda}_x < 0,55$ als untere Hüllkurve zutreffend beschreibt.

$$\chi_x (\bar{\lambda}_x = 0,55) = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_{\text{xp}}^2} = \frac{0,12}{0,55^2} \approx 0,4 \quad (3.5a)$$

$$m = -\frac{1,2 - 0,4}{0,55 - 0} \approx -1,455 \quad (3.5b)$$

$$n = 1,2 \quad (3.5c)$$

$$\chi_{x,\text{I}} = -1,455 \bar{\lambda}_x + 1,2 \quad (3.5d)$$

Vereinfachend lässt sich über das Einsetzen von $\sigma_{x,\text{Rcr}}$ in die Bestimmungsgleichung für $\bar{\lambda}_x$ der Zwischenschritt zur Ermittlung der Verzweigungslast umgehen und der bezogene Schlankheitsgrad direkt über Gl. 3.6 bestimmen.

$$\bar{\lambda}_x \approx 1,28 \sqrt{\frac{f_y r}{E t}} \quad (3.6)$$

Die Bestimmungsgleichung lässt sich abschließend wie folgt definieren:

$$\chi_{x,s} = \begin{cases} \bar{\lambda}_x < 0,55 & \longrightarrow -1,46 \bar{\lambda}_x + 1,2 \\ \bar{\lambda}_x \geq 0,55 & \longrightarrow 0,12 / \bar{\lambda}_x^2 \end{cases} \quad (3.7)$$

Über das vereinfachte Verfahren kann eine gute Annäherung der Ergebnisse, besonders im hochschlanken Bereich, aber auch für eher dickwandige Zylinder erreicht werden.

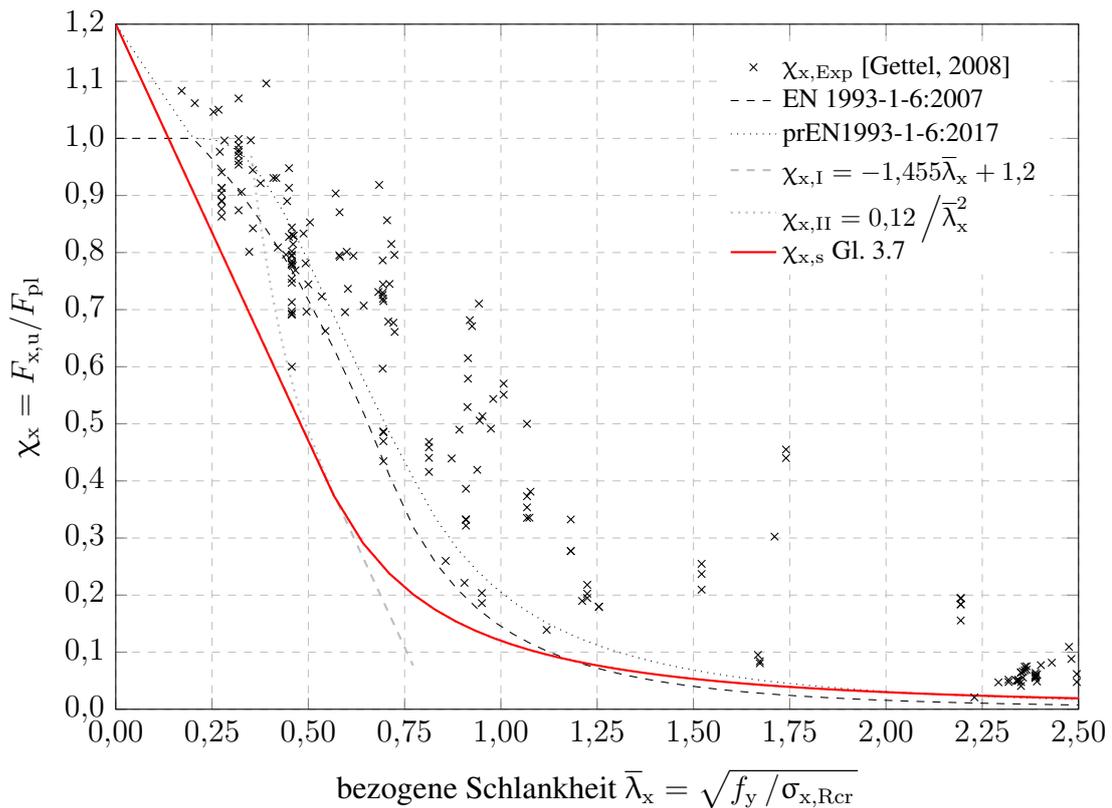


Bild 3.4: Unversteifte Schale - vereinfacht ermittelte Beulkurve

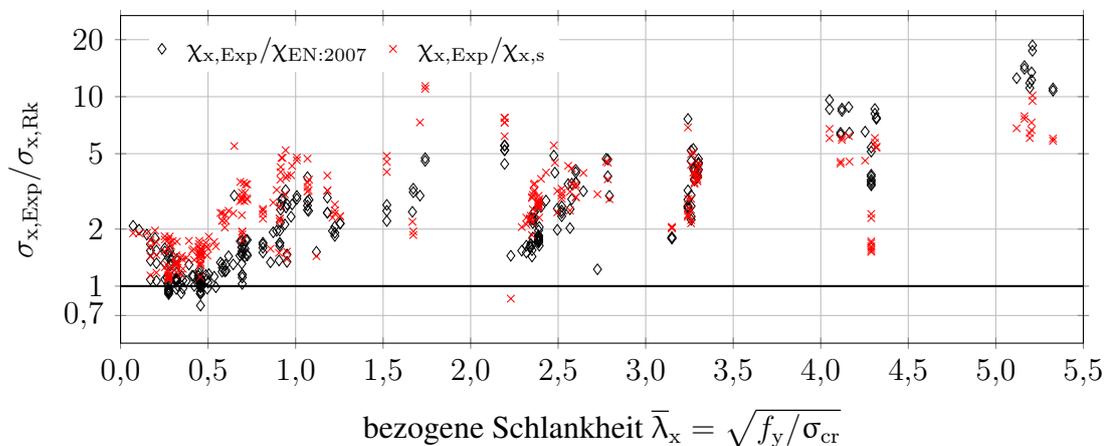


Bild 3.5: Unversteifte Kreiszyinderschalen – Vergleich der Experimente aus [Gettel, 2008] und Vorhersagen der Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und dem vereinfachten Verfahren

Dabei wird nur ein einzelner Versuch unsicher vorhergesagt. Im Übergang zwischen beiden Bereichen, etwa im Intervall $0,4 \leq \bar{\lambda}_x \leq 0,8$ ist das vereinfachte Verfahren überwiegend konservativ.

Für eine Nachrechnung bestehender Konstruktionen bzw., wenn mit dem vereinfachten Verfahren kein erwünschtes Ergebnis erzielt werden kann, muss daher der planende Ingenieur auf das komplexere Verfahren zurückgreifen oder numerisch rechnen.

3.4 Simuliertes Beulverhalten unversteifter Kreiszyylinder

Für drei exemplarische Festigkeiten wird im Folgenden das prinzipielle Beulverhalten in der Simulation beschrieben. Als Grundlage dienen dabei die Berechnungen, die im Abschnitt 3.5.3 näher vorgestellt werden.

Da beim Aufstellen der modifizierten Kapazitätskurve die Variation der Streckgrenze vorteilhaft ist, sind die folgenden Aussagen zunächst bezogen auf die Schlankheit zu interpretieren. Wählt man eine Festigkeit, z.B. $f_{y,\text{real}} = 355 \text{ N/mm}^2$, wie in Tab. 3.1, lässt sich ein äquivalentes r/t -Verhältnis mittels Gl. 3.8 bestimmen.

$$\text{eq } \frac{r}{t} \approx 1000 \frac{f_{y,\text{real}}}{f_y} \quad (3.8)$$

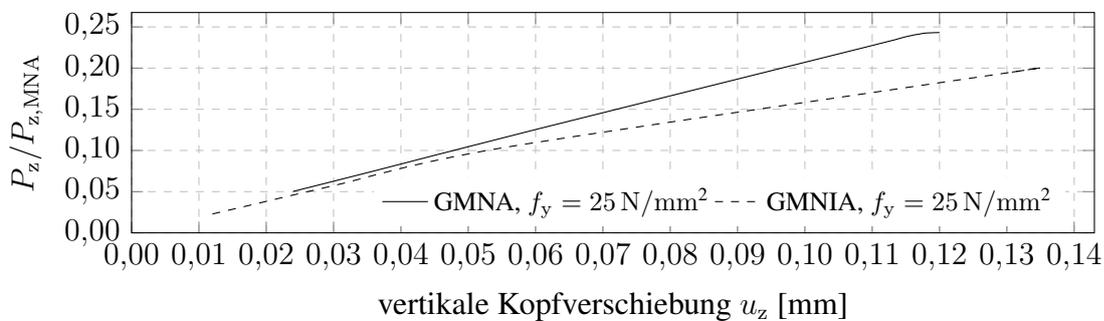


Bild 3.6: Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 25 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$

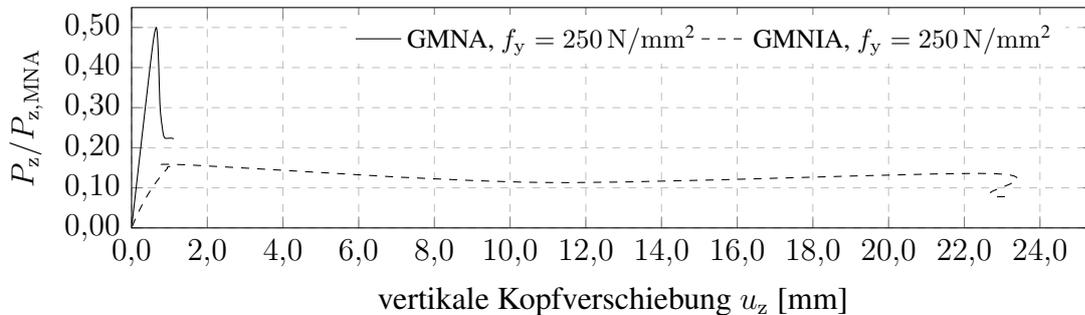


Bild 3.7: Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$

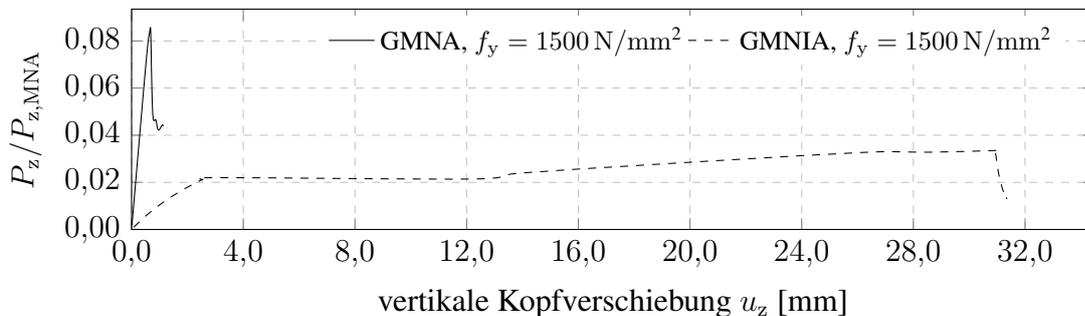
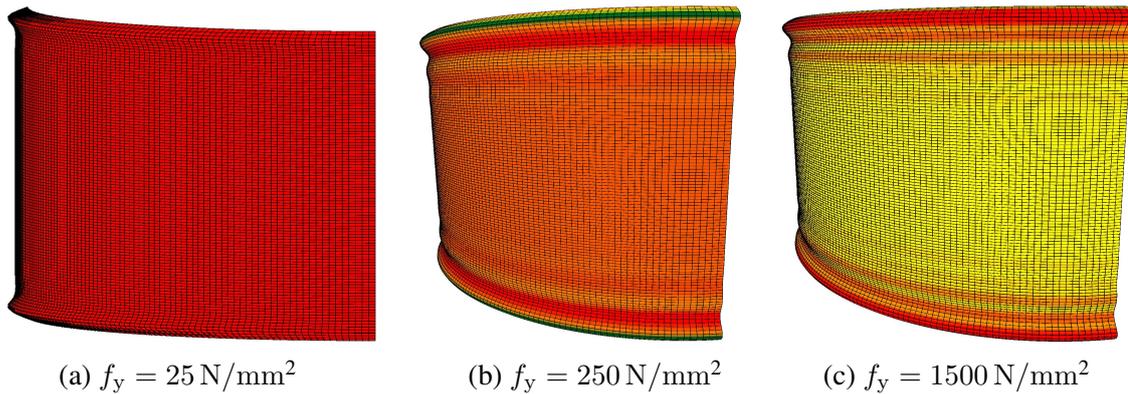


Bild 3.8: Last-Verformungskurven für $r/t = 1000$, $f_y = 1500 \text{ N/mm}^2$, $\Delta w/t = 1$

Tabelle 3.1: Unversteifte Beispielzylinder zur Veranschaulichung des Beulverhaltens

r [mm]	f_y [N/mm ²]	$\bar{\lambda}_x$ -	$\cong r/t$ (S 355) -	$\Delta w_k/t$ HTK C, S 355
1000	25	0,44	69	0,52
1000	250	1,40	701	1,65
1000	1500	3,44	4235	4,07

Bild 3.9: Beulverhalten unversteifter Schalen, perfekte Geometrie, $r/t = 1000$, f_y variabel

Die in den Bildern 3.6 bis 3.8 dargestellten Kurvenverläufe berücksichtigen nicht die begleitende Eigenwertanalyse. Sie geben daher nur ein qualitatives Bild der Last-Verformungscharakteristik und sind ungeeignet, um daraus Traglasten abzuleiten.

3.4.1 Beulverhalten der perfekten Zylinderschale

Die mittels GMNA bestimmten Verformungsfiguren beim Erreichen der Traglast sehen bei allen drei gewählten Beispielzylindern ähnlich aus. Unterschiedlich ist die Anzahl der Halbwellen. Bei höheren Festigkeiten stellt sich ein mehrwelliges Muster ein, während sich im Bild 3.9 für $f_y = 25 \text{ N/mm}^2$ nur eine Beulhalbwellen zeigt. Das Erreichen der Traglast muss für die geometrisch perfekte Kreiszylinderschale mit großen Verformungen an den Querrändern einhergehen, da nur an den Rändern nennenswerte Biegespannungen auftreten können, die ein Versagen des Zylinders auszulösen vermögen.

Die im Bild 3.6 dargestellte Last-Verformungskurve zeigt, dass für die rechnerische Streckgrenze $f_y = 25 \text{ N/mm}^2$ ein plastischer Mechanismus zum Erreichen der Traglast geführt hat. Dies ist leicht am Abbruch der Iteration am Plateauwert bei etwa 24 % des plastischen Referenzwiderstandes zu erkennen.

Dagegen weisen die schlankeren Beispielzylinder das typische böartige Beulverhalten axialgedrückter Schalen auf. Kurz nach dem Erreichen der Maximallast (Bild 3.7 mit $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$ bei etwa $0,5P_{z,MNA}$) folgt eine Gleichgewichtsverzweigung in einen der möglichen Sekundärpfade. Dies ist verbunden mit einem starken Abfall des Widerstands. Da keine Imperfektion berücksichtigt wurde, ist der Knick am Limitpunkt sehr scharf. Eine Entlastung, wie sie mit dem Bogenlängenverfahren berechnet werden könnte (z.B. [Rotter und Teng, 2004]), stellt sich nicht ein. Eine Entlastung ist für baupraktische

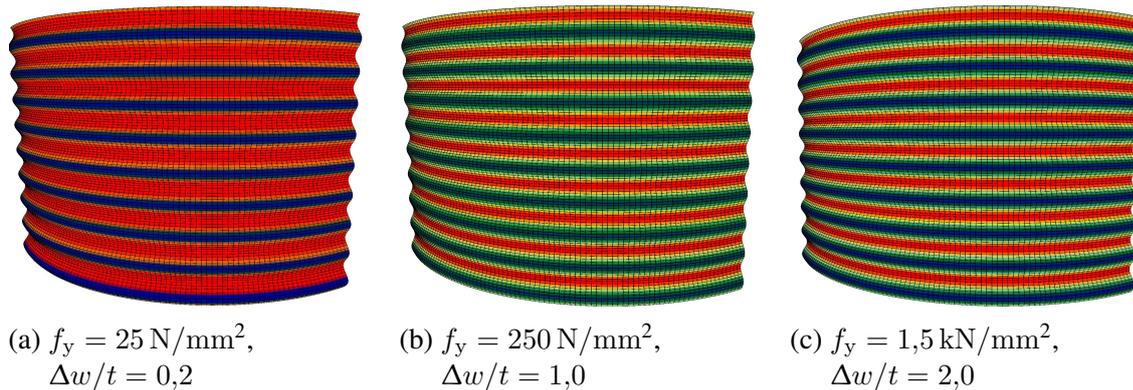


Bild 3.10: Beulfigur unverteilter Schalen beim Erreichen der Traglast, imperfekte Geometrie für $r/t = 1000$ bei variabler Streckgrenze und Vorbeultiefe

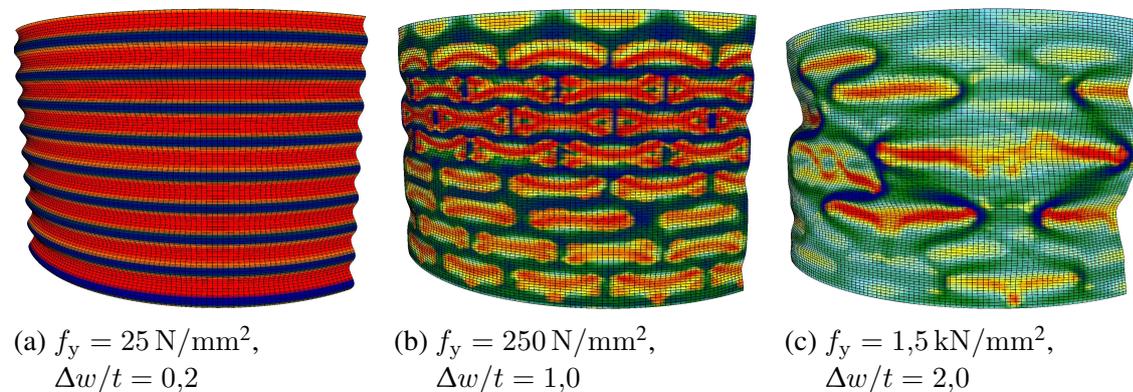


Bild 3.11: Nachbeulfigur unverteilter Schalen, imperfekte Geometrie für $r/t = 1000$ bei variabler Streckgrenze und Vorbeultiefe

Lastszenarien unwahrscheinlich. Der abfallende Ast der Kurve ergibt sich durch das Umschalten von einer kraftgesteuerten Belastung auf eine weggesteuerte Berechnung.

3.4.2 Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale

Die Vorbeulamplituden werden näherungsweise in Höhe der halben charakteristischen Imperfektionsamplitude gewählt ($\Delta w/t = 0,5\Delta w_k/t$ nach Tab. 3.1) und sind in der Bildbeschreibung angegeben.

Im Bild 3.10 sind die Verformungen der Beispielzylinder beim Erreichen der Traglast gezeigt. Typisch ist, dass die Imperfektion noch deutlich erkennbar ist. Die in rot dargestellten Druckspannungen führen für die Schale mit $f_y = 25 \text{ N/mm}^2$ zu hohen meridionalen Biegemomenten, die maßgeblich die Traglast begrenzen.

Dagegen sind bei höheren Festigkeiten, die typischerweise zu elastischem Beulen führen, die Streckgrenzen nicht ausgenutzt. Das Verzweigungsbeulen, was sich auch in den Bildern 3.7 sowie 3.8 an der schlagartigen Verringerung des Anstiegs der Last-Verformungskurve erkennen lässt, resultiert in einem schachbrettartigen Beulmuster im Nachbeulbereich.

Die Versagensfiguren sind im Bild 3.11 dargestellt. Für geringe Festigkeiten (somit auch geringe Schlankheiten) ist ein plastisches Versagen ohne Wechsel in einen sekundären

Gleichgewichtspfad, ohne diamantförmiges Nachbeulmuster, typisch. Sehr schlanke Kreiszyylinder zeigen verzweigungsartiges Verhalten und die Nachbeulfigur ist ein typisches Schachbrettbeulmuster für $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$. Werden hohe Kopfpunktverschiebungen erzwungen, treffen sich die Einzelbeulen und verschmelzen. Im Ergebnis führt das zu der Beulfigur, welche für $f_y = 1500 \text{ N/mm}^2$ dargestellt ist.

Die Grenze, ab welcher Schlankheit sich Schachbrettbeulen als Nachbeulfigur einstellen, ist abhängig von der Imperfektionsamplitude. Genauere Untersuchungen dazu wurden jedoch für diese Arbeit nicht durchgeführt, da für ein baupraktisches Bemessungskonzept alleine die Kenntnis der Maximallast von Interesse ist.

3.5 Numerische Bestimmung der Traglast von unversteiften Kreiszyindern

3.5.1 Darstellung der Simulationsergebnisse

Im Parameterbereich der Dünwandigkeiten r/t zwischen 50 bis 10000 wurden, für einen Stahl der Güte S 355 und einem Längen-zu-Radius-Verhältnis l/r von etwa eins, Traglasten mit Vorbeulamplituden bis zu zehn mal der Blechdicke numerisch bestimmt. Die achsensymmetrische Eigenform zeigte sich, gegenüber frei gewählten bzw. kollapsaffinen Vorverformungen und der Schweißnahtbeule, als am stärksten abmindernd (vgl. Punkt 2.2.5). Somit war die Wahl des Vorbeulmusters berechtigt, auch wenn es, zumindest für elastisch-plastisch beulende Kreiszyinder, ein unerwartetes Ergebnis war.

In der Darstellung der Ergebnisse über die Imperfektionsamplitude im Bild 3.12 zeigt sich, dass mit steigender Dünwandigkeit der Beul-Abminderungsfaktor abnimmt. Dabei ist für dünnwandige Schalen (gestrichelte Linie) schon bei etwa $\Delta w/t \approx 2$ nahezu kein zusätzlicher Abfall der Traglast bei weiter steigenden Vorbeultiefen zu erwarten. Dickwandige Zylinder (durchgezogene Linie) werden dagegen bis ungefähr $\Delta w/t \approx 5$ von steigenden Vorbeultiefen beeinflusst.

Der „wellige“ Kurvenverlauf im Dünwandigkeitsbereich zwischen $r/t = 250$ und $r/t = 900$ ist numerisch bedingt. Es ist bekannt, dass tiefere Imperfektionen ggf. einen versteifenden Effekt haben. Die nicht stetig fallenden Kurven erschweren die Auswertung und Extraktion der Beulkurvenparameter, stellen aber nicht das Gesamtergebnis in Frage, da die Approximierung mit Ausgleichskurven der unteren Grenzwerte durchgeführt wird.

Anhand der im Bild 3.13 dargestellten Verläufe des elastischen Imperfektions-Abminderungsbeiwerts α_x , abhängig von der Dünwandigkeit, lässt sich festhalten, dass ab etwa $r/t = 500$ bis maximal $r/t = 1000$ rein elastisches Beulen zu erwarten ist. Deutlich ist der Knick in der Kurve mit nachfolgend horizontalem Verlauf bei steigenden r/t -Verhältnis zu erkennen. Das Material beeinflusst im Übergangsbereich von $500 \leq r/t \leq 1000$, besonders bei hohen Vorbeulamplituden, den erreichbaren Widerstand. Da nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] die charakteristische Vorbeultiefe, z.B. für $r/t = 500$ und Herstelltoleranzklasse C auf etwa $\Delta w_k/t \approx 1,39$ festgelegt ist, kann man jedoch davon ausgehen, dass ab etwa $r/t \geq 500$ im relevanten Imperfektionsbereich elastisches Beulen zu erwarten ist.

In vielen Veröffentlichungen, wie z.B. [Rotter, 2008] oder [Chen, 2011] sind in der Regel die Untersuchungen beschränkt auf geringe Imperfektionstiefen bis zu $\Delta w/t = 2$. Rotter optimierte die in [pr EN 1993-1-6, 2017] aufgeführten Beulkurvenparameter für geringe Vorbeultiefen. Da, nach Norm, die Imperfektionen mit steigendem r/t -Verhältnis anwachsen, werden somit besonders dünnwandige Zylinderschalen konservativ bis sehr konservativ erfasst. Für das Verhältnis $r/t = 5000$ errechnet sich nach Gl. 2.41 für eine normale Ausführungsqualität (Herstelltoleranzklasse C) eine charakteristische Imperfektionsamplitude von etwa 4,4. Wenn r/t zu 10000 gewählt wird, steigt dieser Wert auf 6,25. Der Geltungsbereich von [DIN EN 1993-1-6, 2007] sollte, baupraktisch bedingt, auf $r/t = 10000$ ausgeweitet werden, ohne dabei unnötig konservative Traglasten vorherzusagen. Daher wäre eine Anpassung der Berechnungsvorschrift für χ_x wünschenswert.

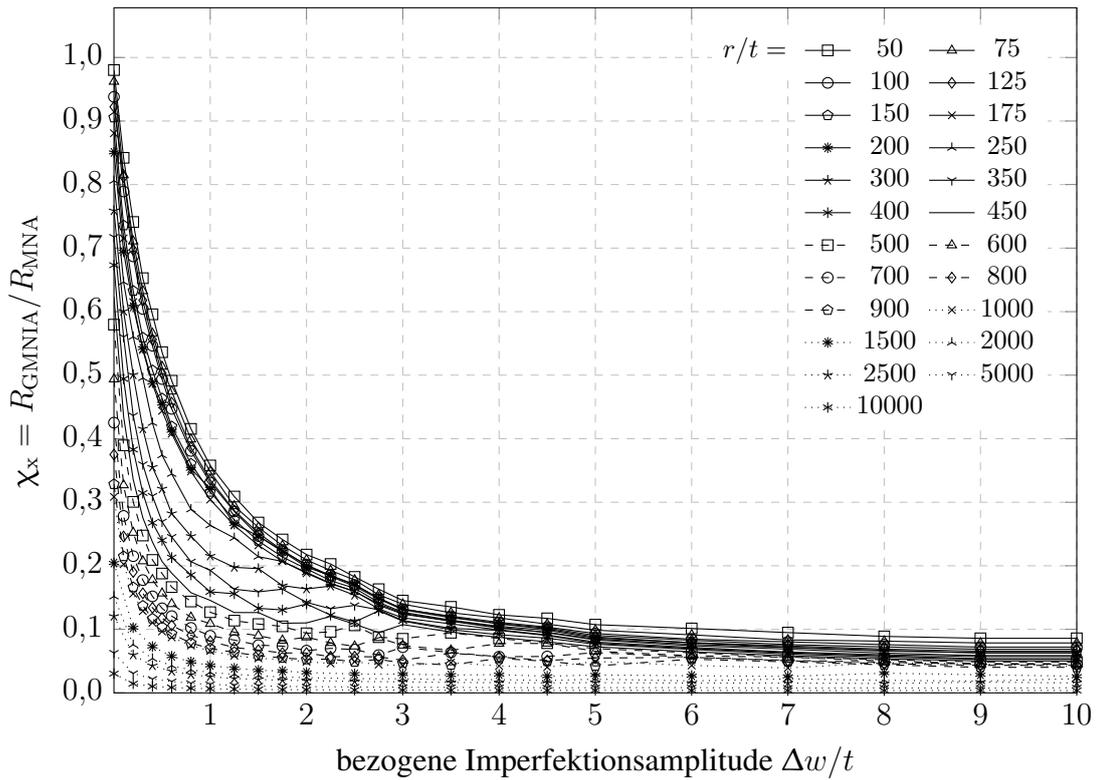


Bild 3.12: Simulierte Abminderungsfaktoren für verschiedene r/t abhängig von $\Delta w/t$

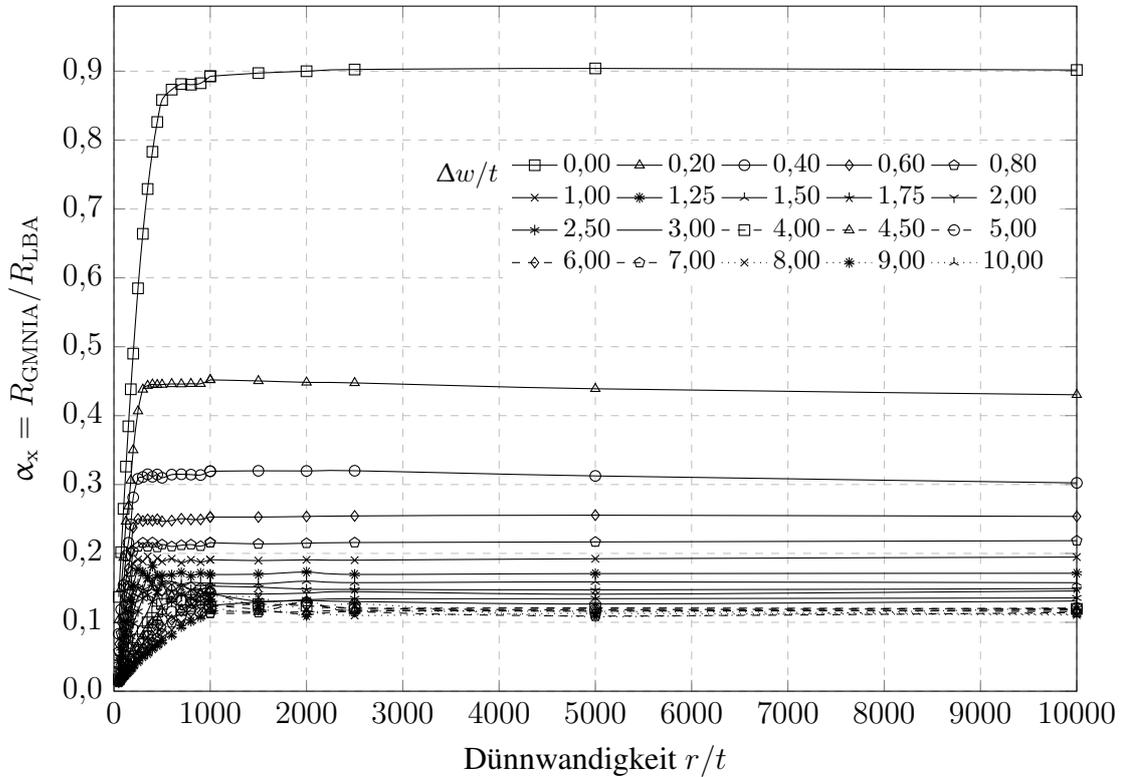
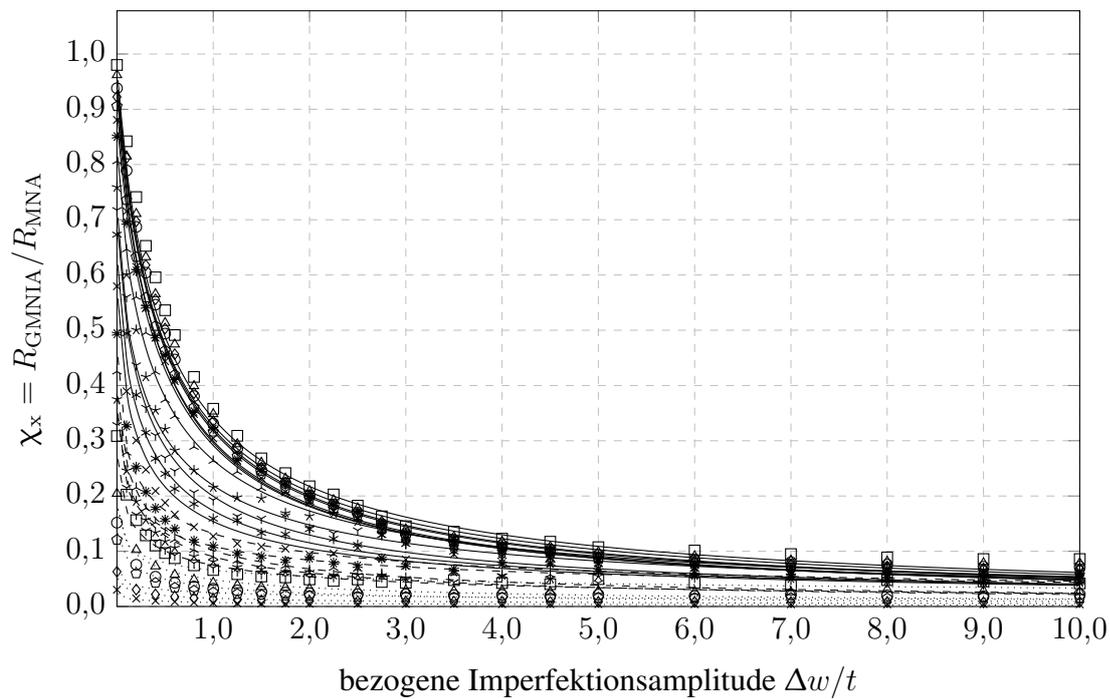


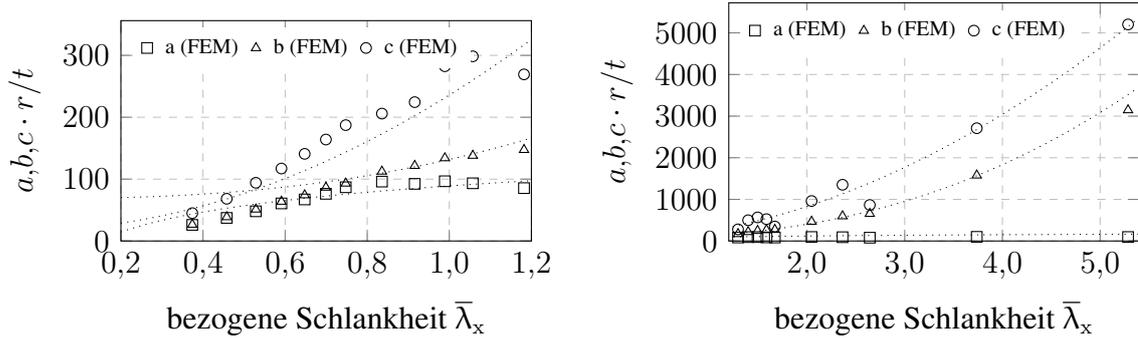
Bild 3.13: Simulierte Knockdown-Faktoren für verschiedene $\Delta w/t$ abhängig von r/t

3.5.2 Direkte Approximation der numerischen Ergebnisse



\square $\frac{r}{t} = 50$ —	$\frac{0,521}{0,531 + (\Delta w/t)^{0,899}}$	\triangle $\frac{r}{t} = 75$ —	$\frac{0,497}{0,516 + (\Delta w/t)^{0,910}}$
\circ $\frac{r}{t} = 100$ —	$\frac{0,480}{0,511 + (\Delta w/t)^{0,941}}$	\diamond $\frac{r}{t} = 125$ —	$\frac{0,486}{0,510 + (\Delta w/t)^{0,937}}$
\circ $\frac{r}{t} = 150$ —	$\frac{0,448}{0,494 + (\Delta w/t)^{0,939}}$	\times $\frac{r}{t} = 175$ —	$\frac{0,436}{0,494 + (\Delta w/t)^{0,937}}$
$*$ $\frac{r}{t} = 200$ —	$\frac{0,434}{0,465 + (\Delta w/t)^{0,936}}$	\wedge $\frac{r}{t} = 250$ —	$\frac{0,384}{0,449 + (\Delta w/t)^{0,824}}$
$*$ $\frac{r}{t} = 300$ —	$\frac{0,308}{0,405 + (\Delta w/t)^{0,748}}$	∇ $\frac{r}{t} = 350$ —	$\frac{0,276}{0,383 + (\Delta w/t)^{0,807}}$
$*$ $\frac{r}{t} = 400$ —	$\frac{0,233}{0,345 + (\Delta w/t)^{0,746}}$	$\frac{r}{t} = 450$ —	$\frac{0,204}{0,326 + (\Delta w/t)^{0,699}}$
\times $\frac{r}{t} = 500$ - - -	$\frac{0,171}{0,295 + (\Delta w/t)^{0,538}}$	$*$ $\frac{r}{t} = 600$ - - -	$\frac{0,140}{0,283 + (\Delta w/t)^{0,466}}$
\wedge $\frac{r}{t} = 700$ - - -	$\frac{0,133}{0,312 + (\Delta w/t)^{0,712}}$	$*$ $\frac{r}{t} = 800$ - - -	$\frac{0,118}{0,307 + (\Delta w/t)^{0,708}}$
∇ $\frac{r}{t} = 900$ - - -	$\frac{0,097}{0,294 + (\Delta w/t)^{0,583}}$	\square $\frac{r}{t} = 1000$ ·····	$\frac{0,084}{0,271 + (\Delta w/t)^{0,348}}$
\triangle $\frac{r}{t} = 1500$ ·····	$\frac{0,064}{0,310 + (\Delta w/t)^{0,640}}$	\circ $\frac{r}{t} = 2000$ ·····	$\frac{0,045}{0,299 + (\Delta w/t)^{0,675}}$
\circ $\frac{r}{t} = 2500$ ·····	$\frac{0,032}{0,262 + (\Delta w/t)^{0,346}}$	\diamond $\frac{r}{t} = 5000$ ·····	$\frac{0,020}{0,315 + (\Delta w/t)^{0,542}}$
\times $\frac{r}{t} = 10000$ ·····	$\frac{0,010}{0,314 + (\Delta w/t)^{0,520}}$		

Bild 3.14: Beul-Abminderungsfaktor χ_x unversteifter Schalen bis $r/t = 10000$ über $\Delta w/t$



(a) Parameter a , b und c für $50 \leq r/t \leq 500$ (b) Parameter a , b und c für $500 \leq r/t \leq 10000$

Bild 3.15: Interpolationsparameter zur Bestimmung von χ_x abhängig von r/t

3.5.2.1 Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors

Als ersten Ansatz wird die direkte Approximierung der Kurven des Beul-Abminderungswertes χ_x je $\Delta w/t$ als untere Hüllkurve verfolgt. Dazu wird der Ansatz nach Gl. 3.9 gewählt und die Freiwerte a , b und c in Abhängigkeit von r/t bestimmt. Sehr kleine Werte für die freien Parameter wurden durch eine Multiplikation derselben mit r/t verhindert. Anhand der Bestimmungsgleichungen nach Gl. 3.10 lassen sich in einem zweistufigen Verfahren erst die Freiwerte mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmen und anschließend daraus der Beul-Abminderungsfaktor berechnen. Die angegebenen Gleichungen erlauben die direkte Bestimmung von χ_x in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_x$.

$$\chi_x = \frac{a}{b + (\Delta w/t)^c} \quad (3.9)$$

$$\text{mit: } a = \frac{-9168,630 \bar{\lambda}_x^{-0,005} + 9257,653}{r/t} \quad (3.10a)$$

$$b = \frac{62,951 \bar{\lambda}_x^{2,404} + 68,822}{r/t} \quad (3.10b)$$

$$c = \frac{217,098 \bar{\lambda}_x^{1,900} + 18,717}{r/t} \quad (3.10c)$$

3.5.2.2 Vergleich der FEM-Ergebnisse mit dem direkt approximierten Beul-Abminderungsfaktor

Mit den vorgeschlagenen Faktoren lassen sich die numerischen Ergebnisse annähern, wobei, abhängig von der Vorbeultiefe, Abweichungen zur unsicheren Seite auftreten. Die beste Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen besteht im hohen Schlankheitsbereich.

Offensichtlich ist es, wenn überhaupt, nur mit hohem Optimierungsaufwand möglich, die numerischen Ergebnisse adäquat über den gesamten gewählten Parameterbereich anzunähern. Die verschiedenen mechanischen Verhaltensweisen von Kreiszyllindern, die im plastischen Regime, elastisch-plastisch oder rein im Elastischen ausbeulen, lassen sich über eine einfache Interpolationsvorschrift nicht zufriedenstellend abbilden. Die Verwendung dieses Ansatzes wird daher nicht weiter verfolgt.

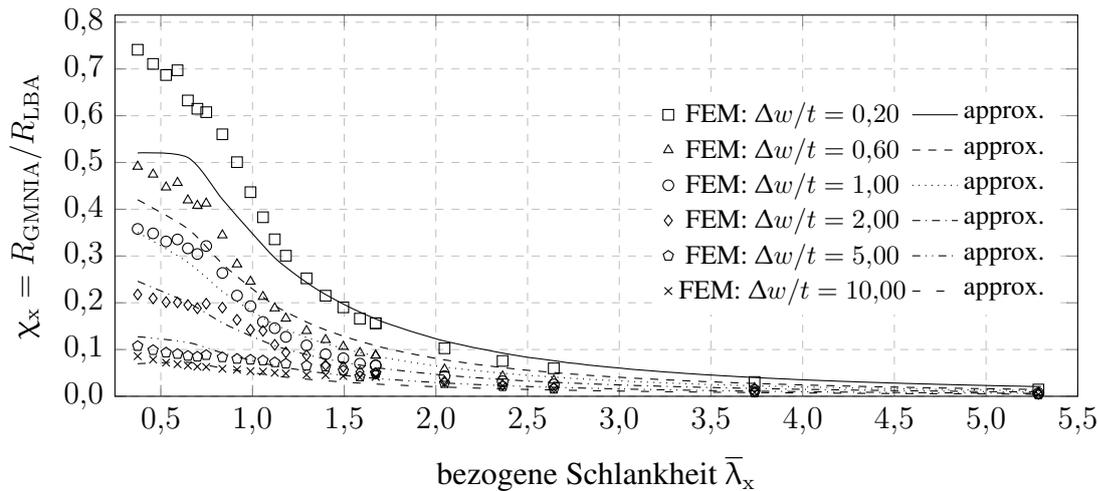


Bild 3.16: Approximationsergebnis von χ_x für verschiedene $\Delta w/t$ über $\bar{\lambda}_x$

3.5.3 Bestimmung der Beulkurvenparameter über die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve

Für eine vereinfachte Ableitung der beulfallabhängigen Beulkurvenparameter α_x , β_x und η_x schlug Rotter in seiner Veröffentlichung die Anwendung einer modifizierten Kapazitätskurve vor [Rotter, 2002]. In einem weiteren Artikel [Rotter, 2005] beschrieb er, wie sich auf einfache Weise die relevanten Parameter entnehmen lassen. Später, für die Publikation [Rotter, 2008] nutzte Rotter das Vorgehen, um die Parameter für Axialbeulen, die, nahezu unverändert, in [pr EN 1993-1-6, 2017] übernommen wurden, abzuleiten.

Während die Herleitung von α_x und β_x aus der modifizierten Kapazitätskurve noch nahezu eindeutig möglich ist, gab es zur Ermittlung des Parameters η_x über die Jahre hinweg neue Erkenntnisse und Meinungen. Während dieser Parameter im Jahre 2005 noch von α_x und β_x sowie $\bar{\lambda}_{x0}$ abhing [Rotter, 2005], wurde die Bestimmungsgleichung 2008 von [Rotter, 2008] ausschließlich abhängig von der Vorbeultiefe angegeben. Im selben Jahr wurde in [Doerich und Rotter, 2008] vorgeschlagen, η_x abhängig von der bezogenen Schlankheit zu definieren. Dabei wurde eine Einbeziehung von α_x sowie β_x und $\bar{\lambda}_{x0}$ notwendig (Gleichungen 3.15a bis 3.15e). Chen [Chen, 2011] beschrieb den Extraktionsprozess von η_x aus numerischen Ergebnissen als ein iteratives Verfahren, bei dem er schrittweise die einzelnen Konstanten bestimmte und eine Bestimmungsgleichung festlegte, die nur von der charakteristischen Imperfektionsamplitude abhängig ist.

Aus der Literatur lässt sich somit keine eindeutige Empfehlung oder Handlungsanweisung ableiten. Es müssen folglich mehrere mögliche Ableitungen von η_x , auf deren passende Anwendung auf den zu untersuchenden Beulfall hin, untersucht werden.

Rotter [Rotter, 2017] empfahl, die Schlankheit über die Variation der Materialfestigkeit zu variieren, um den Einfluss der geometrischen Nichtlinearität des Beulphänomens auszuschließen. Dieses Verfahren fand in den Folgekapiteln Anwendung. Für dieses Kapitel wurde vergleichsweise die Dünnwandigkeit variiert. Da die geometrische Nichtlinearität nicht für alle r/t -Verhältnisse identisch ist, sind zwangsläufig nicht immer stetige Kurvenverläufe zu erwarten. Deren Interpretation gelingt über den Zwischenschritt der Ermittlung konservativer Hüllkurven der FEM-Ergebnisse.

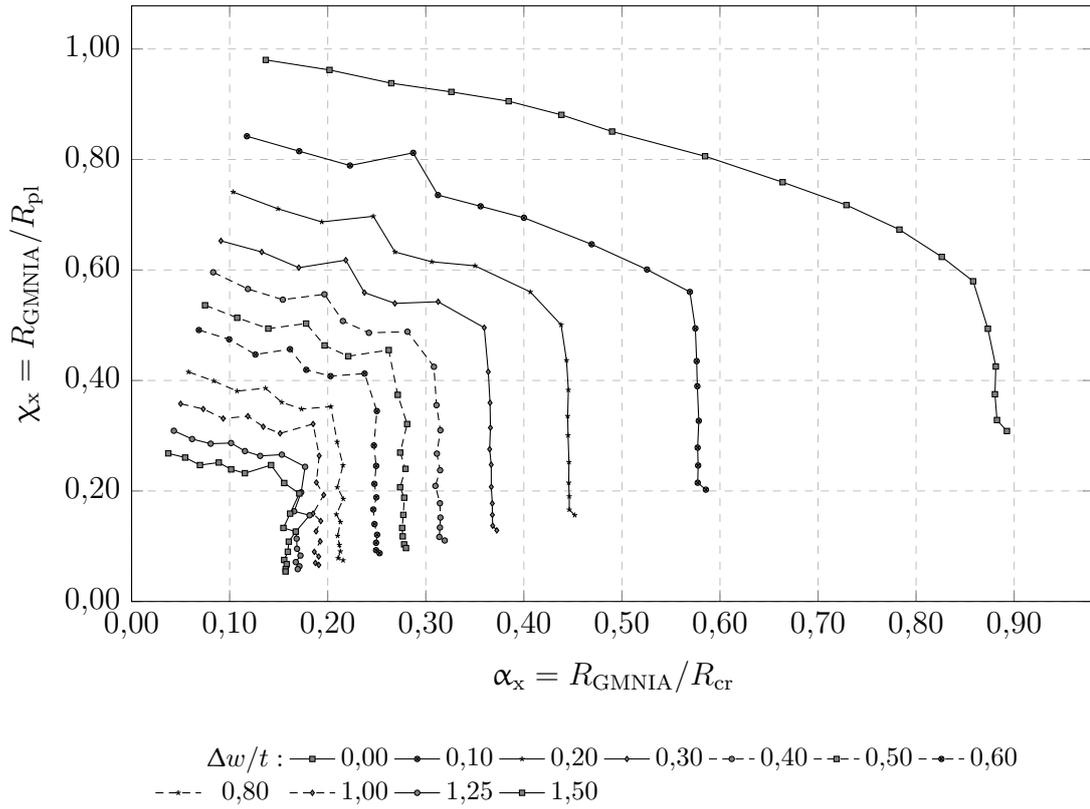


Bild 3.17: Modifizierte Kapazitätskurve, r/t variiert für geringe Imperfektionstiefen

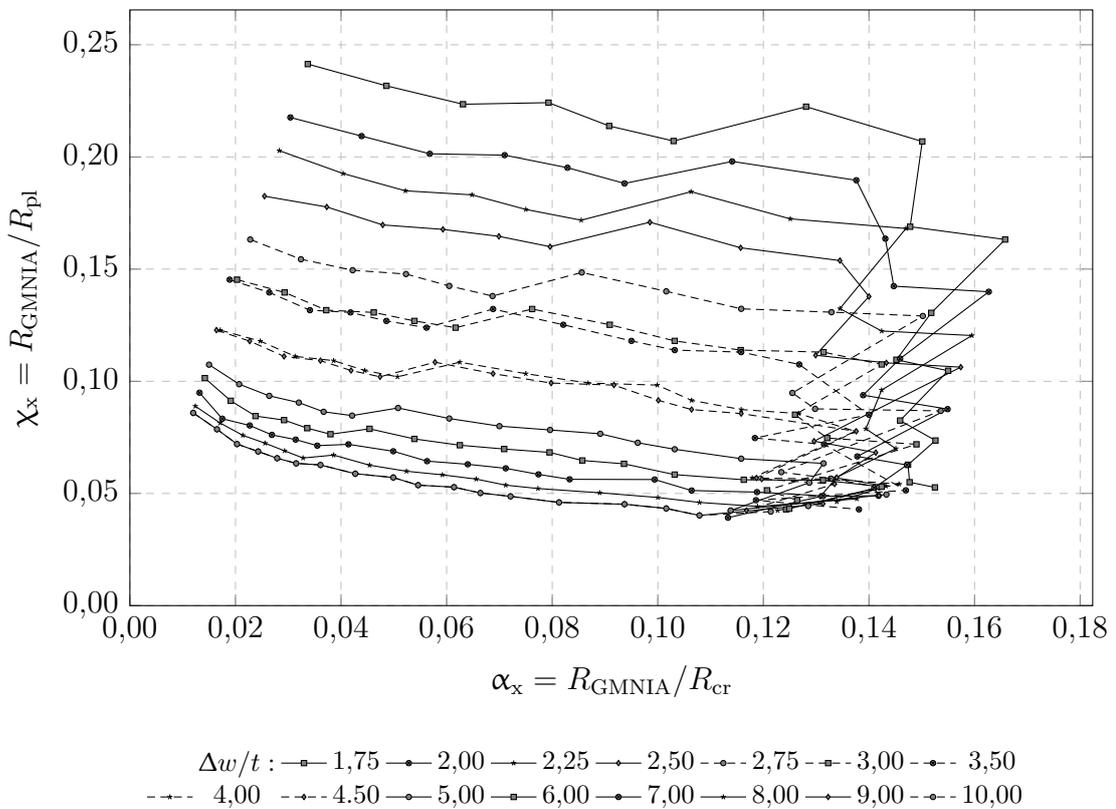


Bild 3.18: Modifizierte Kapazitätskurve, r/t variiert für tiefe Imperfektionen

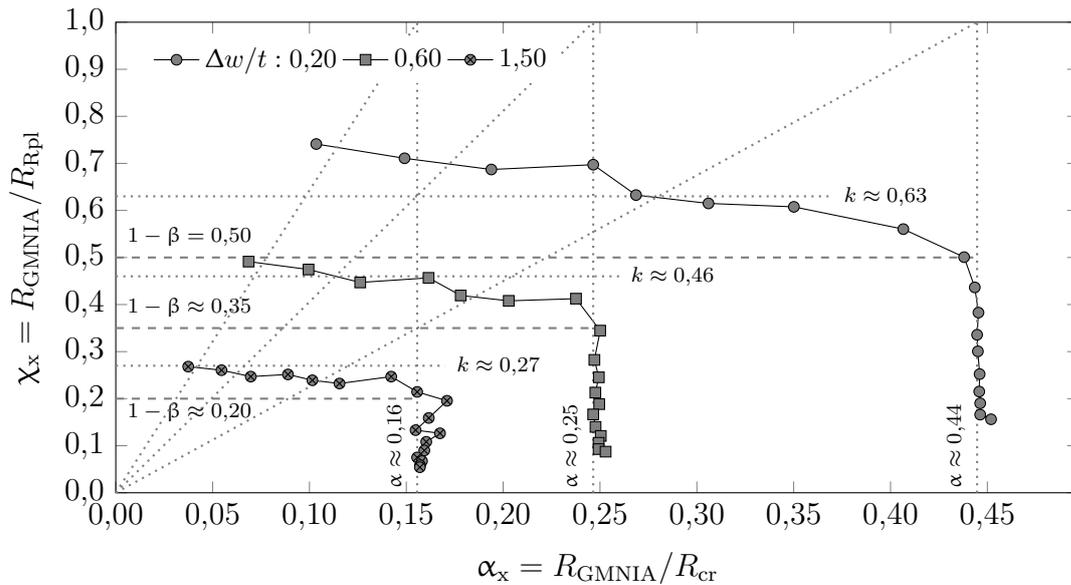


Bild 3.19: Kommentierte modifizierte Kapazitätskurve

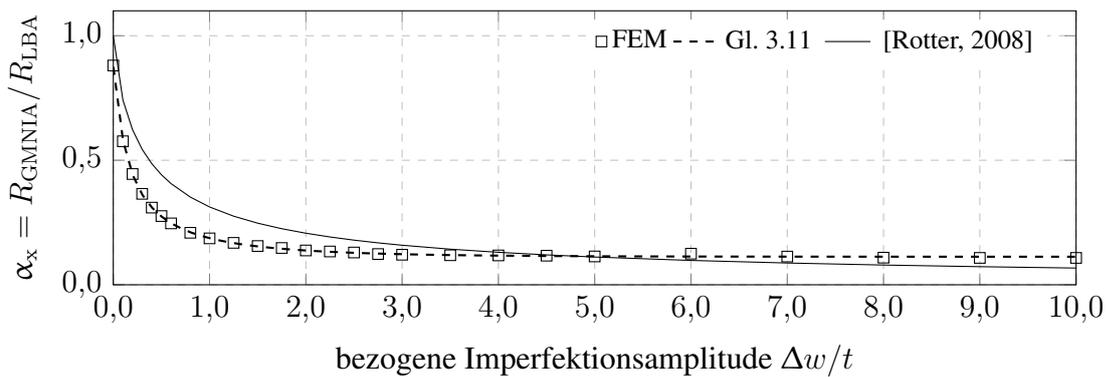


Bild 3.20: Unversteifter Zylinder – Interpolation von α_x

3.5.3.1 Ableitung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors

Jede der von r/t bzw. f_y und $\Delta w/t$ abhängigen Kurven hat ab einem bestimmten Wert für α_x einen fast unendlich großen, negativen Anstieg. Wenn gilt: $\alpha_x \approx$ konstant, ist der Wert für α_x auf der Abszisse abzulesen.

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457\Delta w/t} \tag{3.11}$$

3.5.3.2 Ableitung des plastischen Bereichsfaktors

Der Parameter β_x kann, in modifizierter Form, als $1 - \beta_x$, dort abgelesen werden, wo der Anstieg der Kurve von einem endlichen Wert zu einem näherungsweise unendlichen, negativen Wert wechselt.

$$1 - \beta_x = \frac{0,508}{0,864 + (\Delta w/t)^{1,197}} \tag{3.12}$$

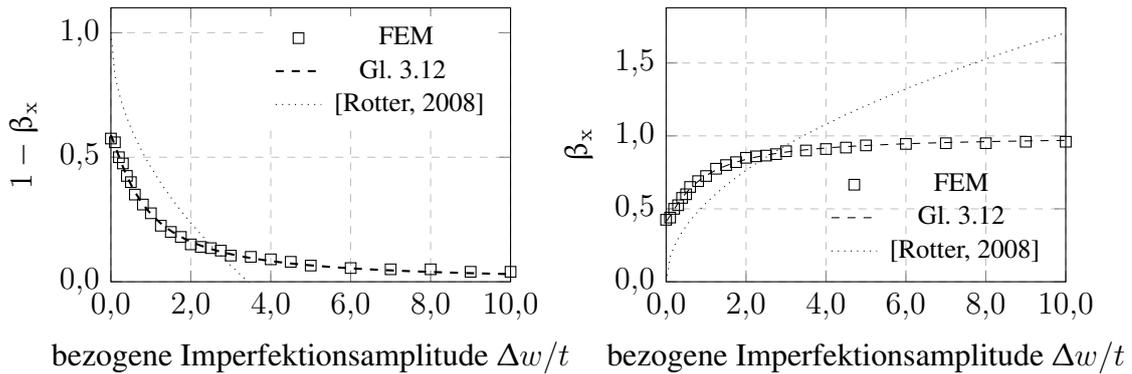
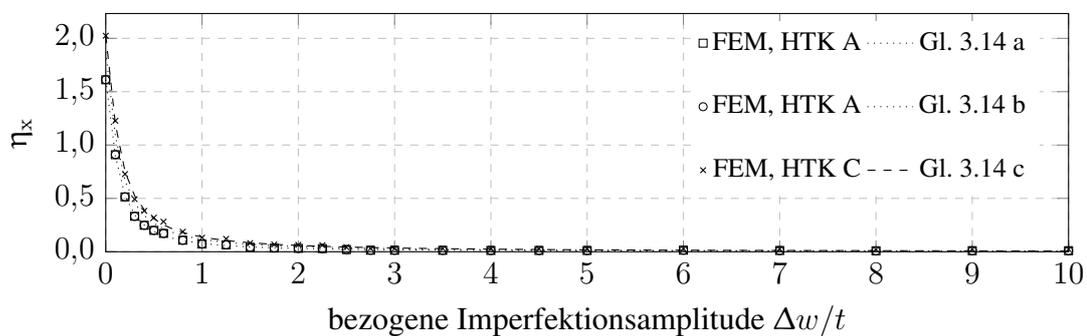
Bild 3.21: Unverstärkter Zylinder – Darstellung von β_x bzw. $1 - \beta_x$ 

Bild 3.22: Ermittlung des Beulkurvenexponenten abhängig von der Herstelltoleranzklasse

3.5.3.3 Ableitung des Beulkurvenexponenten

Ermittlung des Beulkurvenexponenten abhängig von der Vorbeultiefe

Wie im Bild 3.19 gezeigt, muss zur Bestimmung von η_x , abhängig von der Vorbeultiefe, zunächst in der modifizierten Kapazitätskurve von α_x eine vertikale Linie bis $\chi_x = 1$ gezogen werden. Eine Gerade vom Ursprung nach $(\alpha_x, \chi_x = 1)$ schneidet dann die von r/t bzw. f_y und $\Delta w/t$ abhängige Traglastkurve. Der Schnittpunkt der Ursprungsgeraden mit dieser Kurve ist auf die Ordinate zu projizieren, um den Hilfswert k zu bestimmen. Mit Gl. 3.13 lässt sich η_x anschließend bestimmen.

$$\eta_x = \frac{\ln(1 - k) - \ln(\beta_x)}{\ln(\sqrt{\alpha_x} - \bar{\lambda}_{x0}) - \ln\left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta_x}} - \bar{\lambda}_{x0}\right)} \quad (3.13)$$

mit: k Hilfswert, bestimmt wie in Bild 3.19 gezeigt

Aufgrund der Abhängigkeit vom vollplastischen Grenzschlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{x0}$, der, ausgehend von den Experimenten, nicht konstant für alle Herstelltoleranzklassen festgelegt werden kann, sondern besser über Gl. 3.1 beschrieben wird, müssen mehrere Kurven für η_x untersucht werden. Die interpolierten Kurven hängen von dem vollplastischen Grenzschlankheitsgrad ab und können, abhängig von der Herstelltoleranzklasse, mittels der Gln. 3.14 a-c berechnet werden. Der so bestimmte Wert des Beulkurvenexponenten wird im Folgenden auch „ $\eta_{x,MKK}$ “ bezeichnet.

$$\text{HTK A: } \eta_x = \frac{0,082}{0,051 + (\Delta w/t)^{1,393}} \quad (3.14a)$$

$$\text{HTK B: } \eta_x = \frac{0,124}{0,066 + (\Delta w/t)^{1,318}} \quad (3.14b)$$

$$\text{HTK C: } \eta_x = \frac{0,149}{0,073 + (\Delta w/t)^{1,294}} \quad (3.14c)$$

Bestimmung des Beulkurvenexponenten abhängig von der Schlankheit

Eine Bestimmung des Beulkurvenexponenten in Abhängigkeit von der Schlankheit wurde von [Doerich und Rotter, 2008] bzw. [Doerich und Rotter, 2011] vorgeschlagen und kann mit den folgenden Gleichungen erreicht werden:

$$\eta_{xp} = 2 \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \frac{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp}} \quad (3.15a)$$

$$\eta_{x0} \leq 3 \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \left(1 - \frac{\bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp}}\right)^2 + 0.5 \eta_{xp} (1 + \eta_{xp}) \quad (3.15b)$$

$$\text{wobei } \eta_{x0} > 0,5 (\eta_{xp}^2 + \eta_{xp}) \quad \text{für große Werte von } \beta_x \quad (3.15c)$$

$$< 0,5 (\eta_{xp}^2 + \eta_{xp}) \quad \text{für kleine Werte von } \beta_x \quad (3.15d)$$

$$\eta_x(\bar{\lambda}_x) = \frac{\eta_{x0} (\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_x) + \eta_{xp} (\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_{x0})}{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}} \quad (3.15e)$$

Der Parameter η_{x0} sollte abhängig von der Charakteristik des vorliegenden Beulfalles, zusätzlich begrenzt werden. Wenn frühes Fließen und somit eine starke Interaktion von Beulen und Plastizität (große Werte für β_x) typisch sind, sollte η_x mit Gl. 3.15c begrenzt werden. Eine geringe Interaktion des Beulens mit plastischem Werkstoffverhalten drückt sich über kleine Werte für β_x aus und eine Begrenzung von η_{x0} über Gl. 3.15d sollte vorgenommen werden.

Freie Festlegung des Beulkurvenexponenten

Frei gewählte Festlegungen des aus der modifizierten Kapazitätskurve abgeleiteten Faktors η_x , z.B. über Gl. 3.16 oder mittels Konstanten, wie in [DIN EN 1993-1-6, 2007] sind, neben den mathematisch-mechanisch hergeleiteten Gleichungen, z.B. nach Gl. 3.16 möglich.

$$\eta_x = \frac{2Q}{125} \cdot \frac{\bar{\lambda}_{xp}}{\bar{\lambda}_x} \quad (3.16)$$

Darstellung der Kurvenverläufe für verschiedene Definitionen des Beulkurvenexponenten

Die Darstellung des mit $\bar{\lambda}_x$ veränderlichen Beulkurvenexponenten in Abhängigkeit von $\Delta w/t$ gelingt über die Wahl eines Materials, der Bestimmungsgleichung für die charakteristische Imperfektionsamplitude und der Auswertung der Gln. 3.17 a bis c.

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{f_y}{0,605E t/r}} = \sqrt{\frac{f_y}{0,605E}} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (3.17a)$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (3.17b)$$

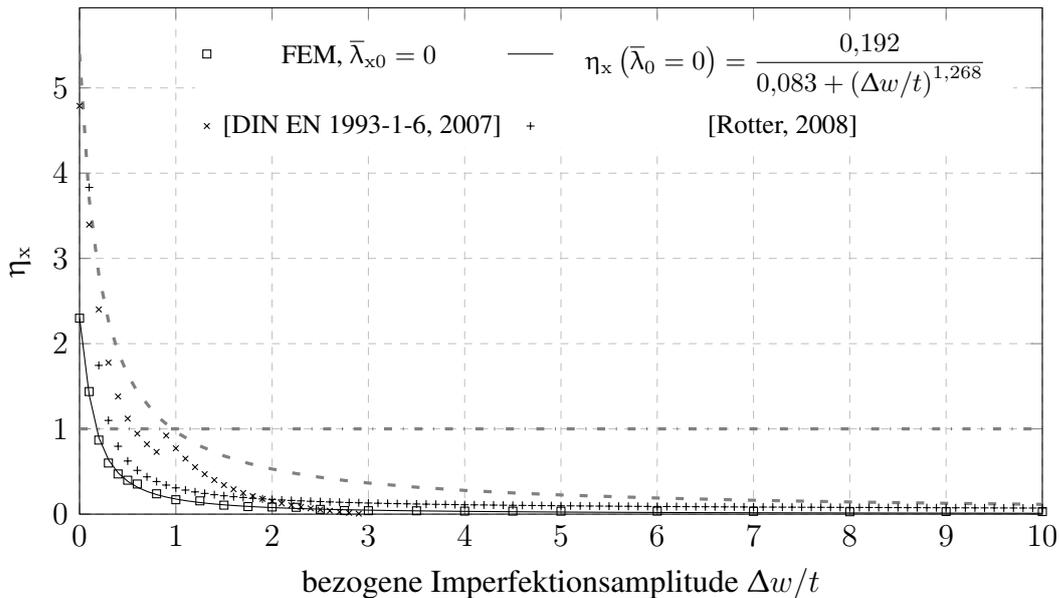
$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{0,605E}} Q \frac{\Delta w_k}{t} \approx 0,053 Q \frac{\Delta w_k}{t} \quad (\text{für S 355}) \quad (3.17c)$$

Wie sich leicht anhand Bild 3.23 erkennen lässt, sind zahlreiche qualitative und quantitative Verläufe für den Beulkurvenexponent möglich. Es liegt am Ingenieur, die für den eigenen Beulfall repräsentative Möglichkeit auszuwählen, um eine gute Approximierung der numerischen Ergebnisse bzw. vorhandener Experimente zu erreichen.

Während die grundlegenden Verläufe der Kurven sich ähneln, gibt es quantitative Unterschiede. Die größten Differenzen zwischen geringen und großen Imperfektionsamplituden lassen sich beim schlankheitsabhängigen Wert für η_x ausmachen. Die mit Gl. 3.16 frei gewählte Bestimmungsgleichung für den Beulkurvenexponenten erlaubt etwas größere Beiträge, als die Ableitung nach Gl. 3.13 abhängig von der Imperfektionsamplitude. Letztere erlaubt die beste Approximierung der FEM-Ergebnisse. Die aus [Rotter, 2008] entnommene Beschreibung des Beulkurvenexponenten in Abhängigkeit der Imperfektionstiefe zeigt einen deutlich weniger scharfen Wechsel der Tangentenanstiege bei steigender Vorbeultiefe, als bei den anderen Kurven. Nicht mehr dem Stand der Technik entspricht die Festlegung von η_x als Konstante.

Der Vergleich der FEM-Ergebnisse mit den in der modifizierten Kapazitätskurve dargestellten Beul-Abminderungskurven gelingt über die Ermittlung des Beulwiderstands abhängig von r/t , wenn für eine ausreichende Anzahl an r/t -Verhältnissen der folgende Algorithmus abgearbeitet wird:

1. Wahl des Materials, Festlegung der Imperfektionsamplitude, Wahl von r/t ,
2. Bestimmung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Rcr}$,
3. Berechnung der bezogenen Schlankheit $\bar{\lambda}_x$,
4. Bestimmung des elastischen Imperfektions-Abminderungsbeiwertes α_x ,
5. Berechnung des plastischen Bereichsfaktors β_x ,
6. Festlegung des teilplastischen Grenzsclankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp}$,
7. Bestimmung von $\eta_x(\bar{\lambda}_x)$ oder $\eta_{x,MKK} = \eta_x(\Delta w/t)$ bzw. freie Festlegung von η_x ,

Bild 3.23: Unversteifter Zylinder – mögliche Verläufe von η_x

8. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors χ_x ,
9. Bestimmung des äquivalenten Wertes von $\alpha_{x,eq}$ für χ_x über Gl. 3.18.

$$\alpha_{x,eq} = \frac{\chi_x f_y}{\sigma_{x,Rcr}} \quad (3.18)$$

Das Ergebnis ist im Bild 3.24 dargestellt. Leicht zu erkennen sind die deutlich abweichenden Kurvenverläufe in Abhängigkeit der Wahl der Beschreibung des Beulkurvenexponenten. Während ersichtlich ist, dass sich für α_x ab einem gewissen Wert für χ_x der konstante Verlauf einstellt (negativer, nahezu unendlicher Anstieg der Kurve), der zudem in guter Übereinstimmung mit den FE-Ergebnissen ist, zeigt sich, dass nur die amplitudenabhängige Beschreibung $\eta_{x,MKK}$ erlaubt, die numerischen Ergebnisse in guter Näherung darzustellen.

Aufgrund des scharfen Knicks beim Erreichen von $1 - \beta_x$ (z.B. bei $\chi_x \approx 0,5$ für $\Delta w/t = 0,2$), ist die schlankheitsabhängige Festlegung von $\eta_x(\bar{\lambda}_x)$ nicht zutreffend und führt für geringe Schlankheiten zu einer deutlichen Überschätzung, verglichen mit den numerischen Ergebnissen. Zieht man Bild 3.25 zur Auswertung hinzu, lässt sich das, aus der Auswertung der Versuche der Literaturquellen nicht gerechtfertigte, längere Fließplateau ($\chi_x \geq 0,95$) bis etwa $\bar{\lambda}_x \approx 0,35$ erkennen, das schon bei der Auswertung der Widerstände nach [pr EN 1993-1-6, 2017] im Punkt 3.2 kritisiert wurde.

Ein konstanter Wert des Beulkurvenexponenten, entsprechend der aus den Experimenten abgeleiteten Traglasten im Abschnitt 3.2 zu $\eta_x = 0,5$ gewählt, erlaubt eine gute Approximation für geringe Imperfektionsamplituden. Je tiefer die Vorbeulen werden, desto eher wird jedoch die mittels Simulation gewonnene Traglast überschätzt. Die entsprechende Beul-Abminderungskurve (Bild 3.25) ergibt auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse, die ggf. etwas zu sicher sind. Prinzipiell stellt die Konstante von $\eta_x = 0,5$ also eine ernstzunehmende Alternative zu den deutlich komplexeren Bestimmungsgleichungen dar.

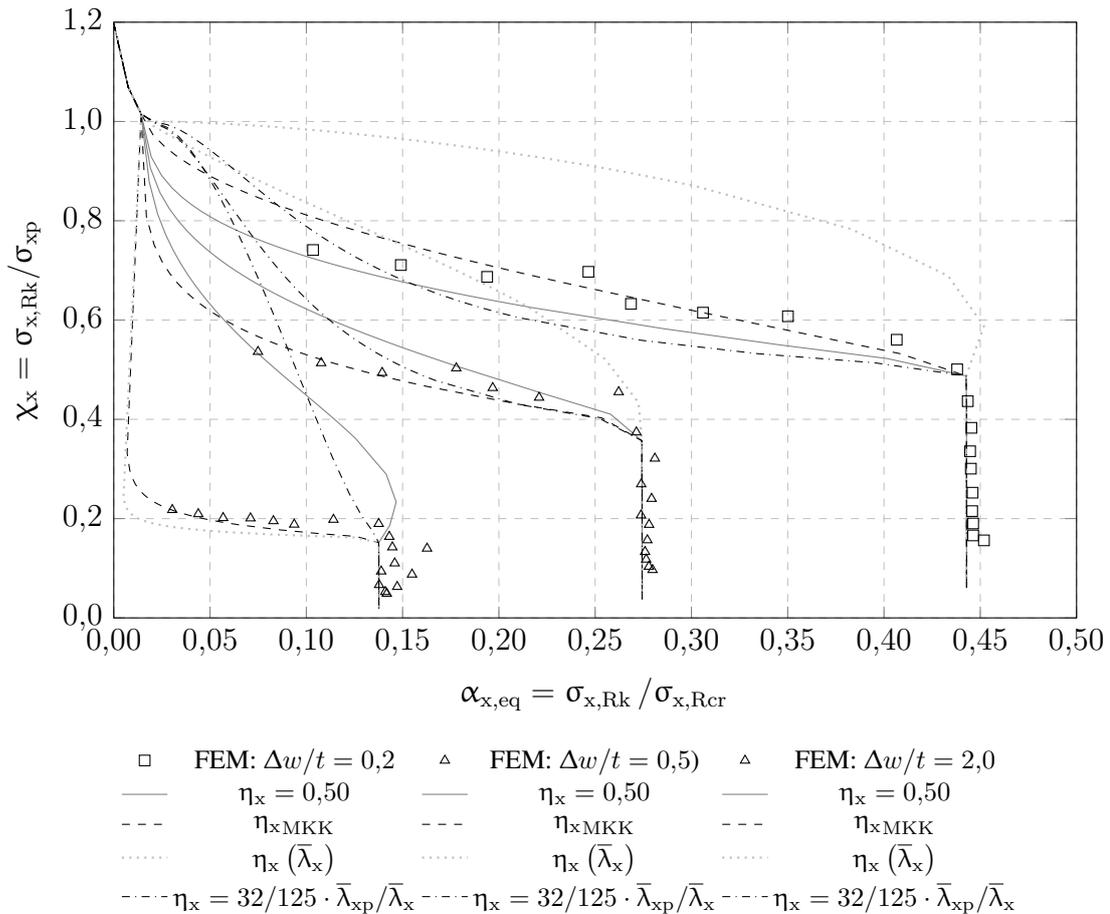


Bild 3.24: Approximierung der FEM-Ergebnisse mit verschiedenen Formulierungen für η_x in der modifizierten Kapazitätskurve

Die frei gewählte Bestimmungsgleichung für den Beulkurvenexponent erlaubt eine gute Annäherung an die FEM-Ergebnisse bei geringen Vorbeultiefen (Bild 3.23). Obwohl bei tieferen Amplituden die Approximierung unbrauchbar wird, ergibt sich ein Kurvenverlauf in der Kapazitätskurve, mit dem eine gute Beschreibung der Versuchsergebnisse möglich ist. Da diese Beschreibung keinen mechanischen bzw. mathematischen Hintergrund hat, wird jedoch von einer weiteren Verwendung der Bestimmungsgleichung abgesehen.

Die beste Beschreibung der FEM-Ergebnisse gelingt mit der amplitudenabhängigen Form nach den Gln. 3.14 a-c. Zwar werden die Simulationsergebnisse bei geringen Amplituden etwas überschätzt, dafür ergeben sich aber bei steigenden Vorbeultiefen zunehmend sichere und genauere Approximationen. Bei $\Delta w/t = 2,0$ ist der Verlauf der Kurve bei kleinen Werten für $\alpha_{x,eq}$ unerwartet (Anstieg von α_x bei steigendem χ_x). Dies ist jedoch vernachlässigbar, da bei derart großen Vorbeultiefen das Beulverhalten sich tendenziell rein elastisch darstellt (entspricht etwa $r/t \approx 1000$).

In der Kapazitätskurve Bild 3.25 zeigt sich der „durchhängende Verlauf“ im Interaktionsbereich zwischen elastischem und plastischem Beulen, der schon im Abschnitt 3.2 aus den Experimenten abgeleitet wurde, wenngleich auch der negative Anstieg bei kleinen bezogenen Schlankheiten etwas größer sein müsste, um den „lower bound“ (vgl. Bild 2.38) abzubilden. Ein Nachteil des Kurvenverlaufs ist, dass jeweils am Übergang zwischen zwei

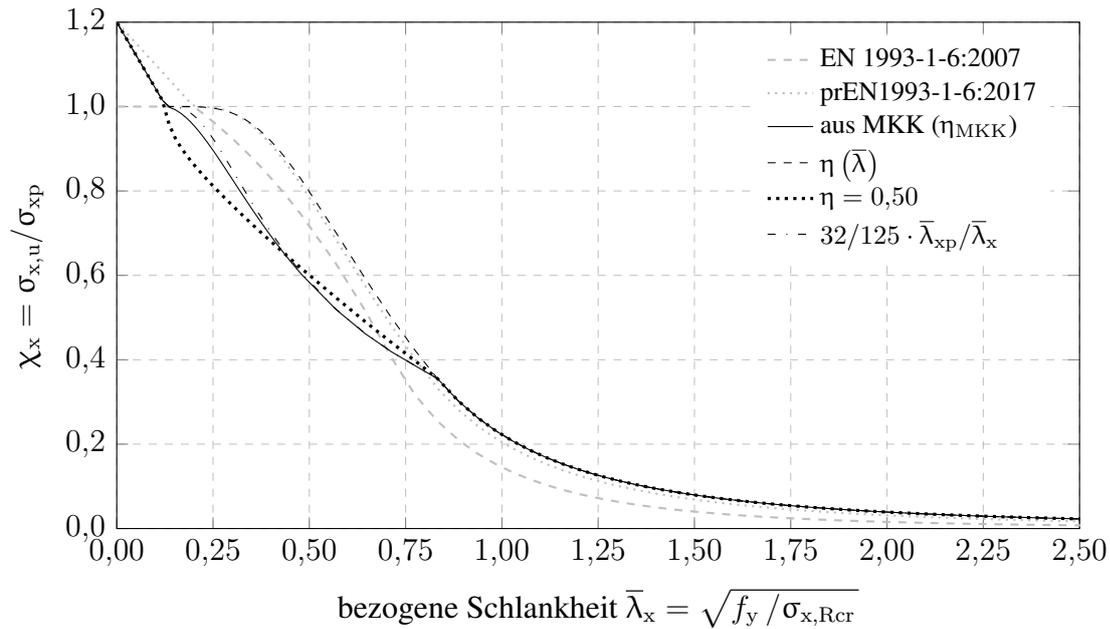


Bild 3.25: Mögliche Beulkurven abhängig von der Wahl von η_x , Nicht-Norm-Ergebnisse ermittelt mit $0,5\Delta w_k/t$ nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

Abschnittsgrenzen für die bezogene Schlankheit ein Knick auftritt. Dies ist jedoch, dank der guten Beschreibung der Simulationen, wie auch der Versuche, zu vernachlässigen.

Aufgrund der guten Approximierung der elastisch-plastischen Beulinteraktion axialgedrückter, unversteifter Kreiszyinderschalen und des nachgewiesenen, mechanischen Hintergrundes der Ableitung von η_x wird die vorbeultiefenabhängige Ermittlung des Beulkurvenexponenten mittels Gl. 3.14 in das Nachweisverfahren übernommen.

3.5.4 Verifikation der Bemessungsgleichungen

Die Darstellung der approximierten Traglasten im Bild 3.27 zeigt geringe Streubreiten für schlanke Kreiszyinder und geringe Abweichungen zur unsicheren Seite hin.

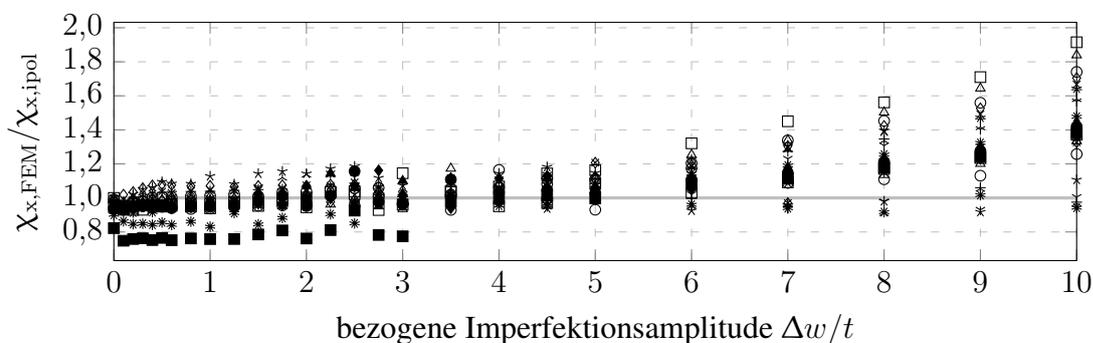


Bild 3.26: Vergleich der Traglasten aus der FEM-Berechnung mit dem erweiterten Verfahren für alle r/t -Verhältnisse abhängig von der Vorbeultiefe

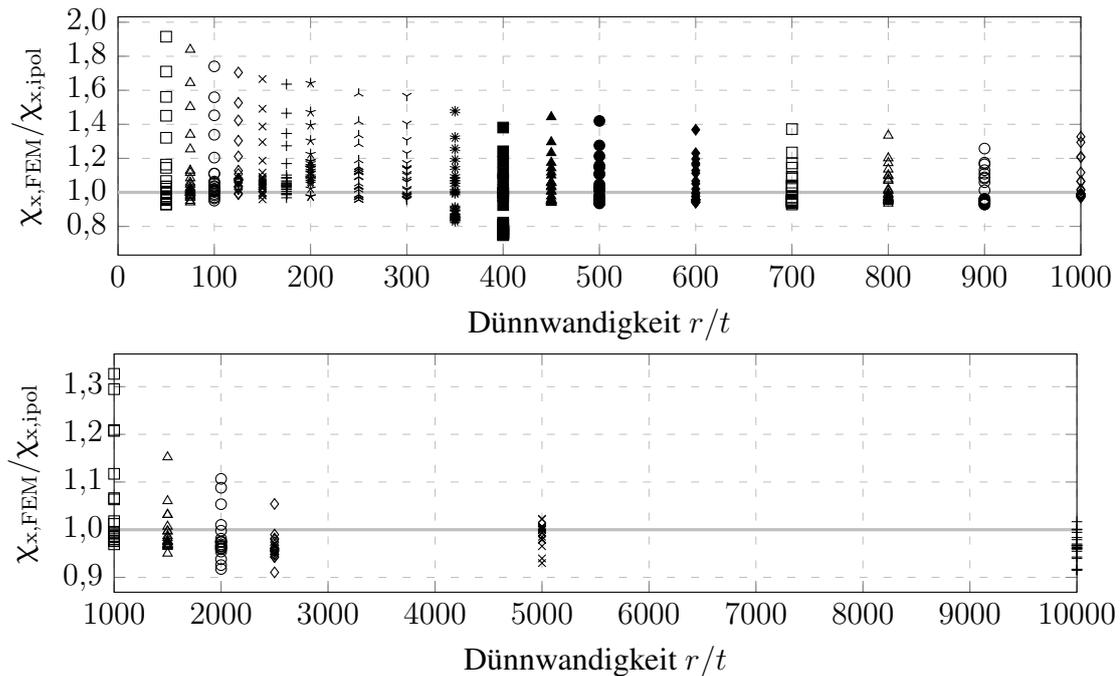


Bild 3.27: Vergleich der Traglasten aus der FEM-Berechnung mit dem erweiterten Verfahren für alle Vorbeultiefen abhängig von der Dünnwandigkeit

Für die Dünnwandigkeit $r/t = 400$ werden die Traglasten tendenziell zu optimistisch vorhergesagt. Dies gilt für den gesamten relevanten Bereich der Vorbeultiefen bis etwa $\Delta w/t = 3$ (Bild 3.26). Es ist daher im eher dickwandigeren Bereich bei der Ableitung einer zutreffenden Vorbeultiefe tendenziell ein hoher Wert für $\Delta w_k/t$ zu erwarten, der notwendig ist, um die unsichere Annäherung der FEM-Ergebnisse zu kompensieren. Da die charakteristische Imperfektionsamplitude noch anhand der Experimente kalibriert wird, ist das Bemessungsverfahren dennoch sicher.

3.5.5 Kalibrierung der Vorbeultiefen

Das im Abschnitt 3.7.1.2 vorgestellte, erweiterte Verfahren erlaubt eine Approximation der mittels FEM gewonnenen Traglasten, abhängig von der Geometrie, des Materials und der gewählten Vorbeultiefe. Es ist gezeigt worden, dass mit Verwendung der nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] ermittelten charakteristischen Imperfektionsamplitude (Gl. 2.41) im elastisch-plastischen Beulbereich sichere und im elastischen Beulbereich wirtschaftlichere Ergebnisse ermittelt werden können, als es nach [DIN EN 1993-1-6, 2010] bzw. [pr EN 1993-1-6, 2017] möglich ist, wenn das erweiterte Verfahren angewandt wird.

Das Bemessungsverfahren lässt sich durch eine angepasste Bestimmungsgleichung für die charakteristische Imperfektionsamplitude weiter verbessern. Dazu wird das Verfahren, das im Abschnitt 3.7.1.2 vorgestellt wird, auf die in [Gettel, 2008] veröffentlichten Experimente angewandt und iterativ die zutreffende Amplitude ermittelt. Dazu muss mit einem gewählten Inkrement die Vorbeultiefe erhöht werden, bis der Widerstand aus Versuch und Berechnung in etwa gleich sind. Über eine lineare Interpolation zwischen den beiden

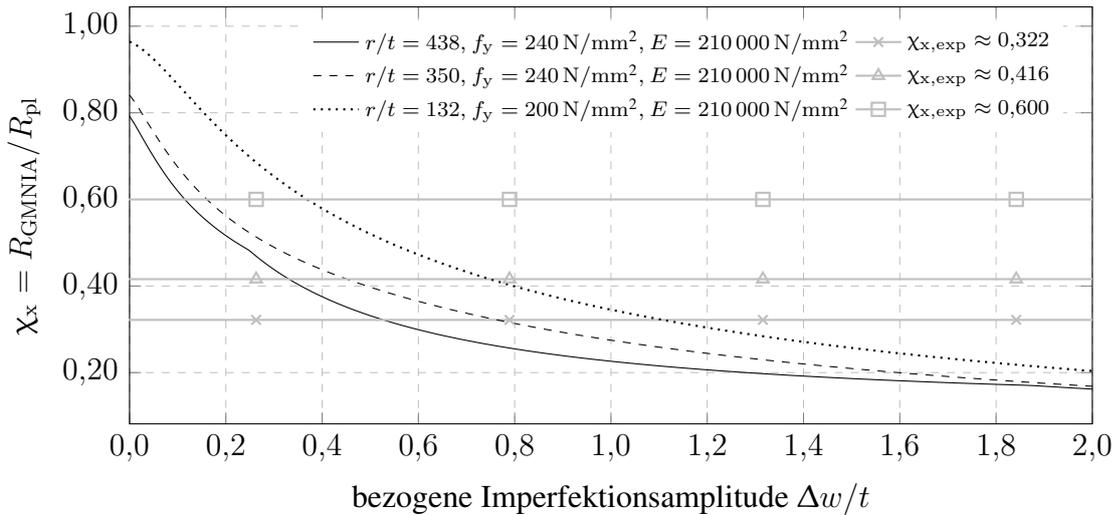


Bild 3.28: Versuchsergebnis und Sensitivitätskurve – elastisch-plastisches Beulen

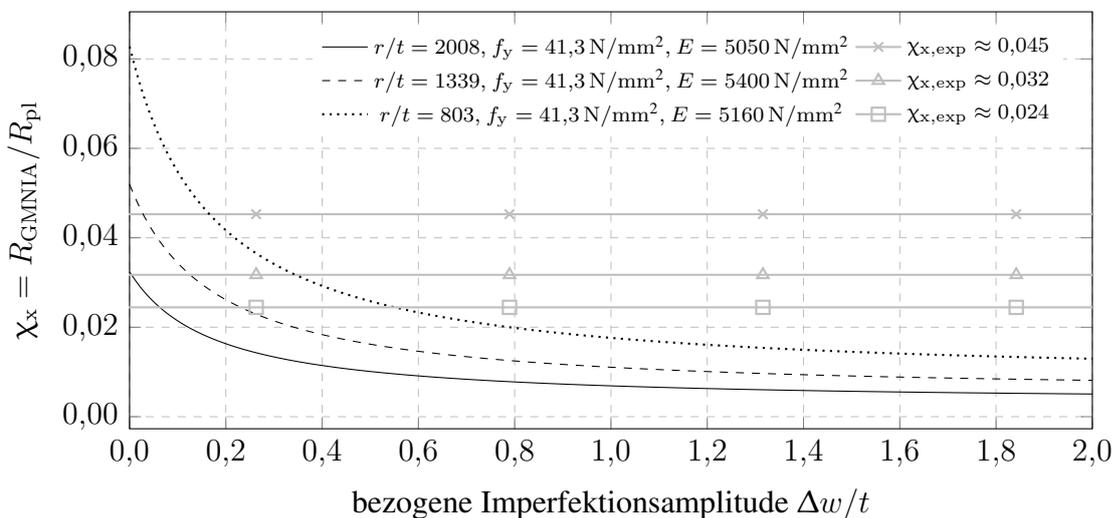


Bild 3.29: Versuchsergebnis und Sensitivitätskurve – elastisches Beulen

Stellen, bei denen die Berechnungen gerade ein besseres und gerade ein schlechteres Ergebnis als die Versuche ergeben, wird abschließend die kalibrierte Amplitude gewonnen.

Anhand von repräsentativen Experimenten wurde diese Auswertung durchgeführt und das Ergebnis in den Bildern 3.28 bzw. 3.29 dargestellt. Dabei wurde Herstelltoleranzklasse C unterstellt, was jedoch lediglich Einfluss auf den vollplastischen Schlankheitsgrad und damit auf das plastische Plateau hat.

Während sich für elastisch-plastisch beulende Kreiszyylinder in der Regel eine Amplitude ablesen lässt, kann es bei sehr maßhaltigen, ggf. im Versuch eingespannten Schalen, vorkommen, dass der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor α_x den Wert eins überschreitet und es sogar bei Verwendung einer GMNA die Traglast nur auf der sicheren Seite ermittelt werden kann (Bild 3.29, $r/t = 2008$). In diesem Falle ergibt sich die Vorbeultiefe $\Delta w/t$ zu null.

Das exemplarisch gezeigte Verfahren wurde auf alle in [Gettel, 2008] zusammengetragenen Versuche angewendet und das Ergebnis im Bild 3.30 für zwei Bereiche dargestellt.

Die Amplituden nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] sind dabei mit dem halbierten Wert dargestellt, um eine direkte Vergleichbarkeit mit den numerischen Ergebnissen, die aus eigenformaffinen Imperfektionen mit nach innen und außen alternierendem Beulmuster abgeleitet wurden, zu erlauben. Da die Werte für r/t über einen großen Bereich, etwa von 0 bis 10000, verlaufen können, wurde die Potenzschreibweise für den Vorfaktor von r/t in der Darstellungen im Bild 3.30 gewählt.

Eine sichere Approximation der zutreffenden Vorbeultiefen kann über die Annäherung der oberen Werte, der aus den Versuchen ermittelten, zutreffenden Amplituden, erreicht werden. Wird nun die abgeleitete Funktion (Bild 3.30, HTK A) gemäß Gl. 3.19 als zutref-

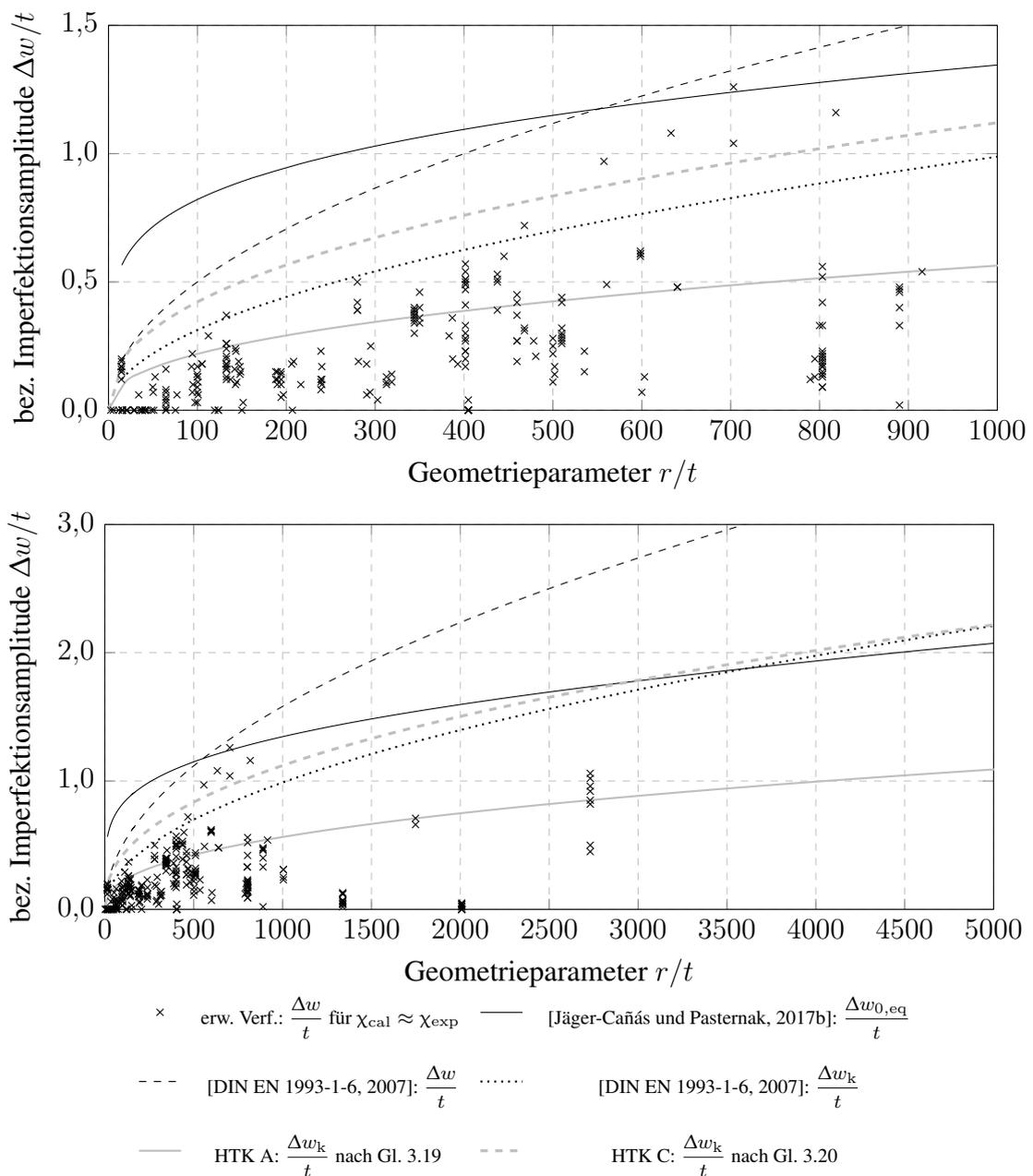


Bild 3.30: Gegenüberstellung verschiedener Näherungen der zutreffenden Vorbeultiefe mit halber Amplitude für Werte nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]

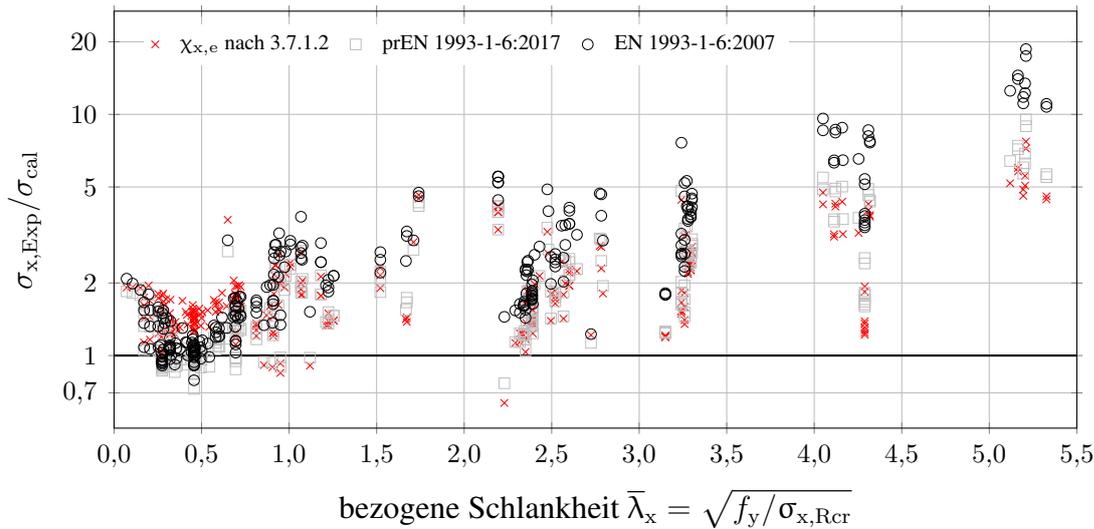


Bild 3.31: Vergleich der Traglasten aus verschiedenen Bemessungsverfahren mit den Versuchsergebnissen aus [Gettel, 2008] für HTK C

find für Herstelltoleranzklasse A unterstellt, so lassen sich die übrigen Toleranzklassen als Faktor dieser Gleichung angeben. Die Sicherheit der Resultate erhöht sich durch die Übernahme des Exponenten, der anhand der Toleranzklasse C abgeleitet wurde (Gl. 3.21).

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 3,323 \cdot 10^{-2} \left(\frac{r}{t}\right)^{0,410} \quad (\text{für HTK A}) \quad (3.19)$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 5,984 \cdot 10^{-2} \left(\frac{r}{t}\right)^{0,424} \quad (\text{für HTK C}) \quad (3.20)$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q}\right)^{0,60} \left(\frac{r}{t}\right)^{0,42} \quad (3.21)$$

Im Bild 3.31 ist die Auswertung des Vergleiches des erweiterten Verfahrens aus Punkt 3.5.3 mit Versuchsergebnissen aus [Gettel, 2008] dargestellt. Ergänzt wird das Diagramm mit der Auswertung der Vergleiche von [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. [pr EN 1993-1-6, 2017] mit den Versuchsergebnissen.

Der im Bild 3.31 dargestellte Vergleich mit den nach [pr EN 1993-1-6, 2017] und [DIN EN 1993-1-6, 2007] bestimmten Traglasten erlaubt die Schlussfolgerung, dass das erweiterte Verfahren mit der Vorbeultiefe nach Gl. 3.21 im elastisch-plastischen Beulbereich, bis auf wenige Ausnahmen, sicherere und im elastischen Beulbereich wirtschaftlichere Ergebnisse, als bei der Bemessung nach den Normen erlaubt.

Das erweiterte Verfahren mit angepasster Imperfektionsamplitude nach Gl. 3.21 ist wirtschaftlich mit ausreichender Sicherheit über alle Beulregimes hinweg und stellt daher eine Alternative zu [pr EN 1993-1-6, 2017] dar.

Für das im Abschnitt 3.7.1.2 vorgestellte Verfahren wird daher die Bestimmungsgleichung der Vorbeultiefe nach Gl. 3.21 verwendet.

3.6 Umfangsveränderliche Axialdruckkräfte

3.6.1 Ermittlung der Einflussfunktion

Umfangsveränderliche Axialdruckkräfte, wie sie z.B. bei Silos auf Einzelstützen und bei wind- oder erdbebenbelasteten Tanks typisch sind, reduzieren die Imperfektionsempfindlichkeit der Kreiszylinderschale. Die Silo-Norm [DIN EN 1993-4-1, 2007] sieht daher vor, die charakteristische Imperfektionamplitude $\Delta w_k/t$ mit einem Beiwert ψ zu reduzieren. Da der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor von der Vorbeultiefe abhängt, resultiert aus einer Verringerung der Amplitude ein höherer Knockdown-Faktor.

Das nachfolgend zusammengestellte Formelwerk zur Berücksichtigung der veränderlichen Membrankraft hat sich in der überarbeiteten Fassung von EN 1993-4-1, die 2017 erschienen ist, nicht geändert, obwohl die Bestimmungsgleichung für α_x größere Traglasten erlaubt. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass eine zutreffende Beschreibung des Faktors ψ auf Basis des ermittelten elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors zu ausreichend sicheren Ergebnissen führt. Aufgrund der Aktualität von [DIN EN 1993-4-1, 2017] werden die erforderlichen Gleichungen dieser Norm entnommen. Sie unterscheiden sich marginal von den Formeln, die in [DIN EN 1993-4-1, 2007] angegeben wurden.

- Eingangparameter: Geometrie, Material, $\sigma_{x0,Ed}$ und $\sigma_{x1,Ed}$
- Abstand von $\sigma_{x0,Ed}$ und $\sigma_{x1,Ed}$ in Umfangsrichtung:

$$y = r\Delta\theta = 4\sqrt{rt} \quad (3.22)$$

- Spannungsverhältnis:

$$s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} \quad \text{mit: } 0,3 < s < 0,8 \quad (3.23)$$

Wenn s außerhalb dieses Bereiches liegt, ist s zu 0,5 zu wählen (nach [DIN EN 1993-4-1, 2017], 5.3.2.4 (9)).

- Ersatzharmonische der Spannungsverteilung (Winkel im Bogenmaß):

$$j = 0,25\sqrt{r/t} \arccos s \quad (3.24)$$

- Hilfsparameter zur Ermittlung der Spannungsungleichförmigkeit:

$$b_1 = 0,5\sqrt{t/r} \quad (3.25)$$

$$b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 \quad \text{mit: } \psi_b = 0,4 \quad (3.26)$$

- Parameter für die Spannungsungleichförmigkeit

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} \quad (3.27)$$

- Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor mit Berücksichtigung der Spannungsungleichförmigkeit nach [DIN EN 1993-4-1, 2007]

$$\alpha_x = \frac{0,62}{1 + 1,91\psi (\Delta w_k / t)^{1,44}} \quad (3.28)$$

- Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor mit Berücksichtigung der Spannungsungleichförmigkeit nach [DIN EN 1993-4-1, 2017]

$$\alpha_x = \alpha_{x,G} \alpha_{x,I} = \frac{0,83}{1 + 2,2\psi (\Delta w_k / t)^{0,88}} \quad (3.29)$$

Nach [DIN EN 1993-4-1, 2007] liegt der Gültigkeitsbereich von s zwischen 0,3 und 1,0. Somit ist die aktuelle Formulierung unsicher, da die lokale Tragfähigkeit umso größer ist, je größer die Spannungsdifferenz entlang des Umfangs wird. Nach [DIN EN 1993-4-1, 2017] darf für ein tatsächlich vorhandenes Spannungsverhältnis von $s = 0,99$ jedoch mit rechnerisch $s = 0,5$ der Nachweis geführt werden, was sehr wahrscheinlich zu einem unsicheren Ergebnis führt.

Die Formel zur Bestimmung von α_x , die in dieser Arbeit mit Gl. 3.11 angegeben ist, unterscheidet sich in der Art der Zusammensetzung des Divisors von der Angabe nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. [pr EN 1993-1-6, 2017] (Gl. 2.60). Während die beiden letzteren dem Knockdown-Faktor einen stetig fallenden Verlauf unterstellen und dem Divisor in der Form $1 + b(\Delta w/t)^c$ notieren, resultiert aus den numerischen Berechnungen dieser Arbeit ein Grenzwert, der nicht unterschritten wird und der Divisor ist deshalb in einer anderen Form, $b + c^{\Delta w/t}$, angegeben. Daher kann der Beiwert ψ nicht ohne weitere Anpassungen übernommen werden.

Da keine numerischen Berechnungen zu variierenden Axialkraftfeldern für diese Arbeit durchgeführt wurden, wird über eine Näherung der Normergebnisse der Vergrößerungsfaktor für α_x bestimmt. Dazu ist es zunächst erforderlich, den Einfluss von ψ zu separieren. Dies gelingt, indem der Betrag des Knockdown-Faktors für die konstante Axialkraft herausgerechnet wird. Eine einfachere Approximation lässt sich für den von eins abgezogenen Parameterwert erreichen, so dass der Zuwachs infolge der nicht konstanten Axialkraft über den Faktor k_ψ nach Gl. 3.30 berücksichtigt werden kann.

$$k_\psi = 1 - \alpha_x(s) - \alpha_x(s = 1) \quad (3.30)$$

Der in [DIN EN 1993-4-1, 2017] festgelegte Parameterbereich ist von $s = 0,3$ (hohe Ungleichförmigkeit) bis $s = 1,0$ (gleichmäßige Axialkraft) definiert. Da die Einschränkung des Bereiches auf $0,3 < s < 0,8$ keinen Einfluss auf die Approximation hat, wird die Grenzbedingung für die Annäherung vernachlässigt. Die Annäherung vereinfacht sich, wenn als Parameter $(1 - s)$ gewählt wird. Als Ansatz wird Gl. 3.31 gewählt.

$$k_\psi = \frac{k_1}{k_2 + (1 - s)^{k_3}} \quad (3.31)$$

Die freien Parameter a bis c können über geeignete Funktionen in Abhängigkeit der Dünwandigkeit ermittelt werden. Mit den Gln. 3.32 a-c kann eine sehr gute Näherung der einzelnen Variablen erreicht werden.

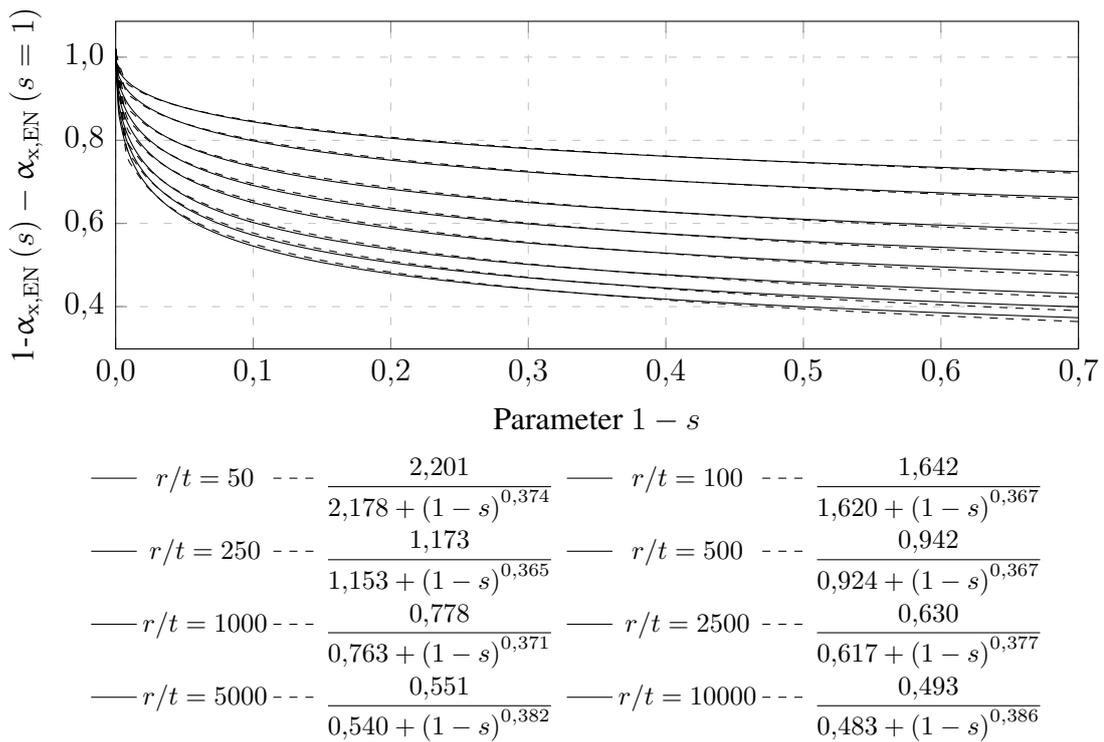


Bild 3.32: Approximierung des Modifikationsfaktors k_ψ für verschiedene Dünnwandigkeiten abhängig vom Spannungsverhältnis

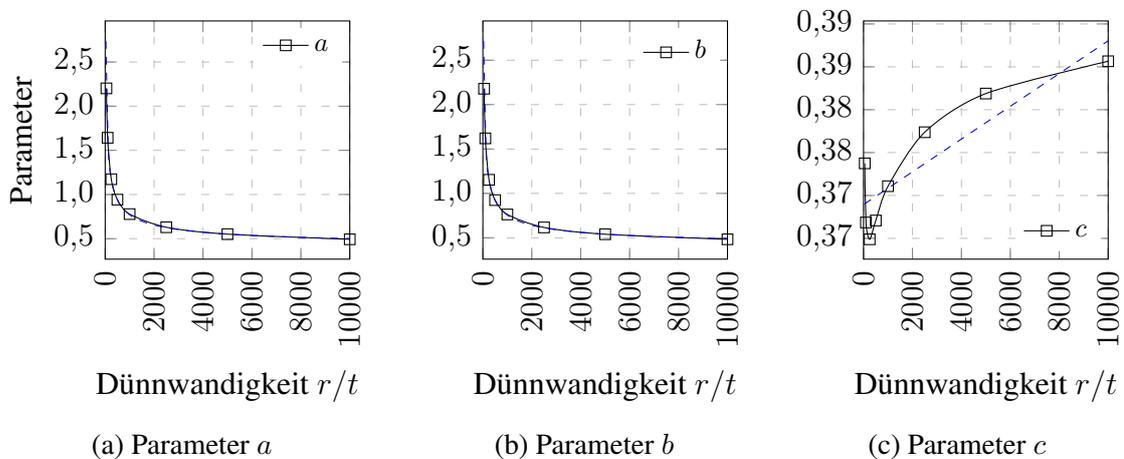


Bild 3.33: Interpolation der Parameter aus Bild 3.32 über die Dünnwandigkeit

$$k_1 = 13,506 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,513} + 0,381 \tag{3.32a}$$

$$k_2 = 13,672 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,519} + 0,376 \tag{3.32b}$$

$$k_3 = 1,910 \cdot 10^{-6} \left(\frac{r}{t}\right) + 0,369 = 0,369 \tag{3.32c}$$

Der Knockdown-Faktor kann über die Gln. 3.11 und 3.33 berechnet werden.

$$\alpha_x(s) = 1 + \alpha_x(s = 1) - k_\psi \tag{3.33}$$

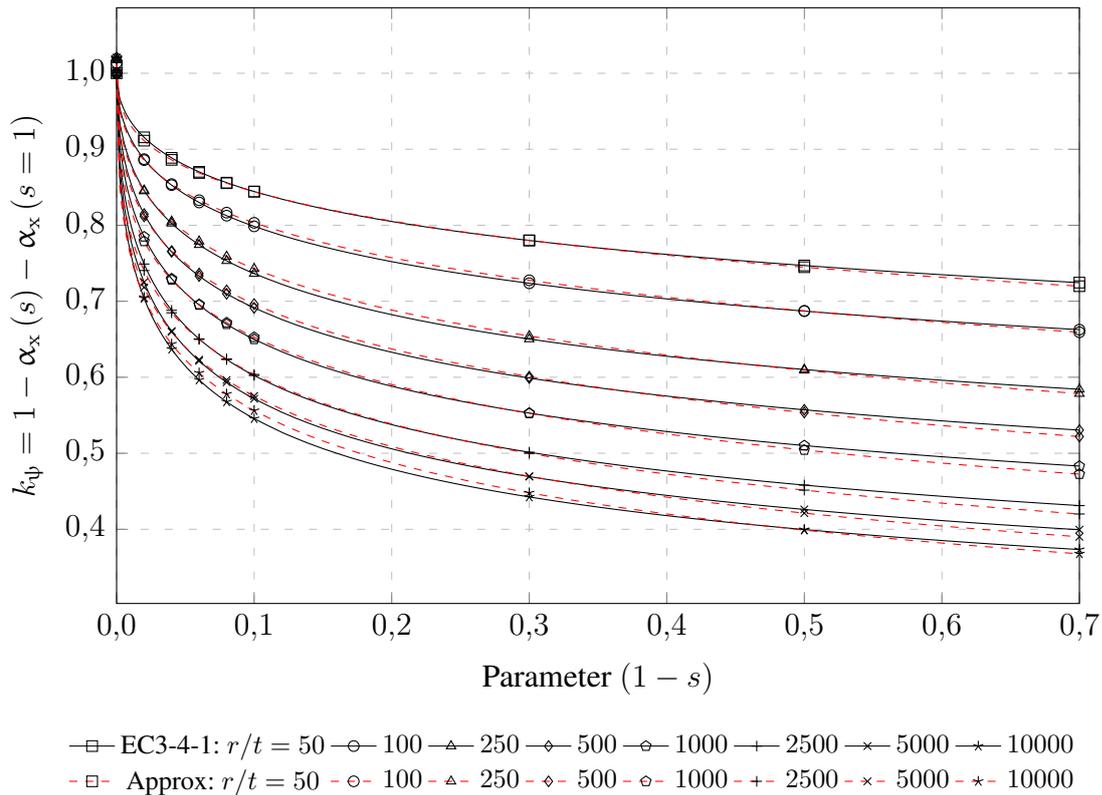


Bild 3.34: Vergleich der Werte für k_{ψ} nach [DIN EN 1993-4-1, 2017] mit der Approximation abhängig von $(1-s)$

3.6.2 Verifikation der ermittelten Einflussfunktion

Im Bild 3.34 wird die hinreichend genaue Approximation des Beiwerts k_{ψ} deutlich. Für alle Kurven ergibt sich eine nur geringe Abweichung aus dem Ergebnis nach [DIN EN 1993-4-1, 2017] und den angenäherten Werten.

Der Vergleich der Beul-Abminderungsfaktoren χ_x im Bild Bild 3.35 zeigt, dass das vorgestellte Verfahren konservativ ist. Dies war zu erwarten, da die Beschreibung der Beulkurve nach aktuellen Normen wie [DIN EN 1993-1-6, 2017] und [DIN EN 1993-4-1, 2017], vor allem im Bereich geringer Schlankheiten, teilweise auf der unsicheren Seite liegt. Ab einer Dünnwandigkeit von $r/t = 1500$ sind die Beul-Abminderungsfaktoren für beide Verfahren nahezu identisch. Dabei wurde χ_x anhand des im Punkt 3.5.3 vorgestellten erweiterten Verfahrens berechnet.

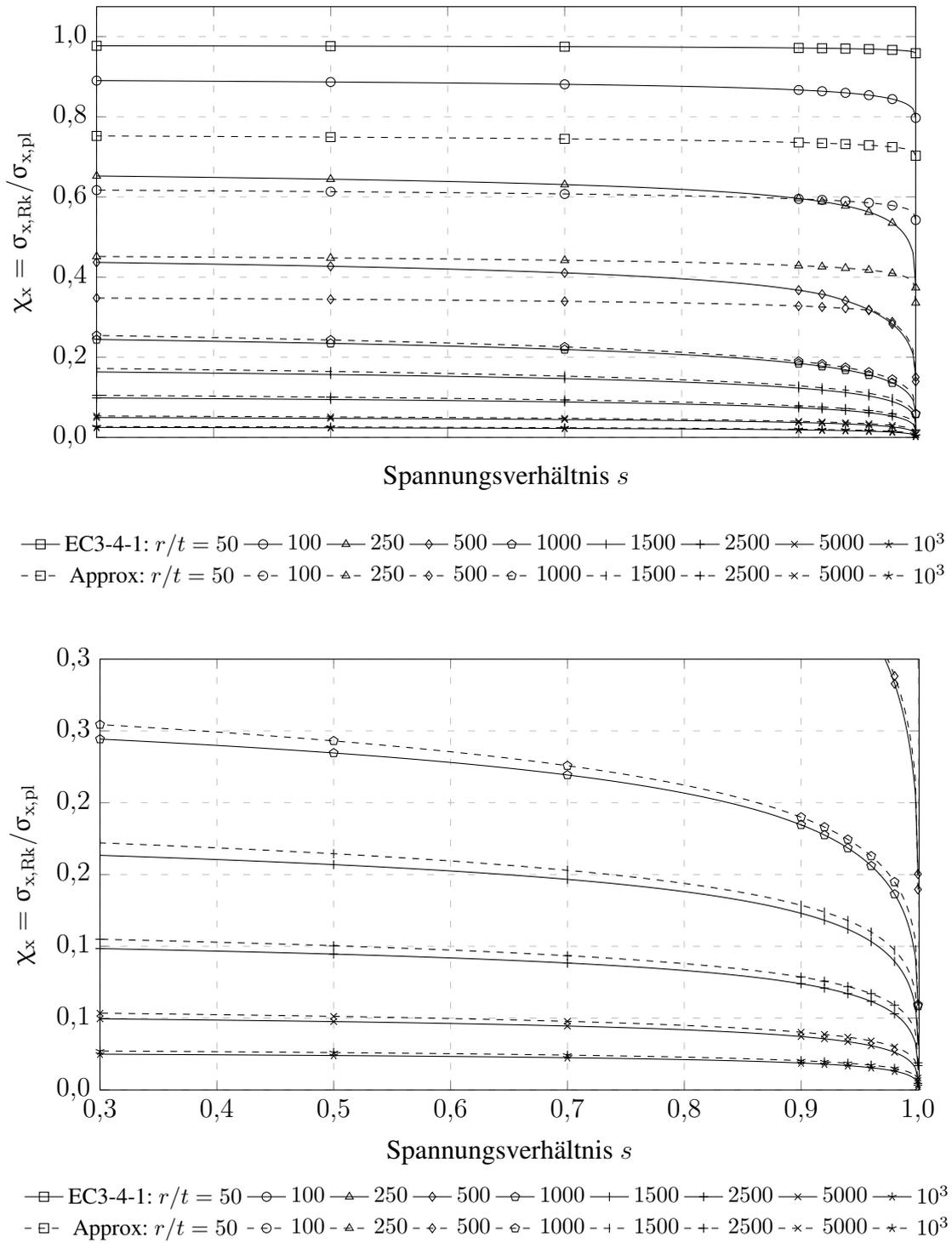


Bild 3.35: Vergleich der Beul-Abminderungsfaktoren, ermittelt nach [DIN EN 1993-4-1, 2017] und mit erweiterten Verfahren und k_{ψ} abhängig von s

3.7 Vorschlag eines Nachweiskonzepts

3.7.1 Gegenüberstellung der Beulkurven

In diesem Kapitel sind die Normverfahren, u.a. aus [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017] vorgestellt worden. Experimente aus der Literatur und ein Versuch zur wirtschaftlichen Annäherung mittels einer unteren Hüllkurve waren Gegenstand der Diskussion. Es ist gezeigt worden, dass mit vereinfachenden Annahmen ein verkürztes Nachweisverfahren möglich ist. Beulkurvenparameter sind aus numerischen Berechnungen hergeleitet und deren Modifikationen dargestellt worden.

Bei der Vielzahl an Möglichkeiten, das Beulverhalten von durch Axialdruck belasteten Kreiszyinderschalen zu beschreiben, sollen nun für die Baunormung zwei ausgewählt werden, die sich in ihrem Detaillierungsgrad deutlich unterscheiden. Da das Verfahren aus [DIN EN 1993-1-6, 2007] mit dem Erscheinen dieser Arbeit bereits überholt ist und neben der aufwändigen Ermittlung von α_x schlanke Schalen unwirtschaftlich sowie dickwandige Schalen unsicher bemessen werden, scheidet eine Bemessung nach diesem Standard aus. Ebenso obsolet ist die Ableitung von Tragwiderständen mittels einer besseren Annäherung der Experimente über angepasste, bis auf den Knockdown-Faktor α_x , konstante Beulkurvenparameter.

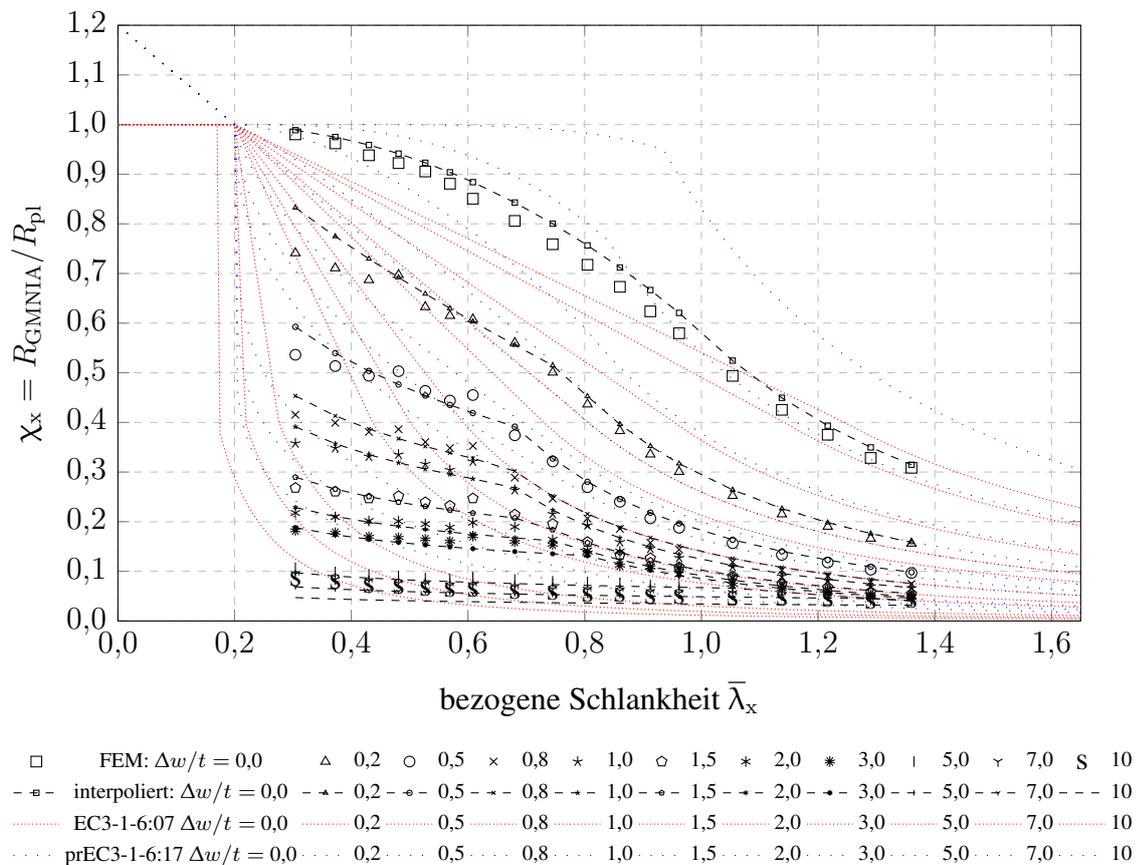


Bild 3.36: Unverteifter Zylinder – mögliche Beulkurven abhängig von $\Delta w/t$

Die Nachfolgenorm [pr EN 1993-1-6, 2017] erbt die Unwirtschaftlichkeit von [DIN EN 1993-1-6, 2007] bei schlanken Schalen, wobei durch eine optimistische Formulierung für den elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor α_x höhere Widerstände möglich sind. Dagegen ist die Unsicherheit im elastisch-plastischen Beulbereich gegenüber [DIN EN 1993-1-6, 2007] gestiegen.

Die Beschreibung der Beulkurvenparameter, die sich aus vorgestellten Parameterstudien ergibt, ist vielfältig möglich und nicht in jedem Falle zielführend. Dabei liegt der Fokus vor allem auf dem Beulkurvenexponenten η_x (Bild 3.25). Wird dieser Parameter von der Schlankheit abhängig gemacht, ergibt sich, aus den Versuchen nicht gerechtfertigt, ein erweitertes plastisches Plateau (mit $\chi_x \approx 1$). Eine vollplastische Grenzschlankheit $\bar{\lambda}_x$ von 0 verändert den Verlauf des Beulkurvenexponenten und führt im Endergebnis auf einen leicht optimistischeren Beulkurvenverlauf. Die beste Annäherung der Experimente gelingt über die, ausschließlich von der Imperfektionsamplitude $\Delta w/t$ abhängige, Beschreibung von η_x (durchgezogene Linie in Bild 3.25).

Die sehr gute Approximierung der numerischen Ergebnisse mit dem erweiterten Verfahren wird im Bild 3.36 deutlich. Die Darstellung basiert dabei auf dem halben Wert der Vorbeultiefe nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], da die FEM-Ergebnisse, normgemäß, im Sinne von Messwerten zu interpretieren sind. Die gewählte Imperfektion der rotationsymmetrischen Ringbeuleigenform schlägt sowohl nach innen, wie auch nach außen aus. Deshalb ist die Imperfektionsamplitude zu halbieren. Die Ergebnisse nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. [pr EN 1993-1-6, 2017] sind normgemäß ermittelt und dargestellt.

Die notwendige Komplexität zur Beschreibung der Beulkurvenparameter für eine Erreichung einer guten Annäherung der FEM-Ergebnisse macht das Nachweisverfahren umfassend und fehleranfällig. Als Erleichterung für die Praxis sollte daher ein vereinfachtes Verfahren, wie im Punkt 3.3 vorgestellt, Einzug in die Norm finden.

Nachfolgend werden die vorgeschlagenen Nachweise als Ablaufschema zusammenfassend dargestellt.

3.7.1.1 Vereinfachtes Nachweisverfahren

1. Definition der relevanten Parameter:

Geometriewerte: r, t

Materialparameter: E, f_y

2. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_x$ mit Gl. 3.6:

$$\bar{\lambda}_x \approx 1,28 \sqrt{\frac{f_y r}{E t}}$$

3. Ermittlung des Abminderungsbeiwertes χ_x über Gl. 3.7:

$$\chi_{x,s} = \begin{cases} \bar{\lambda}_x < 0,55 & \longrightarrow -1,46 \bar{\lambda}_x + 1,2 \\ \bar{\lambda}_x \geq 0,55 & \longrightarrow 0,12 / \bar{\lambda}_x^2 \end{cases}$$

4. Bestimmung des Bemessungs-Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd}$ mittels Gl. 2.48:

$$\sigma_{x,Rd} = \chi_{x,s} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

3.7.1.2 Erweitertes Nachweisverfahren

1. Definition der relevanten Beulkurvenparameter:

Geometriewerte: r, t, l Materialparameter: E, f_y
 Beulkurvenbeiwerte: $Q = 16$ (HTKC), $Q = 25$ (HTK B), $Q = 40$ (HTK A)
 Belastung: $\sigma_{x0,Ed}$ und $\sigma_{x1,Ed}$

2. Bestimmung der charakteristischen Imperfektionsamplitude $\Delta w_k/t$ mit Gl. 3.21:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42}$$

3. Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors α_x :

$$\alpha_{x,G} = 0,83 \quad \text{nach Gl. 2.58}$$

$$\alpha_{xI} = \frac{-0,156}{-1,147 + 0,457^{(\Delta w_k/t)}} \quad (3.34)$$

$$\alpha_x = \alpha_{x,G} \alpha_{xI} = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{(\Delta w_k/t)}} \quad \text{nach Gl. 3.11}$$

4. Bestimmung des Korrekturfaktors k_ψ zur Berücksichtigung umfangsveränderlicher Axialkräfte ($k_\psi = 1$, wenn $\sigma_{x1,Ed} \geq 0,80\sigma_{x0,Ed}$):

- a) Abstand von $\sigma_{x0,Ed}$ und $\sigma_{x1,Ed}$ in Umfangsrichtung (Gl. 3.22):

$$y = r\Delta\theta = 4\sqrt{rt}$$

- b) Bestimmung des Spannungsverhältnisses s mit Gl. 3.23:

$$s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}$$

mit $s = 0,5$, wenn $0,3 < s < 0,8$ nach [DIN EN 1993-4-1, 2017], 5.3.2.4 (9)

- c) Berechnung der Ersatzharmonischen der Spannungsverteilung j (Winkel im Bogenmaß) mit Gl. 3.24:

$$j = 0,25\sqrt{r/t} \arccos s$$

- d) Bestimmung der Hilfsparameter b_1 und b_2 zur Ermittlung der Spannungsungleichförmigkeit:

$$b_1 = 0,5\sqrt{t/r} \quad \text{mit Gl. 3.25}$$

$$b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 \quad \text{mit: } \psi_b = 0,4 \quad \text{mit Gl. 3.26}$$

e) Ermittlung des Parameters für die Spannungsungleichförmigkeit ψ Gl. 3.27:

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j}$$

f) Bestimmung der Freiwerte zur Ermittlung von k_ψ nach Gl. 3.32:

$$k_1 = 13,506 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,513} + 0,381$$

$$k_2 = 13,672 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,519} + 0,376$$

$$k_3 = 0,369$$

g) Berechnung des Beiwerts zur Berücksichtigung umfangsveränderlicher Axialkräfte k_ψ mit Gl. 3.31

$$k_\psi = \frac{a}{b + (1 - s)^c} \leq 1$$

5. Bestimmung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors α_x unter Berücksichtigung umfangsveränderlicher Axialkräfte mittels Gl. 3.33:

$$\alpha_{x0} = 1 + \alpha_x (s = 1) - k_\psi$$

6. Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors β über Gl. 3.12:

$$\beta_x = 1 - \frac{0,508}{0,864 + (\Delta w_k/t)^{1,197}}$$

7. Ermittlung des Beulkurvenexponenten η_x mit Gl. 3.14 c:

$$\eta_x = \frac{0,149}{0,073 + 1,294 \Delta w_k/t}$$

8. Festlegung des vollplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{x0}$ mittels Gl. 3.1:

$$\bar{\lambda}_{x0} = \frac{Q}{125}$$

9. Parameter für Verfestigung χ_{xh} nach Gl. 2.63:

$$\chi_{xh} = 1,2$$

10. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp}$ mittels Gl. 2.43:

$$\bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x0}}{1 - \beta_x}}$$

11. Bestimmung der Parameter ω und C_x über Gl. 2.44:

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} \rightarrow \begin{cases} \omega < 1,7 & \curvearrowright \text{kurzer Zylinder} \\ & C_x = 1,36 - \frac{1,83}{\omega} + \frac{2,07}{\omega^2} \\ \omega \geq 1,7 & \curvearrowright \text{mittellanger Zylinder} \\ \omega < 0,5 \frac{r}{t} & C_x = 1 \end{cases}$$

12. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Rcr}$ mit Gl. 2.45:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0,605 C_x E \frac{t}{r}$$

13. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_x$ über Gl. 2.46:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}}$$

14. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors $\chi_{x,e}$ mittels Gl. 2.47:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_{x0} & \curvearrowright \chi_{x,e} = \chi_{xh} - \frac{\bar{\lambda}_x}{\bar{\lambda}_0} (\chi_{xh} - 1) \\ \bar{\lambda}_{x0} < \bar{\lambda}_x < \bar{\lambda}_{xp} & \curvearrowright \chi_{x,e} = 1 - \beta_x \left(\frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}} \right)^{\eta_x} \\ \bar{\lambda}_{xp} < \bar{\lambda}_x & \curvearrowright \chi_{x,e} = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} \end{aligned}$$

15. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd}$ mit Gl. 2.48:

$$\sigma_{x,Rd} = \frac{\chi_{x,e} f_y}{\gamma_{M1}}$$

3.7.2 Gegenüberstellung beider Verfahren

Anhand der Darstellung in den Bildern 3.37 und 3.38 zeigt sich, dass es gelungen ist, mit dem vereinfachten Bemessungsverfahren eine sichere und im hochschlanken Bereich, ab etwa $\bar{\lambda}_x \approx 1,5$, wirtschaftliche Bemessungsprozedur zu entwickeln. Mithilfe des erweiterten Verfahrens ist es möglich, in allen Schlankheitsbereichen sichere und wirtschaftliche Widerstände für axialdruckbelastete Kreiszylinderschalen zu berechnen.

Dagegen zeigt Bild 3.2, dass weder die Regelungen der [DIN EN 1993-1-6, 2007] noch von [pr EN 1993-1-6, 2017] erlauben, Beulwiderstände sicher und wirtschaftlich vorherzusagen.

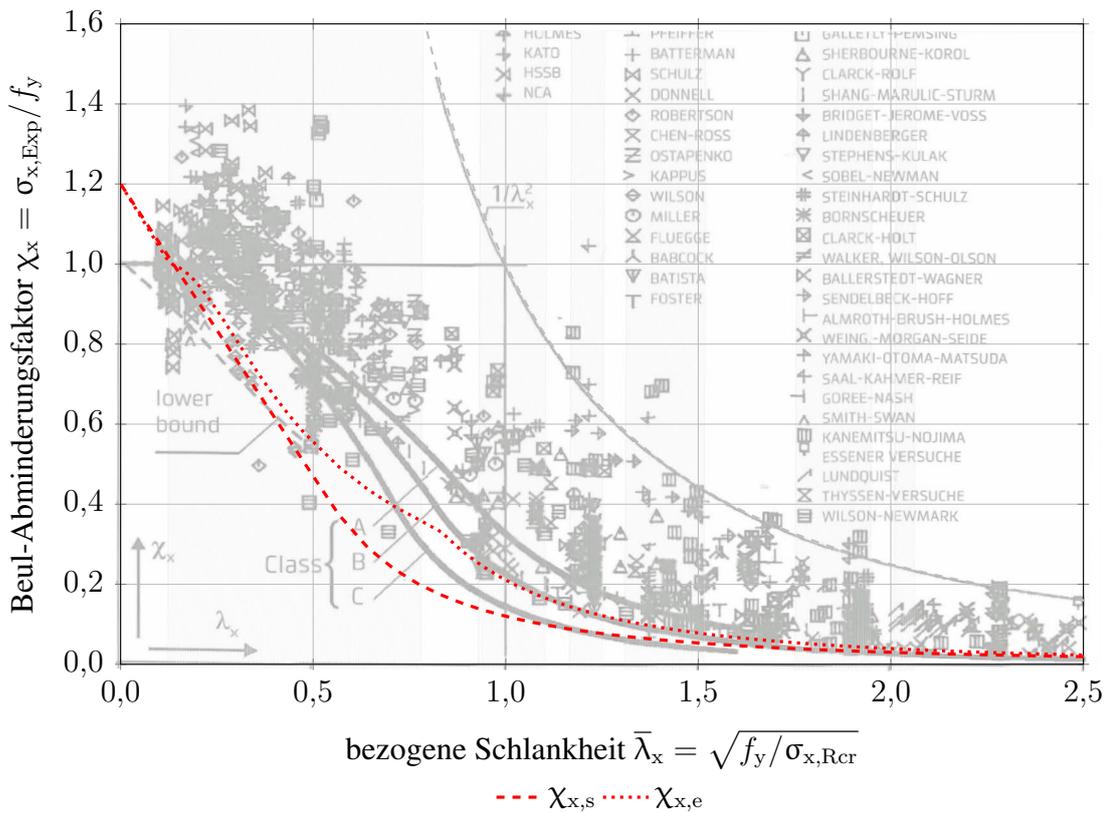


Bild 3.37: Abminderungsbeiwert χ_x aus dem vereinfachten und erweiterten Verfahren für S 235 und HTK C, dargestellt im Diagramm aus [Schmidt und Rotter, 2015a]

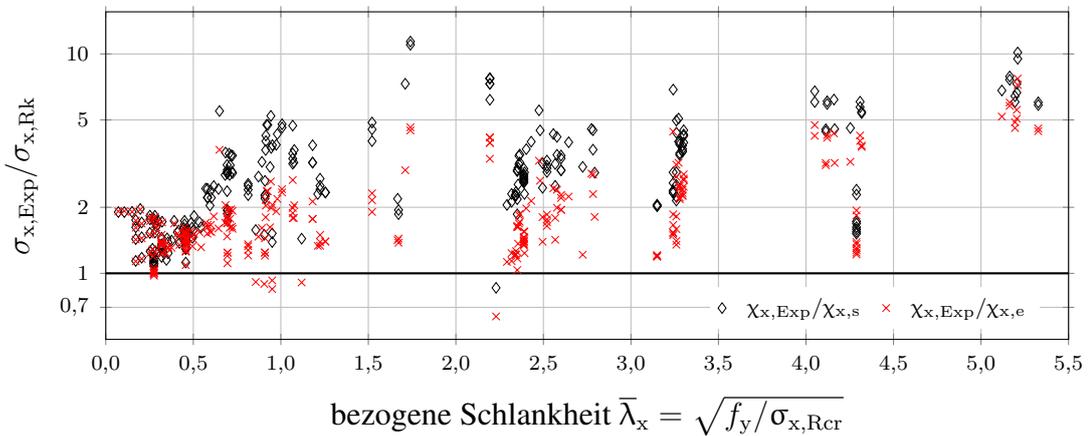


Bild 3.38: Vergleich der Traglasten aus dem vereinfachten und erweiterten Verfahren mit den Versuchsergebnissen aus [Gettel, 2008] für HTK C

4 Engringversteifte, axial gedrückte Kreiszyinderschalen

4.1 Einleitung

Die Forschungstätigkeit an engringversteiften Kreiszyindern mit einem Steifenabstand von maximal zwei Beulhalbwellen begann in den frühen 1960er Jahren. Dank einer intensiven experimentellen sowie theoretischen Untersuchung wurde in kurzer Zeit die überlegene Tragfähigkeit ringversteifter Kreiszyinderschalen im Lastfall Axialdruck erkannt.

Eine Berücksichtigung in der Baunormung ist den Erkenntnissen aber bisher verwehrt geblieben. Nachweiskonzepte mit denen sich die gesteigerten Traglasten für, im Bauwesen übliche Strukturen, nutzen lassen, sind bisher nicht verfügbar.

Der Trend im Stahlbau hin zu nachhaltigen Bauwerken lässt sich im Tank- und Silobau mit dem derzeitigen Regelungsstand nicht optimal verfolgen. Um gewichtsoptimierte Strukturen zu entwerfen, ist der Einsatz von dünnen Blechen, die durch Ringsteifen ausgesteift werden, unumgänglich. Durch die Verwendung minimierter Blechdicken steigt jedoch die Beulgefahr an. Gerade das Axialbeulen von Tanks, die durch Wind belastet werden oder überdachte Behälter, die einer erhöhten Versagensgefahr bei Schnee und Unterdruck unterliegen, wird ein Bemessungskriterium benötigt.



(a) spiralfalzt [Lipp GmbH, 2017]



(b) geschweißt [Lipp GmbH, 2016]

Bild 4.1: Engringversteifte Tanks der Firma Lipp

Um die Wirtschaftlichkeit von Tanks und Silos zu erhöhen, soll ein Bemessungsverfahren vorgestellt werden, welches in Stufen entwickelt wird. Zunächst werden Experimente aus der Literatur ausgewertet und eine Gleichung für die untere Hüllkurve der Traglasten hergeleitet. Anschließend werden parametrische FEM-Studien durchgeführt, die den beschränkten Parameterbereich erweitern.

Die Simulationen werden zunächst mittels Variation des Geometrieparameters r/t durchgeführt. Der baupraktisch relevante Bereich von $r/t = 500$ bis $r/t = 10000$ wird dabei genauer untersucht. Die Ringparameter werden bis hin zu $k_{st} = 1$ variiert und Vorbeultiefen bis zu $\Delta w/t = 10$ untersucht. Aus der Interpolation der Ergebnisse wird ein Handrechenverfahren entwickelt, das die Möglichkeit bietet, die aufwändigen FEM-Studien in guter Näherung zu approximieren.

Vergleichend werden Berechnungen durchgeführt, bei denen die Dünnwandigkeit und so auch die geometrische Nichtlinearität konstant belassen wird. Die Veränderung der Beulkurvenparameter, unter Variation nur der Streckgrenze, lässt sich über die Darstellung in der modifizierten Parameterkurve vorteilhaft auswerten. Der Einfluss des Ringparameters wird für gering versteifte Kreiszyinderschalen dabei genauer untersucht. Es werden dazu Schalen mit Ringparametern $k_{st} \geq 0,02$ simuliert. Zudem findet eine Erweiterung auf besonders stark verteilte Kreiszyinder statt, indem auch der Ringversteifungsgrad von 2,0 berücksichtigt wird.

Die Bestimmung der Traglast aus der dünnwandigkeitsabhängigen Auswertung erlaubt, ebenso wie das aus der modifizierten Kapazitätskurve abgeleitete Bemessungsverfahren, die Angabe von Beulwiderständen bei beliebigen Parameterkombinationen. Die bessere Variante wird abschließend in ein Nachweisverfahren für engingerversteifte Kreiszyinderschalen unter Axialdruck überführt.

Mit dem hergeleiteten Bemessungsverfahren werden nachfolgend die zutreffenden Vorbeultiefen bestimmt und in die Dimensionierungsvorschrift integriert. Die Amplitude der Ersatzimperfektion, in dieser Arbeit als rotationssymmetrische Ringbeule aus einer LBA, wird über die Auswertung von Experimenten in der Literatur für das vorgestellte Bemessungsverfahren optimiert und anschließend das Ergebnis verifiziert.

Die Richtigkeit der abgeleiteten Amplitude wird über die vergleichende Simulation eines gut dokumentierten Versuchs aus der Literatur mit den hergeleiteten Vorbeultiefen zusätzlich überprüft. Ein Vergleich der Experimente aus der Literatur mit den Bemessungsergebnissen wird durchgeführt.

4.2 Ableitung der Beulkurvenparameter aus Versuchsergebnissen

Der Zugewinn an Tragfähigkeit durch engliegende Ringsteifen lässt sich anschaulich am Bild 4.2 zeigen. Für die in [Barlag, 2003] zusammengetragenen Versuchsergebnisse (Index „Exp“) wurden die Verzweigungslasten und das Beulregime (plastisch, elastisch-plastisch oder elastisch) gemäß [DIN EN 1993-1-6, 2007] bestimmt. Für die vielen ringversteiften Zylinder, mit Steifenabständen geringer einer Beulhalbwelle, konnte so der Effekt der Schalenlänge richtig wiedergegeben werden. Die Tragfähigkeiten wurden dann für die korrekten bezogenen Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}_{x,rst}$ im Diagramm dargestellt.

Es zeigt sich deutlich, dass ringversteifte Kreiszyinderschalen den unversteiften Zylindern gegenüber überlegen sind. Die höhere Tragfähigkeit ist über den gesamten Schlankheitsbereich zu erkennen, wobei für ringversteifte Schalen nur bis etwa $\bar{\lambda}_{x,rst} = 2,5$ Versuche durchgeführt wurden.

Im elastisch-plastischen Bereich, dessen Grenzen nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] bestimmt wurde, erlauben die Versuchsergebnisse die Schlussfolgerung, dass Traglaststeigerungen um die 100 % möglich sind, sobald Ringsteifen am Zylinder angebracht sind.

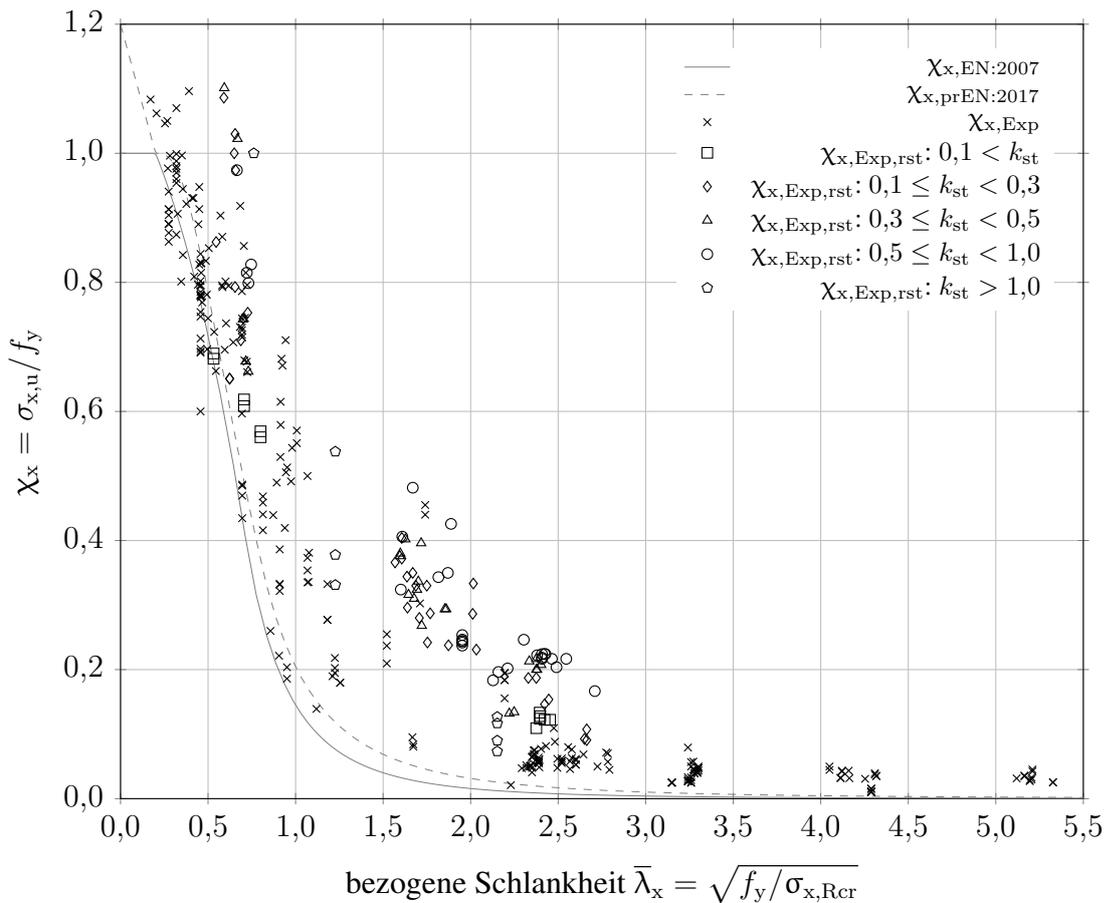
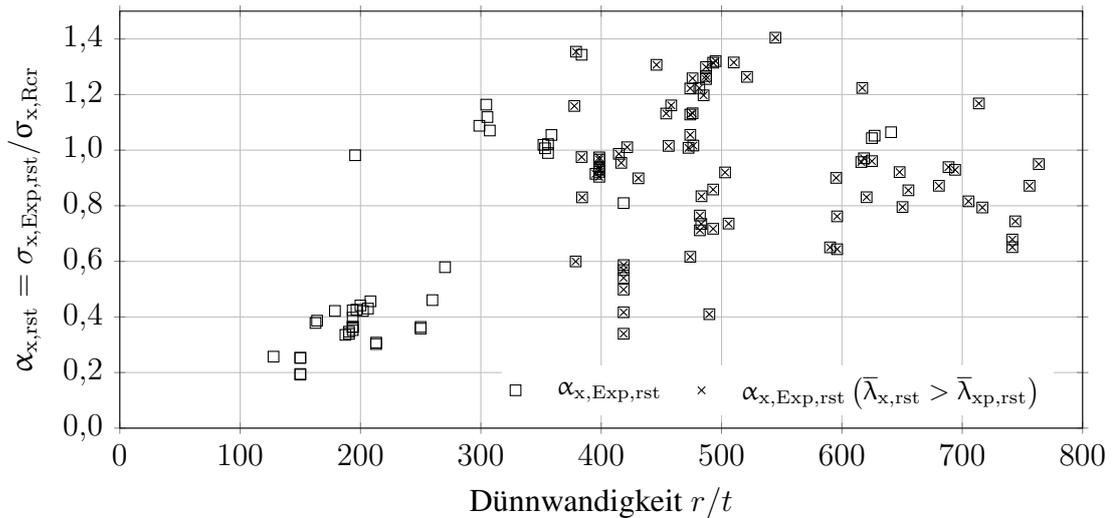


Bild 4.2: Abminderungsbeiwerte χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017] für HTK C und S 235; Experimente unversteifter Schalen nach [Gettel, 2008] und versteifter Schalen nach [Barlag, 2003]

Bild 4.3: Versuchsergebnisse abhängig von der Dünnwandigkeit r/t

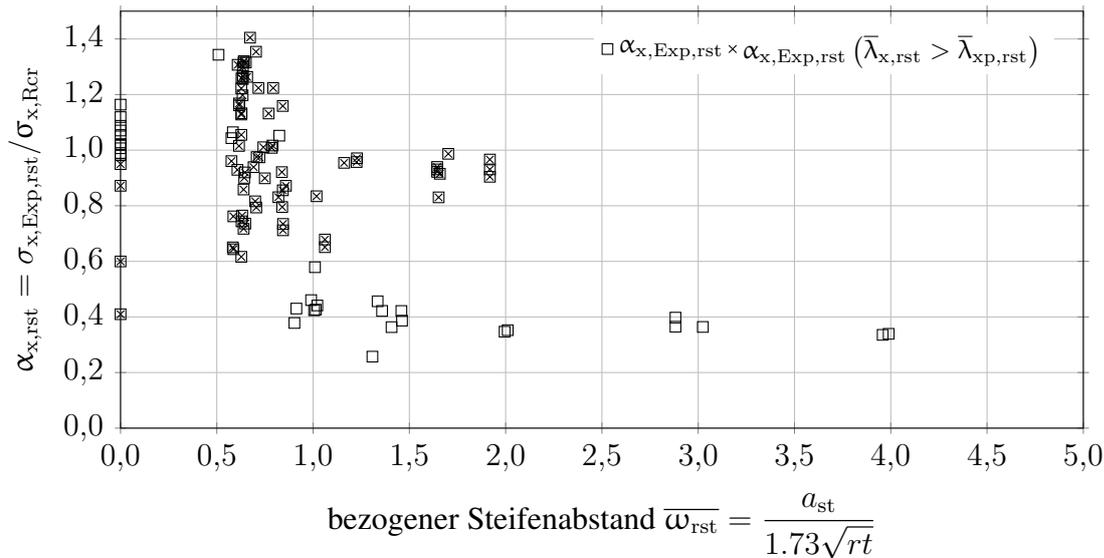
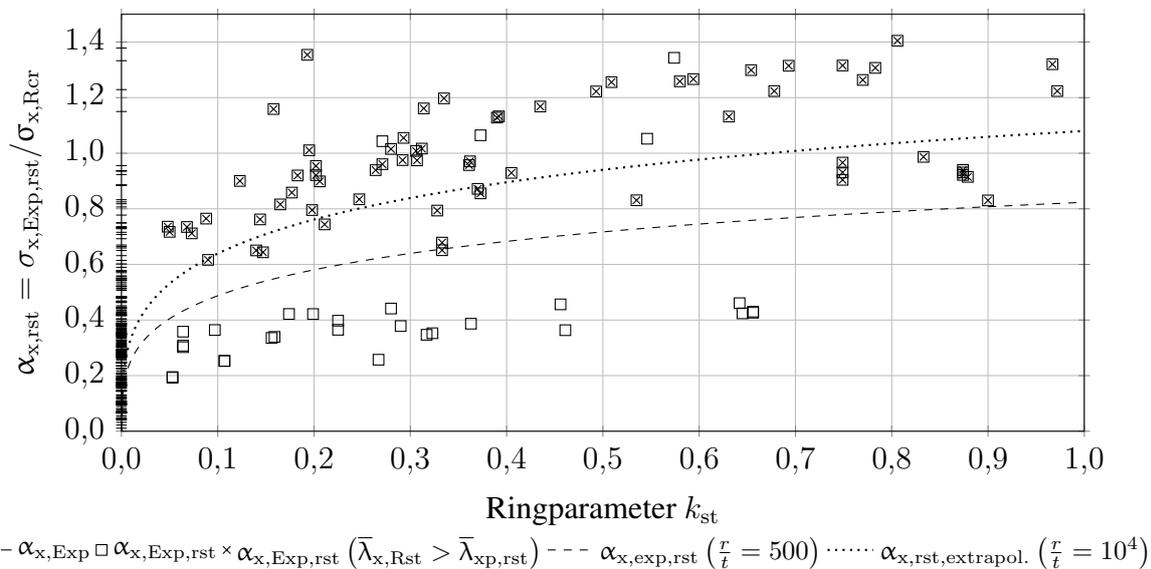
Die erreichbare Traglast steigt mit zunehmenden Ringsteifenquerschnitt. Bei geringen Versteifungsgraden bis $k_{st} = 0,10$ ist im elastisch-plastischen Bereich keine Verbesserung erkennbar. Die Versuchsergebnisse zeigen eine ähnliche Streuung, wie bei unversteiften Schalen mit Mindestwerten auf der Normbeulkurve nach [DIN EN 1993-1-6, 2007].

Besonders dünnwandige Kreiszylinderschalen profitieren von engliegenden Ringsteifen. Ab einer bezogenen Schlankheit von etwa $\bar{\lambda}_{x,rst} = 0,9$ ist der Abfall des Widerstands mit zunehmender Schlankheit bei ringversteiften Kreiszylindern gegenüber unversteiften Zylindern deutlich geringer (Bild 4.2). Wenn die Versuche mit Ringversteifungsgraden über eins (da diese mit sehr kräftigen, aber weit auseinanderliegenden Steifen gefahren wurden) unberücksichtigt bleiben, lässt sich im Bild 4.2 in etwa die untere Hüllkurve versteifter Schalen als obere Hüllkurve unversteifter Schalen ablesen. Die mittels ringversteifter Zylinder erreichbare Traglast übersteigt um einen Faktor zwischen zwei bis drei (Vergleich unterer Hüllkurven) die an unversteiften Kreiszylinderschalen gewonnen Versuchsergebnisse.

Die Darstellung der Versuchsergebnisse in Relation zur Dünnwandigkeit (Bild 4.3), erlaubt die Schlussfolgerung, dass mit steigendem Ringparameter k_{st} der elastische Beul-Abminderungsfaktor zunimmt. Während bei $r/t \approx 420$ der untere Grenzwert der Knockdown-Faktoren $\alpha_{x,Exp,rst}$ der elastisch beulenden Zylinder bei etwa 0,35 liegt, wird bei $r/t \approx 750$ bereits nahezu der doppelte Wert erreicht. Es liegen nur in einem geringen Dünnwandigkeitsbereich Versuchsergebnisse vor, sodass eine Extrapolation der Ergebnisse nicht trivial ist. Anhand validierter, numerischer Berechnungen lassen sich jedoch Extrapolationsvorschriften ermitteln.

Der Darstellung der Knockdown-Faktoren über den Steifenabstand im Bild 4.4 lässt sich entnehmen, dass elastisch beulende Kreiszylinder mit Ringsteifen im Abstand von bis zu etwa einer Beulwelle keine signifikanten Abminderungen der Traglast aufweisen. Erst mit größeren Steifenabständen, für die jedoch nur Experimente im elastisch-plastischen Beulbereich vorliegen, ist ein deutlicher Abfall der erreichbaren Traglast zu erkennen.

Die verringerte Imperfektionssensitivität lässt sich eindrucksvoll aufzeigen, indem die Versuchsergebnisse auf die berechnete Verzweigungslast bezogen und diese über den

Bild 4.4: Versuchsergebnisse abhängig vom Steifenabstand $\bar{\omega}_{rst}$ Bild 4.5: Versuchsergebnisse abhängig vom Ringparameter k_{st}

Ringparameter aufgetragen werden (Bild 4.5). Offensichtlich ist es, vor allem bei höheren Ringversteifungsgraden, möglich im Versuch die Verzweigungslasten zu überschreiten. Die elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktoren für im elastisch-plastisch beulende Zylinder sind deutlich geringer, als die im elastischen Beulbereich. Die Aussage lässt sich aber nur bedingt direkt auf den Beul-Abminderungsfaktor übertragen, da die Materialeigenschaften in der Verzweigungslast nur über den E-Modul eingehen und die Festigkeit unberücksichtigt bleibt.

Die untere Hüllkurve für elastisch beulende Kreiszyylinder zeigt näherungsweise einen linearen Verlauf mit einer Untergrenze für $\alpha_{x,rst}$ von etwa 0,6. Selbst bei sehr gering versteiften Schalen mit einem Ringparameter kleiner als 0,1 lassen sich noch hohe Knockdown-Faktoren erreichen.

Die aus den Versuchen gesammelten Erkenntnisse erlauben nun die Ermittlung von geeigneten Parametern für die Beulkurven. Dabei wird [DIN EN 1993-1-6, 2007] als Grundlage verwendet.

1. Um einen Übergang zwischen unversteiften zu ringversteiften Kreiszyklindern im elastischen Beulbereich zu erhalten, wird eine Approximation der unteren Hüllkurve mittels Potenzfunktion durchgeführt (Gl. 4.1). Der Trend, dass mit steigendem r/t -Verhältnis höhere Knockdown-Faktoren typisch sind, wird dabei über einen iterativ ermittelten Beiwert $k_{\alpha,x,rst,r/t}$ erfasst, der zu 0,9 gewählt werden kann.

Die Gültigkeit ist auf den Bereich bis $k_{st} = 1,0$ beschränkt. Alle größeren Ringparameter sind mit $k_{st} = 1,0$ zu wählen. Der Steifenabstand darf maximal zwei Beulhalbwellenlängen betragen ($3,46\sqrt{rt}$).

$$\alpha_{x,exp,rst} = \alpha_{x,rst} \cdot k_{\alpha,x,rst,r/t} = k_{st}^{0,35} (1,9 - k_{st}^{0,15}) \cdot \left(0,9 + 3 \cdot 10^{-5} \frac{r}{t}\right) \quad (4.1)$$

$$\chi_{x,exp,rst} = \frac{\alpha_{x,exp,rst}}{\bar{\lambda}_{x,rst}^2} \quad (4.2)$$

2. Diese Beulkurvenparameter erlauben eine verbesserte Approximierung der Experimente:

$$\bar{\lambda}_{x0,rst,exp} = \frac{Q}{100}; \beta_{x,exp,rst} = 0,60; \eta_{x,exp,rst} = 0,60; \quad (4.3)$$

mit: Q nach Tab. 2.7

Wie anhand Bild 4.6 erkennbar ist, kann mit den vorgeschlagenen Parametern die experimentelle Traglast sehr genau, mit einer Abweichung von nicht mehr als etwa 150 %, vorhergesagt werden. Gegenüber der Bemessung mittels [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. [pr EN 1993-1-6, 2017] ist das eine bedeutende Verbesserung. Der Widerstand nach Norm ist

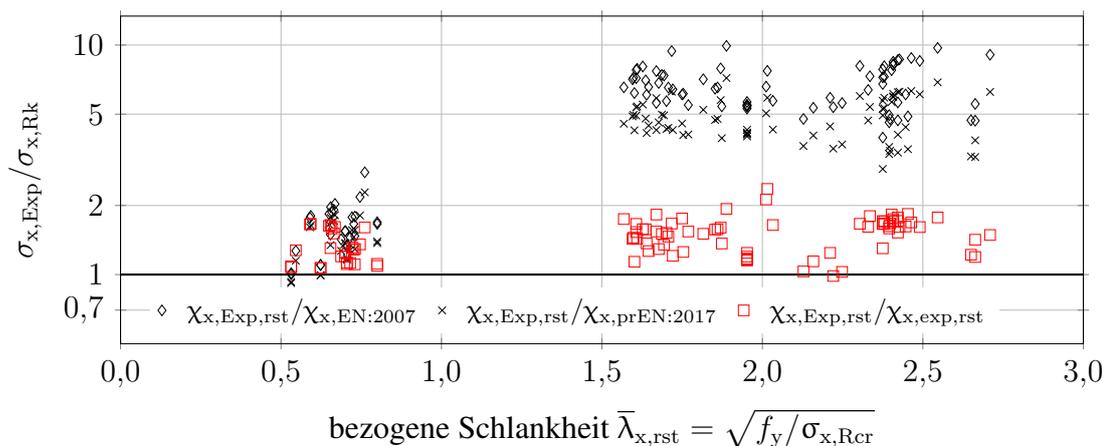


Bild 4.6: Ringversteifte Kreiszyklinderschalen – Experimente aus [Barlag, 2003] verglichen mit Traglasten für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993-1-6, 2017] und mit Gl. 4.2

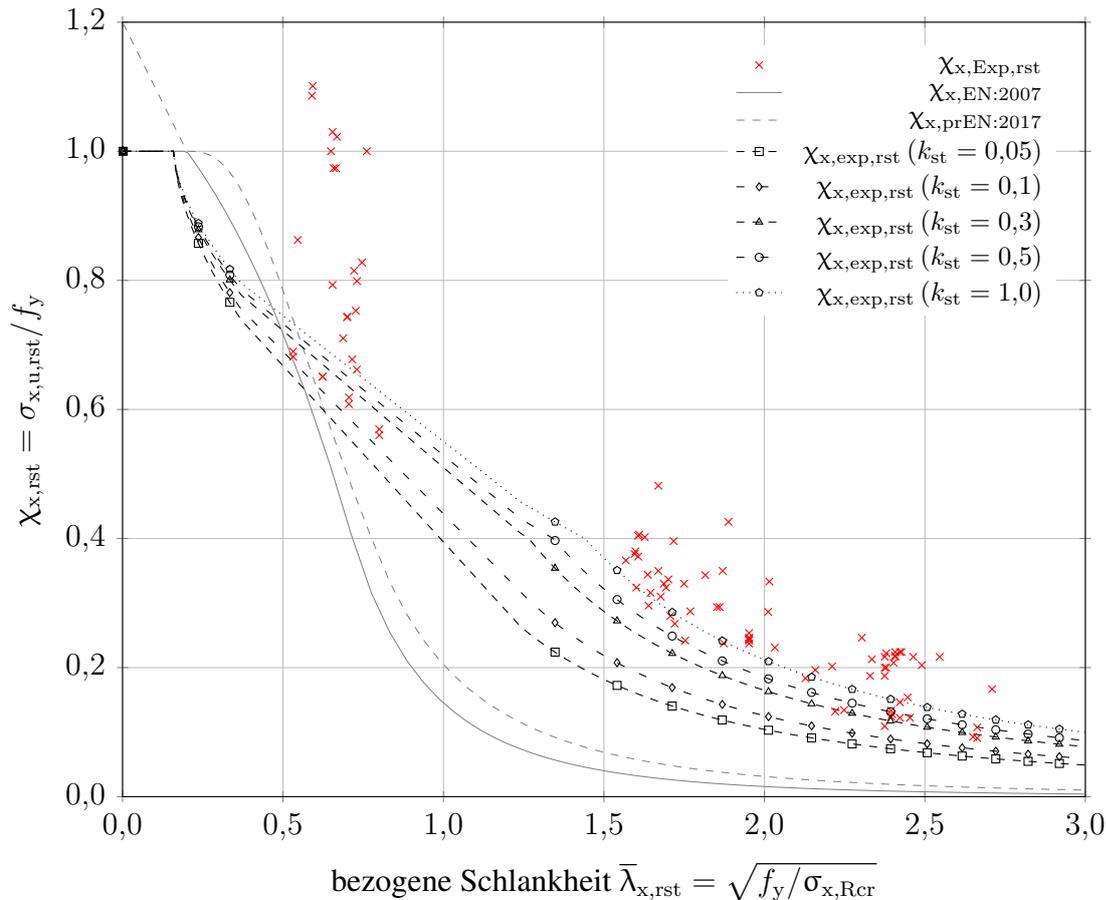


Bild 4.7: Versuchsergebnisse aus [Barlag, 2003], χ_x nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], [pr EN 1993-1-6, 2017] sowie nach Gl. 4.2 für HTK C und S 235

bis zu 900 % geringer, als im Versuch ermittelt. Auch im elastisch-plastischen Beulbereich wird kein Versuchsergebnis unsicher vorhergesagt.

Der Darstellung des Abminderungsbeiwerts $\chi_{x,exp,rst}$ über die bezogene Schlankheit $\bar{\lambda}_{x,rst}$ im Bild 4.7 lässt sich anschaulich entnehmen, dass zum einen die Tragfähigkeiten ringversteifter Kreiszylinder unter Axialdruck deutlich größer, als die der unversteiften Schalen sind. Mit zunehmenden Ringversteifungsgrad steigt die Traglast nicht linear, sondern strebt asymptotisch gegen einen Maximalwert. Die Erkenntnisse erfüllen die Erwartungshaltung, die anhand von Bild 4.5 definiert werden konnte.

Zum einen bietet das vorgestellte Verfahren den Vorteil der einfachen Handhabung bei sehr guter Vorhersage der experimentellen Traglasten. Jedoch kann keine Aussage über die Auswirkung der Vorbeultiefe auf die Tragfähigkeit getroffen werden. Es sind daher weiterführende Überlegungen erforderlich, die programmgestützt durch Parameterstudien durchgeführt werden. Durch den Abgleich der numerischen Ergebnisse mit den aus Experimenten abgeleiteten Tragfähigkeiten lässt sich eine zutreffende Imperfektionsamplitude ermitteln, anhand derer das Verfahren auf beliebige Vorbeulkonfigurationen erweitert werden kann.

4.3 Simuliertes Beulverhalten des engringversteiften Kreiszyinders

4.3.1 Beispielhafte Last-Verformungskurven

Anhand von drei Ringversteifungsgraden soll nachfolgend das prinzipielle Beulverhalten erläutert werden. Dabei werden die Berechnungen, welche zur Erstellung der modifizierten Kapazitätskurven durchgeführt worden sind, als Grundlage verwendet. Die Dünnwandigkeit wurde dazu auf $r/t = 1000$ fixiert und die Streckgrenze variiert. Die Ergebnisse sind für $f_y = 1500 \text{ N/mm}^2$ angegeben, da vor allem hochschlanke Zylinder von den Ringstiften profitieren. Es ist daher von besonderem Interesse, wie sich das Beulverhalten bei hohen Schlankheiten gestaltet, da bei geringen Festigkeiten davon ausgegangen werden kann, dass sich ein elastisch-plastischer Kollaps, initiiert durch die meridionalen Biegemomente in Höhe der Ringstiften, einstellt.

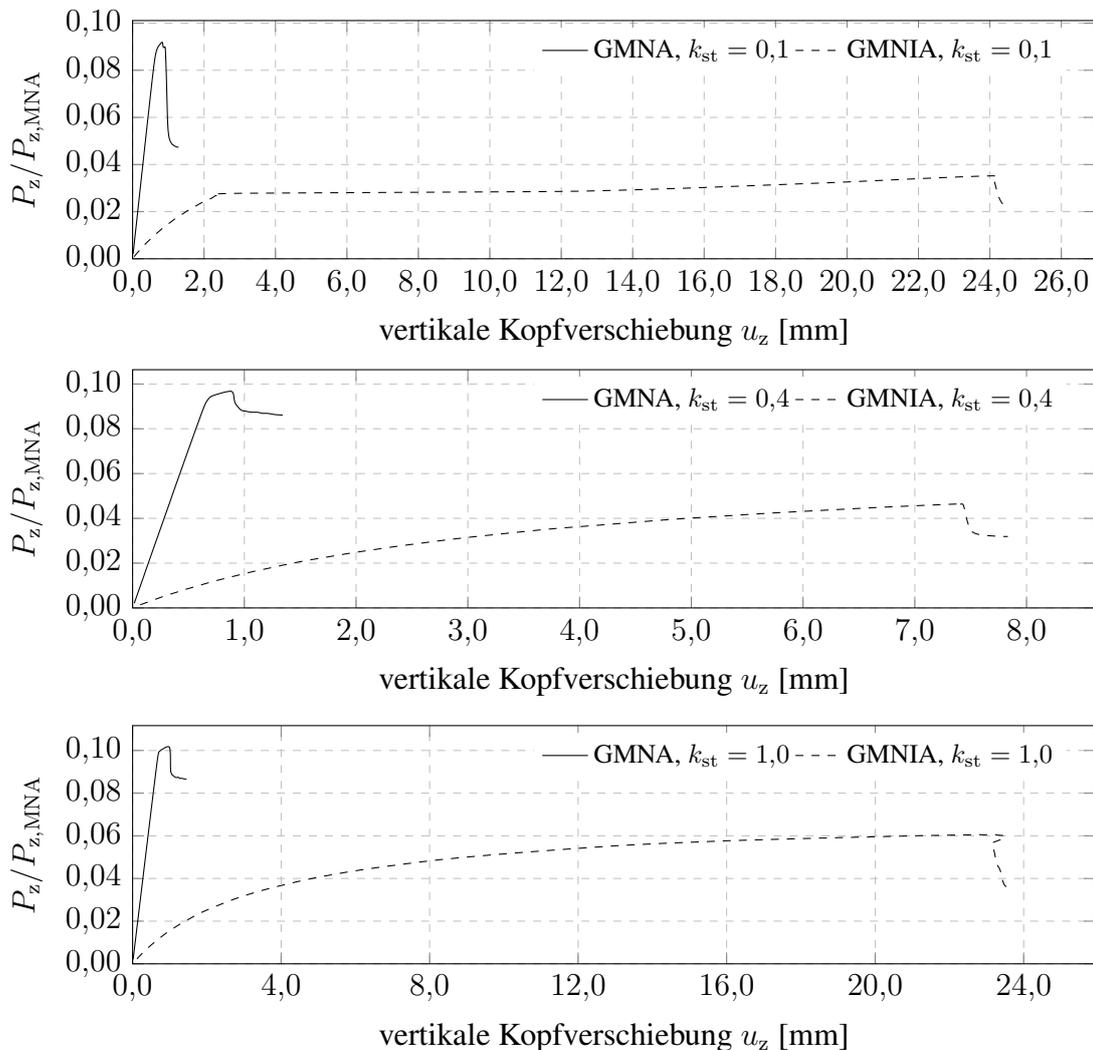


Bild 4.8: Last-Verformungskurven für $\bar{\lambda}_{x,rst} = 3,44$ und verschiedene Ringparameter k_{st}

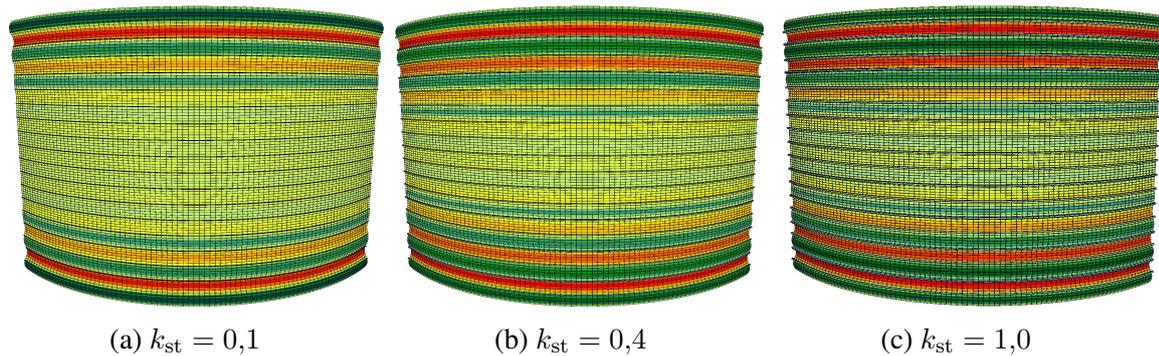


Bild 4.9: Beulverformung perfekter, ringversteifter Schalen mit $r/t = 1000$, k_{st} variabel

Die Form der Nachbeulfigur ist abhängig vom Ringparameter und der Vorbeultiefe. Für ein baupraktisches Bemessungsverfahren ist es jedoch unerheblich, wie sich die Nachbeulfigur unter Axialdruck einstellt. Nach Erreichen der Limitlast fällt die erreichbare Traglast in der Regel stark ab. Das Erreichen des Nachbeulpfades soll durch das Bemessungsverfahren vermieden werden, um wirtschaftliche und Personenschäden zu vermeiden. Es werden daher keine vertiefenden Untersuchungen zum Nachbeulverhalten angestellt.

Da die im Bild 4.8 dargestellten Last-Verformungskurven die begleitende Eigenwertanalyse nicht berücksichtigen, sondern lediglich die nichtlinear, dynamisch stabilisiert ermittelte Last-Verformungs-Charakteristik wiedergeben, sind die Kurven nur zur prinzipiellen Veranschaulichung des Verhaltens geeignet. Eine Ableitung der Tragfähigkeit aus den Kurven ist nicht möglich.

4.3.2 Beulverhalten der perfekten Zylinderschale

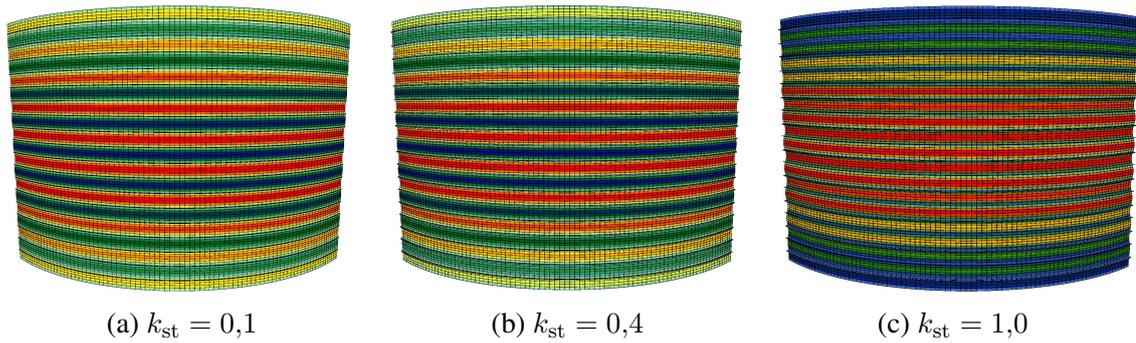
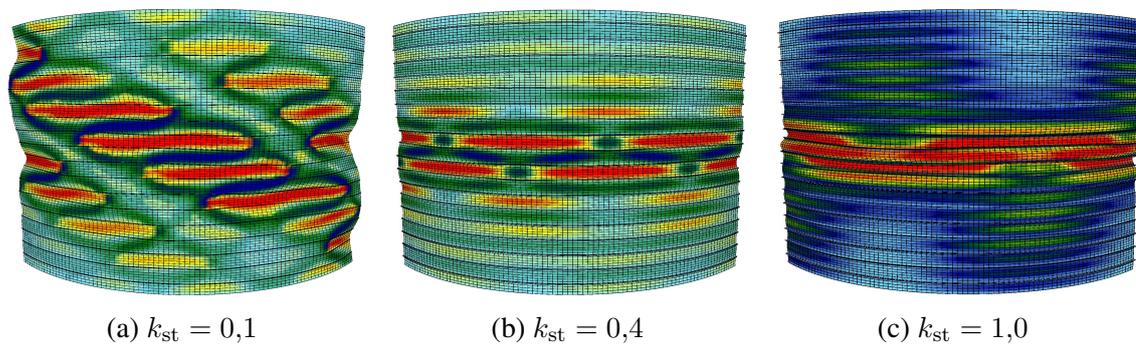
Die geometrisch nichtlinear bestimmten Verformungsfiguren im Bild 4.9 sind beim Erreichen der Traglast nahezu identisch. Typisch ist das sinus-förmige Beulmuster, welches sich, beginnend am Querrand, über mehrere Halbwellen zur Zylindermitte hin einstellt. Das mit steigendem Ringversteifungsgrad ausgeprägtere Muster klingt zur Mitte hin ab.

Die im Bild 4.8 dargestellte Last-Verformungskurve zeigt für alle Ringversteifungsgrade ein bösesartiges Nachbeulverhalten, das umso ausgeprägter ist, je schwächer die Ringsteifen gewählt werden. Der Kurvenverlauf bei $k_{st} = 0,1$ ähnelt dem des unversteiften Zylinders, während mit kräftigeren Ringsteifen der Traglastabfall im instabilen Sekundärpfad deutlich geringer ausfällt.

4.3.3 Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale

Die Vorbeulamplituden wurden etwa in Höhe der halben charakteristischen Imperfektionsamplitude nach [DIN EN 1993-1-6, 2007], zu $\Delta w/t = 2$, gewählt.

Im Bild 4.10 sind die Verformungsfiguren der Beispielzylinder beim Erreichen der Traglast gezeigt. Wie bei unversteiften Zylindern ist auch hier die ursprüngliche Imperfektion noch deutlich erkennbar. Die in rot dargestellten Druckspannungen erreichen nur für $k_{st} = 1,0$ und höhere Ringparameter die Streckgrenze jeweils zwischen zwei Ringsteifen. Bei kleineren Werten für k_{st} reicht der stabilisierende Effekt der Ringsteifen nicht aus, um einen plastischen Kollapsmechanismus zu erzwingen.

Bild 4.10: Beulverhalten der ringversteiften Schalen, $\bar{\lambda}_x = 3,44$, $\Delta w/t = 2$, k_{st} variabelBild 4.11: Nachbeulfigur der ringversteiften Schalen, $\bar{\lambda}_x = 3,44$, $\Delta w/t = 2$, k_{st} variabel

Die Versagensfiguren sind im Bild 4.11 dargestellt. Für $k_{st} = 0,1$ stellt sich nach der Gleichgewichtsverzweigung zunächst ein globales Schachbrettmuster, über die Ringsteifen hinweg, ein, welches bei weiterer aufgezwungener Zylinderverkürzung in die Kollapsfigur nach Bild 4.11 a) übergeht.

Typisch für einen mittleren Ringversteifungsgrad ist das Verhalten des Zylinders für $k_{st} = 0,4$. Die Folge der Gleichgewichtsverzweigung sind breite Schachbrettbeulen zwischen den Ringsteifen. Die Beulen wachsen bei weiterer Schalenverkürzung und verschmelzen zunehmend. Sobald diese sich gegenseitig beeinflussen, kann die Ringsteife die Kreiszylinderschale nicht mehr in seiner runden Form halten und versagt zusammen mit dem Mantel.

Stark versteifte Kreiszyylinder verhalten sich wie für $k_{st} = 1,0$ gezeigt. Die plastischen Einzelbeulen zwischen den Ringsteifen wachsen bei größer werdender Belastung bis eine der Beulen die Traglast überschreitet und sich ein Fließgelenk bildet. Das so initiierte Versagen stellt sich zunächst lokal, nur in einem Abschnitt zwischen zwei Ringsteifen ein und wächst bei steigender, aufgezwungener Verformung weiter, bis auch andere Teilbereiche des Zylinders versagen. Bei noch höheren Ringversteifungsgraden stellt sich der Kollaps ausschließlich zwischen zwei Ringsteifen als Fließgelenk infolge des erhöhten, meridionalen Biegemoments ein.

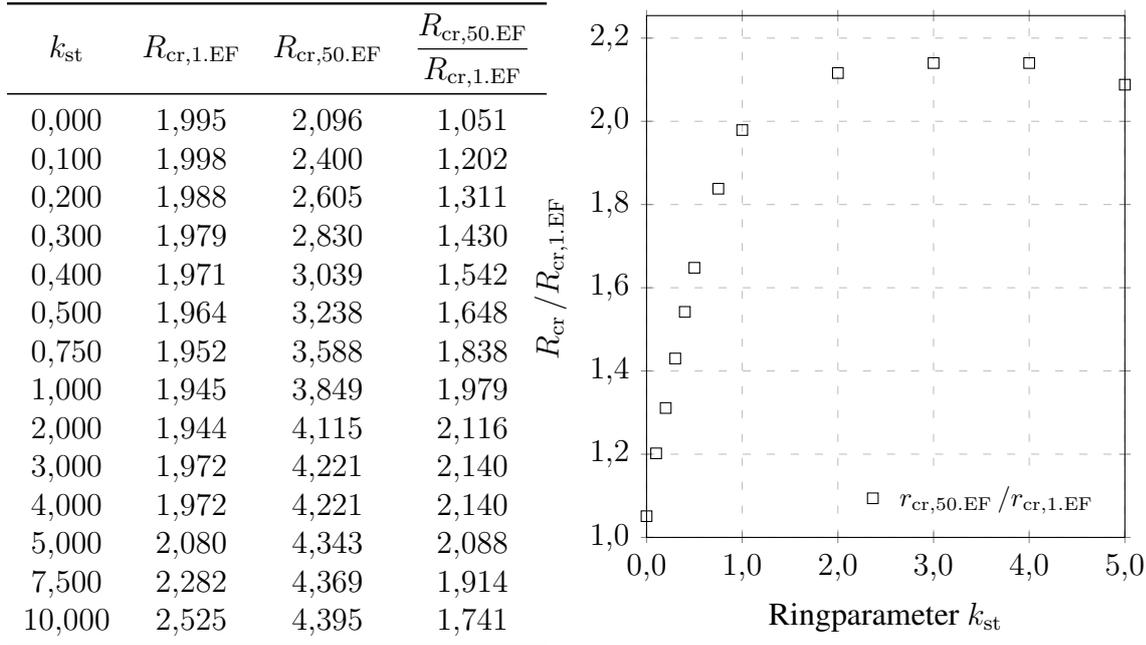


Bild 4.12: Verzweigungslast r_{cr} abhängig von k_{st} für $r/t \approx 2750$, $l/r \approx 1$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1$

4.3.4 Einfluss der Ringsteifen auf das Beulverhalten

4.3.4.1 Einfluss der Ringsteifen auf die Verzweigungslast

Ringsteifen verhindern die Ausbildung von Schachbrettbeulmustern. Wenn sie eng beieinander liegen, müsste sich die Schachbrettbeule über die Steifen hinweg ausbilden. Dazu wäre aber mehr Energie notwendig, als wenn sich eine Ringbeule zwischen den Steifen ausbilden würde. Im Bild 4.12 ist dargestellt, wie sich für eine mittellange Kreiszyinderschale die Eigenwerte verändern, wenn der Ringversteifungsgrad vergrößert wird.

Für die unversteifte Schale ($k_{st} = 0$) ist die typische Clusterung der Eigenwerte gut erkennbar. Die ersten fünfzig Verzweigungslasten liegen nur etwa fünf Prozent auseinander.

Mit steigendem Ringparameter unterscheiden sich die Eigenwerte zunehmend mehr voneinander. Die Clusterung wird aufgebrochen und es kann zu einer Verzweigungslast genau eine Beulform angegeben werden. Dadurch sinkt deutlich die Imperfektionssensitivität und es können höhere elastische Imperfektions-Abminderungsbeiwerte erreicht werden.

Für einen Ringparameter von etwa 3 bis 4 wird ein optimales Ergebnis erzielt, da bei weiter steigendem Ringversteifungsgrad die Eigenwerte wieder näher beieinander liegen. Ein Versteifungsgrad $k_{st} = 4$ bedeutet, dass die Steifenfläche viermal so groß ist, wie die Fläche der angeschlossenen Zylinderwand. Dieses Verhältnis ist baupraktisch unbedeutend und daher nicht Bestandteil der Untersuchungen in dieser Arbeit.

Die Ringsteifen unterteilen die Kreiszyinderschale in einzelne Beulfelder. Durch die Behinderung der Querausdehnung an den Steifen, entstehen, infolge des Axialdrucks, meridionale Biegemomente, die als Einspannmoment für die kurze Teilschale interpretiert werden können. Der Einspanngrad lässt sich aus dem Ringparameter schließen und bewirkt eine Steigerung der Verzweigungsspannung. Für mittellange Schalen ($\omega > 1,7$), lässt sich darüber hinaus kein zusätzlicher, verzweigungslaststeigernder Effekt erreichen.

Für drei Dünnwandigkeiten, $r/t = 250$, $r/t = 1000$ und $r/t = 5000$ wurden die meridionalen Biegemomente M , für ein l/r -Verhältnis von eins, ermittelt. Erwartungsgemäß sind die Momente am höchsten, wenn die Wandstärke am größten ist. Bezogen auf die

Biegesteifigkeit der Schale B [Pflüger, 1981] nach Gl. 4.4 sind die Momente abhängig vom Ringparameter jedoch nahezu identisch.

$$B = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (4.4)$$

Die Übertragung der am Gesamtzylinder ermittelten Zusammenhänge auf den Zylinderabschnitt gelingt über die Einführung von elastisch eingespannten Rändern mit äquivalenter Steifigkeit. Diese wurde aus der Approximation des Verhältnisses $1 - M/B$ über den Ringparameter ermittelt (Bild 4.13) und mit Gl. 4.5 angegeben. Die Steigerung der Verzweigungslast ist bei der Ermittlung dieser am Gesamtsystem nicht zu erkennen, da die Ringsteifen, bei ganzzahligen Vielfachen der Beulhalbwelle, die Nullstellen der Eigenform darstellen und daher keinen Einfluss auf die Beullast nehmen.

Am äquivalent gelagerten Zylinderausschnitt lassen sich die Verzweigungslasten und Traglasten aus der GNA sowie GNIA bestimmen und der Einfluss des meridionalen Biegemoments ableiten. Das Tragverhalten ist bis zu einem Steifenabstand von etwa drei Beulhalbwellen ($\approx 5\sqrt{rt}$) durch die Ränder beeinflusst, da die Länge der natürlichen Biegehalbwelle $2,44\sqrt{rt}$ beträgt (2 Ränder entspricht $4,88\sqrt{rt}$).

k_{st}	M Nmm m	M/B	$1 - M/B$
0,00	0,0	0,00	1,00
0,10	26,6	0,02	0,98
0,20	47,3	0,04	0,96
0,30	66,1	0,05	0,95
0,40	81,6	0,07	0,93
0,50	93,6	0,08	0,92
0,75	119,8	0,10	0,90
1,00	139,4	0,11	0,89
2,00	184,8	0,15	0,85
5,00	230,7	0,19	0,81
10,00	252,3	0,20	0,80
100,00	276,1	0,22	0,78
1000,00	279,2	0,23	0,77

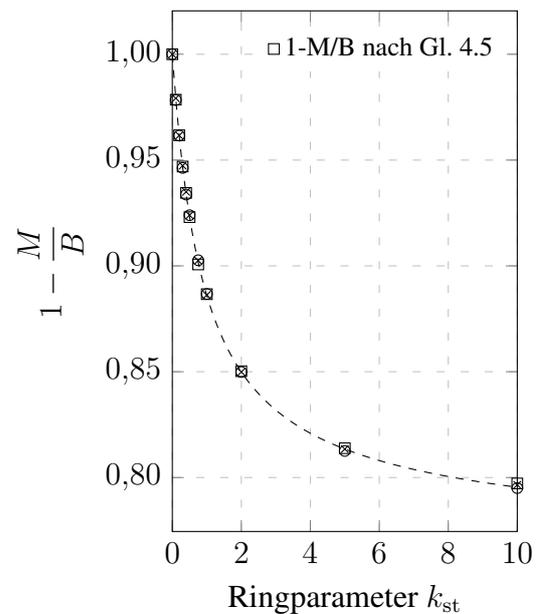


Tabelle 4.1: Meridionales Biegemoment abhängig von k_{st} für $r/t = 1000$ und S 355

Bild 4.13: Grafische Darstellung von Tab. 4.1

$$1 - M/B = \frac{0,795 \cdot (k_{st} + 1)}{0,795 + k_{st}^{1,009}} \quad (4.5)$$

Die Abhängigkeit der Verzweigungslast vom Ringparameter, bzw. der Steifigkeit der Randeinspannung und der Länge des Teilfeldes, ist im Bild 4.14 dargestellt. Deutlich erkennbar ist mit steiferer Einspannung und kürzeren Abschnittslängen eine höhere Verzweigungslast erreichbar. Der Einfluss der Parameter kann mittels Gl. 4.6 näherungsweise erfasst werden. Mit den angegebenen Formeln lässt sich die, durch Ringsteifen beeinflusste,

Verzweigungslast des Zylinderabschnitts ermitteln und, z.B. in einem vereinfachten Handrechenverfahren, weiterverwenden. Dieser Ansatz wird im Folgenden jedoch nicht weiter verfolgt, da die Reduktion der Imperfektionssensitivität nicht ausreichend berücksichtigt wird und ein Bemessungsverfahren daher zu konservativ wäre.

$$\frac{R_{cr}}{R_{cr,ref}} = a \left(\frac{M}{B} \right)^b + c \quad (4.6a)$$

$$\text{mit: } R_{cr,ref} = \sigma_{x,Rcr} / \sigma_{x,E} \quad \text{nach Gl. 2.45} \quad (4.6b)$$

$$a = 9,653 \cdot (\overline{\omega}_{rst})^{-4,302} + 0,206 \quad (4.6c)$$

$$b = 1,964 \cdot (\overline{\omega}_{rst})^{-0,692} - 0,542 \quad (4.6d)$$

$$c = 0,519 \cdot (\overline{\omega}_{rst})^{-0,022} + 0,440 \quad (4.6e)$$

$$\sigma_{x,E} F_{Ed} / A \text{ (einwirkende Spannung)} \quad (4.6f)$$

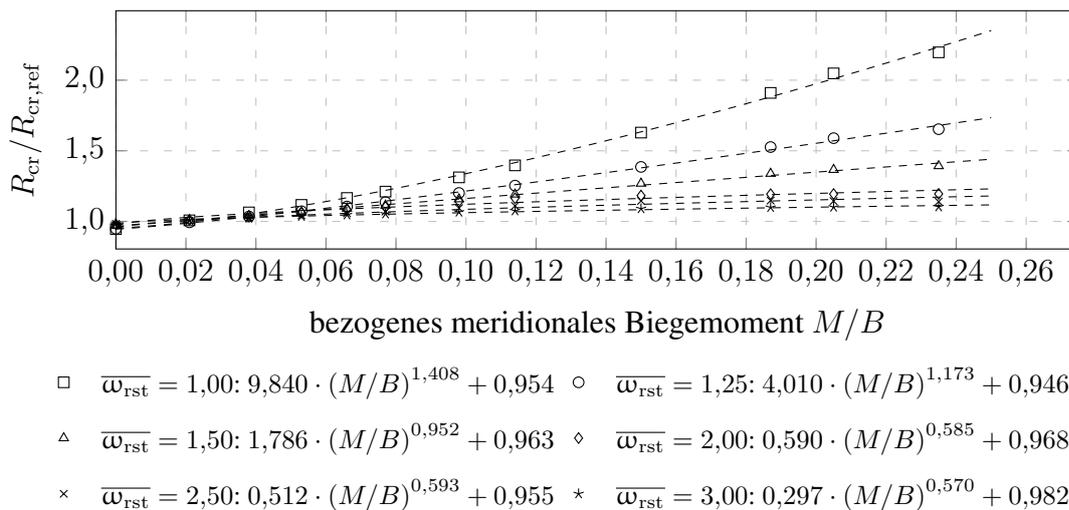


Bild 4.14: Interpolation der bezogenen Verzweigungslast abhängig vom meridionalen Biegemoment für verschiedene $\overline{\omega}_{rst}$

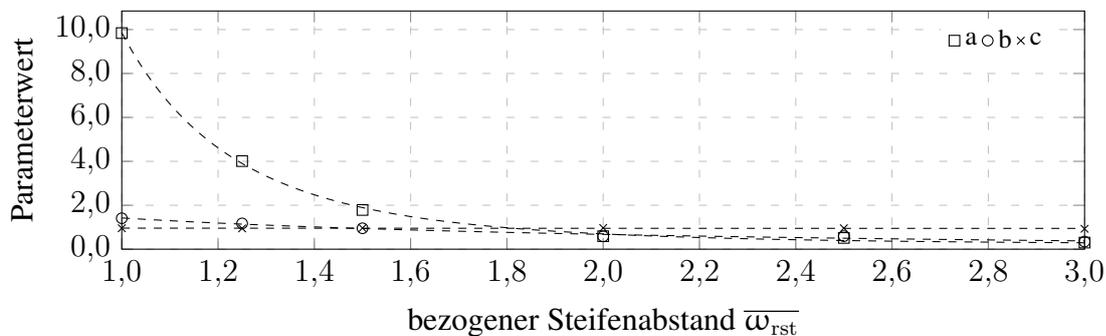


Bild 4.15: Interpolation der Parameter aus Bild 4.14 über den Steifenabstand $\overline{\omega}_{rst}$

4.3.4.2 Einfluss der Ringsteifen auf geometrisch nichtlinear ermittelte Widerstände

Das typische Nachbeulmuster dünnwandiger, unversteifter Schalen ist schachbrettartig. Das zeigt, dass es von Umfangsspannungen beeinflusst wird. Aufgrund der Querdehnung resultieren aus Verformungen senkrecht zur Schalenmittelfläche Umfangsmembrankräfte. Bei einer GNA bzw. GMNA ist dieser Effekt gering und nur besonders deutlich im Randbereich. Aus Imperfektionen, z.B. einer eigenformaffinen Ringbeule, entstehen über die gesamte Zylinderlänge alternierend Umfangsdruck- und Zugkräfte.

Die Bereiche mit Umfangszug steifen die umfangsgedrückten Bereiche aus. Jedoch bewirkt die nur geringe Biegesteifigkeit der Zylinderschale, gegenüber den Ringsteifen, keine vollständige Behinderung, sondern lediglich eine elastische Stützung.

Die aus der Querdehnungsbehinderung an den Ringsteifen entstehenden meridionalen (Einspann-)Biegemomente verringern die Verformung senkrecht zur Mittelfläche. Es treten daher geringere Umfangsdruckkräfte auf. Desweiteren ermöglicht ein enger Steifenabstand, als Folge der hohen Umfangssteifigkeit, hohe Umfangsbeulspannungen.

In Tab. 4.2 wird die Abhängigkeit des Beulwiderstands vom Steifenabstand für eine unversteifte Schale (Randbedingung BC1f und BC2f nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]) zusammengestellt. Der Vergleich zwischen dem perfekten und imperfekten Zylinder zeigt, dass der Traglastabfall imperfekter Schalen umso ausgeprägter ist, je größer der Ringsteifenabstand gewählt wird. Während die GNA ergibt, dass etwa zwölf Prozent geringere Werte für einen Abstand von fünf Beulhalbwellen, gegenüber der engringversteiften Zylindern mit dem Steifenabstand von einer Beulhalbwelle, erreicht werden, wird mittels GNIA eine Reduktion von 74 % ermittelt. Dies zeigt, dass vor allem imperfekte Kreiszyliner von einer kurzen Zylinderlänge profitieren und daher die Betrachtung der geometrisch perfekten Schale alleine nicht ausreichend ist, um das Tragverhalten ringversteifter Kreiszylinerzutreffend zu beschreiben.

Bestätigt wird diese Annahme von dem Zuwachs des Widerstands bei steigendem Ringparameter im Bild 4.13. Die möglichen Zugewinne an Tragfähigkeit sind, gegenüber des unversteiften Zylinders, in jedem Fall größer, wenn die imperfekte Struktur untersucht wird. Über den Ringparameter aufgetragen, lässt sich der nahezu lineare Anstieg der Traglast mit größer werdenden Ringversteifungsgrad erkennen. Dabei fällt der maximal mögliche Zugewinn mit steigendem Steifenabstand ab, so dass zwischen $2 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 3$ der Effekt der Ringversteifung scheinbar verloren geht.

ω	R_{GNA}	R_{GNIA}	k_{GNA}	k_{GNIA}
1,73	1,94	1,71	1,00	1,00
3,46	2,00	1,70	1,03	0,88
5,19	1,70	0,87	0,88	0,45
6,92	1,74	0,69	0,90	0,36
8,65	1,71	0,51	0,88	0,26

Tabelle 4.2: Traglast aus GN(I)A abhängig vom Steifenabstand für $r/t = 1000$, $\Delta w/t = 1,25$ und S 355 für $k_{st} = 0$

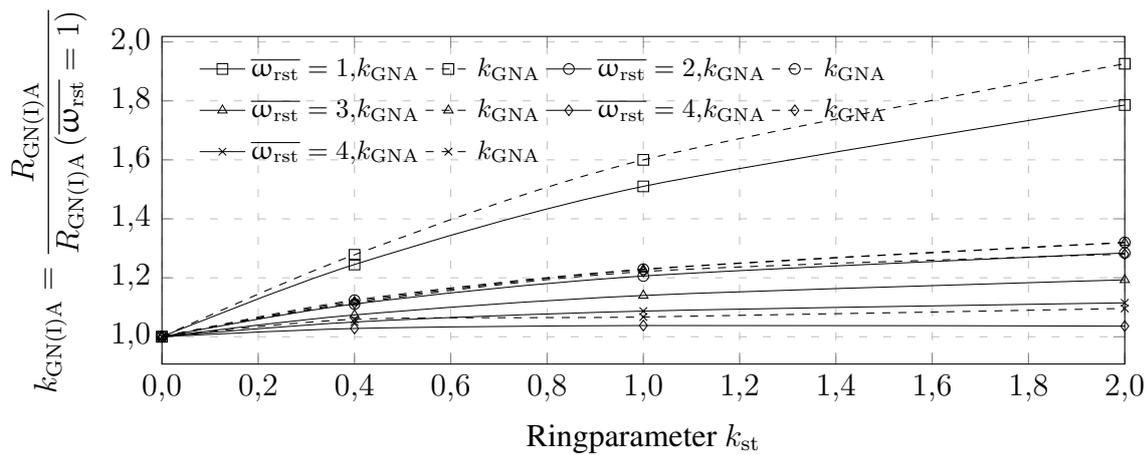


Bild 4.16: Traglastzuwachs bei steigendem Ringparameter für $r/t = 1000$, $\Delta w/t \leq 1,25$

Die Darstellungen in Tab. 4.3 und Bild 4.17 bestätigen den Trend. Die maximal erreichten Umfangsdruckspannungen liegen in jeden Fall deutlich über der Umfangsbeulspannung (ermittelt für kurze Schale und Randbedingung BC2 nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] an beiden Enden). Die Umfangsdruckkräfte verlaufen wie die Imperfektion in einem sinusförmigen Muster mit einem Spitzenwert am Wendepunkt. Die alternierenden Zug- und Drucklasten steifen auch das nicht ringversteifte Schalenfeld aus, so dass auch bei $\overline{\omega}_{rst} = 5$ noch der ca. vierfache Wert der Umfangsbeulspannung erreicht werden kann. Ein optimales Ergebnis wird für den Steifenabstand von zwei Beulhalbwellen erreicht. Aufgrund der Imperfektion ist nur die halbe Segmenthöhe in Umfangsrichtung gedrückt. Daher wird eine besonders hohe Stabilität gegen Umfangsdruckversagen erreicht.

Die Zusammenwirkung der in diesem Abschnitt beschriebenen, traglaststeigernden Effekte ist der Grund für die deutlich verminderte Imperfektionssensitivität, die in den Experimenten beobachtet wurde. Erst durch nichtlineare Berechnungen am imperfekten Schalenmodell lässt sich das volle Potential der ringversteiften Schale unter Axialdruck ausschöpfen. Dies erschwert die Ableitung eines Ingenieurmodells, da dafür eine Vielzahl von Parametern berücksichtigt werden muss. Darüber hinaus hängen die Parameter untereinander in der Regel nichtlinear voneinander ab.

$\overline{\omega}_{rst}$	1	2	3	4	5
ω_{rst}	1,73	3,46	5,19	6,92	8,65
$\sigma_{\theta,cr}$	271,5	87,2	49,3	34,1	26,0
k_{st}	$\sigma_{\theta,RGNIA}/\sigma_{\theta,Rcr}$				
0,0	8,77	24,76	4,02	3,97	3,31
0,4	9,20	30,05	4,62	4,28	3,46
1,0	14,84	24,30	5,26	4,82	3,59
2,0	12,90	25,01	5,85	5,47	3,72

Tabelle 4.3: Umfangsdruckspannung aus GNIA bezogen auf Umfangsbeulspannung für verschiedene Steifenabstände und Ringparameter

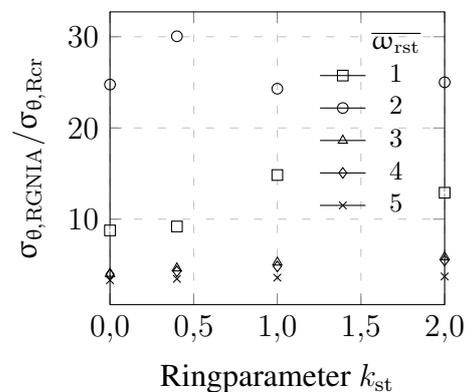


Bild 4.17: Grafische Darstellung von Tab. 4.3

4.4 Numerische Bestimmung der Traglast von engringversteiften Kreiszyllindern

4.4.1 Traglast abhängig von der Vorbeultiefe

Wie bei der unversteiften Kreiszyllinderschale sinkt die Traglast mit steigender Vorbeultiefe. Während der Abfall für steigende Imperfektionsamplituden bei $r/t = 500$ (Bild 4.18) für alle Ringparameter ausgeprägt und nahe der Sensitivitätskurve des unversteiften Zylinders ist, ergibt sich mit steigendem Ringparameter ein zunehmender Einfluss der Ringsteifen.

Für $r/t = 2000$, dargestellt im Bild 4.19, bestätigt sich dieser Trend und für einen Bereich der Vorbeultiefe $\Delta w/t$ zwischen 0,5 bis 4 sind die erreichbaren Traglasten, je nach Ringversteifungsgrad, deutlich differenziert. Der Unterschied zwischen $k_{st} = 0,75$ und $k_{st} = 1,0$ ist jedoch verschwindend gering. Die Dünnwandigkeit von $r/t = 2000$ reicht noch nicht aus, um einen höheren Versteifungsgrad, als $k_{st} = 0,75$ zu rechtfertigen.

Dies ist, vor allem für die Baupraxis, ein interessantes Ergebnis. Je nach Dünnwandigkeit des Tanks gibt es einen Versteifungsgrad, über den hinaus keine weitere Steigerung der möglichen Traglast erreicht werden kann. Insbesondere für sehr dünnwandige Kreiszyllinder lässt sich mit kräftigeren Steifen nahezu linear die Tragfähigkeit steigern, wie es der

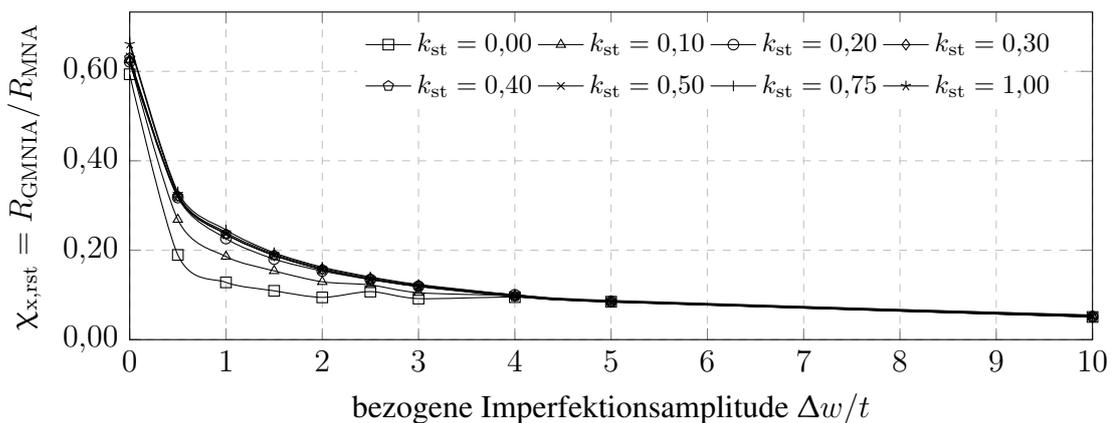


Bild 4.18: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 500$

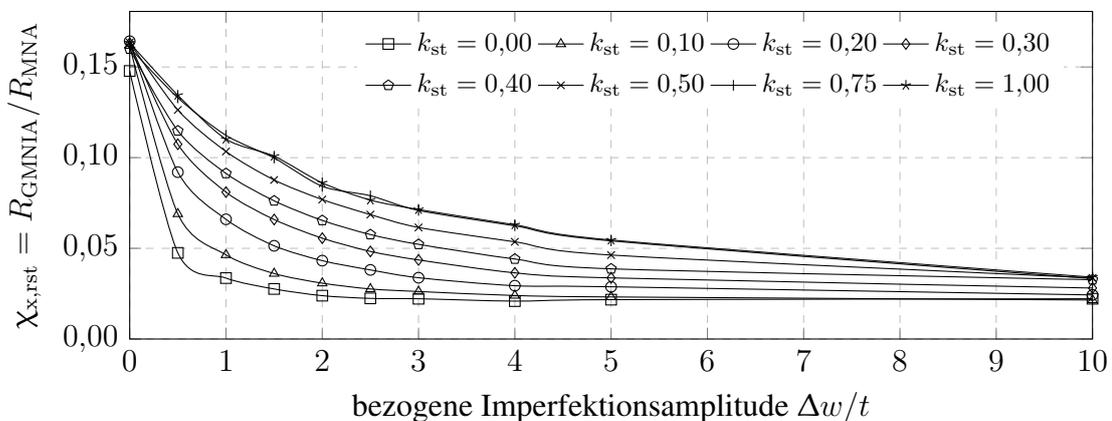


Bild 4.19: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2000$

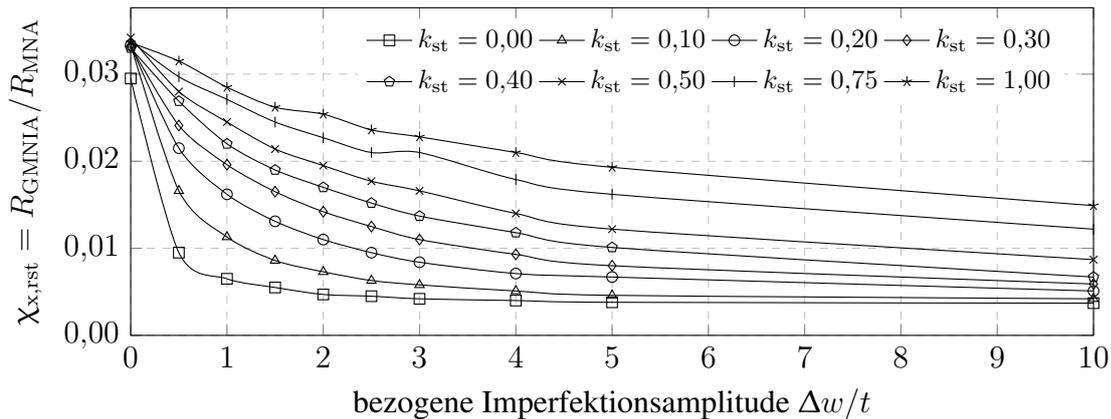


Bild 4.20: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 10000$

Darstellung für $r/t = 10000$ im Bild 4.20 zu entnehmen ist. Über den gesamten Vorbeulbereich sind die simulierten Traglasten deutlich größer gegenüber der nächst kleineren Ringversteifungsstufe.

Die wenigen Kurvenverläufe, die nicht stetig verlaufen, sondern „Wellen“ haben, sind durch den Einfluss der geometrischen Nichtlinearität des Beulphänomens, der sich abhängig von der Dünnwandigkeit ändert, beeinflusst worden. Es ist nicht möglich gewesen, durch andere Imperfektionen oder feinere Netze bzw. geänderte Iterationsparameter das Ergebnis derart zu verbessern, dass es sich einem stetigen Verlauf konsequenter annäherte. Da ohnehin im weiteren Verlauf die Kurven approximiert werden, sind die „Ausreißer“ nicht weiter von Interesse.

4.4.2 Traglast abhängig vom Ringparameter

In den Bildern 4.21 und 4.22 sind die Abhängigkeiten des Beul-Abminderungsfaktors von der Dünnwandigkeit dargestellt. Wie aus Abschnitt 4.4.1 bereits bekannt ist, sinkt die Tragfähigkeit mit steigender Vorbeultiefe. Dabei ist der Abfall bei geringen Änderungen kleiner Vorbeultiefen bis etwa $\Delta w/t = 1,5$ ausgeprägter als bei stärkeren Variationen großer Vorbeultiefen. Der Verlust an Tragfähigkeit ist umso geringer, je größer der Ringparameter

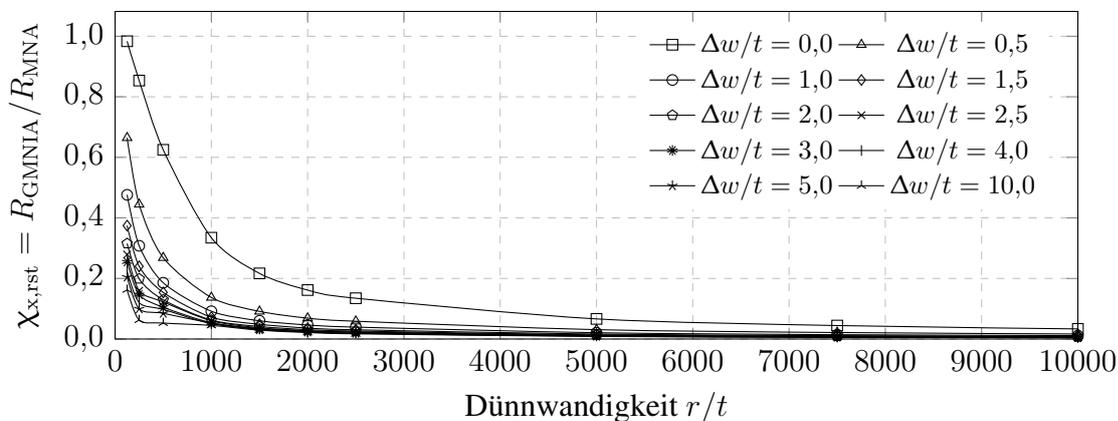


Bild 4.21: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,1$

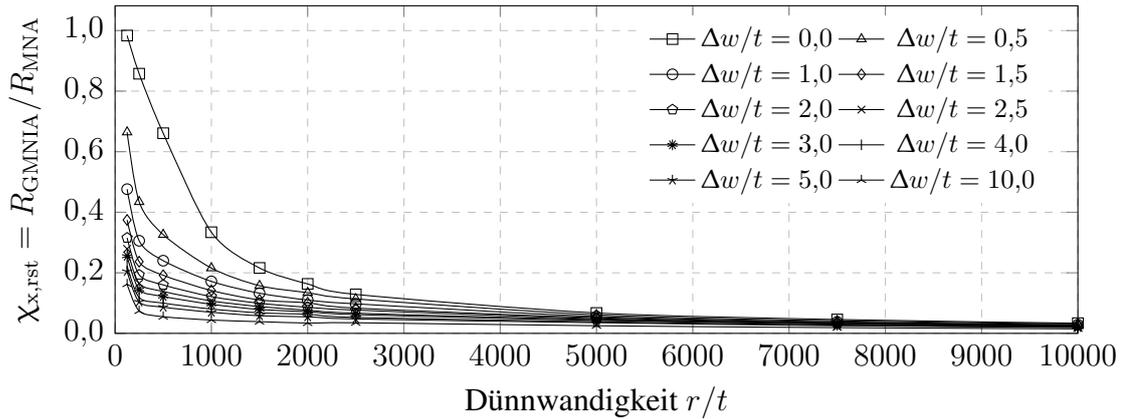


Bild 4.22: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,0$

gewählt wird. Deutlich erkennbar sind die Minimalwerte des Beul-Abminderungsfaktors für stark versteifte Zylinder mit $k_{st} = 1,0$ größer, als für gering versteifte Schalen.

Die erreichbare Traglast sinkt mit steigender Dünnwandigkeit, da bei steigendem r/t die Verzweigungslast abnimmt. Von hohen Knockdown-Faktoren $\alpha_{x,rst}$ ringversteifter Schalen profitieren vor allem sehr dünnwandige, stark versteifte Kreiszyklinder.

4.4.3 Knockdown-Faktor abhängig von der Dünnwandigkeit

Anders, als für den Beul-Abminderungsfaktor, ergibt sich für den elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor $\alpha_{x,rst}$ bei steigender Dünnwandigkeit eine Zunahme seines Betrags. Während für gering versteifte Kreiszyklinderschalen bei etwa $r/t = 500$ bis $r/t = 1000$ der maximale Wert des Knockdown-Faktors erreicht wird (Bild 4.23), zeigt sich, z.B. für $k_{st} = 1,0$ eine stetige Zunahme des elastischen Imperfektions-Abminderungsbeiwerts bis hin zu sehr hohen Dünnwandigkeiten (Bild 4.25).

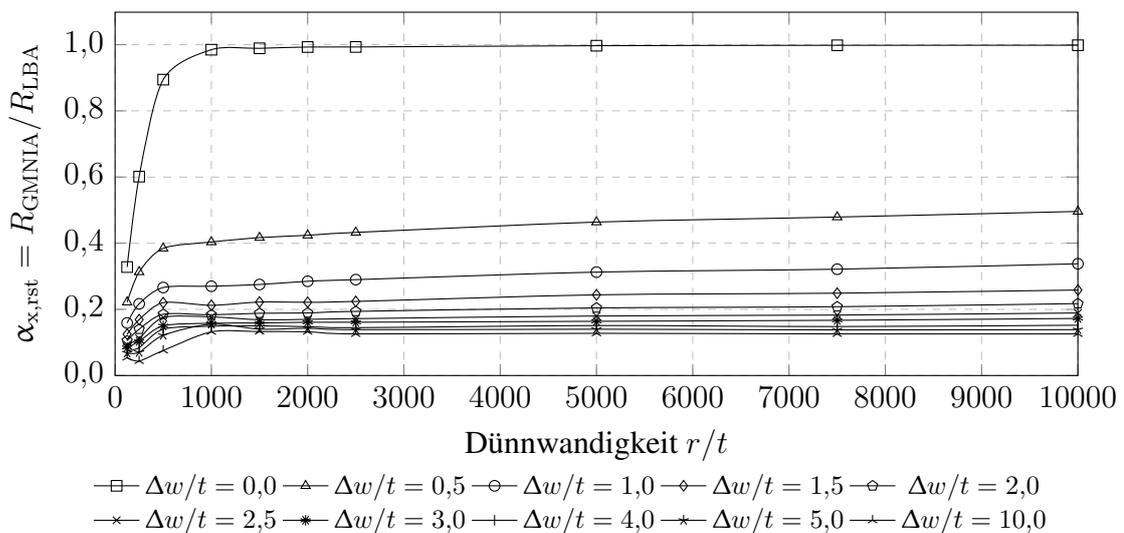
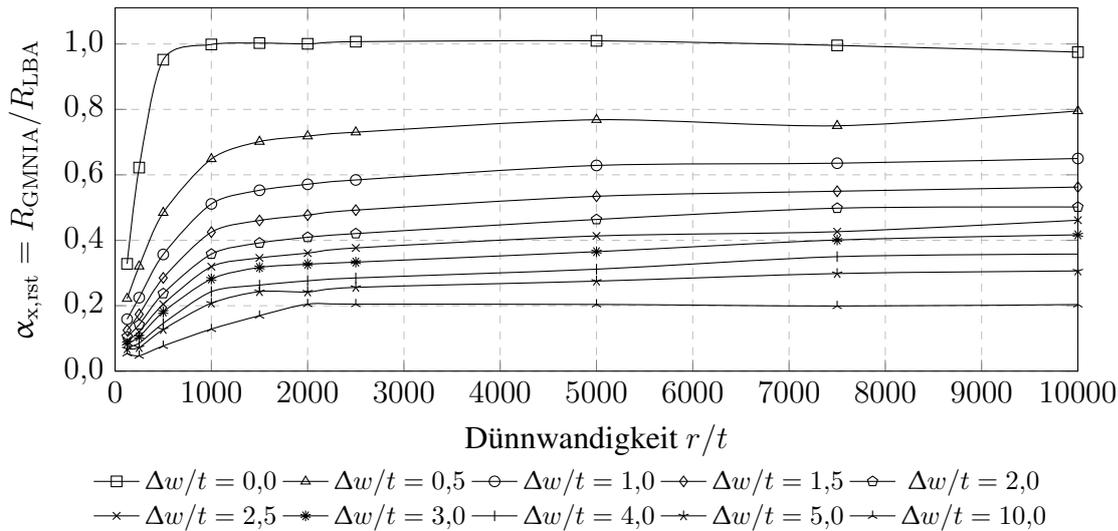
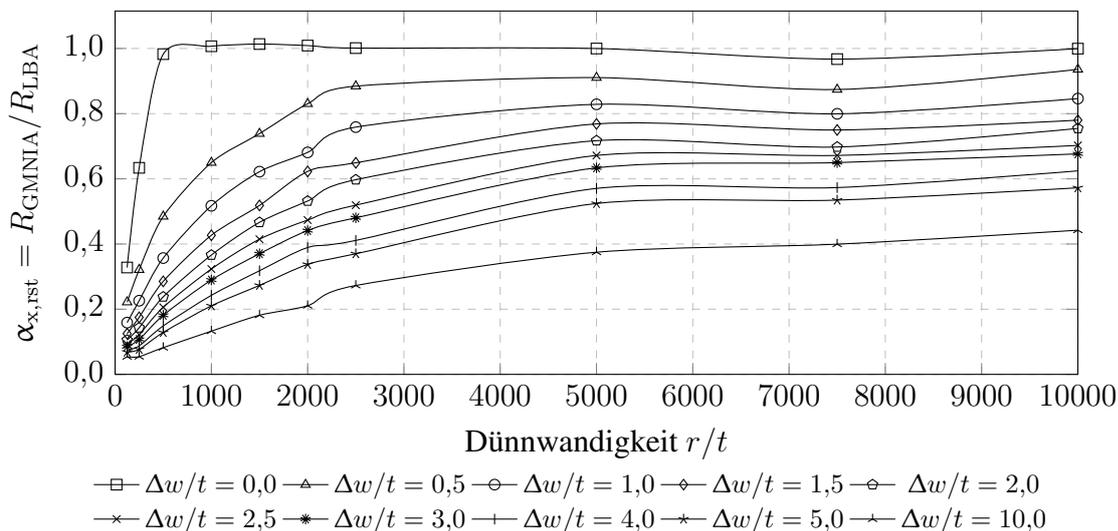


Bild 4.23: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,1$

Bild 4.24: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,4$ Bild 4.25: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,0$

Die Zuwächse von $\alpha_{x,rst}$ mit steigendem Verhältnis r/t lassen sich in zwei Intervallen, $0 < k_{st} \leq 0,4$ und $k_{st} > 0,4$ beschreiben. Im Vergleich der beiden Darstellungen in den Bildern 4.24 und 4.25 lässt sich deutlich das unterschiedliche Verhalten beweisen. Mit steigendem Ringparameter wird der Anstieg der Knockdown-Faktoren mit r/t stetiger. Für $k_{st} = 0,4$ und $\Delta w/t = 1,0$ lässt sich die Kurve in guter Näherung über zwei Geradenfunktionen wiedergeben. Dagegen ist bei $k_{st} = 1,0$ und der gleichen Vorbeultiefe ein allmählicher Übergang bei steigenden Werten für r/t zu erkennen und eine bi-lineare Interpolationsfunktion lässt sich deutlich schwerer ableiten. Dabei sind die Einzelwerte auf der Kurve für höhere Ringparameter jederzeit größer, als für die gleiche Parameterkombination, bei einem geringem Ringversteifungsgrad.

Geometrische Nichtlinearität spielt bei ringversteiften Kreiszyindern eine untergeordnete Rolle, sobald die Dünnewandigkeit $r/t = 1000$ überschreitet. Für die perfekten Zylinder erreicht der elastische Imperfektions-Abminderungsbeiwert $\alpha_{x,rst}$ den Wert eins.

Die Norm [DIN EN 1993-1-6, 2007] gibt für unversteifte Kreiszyllinder dagegen den Faktor $\alpha_{x,g} = 0,83$ zur Berücksichtigung der geometrische Nichtlinearität an. Ein Korrekturvorschlag wird aus den Erkenntnissen der Parameterstudie abgeleitet.

4.4.4 Approximation der numerischen Ergebnisse

4.4.4.1 Approximation des Knockdown-Faktors abhängig von der Imperfektionsamplitude

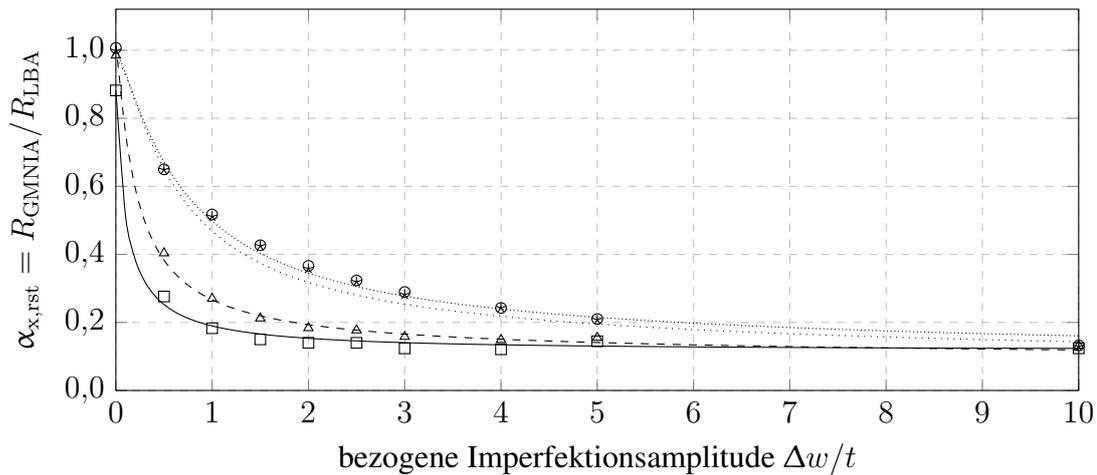
Die Approximierung erfolgt mehrstufig. Im ersten Schritt wird für jeden Ringparameter k_{st} eine Kurvengleichung, abhängig von der Vorbeulteife $\Delta w/t$, bestimmt. Exemplarisch sind in den Bildern 4.26 und 4.27 die entsprechenden Gleichungen mit angegeben. Die Grundgleichung wurde modifiziert, um im nächsten Schritt die Interpolation über k_{st} zu erleichtern. Die parametrisierte Form ist über Gl. 4.7 definiert. Der rechte Term beschreibt dabei vereinfacht die Abhängigkeit des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors infolge geometrischer Nichtlinearität vom Ringversteifungsgrad.

$$\alpha_{x,rst} = \frac{x \left(1 + \Delta w/t + \frac{k_{st} \cdot r}{500 t}\right)}{y + (\Delta w/t)^z} \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10} \tag{4.7}$$

4.4.4.2 Interpolation der freien Parameter abhängig vom Ringparameter

In der zweiten Stufe des Berechnungsverfahrens werden die Werte der freien Parameter x , y und z mittels stetiger Funktionen abhängig vom Ringparameter approximiert.

Wie anhand von Bild 4.28 zu erkennen ist, sind die Kurvenverläufe zwar stetig, würden aber auf komplexe Funktionsgleichungen führen. Daher wurde eine Variation der Parameter mittels mathematischer Operationen mit k_{st} untersucht. Es konnte, für eine



$$\begin{aligned} \square k_{st} = 0,00 & \text{ --- } \frac{0,106 (\Delta w/t + 1,00)}{0,120 + \Delta w/t^{0,970}} & \triangle k_{st} = 0,10 & \text{ - - - } \frac{0,141 (\Delta w/t + 1,20)}{0,167 + \Delta w/t^{1,119}} \\ * k_{st} = 0,40 & \text{ } \frac{0,241 (\Delta w/t + 1,80)}{0,443 + \Delta w/t^{1,289}} & \circ k_{st} = 1,00 & \text{ } \frac{0,198 (\Delta w/t + 3,00)}{0,594 + \Delta w/t^{1,190}} \end{aligned}$$

Bild 4.26: Interpolation von $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$

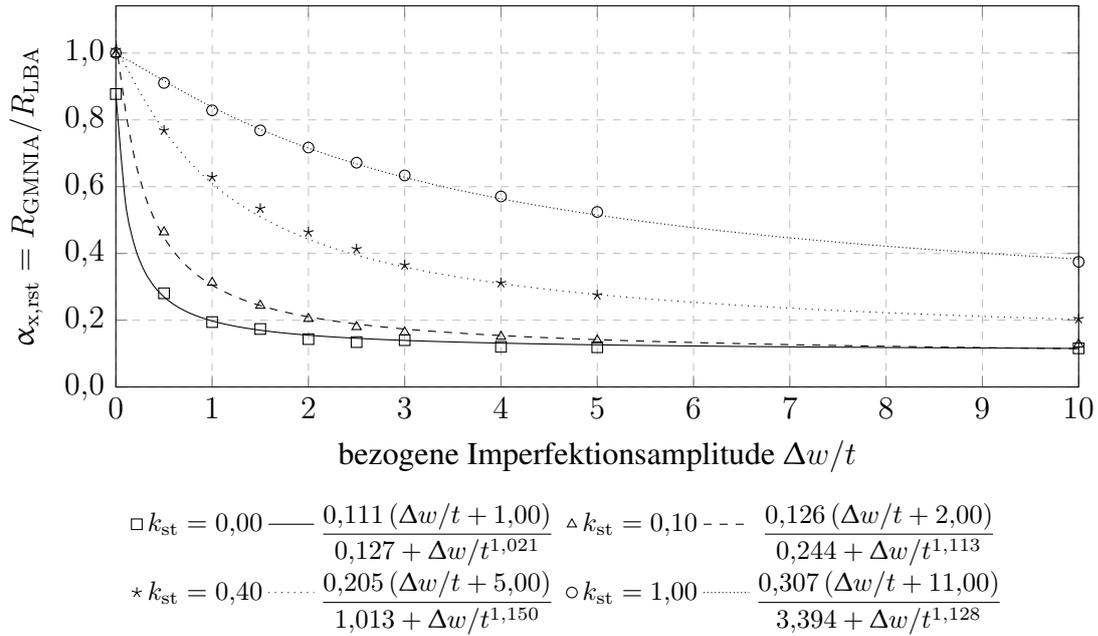


Bild 4.27: Interpolation von $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w / t$ für $r / t = 5000$

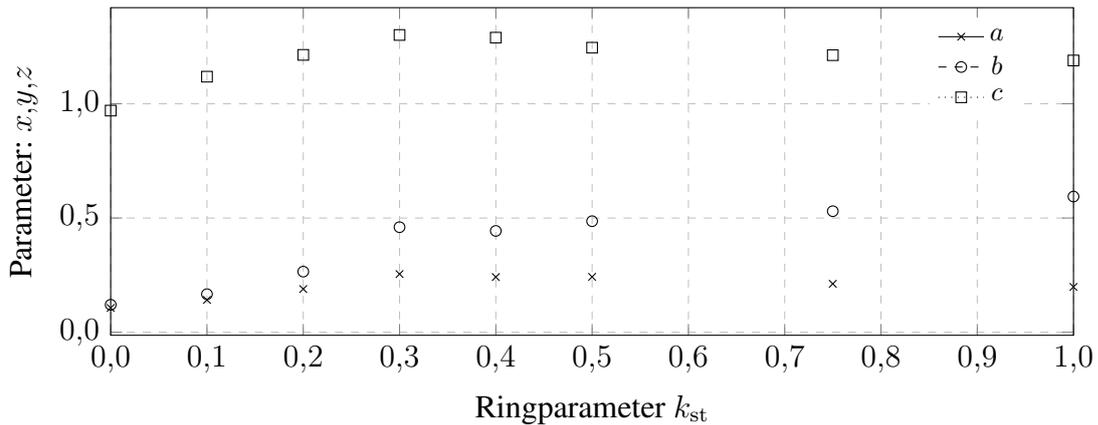


Bild 4.28: Interpolation der freien Parameter x, y und z abhängig von k_{st} für $r / t = 1000$

auf den Ringparameter bezogene Darstellung, nochmals genauere Approximierung der FEM-Ergebnisse erreicht werden. Die Bestimmungsgleichungen sind über die Gln. 4.8 a-c definiert. Exemplarisch sind die sich ergebenden Kurvenverläufe und Gleichungen für $r / t = 1000$ im Bild 4.29 dargestellt.

$$\bar{x} = x \cdot k_{st} \longrightarrow x = \frac{x_a k_{st}^{x_b - 1}}{x_c^{k_{st}}} \tag{4.8a}$$

$$\bar{y} = y \cdot k_{st} \longrightarrow y = \frac{y_a k_{st}^{y_b - 1}}{y_c^{k_{st}}} \tag{4.8b}$$

$$\bar{z} = z \cdot k_{st} \longrightarrow z = \frac{z_a k_{st}^{z_b - 1}}{z_c^{k_{st}}} \tag{4.8c}$$

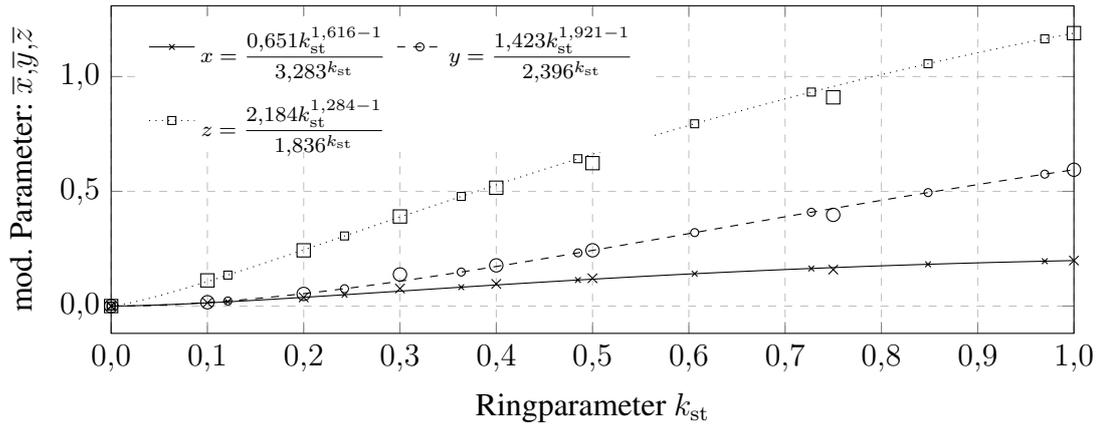


Bild 4.29: Interpolation der freien Parameter \bar{x} , \bar{y} und \bar{z} abhängig von k_{st} für $r/t = 1000$

4.4.4.3 Interpolation der Parameter abhängig von der Dünnwandigkeit

In der dritten Stufe des Approximationsverfahrens müssten die Parameter x_a bis z_c aus Abschnitt 4.4.4.2 über r/t interpoliert werden. Unschwer lässt sich im Bild 4.30 die Unstetigkeit der Werteverläufe in der Darstellung bezogen über die Dünnwandigkeit erkennen. Auch mit einer, je Parameter optimierten, Modifizierung der Werte abhängig von r/t (Bild 4.31) gelänge keine Verbesserung. Die Interpolation der Parameterwerte würde somit nur mit unbefriedigend hohem Fehler gelingen.

Da bereits kleine Abweichungen, aufgrund der Fehlerfortpflanzung, sich stark auf das endgültige Ergebnis auswirken können, wird von einer Interpolation in der dritten Stufe abgesehen und dafür eine Tabelle mit Parameterwerten angegeben. Zwischen den Werten, die abhängig von r/t angegeben sind, ist linear zu interpolieren, wenn die zu untersuchende Geometrie nicht genau einem der angegebenen r/t -Werte entspricht. Alternativ kann der Parametersatz für den nächst kleineren r/t -Wert gewählt werden, da bei steigender Dünnwandigkeit der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor tendenziell zunimmt.

Die lineare Interpolation macht das Verfahren aufwändig. Jedoch lässt sich, z.B. mittels eines Tabellenkalkulationsprogramms, das Formelwerk soweit aufbereiten, dass es nach der Ersterstellung gewinnbringend genutzt werden kann.

Wurde die Komplexität bei unversteiften Kreiszyllindern unter Axialdruck kritisiert, ist sie bei ringversteiften Schalen unter Axialdruck notwendig, um die nichtlinearen Abhängigkeiten der Parameter in ein wirtschaftliches Bemessungsverfahren zu überführen.

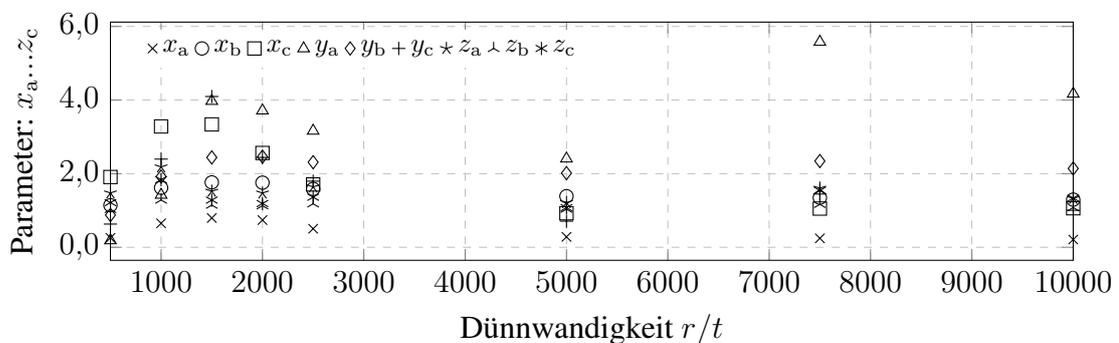
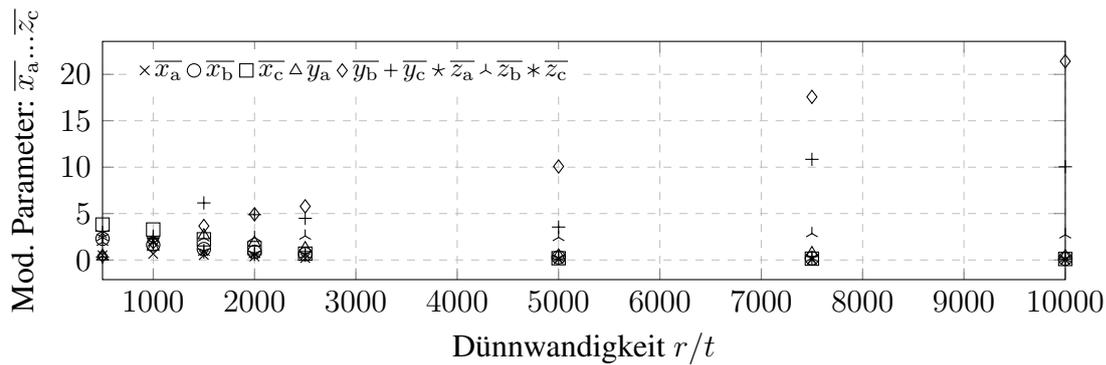


Bild 4.30: Interpolation der freien Parameter in der dritten Stufe über r/t

Bild 4.31: Interpolation der modifizierten, freien Parameter in der dritten Stufe über r/t Tabelle 4.4: Interpolationsparameter für die Approximation von $\alpha_{x,rst}$

r/t	500	1000	1500	2000	2500	5000	7500	10000
x_a	0,2566	0,6509	0,7956	0,7393	0,5043	0,2835	0,2433	0,2111
x_b	1,1425	1,6161	1,7631	1,7557	1,5854	1,3879	1,3464	1,2943
x_c	1,9089	3,2828	3,3384	2,5619	1,7071	0,9232	1,0516	1,0597
y_a	0,1857	1,4229	3,9730	3,7131	3,1636	2,4076	5,5787	4,1695
y_b	0,8767	1,9212	2,4408	2,4623	2,3111	2,0148	2,3431	2,1410
y_c	0,6302	2,3959	4,0965	2,4409	1,7958	0,7092	1,4459	1,0042
z_a	1,4763	2,1838	1,5233	1,4749	1,6405	1,2144	1,6058	1,3268
z_b	1,0289	1,2840	1,1453	1,1285	1,1804	1,0350	1,1663	1,0792
z_c	1,2135	1,8363	1,2819	1,1885	1,3602	1,0766	1,5444	1,3362

4.4.4.4 Näherungsweise Erfassung der Abhängigkeit von der Dünnwandigkeit

Die Tragfähigkeit ringversteifter Schalen unter Axialdruck ist stark abhängig vom Geometrieparameter r/t . Wie u.a. aus den Bildern 4.18 und 4.20 hervorgeht, bestimmt r/t maßgeblich den Einfluss des Ringparameters k_{st} mit steigender Imperfektionsamplitude $\Delta w/t$. Der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor α_{rst} ändert sich bei eher dickwandigen Schalen kaum bei variierendem Ringversteifungsgrad. Ein steigender Ringparameter bewirkt hingegen bei sehr dünnwandigen Kreiszyindern eine deutliche Zunahme der Tragfähigkeit. Dabei steigt der Zugewinn mit größeren Werten für k_{st} und $\Delta w/t$.

Der Grund für das Verhalten sind die mit steigendem Ringparameter höhere Umfangsmembran- und -biegesteifigkeit der Kreiszyinderschale. Je dünner die Wandstärke ist, desto größer ist der Beitrag der Ringsteifen auf die Umfangssteifigkeit. Kräftige Ringsteifen behindern Umfangsbeulen, somit ein Schachbrettmuster und erlauben so hohe Traglasten.

Die Bilder 4.23 bis 4.25 verdeutlichen zum einen, dass, abhängig von der Imperfektionsamplitude, der Knockdown-Faktor von $r/t = 125$ ausgehend ansteigt. Während die Ergebnisse der GMNA sich als eine bilineare Kurve approximieren lassen, ist der Übergang bei steigenden Imperfektionsamplituden zunehmend stetig, wenn auch immer ein Knick

der Verläufe beobachtet werden kann. Größere Ringversteifungsgrade begünstigen dabei die Stetigkeit der Kurvenverläufe des Knockdown-Faktors $\alpha_{x,rst}$.

Für eine vereinfachte analytische Beschreibung der komplexen Zusammenhänge werden Vereinfachungen eingeführt. Die grafische Darstellung kann Bild 4.32 entnommen werden.

1. Die Traglasten werden auf den Referenzwert der Dünnwandigkeit von $r/t = 1000$ bezogen. Somit verlaufen alle Kurven durch den Punkt (1000,1).

$$k_{\alpha,rst,r/t} = \alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (r/t = 1000) \quad (4.9)$$

2. Der Geometriebereich wird in drei Teilbereiche aufgeteilt, innerhalb derer die Ergebnisse der Parameterstudien jeweils näherungsweise ähnlich, und somit durch Funktionen beschreibbar, sind.
3. Zwischen den Abhängigkeitsparametern r/t , k_{st} und $\Delta w/t$ wird interpoliert. Vorzugsweise wird eine lineare Interpolation durchgeführt. Da dies nicht immer möglich ist, wird, anhand von der grafischen Auswertung der Abhängigkeiten in einer nicht

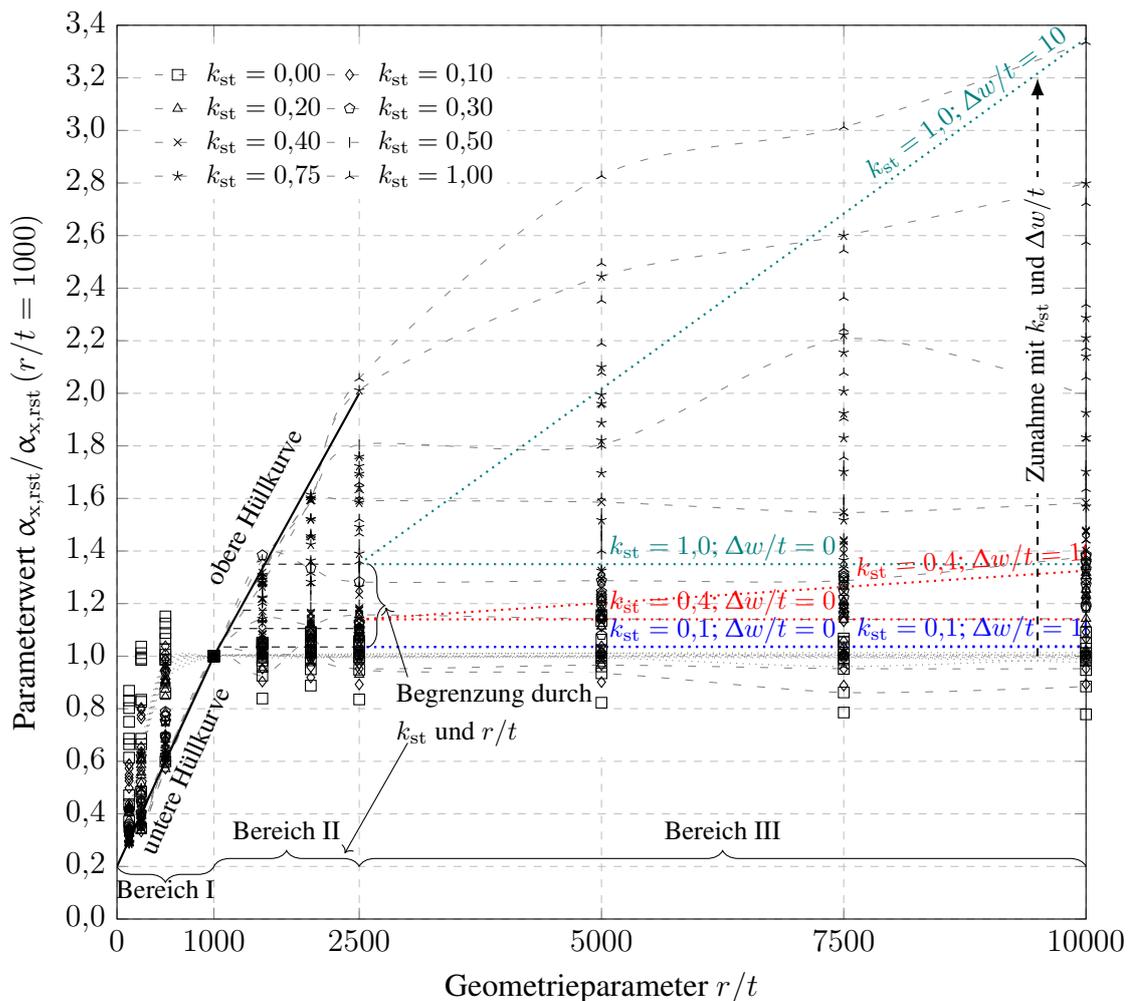


Bild 4.32: Festlegung eines Modifikationsfaktors für $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t , k_{st} und $\Delta w/t$

dokumentierten Nebenrechnung, eine Interpolationsvorschrift abgeleitet und durch die Gegenüberstellung mit den Sollwerten aus den FEM-Ergebnissen optimiert.

Bereich I: $0 < r/t \leq 1000$

Das Verhalten lässt sich zutreffend über eine untere Hüllkurve beschreiben. Tendenziell beulen die eher dickwandigen Zylinder elastisch-plastisch. Der Knockdown-Faktor hat daher einen eher geringen Einfluss.

$$k_{\alpha, \text{rst}, r/t, \text{I}} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{r}{t} + 0,2 \quad (4.10)$$

Bereich II: $1000 < r/t \leq 2500$

Die Tragfähigkeit wird überwiegend durch r/t und k_{st} bestimmt. Der Einfluss der Imperfektionsamplitude kann vernachlässigt werden. Eine obere Hüllkurve kann angegeben werden, die abhängig vom Ringparameter begrenzt wird.

$$k_{\alpha, \text{rst}, r/t, \text{II}} = \frac{r}{t} \frac{1}{1500} + \frac{1}{3} \leq 1 + 0,35k_{\text{st}} \quad (4.11)$$

Bereich III: $2500 < r/t \leq 10000$

Neben der Dünnwandigkeit und dem Ringparameter beeinflusst in diesem Bereich auch die Imperfektionsamplitude die Traglast. Es muss daher eine Interpolationsvorschrift gewählt werden, die alle drei Parameter ausreichend genau erfasst. Wie im Bild 4.32 zu erkennen ist, wird als prinzipieller Verlauf eine Gerade gewählt. Der Anstieg dieser ist nichtlinear abhängig von den Parametern r/t und k_{st} .

$$k_{\alpha, \text{rst}, r/t, \text{III}} = 1 + 0,35k_{\text{st}} + \frac{k_{\text{st}}^{3-k_{\text{st}}}}{3750} \left(\frac{r}{t} - 2500 \right) \frac{\Delta w/t}{10} \quad (4.12)$$

4.4.4.5 Verifikation der Approximierung

Interpolierte Sensitivitätskurven des Knockdown-Faktors

Die Güte der Approximation zeigt sich auf den Bildern 4.33 und 4.34, exemplarisch für Dünnwandigkeiten von 1000 und 5000. Die Resultate der numerischen Simulation werden nur in sehr geringem Maße unter- oder überschätzt. Die Kurven stellen alle erwarteten Sachverhalte ausreichend genau dar. Dazu zählen u.a. der fallende Verlauf bei steigender Imperfektionsamplitude, die Zunahme von $\alpha_{x, \text{rst}}$ mit steigendem Ringparameter und die Zunahme der Knockdown-Faktoren mit steigender Dünnwandigkeit.

Vergleich der Traglast ermittelt mit FEM und anhand von tabellierten Parameterwerten

Mit der Anwendung der Bestimmungsgleichungen Gl. 4.7 sowie Gln. 4.8 a-c in Verbindung mit den Freiwerten aus Tab. 4.4 ergeben sich Tragfähigkeiten, die gut mit den FEM-Ergebnissen übereinstimmen. Die geringe Streubreite des Faktors $\alpha_{x, \text{rst}, \text{FEM}} / \alpha_{x, \text{rst}, \text{approx}}$ wird anhand der Bilder 4.35 und 4.36 deutlich.

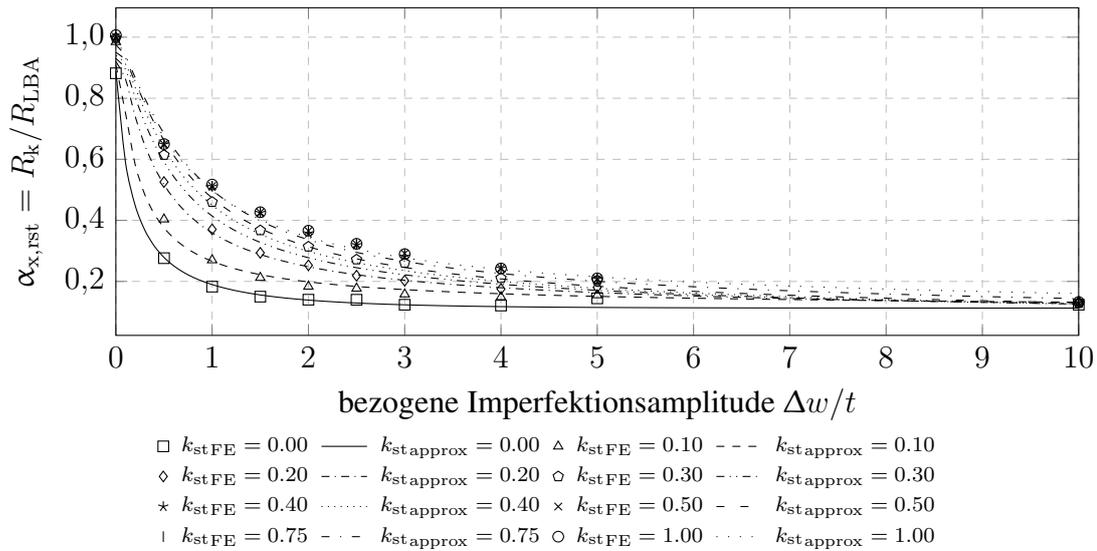


Bild 4.33: Interpolierter Knockdown-Faktor abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$

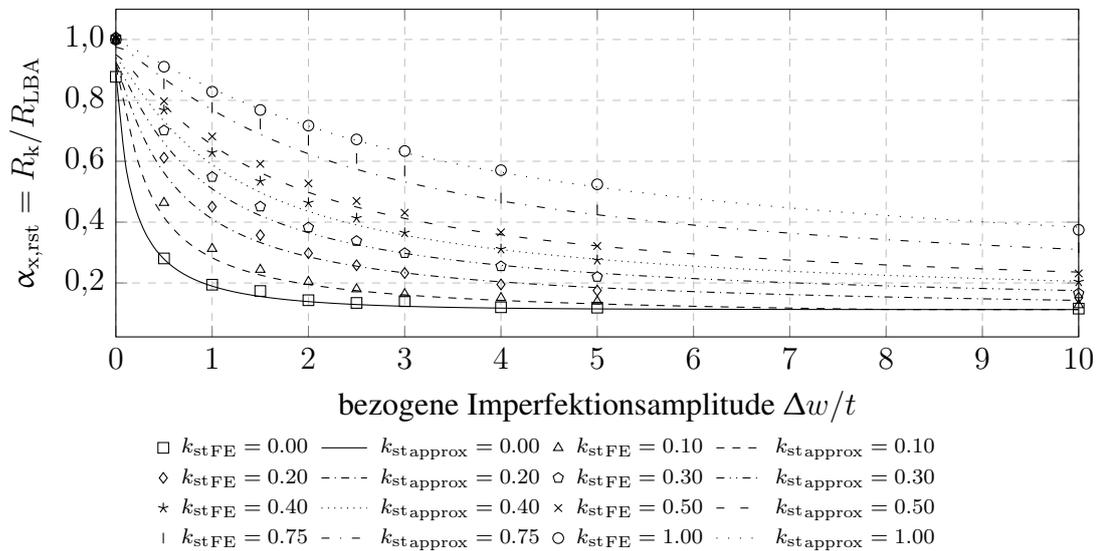
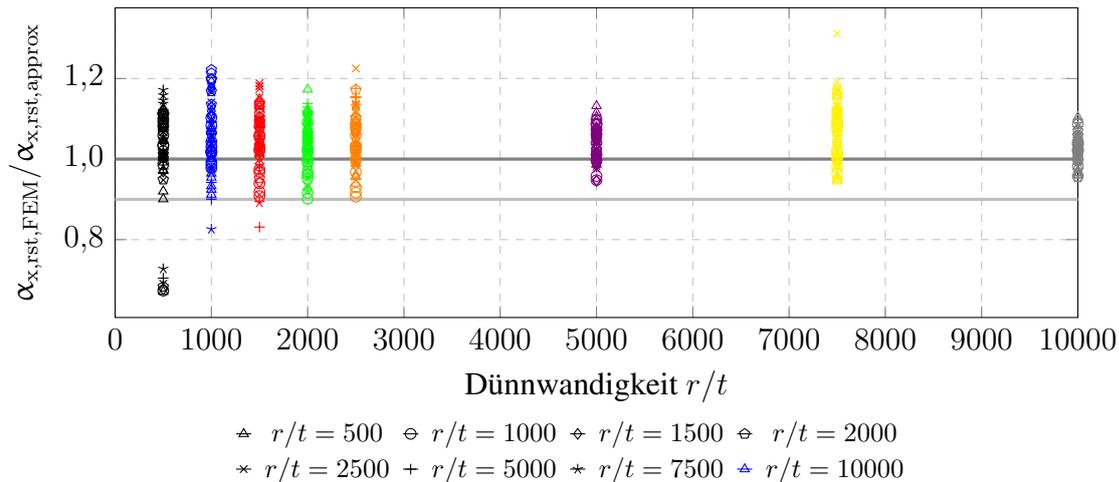
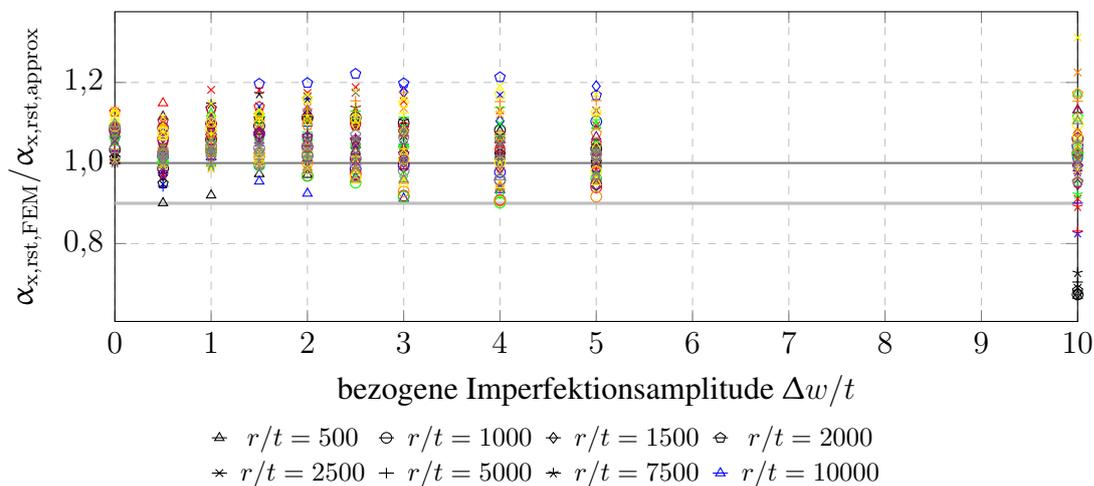


Bild 4.34: Interpolierter Knockdown-Faktor abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$

Im relevanten Bereich der Vorbeulamplituden bis etwa $\Delta w/t = 5$ liegen alle Simulationsergebnisse im Bereich von etwa 0,9 bis 1,2 mal dem interpolierten Wert. Damit sind die approximierten Traglasten maximal ca. zwanzig Prozent gegenüber den FEM-Simulationen zu sicher. Die maximale Unsicherheit von ca. zehn Prozent gegenüber den Ergebnissen der Parameterstudien liegt im Bereich des Teilsicherheitsfaktors $\gamma_{M1} = 1,1$.

Da höhere Vorbeultiefen für den Dünnwandigkeitsbereich $r/t < 1500$ als $\Delta w/t = 5$ baupraktisch keine Relevanz haben, ist die Unterschreitung von $\alpha_{x,rst,FEM}/\alpha_{x,rst,approx}$ bei hohen Imperfektionstiefen unkritisch.

Bild 4.35: Gegenüberstellung der Approximation und FE-Berechnung abhängig von r/t Bild 4.36: Gegenüberstellung der Approximation und FE-Berechnung abhängig von $\Delta w/t$

Verifikation der näherungsweise Berücksichtigung des r/t -Verhältnisses

Für dickwandigere Zylinder ($r/t = 500$) ergibt sich eine bis zu etwa 55 % konservative Abschätzung des tatsächlichen elastischen Imperfektions-Abminderungsbeiwertes. Im Bild 4.38 werden Überschreitungen der FEM-Ergebnisse bis zu etwa 35 % deutlich ($r/t = 500$). Dies ist jedoch unkritisch, da bei baupraktisch relevanten Vorbeultiefen (Herstellertoleranzklasse C, $r/t = 500$: $\Delta w/t \approx 1,4$) die numerischen Ergebnisse konservativ angenähert werden (Bild 4.38).

Eine bessere Approximierung der Simulationsergebnisse gelingt nur über eine genauere Unterteilung der Bereiche, abhängig von den einzelnen Parametern r/t , k_{st} und $\Delta w/t$. Die Erfassung des Einflusses von r/t mittels eines Beiwertes, der Gültigkeit für den gesamten Bereich haben soll, ist gegenüber der linearen Interpolation zwischen definierten r/t -Verhältnissen, mit größeren Fehlern behaftet.

Über den gesamten Dünnwandigkeitsbereich liegen die Ergebnisse im relevanten Vorbeultiefenbereich bei maximal ca. zwölf Prozent auf der unsicheren Seite. Dies liegt in etwa im Bereich des üblichen Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{M1} = 1,1$.

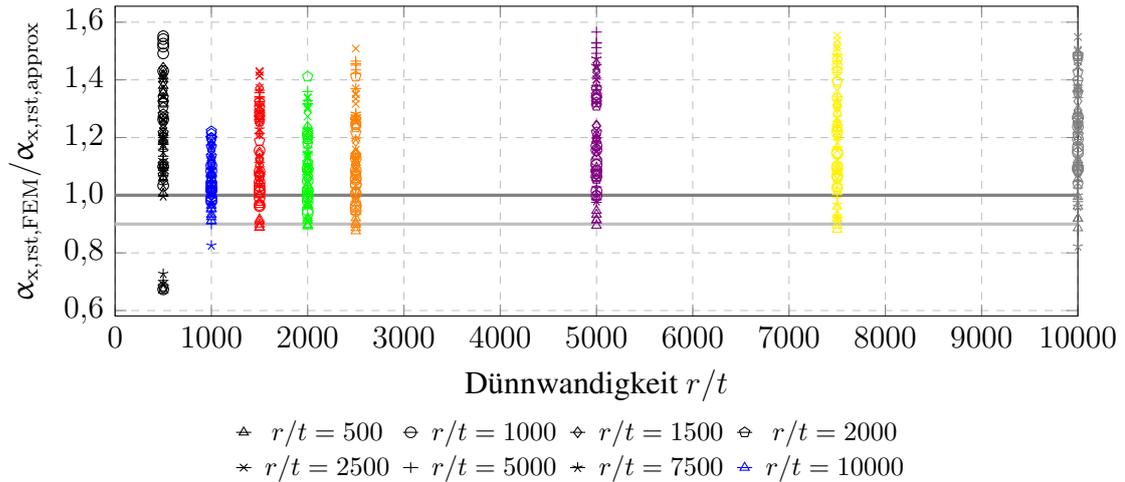


Bild 4.37: Gegenüberstellung von Approximation und FE-Berechnung abhängig von r/t

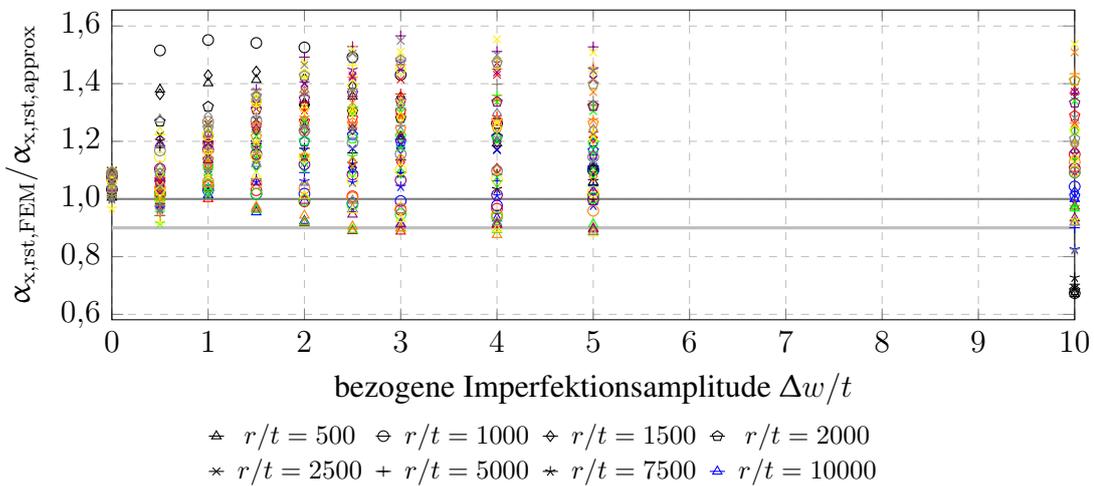


Bild 4.38: Gegenüberstellung von Approximation und FE-Berechnung abhängig von $\Delta w/t$

Das Ergebnis stellt jedoch nur einen Anhaltspunkt für die Güte der Annäherung im gesamten, relevanten Parameterbereich dar. Die Tragfähigkeit des Einzelfalls hängt von der Vorbeultiefe ab, die aus der Kalibrierung des Bemessungsverfahrens, anhand von den Experimenten aus der Literatur, ermittelt wird (Abschnitt 4.4.6).

4.4.5 Ableitung der Beulkurvenparameter mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve

4.4.5.1 Darstellung von ausgewählten modifizierten Kapazitätskurven

Die modifizierten Kapazitätskurven werden aus numerischen Ergebnissen abgeleitet, die mit einer festen Dünnwandigkeit von $r/t = 1000$ ermittelt worden sind. Die Schlankheiten sind über eine Modifikation der Streckgrenze variiert worden. Die Ergebnisse, dargestellt in den Abschnitten 4.4.1 bis 4.4.4, werden um die Ringparameterwerte $k_{st} =$

0,02; 0,04; 0,06; 0,08; 0,15; 2,0 erweitert. Die Ableitung der Beulkurvenparameter wird im Folgenden, wie bereits im Abschnitt 3.5.3 beschrieben, durchgeführt.

Anhand der Bilder 4.39 bis 4.41 ist gut zu erkennen, dass sich das Tragverhalten mit steigendem Ringparameter deutlich ändert. Während für $k_{st} = 0,1$ noch für alle Vorbeultiefen der Wert des plastischen Bereichsfaktors $\beta_{x,rst}$ in der Größenordnung der unversteiften Schale liegt, nimmt der Betrag mit steigendem Ringparameter drastisch ab. Dies deutet auf ein elastisch-plastisches Beulverhalten, bis in hohe Schlankheitsgrade hinein, hin und deckt sich mit den Beschreibungen zum Beulverhalten im Abschnitt 4.3. Wenn k_{st} den Wert 2,0 erreicht, ist nicht immer für $\beta_{x,rst}$ ein Wert zu ermitteln, da die Kurven nicht alle einen Knick, wie dies noch bis $k_{st} = 1,0$ der Fall ist, aufweisen.

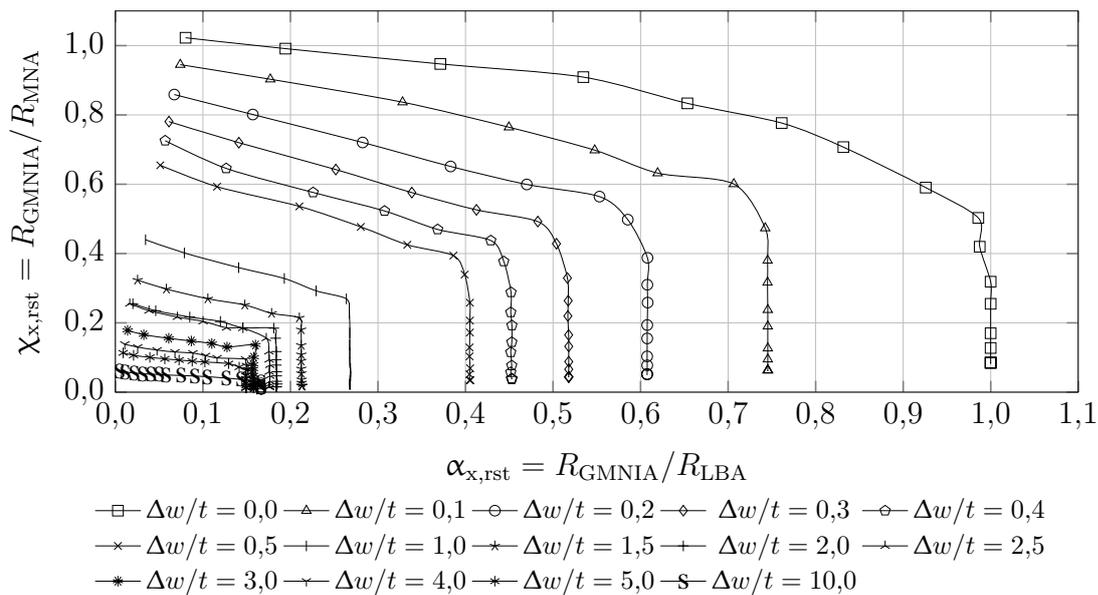


Bild 4.39: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,1$

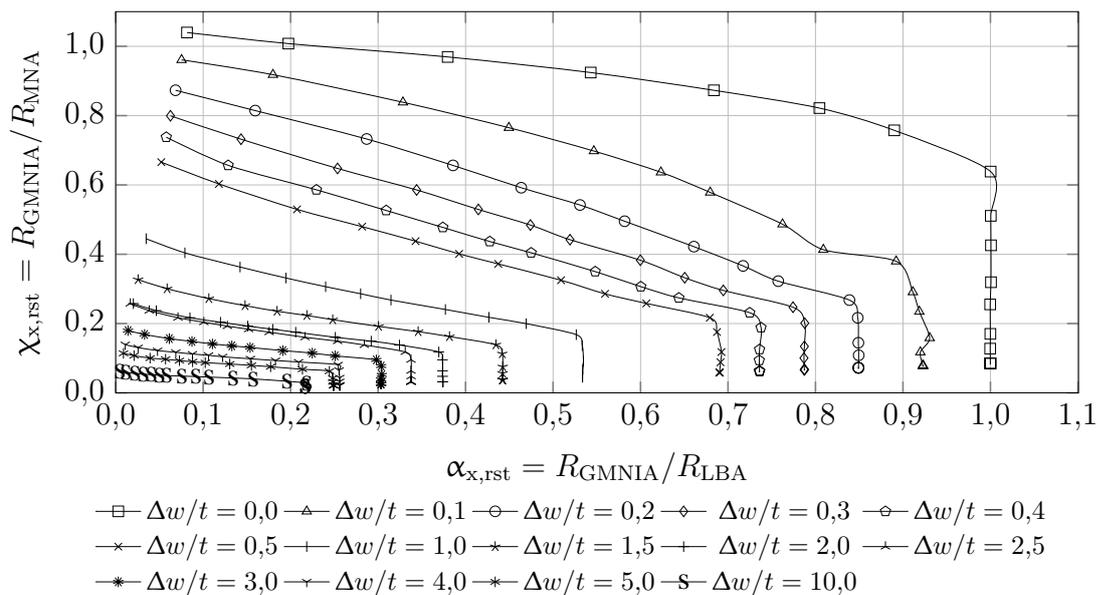


Bild 4.40: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$

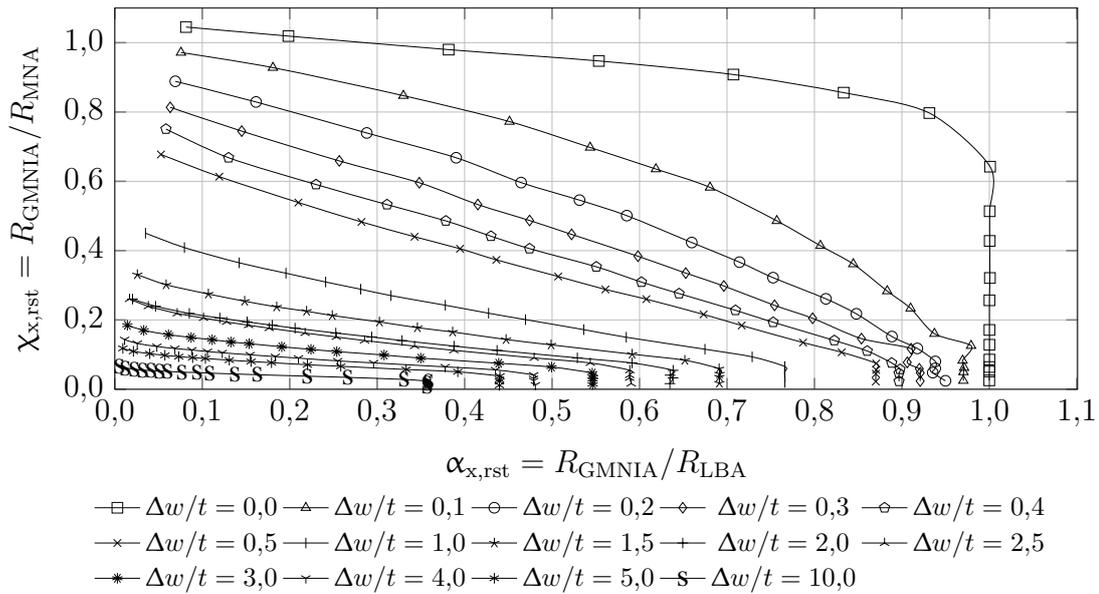


Bild 4.41: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$

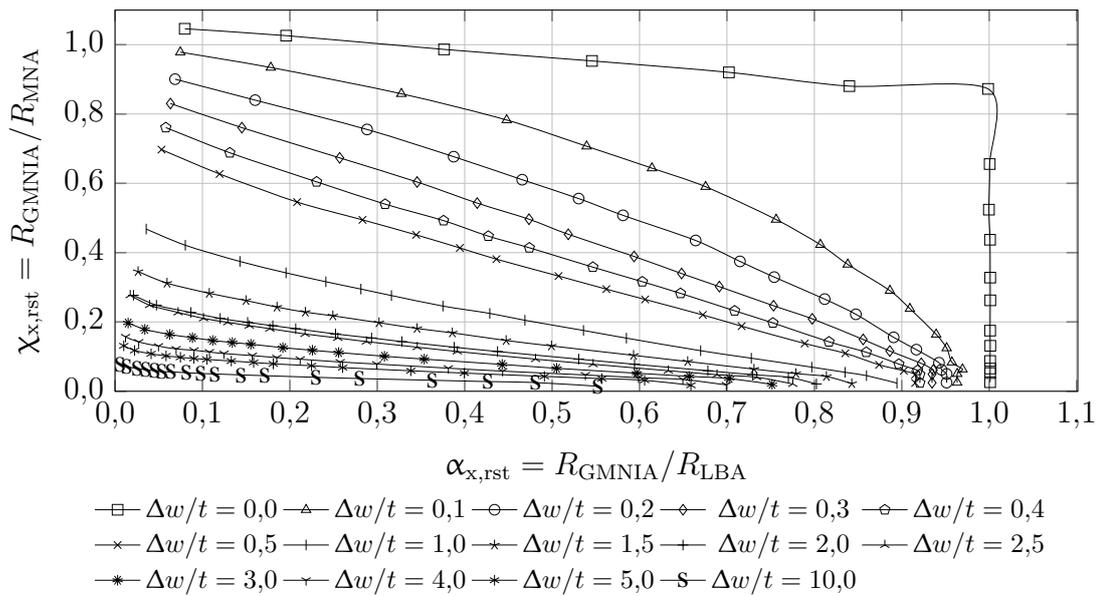
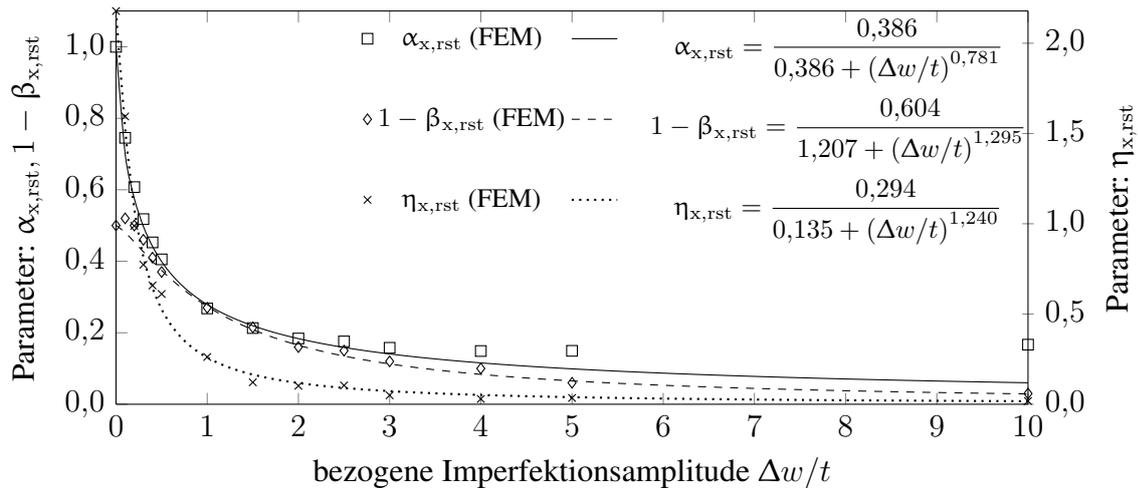
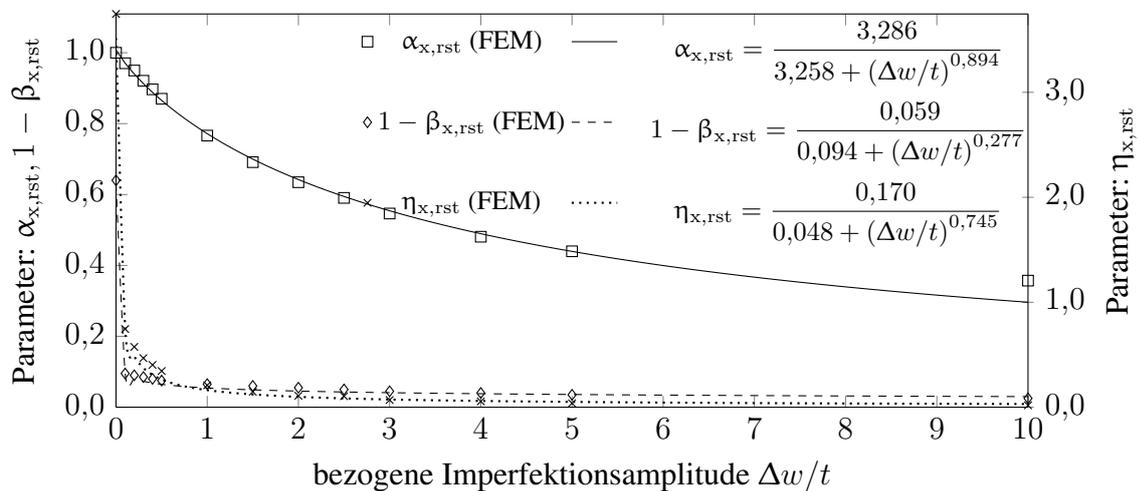


Bild 4.42: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,0$

4.4.5.2 Ermittlung der Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude

Die Beulkurvenparameter wurden, abhängig von der Vorbeultiefe, ermittelt und in Diagrammform gebracht. Exemplarisch sind in den Bildern 4.43 und 4.44 die Kurvenverläufe dargestellt. Da erwartet wurde, dass tendenziell geringe Vorbeultiefen zutreffend sind, um das Tragverhalten realitätsnah anzugeben, wurden die Interpolationsfunktionen gemäß Gl. 4.13 auf den Amplitudenbereich bis $\Delta w/t = 3$ optimiert. Für größere Vorbeultiefen sind diese daher überwiegend konservativ. Alle drei Beulparameter, $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\eta_{x,rst}$ haben einen ähnlichen Verlauf, der gekennzeichnet ist von abnehmenden Werten mit

Bild 4.43: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,1$ Bild 4.44: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,0$

steigender Vorbeultiefe. Einzig der Knockdown-Faktor unterscheidet sich in den Werten deutlich abhängig vom Ringparameter. Dieses Verhalten war anhand der Erkenntnisse aus dem Abschnitt 4.4.1 zu erwarten.

Alternativ zur Interpolation der Freiwerte durch die Gleichungen im Abschnitt 4.4.5.3, können die in Tab. 4.5 angegebenen Parameterwerte zur Tragfähigkeitsermittlung verwendet werden. Zwischen den einzelnen Ringparametern kann linear interpoliert werden, sollte der zu überprüfende Ringversteifungsgrad keinem der angegebenen Werte entsprechen.

k_{st}	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	e_1	e_2	e_3
0,000	0,251	0,280	0,441	0,635	0,978	1,228	0,165	0,091	1,403
0,020	0,287	0,313	0,718	0,623	1,074	1,345	0,307	0,129	1,402
0,040	0,300	0,318	0,731	0,615	0,947	1,185	0,221	0,108	1,309
0,060	0,321	0,327	0,754	0,564	0,940	1,264	0,278	0,128	1,350
0,080	0,352	0,353	0,753	0,550	0,948	1,247	0,293	0,143	1,231
0,100	0,386	0,386	0,781	0,604	1,207	1,295	0,294	0,135	1,240
0,150	0,497	0,497	0,814	0,507	1,004	1,253	0,325	0,145	1,177
0,200	0,605	0,605	0,853	0,439	0,829	1,081	0,285	0,119	0,969
0,300	0,868	0,869	0,892	0,256	0,400	0,516	0,292	0,102	0,894
0,400	1,158	1,155	0,868	0,221	0,345	0,605	0,239	0,094	1,102
0,500	1,465	1,465	0,909	0,151	0,236	0,367	0,233	0,067	0,874
0,750	2,248	2,246	0,879	0,125	0,194	0,302	0,226	0,065	0,795
1,000	3,286	3,258	0,894	0,059	0,094	0,277	0,170	0,048	0,745
2,000	7,575	7,695	0,780	0,042	0,282	0,389	0,224	0,231	0,969

Tabelle 4.5: Tabellarische Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 4.13

$$\alpha_x \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1}{a_2 + (\Delta w/t)^{a_3}} \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10} \quad (4.13a)$$

$$1 - \beta_{x,rst} = \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w/t)^{b_3}} \quad (4.13b)$$

$$\eta_{x,rst} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w/t)^{e_3}} \quad (4.13c)$$

4.4.5.3 Interpolation der Freiwerte abhängig vom Ringparameter

Da die reinen Parameterwerte keine Interpolation mittels stetiger Funktionen zulassen, wurde iterativ eine durch k_{st} modifizierte Darstellung ermittelt, mit der die Funktionswerte approximiert werden konnten. Die Kurven wurden mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt. Dabei wurde die Wichtung einzelner Werte so angepasst, dass eine möglichst optimale Annäherung an die FEM-Ergebnisse erreicht werden konnte. Da die Beulkurvenparameter besonders starken Einfluss auf nur beschränkte Teilbereiche des Parameterraumes nehmen, können die Approximationsfunktionen gezielt so angepasst werden, dass im jeweils stark beeinflussten Bereich ein optimales Ergebnis erzielt wird.

Zur Veranschaulichung der Einflussnahme einzelner Beulkurvenparameter wurden diese exemplarisch in Tab. 4.6 für drei Ringparameter mittels der Gln. 4.14 bis 4.16 berechnet und grafisch in Bild 4.45 dargestellt.

Geringe Vorbeultiefen bedingen hohe plastische Grenzschlankheiten. Hohe Beträge für $(1 - \beta_{x,rst})$ weisen auf eine nur geringe Interaktion aus elastischem Beulen und Werkstofffließen hin [Doerich und Rotter, 2011]. Mit steigendem Ringparameter nimmt der Materialeinfluss zu ($1 - \beta_{x,rst}(\Delta w/t = 0,2)$ für $k_{st} = 0,1$: 0,531, aber deutlich geringer für $k_{st} = 1,0$: 0,092). Je größer der Wert für $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ ist, umso mehr beeinflussen $\eta_{x,rst}$ und

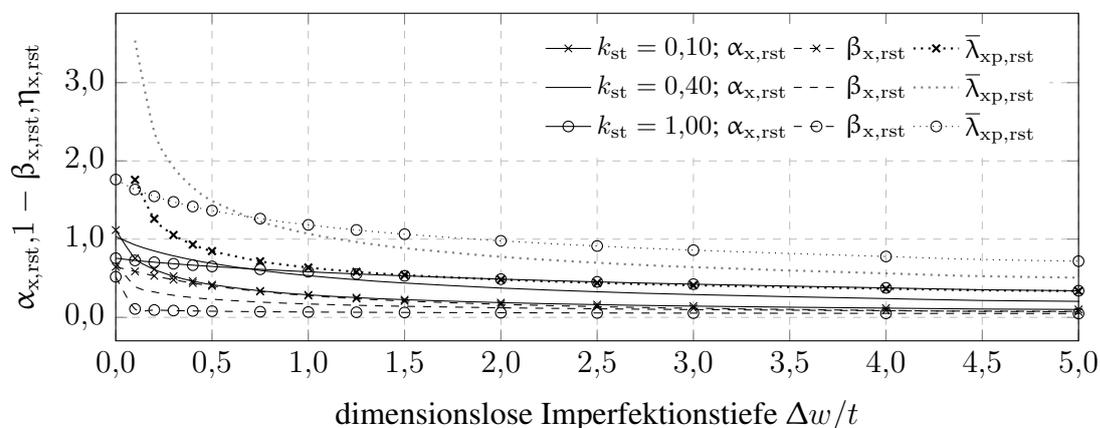
Tabelle 4.6: Tabellarische Darstellung der Abhängigkeit der Beulkurvenparameter $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ von $\Delta w/t$ für ausgewählte k_{st}

$\Delta w/t$	$k_{st} = 0,10$				$k_{st} = 0,40$				$k_{st} = 1,0$			
	α_x	$1-\beta_x$	η_x	$\bar{\lambda}_{xp}$	α_x	$1-\beta_x$	η_x	$\bar{\lambda}_{xp}$	α_x	$1-\beta_x$	η_x	$\bar{\lambda}_{xp}$
0,00	1,116	0,646	1,517	NaN	1,033	0,702	2,263	NaN	0,756	0,519	3,152	1,76
0,10	0,756	0,587	0,979	1,76	0,926	0,399	0,737	3,54	0,728	0,108	0,644	1,63
0,20	0,614	0,531	0,667	1,26	0,849	0,325	0,489	2,37	0,705	0,094	0,438	1,55
0,30	0,526	0,481	0,492	1,05	0,786	0,282	0,374	1,92	0,685	0,087	0,345	1,48
0,40	0,464	0,438	0,384	0,93	0,734	0,253	0,307	1,66	0,668	0,082	0,290	1,42
0,50	0,418	0,402	0,312	0,85	0,689	0,232	0,262	1,49	0,651	0,079	0,253	1,37
0,75	0,339	0,330	0,207	0,72	0,600	0,195	0,195	1,23	0,614	0,073	0,197	1,26
1,00	0,289	0,278	0,152	0,64	0,534	0,172	0,157	1,07	0,583	0,068	0,164	1,18
1,25	0,253	0,239	0,119	0,58	0,481	0,155	0,133	0,96	0,555	0,065	0,142	1,12
1,50	0,226	0,209	0,097	0,54	0,439	0,142	0,115	0,88	0,531	0,063	0,127	1,06
2,00	0,189	0,166	0,070	0,48	0,375	0,123	0,092	0,77	0,489	0,059	0,105	0,98
2,50	0,163	0,137	0,054	0,44	0,328	0,110	0,078	0,70	0,454	0,057	0,091	0,91
3,00	0,144	0,116	0,043	0,41	0,292	0,100	0,067	0,64	0,425	0,054	0,081	0,86
4,00	0,118	0,089	0,031	0,37	0,240	0,086	0,054	0,56	0,377	0,051	0,067	0,78
5,00	0,101	0,071	0,024	0,34	0,205	0,076	0,045	0,51	0,340	0,049	0,058	0,72
10,00	0,061	0,035	0,010	0,26	0,120	0,052	0,026	0,37	0,233	0,042	0,037	0,55

$\beta_{x,rst}$ die Traglast. Folglich wirkt sich der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor kaum auf die Tragfähigkeit aus.

Bei steigenden Vorbeultiefen sinkt der Betrag von $(1 - \beta_{x,rst})$, was auf Werkstofffließen schon bei geringen Beanspruchungen und eine starke Interaktion aus Fließen und Beulen hinweist [Doerich und Rotter, 2011]. Durch die Imperfektion wird das meridionale Biegemoment unter Axialbelastung vergrößert, was zum Plastizieren im Bereich der Steifen führt. Da jedoch auch der Betrag des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors mit steigender Vorbeultiefe abnimmt, sinkt die plastische Grenzschlankheit so weit ab, dass elastisches Beulen die Tragfähigkeit des ringversteiften Kreiszylinders bestimmt.

Mit steigendem Ringparameter wächst der teilplastische Grenzschlankheitsgrad an und $\alpha_{x,rst}$ verliert zunehmend an Bedeutung für die Ermittlung der Traglast des Kreiszylinders.

Bild 4.45: Grafische Darstellung der Abhängigkeit der Beulkurvenparameter $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ von $\Delta w/t$ für ausgewählte k_{st}

4.4.5.4 Ermittlung der freien Parameter für den Knockdown-Faktor

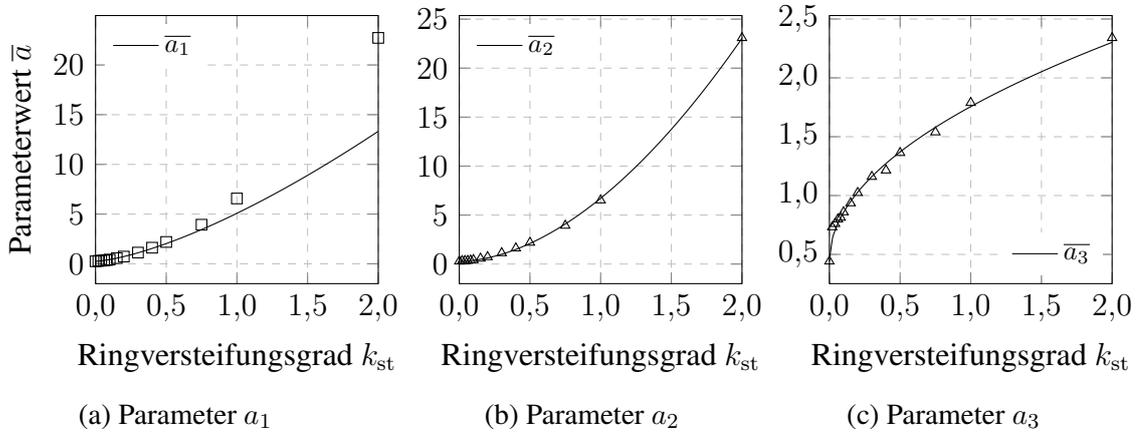


Bild 4.46: Interpolation der Parameterwerte von α_{rst} über k_{st}

$$\bar{a}_1 = (a_{11}k_{st}^{a_{12}} + a_{13}) \cdot (1 + k_{st}) \quad \longrightarrow \quad a_1 = \frac{4,828k_{st}^{1,438} + 0,252}{1 + k_{st}} \quad (4.14a)$$

$$\bar{a}_2 = (a_{21}k_{st}^{a_{22}} + a_{23}) \cdot (1 + k_{st}) \quad \longrightarrow \quad a_2 = \frac{6,428k_{st}^{1,824} + 0,287}{1 + k_{st}} \quad (4.14b)$$

$$\bar{a}_3 = (a_{31}k_{st}^{a_{32}} + a_{33}) \cdot (1 + k_{st}) \quad \longrightarrow \quad a_3 = \frac{1,314k_{st}^{0,501} + 0,442}{1 + k_{st}} \quad (4.14c)$$

4.4.5.5 Ermittlung der freien Parameter für den plastischen Bereichsfaktor

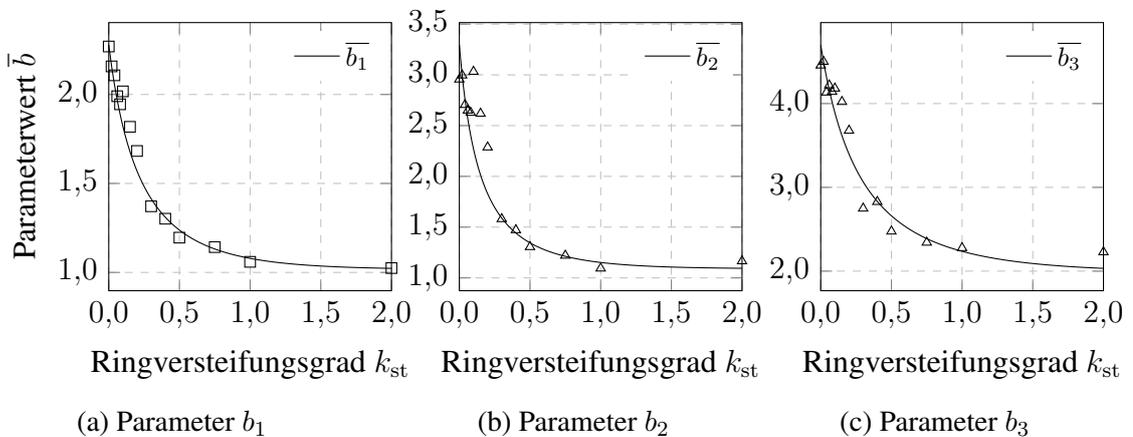


Bild 4.47: Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ über k_{st}

$$\bar{b}_1 = 1 - \frac{b_{11}}{b_{12} + b_{13}^{k_{st}}} \cdot (\sqrt{k_{st}} - 2) \quad \rightarrow \quad b_1 = \left(\frac{-1,836}{-1,806 + 0,104^{k_{st}}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}} \quad (4.15a)$$

$$\bar{b}_2 = 1 - \frac{b_{21}}{b_{22} + b_{23}^{k_{st}}} \cdot (\sqrt{k_{st}} - 2) \quad \rightarrow \quad b_2 = \left(\frac{-1,629}{-1,495 + 0,080^{k_{st}}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}} \quad (4.15b)$$

$$\bar{b}_3 = 2 - \frac{b_{31}}{b_{32} + b_{33}^{k_{st}}} \cdot (\sqrt{k_{st}} - 2) \quad \rightarrow \quad b_3 = \left(\frac{-3,453}{-1,735 + 0,191^{k_{st}}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}} \quad (4.15c)$$

4.4.5.6 Ermittlung der freien Parameter für den Beulkurvenexponenten

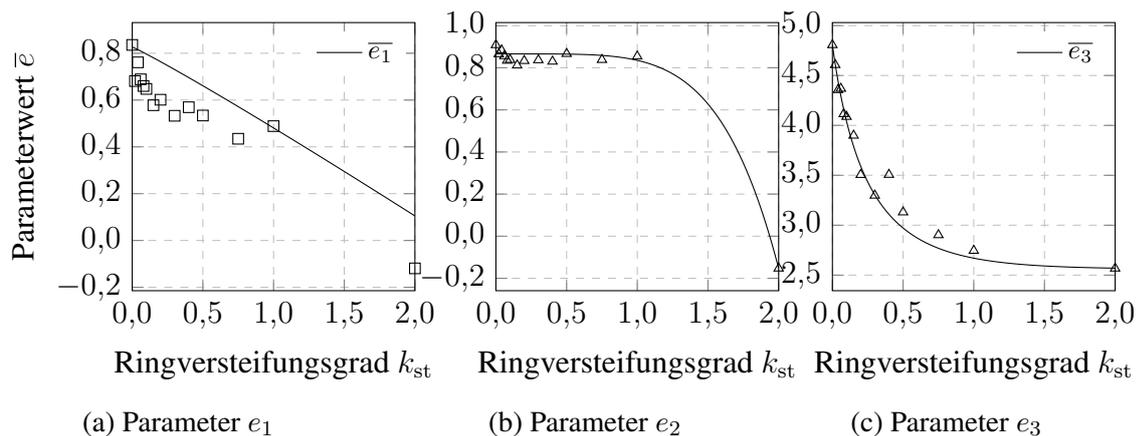


Bild 4.48: Interpolation der Parameterwerte von η_{rst} über k_{st}

$$\bar{e}_1 = 1 - (e_{11}k_{st}^{e_{12}} + e_{13}) \cdot (1 + 2k_{st}) \quad \rightarrow \quad e_1 = -\frac{-0,346k_{st}^{1,062} + 0,827 - 1}{1 + 2k_{st}} \quad (4.16a)$$

$$\bar{e}_2 = 1 - (e_{21}k_{st}^{e_{22}} + e_{23}) \cdot (1 + 2k_{st}) \quad \rightarrow \quad e_2 = -\frac{-0,031k_{st}^{5,055} + 0,866 - 1}{1 + 2k_{st}} \quad (4.16b)$$

$$\bar{e}_3 = 2 - \frac{e_{31}}{e_{32} + e_{33}^{k_{st}}} \cdot (\sqrt{k_{st}} - 2) \quad \rightarrow \quad e_3 = \left(\frac{-5,481}{-2,141 + 0,088^{k_{st}}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}} \quad (4.16c)$$

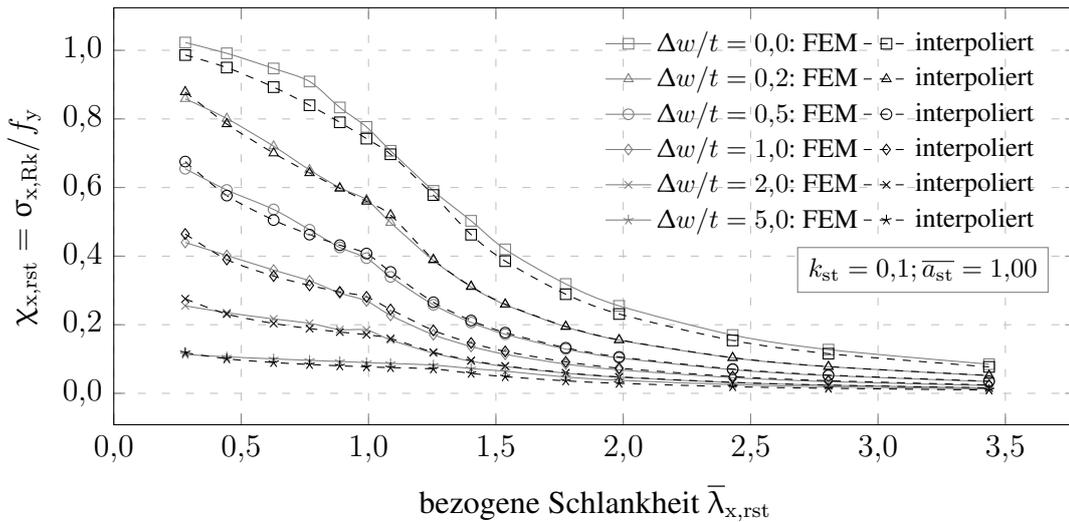


Bild 4.49: Beul-Abminderungsfaktor aus FEM und Interpolation, $k_{st} = 0,1$

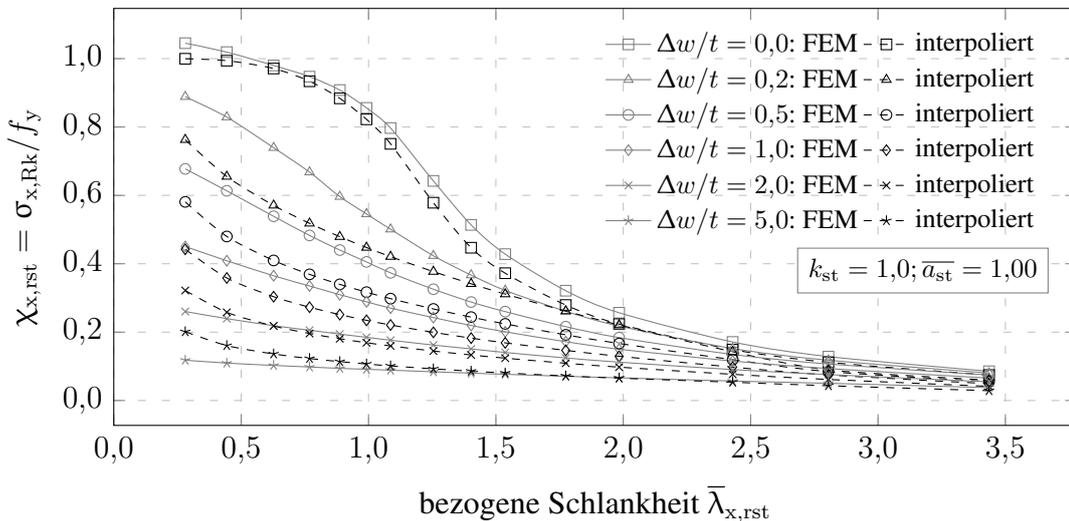


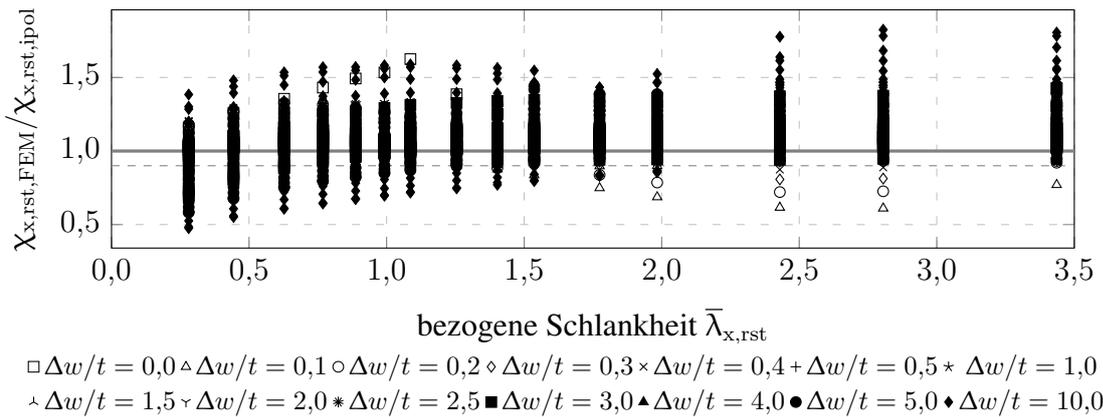
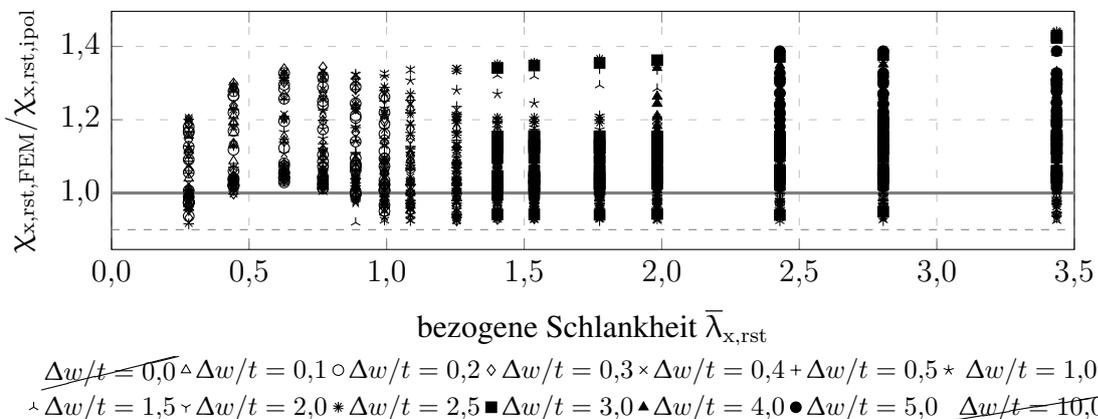
Bild 4.50: Beul-Abminderungsfaktor aus FEM und Interpolation, $k_{st} = 1,0$

4.4.5.7 Verifikation der Approximierung

In den Bildern 4.49 und 4.50 sind die Verläufe des Beul-Abminderungsfaktors $\chi_{x,rst}$, aus der Simulation und der Approximierung dargestellt.

Für kleine Werte des Ringparameters lässt sich generell eine gute Übereinstimmung aus FEM-Berechnung und Interpolation erkennen. Dagegen sind die Abweichungen bei höheren Ringparametern deutlicher. Vor allem bei geringen Schlankheiten unterscheiden sich die approximierten Beul-Abminderungsfaktoren von den simulierten Ergebnissen.

Die Ursache dieser Abweichung liegt in der Ermittlung von $\beta_{x,rst}$. Für hohe Ringparameter ist die Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors nicht immer eindeutig möglich und daher fehlerbehaftet. Es musste jeweils ein möglicher Verlauf der $(1 - \beta_{x,rst})$ -Kurve, abhängig von der Vorbeultiefe, derart ermittelt werden, dass sich zwischen den eindeutig bestimmbar Wertepaaren $(\Delta w/t; 1 - \beta_{x,rst})$ ein stetiger Verlauf ergab. Eine Optimie-

Bild 4.51: Vergleich von FEM-Berechnung und Interpolation, alle k_{st} und $\Delta w/t$ Bild 4.52: Vergleich von FEM-Berechnung und Interpolation, alle k_{st} , nur relevante $\Delta w/t$

rung war nicht für den gesamten Parameterbereich möglich und wurde mit dem Fokus auf dünnwandige Zylinder durchgeführt.

Für sehr geringe bezogene Schlankheitswerte wird die Tragfähigkeit überschätzt. Dies liegt an den hohen Werten für $\eta_{x,rst}$, die, in Abhängigkeit der Vorbeultiefe, aus der modifizierten Kapazitätskurve ermittelt wurden.

Die Approximierung des gesamten Parameterbereiches der FEM-Ergebnisse gelingt nicht zutreffend, wie die Darstellung im Bild 4.51 zeigt. Die Abweichungen liegen zwischen 60 % zur unsicheren, bzw. 50 % zur sicheren Seite. Der Grund dieses Ergebnisses ist die Sensitivität des zweistufigen Approximationsverfahrens. Durch die bereichsweise Optimierung hinsichtlich der maßgeblichen Parameterkombinationen müssen zwangsläufig vernachlässigte Parameterkonstellationen zu sicher oder unsicher angenähert werden.

Die Darstellung der nur der tatsächlich bemessungsrelevanten Resultate im Bild 4.52 erlaubt eine zielführendere Einschätzung der Güte der Approximation. Es wurde für jeden bezogenen Schlankheitsgrad eine Filterung der zutreffenden Imperfektionsamplituden im Bereich von $0,67\Delta w_k/t$ nach Gl. 4.17 bis $1,5\Delta w_k/t$ der Herstelltoleranzklasse C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] vorgenommen. Es kann ein deutlich besseres Ergebnis erzielt werden. Die Abweichungen liegen bei 10% zur unsicheren, bzw. bis zu 45 % zur sicheren Seite.

Da die Tragfähigkeit von der Vorbeultiefe abhängt, ist die zu optimistische Vorhersage der Traglast aus dem Bemessungsverfahren gegenüber der FEM-Berechnung unkritisch. Durch die, im folgenden Abschnitt beschriebene, Kalibrierung an Experimenten aus der

Literatur, wird die etwa zehn prozentige Unsicherheit durch eine höhere Imperfektionsamplitude kompensiert.

Die Abhängigkeit von der geometrischen Nichtlinearität wurde, aufgrund des festen r/t -Verhältnisses, bisher nicht berücksichtigt. Die im Abschnitt 4.4.4.4 abgeleiteten Aussagen lassen sich nicht auf die Ergebnisse dieses Abschnitts übertragen. Die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve zeigt, dass das Beulen in einem großen Parameterbereich von Plastizität beeinflusst wird. Da im Abschnitt 4.4.4.4 die Tragfähigkeit nur vom elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor abhängig beschrieben wurde, sind die Erkenntnisse aus dem Abschnitt 4.4.4.4 nicht auf die Beulkurven, ermittelt anhand der modifizierten Kapazitätskurve, übertragbar.

4.4.6 Bestimmung zutreffender Imperfektionsamplituden

4.4.6.1 Kalibrierung der charakteristischen Imperfektionsamplitude

Das im Abschnitt 4.4.5 hergeleitete und im Punkt 4.6 zusammengefasste Nachweiskonzept erlaubt eine hinreichend genaue Approximation der mittels der FEM simulierten Traglasten. Die Abhängigkeit von der Geometrie, des Materials und der gewählten Vorbeultiefe wird für die maßgeblichen Parameterkombinationen in guter Näherung der numerischen Ergebnisse abgebildet.

Die verringerte Imperfektionssensitivität ringversteifter Kreiszyklinder unter Axialdruck lässt sich durch, gegenüber dem Vorschlag von [DIN EN 1993-1-6, 2007], reduzierte Vorbeultiefen berücksichtigen. Dazu wurden mit den hergeleiteten Bemessungsgleichungen für die Experimente aus [Barlag, 2003] je Versuch iterativ die zutreffende Imperfektionsamplitude ermittelt.

Die grafische Darstellung, in der „kalib. $\Delta w/t$ “ die iterativ ermittelten Vorbeultiefen bezeichnet, kann Bild 4.53 entnommen werden. Vergleichend wurde die Vorbeultiefe für Herstelltoleranzklasse A der unversteiften Kreiszyklinderschale mit aufgenommen. Da für eine Vielzahl der Versuche Knockdown-Faktoren über eins erreicht wurden, ist die zutreffende Imperfektionsamplitude null.

Durch die Approximierung oberer Hüllkurven der Vorbeultiefe lässt sich eine Bestimmungsgleichung für die Imperfektionsamplitude angeben. Im Hinblick auf die Interpolation der Vorbeultiefen zwischen engringversteiften und unversteiften Kreiszyklindern ist es vorteilhaft, die bereits für die unversteifte Schalen verwendete Gleichung für die Imperfektionsamplitude nach Gl. 3.21 zu modifizieren.

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} \quad (4.17)$$

Eine sichere und dennoch zu wirtschaftlichen Ergebnissen führende obere Hüllkurve der Vorbeultiefen lässt sich über die höhere Wichtung des Parameters Q erreichen (Gl. 4.17).

Das Verhalten ringversteifter Zylinder im hohen Dünnwandigkeitsbereich ist nicht experimentell erforscht. Während für unversteifte Schalen unter Axialdruck noch bis zu etwa $r/t = 4000$ Versuchsergebnisse vorliegen, ist dies bei versteiften Kreiszyklindern nur bis $r/t \approx 750$ der Fall. Die abgeleitete Bestimmungsvorschrift für die Vorbeultiefe unterliegt daher einer gewissen Unsicherheit. Aus den bisher vorgestellten numerischen Ergebnissen lässt sich ableiten, dass mit steigender Dünnwandigkeit die traglaststeigernde

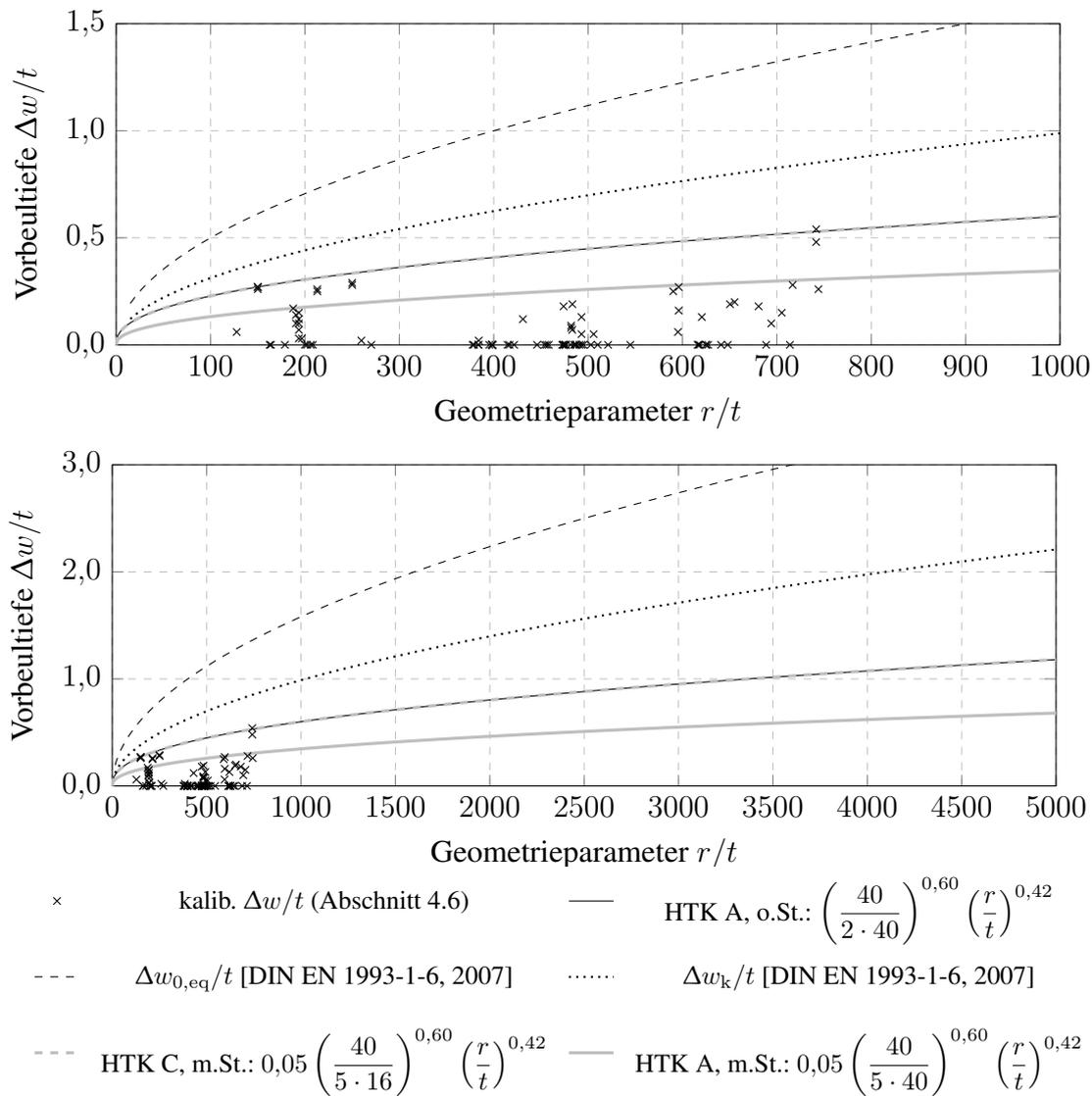


Bild 4.53: Vorbeultiefen (halbe Amplitude für $\Delta w/t$ nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]) abhängig von der Dünnwandigkeit

Wirkung der Ringsteifen zunimmt. Es wird daher ein mit steigendem r/t -Verhältnis abflacheren Kurvenverlauf gewählt.

4.4.6.2 Verifikation der charakteristischen Imperfektionsamplitude

Die mit der Imperfektionsamplitude nach Gl. 4.17 ermittelten Traglasten wurden den Experimenten gegenübergestellt und im Bild 4.54 dargestellt. Da die Vorbeultiefen sich für die drei Herstelltoleranzklassen nicht stark unterscheiden, liegen die Faktoren $\sigma_{x,Exp,rst}/\sigma_{x,Rk}$ für alle Toleranzklassen nah beieinander. Für Herstelltoleranzklasse C liegen alle Verhältnisse in etwa zwischen eins bis drei. Eine sichere Vorhersage wird somit erreicht.

Im Vergleich des vorgeschlagenen Bemessungsverfahrens mit [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017], zeigt sich die deutlich verbesserte Wirtschaftlichkeit des Bemessungsvorschlags (Bild 4.55). Während nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] eine maximale Unterschätzung der Traglast von etwa 900 % berechnet wird, die nach [pr EN

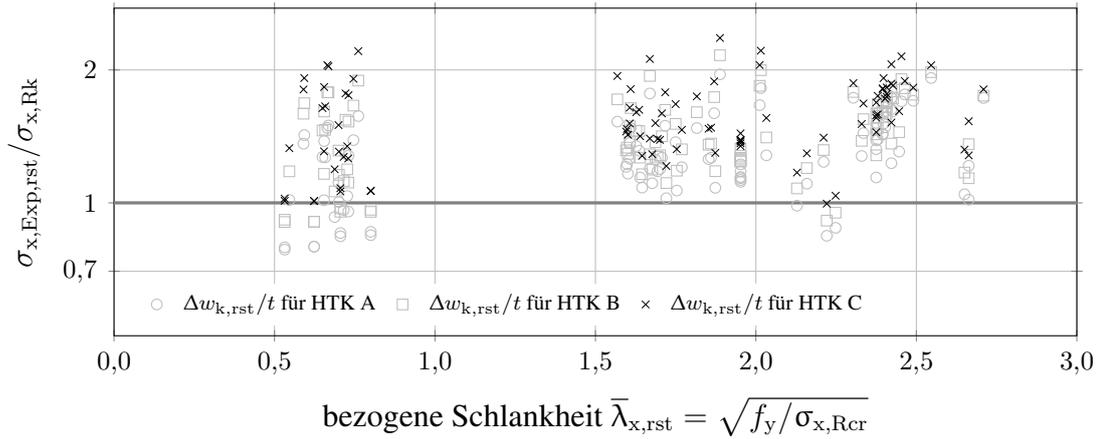


Bild 4.54: Vergleich der berechneten Traglasten mit den Versuchsergebnissen aus [Barlag, 2003] für die Vorbeultiefe nach Gl. 4.17

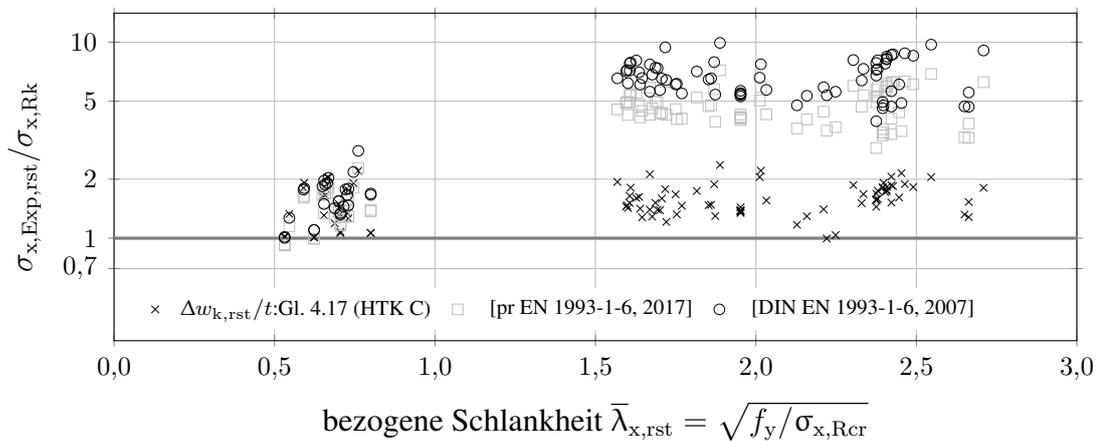


Bild 4.55: Vergleich der Traglasten nach Abschnitt 4.4.5 mit Vorbeultiefe nach Gl. 4.17 sowie Vergleiche von [DIN EN 1993-1-6, 2007] und [pr EN 1993-1-6, 2017] mit Versuchsergebnissen aus [Barlag, 2003] für HTK C

1993-1-6, 2017] auf etwa 600 % reduziert werden kann, liegt die größte Unterschätzung der Tragfähigkeit des Bemessungskonzepts bei etwa 200 % ($\bar{\lambda}_{x,rst} \approx 2$).

4.4.6.3 Amplitude der Ersatzimperfection

Es wurde gezeigt, wie sich die verringerte Imperfektionssensitivität auf die charakteristischen Vorbeultiefe auswirkt. Für die numerische Nachrechnung lässt sich ebenso aus dem Vergleich der Experimente mit den simulierten Sensitivitätskurven eine zutreffende Amplitude ermitteln.

Für die Systeme, die in Tab. 4.7 mit den maßgebenden Parametern zusammengestellt sind, wurden die Sensitivitätskurven ermittelt. Es wurden vorwiegend Versuche an der unteren Grenze der experimentellen Traglasten gewählt, um eine Näherung der Amplitude auf der sicheren Seite zu erreichen. Die Einordnung gegenüber allen Versuchen an ringversteiften, axialbelasteten Kreiszylindern ist in den Bildern 4.56 und 4.57 mit roten

Kreisen dargestellt. Der Trend, dass mit steigender Dünnwandigkeit bzw. mit steigendem Ringparameter mehr Traglast erreicht werden kann, ist erkennbar.

Der Vergleich der Sensitivitätskurve mit den Versuchen, macht deutlich, dass bereits sehr geringe Amplituden der Ersatzimperfection, ausreichen, um die experimentell ermittelten Traglasten zu ermitteln. Die in Tab. 4.7 angegebenen Werte für die bezogene Imperfectionsamplitude, die im Bild 4.59 grafisch dargestellt wird, kann auf der sicheren Seite mit $\Delta w/t = 0,3$ angenähert werden.

Die Empfehlung der Imperfectionsamplitude gilt nur für eine Imperfection, die als achsensymmetrische Beuleigenform einer LBA entnommen wurde. Da aus anderen Vorbeulmustern andere Traglasten resultieren, ist die abgeleitete Amplitude der Ersatzimperfection nicht auf andere Vorverformungen übertragbar.

Tabelle 4.7: Referenzsysteme – Parameter und Amplitude der Ersatzimperfection

System	r [mm]	t [mm]	l [mm]	b_{st} [mm]	t_{st} [mm]	a_{st}
1	222,5	0,300	500,0	0,300	5,000	15,00
2	120,4	0,254	108,0	0,742	0,801	6,00
3	120,4	0,204	105,0	0,143	0,998	5,00
4	120,4	0,254	108,0	0,274	0,500	6,00
5	120,4	0,202	105,0	0,148	1,003	5,00
6	203,2	0,529	412,5	2,572	5,487	29,63

System	k_{st}	r/t	f_y [N/mm ²]	E [N/mm ²]	$\alpha_{x,Exp}$	$\Delta w/t$
1	0,33	742	447	111100	0,651	0,19
2	0,39	474	540	75000	1,128	0,00
3	0,14	590	540	75000	0,650	0,30
4	0,09	474	540	75000	0,616	0,26
5	0,15	596	540	75000	0,644	0,32
6	0,90	384	540	75000	0,830	0,25

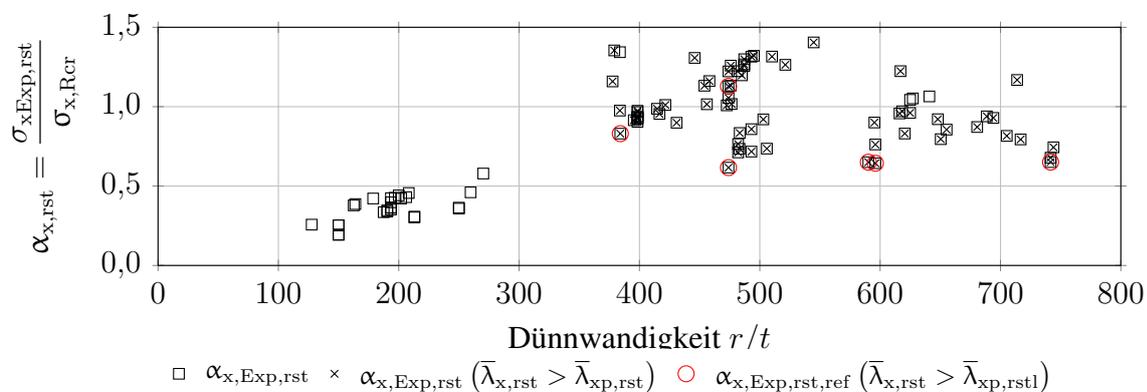


Bild 4.56: Versuchsergebnisse abhängig vom Parameter r/t mit Referenzzyindern

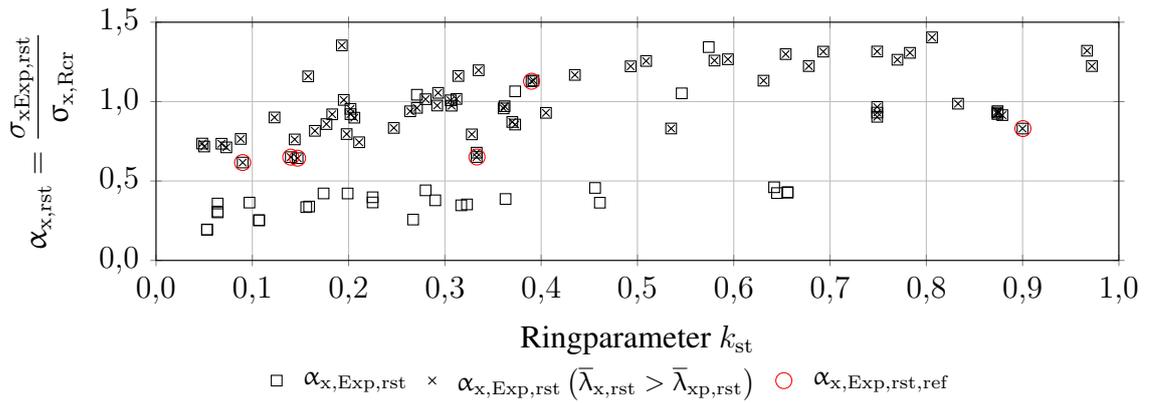


Bild 4.57: Versuchsergebnisse abhängig vom Ringparameter k_{st} mit Referenzzylindern

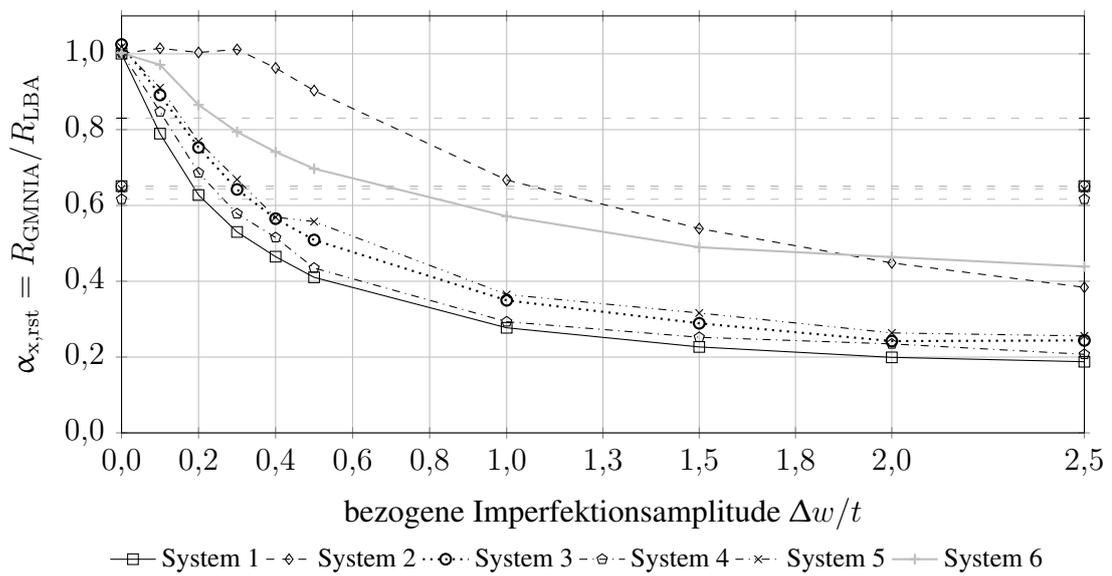


Bild 4.58: Imperfektionssensitivität der Referenzzylinder

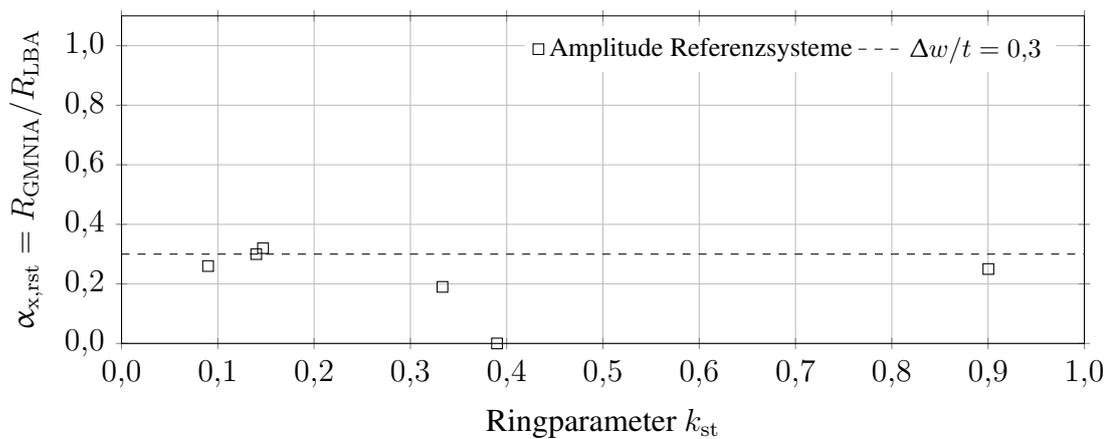


Bild 4.59: Amplitude der Ersatzimperfektion abhängig vom Ringparameter

4.5 Validierung mittels eines Beulversuchs

4.5.1 Zusammenfassung der Versuchsdaten

Einer der wenigen dokumentierten Versuche stammt von [Baker et al., 1982]. Sie untersuchten zwei Kreiszyinderschalen, wovon die in diesem Punkt näher betrachtete einen Radius von 349,3 mm und 0,75 mm Bechdicke hatte. Die Ringsteifen mit je 12,32 mm² Querschnittsfläche wurden entsprechend Bild 4.61a angeordnet. Mit einem Mindeststringparameter von etwa 0,06 ist der Kreiszyylinder schwach versteift.

Anhand der Materialtests konnte eine Ersatzstreckgrenze für den verwendeten Stahl nach ASTM, A366, von $R_{p,0.2} = 201 \text{ N/mm}^2$ bei einem E-Modul $E = 191\,192 \text{ N/mm}^2$ festgelegt werden.

Die punktweise Belastung der massiven Platte auf dem Kreiszyylinder hatte eine Ausmitte des halben Radius. Der Versuchsaufbau ist Bild 4.61 dargestellt.

Die Versuchslast wurde auf 102,3 kN ($\alpha_{x,rst} = 0,25$, wenn Zylinder unter konstantem Axialdruck unterstellt werden würde) festgelegt. Ein plötzlicher Anstieg der Verformungen bei nur sehr geringer zusätzlicher Laststeigerung diente als Abbruchkriterium.

Es wurde vor dem Versuch eine detaillierte Vermessung vorgenommen. Im Bericht ist jedoch nur ein sehr grobes Raster von 12 Punkten in der Höhe und 36 Stellen entlang des Umfangs angegeben. Das im Bild 4.60 dargestellte Vorbeulmuster konnte, aufgrund der geringen Anzahl Messpunkte, nicht in ein Berechnungsmodell übernommen werden. Die Nachrechnung des Versuches mit der tatsächlichen Ausgangsform der getesteten Zylinder war daher nicht möglich und die Berechnungen mussten sich auf die Überprüfung des Vorschlages zur Annahme der Amplitude beschränken.

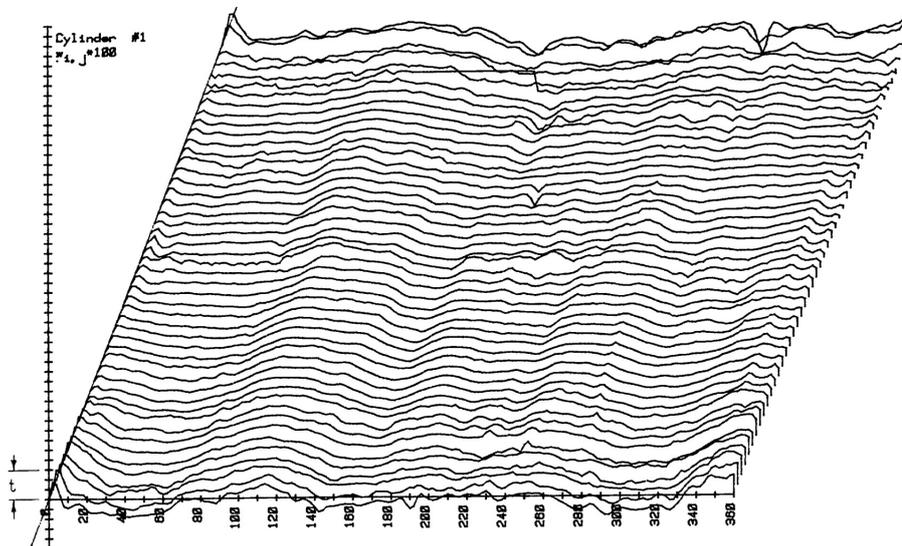
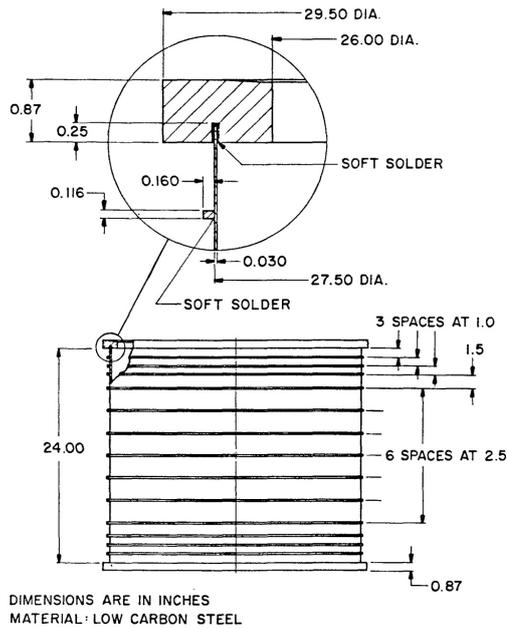


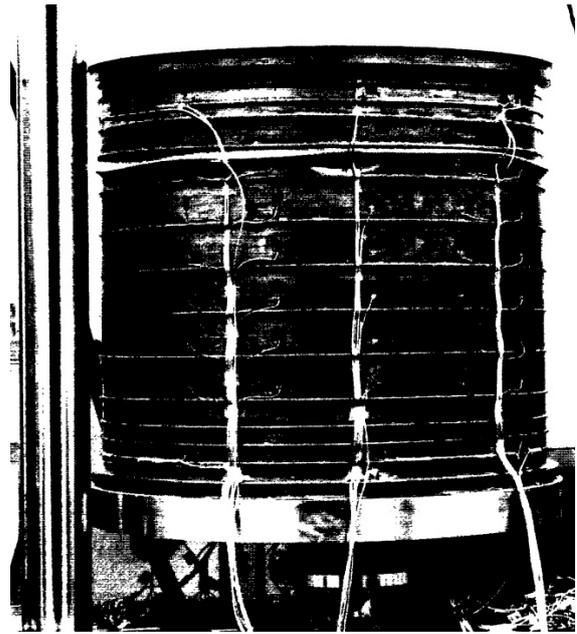
Bild 4.60: Vorbeulmuster des ersten Testkörpers beim Beulversuch aus [Baker et al., 1982]

4.5.2 Nachrechnung des Versuchs mit Ersatzimperfektionen

Mit Gl. 4.1 kann ein Knockdown-Faktor von etwa 0,43 ermittelt werden. Die Beule fiel im fünften Ring von oben, also im ersten Feld mit größerem Steifenabstand als einer Beulwelle,



(a) Geometrie für Beulversuch



(b) Beulfigur im Experiment

Bild 4.61: Beulversuch von [Baker et al., 1982]

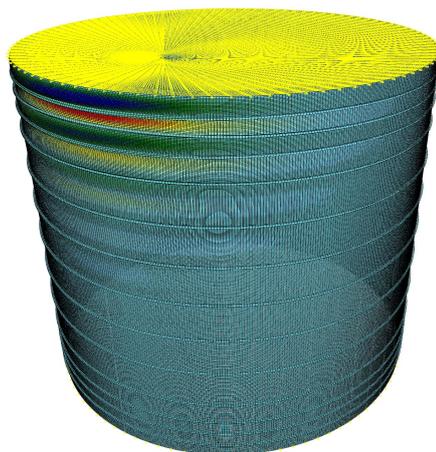
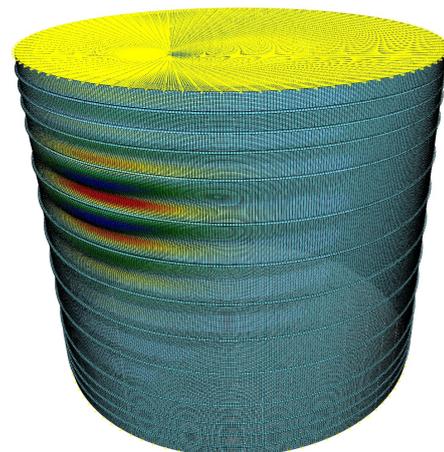
(a) Erste Beuleigenform $r_{cr,1} = 2,17$ (b) Zweite Beuleigenform $r_{cr,2} = 2,23$

Bild 4.62: Imperfektionen für die Nachrechnung des Versuchs aus [Baker et al., 1982]

ein. Wegen des maximalen Steifenabstands, der nur unwesentlich größer als zwei Beulhalbwellen ist, kann die für engversteifte Kreiszyylinder abgeleitete Bestimmungsgleichung für $\alpha_{x,rst}$ nur näherungsweise auf das Beispiel angewendet werden.

$$\alpha_{x,rst,exp} = \alpha_{x,rst} \cdot k_{\alpha_{x,rst},r/t} = 0,06^{0,35} (1,9 - 0,06^{0,15}) \cdot (0,9 + 3 \cdot 10^{-5} \cdot 466) = 0,43 \quad (4.18)$$

Die Nachrechnung des Versuches erfolgte auf Basis zweier Imperfektionsmuster, die aus der ersten und zweiten Beuleigenform der ausmittigen Belastung gewonnen wurden (Bild 4.62). Die Randbedingung wurde über Knotenkopplungen am Referenzknoten idealisiert.

Tabelle 4.8: Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchs aus [Baker et al., 1982] mit Ersatzimperfektionen

Quelle	w/t	$r_{k,1.EF}$	$\alpha_{x,1.EF}$	$r_{k,2.EF}$	$\alpha_{x,2.EF}$
[DIN EN 1993-1-6, 2007]	0,81	0,86	0,40	1,10	0,51
Gl. 4.17	0,46	0,94	0,43	1,15	0,53
$w_{0,eq}/t = 0,3$	0,30	1,03	0,47	1,27	0,59

siert. Am Boden war dieser eingespannt und unverschieblich gelagert. Am Kopf wurde eine Einspannung bei unverschieblicher Lagerung unterstellt. Die Beuleigenwerte der gewählten Imperfektionsmuster liegen nahe beieinander, was ein Indiz dafür ist, dass sie beide maßgebend werden können.

Aufgrund des hohen Betrags der Formabweichungen des Versuchskörpers wurde die Imperfektionsamplitude für Herstelltoleranzklasse C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] bzw. Gl. 4.17 und mit $\Delta w/t = 0,3$ angenommen und per numerischer Berechnung, mithilfe des Newton-Raphson-Algorithmus, die Traglast bestimmt.

Das Ergebnis ist in Tab. 4.8, bezogen auf die experimentelle Grenzlast (r_k) bzw. die Verzweigungslast ($\alpha_{x,n.EF}$) zusammengestellt. Die erste Beuleigenform ist maßgebend für die Ermittlung der Traglast. Die Vorhersage der Tragfähigkeit nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] ist konservativ, während mit Gl. 4.17 sichere, aber nicht unwirtschaftliche Ergebnisse erzielt werden. Der numerisch ermittelte Knockdown-Faktor ist mit 0,43 gleich groß, wie der nach Gl. 4.1 bestimmte Wert für $\alpha_{x,rst}$. Eine geringfügig zu hohe Traglast wird bei einem vereinfachten, konstanten Ansatz der Amplitude mittels Bild 4.59 erzielt.

Da nur bis etwa $r/t = 750$ Versuche durchgeführt wurden, ist eine Bestimmung der Imperfektionsamplitude ohne Abhängigkeit von der Dünnwandigkeit nicht ausreichend sicher, um bis $r/t = 10000$ Gültigkeit zu haben. Es wird daher die Übernahme der Gl. 4.17 zur Festlegung der Amplitude der Ersatzimperfektion für nichtlineare numerische Berechnungen empfohlen.

4.6 Vorschlag eines Nachweiskonzepts

Das Nachweiskonzept ist gültig für ringversteifte Kreiszylinderschalen unter konstantem Axialdruck mit einem maximalen Ringstifenabstand von $3,46\sqrt{rt}$ und mit einem Ringversteifungsgrad $k_{st} \leq 2,0$. Es kann, auf der sicheren Seite liegend, auch für umfangsveränderliche Membrankräfte angewandt werden, wenn s zu 1,0 gewählt wird.

1. Definition der relevanten Beulparameter:

Geometriewerte: r, t, l, A_{st}, a_{st} Materialparameter: E, f_y

Beulkurvenbeiwerte: $Q = 16$ (HTK C), $Q = 25$ (HTK B), $Q = 40$ (HTK A)

2. Bestimmung des Längenparameters $\overline{\omega}_{rst}$ mit Gl. 2.13:

$$\overline{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73\sqrt{rt}}$$

Das Bemessungsverfahren ist nur gültig für $\overline{\omega}_{rst} \leq 2$.

3. Ermittlung des Ringparameters k_{st} mit Gl. 2.12:

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} \leq 2,0$$

4. Bestimmung der charakteristischen Imperfektionsamplitude ($\Delta w_{k,rst}/t$) mit Gl. 4.17:

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42}$$

5. Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors $\alpha_{x,rst}$ über Gl. 4.14:

$$a_1 = \frac{4,828k_{st}^{1,438} + 0,252}{1 + k_{st}}$$

$$a_2 = \frac{6,428k_{st}^{1,824} + 0,287}{1 + k_{st}}$$

$$a_3 = \frac{1,314k_{st}^{0,501} + 0,442}{1 + k_{st}}$$

$$\alpha_x \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1}{a_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{a_3}} \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10}$$

6. Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors $\beta_{x,rst}$ mit Gl. 4.15:

$$b_1 = \left(\frac{-1,836}{-1,806 + 0,104k_{st}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}}$$

$$b_2 = \left(\frac{-1,629}{-1,495 + 0,080k_{st}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}}$$

$$b_3 = \left(\frac{-3,453}{-1,735 + 0,191k_{st}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{st}}}$$

$$\beta_{x,\text{rst}} = 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_{k,\text{rst}}/t)^{b_3}}$$

7. Ermittlung des Beulkurvenexponenten $\eta_{x,\text{rst}}$ über Bild 4.48:

$$e_1 = -\frac{-0,346k_{\text{st}}^{1,062} + 0,827 - 1}{1 + 2k_{\text{st}}}$$

$$e_2 = -\frac{-0,031k_{\text{st}}^{5,055} + 0,866 - 1}{1 + 2k_{\text{st}}}$$

$$e_3 = \left(\frac{-5,481}{-2,141 + 0,088k_{\text{st}}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{\text{st}}}}$$

$$\eta_{x,\text{rst}} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w_{k,\text{rst}}/t)^{e_3}}$$

8. Festlegung des vollplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{x0,\text{rst}}$ gemäß Gl. 4.3:

$$\bar{\lambda}_{x0,\text{rst}} = \frac{Q}{100}$$

9. Definition des Parameters für Verfestigung $\chi_{xh,\text{rst}}$ nach Gl. 2.63:

$$\chi_{xh,\text{rst}} = 1,2$$

10. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp,\text{rst}}$ mittels Gl. 2.43:

$$\bar{\lambda}_{xp,\text{rst}} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,\text{rst}}}{1 - \beta_{x,\text{rst}}}}$$

11. Bestimmung des Parameters $C_{x,\text{rst}}$ über eine modifizierte Gl. 2.44:

$$\omega_{x,\text{rst}} = \frac{a_{\text{st}}}{\sqrt{rt}} \begin{cases} < 1,7 & \curvearrow \text{kurzer Zylinderabschnitt} \\ & C_{x,\text{rst}} = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{x,\text{rst}}} + \frac{2,07}{\omega_{x,\text{rst}}^2} \\ \geq 1,7 & \curvearrow \text{mittellanger Zylinderabschnitt} \\ < 0,5 r/t & C_{x,\text{rst}} = 1 \end{cases} \quad (4.22)$$

12. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,\text{Rcr}}$ mit Gl. 2.45:

$$\sigma_{x,\text{Rcr},\text{rst}} = 0,605 C_{x,\text{rst}} E \frac{t}{r}$$

13. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_x$ über Gl. 2.46:

$$\bar{\lambda}_{x,\text{rst}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,\text{Rcr}}}}$$

14. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors $\chi_{x,rst}$ mittels Gl. 2.47:

$$\bar{\lambda}_{x,rst} \leq \bar{\lambda}_{x0,rst} \curvearrowright \chi_{x,rst} = \chi_{xh,rst} - \frac{\bar{\lambda}_{x,rst}}{\bar{\lambda}_{x0,rst}} (\chi_{xh,rst} - 1)$$

$$\bar{\lambda}_{x0,rst} < \bar{\lambda}_{x,rst} < \bar{\lambda}_{xp,rst} \curvearrowright \chi_{x,rst} = 1 - \beta_{x,rst} \left(\frac{\bar{\lambda}_{x,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}}{\bar{\lambda}_{xp,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}} \right)^{\eta_{x,rst}}$$

$$\bar{\lambda}_{xp,rst} < \bar{\lambda}_{x,rst} \curvearrowright \chi_{x,rst} = \frac{\alpha_{x,rst}}{\bar{\lambda}_{x,rst}^2}$$

15. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd,rst}$ mit Gl. 2.48:

$$\sigma_{x,Rd,rst} = \frac{\chi_{x,rst} f_y}{\gamma_{M1}}$$

5 Beliebig ringversteifte, axialgedrückte Kreiszyinderschalen

5.1 Einleitung

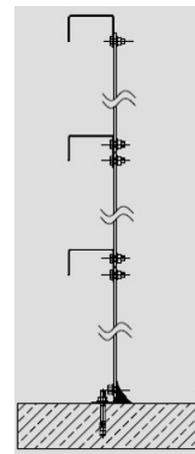
Sehr dünnwandige Tanks werden üblicherweise aus Blechtafeln und Ringsteifen zusammengebaut. Abhängig von der Bauweise variieren dabei die Abstände der Versteifungsringe. Bei Schraubtanks, wie im Bild 5.1 dargestellt, wird in der Regel eine Ringsteife für den horizontalen Stoß der Blechtafeln verbaut. Da Fermenter bei Temperaturen um die 50°C betrieben werden, sind diese üblicherweise gedämmt und verkleidet. Es ergibt sich daher aus Nutzungsanforderungen heraus eine Mindesthöhe der Zwischenringsteifen, da sie ein integraler Bestandteil der Konstruktion sind.

Bei geschweißten Tanks wird in der Regel versucht, den Einsatz von Ringsteifen auf ein Minimum zu begrenzen, da der Schweißaufwand hoch ist. Zudem reduzieren die zusätzlichen Schweißnähte die Maßhaltigkeit der Zylinderform und prägen Eigenspannungen ein. Es ist konsequent, dass die Ringsteifen einen großen Abstand haben, wie im Bild 5.2 gezeigt wird. Dennoch ist, zumindest im unmittelbaren Einzugsbereich der Steife, eine verbesserte Beultragfähigkeit zu erwarten.

Mit dem Ziel, dem praktizierenden Ingenieur eine wirtschaftliche Auslegung dieser Konstruktionen zu ermöglichen, wird in diesem Kapitel das Bemessungsverfahren für engringversteifte Kreiszyinderschalen unter Axialdruck auf Steifenabstände um die Ab-



(a) Ausgeführter Glattmanteltank mit gasdichtem Membrandach

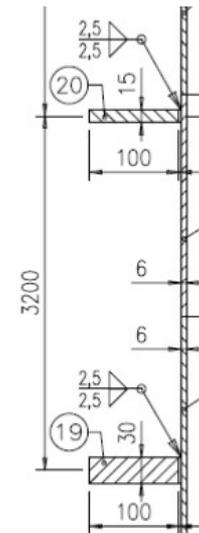


(b) Wandaufbau

Bild 5.1: Geschraubter Tank [Erich Stallkamp ESTA GmbH, 2015]



(a) Ausgeführter Tank



(b) Wandaufbau

Bild 5.2: Geschweißter Starklaugetank [Kremsmüller Industrieanlagenbau KG, 2016]

stände 1,25; 1,50; 1,75 sowie von 2,0 bis 7,5 Beulhalbwellen und für die Ringparameter bis $k_{st} = 0,4$, $k_{st} = 1$ und $k_{st} = 2$ erweitert. Da es nahezu keine Versuche im untersuchten Parameterbereich gibt, ist eine experimentelle Absicherung nicht möglich. Alle Erkenntnisse basieren daher auf numerischen Parameterstudien.

Nach der Darstellung des Beulverhaltens wird die Abhängigkeit des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors vom Steifenabstand für verschiedene Ringparameter, Dünnwandigkeiten und Vorbeultiefen untersucht. Die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve im letzten Kapitel zeigte, dass Plastizität die Traglast bis in hohe Schlankheitsbereiche hinein beeinflussen kann. Es wird daher auch für beliebig ringversteifte Kreiszyylinder eine solche Auswertung durchgeführt und so Gleichungen abgeleitet.

Die Verifikation bzw. die Güte der gefundenen, algebraischen Beschreibung der Abhängigkeit des Beulwiderstands von der Dünnwandigkeit, dem Ringparameter, dem Steifenabstand und der Vorbeultiefe wird durch den Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den approximierten Traglasten durchgeführt. Ein Vorschlag zur Ermittlung von zutreffenden Vorbeultiefen wird abgeleitet und in ein Nachweisformat überführt. Darüberhinaus wird eine Empfehlung zur vereinfachten Ermittlung des Beul-Widerstands ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruck erarbeitet.

5.2 Simuliertes Beulverhalten des beliebig ringversteiften Kreiszyinders

5.2.1 Beispielhafte Last-Verformungskurven

Anhand von zwei Ringversteifungsgraden soll nachfolgend das prinzipielle Beulverhalten erläutert werden. Dabei werden die Berechnungen, welche zur Erstellung der modifizierten Kapazitätskurven durchgeführt wurden, als Grundlage verwendet. Die Dünnwandigkeit wurde dazu auf $r/t = 1000$ fixiert und die Streckgrenze variiert. Die Schalenlänge wurde repräsentativ gewählt, sodass mindestens vier Ringsteifen im Modell berücksichtigt werden können. Dadurch ergaben sich l/r -Verhältnisse größer als eins. Die Ergebnisse sind für die rechnerische Streckgrenze $f_y = 1500 \text{ N/mm}^2$ angegeben, da vor allem sehr schlanke Zylinder von den Ringsteifen profitieren.

Qualitativ besteht kein deutlicher Unterschied der Last-Verformungskurven zwischen den, im Bild 5.3 gezeigten, Ringsteifenabständen und -graden. Die GMNA-Kurven sind jeweils gekennzeichnet von einem steilen Anstieg bis $\chi_{x,rst} \approx 0,1$ mit starkem Verlust an Traglast nach der Gleichgewichtsverzweigung. Dabei flacht der Anstieg der Kurve nahe des Limitpunkts für $\bar{\omega}_{rst} = 5$ über einen längeren Bereich, als bei enger liegenden Steifen ab. Das Plateau, was sich für $k_{st} = 0,4$; $\bar{\omega}_{rst} = 5$ erkennen lässt, ist bei dem höheren Ringparameter nicht existent. Ein Nachbeulminimum ist nicht aus der Kurve ablesbar. Nach der Gleichgewichtsverzweigung nimmt die Traglast so stark ab, dass das Programm keinen stabilen Gleichgewichtszustand im Nachbeulbereich finden kann.

Die Kurven der GMNIA ähneln sich für alle Ringparameter und Steifenabstände. Die Last kann bis zu einem gewissen Niveau gesteigert werden und fällt nach einer Gleichge-

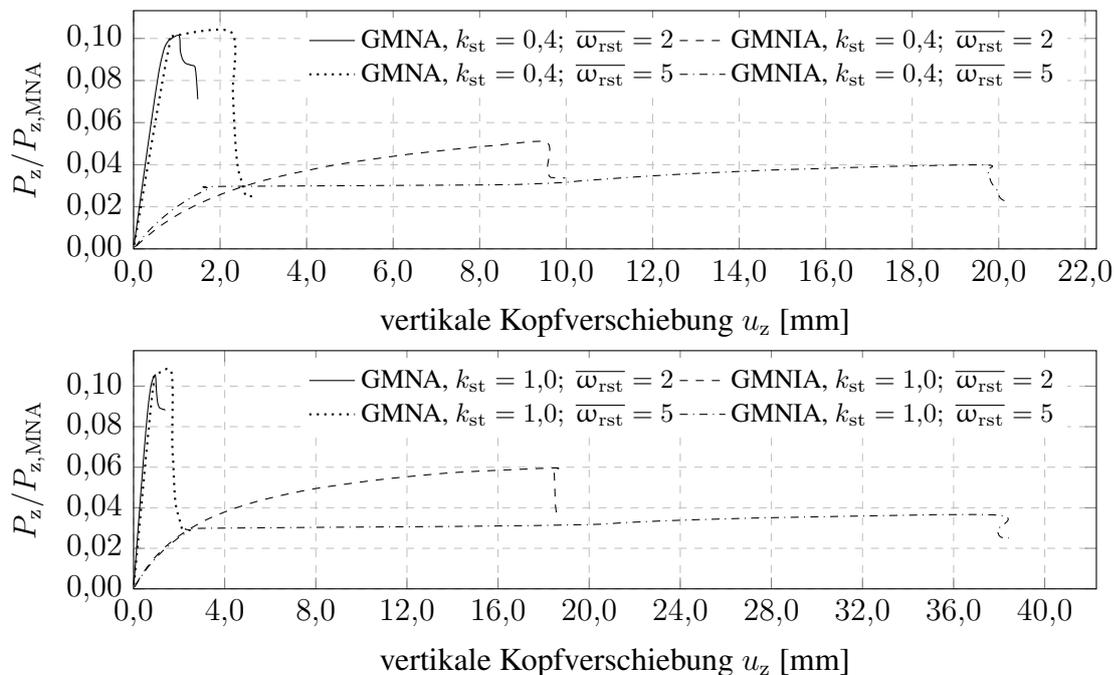


Bild 5.3: Last-Verformungskurven für beliebig versteifte Kreiszyinder für $\bar{\lambda}_{x,rst} = 3,44$, $\bar{\omega}_{rst} = 2$ bzw. 5 , $k_{st} = 0,4$ bzw. $1,0$, $\Delta w/t = 2$

wichtsverzweigung ab. Die Traglast wird jeweils im Vorbeulbereich ermittelt, wobei enger liegende Steifen höhere Tragfähigkeiten bei geringerer Kopfpunktverschiebung erlauben. Der Maximalwiderstand der Zylinder mit großen Steifenabständen wird schon bei geringen Kopfpunktverformungen von etwa zwei Millimetern erreicht.

Da die im Bild 5.3 dargestellten Last-Verformungskurven die begleitende Eigenwertanalyse nicht berücksichtigen, sondern lediglich die nichtlinear, dynamisch stabilisiert ermittelte Last-Verformungs-Charakteristik wiedergeben, sind die Kurven nur zur prinzipiellen Veranschaulichung des Beulverhaltens geeignet. Eine Ableitung der Tragfähigkeit aus den Kurven ist nicht möglich.

5.2.2 Beulverhalten der perfekten Zylinderschale

Die geometrisch und physikalisch nichtlinear bestimmten Verformungsfiguren im Bild 5.4 sind, für gleiche Steifenabstände, identisch beim Erreichen der Traglast. Für $\overline{\omega}_{rst} \leq 2$ ist das Ausbauchen mit Halbwellen jeweils zwischen den Ringsteifen typisch. Bei größerem Steifenabstand stellt sich ein Verformungsmuster gleich der unversteiften, mittellangen Kreiszylinderschale ein. Nahe des Randes entsteht eine nach außen gerichtete Verformung, die zur Mitte zwischen zwei Steifen hin abnimmt und in der Mitte nach innen durchschlägt.

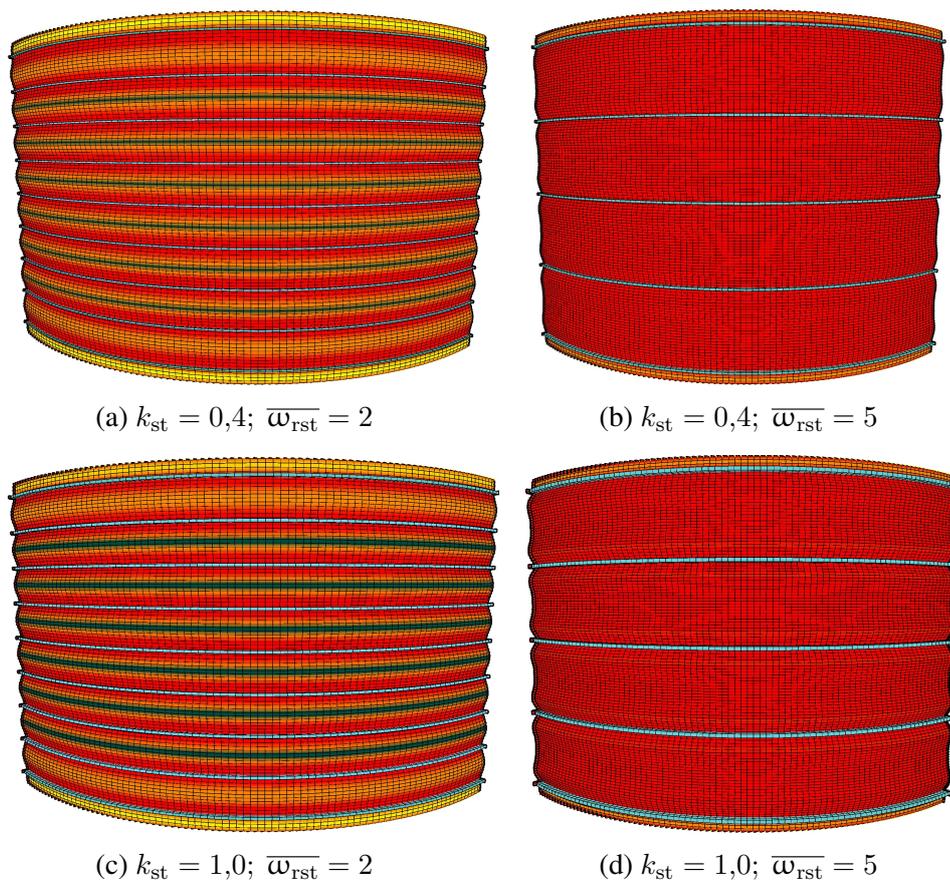


Bild 5.4: Beulverhalten perfekter ringversteifter Schalen mit $r/t = 1000$ und variablen k_{st}

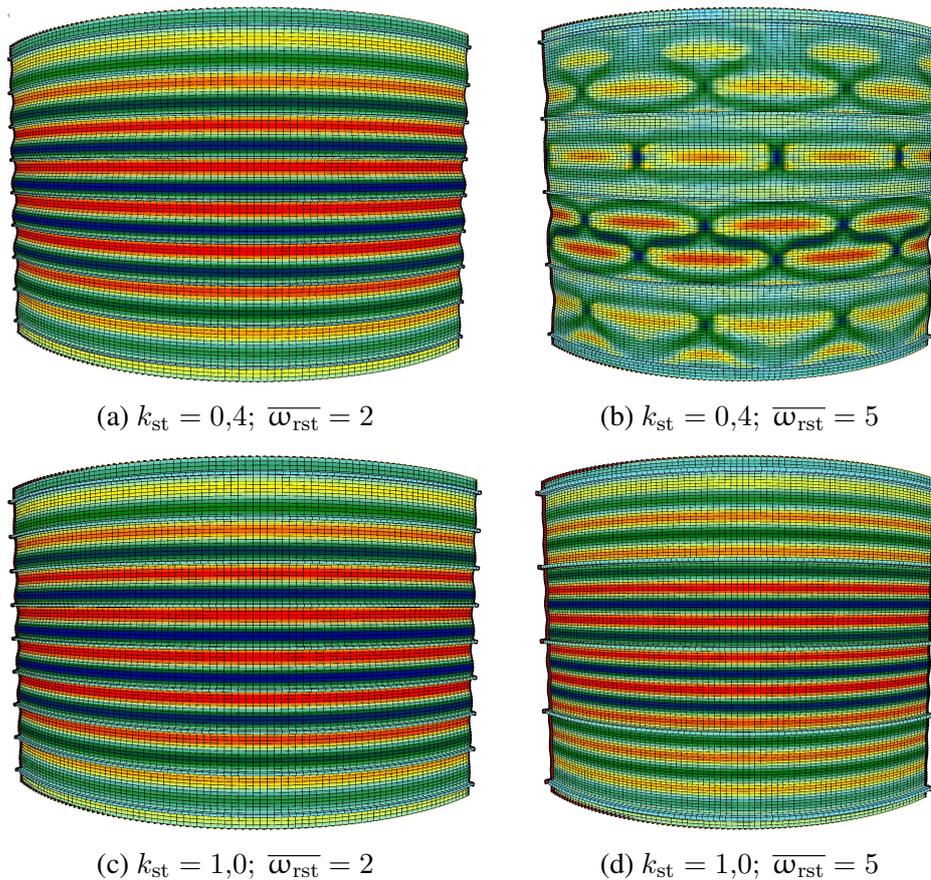


Bild 5.5: Beulverformung des ringversteiften Zylinders mit $\Delta w/t = 2$ und $r/t = 1000$, k_{st} variabel

5.2.3 Beulverhalten der imperfekten Zylinderschale

Die Vorbeulamplituden wurden etwa in Höhe der halben charakteristischen Imperfektionsamplitude, zu $\Delta w/t = 2$, gewählt.

Im Bild 5.5 sind die Verformungsfiguren der Beispielzylinder beim Erreichen der Traglast gezeigt. Bis auf die weitversteifte Schale mit $k_{st} = 0,4$ ist die Imperfektion noch deutlich erkennbar. In keinem Fall wird die Streckgrenze beim Erreichen der Traglast ausgeschöpft. Es kann daher von elastischem Beulen, das durch den Knockdown-Faktor ausreichend genau beschrieben wird, ausgegangen werden.

Die Versagensfiguren sind im Bild 5.6 dargestellt. Für engringversteifte Zylinder ($\overline{w}_{rst} \leq 2$) stellen sich jeweils breite Schachbrettbeulen ein, die bei keinem Ringparameter die Steifen beim Versagensmuster einbinden. Das Versagen ist daher jeweils lokal.

Weite Steifenabstände begünstigen ein, der mittellangen, axialgedrückten Kreiszylinderschale, ähnliches Verhalten. Dabei bilden die Ringsteifen jeweils eine Knotenlinie und das Beulmuster wird durch lange Schachbrettbeulen charakterisiert. Daher kann auch für große Ringsteifenabstände von lokalem Beulen gesprochen werden.

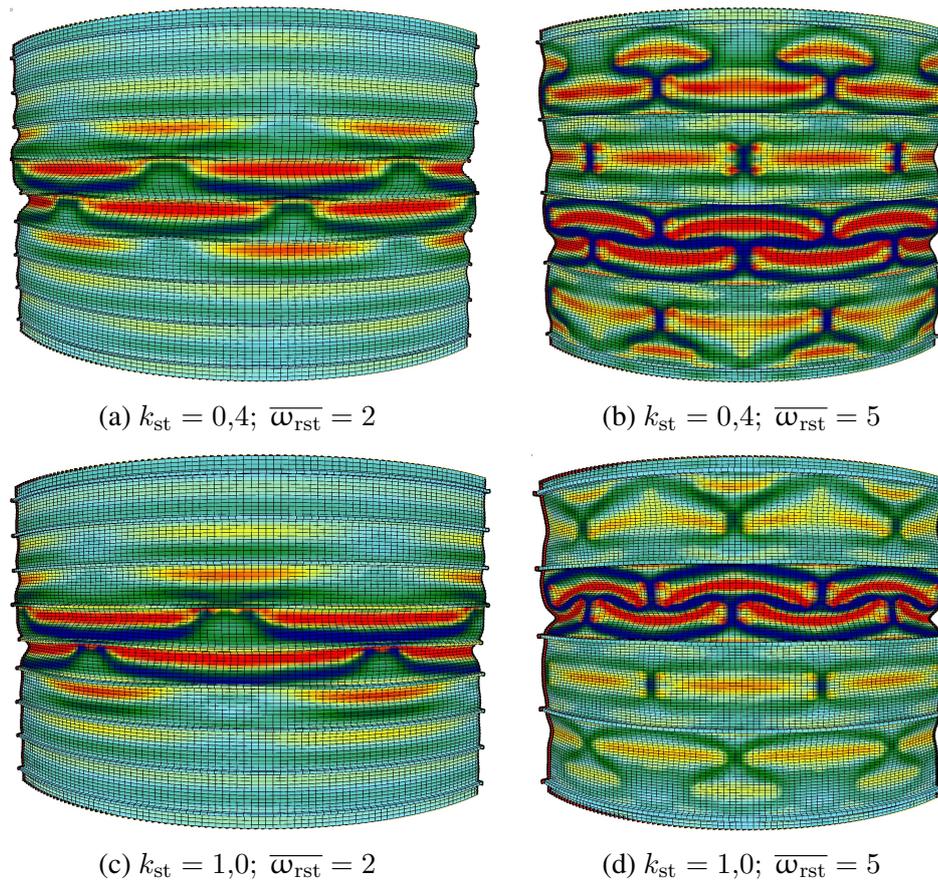


Bild 5.6: Nachbeulfiguren ringversteifter Zylinder, $\Delta w/t = 2$, $r/t = 1000$, k_{st} variabel

5.2.4 Beuleigenformen bei beliebiger Ringversteifung

Im Übergangsbereich von enger zu beliebiger Ringversteifung erzwingt der Steifenabstand ein Beulmuster zwischen den beiden Ringsteifen, bzw. über die Ringsteifen hinweg. Für den Fall, dass $\overline{w}_{rst} = 2$ ist, liegt die Steife in der Nullstelle der Formfunktion der Eigenform. Andernfalls wird die sinus-Funktion gestreckt oder verkürzt.

Im Bild 5.7 sind Beuleigenformen mit Steifenabständen nahe 2,0 dargestellt. Bei 1,5 Beulhalbwellen Abstand liegen die Steifen entweder im Wendepunkt der sinus-förmigen Verformungsfunktion entlang des Meridians oder eine Vollwelle zwischen zwei Steifen wird erzwungen (etwa in den Viertelpunkten der Zylinderlänge). Ein gleichmäßiges sinus-förmiges Muster kann sich nicht einstellen. Der Eigenwert ist höher als die Referenz, da neben der Schalenwand auch die Ringsteifen Teil der Beulform sind.

Bei steigendem Steifenabstand wird eine Vollwelle zwischen den Ringsteifen erzwungen ($\overline{w}_{rst} > 1,75$). Der zugehörige Eigenwert entspricht etwa dem Referenzwert bei $\overline{w}_{rst} = 2$.

Die Verwendung der Eigenform als Imperfektionen führt für $\overline{w}_{rst} = 1,5$ zu höheren Traglasten, als für $\overline{w}_{rst} = 1$ oder $\overline{w}_{rst} = 2$. Die Ursache ist in der teilweisen Aktivierung der Ringsteifen zu sehen. Da nicht jedes Feld zwischen zwei Steifen beulen kann, sinkt die Imperfektionssensitivität und der Widerstand steigt. Da die Ringsteifen alternierend gedrückt oder gezogen werden, verhindert die hohe Umfangsstabilität ein frühes Versagen.

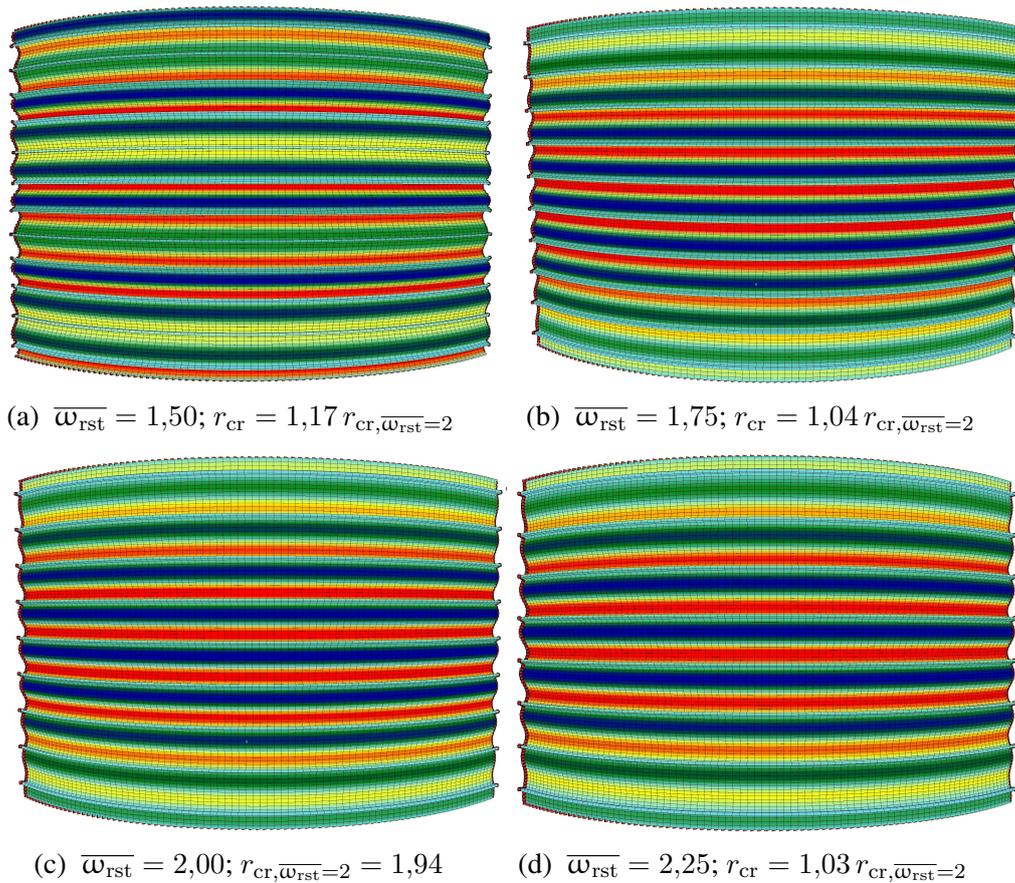


Bild 5.7: Beuleigenformen bei variablem Steifenabstand, $r/t = 1000$, $k_{st} = 1$, l/r variabel

Für 1,75 Beulhalbwellen Steifenabstand ergibt sich, die 1,75/2,00-fache Wellenlänge von $1,73\sqrt{rt}$. Da die Vorbeultiefe immer auf die Beulhalbwellenlänge bezogen ist, wird daher eine zu tiefe Imperfektion in der Simulation angenommen. Folglich ist eine geringere Tragfähigkeit, als für $\overline{\omega}_{rst} \leq 2$ zu erwarten.

Das Gegenteil trifft auf den 2,25-fachen Steifenabstand zu. Die sinus-Funktion hat eine größere Wellenlänge, als $3,46\sqrt{rt}$ und die Imperfektionsamplitude ist daher geringer gegenüber der Referenz. In der Konsequenz werden höhere Traglasten, als für $\overline{\omega}_{rst} = 1$ oder $\overline{\omega}_{rst} = 2$ ermittelt.

5.3 Numerische Bestimmung der Traglast von beliebig ringversteiften Kreiszyklindern

Die Ergebnisse einer Parameterstudie werden nachfolgend vorgestellt. Die Berechnungen wurden für Stahl S 355 ohne Verfestigung für folgende Parameter durchgeführt:

- Dünnwandigkeiten $r/t = 500/1000/1500/2500/5000$;
- Ringparameter $k_{st} = 0,1/0,2/0,4/1,0$;
- Steifenabstände $\overline{\omega}_{rst} = 1,0/2,0/2,5/3,0/3,5/4,0/5,0/7,5/10$;
- Vorbeultiefen $\Delta w/t = 0,0/0,1/0,2/0,3/0,4/0,5/1,0/1,5/2/2,5/5,10$.

Der Steifenabstand wird dabei als auf die Beulhalbwellenlänge bezogene Größe gemäß Gl. 2.13 verwendet. In den Diagrammen steht $\overline{\omega}_{rst} = 15$ stellvertretend für die unversteifte Zylinderschale.

5.3.1 Darstellung der numerischen Ergebnisse

5.3.1.1 Traglast abhängig von der Vorbeultiefe

Die Traglast sinkt, unabhängig von der Parameterkombination, wenn die Vorbeultiefe ansteigt (Bild 5.8). Am wenigsten ausgeprägt ist dieses Verhalten für eng ringversteifte, sehr dünnwandige Kreiszyklinder mit einem hohem Wert des Ringparameters ($r/t = 5000$, $\overline{\omega}_{rst} = 1$, $k_{st} = 0,4$). Auch bei hohen Vorbeultiefen können diese noch einen Knockdown-Faktor von ca. $\alpha_{x,rst} = 0,3$ erreichen. Etwas geringer fällt die Traglast für die mit $r/t = 1000$ weniger dünnwandige Schale aus.

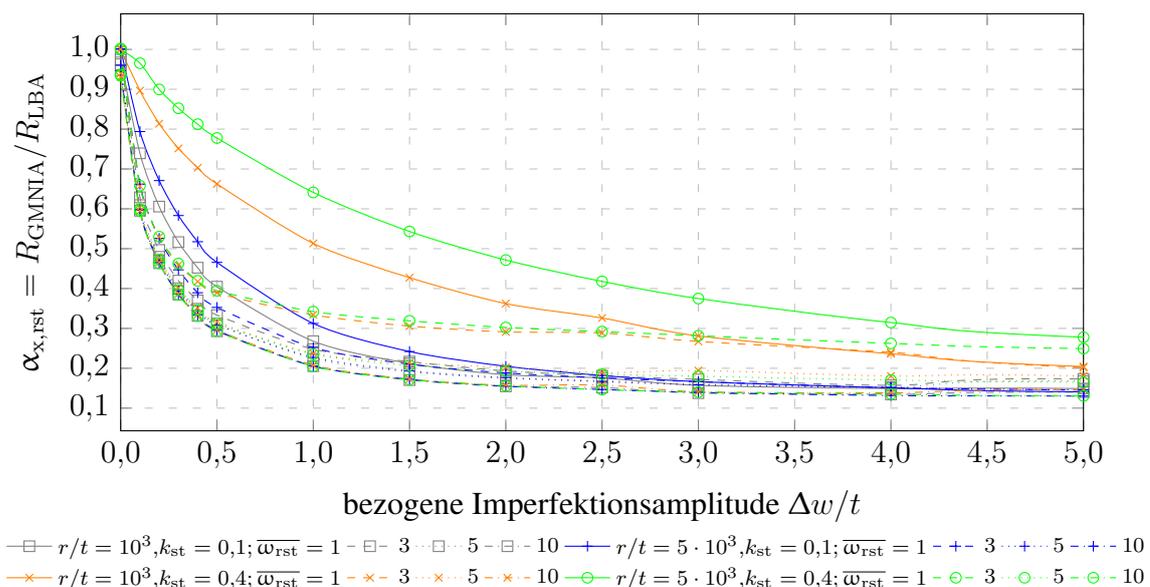


Bild 5.8: Sensitivitätskurven für ausgewählte Parameterkombinationen

Besonders ausgeprägt ist der Unterschied, der sich in Abhängigkeit des Steifenabstands darstellt. Im Bereich der Vorbeultiefen von $0 \leq \Delta w/t \leq 0,5$ ist der Abfall der Tragfähigkeit mit steigender Imperfektionsamplitude besonders deutlich. Während für $r/t = 5000$, $\overline{\omega}_{rst} = 1$ und $k_{st} = 0,4$ bei $\Delta w/t = 0,5$ noch ein Wert für $\alpha_{x,rst}$ von ca. 0,78 ermittelt werden kann, ist bei der mit $\overline{\omega}_{rst} = 3,0$ etwas weniger eng versteiften Schale mit $\alpha_{x,rst} = 0,32$ nur etwa vierzig Prozent der Traglast der engringversteiften Schale erreichbar. Bei weiter steigenden Vorbeultiefen nimmt die Tragfähigkeit, bei einem Steifenabstand von $\overline{\omega}_{rst} = 3$ und $k_{st} = 0,4$ nur unmaßgeblich ab.

Sobald der Steifenabstand $\overline{\omega}_{rst} = 5$ erreicht ist, kann, unabhängig von den weiteren Parametern näherungsweise von dem Beulwiderstand des unversteiften Zylinders ausgegangen werden, auch wenn die Traglast insgesamt etwas größer ist, als bei der unversteiften Schale. Der untere Grenzwert aller im Bild 5.8 dargestellten Kurven liegt bei etwa $\alpha_{x,rst} = 0,15$ und damit etwa 25 % oberhalb des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors der unversteiften Zylinderschale.

5.3.1.2 Traglast abhängig vom Steifenabstand

Den Darstellungen der Bilder 5.9a und 5.9b lässt sich entnehmen, dass der Einfluss des Steifenabstands bei geringen Dünnwandigkeiten kaum nachweisbar ist. Der Unterschied zwischen $\overline{\omega}_{rst} = 1$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5$ beträgt bei einer nur geringen Vorbeultiefe von $\Delta w/t = 0,1$ für $r/t = 500$ nur etwa 25 %, während bei $r/t = 2500$ die Differenz etwa 60 % beträgt. Bei $\Delta w/t = 0,3$ ergeben sich im gleichen Abstandsintervall Unterschiede von etwa 50 % ($r/t = 500$), respektive 95 % ($r/t = 2500$).

Die Tendenz, dass dünnwandigere Zylinder mehr von Ringsteifen profitieren, wird somit auch für weite Steifenabstände bestätigt.

Für eine Approximation ist die bisher verfolgte Darstellung der Daten ungeeignet, da die Verläufe der einzelnen Sensitivitätskurven, zumindest betragsmäßig, stark streuend sind. Zudem ergibt sich für Imperfektionsamplitude größer als $\Delta w/t = 2$ ein nahezu konstanter Verlauf für den elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor. Eine anschaulichere Darstellung gelingt durch das Beziehen der Traglasten beliebig versteifter Kreiszyylinder auf die der engringversteifte Schale (Bilder 5.10a und 5.10b).

Der mit zunehmenden Abstand abnehmende Knockdown-Faktor lässt sich ebenso erkennen, wie die nahezu konstante Traglast für $\overline{\omega}_{rst} \leq 2$. Abhängig der Vorbeultiefen streut der Faktor k_{α_x} (Gl. 5.1) zwischen etwa 0,35 und 0,90 ($r/t = 2500$).

$$k_{\alpha_x} = \frac{\alpha_{x,rst}}{\alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)} \quad (5.1)$$

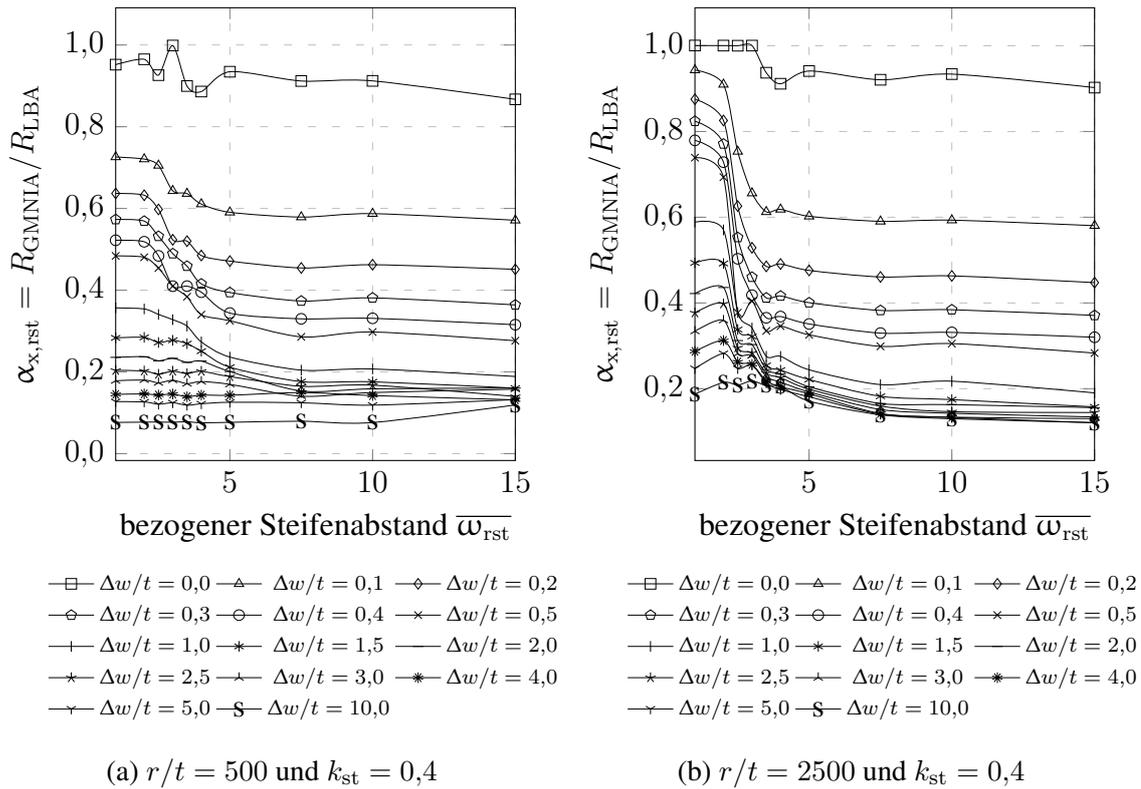


Bild 5.9: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$ und $\Delta w/t$

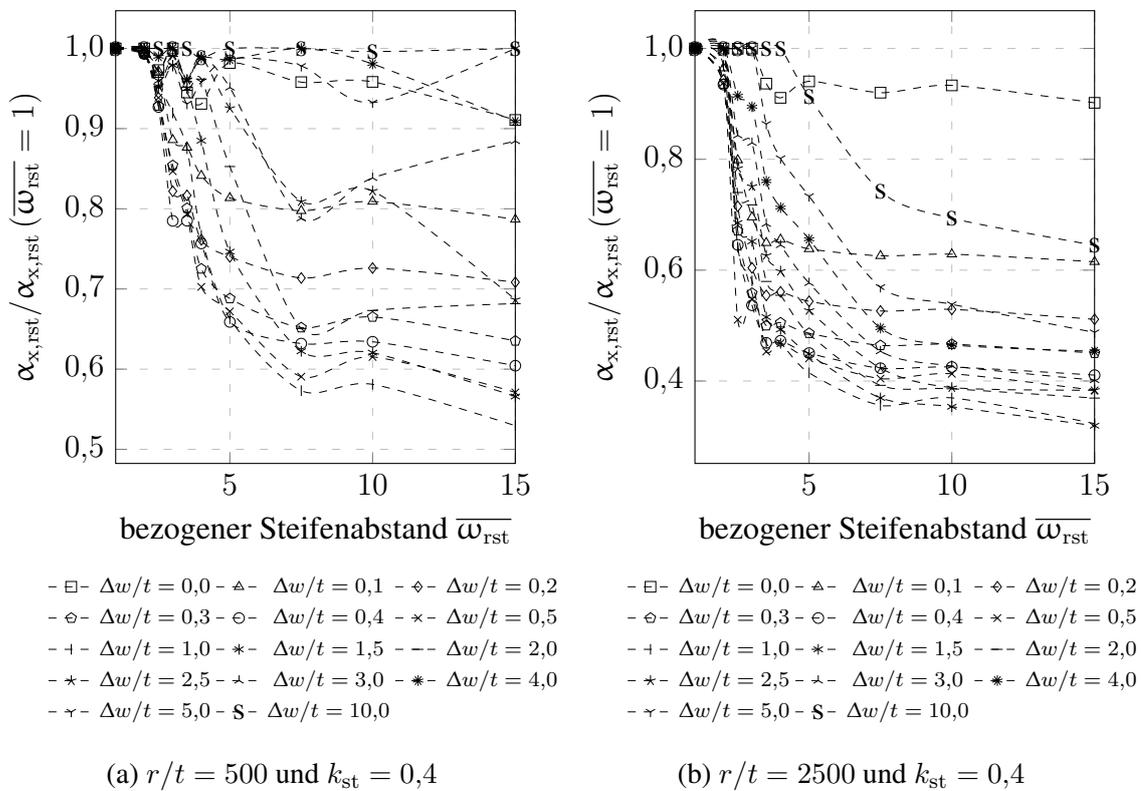


Bild 5.10: Auf Traglast des eng ringversteiften Kreiszyllinders bezogener Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$ und $\Delta w/t$

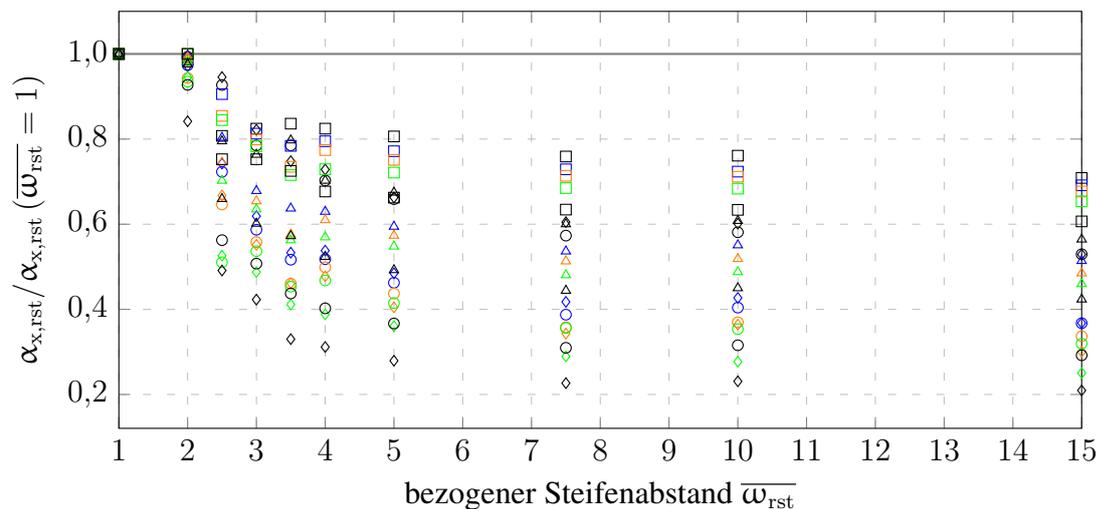
5.3.2 Approximation der numerischen Ergebnisse

5.3.2.1 Knockdown-Faktor abhängig vom Steifenabstand

Da alle maßgeblichen Parameter, wie die Dünnwandigkeit, der Ringversteifungsgrad, der Steifenabstand und die Vorbeultiefe, nichtlinear voneinander abhängen, sind Vereinfachungen notwendig, um die Ergebnisse approximieren zu können. Der gewählte Ansatz ist, für alle Faktoren k_{rst} eine untere Hüllkurve zu bestimmen. Es werden für jeden Steifenabstand, jede Dünnwandigkeit und jeden Ringparameter der ungünstigste Faktor k_{α_x} in Abhängigkeit der Vorbeultiefe bestimmt und im Diagramm (Bild 5.11) dargestellt.

Die Hüllkurven lassen sich über Gl. 5.2 beschreiben. Die Parameter a , b und c können den Bildern 5.12 bis 5.15 bzw. Tab. 5.1 entnommen werden.

$$k_{\alpha_x} = \frac{a}{\overline{\omega}_{rst}^b} + c \quad (5.2)$$

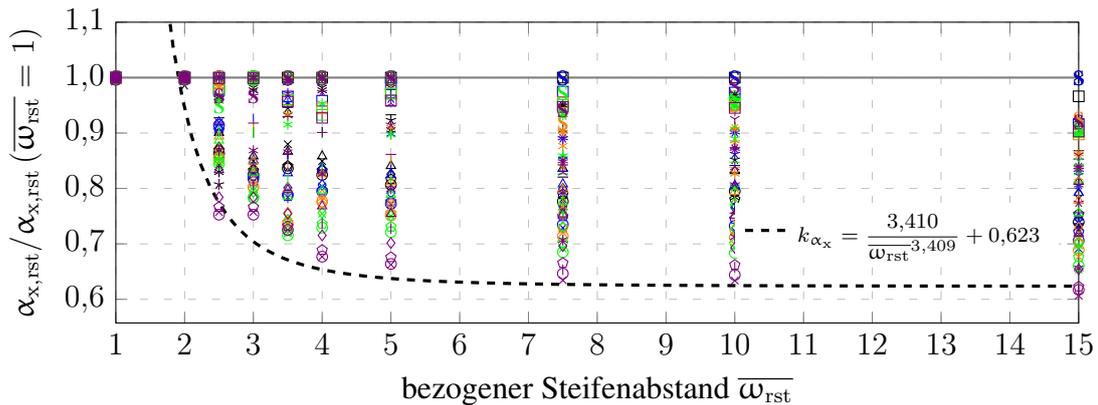
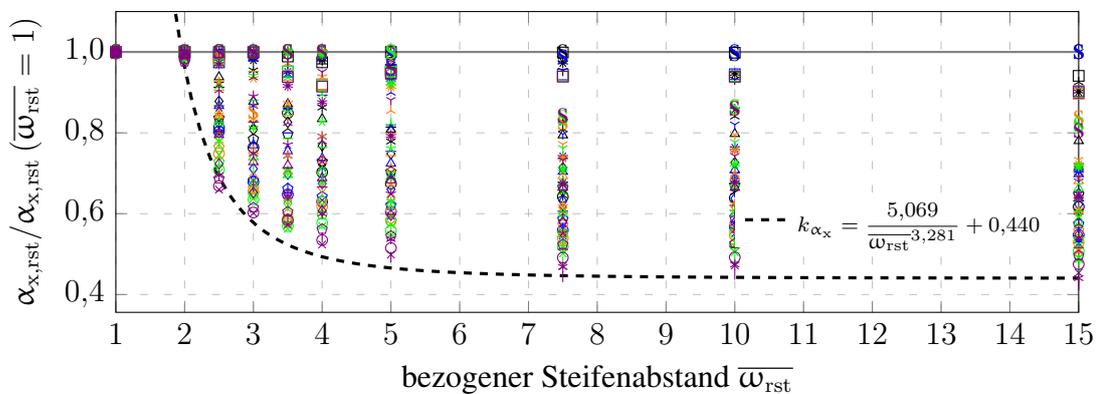
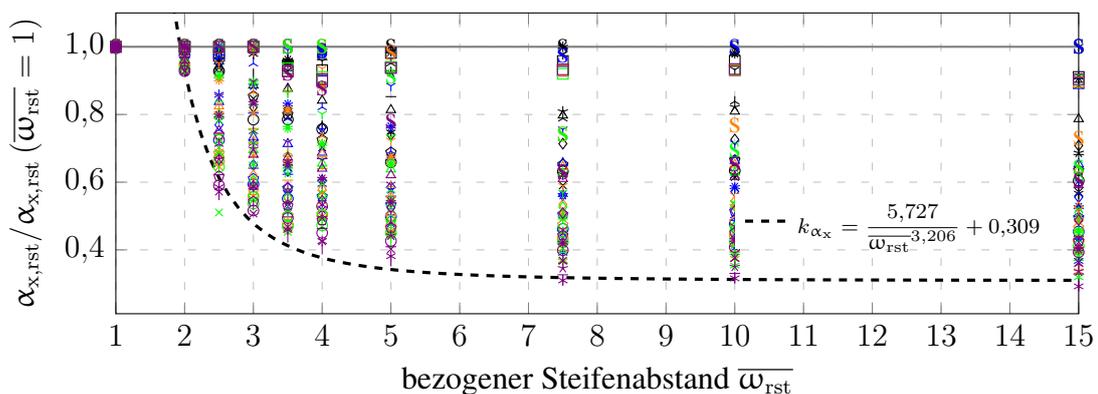


- Min: $r/t = 500$; $k_{st} = 0,1$ △ $k_{st} = 0,2$ ○ $k_{st} = 0,4$ ◇ $k_{st} = 1,0$
 □ Min: $r/t = 1000$; $k_{st} = 0,1$ △ $k_{st} = 0,2$ ○ $k_{st} = 0,4$ ◇ $k_{st} = 1,0$
 □ Min: $r/t = 1500$; $k_{st} = 0,1$ △ $k_{st} = 0,2$ ○ $k_{st} = 0,4$ ◇ $k_{st} = 1,0$
 □ Min: $r/t = 2500$; $k_{st} = 0,1$ △ $k_{st} = 0,2$ ○ $k_{st} = 0,4$ ◇ $k_{st} = 1,0$
 □ Min: $r/t = 5000$; $k_{st} = 0,1$ △ $k_{st} = 0,2$ ○ $k_{st} = 0,4$ ◇ $k_{st} = 1,0$

Bild 5.11: Auf engversteifte Schale bezogener Knockdown-Faktor für alle Parameter

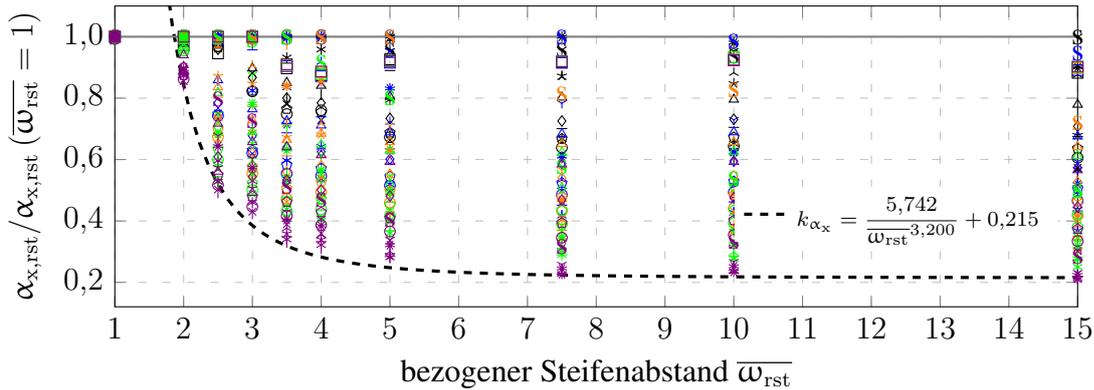
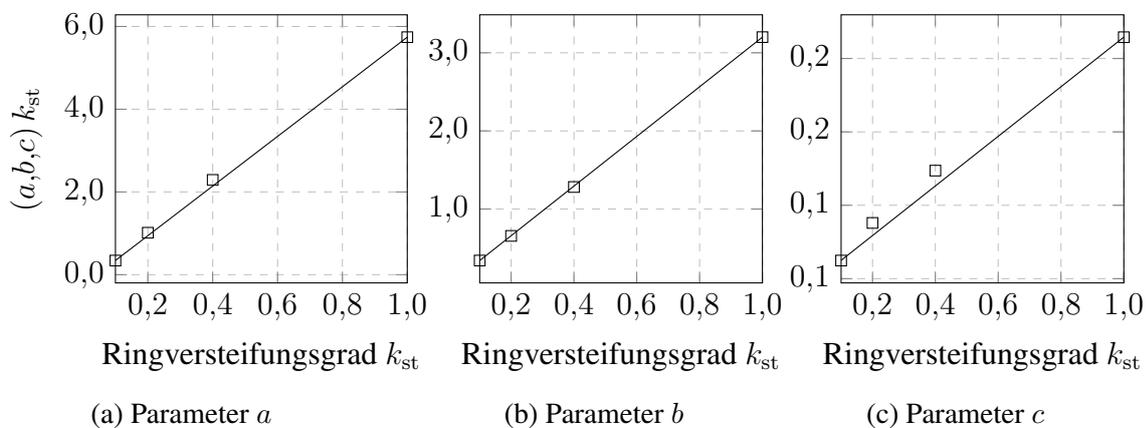
Tabelle 5.1: Parameter für die Ermittlung von k_{α_x} abhängig von k_{st} für alle r/t

k_{st}	a	b	c
0,1	3,410	3,409	0,623
0,2	5,069	3,281	0,440
0,4	5,727	3,206	0,309
1,0	5,742	3,200	0,215

Bild 5.12: Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,1$ Bild 5.13: Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,2$ Bild 5.14: Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 0,4$

5.3.2.2 Interpolation der Freiwerte über den Ringversteifungsgrad

Die Parameterwerte für a , b und c lassen sich über Gl. 5.3 in guter Näherung über den Ringversteifungsgrad approximieren. Zur Ermittlung der Variablen für die Bestimmung der Geradenfunktionen ist es, wie im Bild 5.16 gezeigt, vorteilhaft, die Interpolation der mit dem Ringparameter multiplizieren Werte von a bis c durchzuführen.

Bild 5.15: Hüllkurven für den Faktor k_{rst} im gesamten Parameterbereich, $k_{st} = 1,0$ Bild 5.16: Interpolation der Parameter a , b und c über den Ringversteifungsgrad

$$k_{\alpha_x} = \left(k_{\alpha_x} = \frac{a}{\omega_{rst}^b} + c \right) k_{rst} \leq 1 \quad (5.3a)$$

$$\text{mit: } a = 5,999 - 0,257 / k_{st} \quad (5.3b)$$

$$b = 3,177 - 0,023 / k_{st} \quad (5.3c)$$

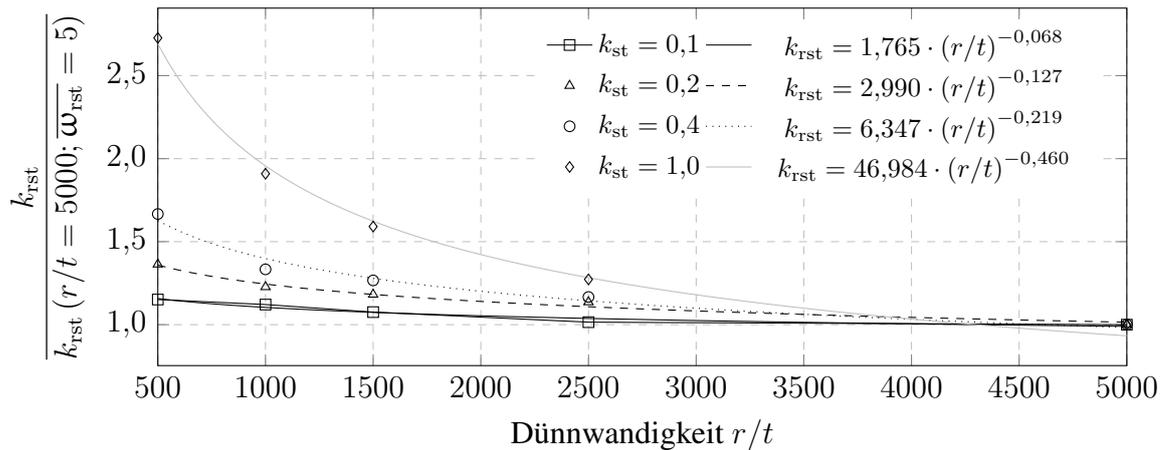
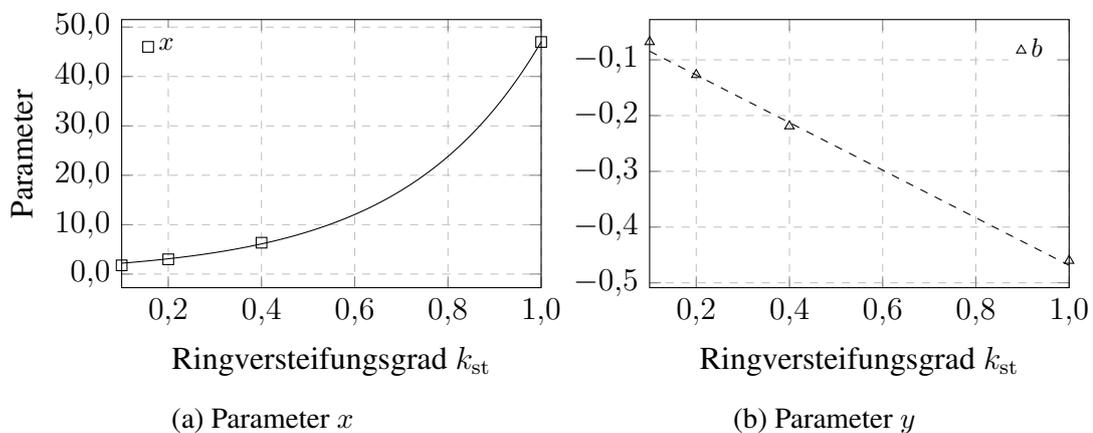
$$c = 0,169 - 0,046 / k_{st} \quad (5.3d)$$

5.3.2.3 Korrekturfaktor für die Berücksichtigung der Dünnwandigkeit

Eine genauere Betrachtung von Bild 5.11 zeigt, dass die Faktoren für k_{α_x} sich umgekehrt proportional des Anstiegs der Dünnwandigkeit verhalten. Zudem lassen sich Unterschiede je nach Ringparameter erkennen. Um die Güte der Approximation zu optimieren, wurde ein Korrekturfaktor ermittelt, der eine genauere Erfassung des Tragverhaltens erlaubt.

Die Bestimmung des Beiwerts k_{rst} zur Berücksichtigung der Dünnwandigkeit erfolgte anhand des Referenzwertes, der für $r/t = 5000$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5$ ermittelt wurde. Die grafische Darstellung im Bild 5.17 erlaubt die Schlussfolgerung, dass mit sinkender Dünnwandigkeit und steigendem Ringparameter der Faktor k_{rst} größer werden muss.

Eine algebraische Darstellung ermöglicht Gl. 5.4. Dabei wurde der Einfluss des Steifenabstands auf k_{rst} über einen Faktor näherungsweise berücksichtigt. Dieser drückt aus,

Bild 5.17: Korrekturfaktor abhängig von r/t für verschiedene RingparameterBild 5.18: Interpolation von x und y für Gl. 5.4 zur Beschreibung des Korrekturbeiwerts k_{rst}

dass bei kleiner werdenden Steifenabständen die Unterschiede der, auf die eng ringversteiften Zylinder, bezogenen Beulwiderstände, aller möglichen Parameterkombinationen, abnehmen. Da der Betrag des Korrekturbeiwerts nie kleiner als eins werden kann, ist die Ermittlung nicht in jedem Fall notwendig. Auf der sicheren Seite liegend ist es möglich, k_{rst} zu eins zu setzen.

$$k_{rst} = 1 + \left[x \left(\frac{r}{t} \right)^y - 1 \right] \cdot \min \left(1; \frac{\overline{\omega}_{rst} - 1}{5} \right) \quad (5.4a)$$

$$\text{mit: } x = 1,568 \cdot 29,976^{k_{st}} \quad (5.4b)$$

$$y = -0,427k_{st} - 0,042 \quad (5.4c)$$

5.3.3 Verifizierung des Approximationsansatzes

5.3.3.1 Vergleich der Sensitivitätskurven aus Approximation und Simulation

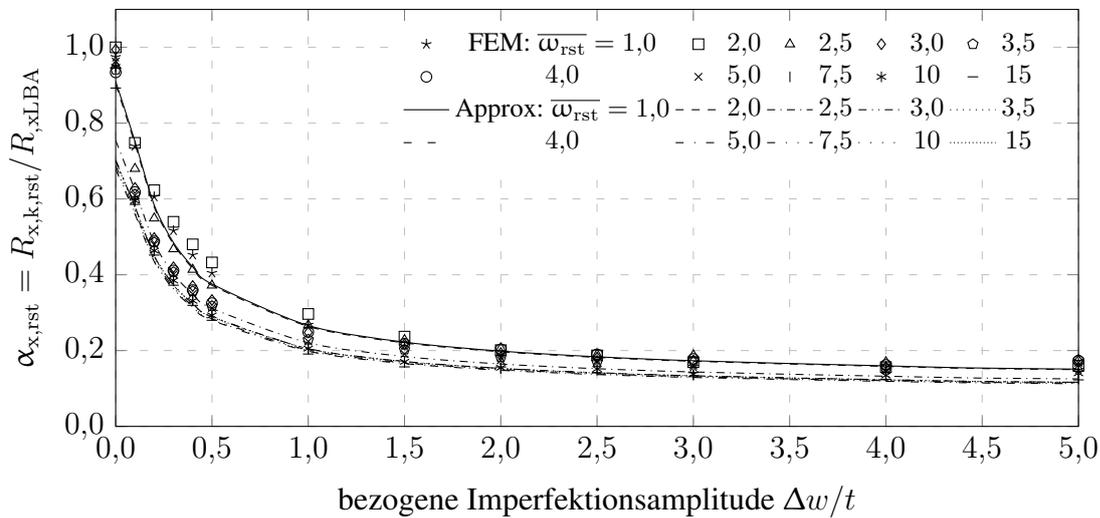


Bild 5.19: Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,1$

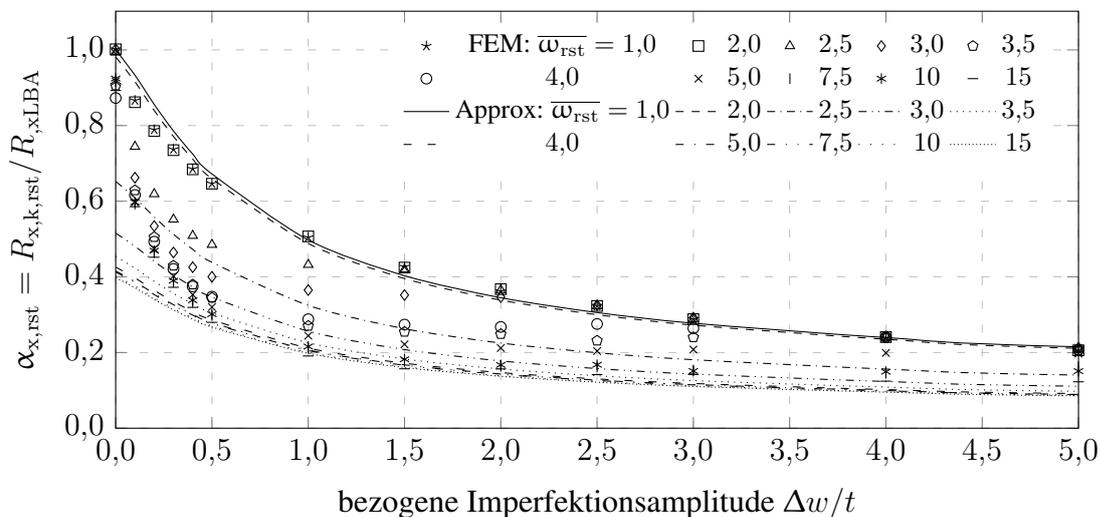


Bild 5.20: Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 1000$, $k_{st} = 1,0$

Für alle betrachteten bezogenen Steifenabstände sind in den Bildern 5.19 bis 5.22 die Sensitivitätskurven abgebildet. Um den Umfang zu begrenzen, wurden exemplarisch zwei sehr verschiedene Dünnwandigkeiten für geringe und hohe Versteifungsgrade gewählt.

Für $r/t = 1000$ ergibt sich für einen kleinen Ringparameter von $k_{st} = 0,1$ eine, über den gesamten Parameterbereich, sehr gute Übereinstimmung der Approximierung mit den FEM-Resultaten. Typisch ist dabei, dass es nur geringe Unterschiede zwischen den einzelnen Steifenabständen gibt, da der geringe Versteifungsgrad ein ähnliches Verhalten, wie das der unversteiften Schale (dargestellt als $\bar{\omega}_{rst} = 15$), bewirkt. Die Unterschätzung

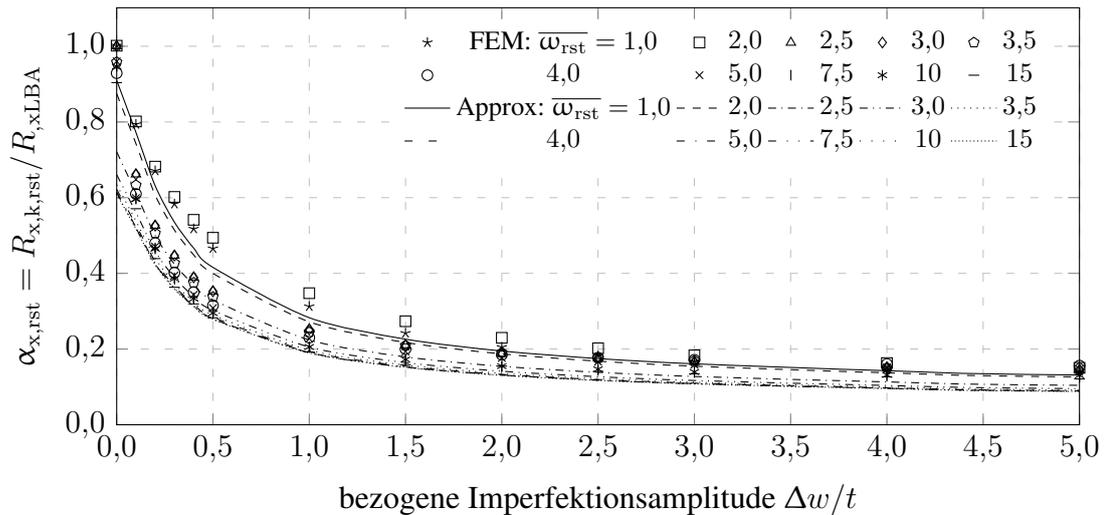


Bild 5.21: Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,1$

der Knockdown-Faktoren bei sehr kleinen Amplituden ($\alpha_{x,rst,FEM} \approx 1,0$; $\alpha_{x,rst} \approx 0,9$ bei $\Delta w/t = 0$) ist irrelevant, da baupraktische charakteristische Vorbeultiefen in der Regel größer als 0 sind.

Mit steigendem Ringparameter wird der Imperfektionsamplitudenbereich bis $\Delta w/t = 2$ zunehmend konservativer approximiert. Wie anhand Bild 5.20 zu sehen ist, kann für den perfekten Zylinder, bei Steifenabständen größer als fünf, nur etwa der halbe Wert des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors der engringversteiften Schale erreicht werden. Die gleichbleibende, bzw. teilweise sogar ansteigende Tragfähigkeit zwischen $\Delta w/t = 1$ und $\Delta w/t = 3$ für $\overline{\omega_{rst}} \geq 2,5$ (Bilder 5.20 und 5.22), lässt sich mittels Approximation nicht beschreiben, da die Ansatzgleichungen stetige Funktionen ohne Plateau voraussetzen.

Bei sehr hohen Vorbeultiefen werden mit der Approximationsvorschrift gelegentlich Knockdown-Faktoren kleiner, als beim unversteiften Zylinder ermittelt. Die Tragfähigkeit der dünnwandigen, ringversteiften Kreiszyklinderschale ist jedoch nicht geringer, als die des unversteiften Zylinders. Daher wird der Beulwiderstand des unversteiften Kreiszyklinders unter Axialdruck als unterer Grenzwert festgelegt.

Eine vorwiegend konservative Approximierung der FEM-Ergebnisse gelingt auch für eine Dünnwandigkeit von $r/t = 5000$. Bei einem geringem Ringparameter von $k_{st} = 0,1$ gibt es, wie bei $r/t = 1000$ nur eine geringe Streubreite der Knockdown-Faktoren, die in guter Näherung mit den abgeleiteten Gleichungen beschrieben werden können (Bild 5.21).

Dagegen gelingt eine gute Approximation der numerischen Ergebnisse bei einem Ringversteifungsgrad von $k_{st} = 1$ nur für engversteifte Zylinder. Als Konsequenz des vereinfachenden Ansatzes über Mindestwerte für k_{α_x} (Gl. 5.3) je $\Delta w/t$ für die Ableitung der Interpolationsvorschrift ergibt sich eine schlechte Beschreibung der Kurvenverläufe in Abhängigkeit von $\overline{\omega_{rst}}$. Die Knockdown-Faktoren engringversteifter Kreiszyklinders (bis $\overline{\omega_{rst}} \leq 2$) werden jedoch ausreichend genau angenähert. Für beliebig versteifte Schalen liegt die zutreffende Vorbeultiefe im Intervall zwischen $\Delta w/t \approx 0,7$ (für HTK A, nach Gl. 4.17) bis $\Delta w/t \approx 4,4$ für HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]. In diesem Bereich liegen die interpolierten Kurven näher an den FEM-Ergebnissen. Das erlaubt die Schlussfolgerung, dass mit den im Punkt 5.3.2 abgeleiteten Bestimmungsgleichungen, bei einer

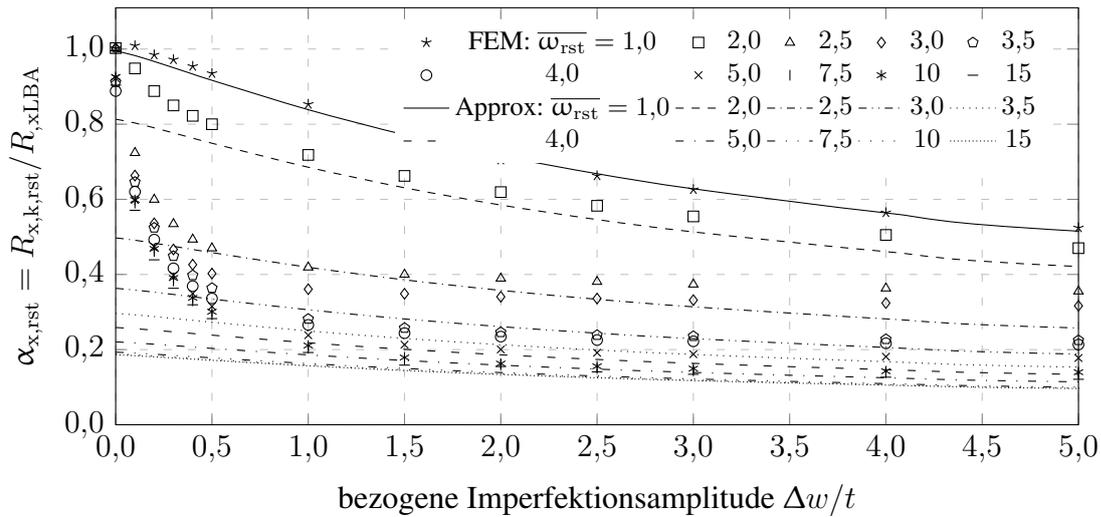


Bild 5.22: Sensitivitätskurven für alle Steifenabstände mit $r/t = 5000$, $k_{st} = 1,0$

Berücksichtigung der tatsächlich relevanten Vorbeultiefen, noch wirtschaftliche Traglasten ermittelt werden können.

5.3.3.2 Gegenüberstellung von FEM-Ergebnissen und Approximation

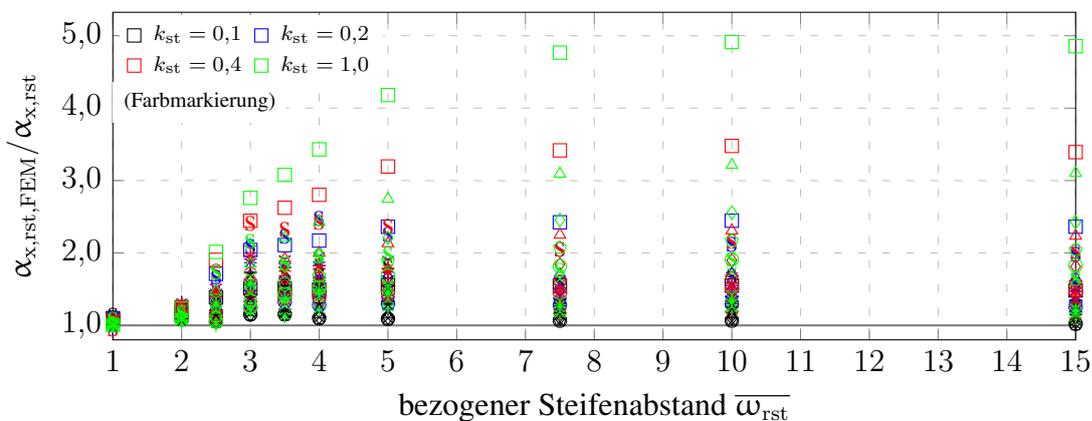


Bild 5.23: Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 5000$ und $\Delta w/t \leq 10$

In der bezogenen Darstellung der approximierten Knockdown-Faktoren auf die FEM-Ergebnisse im Bild 5.23 ist die ausgeprägte Konservativität zu erkennen, wenn sämtliche untersuchten Vorbeultiefen bis $\Delta w/t = 10$ berücksichtigt werden.

Die Abweichungen der Approximation von der Simulation stellen sich als deutlich geringer dar, wenn nur die baupraktisch relevanten Amplitudenbereiche berücksichtigt werden (Bild 5.24). Dieser lässt sich für den berücksichtigten Bereich $500 \leq r/t \leq 5000$ von etwa $\Delta w/t = 0,3$ ($\overline{\omega}_{rst} = 1$, $r/t = 500$, für HTK A nach Gl. 4.17) bis etwa $\Delta w/t = 4,5$ für $r/t = 5000$, $\overline{\omega}_{rst} > 5$, HTK C nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] angeben. Es wird für $r/t = 5000$ eine maximale Unterschätzung des Knockdown-Faktors von ca. hundert Prozent bei $\overline{\omega}_{rst} = 3$ erzielt. Alle Ergebnisse werden sicher angenähert.

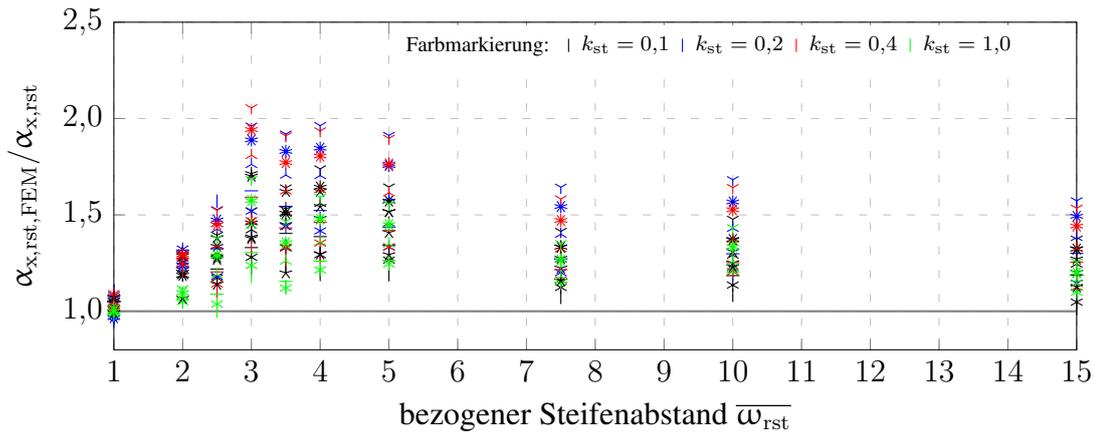


Bild 5.24: Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 5000$ und $1 \leq \Delta w/t \leq 5$

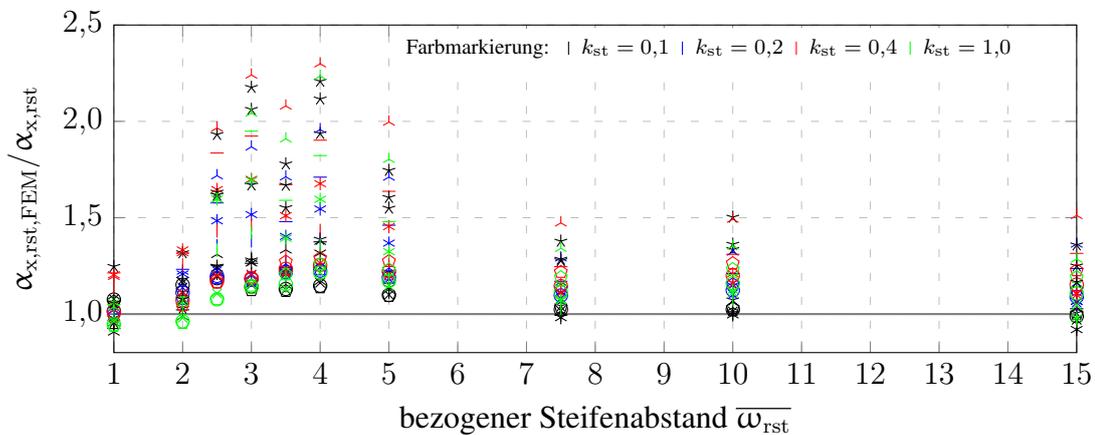


Bild 5.25: Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $r/t = 1000$ und $\Delta w/t = 2$

Für eine Dünnwandigkeit von $r/t = 1000$ werden Abweichungen von maximal 270 % zur sicheren Seite (Bild 5.25) erreicht. Da die gewählten Gleichungen die simulierte Unempfindlichkeit, bzw. sogar Traglaststeigerung bei zunehmender Amplitude nicht zu beschreiben vermögen, ist die Folge, dass konservative Widerstände ermittelt werden.

Die Darstellung aller, auf die Traglast des engringversteiften Kreiszyinders, bezogener Ergebnisse im Bild 5.26 zeigt, dass die approximierten Beulwiderstände überwiegend eine sichere Annäherung der FEM-Ergebnisse erlauben. Bis auf wenige Resultate, die im Bereich des Teilsicherheitsbeiwertes von 1,1 korrigiert werden müssten, gelingt eine konservative Approximierung. Gerade im Übergangsbereich der engringversteiften Schale ($\overline{\omega}_{rst} = 2$) bis hin zum unversteiften Kreiszyinder, in etwa bei $\overline{\omega}_{rst} = 5$ sind die Ergebnisse mit bis zu 270 % Unterschätzung der Simulationen sehr sicher.

Zur Überführung der im Punkt 5.3.2 vorgestellten Bestimmungsgleichungen fehlt die Festlegung der Imperfektionsamplitude. Die bisherigen Aussagen beziehen sich daher ausschließlich auf die Güte der Annäherung der simulierten Traglasten. Zur Anwendung der abgeleiteten Gleichungen für die Bestimmung des Beulwiderstands der beliebig ring-

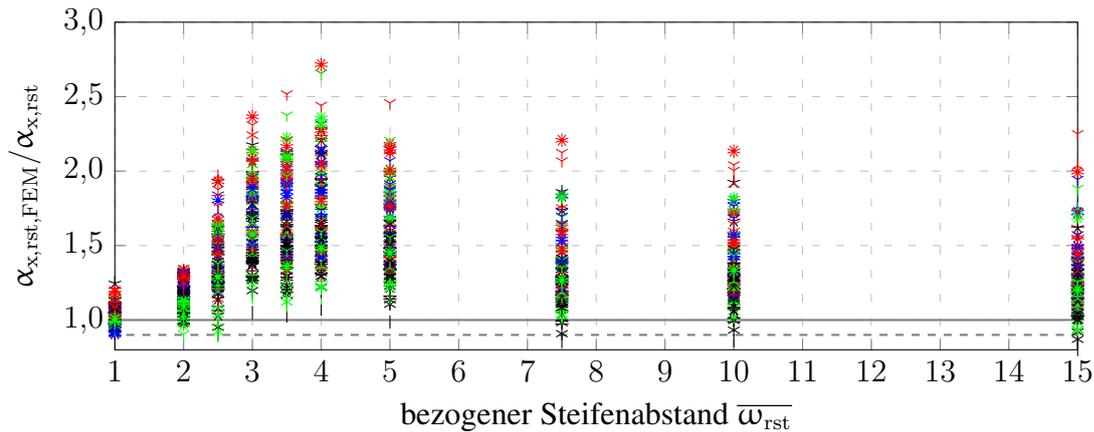


Bild 5.26: Approximierte Traglasten bezogen auf FEM-Ergebnisse für die Parameterkombination $500 \leq r/t \leq 5000$ und $0,3 \leq \Delta w/t \leq 5$

versteiften Kreiszyinderschale wird eine Definition der zutreffenden Vorbeultiefe benötigt. Diese wird im Abschnitt 5.3.6 festgelegt.

5.3.4 Ableitung der Beulkurvenparameter mithilfe der modifizierten Kapazitätskurve

5.3.4.1 Darstellung der modifizierten Kapazitätskurve

Die modifizierten Kapazitätskurven, wurden wie im Abschnitt 4.4.5.1 erläutert, erstellt. Dabei waren die Ringparameter $k_{st} = 0,4; 1,0$ und $2,0$ sowie variierende Steifenabstände im Bereich $1 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ Gegenstand der Untersuchungen.

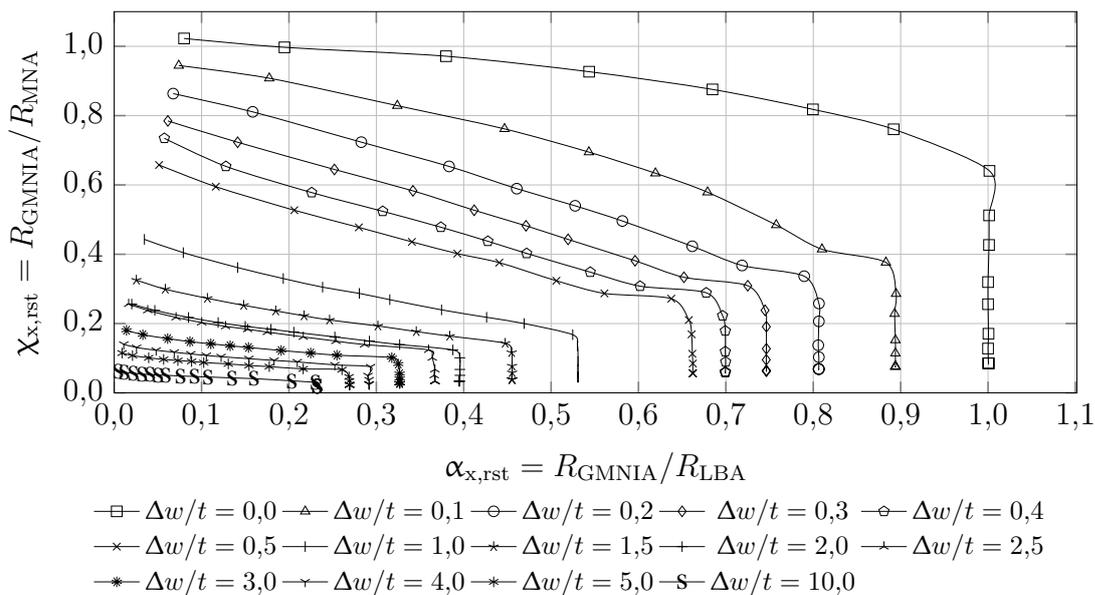
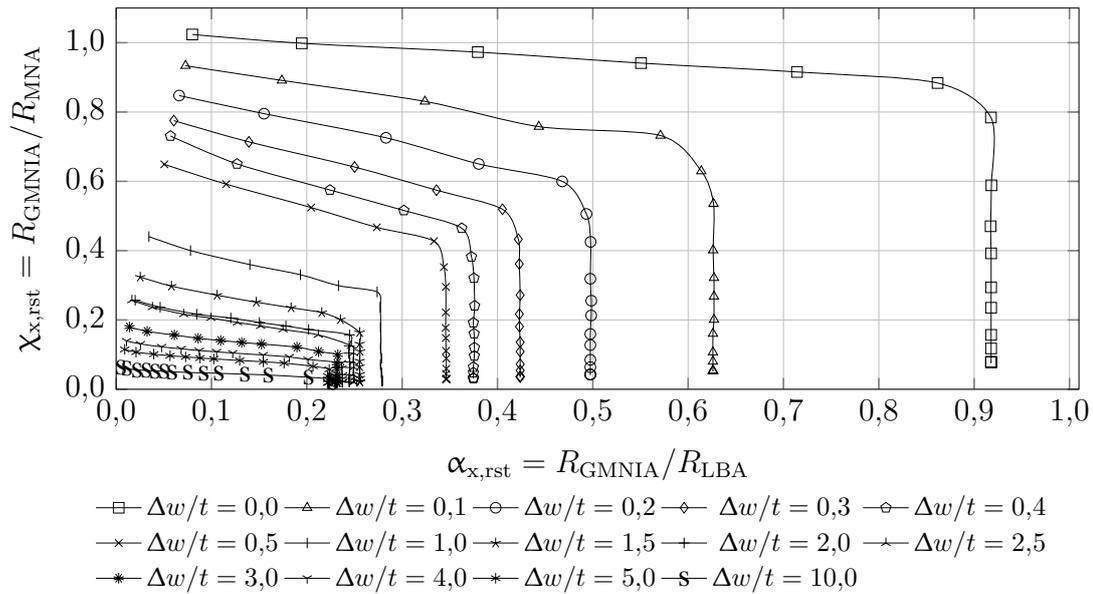
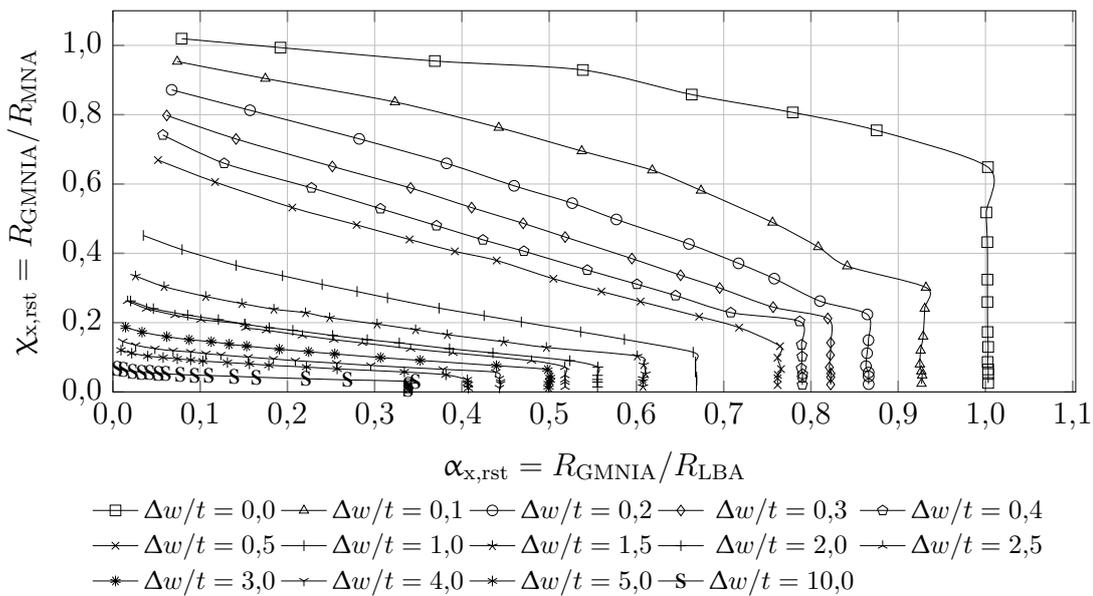


Bild 5.27: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2$

Bild 5.28: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$ Bild 5.29: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2$

Mit zunehmenden Ringsteifenabstand konvergieren die Kurvenverläufe gegen die der unversteiften Schale, welche im Abschnitt 3.5.3 erläutert wurden. Die nur geringen Werte für $\beta_{x,rst}$ deuten auf einen hohen Einfluss der Festigkeit des Materials hin, während die mit steigendem Steifenabstand zunehmenden $\beta_{x,rst}$ -Werte zeigen, dass zunehmend elastisches Beulen die maßgebende Versagensursache darstellt. Enger ringversteifte Kreiszyylinder erreichen generell höhere elastische Imperfektions-Abminderungsfaktoren, bis hin zum Faktor eins. Somit spielt die geometrische Nichtlinearität bei ringversteiften Kreiszyinderschalen eine untergeordnete Rolle.

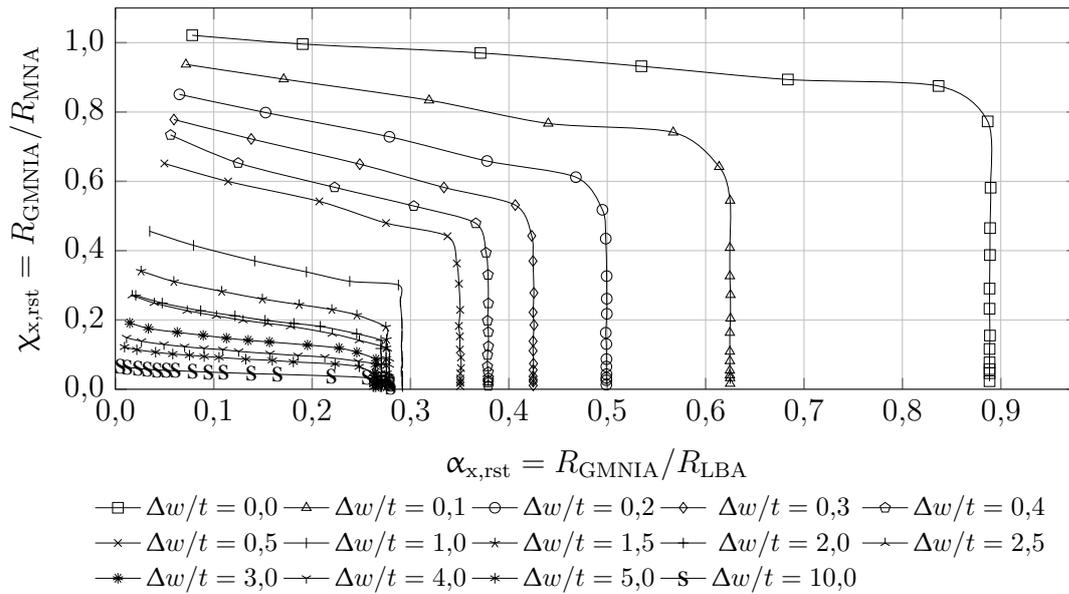


Bild 5.30: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{w}_{rst} = 4$

5.3.4.2 Ermittlung der Beulkurvenparameter abhängig von der Vorbeultiefe

Die Beulkurvenparameter wurden, abhängig von der Vorbeultiefe, ermittelt und in Diagrammform gebracht. Exemplarisch sind in den Bildern 5.31 und 5.32 die Kurvenverläufe dargestellt. In der Regel erlauben die Rohwerte aus der modifizierten Kapazitätskurve stetige Funktionen und weisen nur wenige Ausreißer auf. Der Bereich, auf den die Approximation optimiert wurde, liegt zwischen $\Delta w / t = 0,2$ und $\Delta w / t = 4$, da nahezu alle untersuchten Geometrieparameterkombinationen in diesen Bereich der Vorbeultiefen fallen.

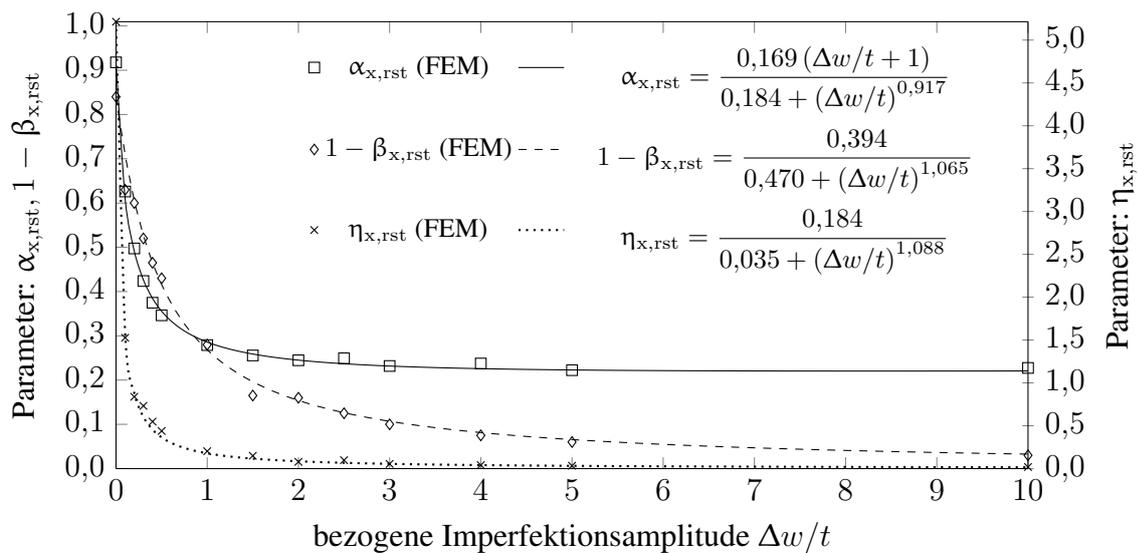
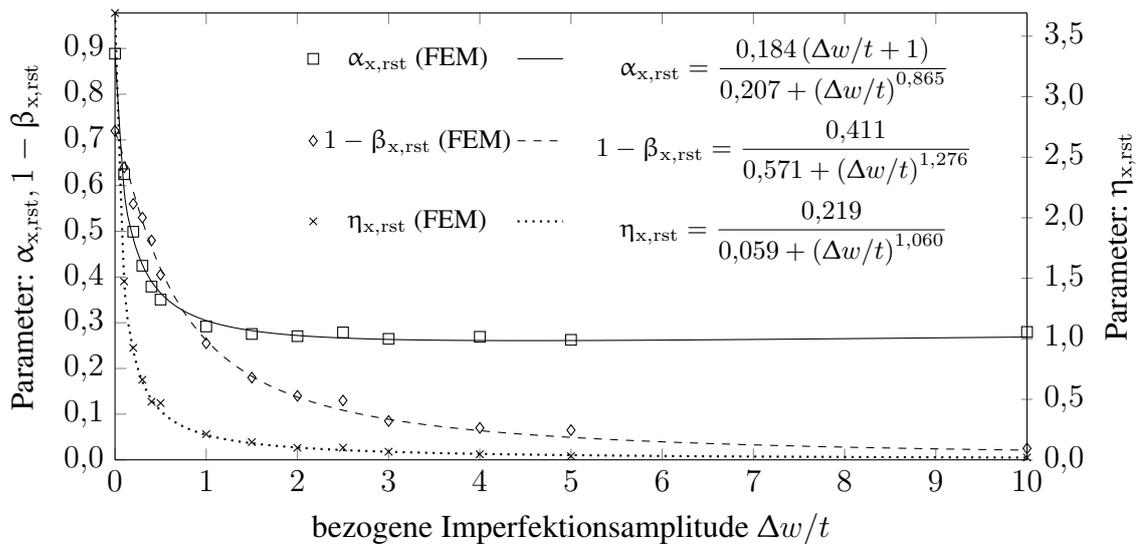


Bild 5.31: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,4$ und $\overline{w}_{rst} = 4$

Bild 5.32: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,0$ und $\overline{\omega}_{rst} = 4$

Alle drei Beulparameter, $\alpha_{x,rst}$, $1 - \beta_{x,rst}$ und $\eta_{x,rst}$ haben einen ähnlichen Verlauf, der gekennzeichnet ist von abnehmenden Werten mit steigender Vorbeultiefe. Die Verläufe der Funktionen der Beulparameter lassen sich zutreffend über den Ansatz nach Gln. 5.5 a-c approximieren. Für besonders hohe Ringparameter wird der Knockdown-Faktor überschätzt. Bei besonders kleinen Vorbeulen sind in der Regel die beiden Parameter $\beta_{x,rst}$ und $\eta_{x,rst}$ maßgebend für die Bestimmung der Tragfähigkeit. Somit kann die Überschätzung von $\alpha_{x,rst}$ toleriert werden, ohne dass es sich nachteilig für das Verfahren darstellen würde.

$$\alpha_x \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1 (\Delta w/t + 1)}{a_2 + (\Delta w/t)^{a_3}} \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10} \quad (5.5a)$$

$$1 - \beta_{x,rst} = \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w/t)^{b_3}} \quad (5.5b)$$

$$\eta_{x,rst} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w/t)^{e_3}} \quad (5.5c)$$

$\overline{\omega}_{rst}$	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	e_1	e_2	e_3
1,00	0,347	0,347	1,288	0,221	0,345	0,605	0,239	0,094	1,102
1,25	0,295	0,295	1,137	0,317	0,480	0,746	0,286	0,093	0,966
1,50	0,240	0,240	0,959	0,330	0,485	0,976	0,344	0,108	0,968
1,75	0,241	0,242	0,961	0,331	0,489	0,980	0,344	0,109	0,968
2,00	0,337	0,337	1,177	0,220	0,343	0,568	0,262	0,088	0,888
2,25	0,295	0,295	1,137	0,317	0,480	0,746	0,286	0,093	0,966
2,50	0,240	0,240	0,959	0,330	0,485	0,976	0,344	0,108	0,968
2,75	0,216	0,216	0,911	0,313	0,482	1,150	0,224	0,060	1,145
3,00	0,203	0,203	0,974	0,317	0,412	0,923	0,258	0,067	1,027
3,25	0,186	0,186	0,878	0,505	0,632	0,982	0,189	0,047	1,178
3,50	0,161	0,170	0,967	0,399	0,493	1,049	0,248	0,055	1,034
4,00	0,169	0,184	0,917	0,394	0,470	1,065	0,184	0,035	1,088
5,00	0,140	0,148	0,966	0,380	0,469	1,049	0,231	0,055	1,010
7,50	0,113	0,120	1,057	0,440	0,544	1,033	0,249	0,065	1,181

Tabelle 5.2: Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 0,4$

$\overline{\omega}_{rst}$	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	e_1	e_2	e_3
1,00	0,629	0,662	1,285	0,059	0,094	0,277	0,170	0,048	0,745
1,25	0,601	0,673	1,323	0,129	0,188	0,391	0,302	0,104	0,748
1,50	0,511	0,563	1,170	0,131	0,227	0,715	0,232	0,113	0,973
1,75	0,535	0,543	1,163	0,080	0,162	0,513	0,177	0,084	0,868
2,00	0,487	0,519	1,158	0,137	0,211	0,528	0,305	0,147	1,291
2,25	0,422	0,456	1,106	0,210	0,367	0,744	0,304	0,124	0,902
2,50	0,266	0,270	0,923	0,226	0,323	0,963	0,326	0,115	1,001
2,75	0,245	0,249	0,873	0,234	0,352	0,863	0,235	0,062	0,933
3,00	0,225	0,257	0,874	0,341	0,510	1,187	0,281	0,090	1,154
3,25	0,195	0,196	0,852	0,419	0,609	1,250	0,284	0,090	1,027
3,50	0,172	0,187	0,919	0,544	0,777	1,282	0,233	0,083	1,126
4,00	0,184	0,207	0,865	0,411	0,571	1,276	0,219	0,059	1,060
5,00	0,145	0,157	0,941	0,437	0,599	1,139	0,245	0,067	1,049
7,50	0,122	0,130	1,010	0,491	0,656	0,876	0,275	0,082	1,238

Tabelle 5.3: Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 1,0$

$\overline{\omega}_{rst}$	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	e_1	e_2	e_3
1,00	0,763	0,801	1,158	0,042	0,282	0,389	0,224	0,231	0,969
1,25	0,690	0,711	1,195	0,140	1,187	0,542	0,312	0,328	1,046
1,50	0,586	0,627	1,074	0,166	0,745	0,796	0,269	0,227	1,091
1,75	0,664	0,675	1,130	0,073	0,135	0,229	0,253	0,211	0,843
2,00	0,608	0,677	1,182	0,219	0,965	0,822	0,280	0,199	1,017
2,25	0,495	0,572	1,130	0,142	0,190	0,797	0,306	0,171	1,064
2,50	0,294	0,373	0,909	0,370	0,561	1,140	0,370	0,176	1,179
2,75	0,257	0,256	0,830	0,325	0,479	0,999	0,252	0,067	0,941
3,00	0,218	0,218	0,817	0,364	0,481	1,080	0,324	0,110	1,021
3,25	0,204	0,211	0,820	0,443	0,629	1,225	0,278	0,087	0,971
3,50	0,204	0,228	0,795	0,532	0,728	1,369	0,284	0,092	1,048
4,00	0,197	0,229	0,855	0,437	0,586	1,111	0,304	0,107	1,046
5,00	0,161	0,178	0,914	0,506	0,680	1,078	0,281	0,080	1,016
7,50	0,134	0,145	0,977	0,488	0,667	1,125	0,233	0,070	1,165

Tabelle 5.4: Zusammenstellung der Parameterwerte für die Gln. 5.5, $k_{st} = 2,0$

5.3.4.3 Interpolation der Freiwerte abhängig vom Steifenabstand

Die Interpolationsgleichungen der Beulkurvenparameter werden im Folgenden für die drei untersuchten Ringparameter bestimmt. Das Vorgehen wurde bereits im Abschnitt 4.4.5.3 beschrieben und wird daher an dieser Stelle nicht vertieft.

Bestimmung der freien Parameter zur Ermittlung des Knockdown-Faktors

Die freien Parameter können in guter Näherung über die Gln. 5.6 a-c bestimmt werden.

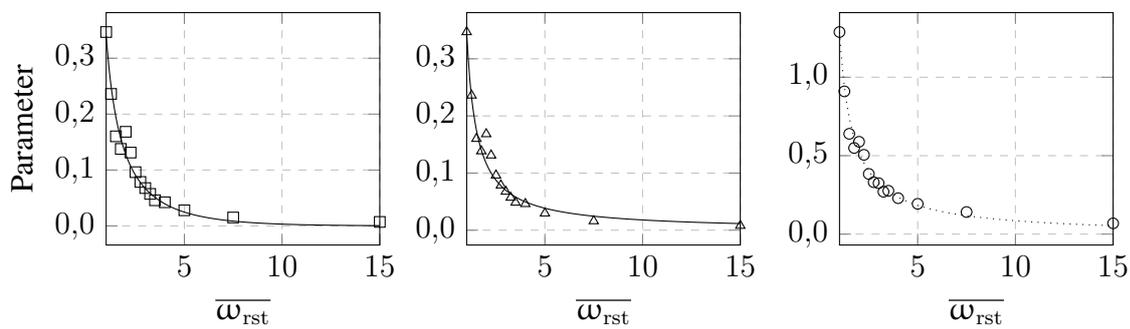
$$a_1 = \frac{a_{11}}{a_{12} + a_{13} \overline{\omega}_{rst}} \overline{\omega}_{rst} \quad (5.6a)$$

$$a_2 = \frac{a_{21}}{a_{22} + \overline{\omega}_{rst} a_{23}} \overline{\omega}_{rst} \quad (5.6b)$$

$$a_3 = \frac{a_{31}}{a_{32} + a_{33} \overline{\omega}_{rst}} \overline{\omega}_{rst} \quad (5.6c)$$

Tabelle 5.5: Parameter zur Bestimmung des Knockdown-Faktors über die Gln. 5.6 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
a_{11}	0,138	0,174	0,142
a_{12}	-1,054	-1,266	-1,223
a_{13}	1,460	1,523	1,407
a_{21}	0,185	0,922	1,446
a_{22}	-0,466	0,382	0,811
a_{23}	1,032	2,018	2,270
a_{31}	0,014	0,118	0,053
a_{32}	-1,005	-1,020	-1,011
a_{33}	1,016	1,109	1,057

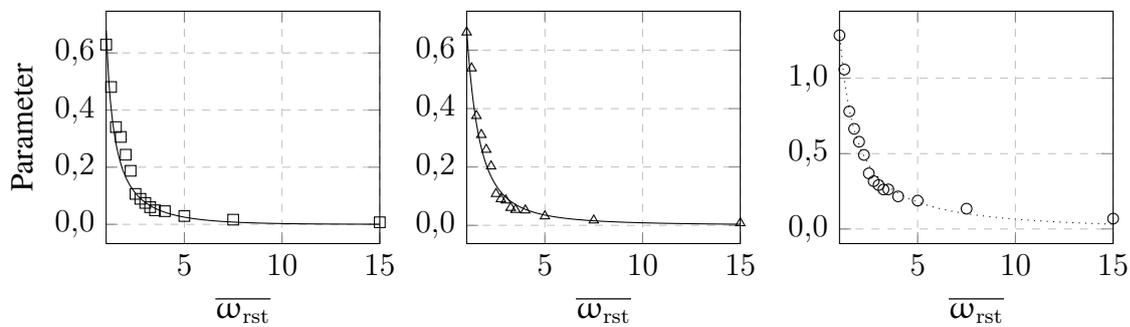


(a) Parameter a_1

(b) Parameter a_2

(c) Parameter a_3

Bild 5.33: Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega_{rst}}$

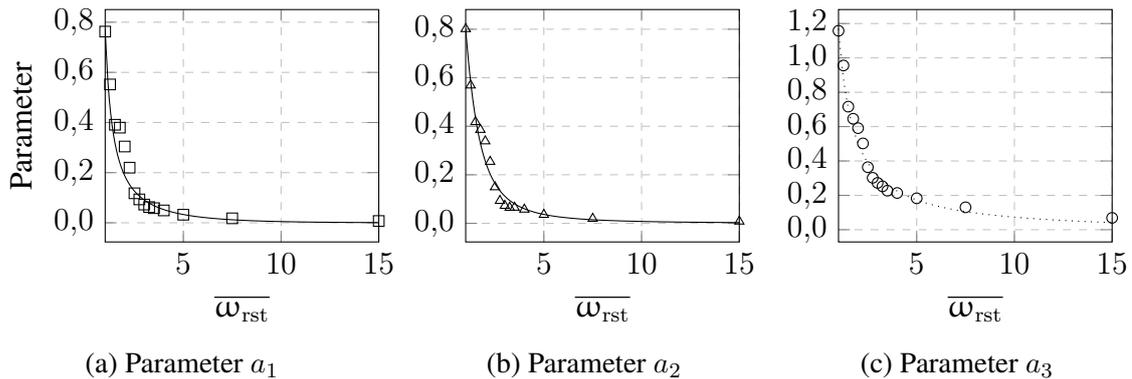


(a) Parameter a_1

(b) Parameter a_2

(c) Parameter a_3

Bild 5.34: Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega_{rst}}$

Bild 5.35: Interpolation der Parameterwerte von $\alpha_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega_{rst}}$ *Bestimmung der freien Parameter zur Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors*

Die Verwendung der Ansatzgleichungen 5.7 a-c ermöglicht eine gute Annäherung der Freiwerte.

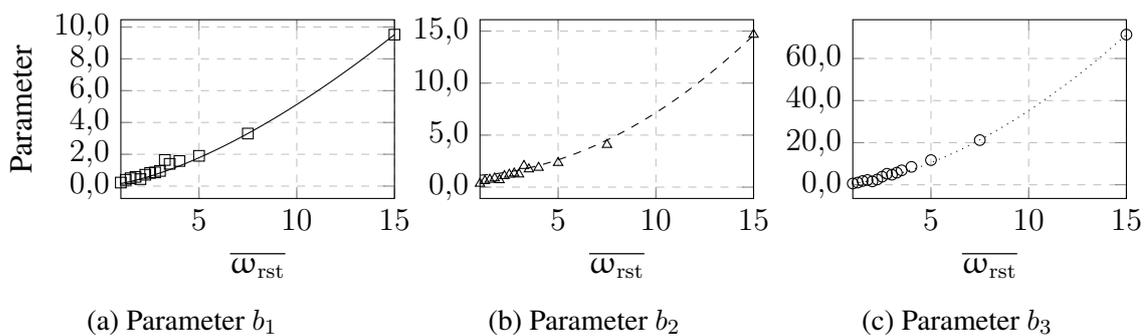
$$b_1 = (b_{11} \overline{\omega_{rst}}^{b_{12}} + b_{13}) / \overline{\omega_{rst}} \quad (5.7a)$$

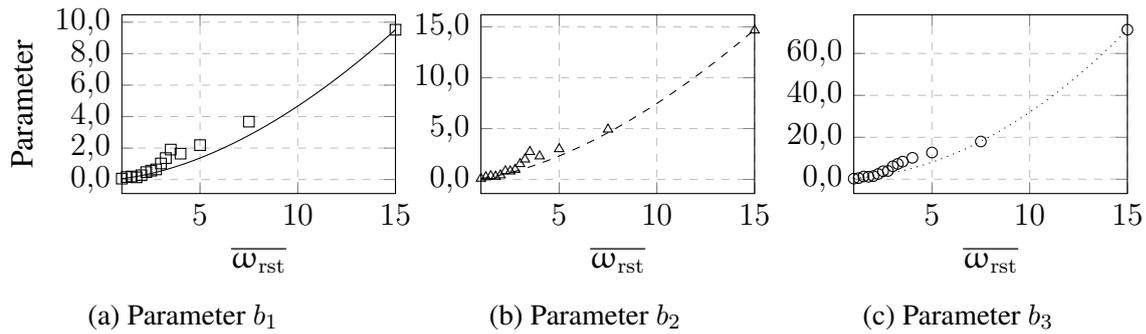
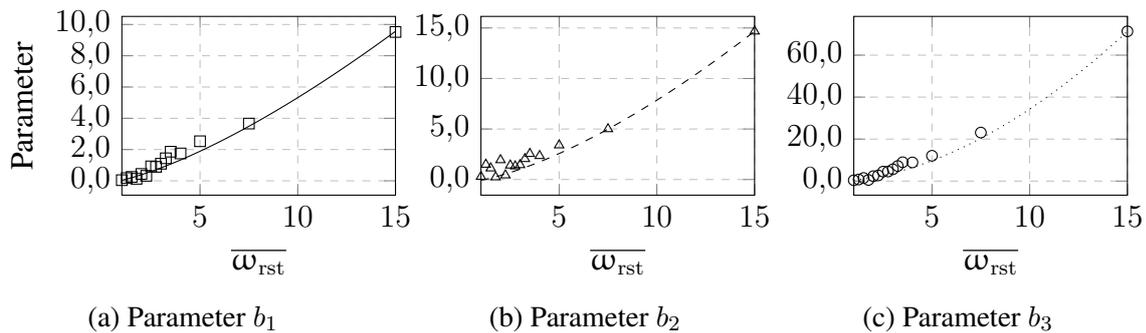
$$b_2 = (b_{21} \overline{\omega_{rst}}^{b_{22}} + b_{23}) / \overline{\omega_{rst}} \quad (5.7b)$$

$$b_3 = (b_{31} \overline{\omega_{rst}}^{b_{32}} + b_{33}) / \overline{\omega_{rst}}^{1,5} \quad (5.7c)$$

Tabelle 5.6: Parameter zur Bestimmung des plastischen Bereichsfaktors über die Gln. 5.7 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
b_{11}	0,152	0,083	0,214
b_{12}	1,527	1,752	1,410
b_{13}	0,007	-0,025	-0,179
b_{21}	0,065	0,166	0,262
b_{22}	1,972	1,660	1,494
b_{23}	1,083	-0,085	-0,335
b_{31}	0,647	0,332	0,546
b_{32}	1,737	1,983	1,800
b_{33}	-0,066	0,067	-0,163

Bild 5.36: Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega_{rst}}$

Bild 5.37: Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega_{rst}}$ Bild 5.38: Interpolation der Parameterwerte von $1 - \beta_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega_{rst}}$ *Ermittlung der freien Parameter für den Beulkurvenexponenten*

Eine gute Approximation der Freiwerte gelingt bei der Verwendung von den Gln. 5.8 a-c.

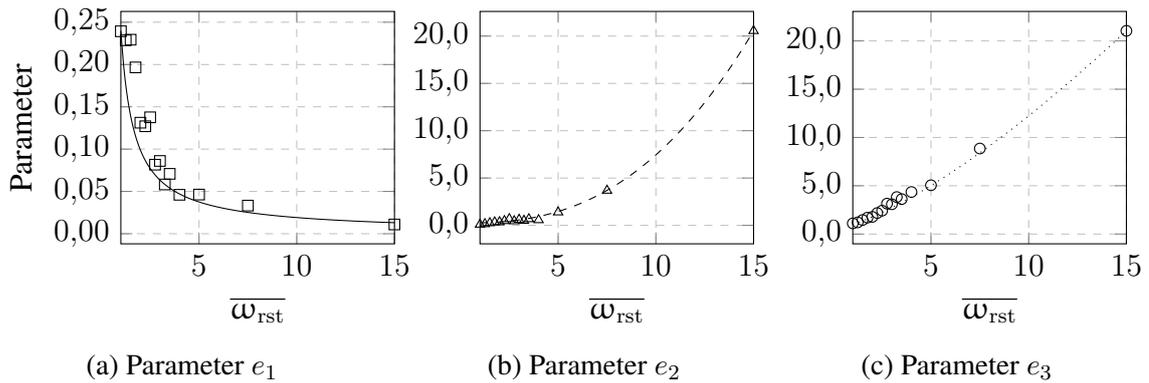
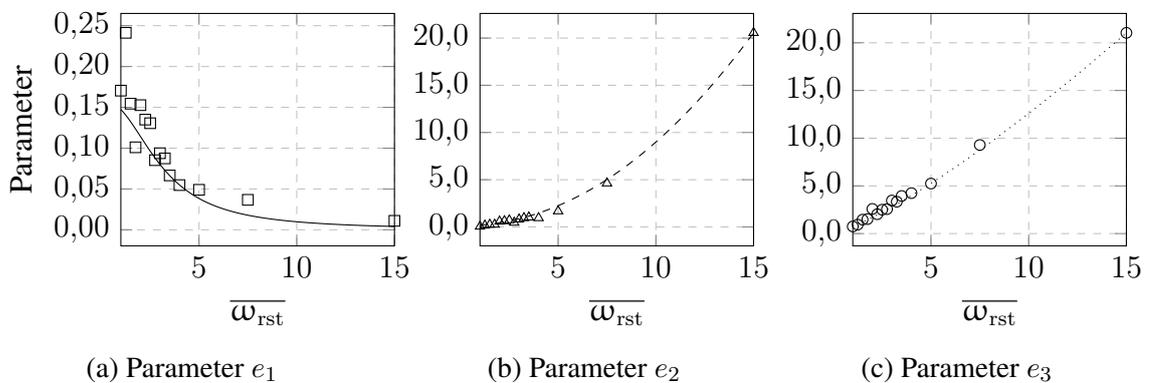
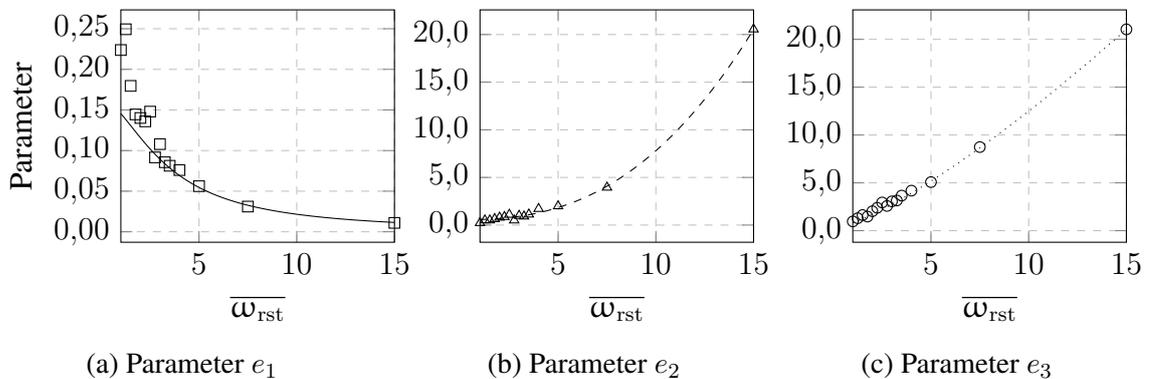
$$e_1 = \frac{e_{11}}{e_{12} + \overline{\omega_{rst}}^{e_{13}}} \overline{\omega_{rst}} \quad (5.8a)$$

$$e_2 = (e_{21} \overline{\omega_{rst}}^{e_{22}} + e_{23}) / \overline{\omega_{rst}}^2 \quad (5.8b)$$

$$e_3 = (e_{31} \overline{\omega_{rst}}^{e_{32}} + e_{33}) / \overline{\omega_{rst}} \quad (5.8c)$$

Tabelle 5.7: Parameter zur Bestimmung des Beulkurvenexponenten bei Verwendung der Gln. 5.8 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
e_{11}	0,148	1,960	1,303
e_{12}	-0,384	12,297	7,959
e_{13}	0,909	2,273	1,720
e_{21}	0,020	0,077	0,023
e_{22}	2,557	2,059	2,503
e_{23}	0,243	0,123	0,559
e_{31}	0,491	0,667	0,613
e_{32}	1,379	1,273	1,303
e_{33}	0,501	0,093	0,204

Bild 5.39: Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 0,4$ über $\overline{\omega}_{rst}$ Bild 5.40: Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 1,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$ Bild 5.41: Interpolation der Parameterwerte von $\eta_{x,rst}$ für $k_{st} = 2,0$ über $\overline{\omega}_{rst}$

5.3.4.4 Verifikation der Approximationsvorschrift

Vergleich des Beul-Abminderungsfaktors aus Simulation und Approximation

In den Bildern 5.42 bis 5.44 sind die FEM-Ergebnisse den approximierten Traglasten über den gesamten Bereich der Imperfektionsamplituden gegenübergestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass sowohl zur unsicheren, als auch zur sicheren Seite Abweichungen im Bereich von etwa fünfzig Prozent auftreten ($k_{st} \leq 1,0$). Die Streuung wird umso größer,

je kräftiger die Ringsteifen gewählt werden und es wird eine maximale Abweichung von -70 % bis +120% erreicht, wenn $k_{st} = 2$ gewählt wird.

Baupraktisch relevant ist jedoch nur ein Ausschnitt der dargestellten Vorbeultiefen, da sich die charakteristische Imperfektionsamplitude abhängig von der Dünnwandigkeit verändert. Nur dickwandige Zylinder haben in der Regel geringe bezogene Vorbeultiefen, während dünnwandige Kreiszylinderschalen eher größere Vorbeultiefen aufweisen. Daher sind die Darstellungen in den Bildern 5.45 bis 5.47 repräsentativ, bei denen nur zutreffende Imperfektionstiefen ausgewertet wurden. Berücksichtigt wurden Amplituden mit dem 1/1,5-fachen Wert für Herstelltoleranzklasse A nach Gl. 4.17 bis zum 1,5-fachen Wert für Herstelltoleranzklasse C, ermittelt nach [DIN EN 1993-1-6, 2007]. Die Mindestvorbeultiefe wurde, in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{x,rst}$ und für $\bar{\omega}_{rst} = 1$, nach Gl. 5.9 ermittelt. Sie ergibt sich aus der Verknüpfung der bezogenen Schlankheit und der Imperfektionsamplitude über die Dünnwandigkeit r/t .

$$\frac{\Delta w}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,6} \left(\frac{0,605 E}{f_y} \right)^{0,42} \bar{\lambda}_{x,rst}^{0,84} \quad (5.9)$$

Die Abweichungen zur unsicheren Seite hin betragen etwa zehn Prozent für Ringparameter bis $k_{st} = 1,0$. Wenn der Ringparameter größer wird, werden, verglichen zu den FEM-Traglasten, bis zu 15 % unsichere Ergebnisse mit dem Approximationsverfahren vorausgesagt. Zudem sind im geringen Schlankheitsbereich die Ergebnisse für $k_{st} = 2,0$ mit etwa 125 % auf der sicheren Seite, während bei kleineren Ringparametern in etwa 50 % Abweichung zur sicheren Seite erkennbar ist.

Da in der Baupraxis tendenziell geringere Ringparameter als $k_{st} = 2$ typisch sind, fallen die Ergebnisse für hohe Ringversteifungsgrade nicht sehr ins Gewicht. Für geringere Versteifungsgrade $k_{st} \leq 1$ kann eine sichere Annäherung der simulierten Traglasten erzielt werden. Somit kann das vorgestellte Formelwerk genutzt werden, um damit ein Handrechenverfahren abzuleiten.

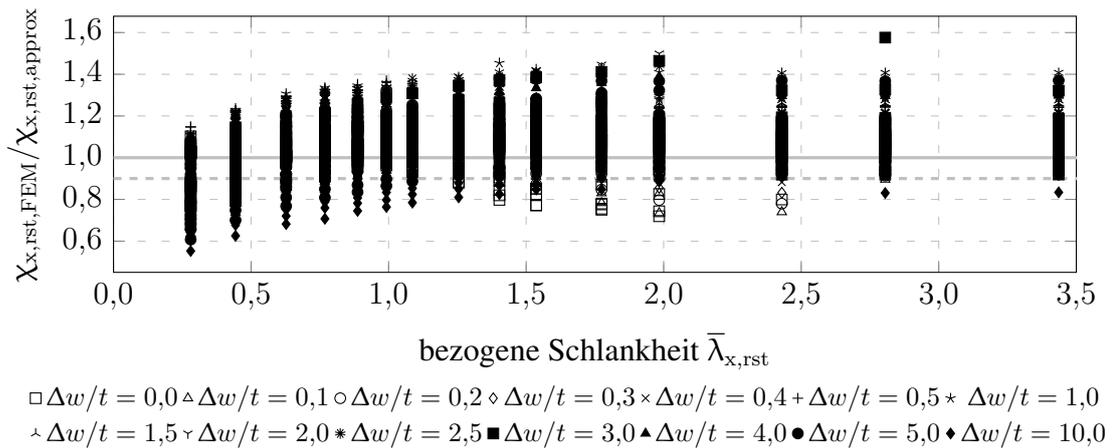


Bild 5.42: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$

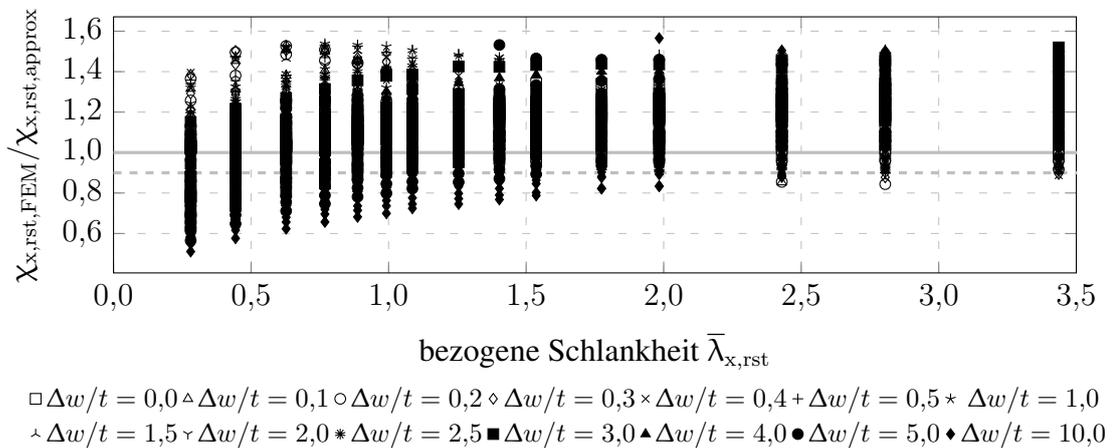


Bild 5.43: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$

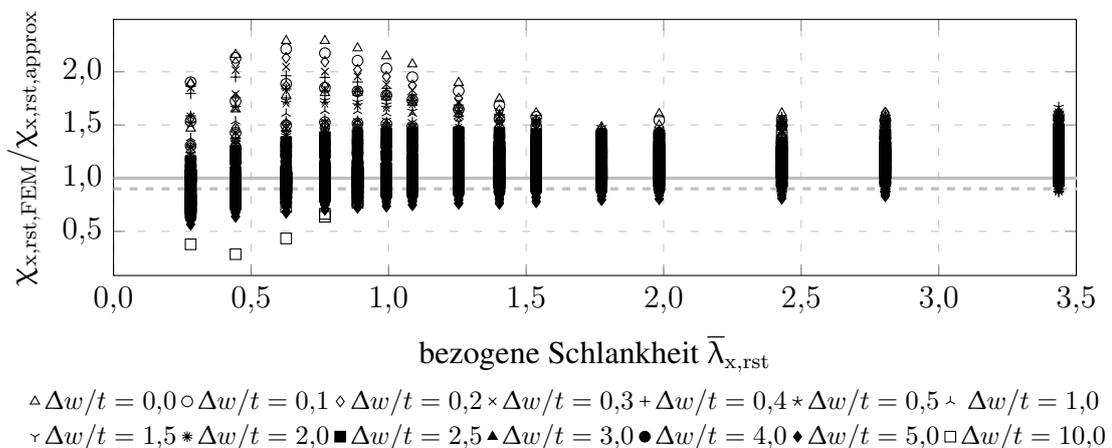
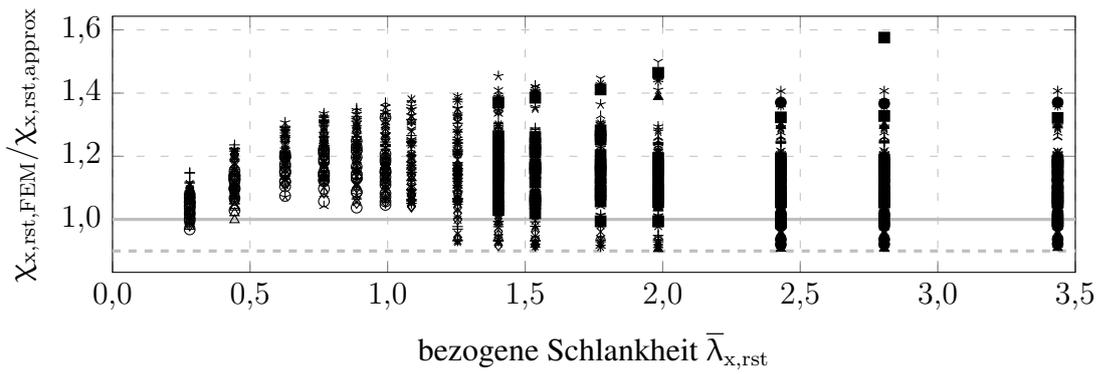
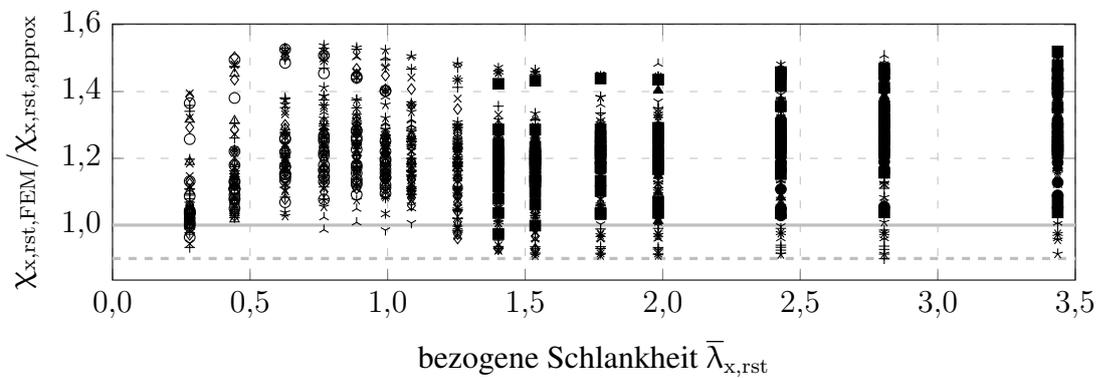


Bild 5.44: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$



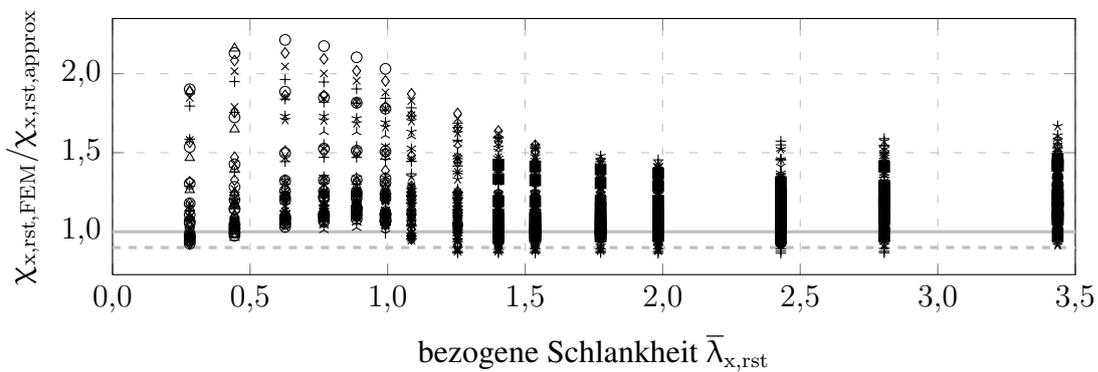
$\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \times $\Delta w/t = 0,4$ $+$ $\Delta w/t = 0,5$ $*$ $\Delta w/t = 1,0$
 \wedge $\Delta w/t = 1,5$ ∇ $\Delta w/t = 2,0$ $*$ $\Delta w/t = 2,5$ \blacksquare $\Delta w/t = 3,0$ \blacktriangle $\Delta w/t = 4,0$ \bullet $\Delta w/t = 5,0$ $\Delta w/t = 10,0$

Bild 5.45: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$



$\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \times $\Delta w/t = 0,4$ $+$ $\Delta w/t = 0,5$ $*$ $\Delta w/t = 1,0$
 \wedge $\Delta w/t = 1,5$ ∇ $\Delta w/t = 2,0$ $*$ $\Delta w/t = 2,5$ \blacksquare $\Delta w/t = 3,0$ \blacktriangle $\Delta w/t = 4,0$ \bullet $\Delta w/t = 5,0$ $\Delta w/t = 10,0$

Bild 5.46: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$



$\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \times $\Delta w/t = 0,4$ $+$ $\Delta w/t = 0,5$ $*$ $\Delta w/t = 1,0$
 \wedge $\Delta w/t = 1,5$ ∇ $\Delta w/t = 2,0$ $*$ $\Delta w/t = 2,5$ \blacksquare $\Delta w/t = 3,0$ \blacktriangle $\Delta w/t = 4,0$ \bullet $\Delta w/t = 5,0$ $\Delta w/t = 10,0$

Bild 5.47: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation, $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$ für alle $\Delta w/t$

5.3.5 Interpolation zwischen den Ringversteifungsgraden

In den Bildern 5.48 sowie 5.49 sind für die engringversteifte Kreiszylinderschale die Beul-Abminderungsbeiwerte über den Ringversteifungsgrad aufgetragen. Mit steigendem Ringparameter nehmen die Tragfähigkeiten zu. Der Unterschied wird umso größer, je schlanker der Zylinder ist. Eine lineare Interpolation zwischen den Stützstellen für k_{st} ist, aufgrund der stetigen Kurvenverläufe, möglich, um die Traglasten nicht erfasster Ringversteifungsgrade zu ermitteln.

Auch für die mit $\overline{\omega}_{rst} = 2,0$ eng ringversteifte Schale im Bild 5.50 lässt sich der Trend aus Bild 5.48 erkennen. Auch mit weniger Stützstellen würden sich die Traglasten aus beiden Bildern für engringversteifte Kreiszyliner nicht sehr voneinander unterscheiden. Mit zunehmenden Steifenabstand nähern sich die erreichbaren Beul-Abminderungsfaktoren zwischen den Ringversteifungsgraden an. Es ist auch bei $\overline{\omega}_{rst} = 5,0$ noch ein traglaststeigernder Effekt zu erkennen. Die Auswirkung ist jedoch nur sehr gering.

Es kann daher in guter Näherung eine lineare Interpolation zwischen den Stützstellen für $k_{st} = 0$, $k_{st} = 0,4$ sowie $k_{st} = 1,0$ und $k_{st} = 2,0$ verwendet werden, um die Tragfähigkeit nicht simulierter Parameterkombinationen zu berechnen. Eine Verifikation ist nicht notwendig, da bereits im Abschnitt 5.3.4.4 die ausreichende Genauigkeit der Approximation nachgewiesen wurde.

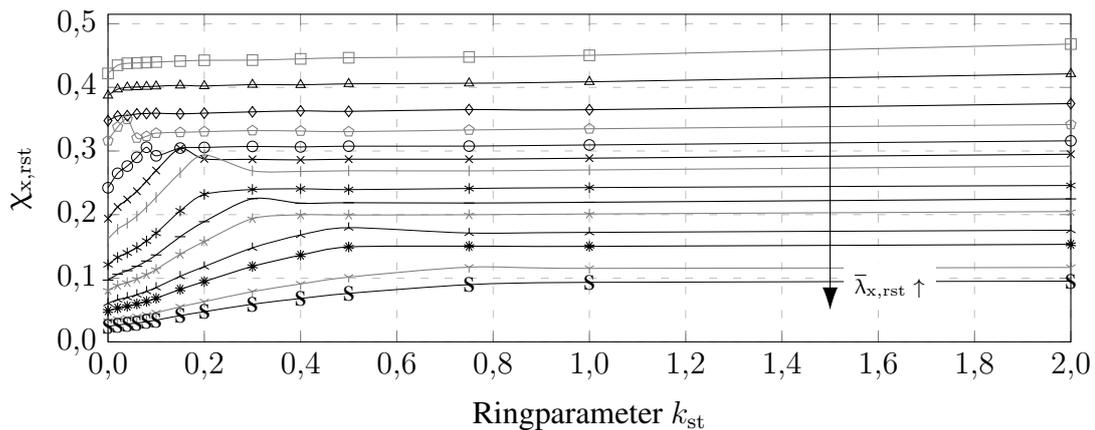


Bild 5.48: Beul-Abminderungsfaktor $\overline{\omega}_{rst} = 1,0$, $\Delta w/t = 1,0$ und $k_{st} \leq 2,0$

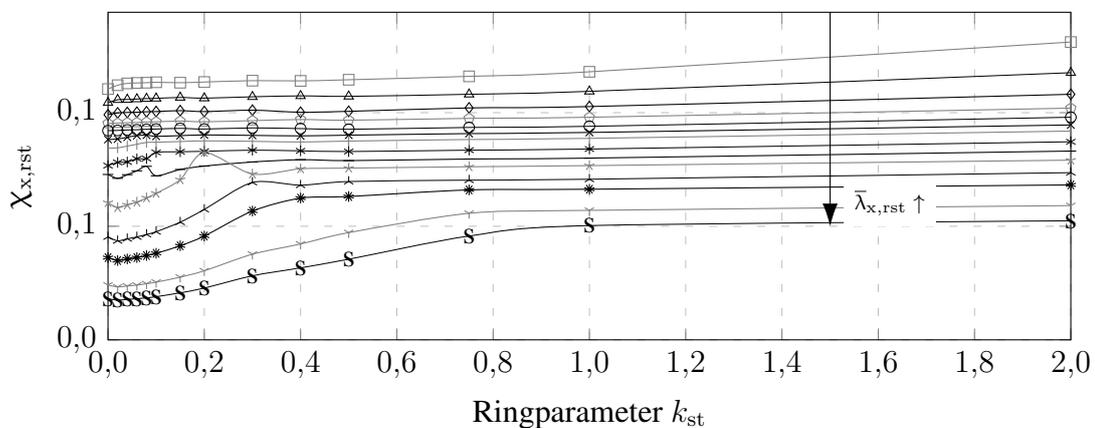


Bild 5.49: Beul-Abminderungsfaktor $\overline{\omega}_{rst} = 1,0$, $\Delta w/t = 5,0$ und $k_{st} \leq 2,0$

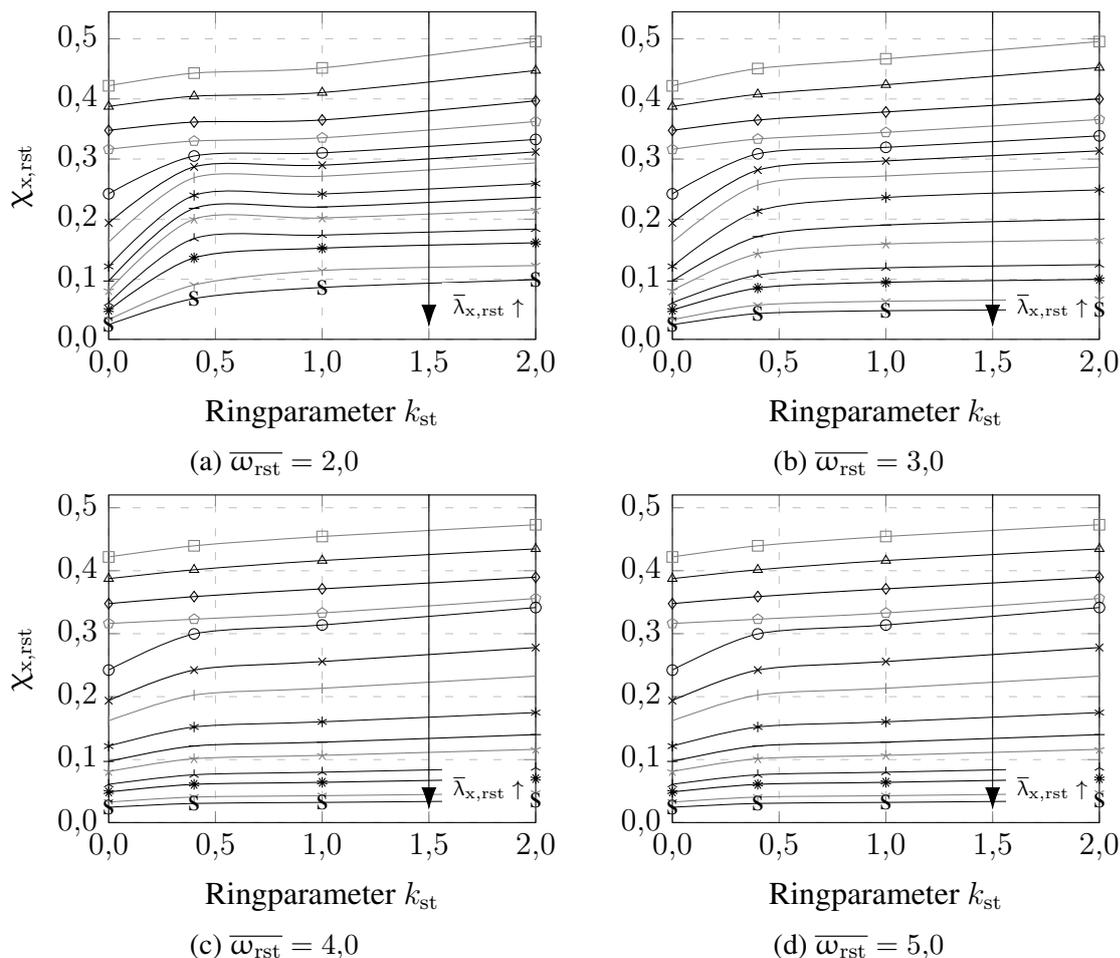


Bild 5.50: Beul-Abminderungsfaktor abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$ für $\Delta w/t = 1,0$; $k_{st} \leq 2,0$

5.3.6 Bestimmung einer zutreffenden Vorbeultiefe

Da es so gut wie keine Versuche im Parameterbereich $0 \leq k_{st} \leq 2$ und den Steifenabständen $2 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 5$ gibt, ist die Angabe einer kalibrierten und verifizierten Bestimmungsgleichung der Vorbeultiefe nicht möglich.

Die publizierten Experimente wurden entweder an eher dickwandigen Versuchskörpern mit einer Dünnwandigkeit von $150 \leq r/t \leq 200$ (Bild 5.51) mit Ringversteifungsgraden von etwa $k_{st} = 0,04$ bis $k_{st} = 0,9$ (Bild 5.53) durchgeführt oder es wurden sehr kräftige Ringsteifen im hohen Abstand benutzt ($\overline{\omega}_{rst} \approx 5$, Bild 5.52).

Da dickwandige, ringversteifte Kreiszyylinder sich von den Traglasten her nur unwesentlich von den unversteiften Kreiszyindern unterscheiden, können die Experimente nicht als Referenzwert berücksichtigt werden. Wetringversteifte Schalen mit sehr hohen Ringparametern $k_{st} > 2$ waren nicht Bestandteil der bisherigen Untersuchungen und somit scheiden die Versuche mit einem bezogenen Steifenabstand von fünf Beulhalbwellen für eine Auswertung ebenso aus.

Die in [Wirth, 2008] publizierten Versuche, die an kleinmaßstäblichen Lipp-Silos (dargestellt in den Bildern 2.13 und 2.14) durchgeführt worden sind, können dagegen zur Beurteilung des Bemessungsverfahrens verwendet werden. Eine generelle Aussage lässt sich jedoch nicht ableiten.

Die Versuchsdaten sind in Tab. 5.8 zusammengestellt. Die Anwendung der im Abschnitt 5.3.4 abgeleiteten Bestimmungsgleichungen für die Tragfähigkeit ergibt zutreffende Vorbeultiefen für das Silo I von etwa $\Delta w/t \approx 0,49$ und für Silo II $\Delta w/t \approx 0,35$.

Unter der Annahme, dass das Silo I engringversteift wäre, ergäbe Gl. 4.17 eine kalibrierte Vorbeultiefe von $\Delta w/t = 0,61$. Für das Silo II wäre die Abweichung vom idealen Zylinder von $\Delta w/t = 0,37$ zutreffend.

Offensichtlich verhalten sich beide Kreiszyylinder im Versuch deutlich günstiger, als es die Einordnung in Toleranzklassen nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] erwarten ließe. Bei den großen Steifenabständen wäre nur ein geringer Einfluss der Versteifung zu erwarten. Dennoch läge die Vorbeultiefe, zutreffend für eine engringversteifte Kreiszylinderschale, noch auf der sicheren Seite. Die zutreffende Vorbeultiefe muss mit steigendem Steifenabstand zunehmen, da die Wirkung der Ringsteifen sich zunehmend verringert und die Imperfektionssensitivität ausgeprägter wird. Zwischen etwa $\overline{\omega}_{rst} = 2$ bis $\overline{\omega}_{rst} = 5$ ist in der Regel ein exponentieller Traglastabfall, bei konstanter Imperfektionsamplitude, zu erkennen. Die Tragfähigkeit nähert sich asymptotisch der Tragfähigkeit der unversteiften Schale an und erreicht sie, wenn $\overline{\omega}_{rst} > 5$ gewählt wird.

Da eine exponentielle Zunahme des Einflusses der Vorbeulen bei der Ermittlung der Imperfektionsamplitude wahrscheinlich zu ungünstig ist, wird eine lineare Zunahme des Vorbeuleinflusses zwischen $\overline{\omega}_{rst} = 1$ und $\overline{\omega}_{rst} = 5$ nach Gl. 5.11 vorgeschlagen.

$$Q_{rst} = (7 - \overline{\omega}_{rst}) Q \begin{cases} \geq 2Q \\ \leq 5Q \end{cases} \quad (5.10)$$

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{Q_{rst}} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} \quad (5.11)$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass diese Gleichung nicht anhand von Experimenten kalibriert werden konnte und dass die wenigen im relevanten Parameterbereich verfügbaren Experimente ungeeignet für eine Kalibration sind.

Tabelle 5.8: Maßgebende Versuchsdaten aus [Wirth, 2008]

Typ Silo	r mm	t mm	A_{st} mm ²	a_{st} mm	$\overline{\omega}_{rst}$ [-]	k_{st} [-]	f_y MPa	E GPa	$\sigma_{x,Exp}$ $\frac{N}{mm}$	$\bar{\lambda}$ [-]	χ_x [-]	HTK [-]
1	1504	1,467	176	390	4,80	0,31	277	181,5	30,2	1,61	0,109	C
2	1496	2,450	294	390	3,72	0,31	345	187,3	53,8	1,36	0,156	B

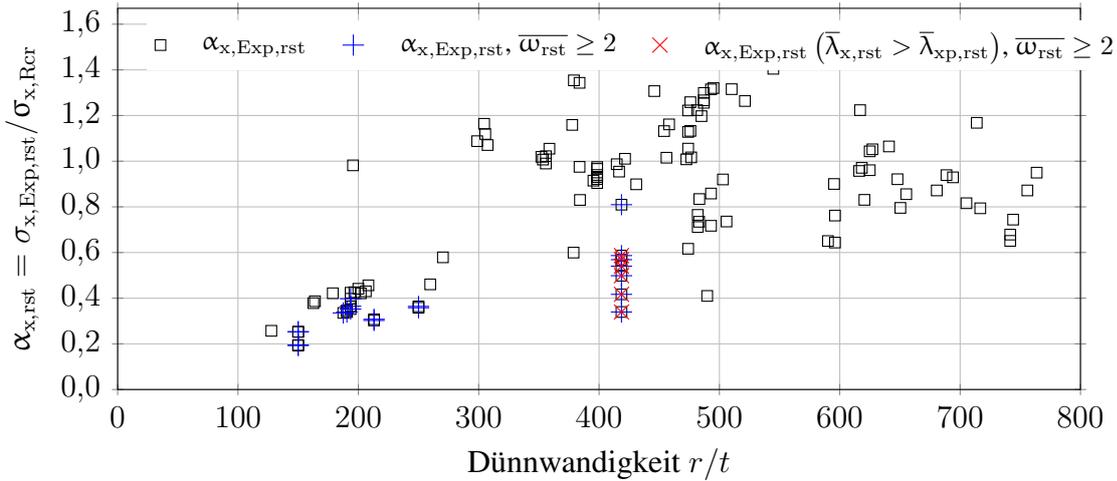


Bild 5.51: Versuchsergebnisse abhängig von der Dünnwandigkeit r/t

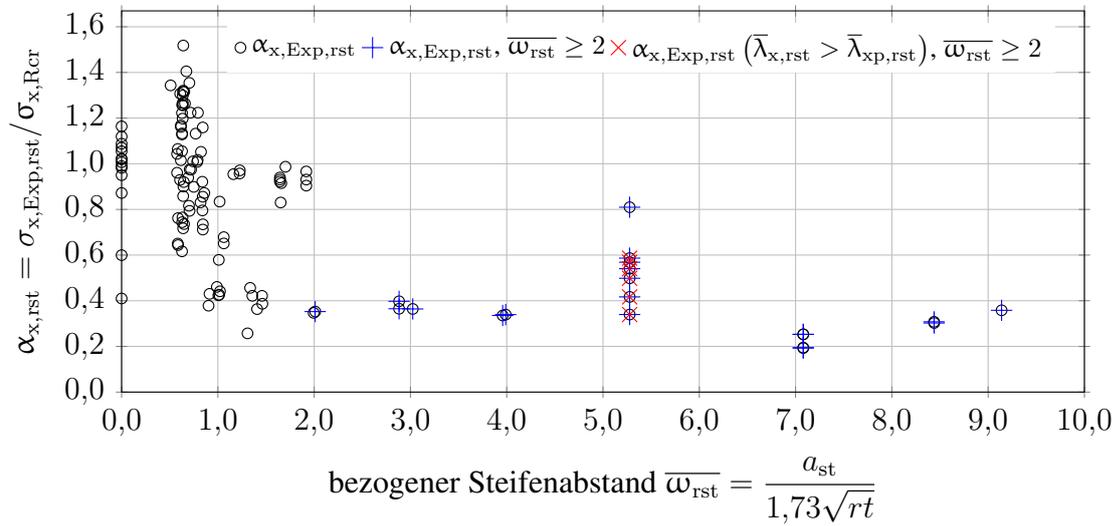


Bild 5.52: Versuchsergebnisse abhängig vom Steifenabstand $\overline{\omega}_{rst}$

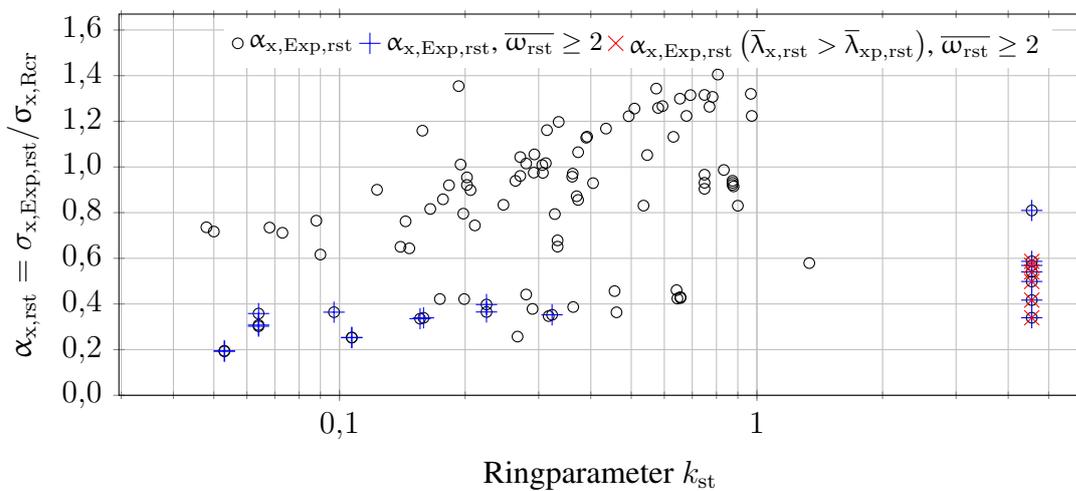


Bild 5.53: Versuchsergebnisse abhängig vom Ringparameter k_{st}

5.4 Vorschlag eines Nachweiskonzepts

Das Nachweiskonzept ist gültig für ringversteifte Kreiszyinderschalen unter konstantem Axialdruck mit einem Versteifungsgrad $k_{st} \leq 2,0$. Es kann, auf der sicheren Seite liegend, auch für umfangsveränderliche Membrankräfte angewandt werden, wenn s zu 1,0 gewählt wird.

1. Definition der relevanten Beulparameter:

Geometriewerte: r, t, l, A_{st}, a_{st} Materialparameter: E, f_y

Beulkurvenbeiwerte: $Q = 16$ (HTK C), $Q = 25$ (HTK B), $Q = 40$ (HTK A)

2. Bestimmung des Längenparameters $\overline{\omega}_{rst}$ mit Gl. 2.13:

$$\overline{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73\sqrt{rt}}$$

3. Ermittlung des Ringparameters k_{st} mit Gl. 2.12:

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} \leq 2,0$$

4. Bestimmung der charakteristischen Imperfektionsamplitude $\Delta w_{k,rst}/t$ mit Gl. 5.11:

$$Q_{rst} = (7 - \overline{\omega}_{rst}) Q \begin{cases} \geq 2Q \\ \leq 5Q \end{cases}$$

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{Q_{rst}} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42}$$

5. Ermittlung des elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktors $\alpha_{x,rst}$ über die Gln. 5.5 a, 5.6 a-c und Tab. 5.5:

$$a_1 = \frac{a_{11}}{a_{12} + a_{13}^{\overline{\omega}_{rst}}} \overline{\omega}_{rst}$$

$$a_2 = \frac{a_{21}}{a_{22} + \overline{\omega}_{rst} a_{23}} \overline{\omega}_{rst}$$

$$a_3 = \frac{a_{31}}{a_{32} + a_{33}^{\overline{\omega}_{rst}}} \overline{\omega}_{rst}$$

$$\alpha_x \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1 (\Delta w_{k,rst}/t + 1)}{a_2 + (\Delta w_{k,rst}/t) a_3} \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10 \overline{\omega}_{rst}}$$

Tabelle 5.9: Parameter zur Bestimmung des Knockdown-Faktors über die Gln. 5.6 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
a_{11}	0,138	0,174	0,142
a_{12}	-1,054	-1,266	-1,223
a_{13}	1,460	1,523	1,407
a_{21}	0,185	0,922	1,446
a_{22}	-0,466	0,382	0,811
a_{23}	1,032	2,018	2,270
a_{31}	0,014	0,118	0,053
a_{32}	-1,005	-1,020	-1,011
a_{33}	1,016	1,109	1,057

Der elastische Imperfektions-Abminderungsbeiwert ist zwischen den gegebenen Ringparametern zu interpolieren. Wenn gilt: $k_{st} \leq 0,4$, so ist zwischen α_x nach Gl. 3.11 und $\alpha_{x,rst}$ zu interpolieren.

6. Ermittlung des plastischen Bereichsfaktors mit Gln. 5.5 b, 5.7 a-c und Tab. 5.6:

$$b_1 = (b_{11} \overline{\omega}_{rst}^{-b_{12}} + b_{13}) / \overline{\omega}_{rst}$$

$$b_2 = (b_{21} \overline{\omega}_{rst}^{-b_{22}} + b_{23}) / \overline{\omega}_{rst}$$

$$b_3 = (b_{31} \overline{\omega}_{rst}^{-b_{32}} + b_{33}) / \overline{\omega}_{rst}^{1,5}$$

$$1 - \beta_{x,rst} = \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{b_3}}$$

Tabelle 5.10: Parameter zur Bestimmung des plastischen Bereichsfaktors über die Gln. 5.7 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
b_{11}	0,152	0,083	0,214
b_{12}	1,527	1,752	1,410
b_{13}	0,007	-0,025	-0,179
b_{21}	0,065	0,166	0,262
b_{22}	1,972	1,660	1,494
b_{23}	1,083	-0,085	-0,335
b_{31}	0,647	0,332	0,546
b_{32}	1,737	1,983	1,800
b_{33}	-0,066	0,067	-0,163

Der plastische Bereichsfaktor ist zwischen den gegebenen Ringparametern zu interpolieren. Für Werte kleiner $k_{st} = 0,4$ ist zwischen der ringversteiften Schale mit $k_{st} = 0,4$ und dem unversteiften Kreiszyylinder zu interpolieren.

7. Ermittlung des Beulkurvenexponenten $\eta_{x,rst}$ mit den Gln. 5.5 c, 5.8 a-c und Tab. 5.7:

$$e_1 = \frac{e_{11}}{e_{12} + \overline{\omega}_{rst}^{e_{13}}} \overline{\omega}_{rst}$$

$$e_2 = (e_{21} \overline{\omega}_{rst}^{e_{22}} + e_{23}) / \overline{\omega}_{rst}^2$$

$$e_3 = (e_{31} \overline{\omega}_{rst}^{e_{32}} + e_{33}) / \overline{\omega}_{rst}$$

$$\eta_{x,rst} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w_{rst}/t)^{e_3}}$$

Tabelle 5.11: Parameter zur Bestimmung des Beulkurvenexponenten bei Verwendung der Gln. 5.8 a-c

Parameter	$k_{st} = 0,4$	$k_{st} = 1,0$	$k_{st} = 2,0$
e_{11}	0,148	1,960	1,303
e_{12}	-0,384	12,297	7,959
e_{13}	0,909	2,273	1,720
e_{21}	0,020	0,077	0,023
e_{22}	2,557	2,059	2,503
e_{23}	0,243	0,123	0,559
e_{31}	0,491	0,667	0,613
e_{32}	1,379	1,273	1,303
e_{33}	0,501	0,093	0,204

Der Beulkurvenexponent ist zwischen den gegebenen Ringparametern zu interpolieren. Für Werte kleiner $k_{st} = 0,4$ ist zwischen der ringversteiften Schale mit $k_{st} = 0,4$ und dem unversteiften Kreiszyylinder zu interpolieren.

8. Festlegung des vollplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{x0,rst}$:

$$\bar{\lambda}_{x0,rst} = \frac{Q}{\min(100 + 5 \overline{\omega}_{rst}; 125)} \quad (5.15)$$

9. Definition des Parameters für Verfestigung χ_{xh} nach Gl. 2.63:

$$\chi_{xh,rst} = 1,2$$

10. Berechnung des teilplastischen Grenzschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{xp,rst}$ mittels Gl. 2.43:

$$\bar{\lambda}_{xp,rst} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,rst}}{1 - \beta_{x,rst}}}$$

11. Bestimmung des Parameters $C_{x,rst}$ über eine modifizierte Gl. 4.22:

$$\omega_{x,rst} = \frac{a_{st}}{\sqrt{rt}} \begin{cases} < 1,7 & \curvearrowright \text{kurzer Zylinderabschnitt} \\ & C_{x,rst} = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{x,rst}} + \frac{2,07}{\omega_{x,rst}^2} \\ \geq 1,7 & \curvearrowright \text{mittellanger Zylinderabschnitt} \\ < 0,5 r/t & C_{x,rst} = 1 \end{cases}$$

12. Berechnung der Verzweigungsspannung $\sigma_{x,Rcr}$ mit Gl. 2.45:

$$\sigma_{x,Rcr,rst} = 0,605 C_{x,rst} E \frac{t}{r}$$

13. Festlegung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{x,rst}$ über Gl. 2.46:

$$\bar{\lambda}_{x,rst} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr,rst}}}$$

14. Ermittlung des Beul-Abminderungsfaktors $\chi_{x,rst}$ mittels Gl. 2.47:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{x,rst} \leq \bar{\lambda}_{x0,rst} & \curvearrowright \chi_{x,rst} = \chi_{xh,rst} - \frac{\bar{\lambda}_{x,rst}}{\bar{\lambda}_{x0,rst}} (\chi_{xh,rst} - 1) \\ \bar{\lambda}_{x0,rst} < \bar{\lambda}_{x,rst} < \bar{\lambda}_{xp,rst} & \curvearrowright \chi_{x,rst} = 1 - \beta_{x,rst} \left(\frac{\bar{\lambda}_{x,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}}{\bar{\lambda}_{xp,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}} \right)^{\eta_{x,rst}} \\ \bar{\lambda}_{xp,rst} < \bar{\lambda}_{x,rst} & \curvearrowright \chi_{x,rst} = \frac{\alpha_{x,rst}}{\bar{\lambda}_{x,rst}^2} \end{aligned}$$

15. Bestimmung des Bemessungswertes des Beulwiderstands $\sigma_{x,Rd,rst}$ mit Gl. 2.48:

$$\sigma_{x,Rd,rst} = \frac{\chi_{x,rst} f_y}{\gamma_{M1}}$$

5.5 Vereinfachte Tragfähigkeitsermittlung

5.5.1 Engringversteifte Kreiszyinderschalen

Die bisher definierten Gleichungen sind komplex und es ist eine lineare Interpolationen zwischen den tabellierten Werten notwendig, um den gesamten Parameterraum beschreiben zu können. Dabei ist ungewiss, welche Fehler entstehen, wenn zwischen den gewählten Stützstellen für die Ermittlung des Steifenabstands von $k_{st} = 0,4$, $k_{st} = 1,0$ und $k_{st} = 2,0$ linear interpoliert wird.

Im Folgenden werden zunächst zusammenfassend die Erkenntnisse, die anhand von den ringversteiften Kreiszyinderschalen unter Axialdruck gewonnen worden sind, dargestellt und Vereinfachungen am Nachweisverfahren diskutiert. Die Grundlage bilden dafür, neben den FEM-Resultaten, die Approximationsgleichungen, welche anhand der modifizierten Kapazitätskurve abgeleitet worden sind.

Für den Steifenabstand $\bar{\omega}_{rst} = 1$ wurden für eine Vielzahl von Ringparametern zwischen 0 bis 2 für Vorbeultiefen im Bereich $0 \leq \Delta w/t \leq 10$ Simulationen erstellt. Aus den Experimenten (Bild 2.12) kann ein nahezu linearer Verlauf des aufnehmbaren Axialdrucks mit steigendem Ringversteifungsgrad abgeleitet werden, sobald k_{st} größer als 0,2 ist. Im Bereich $0 \leq k_{st} \leq 0,2$ steigt die Tragfähigkeit nichtlinear mit dem Ringparameter.

Die Darstellung der Abhängigkeit des Beul-Abminderungsfaktors von k_{st} und $\Delta w/t$ im Bild 5.54 zeigt, dass für geringe Schlankheiten schon mäßige Steigerungen des Ringparameters ausreichen, um den Plateauwert der Tragfähigkeit zu erreichen. Bei weiter steigendem Ringversteifungsgrad wird nur unwesentlich mehr Traglast möglich. Der Effekt

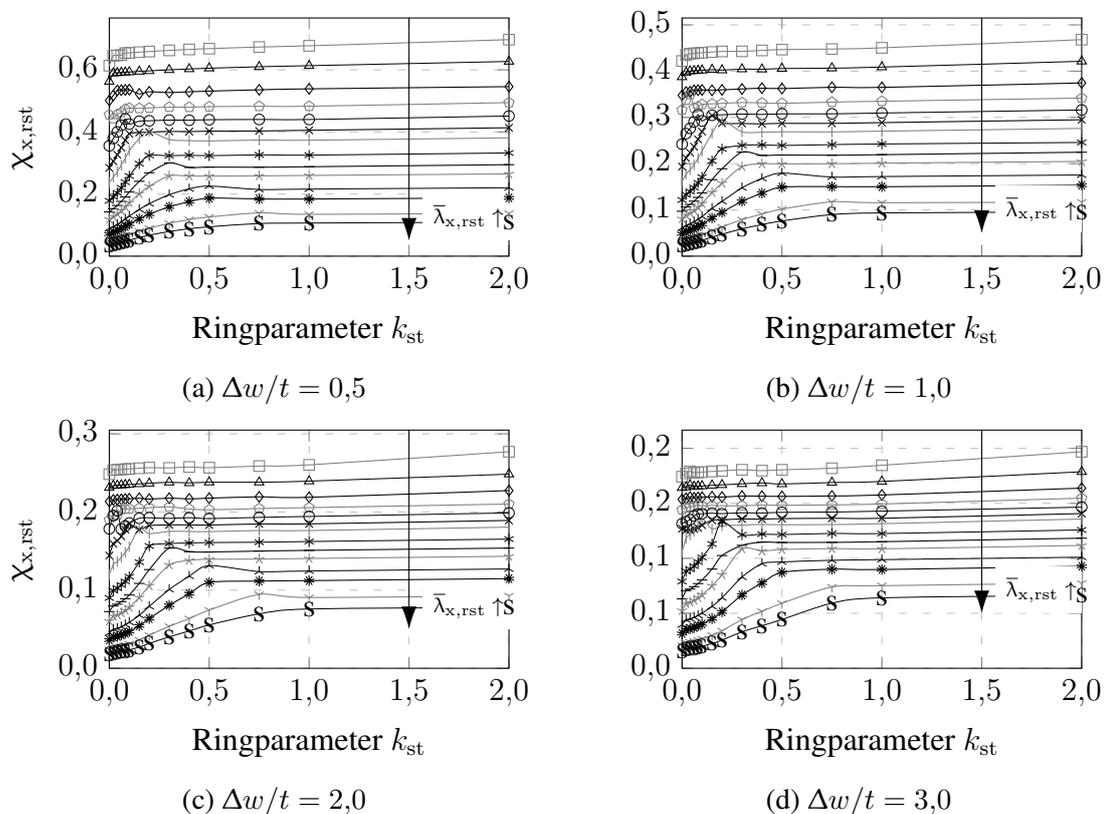


Bild 5.54: Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für verschiedene bezogene Schlankheiten $\bar{\lambda}_{x,rst}$

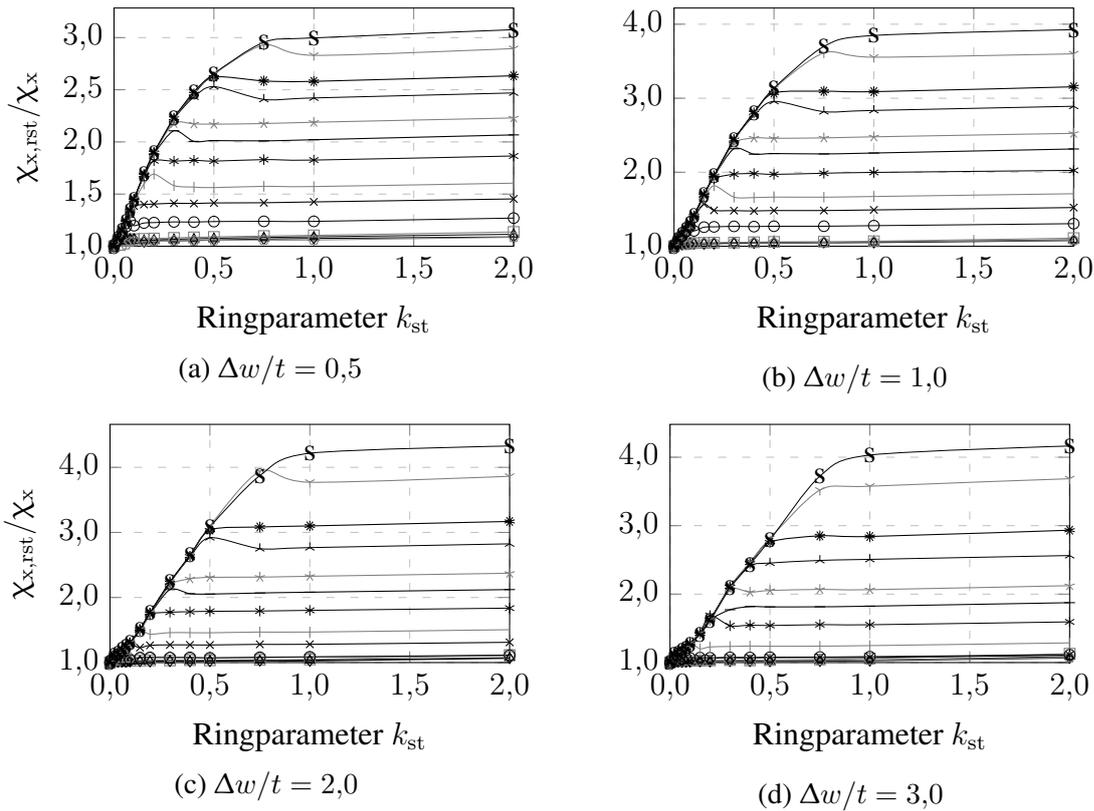


Bild 5.55: Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für verschiedene $\bar{\lambda}_{x,rst}$

ist umso ausgeprägter, je größer die Vorbeultiefe gewählt wird. Jedoch ist der mögliche Zugewinn an Beulwiderstand insgesamt nur gering von $k_{st} = 0$ bis $k_{st} = 2$.

Im mittleren Schlankheitsbereich reicht ein Ringversteifungsgrad zwischen 0,2 bis 0,4 aus, um fast die maximale Tragfähigkeit zu erreichen. Es sind bis zu ca. 200 % mehr Widerstand möglich, wenn die bezogene Imperfektionsamplitude mindestens 1,0 beträgt. Dabei ist ein Zuwachs zwischen 65% bis 100 % typisch.

Besonders schlanke Kreiszyylinder profitieren von der Ringversteifung. Das Traglastmaximum wird in etwa bei einem Ringparameter zwischen 0,5 und 1,0 erreicht und lässt sich nur wenig mehr steigern. Die Erwartungen, die aus den Experimenten formuliert wurden, werden durch die Simulationen bestätigt.

Die Darstellung des Beul-Abminderungsbeiwertes relativ zum Beul-Abminderungsbeiwert der unversteiften Schale im Bild 5.55 zeigt, dass das absolute Traglastmaximum näherungsweise bei $k_{st} = 1,0$ erreicht ist. Der Anstieg der Widerstände abhängig vom Ringparameter lässt sich näherungsweise über eine Gerade beschreiben. Für geringe Vorbeultiefen liegt das auf der sicheren Seite, da die Krümmung vernachlässigt wird.

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit reichen, für jede beliebige bezogene Schlankheit, die Beul-Abminderungsfaktoren der unversteiften sowie der mit Ringparameter 1,0 versteiften Kreiszylinderschale als Referenzwiderstände aus. Mit Gl. 5.17 lässt sich für alle engingversteiften Kreiszylinderschalen auf der sicheren Seite die Traglast angeben.

$$\chi_{x,rst} = \left(\left[\frac{\chi_{x,rst}(k_{st} = 1)}{\chi_x} - 1 \right] \min[k_{st}; 1] + 1 \right) \chi_x \quad (5.17)$$

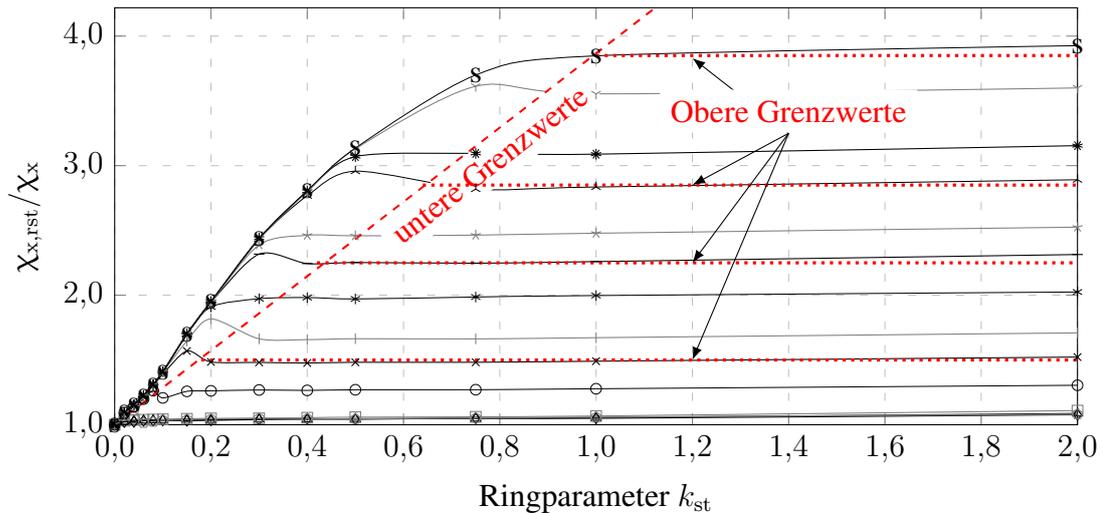


Bild 5.56: Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Ringparameter für $\Delta w/t = 1,0$ für verschiedene $\bar{\lambda}_{x,rst}$

5.5.2 Beliebig ringversteifte Kreiszylinderschalen

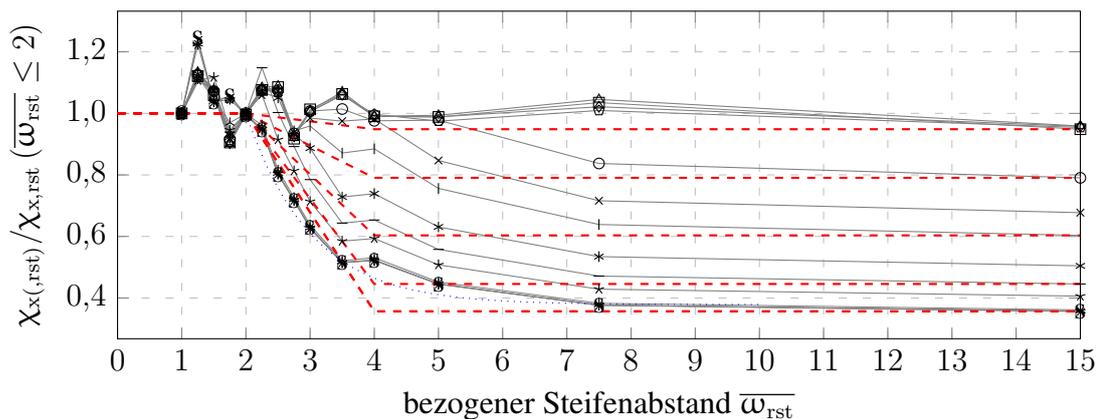


Bild 5.57: Auf unversteiften Zylinder bezogener Beul-Abminderungsfaktor abhängig vom Steifenabstand für $\Delta w/t = 1,0$ und $k_{st} = 0,4$ für verschiedene $\bar{\lambda}_{x,rst}$

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit in Abhängigkeit des Steifenabstands ist es ausreichend, den Widerstand der unversteiften und engringversteiften Schale für die gesuchte Schlankheit zu kennen.

Engringversteifte Zylinder erreichen die hohe Traglast bis zu einem Steifenabstand von zwei Beulhalbwellen ($\bar{\omega}_{rst} = 2$). Größere Abstände lassen sich über eine lineare Interpolation der mit dem Steifenabstand multiplizierten Widerstände nach Gl. 5.18 näherungsweise berücksichtigen.

$$\chi_{x,rst} = \chi_{x,rst}(\bar{\omega}_{rst} \leq 2) - \frac{\chi_{x,rst}(\bar{\omega}_{rst} \leq 2) - \chi_x}{2} (\bar{\omega}_{rst} - 2) \begin{cases} \leq \chi_{x,rst}(\bar{\omega}_{rst} \leq 2) \\ \geq \chi_x \end{cases} \quad (5.18)$$

5.5.3 Verifikation der beiden vorgestellten Nachweisverfahren

5.5.3.1 Verifikation für engringversteifte Kreiszyinderschalen

Zur Verifizierung des vorgestellten Verfahrens wurden für alle Parameterkombinationen, für die numerisch bestimmte Traglasten vorliegen, mit dem Regelverfahren bzw. dem vereinfachten Verfahren die Beulwiderstände bestimmt. Der Quotient aus FEM-Traglast zur Berechnung mittels Bestimmungsgleichungen wurde anschließend gebildet. Das Ergebnis ist im Bild 5.58 grafisch für alle zutreffenden Vorbeulamplituden, wie im Punkt 5.3.4.4 erläutert und z.B. auf den Bildern 5.45 bis 5.47 dargestellt.

Vereinfachtes Verfahren

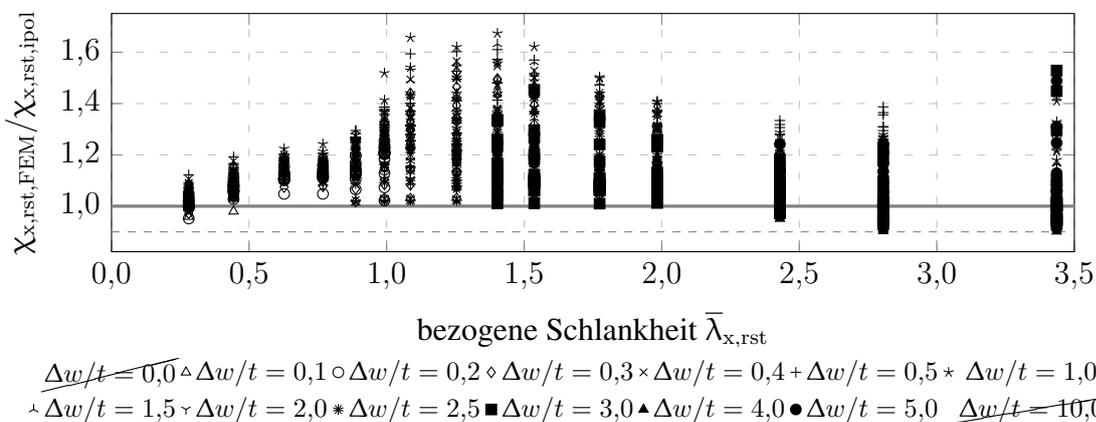


Bild 5.58: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation für engringversteifte Kreiszyinderschalen, ermittelt mit dem vereinfachten Verfahren für $0 \leq k_{st} \leq 2$

Der Darstellung im Bild 5.58 ist zu entnehmen, dass mit dem vereinfachten Verfahren numerisch ermittelte Traglasten für engringversteifte Zylinder in der Regel sicher (nur bei sehr geringen und sehr hohen Schlankheiten mit ca. zehn Prozent Abweichung zur unsicheren Seite) vorhergesagt werden können. Die Abweichung von den numerischen Simulationen zur sicheren Seite hin beträgt im mittleren Schlankheitsbereich ($1,0 \leq \bar{\lambda}_{x,rst} \leq 2$) zwischen 40 % und 65 %.

Regelverfahren nach Abschnitt 5.4

Das Regelverfahren wird informativ mit aufgeführt. Für engringversteifte Zylinder ist die Anwendung des Bemessungsverfahrens nach Abschnitt 4.6 wirtschaftlicher.

Wie im Bild 5.59 zu erkennen ist, werden die FEM-Ergebnisse mit maximal zehn Prozent zur unsicheren Seite vorhergesagt. Für geringe Vorbeultiefen sind zwischen 70 % bis ca. 130 % zu sichere Ergebnisse im Schlankheitsbereich zwischen 0,30 bis 1,25 zu erwarten. Für größere Schlankheiten und tiefere Vorbeulen sind die approximierten Traglasten zwischen 30 % ($\bar{\lambda}_{x,rst} \approx 2,3$) und 60 % ($\bar{\lambda}_{x,rst} \approx 3,4$) zu sicher.

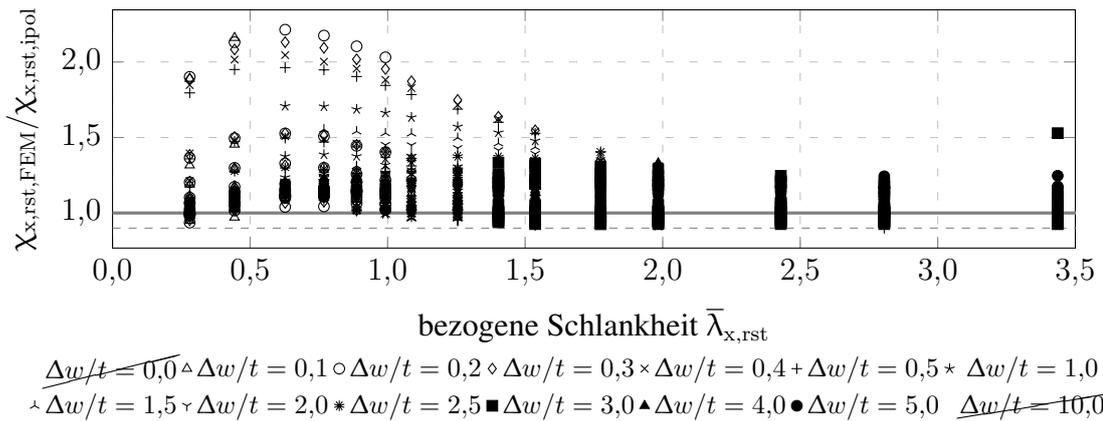
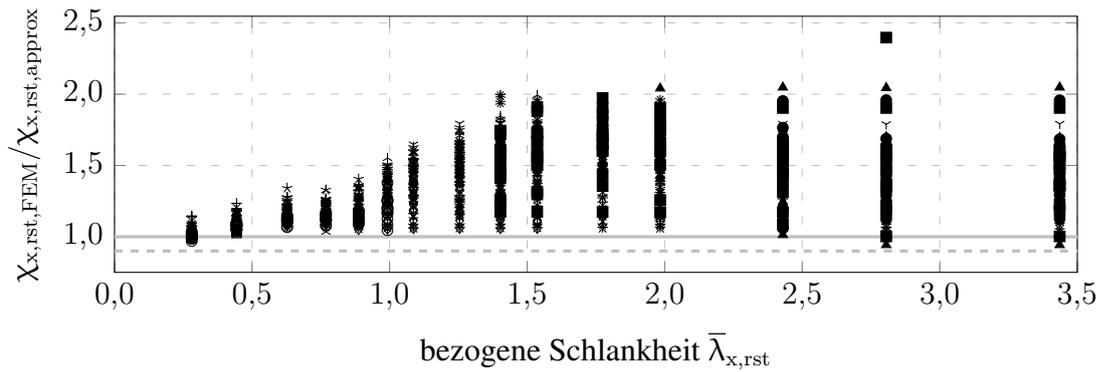


Bild 5.59: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der Approximation für engringversteifte Kreiszyinderschalen, ermittelt mit dem Regelverfahren für $0 \leq k_{st} \leq 2$

5.5.3.2 Verifikation für beliebig ringversteifte Kreiszyinderschalen

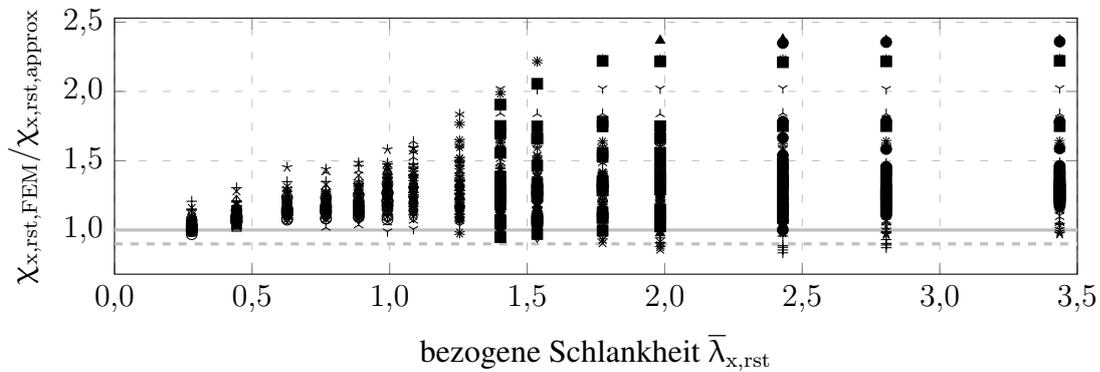
Die Anwendung des vereinfachten Verfahrens auf die Parameterkombinationen der FEM-Simulationen ergibt im Regelfall für geringe Schlankheiten eine nur geringe Abweichung von den FE-Traglasten. Anhand der Bilder 5.60 bis 5.62 ist gut zu erkennen, dass von $\bar{\lambda}_{x,rst} = 0,25$ bis $\bar{\lambda}_{x,rst} = 1,50$ (für $k_{st} = 0,4$) bzw. bis $\bar{\lambda}_{x,rst} = 2,0$ (für $k_{st} = 2,0$) die Abweichung zur sicheren Seite hin zunimmt, um dann bei weiter steigender Schlankheit konstant zu bleiben. Der Maximalwert der Abweichung der algebraisch berechneten Widerstände von den numerisch ermittelten Traglasten beträgt bei einem Ringparameter von 0,4 etwa 100 % und steigt bis $k_{st} = 2,0$ auf bis zu 170 % an.

Unter Berücksichtigung der typischen Strukturen in der Baupraxis mit eher geringen Ringversteifungsgraden, kleiner als $k_{st} = 0,4$, und Steifenabständen $\bar{\omega}_{rst} > 2$ stellt das vereinfachte Verfahren eine Alternative gegenüber des wesentlich komplexeren Regelverfahrens da. Es bietet sich ein mehrstufiges Verfahren an, bei dem, ähnlich wie z.B. für das Biegedrillknicken, durch die Berücksichtigung zusätzlicher Parameter und komplexerer Bestimmungsgleichungen, schrittweise eine höhere Tragfähigkeit ermittelt werden kann.



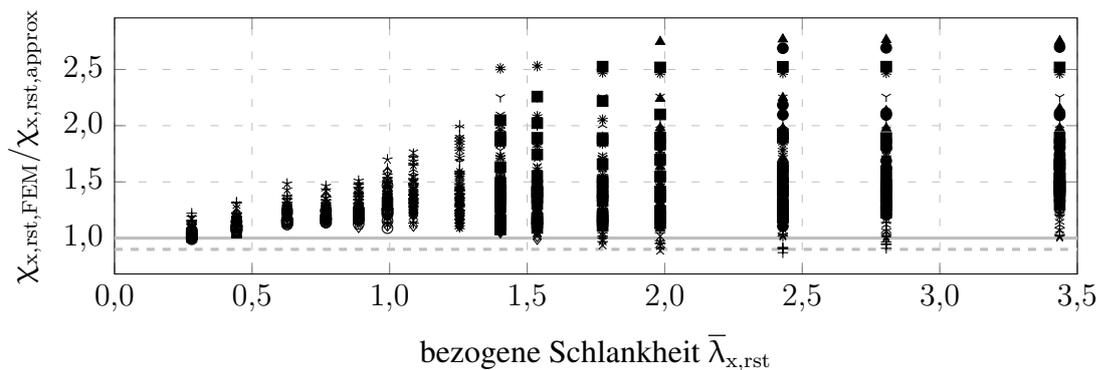
$\Delta w/t = 0,0$ $\triangle \Delta w/t = 0,1$ $\circ \Delta w/t = 0,2$ $\diamond \Delta w/t = 0,3$ $\times \Delta w/t = 0,4$ $+\Delta w/t = 0,5$ $\ast \Delta w/t = 1,0$
 $\wedge \Delta w/t = 1,5$ $\vee \Delta w/t = 2,0$ $\ast \Delta w/t = 2,5$ $\blacksquare \Delta w/t = 3,0$ $\blacktriangle \Delta w/t = 4,0$ $\bullet \Delta w/t = 5,0$ $\triangleleft \Delta w/t = 10,0$

Bild 5.60: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 0,4$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$



$\Delta w/t = 0,0$ $\triangle \Delta w/t = 0,1$ $\circ \Delta w/t = 0,2$ $\diamond \Delta w/t = 0,3$ $\times \Delta w/t = 0,4$ $+\Delta w/t = 0,5$ $\ast \Delta w/t = 1,0$
 $\wedge \Delta w/t = 1,5$ $\vee \Delta w/t = 2,0$ $\ast \Delta w/t = 2,5$ $\blacksquare \Delta w/t = 3,0$ $\blacktriangle \Delta w/t = 4,0$ $\bullet \Delta w/t = 5,0$ $\triangleleft \Delta w/t = 10,0$

Bild 5.61: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 1,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$



$\Delta w/t = 0,0$ $\triangle \Delta w/t = 0,1$ $\circ \Delta w/t = 0,2$ $\diamond \Delta w/t = 0,3$ $\times \Delta w/t = 0,4$ $+\Delta w/t = 0,5$ $\ast \Delta w/t = 1,0$
 $\wedge \Delta w/t = 1,5$ $\vee \Delta w/t = 2,0$ $\ast \Delta w/t = 2,5$ $\blacksquare \Delta w/t = 3,0$ $\blacktriangle \Delta w/t = 4,0$ $\bullet \Delta w/t = 5,0$ $\triangleleft \Delta w/t = 10,0$

Bild 5.62: Vergleich der FEM-Ergebnisse mit der vereinfacht berechneten Traglast für $k_{st} = 2,0$ und $1,0 \leq \bar{\omega}_{rst} \leq 7,5$

6 Zusammenfassung

Der Einsatz sehr dünnwandiger Kreiszyinderschalen erlaubt eine nachhaltigere Behälterbaupraxis. Der Materialverbrauch lässt sich durch den Einsatz von ringversteiften Tanks weiter optimieren. Schon heute werden besonders dünnwandige Tragstrukturen mit eher geringem Ringsteifenanteil im landwirtschaftlichen Bereich verwendet. Ringversteifte Kreiszyinder werden weltweit, auch bei sehr hohen Wind- und Erdbebenlasten, erfolgreich eingesetzt.

Der wirtschaftliche Erfolg dieser Bauweisen hängt maßgeblich von den durch die Regelwerke vorhergesagten Traglasten ab. Da es bisher kein bauaufsichtlich geregeltes Bemessungsverfahren zur Bestimmung des Widerstandes ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruck gegeben hat, musste der Beulnachweis konservativ, unter Vernachlässigung der Ringsteifen, geführt werden. Da [DIN EN 1993-1-6, 2007] für besonders dünnwandige Tanks sehr sichere Ergebnisse vorhersagt und auch [pr EN 1993-1-6, 2017] in diesem Parameterbereich noch zu konservativ ist, lassen sich mit dem aktuellen Stand der Regelwerke nur bedingt wirtschaftliche Konstruktionen auslegen.

Dies wurde zum Anlass genommen, um in vier Kapiteln das Tragverhalten unversteifter und ringversteifter Kreiszyinderschalen unter Axialdruck intensiv zu untersuchen und Gleichungen für einen händischen Beulnachweis abzuleiten, die eine wirtschaftlichere Auslegung ermöglichen.

Kapitel 2 - Stand der Forschung

Der Stand der Forschung wurde, beginnend mit einer geschichtlichen Einführung, bis hin zu den aktuellsten Veröffentlichungen dargelegt. Es wurde erläutert, wie sich die Forschungstätigkeit von der experimentellen Traglastanalyse hin zur Simulation von Versuchen weiterentwickelt hat. Es sind heute dem Wissenschaftler nahezu keine Grenzen gesetzt, wenn er spezifischen Beulphänomenen auf den Grund gehen will.

Zu den prägenden Entwicklungen, die zu einer Verschiebung der Behandlung des Beulproblems von einer experimentellen Forschung hin zur numerischen Simulation führten, gehörte u.a. die Einführung der Schweißimperfektion als realistische Formabweichung. Ein weiterer Meilenstein war die Implementierung einer flexibel an den vorliegenden Beulfall anpassbare Kapazitätskurve. Die Schlüsselparameter lassen sich aus einer modifizierten Darstellung dieser Kurve, der „modifizierten Kapazitätskurve“ ableiten. Dieses Vorgehen etablierte sich in der jüngeren Vergangenheit als das Standardverfahren für normungsrelevante Veröffentlichungen.

Engringversteifte axialdruckbelastete Kreiszyinder erreichen etwa fünfmal so hohe Widerstände, wie unversteifte Zylinderschalen bei gleichen Parametern. Maßgeblich wurde die Forschung durch extensive experimentelle Forschung in den 1960ern und 1970ern beeinflusst. In der jüngeren Vergangenheit gab es jedoch kaum neue Erkenntnisse. Es beschäftigten sich u.a. [Barlag, 2003] und [Wirth, 2008] am Rande mit dem Thema.

Die für die Untersuchungen in dieser Arbeit notwendigen Regelwerke wurden, als Stand der Technik, ausführlich vorgestellt und die ermittelten Traglasten internationalen Normen gegenübergestellt. Der hohe Berechnungsaufwand der aktuell gültigen Norm rechtfertigt nur bedingt die im geringen Schlankheitsbereich unsicheren, und, bei hoher Schlankheit, unwirtschaftlichen Ergebnisse.

Die Imperpektionsfiguren, eine achsialsymmetrische Ringbeule aus einer LBA und die Schweißimperfektion nach [Rotter und Teng, 1989], wurden gegenübergestellt. Für unversteifte, wie auch für ringversteifte Kreiszyylinder resultieren aus der Verwendung der Schweißimperfektion teilweise ungerechtfertigt hohe Tragfähigkeiten. Daher wurde für weitere numerische Berechnungen die mehrwellige achsensymmetrische Ringbeule aus einer LBA als maßgebliche Imperpektionsform definiert.

Kapitel 3 - Unversteifte Kreiszyinderschalen

Über die Auswertung der publizierten Experimente konnten, bis auf den elastischen Imperpektions-Abminderungsfaktor, konstante Beulkurvenparameter abgeleitet werden. Diese erlauben eine, im hochschlanken Bereich, wirtschaftlichere und, für geringe Schlankheiten, sicherere Ermittlung des Beul-Widerstands, als dies nach [DIN EN 1993-1-6, 2007] möglich wäre. Ein vereinfachtes Verfahren wurde hergeleitet, das die Ermittlung der Tragfähigkeit mit weniger Schritten, als mit [pr EN 1993-1-6, 2017] ermöglicht.

Die Darstellung der Traglastberechnungen im Format der modifizierten Kapazitätskurve erlaubte eine effiziente Ableitung der Beulkurvenparameter in Abhängigkeit von der Vorbeultiefe. Während die Interpolation der Parameterwerte für den elastischen Imperpektions-Abminderungsfaktor und den plastischen Bereichsfaktor noch eindeutig, in Abhängigkeit von der Imperpektionsamplitude möglich war, mussten für den Beulkurvenexponenten mehrere Varianten untersucht werden. Am besten beschreibt der vorbeultiefenabhängige Beulkurvenexponent die experimentellen Traglasten. Folglich wurde dieser für das Nachweisverfahren übernommen.

Um das Nachweisverfahren wirtschaftlich und sicher zu formulieren, wurde die Vorbeultiefe anhand von publizierten Experimente kalibriert und der angepasste Wert übernommen. Die Gegenüberstellung der mittels vorgeschlagenem Verfahren prognostizierten Traglasten mit den Experimenten ermöglicht eine deutlich verbesserte Beschreibung der Widerstände. Für eher dickwandige Kreiszyylinder ist das Verfahren sicherer und, für dünnwandige Zylinder, wirtschaftlicher, als die mittels des aktuellen Entwurfs zur Norm [pr EN 1993-1-6, 2017], ermittelten Widerstände.

Das Nachweisverfahren wurde durch Bestimmungsgleichungen zur Berücksichtigung der Traglastzunahme bei umfangsveränderlichen Axialkräften erweitert. Somit kann das Nachweisverfahren direkt in die Norm übernommen werden.

Kapitel 4 - Engringversteifte Kreiszyinderschalen

Die Auswertung der publizierten Versuche ergab, dass ringversteifte Kreiszyylinder unter Axialdruck wesentlich höhere Traglasten erreichen können, als unversteifte Schalen. Dabei steigern kräftigere Steifen nahezu linear mit der Querschnittsfläche die Traglast. Ursächlich für den höheren Widerstand ist die Unterteilung der Zylinderschale in kurze Teilfelder. Dabei entstehen an den Ringsteifen meridionale Momente, die eine Einspannung des

Teilfeldes bewirken. Schachbrettbeulen können sich nicht ausbilden, da der Steifenabstand zu eng ist, als dass eine niedrige Energie ausreichen würde, um eine Schachbrettbeule zuzulassen. Durch die Imperfektion entstehen, infolge der Auflast, Druck- und Zugkräfte in Umfangsrichtung. Durch die hohe Biegesteifigkeit des versteiften Zylinders in Umfangsrichtung tritt ein tangentiales Verzweigungsbeulen erst bei bedeutend höherer Last auf, als bei eher weichen unversteiften Zylindern. Aus diesen Gründen ist die Imperfektionssensitivität stark vermindert.

Die numerischen Berechnungen zeigten, dass der elastische Imperfektions-Abminderungsfaktor alleine nicht ausreichend für die Beschreibung des Tragverhaltens ist, da kräftig versteifte Zylinder ein elastisch-plastisches Versagensmuster zeigten. Dies wurde durch die, zunächst auf den Knockdown-Faktor fokussierte, Auswertung der numerischen Simulationen nicht erkennbar. Es konnte geschlussfolgert werden, dass mit größerem Verhältnis r/t die Ringsteifen zunehmend einen stärker traglaststeigernden Einfluss auf das Beulverhalten haben.

Dieser Trend wurde auch durch die Auswertung der modifizierten Kapazitätskurve bestätigt, jedoch offenbarte erst diese Auswertung den Einfluss der Plastizität auf die Traglasten. Es wurden Gleichungen für die Beulkurvenparameter abgeleitet und diese, abhängig vom Ringparameter, interpoliert. Die Vorbeultiefe wurde anhand von den publizierten Experimenten kalibriert und in das Nachweiskonzept übernommen.

Es wurden Gleichungen ermittelt, die eine sichere und wirtschaftliche Bemessung ringversteifter Kreiszyinderschalen mit einem Steifenabstand von maximal zwei Beulhalbwellen unter Axialdruck ermöglichen.

Kapitel 5 - Beliebige ringversteifte Kreiszyinderschalen

Die Simulationen zeigten, dass bei größeren Steifenabständen als zwei Beulhalbwellen die Tragfähigkeit stark abnimmt und sich asymptotisch an den Widerstand der unversteiften Kreiszyinderschale annähert. Dabei wirken sich hohe Ringparameter positiv für die Tragfähigkeit aus. Besonders dünnwandige Zylinder profitieren am meisten von hohen Ringversteifungsgraden, wie die Auswertung mit Fokus auf den elastischen Imperfektions-Abminderungsfaktor zeigte.

Die numerischen Berechnungen für drei ausgewählte Ringparameter $k_{st} = 0,4$ und $k_{st} = 1,0$ sowie $k_{st} = 2,0$ wurden mittels der modifizierten Kapazitätskurve für die Steifenabstände im Bereich von $1,0 \leq \overline{\omega}_{rst} \leq 7,5$ ausgewertet. Die Beulkurvenparameter wurden anschließend über den Steifenabstand interpoliert. Somit lassen sich für beliebige ringversteifte Kreiszyinderschalen die Traglasten ermitteln. Zwischen den untersuchten Ringparametern kann linear interpoliert werden. So lässt sich für jede Parameterkombination die Traglast ermitteln.

Eine Berechnungsgleichung für die Bestimmung der Vorbeultiefe wurde anhand von den Erkenntnissen aus beiden vorherigen Kapiteln abgeleitet, ohne jedoch diese über Experimente verifizieren zu können. Die wenigen Versuche im relevanten Parameterbereich erlauben keine statistische Auswertung.

Eine Vereinfachung der Nachweisführung ist, vor allem für praktizierende Ingenieure, ratsam. Zur Bestimmung der Traglast reicht die Kenntnis zweier Referenzwiderstände aus: Die Traglast der unversteiften Schale sowie die des ringversteiften Kreiszyinders mit einem Ringparameter von 1,0. Über lineare Interpolation lassen sich Widerstände bestimmen,

die zwar sicherer als beim Regelverfahren, jedoch mit weniger Berechnungsaufwand zu ermitteln sind.

Mit der vorliegenden Arbeit konnte für einen komplexen Parameterbereich ein Bemessungsverfahren abgeleitet werden, das prinzipiell sichere und, meistens, wirtschaftliche Ausnutzungsgrade für axialgedrückte Kreiszylinderschalen ermöglicht. Die einfache Anwendbarkeit erlaubt praktizierenden Ingenieuren ohne numerische Berechnungen zutreffende Tragfähigkeiten beliebig ringversteifter Kreiszylinderschalen zu ermitteln.

Ausblick

Nicht Gegenstand der Untersuchungen waren umfangsveränderliche Axialkräfte bei ringversteiften Kreiszylinderschalen. Aufgrund der bereits geringen Imperfektionsempfindlichkeit ringversteifter Schalen scheint eine Übertragung des Verfahrens für unversteifte Zylinder nicht gerechtfertigt und es werden numerische Simulationen benötigt, um ein Bemessungsverfahren für umfangsveränderliche Meridiankräfte entwickeln zu können, das wirtschaftlich und sicher ist.

Bisher unberücksichtigt geblieben ist zudem das innendruckstabilisierte und -destabilisierte Tragverhalten. Während für unversteifte Zylinder eine Übernahme des normativ geregelten Verfahrens prinzipiell möglich erscheint und lediglich Verifikationsberechnungen bedarf, ist bei engringversteiften Kreiszylindern das nicht so einfach möglich. Umfangreiche Berechnungen zeigten, dass sich ab einem Ringversteifungsgrad von 0,4 keine Innendruckstabilisierung einstellt. Stattdessen nimmt die aufnehmbare Axialdrucklast stetig mit steigendem Innendruck ab. Eine Veröffentlichung der Ergebnisse ist angedacht.

Eine experimentelle Verifikation der Vorbeultiefe beliebig ringversteifter Kreiszylinderschalen unter Axialdruck wäre wünschenswert, um die Sicherheit und Wirtschaftlichkeit der abgeleiteten Bestimmungsvorschrift zu überprüfen.

Es wäre erstrebenswert, die Erkenntnisse, ermittelt für den einfachen Beulfall des konstanten Axialdrucks auf kombinierte und komplexere Beulfälle zu erweitern.

Literaturverzeichnis

Regelwerke

- [API 650, 2013] API 650. Welded Steel Tanks for Oil Storage. Norm, American Petroleum Institute, Washington, DC, 2013.
- [DASt-Ri 013, 1980] DASt-Ri 013. DASt-Richtlinie 013 Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Richtlinie, Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt, Köln, 1980.
- [DASt-Ri 017, 1992] DASt-Ri 017. DASt-Richtlinie 017 Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Spezielle Fälle. Richtlinie (Entwurf), Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt, Köln, 1992.
- [DIN 18800-4, 1990] DIN 18800-4. DIN 18800-4 Stahlbauten – Teil 4: Stabilitätsfälle – Schalenbeulen. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 1990.
- [DIN 18800-4, 2008] DIN 18800-4. DIN 18800-4 Stahlbauten – Teil 4: Stabilitätsfälle – Schalenbeulen. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2008.
- [DIN EN 14015, 2005] DIN EN 14015. Auslegung und Herstellung standortgefertigter, oberirdischer, stehender, zylindrischer, geschweißter Flachboden-Stahltanks für die Lagerung von Flüssigkeiten bei Umgebungstemperatur und höheren Temperaturen; Deutsche Fassung EN 14015:2004. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2005.
- [DIN EN 1993-1-1, 2005] DIN EN 1993-1-1. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2005.
- [DIN EN 1993-1-4, 2015] DIN EN 1993-1-4. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-4: Allgemeine Bemessungsregeln - Ergänzende Regeln zur Anwendung von nichtrostenden Stählen; Deutsche Fassung EN 1993-1-4:2006 + A1:2015. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2015.
- [DIN EN 1993-1-6, 2007] DIN EN 1993-1-6. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2007.
- [DIN EN 1993-1-6, 2010] DIN EN 1993-1-6. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007 + AC:2009. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2010.

- [DIN EN 1993-1-6, 2017] DIN EN 1993-1-6. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2017 + AC:2009 + A1:2017. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2017.
- [DIN EN 1993-1-9, 2005] DIN EN 1993-1-9. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-9: Ermüdung; Deutsche Fassung EN 1993-1-9:2005. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2005.
- [DIN EN 1993-3-1, 2006] DIN EN 1993-3-1. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 3-1: Türme, Maste und Schornsteine - Türme und Maste; Deutsche Fassung EN 1993-3-1:2006. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2006.
- [DIN EN 1993-3-2, 2006] DIN EN 1993-3-2. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 3-2: Türme, Maste und Schornsteine - Schornsteine; Deutsche Fassung EN 1993-3-2:2006. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2006.
- [DIN EN 1993-4-1, 2007] DIN EN 1993-4-1. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 4-1: Silos; Deutsche Fassung EN 1993-4-1:2007. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2007.
- [DIN EN 1993-4-1, 2017] DIN EN 1993-4-1. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 4-1: Silos; Deutsche Fassung EN 1993-4-1:2007 + AC:2009 + A1:2017. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2017.
- [DIN EN 1993-4-2, 2007] DIN EN 1993-4-2. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 4-2: Tankbauwerke; Deutsche Fassung EN 1993-4-2:2007. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2007.
- [DIN EN 1993-4-2, 2017] DIN EN 1993-4-2. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 4-2: Tankbauwerke; Deutsche Fassung EN 1993-4-2:2007 + AC:2009 + A1:2017. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2017.
- [DIN EN 1993-4-3, 2007] DIN EN 1993-4-3. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 4-3: Rohrleitungen; Deutsche Fassung EN 1993-4-3:2007. Norm, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2007.
- [DNV-OS-C101, 1982] DNV-OS-C101. Rules for the Design Construction and Inspection of Offshore Structures, Appendix C; Shell Structures. Norm, Det Norske Veritas, 1982.
- [DNV-RP-C202, 2013] DNV-RP-C202. Buckling strength of shells. Norm, Det Norske Veritas, 2013.
- [pr EN 1993-1-6, 2017] pr EN 1993-1-6. prEN 1993-1-6: Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-6: Strength and stability of shell structures. Entwurf, CEN, Brüssel, 11.2017.

Veröffentlichungen

- [API Bull 2U, 1987] API Bull 2U. Bulletin on Stability Design of Cylindrical Shells. Technischer Bericht, American Petroleum Institute, 1987.
- [Athiannan und Palaninathan, 2004] Athiannan, K. und Palaninathan, R. Experimental investigations on buckling of cylindrical shells under axial compression and transverse shear. *Sadhana*, 29(1):93–115, 2004.
- [Baker und Bennett, 1983] Baker, W. und Bennett, J. Buckling investigation of ring-stiffened cylindrical shells with reinforced openings under unsymmetrical axial loads. Technischer Bericht, Los Alamos National Laboratories, NM, 1983.
- [Baker et al., 1982] Baker, W., Bennett, J., und Babcock, C. Buckling investigation of ring-stiffened cylindrical shells under unsymmetrical axial loads. Technischer Bericht, Los Alamos National Laboratories, NM, 1982.
- [Barlag, 2003] Barlag, S. *Zur Modellbildung für numerische Stabilitätsuntersuchungen elastoplastisch versagender Kreiszyylinder aus Stahl*. Dissertation, Universität Hannover, Hannover, 2003.
- [Baruch et al., 1966] Baruch, M., Singer, J., und Weller, T. Effect of eccentricity of stiffeners on the general instability of cylindrical shells under torsion. Technischer Bericht, 1966.
- [Bornscheuer, 1984] Bornscheuer, B.-F. *Einheitliches Bemessungskonzept für gedrückte Schalen, Platten und Stäbe aus Baustahl*. Dissertation, Institut für Tragkonstruktionen und Konstruktives Entwerfen, Universität Stuttgart, Stuttgart, 1984.
- [Chen, 2011] Chen, L. *Buckling of circular steel cylindrical shells under different loading conditions*. Dissertation, The University of Edinburgh, Edinburgh, 2011.
- [Doerich und Rotter, 2008] Doerich, C. und Rotter, J. M. Generalised capacity curves for stability and plasticity: Application and limitations. In *Proceedings of the 5th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel 2008*, Seiten 1491–1496, Graz, 2008.
- [Doerich und Rotter, 2011] Doerich, C. und Rotter, J. M. Generalised capacity curves for stability and plasticity: Application and limitations. *Thin-Walled Structures*, 49(9):1132–1140, 2011.
- [Donnell, 1933] Donnell, L. H. Stability of thin-walled tubes under torsion. Technischer Bericht, Guggenheim Aeronautical Laboratory, California Institute of Technology, 1933.
- [Donnell, 1934] Donnell, L. H. A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. *Trans. Asme*, 56(11):795–806, 1934.
- [Doup, 1997] Doup, M. R. Probabilistic analysis of the buckling of thin-walled shells using an imperfection database and a two-mode analysis, 1997.

- [ECCS Rec. 4th Ed., 1988] ECCS Rec. 4th Ed. European Recommendations: Buckling of steel Shells. 4. Auflage, 1988.
- [Erich Stallkamp ESTA GmbH, 2015] Erich Stallkamp ESTA GmbH. Prospekt: Geschraubte Glattstahlbehälter. (online, abgerufen: 23.07.2016), 2015.
- [Esslinger und Melzer, 1980] Esslinger, M. und Melzer, H. W. Über den Einfluß von Bodensenkungen auf den Spannungs- und Deformationszustand von Silos. *Stahlbau*, 49:129–134, 1980.
- [Fajuyitan et al., 2015] Fajuyitan, O. K., Sadowski, A. J., und Rotter, J. M. A Study of Imperfect Cylindrical Steel Tubes under Global Bending and Varying Support Conditions. In *Eighth International Conference on Advances in Steel Structures, ICASS 2015*, Lissabon. Universität Lissabon, 2015.
- [Fajuyitan et al., 2017] Fajuyitan, O. K., Sadowski, A. J., und Wadee, M. A. Buckling of very short elastic cylinders with weld imperfections under uniform bending. *Steel Construction*, 10(3):216–221, 2017.
- [Flügge, 1932] Flügge, W. Die Stabilität der Kreiszyinderschale. *Ingenieur Archiv*, 3:463–506, 1932.
- [Gettel, 2008] Gettel, M. *Ersatzimperfektionen für den numerischen Beulsicherheitsnachweis stählerner Kreiszyinderschalen*. Dissertation, Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig, Leipzig, 2008.
- [Gorbachov et al., 2017] Gorbachov, A., Stranghöner, N., und Rotter, J. M. Buckling behaviour of axially compressed cylindrical shells made of stainless steel. *ce/papers*, 1(2-3):828–837, 2017.
- [Grove und Didriksen, 1971] Grove, T. und Didriksen, T. Buckling Experiments on 4 Large Ring-Stiffened Cylindrical Shells Subjected to Axial Compression and Lateral Pressure. Technischer Bericht, Oslo, 1971.
- [Hao et al., 2014] Hao, P., Wang, B., Li, G., Meng, Z., Tian, K., und Tang, X. Hybrid optimization of hierarchical stiffened shells based on smeared stiffener method and finite element method. *Thin-Walled Structures*, 82:46–54, 2014.
- [Harris et al., 1957] Harris, L. A., Suer, H. S., Skene, W. T., und Benjamin, R. J. The stability of thin-walled unstiffened circular cylinders under axial compression including the effects of internal pressure. *Journal of Aeronautical Science*, 24(8):587–596, 1957.
- [Hoff, 1966] Hoff, N. J. The perplexing behavior of thin circular cylindrical shells in axial compression. Technischer Bericht, Stanford University, Ca, Department of Aeronautics and Astronautics, 1966.
- [Hoff, 1969] Hoff, N. J. Some recent studies of the buckling of thin shells. *The Aeronautical Journal*, 73(708):1057–1070, 1969.
- [Hoff et al., 1966] Hoff, N. J., Madsen, W. A., und Mayers, J. Postbuckling equilibrium of axially compressed circular cylindrical shells. *AIAA Journal*, 4(1):126–133, 1966.

- [Holst und Rotter, 2004] Holst, J. M. F. G. und Rotter, J. Settlement beneath cylindrical shells. In *Buckling of Thin Metal Shells*, Kapitel 4, Seiten 130–153. Spon Press, London, 1. Auflage, 2004.
- [Hübner et al., 2007] Hübner, A., Albiez, M., und Saal, H. Buckling design for axially loaded cylindrical shells with large radius over thickness ratios. In Zingoni, A., Herausgeber, *Recent developments in structural engineering, mechanics and computation. Proceedings of the Third International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Seiten 299–300, Cape Town, Südafrika. Millpress, Rotterdam, 2007.
- [Hutchinson und Koiter, 1970] Hutchinson, J. und Koiter, W. Postbuckling theory. *Applied Mechanics Reviews*, 23(12):1353–1366, 1970.
- [Jäger-Cañás et al., 2017] Jäger-Cañás, A., Justus, B., und Thiele, K. Buckling of thin-walled steel shells with closely spaced, discrete and flexible anchors under wind load. In *Shell Structures: Theory and Applications: Proceedings of the 11th International Conference 'Shell Structures: Theory and Applications, (SSTA 2017)'*, Band 4, Danzig. CRC Press, 2017.
- [Jäger-Cañás und Pasternak, 2017b] Jäger-Cañás, A. und Pasternak, H. On the axial buckling of very thin-walled cylindrical shells. *ce/papers*, 1(2-3):868–877, 2017b.
- [Jaunky et al., 1996] Jaunky, N., Knight, N. F., und Ambur, D. R. Formulation of an improved smeared stiffener theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels. *Composites Part B: Engineering*, 27(5):519–526, 1996.
- [Jaunky et al., 1998] Jaunky, N., Knight, N. F., und Ambur, D. R. Optimal design of grid-stiffened composite panels using global and local buckling analyses. *Journal of Aircraft*, 35(3):478–486, 1998.
- [Jeyakumar und Christopher, 2013] Jeyakumar, M. und Christopher, T. Influence of residual stresses on failure pressure of cylindrical pressure vessels. *Chinese Journal of Aeronautics*, 26(6):1415 – 1421, 2013.
- [Kanemitsu und Nojima, 1939] Kanemitsu, S. und Nojima, N. M. Axial compression test of thin circular cylinders. A. Length effect. B. Visual study of buckling. Masterthesis, California Institute of Technology, 1939.
- [Kawamoto und Yuhura, 1986] Kawamoto, Y. und Yuhura, T. Buckling of fabricated ringstiffened steel cylinders under axial compression. In *International Conference on Advances in Marine Structures*, Seiten 262–280, London. Elsevier Applied Science, 1986.
- [Kidane et al., 2003] Kidane, S., Li, G., Helms, J., Pang, S.-S., und Woldeesenbet, E. Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders. *Composites Part B: Engineering*, 34(1):1–9, 2003.
- [Knödel, 1995] Knödel, P. *Stabilitätsuntersuchungen an kreiszylindrischen stählernen Siloschüssen*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH), Karlsruhe, 1995.

- [Knödel und Ummenhofer, 2017] Knödel, P. und Ummenhofer, T. Regeln für die Berechnung von Behältern mit der FEM. *Stahlbau*, 86(4):325–339, 2017.
- [Knödel et al., 2017] Knödel, P., Ummenhofer, T., und Ruckenbrod, C. Silos und Tanks. In *Stahlbau-Kalender 2017. Schwerpunkte: Dauerhaftigkeit, Ingenieurtragwerke*, Kapitel 10, Seiten 595–692. Ernst & Sohn, Berlin, 1. Auflage, 2017.
- [Koiter, 1945] Koiter, W. *Over de stabiliteit van het elastisch evenwicht*. Dissertation, Technische Universität Delft, Delft, 1945.
- [Koiter, 1963] Koiter, W. The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression. *Koninklike Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, 66:265–279, 1963.
- [Koiter, 1967] Koiter, W. *On the stability of elastic equilibrium*. NASA technical translation. National Aeronautics and Space Administration, 1967.
- [Koiter, 1970] Koiter, W. Report AFFDL-TR-70-25, The stability of elastic equilibrium. Technischer Bericht, Stanford University, Ca Department of Aeronautics and Astronautics, 1970.
- [Kremsmüller Industrieanlagenbau KG, 2016] Kremsmüller Industrieanlagenbau KG. Geschweißter Flachbodentank, 2016.
- [Licht et al., 2000] Licht, T., Schulz, U., Knebel, K., Peil, U., Schweizerhof, K., und Ummenhofer, T. Planung und Konstruktion von Silos. In Eibl, J. und Gudehus, G., Herausgeber, *Silobauwerke und ihre spezifischen Beanspruchungen.*, Kapitel 3, Seiten 169–244. Wiley-VCH Verlag, Karlsruhe, 3. auflage. Auflage, 2000.
- [Lin, 2004] Lin, X. *Buckling of extensively welded steel cylindrical shells under axial compression*. Dissertation, The Hong Kong Polytechnic University, 2004.
- [Lipp GmbH, 2016] Lipp GmbH. Spiralgeschweißter Flachbodentank, 2016.
- [Lipp GmbH, 2017] Lipp GmbH. Spiralgefalteter Flachbodentank, 2017.
- [Loose, 2008] Loose, T. *Einfluss des transienten Schweißvorganges auf Verzug, Eigenstressungen und Stabilitätsverhalten axial gedrückter Kreiszyinderschalen aus Stahl*, Band 1. Tobias Loose, Karlsruhe, 2008.
- [Lorenz, 1908] Lorenz, R. Achsensymmetrische Verzerrungen in dünnwandigen Hohlzylindern. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 52(43):1706–1713, 1908.
- [Love, 1907] Love, A. E. H. *Lehrbuch der Elastizität*, Band 24. Ripol Classic, 1907.
- [Maraveas und Miamis, 2013] Maraveas, C. und Miamis, K. Shell buckling evaluation of thin-walled steel tanks filled at low liquid level according to current design codes. In *Proceedings of the Annual Stability Conference by Structural Stability Research Council, Missouri, USA*, 2013.

- [Odland, 1981] Odland, J. An experimental investigation of the buckling strength of ringstiffened cylindrical shells under axial compression. *Norwegian Maritime Research*, 9:22–39, 1981.
- [Peters et al., 2017] Peters, D. J., Sadowski, A., Rotter, J. M., und Taras, A. Calibration of Eurocode design models of thin-walled cylinder under bending with full scale tests. *ce/papers*, 1(2-3):3729–3740, 2017.
- [Peterson, 1969] Peterson, J. P. Buckling of stiffened cylinders in axial compression and bending – A review of test data. Technischer Bericht TN D-5561, Langley Research Center, Hampton, Va, 1969.
- [Pflüger, 1981] Pflüger, A. *Elementare Schalenstatik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 1981.
- [Radlbeck et al., 2016] Radlbeck, C., Knödel, P., Gitter, R., Maniatis, I., Haese, A., Herrmann, T., Allmeier, S., Krause, G., und Mader, W. Bemessung und Konstruktion von Aluminiumtragwerken. *Stahlbau Kalender 2016: Eurocode 3: Grundnorm Werkstoffe und Nachhaltigkeit*, Seiten 175–309, 2016.
- [Reinke, 2014] Reinke, T. *Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe, 2014.
- [Rotter, 1990] Rotter, J. Local collapse of axially compressed pressurized thin steel cylinders. *Journal of Structural Engineering*, 116(7):1955–1970, 1990.
- [Rotter, 1996] Rotter, J. Elastic plastic buckling and collapse in internally pressurised axially compressed silo cylinders with measured axisymmetric imperfections: interactions between imperfections, residual stresses and collapse. In *Proc. International Workshop on Imperfections in Metal Silos: Measurement, Characterisation and Strength Analysis, CA-Silo*, Seite 22, Lyon, 1996.
- [Rotter, 1998] Rotter, J. Shell Structures: The New European Standard and Current Research Needs. *Thin-walled Structures*, 31:3–23, 1998.
- [Rotter, 1999] Rotter, J. Proposal for generalisation of the elastic-plastic buckling interaction rule for Eurocode 3 Part 1.6. unveröffentlicht, CEN TC250/SC3/PT4 and ECCS TWG8.4 Buckling of Shells, 1999.
- [Rotter, 2002] Rotter, J. Shell buckling and collapse analysis for structural design. In *New Approaches to Structural Mechanics, Shells and Biological Structures*, Seiten 355–378. Kluwer Academic London, London, 2002.
- [Rotter, 2004] Rotter, J. Cylindrical shells under axial compression. In *Buckling of Thin Metal Shells*, Kapitel 2, Seiten 43–87. Spon Press, London, 1. Auflage, 2004.
- [Rotter, 2005] Rotter, J. The practical design of shell structures exploiting different methods of analysis. In *Shell Structures: Theory and Applications: Proceedings of the 8th International Conference 'Shell Structures: Theory and Applications, (SSTA 8)'*, Seiten 71–86. Taylor & Francis, London, Danzig, 2005.

- [Rotter, 2008] Rotter, J. The elastic-plastic imperfection sensitivity of axially compressed cylinders with weld depressions. In *Proceedings of the 5th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel 2008*, Seiten 1497–1502, Graz, 2008.
- [Rotter, 2011] Rotter, J. Shell buckling design and assessment and the LBA-MNA methodology. *Stahlbau*, 80(11):791–803, 2011.
- [Rotter, 2016] Rotter, J. The new method of Reference Resistance Design for shell structures. In *SDSS 2016, International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures*, Timisoara. Polytechnische Universität Timisoara, 2016.
- [Rotter, 2017] Rotter, J. Challenges and their resolution in both philosophy and process to exploit advanced computation in shell structure design. In *Shell Structures: Theory and Applications: Proceedings of the 11th International Conference 'Shell Structures: Theory and Applications, (SSTA 2017)'*, Band 4, Danzig. CRC Press, 2017.
- [Rotter und Al-Lawati, 2016] Rotter, J. und Al-Lawati, H. Length effects in the buckling of imperfect axially compressed cylinders. In *SDSS 2016, International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures*, Timisoara. Polytechnische Universität Timisoara, 2016.
- [Rotter und Sadowski, 2014] Rotter, J. und Sadowski, A. Thin Tubular Members Design for Bending: Uniform Bending with Small Axial Loads, 2014.
- [Rotter und Teng, 1989] Rotter, J. und Teng, J.-G. Elastic stability of cylindrical shells with weld depressions. *Journal of Structural Engineering*, 115(5):1244–1263, 1989.
- [Rotter und Teng, 2004] Rotter, J. und Teng, J. G. *Buckling of Thin Metal Shells*. Spon Press, London, 1. Auflage, 2004.
- [Rotter et al., 2014] Rotter, J. M., Sadowski, A. J., und Chen, L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending. *International Journal of Solids and Structures*, 51:2826–2839, 2014.
- [Sadowski und Rotter, 2013] Sadowski, A. und Rotter, J. Solid or shell finite elements to model thick cylindrical tubes and shells under global bending. *International Journal of Mechanical Sciences*, 74:143–153, 2013.
- [Sadowski und Rotter, 2009] Sadowski, A. J. und Rotter, J. Study of buckling in steel silos under eccentric discharge flows of stored solids. *Journal of Engineering Mechanics*, 136(6):769–776, 2009.
- [Schmidt, 2000] Schmidt, H. Stability of steel shell structures: General Report. *Journal of Constructional Steel Research*, 55(1–3):159 – 181, 2000.
- [Schmidt und Greiner, 1998] Schmidt, H. und Greiner, R. Erläuterungen zur DIN 18800 Teil 4. In Lindner, J., Scheer, J., und Schmidt, H., Herausgeber, *Beuth-Kommentar Stahlbauten: Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis 4*, Seiten 333–417. Ernst & Sohn, Beuth Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1998.

- [Schmidt und Hautala, 2000] Schmidt, H. und Hautala, K. T. Beulsicherheit schalenartiger Stahlkonstruktionen aus austenitischen Stählen bei erhöhten Temperaturen am Beispiel axialgedrückter Kreiszyinderschalen. Technischer Bericht T 2929, 100230-36 zu Forschungsvorhaben DIBt-Gesch. Z. IV 1-5-873/98, Essen, 2000.
- [Schmidt und Rotter, 2015a] Schmidt, H. und Rotter, J. *Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, Publication 125*. European Convention for Constructional Steelwork, Brüssel, 5. Auflage. 2. Fassung, 2015.
- [Schmidt und Rotter, 2015b] Schmidt, H. und Rotter, J. Cylindrical shells of constant wall thickness under general loading. In Rotter, J. und Schmidt, H., Herausgeber, *Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, Publication 125*, Kapitel 10, Seiten 169–220. European Convention for Constructional Steelwork, Brüssel, 5. Auflage. 2. Fassung, 2015.
- [Schmidt und Rotter, 2015c] Schmidt, H. und Rotter, J. Rules for the buckling limit state assessment using global numerical analysis. In Rotter, J. und Schmidt, H., Herausgeber, *Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, Publication 125*, Kapitel 8, Seiten 95–145. European Convention for Constructional Steelwork, Brüssel, 5. Auflage. 2. Fassung, 2015.
- [Schneider, 2002] Schneider, W. *Kollapsanalyse quasistatisch belasteter stählerner Schalentragwerke*. Habilitation, Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig, Leipzig, 2002.
- [Schulz, 1980] Schulz, U. T 551: Der Stabilitätsnachweis bei Schalen. Forschungsbericht, Universität (TH) Karlsruhe, 1980.
- [Seide et al., 1960] Seide, P., Weingarten, V. I., und Morgan, E. J. The development of design criteria for elastic stability of thin shell structures. Technischer Bericht, Space Technology Labs, Inc., Los Angeles, Ca, 1960.
- [Singer, 1967a] Singer, J. Buckling of ring stiffened cylindrical shells. Technischer Bericht, Technion - Israel Institute of Technology, Department of Aeronautical Engineering, 1967a.
- [Singer, 1967b] Singer, J. The influence of stiffener geometry and spacing on the buckling of axially compressed cylindrical and conical shells. Technischer Bericht, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, 1967b.
- [Singer, 1971] Singer, J. The buckling of stiffened and unstiffened shell structures. Technischer Bericht, Technion - Israel Institute of Technology, Department of Aeronautical Engineering, Haifa, 1971.
- [Singer, 1972] Singer, J. Buckling of integrally stiffened cylindrical shells - a review of experiment and theory. Technischer Bericht, Delft, Niederlande, 1972.
- [Singer, 2004] Singer, J. Stiffened cylindrical shells. In Rotter, J. und Teng, J. G., Herausgeber, *Buckling of Thin Metal Shells*, Kapitel 11, Seiten 286–343. Spon Press, London, 1. Auflage, 2004.

- [Singer et al., 2002] Singer, J., Arbocz, J., und Weller, T. *Buckling Experiments, Shells, Built-up Structures, Composites and Additional Topics*. John Wiley & Sons, New York, 1. Auflage, 2002.
- [Singer et al., 1965] Singer, J., Baruch, M., und Harari, O. Further remarks on the effect of eccentricity of stiffeners on the general instability of stiffened cylindrical shells. Technischer Bericht, Technion Research & Development Foundation, Haifa, 1965.
- [Singer und Rosen, 1974] Singer, J. und Rosen, A. The influence of boundary conditions on the buckling of stiffened cylindrical shells. Technischer Bericht AD/A-005 697, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, 1974.
- [Sofistik AG, 2013] Sofistik AG. *VERiFiCATiON MANUAL*. Sofistik AG, Oberschleißheim, Germany, 2013.
- [Sofistik AG, 2015] Sofistik AG. *ASE Allgemeine Statik Finiten Element Strukturen, Version 2014-15*. Sofistik AG, Oberschleißheim, Germany, 2015.
- [Speicher und Saal, 1998] Speicher, G. und Saal, H. Beulen biegebeanspruchter, langer Kreiszyinderschalen aus Stahl-Versuch, Theorie und Bemessung. *Stahlbau*, 67(6):443–451, 1998.
- [Stranghöner und Gorbachov, 2015] Stranghöner, N. und Gorbachov, A. Experimentelles Tragverhalten axialgedrückter Kreiszyinderschalen aus nichtrostenden ferritischen und Duplex-Stählen. *Stahlbau*, 84(4):275–284, 2015.
- [Thielmann und M., 1969] Thielmann, W. und M., E. On the postbuckling equilibrium and stability of thin walled circular cylinders under axial compression. In Niordson, F., Herausgeber, *Theory of thin shells*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1969.
- [Timmel, 2004] Timmel, I. *Imperfektionssensitivität schlanker stählerner Kreiszyinderschalen unter statischer Windbelastung*. Dissertation, Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig, Leipzig, 2004.
- [Timoshenko, 1910] Timoshenko, S. P. Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 58(4):337–385, 1910.
- [Ummenhofer, 1996] Ummenhofer, T. *Stabilitätsverhalten imperfekter zylindrischer Stahlsiloschalen: experimentelle und numerische Untersuchungen*. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH), Karlsruhe, 1996.
- [v. Karman und Tsien, 1941] v. Karman, T. und Tsien, H. The buckling of thin cylindrical shells under axial compression. *Journal of the Aeronautical Science*, 8(8):308–312, 1941.
- [Wang et al., 2016] Wang, B., Tian, K., Hao, P., Zheng, Y., Ma, Y., und Wang, J. Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells. *Composite Structures*, 152:807–815, 2016.

- [Wang und Hsu, 1985] Wang, J. T.-S. und Hsu, T. M. Discrete analysis of stiffened composite cylindrical shells. *AIAA journal*, 23(11):1753–1761, 1985.
- [Weingarten et al., 1965] Weingarten, V., Morgan, E., und Seide, P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression. *AIAA Journal*, 3(3):500–505, 1965.
- [Weller und Singer, 1974] Weller, T. und Singer, J. Further experimental studies on buckling of integrally ring-stiffened cylindrical shells under axial compression. *Experimental Mechanics*, 14(7):267–273, 1974.
- [Wirth, 2008] Wirth, S. *Beulsicherheitsnachweise für schalenförmige Bauteile nach EN 1993-1-6: Kritische Analyse der praktischen Anwendbarkeit anhand zweier Fallstudien mit experimentellem Hintergrund*. Dissertation, Fachbereich Bauwissenschaften der Fakultät Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen, 2008.
- [Wriggers, 2013] Wriggers, P. *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2013.
- [Yamaki, 1984] Yamaki, N. *Elastic stability of circular cylindrical shells*, Band 27. Elsevier, Amsterdam, 1984.

A Diagramme zu den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2

A.1 Traglast abhängig von der Vorbeultiefe

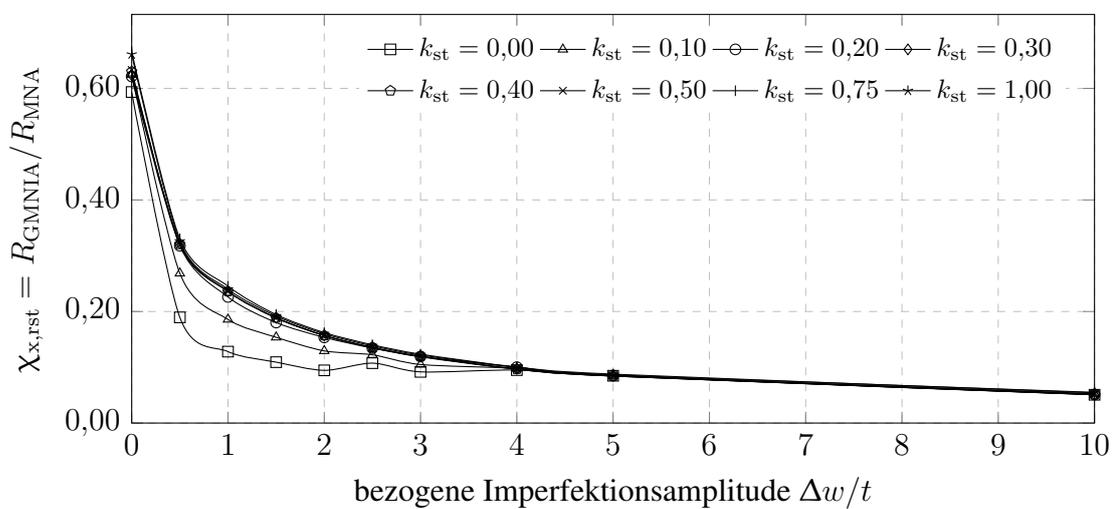


Bild A.1: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 500$

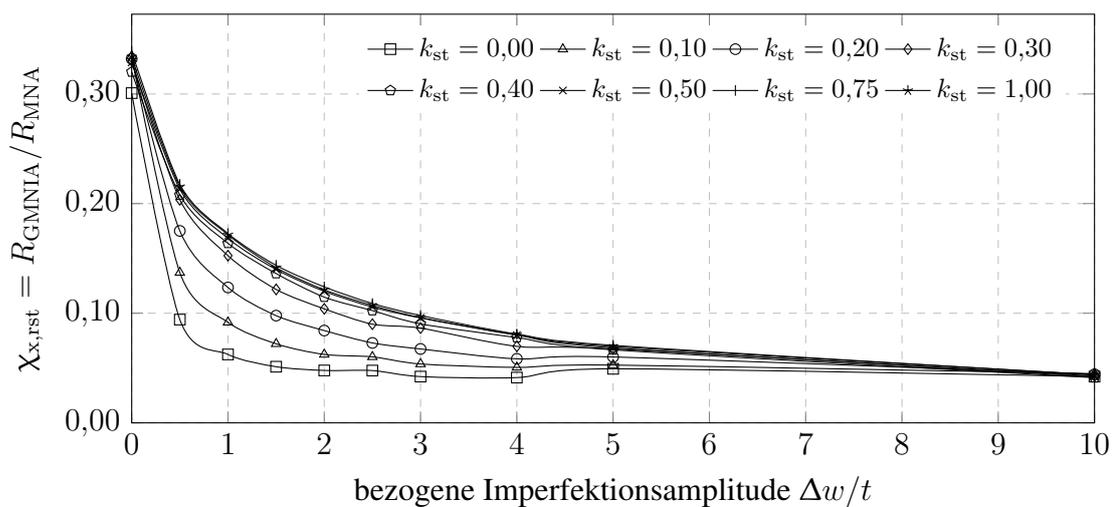
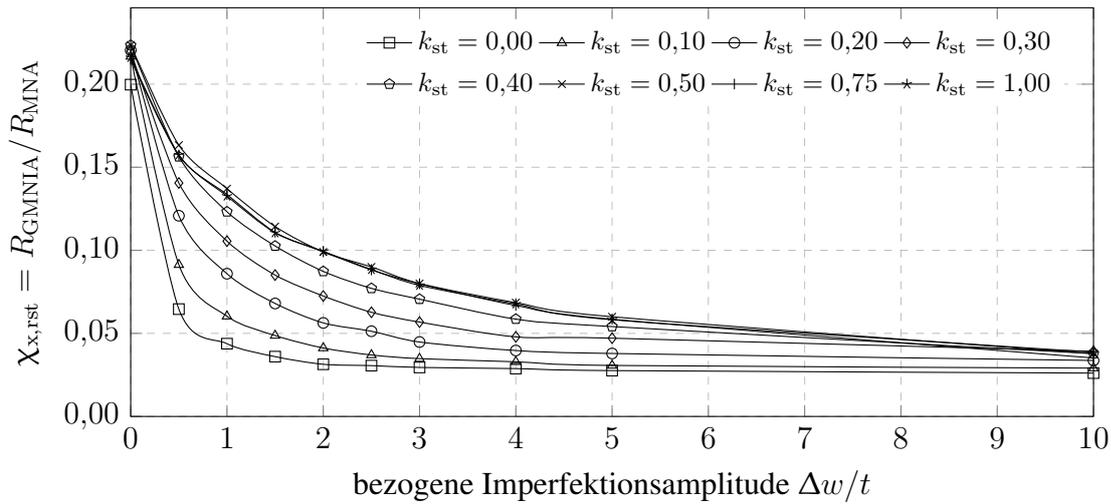
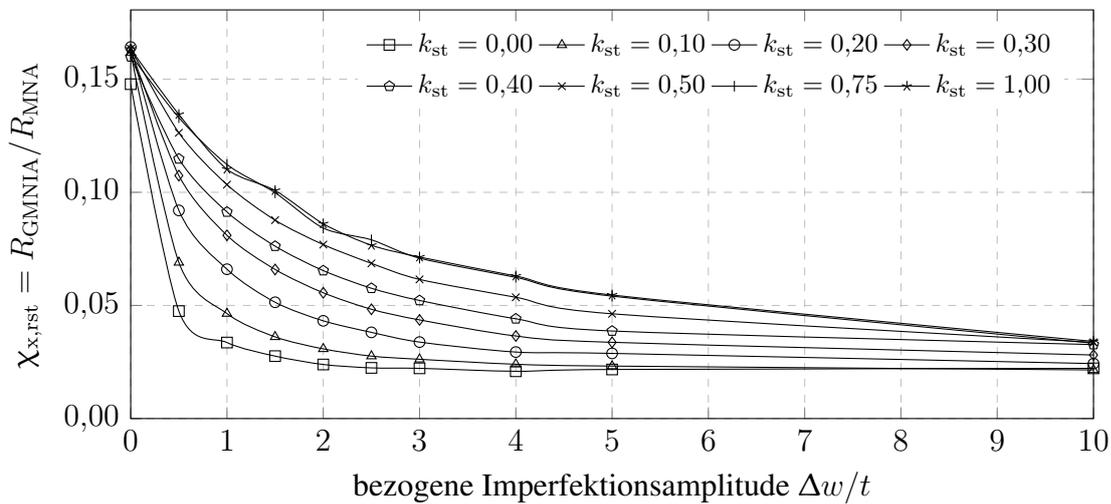
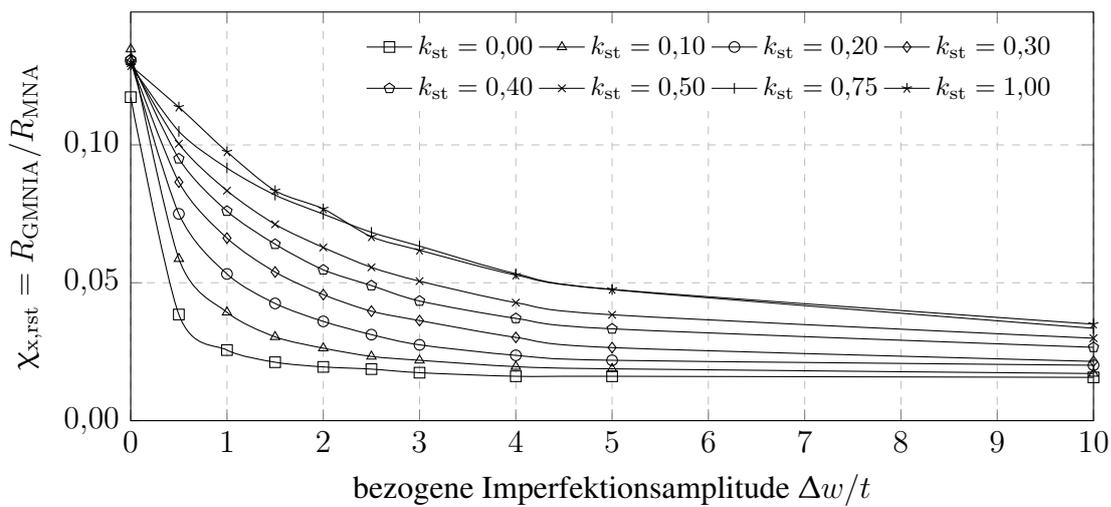
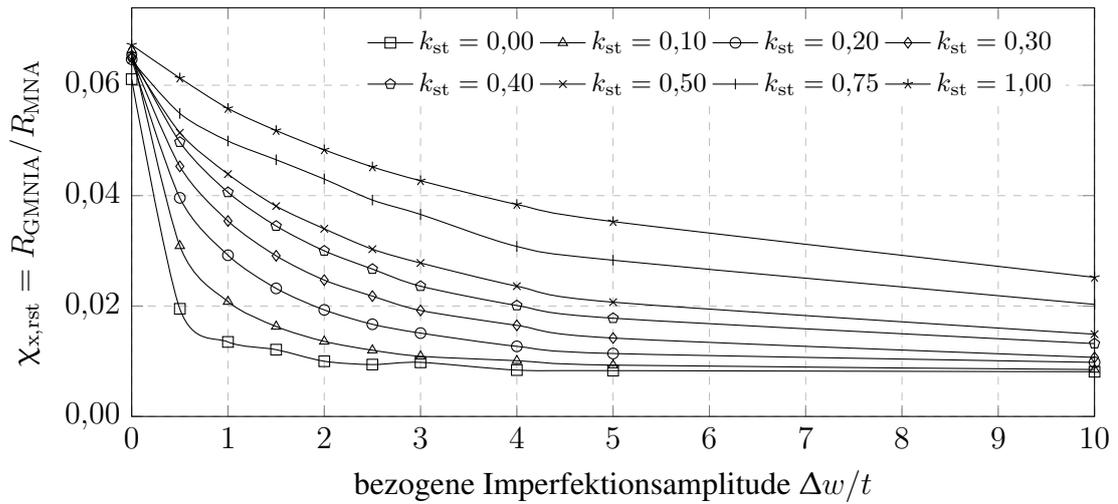
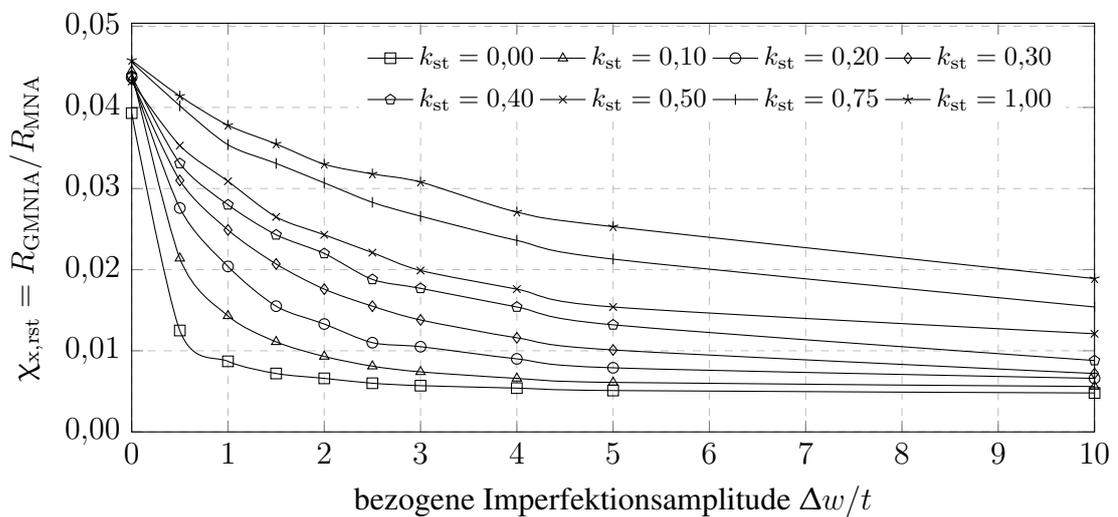
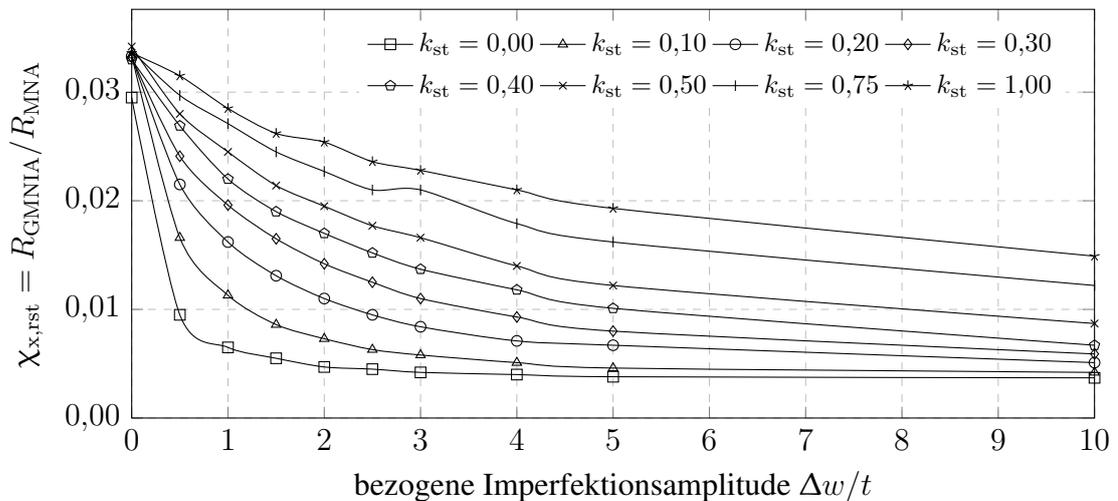


Bild A.2: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$

Bild A.3: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$ Bild A.4: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2000$ Bild A.5: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$

Bild A.6: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$ Bild A.7: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 7500$ Bild A.8: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von $\Delta w/t$ für $r/t = 10000$

A.2 Traglast abhängig vom Ringparameter

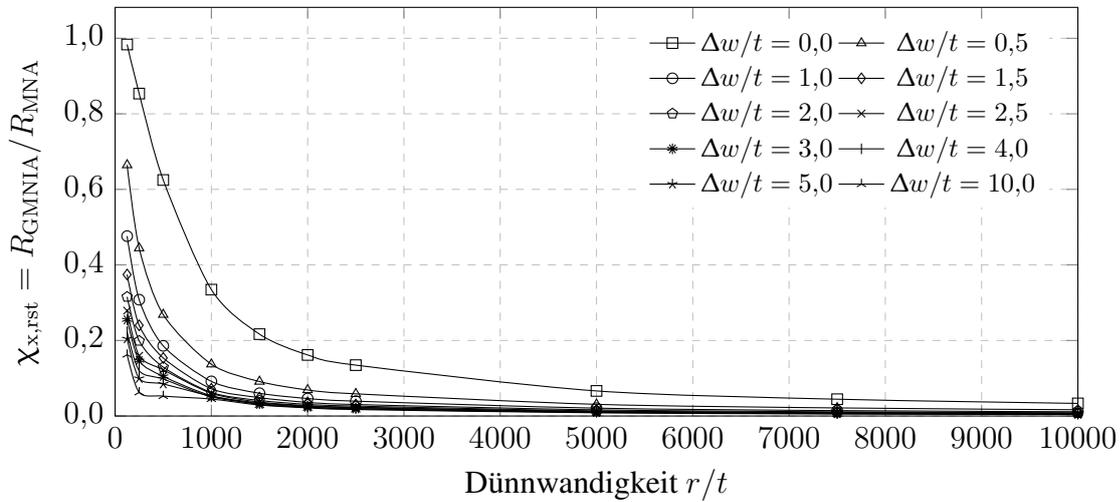


Bild A.9: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,10$

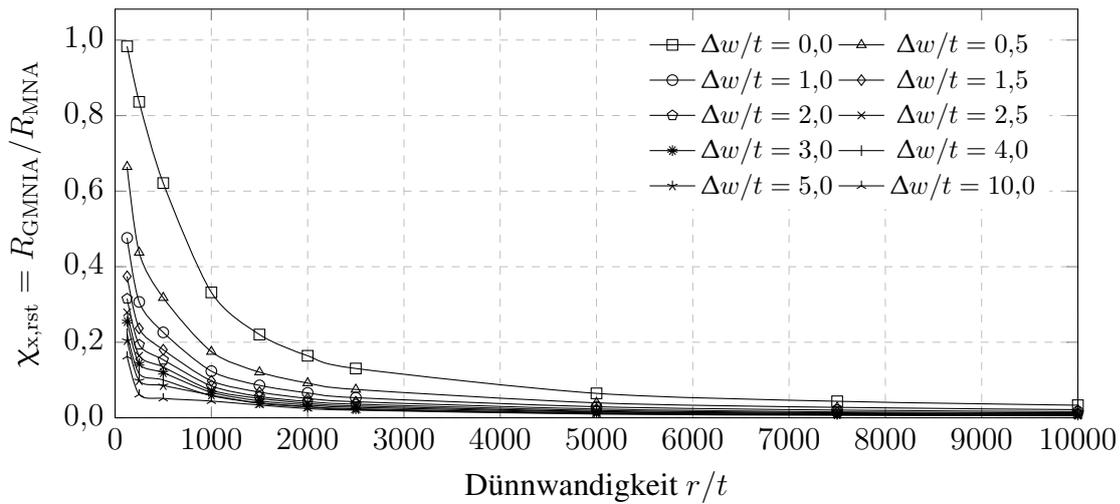


Bild A.10: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,20$

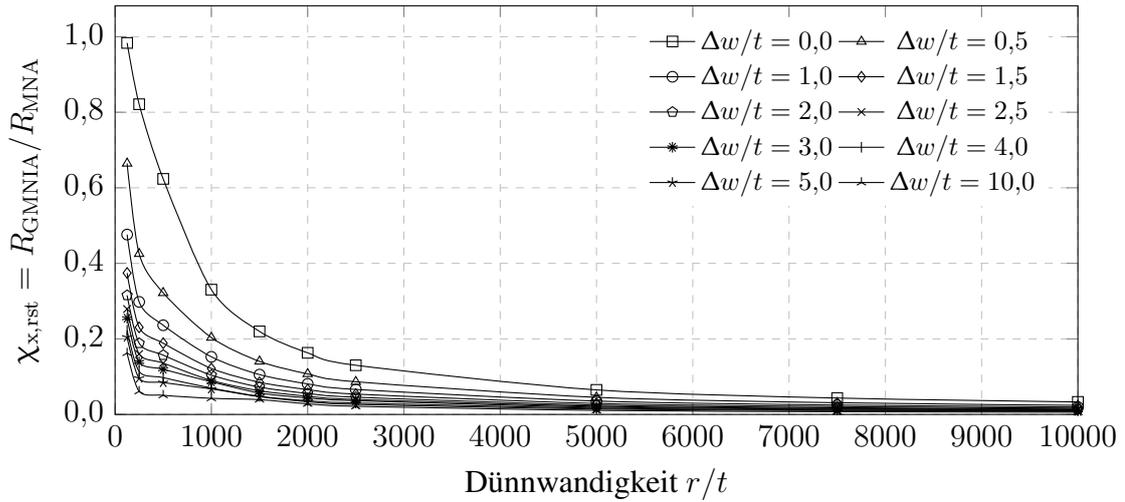


Bild A.11: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,30$

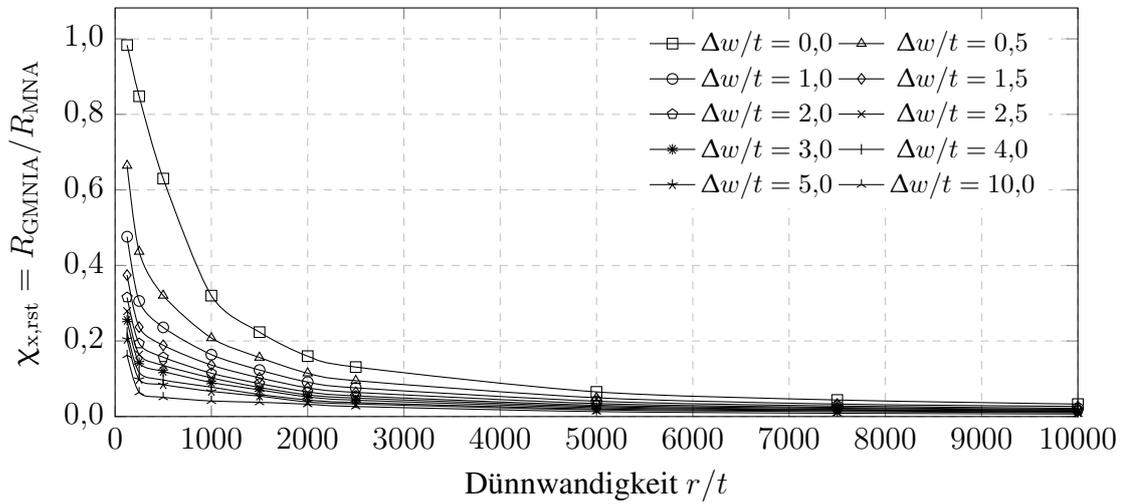


Bild A.12: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,40$

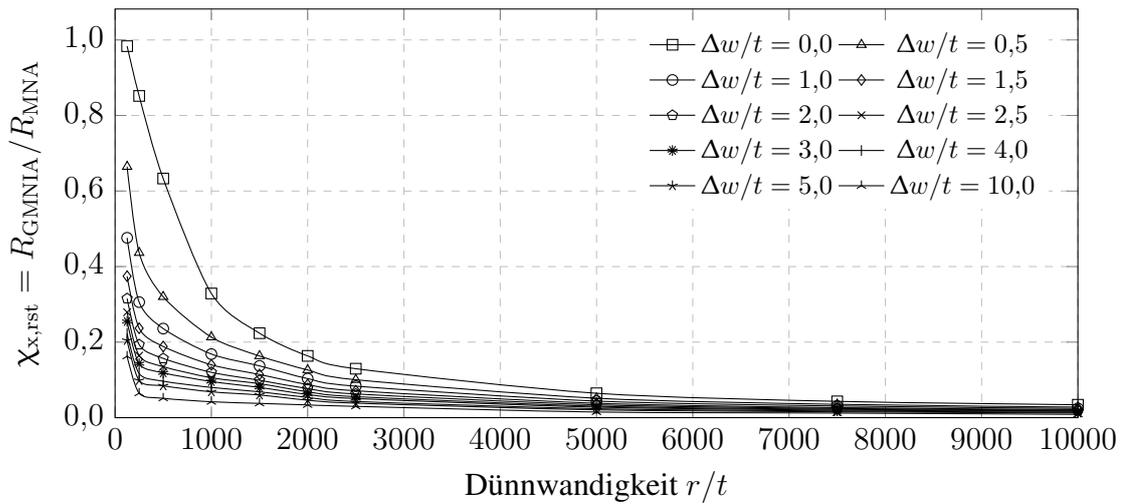
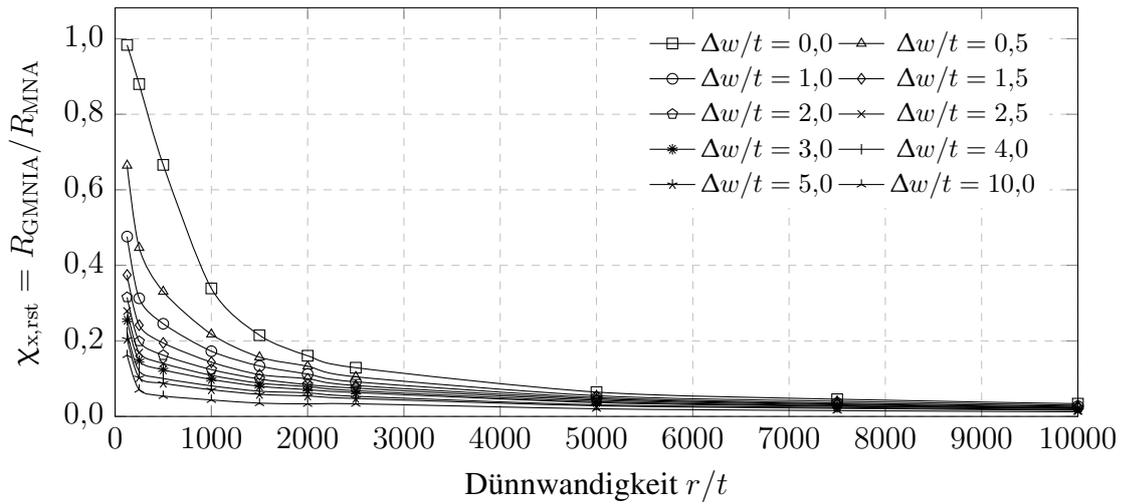
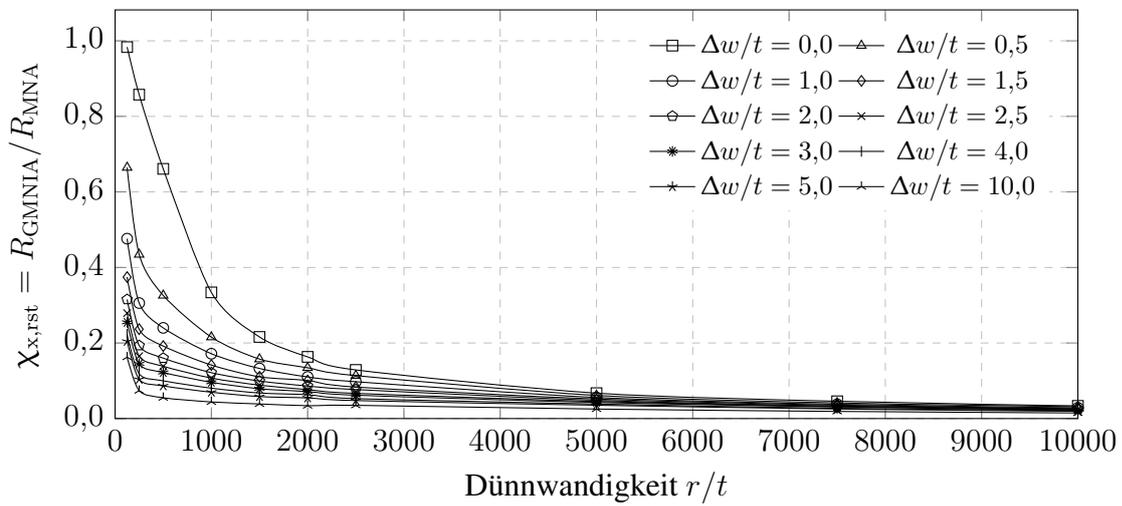


Bild A.13: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,50$

Bild A.14: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,75$ Bild A.15: Beul-Abminderungsbeiwert $\chi_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,00$

A.3 Knockdown-Faktor abhängig von der Dünnwandigkeit

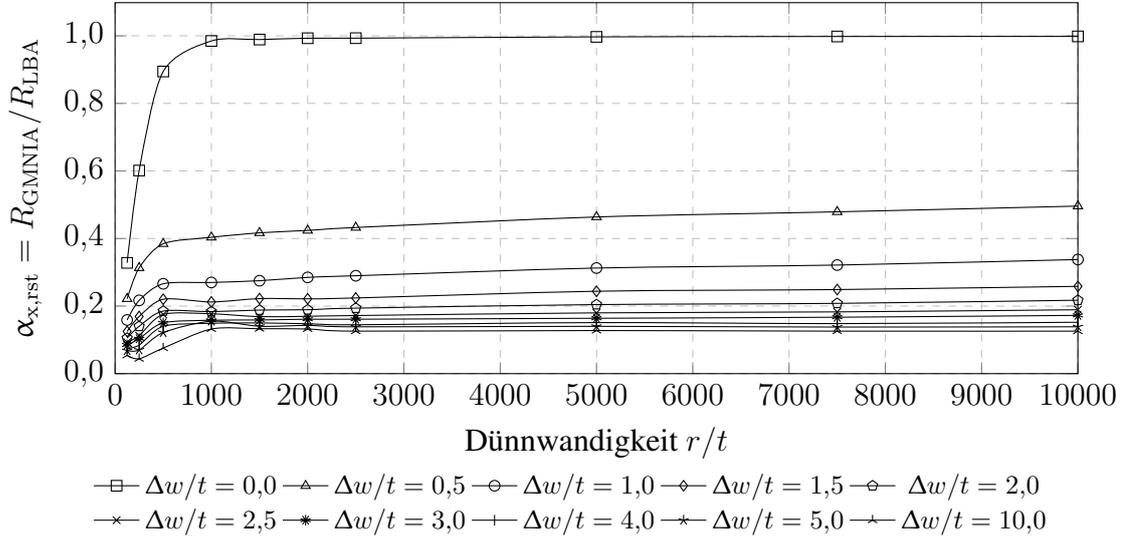


Bild A.16: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,10$

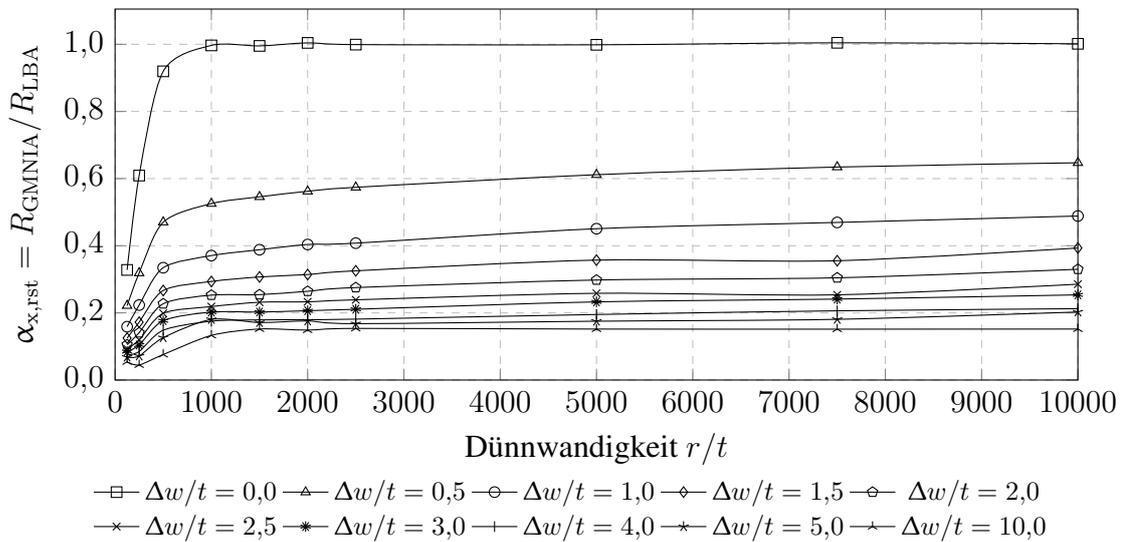
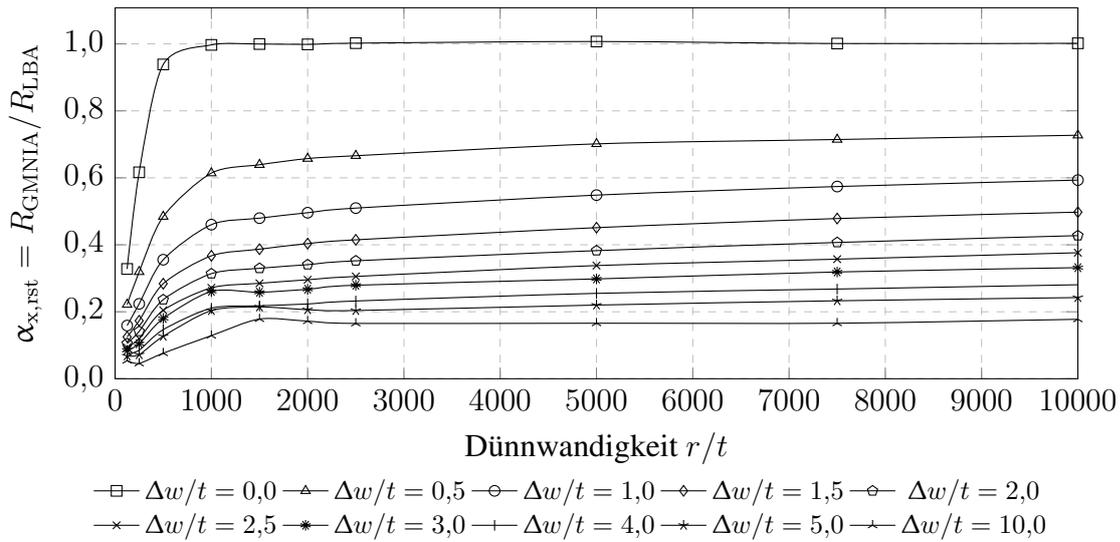
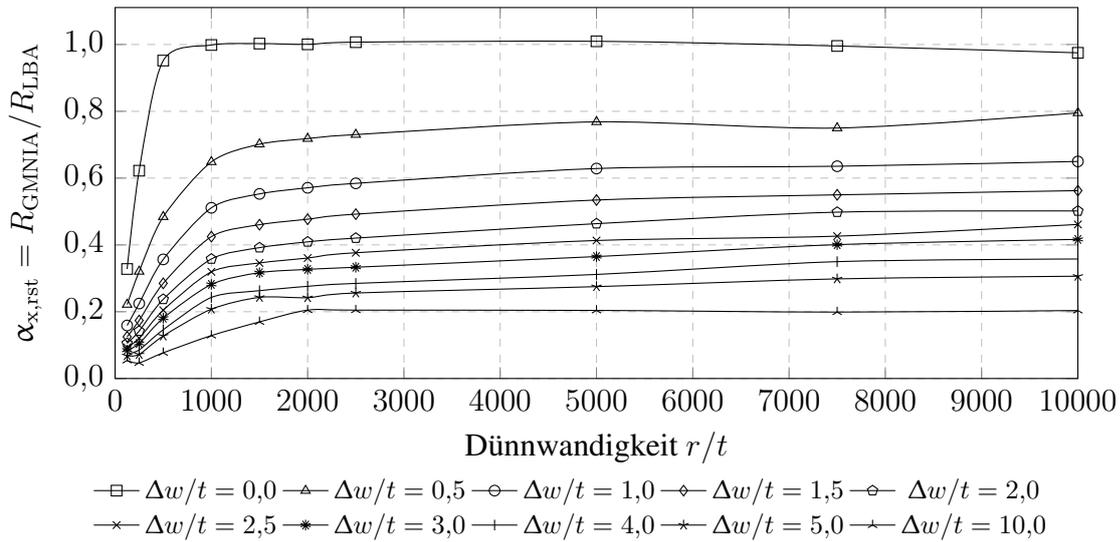
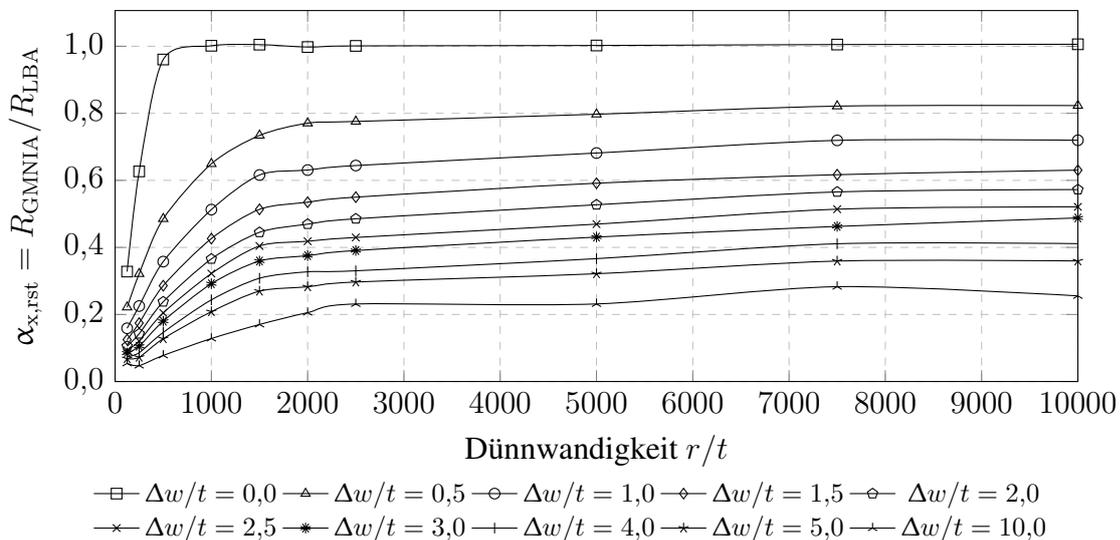


Bild A.17: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,20$

Bild A.18: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,30$ Bild A.19: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,40$ Bild A.20: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,50$

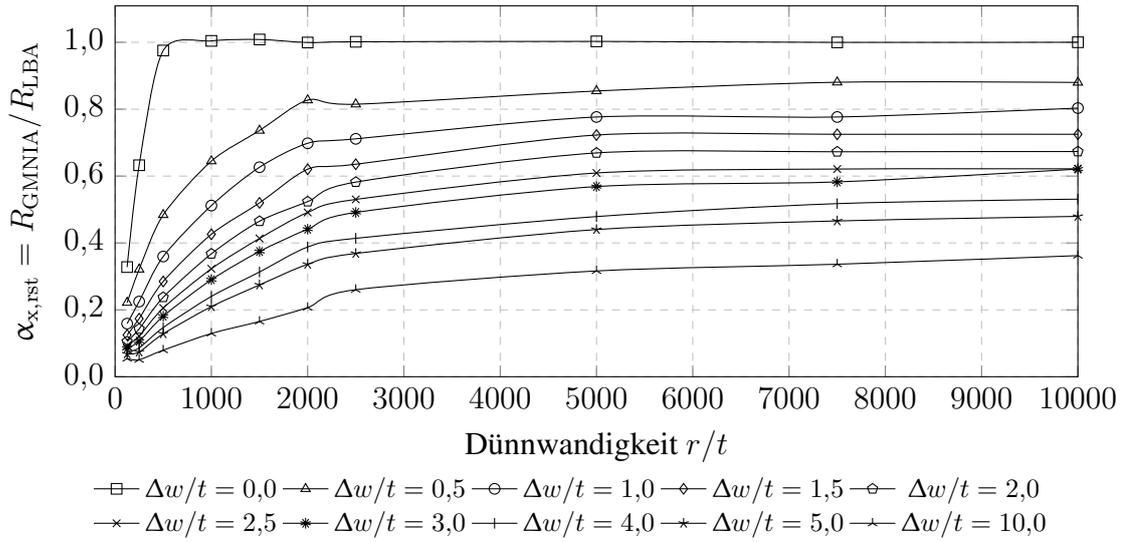


Bild A.21: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 0,75$

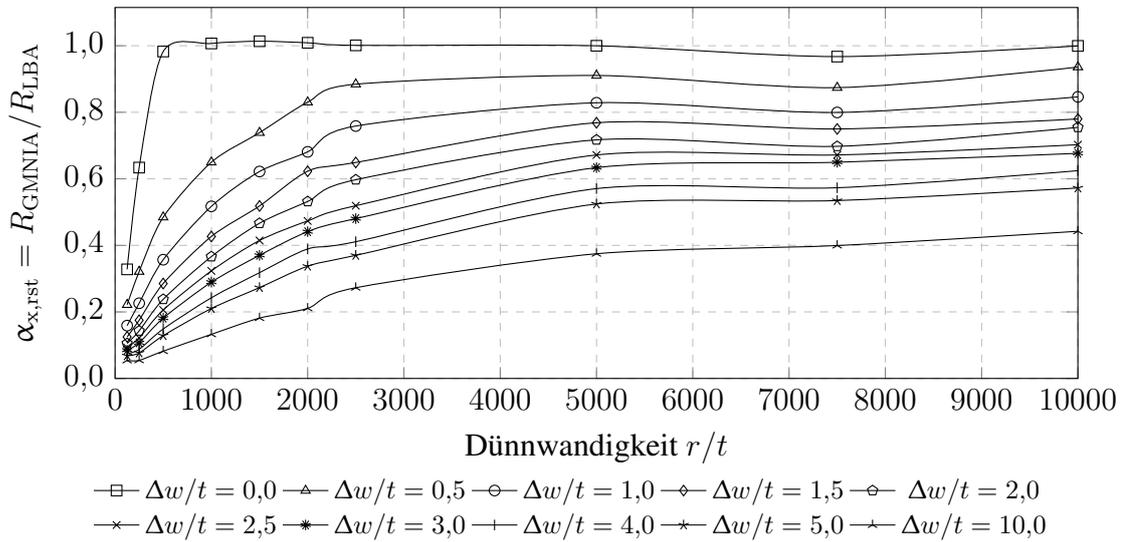
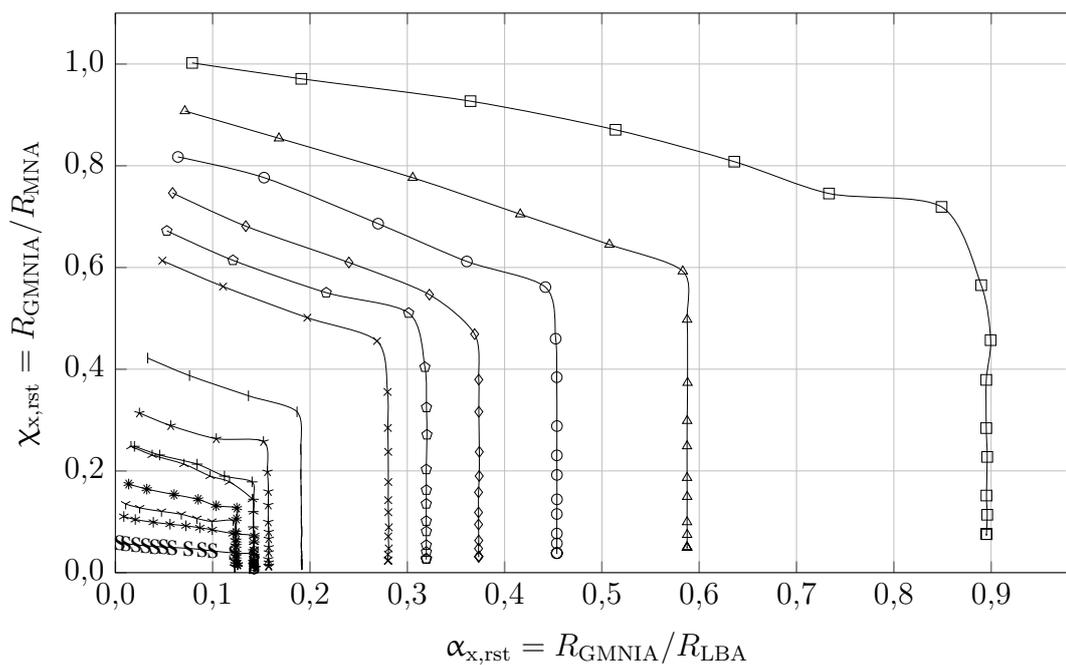


Bild A.22: Knockdown-Faktor $\alpha_{x,rst}$ abhängig von r/t für $k_{st} = 1,00$

B Diagramme zu Abschnitt 4.4.5.1

B.1 Darstellung der modifizierten Kapazitätskurven



- \square $\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \ominus $\Delta w/t = 0,4$
 \times $\Delta w/t = 0,5$ \dashv $\Delta w/t = 1,0$ $*$ $\Delta w/t = 1,5$ \vdash $\Delta w/t = 2,0$ \ast $\Delta w/t = 2,5$
 \bullet $\Delta w/t = 3,0$ ∇ $\Delta w/t = 4,0$ \ast $\Delta w/t = 5,0$ S $\Delta w/t = 10,0$

Bild B.1: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,00$

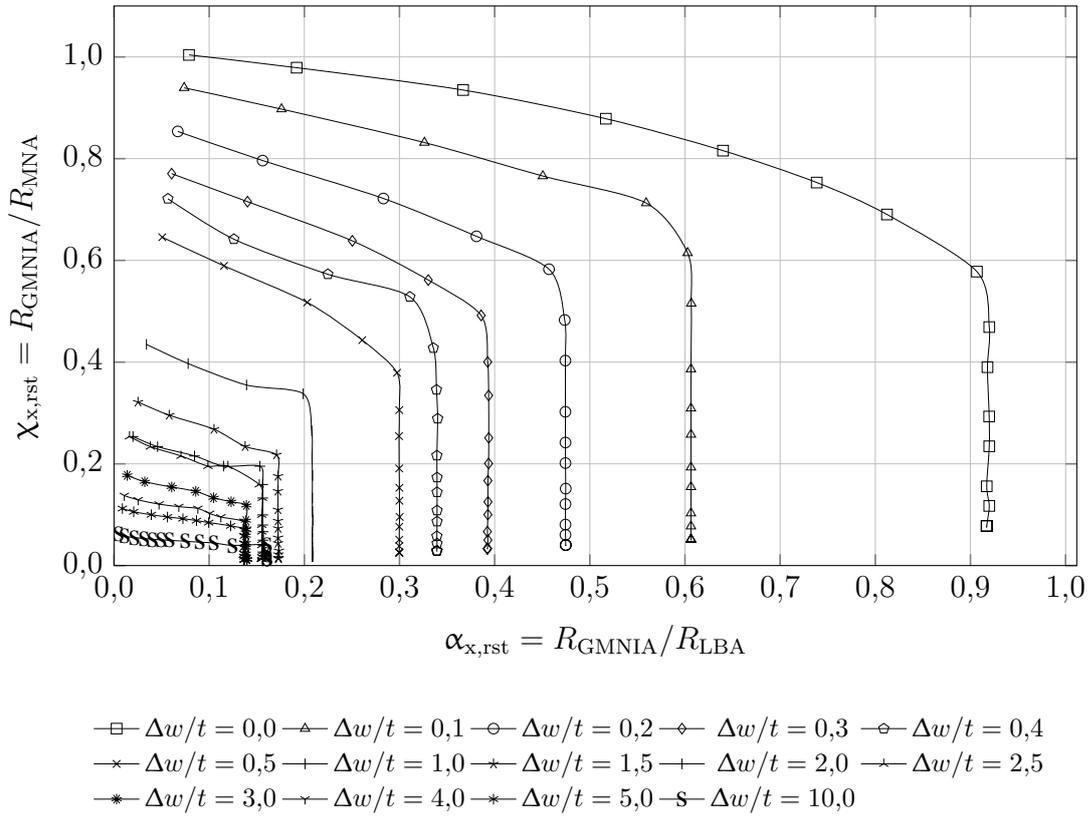


Bild B.2: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,02$

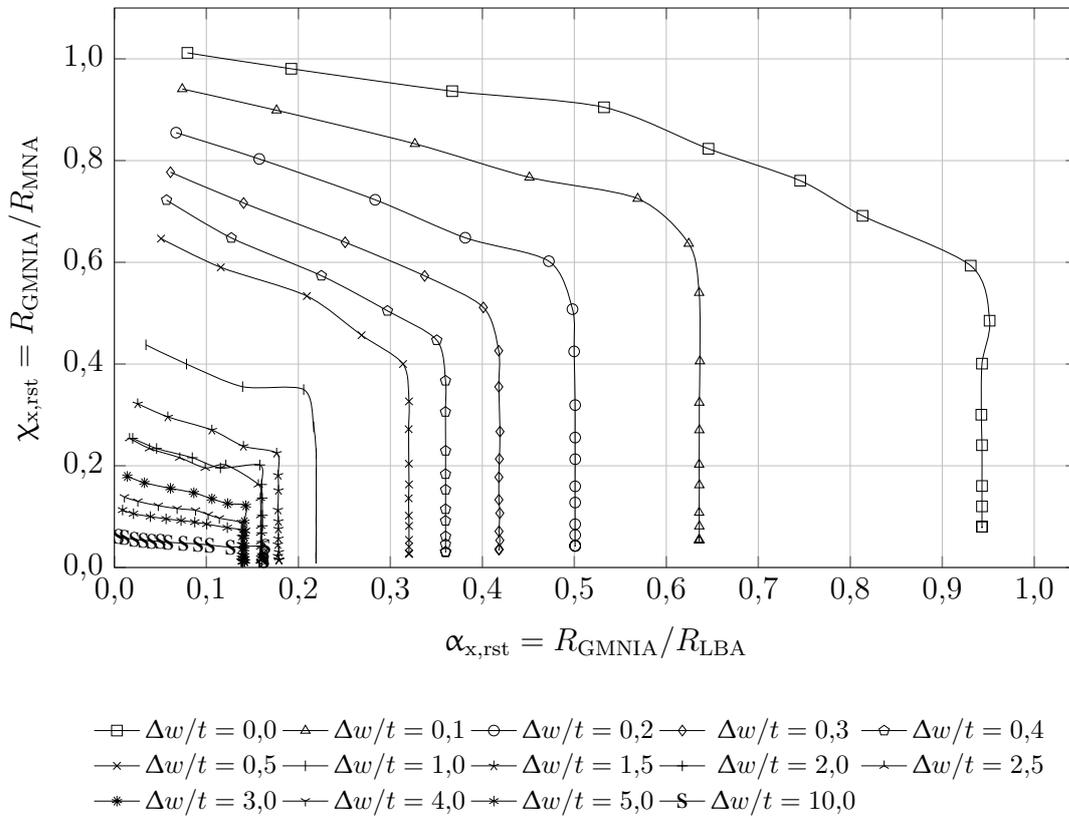


Bild B.3: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,04$

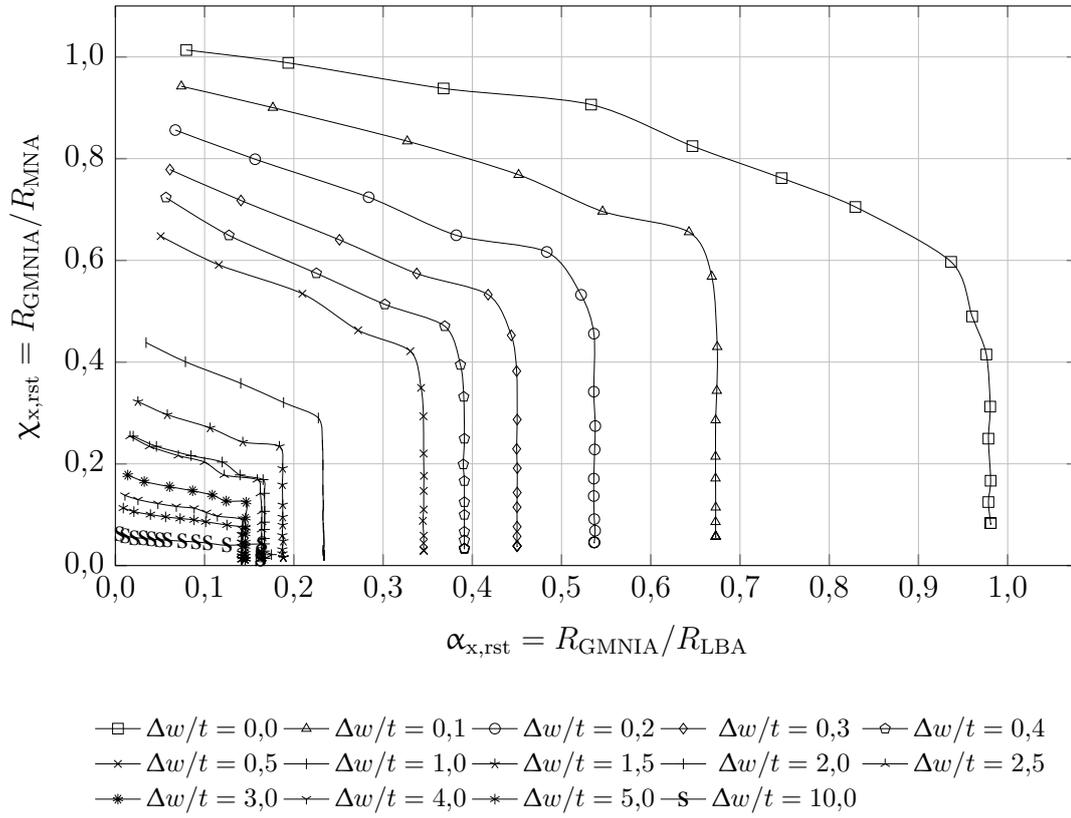


Bild B.4: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,06$

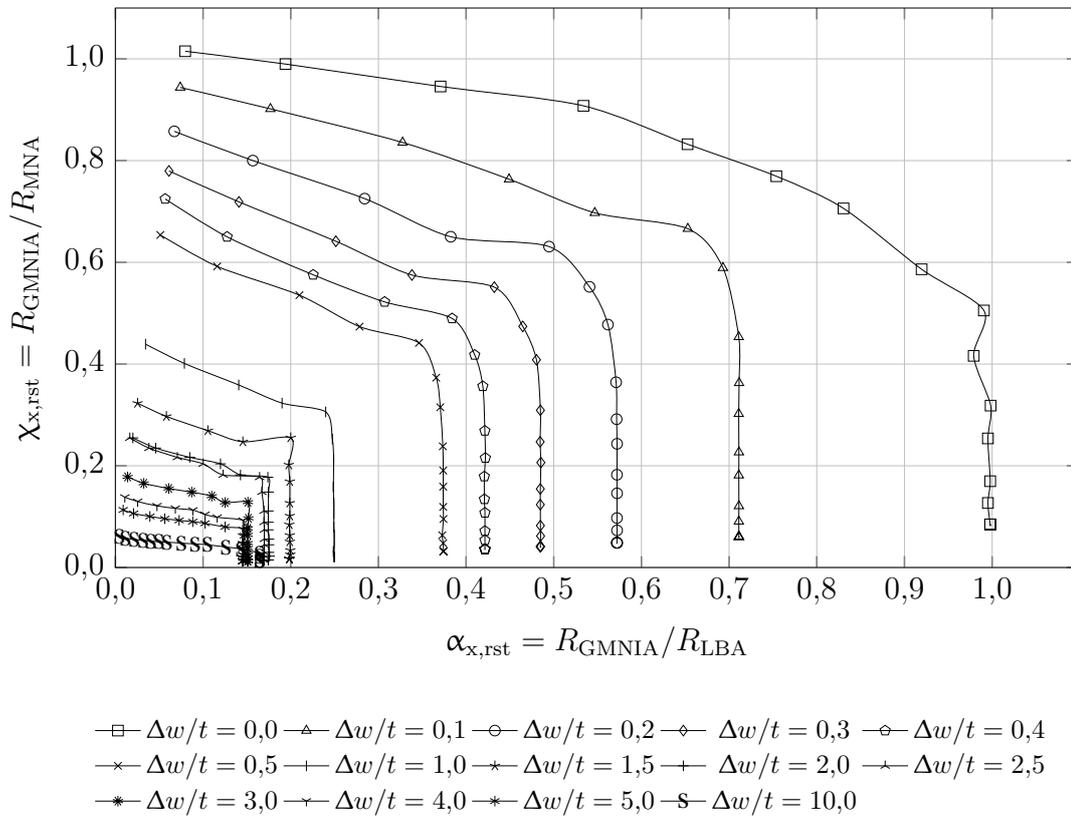
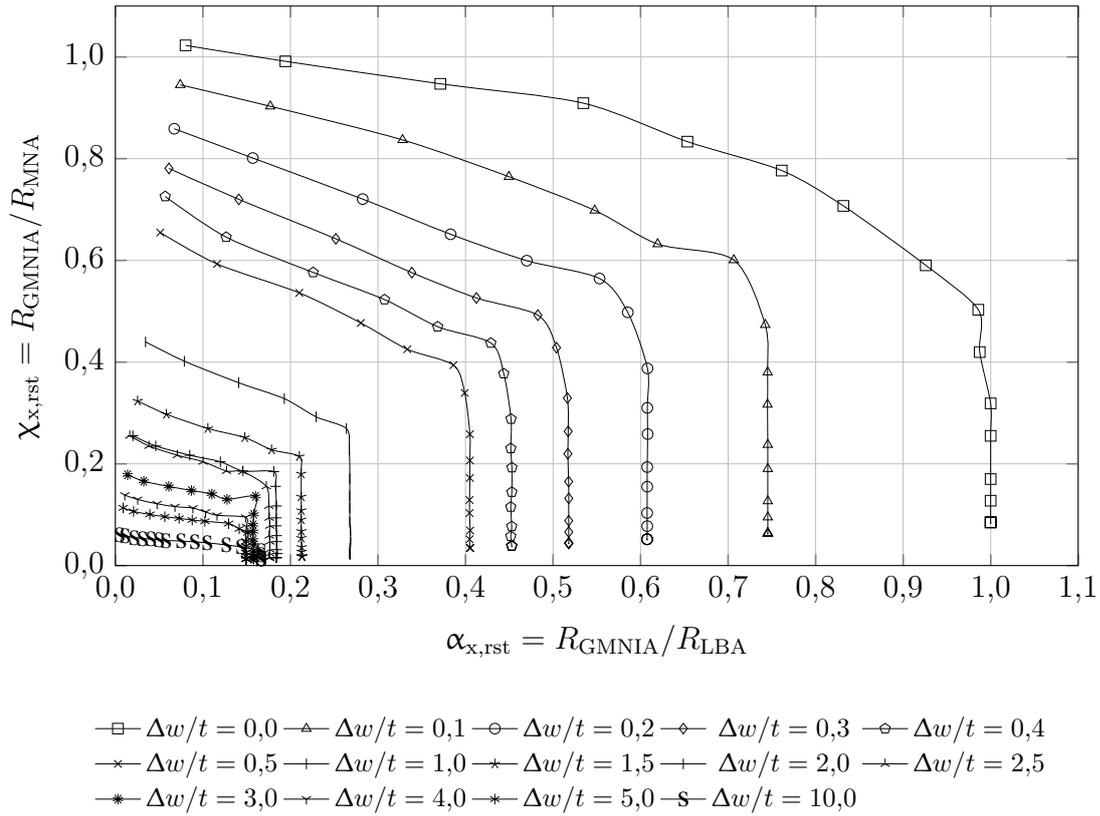
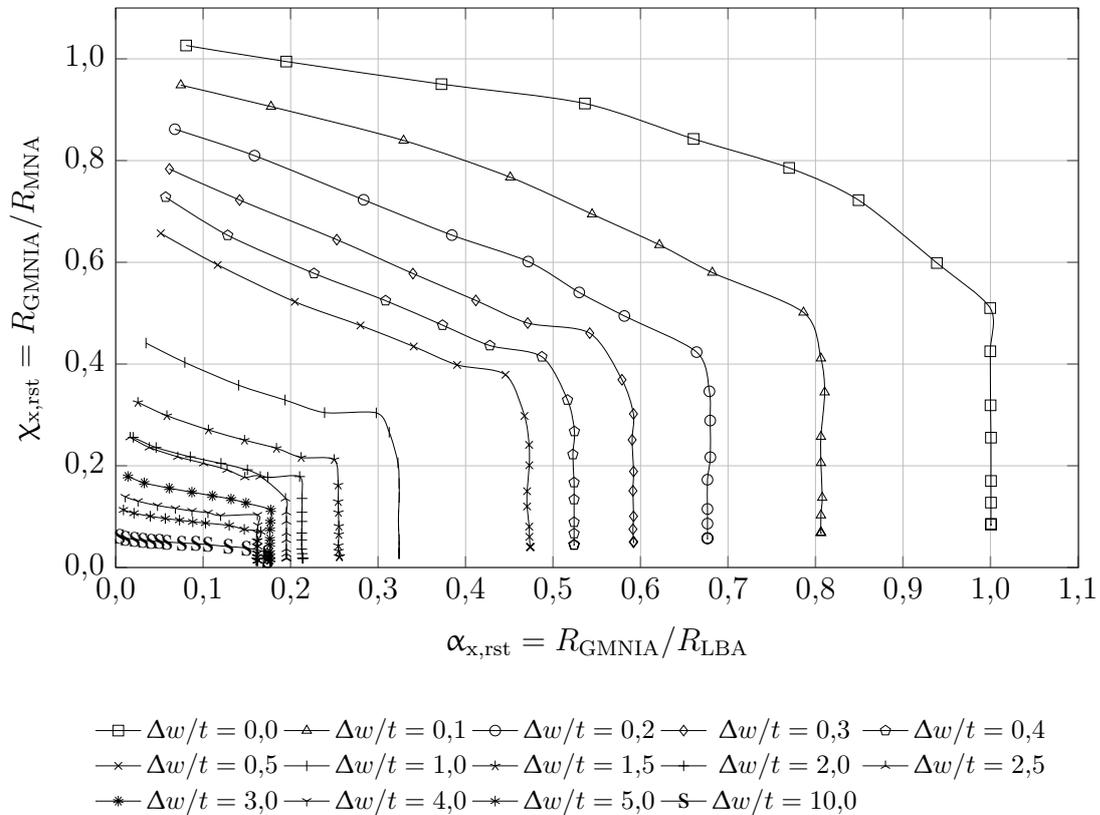


Bild B.5: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,08$

Bild B.6: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,10$ Bild B.7: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,15$

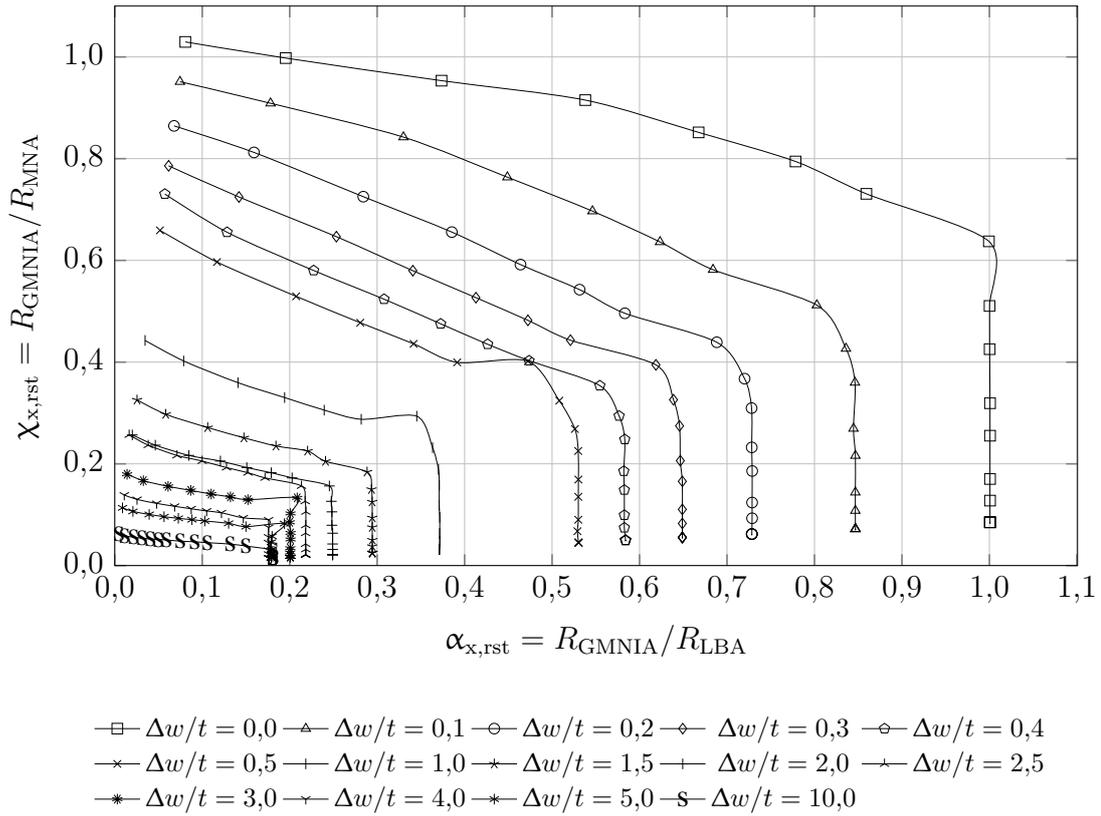


Bild B.8: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,20$

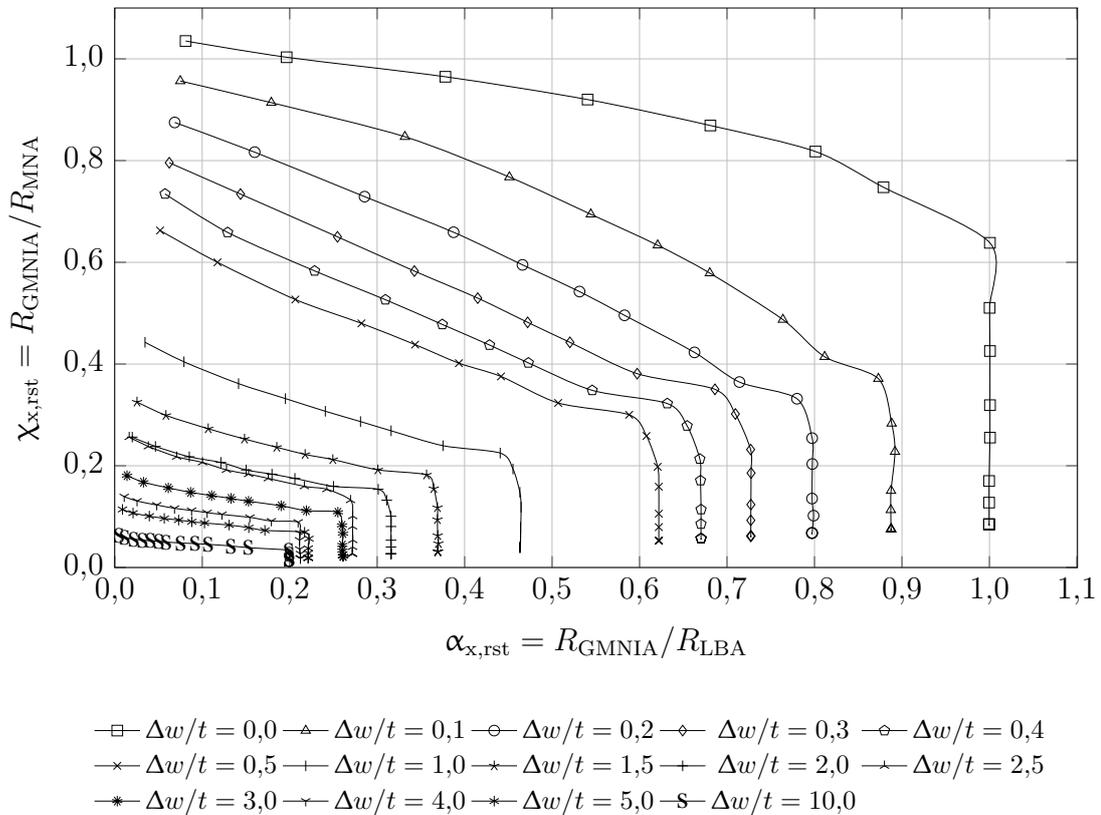


Bild B.9: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,30$

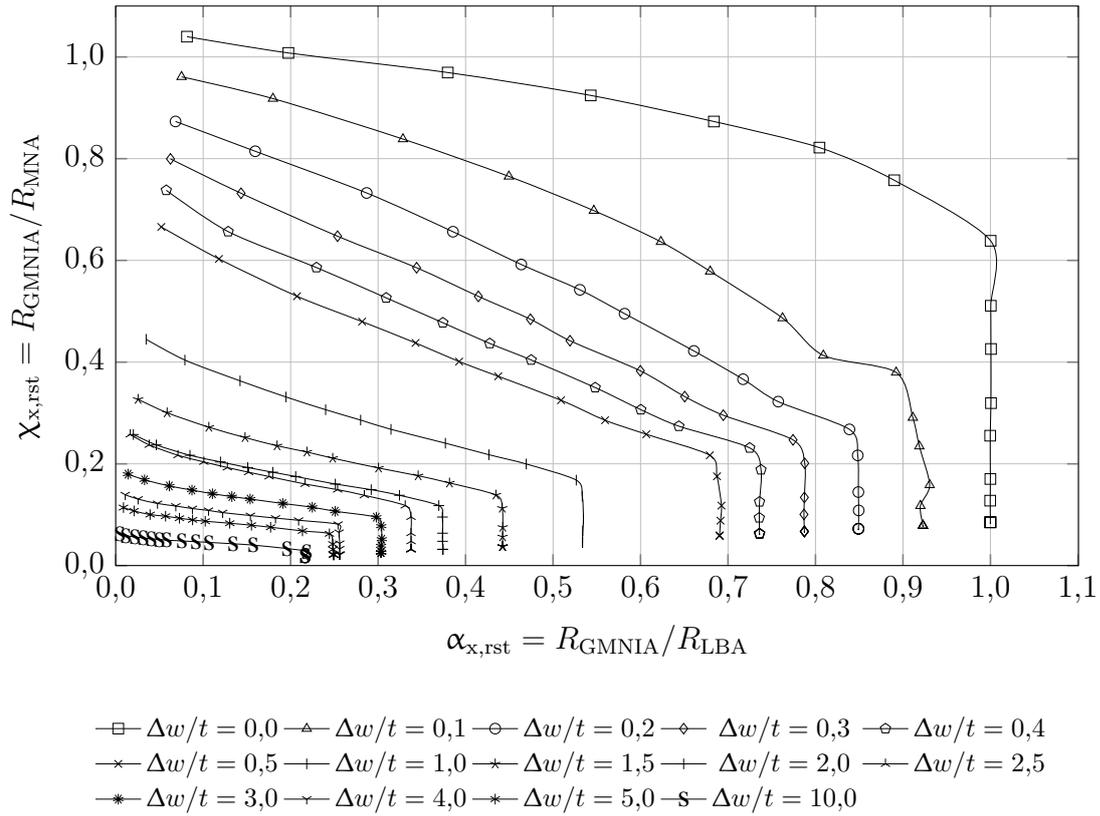


Bild B.10: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$

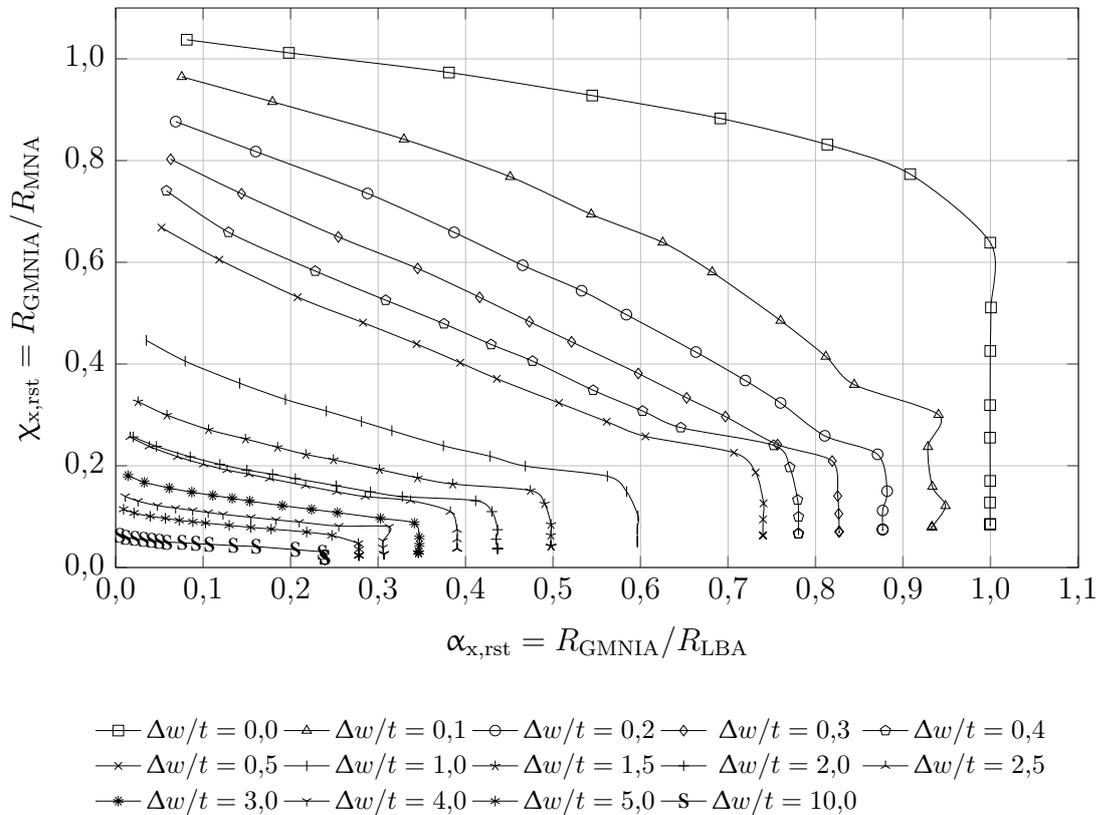


Bild B.11: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,50$

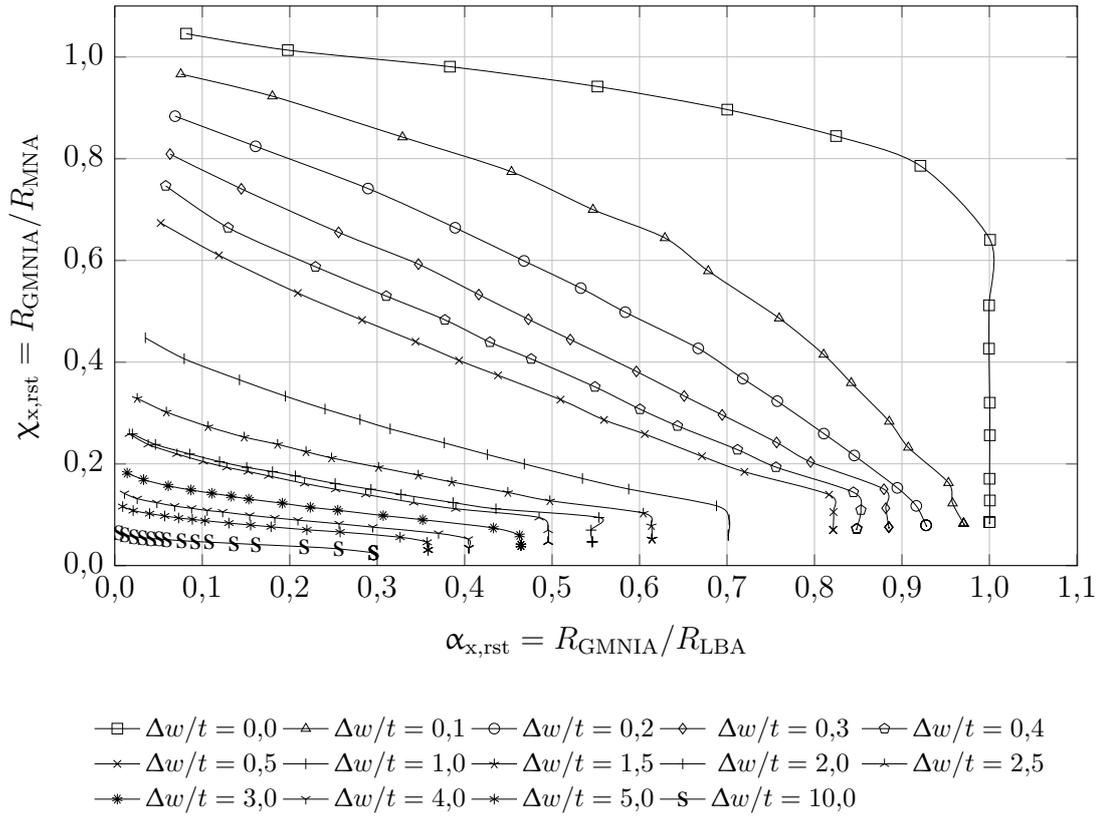


Bild B.12: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,75$

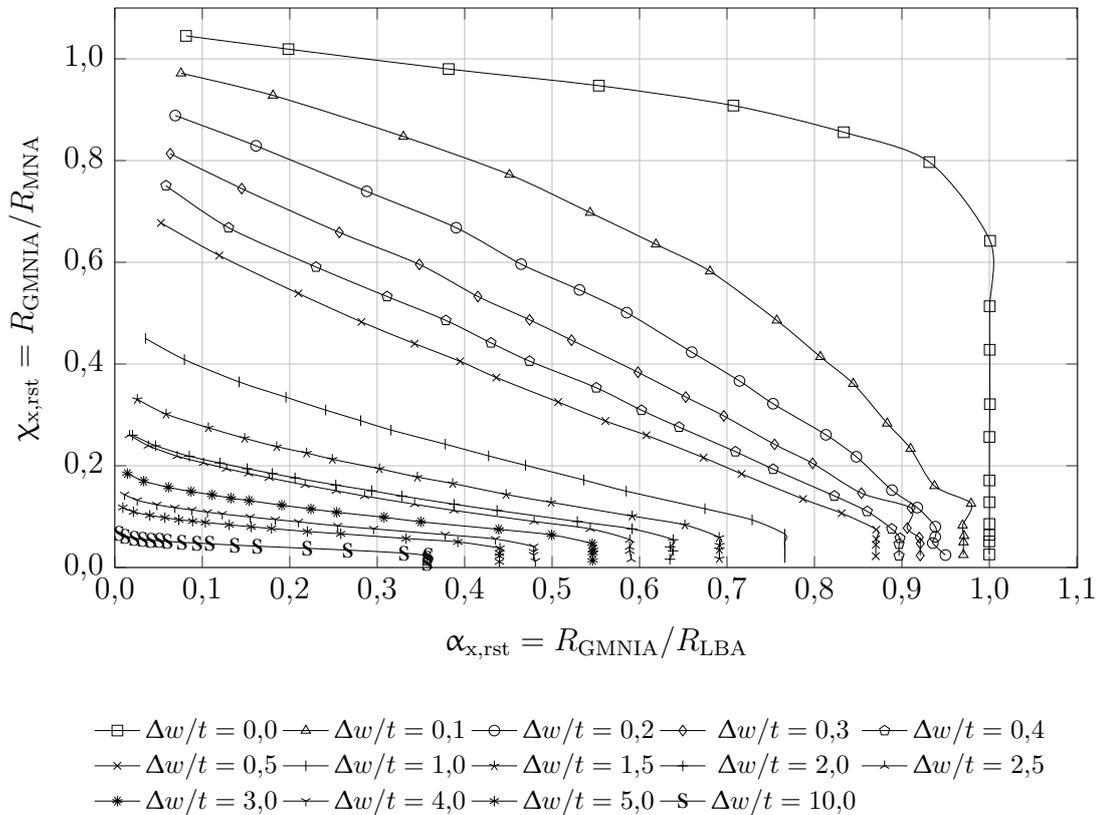
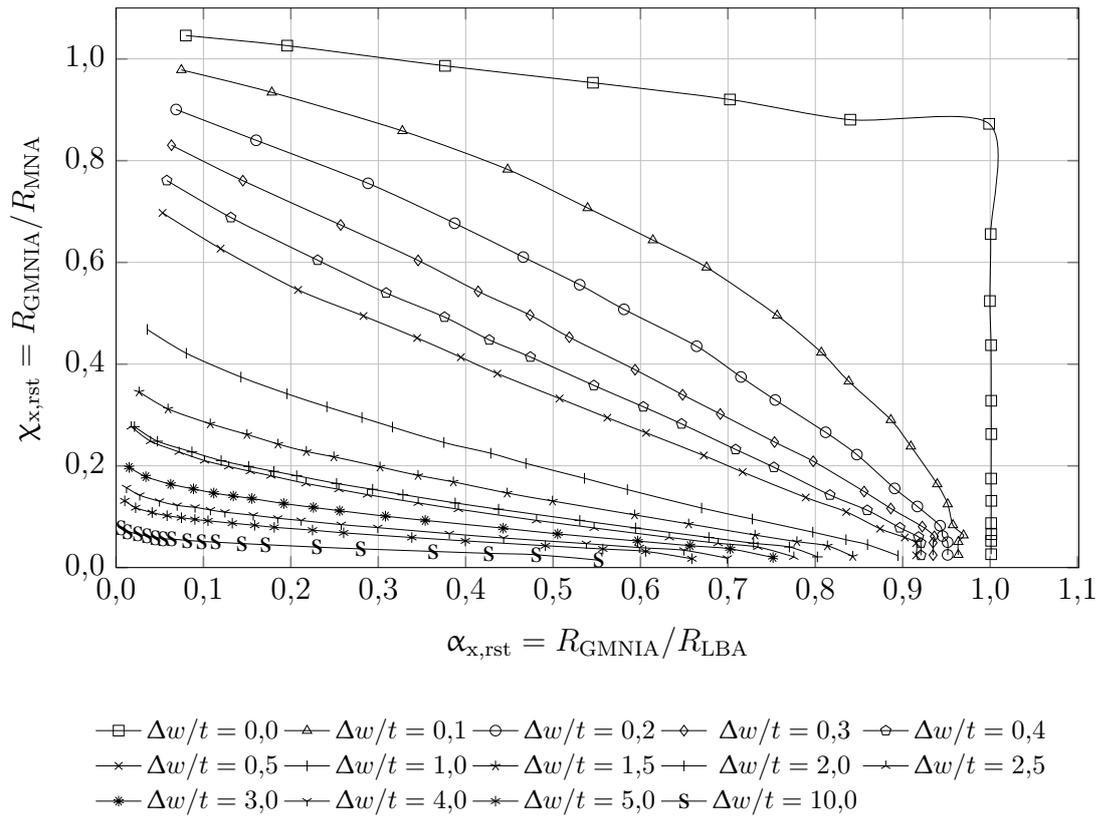


Bild B.13: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$

Bild B.14: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$

B.2 Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude

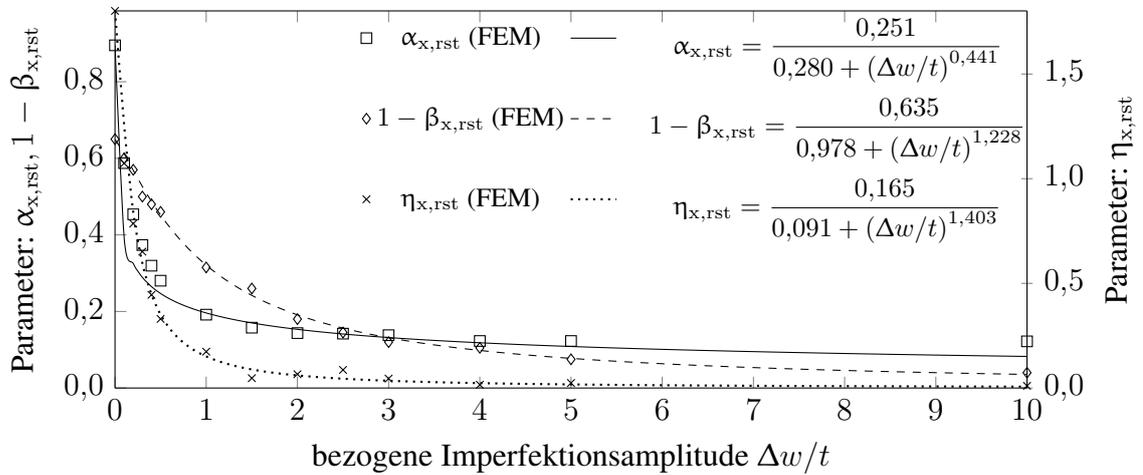


Bild B.15: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,00$

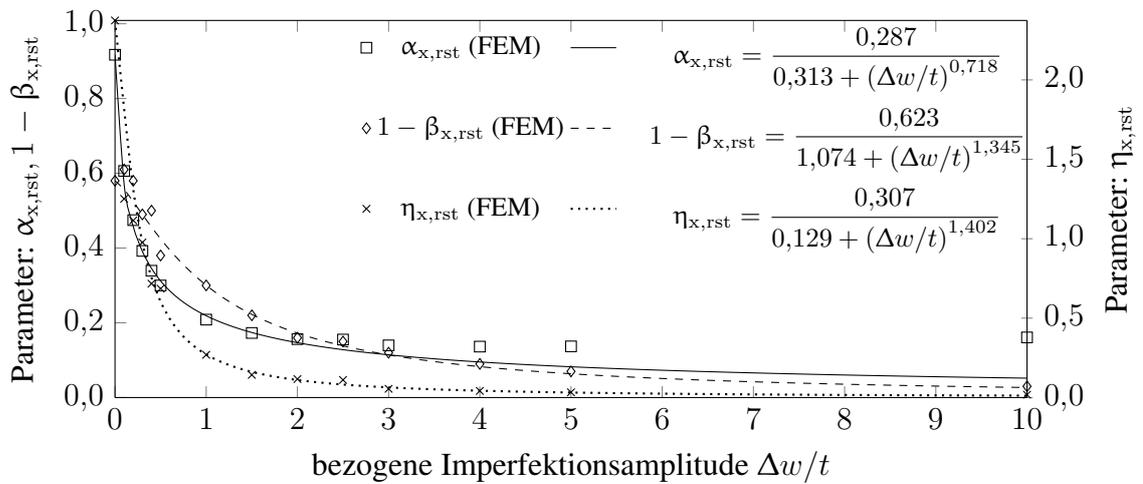


Bild B.16: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,02$

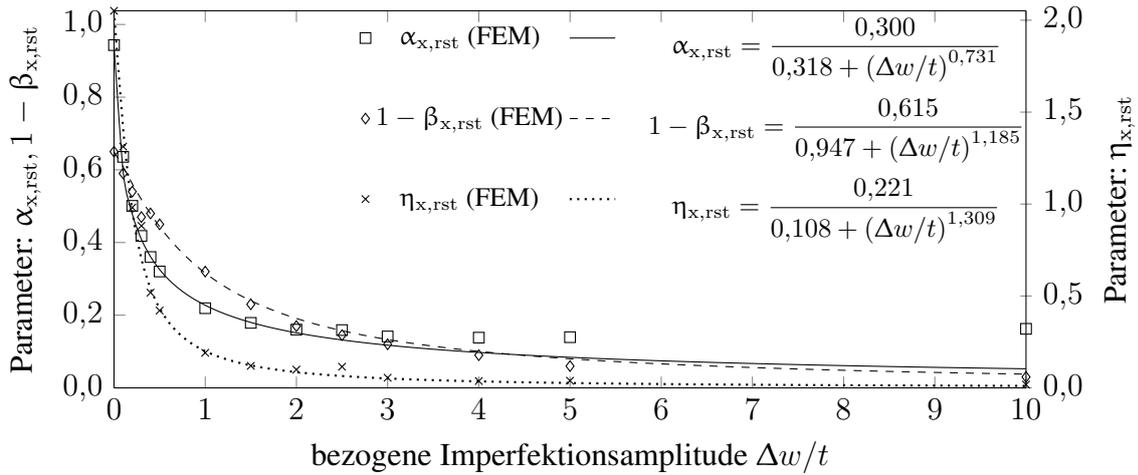


Bild B.17: Beulcurvenparameter für $k_{st} = 0,04$

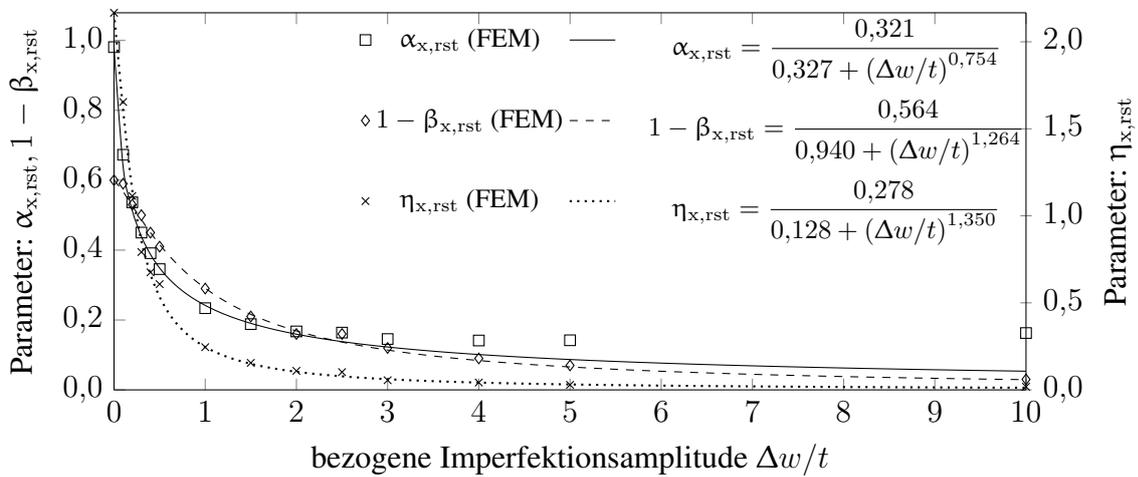


Bild B.18: Beulcurvenparameter für $k_{st} = 0,06$

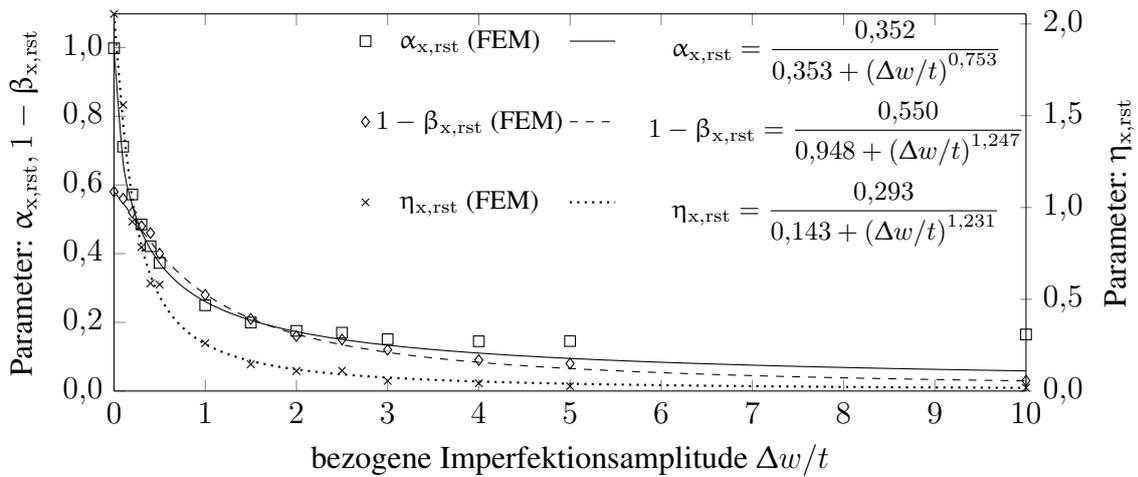


Bild B.19: Beulcurvenparameter für $k_{st} = 0,08$

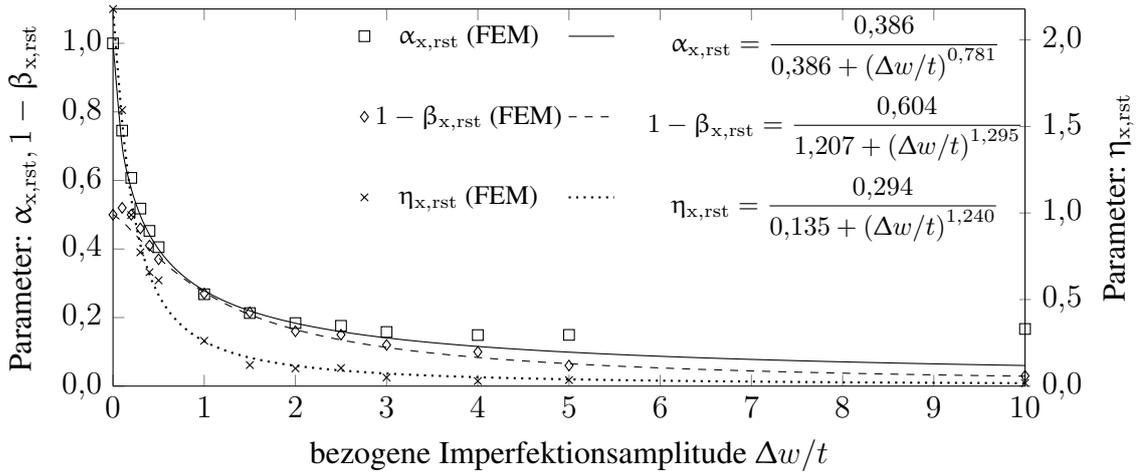


Bild B.20: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,10$

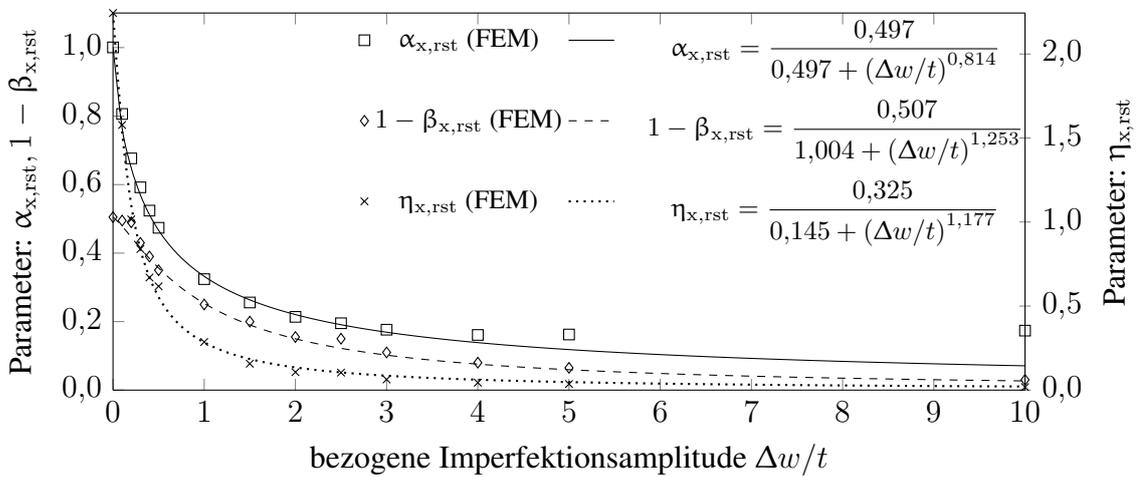


Bild B.21: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,15$

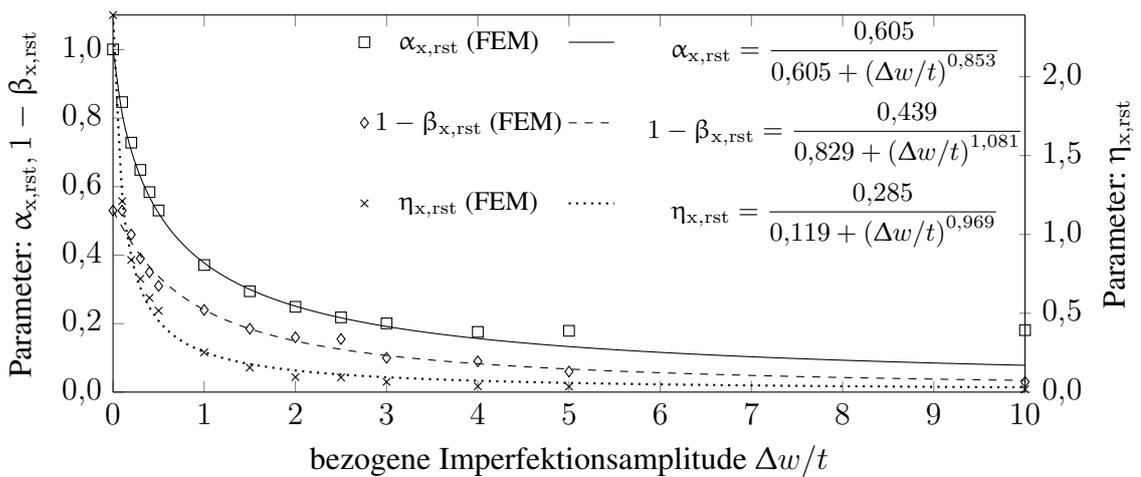


Bild B.22: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,20$

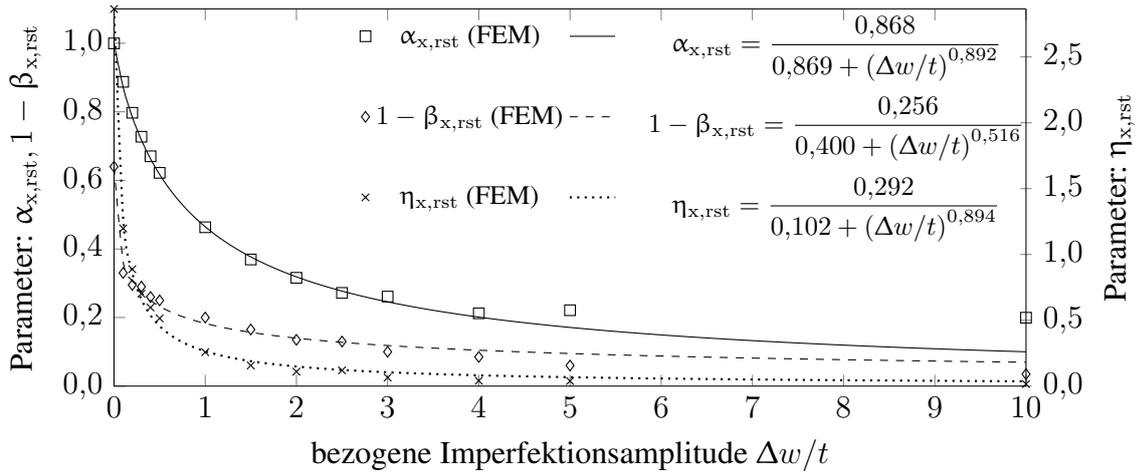


Bild B.23: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,30$

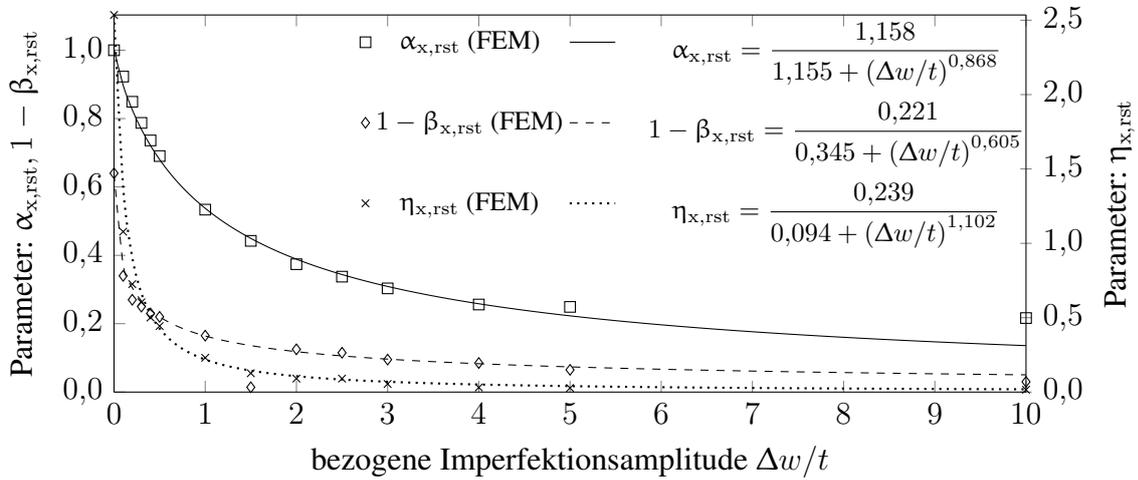


Bild B.24: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40$

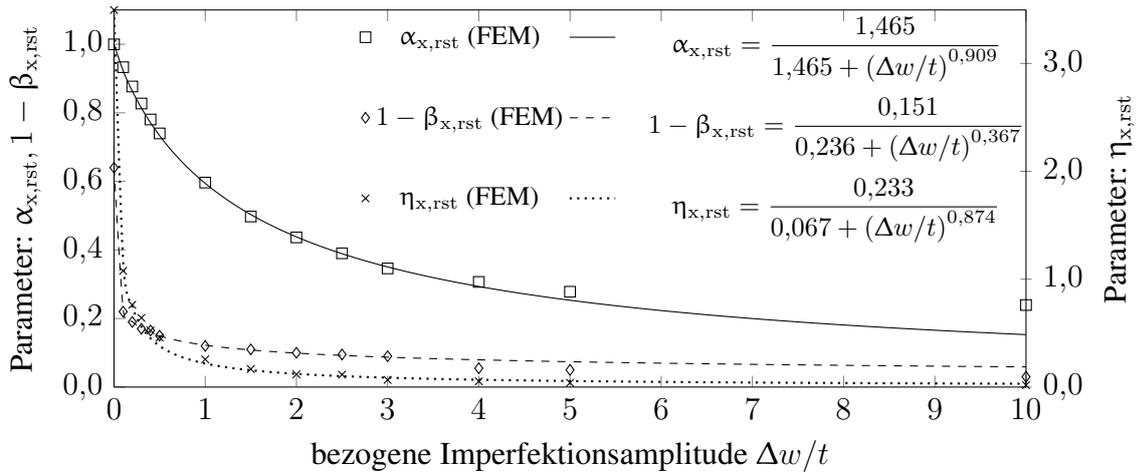


Bild B.25: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,50$

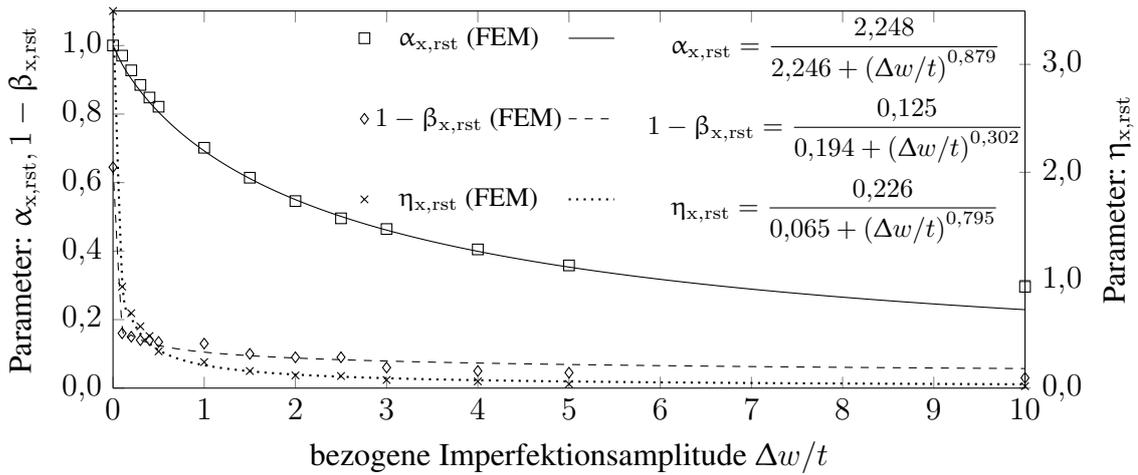


Bild B.26: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,75$

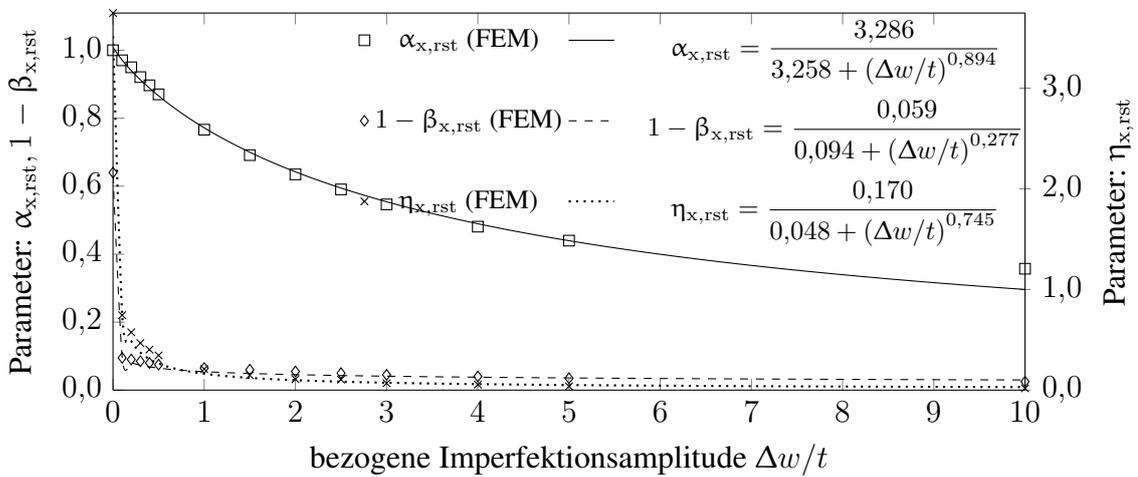


Bild B.27: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$

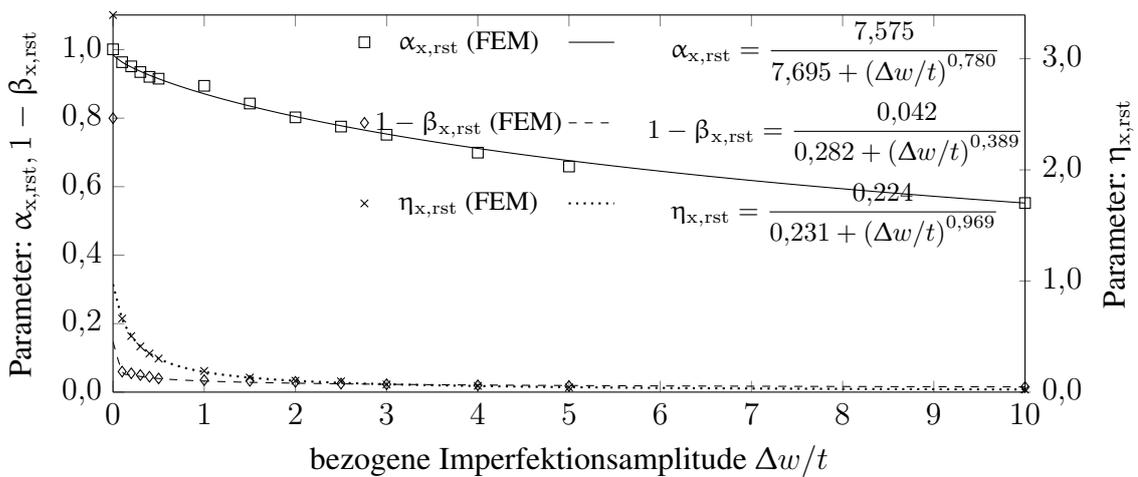


Bild B.28: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$

C Diagramme zu Abschnitt 5.3.1.2

C.1 Traglast abhängig vom Steifenabstand

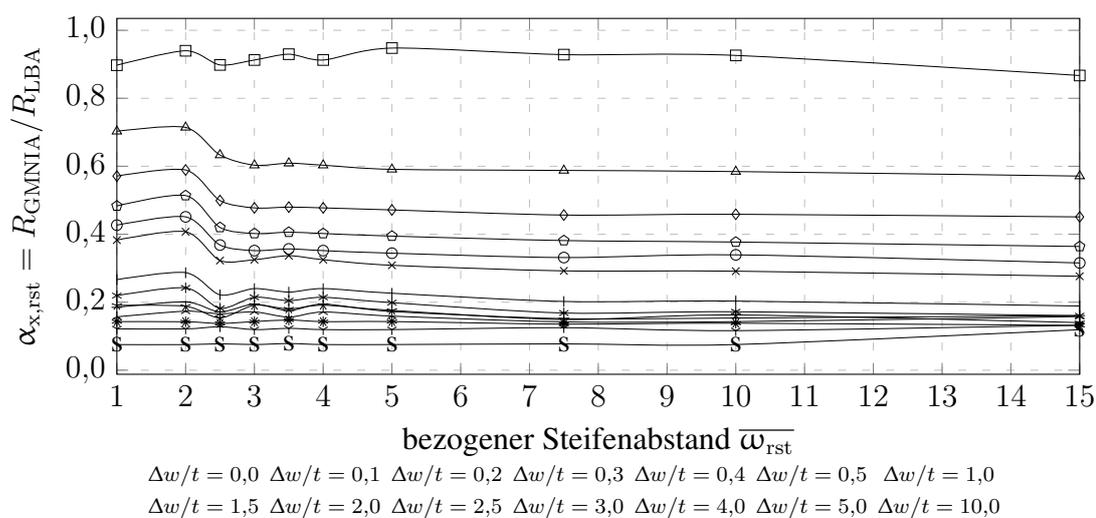


Bild C.1: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\bar{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$

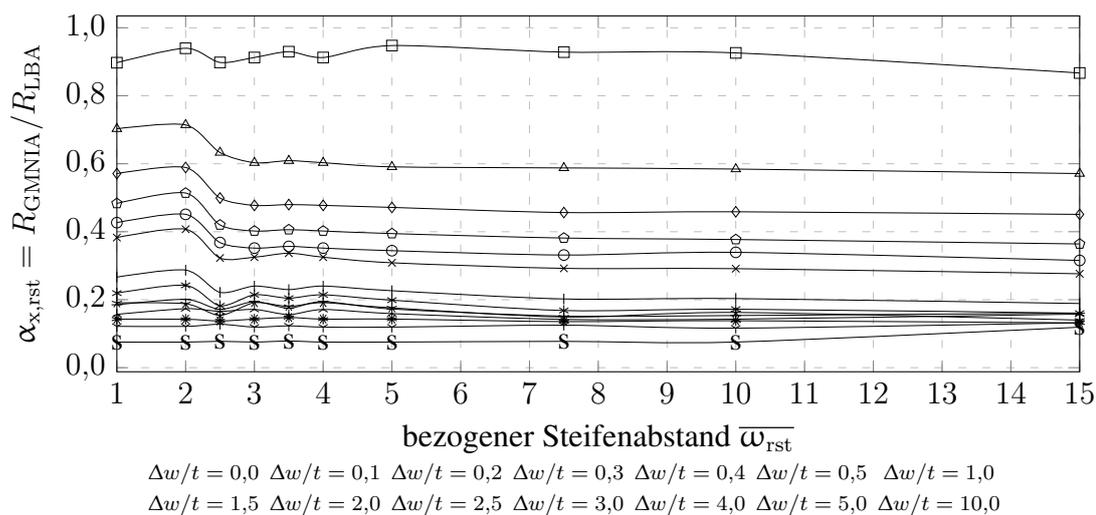
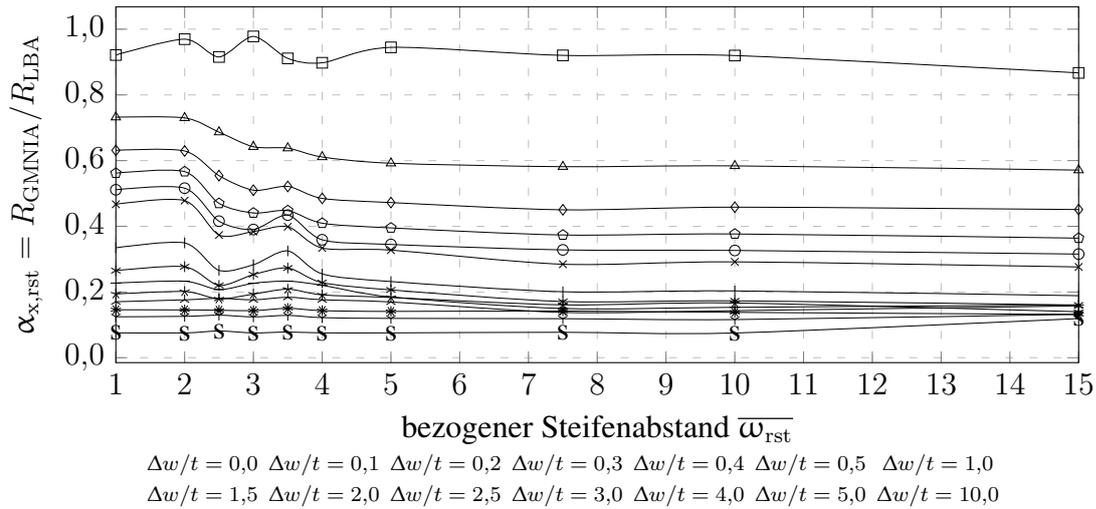
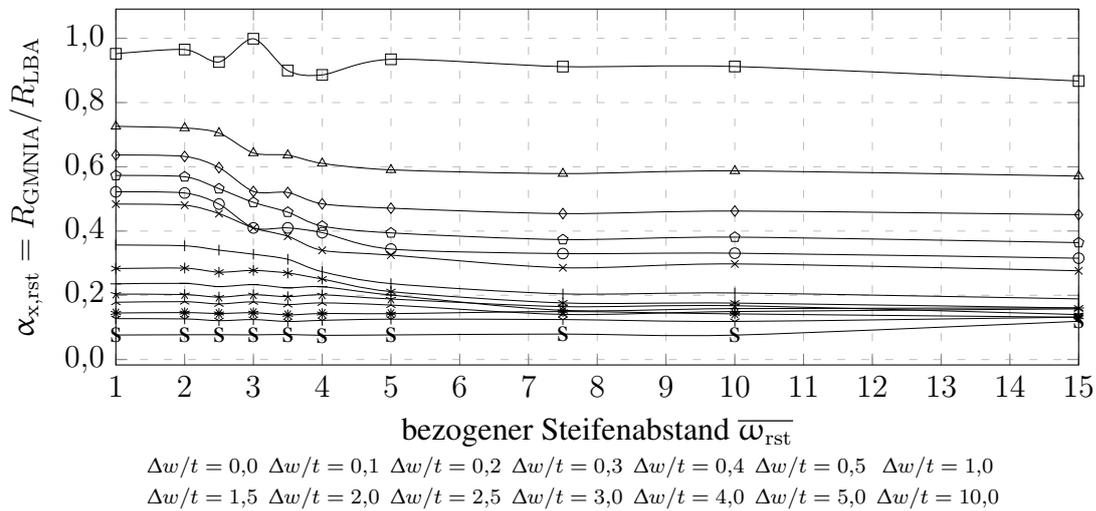
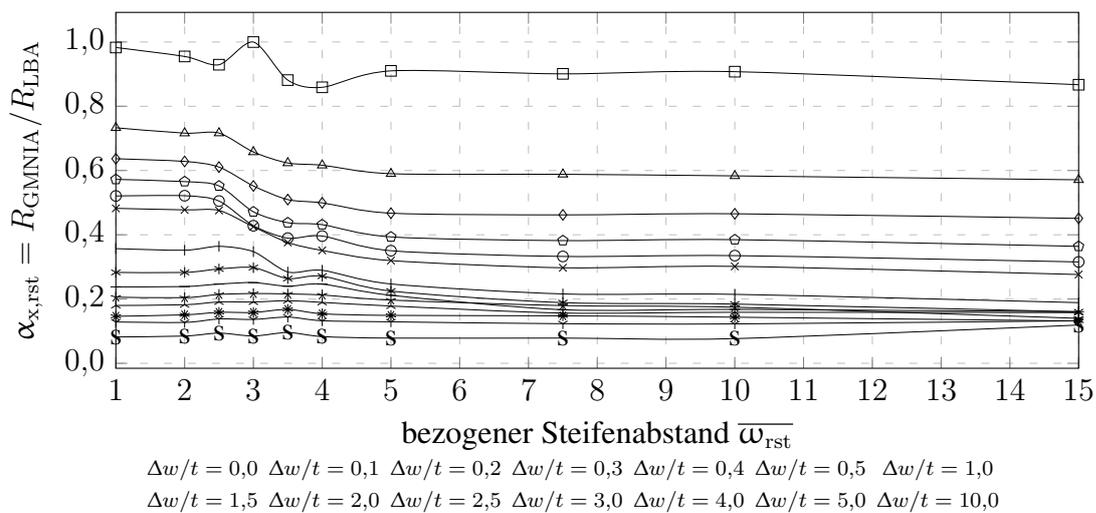


Bild C.2: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\bar{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$

Bild C.3: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,20$ Bild C.4: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 0,40$ Bild C.5: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 500$, $k_{st} = 1,00$

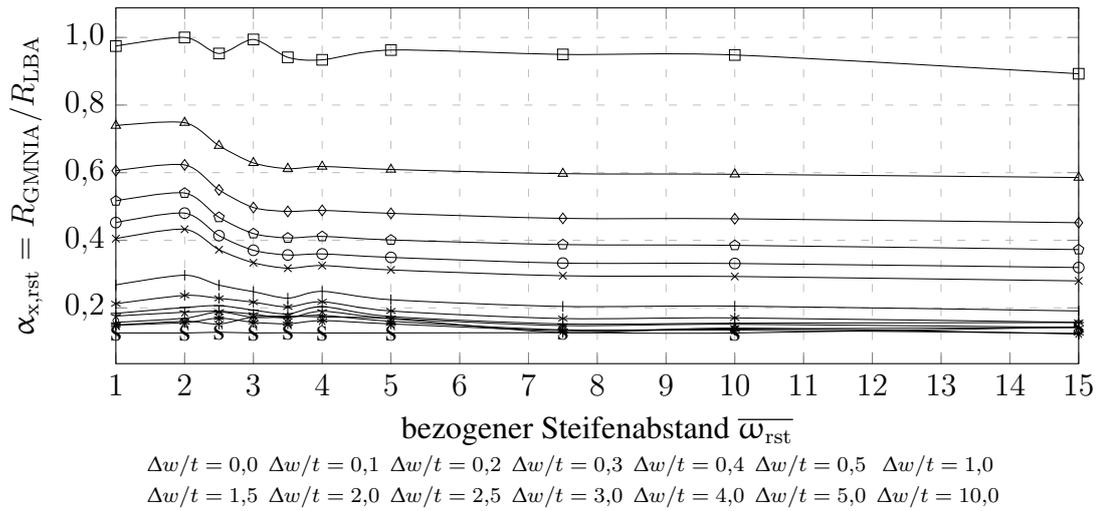


Bild C.6: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$

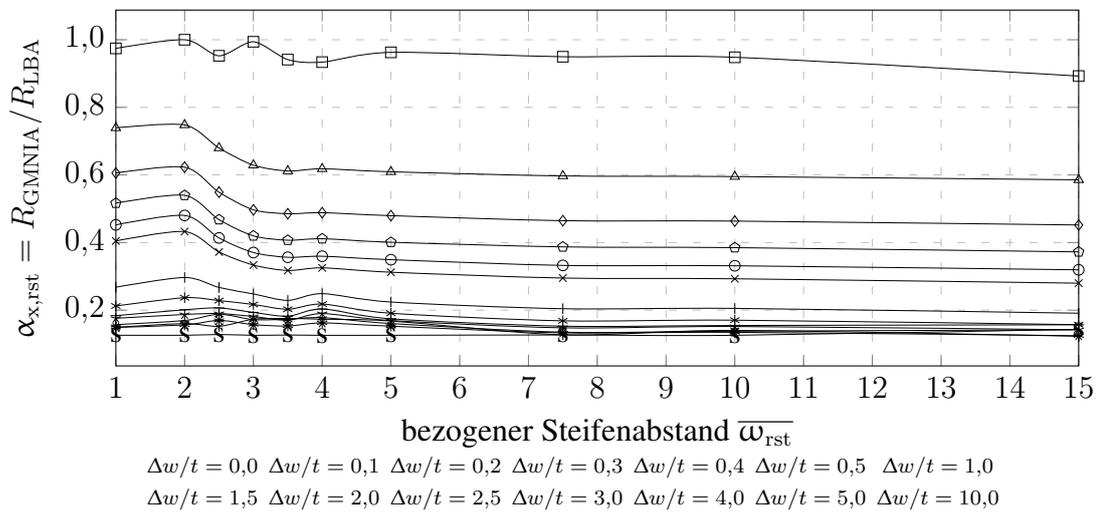


Bild C.7: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$

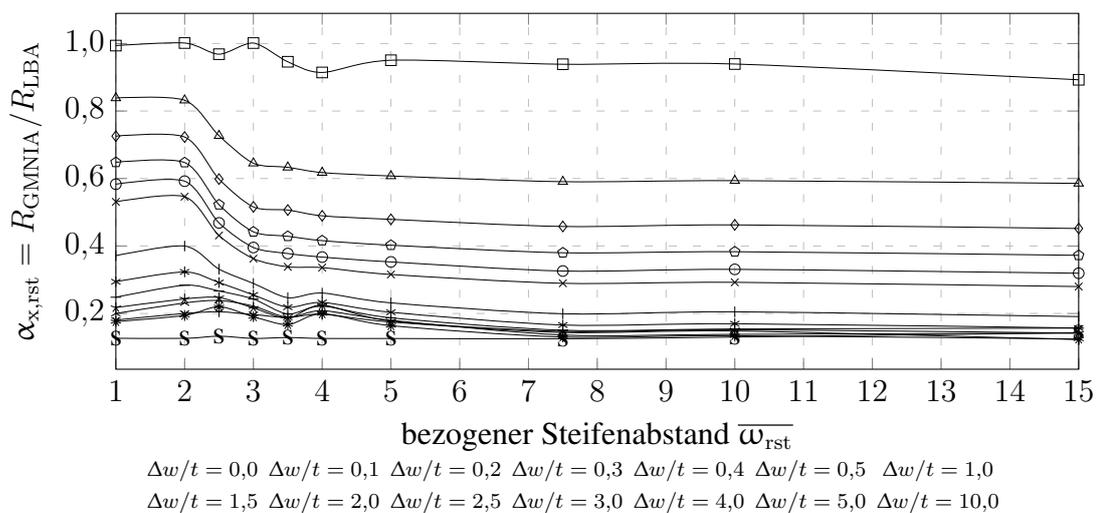
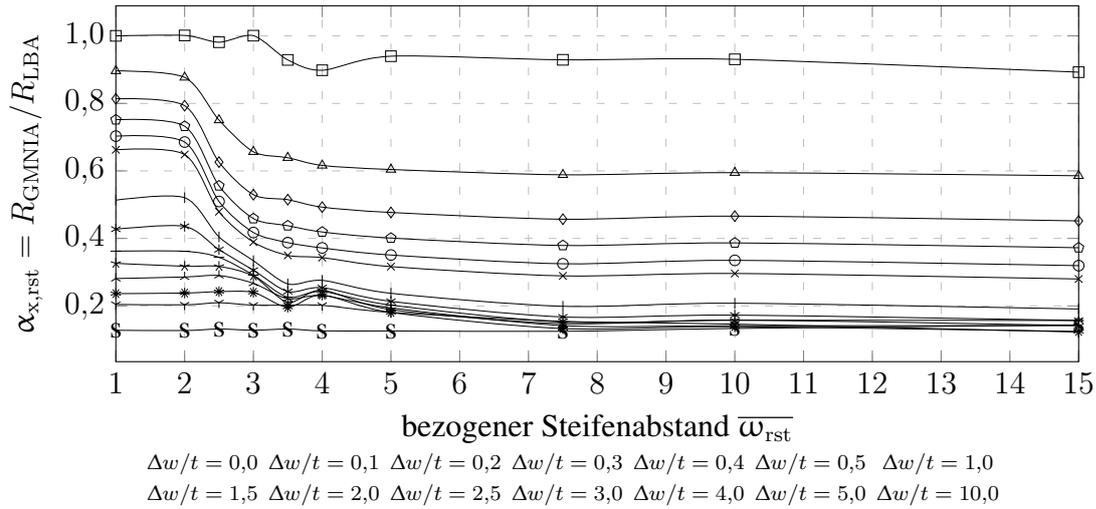
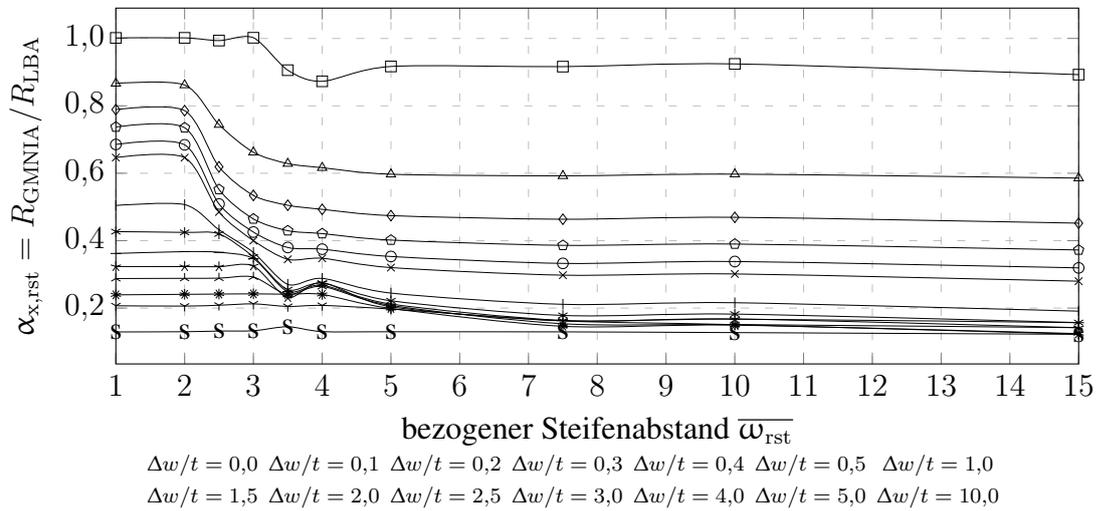
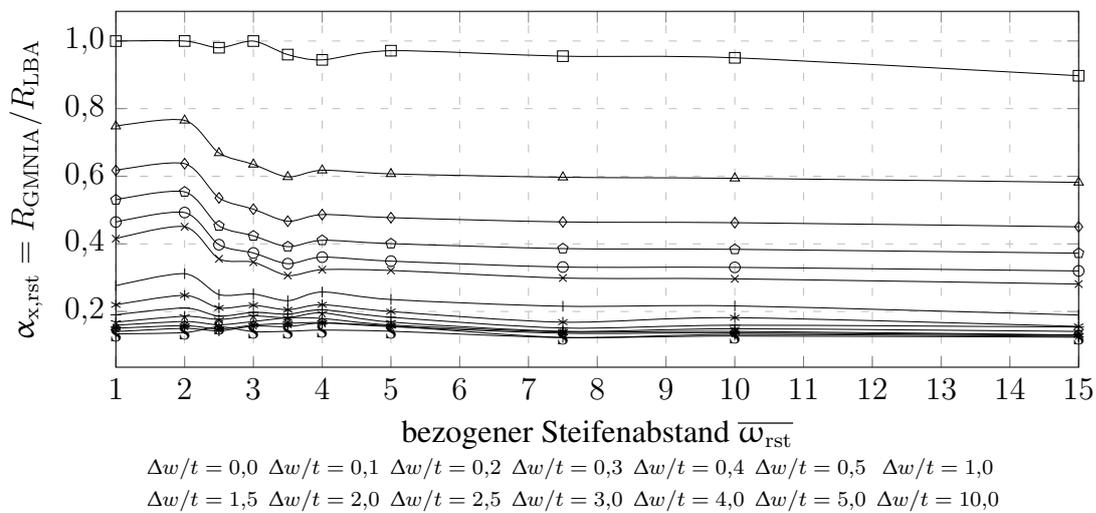


Bild C.8: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,20$

Bild C.9: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,40$ Bild C.10: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1000$, $k_{st} = 1,00$ Bild C.11: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,10$

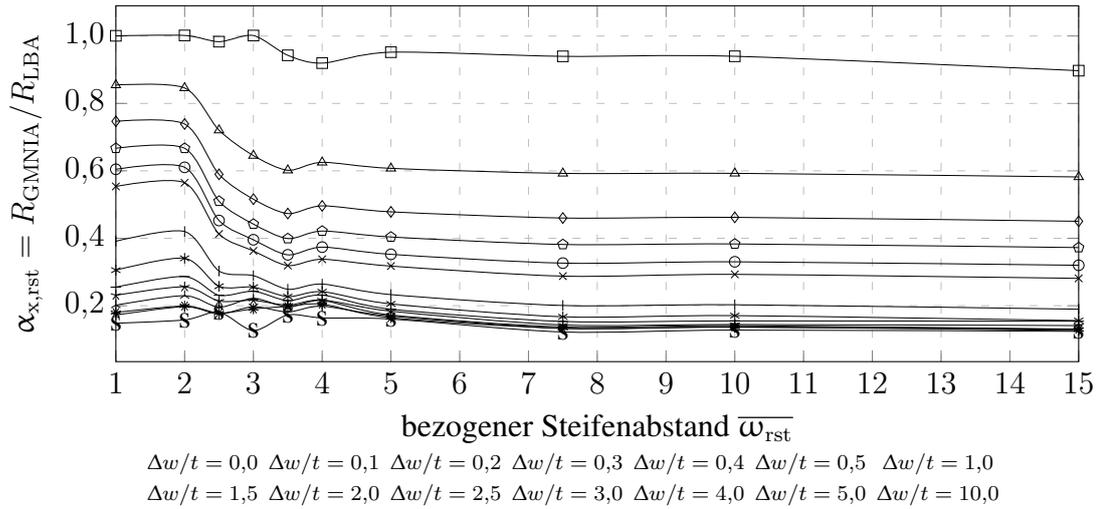


Bild C.12: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,20$

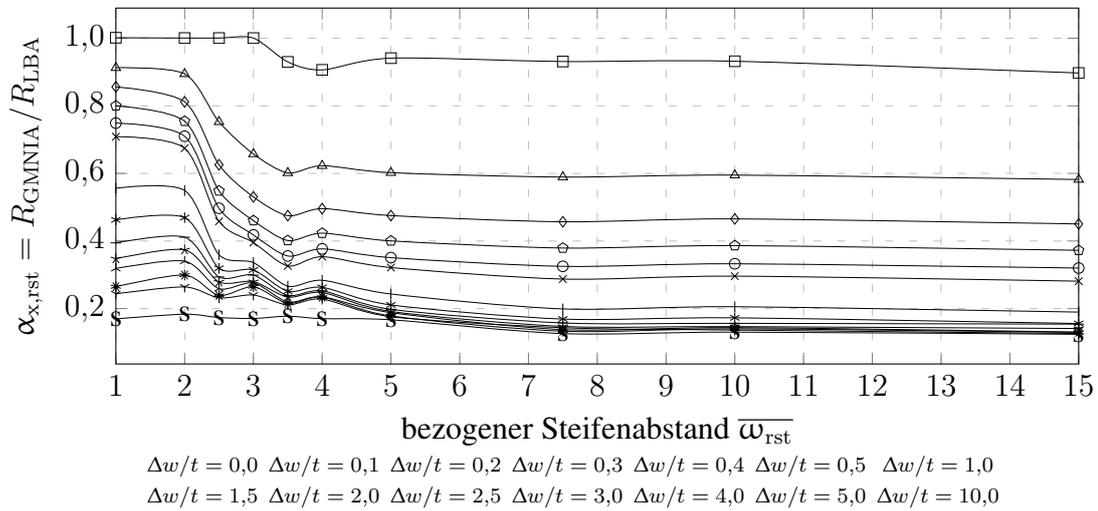


Bild C.13: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,40$

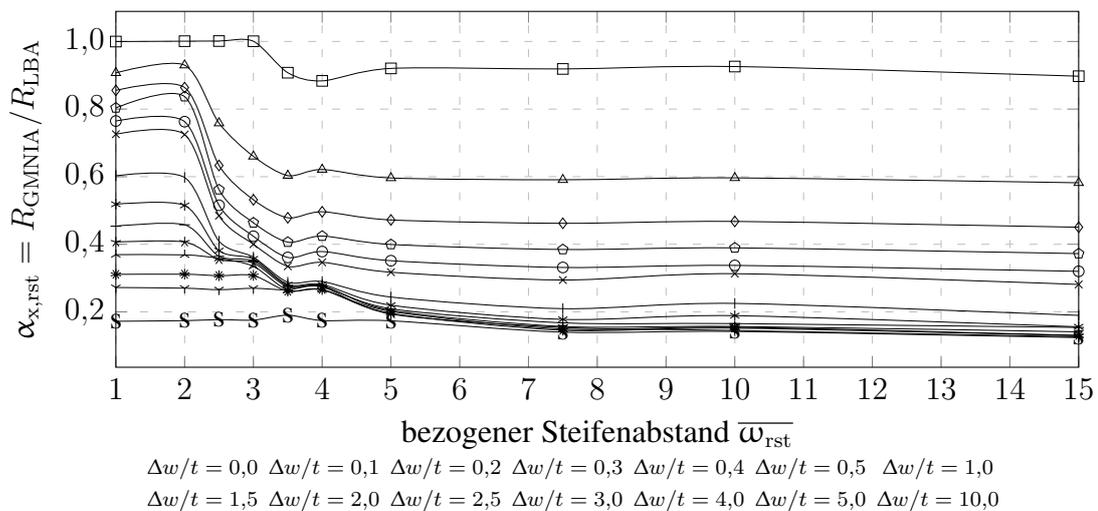
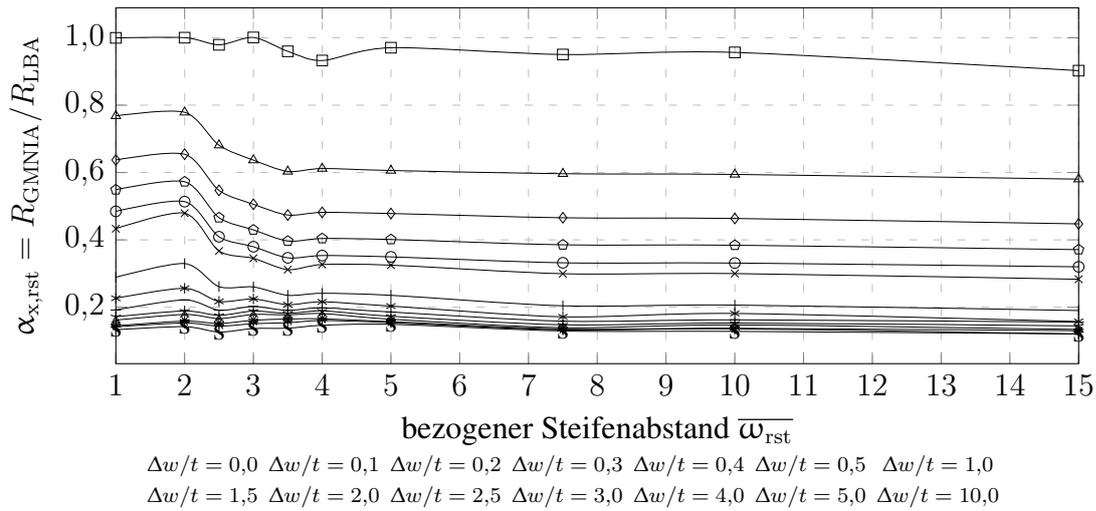
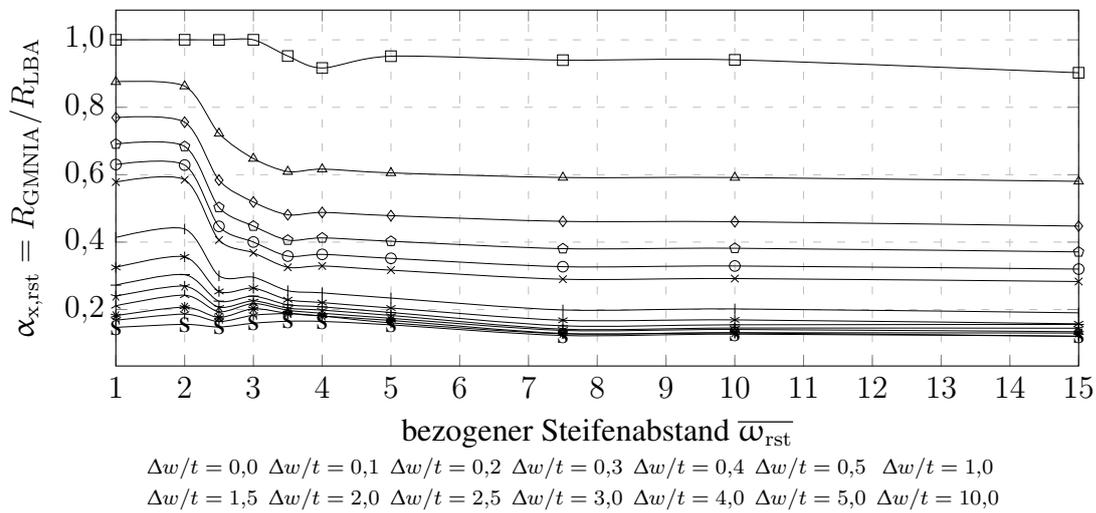
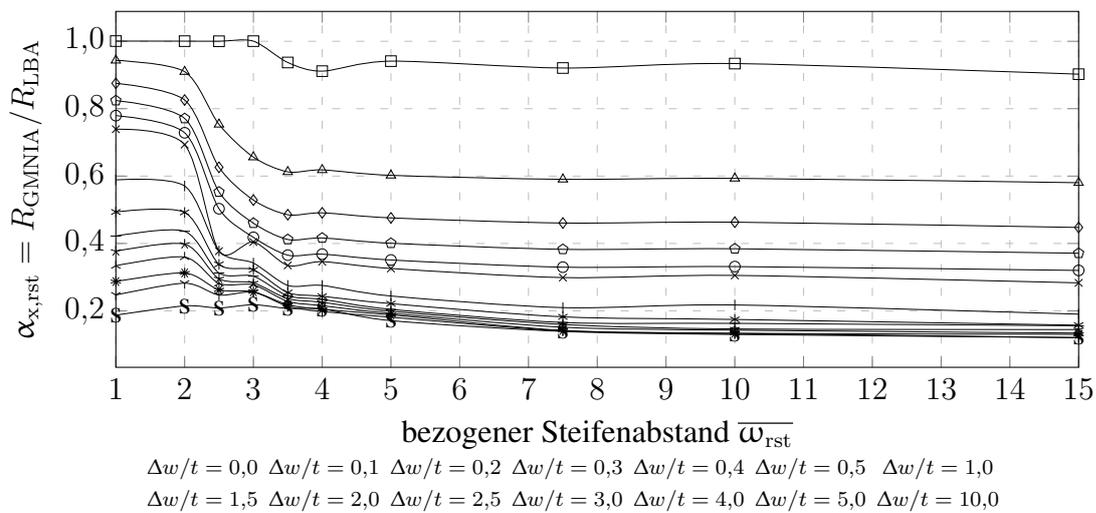


Bild C.14: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 1500$, $k_{st} = 1,00$

Bild C.15: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$, $k_{st} = 0,10$ Bild C.16: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$, $k_{st} = 0,20$ Bild C.17: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$, $k_{st} = 0,40$

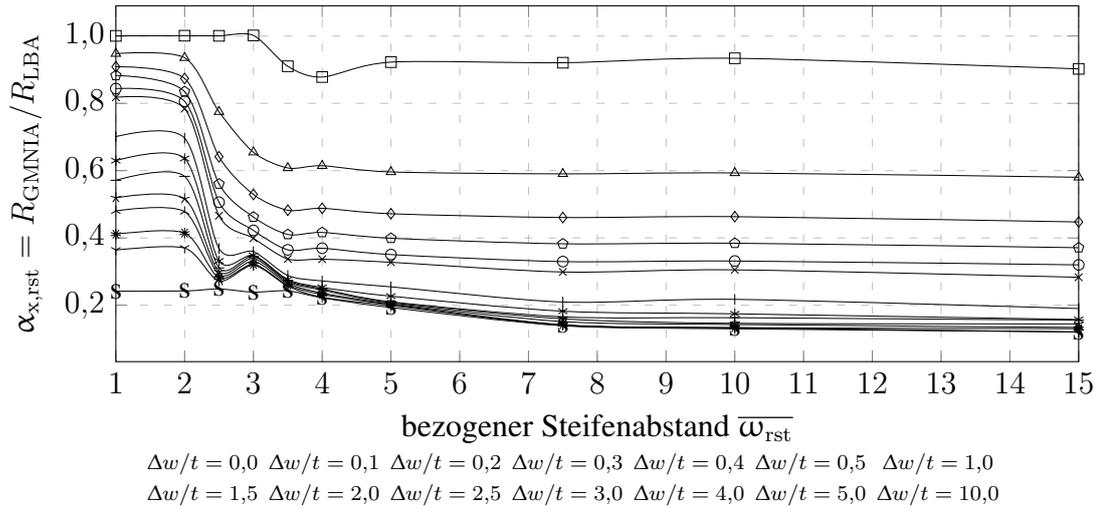


Bild C.18: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 2500$, $k_{st} = 1,00$

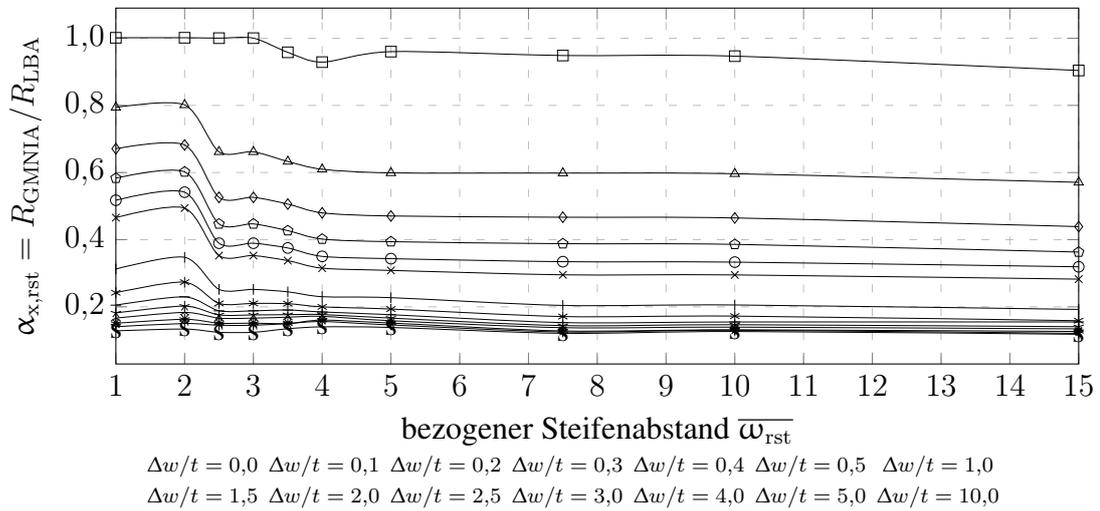


Bild C.19: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,10$

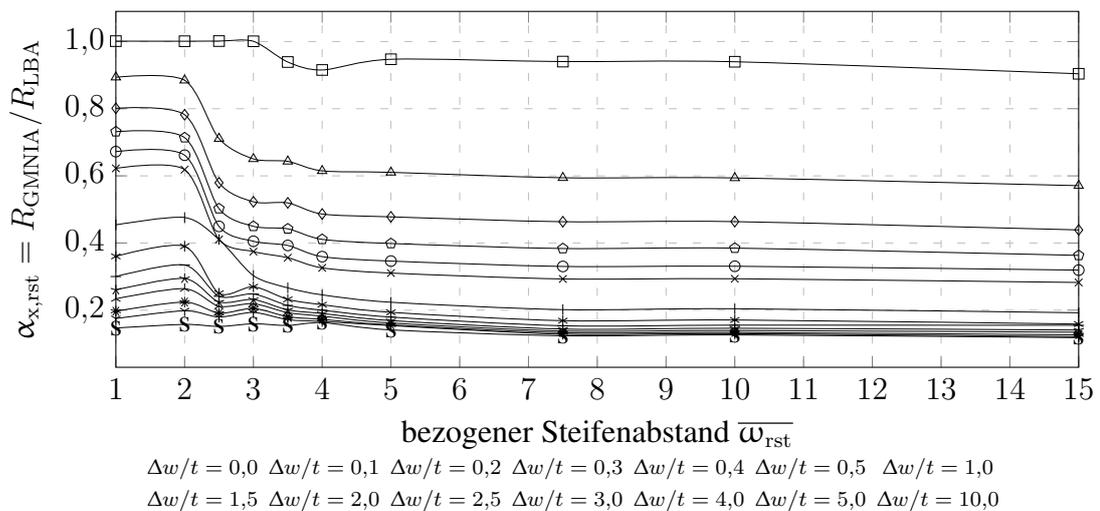
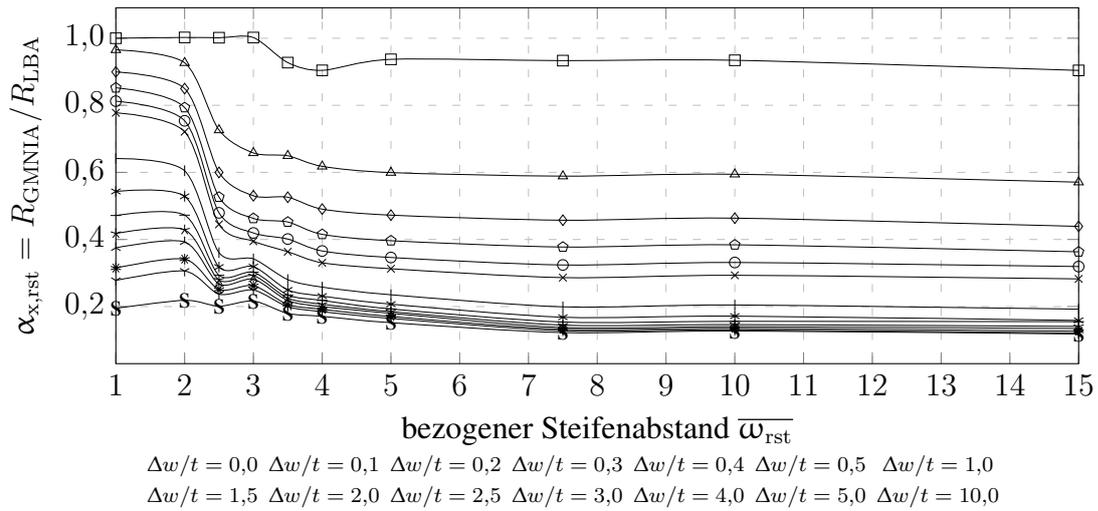
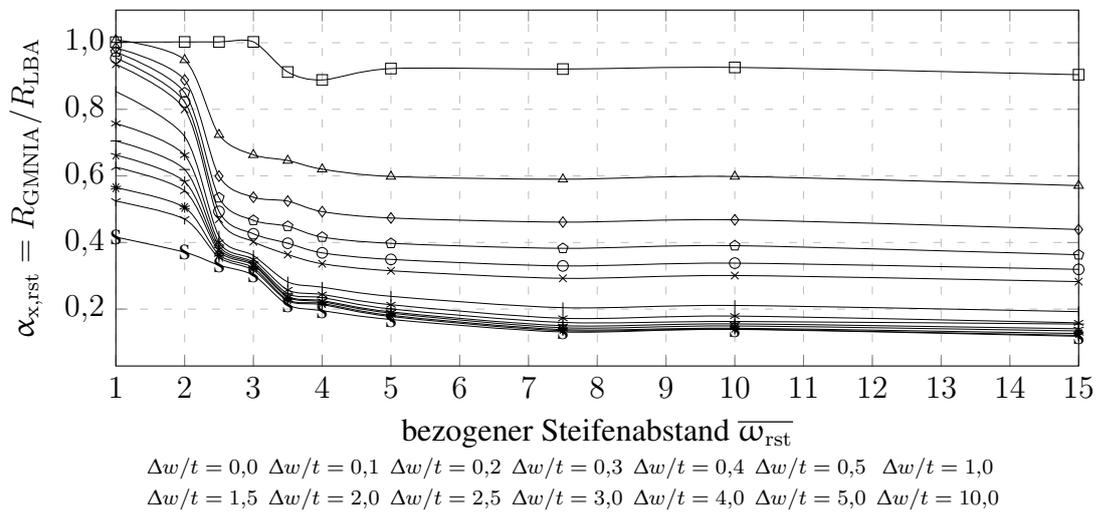


Bild C.20: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,20$

Bild C.21: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,40$ Bild C.22: $\alpha_{x,rst}$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$ für $r/t = 5000$, $k_{st} = 1,00$

C.2 Auf engingversteiften Zylinder bezogene Traglast abhängig vom Steifenabstand

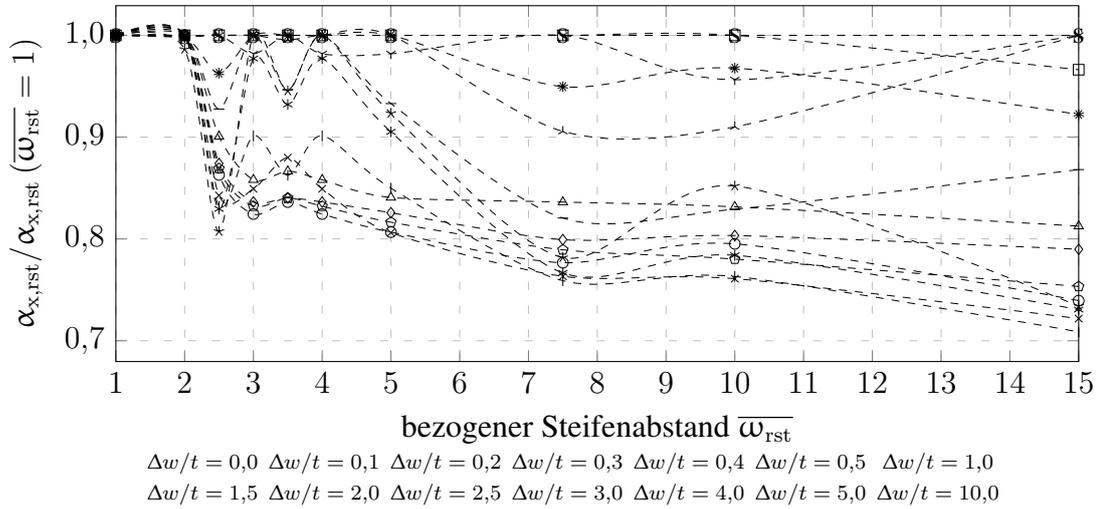


Bild C.23: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$

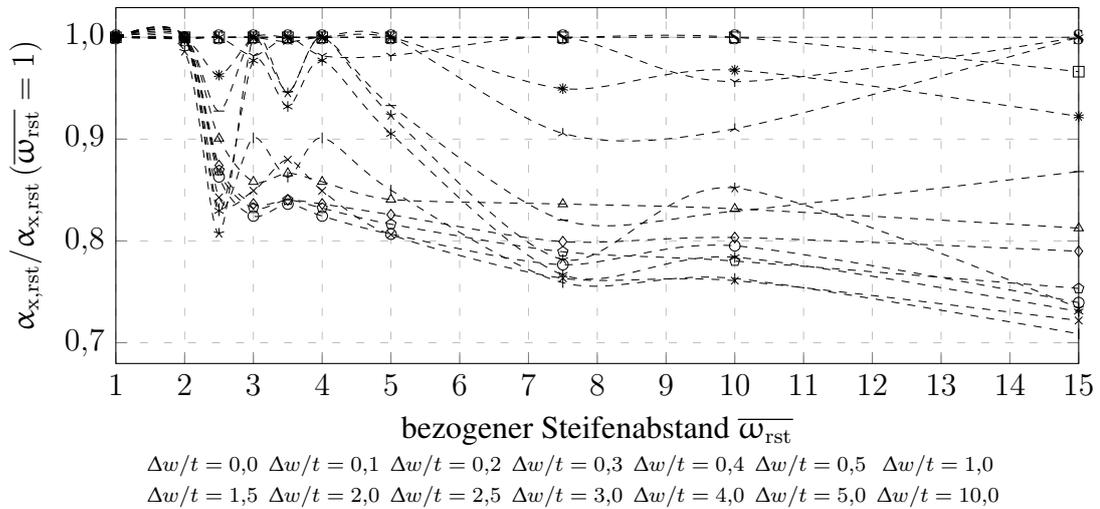


Bild C.24: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 500$, $k_{st} = 0,10$

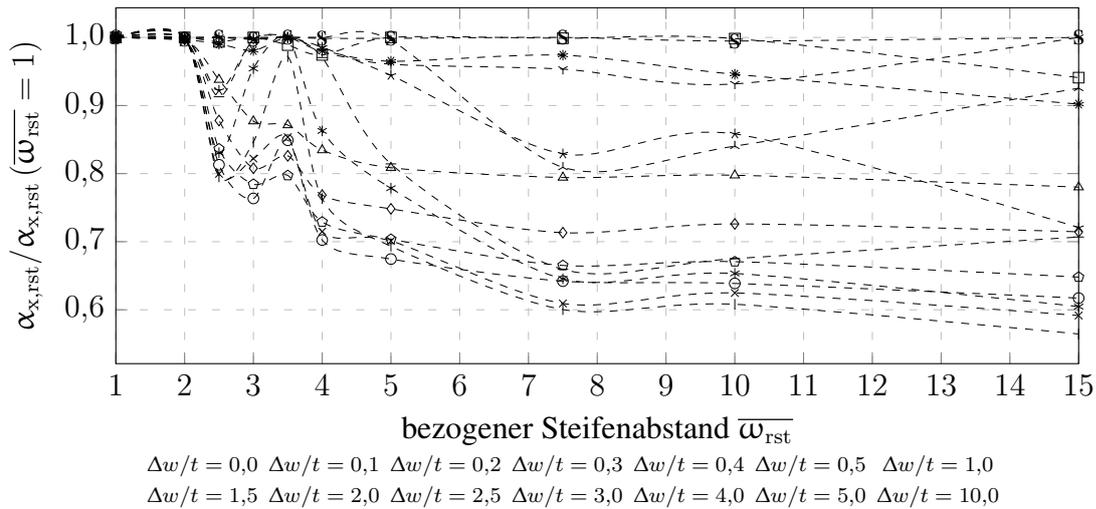


Bild C.25: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 500, k_{st} = 0,20$

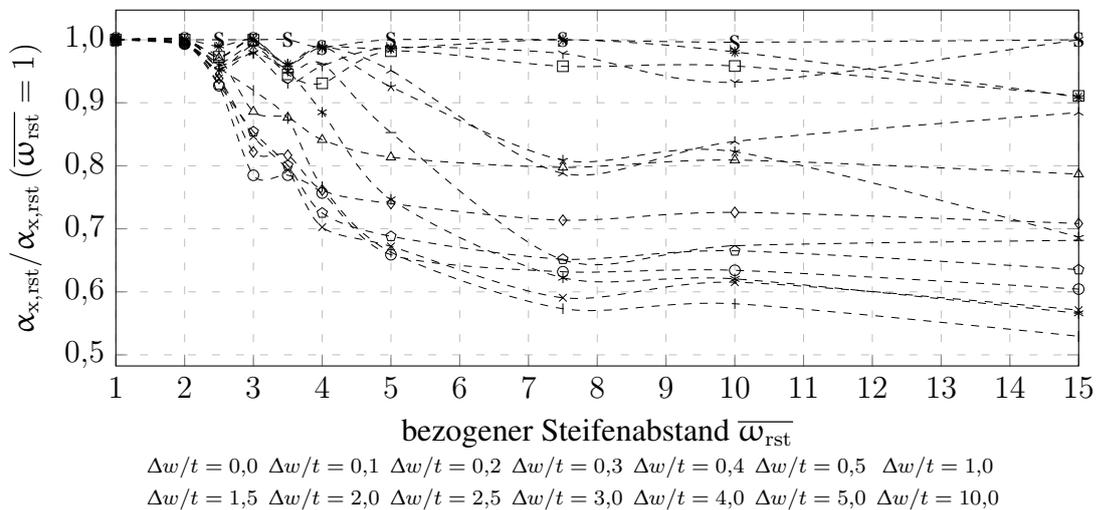


Bild C.26: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 500, k_{st} = 0,40$

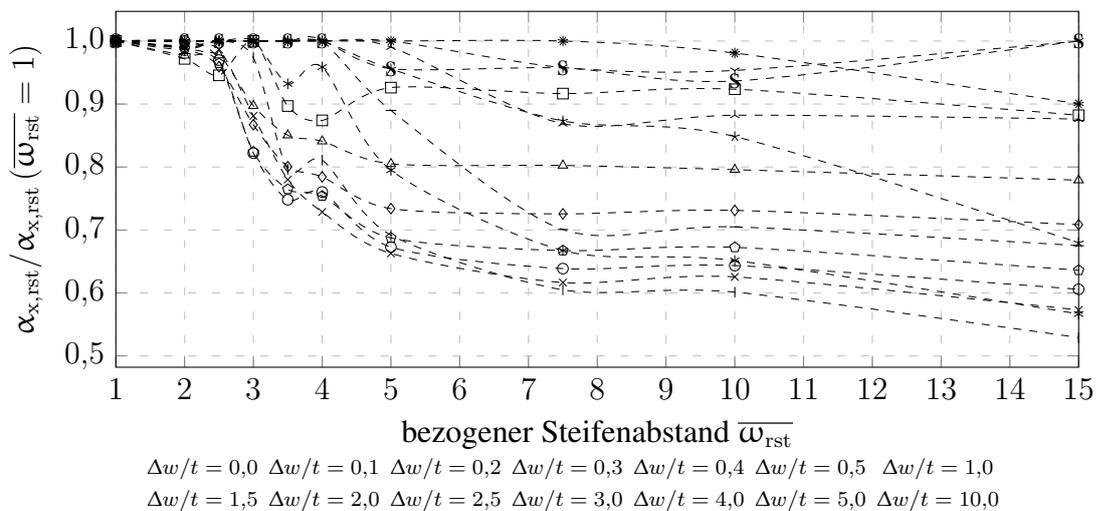


Bild C.27: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 500, k_{st} = 1,00$

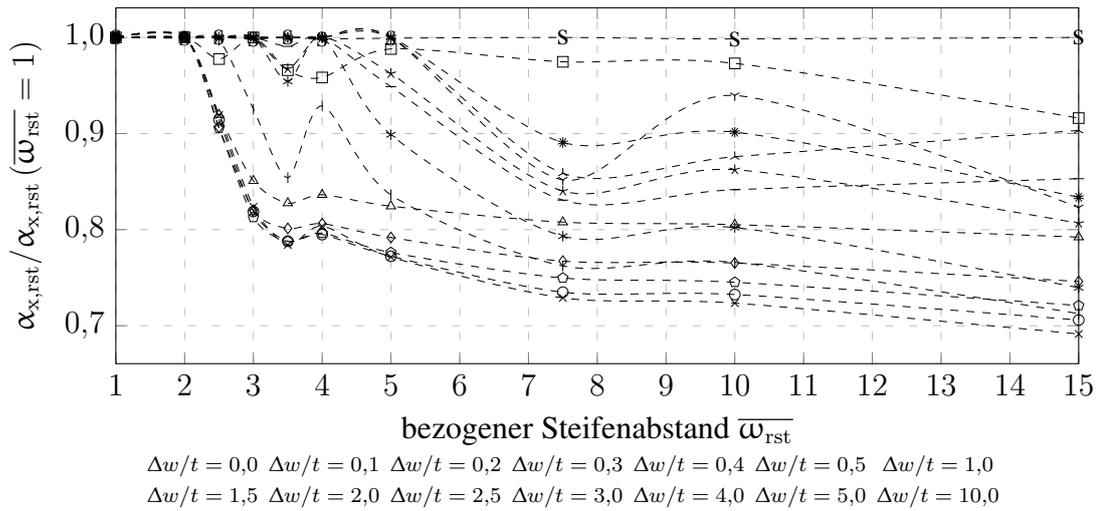


Bild C.28: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$

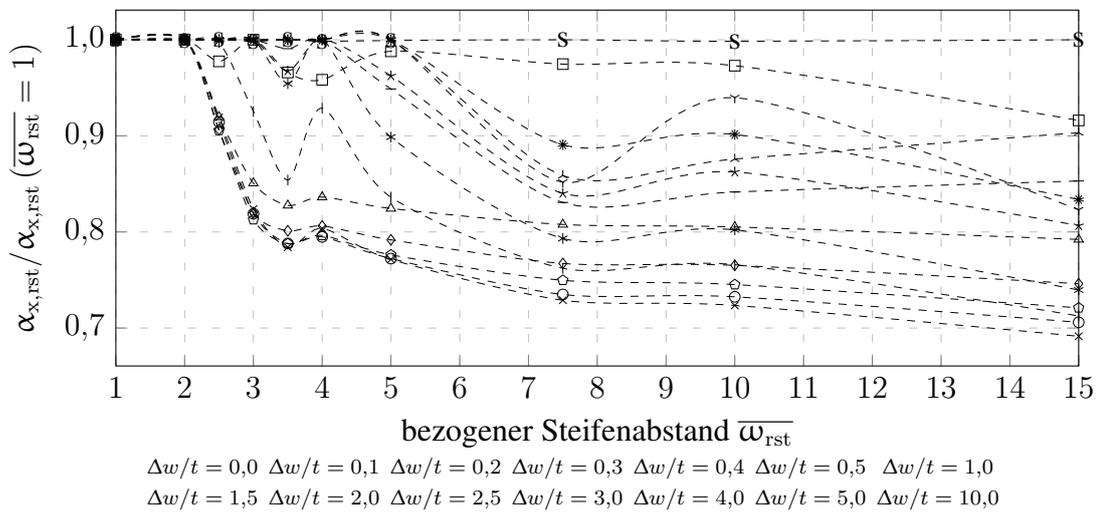


Bild C.29: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,10$

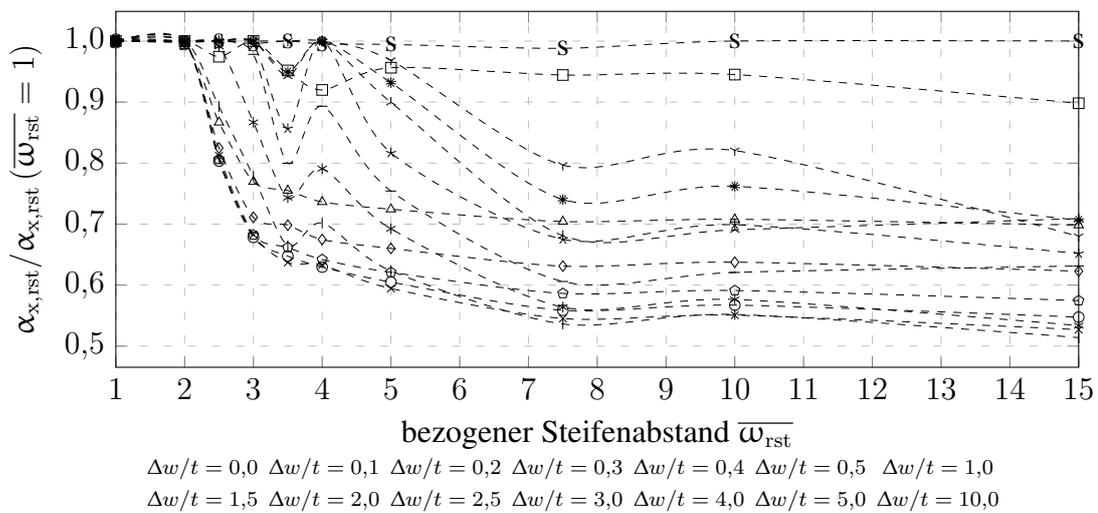
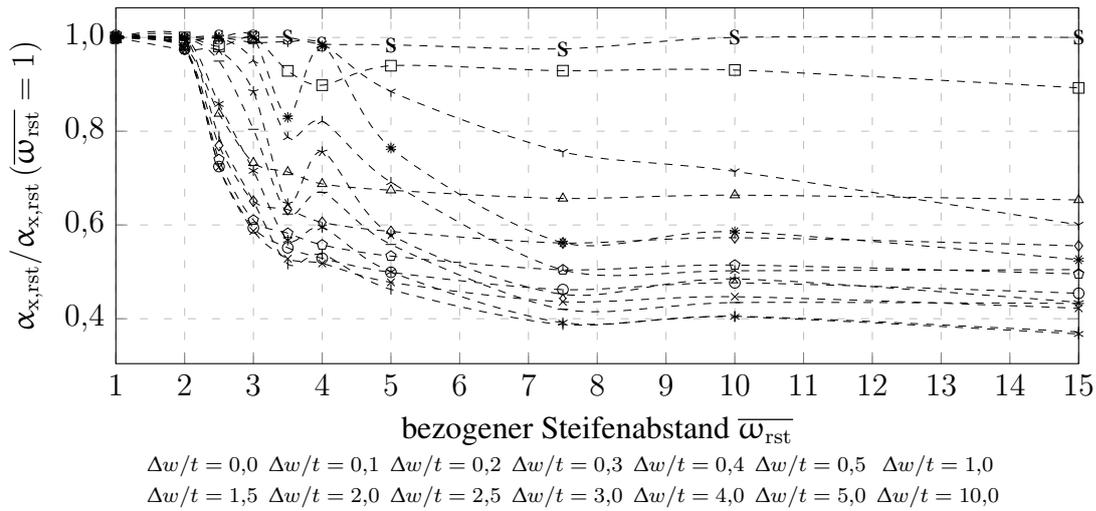
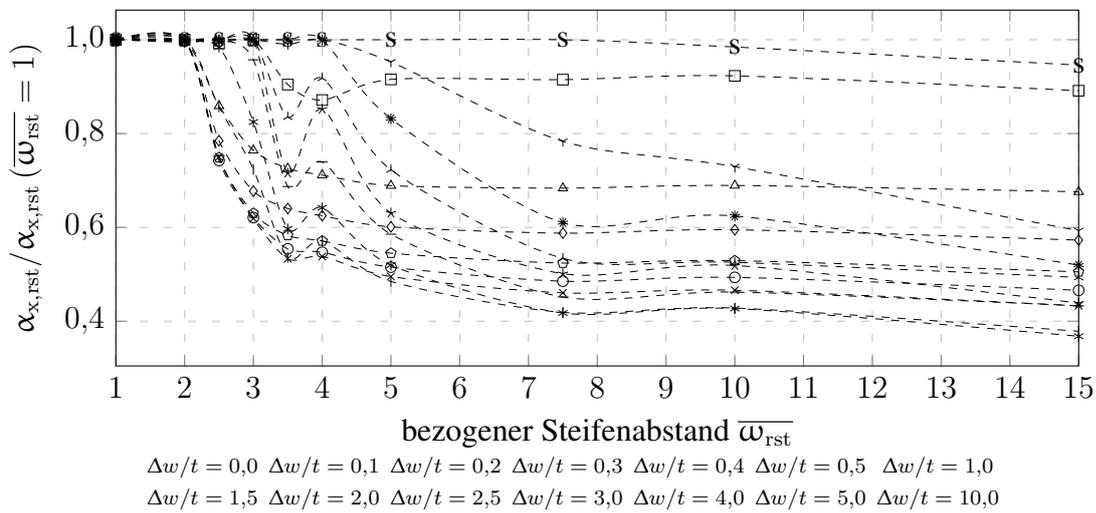
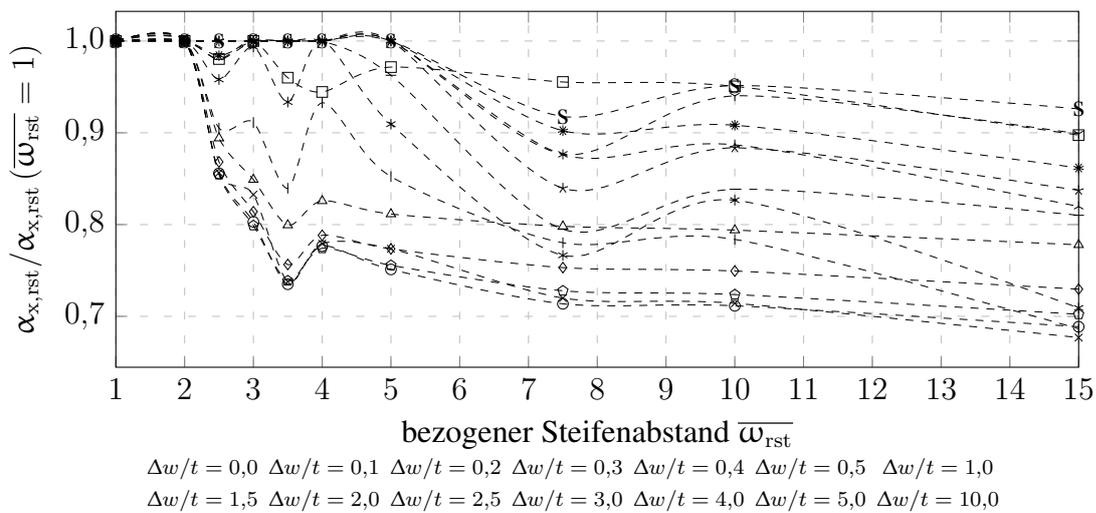


Bild C.30: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,20$

Bild C.31: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1000$, $k_{st} = 0,40$ Bild C.32: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1000$, $k_{st} = 1,00$ Bild C.33: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,10$

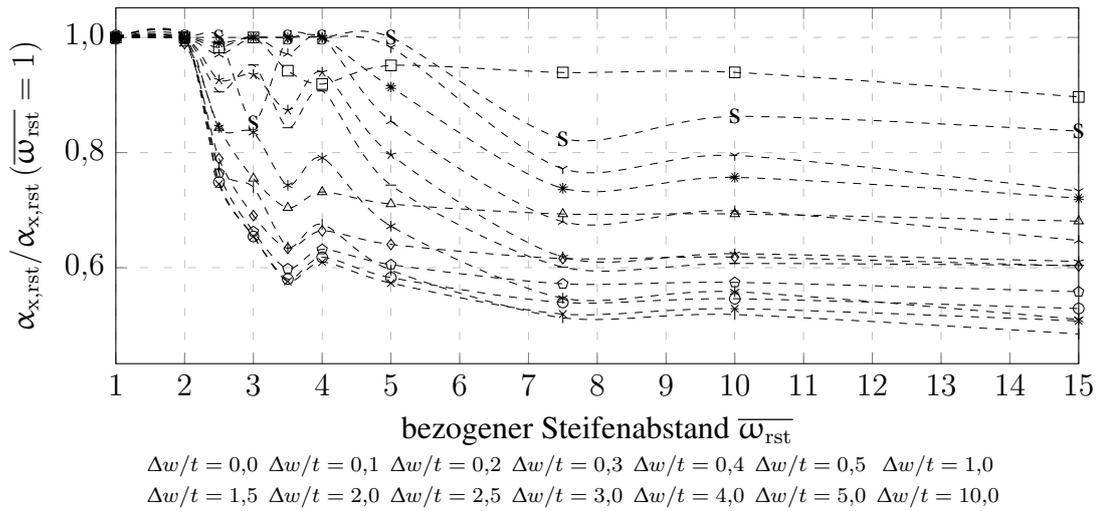


Bild C.34: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,20$

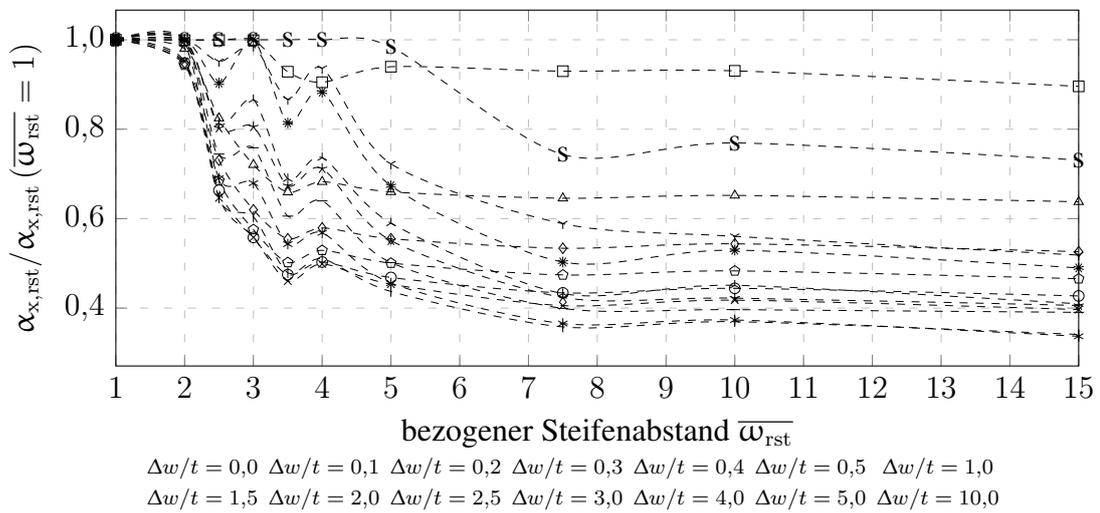


Bild C.35: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1500$, $k_{st} = 0,40$

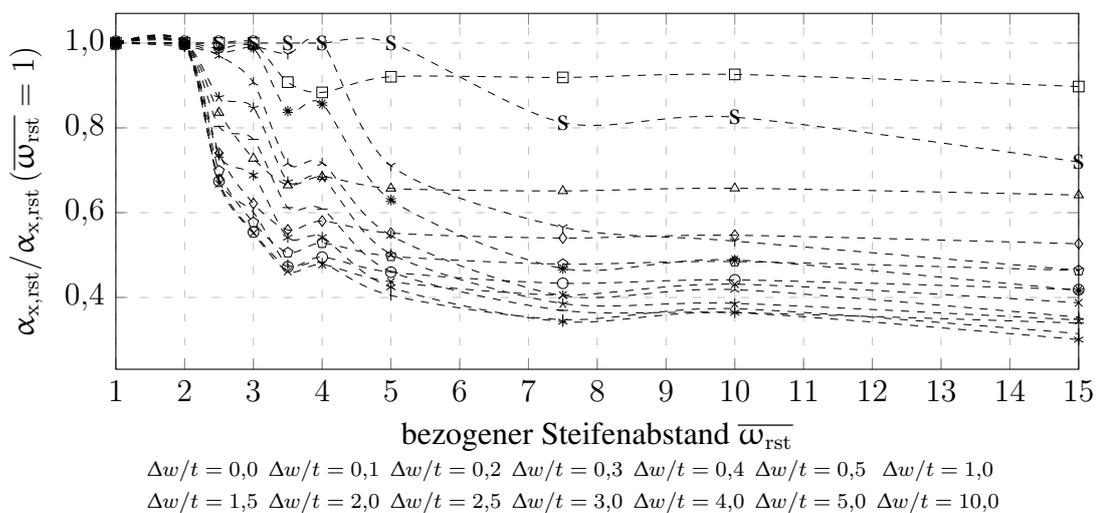


Bild C.36: $\alpha_{x,rst}/\alpha_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 1500$, $k_{st} = 1,00$

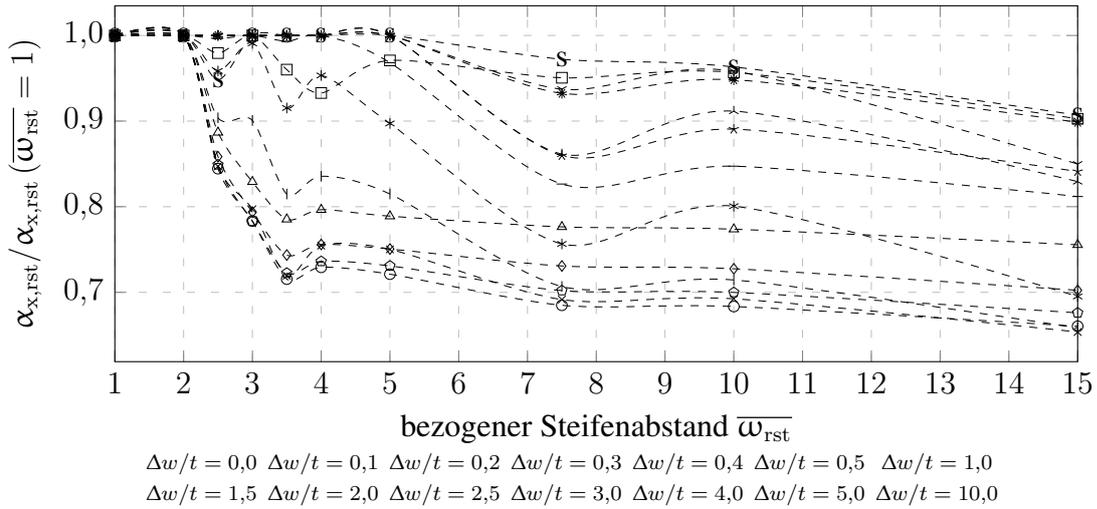


Bild C.37: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 2500, k_{st} = 0,10$

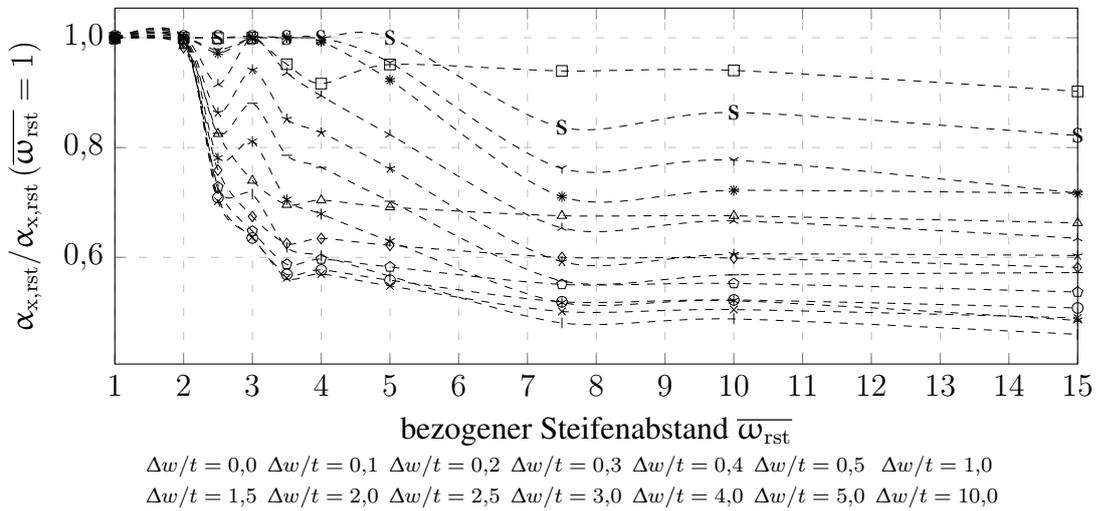


Bild C.38: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 2500, k_{st} = 0,20$

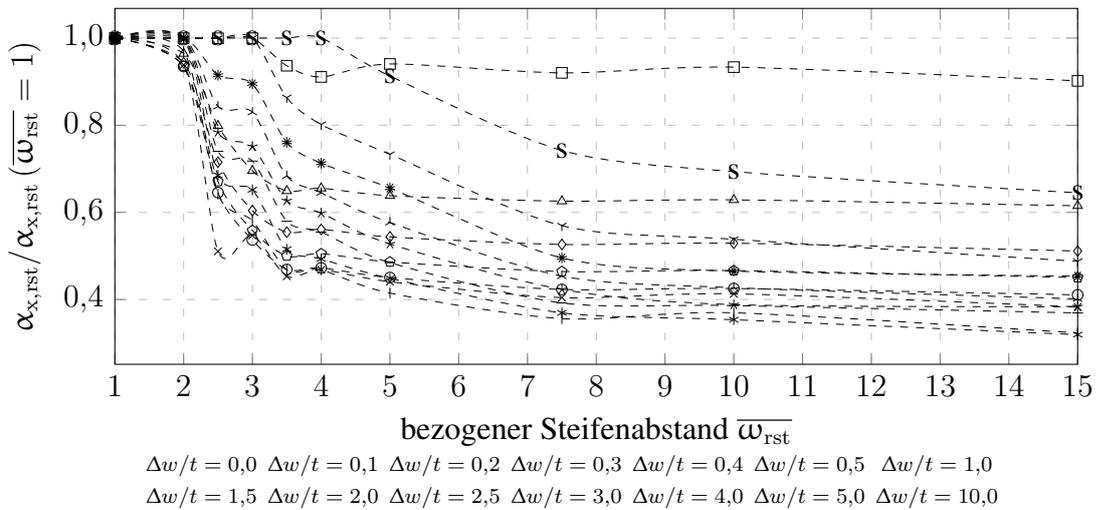


Bild C.39: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 2500, k_{st} = 0,40$

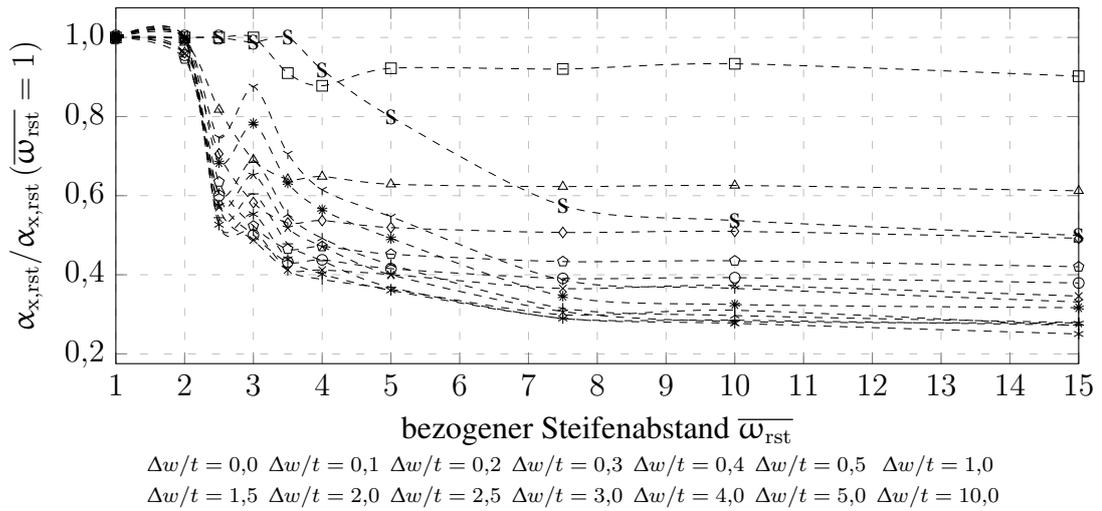


Bild C.40: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 2500$, $k_{st} = 1,00$

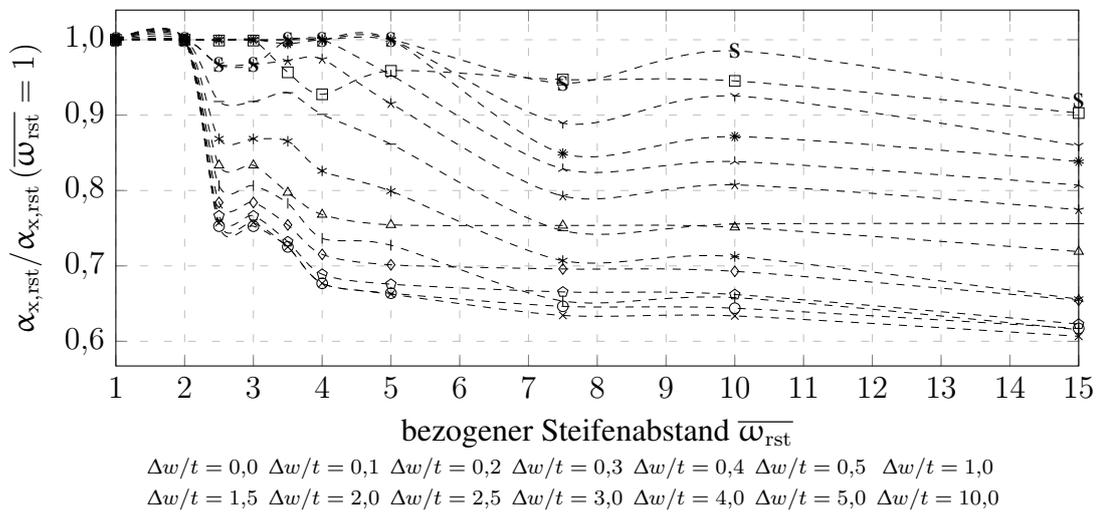


Bild C.41: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,10$

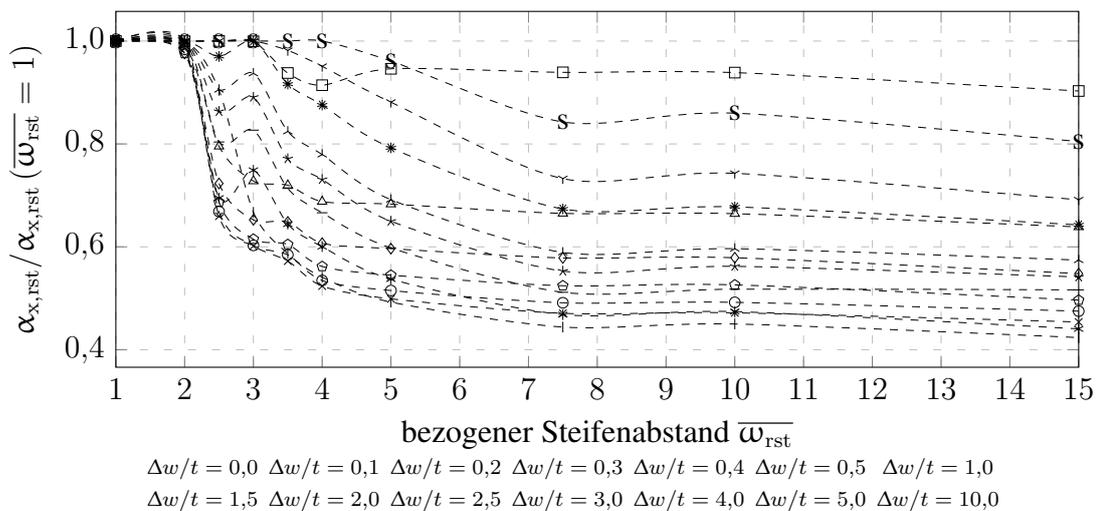


Bild C.42: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t$, $r/t = 5000$, $k_{st} = 0,20$

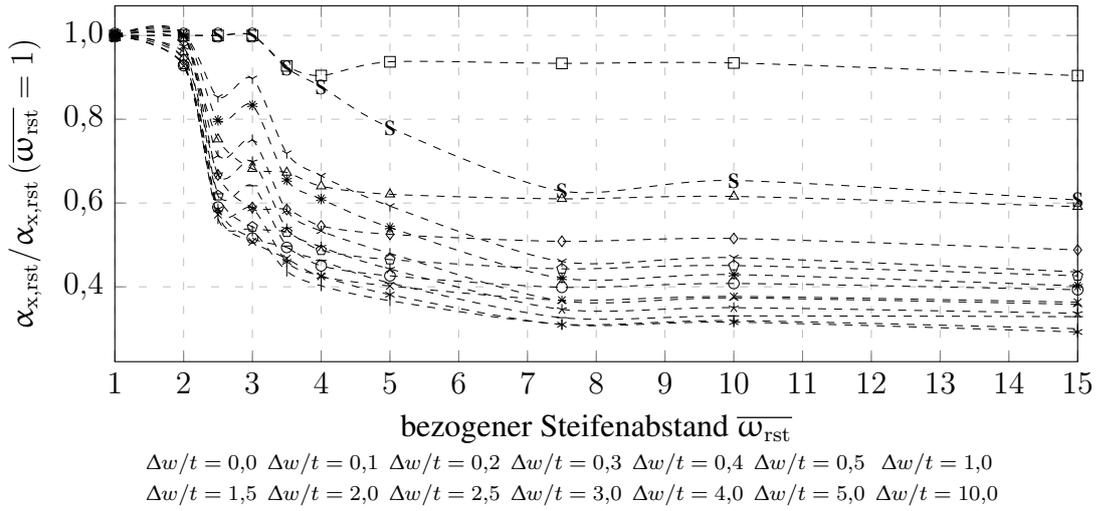


Bild C.43: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 5000, k_{st} = 0,40$

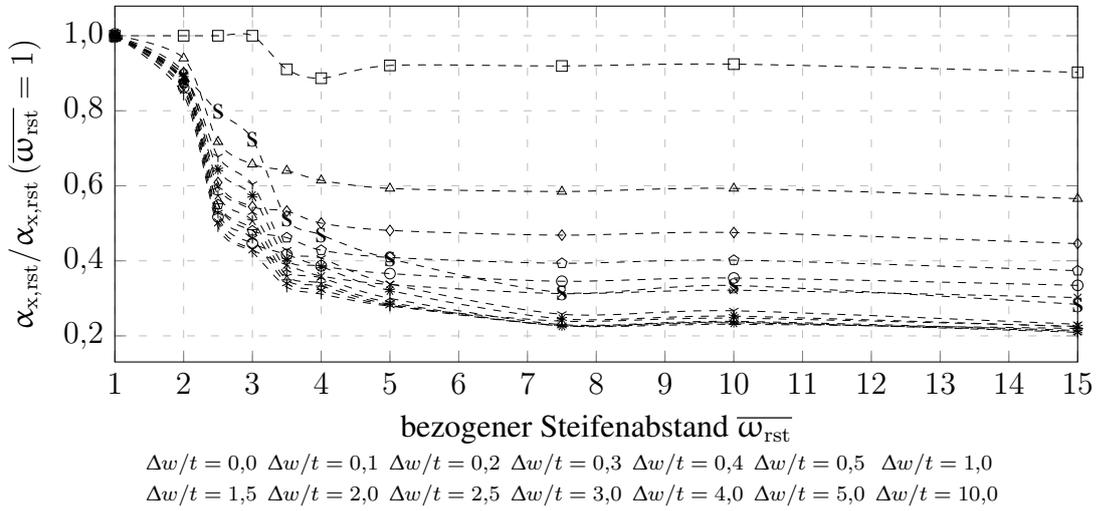
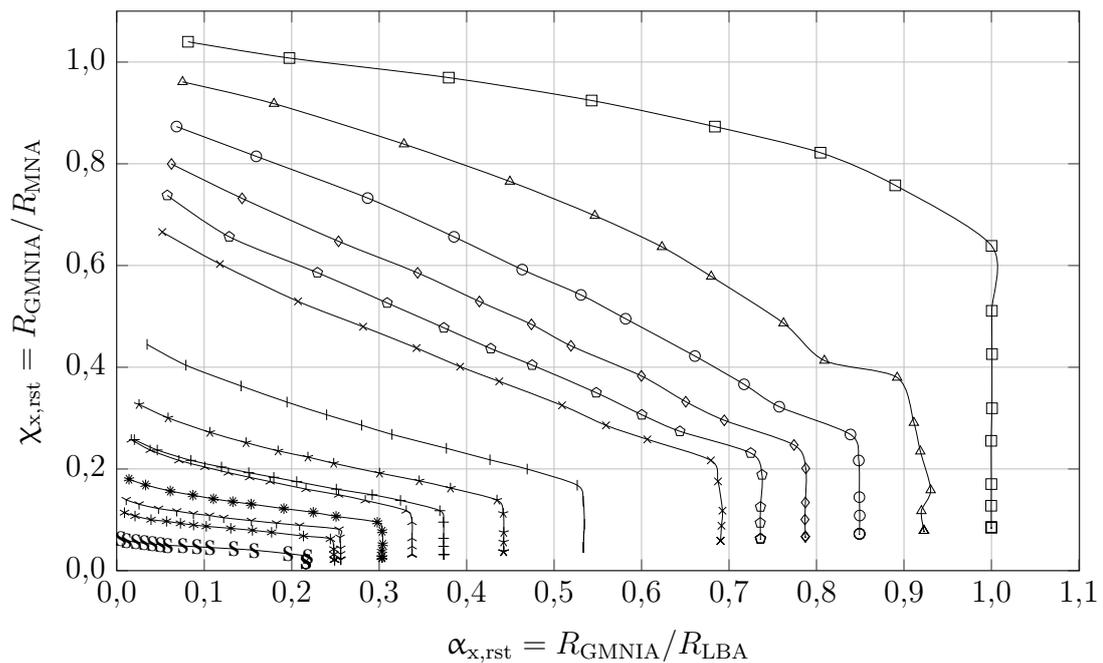


Bild C.44: $\alpha_{x,rst} / \alpha_{x,rst} (\overline{\omega}_{rst} = 1)$ abhängig von $\overline{\omega}_{rst}$, $\Delta w/t, r/t = 5000, k_{st} = 1,00$

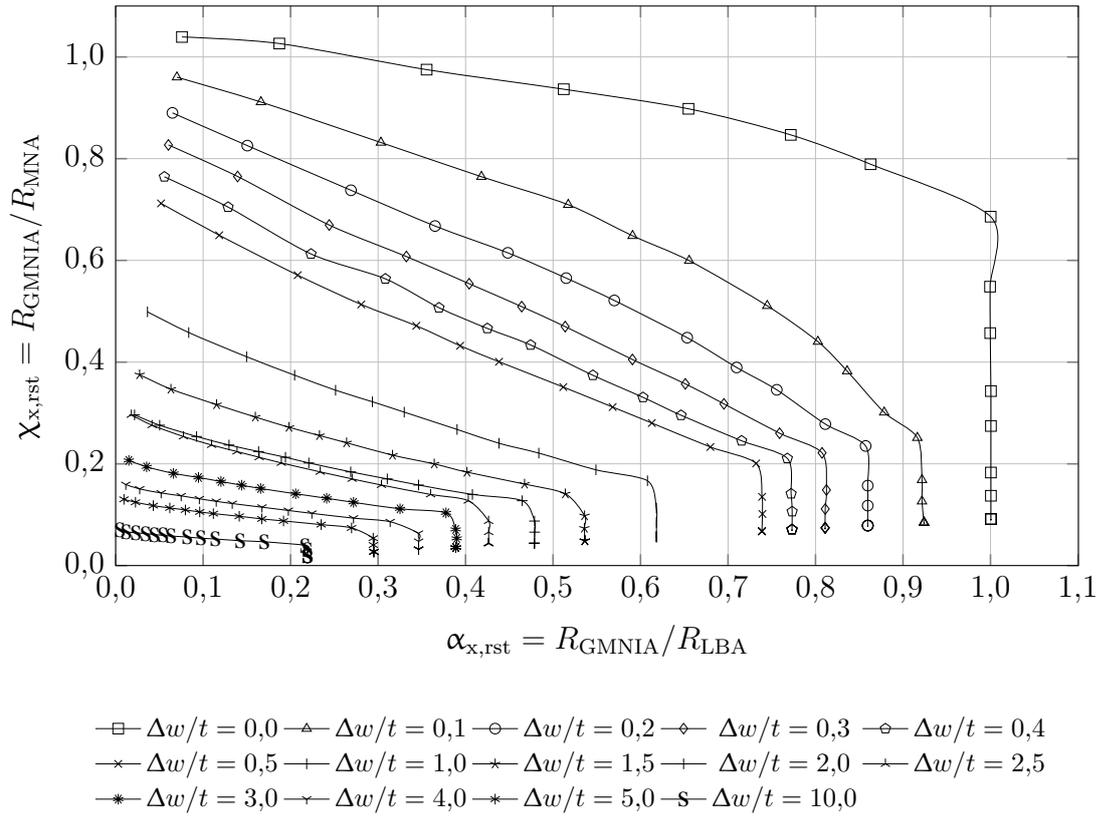
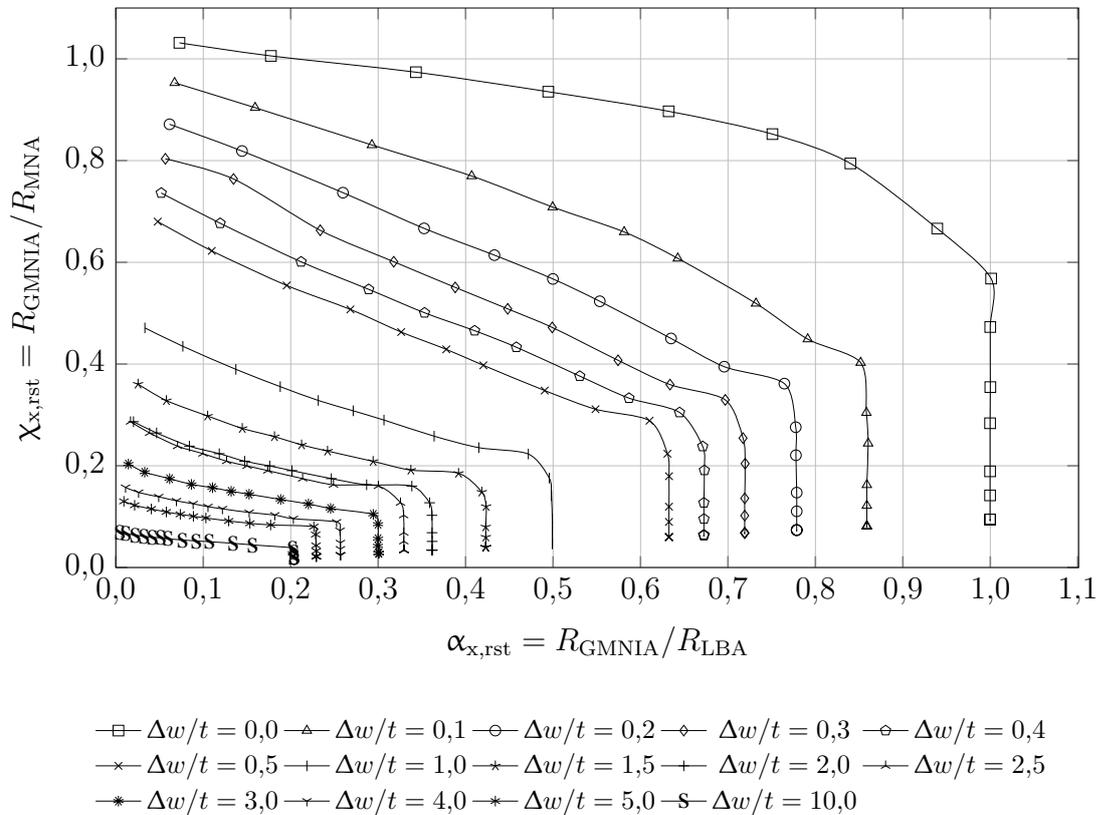
D Diagramme zu Abschnitt 5.3.4.2

D.1 Darstellung der modifizierten Kapazitätskurven



\square $\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \ominus $\Delta w/t = 0,4$
 \times $\Delta w/t = 0,5$ \dashv $\Delta w/t = 1,0$ \star $\Delta w/t = 1,5$ \vdash $\Delta w/t = 2,0$ --- $\Delta w/t = 2,5$
 \ast $\Delta w/t = 3,0$ --- $\Delta w/t = 4,0$ \ast $\Delta w/t = 5,0$ --- $\Delta w/t = 10,0$

Bild D.1: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$

Bild D.2: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,25$ Bild D.3: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,50$

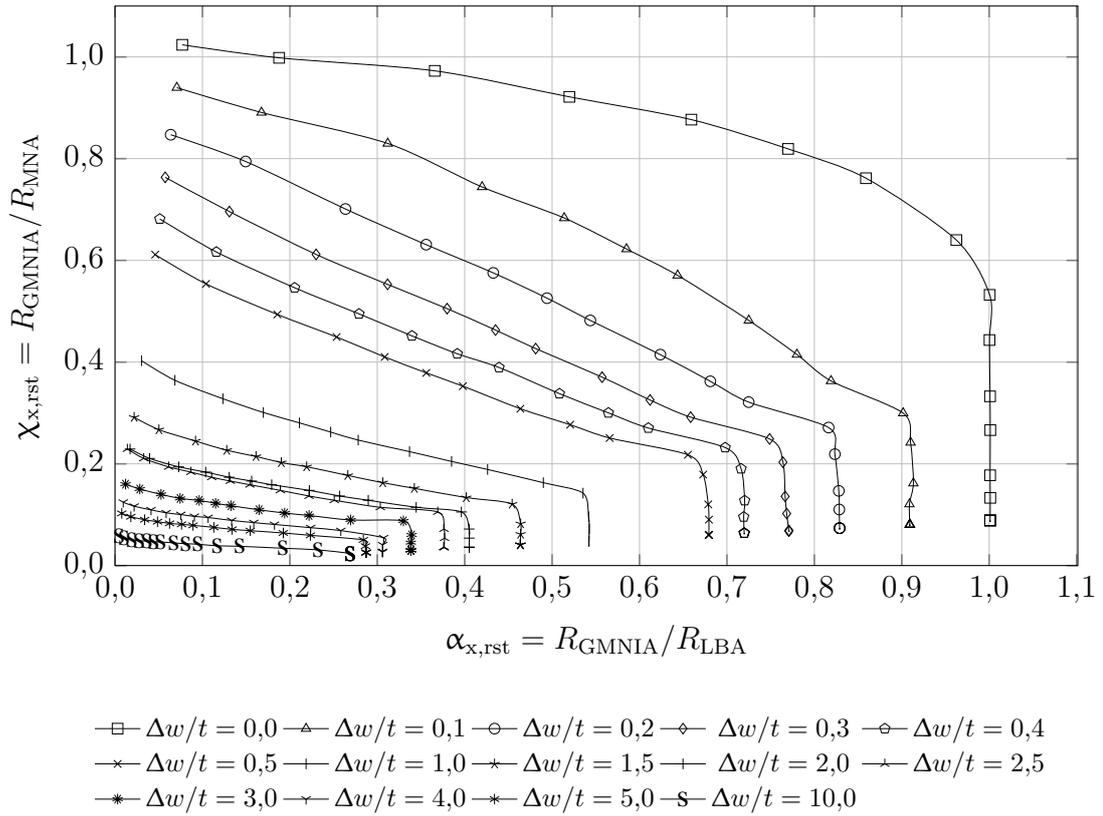


Bild D.4: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,75$

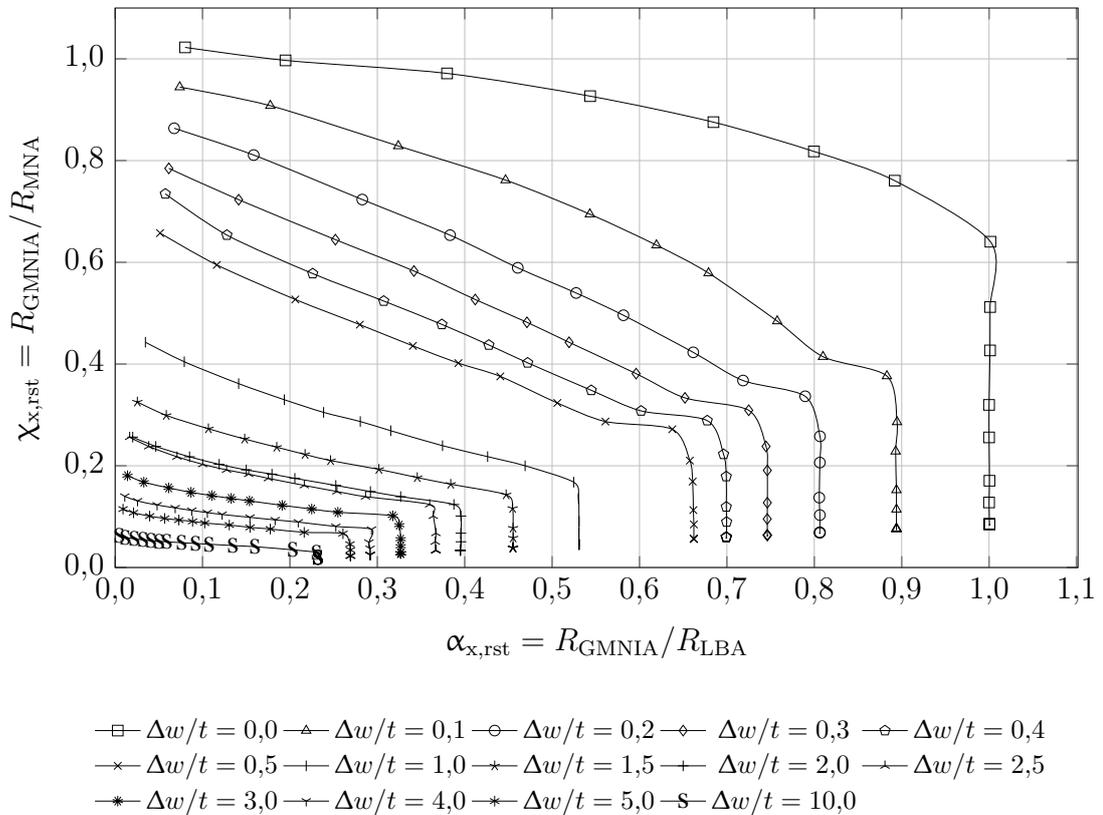


Bild D.5: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,00$

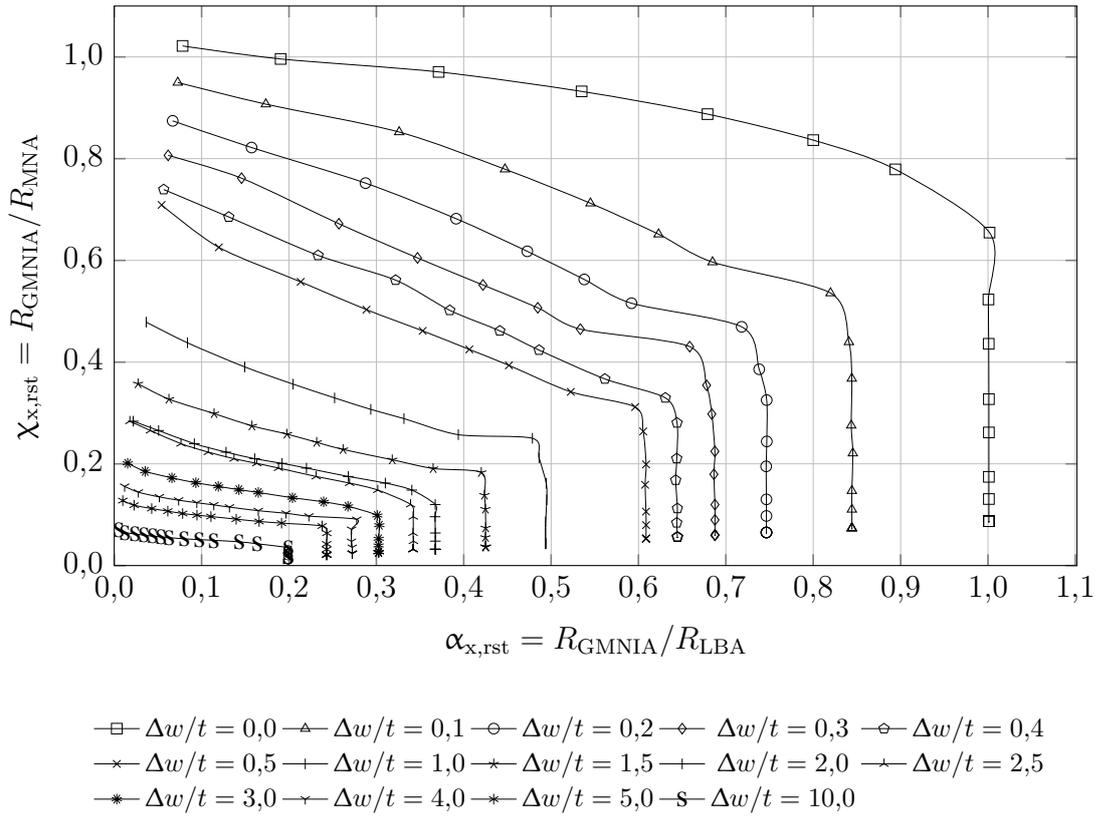


Bild D.6: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,25$

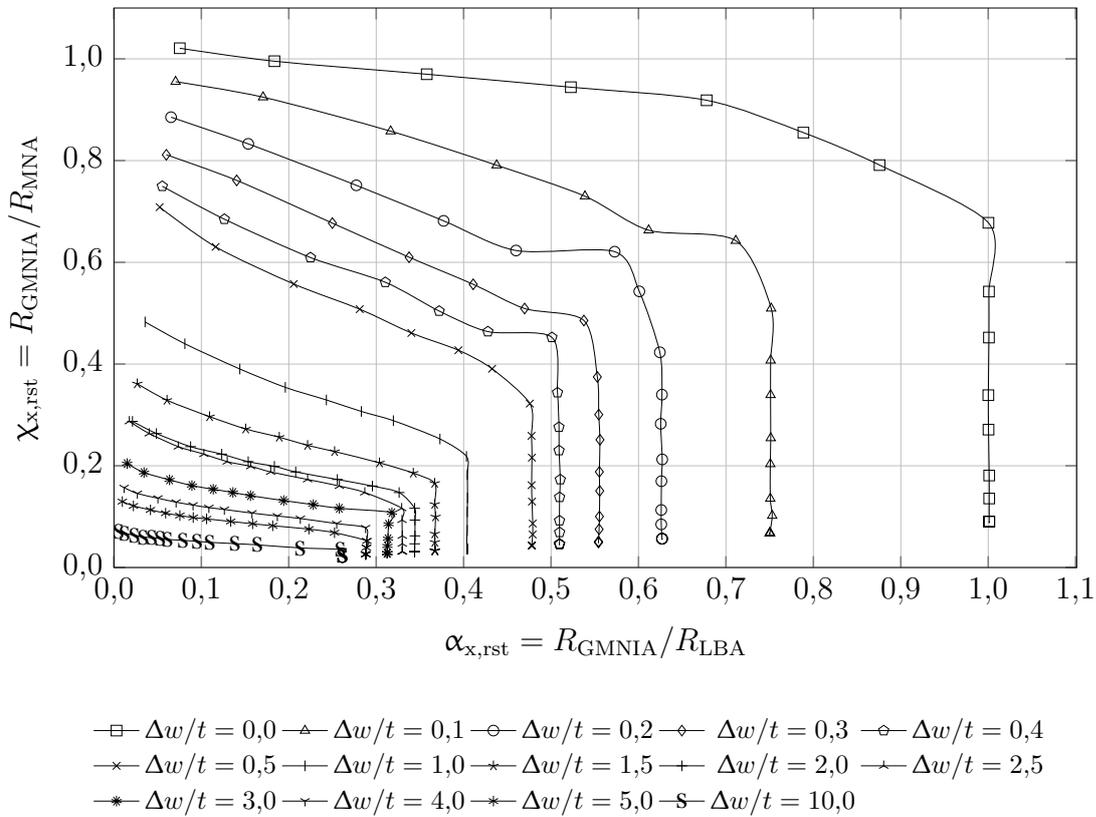


Bild D.7: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,50$

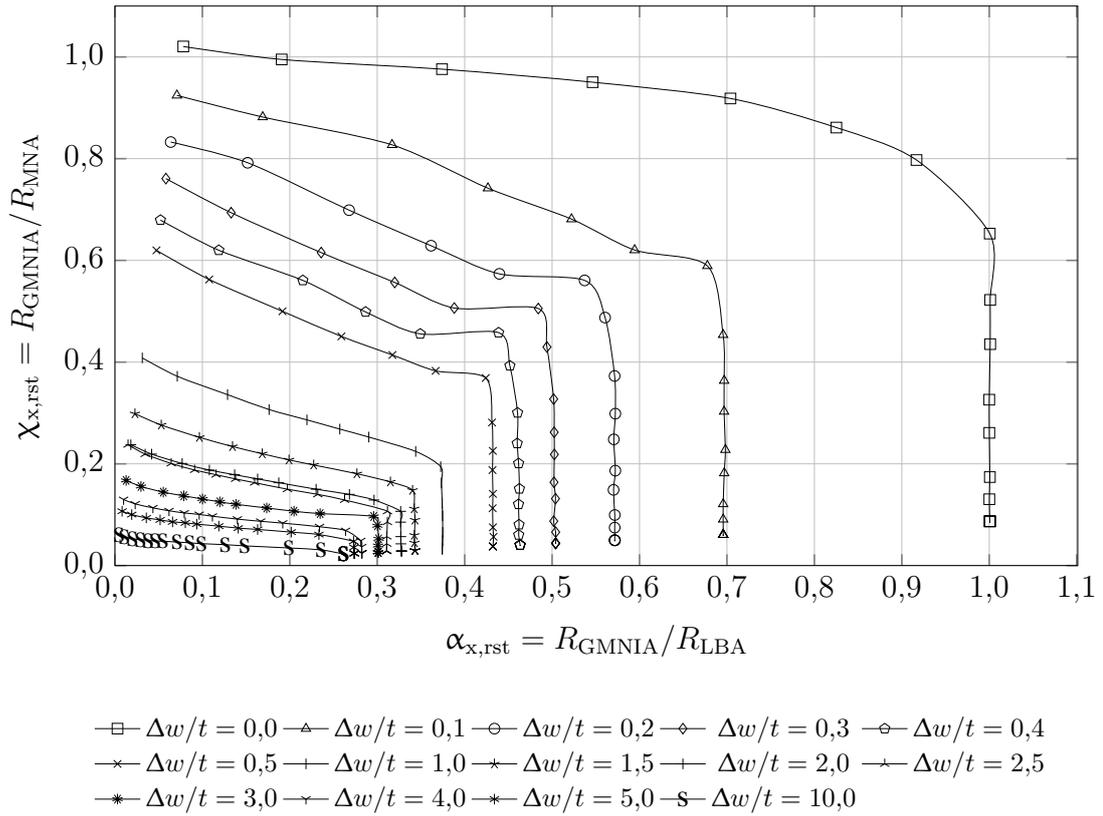


Bild D.8: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,75$

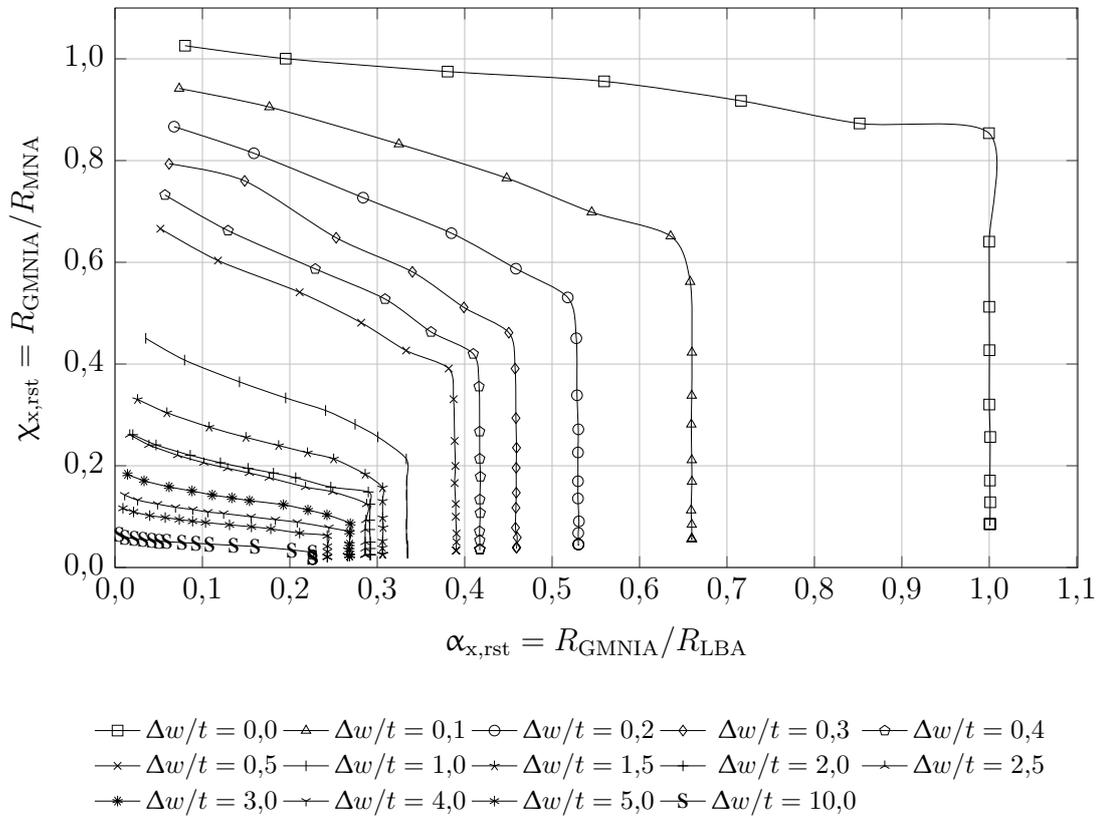


Bild D.9: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 3,00$

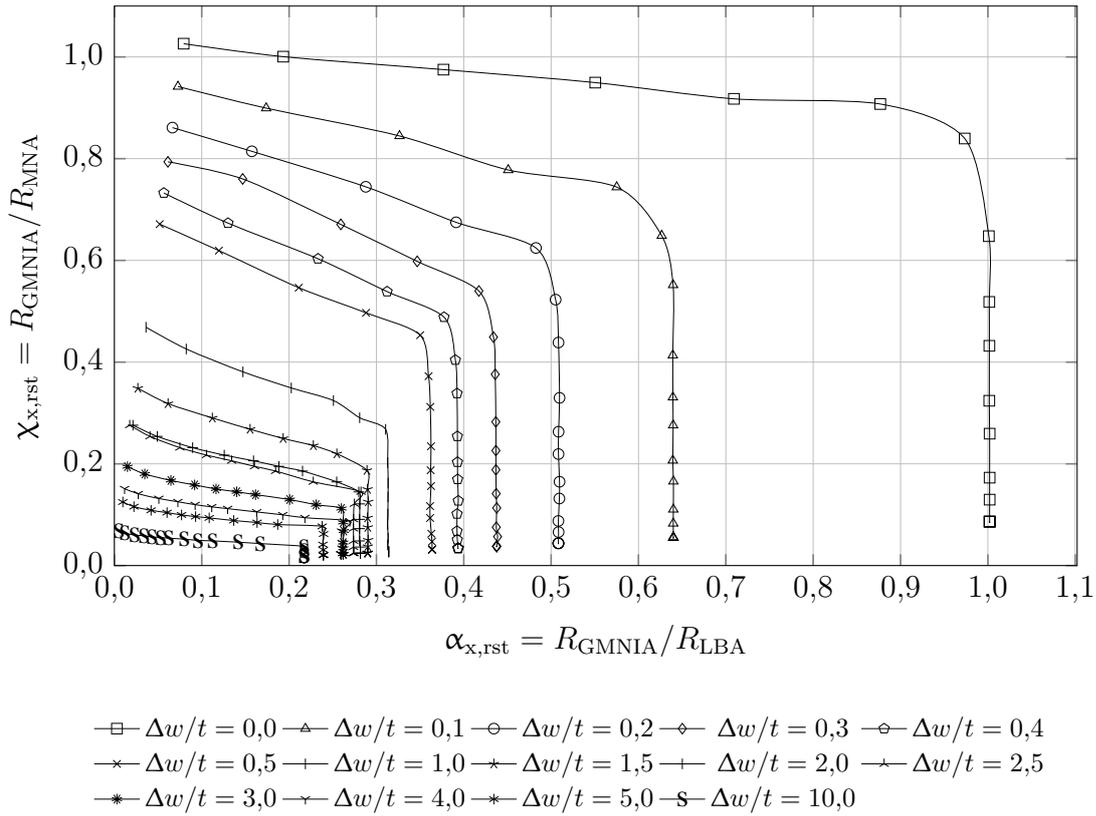


Bild D.10: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,25$

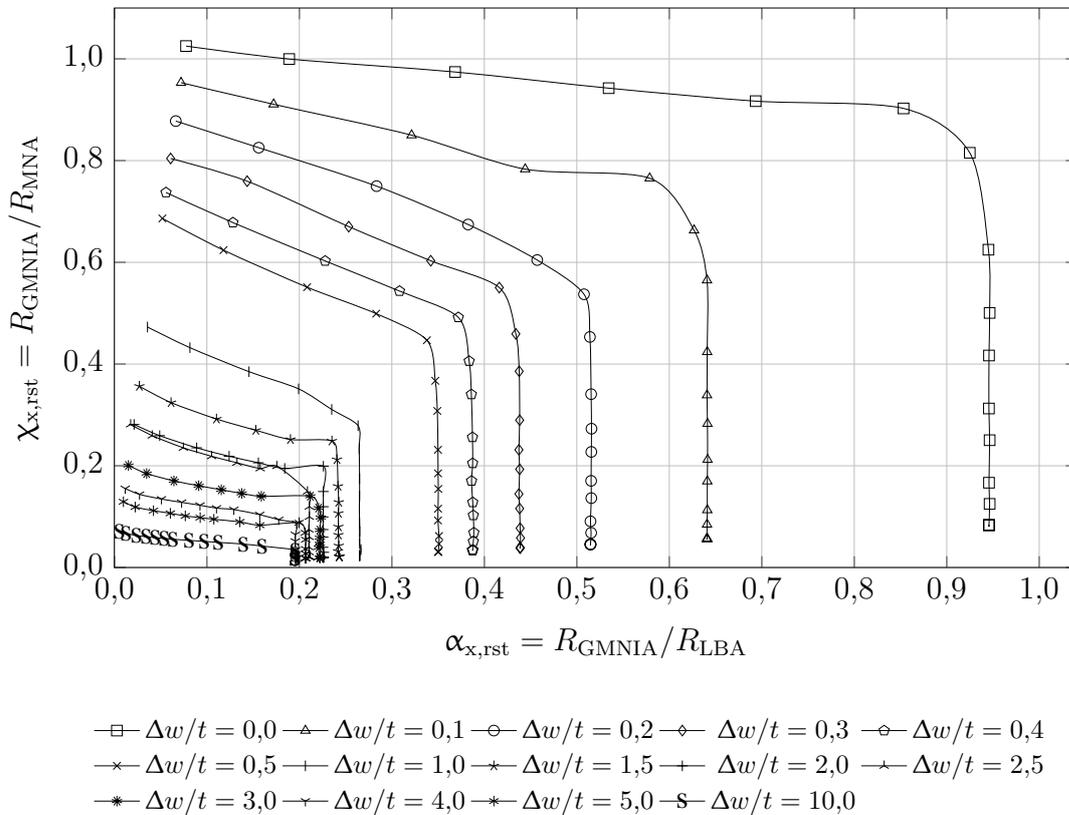


Bild D.11: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,50$

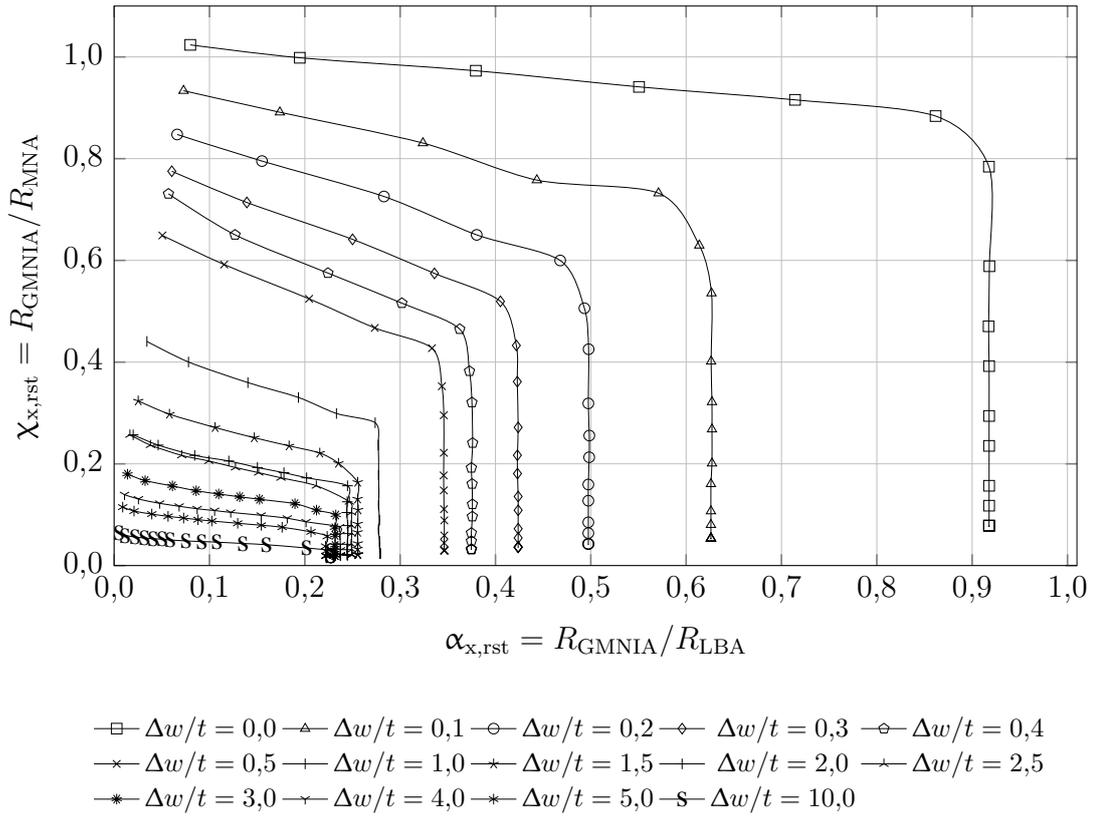


Bild D.12: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega_{rst}} = 4,00$

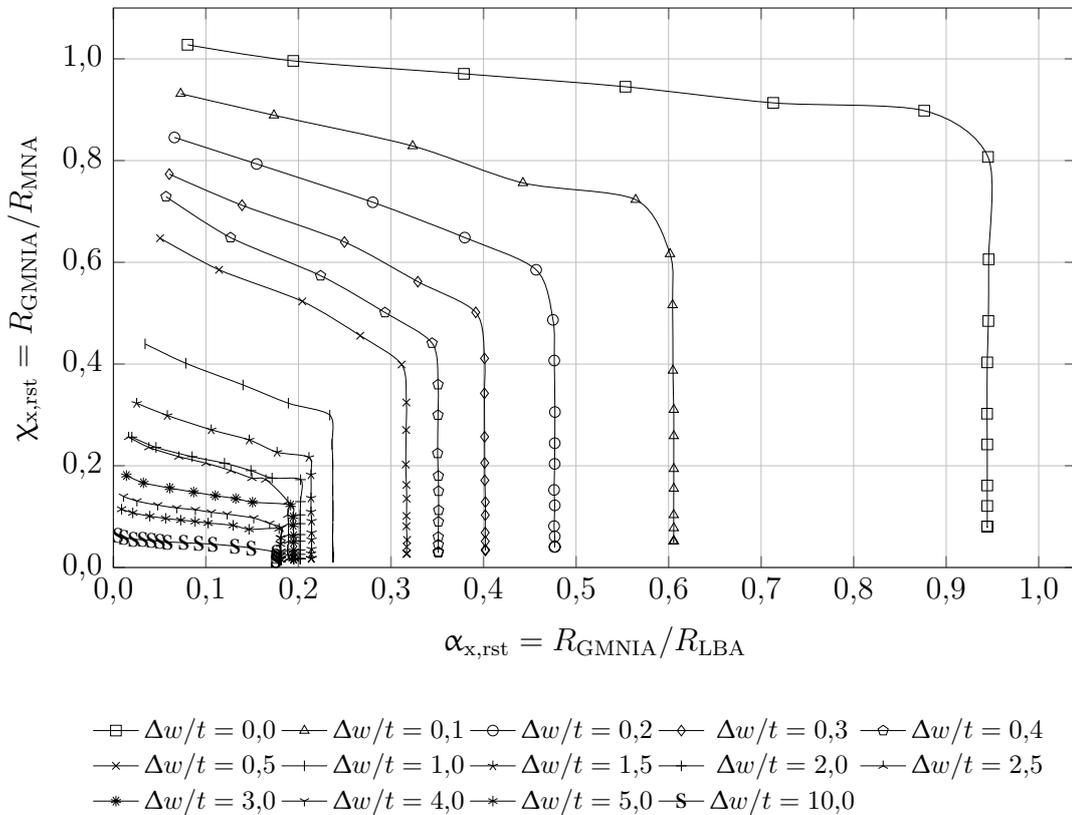


Bild D.13: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega_{rst}} = 5,00$

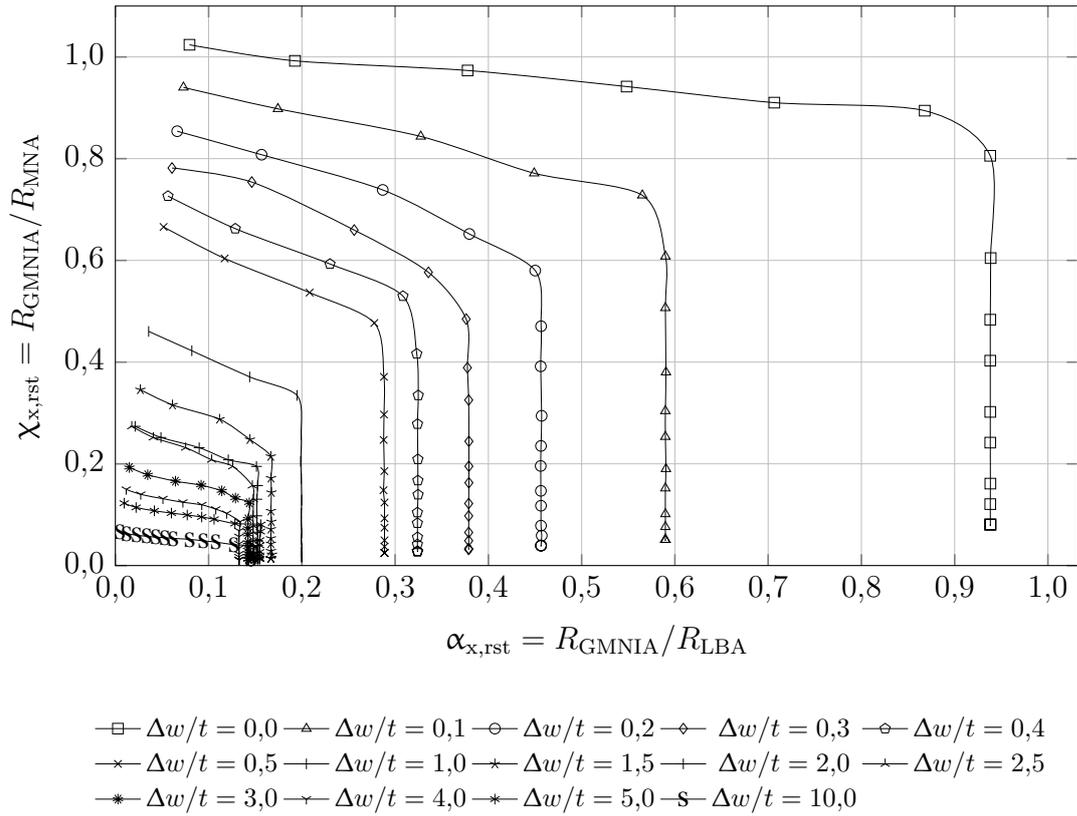


Bild D.14: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 0,40$ und $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$

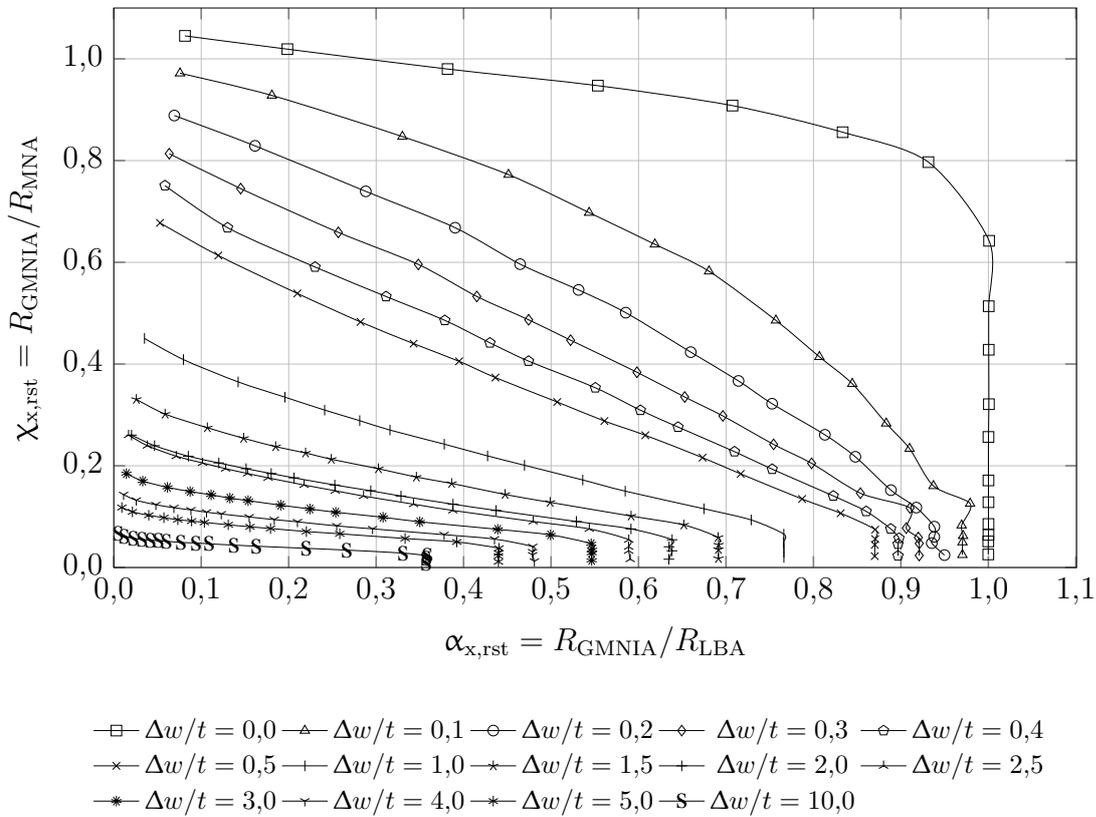


Bild D.15: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,00$

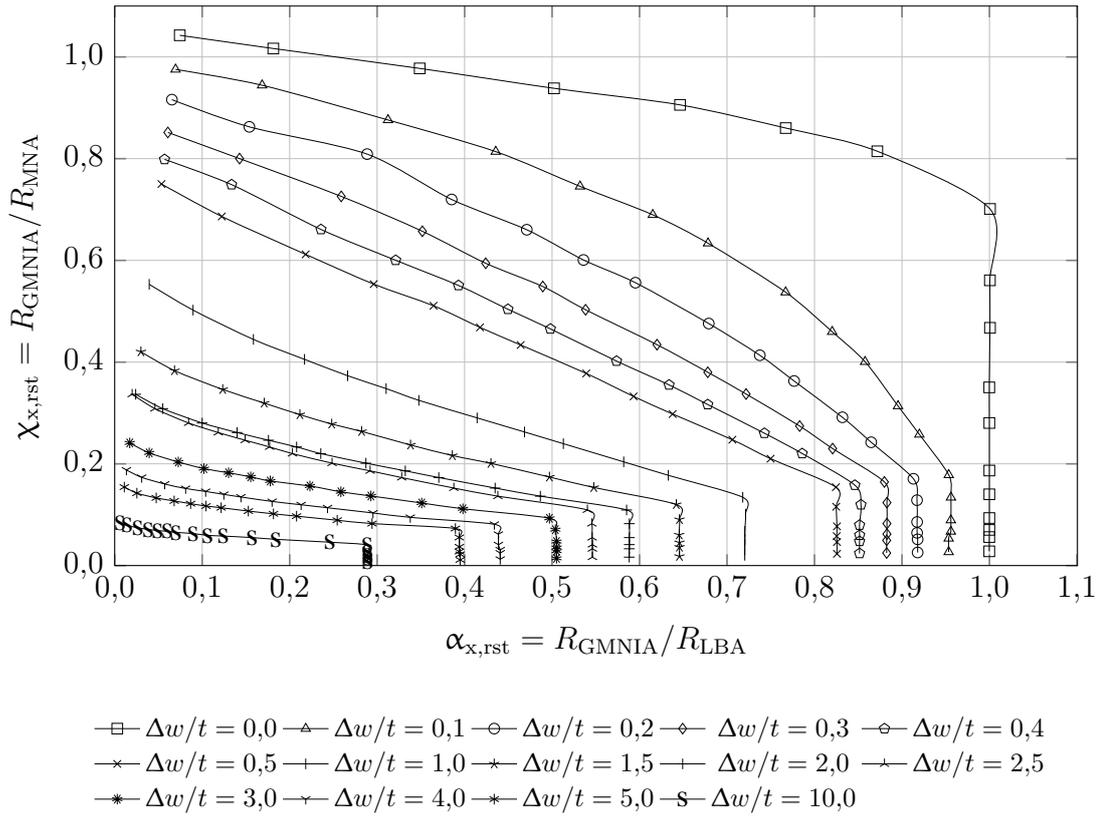


Bild D.16: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,25$

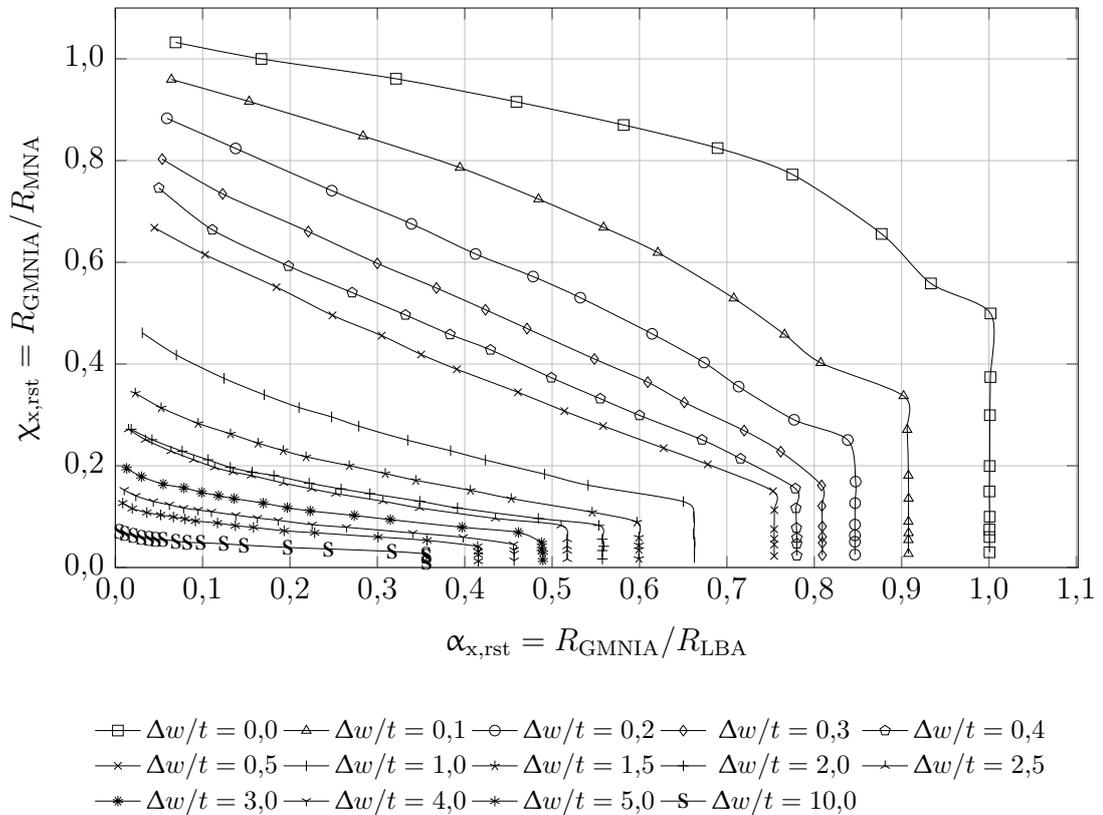
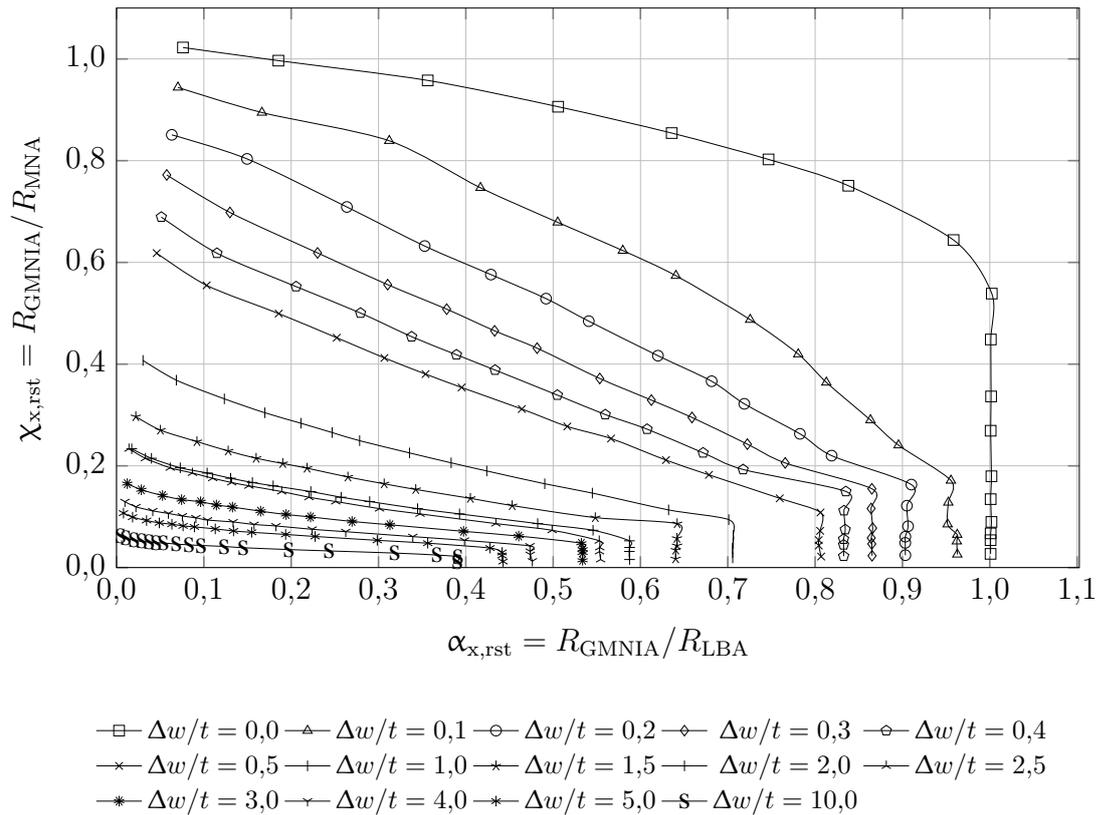
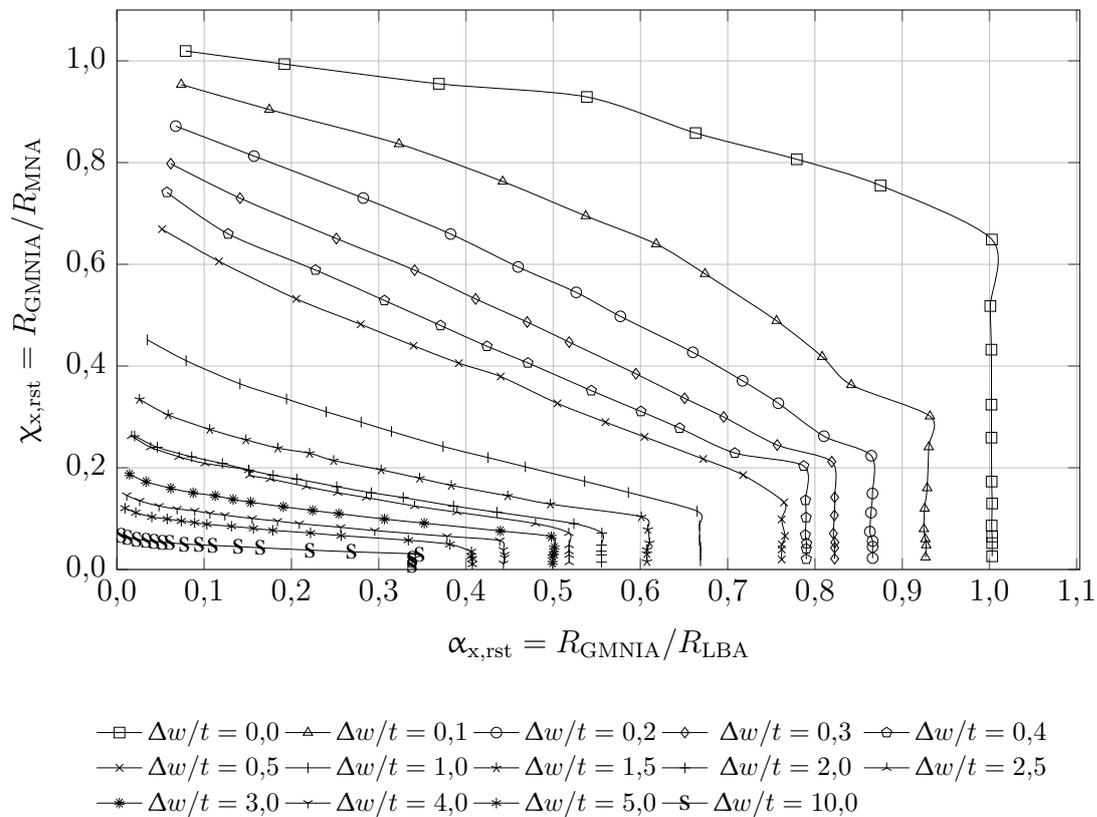


Bild D.17: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,50$

Bild D.18: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 1,75$ Bild D.19: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,00$

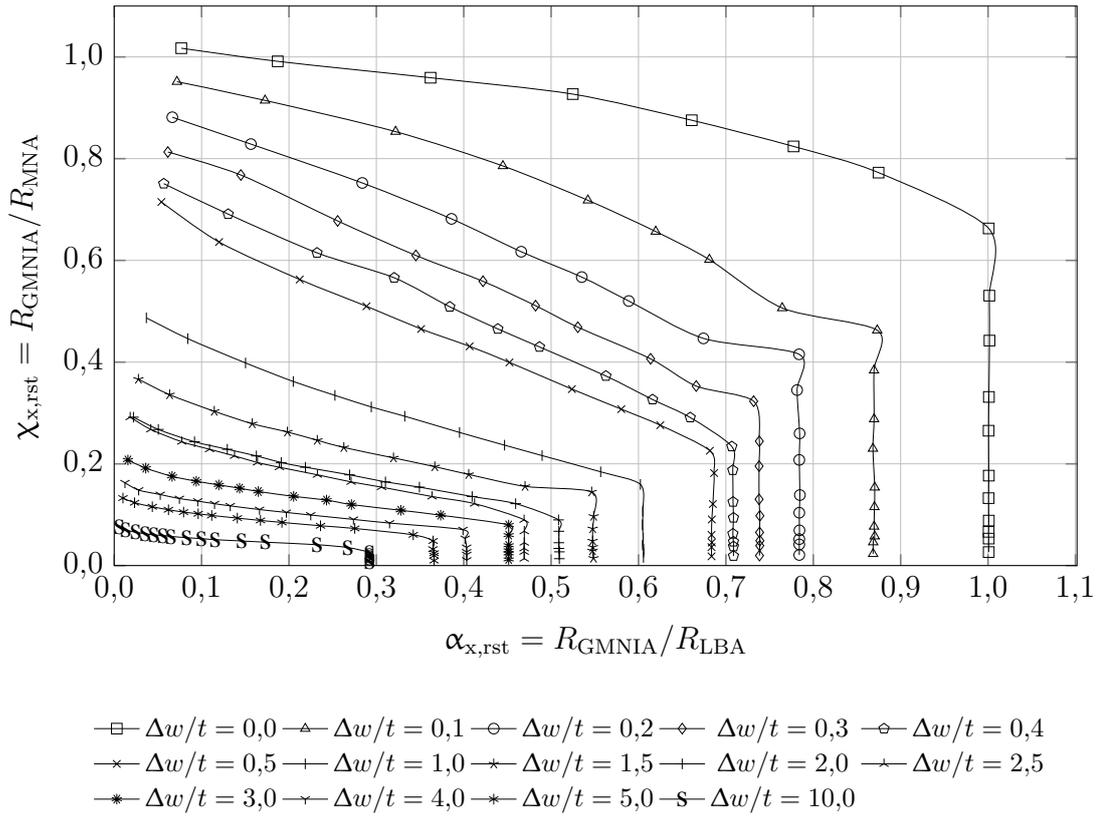


Bild D.20: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 2,25$

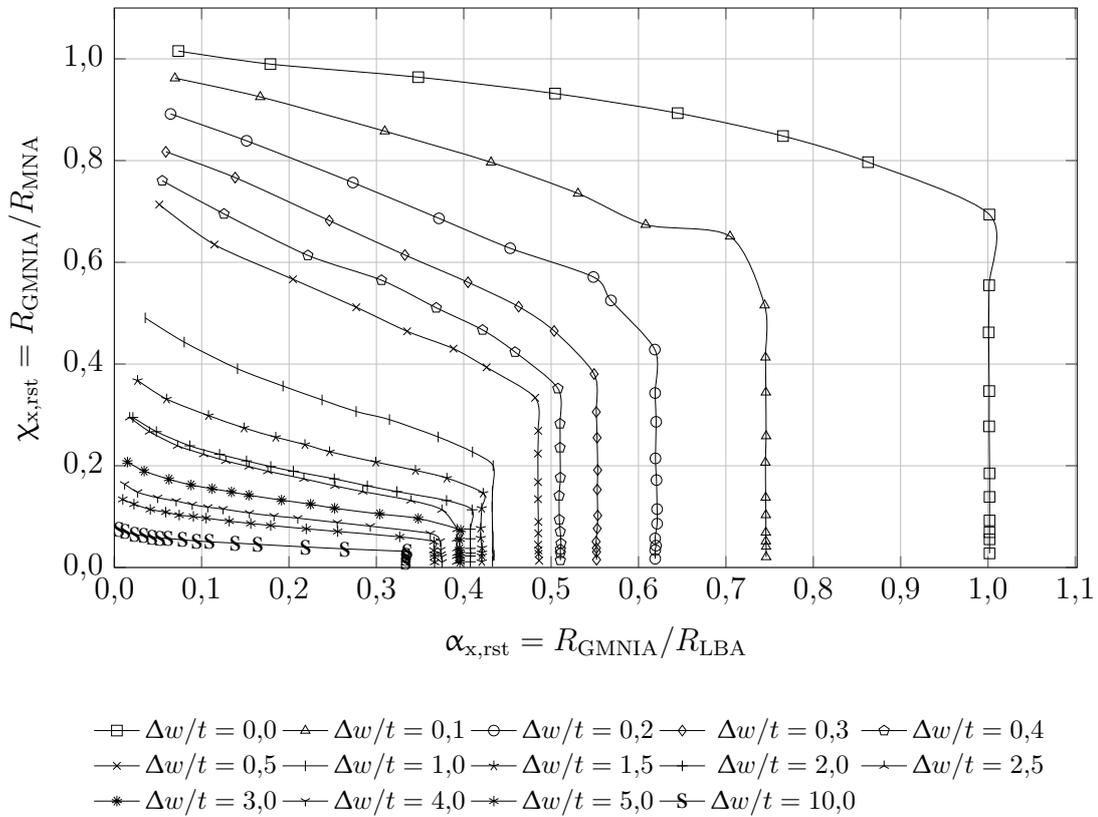
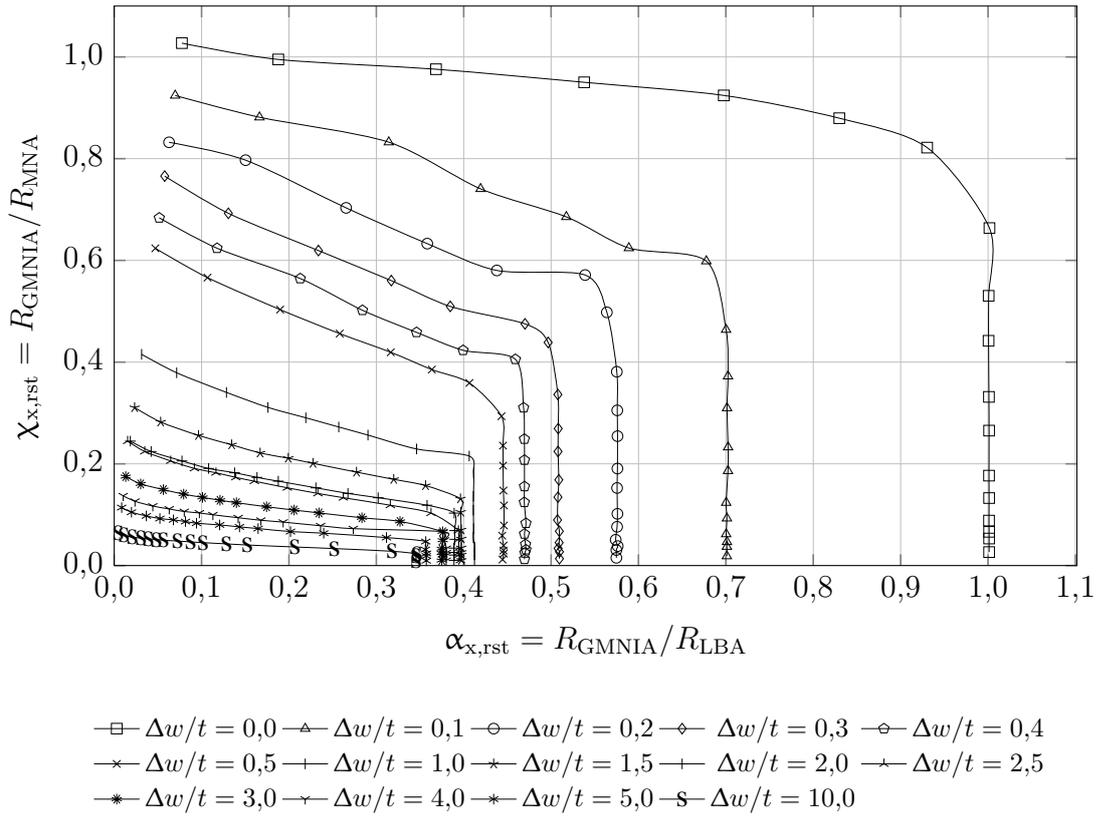
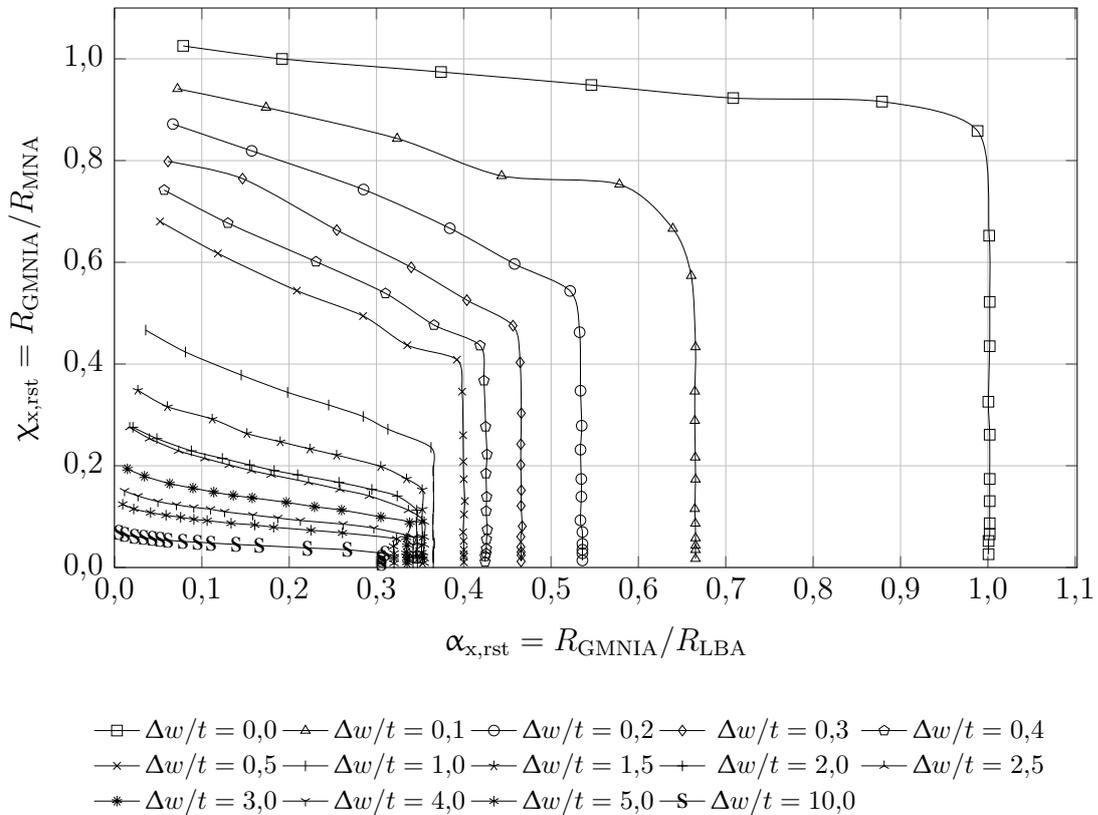


Bild D.21: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 2,50$

Bild D.22: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 2,75$ Bild D.23: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,00$

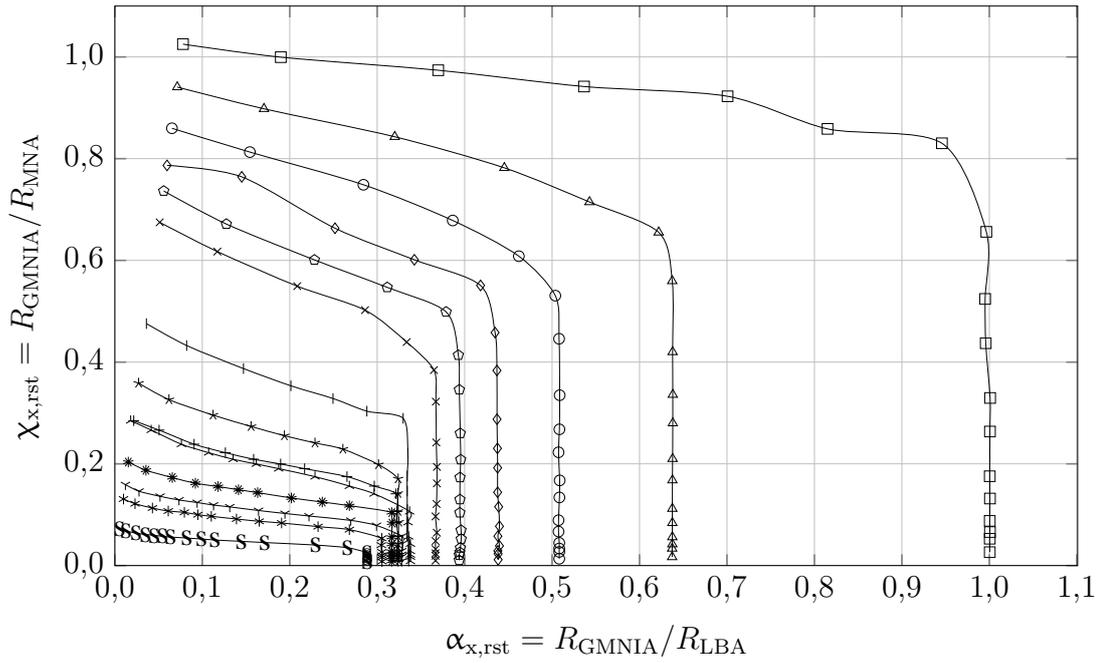


Bild D.24: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,25$

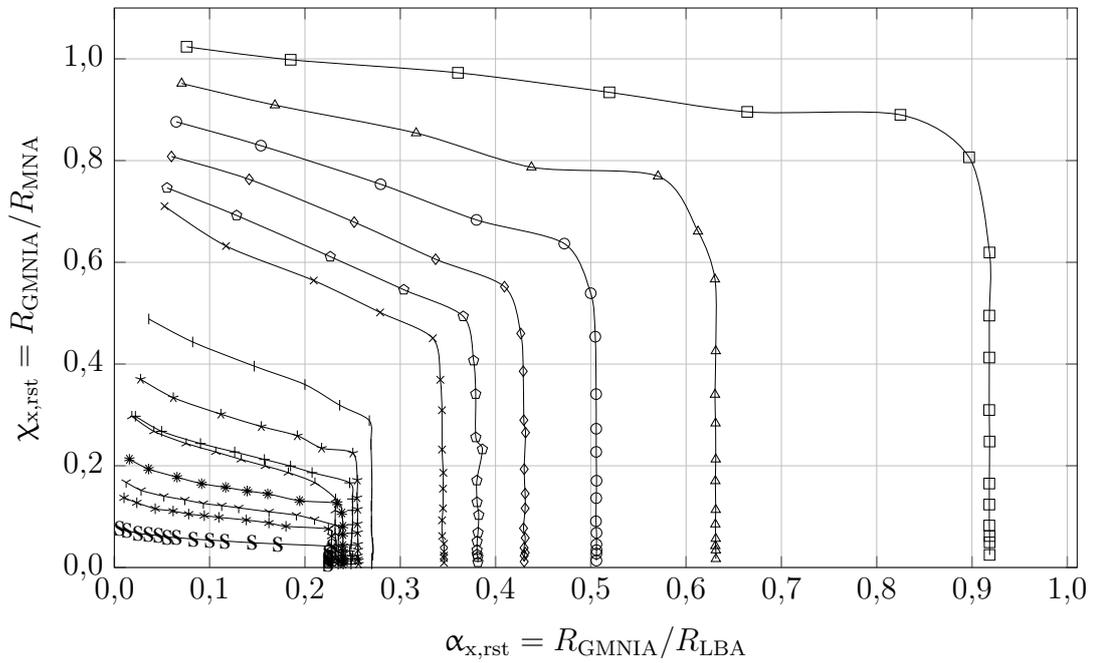


Bild D.25: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,50$

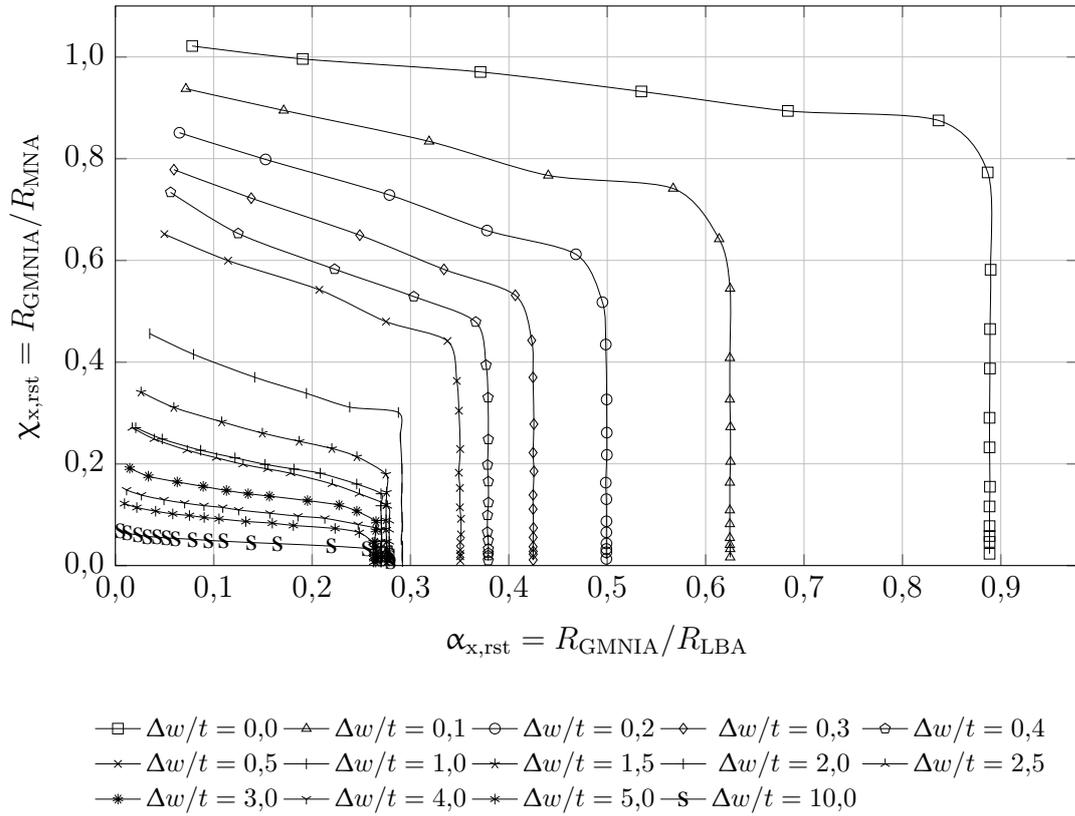


Bild D.26: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 4,00$

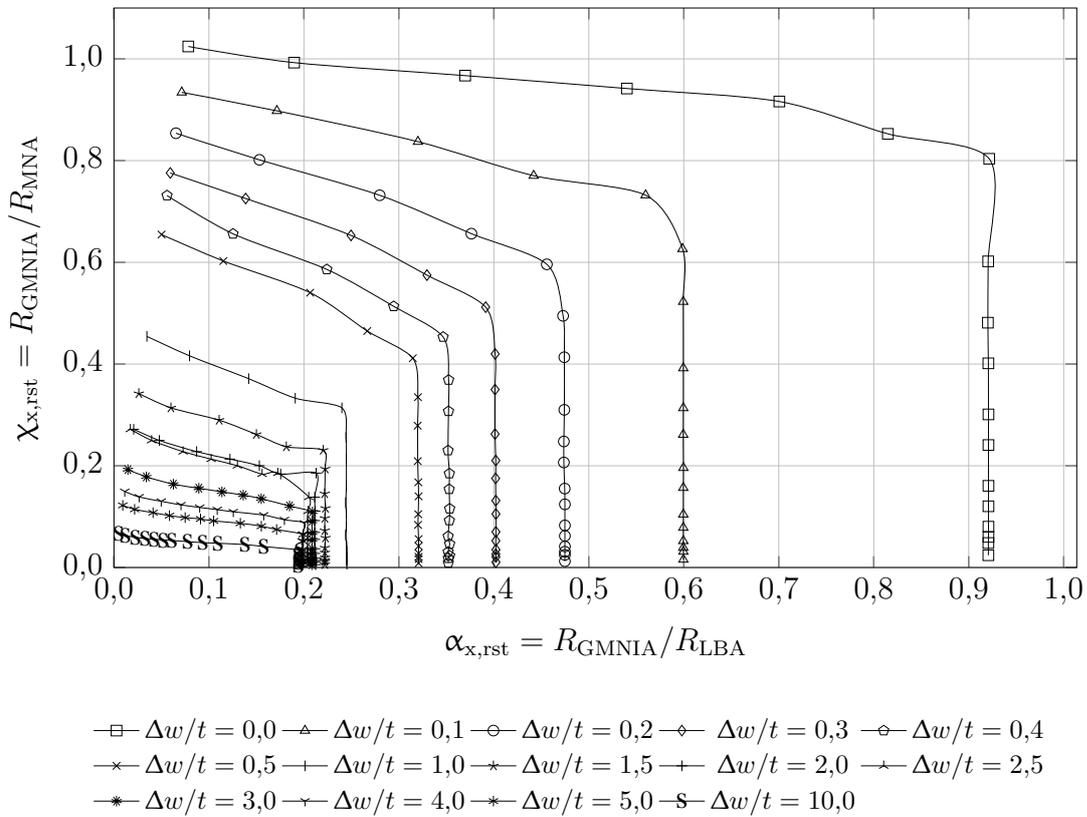


Bild D.27: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 5,00$

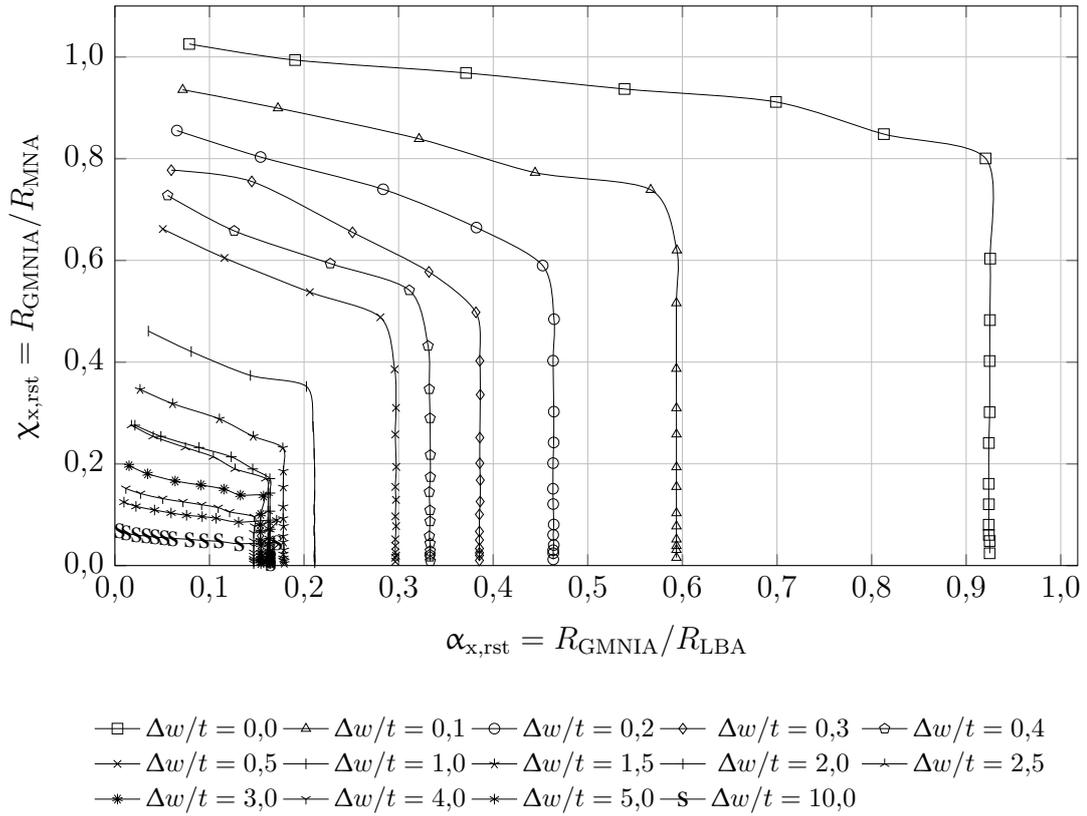


Bild D.28: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 1,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 7,50$

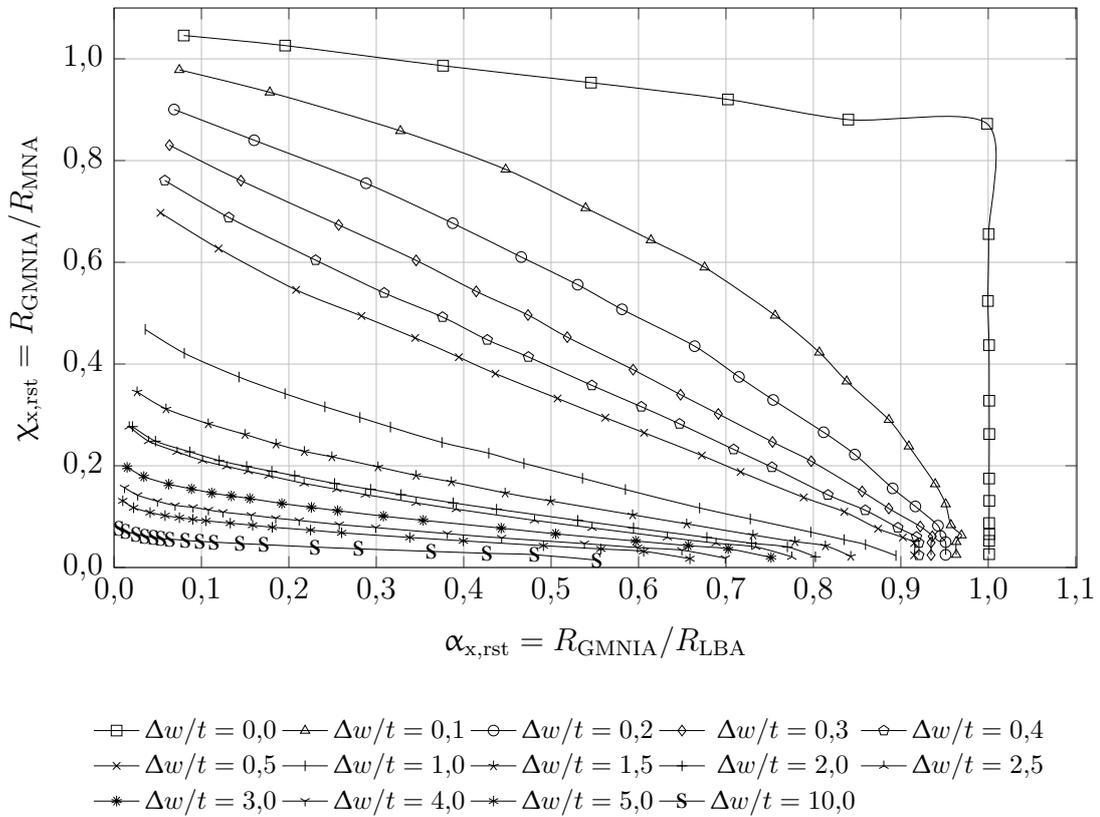


Bild D.29: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,00$

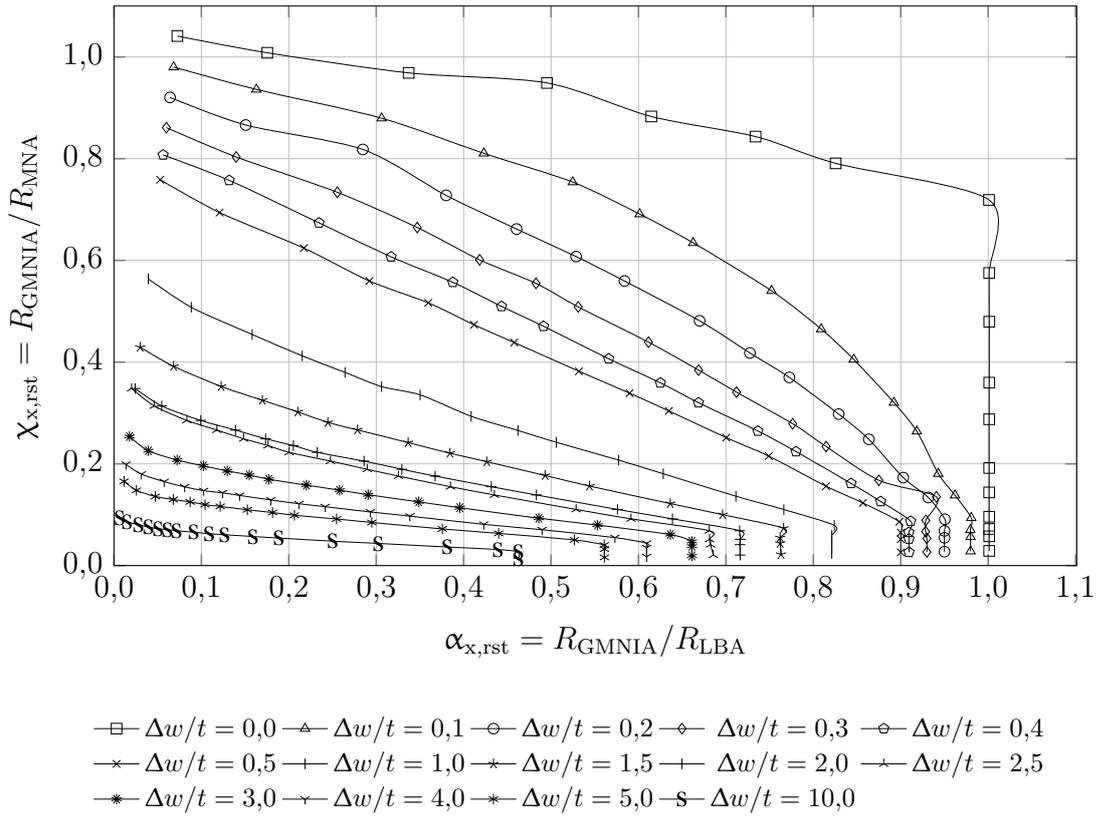


Bild D.30: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,25$

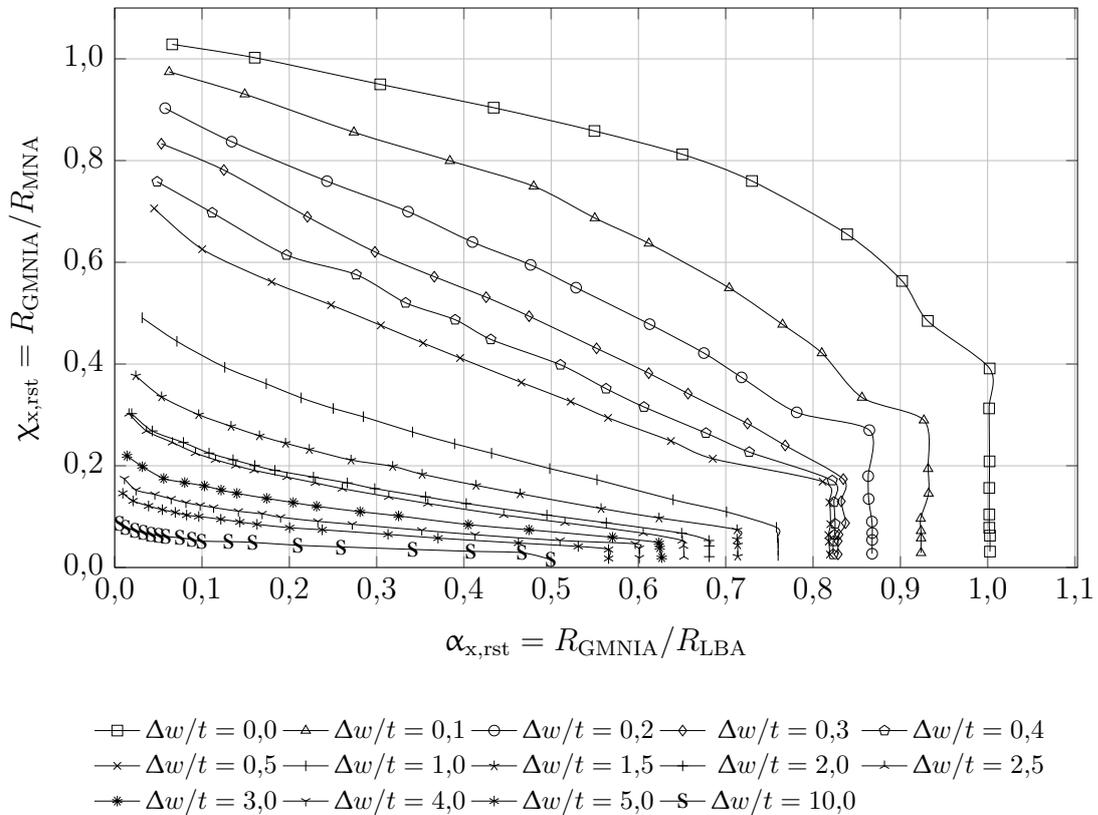


Bild D.31: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,50$

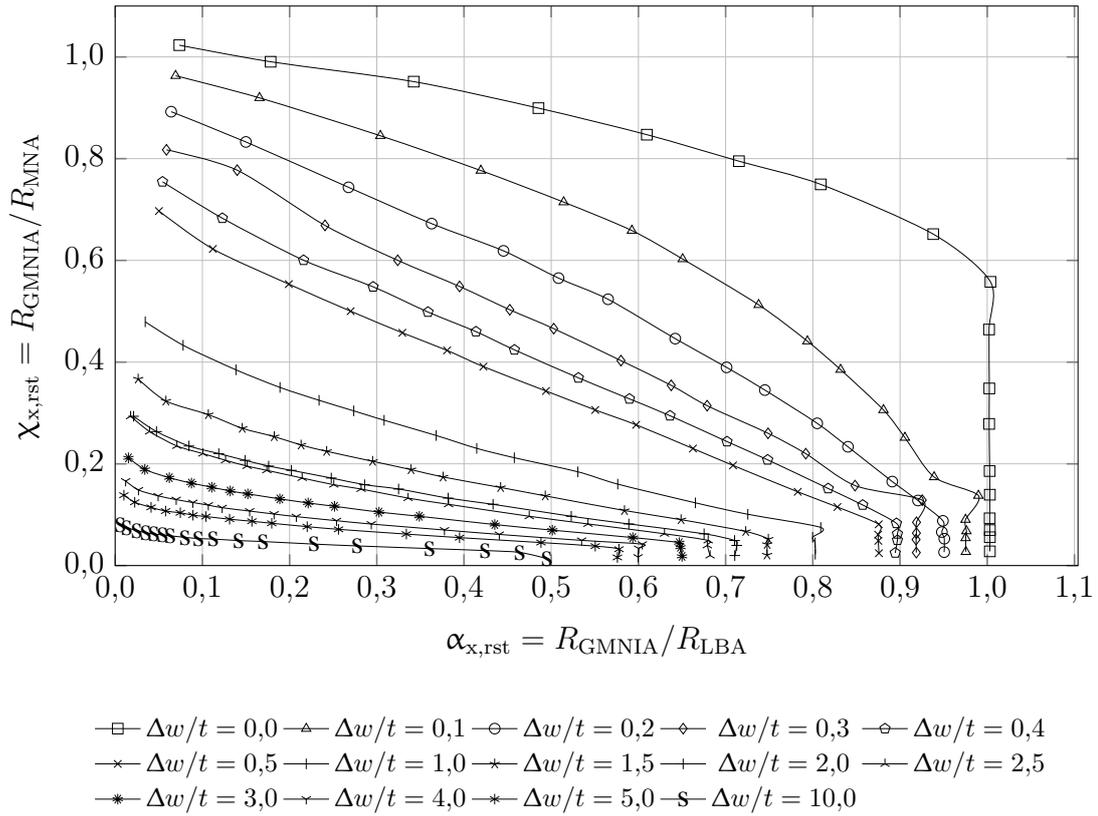


Bild D.32: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 1,75$

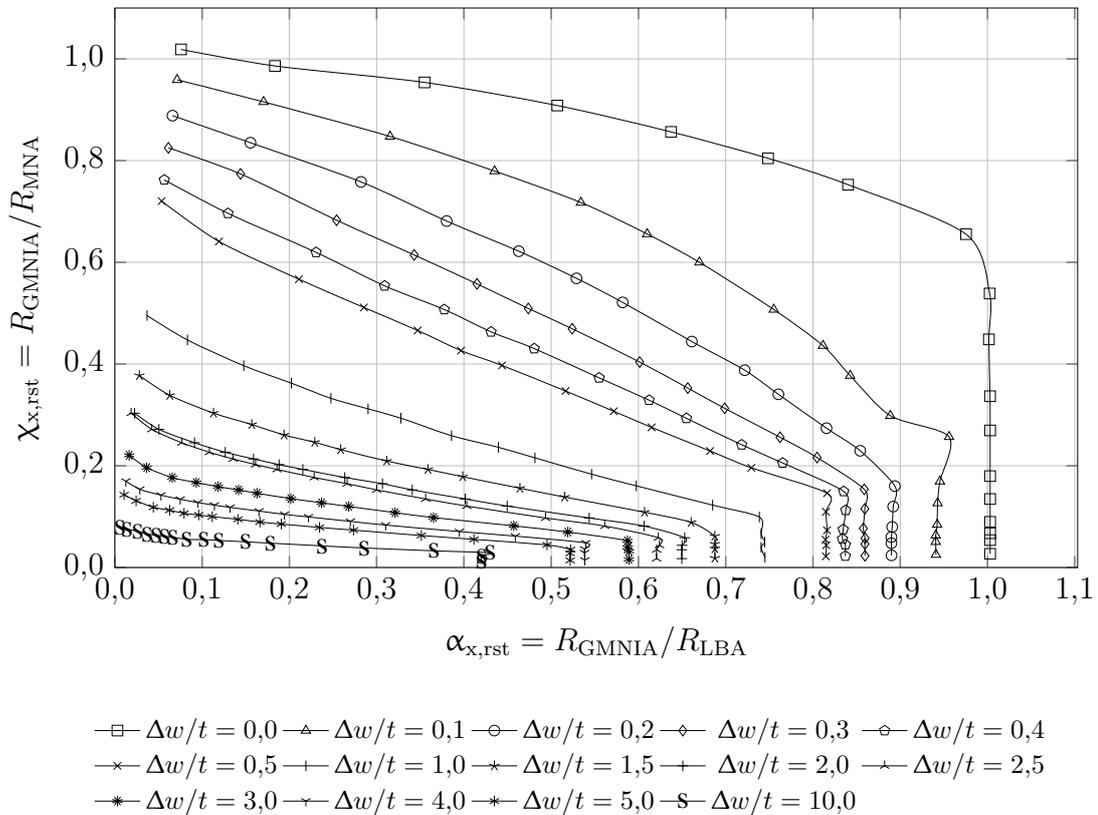


Bild D.33: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 2,00$

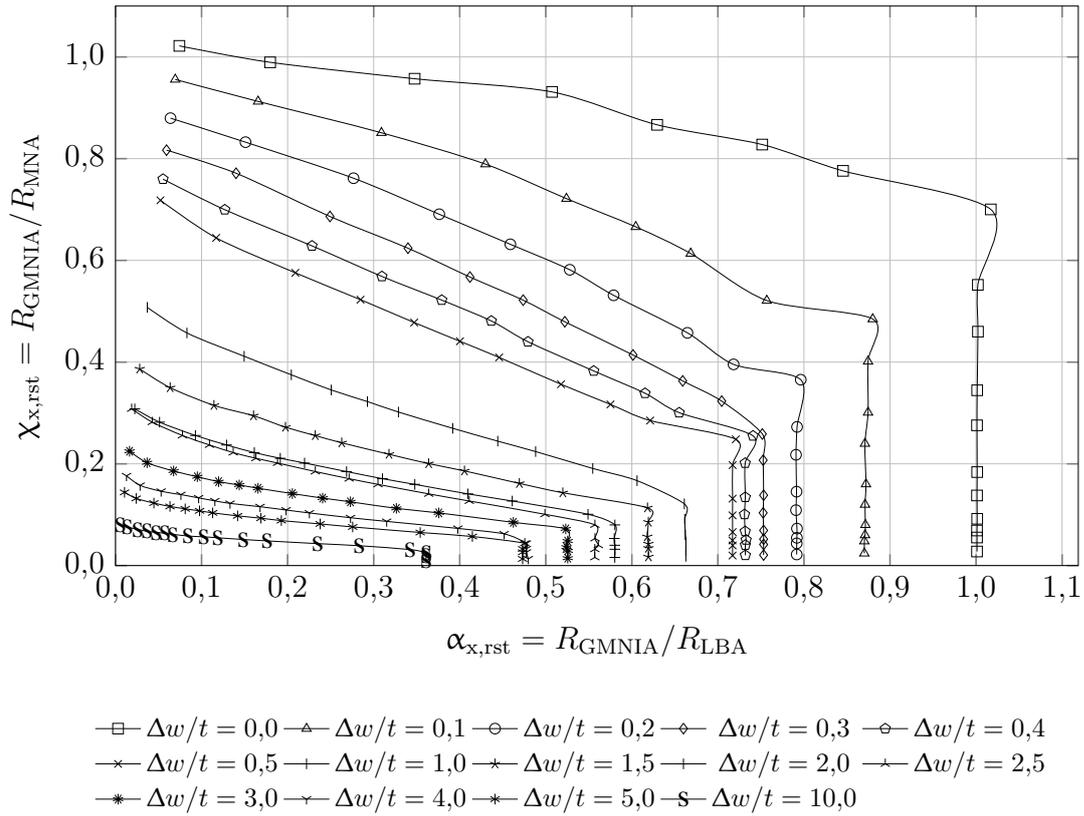


Bild D.34: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,25$

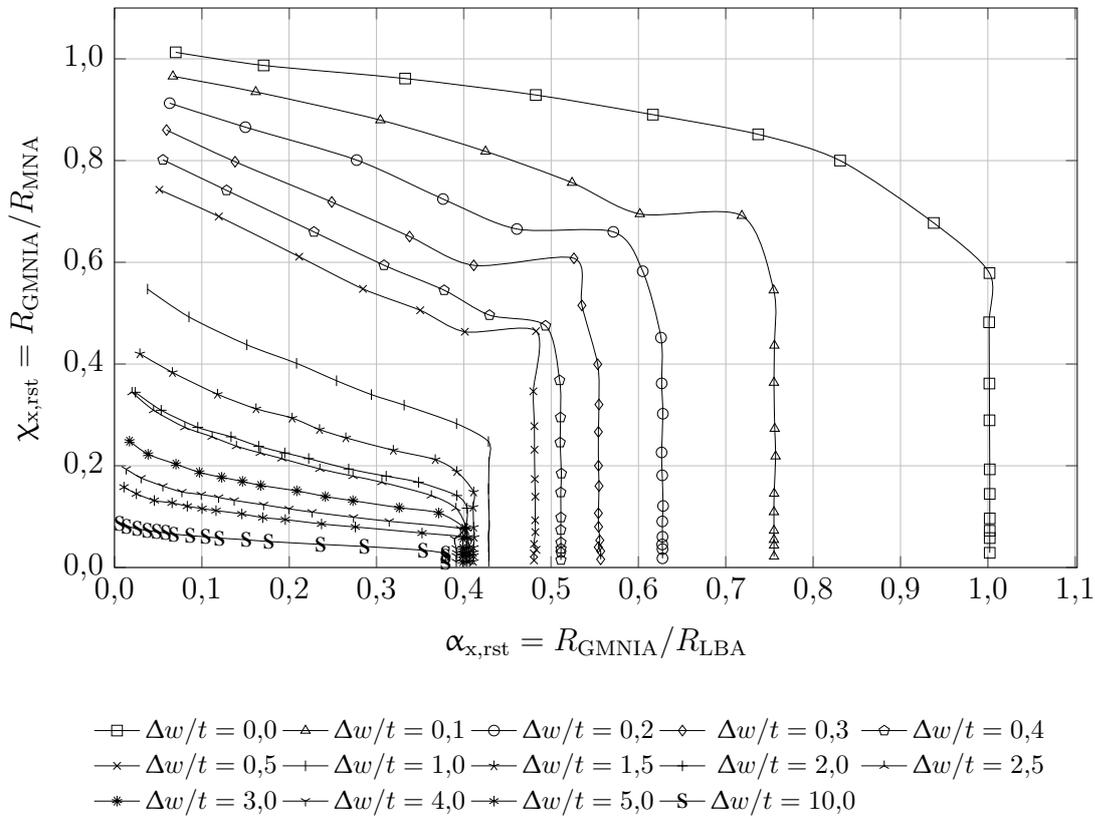


Bild D.35: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 2,50$

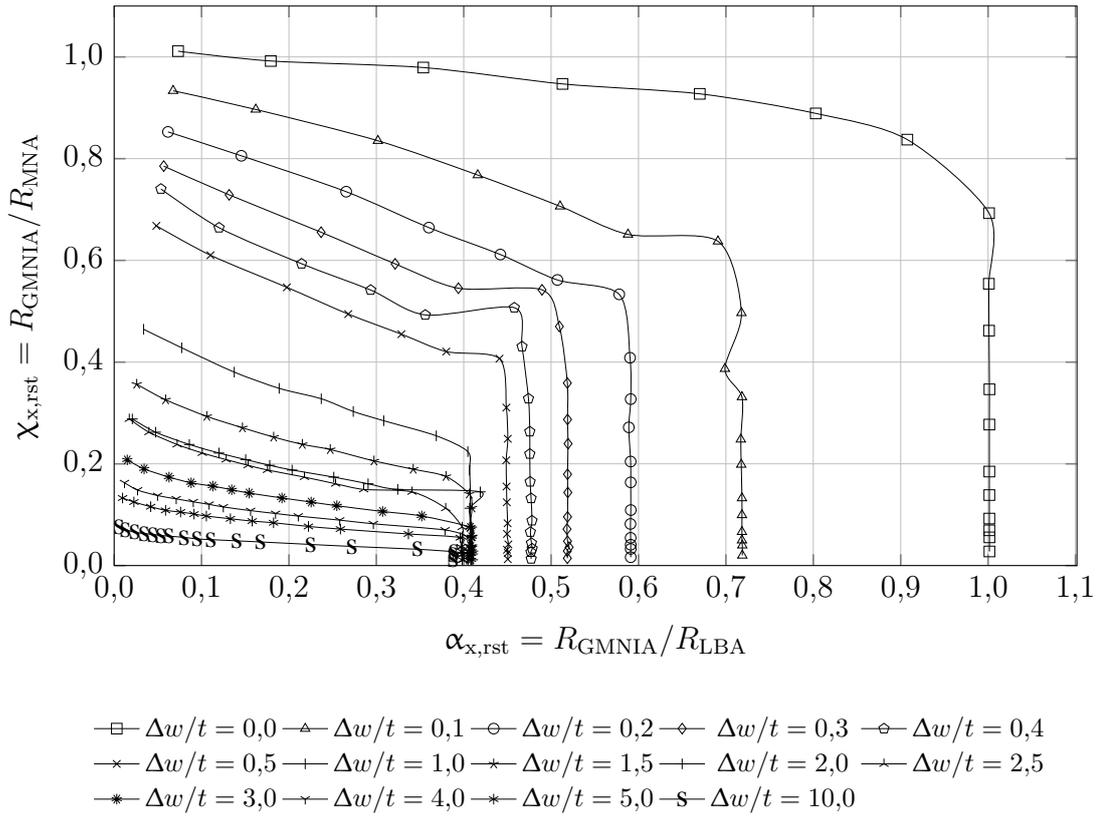


Bild D.36: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 2,75$

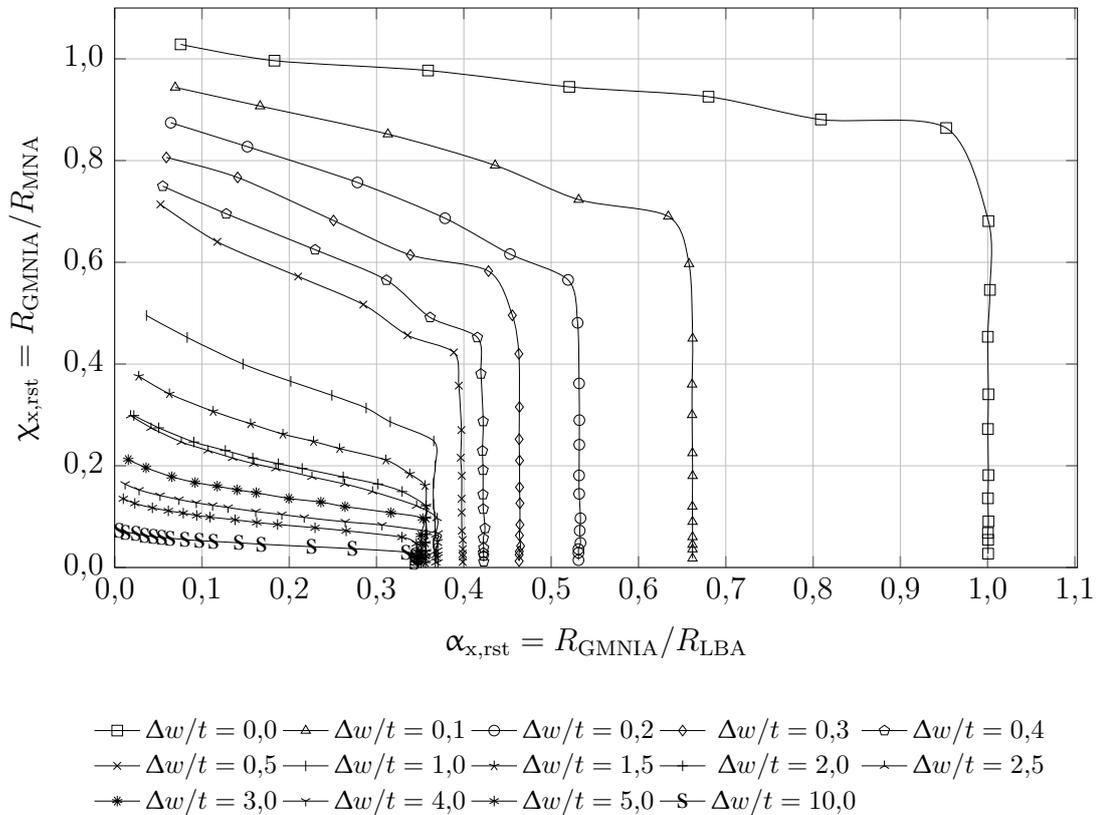


Bild D.37: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,00$

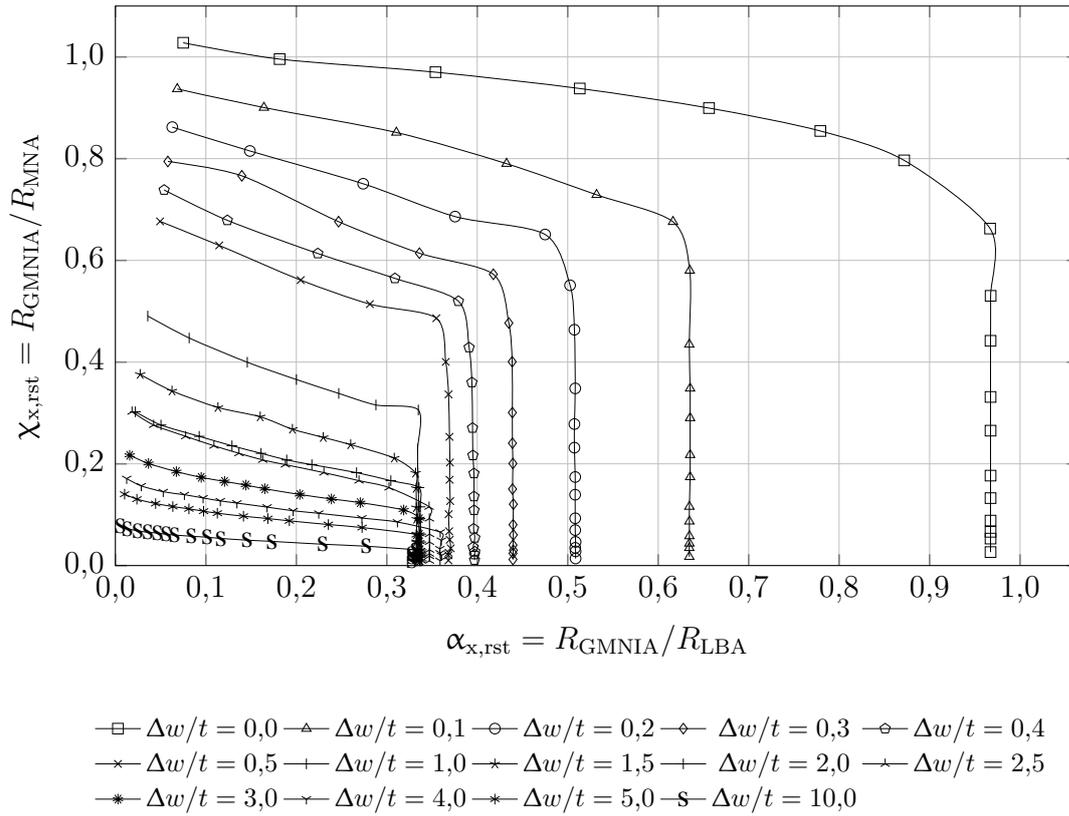


Bild D.38: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,25$

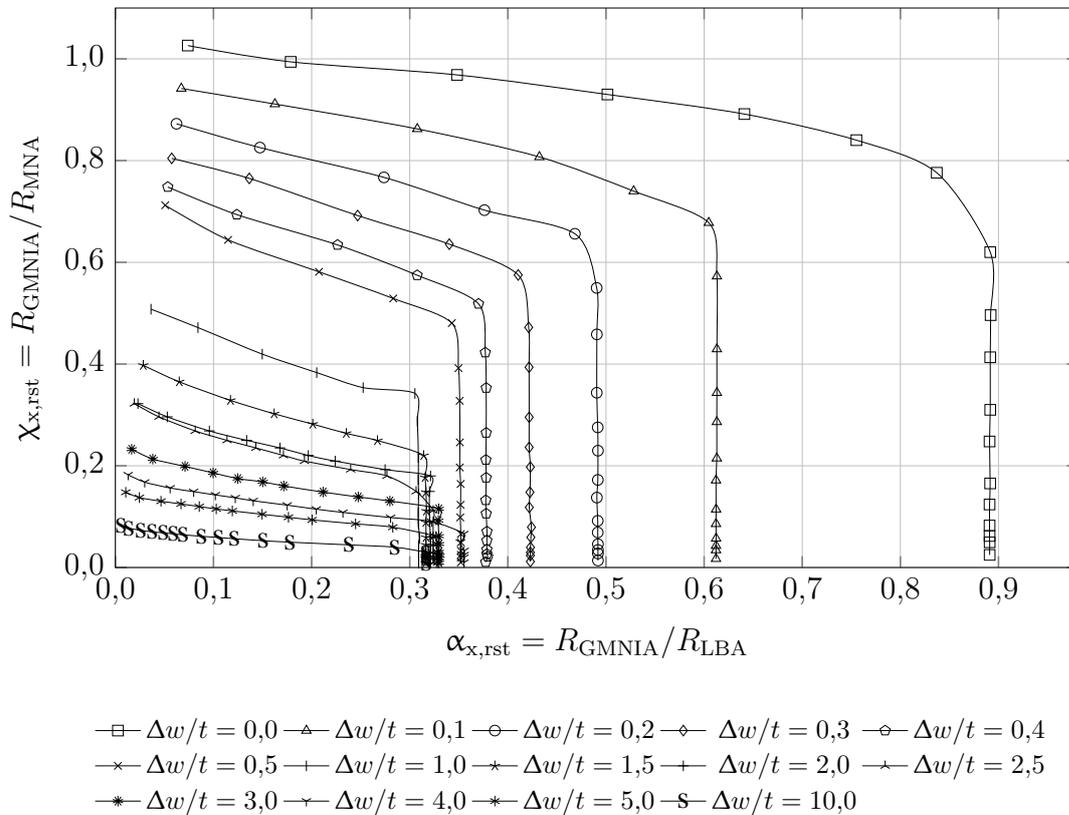


Bild D.39: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 3,50$

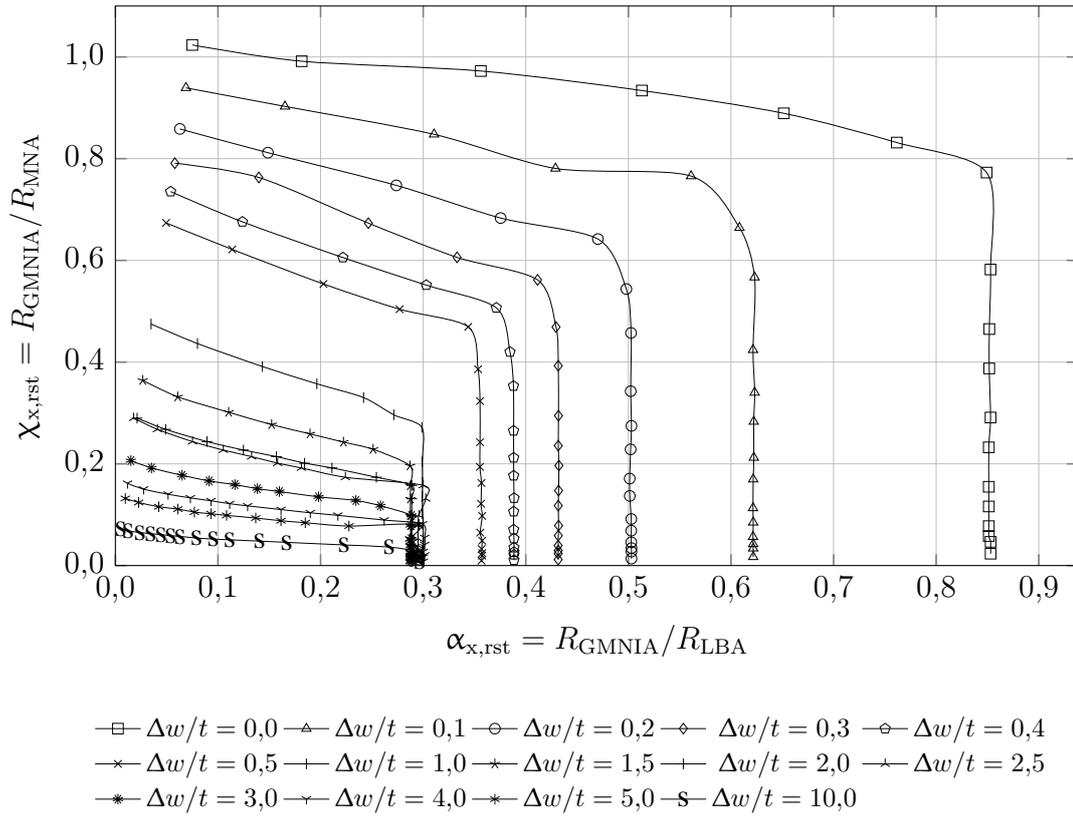


Bild D.40: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 4,00$

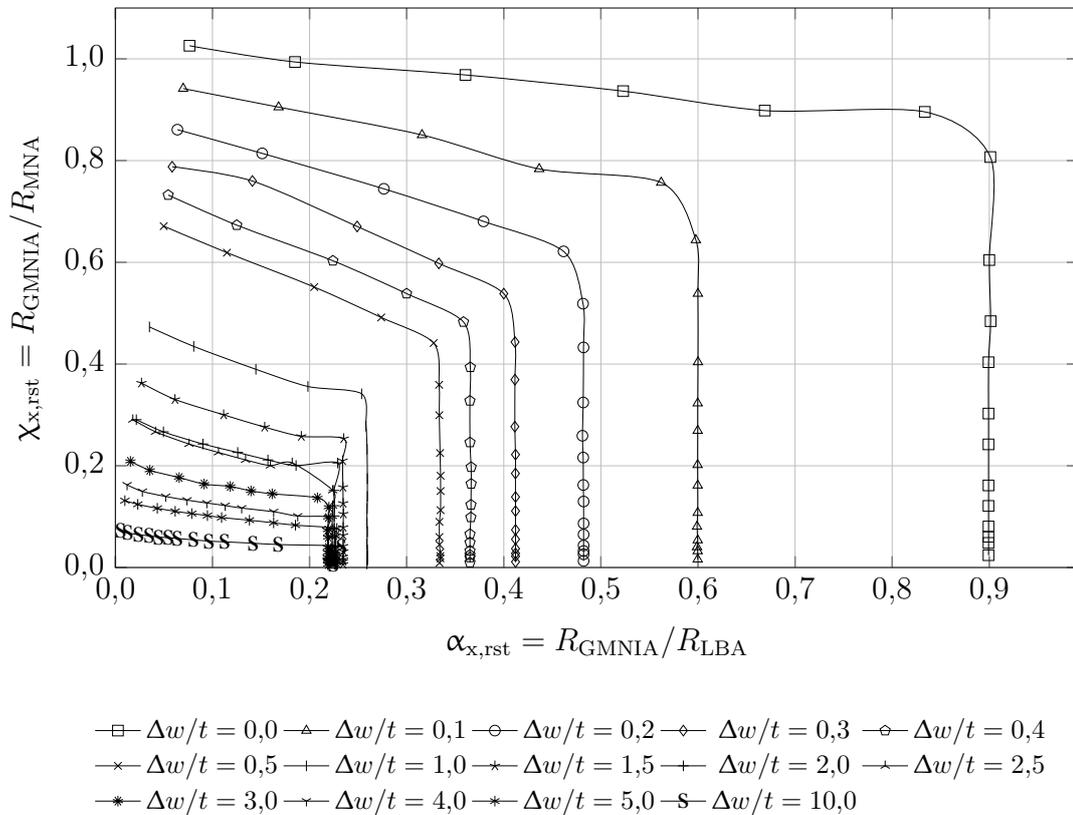
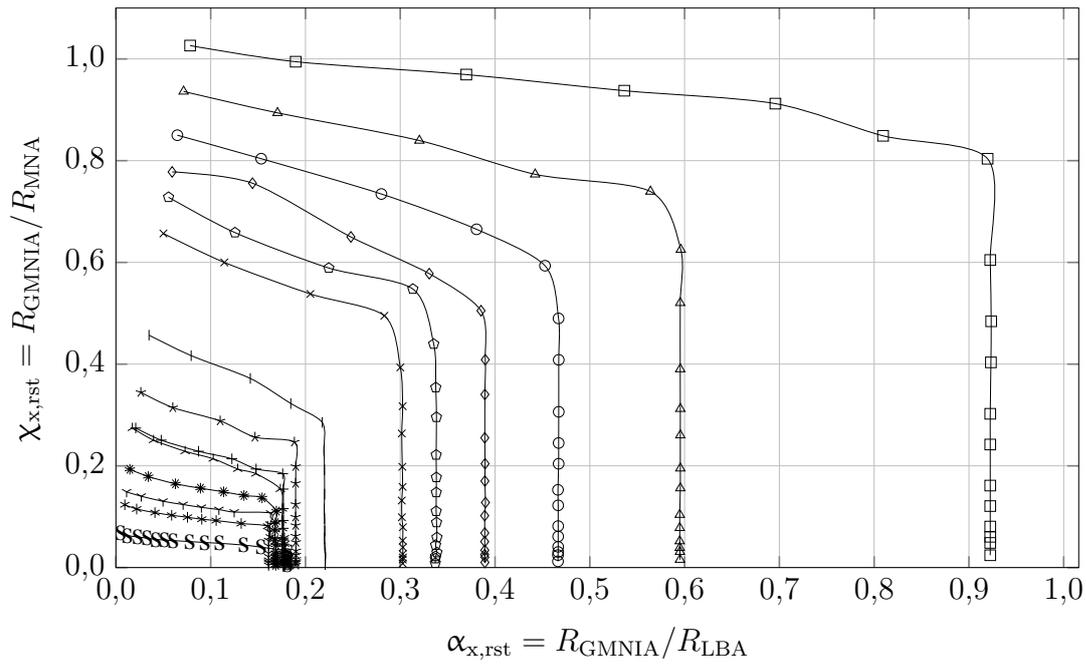


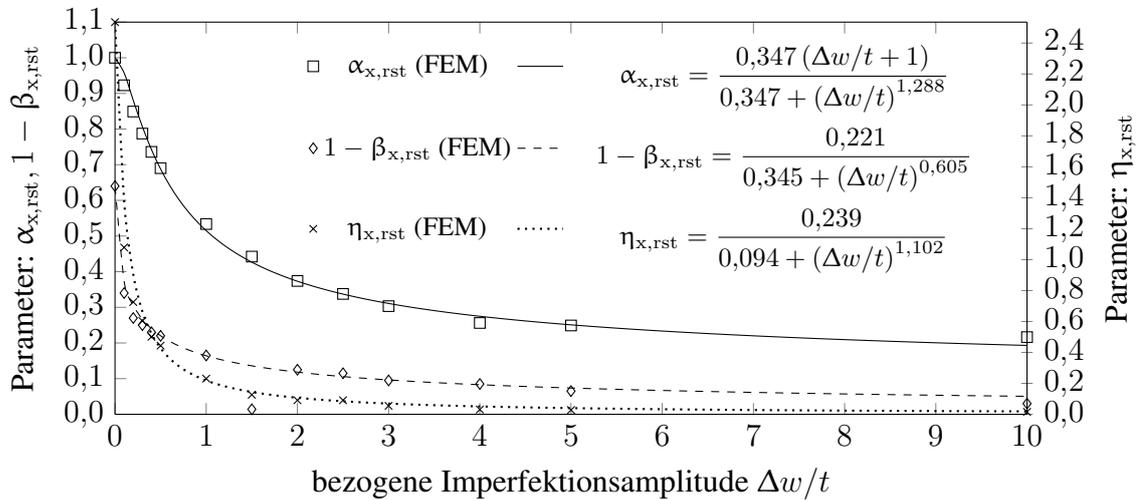
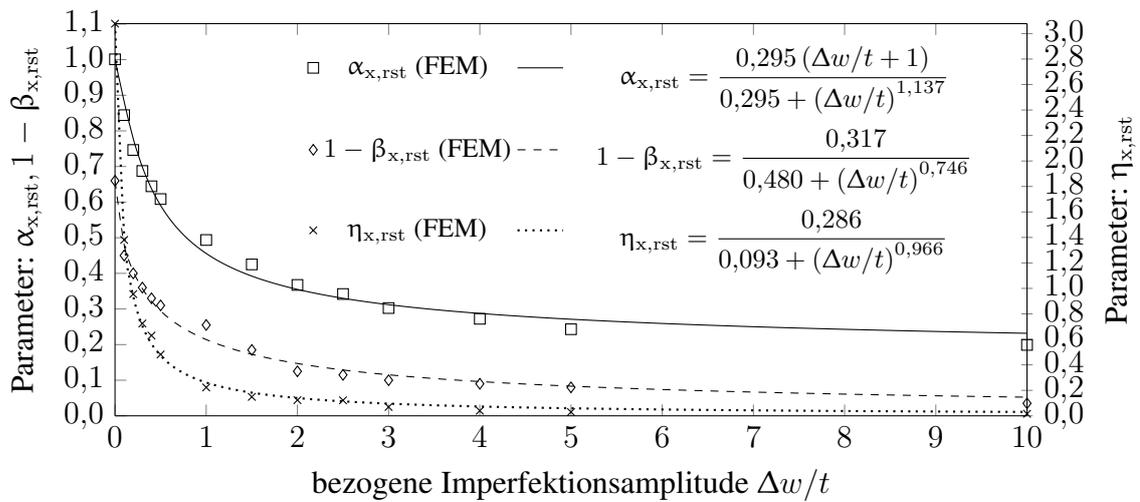
Bild D.41: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega_{rst}} = 5,00$



\square $\Delta w/t = 0,0$ \triangle $\Delta w/t = 0,1$ \circ $\Delta w/t = 0,2$ \diamond $\Delta w/t = 0,3$ \ominus $\Delta w/t = 0,4$
 \times $\Delta w/t = 0,5$ \dagger $\Delta w/t = 1,0$ $*$ $\Delta w/t = 1,5$ \dagger $\Delta w/t = 2,0$ \blacktriangle $\Delta w/t = 2,5$
 $*$ $\Delta w/t = 3,0$ \blacktriangledown $\Delta w/t = 4,0$ $*$ $\Delta w/t = 5,0$ ---s--- $\Delta w/t = 10,0$

Bild D.42: Modifizierte Kapazitätskurve für $k_{st} = 2,00$ und $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$

D.2 Beulkurvenparameter abhängig von der Imperfektionsamplitude

Bild D.43: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 1,00$ Bild D.44: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 1,25$

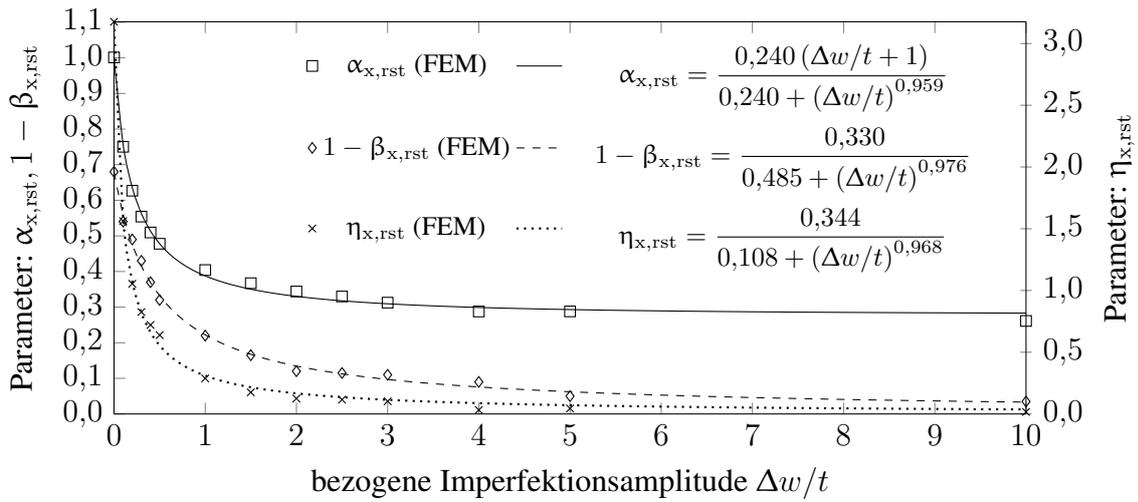


Bild D.45: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 1,50$

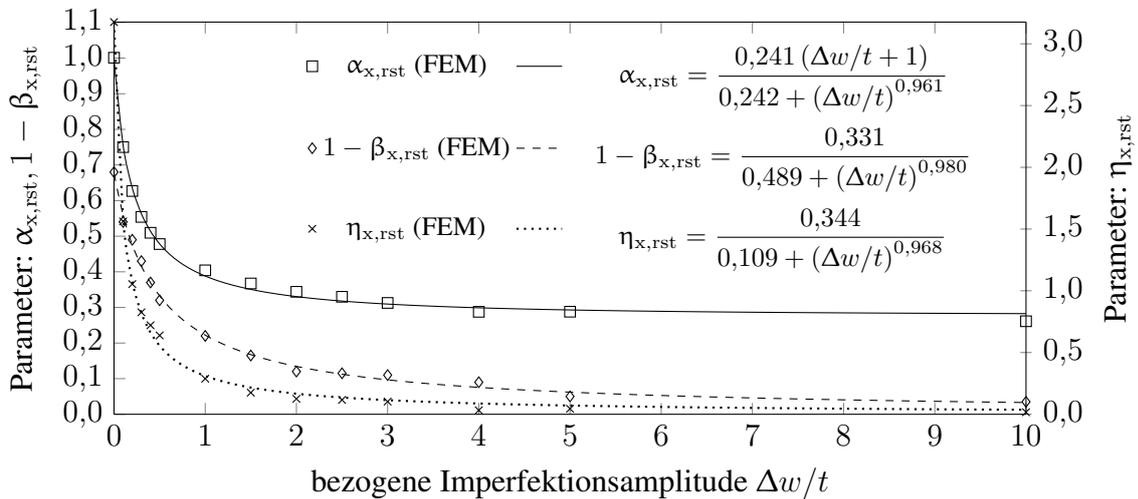


Bild D.46: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 1,75$

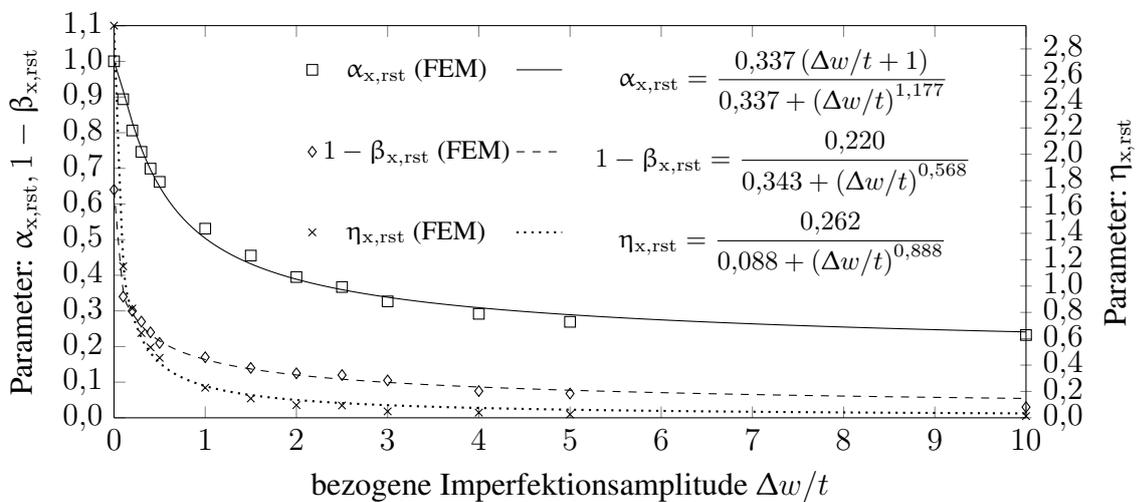


Bild D.47: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 2,00$

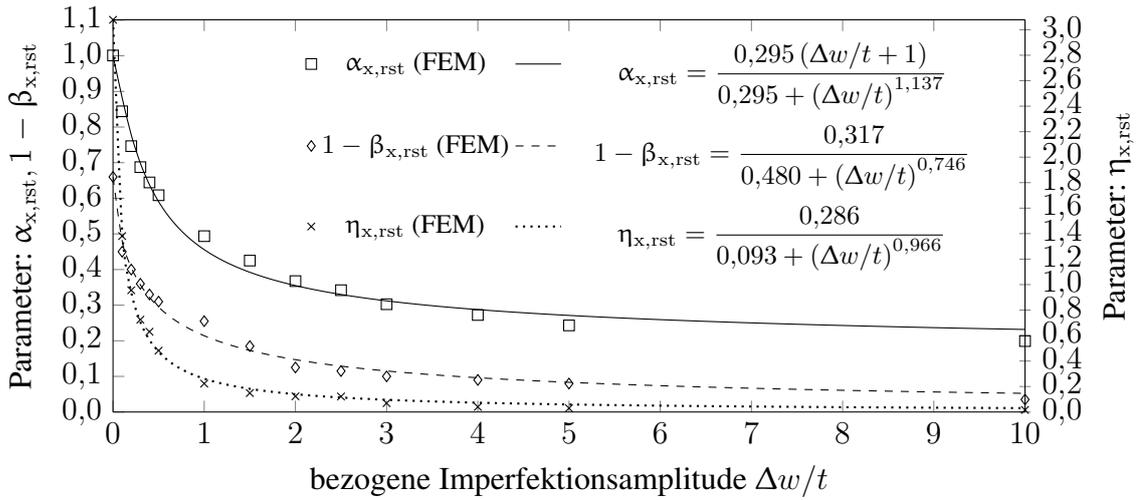


Bild D.48: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 2,25$

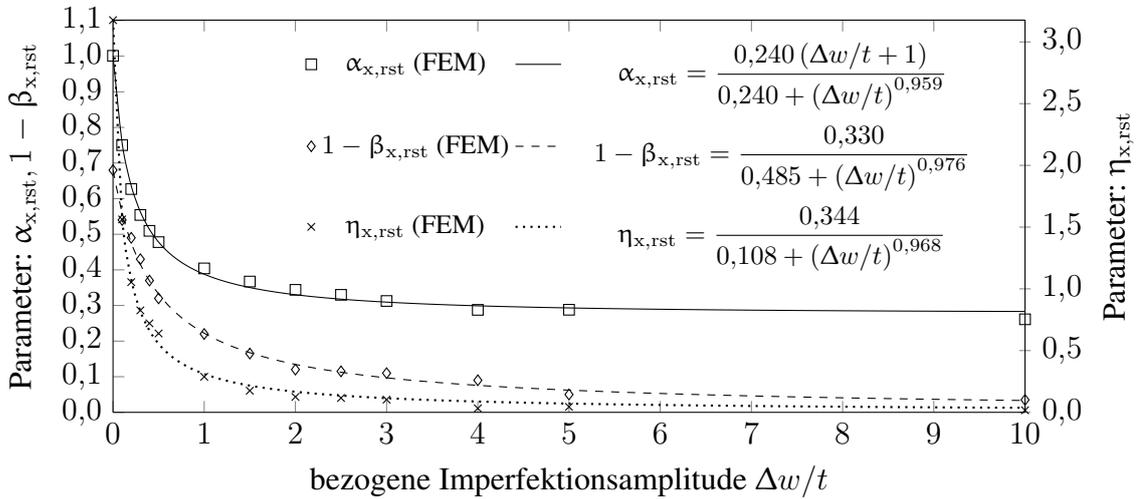


Bild D.49: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 2,50$

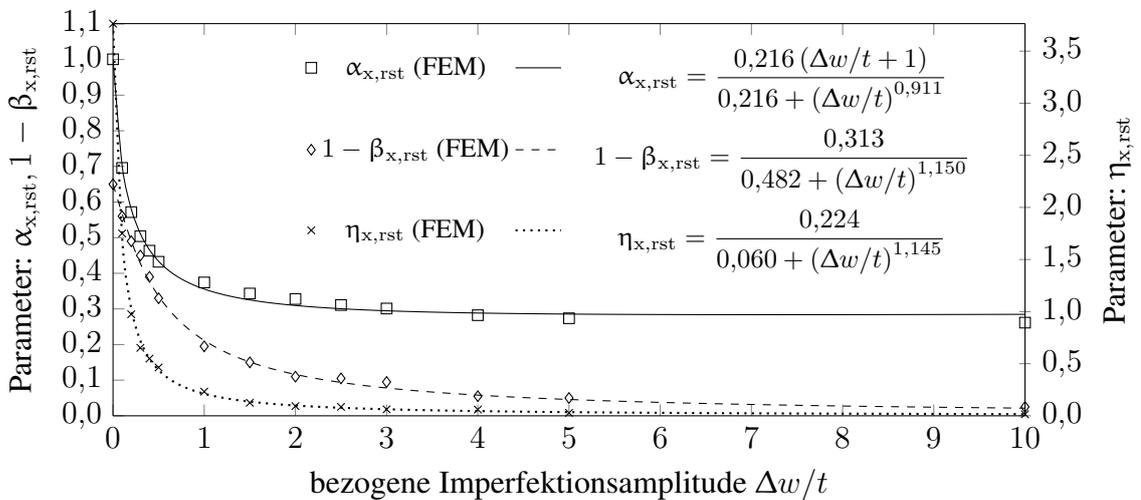


Bild D.50: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 2,75$

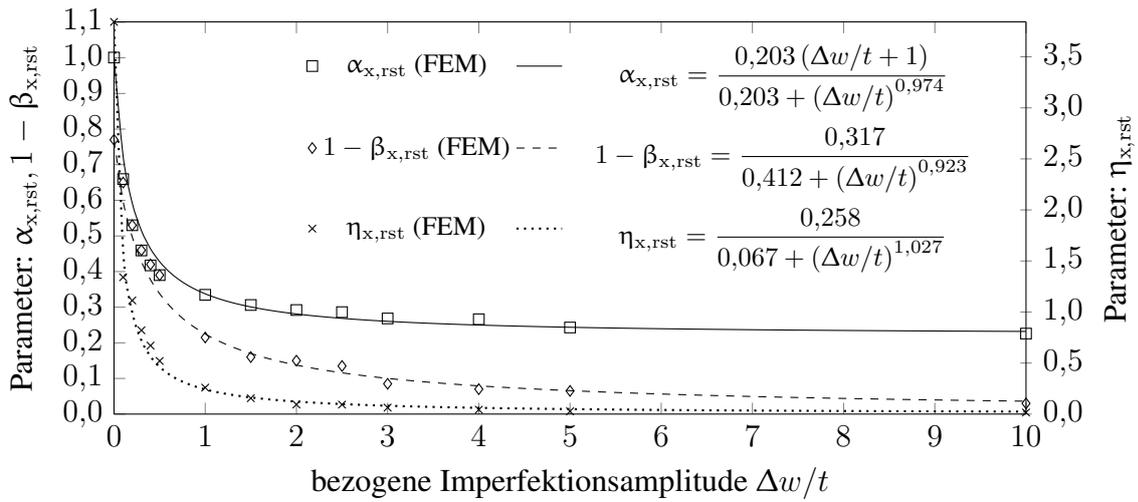


Bild D.51: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 3,00$

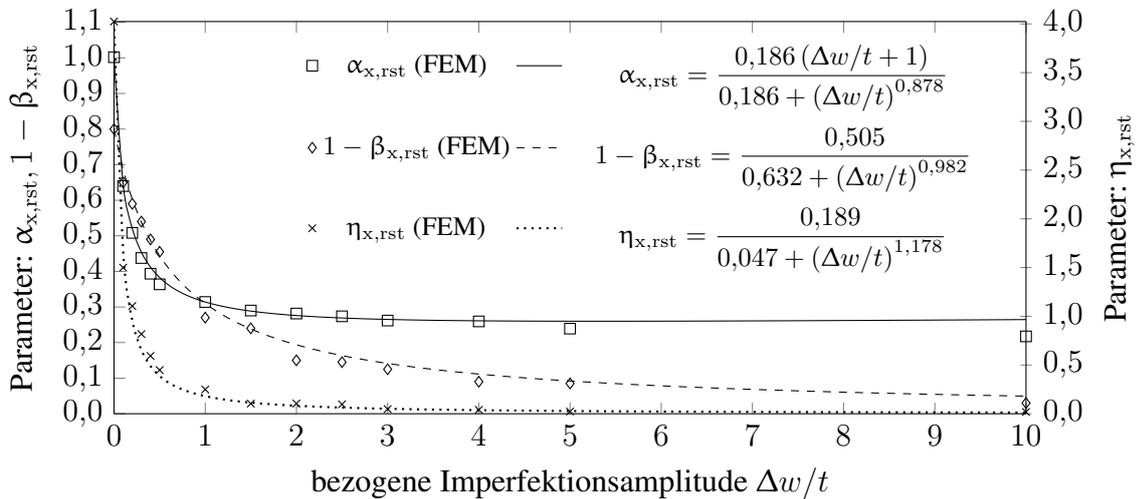


Bild D.52: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 3,25$

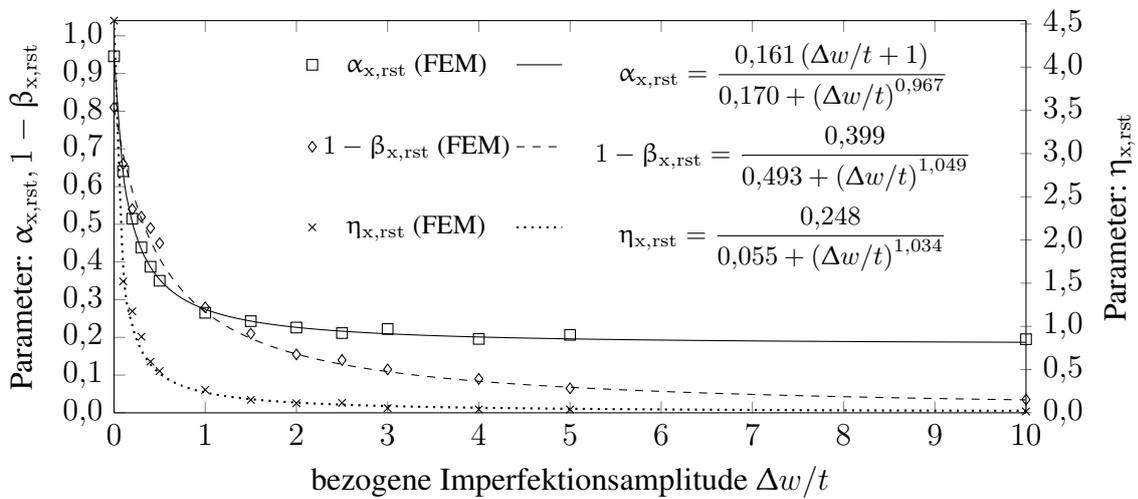


Bild D.53: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 3,50$

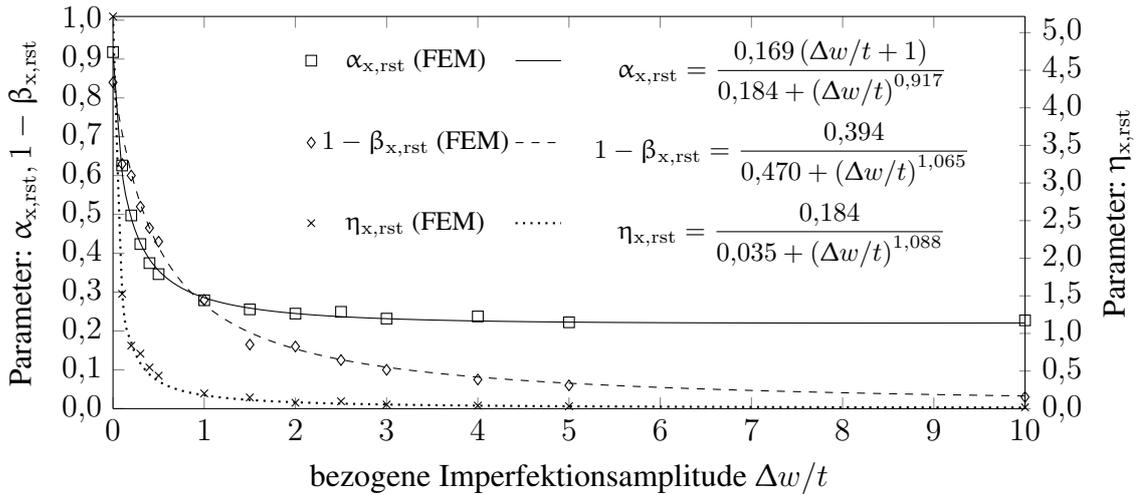


Bild D.54: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 4,00$

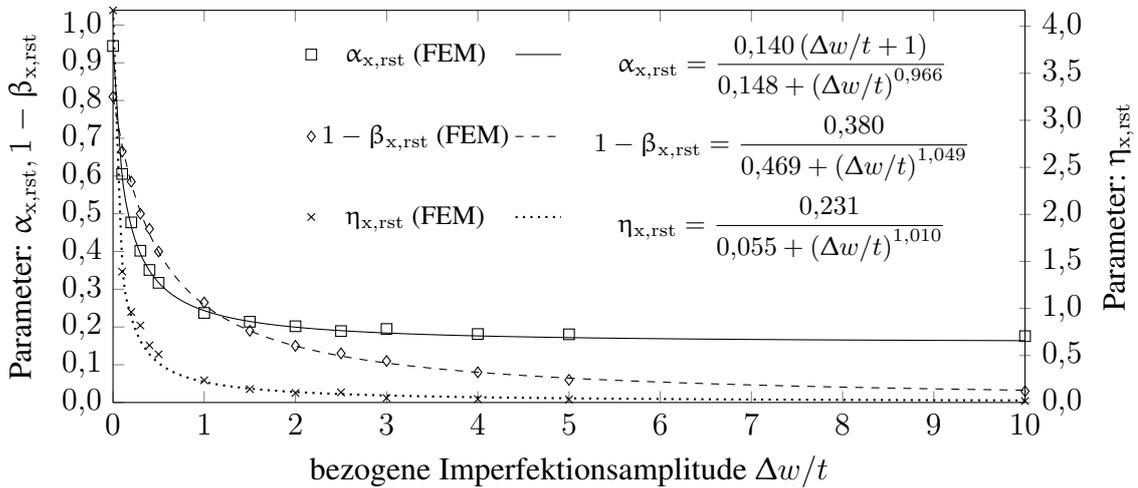


Bild D.55: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 5,00$

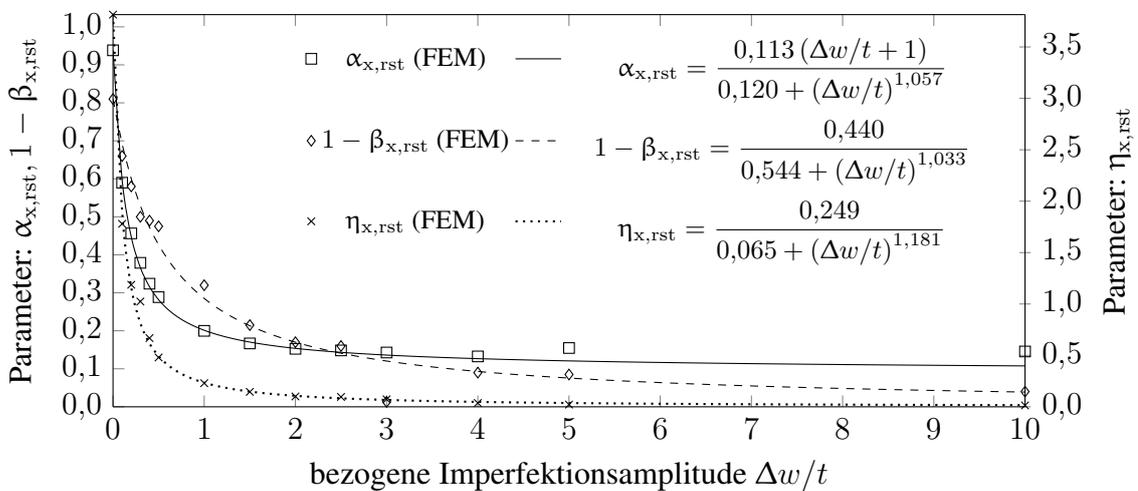


Bild D.56: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 0,40 \overline{\omega_{rst}} = 7,50$

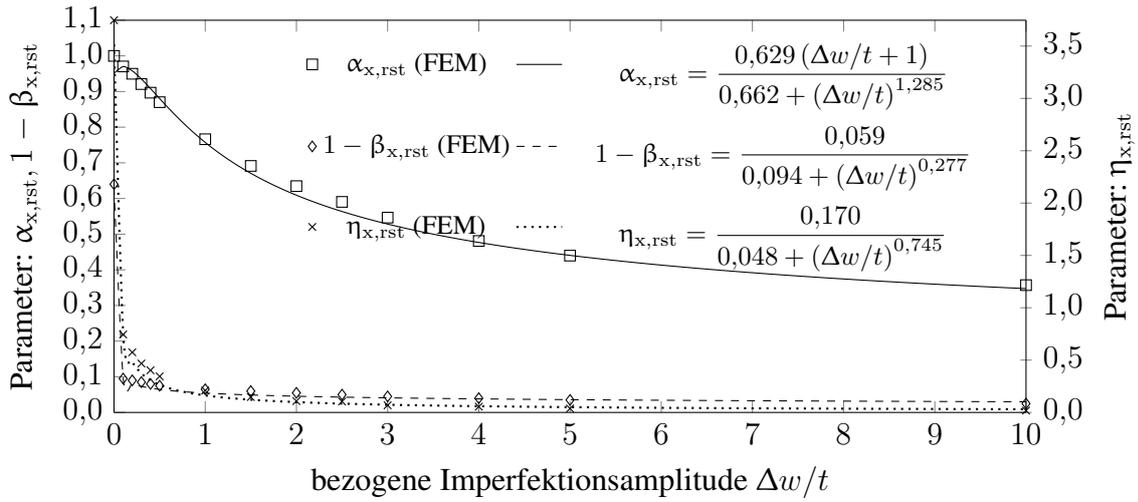


Bild D.57: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{w_{rst}} = 1,00$

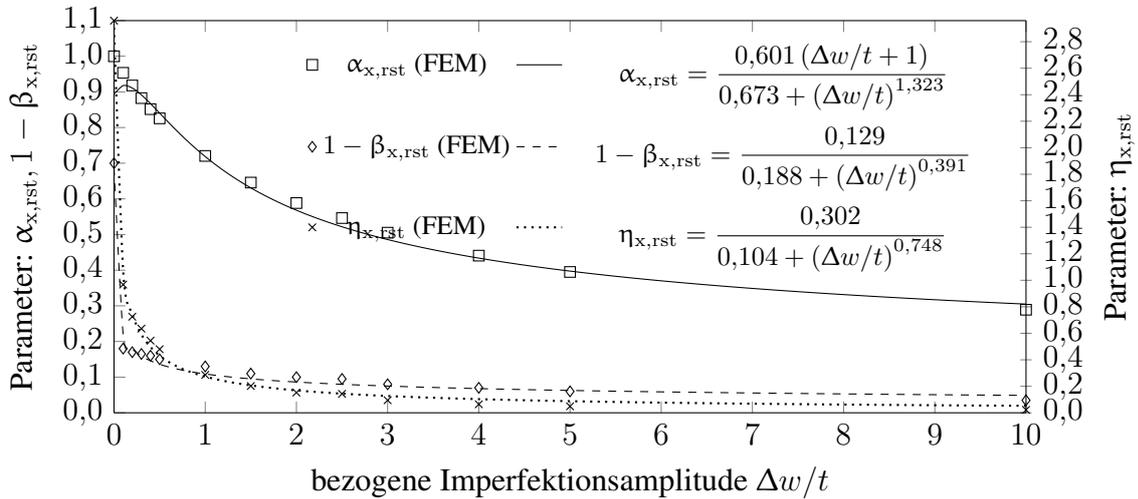


Bild D.58: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{w_{rst}} = 1,25$

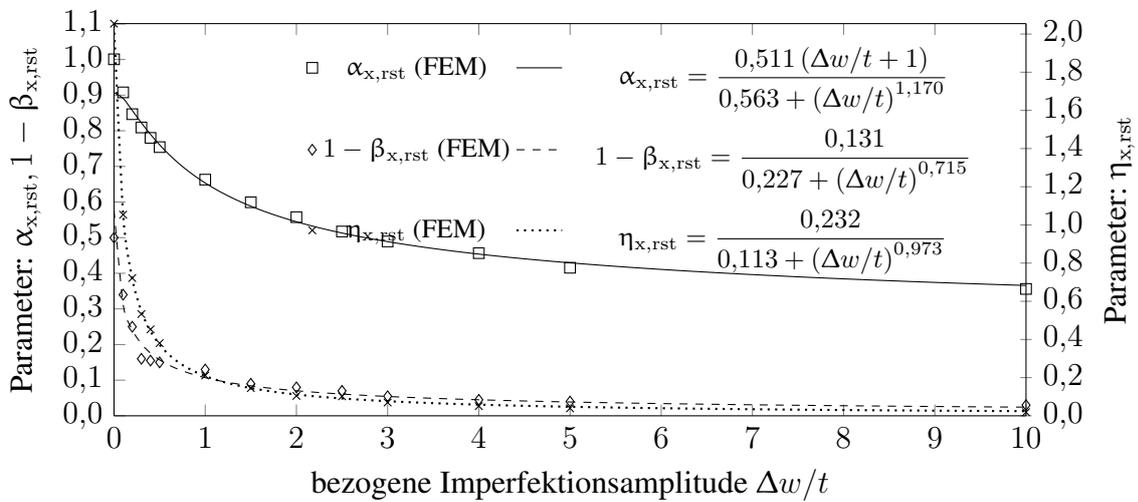


Bild D.59: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00$ $\overline{w_{rst}} = 1,50$

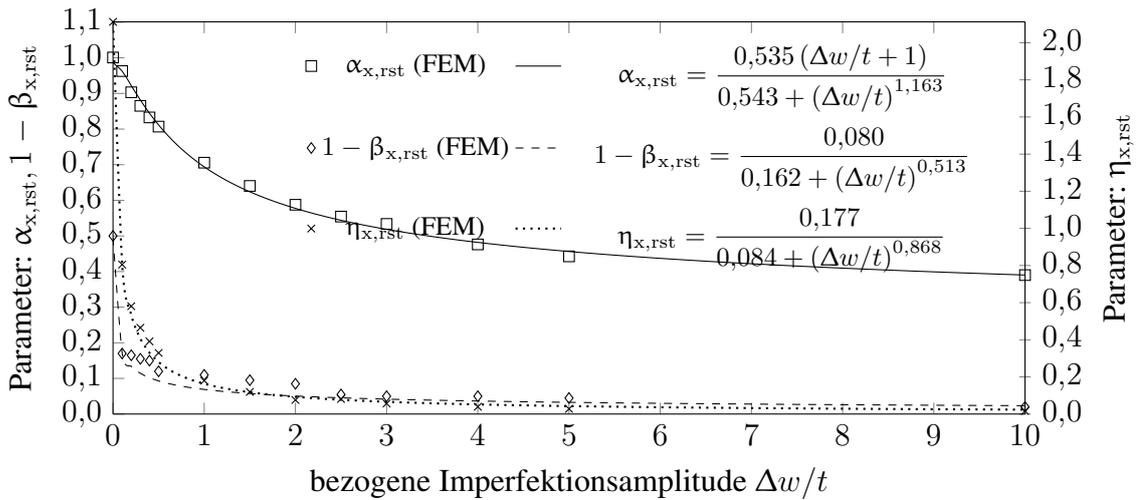


Bild D.60: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 1,75$

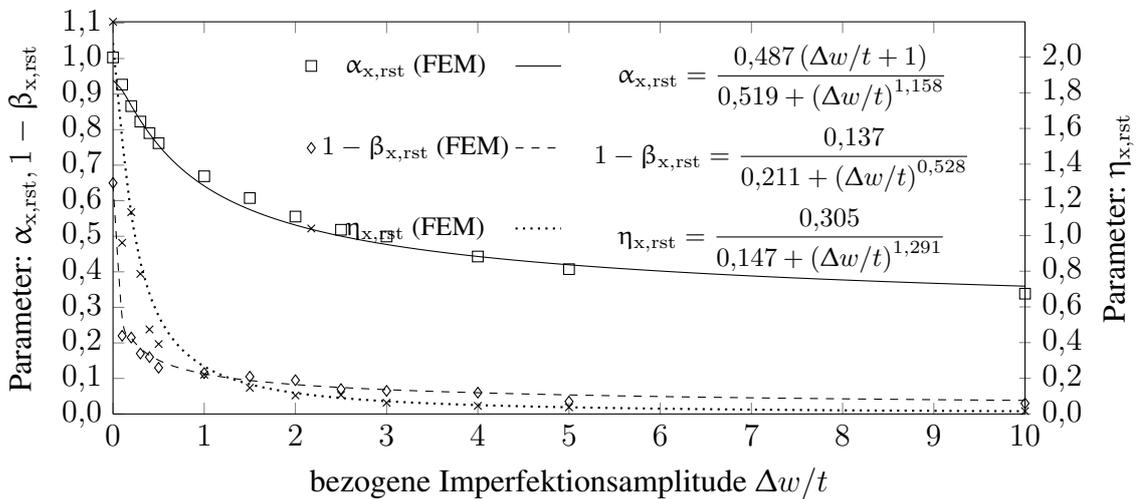


Bild D.61: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 2,00$

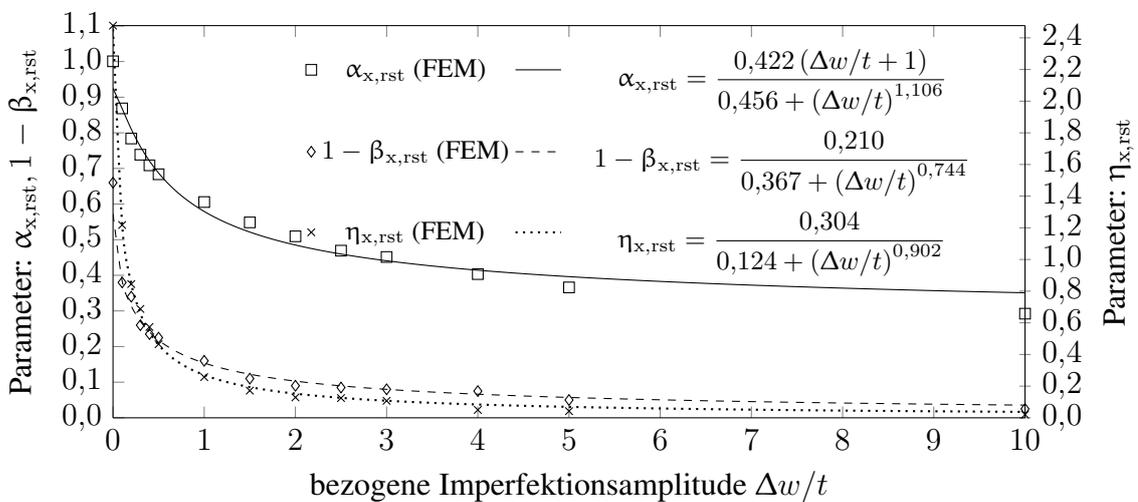


Bild D.62: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 2,25$

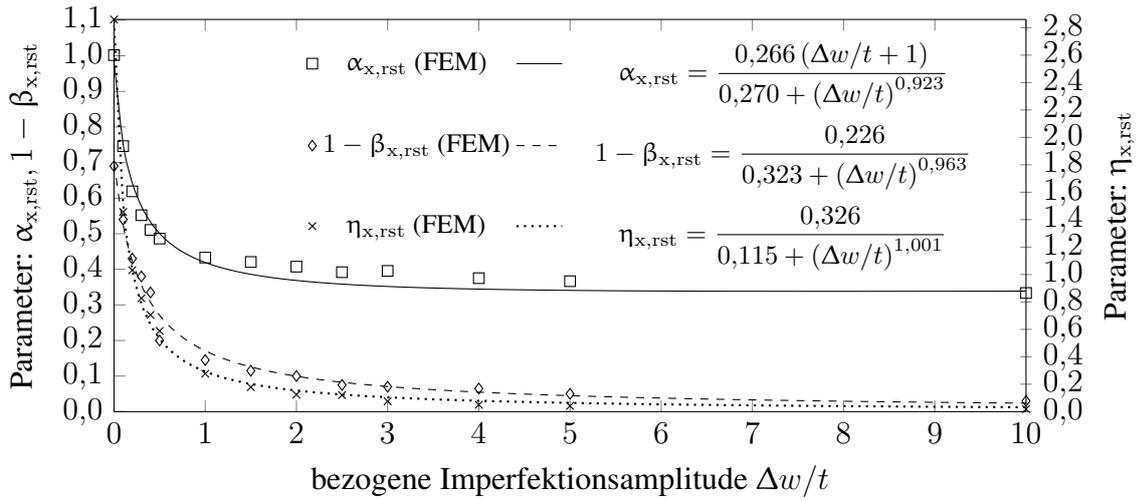


Bild D.63: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 2,50$

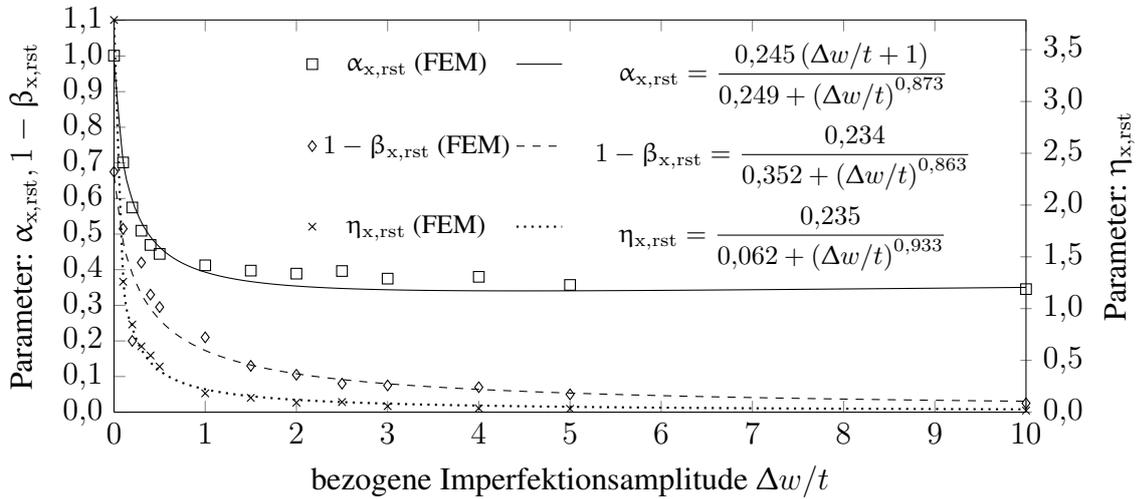


Bild D.64: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 2,75$

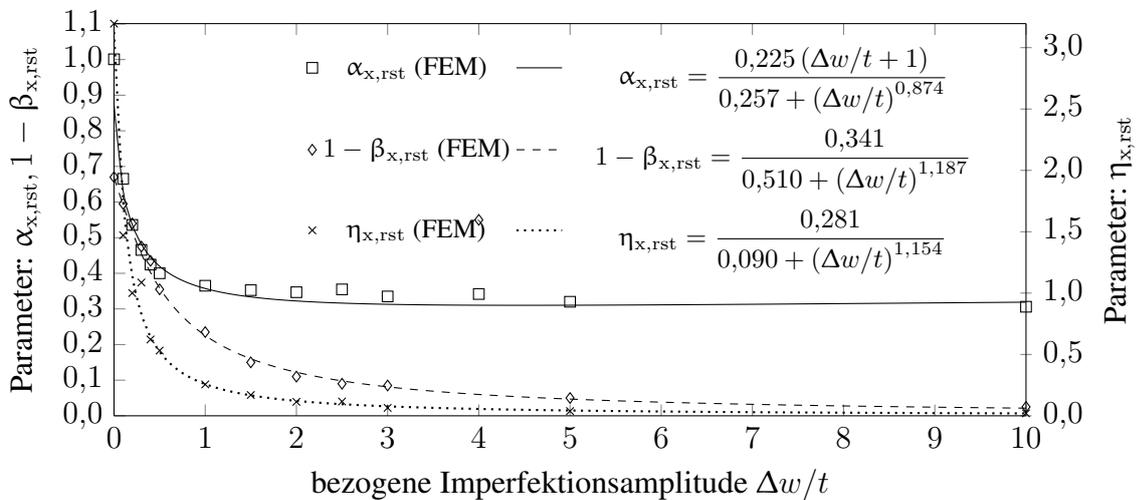


Bild D.65: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 3,00$

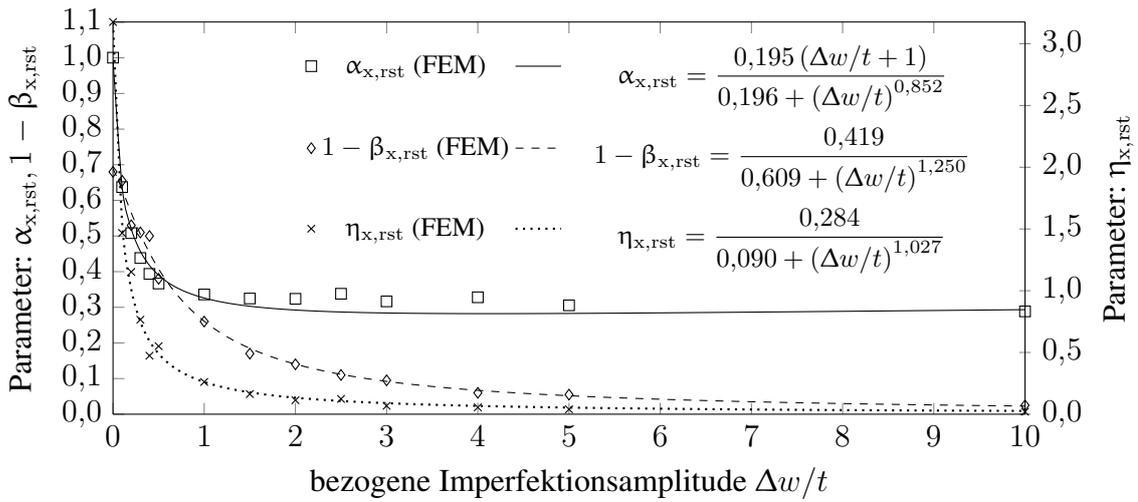


Bild D.66: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 3,25$

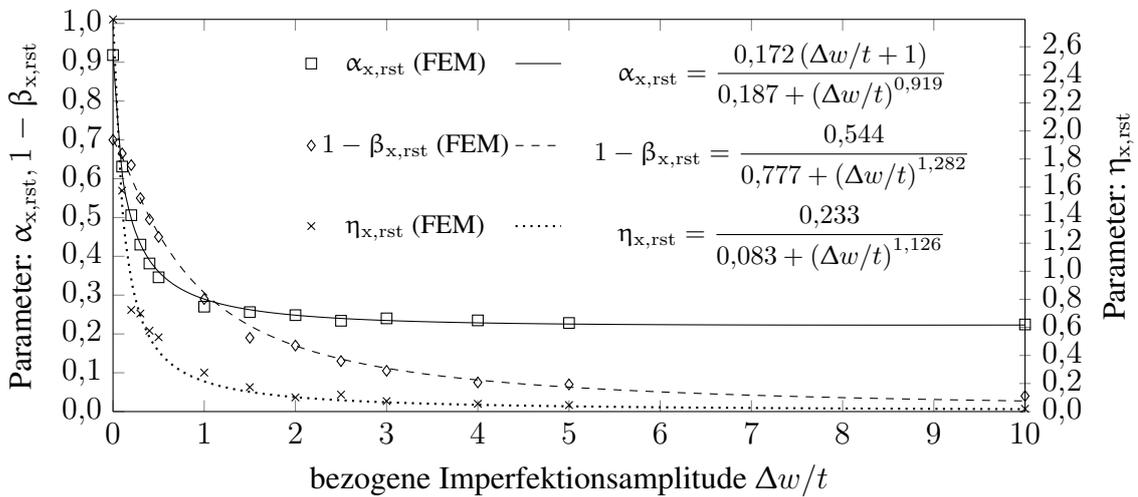


Bild D.67: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 3,50$

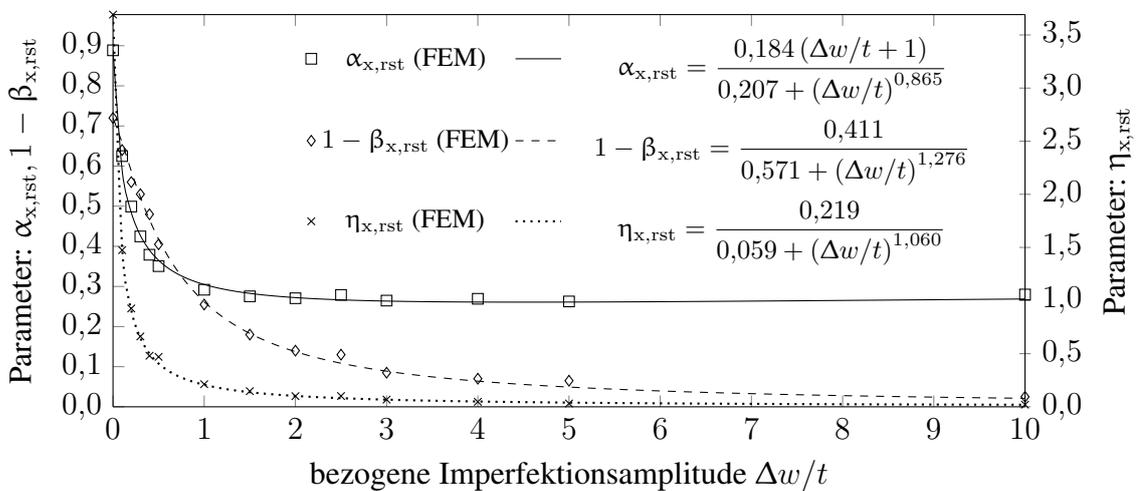


Bild D.68: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 4,00$

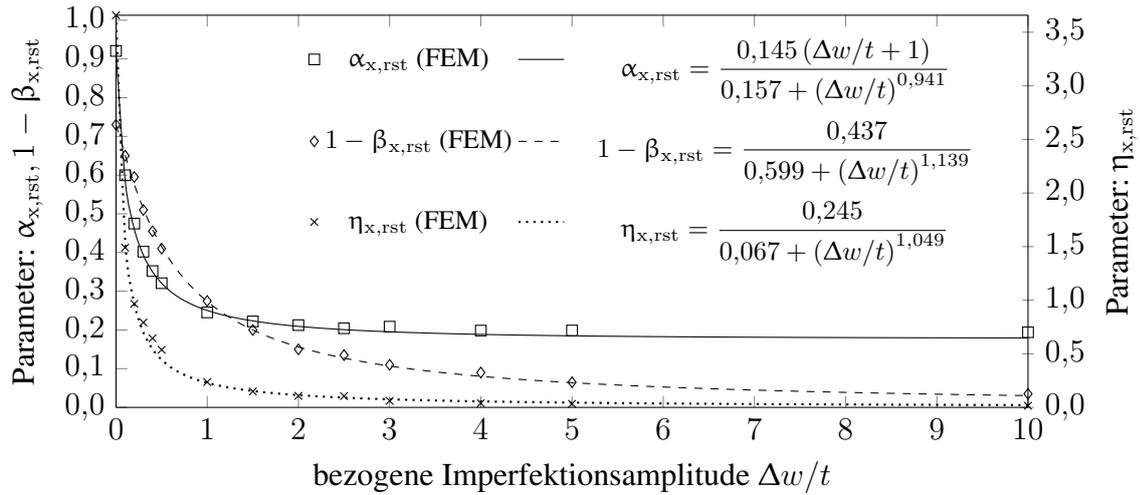


Bild D.69: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 5,00$

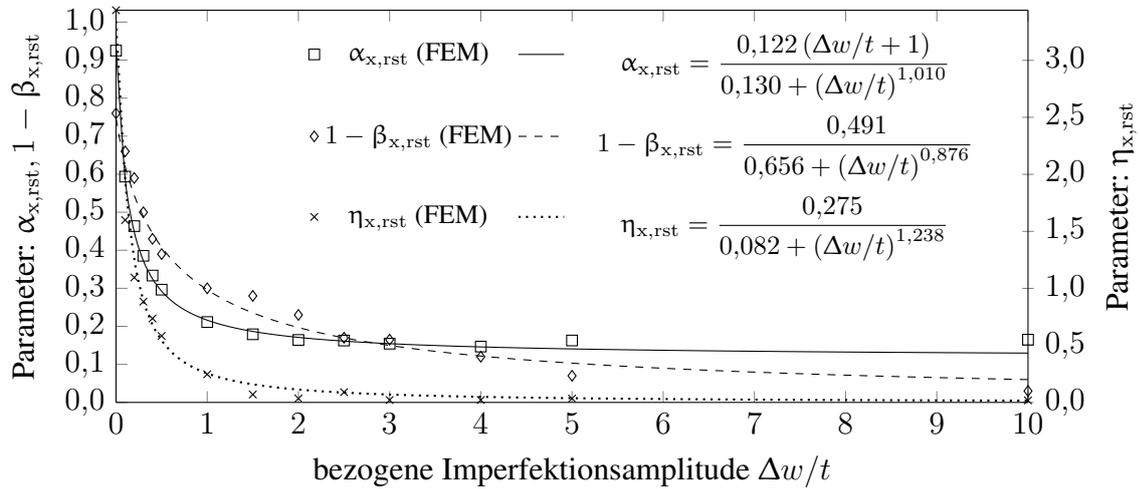


Bild D.70: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 1,00 \overline{\omega_{rst}} = 7,50$

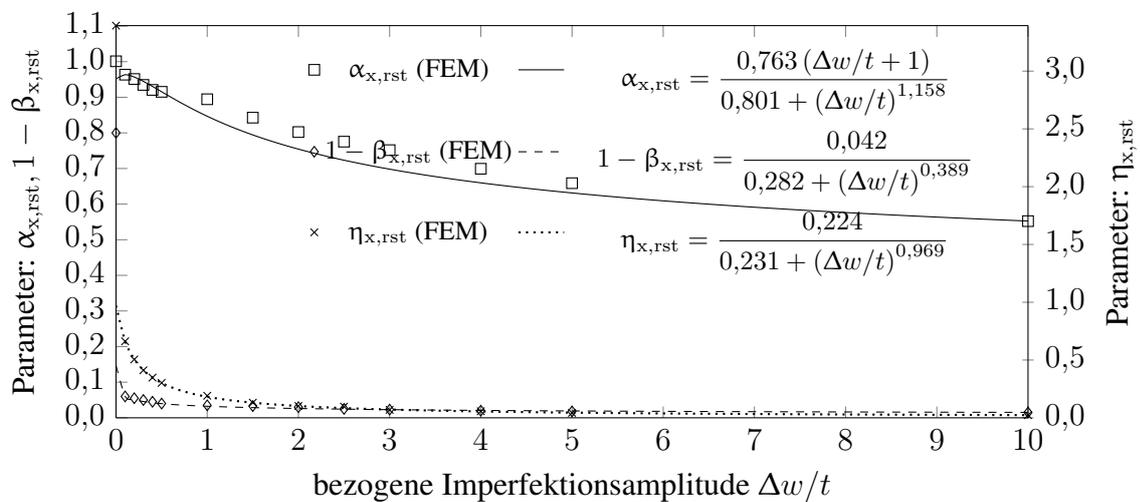


Bild D.71: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 1,00$

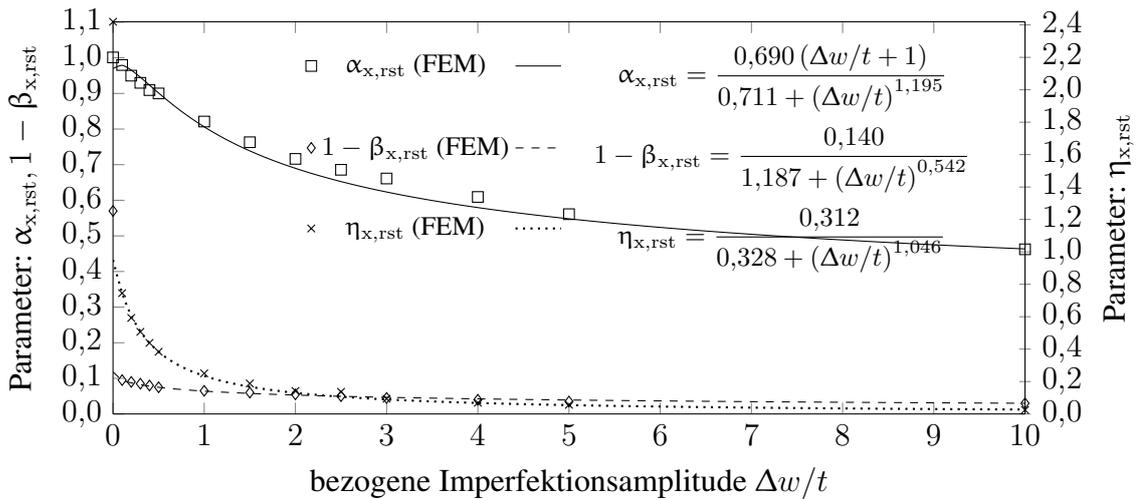


Bild D.72: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 1,25$

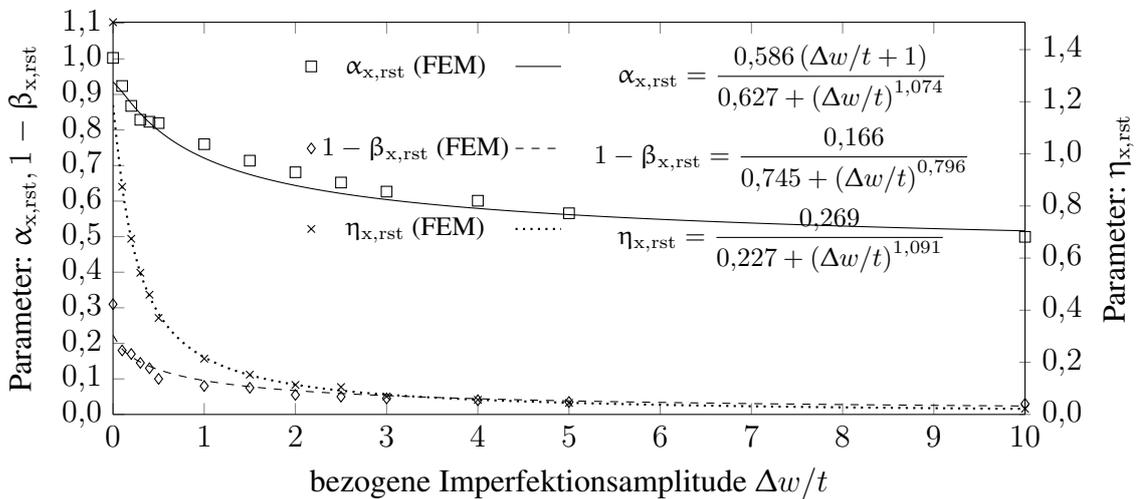


Bild D.73: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 1,50$

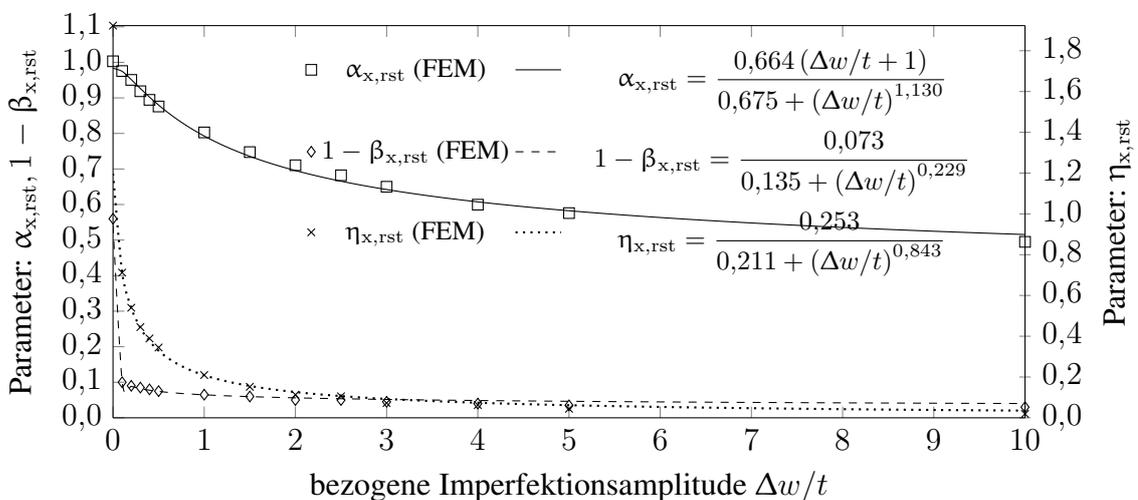


Bild D.74: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 1,75$

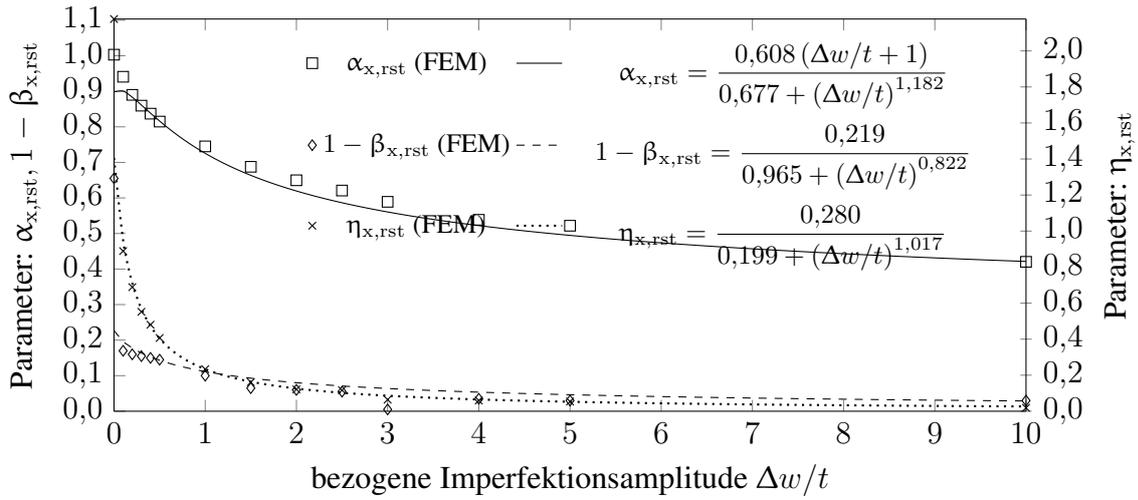


Bild D.75: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\bar{\omega}_{rst} = 2,00$

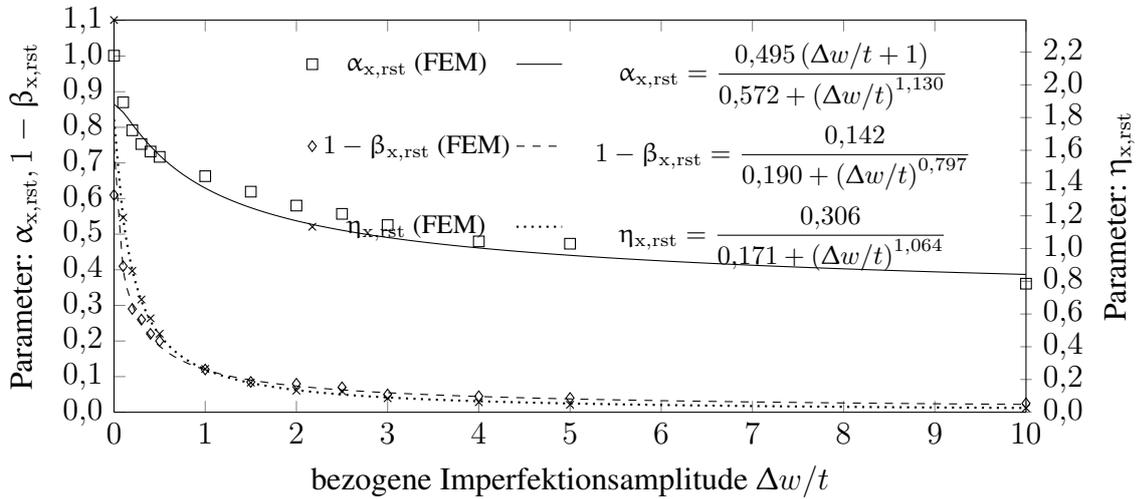


Bild D.76: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\bar{\omega}_{rst} = 2,25$

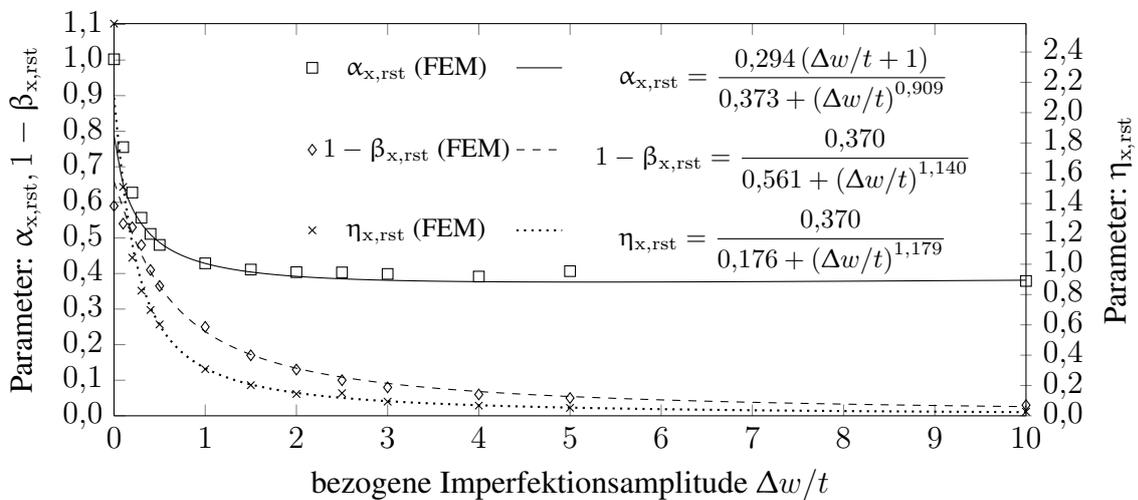


Bild D.77: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\bar{\omega}_{rst} = 2,50$

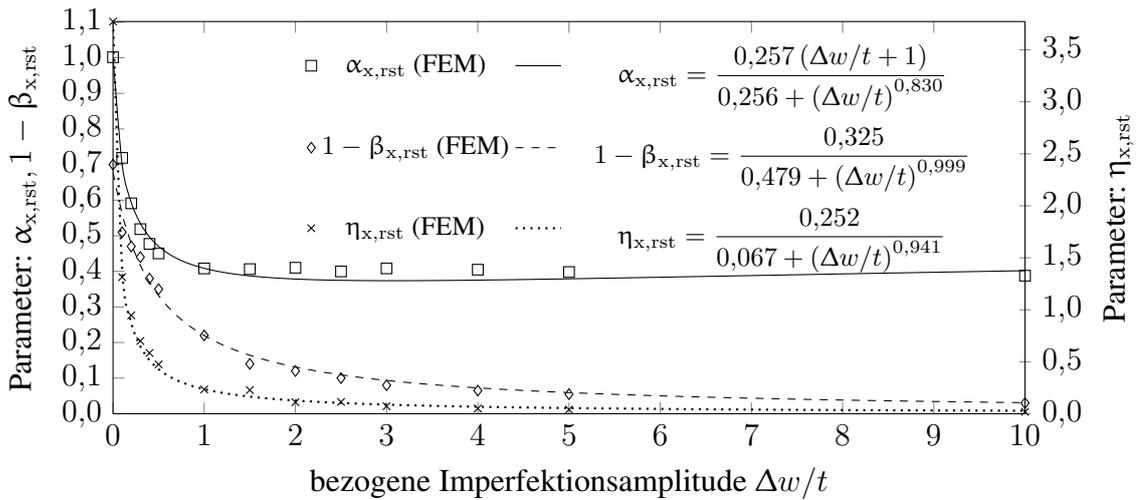


Bild D.78: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 2,75$

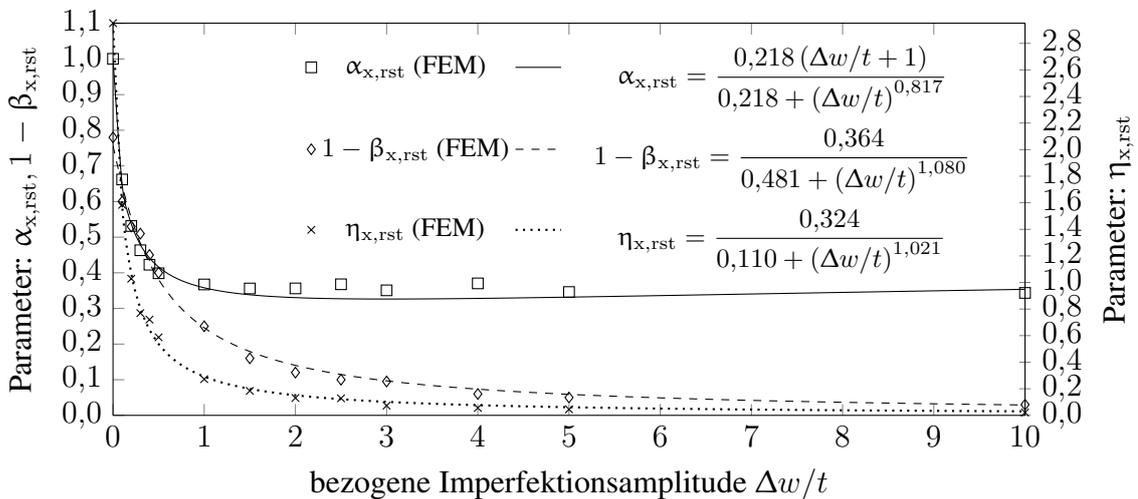


Bild D.79: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 3,00$

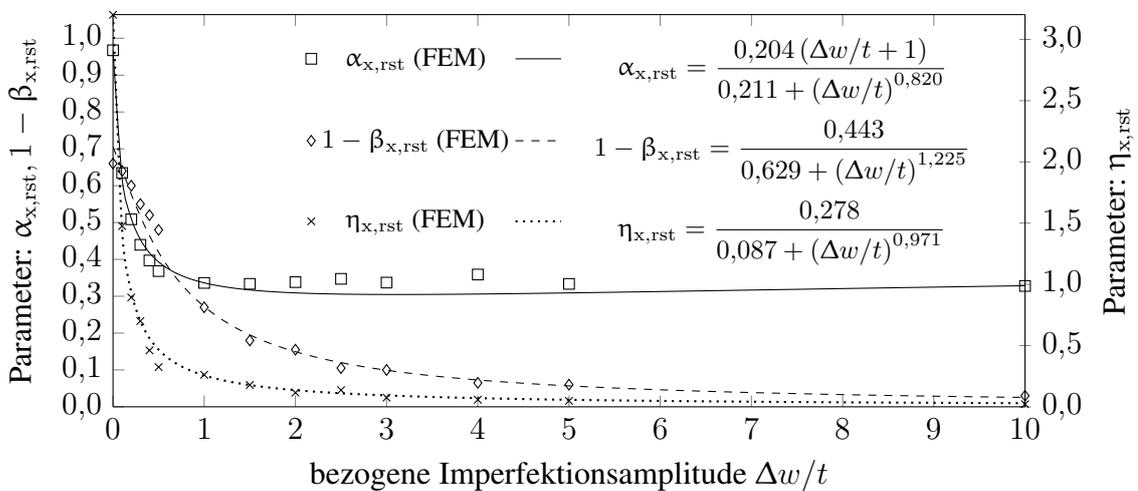


Bild D.80: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00 \overline{\omega_{rst}} = 3,25$

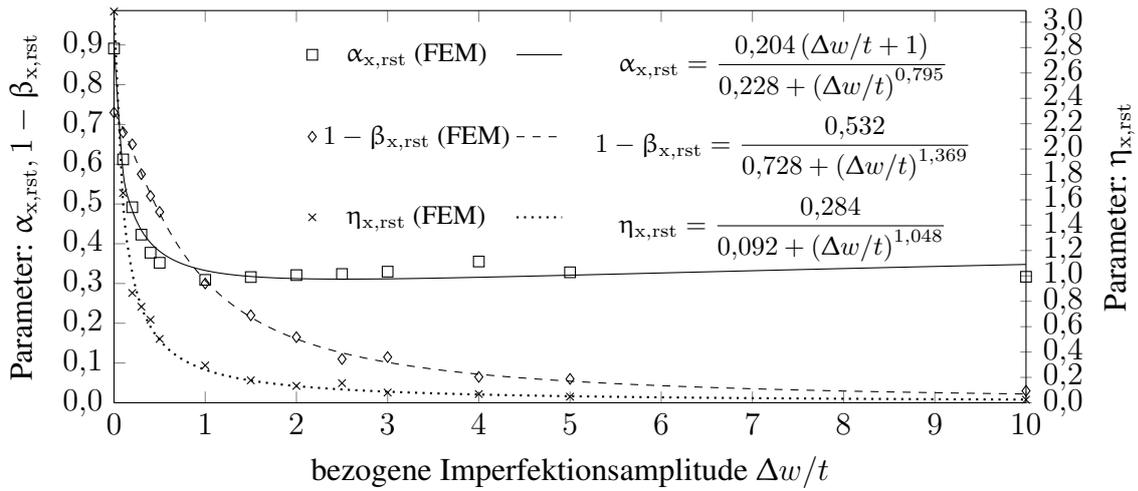


Bild D.81: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 3,50$

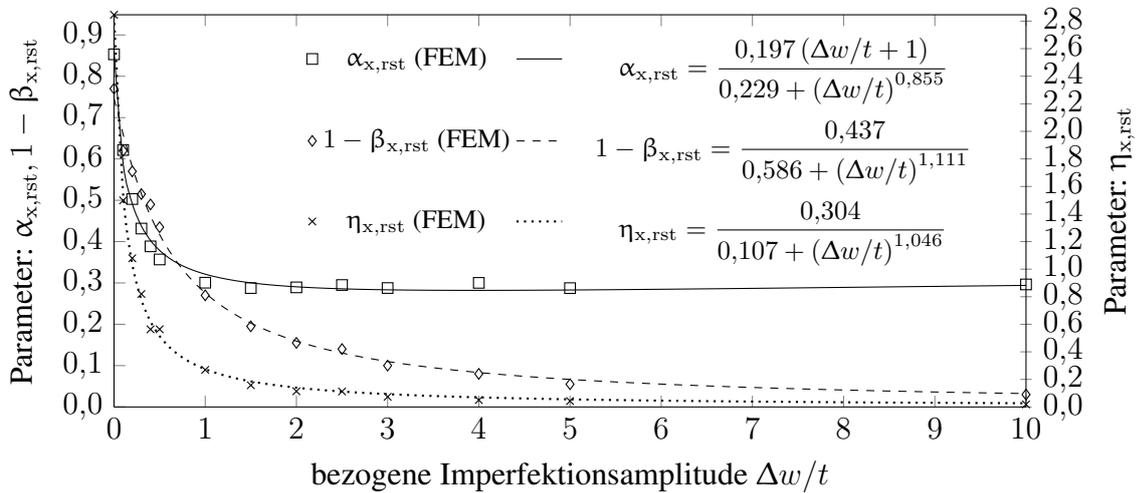


Bild D.82: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 4,00$

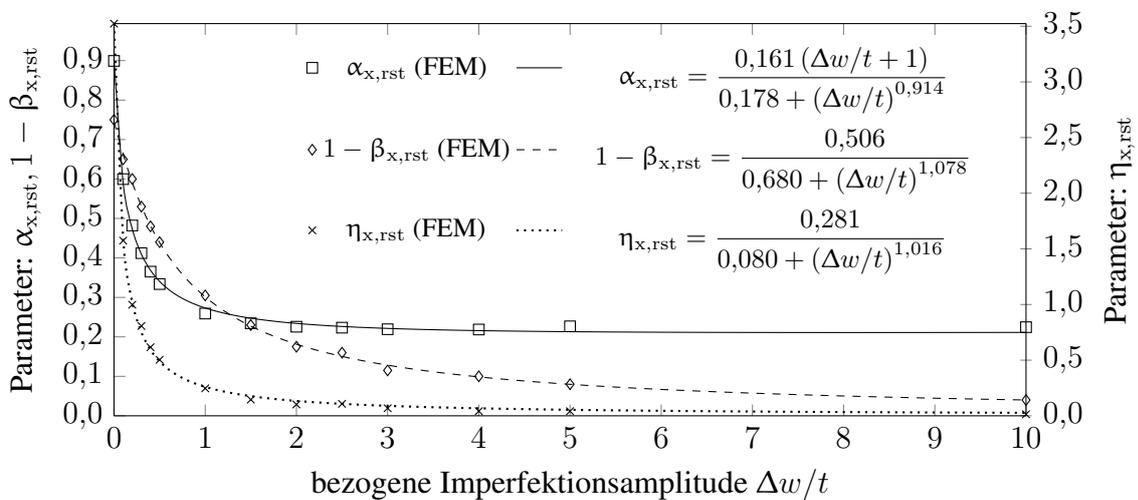
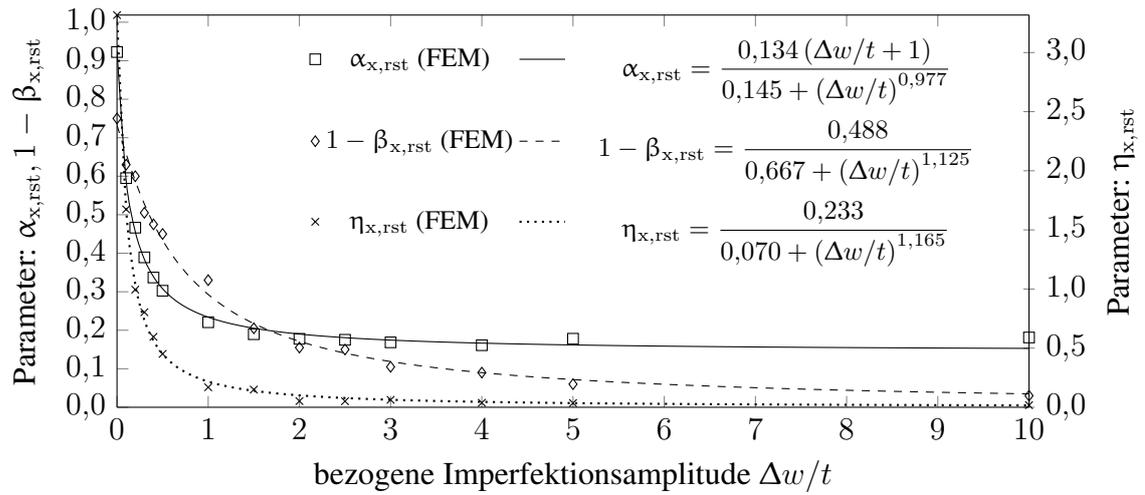


Bild D.83: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 5,00$

Bild D.84: Beulkurvenparameter für $k_{st} = 2,00$ $\overline{\omega}_{rst} = 7,50$

E Beispiele zur Anwendung der Nachweisverfahren

E.1 Beispiel eines windbelasteten Silos

E.1.1 Nachweis nach EN 1993-4-1:2007

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2007, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}$, $t = 15,00 \text{ mm}$, $l = 24000 \text{ mm}$
 Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$
 Lasten: $n_{x,0,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$
 Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; $\beta_x = 0,6$; $\eta_x = 1,0$; α_x wird berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{4000 \cdot 15,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{25,33}{25,33} = 1,00 \geq 0,50$$

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{15,00}{4000}} = 0,031 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,031}{0,40} - 1 = 1,423$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{4000}{15,00}} \cdot \arccos\left(\frac{25,33}{25,33}\right) = 0,00$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,031 \cdot 0,00}{1 + (1,423) \cdot 0,00} = 1,00$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{4000}{15,00}} = 0,65$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,62}{1 + 1,91\psi \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{1,44}} = \frac{0,62}{1 + 1,91 \cdot 1,00 \cdot 0,65^{1,44}} = 0,306$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{24000}{\sqrt{4000 \cdot 15,00}} = 97,98 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5\frac{r}{t} = 133 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{15,00}{4000} = 476,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 < \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,306}{1 - 0,60}} = 0,87$$

$$\chi_x = 1 - \beta_x \left(\frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_{x0}}{\bar{\lambda}_{xp} - \bar{\lambda}_{x0}} \right)^{\eta_x} = 1 - 0,60 \left(\frac{0,86 - 0,20}{0,87 - 0,20} \right)^{1,00} = 0,41$$

$$\sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,41 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{132,3 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 132,3 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.1.2 Nachweis nach EN 1993-4-1:2017

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2017, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}$, $t = 15 \text{ mm}$; $Q = 25$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{4000 \cdot 15,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{25,33}{25,33} = 1,00$$

Nach 5.3.2.4(9) muss gelten: $0,3 < s < 0,8$; andernfalls: $s = 0,5$.

Diese Forderung wird nicht berücksichtigt, da für $s > 0,8$ dann $s = 0,5$ zu wählen wäre und ein unsicheres Ergebnis die Folge wäre.

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{15,00}{4000}} = 0,031 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,031}{0,40} - 1 = 1,423$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{4000}{15,00}} \cdot \arccos\left(\frac{25,33}{25,33}\right) = 0,00$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,031 \cdot 0,00}{1 + (1,423) \cdot 0,00} = 1,00$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{4000}{15,00}} = 0,65$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,83}{1 + 2,2 \psi \left(\frac{\Delta w_k}{t} \right)^{0,88}} = \frac{0,83}{1 + 2,2 \cdot 1,00 \cdot 0,65^{0,88}} = 0,331$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{24000}{\sqrt{4000 \cdot 15,00}} = 97,98 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t} = 133 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{15,00}{4000} = 476,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,331}{1 - 0,466}} = 0,79$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,33}{0,86^2} = 0,45 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,45 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{145,2 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 145,2 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.1.3 Nachweis als unversteifter Zylinder

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für unversteifte Kreiszy-linderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 3.7.1.2:

Eingabedaten und Grundparameter:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}, t = 15 \text{ mm}$
 Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2, E = 210000 \text{ N/mm}^2,$
 Lasten: $n_{x,0,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}, n_{x,1,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$
 Beulparameter: $Q = 25; \bar{\lambda}_{x0}, \beta_x, \eta_x, \alpha_x$ werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{25,33}{25,33} = 1,00$$

Bestimmung der Beulkurvenparameter:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42} = 0,46$$

$$\alpha_{x0} = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{0,46}} = 0,287$$

$$\beta_x = 1 - \frac{0,508}{0,864 + 0,460^{1,197}} = 0,596$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{24000}{\sqrt{4000 \cdot 15,00}} = 97,98 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t} = 133 \leadsto C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{15,00}{4000} = 476,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,290}{1 - 0,60}} = 0,85$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x,0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,290}{0,86^2} = 0,39 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,39 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{125,9 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 125,9 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.1.4 Nachweis als engringversteifter Zylinder

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für engringversteifte Kreiszylinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 4.6:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}$, $t = 15 \text{ mm}$, $A_{st} = 2000 \text{ mm}^2$, $a_{st} = 1300 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{xEd} = \frac{n_{xEd}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Widerstand des unversteiften Zylinders:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42} = 0,46$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{0,46}} = 0,287$$

Widerstand des engringversteiften Zylinders:

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} = \frac{2000,0}{1300,0 \cdot 15,00} = 0,100$$

$$\bar{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73 \sqrt{rt}} = \frac{1300,0}{1,73 \sqrt{4000,0 \cdot 15,00}} = 3,07 \geq 1,00$$

$\bar{\omega}_{rst} = 3,07 > 2 \rightarrow$ Kein eng ringversteifter Zylinder! $\leadsto \chi_x$ muss für beliebig ringversteiften Kreiszylinder unter Axialdruck bestimmt werden!

E.1.5 Nachweis als ringversteifter Zylinder – Regelverfahren

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem Regelverfahren für beliebig ringversteifte Kreiszylinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 5.4

Eingabedaten und Grundparameter:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}$, $t = 15 \text{ mm}$, $A_{\text{st}} = 2000 \text{ mm}^2$, $a_{\text{st}} = 1300 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,\text{Ed}} = 380,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x\text{Ed}} = \frac{n_{x\text{Ed}}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor des unversteiften Zylinders:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42} = 0,46$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{0,46}} = 0,287$$

Geometrische Hilfsgrößen für den ringersteiften Zylinder:

$$k_{\text{st}} = \frac{A_{\text{st}}}{a_{\text{st}} t} = \frac{2000,0}{1300,0 \cdot 15,00} = 0,100$$

$$\bar{\omega}_{\text{rst}} = \frac{a_{\text{st}}}{1,73\sqrt{rt}} = \frac{1300,0}{1,73\sqrt{4000,0 \cdot 15,00}} = 3,07 \geq 2,00$$

Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor des ringversteiften Zylinders:

$$Q_{\text{rst}} = (7 - \bar{\omega}_{\text{rst}}) Q \begin{cases} \geq 2Q \\ \leq 5Q \end{cases}$$

$$= (7 - 3,07) \cdot 25 = 98,25 \begin{cases} \geq 2 \cdot 25 = 50 \\ \leq 5 \cdot 25 = 125 \end{cases}$$

$$\frac{\Delta w_{k,\text{rst}}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{Q_{\text{rst}}} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42}$$

$$= 0,05 \left(\frac{40}{98,25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42}$$

$$= 0,30$$

Unterer Grenzwert:

$$\alpha_x(k_{st} = 0,00) = \alpha_{x,\min}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{x,\min} &= \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{0,46}} \\ &= 0,287\end{aligned}$$

Oberer Grenzwert:

$$\alpha_{x,\text{rst}}(k_{st} = 0,40) = \alpha_{x,\max}$$

$$a_1 = \frac{0,138}{-1,054 + 1,460^{3,07}} \cdot 3,07 = 0,198$$

$$a_2 = \frac{0,185}{-0,466 + 3,07^{1,032}} \cdot 3,07 = 0,209$$

$$a_3 = \frac{0,014}{-1,005 + 1,016^{3,07}} \cdot 3,07 = 0,974$$

$$\begin{aligned}\alpha_{x,\max} &= \frac{a_1 (\Delta w_{k,\text{rst}}/t + 1)}{a_2 + (\Delta w_{k,\text{rst}}/t)^{a_3}} = \frac{0,198 (0,30 + 1)}{0,209 + 0,30^{0,974}} \\ &= 0,497\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_x \leq \alpha_{x,\text{rst}} &= \frac{\alpha_{x,\max} - \alpha_{x,\min}}{k_{st\max} - k_{st\min}} (k_{st} - k_{st\min}) + \alpha_{x,\min} \\ &= \frac{0,497 - 0,287}{0,400 - 0,000} (0,100 - 0,000) + 0,287 \\ &= 0,339 \leq 0,9 + \frac{k_{st}}{10} = 0,910\end{aligned}$$

Plastischer Bereichsfaktor des ringversteiften Zylinders:

Unterer Grenzwert:

$$\beta_x (k_{st} = 0,00) = \beta_{x,\min}$$

$$\begin{aligned} \beta_{x,\min} &= 1 - \frac{0,508}{0,864 + 0,46^{1,197}} \\ &= 0,596 \end{aligned}$$

Oberer Grenzwert:

$$\beta_{x,\text{rst}} (k_{st} = 0,40) = \beta_{x,\max}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= (0,152 \cdot 3,07^{1,527} + 0,007) / 3,07 \\ &= 0,277 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= (0,065 \cdot 3,07^{1,972} + 1,083) / 3,07 \\ &= 0,546 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 &= [0,647 \cdot 3,07^{1,737} + (-0,066)] / 3,07^{1,5} \\ &= 0,832 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{x,\max} &= 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_k / t)^{b_3}} \\ &= 1 - \frac{0,277}{0,546 + 0,30^{0,832}} \\ &= 0,697 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{x,\text{rst}} &= \frac{\beta_{x,\max} - \beta_{x,\min}}{k_{st\max} - k_{st\min}} (k_{st} - k_{st\min}) + \beta_{x,\min} \\ &= \frac{0,697 - 0,596}{0,400 - 0,000} (0,100 - 0,000) + 0,596 = 0,621 \end{aligned}$$

Hilfswerte zur Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors des ringversteiften Zylinders:

$$\omega_{\text{rst}} = \frac{a_{st}}{\sqrt{rt}} = \frac{1300}{\sqrt{4000 \cdot 15,00}} = 5,31 \longrightarrow 1,7 \leq \omega_{\text{rst}} \leq 0,5 \frac{r}{t} = 133 \curvearrowright C_{x,\text{rst}} = 1$$

$$\sigma_{x,\text{Rcr},\text{rst}} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{15,00}{4000} = 476,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_{x,\text{rst}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,\text{Rcr},\text{rst}}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 < \bar{\lambda}_{x,\text{p},\text{rst}} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,\text{rst}}}{1 - \beta_{x,\text{rst}}}} = \sqrt{\frac{0,339}{1 - 0,621}} = 0,95$$

Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors des ringversteiften Zylinders:

Unterer Grenzwert:

$$\eta_x (k_{st} = 0,00) = \eta_{x,\min}$$

$$\eta_x = \frac{0,149}{0,073 + 0,46^{1,294}} = 0,339$$

Oberer Grenzwert:

$$\eta_{x,\text{rst}} (k_{st} = 0,40) = \eta_{x,\min}$$

$$e_1 = \frac{0,148}{-0,384 + 3,07^{0,909}} \cdot 3,07 = 0,190$$

$$e_2 = (0,020 \cdot 3,07^{2,557} + 0,243) / 3,07^2 \\ = 0,063$$

$$e_3 = (0,491 \cdot 3,07^{1,379} + 0,501) / 3,07 \\ = 0,914$$

$$\eta_{x,\max} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w_{k,\text{rst}}/t)^{e_3}} = \frac{0,190}{0,063 + 0,30^{0,914}} \\ = 0,480$$

$$\eta_{x,\text{rst}} = \frac{\eta_{x,\max} - \eta_{x,\min}}{k_{st\max} - k_{st\min}} (k_{st} - k_{st\min}) + \eta_{x,\min} \\ = \frac{0,480 - 0,339}{0,400 - 0,000} (0,100 - 0,000) + 0,339 = 0,374$$

$$\bar{\lambda}_{x0,\text{rst}} = \frac{Q}{\min(125; 100 + 5 \bar{\omega}_{\text{rst}})} = \frac{25}{\min(125; 100 + 5 \cdot 3,070)} = 0,22$$

$$\chi_{x,\text{rst}} = 1 - \beta_{x,\text{rst}} \left(\frac{\bar{\lambda}_{x,\text{rst}} - \bar{\lambda}_{x0,\text{rst}}}{\bar{\lambda}_{xp,\text{rst}} - \bar{\lambda}_{x0,\text{rst}}} \right)^{\eta_{x,\text{rst}}} = 1 - 0,62 \left(\frac{0,86 - 0,22}{0,95 - 0,22} \right)^{0,37} = 0,410$$

$$\sigma_{x,\text{Rd}} = \chi_{x,\text{rst}} \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,410 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{132,3 \text{ N/mm}^2}}$$

Nachweisergebnis des ringversteiften Zylinders:

$$\sigma_{x,\text{Rd}} = 132,3 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,\text{Ed}} = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.1.6 Nachweis als ringverstärkter Zylinder – vereinfacht

Eingabedaten und Grundparameter:

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für engringverstärkte Kreiszyklinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 5.5:

Geometrie: $r = 4000 \text{ mm}$, $t = 15 \text{ mm}$, $A_{\text{st}} = 2000 \text{ mm}^2$, $a_{\text{st}} = 1300 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 380,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{xEd} = \frac{n_{xEd}}{t} = \frac{380,00}{15,00} = 25,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\omega_{\text{rst}} = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{380}{\sqrt{4000 \cdot 15,00}} = 5,31 \rightarrow 1,7 \leq \omega_{\text{rst}} \leq 0,5 \frac{r}{t} = 133 \curvearrow C_{x,\text{rst}} = 1$$

$$\sigma_{x,\text{Rcr},\text{rst}} = C_{x,\text{rst}} 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{15,00}{4000} = 476,43 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{\text{st}} = \frac{A_{\text{st}}}{a_{\text{st}} t} = \frac{2000,0}{1300,0 \cdot 15,00} = 0,100 \leq 1,0$$

$$\bar{\omega}_{\text{rst}} = \frac{a_{\text{st}}}{1,73\sqrt{rt}} = \frac{1300,0}{1,73\sqrt{4000,0 \cdot 15,00}} = 3,07 \geq 2,00$$

Tragfähigkeit des unverstärkten Zylinders als Referenzwiderstand I:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42} = 0,46$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{0,46}} = 0,287$$

$$\beta_x = \frac{0,508}{0,864 + 0,460^{1,197}} = 0,596$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,\text{Rcr}}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 > \bar{\lambda}_{x,p} = \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,287}{1 - 0,596}} = 0,84$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,287}{0,86^2} = 0,388$$

Tragfähigkeit des ringversteiften Zylinders mit Ringparameter 1 als Referenzwiderstand II:

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{5 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{4000}{15,00} \right)^{0,42} = 0,26$$

$$a_1 = \frac{4,828 \cdot 1,00^{1,438} + 0,252}{1 + 1,00} = 2,540$$

$$a_2 = \frac{6,428 \cdot 1,00^{1,824} + 0,287}{1 + 1,00} = 3,358$$

$$a_3 = \frac{1,314 \cdot 1,00^{0,501} + 0,442}{1 + 1,00} = 0,878$$

$$\alpha_x = 0,287 \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1}{a_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{a_3}} = \frac{2,540}{3,358 + 0,26^{0,878}} = 0,693 \leq 1$$

$$b_1 = \left(\frac{-1,836}{-1,806 + 0,104^{1,00}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,079$$

$$b_2 = \left(\frac{-1,629}{-1,495 + 0,080^{1,00}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,152$$

$$b_3 = \left(\frac{-3,453}{-1,735 + 0,191^{1,00}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,237$$

$$\beta_{x,rst} = 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{b_3}} = 1 - \frac{0,079}{0,152 + 0,26^{0,237}} = 0,910$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr,rst}}} = \sqrt{\frac{355}{476,43}} = 0,86 < \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,rst}}{1 - \beta_{x,rst}}} = \sqrt{\frac{0,693}{1 - 0,910}} = 2,77$$

$$e_1 = -\frac{-0,346 \cdot 1,00^{1,062} + 0,827 - 1}{1 + 2 \cdot 1,00} = 0,173$$

$$e_2 = -\frac{-0,031 \cdot 1,00^{5,055} + 0,866 - 1}{1 + 2 \cdot 1,00} = 0,055$$

$$e_3 = \left(\frac{-5,481}{-2,141 + 0,088^{1,00}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,670$$

$$\eta_{x,rst} = \frac{e_1}{e_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{e_3}} = \frac{0,173}{0,055 + 0,26^{0,670}} = 0,376$$

$$\bar{\lambda}_{x0} = \frac{Q}{100} = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$\chi_{x,rst} = 1 - \beta_{x,rst} \left(\frac{\bar{\lambda}_{x,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}}{\bar{\lambda}_{xp,rst} - \bar{\lambda}_{x0,rst}} \right)^{\eta_{x,rst}} = 1 - 0,91 \left(\frac{0,86 - 0,25}{2,77 - 0,25} \right)^{0,38} = 0,470$$

Interpolation des Widerstands abhängig vom Ringparameter:

$$\begin{aligned}\chi_{x,\text{rst}} &= \left(\left[\frac{\chi_{x,\text{rst}}(k_{\text{st}} = 1)}{\chi_x} - 1 \right] k_{\text{st}} + 1 \right) \chi_x \\ &= \left(\left[\frac{0,470}{0,388} - 1 \right] \cdot 0,10 + 1 \right) 0,388 = 0,396\end{aligned}$$

Interpolation des Widerstands abhängig vom Ringsteifenabstand:

$$\begin{aligned}\chi_{x,\text{rst}} &= \chi_{x,\text{rst}}(\overline{\omega}_{\text{rst}} \leq 2) - \frac{\chi_{x,\text{rst}}(\overline{\omega}_{\text{rst}} \leq 2) - \chi_x}{2} (\overline{\omega}_{\text{rst}} - 2) \\ &= 0,396 - \frac{0,396 - 0,388}{2} (3,07 - 2) = 0,392 \begin{cases} \leq \chi_{x,\text{rst}}(\overline{\omega}_{\text{rst}} \leq 2) = 0,470 \\ \geq \chi_x = 0,388 \end{cases}\end{aligned}$$

Nachweisergebnis des ringversteiften Zylinders:

$$\sigma_{x,\text{Rd}} = \chi_{x,\text{rst}} \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,392 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{126,5 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,\text{Rd}} = 126,5 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,\text{Ed}} = 25,3 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.2 Beispiel eines windbelasteten, dünnwandigen Behälters

E.2.1 Nachweis nach EN 1993-4-1:2007

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2007, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4,00 \text{ mm}$, $l = 6500 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 55,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; $\beta_x = 0,6$; $\eta_x = 1,0$; α_x wird berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{55,00}{4,00} = 13,75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{15000 \cdot 4,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{13,75}{15,00} = 0,92 \geq 0,50$$

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{4,00}{15000}} = 0,008 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,008}{0,40} - 1 = 1,480$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{15000}{4,00}} \cdot \arccos\left(\frac{13,75}{15,00}\right) = 6,29$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,008 \cdot 6,29}{1 + (1,480) \cdot 6,29} = 0,09$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{15000}{4,00}} = 2,45$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,62}{1 + 1,91\psi \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{1,44}} = \frac{0,62}{1 + 1,91 \cdot 0,09 \cdot 2,45^{1,44}} = 0,382$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5\frac{r}{t} = 1875 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,382}{1 - 0,60}} = 0,98$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,38}{3,24^2} = 0,04 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,04 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{12,9 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 12,9 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist nicht eingehalten!

E.2.2 Nachweis nach EN 1993-4-1:2017

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2017, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$; $Q = 25$
 Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$
 Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 55,0 \text{ N/mm}$
 Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{55,00}{4,00} = 13,75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{15000 \cdot 4,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{13,75}{15,00} = 0,92$$

Nach 5.3.2.4(9) muss gelten: $0,3 < s < 0,8$; andernfalls: $s = 0,5$.

Diese Forderung wird nicht berücksichtigt, da für $s > 0,8$ dann $s = 0,5$ zu wählen wäre und ein unsicheres Ergebnis die Folge wäre.

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{4,00}{15000}} = 0,008 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,008}{0,40} - 1 = 1,480$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{15000}{4,00}} \cdot \arccos\left(\frac{13,75}{15,00}\right) = 6,29$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,008 \cdot 6,29}{1 + (1,480) \cdot 6,29} = 0,09$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{15000}{4,00}} = 2,45$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,83}{1 + 2,2\psi \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{0,88}} = \frac{0,83}{1 + 2,2 \cdot 0,09 \cdot 2,45^{0,88}} = 0,578$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5\frac{r}{t} = 1875 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,578}{1 - 0,759}} = 1,55$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,58}{3,24^2} = 0,06 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,06 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{19,4 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 19,4 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.2.3 Nachweis als unversteifter Zylinder

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für unversteifte Kreiszyklinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 3.7.1.2:

Eingabedaten und Grundparameter:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$
 Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$,
 Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 55,0 \text{ N/mm}$
 Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{55,00}{4,00} = 13,75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Berücksichtigung des umfangsveränderlichen Axialdruckfelds:

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{15000 \cdot 4,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{13,75}{15,00} = 0,92$$

Nach [DIN EN 1993-4-1, 2017], 5.3.2.4(9) muss gelten: $0,3 < s < 0,8$; andernfalls: $s = 0,5$.

Diese Forderung wird nicht berücksichtigt, da für $s > 0,8$ dann $s = 0,5$ zu wählen wäre und ein unsicheres Ergebnis die Folge wäre.

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{4,00}{15000}} = 0,008 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,008}{0,40} - 1 = 1,480$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{15000}{4,00}} \cdot \arccos\left(\frac{13,75}{15,00}\right) = 6,29$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,008 \cdot 6,29}{1 + (1,480) \cdot 6,29} = 0,09$$

$$k_1 = 13,506 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,513} + 0,381 = 0,579$$

$$k_2 = 13,672 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0,519} + 0,376 = 0,567$$

$$k_3 = 0,369$$

$$k_\psi = \frac{k_1}{k_2 + (1 - s)^{k_3}} = \frac{0,579}{0,567 + 0,08^{0,369}} = 0,599$$

Bestimmung der Beulkurvenparameter:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 1,39$$

$$\alpha_x(s=1) = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}} = 0,159$$

$$\alpha_{x0} = 1 + \alpha_x(s=1) - k_\psi = 1 + 0,159 - 0,599 = 0,560$$

$$\beta_x = 1 - \frac{0,508}{0,864 + 1,390^{1,197}} = 0,783$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t} = 1875 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,560}{1 - 0,78}} = 1,61$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x,0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,560}{3,24^2} = 0,05 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,05 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{16,1 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 16,1 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.2.4 Nachweis als engringversteifter Zylinder

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für engringversteifte Kreiszyklinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 4.6:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$, $A_{st} = 560 \text{ mm}^2$, $a_{st} = 370 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{xEd} = \frac{n_{xEd}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Widerstand des unversteiften Zylinders:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 1,39$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}} = 0,159$$

Widerstand des engtringversteiften Zylinders:

$$k_{\text{st}} = \frac{A_{\text{st}}}{a_{\text{st}} t} = \frac{560,0}{370,0 \cdot 4,00} = 0,380$$

$$\overline{\omega}_{\text{rst}} = \frac{a_{\text{st}}}{1,73\sqrt{rt}} = \frac{370,0}{1,73\sqrt{15000,0 \cdot 4,00}} = 0,87 \geq 1,00$$

$$\frac{\Delta w_{k,\text{rst}}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{5 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 0,80$$

$$a_1 = \frac{4,828k_{\text{st}}^{1,438} + 0,252}{1 + k_{\text{st}}} = 1,053$$

$$a_2 = \frac{6,428k_{\text{st}}^{1,824} + 0,287}{1 + k_{\text{st}}} = 1,006$$

$$a_3 = \frac{1,314k_{\text{st}}^{0,501} + 0,442}{1 + k_{\text{st}}} = 0,907$$

$$\alpha_x = 0,159 \leq \alpha_{x,\text{rst}} = \frac{a_1}{a_2 + (\Delta w_k/t)^{a_3}} = \frac{1,053}{1,006 + 0,80^{0,907}} = 0,578$$

$$\leq 0,9 + \frac{k_{\text{st}}}{10} = 0,938$$

$$\omega_{\text{rst}} = \frac{a_{\text{st}}}{\sqrt{rt}} = \frac{60}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 1,51 < 1,7$$

$$\curvearrowright C_{x,\text{rst}} = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{\text{rst}}} + \frac{2,07}{\omega_{\text{rst}}^2} = 1,36 - \frac{1,83}{1,51} + \frac{2,07}{1,51^2} = 1,06$$

$$\sigma_{x,\text{Rcr},\text{rst}} = C_{x,\text{rst}} 0,605 E \frac{t}{r} = 1,06 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 35,91 \text{ N/mm}^2$$

$$b_1 = \left(\frac{-1,836}{-1,806 + 0,104k_{\text{st}}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{\text{st}}}} = 0,237$$

$$b_2 = \left(\frac{-1,629}{-1,495 + 0,080k_{\text{st}}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{\text{st}}}} = 0,337$$

$$b_3 = \left(\frac{-3,453}{-1,735 + 0,191k_{\text{st}}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{k_{\text{st}}}} = 0,631$$

$$\beta_{x,\text{rst}} = 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_k/t)^{b_3}} = 1 - \frac{0,237}{0,337 + 0,80^{0,631}} = 0,803$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr,rst}}} = \sqrt{\frac{355}{35,91}} = 3,14 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,rst}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,578}{1 - 0,803}} = 1,71$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,578}{3,14^2} = 0,060 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,060 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{19,4 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 19,4 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.2.5 Nachweis als ringversteifter Zylinder – Regelverfahren

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem Regelverfahren für beliebig ringversteifte Kreiszylinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 5.4

Eingabedaten und Grundparameter:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$, $A_{st} = 560 \text{ mm}^2$, $a_{st} = 370 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{xEd} = \frac{n_{xEd}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor des unversteiften Zylinders:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 1,39$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}} = 0,159$$

Geometrische Hilfsgrößen für den ringversteiften Zylinder:

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} = \frac{560,0}{370,0 \cdot 4,00} = 0,380$$

$$\bar{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73\sqrt{rt}} = \frac{370,0}{1,73\sqrt{15000,0 \cdot 4,00}} = 0,87 \geq 2,00$$

$\bar{\omega}_{rst} = 1,00 < 2 \rightarrow$ Berechnung als engringversteifter Zylinder wirtschaftlicher!

Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor des ringversteiften Zylinders:

$$Q_{\text{rst}} = (7 - \overline{\omega}_{\text{rst}}) Q \begin{cases} \geq 2Q \\ \leq 5Q \end{cases}$$

$$= (7 - 1,00) \cdot 25 = 125,00 \begin{cases} \geq 2 \cdot 25 = 50 \\ \leq 5 \cdot 25 = 125 \end{cases}$$

$$\frac{\Delta w_{k,\text{rst}}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{Q_{\text{rst}}} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42}$$

$$= 0,05 \left(\frac{40}{125,00} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42}$$

$$= 0,80$$

Unterer Grenzwert:

$$\alpha_x (k_{\text{st}} = 0,00) = \alpha_{x,\text{min}}$$

$$\alpha_{x,\text{min}} = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}}$$

$$= 0,159$$

Oberer Grenzwert:

$$\alpha_{x,\text{rst}} (k_{\text{st}} = 0,40) = \alpha_{x,\text{max}}$$

$$a_1 = \frac{0,138}{-1,054 + 1,460^{1,00}} \cdot 1,00 = 0,340$$

$$a_2 = \frac{0,185}{-0,466 + 1,00^{1,032}} \cdot 1,00 = 0,345$$

$$a_3 = \frac{0,014}{-1,005 + 1,016^{1,00}} \cdot 1,00 = 1,288$$

$$\alpha_{x,\text{max}} = \frac{a_1 (\Delta w_{k,\text{rst}}/t + 1)}{a_2 + (\Delta w_{k,\text{rst}}/t)^{a_3}} = \frac{0,340 (0,80 + 1)}{0,345 + 0,80^{1,288}}$$

$$= 0,559$$

$$\alpha_x \leq \alpha_{x,\text{rst}} = \frac{\alpha_{x,\text{max}} - \alpha_{x,\text{min}}}{k_{\text{stmax}} - k_{\text{stmin}}} (k_{\text{st}} - k_{\text{stmin}}) + \alpha_{x,\text{min}}$$

$$= \frac{0,559 - 0,159}{0,400 - 0,000} (0,380 - 0,000) + 0,159$$

$$= 0,539 \leq 0,9 + \frac{k_{\text{st}}}{10} = 0,938$$

Plastischer Bereichsfaktor des ringversteiften Zylinders:

Unterer Grenzwert:

$$\beta_x (k_{st} = 0,00) = \beta_{x,\min}$$

$$\beta_{x,\min} = 1 - \frac{0,508}{0,864 + 1,39^{1,197}} = 0,783$$

Oberer Grenzwert:

$$\beta_{x,\text{rst}} (k_{st} = 0,40) = \beta_{x,\max}$$

$$b_1 = (0,152 \cdot 1,00^{1,527} + 0,007) / 1,00 = 0,159$$

$$b_2 = (0,065 \cdot 1,00^{1,972} + 1,083) / 1,00 = 1,148$$

$$b_3 = [0,647 \cdot 1,00^{1,737} + (-0,066)] / 1,00^{1,5} = 0,582$$

$$\beta_{x,\max} = 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_k / t)^{b_3}} = 1 - \frac{0,159}{1,148 + 0,80^{0,582}} = 0,922$$

$$\begin{aligned} \beta_{x,\text{rst}} &= \frac{\beta_{x,\max} - \beta_{x,\min}}{k_{st\max} - k_{st\min}} (k_{st} - k_{st\min}) + \beta_{x,\min} \\ &= \frac{0,922 - 0,783}{0,400 - 0,000} (0,380 - 0,000) + 0,783 = 0,915 \end{aligned}$$

Hilfswerte zur Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors des ringversteiften Zylinders:

$$\omega_{\text{rst}} = \frac{a_{st}}{\sqrt{rt}} = \frac{60}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 1,51 < 1,7$$

$$\curvearrowright C_x = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{\text{rst}}} + \frac{2,07}{\omega_{\text{rst}}^2} = 1,36 - \frac{1,83}{1,51} + \frac{2,07}{1,51^2} = 1,06$$

$$\sigma_{x,\text{Rcr,rst}} = C_x \cdot 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{r} = 1,06 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 35,91 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_{x,\text{rst}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,\text{Rcr,rst}}}} = \sqrt{\frac{355}{35,91}} = 3,14 > \bar{\lambda}_{x,\text{p,rst}} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,\text{rst}}}{1 - \beta_{x,\text{rst}}}} = \sqrt{\frac{0,539}{1 - 0,915}} = 2,52$$

Bestimmung des Beul-Abminderungsfaktors des ringversteiften Zylinders:

$$\chi_{x,\text{rst}} = \frac{\alpha_{x,\text{rst}}}{\bar{\lambda}_{x,\text{rst}}^2} = \frac{0,539}{3,14^2} = 0,050 \longrightarrow \sigma_{x,\text{Rd}} = \chi_{x,\text{rst}} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,050 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{16,1 \text{ N/mm}^2}}$$

Nachweisergebnis des ringversteiften Zylinders:

$$\sigma_{x,Rd} = 16,1 \text{ N/mm}^2 > \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist eingehalten.

E.2.6 Nachweis als ringversteifter Zylinder – vereinfacht

Eingabedaten und Grundparameter:

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für engringversteifte Kreiszyklinderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 5.5:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}, t = 4 \text{ mm}, A_{st} = 560 \text{ mm}^2, a_{st} = 370 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2, E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25; \bar{\lambda}_{x0}, \beta_x, \eta_x, \alpha_x$ werden berechnet

$$\sigma_{xEd} = \frac{n_{xEd}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\omega_{rst} = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{60}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 1,51 \rightarrow \omega_{rst} < 1,7$$

$$\curvearrowright C_{x,rst} = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{rst}} + \frac{2,07}{\omega_{rst}^2} = 1,36 - \frac{1,83}{1,51} + \frac{2,07}{1,51^2} = 1,06$$

$$\sigma_{x,Rcr,rst} = C_{x,rst} 0,605 E \frac{t}{r} = 1,06 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 35,91 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{st} = \frac{A_{st}}{a_{st} t} = \frac{560,0}{370,0 \cdot 4,00} = 0,380 \leq 1,0$$

$$\bar{\omega}_{rst} = \frac{a_{st}}{1,73\sqrt{rt}} = \frac{370,0}{1,73\sqrt{15000,0 \cdot 4,00}} = 0,87 \geq 2,00$$

Tragfähigkeit des unversteiften Zylinders als Referenzwiderstand I:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 1,39$$

$$\alpha_x = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}} = 0,159$$

$$\beta_x = \frac{0,508}{0,864 + 1,390^{1,197}} = 0,783$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{35,91}} = 3,14 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,159}{1 - 0,783}} = 0,86$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_x}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,159}{3,14^2} = 0,016$$

Tragfähigkeit des ringversteiften Zylinders mit Ringparameter 1 als Referenzwiderstand II:

$$\frac{\Delta w_{k,rst}}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{5Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{5 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 0,80$$

$$a_1 = \frac{4,828 \cdot 1,00^{1,438} + 0,252}{1 + 1,00} = 2,540$$

$$a_2 = \frac{6,428 \cdot 1,00^{1,824} + 0,287}{1 + 1,00} = 3,358$$

$$a_3 = \frac{1,314 \cdot 1,00^{0,501} + 0,442}{1 + 1,00} = 0,878$$

$$\alpha_x = 0,159 \leq \alpha_{x,rst} = \frac{a_1}{a_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{a_3}} = \frac{2,540}{3,358 + 0,80^{0,878}} = 0,608 \leq 1$$

$$b_1 = \left(\frac{-1,836}{-1,806 + 0,104^{1,00}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,079$$

$$b_2 = \left(\frac{-1,629}{-1,495 + 0,080^{1,00}} - 1 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,152$$

$$b_3 = \left(\frac{-3,453}{-1,735 + 0,191^{1,00}} - 2 \right) \frac{1}{2 - \sqrt{1,00}} = 0,237$$

$$\beta_{x,rst} = 1 - \frac{b_1}{b_2 + (\Delta w_{k,rst}/t)^{b_3}} = 1 - \frac{0,079}{0,152 + 0,80^{0,237}} = 0,928$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr,rst}}} = \sqrt{\frac{355}{35,91}} = 3,14 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,rst}}{1 - \beta_{x,rst}}} = \sqrt{\frac{0,608}{1 - 0,928}} = 2,91$$

$$\chi_{x,rst} = \frac{\alpha_{x,rst}}{\bar{\lambda}_{x,rst}^2} = \frac{0,608}{3,14^2} = 0,062$$

Interpolation des Widerstands abhängig vom Ringparameter:

$$\begin{aligned} \chi_{x,rst} &= \left(\left[\frac{\chi_{x,rst}(k_{st} = 1)}{\chi_x} - 1 \right] k_{st} + 1 \right) \chi_x \\ &= \left(\left[\frac{0,062}{0,016} - 1 \right] \cdot 0,38 + 1 \right) 0,016 = 0,033 \end{aligned}$$

Interpolation des Widerstands abhängig vom Ringsteifenabstand:

$$\begin{aligned} \chi_{x,rst} &= \chi_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} \leq 2) - \frac{\chi_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} \leq 2) - \chi_x}{2} (\overline{\omega}_{rst} - 2) \\ &= 0,033 - \frac{0,033 - 0,016}{2} (1,00 - 2) = 0,041 \begin{cases} \leq \chi_{x,rst}(\overline{\omega}_{rst} \leq 2) = 0,062 \\ \geq \chi_x = 0,016 \end{cases} \end{aligned}$$

Nachweisergebnis des ringversteiften Zylinders:

$$\sigma_{x,Rd} = \chi_{x,rst} \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,041 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{13,2 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 13,2 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist nicht eingehalten!

E.3 Beispiel eines durch konstanten Axialdruck belasteten, dünnwandigen Behälters

E.3.1 Nachweis nach EN 1993-4-1:2007

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2007, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4,00 \text{ mm}$, $l = 6500 \text{ mm}$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; $\beta_x = 0,6$; $\eta_x = 1,0$; α_x wird berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{15000 \cdot 4,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{15,00}{15,00} = 1,00 \geq 0,50$$

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{4,00}{15000}} = 0,008 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,008}{0,40} - 1 = 1,480$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{15000}{4,00}} \cdot \arccos\left(\frac{15,00}{15,00}\right) = 0,00$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,008 \cdot 0,00}{1 + (1,480) \cdot 0,00} = 1,00$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{15000}{4,00}} = 2,45$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,62}{1 + 1,91\psi \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{1,44}} = \frac{0,62}{1 + 1,91 \cdot 1,00 \cdot 2,45^{1,44}} = 0,078$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5\frac{r}{t} = 1875 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,078}{1 - 0,60}} = 0,44$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,08}{3,24^2} = 0,01 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,01 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{3,2 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 3,2 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist nicht eingehalten!

E.3.2 Nachweis nach EN 1993-4-1:2017

Bestimmung des Beulwiderstands nach DIN EN 1993-4-1:2017, Abschnitt 5.3.2.4:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$; $Q = 25$

Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$

Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0} = 0,20$; β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$y = 4\sqrt{rt} = 4\sqrt{15000 \cdot 4,00} = 979,8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{15,00}{15,00} = 1,00$$

Nach 5.3.2.4(9) muss gelten: $0,3 < s < 0,8$; andernfalls: $s = 0,5$.

Diese Forderung wird nicht berücksichtigt, da für $s > 0,8$ dann $s = 0,5$ zu wählen wäre und ein unsicheres Ergebnis die Folge wäre.

$$b_1 = 0,50\sqrt{\frac{t}{r}} = 0,50\sqrt{\frac{4,00}{15000}} = 0,008 \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{1 - b_1}{\psi_b} - 1 = \frac{1 - 0,008}{0,40} - 1 = 1,480$$

$$j = 0,25\sqrt{\frac{r}{t}} \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) = 0,25\sqrt{\frac{15000}{4,00}} \cdot \arccos\left(\frac{15,00}{15,00}\right) = 0,00$$

$$\psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} = \frac{1 - 0,008 \cdot 0,00}{1 + (1,480) \cdot 0,00} = 1,00$$

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{1}{25} \sqrt{\frac{15000}{4,00}} = 2,45$$

$$\alpha_{x0} = \frac{0,83}{1 + 2,2\psi \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{0,88}} = \frac{0,83}{1 + 2,2 \cdot 1,00 \cdot 2,45^{0,88}} = 0,142$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t} = 1875 \curvearrowright C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,142}{1 - 0,759}} = 0,77$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,14}{3,24^2} = 0,01 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,01 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{3,2 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 3,2 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist nicht eingehalten!

E.3.3 Nachweis als unversteifter Zylinder

Bestimmung des Beulwiderstands mit dem erweiterten Verfahren für unversteifte Kreiszy-linderschalen unter Axialdruck nach Abschnitt 3.7.1.2:

Eingabedaten und Grundparameter:

Geometrie: $r = 15000 \text{ mm}$, $t = 4 \text{ mm}$
 Material: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$,
 Lasten: $n_{x,0,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$, $n_{x,1,Ed} = 60,0 \text{ N/mm}$
 Beulparameter: $Q = 25$; $\bar{\lambda}_{x0}$, β_x , η_x , α_x werden berechnet

$$\sigma_{x0,Ed} = \frac{n_{x0,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{x1,Ed} = \frac{n_{x1,Ed}}{t} = \frac{60,00}{4,00} = 15,00 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} = \frac{15,00}{15,00} = 1,00$$

Bestimmung der Beulkurvenparameter:

$$\frac{\Delta w_k}{t} = 0,05 \left(\frac{40}{2Q} \right)^{0,60} \left(\frac{r}{t} \right)^{0,42} = 0,05 \left(\frac{40}{2 \cdot 25} \right)^{0,60} \left(\frac{15000}{4,00} \right)^{0,42} = 1,39$$

$$\alpha_{x0} = \frac{-0,129}{-1,147 + 0,457^{1,39}} = 0,159$$

$$\beta_x = 1 - \frac{0,508}{0,864 + 1,390^{1,197}} = 0,783$$

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{rt}} = \frac{6500}{\sqrt{15000 \cdot 4,00}} = 26,54 \rightarrow 1,7 \leq \omega \leq 0,5 \frac{r}{t} = 1875 \cap C_x = 1$$

$$\sigma_{x,Rcr} = C_x 0,605 E \frac{t}{r} = 1,00 \cdot 0,605 \cdot 210000 \cdot \frac{4,00}{15000} = 33,88 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = \sqrt{\frac{355}{33,88}} = 3,24 > \bar{\lambda}_{xp} = \sqrt{\frac{\alpha_{x,0}}{1 - \beta_x}} = \sqrt{\frac{0,160}{1 - 0,78}} = 0,86$$

$$\chi_x = \frac{\alpha_{x0}}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0,160}{3,24^2} = 0,02 \rightarrow \sigma_{x,Rd} = \chi_x \frac{f_y}{\gamma_{M,1}} = 0,02 \cdot \frac{355}{1,10} = \underline{\underline{6,5 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{x,Rd} = 6,5 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{x0,Ed} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

Der Nachweis ist nicht eingehalten!

E.3.4 Nachweis als ringversteifter Zylinder

Siehe Abschnitt E.2.4 ff.