

Bachelorarbeit

Implementierung und Validierung einer verbesserten Partitionierungsstrategie für einen Finite-Volumen-Löser zur Berechnung aeroelastischer Phänomene in Turbomaschinen

Implementation and Validation of an Improved Partitioning Strategy for
a Finite Volume Code to Calculate Aeroelastic Phenomena in
Turbomachinery

Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG

Brandenburgische Technische Universität Cottbus - Senftenberg

Lehrstuhl Strukturmechanik und Fahrzeugschwingungen

Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn

Autor:

Roger Zoepke-Sonntag

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn

Felix Figaschewsky

Benjamin Hanschke

Thomas Giersch (RRD)

Abgabedatum: 17. September 2018

Erklärung

Der Verfasser erklärt, dass er die vorliegende Arbeit selbstständig, ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt hat. Die aus fremden Quellen (einschließlich elektronischer Quellen) direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind ausnahmslos als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer anderen Prüfung noch nicht vorgelegt worden.

Cottbus, 17. September 2018

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl Strukturmechanik und Fahrzeugschwingungen der BTU Cottbus-Senftenberg, der Aeroelastikabteilung von Rolls-Royce Deutschland Ltd. & Co KG, dem *AU3D*-Entwicklerteam von Rolls-Royce plc. sowie dem VUTC am Imperial College London.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn für die Möglichkeit meine Arbeit am Lehrstuhl Strukturmechanik und Fahrzeugschwingungen anzufertigen und zu präsentieren. Des Weiteren möchte ich mich bei meinen Betreuern Dipl.-Ing. Felix Figaschewsky und M.Sc. Benjamin Hanschke für die Geduld, die hilfreichen Tipps und die Unterstützung während meiner wöchentlichen Aufenthalte in Cottbus bedanken.

Ebenso möchte ich mich bei der gesamten Aeroelastikabteilung von Rolls-Royce Deutschland Ltd. & Co KG unter der Leitung von Dr.-Ing. Bernhard Mück für die stetige Unterstützung und die Ressourcen, welche diese Arbeit erst möglich machten, bedanken. Insbesondere gilt mein Dank Dipl.-Ing. Thomas Giersch für die vielen programmiertechnischen Hilfestellungen, die zahlreichen Diskussionen und die Kommentare zur meiner Arbeit.

Außerdem möchte ich mich bei Dr. Sina Cornelia Stapelfeldt vom Imperial College London für die Telefonate und Diskussionen bedanken, welche mir ein besseres Verständnis der spezifischen Methoden zur Berechnung erzwungener Schwingungen ermöglichten.

Besonderer Dank gilt auch Dr. Bharat Lad und Dr. Fang Yang von Rolls-Royce plc. für die Bereitstellung des *AU3D*-Quellcodes und die vielen hilfreichen Besprechungen während meiner Arbeit.

Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie für das Vertrauen, die Aufmunterungen und die Unterstützung abseits dieser Arbeit bedanken.

Abstract

Diese Bachelorarbeit präsentiert die Implementierung und Validierung einer Partitionierungsstrategie mit graphentheoretischem Ansatz für aeroelastische Berechnungen in thermischen Turbomaschinen für den Rolls-Royce plc. (RR) firmeneigenen Strömungslöser *AU3D*. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf der effizienten Parallelisierung von reduzierten und dennoch akkuraten aeroelastischen Rechenmodellen der SPMR-Methode und der SAMR-Methode. Mit der momentanen Partitionierungsmethode kann das Potenzial dieser Modelle aufgrund des besonderen geometrischen Aufbaus nicht ausgenutzt werden und eine erfolgreiche Integration in den Entwurfsprozess ist nicht möglich.

Durch die exakte Darstellung der im Strömungslöser auftretenden Kommunikation mittels eines Graphen und der Einbindung des externen Graphenpartitionierers *Metis* können nun auch reduzierte Modelle erfolgreich parallelisiert werden. Zuerst werden alle Gitterpunkte anhand der Gitterstruktur in einen Graphen transformiert. Zusätzliche Verbindungen werden in Abhängigkeit des jeweilig vorliegenden Modells bestimmt und als zusätzliche Information im Graphen abgespeichert. Anschließend wird mit Hilfe eines externen Graphenpartitionierers eine Partitionstabelle erstellt. Im Anschluss werden alle Paare, welche auf Grund des Strömungslösers in einer Partition sein müssen, kontrolliert und falls notwendig verändert. Die so produzierten Partitionen zeigen eine ausgeglichene Punkteverteilung und es können die geometrischen Besonderheiten in den getesteten Modellen verarbeitet werden.

Unter Berücksichtigung der noch ausstehenden Validierungsarbeiten bezüglich des parallelen Strömungslösers kann mit der neuen Partitionierungsmethode ein SPMR-Modell zur Berechnung von erzwungenen Schwingungen in weniger als 7 Stunden, statt in zweieinhalb Tagen, absolviert werden. Somit ist eine Integration von aeroelastischen Rechnungen in den Entwurfsprozess zukünftiger Triebwerksentwicklungen möglich. Die vielseitige Anwendungsmöglichkeit für alle Arten von aeroelastischen Modellen konnte während der Laufzeit-Validierung gezeigt werden. Es wurde nachgewiesen, dass die neue Partitionierungsstrategie um eine Größenordnung weiter skaliert als die bisherigen Methoden. Somit können auch zukünftige Modellgrößen und Computercluster effizient genutzt werden und auch Vollmodelle innerhalb von 24 Stunden berechnet werden.

abstract

This thesis presents the implementation and validation of a partitioning strategy on the basis of the graph theory for aeroelastic simulations in turbomachinery for the RR in-house flow solver *AU3D*. Focus of the thesis is the efficient parallelization of the advanced aeroelastic calculations of the SPMR-method and the SAMR-method. Due to the geometric characteristics, the potential cannot be used with the present partitioning method. Hence they are not yet integrated into the design process.

The exact representation of the communication within the flow solver using a graph followed by the integration of the external graph partitioning tool *Metis*, allows to parallelize the reduced models (SPMR + SAMR) as well. To do so, all grid points inside the mesh will be transformed into a graph. The additional connections are determined based on the model and are stored as extra information inside the graph. Afterwards a partition table is produced utilizing the external graph partitioning tool. All nodes, which need to be in one partition as a requirement of the flow solver, are controlled and if necessary this is ensured in a conservative way. The produced partitioning shows a balanced node distribution and the tool is feasible to process all special features of the considered models.

Taking into account the outstanding validation work of the parallel flow solver, it is now possible to calculate a SPMR-model in under 7 hours instead of two and a half days as before. With this improvement in computational time the new strategy makes an integration of the aeroelastic simulations into the design-process of future jet engines possible. The multifunctional applications for all kind of aeroelastic models could be shown inside the runtime-validation. It is demonstrated that the new partition strategy scales about a factor of 10 with respect to the current method. Based on these results it is even possible to efficiently use future sizes of a model and sizes of a cluster. For instance, it is already possible to calculate a full assembly model within 24 hours when applying the new strategy.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Gliederung	2
2 Grundlagen	5
2.1 Aeroelastische Phänomene	5
2.2 Aeroelastische Strömungsmodellierung	6
2.3 Parallelisierung	16
2.4 Graphen	19
2.4.1 Graphentheoretische Grundlagen	19
2.4.2 Graph Partitionierung	21
3 Problemstellung und Lösungsstrategie	29
3.1 Problembeschreibung	30
3.2 Aufbau der Graph Erstellung und Partitionierung	35
4 Anwendungstests und Validierung	43
4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich	45
4.1.1 Periodisches 11 Blattreihen Modell mit Mischflächen	45
4.1.2 SPMR-Modell mit 2 Blattreihen	50
4.1.3 SAMR-Modell mit 3 Blattreihen	55
4.1.4 Vollmodell mit 6 Blattreihen	59
4.2 Validierung der Strömungsgrößen	70
4.2.1 Periodisches 11 Blattreihen Modell mit Mischflächen	71

Inhaltsverzeichnis

4.2.2	SPMR-Modell mit 2 Blattreihen	75
4.2.3	SAMR-Modell mit 3 Blattreihen	79
5	Zusammenfassung und Ausblick	85
5.1	Erfolgreiche Integration einer verbesserten Partitionierungsstrategie . .	85
5.2	Ausblick	88
A	Anhang	93
A.1	Gleitflächensuche und Interpolation	93
A.2	Gleitflächenerweiterungen in JM32	97
A.2.1	Gleitflächenüberlappung	97
A.2.2	Initiales Startdreieck	98
A.3	Definition eines geeigneten Kantengewichtes	101
	Nomenklatur	105
	Literaturverzeichnis	109

Abbildungsverzeichnis

2.1	Diskretisierung mittels eines unstrukturierten Gitters	7
2.2	Erstellung des Halo	8
2.3	Allgemeiner Aufbau eines Vollmodelles	9
2.4	Periodisches Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen Modell	10
2.5	Kommunikation der periodischen Gitterpunkte	11
2.6	Kommunikation der Schattenpunkt-Gitter	12
2.7	Explosionsdarstellung eines Zwei-Blattreihen SPMR-Modells	13
2.8	Besondere Kommunikation in einem SPMR-Modell	13
2.9	Explosionsdarstellung eines SAMR-Modells	15
2.10	Verhältnis der Berechnungsdauer und der Kommunikationsdauer bei wachsender Partitionierung	17
2.11	Beispiel für die Kantendefinitionen eines Graphen	20
2.12	Beispiel für einen gewichteten Graphen G_w	21
2.13	Ursprungsgraph G_0	24
2.14	Phasen einer mehrstufigen Graph Partitionierung	28
3.1	Axiale Partitionierung in 24 Partitionen eines Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen Mischflächen-Modells für stationäre Berechnungen	31
3.2	Vergleich der Verteilung der Partitionierung bei dreifacher Anzahl an axialen Bereichen	31
3.3	Erweiterte geometrische Partitionierungsmethode für Gleitflächenmodelle des <i>AU3D</i> -Programmsystems Version 16.1	32
3.4	Vergleich der axialen Partitionierung eines SPMR-Modells bei Verdoppelung der Bereiche	33
3.5	Vergleich der axialen Partitionierung eines SAMR-Modells bei Verdoppelung der Bereiche	34
3.6	Flussdiagramm der Graph Partitionierung	36

Abbildungsverzeichnis

3.7	Schematische Struktur einer axialen Gleitfläche	38
3.8	Ringsuche auf einer axialer Gleitfläche	38
3.9	Kommunikation zwischen Gleitflächen mit unterschiedlicher Gitterstruktur	40
3.10	Flussdiagramm der Partitionierungsumgebung	41
4.1	MBR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen	46
4.2	MBR: Konturplot der Partitionierung mit 192 Bereichen	48
4.3	SPMR: Konturplot der Partitionierung mit 12 Bereichen	51
4.4	SPMR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen	52
4.5	SAMR: Konturplot der Partitionierung mit 96 Bereichen	56
4.6	SAMR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen	57
4.7	FA: Explosionsdarstellung des Vollmodells mit 288 Partitionen	60
4.8	FA: Explosionsdarstellung der Vorderseite des Vollmodelles mit 1536 Partitionen	61
4.9	FA: Partitionierung und lokale Besonderheiten zweier kommunizierender Gleitflächen mit 1536 Partitionen	62
4.10	FA: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition, (c) Halo- Punkte pro Partition und (d) das Verhältnis der gesamten Halo-Punkte zu der Anzahl der Gitterpunkte für ausgewählte Partitionierungen . . .	64
4.11	FA: 9216 Bereiche der Graph Partitionierung	66
4.12	FA: Laufzeitvergleich mit bis zu 2000 Partitionen	69
4.13	MBR: Radiale Druckprofile an Eintritt und Austritt von Rotor 3	73
4.14	MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei axialer Partitio- nierung	74
4.15	MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei graphenbasierter Partitionierung	74
4.16	MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei einer Aufteilung in 48 Bereiche	75
4.17	SAMR: Axiale Partitionierungen mit besonderen Eigenschaften	80
A.1	Interpolationsablauf zweier Gleitflächen	93

A.2	Ermittlung der Gewichtung für die Gleitflächeninterpolation	94
A.3	i -tes Flächenelement auf einer strukturierten Gleitfläche	95
A.4	Suche auf der Partnerfläche anhand der erzeugten Dreiecke	96
A.5	Erstellung der Gleitflächenüberlappung für allgemeine Partitionierungen	98
A.6	Erstellung von Sektoren mit einem Startdreieck für kontinuierliche Parti- tionen	99
A.7	Allgemeine Aufteilung eines Gleitflächenpaares	100
A.8	Variation der Kantengewichte	102

Tabellenverzeichnis

1.1	AU3D-Programmsystem Version 16.1	2
4.1	Verfügbare Rechenverbände zur Validierung der Partitionierung	43
4.2	Modellübersicht	44
4.3	MBR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition	49
4.4	SPMR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition	53
4.5	SPMR: Laufzeitvergleich nach 25000 Zeitschritten	55
4.6	SAMR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition	59
4.7	FA: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition, Teil 1	67
4.8	FA: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition, Teil 2	67
4.9	FA: Zeitaufwand der seriellen Partitionierung und Vorbereitung	68
4.10	SPMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der harmonischen Anregung einer ausgewählten Schwingungsform des Stators durch den stromabwärts liegenden Rotor	78
4.11	SPMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der harmonischen Anregung einer ausgewählten Schwingungsform des Rotors durch den stromaufwärts liegenden Stator	78
4.12	SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Anregung von Stator 1 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen mehreren axialen Partitionierungen	81
4.13	SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Interaktionsan- regung von Stator 1 und Stator 2 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen mehreren axialen Partitionierungen	81
4.14	SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Interaktionsan- regung von Stator 1 und Stator 2 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen axialen und graphenbasierten Partitionierungen	83

Tabellenverzeichnis

4.15 SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Anregung von Stator 1 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen axialen und graphenbasierten Partitionierungen	83
---	----

1 Einleitung

1.1 Motivation

Während der Entwicklung neuer Triebwerke werden neben den Tests an Prototypen auch immer häufiger numerische Simulationen für den Nachweis der Dauerfestigkeit von Schaufeln und Scheiben eines Hochdruckkompressors genutzt [21].

Des Weiteren kann mit der Kenntnis über auftretende Phänomene bei verschiedenen Betriebspunkten ein Triebwerkstest besser unterstützt werden. Mittels einer Vollmodell-Rechnung lassen sich erzwungene Schwingungen aufgrund von instationären Strömungsphänomenen zwischen mehreren Blattreihen bereits gut vorhersagen und die wechselnden Belastungen auf der Schaufeloberfläche bestimmen [37].

Durch den hohen numerischen Aufwand und die damit verbundene lange Laufzeit sind diese Modelle jedoch nicht für den Entwurfprozess geeignet und besonders kostenintensiv. In den vergangenen Jahrzehnten sind verschiedene reduzierte Modellansätze, unter anderem von Erdos et al. [8], Hall et al. [13], Mata et al. [24] und Stapelfeldt & Di Mare [36] entwickelt worden, um die Laufzeit und die Kosten für die Berechnung unterschiedlicher aeroelastischer Phänomene zu verringern.

Neben der theoretischen Entwicklung solcher Methoden, spielt auch die numerische Umsetzung und Berechnung in Bezug auf die Laufzeit eine entscheidende Rolle. Mit Hilfe einer parallelen Berechnung kann die Dauer einer Simulation maßgeblich verkürzt werden. Für eine effiziente Parallelisierung bei einer steigenden Modellgröße ist dabei besonders die gleichmäßige Aufteilung des Rechengebietes von großem Interesse.

Um das gesamte Potenzial der, in *AU3D* integrierten, Fouriermethoden der Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen - engl. single passage multi bladerow (SPMR) Modelle und der Mehr-Passagen Mehr-Blattreihen - engl. sparse assembly multi bladerow (SAMR) Modelle nutzen zu können, ist eine Weiterentwicklung der Partitionierungsstrategie notwendig. Hauptgrund dafür ist der komplexe geometrische Aufbau, welcher mit der

1 Einleitung

momentanen axialen Partitionierung nicht gleichförmig aufgeteilt werden kann. Eine nähere Erklärung dazu wird in Kapitel 3.1 gegeben.

1.2 Zielsetzung und Gliederung

Ziel dieser Arbeit ist die Erstellung und Implementierung einer verbesserten und allgemein nutzbaren Partitionierungsmethode für aeroelastische Berechnungen. Die erarbeitete Methode wird in die bestehende Programmumgebung in der Version 16.1 integriert und mit der bisher genutzten Methode verglichen. Der Aufbau des *AU3D*-Programmsystems Version 16.1 ist in Tabelle 1.1 dargestellt. Dabei wird die neue Implementierung in den bestehenden Partitionierer *JM30* eingebunden. Des Weiteren wird der parallele Pre-Prozessor *JM32* so erweitert, dass die neue Partitionierung verarbeitet werden kann und der Strömungslöser *JM33* die gleiche Ergebnisgüte wie mit der bisherigen Methode liefert. Hierbei werden sowohl der Rechenaufwand, die Skalierbarkeit und die möglichen Einsatzgebiete gegenübergestellt. Ferner wird die Ergebnisgüte und Genauigkeit in Abhängigkeit der Partitionierungsgröße und Methode verglichen. Abschließend werden mögliche weiterführende Untersuchungen aufgezeigt, welche aus den Ergebnissen dieser Arbeit resultieren.

Der Schwerpunkt ist die spezifische Berechnung von erzwungenen Schwingungen mittels der "Single-Passage-Multi-Bladerow Method" von Mata et al. [24] und der "Sparse-Assembly-Multi-Bladerow Method" von Stapelfeldt und Di Mare [34] [36], welche bisher aufgrund des verhältnismäßig geringen zeitlichen Gewinnes und ihrer Komplexität nicht in vollem Maße genutzt werden. Die reduzierten Berechnungsmethoden des aeroelastischen Strömungslösers *AU3D* in der Version 8.1.5 werden in Kapitel 2 grundsätzlich beschrieben. Zusätzlich wird die Kommunikation des Strömungslösers näher betrachtet und die Besonderheit für die Partitionierung herausgearbeitet. Des Weiteren wird ein

Programm	Abkürzung	Funktion
AU3DTOOLS	<i>JM30</i> 7.5.1	Partitionierer und Datei-Verwaltung
PP3DP	<i>JM32</i> 8.1.5	Paralleler Pre-Prozessor
AU3D	<i>JM33</i> 8.1.5	Aeroelastischer Strömungslöser

Tabelle 1.1: AU3D-Programmsystem Version 16.1

1.2 Zielsetzung und Gliederung

kurzer Einblick in die Graphentheorie mit dem Schwerpunkt der Graph Partitionierung gegeben.

In Kapitel 3 wird das Problem der bisherigen Methodik aufgezeigt und die neue, auf der Graphentheorie basierende, Methode vorgestellt.

Die Ergebnisse der Partitionierung werden in Kapitel 4 für mehrere Testfälle präsentiert und ausgewertet. Es folgt eine Darstellung der Ergebnisgüte für die betrachteten Methoden aus ingenieurstechnischer Sicht.

Abschließend werden die Ergebnisse dieser Arbeit in Kapitel 5 zusammengefasst und ein Ausblick für weiterführende bzw. noch offene Untersuchungen gegeben.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die aeroelastischen und graphentheoretischen Grundlagen im Bezug auf diese Arbeit näher beschrieben. Auf eine ausführliche Beschreibung und Herleitung der strömungsmechanischen Gleichungen wird verzichtet und auf die existierende Literatur verwiesen [9].

2.1 Aeroelastische Phänomene

Die Aeroelastizität beschäftigt sich mit Phänomenen aufgrund von Interaktionen zwischen Fluiden und Strukturen. In thermischen Turbomaschinen werden hierbei besonders Schwingungen von einzelnen Bauteilen und Baugruppen betrachtet. Diese Schwingungen werden in selbst-erregte Schwingungen und fremd-erregte Schwingungen - engl. forced response (FR) unterschieden.

Selbst-erregte Schwingungen werden durch eine initiale Anregung hervorgerufen. Ursprung der Anregung können sowohl aerodynamische als auch strukturmechanische Mechanismen sein. Besitzt die Struktur eine geringe mechanische Dämpfung, so können die induzierten Luftkräfte auf der Schaufeloberfläche zu einer Anfachung der Schwingung führen. Hierbei wird der umgebenden Strömung Energie entzogen und die Schwingungsamplitude wächst stark an bis es schließlich zum Strukturversagen kommt. Dieses aeroelastische Phänomen wird als Flattern bezeichnet und lässt sich anhand einer negativen aerodynamischen Dämpfung identifizieren. Die Dämpfung kann mit Hilfe eines aeroelastischen Strömungslösers bestimmt und zur Identifikation des Flatter-Phänomens in einer thermischen Turbomaschine genutzt werden.

Die fremd-erregten Schwingungen werden durch externe Luftkräfte auf der Schaufeloberfläche hervorgerufen. Die Luftkräfte können beispielsweise von stromaufwärts liegenden Blattreihen hervorgerufen werden, welche eine Störung in die Strömung einbringen.

2 Grundlagen

Diese drehzahlabhängigen Störungen lassen sich mittels ihrer Maschinenordnung - engl. engine-order (EO) charakterisieren. Wenn die EO die Schaufeln der Blattreihen zur Resonanz anregt, kann es zu zeitlich anhaltenden Schwingungen kommen. Mittels einer aeroelastischen Simulation können die Anregungen für ausgewählte EO's betrachtet und analysiert werden. Es können auch drehzahlunabhängige Störungen, wie Ablöse-Zellen, in der Strömung auftreten. Da diese Störungen nicht a priori identifiziert werden können, kann nur mit genauer Kenntnis der Strömung bzw. des Betriebspunktes die Ursache der Anregung untersucht werden. Erregte Schwingungen verursachen eine Schwächung der Struktur und können bei anhaltendem Auftreten und Spannungsüberhöhungen zu Rissen und dem Versagen der Bauteilintegrität führen. Für eine ausführliche Beschreibung wird auf [32] verwiesen.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der aeroelastischen Simulation zur Bestimmung der anregenden Luftkräfte auf der Schaufeloberfläche, welche im nachfolgenden Kapitel näher beschrieben wird.

2.2 Aeroelastische Strömungsmodellierung

Im Bereich der thermischen Turbomaschinen sind die folgenden besonderen Eigenschaften bei der Bestimmung der anregenden Luftkräfte zu berücksichtigen:

- zeitabhängige Vorgänge (instationär)
- kompressible Strömungen aufgrund von Machzahlen über 0.3
- reibungsbehaftete Phänomene wie Nachlaufzellen, Ablösungen und "rotating stall"
- stehende und bewegte Blattreihen (Stator und Rotor)

Aufgrund der Komplexität des Problems ist eine analytische oder vereinfachte Zugänglichkeit zur Bestimmung der Anregungskräfte kaum gegeben. Die unterschiedlichen Aspekte der FR lassen sich mittels der numerischen Strömungsmechanik abbilden.

Diese Arbeit konzentriert sich auf den RR firmeneigenen numerischen Strömungslöser *AU3D*, welcher von Sayma et al. in [30] näher beschrieben wird. Der Strömungslöser nutzt die instationären Favre-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen für kompressible, reibungsbehaftete dreidimensionale Strömungen und einen Finite-Volumen-Ansatz zur

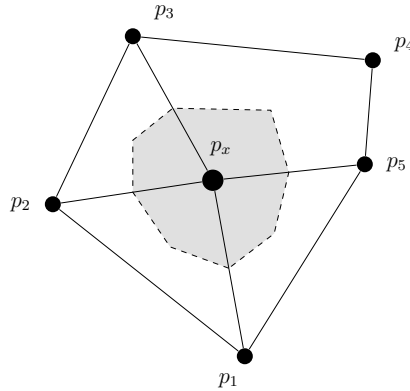


Abbildung 2.1: Diskretisierung mittels eines unstrukturierten Gitters

Beschreibung der physikalischen Vorgänge. Das kontinuierliche Strömungsgebiet ist mit einem unstrukturierten Gitter diskretisiert. Das Gitter besteht aus Volumenelementen und kann Tetraeder, Hexaeder, quadratische Pyramiden und Prismen beinhalten.

Die Strömungsgrößen werden für das umgebende Kontrollvolumen jedes Eckpunktes eines Volumenelementes definiert. Das Kontrollvolumen wird durch die Verbindung der zum Eckpunkt gehörenden Elementmittelpunkte, Flächenmittelpunkte und Kantenmittelpunkte beschrieben. Ein zweidimensionaler Gitterausschnitt ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Die Kontrollfläche des Punktes p_x ist die graue Fläche, welche den Punkt durch die gestrichelten Mittelpunktverbindungen umgibt. Für das dreidimensionale Gitter wird die Kontrollfläche durch die Elementmittelpunkte zum Kontrollvolumen V_x mit der Oberfläche A_x erweitert.

Durch die knotenbasierte Speicherung der Strömungsgrößen, findet der Austausch von Informationen zwischen den wirklichen Punkten des Gitters statt. Somit entspricht jeder Gitterpunkt einem äquivalenten Knoten des Graphen und es muss kein dualer Graph erstellt werden. Um die Kommunikation des Strömungslösers darzustellen, müssen also alle Kanten eines Punktes abgebildet werden. Während der Aufteilung der Gitterpunkte in mehrere Bereiche wird entsprechend der Kommunikationsstruktur ein sogenannter "Halo" aufgebaut. In Abbildung 2.2 ist ein zweidimensionaler Gitterausschnitt zwischen zwei Partitionen abgebildet. Für den Punkt p_x sind die Partnerpunkte p_1 , p_2 und p_3 reale Gitterpunkte des Bereiches 1 und müssen nicht dem Halo hinzugefügt werden, da die Informationen ohne MP ausgetauscht werden können. Die Kanten $[p_x p_4]$, $[p_x p_5]$ und $[p_x p_6]$ verlaufen zwischen Bereich 1 und Bereich 2. Um die Informationen zwischen

2 Grundlagen

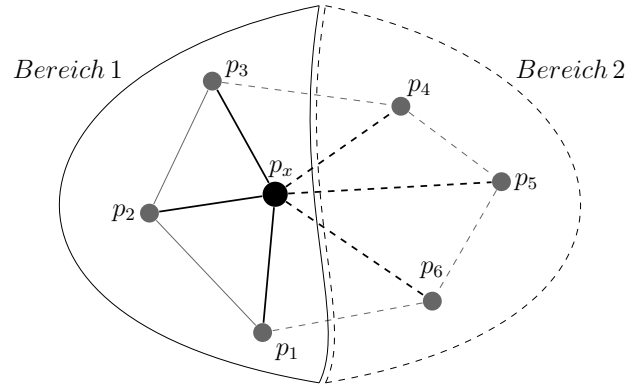


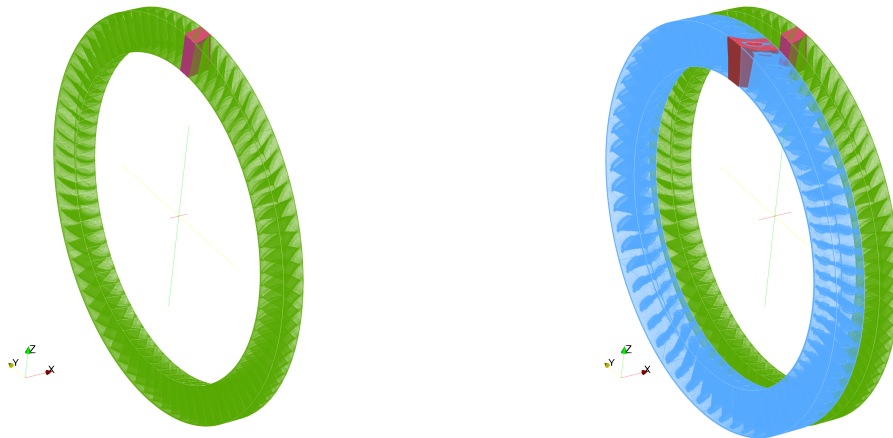
Abbildung 2.2: Erstellung des Halo

den Punkten während der Rechnung austauschen zu können, werden die Punkte p_4 , p_5 und p_6 dem Halo der ersten Partition hinzugefügt. Dadurch kann während des MP die genaue Menge an benötigten Informationen ausgewählt werden. Zusätzlich ist gewährleistet, dass jeder Punkt seine benötigten Partner zum Kommunizieren hat.

Zur Modellierung von aeroelastischen Phänomenen in thermischen Turbomaschinen gibt es verschiedene Möglichkeiten. Der allgemeingültige Ansatz ist eine zeitgenaue Berechnung eines Vollmodelles mit mehreren Blattreihen, wie er beispielsweise von Vahdati et al. [38] beschrieben wird. Hierbei wird jede Blattreihe als Vollmodell einer Schaufelpassage modelliert, dargestellt in Abbildung 2.3a.

Durch die Modellierung von mehr als einer Blattreihe, in Abbildung 2.3b, entstehen Verbindungsflächen zwischen den einzelnen Blattreihen. Dabei können aufeinanderfolgende Blattreihen unterschiedliche Rotationsgeschwindigkeiten Ω_S und Ω_R aufweisen. Sei die erste Blattreihe eine Statorreihe, so ergibt sich $\Omega_S = 0$. Die stromabwärts liegende Rotorreihe bewegt sich mit $\Omega_R > 0$. Somit verändern sich die Positionen der Punkte auf den Verbindungsflächen in jedem Zeitschritt. Zusätzlich gilt im allgemeinen Fall, dass die Gitterstrukturen auf den Flächen nicht identisch sind.

Damit Interaktionen zwischen mehreren Blattreihen abgebildet werden können, sind für solche Verbindungsflächen geeignete Kommunikationsstrukturen formuliert. Der Strömungslöser *AU3D* bietet für den Informationsaustausch zwischen mehreren Verbindungsflächen zwei Formulierungen:



(a) Vollmodell einer Schaufelpassage

(b) Mehr-Blattreihen-Vollmodell

Abbildung 2.3: Allgemeiner Aufbau eines Vollmodelles

Mischflächen (engl. mixing-plane)

Mit Hilfe eines vereinfachten Mischflächenansatzes kann für stationäre Rechnungen die Interaktion mehrerer Blattreihen abgebildet werden, wie erstmals von Denton [6] gezeigt. Hierbei werden die Strömungsgrößen auf der Verbindungsfläche für jeden Zeitschritt in Umfangsrichtung und für jeden radialen Gitterabschnitt gemittelt. Das berechnete radiale Strömungsprofil wird dann an die Partnerfläche als neue Randbedingung weitergegeben. Der Rechenaufwand bei diesem Ansatz ist gering und bedarf keiner aufwendigen Kommunikation zwischen den Verbindungsflächen. Für eine genauere Erklärung der Formulierung eines solchen Mischflächenansatzes für dreidimensionale Strömungen sei auf Denton [7] verwiesen.

Gleitflächen (engl. sliding-plane)

Um während einer instationären Rechnung Strömungsphänomene wie Nachlaufdeln, Ablösungen oder Stöße über die Verbindungsflächen transportieren zu können, müssen Umfangsvariationen erhalten bleiben. Der Gleitflächen-Ansatz vereinfacht das Strömungsfeld nicht, sondern transportiert die vorliegenden Strömungsgrößen direkt. Für jeden Zeitschritt werden die Strömungsgrößen für alle Punkte auf einer Verbindungsfläche von ihren Verbindungspartnern auf der Partnerfläche

2 Grundlagen

interpoliert. Für eine genauere Erklärung der implementierten Interpolationsmethode sei auf Rai [27] verwiesen. Durch die Suche der Interpolationspartner in jedem Zeitschritt und für jedes Flächenelement erfordert diese Methode einen weitaus höheren Rechenaufwand. Des Weiteren muss für die numerische Umsetzung des Ansatzes ein wesentlich größerer Halo erstellt werden. Eine weiterführende Beschreibung der Gleitflächensuche wird im Anhang in Abschnitt A.1 gegeben.

Da der Rechenaufwand für Vollmodelle durch ihre Gittergröße besonders zeit- und kostenintensiv ist und sie dementsprechend keine Anwendung im Entwurfsprozess finden, sind vermehrt spezifische Ansätze entwickelt worden, mit welchen die Gittergröße verringert werden kann. In dieser Arbeit sollen zwei Gittererweiterungen des Strömungslösers zur Realisierung von spezifischen Methoden näher erläutert werden.

periodische Punkte (engl. periodic-points)

Periodische Sektor- und Passagenmodelle liefern für stationäre Rechnungen eine gute Approximation des Vollmodelles und sind in weiten Bereichen der numerischen Strömungsmechanik zu finden [4]. Hierbei werden die Blattreihen des Vollmodelles durch einen gemeinsamen Teiler verkleinert oder jeweils durch eine Passage abgebildet, wie in Abbildung 2.4 dargestellt. An den, dabei entstehenden, periodischen Rändern werden die Strömungsgrößen direkt ausgetauscht. Voraussetzung

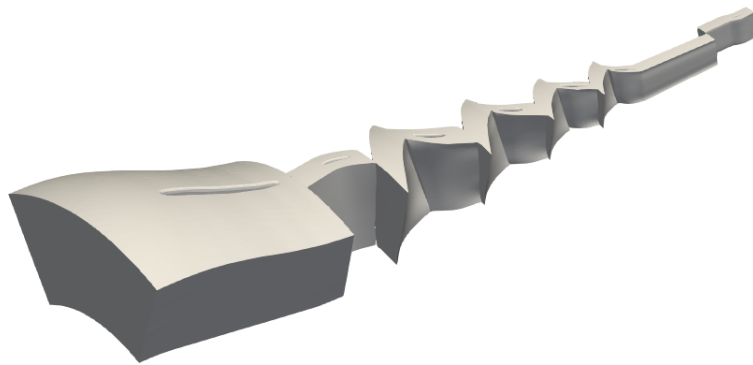


Abbildung 2.4: Periodisches Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen Modell

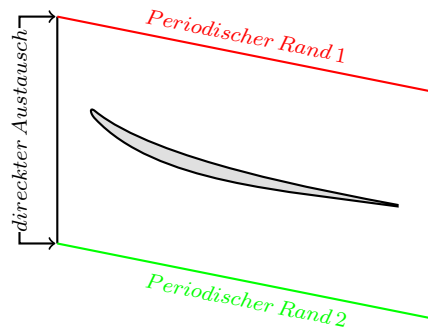


Abbildung 2.5: Kommunikation der periodischen Gitterpunkte

ist dabei, dass die periodischen Ränder die identische Gitterstruktur aufweisen. Eine schematische periodische Einzel-Passage ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Die Informationen werden zwischen dem periodischen Rand 1 (rot) und dem periodischen Rand 2 (grün) während jedes Zeitschrittes ausgetauscht. Durch die gegenseitige Beeinflussung der Strömungsgrößen an den Punkten und der momentanen Implementierung ist es notwendig, dass die periodischen Punktepaare immer in der gleichen Partition sind.

Schattenpunkte (engl. shadow-points)

Um instationäre Störungen durch Interaktionen in Umfangsrichtung abbilden zu können, wird das Modell der periodischen Punkte so erweitert, dass die Strömungswerte mit einem Phasenversatz am jeweiligen periodischen Rand ausgetauscht werden können. Eine Übersicht zu verschiedenen Formulierungen haben Srivastava et al. [33] zusammengestellt. Eine Einzel-Passage mit einem Schattengitter ist schematisch in Abbildung 2.6 dargestellt. Die exakte Kopie des jeweiligen Originalgitterausschnittes 1 und 2 wird an der gegenüberliegenden Seite als Schatten dem Gitter angefügt. Die zeitliche Veränderungen der Strömungsgrößen des originalen Gitters 1 und 2 werden zu jedem Zeitschritt anhand der Fourierkoeffizienten an das Schattengitter weitergegeben. Hierbei wird der Phasenversatz zwischen dem Original und dem Schatten mit berücksichtigt. Für eine weiterführende Erklärung sei auf Stapelfeldt und Di Mare [34] verwiesen. Durch die momentane Implementierung des Fourierkoeffizientenaustausches ist es notwendig, dass sich die Original-Punkte und ihre zugehörigen Schattenpunkte in einer Partition befinden.

2 Grundlagen

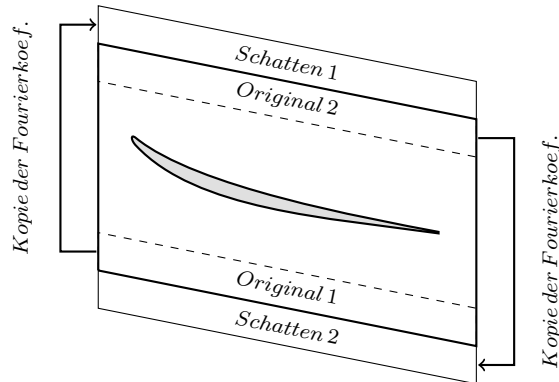


Abbildung 2.6: Kommunikation der Schattenpunkt-Gitter

Zur Beschreibung von instationären Phänomenen mittels reduzierter Modelle sind eine Vielzahl von Methoden entwickelt worden. Im Folgenden werden zwei, im Strömungslöser *AU3D* 8.1.5 implementierte, Methoden näher im Hinblick auf die Kommunikation betrachtet.

SPMR

Die SPMR-Methode von Mata et al. [24] ist eine Fouriermethode zur Beschreibung von stationären und instationären unsymmetrischen Strömungen in Turbomaschinen im Zeitbereich.

In Abbildung 2.7 ist ein SPMR-Modell mit zwei Blattreihen dargestellt. Jede Blattreihe wird durch eine einzelne Schaufelpassage repräsentiert, einem Stator und einem stromabwärts liegenden Rotor. Die Verbindungsflächen zwischen den beiden Blattreihen sind mit den zuvor beschriebenen Gleitflächen modelliert, damit Störungen in Umfangsrichtung zwischen den Passagen ausgetauscht werden können. Die Strömungsstörungen, welche sich bei der instationären Rechnung innerhalb einer Passage in Umfangsrichtung ausbreiten, werden bei diesem Modell mit den zuvor beschriebenen Schattenpunkten modelliert.

Da sich die Passagen relativ zueinander bewegen, befinden sich die Sektor-Gleitflächen nicht zu jedem Zeitschritt an der gleichen räumlichen Stelle. Um die Interaktionen zwischen mehreren Blattreihen abbilden zu können, wird das Strömungsgitter mit 360° Gleitflächen erweitert.

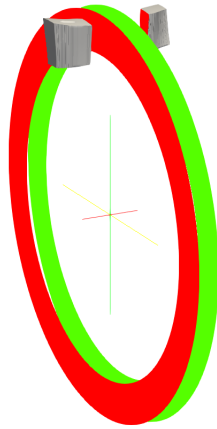


Abbildung 2.7: Explosionsdarstellung eines Zwei-Blattreihen SPMR-Modells

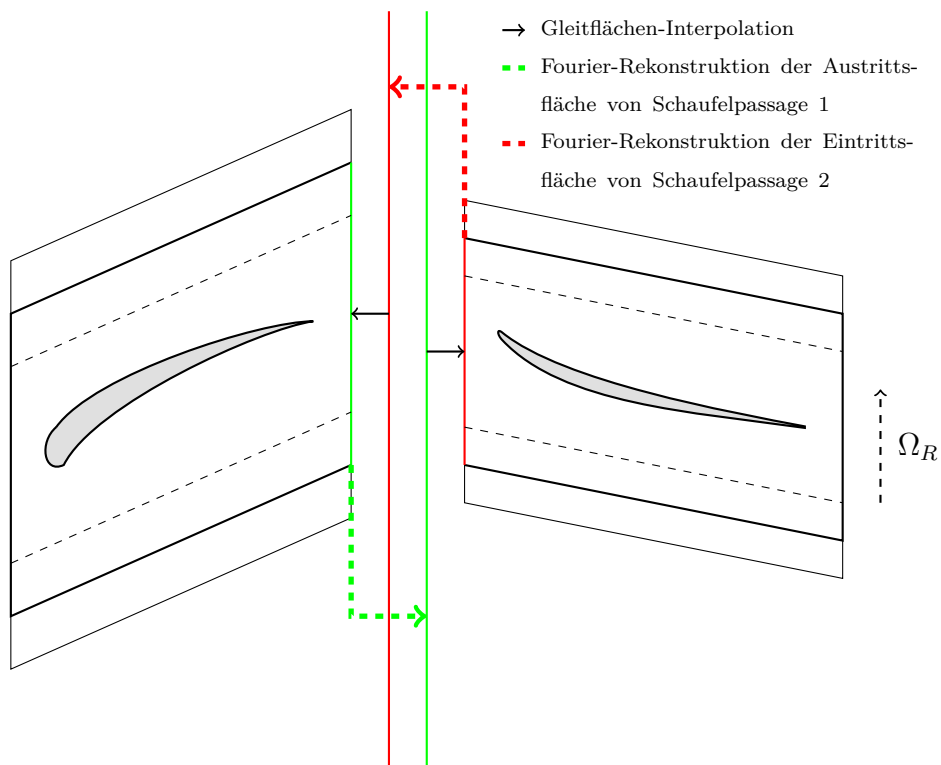


Abbildung 2.8: Besondere Kommunikation in einem SPMR-Modell

2 Grundlagen

Eine schematische zweidimensionale Ansicht des Informationsaustausches ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Die Strömungsgrößen der Sektor-Gleitfläche werden in räumliche und zeitliche Fourierkoeffizienten transformiert und auf der zugehörigen 360° Gleitfläche - engl. full annulus sliding plane (FASP) rekonstruiert. Von der FASP können die Strömungsgrößen, wie bei einem Vollmodell, zu jedem Zeitschritt zwischen den Verbindungsflächen interpoliert werden. Die FASP hat keine physikalische Dicke, befindet sich an der gleichen axialen Position wie die zugehörige Sektor-Fläche und dient ausschließlich der Zwischenspeicherung der Strömungsgrößen. Dadurch, dass sich die Gleitflächenkopie im gleichen Referenzsystem wie die Originalfläche befindet, kann der Informationsaustausch ohne weiteren numerischen Aufwand stattfinden. Zudem werden, wie von Stapelfeldt und Di Mare [35] beschrieben, nur die Bereiche der Gleitfläche aktualisiert, welche für die Interpolation zur nächsten Passage zum jeweiligen Zeitschritt notwendig sind.

SAMR

Die SAMR-Methode nach Stapelfeldt [34], auch "Reduced Passage Method" nach Stapelfeldt und Di Mare [36], ist eine Erweiterung der zuvor beschriebenen SPMR-Methode. Hierbei können Anregungen auf der Schaufeloberfläche durch die Interaktionen mehrerer stromaufwärts und stromabwärts liegender Blattreihen abgebildet werden. Für eine nähere Beschreibung der Formulierung wird auf die Dissertation von Stapelfeldt [34] verwiesen.

In Abbildung 2.9 ist ein Drei-Blattreihen SAMR-Modell dargestellt. Für jede zusätzliche Fourier-Approximation einer harmonischen Erregung müssen die interagierenden Blattreihen um jeweils zwei Einzelpassagen erweitert werden. Im dargestellten Modell wird eine Interaktion der ersten und zweiten Statorblattreihe berücksichtigt. Betrachtungspunkt für die Anregung ist die mittig dargestellte Einzel-Passage des Rotors. Die stromaufwärts liegende Blattreihe besteht aus 3 Stator-Passagen, die stromabwärts liegende Blattreihe besteht ebenfalls aus 3 Stator-Passagen. Die zusätzlichen Einzelpassagen werden in Abhängigkeit der abzubildenden Interaktion in Umfangsrichtung rotiert.

Wie bei einem SPMR-Modell werden die Gleitflächen zwischen den Passagen durch eine FASP Kopie erweitert. Jede Passage wird zur Abbildung von Umfangsvariationen

2.2 Aeroelastische Strömungsmodellierung

innerhalb der Passage mit Schattengittern erweitert. Hierbei sind die Schattengitter der zusätzlichen Passagen mit der Ursprungs-Passage verbunden. Durch die unphysikalische Position der rotierten Passagen, werden die Strömungsgrößen auf die originale, physikalisch richtig positionierte Sektor-Fläche übertragen. Auf der Ursprungsfläche werden die Fourierkoeffizienten berechnet und auf der FASP rekonstruiert, identisch zu der zuvor beschriebenen SPMR-Methode.

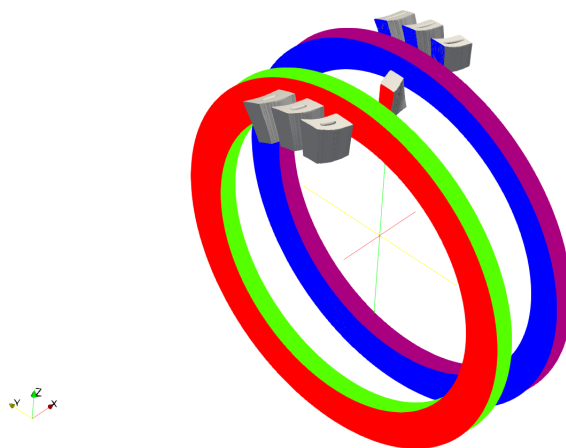


Abbildung 2.9: Explosionsdarstellung eines SAMR-Modells

2.3 Parallelisierung

Neben der Entwicklung der spezifischen Methoden kann die Laufzeit der Berechnung durch eine Parallelisierung verbessert werden. Anhand der Klassifizierung von Flynn [11] lassen sich parallele Rechenmodelle in 4 Klassen unterteilen.

SISD (engl. single instruction single data)

SISD beschreibt das Ausführen genau einer Anweisung auf genau einer Datenmenge. Diese Klasse beinhaltet alle seriellen Programmabläufe.

SIMD (engl. single instruction multiple data)

SIMD beschreibt das Ausführen genau einer Anweisung auf mehreren Datenmengen. Die parallele Anforderung besteht in der gleichmäßigen Aufteilung der Daten.

MISD (engl. multiple instruction single data)

MISD beschreibt das Ausführen mehrerer Anweisungen auf genau einer Datenmenge. Die Anweisungen müssen bei dieser Methode die gleiche Rechendauer aufweisen, um eine effiziente Parallelisierung zu gewährleisten.

MIMD (engl. multiple instruction multiple data)

MIMD beschreibt das Ausführen von mehreren Anweisungen auf mehreren Datenmengen. Hierbei werden die parallelen Elemente der SIMD und MISD vereinigt.

Der parallele aeroelastische Strömungslöser *AU3D* gehört zur Klasse der SIMD, implementiert von Barakos et al. [1]. Die Daten des gesamten Rechengebietes werden in mehrere Teilgebiete aufgeteilt. Jedes Teilgebiet bekommt während der Rechnung die gleichen Anweisungen. Die Verbindungen der einzelnen Rechengebiete erfolgt über die gleichnamige Nachrichtenaustauschnittstelle - engl. message passing interface (MPI) [25]. Die Daten der Verbindungsflächen werden dabei nach jeder Anweisung ausgetauscht und aktualisiert. Mittels der Aufteilung der Datenmenge kann der Rechenaufwand für jeden Prozessor verringert werden. Durch die Skalierung der Datengröße ist es möglich, Modelle, welche den Speicher eines einzelnen Prozessors übersteigen, berechnen zu können. Des Weiteren kann durch die kürzere Laufzeit die Wirtschaftlichkeit von Simulationen gesteigert werden.

Für eine effiziente Programmparallelisierung auf einem homogenen Computercluster

muss die Datenmenge gleichmäßig auf jedem Prozessor verteilt werden, also der Rechenaufwand für jede Anweisung auf jedem Prozessor gleich sein.

In Abbildung 2.10 ist das Verhältnis der Berechnungsdauer und der Kommunikationsdauer bei steigender Anzahl an Partitionen für die perfekte Verteilung der Datenmengen dargestellt. Hierbei wird davon ausgegangen, dass sowohl die Verteilung der Gitterpunkte in jeder Partition gleich ist als auch die Kommunikation der parallelen Rechnungen gleich groß bleibt. Bei einer seriellen Simulation wird die Laufzeit zu 100 % durch die Berechnung bestimmt. Wird die Datenmenge in x Teilmengen aufgeteilt, so besteht ein gewisser Anteil der Laufzeit aus Kommunikationsanweisungen. Für das Beispiel soll der Anteil sich auf 10 % belaufen.

Bei jeder weiteren Erhöhung der Partitionsanzahl führt selbst bei einer perfekten Aufteilung der Datenmengen die auftretende Kommunikation zu einer steigenden prozentualen Kommunikationsdauer. Dies führt zu einer stetigen Abnahme der Skalierbarkeit bei der Erhöhung der Partitionsanzahl, da die Kommunikation durch die Parallelisierung nicht beschleunigt wird. Somit wird die Laufzeit einer parallelen Rechnung bei einer sehr großen Anzahl an Partitionen maßgeblich von der Kommunikation bestimmt und kann durch die weitere Verkleinerung der Datenmenge nicht schneller werden.

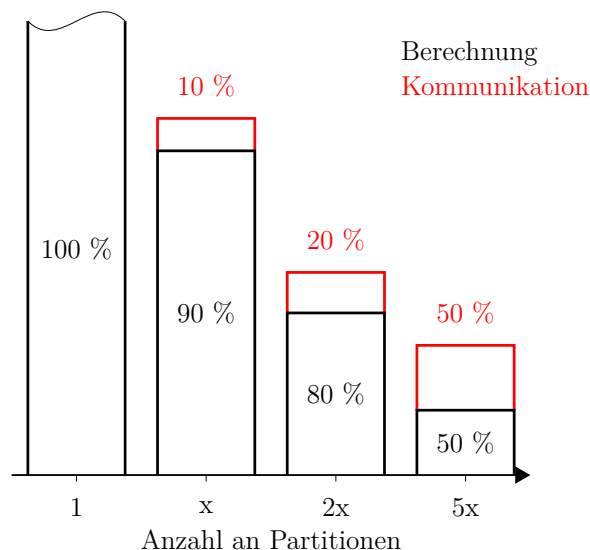


Abbildung 2.10: Verhältnis der Berechnungsdauer und der Kommunikationsdauer bei wachsender Partitionierung

2 Grundlagen

Die, im Vergleich zur seriellen Programmausführung, notwendige Kommunikation zwischen den Teilgebieten muss dementsprechend bei der Aufteilung berücksichtigt werden und sollte möglichst gering sein. Der Kommunikationsaufwand zwischen den Teilgebieten hängt dabei von mehreren Faktoren ab :

- Menge aller Gitterpunktverbindungen, welche zwischen zwei Teilgebieten verlaufen, bestimmt die Anzahl der Daten, welche ausgetauscht werden müssen.
- Art der Gitterpunktverbindung, welche aufgeteilt wird, bestimmt die Speichergröße der Daten, die kommuniziert werden.
- Menge der mit einem Teilgebiet verbundenen Partner, welche Daten austauschen müssen, bestimmt die Anzahl der Nachrichtenaustausch - engl. message passing (MP)-Anweisungen während eines Kommunikationsschrittes.

Zur gleichmäßigen Aufteilung einer gegebenen Datenmenge sind verschiedene Ansätze möglich. Hierbei können sowohl einfache problemspezifische Methoden, wie die Aufteilung in einzelne Blattreihen eines Modells, als auch die Zerteilung in geometrische Formen, wie Würfel, Scheiben und Ringe genutzt werden. Diese Ansätze sind zwar sehr schnell, können jedoch bei komplexeren Geometrien oder bei einer ungleichmäßigen Verteilung der Gitterpunkte im Raum versagen.

Einen allgemeinen Ansatz stellen graphenbasierte Methoden dar. Im Folgenden wird eine Einführung in graphentheoretische Ansätze zur perfekten Aufteilung gegeben.

2.4 Graphen

Graphen werden in vielen Anwendungsbereichen, wie der Routenplanung [5], bei Netzwerkstrukturen [22] und bei Simulationen [31] als mathematische Beschreibungsform genutzt. Ein Teilgebiet der Graphentheorie ist die perfekt ausbalancierte Partitionierung eines Graphen. Hierbei wird der Graph in n möglichst gleichmäßige Bereiche aufgeteilt und die Verbindungsfläche zwischen den einzelnen Bereichen soll dabei möglichst klein sein.

In den vergangenen Jahrzehnten wurden eine Vielzahl von Lösungsalgorithmen entwickelt und verbessert, darunter sowohl serielle Anwendungen wie Scotch [23], KaFFPa [28] und Metis [17], als auch parallele Erweiterungen wie PScotch [26], ParHIP [28] und ParMetis [19].

Im Folgenden werden zuerst die allgemeinen theoretischen Grundlagen erklärt und anschließend wird die Partitionierung eines Graphen näher beschrieben.

2.4.1 Graphentheoretische Grundlagen

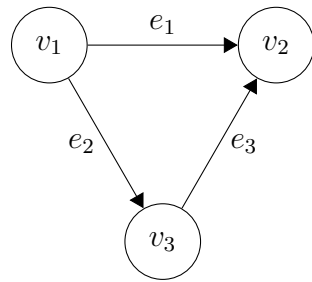
Die folgende Definition eines Graphen bildet die Grundlage dieser Arbeit und bezieht sich auf den Schwerpunkt der Graph Partitionierung in Anlehnung an die Beschreibung von Karypis und Kumar [16].

Ein Graph G , dargestellt in Abbildung 2.11a, ist ein Tupel aus der nicht-leeren Menge seiner Knoten V und der nicht-leeren Menge seiner Kanten E , definiert als $G = (V, E)$. In der Menge der Knoten $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ wird jeder Knoten v_i eindeutig durch seinen Index $i \in [1, 3]$ beschrieben. Die Anzahl der Knoten $|V| = n$ des Graphen ist äquivalent dem höchsten Index 3. In der Menge der Kanten $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ wird jede Kante e_i eindeutig durch ihren Index $i \in [1, 3]$ beschrieben. Eine Kante e_i ist ein Tupel aus 2 Knoten v_j und v_k , definiert als $e_i = (v_j, v_k)$, $i \in [1, 3]$, $j, k \in [1, 3]$, $j \neq k$. Die Anzahl der Kanten $|E| = m$ des Graphen ist dabei äquivalent zum höchsten Kantenindex 3.

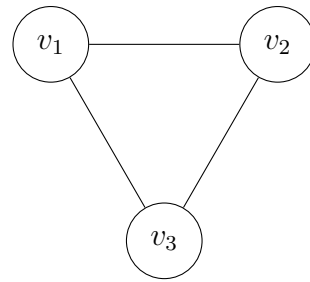
Die Nachbarschaft $N(v_i)$ eines Knotens v_i beinhaltet alle Knoten $v_j \in V$, welche eine gemeinsame Kante $e_k \in E$ besitzen. Für den Knoten v_1 besteht die Nachbarschaft folglich aus den Knoten v_2 und v_3 . Der Grad $d(v_1)$ beschreibt die Anzahl der zugehörigen Kanten und wird über die Nachbarschaft definiert als $d(v_1) = |N(v_1)| = 2$.

Graphen werden in ungerichtete und gerichtete Graphen unterteilt. Ein Graph heißt

2 Grundlagen



(a) Gerichteter Graph G_g



(b) Ungerichteter Graph G_u

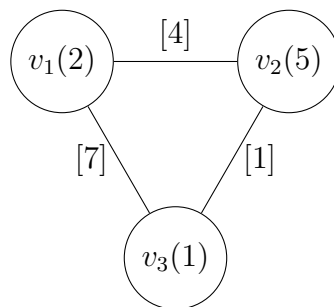
Abbildung 2.11: Beispiel für die Kantendefinitionen eines Graphen

gerichtet, wenn eine Kante e_i durch sein Tupel (v_j, v_k) beschreiben wird. Der gerichtete Graph G_1 in Abbildung 2.11a besitzt die Menge $V_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$, $|V_1| = n_1 = 3$ und die Menge $E_1 = \{e_1, e_2, e_3\}$, $|E_1| = m_1 = 3$ mit den Kanten $e_1 = (v_1, v_2)$, $e_2 = (v_1, v_3)$ und $e_3 = (v_3, v_2)$. Ein Graph heißt hingegen ungerichtet, wenn eine Kante e_i durch die Menge seiner Knoten $\{v_j, v_k\}$ beschrieben wird. Der ungerichtete Graph G_2 in Abbildung 2.11b besitzt die gleiche Menge von Knoten $V_2 = V_1$ wie der gerichtete Graph G_1 . Die Menge $E_2 = \{e_1, e_2, e_3\}$, $|E_2| = m_2 = 3$ beinhaltet jedoch die Kanten $e_1 = \{v_1, v_2\}$, $e_2 = \{v_1, v_3\}$ und $e_3 = \{v_3, v_2\}$.

Zusätzlich kann ein Graph als gewichtet und ungewichtet klassifiziert werden. Hierbei wird jedem Knoten v_i ein Gewicht $W_V(v_i)$ zugeordnet. Das Gewicht W_V beschreibt beispielsweise bei einer Simulation den numerischen Aufwand den der jeweilige Knoten im Vergleich zu anderen Knoten benötigt. Jeder Kante e_i wird ein Gewicht $W_E(e_i)$ zugeordnet. Das Gewicht W_E beschreibt beispielsweise bei einer Routenplanung den Aufwand beim Durchlaufen der Kante oder bei einer Simulation den Kommunikationsaufwand zweier Knoten. Im Folgenden ist ein Graph G ungewichtet, wenn $W_V(v_i) = 1 \forall i \in V \wedge W_E(e_j) = 1 \forall j \in E$ gilt bzw. jeder Knoten und jede Kante ein äquivalentes Gewicht aufweist.

Der gewichtete Graph $G_w(V_w, E_w)$ in Abbildung 2.12 besitzt beispielsweise sowohl gewichtete Knoten, als auch gewichtete Kanten. Das Knotengewicht $W_E(v_i)$ ist in runden Klammern in dem dazugehörigen Knoten v_i abgebildet. Das Kantengewicht $W_V(e_j)$ steht neben der jeweiligen Kante e_j in eckigen Klammern.

Neben den allgemeinen Eigenschaften eines Graphen, seien noch mehrere partitionierungsspezifische Begriffe erklärt. Der Graph ist bei der hier behandelten Partitionierung als ungerichteter Graph definiert.

Abbildung 2.12: Beispiel für einen gewichteten Graphen G_w

Während der Partitionierung wird der Ursprungsgraph $G(V, E)$ in mehrere Teilgraphen unterteilt. Ein Teilgraph $T_i(V_i, E_i)$ ist eine Untermenge des Graphen $G(V, E)$, sodass $V_i \subseteq V$ und $E_i \subseteq E$. Der Kantenschnitt c_i des Teilgraphen T_i beschreibt die Summe der Kantengewichte $W_{E_i}(e_j)$ aller Kanten $e_j = \{v_k, v_l\}$, $e_j \in E_i$, welche einen Knoten $v_k \in V_i$ und einen Knoten $v_l \in V \setminus V_i$ haben.

Zur Verkleinerung eines Ursprungsgraphen kann ein kleinerer Graph mittels Multi-Knoten erzeugt werden. Multi-Knoten sind dabei eine Vereinigung zweier Knoten. Es werden die Knoten v_i und v_j eines Ursprungsgraphen mit der Knotenmenge V_i zu einem Multi-Knoten v_k der Knotenmenge V_{i+1} eines kleineren Graphen G_{i+1} vereinigt, sodass

$$W_{V_{i+1}}(v_k) = W_{V_i}(v_i) + W_{V_i}(v_j) \quad (2.1)$$

und

$$N(v_k) = \{N(v_i) \cup N(v_j)\}. \quad (2.2)$$

2.4.2 Graph Partitionierung

Bereits Garey et al. [12] zeigen, dass das Graph Partitionierungsproblem NP-vollständig ist. Es kann im Allgemeinen keine exakte Lösung für das Problem bei steigender Größe innerhalb einer polynomiell abhängigen Zeit und mittels eines deterministischen Verfahrens gefunden werden.

Eine Vielzahl von heuristischen Algorithmen ist entwickelt worden, um eine "gute" Lösung innerhalb einer vorgegebenen Zeit zu finden. Diese Arbeit konzentriert sich auf den mehrstufigen Algorithmus, basierend auf der Beschreibung von Hendrickson und

2 Grundlagen

Leland [14] und der Weiterentwicklung von Karypis und Kumar [16]. Hierbei wird das Problem in 3 Schritten gelöst. Zuerst wird der Graph mittels geeigneter Heuristiken verkleinert, dann eine geeignete Partitionierung des kleinsten Graphen erstellt und anschließend wird der Graph wieder vergrößert und die Partitionierung verfeinert. Für eine ausführliche Beschreibung wird auf Schulze [29] und Karypis und Kumar [16] verwiesen.

Während des ersten Schrittes wird der gegebene Ursprungsgraph G_0 in mehreren Stufen verkleinert. Während jeder Verkleinerungsphase werden dabei die Knoten des Graphen G_i in Multi-Knoten des kleineren Graphen G_{i+1} transformiert. i bezeichnet hierbei die aktuelle Stufe des Graphen.

Zur Auswahl der Knotenpaare gibt es mehrere Ansätze:

1. Zufälliges Zusammenfassen (engl. *random-matching*) nach Bui und Jones [3]:
Die noch nicht zusammengefassten Knoten des Ursprungsgraphen können mittels einer zufälligen Auswahl zu Multi-Knoten vereinigt werden. Hierbei wird ein Knoten v_i des Ursprungsgraphen und ein Partnerknoten v_j der Nachbarschaft $N(v_i)$ zufällig ausgewählt. Bereits zusammengefasste Knoten werden anschließend so markiert, dass während einer Verkleinerungsphase jeder Knoten nur zu einem Multi-Knoten gehören kann.
2. Zusammenfassen nach Eigenschaften:
Eine Erweiterung des ersten Ansatzes ist das Zusammenfassen nach einer bestimmten Eigenschaft. Beispielsweise kann der Partnerknoten anhand des größten Kantengewichtes (engl. *heavy-edge-matching*) nach Karypis und Kumar [16] ausgewählt werden. Hierbei wird der erste Knoten v_i erneut zufällig gewählt und mit dem Partnerknoten, der das größte Kantengewicht der Nachbarschaft $N(v_i)$ besitzt, zusammengefasst.

Sobald alle Knoten des Graphen G_i zusammengefasst sind oder es keine unmarkierten Partner mehr gibt, werden die Markierungen entfernt und der neue Graph G_{i+1} weiter verkleinert.

Erreicht die Knotenanzahl des Graphen G_{i+1} eine vorgegebene Grenze, so wird die Verkleinerungsphase beendet und die eigentliche Partitionierung beginnt. Diese Grenze wird für allgemeine Graphen in Abhängigkeit der Knotenanzahl des Ursprungsgraphen definiert.

Im zweiten Schritt wird die Partitionierung des Graphen erstellt. Diese wird für den kleinsten Graphen mittels verschiedener Ansätze und in Abhängigkeit der Partitionsanzahl erzeugt. Hier sei auf die erweiterte *Spectral*-Methode nach Hendrickson und Leland [15] für kleine Anzahlen oder die *k-way*-Methode nach Karypis und Kumar [18] für große Anzahlen an Partitionen verwiesen. Durch die reduzierte Anzahl der Knoten benötigt die Berechnung mittels dieser Ansätze wesentlich weniger Zeit im Vergleich zur Partitionierung des Ursprungsgraphen. Die Aufteilung der Knoten des Graphen G_i wird in einer Menge P_i gespeichert, wobei $P_i(v_j)$ der Partitionsnummer des Knotens v_j aus dem Graphen G_i entspricht.

Während des letzten Schrittes wird der kleinste Graph G_i in mehreren Stufen in den Ursprungsgraphen G_0 transformiert. Dabei werden die Multi-Knoten in ihre Ursprungsknoten aufgeteilt. Ein größerer Graph G_{i-1} besitzt durch die Aufteilung der Knoten und Kanten mehr Freiheitsgrade als der Graph G_i . Somit muss die Partitionierung des Graphen G_i keine optimale Partitionierung und keinen minimalen Kantenschnitt des Graphen G_{i-1} darstellen. Sie bildet jedoch eine hinreichend gute Start-Aufteilung.

Mit der Hilfe von lokalen Verfeinerungsalgorithmen kann die Knotenverteilung und der Kantenschnitt bei jeder Vergrößerung verbessert werden. Erstmals ist eine solche lokale Verfeinerung von Kernighan und Lin [20] entwickelt worden. Der gleichnamige Kernighan-Lin-Algorithmus ist über die Jahre weiterentwickelt worden, beispielsweise von Fiduccia und Mattheyses [10].

Grundidee des Algorithmus ist es, den Vorteil jedes Punktes zu bestimmen, welcher entsteht, wenn der Punkt aus seiner ursprünglichen Partition in eine benachbarte Partition verschoben wird. Auf Basis des Vorteiles werden zwei Knoten identifiziert, welche den globalen Kantenschnitt verbessern und die Gewichtung der Bereiche beibehalten. Der Vorteil (engl. gain) lässt sich nach Karypis und Kumar [16] aus der Differenz der Kantengewichte aller Kanten eines Knotens, welche zwischen zwei Partitionen verlaufen und der Kantengewichte aller Kanten des Knotens innerhalb der Partition

$$g(v_i) = \sum_{\{v_j \in N(v_i) | P(v_j) \neq P(v_i)\}} W_E(\underbrace{\{v_i, v_j\}}_{e_k}) - \sum_{\{v_j \in N(v_i) | P(v_j) = P(v_i)\}} W_E(\underbrace{\{v_i, v_j\}}_{e_k}) \quad (2.3)$$

berechnen. Wenn der Vorteil positiv ist, so beschreibt er das Gewicht des Kantenschnittes, welches bei einem Austausch verringert werden kann. Hingegen wird bei einem negativen Vorteil der Kantenschnitt um dessen Betrag erhöht. Nach der vollständigen

2 Grundlagen

Rücktransformation in den Ursprungsgraphen G_0 und der lokalen Verfeinerung der Partitionierung wird der mehrstufige Algorithmus beendet.

Der Partitionierungsvorgang in Abbildung 2.14 wird im Folgenden für einen ungerichteten und gewichteten allgemeinen Graphen anhand der einzelnen Stufen erklärt. Dabei soll die Menge der Knoten in 2 Bereiche aufgeteilt werden und das Gewicht des Kantenschnittes minimiert werden.

Gegeben ist der Ursprungsgraph G_0 in Abbildung 2.13 mit der Knotenmenge

$$V_0 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}, \quad n = 7, \quad (2.4)$$

der Kantenmenge

$$E_0 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}, \quad m = 11 \quad (2.5)$$

und den Kanten

$$\begin{aligned} e_1 &= \{v_1, v_2\}, & e_2 &= \{v_1, v_4\}, & e_3 &= \{v_1, v_5\}, & e_4 &= \{v_2, v_3\}, \\ e_5 &= \{v_2, v_5\}, & e_6 &= \{v_2, v_6\}, & e_7 &= \{v_3, v_6\}, & e_8 &= \{v_3, v_7\}, \\ e_9 &= \{v_4, v_5\}, & e_{10} &= \{v_5, v_6\}, & e_{11} &= \{v_6, v_7\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Im Beispielgraphen G_0 werden die Knoten anhand des größten Kantengewichtes zusammengefasst. Durch eine zufällige Auswahl werden die Knoten v_4, v_6, v_3 nacheinander entlang der schwersten Kante mit einem unmarkierten Knoten zusammengefasst. Wenn

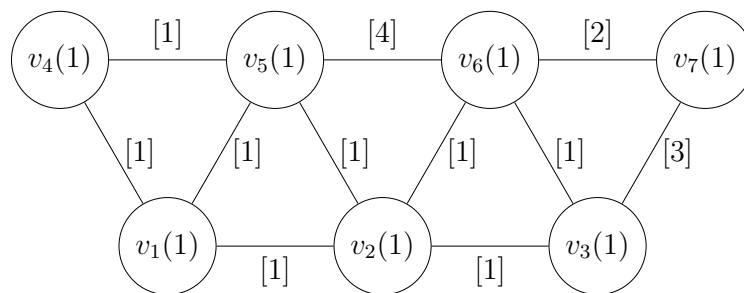


Abbildung 2.13: Ursprungsgraph G_0

alle Kanten das gleiche Gewicht aufweisen, so wird anhand des zufälligen Zusammenfassens ein Partner ausgewählt. Der daraus entstehende Graph G_1 ist in Abbildung 2.14b dargestellt. Die Indizes der Multi-Knoten beinhalten zur Veranschaulichung die Informationen über die ursprünglichen Knoten. Die Knotengewichte der ursprünglichen Knoten werden aufsummiert und ergeben das neue Gewicht der Multi-Knoten. Bei der Zusammenfassung des Multi-Knotens v_{45} werden die Kanten e_2 und e_3 zu einer neuen Kante zwischen v_{45} und v_1 vereinigt. Hierbei werden die Kantengewichte $W_E(e_2) = 1$ und $W_E(e_3) = 1$ addiert und ergeben das Kantengewicht 2 der neuen Kante. Wenn alle Knoten zusammengefasst sind oder es keine unmarkierten Partner mehr gibt, wie beim Knoten v_1 , wird der neue Graph G_1 weiter verkleinert.

Während des zweiten Zusammenfassungsschrittes werden die Knoten erneut zufällig ausgewählt und mit einem Partner, welcher das größte Kantengewicht hat, vereinigt. Hierbei wird zuerst der Knoten v_{45} und im Anschluss der Knoten v_{23} mit dem jeweiligen Partner zu Multi-Knoten transformiert. Der daraus resultierende Graph G_2 ist in Abbildung 2.14c dargestellt.

Da der Graph G_0 in 2 Bereiche aufgeteilt werden soll und dies in diesem Fall der Grenze der Verkleinerung entspricht, wird die rot gestrichelte initiale Partitionierung P_2 durch das Schneiden der einzigen Kante erzeugt. Der dadurch erzeugte Kantenschnitt liegt bei 8 Verbindungen.

Im nächsten Schritt wird der Graph G_2 zurück in den Graphen G_1 transformiert. Die initiale Partitionierung des Graphen G_2 wird während der ersten Vergrößerungs-Phase in Abbildung 2.14d auf den nächstgrößeren Graphen G_1 projiziert und ist rot gestrichelt dargestellt.

Für den Graphen G_1 ergeben sich nach Gleichung 2.3 in der ersten Iteration während der Verfeinerung die Knotenvorteile

$$\begin{aligned} g(v_1) &= 2 - 1 = 1 & g(v_{23}) &= 6 - 1 = 5 \\ g(v_{45}) &= 3 - 4 = -1 & g(v_{67}) &= 5 - 4 = 1 \end{aligned} \tag{2.7}$$

und der Austausch des Knotens v_{23} weist die größte Minimierung des Kantenschnittes auf. Um das Gleichgewicht der Partitionen zu bewahren, muss ein Austauschpartner in der Zielpartition mit dem besten Vorteil bestimmt werden. Da sich durch den Austausch des Knoten v_{23} der Vorteil der verbleibenden Knoten verändern kann, werden die Werte

2 Grundlagen

aktualisiert. Demnach ergeben sich die Vorteile

$$g(v_{45}) = 2 - 5 = -3 \quad g(v_{67}) = 0 - 9 = -9 \quad (2.8)$$

für die Knoten der Zielpartition. Die Vorteile der Partnerknoten sind beide negativ, jedoch weisen die Knoten v_{23} und v_{45} zusammen eine positive Veränderung auf. Da eine positive Differenz zweier Vorteile einer Verbesserung des Kantenschnittes entspricht, werden die Knoten v_{23} und v_{45} ausgetauscht. Die daraus entstehende Partition P_1 ist grün gestrichelt dargestellt.

Während der zweiten Iteration werden nur noch die Vorteile der bisher nicht vertauschten Knoten berechnet. Demnach ergibt sich für die Knoten v_1 und v_{67}

$$g(v_1) = 1 - 2 = -1 \quad g(v_{67}) = 4 - 5 = -1 \quad (2.9)$$

mit ausschließlich negativen Vorteilen. Der Verfeinerungsalgorithmus ist rein iterativ aufgebaut und wird an dieser Stelle abgebrochen, da durch das weitere Vertauschen von Knoten keine Verkleinerung des Kantenschnittes erfolgen kann.

Der Graph G_1 und die Partitionierung P_1 werden im zweiten Vergrößerungsschritt auf den Ursprungsgraphen G_0 projiziert. Die Partitionierung P_0 ist grün gestrichelt in Abbildung 2.14e dargestellt.

Zur Verbesserung der Kantenschnitte werden nach der letzten Vergrößerung erneut mehrere lokale Verfeinerungs-Iterationen ausgeführt. Die Berechnung der Vorteile des Graphen G_0 ergibt in der Reihenfolge der zugehörigen Partitionen

$$\begin{aligned} g(v_1) &= 1 - 2 = -1 & g(v_4) &= 0 - 2 = -2 & g(v_5) &= 5 - 2 = 3 \\ g(v_2) &= 2 - 2 = 0 & g(v_3) &= 0 - 5 = -5 & & \\ g(v_6) &= 4 - 4 = 0 & g(v_7) &= 0 - 5 = -5 & & \end{aligned} \quad (2.10)$$

wobei der Knoten v_5 durch ein Vertauschen den Kantenschnitt als Einziger verbessern kann. Durch das Vertauschen des Knotens werden die Vorteile der Zielpartition aktualisiert, sodass sich

$$\begin{aligned} g(v_2) &= 1 - 3 = -2 & g(v_3) &= 0 - 5 = -5 \\ g(v_6) &= 0 - 8 = -8 & g(v_7) &= 0 - 5 = -5 \end{aligned} \quad (2.11)$$

ergibt. Als bester Partner bildet der Knoten v_2 mit dem Knoten v_5 eine gemeinsame Differenz von $+1$. Die Knoten werden ausgetauscht und ergeben die blau gestrichelte Partitionierung P_0 in Abbildung 2.14e.

Zusätzlich sei auf die unveränderten Vorteile $g(v_3)$ und $g(v_7)$ hingewiesen. Durch den Austausch eines Knotens verändern sich nur die Vorteile der Knoten, welche mit diesem verbunden sind. Es reicht dementsprechend aus, wenn ausschließlich diese Vorteile aktualisiert werden und somit kann der numerische Aufwand in jedem Iterationsschritt verringert werden. Diese Beobachtung ist bereits in *Metis* implementiert und führt zu einem enormen Zeitgewinn im Bezug auf die Verfeinerungs-Iterationen des ursprünglichen Algorithmus nach Kernighan und Lin.

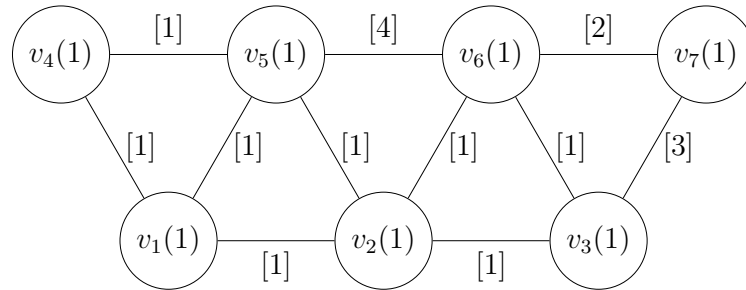
Im zweiten Iterationsschritt ergibt sich der Vorteil

$$\begin{aligned} g(v_1) &= 1 - 2 = -1 & g(v_4) &= 1 - 1 = 0 \\ g(v_3) &= 1 - 4 = -3 & g(v_6) &= 1 - 7 = -6 & g(v_7) &= 0 - 5 = -5 \end{aligned} \tag{2.12}$$

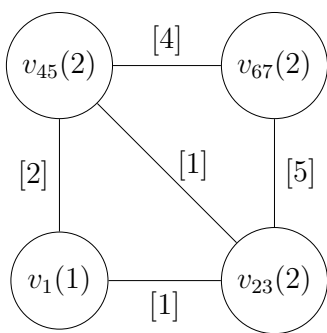
für die noch nicht vertauschten Knoten. Dadurch, dass kein Vorteil einen positiven Einfluss auf den Kantenschnitt aufweist, wird der Verfeinerungs-Algorithmus beendet. Die endgültige Partitionierung, blau gestrichelt in Abbildung 2.14e dargestellt, besitzt einen Kantenschnitt von 5. Dies entspricht einer Verbesserung von 37,5 % im Vergleich zur initialen Partitionierung in Abbildung 2.14c bei einer gleichbleibenden Verteilung der Knoten.

Der allgemeine Ansatz der Graph Partitionierung zeigt, dass durch die verschiedenen Heuristiken und den mehrstufigen Ansatz für einen beliebigen Graphen eine gute Partitionierung in relativ geringer Zeit gefunden werden kann. Tests bezüglich der Graph Partitionierung sind in der jeweiligen Entwicklerliteratur ausführlich beschrieben.

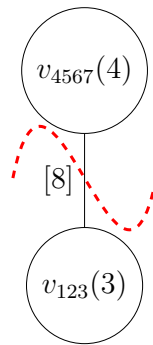
2 Grundlagen



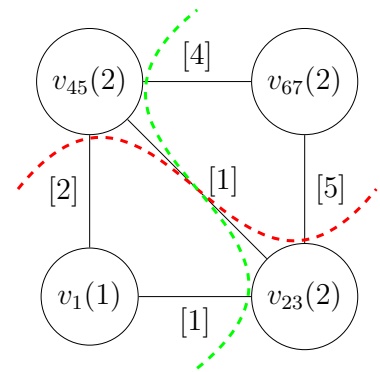
(a) Gewichteter Ursprungsgraph G_0



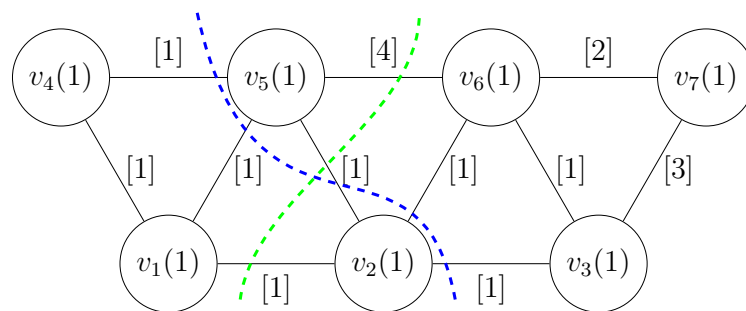
(b) Verkleinerung in den Graphen G_1



(c) Verkleinerung in den Graphen G_2 und initiale Partitionierung



(d) Vergrößerung in den Graphen G_1 und Verfeinerung



(e) Vergrößerung in den Graphen G_0 , Verfeinerung und finale Partitionierung

Abbildung 2.14: Phasen einer mehrstufigen Graph Partitionierung

3 Problemstellung und Lösungsstrategie

Dieses Kapitel beschreibt ausführlich die Problematik der bisherigen Partitionierungsmethodik und gibt im Anschluss einen Überblick über die Umsetzung und Strategie der neuen Graph Partitionierung.

Der Strömungslöser *AU3D* ist zuerst als serieller Programmcode von der *Aeroelasticity Research Group* am *Imperial College Vibration University Technology Centre* in London entwickelt worden.

Mit der Parallelisierung von Barakos et al. [1] wurden bereits erste Vollmodelle mit einer Graph Partitionierung berechnet. Die besondere Kommunikation der Verbindungsflächen, beschrieben im Abschnitt 2.2, wurden dabei konservativ erzwungen. Um den Nachrichtenaustausch zwischen zwei Verbindungsflächen zu minimieren, ist die Partitionierung so verändert worden, dass alle Gleitflächenpunkte zu einer Partition gehören. Die Methode konnte ausschließlich für Vollmodelle genutzt werden, da hierbei keine Berücksichtigung von periodischen Punkten oder Schattengittern möglich war. Für Partitionsgrößen mit bis zu 32 CPU konnten im Vergleich zu Testdaten ähnliche Ergebnisse erzeugt werden.

Durch die Limitierung auf Vollmodelle und die konservative Behandlung der Gleitflächen, entwickelten Wu et al. [39] eine, auf geometrischen Daten basierende, axiale Partitionierungsmethode. Diese, bis heute genutzte, axiale Methode zeigte im Vergleich zur konservativen Graph Partitionierung eine bessere Handhabung von aeroelastischen Modellen mit Partitionsgrößen bis zu 128 CPU. Im Zuge dessen wurde die Graph Partitionierung nicht weiterentwickelt und durch die axiale Partionierungsmethode ersetzt.

3.1 Problembeschreibung

Die aktuelle axiale Partitionierungsmethode der aeroelastischen Rechenumgebung unterteilt das Rechengebiet auf Basis von geometrischen Daten in n Teilgebiete. Dabei wird das gesamte dreidimensionale Rechengebiet in i , vom Benutzer vorgegebene, axiale Scheiben unterteilt. Hierfür wird der axiale Abstand

$$\Delta x = x_{max} - x_{min} \quad (3.1)$$

aus den Gitterdaten berechnet. Hierbei ist x_{max} die größte axiale Position und x_{min} die kleinste axiale Position aller Punkte im Gitter im kartesischen Koordinatensystem. Mit Hilfe von Gleichung 3.1 wird das Rechengebiet in i gleichmäßig verteilte Scheiben anhand von

$$\Delta x_{Scheibe} = \frac{\Delta x}{i} \quad (3.2)$$

aufgeteilt. Durch die Summierung der jeweils vorhandenen Gitterpunkte wird dem gesamten Rechengebiet und jeder Scheibe ein Gewicht W zugeordnet. Im nächsten Schritt werden der ersten Partition l Scheiben zugeordnet, bis das Gewicht der Partition

$$W_{Partition} = \sum_{j=1}^l W_j \approx \frac{W_{gesamt}}{n} \quad (3.3)$$

ist. Die Partitionierung wird mit den folgenden Partitionen 2 bis n und den verbleibenden Scheiben fortgeführt, bis alle Punkte einer Partition zugeordnet sind.

Diese Art der Partitionierung unterteilt das Rechengebiet schnell und ohne großen Speicheraufwand. Der Freiheitsgrad jeder Partition wird dabei theoretisch auf maximal 2 Nachbarpartitionen beschränkt. Zusätzlich wird bei dieser Methode sichergestellt, dass die periodischen Paare und Schatten-Punkte in einer Partition sind.

Für gleichmäßig verteilte Gitter und axial ausgerichtete Modelle, wie das periodische Modell in Abbildung 3.1, lassen sich mit diesem Ansatz ausreichend balancierte Partitionen erzeugen. Ein weiterer Vorteil ist die geringe benötigte Rechenleistung und Schnelligkeit dieser Methode.

Durch die stetig wachsende Anzahl der Gitterpunkte und die lokale Verfeinerung der Gitterstruktur führt der axiale Ansatz jedoch zu einer schlechten Skalierung für hohe Anzahlen an Partitionen. Grund dafür ist die Größe der Schnittflächen, welche beim

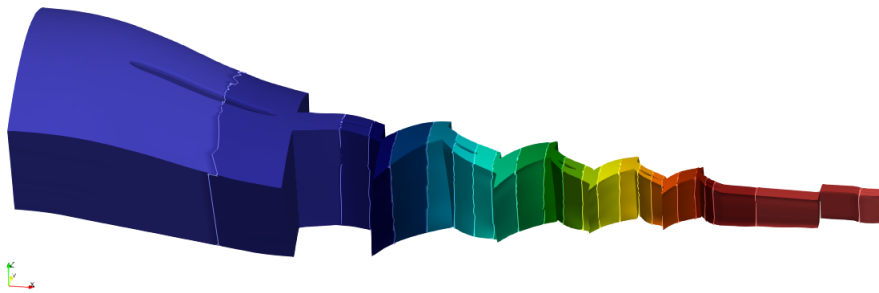
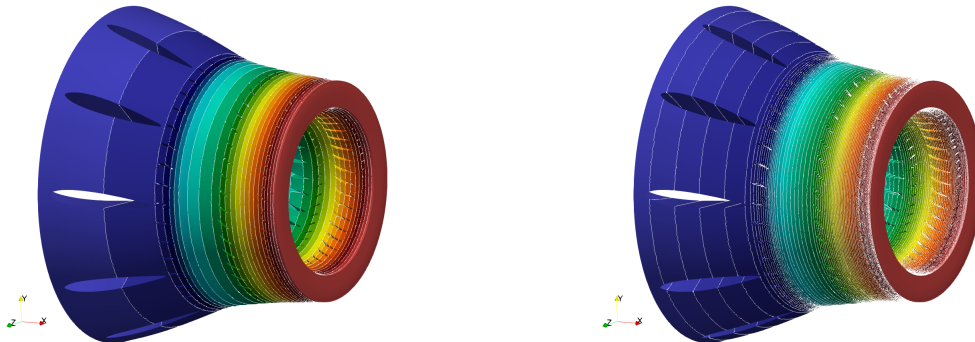


Abbildung 3.1: Axiale Partitionierung in 24 Partitionen eines Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen Mischflächen-Modells für stationäre Berechnungen

Aufteilen in axiale Scheiben entsteht. Die Kommunikation zwischen den Scheiben kann bei einer beliebig großen Anzahl an Partitionen nicht kleiner werden als die Summe aller Verbindungen über die beiden axialen Schnittflächen im Raum. Daraus folgt, dass bei einer weiteren Erhöhung der Partitionen die Anzahl der Punkte verringert werden kann, jedoch der Halo und somit die Kommunikation zwischen den Prozessoren konstant groß bleibt.

Das Mehr-Blattreihen Vollmodell in Abbildung 3.2a mit 24 Partitionen und in Abbildung



(a) Axiale Partitionierung in 24 Partitionen eines Mehr-Blattreihen Gleitflächen-Vollmodells für instationäre Berechnungen

(b) Axiale Partitionierung in 72 Partitionen eines Mehr-Blattreihen Gleitflächen-Vollmodells für instationäre Berechnungen

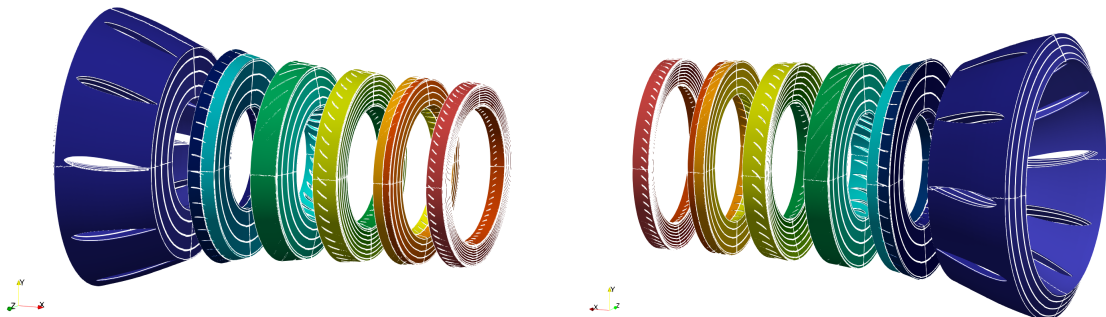
Abbildung 3.2: Vergleich der Verteilung der Partitionierung bei dreifacher Anzahl an axialen Bereichen

3 Problemstellung und Lösungsstrategie

3.2b mit 72 Partitionen verdeutlicht, dass die Schnittflächen bei beiden Modellen die gleiche Größe aufweisen, auch wenn die Anzahl der Punkte pro Partition verkleinert werden kann.

Eine Erweiterung der axialen Partitionierung ist mit dem *AU3D*-Programmsystem 16.1 eingeführt worden, um den Effizienzverlust für große Partitionsanzahlen zu verringern. Diese Methode ist speziell für Vollmodelle mit Gleitflächen nutzbar und durch die Implementierung für andere Modelle nicht anwendbar. Hierbei kann der Benutzer neben den axialen Scheiben zusätzlich eine gewählte Anzahl an Umfangsschnitten und radialen Ringen in das Rechengebiet einfügen. Die Umfangsschnitte werden gleichmäßig auf 360 Grad verteilt. Zur Erstellung der radialen Ringe wird die Oberfläche mit der geringsten radialen Höhe in jeder Blattreihe benötigt, welche im allgemeinen die Nabenfläche darstellt. Von dort aus werden die Ringe in radial ansteigender Richtung bis zur Fläche mit der höchsten radialen Position erzeugt. Die daraus resultierenden Raumgebiete werden dann ähnlich der axialen Methode den Partitionen zugeordnet. Dies ermöglicht eine variable Aufteilung des Rechengebietes in alle Raumrichtungen und eine Aufspaltung von großen axialen Flächen.

Mit dieser Methode kann ein Vollmodell in eine große Anzahl an Bereichen aufgeteilt werden, wie es in Abbildung 3.3 für 300 Partitionen dargestellt ist. Auf eine nähere Erklärung und einen Vergleich mit dieser Methode wird in dieser Arbeit weitestgehend



(a) Explosionsdarstellung der Vorderseite eines Gleitflächen Mehr-Blattreihen Vollmodells mit 300 Partitionen

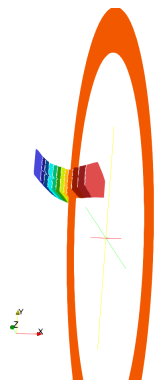
(b) Explosionsdarstellung der Rückseite eines Gleitflächen Mehr-Blattreihen Vollmodells mit 300 Partitionen

Abbildung 3.3: Erweiterte geometrische Partitionierungsmethode für Gleitflächenmodelle des *AU3D*-Programmsystems Version 16.1

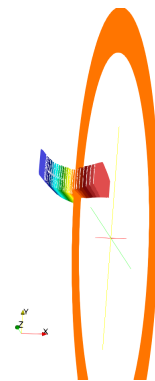
verzichtet, da die Qualität der Partitionierung stark vom Benutzer beeinflusst wird und diese Methode bei anderen Modellen (SPMR, SAMR oder Mischflächen-Modellen) nicht genutzt werden kann.

Ein gemeinsamer Nachteil der zuvor beschriebenen Ansätze ist die Vernachlässigung der Kommunikation während der Partitionierung. Durch die stetig steigende Komplexität und die wachsende Anzahl der Gitterpunkte in aeroelastischen Modellen kann ohne Berücksichtigung der Kommunikation keine effiziente Partitionierung für massiv parallele Rechnungen erzielt werden. Die graphenbasierte Methode hingegen ermöglicht eine genaue Berücksichtigung der Kommunikation durch die Definition und Minimierung des Kantenschnittes. Hierauf wird in Abschnitt 4.1 näher eingegangen. Ein besonderes Interesse liegt dabei auf den in Abschnitt 2.2 beschriebenen reduzierten Modellen. Durch die Passagenreduzierung haben Mata et al. [24] mit der SPMR-Methode die Größe des Modells um 97 % verringert und einen zeitlichen Gewinn der Rechenzeit von 81 % erzielt. Das Verhältnis zwischen der Größenreduzierung und dem resultierenden Zeitgewinn zeigt, dass sich durch die aktuelle Partitionierung und die Behandlung der Gleitflächen nicht das gesamte Potenzial der reduzierten Methode ausschöpfen lässt.

Zwei axiale Partitionierungen eines Zwei-Blattreihen SPMR-Modells mit axialen Gleitflächen sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Durch die FASP zwischen den Blattreihen befinden sich hierbei fast 50 % aller Punkte in einem schmalen axialen Bereich und somit auch in einer Partition. Auch bei der Verdoppelung der Partitionen befinden sich die Gleitflächenpunkte in einer Partition und verursachen ein starkes Ungleichgewicht



(a) Konturplot mit 12 Bereichen



(b) Konturplot mit 24 Bereichen

Abbildung 3.4: Vergleich der axialen Partitionierung eines SPMR-Modells bei Verdoppelung der Bereiche

3 Problemstellung und Lösungsstrategie

der Gitterpunkte.

Das gleiche Verhalten lässt sich auch bei einem Drei-Blattreihen SAMR-Modell in Abbildung 3.5 feststellen. Das gelbe Gleitflächenpaar befindet sich, wie beim SPMR-Modell, sowohl bei 24 als auch bei 48 Bereichen in einer Partition. Zusätzlich wird hierbei das erste Gleitflächenpaar aufgeteilt, jedoch verlangt die bisherige Implementierung, dass alle Punkte einer Gleitfläche in einer Partition oder im Halo der Partition sind. Die daraus resultierenden Partitionen beinhalten selbst bei einer Verteilung der Gleitflächenpunkte den jeweils fehlenden Rest der Punkte im Halo. Da diese Phänomene der axialen Partitionierung nicht von der Anzahl der Partitionen abhängig sind, definieren sie eine feste Begrenzung der SPMR-Methode und der SAMR-Methode. Mittels der neuen Strategie im folgenden Abschnitt soll diese Begrenzung aufgehoben und eine Laufzeitskalierung äquivalent zur Modellgröße möglich gemacht werden.

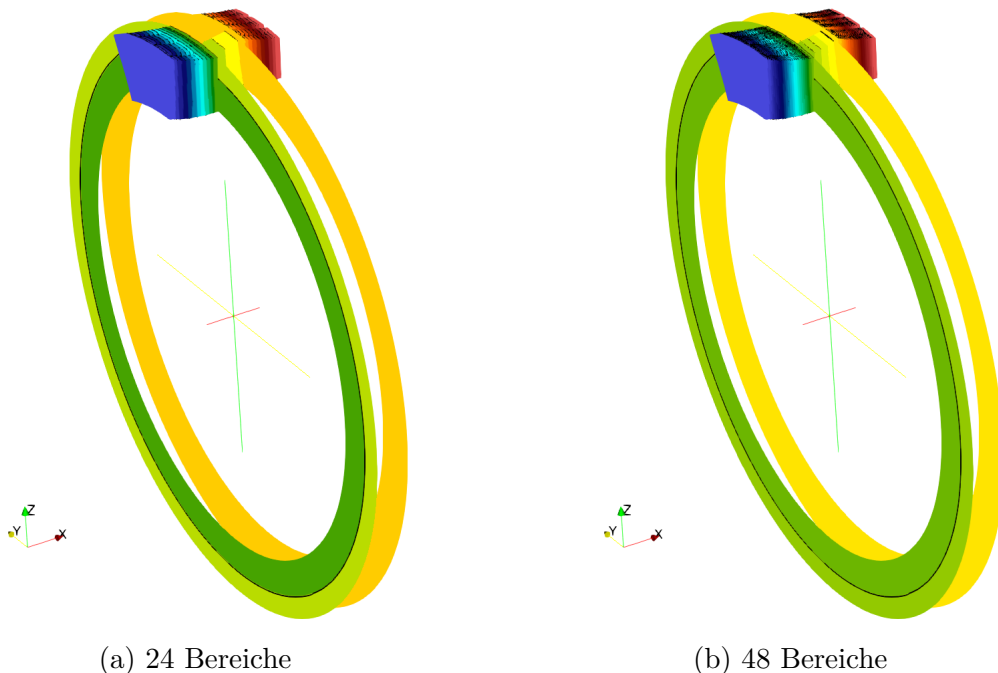


Abbildung 3.5: Vergleich der axialen Partitionierung eines SAMR-Modells bei Verdopplung der Bereiche

3.2 Aufbau der Graph Erstellung und Partitionierung

Wie bereits Wu et al.[39] zeigen, kann die Kommunikationsstruktur bei einer aeroelastischen Simulation nicht a priori in einen Graphen umgewandelt werden. Jedoch kann unter Berücksichtigung der besonderen Kommunikation auf den Gleitflächen und der nicht parallelisierbaren Rechenoperationen der periodischen Punkte und Schattenpunkte ein gleichwertiges Graphenabbild entwickelt werden. Für die reduzierten Modelle zur instationären Strömungsberechnung sind die zusätzlichen Kommunikationen zwischen den Sektorflächen und den FASP zu berücksichtigen.

Ziel der entwickelten Graph Erstellung ist es, die auftretende Kommunikation bestmöglich zu beschreiben und weitestgehend auf Vereinfachungen zu verzichten. Dafür wird die Gewichtung des Graphen so angepasst, dass eine möglichst geringe Nachbearbeitung nötig ist, um die Voraussetzungen des Strömungslösers zu erfüllen.

Der Ablauf in Abbildung 3.6 zeigt die einzelnen Module der Graph Partitionierung, welche nachfolgend näher beschrieben werden. Um die Benutzereingabe zu minimieren, werden alle notwendigen Informationen aus den jeweiligen Dateien eingelesen und berechnet. Der Graph wird während der einzelnen Programmschritte in einer verketteten und dynamisch wachsenden Liste gespeichert. Dadurch kann der Speicherbedarf bei der Graph Erstellung so gering wie möglich gehalten werden.

Die Verbindungen innerhalb jedes Volumenelementes werden aus den Elementinformationsmatrizen der *.plt-Datei ermittelt. Hierbei beschreibt jede Kante zwischen zwei Gitterpunkten eine äquivalente Kante zwischen zwei Knoten des Graphen mit einem Kantengewicht von 1.

Während eines Rechenschrittes werden die Werte der periodischen Punkte und der Schattenpunkte sowohl gelesen, berechnet als auch gespeichert. Die momentane Implementierung und Parallelisierung von *AU3D* verlangt, dass diese Punktepaare in der gleichen Partition sind. Diese Bedingung kann in einem Graphen nicht direkt abgebildet werden, da jede Kante in einem Graphen geschnitten werden kann. Um das Schneiden der besonderen Kanten zu verringern, werden die jeweiligen Verbindungen mit einem Kantengewicht von 10 abgebildet. Eine nähere Erklärung zur Gewichtung der Kanten des Graphen in *AU3D* ist im Anhang in Abschnitt A.3 gegeben.

Die Informationen der periodischen Punkte werden aus der *.prd-Datei ermittelt und als zusätzliche Kanten zwischen den Paaren im Graphen eingefügt. Anhand der Infor-

3 Problemstellung und Lösungsstrategie



Abbildung 3.6: Flussdiagramm der Graph Partitionierung

3.2 Aufbau der Graph Erstellung und Partitionierung

mationen in der **.ssp*-Datei werden die Verbindungen der Schattenpunkte bestimmt und, wie bei der periodischen Verbindung, mittels einer gewichteten Kante zwischen dem Original und allen Kopien dem Graphen hinzugefügt.

Bei einem SPMR- und SAMR-Modell besteht eine Verbindung zwischen der Original-Gleitfläche und der zugehörigen FASP für die Rekonstruktion der Strömungsgrößen anhand der Fourierkoeffizienten. Des Weiteren existiert bei den Sektorgleitflächen des SAMR-Modells eine Verbindung zwischen jedem Originalpunkt der ersten Passage und den rotierten Kopien der zusätzlichen Passagen zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten. Die Kommunikation zwischen den Originalflächen und Kopieflächen ist in jedem Zeitschritt identisch, da sich die Flächen im gleichen Referenzsystem befinden. Die Verbindung wird mittels einer gewichteten Kante zwischen dem Originalpunkt und seinen Kopiepunkten abgebildet, da die momentane Implementierung des Fourierkoeffizientenaustausches keine Aufspaltung der Verbindungen zulässt.

Die Kommunikation während der Gleitflächeninterpolation ist vor Beginn der Rechnung nicht bekannt. Während jedes Zeitschrittes der Rechnung werden für jeden Punkt auf jeder Gleitfläche die Interaktionspartner auf Basis der aktuellen Position neu gesucht. Der Suchalgorithmus, näher beschrieben im Anhang in Abschnitt A.1, verlangt, dass vor Beginn der Rechnung alle Partner bekannt sind. Dies wurde in der ersten Graphenversion nach Barakos et al. [1] durch das Verschieben aller Punkte auf zwei kommunizierenden Gleitflächen in die gleiche Partition erzwungen. In der erweiterten axialen Methode nach Wu et al. [39] wurden alle Punkte auf einer Partnergleitfläche dem Halo hinzugefügt. Die erste Variante führt zu einer ungleichen Verteilung der Punkte in den Partitionen, die zweite Variante führt zu einem vergrößerten Halo für Partitionen mit Gleitflächen. Um die minimalen und trotzdem exakten Informationen im Graphen abzubilden, wird die Suche vorab vereinfacht simuliert. Während der relativen Bewegung zweier Gleitflächen zueinander beschreibt der Mittelpunkt eines ausgewählten Flächenelementes einen 360 Grad Ring mit dem Radius r_M . Die möglichen Partner für die Interpolation liegen dementsprechend auch in der Nähe eines projizierten Ringes mit dem Radius r_M . Zur schnellen Suche auf jeder Gleitfläche werden alle Gitterpunkte in eine Ringstruktur einsortiert, welche sich durch einen spezifischen Radius auszeichnet. Das Suchen auf der Gleitfläche kann damit aus dem zweidimensionalen Suchraum $r - \theta$ in einen eindimensionalen Raum überführt werden, in dem nur der Radius als Variable gebraucht wird. In Abbildung 3.7 ist die vereinfachte Struktur einer Zielfläche schematisch abgebildet. Die Punkte A und B geben zwei mögliche Suchmittelpunkte der Ursprungsfläche an,

3 Problemstellung und Lösungsstrategie

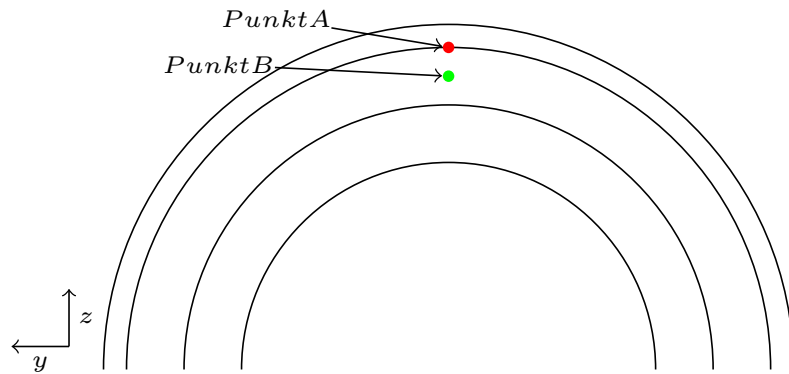


Abbildung 3.7: Schematische Struktur einer axialen Gleitfläche

für welche alle Interaktionspartner gefunden werden sollen. Der grüne Suchpunkt B liegt genau zwischen zwei angrenzenden Ringen der Gleitflächenstruktur. Der Punkt wird mit den Ringen, welche den geringsten Abstand zum Suchpunkt haben, verbunden. Diese Ringe sind in Abbildung 3.8 grün gestrichelt dargestellt.

Durch die unterschiedliche Struktur der Gitter von verbundenen Blattreihen kann ein Suchpunkt genau auf einem Ring liegen. Zur Vermeidung von Suchfehlern werden für den roten Punkt A sowohl die Ringe mit dem geringsten Abstand zum Radius des Punktes, als auch ein Ring in Richtung des kleinsten Abstandes hinzugefügt. Die mit dem roten Punkt verbundenen Ringe sind rot gestrichelt dargestellt. Da die Verbindungen der Gleitflächen nicht zwingend in einer Partition sein müssen, werden die Kanten mit 1 gewichtet.

Bis zur vollständigen Integration der Graphenmethode durch das *AU3D*-Entwicklerteam

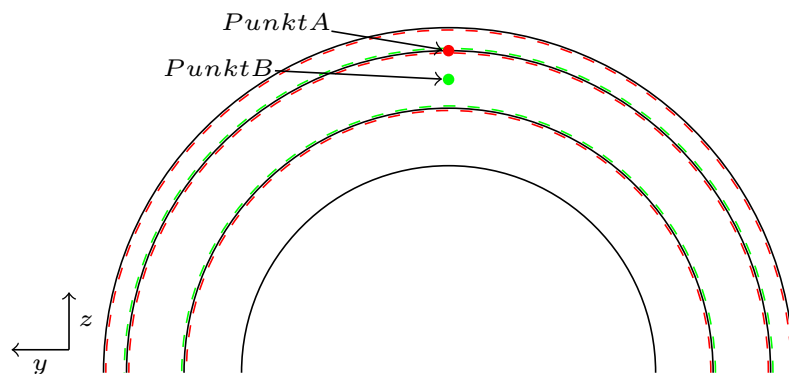


Abbildung 3.8: Ringsuche auf einer axialer Gleitfläche

3.2 Aufbau der Graph Erstellung und Partitionierung

wird die Graphendatei im ASCII-Format mit *Metis* eingelesen und eine Partitionstabelle erstellt.

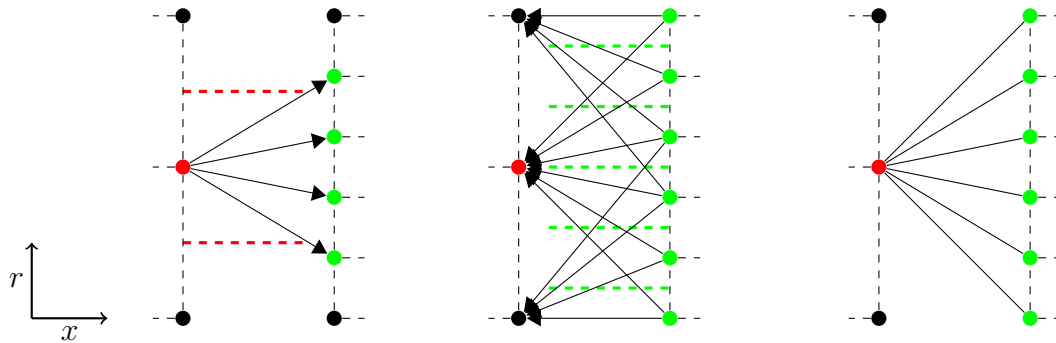
AU3D besitzt in der aktuellen Version 8.1.5 Rechenoperationen, welche nicht parallelisierbar sind. Für diese Verbindungen wird verlangt, dass die beteiligten Punkte in einer gemeinsamen Partition sind. Die modulare Graphenmethode erzwingt dies durch eine konservative Nachbearbeitung der Partitionstabelle, indem alle periodischen Punkte, alle Schattenpunkte, sowie alle SPMR/SAMR Verbindungen kontrolliert und falls notwendig in eine gemeinsame Partition verschoben werden. Für die periodischen Punkte geschieht dies anhand der Anzahl an Punkten in der jeweiligen Partition. Die Punkte werden stets in die kleinere Partition überführt. Für die Verbindung der Schattenpunkte und der SPMR/SAMR Verbindung ist ein solches Vorgehen nicht möglich. Hierbei gibt es einen Originalpunkt, welchem mehrere Kopien zugeordnet werden müssen. Demnach werden alle Kopien in die Partition des Originalpunktes überführt. Dies kann bei einer großen Anzahl an Vertauschungen zu einem wachsenden Ungleichgewicht führen und sollte nach der Integration durch eine erweiterte Graphenmanipulation ersetzt werden. Eine mögliche Erweiterung auf Basis dieser Arbeit wird im Ausblick in Abschnitt 5.2 näher beschrieben.

Die Informationen der Gleitflächenkommunikation können für die Erstellung des Halo in *JM32* genutzt werden. Somit ist keine neue Berechnung der Kommunikation notwendig und es wird sowohl die Laufzeit von *JM32* verkürzt als auch die Halo-Größe optimal angepasst. Die Informationen der Knoten- und Kantenmenge werden dafür in ein binäres Dateiformat geschrieben.

Wie in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, kann ein Graph ungerichtet bzw. gerichtet definiert sein. Der Eingangsgraph für die Partitionierung mit *Metis* muss als ungerichteter Graph gespeichert werden. Für die Kommunikationsstruktur in *AU3D* hingegen ist ein gerichteter Graph von Vorteil, da die Interpolation auf der Gleitfläche im allgemeinen Fall nicht in beide Richtungen den gleichen Informationsaustausch aufweist.

In Abbildung 3.9 ist die Kommunikation zwischen zwei axialen Gleitflächen mit unterschiedlichen Gitterstrukturen dargestellt. Die Kommunikationspartner für den roten Punkt auf der ersten Gleitfläche in Abbildung 3.9a werden anhand der Mittelpunkte der zugehörigen Flächenelemente ermittelt. Diese sind rot gestrichelt dargestellt. Der Punkt wird während der Rechnung mit 4 Ringen, repräsentiert durch die grünen Punkte der zweiten Gleitfläche, kommunizieren, um die Strömungsgrößen zu interpolieren. Im Gegensatz dazu ist die Kommunikation für alle Punkte auf der zweiten Gleitfläche in

3 Problemstellung und Lösungsstrategie



(a) Gerichtete Kommunikation der ersten Gleitfläche (b) Gerichtete Kommunikation der zweiten Gleitfläche (c) Ungerichtete Kommunikation der ersten Gleitfläche

Abbildung 3.9: Kommunikation zwischen Gleitflächen mit unterschiedlicher Gitterstruktur

Abbildung 3.9b dargestellt, welche mit dem roten Punkt/Ring Informationen austauschen müssen. Die Mittelpunkte sind äquivalent zur linken Darstellung grün gestrichelt abgebildet. Der ungerichtete Graph in Abbildung 3.9c speichert für den roten Punkt die 6 Kommunikationspartner der zweiten Gleitfläche, wohingegen der gerichtete Graph nur 4 Kommunikationen speichert.

Es wird deutlich, dass eine gerichtete Graphendarstellung zum Erzeugen der MPI-Struktur in *AU3D* geeignet ist, da die Menge der Halo-Punkte minimiert werden kann. Dementsprechend werden nur die gerichteten Kanten in der **.hood*-Datei gespeichert und in den Halo des jeweiligen Punktes und seiner Partition in *JM32* übertragen. Bei den getesteten Modellen liegt der zeitliche Gewinn durch das Einlesen der Gleitflächen-Verbindungen anhand der **.hood*-Datei bei bis zu 25 % für den Pre-Prozessor *JM32*. Dadurch, dass bereits alle relevanten Halo-Punkte während der Graphen-Erstellung ermittelt werden, kann die **.hood*-Datei auch für normale Verbindungen erweitert werden, um die Vorbereitungszeit weiter zu verkürzen. Hierfür sind weitere Anpassungen des Pre-Prozessors *JM32* notwendig, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht erfolgt sind. Der Aufbau der Partitionierungsumgebung in *JM30* in Abbildung 3.10 ermöglicht eine direkte Integration der neuen Graph Partitionierung (rot). Der Benutzer kann neben den bisherigen Methoden die neue Partitionierung als Menüpunkt auswählen. Der Name der Rechnung und die Anzahl der Partitionen werden aus den Dateien eingelesen und

3.2 Aufbau der Graph Erstellung und Partitionierung

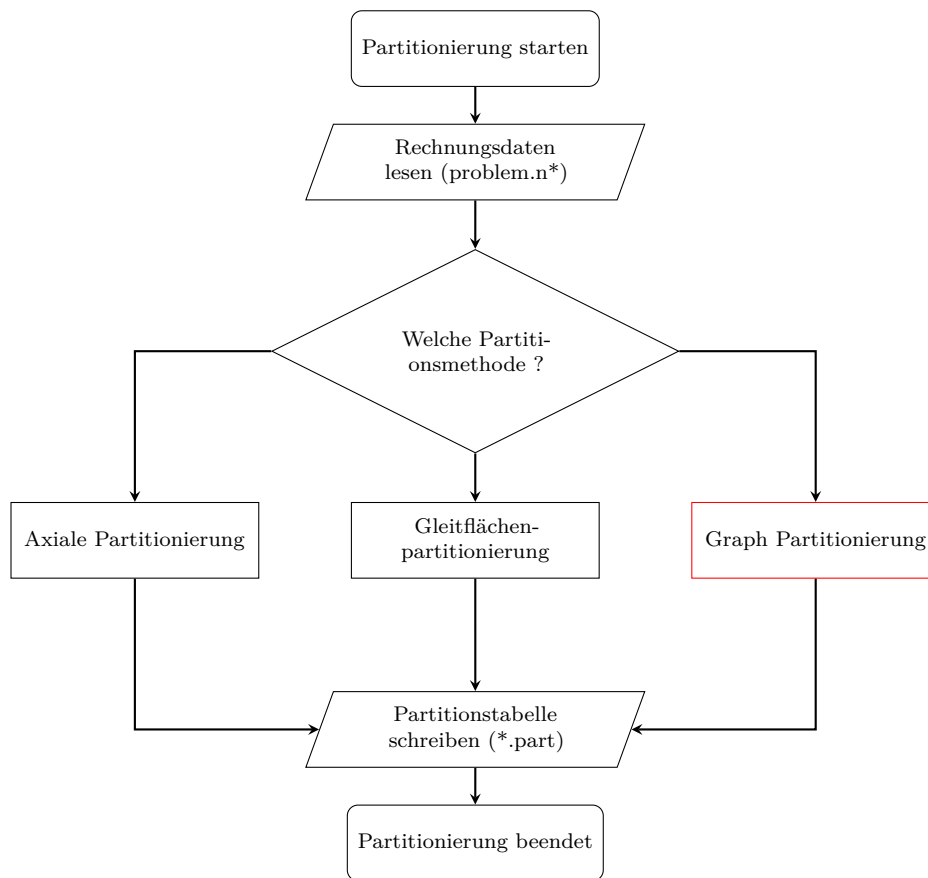


Abbildung 3.10: Flussdiagramm der Partitionierungsumgebung

an die Module aus Abbildung 3.6 als Eingangsgrößen weitergegeben. Die Datei **.part* der Partitionierungstabelle ist identisch mit dem bisherigen Format. Eine Anpassung der bisherigen Partitionierungsumgebung kann dadurch verhindert werden.

4 Anwendungstests und Validierung

Für die Validierung der neuen Partitionierungsmethode stehen die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Rechenverbände zur Verfügung. Damit die unterschiedliche Geschwindigkeit der Prozessorarchitekturen keinen Einfluss auf die Ergebnisse der einzelnen Laufzeit-Vergleiche hat, werden alle Partitionierungen ausschließlich auf einem Rechenverbund getestet. Aufgrund der geringen Auslastung und der variablen Partitionsgröße wird dafür der Rechenverbund *rrd – s12* genutzt. Durch die variable Anzahl der Partitionen ist eine serielle Rechnung ohne Aufteilung des Rechengebietes für kleine Modelle möglich. Daraus lässt sich eine ideale Parallelisierung in Bezug auf die Laufzeit berechnen und die gewählten Partitionierungen können gegen diese verglichen werden.

Zur Validierung der Strömungsgrößen werden die Rechenverbände *rrd – 16*, *rrd – 24* und *rrd – 28* genutzt. Durch die unbegrenzte Laufzeit der Rechnung können die Langzeitauswirkungen der Partitionierung auf die Ergebnisgüte bewertet werden. Die Konfiguration der Server verlangt stets eine komplette Auslastung eines einzelnen Prozessors. Dar-

Name	Prozessor	Ausführungs- stränge pro Prozessor	max. Laufzeit [h]	Partitionsgrößen
rrd-s12	Intel® Xeon® X5670/X5675	12	4	1 - 300
rrd- 16	Intel® Xeon® E5-2690 v0	16	∞	16 - 1008
rrd- 24	Intel® Xeon® E5-2690 v3	24	∞	24 - 840
rrd- 28	Intel® Xeon® E5-2690 v4	28	∞	28 - 1372

Tabelle 4.1: Verfügbare Rechenverbände zur Validierung der Partitionierung

4 Anwendungstests und Validierung

aus ergibt sich für die Validierung der Partitionierungsmethoden eine hardware-seitige Begrenzung auf minimal 16 Partitionen. Die Validierung und Bewertung der Strömungsergebnisse kann demzufolge nur zwischen mehreren parallelen Rechnungen erfolgen. Auf die Besonderheiten dieses Vergleiches wird im Validierungsabschnitt 4.2 näher eingegangen.

Um die Anwendungsmöglichkeit der neuen Methode für reale Simulationen in der Industrie und Forschung zu zeigen, entspricht jedes der ausgewählten Modelle dem aktuellen Stand der Technik. Es ist gezielt auf vereinfachte Modelle, wie Quasi-2D Rechnungen oder Minimalbeispiele, verzichtet worden, da Probleme der Parallelisierung besonders bei großen Anzahlen an Partitionen und einer starken Zerstreung der Punkte sichtbar werden. In Tabelle 4.2 sind die in den folgenden Abschnitten getesteten Modelle von Hochdruckkompressoren mit ihren Kenngrößen aufgelistet.

Modellname	Rechenmethode	Gitterpunkte	Besonderheiten
MBR	stationäre CFD	3385627	20 Mischflächen und periodische Punkte
SPMR	instationäre FR	1380522	2 FASP, Schattenpunkte und SPMR-Verbindungen
SAMR	instationäre FR	4396680	4 FASP, Schattenpunkte und SAMR-Verbindungen
FA	instationäre FR	76780954	10 FASP und außergewöhnlicher Speicheraufwand

Tabelle 4.2: Modellübersicht

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Laufzeitanalyse für jedes der zuvor genannten Modelle präsentiert und diskutiert. Hierbei soll die Effizienzsteigerung und Funktionalität der entwickelten Methode aufgezeigt werden.

Um den Einfluss anderer Programme auf die Laufzeit der Rechnungen so gering wie möglich zu halten, werden nur vielfache Anzahlen von 12 Partitionen (Auslastung eines kompletten Prozessors) bewertet. Damit die begrenzten Ressourcen für alle Testfälle benutzt werden können, ist auf das mehrfache Starten einer einzelnen Rechnung und die Mittelung der Laufzeit verzichtet worden. Um trotzdem die bestmögliche Laufzeit jeder Partitionierung anzugeben, wird der kürzeste Zeitschritt jeder Rechnung als Vergleichswert genutzt. Zusätzlich sei angemerkt, dass der Laufzeitvergleich für maximal 300 Partitionen auf dem Rechenverbund *rrd – s12* möglich ist.

4.1.1 Periodisches 11 Blattreihen Modell mit Mischflächen

Das Mehr-Blattreihen Mischflächen-Modell MBR besteht aus 11 Blattreihen und wird zur stationären Strömungsberechnung benutzt. Jede Blattreihe wird durch eine Passage mit periodischen Rändern repräsentiert. Die Strömungsgrößen werden mit dem Mischflächenansatz zwischen den einzelnen Blattreihen ausgetauscht. Dieses Modell beschreibt die einfachste Kommunikationsstruktur der ausgewählten Testfälle und soll die Anwendungsmöglichkeit der Graph Partitionierung für periodische Punkte und Mischflächen bestätigen.

Zur Bewertung der Partitionierung und zur Darstellung der Skalierbarkeit ist in Abbildung 4.1a die kürzeste Laufzeit der ersten 50 Zeitschritte einer einzelnen Rechnung dargestellt. Alle Laufzeiten sind mit der Rechendauer des kürzesten Zeitschrittes einer seriellen Rechnung auf einem Prozessor normiert. Die rote ideale Berechnungsdauer beschreibt dabei die perfekte Parallelisierung, welche theoretisch maximal erreicht werden könnte. Die grünen Punkte zeigen die normierten Laufzeiten für die axialen Partitionierungen und die blauen Punkte stehen für die normierten Laufzeiten der Graph Partitionierungen. Durch die logarithmische Darstellung lässt sich die Effizienz bei einer Verdoppelung der Partitionen besonders gut bewerten. Eine perfekte Skalierung entspricht bei der Verdoppelung der Partitionen einer Halbierung der Laufzeit.

4 Anwendungstests und Validierung

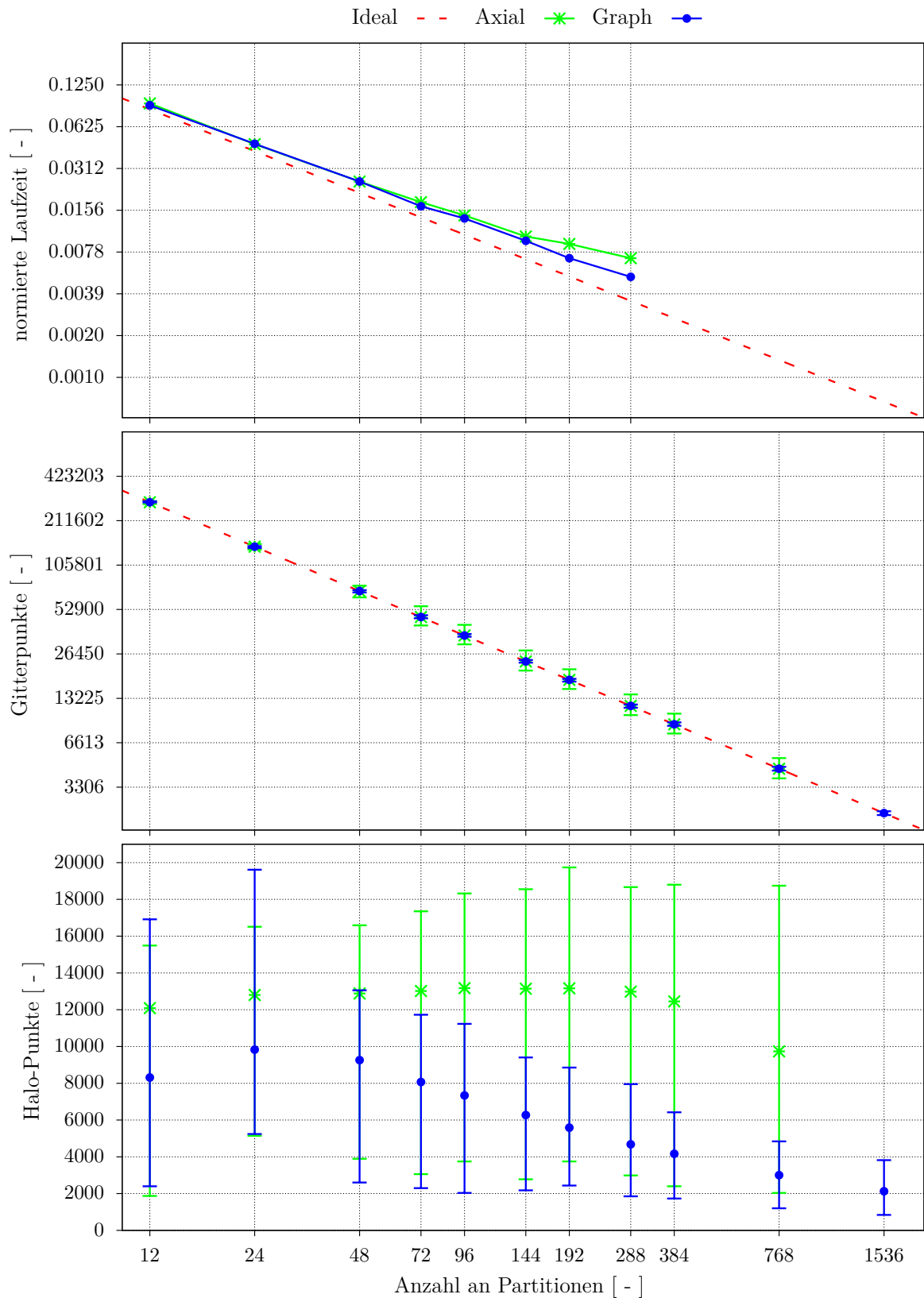


Abbildung 4.1: MBR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

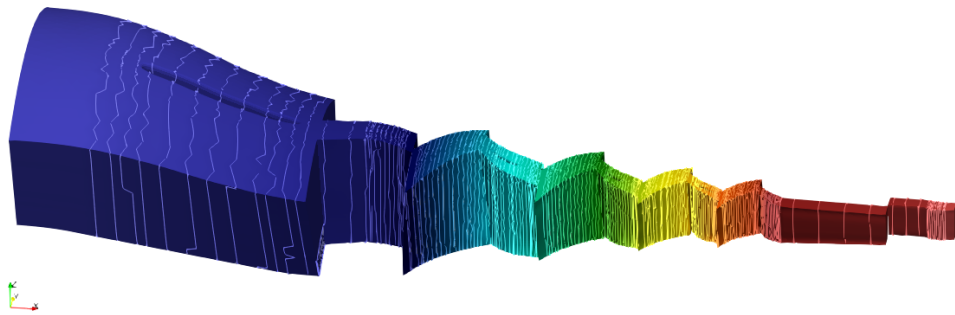
Das Erreichen der Sättigung beschreibt einen horizontalen Verlauf der Laufzeit. Des Weiteren wird die Effizienz bei einer Erhöhung der Anzahl der Partitionen durch den Gradienten der Verbindungslinie angegeben.

Im Allgemeinen ist zu erkennen, dass beide Methoden keine perfekte Parallelisierung realisieren können. Grund dafür ist die nötige Kommunikation zwischen den Partitionen, welche bei der theoretisch perfekten Laufzeit nicht berücksichtigt wird. Um eine Aussage über die Skalierbarkeit zu treffen, kann eine Verdoppelung betrachtet werden, beispielsweise von 24 auf 48 Bereiche. Beide Methoden zeigen bei Partitionierungen mit bis zu 48 Bereichen eine äquivalente Laufzeit und eine annähernd lineare Skalierung. Bei Partitionen mit mehr als 48 Bereichen zeigt sich, dass der Graph durch die Berücksichtigung der Kommunikation effizientere Partitionen erzeugt und die Laufzeit besser verkürzt. Dies ist besonders bei der Verdoppelung der Partitionen von 96 auf 192 Bereiche zu erkennen. Der Konturplot der Partitionierungen mit 192 Bereichen in Abbildung 4.2 zeigt deutlich den Unterschied der Methoden. Jede Linie beschreibt dabei den Rand einer Partition. Wohingegen die axiale Methode in Abbildung 4.2a die Kommunikationsflächen nicht verkleinert, erzeugt die Graphenmethode in Abbildung 4.2b Partitionen in jeder Raumrichtung, welche eine geringere Oberfläche aufweisen. Der größte zeitliche Gewinn der Graphenmethode liegt bei 26,7 % im Vergleich zur bisherigen axialen Partitionierung mit 288 Partitionen. Durch die gleiche Anzahl von benutzten Prozessoren entspricht dies der äquivalenten Ressourcen-Ersparnis. Während die axiale Methode bereits ab 48 Partitionen einen schwächeren Gradienten aufweist, skaliert der Graph die Laufzeit nahezu perfekt, ausgehend von 96 Partitionen.

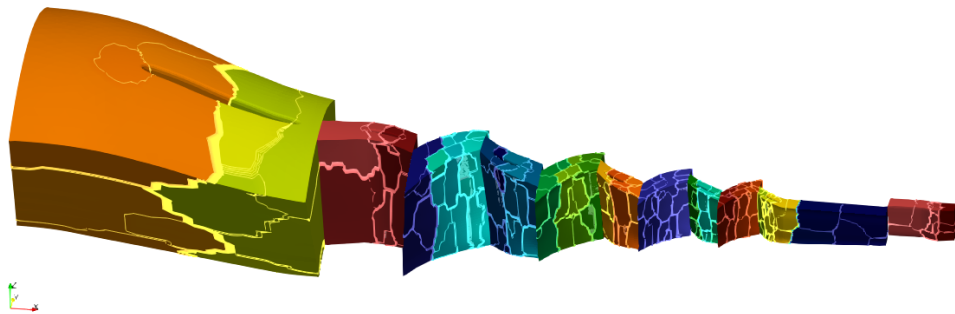
Um die Ursachen für die gezeigte Skalierung zu erklären, ist eine genauere Betrachtung der Partitionierung notwendig. In Abbildung 4.1b ist die maximale, mittlere und minimale Anzahl der Gitterpunkte pro Partition dargestellt. Die Anzahl der Gitterpunkte bestimmt hauptsächlich die Laufzeit eines Rechenschrittes pro Partition. Eine ungleiche Verteilung sorgt also dafür, dass ein Ausführungsstrang während eines Rechenschrittes länger braucht und alle anderen Partitionen warten. Beim Vergleich der Verteilung der Gitterpunkte pro Partition zeigt sich bei der Graph Partitionierung eine nahezu perfekte Verteilung zwischen den Partitionen. Die axiale Methode weist hingegen eine größere Streuung der Gitterpunkte pro Partition auf, welche besonders bei vielen Aufteilungen die Laufzeit maßgeblich beeinflusst.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Halo-Größe, welche in Abbildung 4.1c dargestellt ist. Auch hierbei ist jeweils die maximale, mittlere und minimale Größe abgebildet.

4 Anwendungstests und Validierung



(a) axiale Partitionierung



(b) Graph Partitionierung

Abbildung 4.2: MBR: Konturplot der Partitionierung mit 192 Bereichen

Die Größe des Halo bestimmt hauptsächlich die Menge an Daten, welche zwischen den Zeitschritten kommuniziert werden muss. Dies bestimmt die Zeit, welche zwischen jedem Zeitschritt benötigt wird, um die MPI-Anweisungen auszuführen. Eine gute Partitionierung sollte also bei einer Verdoppelung der Bereiche auch die Halo-Größe verkleinern, um die Laufzeit zu verringern.

Die untersuchten Partitionen zeigen für beide Methoden bei 12 und 24 Bereichen einen Anstieg der Halo-Punkte. Dies führt dazu, dass zu Beginn der Parallelisierung die Laufzeit merklich von der idealen Laufzeit abweicht.

Unter Berücksichtigung der Anzahl an Kommunikationspartnern der Partitionierungen mit bis zu 48 Bereichen in Tabelle 4.3 ist ersichtlich, dass die axiale Methode zwar eine größere Streuung der Gitterpunkte und im Mittel einen größeren Halo aufweist, jedoch mit wesentlich weniger Partitionen und somit auch mit weniger Prozessoren

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

kommunizieren muss. Die Erhöhung der Kommunikationspartner auf mehr als 2 Nachbarn ergibt sich aus dem unstrukturierten Gitter, der Verknüpfung der periodischen Punkte, sowie dem nicht ausschließlich axial ausgerichteten Modellaufbau. Aus diesem Grund zeigen beide Methoden bei diesen Partitionierungen eine ähnliche Laufzeit. Durch den anwachsenden Halo und die erweiterte Streuung der Gitterpunkte bei größeren Partitionierungen wirkt sich der Vorteil der wenigen Kommunikationspartner nicht maßgeblich auf die Laufzeit der axialen Methode aus und die Skalierung wird schlechter. Die Graphenmethode zeichnet sich durch die Berücksichtigung der Kommunikation aus und zeigt neben der perfekten Aufteilung der Gitterpunkte pro Partition auch eine Verkleinerung des Halo für alle berechneten Partitionierungen mit mehr als 24 Bereichen. Durch den, relativ gesehen, kleiner werdenden Anstieg der Kommunikationspartner ist auch mit steigenden Partitionsanzahlen ein Laufzeitgewinn im Vergleich zur axialen Methode möglich.

Da der Vergleich auf Basis der Gitterpunkte pro Partition, des Halo und der Kommunikationspartner auch ohne eine Rechnung möglich ist, können auch Partitionierungen mit mehr als 300 Bereichen betrachtet werden. Die Graphenmethode zeigt stets eine perfekte Verteilung der Gitterpunkte und eine Verkleinerung der Halo-Größe bei Partitionierungen mit bis zu 1536 Bereichen. Auch Anzahl der maximalen Kommunikationspartner steigt bis zu einer Partitionierung mit 1536 Bereichen nicht stärker an. Demnach ist eine weitere Verbesserung der Laufzeit mit mehr als 300 Partitionen möglich.

Da die Laufzeit der axialen Methode bei Partitionierungen mit mehr als 48 Bereichen grundsätzlich schlechter ist, wird auf eine ausführliche Betrachtung anhand der Partitionsparameter verzichtet.

Die Ergebnisse der Laufzeitanalyse zeigen, dass die Graphenmethode erfolgreich für stationäre Mehr-Blattreihen Mischflächen-Modelle genutzt werden kann. Im Vergleich zur bisherigen axialen Partitionierung skaliert die neue Strategie die Laufzeit besonders bei einer großen Anzahl an Partitionen effizienter.

Anzahl der Partitionen	12	24	48	72	96	144	192	288	384	768	1536
Axial	2	2	2	2	4	4	6	8	11	18	-
Graph	3	5	9	12	11	15	14	19	19	24	34

Tabelle 4.3: MBR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition

4.1.2 SPMR-Modell mit 2 Blattreihen

Das SPMR-Modell, bestehend aus 2 Blattreihen mit jeweils einer Schaufelpassage, besitzt die verhältnismäßig größte Kommunikationskomplexität der betrachteten Testfälle. Hierbei tritt sowohl die Kommunikation zwischen den Schattenpunkten, die Interpolation auf den Gleitflächen und die Fouriertransformation zwischen den Gleitflächen auf. Zudem ist das Verhältnis zwischen der Kommunikation und der Anzahl der Gitterpunkte besonders hoch und führt dazu, dass bei diesem Modell die prozentuale Halo-Größe am Größten ist. Mit diesem Test soll die Anwendungsmöglichkeit der Graph Partitionierung für die besondere SPMR-Kommunikation, sowie für die Schattenpunkte und Gleitflächen gezeigt werden.

Die Laufzeitanalyse des SPMR-Modells bezieht sich auf die ersten 50 Zeitschritte einer instationären Berechnung für erzwungene Schwingungen. In Abbildung 4.4a ist die kürzeste normierte Laufzeit eines Zeitschrittes jeder Partitionierung dargestellt. Die ideale Laufzeit bezieht sich auf den kürzesten Zeitschritt einer seriellen Berechnung, welcher gleichzeitig zur Normierung dient.

Für die axiale Partitionierung existiert eine programmabhängige Begrenzung der Halo-Größe auf 500 % der Gitterpunkte in einer Partition. Dadurch können bei diesem Test maximal 48 axiale Bereiche erzeugt werden. Die aktuelle Graphenmethode beschränkt die Halo-Größe nicht und kann beliebige Anzahlen an Partitionen erzeugen. Der Verlauf der axialen Methode zeigt, dass bereits bei 24 Partitionen die beste Laufzeit erreicht wird. Die Partitionierungen mit 36 und 48 Bereichen weisen beide einen Anstieg der Laufzeit auf, wodurch die Halo-Begrenzung für diese Methode eine erklärbare Grenze darstellt.

Jedoch wird bereits bei einer Verdoppelung der Anzahl an Partitionen von 12 auf 24 kein effizienter Zeitgewinn mehr erreicht. Dies spiegelt das allgemein ungünstige axiale Aufteilen für diese Modelle wieder und ergibt keine Skalierbarkeit im eigentlichen Sinne. Wie bereits in Kapitel 3.1 beschrieben, liegt dies an den Partitionen, welche die FASP des Modells beinhalten.

Die graphenbasierte Partitionierung zeigt hingegen bereits bei 12 Bereichen einen zeitlichen Gewinn von mehr als 40 % im Vergleich zur axialen Methode. Beim Vergleich der Partitionierung in Abbildung 4.3 wird die unterschiedliche Aufteilung der Gleitflächen sichtbar. Wohingegen die axiale Aufteilung die Gleitflächen in einer Partition lässt, teilt die graphenbasierte Methode die Gleitflächen in Ringe auf, wodurch sowohl die Anzahl

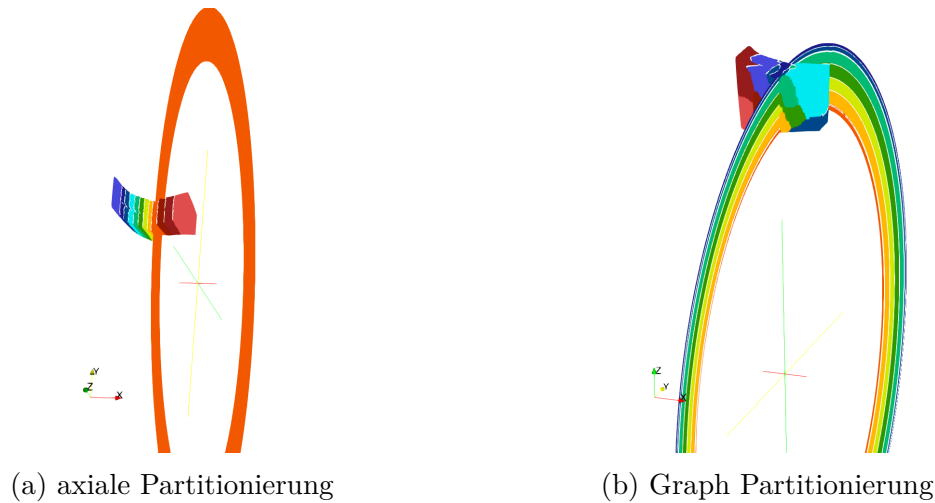


Abbildung 4.3: SPMR: Konturplot der Partitionierung mit 12 Bereichen

der Gitterpunkte als auch die Halo-Größe jeder Partition optimiert werden kann. Des Weiteren weist die neue Methode eine Skalierbarkeit für Partitionen mit bis zu 240 Bereichen auf. Vergleicht man die niedrigste Laufzeit der axialen Partitionierung mit 24 Bereichen und die äquivalente graphenbasierte Partitionierung, ergibt sich ein zeitlicher Gewinn und eine Ressourcenersparnis von 60,4 %. Mit der besten Graph Partitionierung mit 240 Bereichen liegt der zeitliche Gewinn bei 91,6 %.

Für Partitionierungen mit mehr Bereichen ist auch mit der Graph Partitionierung keine Verringerung der Laufzeit mehr möglich. Die Anzahl von 240 Bereichen beschreibt die Sättigung der Graphenmethode und soll im Folgenden näher betrachtet werden. Die Partitionierung besitzt im Durchschnitt 5752 Gitterpunkt in jeder Partition und hat eine maximale Halo-Größe von 1516 %. Zur erfolgreichen Ausnutzung der Graphenmethode muss demzufolge die Grenze der Halo-Größe von 500 % erweitert werden. Zusätzlich bildet die Anzahl von ≈ 6000 Gitterpunkten pro Partition eine modellunabhängige Begrenzung für die effiziente Partitionierung von Simulationen mit dem SPMR-Ansatz. Um den Abstand zur perfekten Parallelisierung und den abnehmenden Gradienten der Laufzeit zu erklären, werden die Kennzahlen der Partitionierung näher betrachtet. Hierzu ist die Anzahl der Gitterpunkte und die Halo-Größe in den Abbildungen 4.4b und 4.4c dargestellt. Die Partitionierungen der axialen Methode weisen ein sehr großes Ungleichgewicht der Gitterpunkte auf, was durch die FASP des SPMR-Modells hervorgerufen wird. Des Weiteren zeigt sich ein starker Anstieg der Halo-Punkte bei

4 Anwendungstests und Validierung

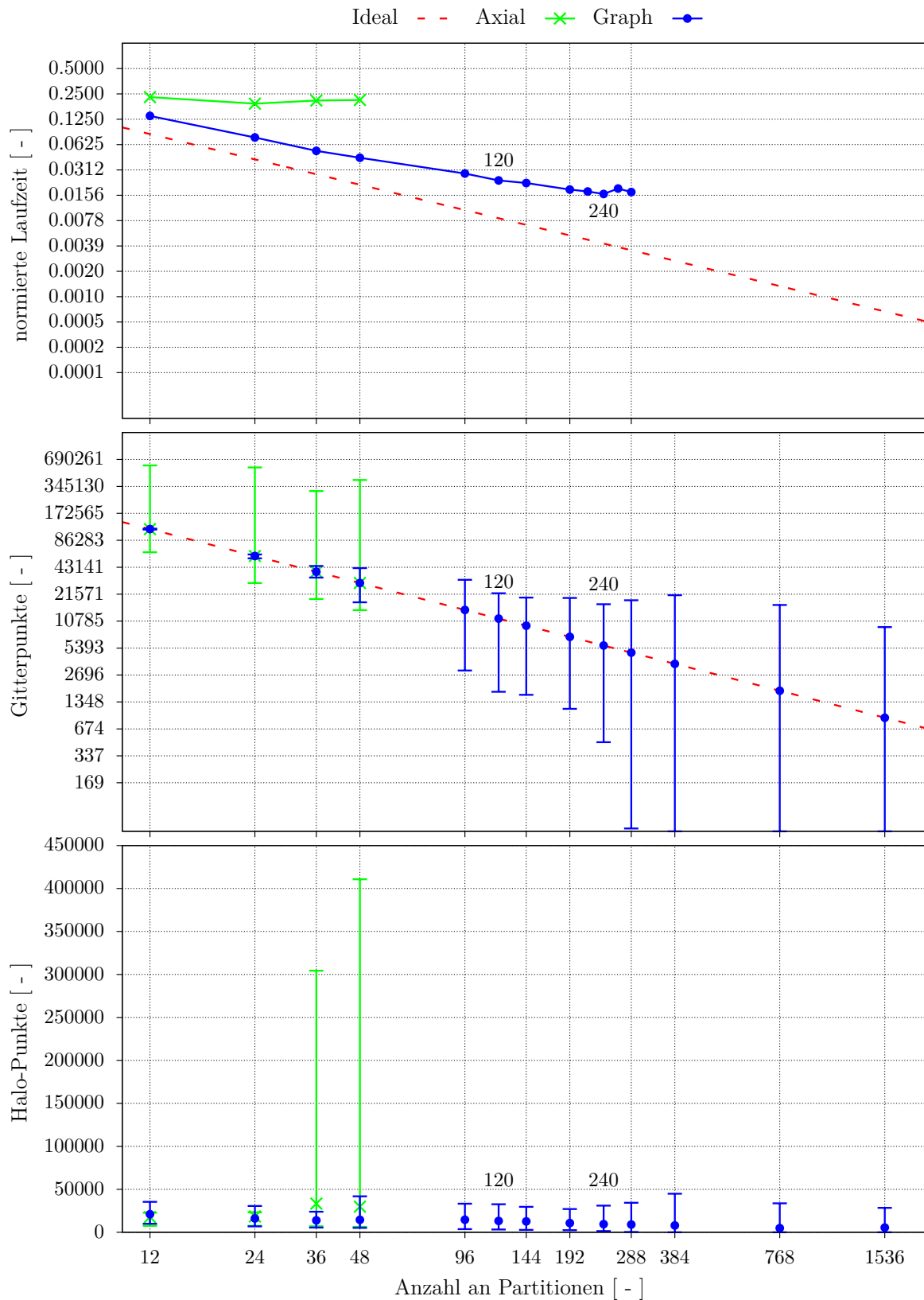


Abbildung 4.4: SPMR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

den Partitionierungen mit 36 und 48 Bereichen durch die konservative Verarbeitung der Gleitflächen. Auch die graphenbasierten Partitionierungen weisen im Vergleich zum MBR-Modell vermehrt eine ungleiche Verteilung der Gitterpunkte auf. Die maximale Anzahl der Gitterpunkte pro Partition lässt sich bis zu einer Partitionsanzahl von 240 Bereichen verkleinern, wodurch eine Verringerung der Rechenzeit möglich ist.

Durch die relativ ähnliche Halo-Größe der graphenbasierten Partitionierungen ist der Aufwand für die Kommunikation gleichbleibend. Der Einfluss auf die Laufzeit ist durch eine konstante Abschwächung des Gradienten erkennbar. Durch die besondere Gewichtung der Kanten ist es somit möglich, dass die gewählte Art der Nachbearbeitung erst bei sehr großen Anzahlen an Partitionen mit mehr als 240 Bereichen zu einem Anstieg der Laufzeit führt. Durch die konservative Nachbearbeitung der Partitionstabelle wird das eigentlich erzeugte Gleichgewicht und der Kantenschnitt der Partitionen bei steigender Anzahl zunehmend verschlechtert. Dies führt zu einem verstärkten Ungleichgewicht und einer Erhöhung der Halo-Größe. Die Auswirkungen der Nachbearbeitung werden zusätzlich durch das Entstehen von Nullpartitionen bei Aufteilungen mit mehr als 288 Bereichen sichtbar. Eine Nullpartition beschreibt dabei eine Partition, aus welcher bei der Nachbearbeitung alle Gitterpunkte in andere Partitionen verschoben werden. Da eine Partition, welche keine Gitterpunkte besitzt, für die Rechnung unzulässig ist, wird die Graph Partitionierung durch die Nachbearbeitung limitiert.

Auffällig ist, dass die maximale Anzahl der Gitterpunkte bei der Partitionierung mit 1536 Bereichen weiter verringert werden kann. Dadurch, dass die Größe der Halo-Punkte nicht weiter steigt, wie es bei der axialen Methode der Fall ist, sondern ebenfalls verringert werden kann, ist unter Anwendung der erweiterten Nachbearbeitung aus dem Ausblick in Abschnitt 5.2 ein zusätzlicher Zeitgewinn zu erwarten.

In Tabelle 4.4 ist die maximale Anzahl der Partnerpartitionen für die erzeugten Partitionierungen aufgeführt. Im Vergleich zum vorherigen Testfall MBR zeigt sich bereits bei einer kleinen Anzahl an Bereichen, dass mehr Partitionen miteinander kommunizieren müssen. Dies liegt hauptsächlich an der erhöhten Kommunikationsdichte im Bereich der

Anzahl der Partitionen	12	24	36	48	96	120	192	240	384	768	1536
Axial	2	3	5	5	-	-	-	-	-	-	-
Graph	8	13	18	19	26	27	36	44	53	48	73

Tabelle 4.4: SPMR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition

4 Anwendungstests und Validierung

Gleitflächen, sowohl bei der Interpolation als auch bei der Weitergabe der Fourierkoeffizienten.

Zusammengefasst zeigen die Ergebnisse der Laufzeitanalyse eine erfolgreiche Anwendung der Graphenmethode bei SPMR-Modellen, die Kompatibilität der Gleitflächenbehandlung und die Berücksichtigung der Schattenpunkte. Mithilfe der neuen Methode ist es möglich, eine parallele Skalierung für die spezifische Berechnung von erzwungenen Schwingungen mittels des SPMR-Ansatzes aus Abschnitt 2.2 zu zeigen.

Bei der Validierung der Strömungsgrößen in Abschnitt 4.2.2 ist es möglich, die Entwicklung der Laufzeit für eine realistische Rechnung unter echten Bedingungen zu betrachten. Anhand der besten Laufzeit der axialen Methode mit 24 Partitionen und der größten, bei der Strömungsgrößenvalidierung getesteten, graphenbasierten Partitionierung mit 192 Partitionen kann die Effizienz der beiden Methoden in der Realität bewertet werden. Der direkte Vergleich der bestmöglichen Laufzeiten ist hierbei nicht möglich, da die Rechnungen aufgrund der Serverauslastung auf verschiedenen Prozessorarchitekturen gerechnet werden. Die graphenbasierte Partitionierung wird auf dem Rechenverbund *rrd* – 16 und die axiale Partitionierung auf dem Rechenverbund *rrd* – 24 berechnet. Die *Intel*[®] *Xeon*[®] E5-2690 v0 des Computerclusters *rrd* – 16 weisen eine durchschnittlich langsamere Verarbeitungsgeschwindigkeit von 15 % im Vergleich zu den neueren Prozessoren *Intel*[®] *Xeon*[®] E5-2690 v3 des Clusters *rrd* – 24 auf. Trotzdem kann anhand der Ergebnisse eine konservative Abschätzung zur Verbesserung mittels der Graphenmethode getroffen werden.

Um die Wirtschaftlichkeit dieser Rechnungen bewerten zu können, ist die Anzahl der benötigten CPU-Stunden ein ausschlaggebender Faktor. Die Anzahl der CPU-Stunden gibt Aufschluss darüber, wie viele Ressourcen für eine Rechnung notwendig sind. Hierfür wird die Rechenzeit auf jedem Prozessor und jedem Ausführungsstrang aufsummiert. In Tabelle 4.5 sind die Zeitparameter für die Rechnungen mit 25000 Zeitschritten dargestellt. Mittels des neuen Partitionierungsansatzes ist es möglich, die Rechenzeit auf weniger als 7 Stunden zu reduzieren. Dies entspricht trotz der langsameren Prozessorarchitektur einem Zeitgewinn von 89,4 % im Vergleich zur bisherigen Methode. Gleichzeitig zeigt der Vergleich der CPU-Stunden, dass mittels des neuen massiv parallelen Ansatzes die benutzten Rechenressourcen verringert werden können. Somit erreicht die neue Methode bei einer Steigerung der Prozessoranzahl um den Faktor 8 eine Verringerung der Rechenzeit um den Faktor 10 und benötigt dabei 15 % weniger Ressourcen als die bisherige Partitionierungsstrategie.

Methode	Partitionen	Laufzeit [hh:mm:ss]	CPU-Stunden [h]
Axial	24	62:16:08	1495
Graph	192	6:36:55	1271
Faktor	8	0.106	0.85

Tabelle 4.5: SPMR: Laufzeitvergleich nach 25000 Zeitschritten

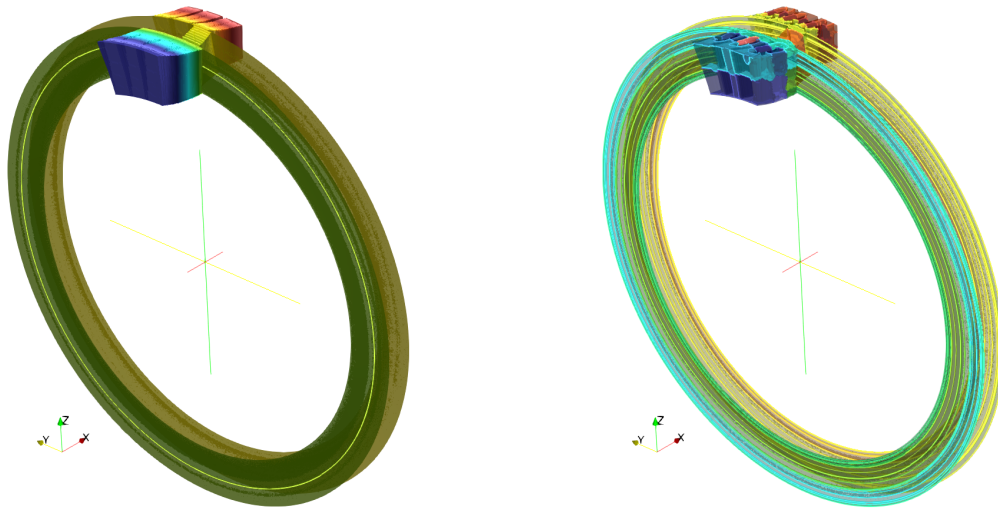
4.1.3 SAMR-Modell mit 3 Blattreihen

Das SAMR-Modell besteht aus 3 Blattreihen mit drei Statorpassagen, gefolgt von einer Rotorpassage und weiteren drei Statorpassagen. Im Vergleich zu dem vorhergehenden SPMR-Modell besteht hierbei eine weitere Kommunikation zwischen den Gleitflächen der Einzelpassagen jeder Statorblattreihe. Während der Laufzeitanalyse soll mit diesem Modell die korrekte Abbildung der SAMR-Kommunikation gezeigt werden.

Die normierte Laufzeit der einzelnen Partitionierungen ist in Abbildung 4.6a dargestellt. Hierbei wird der kürzeste Zeitschritt der ersten 50 Rechenschritte als Richtwert jeder Partitionierung genutzt. Durch die erhöhte Anzahl der Gitterpunkte ist eine weitere Skalierung mit beiden Partitionierungsstrategien im Vergleich zur vorher gezeigten SPMR möglich. Durch die konservative Gleitflächenbehandlung zeigt die axiale Methode bei der Erhöhung der Partitionsanzahl einen stark abnehmenden Gradienten bei der Laufzeitverkürzung. Bei einer Partitionsgröße von 96 Partitionen wird die Sättigung erreicht. Eine Berechnung mit 144 Partitionen ist aufgrund der dabei entstehenden Halo-Größe nicht möglich.

Die graphenbasierte Methode erreicht durch die exakte Darstellung der Kommunikation eine wesentlich bessere Skalierbarkeit. Bis zu einer Partitionsgröße von 48 Bereichen verläuft der Zeitgewinn parallel zur idealen Rechenzeit mit einem konstanten Abstand aufgrund der Kommunikation. Der abgeschwächte Gradient durch die Nachbearbeitung der Partitionen führt bei größeren Partitionierungen zu einer leichten Verschlechterung des Zeitgewinnes, jedoch kann bis zu einer Aufteilung mit 288 Partitionen eine Verkürzung der Laufzeit erreicht werden. Bei einem Vergleich der axialen Laufzeit und der Graphenmethode mit 96 Bereichen ergibt sich bereits ein zeitlicher Gewinn und eine Ressourcenersparnis von 72,9 %.

Die Partitionierungen in Abbildung 4.5 verdeutlichen die unterschiedlichen Ansätze. Bei der axialen Aufteilung befinden sich die Gleitflächen in maximal zwei Partitio-



(a) axiale Partitionierung

(b) Graph Partitionierung

Abbildung 4.5: SAMR: Konturplot der Partitionierung mit 96 Bereichen

nen, wodurch die Rechenzeit pro Zeitschritt enorm erhöht wird. Die graphenbasierte Aufteilung zerteilt die Gleitfläche in radiale Ringe mit einer gleich verteilten Anzahl an Gitterpunkten und erstellt zusätzlich in den restlichen Gebieten Strukturen mit einer möglichst geringen Oberfläche. Unter Berücksichtigung der schnellsten Graph Partitionierung mit 288 Bereichen kann der zeitliche Gewinn im Vergleich zur axialen Partitionierung auf 87,8 % erhöht werden.

Bei der axialen Methode tritt die Sättigung bei dem 4-fachen an Partitionen im Vergleich zur SPMR ein. Aufgrund der begrenzten Rechenressourcen ist eine Berechnung mit dem 4-fachen Sättigungswert der Graphenmethode nicht möglich.

Durch den Vergleich der Partitionierungskennzahlen wird nachfolgend die Skalierbarkeit für bis zu 1536 Partitionen genauer betrachtet. In Abbildung 4.6b ist die Verteilung der Gitterpunkte bei ausgewählten Partitionierungen dargestellt. Bei der axialen Methode wird die größte Anzahl an Gitterpunkten in einer Partition durch die Gleitflächen bestimmt. Dies ist bei Partitionierung mit bis zu 96 Bereichen durch das gleichbleibende Maximum erkennbar. Die Verkleinerung der restlichen Partitionen führt zu einer leichten Verkürzung der Laufzeit. Die Partitionierung mit 192 Bereichen zeigt eine Abnahme der Gitterpunkte pro Partition durch das Aufteilen aller Gleitflächen, was jedoch durch eine Zunahme der Halo-Punkte und die Verdoppelung der Kommunikationspartner zu

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

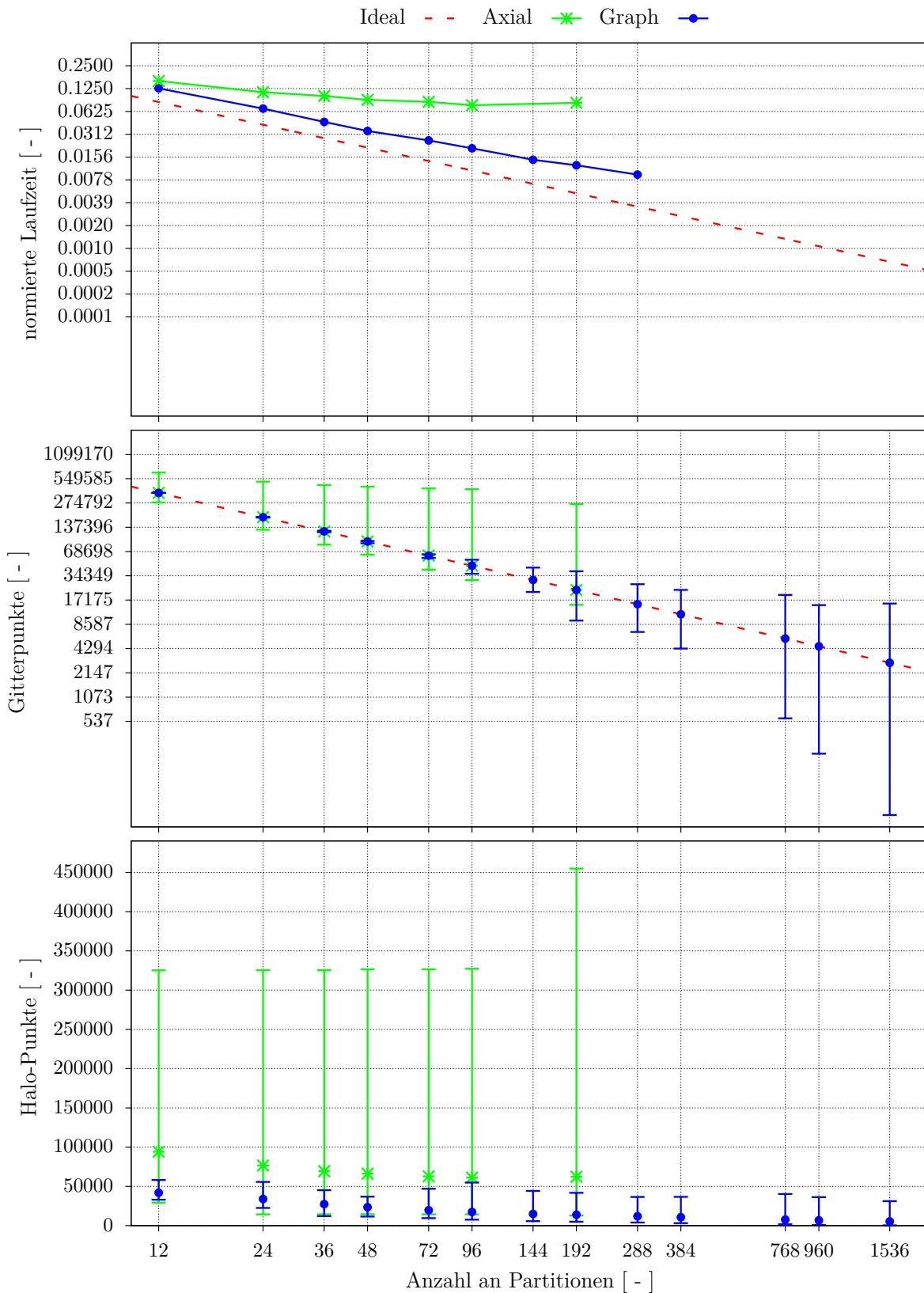


Abbildung 4.6: SAMR: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition und (c) Halo-Punkte pro Partition für ausgewählte Partitionierungen

4 Anwendungstests und Validierung

keinem weiteren Zeitgewinn führt.

Die Graphenmethode zeigt eine nahezu perfekte Verteilung der Gitterpunkte für Partitionierungen mit bis zu 72 Bereichen. Größere Partitionen weisen ein steigendes Ungleichgewicht aufgrund der Nachbearbeitung auf und verursachen eine Abnahme des Skalierungsgradienten. Auf Basis der axialen Sättigung und in Verbindung mit den Ergebnissen der SPMR-Analyse beschreibt die Partitionierung mit 960 Bereichen die theoretische Sättigung der Graphenmethode. Auch bei der SAMR besitzt diese Partitionierung die kleinste maximale Anzahl an Gitterpunkten in einer Partition. Im Durchschnitt befinden sich hierbei 4579 Gitterpunkte in jeder Partition mit einer Halo-Größe von maximal 2634 %. Dementsprechend ist für die SAMR-Methode eine weitere Anpassung der erlaubten Halo-Größe notwendig, da die Anzahl der Punkte pro Partition weiter abnimmt und somit die prozentuale Halo-Größe ansteigt.

Des Weiteren zeigt sich, dass die Begrenzung der effektiven Partitionierung bei diesen Modellen um mehr als 1000 Punkte kleiner ist als bei der SPMR-Methode im Abschnitt 4.1.2. Als konservative Annahme ist jedoch die Grenze von ≈ 6000 Gitterpunkten der SPMR-Methode auch für dieses Modell ausreichend und kann allgemein für dreidimensionale Rechnungen genutzt werden. Die Halo-Größe bei 960 Partitionen in Abbildung 4.6c, welche eine ähnliche Kommunikation wie die Partitionierung mit 288 Bereichen aufweist, limitiert die Berechnung nicht.

Des Weiteren werden durch die Nachbearbeitung keine Nullpartitionen erstellt, was eine Berechnung zulässt. Die Partitionierung mit 1536 Bereichen zeigt einen Anstieg der maximalen Gitterpunkte pro Partition, was zu einer Verschlechterung der Laufzeitskalierung führt. Durch den Anstieg der maximalen Kommunikationspartner einer Partition in Tabelle 4.6 ist mit einer Abnahme des zeitlichen Gewinnes bei großen Partitionsanzahlen zu rechnen.

Die Ergebnisse zeigen die erfolgreiche Anwendung der Graphenmethode für die SAMR-Verbindungen auf den Gleitflächen und eine verbesserte Laufzeitskalierung im Vergleich zur bisherigen axialen Methode. Durch die Betrachtung der Partitions-kennzahlen des SAMR-Modells und unter Berücksichtigung der Sättigung des SPMR-Modells beschreibt die Anzahl der Gitterpunkte pro Partition das beste Maß zur Bestimmung der Sättigung für allgemeine Modelle mit unterschiedlichen Anzahlen an Gitterpunkten. Außerdem sollte die Begrenzung der Halo-Größe auf 500% für zukünftige Programmversionen durch eine dynamische Datenstruktur ersetzt werden.

Anzahl der Partitionen	12	24	36	48	72	96	144	192	288	384	768	960	1536
Axial	2	3	4	5	7	8	-	16	-	-	-	-	-
Graph	9	14	16	21	23	26	32	39	44	49	54	69	61

Tabelle 4.6: SAMR: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition

4.1.4 Vollmodell mit 6 Blattreihen

Der größte Testfall der Laufzeitanalyse ist ein Kompressor-Vollmodell mit 6 Blattreihen und 10 FASP. Da dieses Modell keine spezifischen Annahmen beinhaltet und eine Nachbearbeitung der Partitionierung nicht notwendig ist, wird die Qualität des erstellten Graphen direkt wiedergegeben. Somit kann das größtmögliche Potenzial der erarbeiteten Graph Erstellung für aeroelastische Modelle gezeigt werden. Zusätzlich besitzt dieses Modell mehr als das 17-fache der Gitterpunkte im Vergleich zu den bisherigen Testfällen, sodass der zeitliche Aufwand für die Graph Erstellung bewertet werden kann.

In den Abbildungen 4.7a und 4.7b ist die Graph Partitionierung mit 288 Bereichen dargestellt. Jede Linie entspricht der Kante einer Partition, die unterschiedlichen Farben beschreiben die Zahlenbereiche von 1 bis 288. Die Gleitflächenpartner werden durch den Partitionierer in Ringe aufgeteilt, welche sich stets in einer Partition befinden. Dies geschieht sowohl bei den größeren Gleitflächen zwischen den ersten 4 Blattreihen, wobei die Ringe einen großen radialen Bereich beinhalten, als auch in den hinteren Blattreihen mit einer immer feiner werdenden Aufteilung. Innerhalb der Blattreihen entsteht eine Aufteilung ähnlich der Schaufelpassagen, welches besonders gut bei der letzten Blattreihe zu erkennen ist. Diese Strukturen wachsen in den mittleren Blattreihen aufgrund der beidseitigen Begrenzung durch eine Gleitfläche sowohl in Schaufelrichtung als auch in radiale Richtung und werden zur Verkleinerung der Partitionen aufgeteilt.

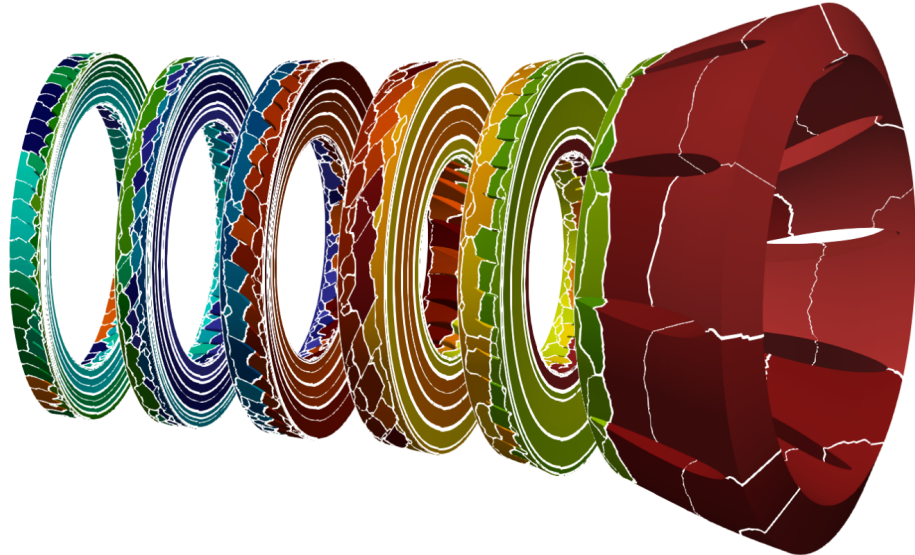
Bei einer Erhöhung der Aufteilung mit 1536 Partitionen in Abbildung 4.8 werden die Blattreihen durch immer feinere Strukturen in radialer Richtung und in Umfangsrichtung zerteilt. Dadurch kann auch für sehr große Partitionsanzahlen eine gleichmäßige Verteilung der Gitterpunkte erreicht werden. Die Gleitflächenpaare werden in immer kleinere Ringe aufgeteilt, bleiben jedoch in der gleichen Partition.

In Abbildung 4.9 ist eine Vergrößerung der Partitionierung auf den Gleitflächen zwischen der 4. und 5. Blattreihe dargestellt. Hierbei ist jeder Gitterpunkt in der Farbe

4 Anwendungstests und Validierung



(a) Vorderseite



(b) Rückseite

Abbildung 4.7: FA: Explosionsdarstellung des Vollmodells mit 288 Partitionen

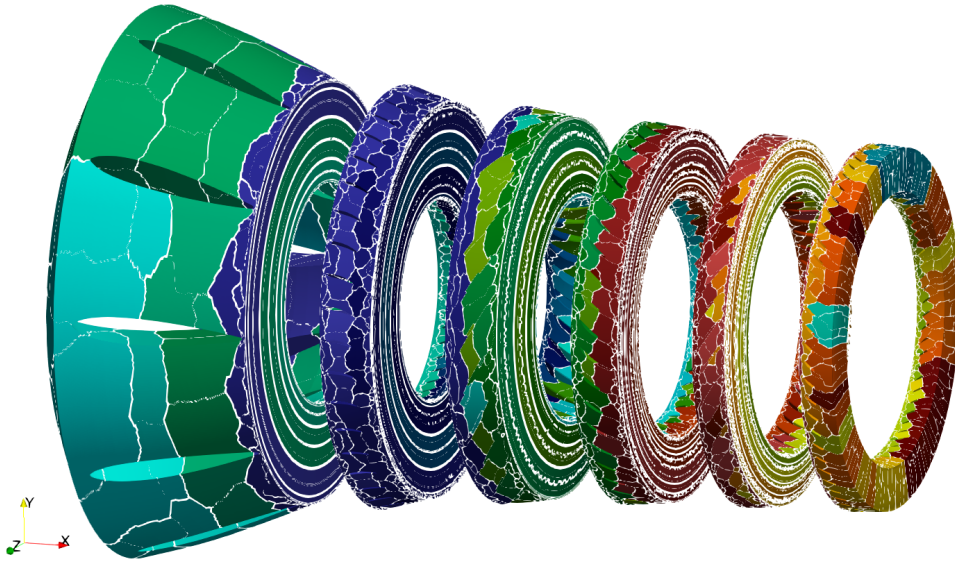
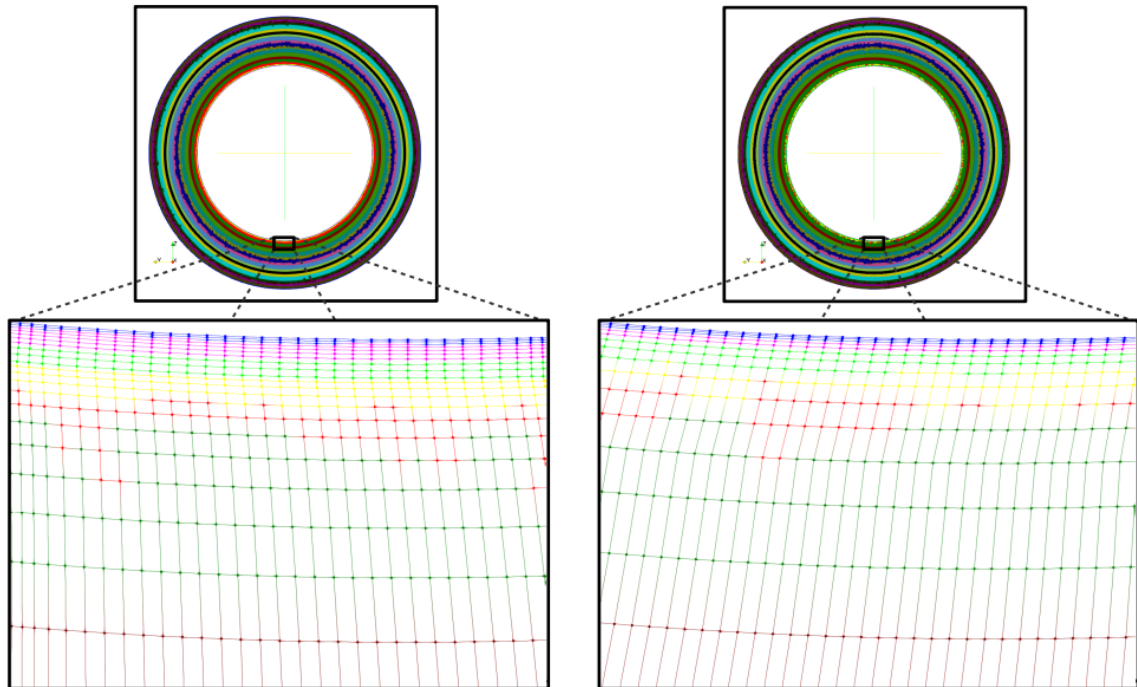


Abbildung 4.8: FA: Explosionsdarstellung der Vorderseite des Vollmodelles mit 1536 Partitionen

der zugehörigen Partition abgebildet. Die Partitionsfärbung auf beiden Flächen zeigt, dass die globale Aufteilung auf den Partnerflächen sehr ähnlich ist. Hierbei werden hauptsächlich ganze Ringe auf beiden Flächen einer Partition zugeordnet, wodurch der Kommunikationsaufwand bzw. die Halo-Größe aufgrund der Interpolation minimiert werden kann.

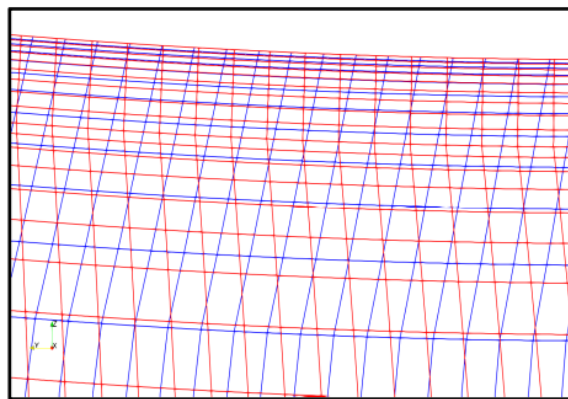
Die Vergrößerung der Eintrittsfläche der 5. Blattreihe in Abbildung 4.9b zeigt, dass bei einer steigenden Partitionsanzahl einzelne Ringstrukturen aufgebrochen werden. Auf der Partnerfläche in Abbildung 4.9a existiert weiterhin eine Ringstruktur der roten Partition. Aufgrund der unterschiedlichen radialen Auflösung der Gitterstrukturen in Abbildung 4.9c zwischen der in rot dargestellten Austrittsfläche und der blau dargestellten Eintrittsfläche entsteht eine Kommunikationsverbindung zwischen mehreren Gitterbereichen in radialer Richtung. Dies sorgt beim Aufbau des Halo anhand der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Ringaufteilung dafür, dass alle Punkte mit einem ähnlichen Radius auf der Eintrittsfläche dem Halo zugewiesen werden. Dadurch befinden sich mehrere Ringe in aufsteigende und absteigende radiale Richtung im Halo der Partition. Somit sorgt der Austausch einzelner Punkte auf der Eintrittsfläche in Abbildung 4.9b während der Verfei-

4 Anwendungstests und Validierung



(a) Austrittsgleitfläche der 4. Blattreihe

(b) Eintrittsgleitfläche der 5. Blattreihe



(c) Gitterstruktur der kommunizierenden Gleitflächen

Abbildung 4.9: FA: Partitionierung und lokale Besonderheiten zweier kommunizierender Gleitflächen mit 1536 Partitionen

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

nerung zwischen der gelben und roten Partition zu keiner ausschlaggebenden Erhöhung der Kommunikation, kann jedoch zur Gleichverteilung der Gitterpunkte genutzt werden. Die lokalen Unterschiede der einzelner Partitionen verdeutlichen außerdem, dass die Partitionierung auf Basis von mehreren Heuristiken erstellt wird und dementsprechend nicht die optimale sondern eine "gute" Aufteilung darstellt.

Durch die Anzahl der Gitterpunkte und dem resultierenden Speicherbedarf ist eine serielle Berechnung des Modells nicht möglich. Die normierte Laufzeit der idealen Parallelisierung in Abbildung 4.10a bezieht sich auf Simulation mit 24 Bereichen und die daraus resultierende Rechendauer von einer theoretischen seriellen Berechnung. Zwar kann dadurch keine Aussage über den Abstand zur perfekten Parallelisierung getroffen werden, jedoch kann die Skalierbarkeit der Graphenmethode von 24 Partitionen ausgehend bewertet werden. Die axiale Methode und die Graph Partitionierung zeigen im Bereich von 24 bis 48 Partitionen ein ähnliches Skalierungsverhalten. Beide Strategien zeigen eine Abschwächung des Laufzeitgradienten im Vergleich zum idealen Verhalten. Die axiale Methode zeigt auch bei Partitionsgrößen mit mehr als 48 Bereichen ein ineffizientes Aufteilen des Rechengebietes, bei welchem es mit 192 Partitionen zu einem Anstieg der Laufzeit kommt. Die graphenbasierte Methode kann hingegen bei Partitionsgrößen mit mehr als 48 Bereichen das Rechengebiet besser verteilen. Die Skalierbarkeit wird bei größeren Partitionsanzahlen zunehmend besser, da die Anzahl der Gitterpunkte und somit der Speicherbedarf auf jedem Ausführungsstrang zunehmend kleiner wird. Dies fällt besonders durch die Laufzeitgradienten zwischen 48 und 96 Partitionen auf, welche größer als der ideale Gradient sind. Mit der neuen Methode ist eine fast lineare Skalierung der Laufzeit bis zur größten berechneten Aufteilung mit 288 Partitionen möglich. Im Vergleich zur bisherigen axialen Methode kann mit einer üblichen Partitionsanzahl von 288 Partitionen ein Zeitgewinn bzw. eine Ressourcenersparnis von 66 % erreicht werden.

Zur weiteren Untersuchung des Skalierungsverhaltens ist eine Betrachtung der Partitionsanzahlen notwendig. Die Anzahl der maximalen, minimalen und mittleren Gitterpunkte sind in Abbildung 4.10b für ausgewählte Partitionen dargestellt. Die axiale Methode zeigt im getesteten Bereich eine gute Verteilung der Punkte und die graphenbasierte Methode eine nahezu perfekte Verteilung. Somit kann eine Beeinflussung der Laufzeit durch die Gitterpunktverteilung ausgeschlossen werden.

In Abbildung 4.10c ist die Verteilung der Halo-Punkte der jeweiligen Partitionierung dargestellt. Die Aufteilungen der axialen Methode haben ein fast gleichbleibendes middle-

4 Anwendungstests und Validierung

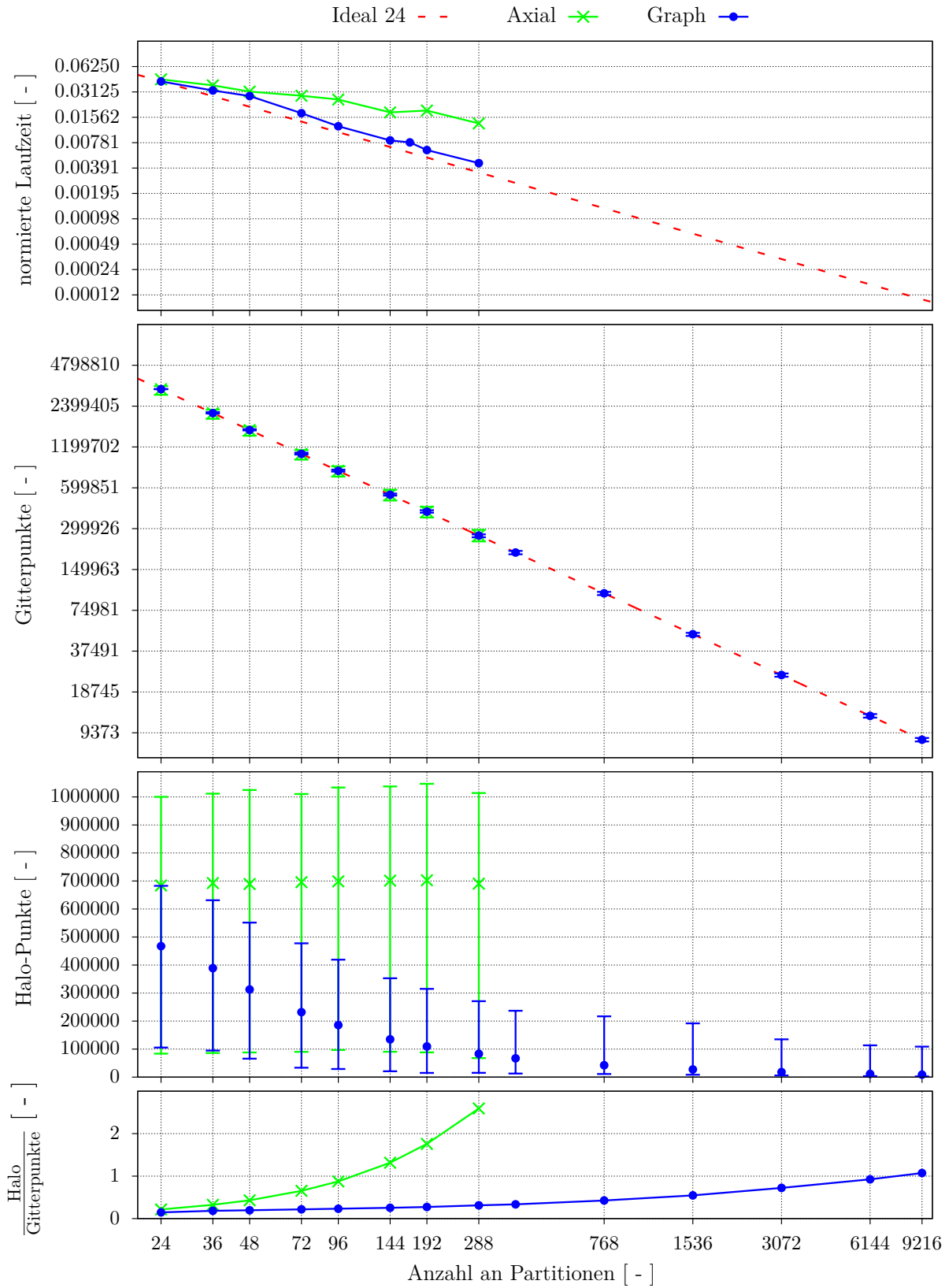


Abbildung 4.10: FA: (a) normierte Laufzeit, (b) Gitterpunkte pro Partition, (c) Halo-Punkte pro Partition und (d) das Verhältnis der gesamten Halo-Punkte zu der Anzahl der Gitterpunkte für ausgewählte Partitionierungen

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

res Kommunikationsaufkommen von 700000 Verbindungen, unabhängig von der Anzahl der Partitionen. Zusätzlich steigt die Größe des maximalen Halo bei höheren Partitionsanzahlen mit bis zu 192 Bereichen weiter an. Grund dafür ist die große Schnittfläche der axialen Scheiben bei dieser Partitionierungsstrategie.

Der Einfluss auf die globale Kommunikation ist in Abbildung 4.10d durch das Verhältnis aus der Summe der Halo-Punkte aller Partitionen zu der Anzahl der Gitterpunkte dargestellt. Durch die logarithmische Definition der x-Achse entspricht die exponentielle Zunahme der axialen Methode einem linearen Anstieg und die lineare Zunahme der Graphenmethode einem beschränkten Anstieg der Kommunikation. Hierbei wird deutlich, dass ein gleichbleibender Halo pro Partition für einen massiven Anstieg der globalen Kommunikation sorgt. Bezogen auf Abbildung 2.10 liegt bereits bei mehr als 96 Partitionen der Einfluss der Kommunikation über 50 %. Wird das Rechengebiet weiter axial aufgeteilt, so nimmt der Einfluss der Kommunikationsdauer auf die Laufzeit weiter linear zu und verursacht eine Abnahme des Skalierungsgradienten.

Unter Berücksichtigung der insgesamt 76780954 Gitterpunkte sind bei Partitionsgrößen mit bis zu 72 Bereichen mehr als 1 Millionen Punkte in jeder Partition. Zusammen mit der Halo-Größe ist der Speicheraufwand bei Rechnungen mit wenigen Partitionen dementsprechend hoch und sorgt für eine erhöhte Rechendauer. Beide Faktoren führen bei der axialen Partitionierung zu dem zuvor gesehenen Skalierungsverhalten.

Im Vergleich dazu wird bei den graphenbasierten Partitionierungen sowohl die maximale, als auch die mittlere Halo-Größe in Abbildung 4.10c mit steigenden Partitionsanzahlen verkleinert. Des Weiteren weist die globale Kommunikation einen beschränkten Verlauf auf. Hierdurch kann auch mit großen Unterteilungen des Rechengebietes ein fast idealer zeitlicher Gewinn, ausgehend von 24 Partitionen, erreicht werden. Dies ist durch die Berücksichtigung der Kommunikation bei der Erstellung der Partitionierung und der exakten Darstellung der Gleitflächenverbindungen möglich. Die Partitionierungen mit mehr als 288 Bereichen zeigen eine weitere Verringerung der Halo-Größe und eine ideale Verteilung der Gitterpunkte bis zu einer Anzahl von 9216 Partitionen. Der Konturplot in Abbildung 4.11 zeigt, dass eine weitere Zerteilung des Rechengebietes mit 9216 Partitionen möglich ist.

Anhand des Laufzeittestes der SPMR-Methode mit einer wesentlich aufwendigeren Kommunikation und einer maximalen Skalierung mit ≈ 6000 Gitterpunkten pro Partition, sollte auf Basis der Entwicklung der Kennzahlen des Vollmodelles eine Skalierbarkeit mit bis zu 12800 Partitionen für dieses Modell realisiert werden können. Aufgrund der

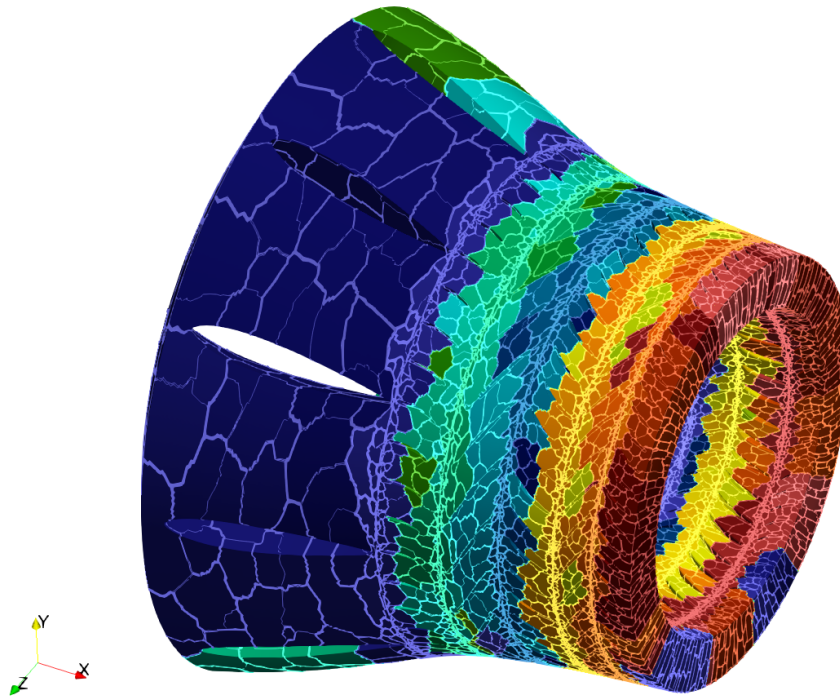


Abbildung 4.11: FA: 9216 Bereiche der Graph Partitionierung

Begrenzung der Version 8.1.5 auf vier stellige Partitionsanzahlen ist eine Aufteilung mit mehr als 9999 Bereichen während dieser Arbeit nicht möglich. Für zukünftige Modellgrößen kann diese Begrenzung durch eine Erweiterung der Dateieindungen aufgehoben werden und eine Vollmodellrechnung mithilfe der Graph Partitionierung weiter beschleunigt werden. Mittels einer konservativen Abschätzung der Laufzeit dieser Partitionsgröße anhand des kleinsten Gradienten zwischen 24 und 48 Partitionen ist die Berechnung dieses Testfalles auf zukünftigen Rechenverbunden in weniger als 24 Stunden möglich. In Tabelle 4.7 ist die maximale Anzahl der Kommunikationspartner für den Partitionsbereich von 24 bis 288 aufgelistet. Bei der axialen Partitionierung mit mehr als 144 Bereichen sorgt die Anzahl der maximalen Kommunikationspartner mit mehr als 11 anderen Ausführungssträngen für einen zusätzlichen Laufzeitaufwand. Hierbei ist zu beachten, dass der Rechenverbund *rrd - s12* bei mehr als 11 Kommunikationspartnern zwingend Informationen zwischen mehreren Prozessoren austauschen muss. Der Informationsaustausch zwischen verschiedenen Prozessoren ist im Allgemeinen für große Datenmengen langsamer als die Kommunikation zwischen Ausführungssträngen auf dem

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

Anzahl der Partitionen	24	36	48	72	96	144	192	288
Axial	2	2	3	4	6	8	12	17
Graph	20	22	30	32	41	57	65	75

Tabelle 4.7: FA: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition, Teil 1

Anzahl der Partitionen	384	768	1536	3072	6144	9216
Axial	-	-	-	-	-	-
Graph	93	118	185	213	212	215

Tabelle 4.8: FA: Maximale Anzahl der Kommunikationspartner einer Partition, Teil 2

gleichen Prozessor. Während der Laufzeitanalyse ist eine Darstellung dieses Verhaltens zwar nicht möglich, kann jedoch ein möglicher Grund für die verschlechterte Laufzeit mit 192 Partitionen sein.

Die Partitionierungen der Graphenmethode besitzen grundsätzlich eine große Anzahl an Kommunikationspartnern. Somit werden bei jeder Partitionierungsgröße Daten zwischen mehreren Prozessoren ausgetauscht. Durch die jedoch stetig kleiner werdende Halo-Größe und der daraus resultierenden kleineren Datenmenge, welche zwischen mehreren Prozessoren ausgetauscht werden muss, hat die Anzahl der Kommunikationspartner auf die Laufzeit keinen maßgeblichen Einfluss.

In Tabelle 4.8 sind die Kommunikationspartner der nicht berechneten Partitionierungen aufgeführt. Durch die Halo-Begrenzung der axialen Methode ist dabei ausschließlich eine Bewertung der graphenbasierten Partitionierungen möglich. Der Anstieg der maximalen Kommunikationspartner zeigt ein stark nichtlineares Verhalten, wobei jedoch bei sehr großen Anzahlen an Partitionen eine Sättigung erreicht wird. Da der Anstieg der Kommunikation zwischen mehreren Prozessoren auch bei Aufteilungen im Bereich von 96 bis 288 Partitionen zu keinem Einbruch des zeitlichen Gewinnes geführt hat, sollten auch die Partitionierungen mit bis zu 9216 Bereichen die Rechenzeit weiter verbessern können.

Neben der Rechenzeit spielt bei steigender Partitionsanzahl und steigender Modellgröße auch die Dauer des Partitionierens und der Vorbereitung mit *JM32* eine Rolle. In Tabelle 4.9 ist die Entwicklung der seriellen Programmdauer bei steigender Partitionsanzahl für die Partitionierung und die Vorbereitung dargestellt. Die serielle Partitionierung beinhaltet das Erstellen des Graphen, die Partitionierung des Graphen und die Aufteilung

4 Anwendungstests und Validierung

der Dateien anhand der Partitionierung. Hierbei ist zu erkennen, dass der Zeitaufwand relativ konstant bleibt. Die Erstellung des Graphen ist dabei unabhängig von der Anzahl der Partitionen und wird hauptsächlich durch die Modellgröße beeinflusst.

Da in dieser Arbeit der serielle Partitionierer *Metis* genutzt wird, steigt der Zeitaufwand für größere Anzahlen leicht an, wird jedoch hauptsächlich durch das Speichern und Einlesen der Graphendatei bestimmt. Der Zeitaufwand kann durch die vollständige Integration des Partitionierers in *JM30* ohne Zwischenspeicherung der Graphen-Datei um mehr als 50 % verringert werden.

Sollte der Einfluss der Partitionierung bei zukünftigen Modellen einen größeren Anteil des Zeitaufwandes einnehmen, so besteht die Möglichkeit, einen parallelen Partitionierer einzubinden (Bsp: *ParMetis* [19]).

Im Vergleich dazu zeigt die Vorbereitung mit *JM32* einen starken Anstieg der Laufzeit bei ansteigenden Partitionsanzahlen. Dies liegt an der aufeinanderfolgenden Abarbeitung jeder Partition und der damit verbundenen linearen Abhängigkeit zwischen Laufzeit und Partitionsanzahl. Mit dem parallelen *JM32* kann die Vorbereitungszeit bereits erfolgreich verringert werden. Die Erweiterung des parallelen Pre-Prozessors ist im Rahmen dieser Arbeit vorbereitet worden und wird durch das *AU3D*-Entwicklerteam in die neue Version eingearbeitet. Ausgewählte Veränderungen werden im Anhang in Abschnitt A.2 näher beschrieben.

Zur Bestätigung der Laufzeitverbesserung für Partitionierungen mit mehr als 288 Bereichen werden 5 Rechnungen auf einem zusätzlichen Computercluster getestet. Der externe Cluster zeichnet sich durch eine wesentlich größere Anzahl der Prozessoren aus und ermöglicht für diesen Testfall eine Aufteilung in bis zu 2000 Bereiche. Um die Vorhersage auf Basis der Partitionsanzahlen zu verifizieren, werden die Rechenzeiten von 40, 400, 800, 1600 und 2000 Bereichen verglichen. In Abbildung 4.12 sind die normierten Laufzeiten der Graph Partitionierungen dargestellt. Die normierte Laufzeit berechnet sich aus dem kürzesten Zeitschritt der Partitionierung geteilt durch die theoretische Rechenzeit einer seriellen Rechnung anhand der Laufzeit mit 40 Partitionen. Die ideale

Anzahl der Partitionen	24	192	384	768	1536	3072	6144	9216
Partitionierungsdauer [h]	1.07	1.07	1.08	1.23	1.09	1.13	1.16	1.15
Vorbereitungsdauer [h]	0.23	1.03	2.13	3.72	7.48	14.27	28.73	42.85

Tabelle 4.9: FA: Zeitaufwand der seriellen Partitionierung und Vorbereitung

4.1 Laufzeitanalyse und Methodenvergleich

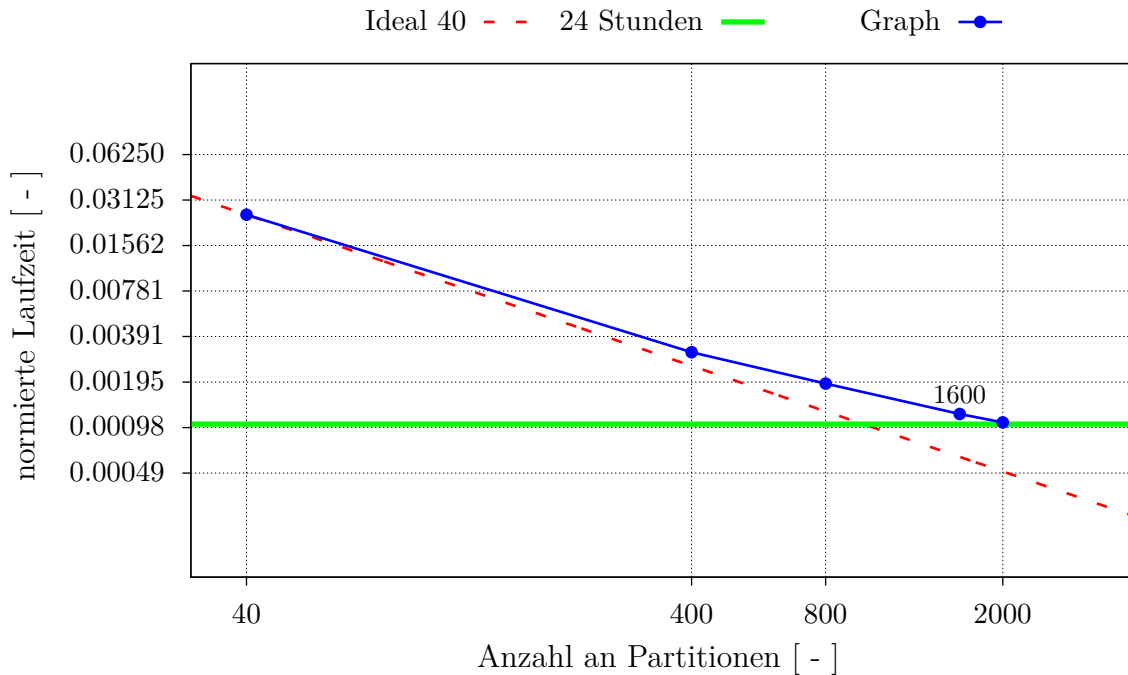


Abbildung 4.12: FA: Laufzeitvergleich mit bis zu 2000 Partitionen

Parallelisierung bezieht sich auf die kleinste Aufteilung in 40 Bereiche und beschreibt die Rechenzeit bei einem gleichbleibenden Kommunikationsaufkommen. Die grüne Linie zeigt die Laufzeit, welche erreicht werden muss, damit 15000 Zeitschritte innerhalb von 24 Stunden berechnet werden können. Dies entspricht eineinhalb Rotorumdrehungen und einer vollwertigen aeroelastischen Analyse mit diesem Vollmodell.

Die Skalierbarkeit der blauen Graphenmethode zeigt, dass bei Partitionierungen mit mehr als 400 Bereichen ein abnehmender Gradienten der Laufzeitverbesserung auftritt, welcher durch die erhöhte Kommunikation zustande kommt.

Mittels der perfekten Verteilung der Gitterpunkte und der Reduzierung der Halo-Größe kann eine enorme Laufzeitsteigerung für Partitionierungen mit bis zu 2000 Bereichen erreicht werden. Durch den schwächeren Laufzeitgradienten wird die Wirtschaftlichkeit der Rechnung verringert, aber es ist mit 2000 Partitionen und der neuen Methode möglich, eine aeroelastische Analyse innerhalb von 24 Stunden zu berechnen.

Anhand einer Qualitätsbewertung der Gitterpunktverteilung, der Halo-Größe und der Kommunikationspartner einer Partitionierung ist es also möglich, die resultierende Laufzeitentwicklung abzuschätzen. Die zuvor betrachteten Partitionierungen mit bis

zu 9216 Bereichen zeigen dementsprechend keine Abnahme der Laufzeitverringering für die Graph Partitionierungen. Die entwickelte Methode ermöglichen für zukünftige Computercluster die weitere Verringerung der Rechenzeit auf weniger als 24 Stunden und die vollständige Integrierbarkeit der Aeroelastik in den Entwurfsprozess neuer Triebwerke.

4.2 Validierung der Strömungsgrößen

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Partitionierung auf die Strömungsgrößen ausgewählter Testfälle aufgezeigt und bewertet.

Allgemein ist festzuhalten, dass der Strömungslöser in den Versionen 8.1.5 und 8.1.6 mit einer einfachen Genauigkeit rechnet. Daraus ergibt sich nach IEEE Standard eine Maschinengenauigkeit für vorzeichenbehaftete Gleitkommazahlen von

$$\epsilon_m = b^{-m} = 2^{-23} \approx 1.2E - 07 \quad (4.1)$$

mit der Basis b und der Mantisse m . Die Maschinengenauigkeit ϵ_m ist dabei die kleinste Gleitkommazahl, für die

$$1.0 + \epsilon_m \neq 1.0 \quad (4.2)$$

gilt. Unter Berücksichtigung des größten auftretenden Wertes ergibt sich somit für jede Rechengröße ein numerisches Rauschen, welches während der iterativen Rechenschritte für eine Abweichung der Werte sorgt.

Zusätzlich wird bei der Partitionierung die Verteilung der Punkte auf verschiedene Prozessoren erhöht und es werden die Speicherorte der Strömungsgrößen verändert. Eine exakte Gleichheit der Lösungen kann unter Berücksichtigung der einfachen Genauigkeit der Gleitkommazahlen und der variierenden Punkteverteilung nicht vorausgesetzt werden. Da eine serielle Berechnung der gewählten Testfälle während dieser Arbeit nicht möglich ist, kann außerdem keine Veränderung der Lösung durch die Parallelisierung analysiert werden.

Um trotzdem eine Aussage über die Ergebnisgüte der neuen Methode treffen zu können, werden in den Validierungsabschnitten aussagekräftige Ingenieursgrößen zwischen den parallelen Rechnungen der verschiedenen Partitionierungsstrategien verglichen.

4.2.1 Periodisches 11 Blattreihen Modell mit Mischflächen

Zur Validierung der stationären Strömungslösung werden die Ergebnisse von zwei Rotorblattreihen des periodischen Mehr-Blattreihen Mischflächen-Modells analysiert. Als Ausgangspunkt der stationären Rechnung wird das 11-Blattreihen Modell aus Abschnitt 4.1.1 genutzt. Alle Rechnungen werden nach 10000 Rechenschritten und der vollständigen Konvergenz des Rechenmodells ausgewertet. Somit kann der Langzeiteinfluss der Partitionierung betrachtet und Konvergenz-Einflüsse minimiert werden.

Durch die Begrenzung auf parallele Berechnungen werden jeweils drei gleiche Modelle mit einer unterschiedlichen Anzahl an Partitionen jeder Methode verglichen. Um zusätzlich den Einfluss bei wachsender Partitionierung zu zeigen, werden stets Verdoppelungen der Partitionsanzahl berechnet. Die Konfiguration der Prozessoren erfordert eine geeignete Wahl der Partitionsgrößen um bei der Auslastung eines Clusters, Rechnungen auf mehreren Rechenverbänden ausführen zu können. Um sowohl auf dem *rrd* – 16 und dem *rrd* – 24 rechnen zu können, wird ausgehend vom Laufzeittest die größte Partitionierung mit 192 Bereichen als Ausgangspunkt und eine Aufteilung in 96 und 48 Bereiche als Teilgröße gewählt.

Auf eine genauere Betrachtung der Strömungsgrößen wird an dieser Stelle verzichtet, da vielmehr die Differenz der einzelnen Werte ein ausschlaggebendes Kriterium für die Ergebnisgüte der parallelen Rechnungen ist. Der Einfluss der Randbedingungen am Eintritt und Austritt des Gesamtmodells soll bei dieser Betrachtung möglichst gering gehalten werden. Hierzu wird zuerst die relative Abweichung der radialen Druckprofile am Eintritt und Austritt der 7. Blattreihe zu einem Referenzprofil verglichen. Im Anschluss wird das Druckprofil auf der Schaufeloberfläche der 9. Blattreihe verglichen.

Der Mischflächenansatz aus Abschnitt 2.2 berechnet ein radiales Strömungsprofil am Eintritt und Austritt jeder Blattreihe. Um den Einfluss der Partitionierung auf diese Besonderheit des Modells bewerten zu können, werden im Folgenden die Abweichungen der Profile verglichen. Dadurch, dass eine serielle Berechnung des Modells als Referenzgröße während dieser Arbeit nicht möglich ist, wird eine geeignete Ersatzreferenz gewählt. Ausgehend von der erfolgreichen Validierung durch Wu et al. [39] wird der Mittelwert der drei axialen Rechnungen als bestmögliche Referenz genutzt.

Die relative Abweichung der Rechnung j berechnet sich aus der Profilverabweichung

$$\Delta p_j(r) = p_j(r) - p_m(r) \quad (4.3)$$

4 Anwendungstests und Validierung

mit dem Referenzprofil m

$$p_m(r) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 p_i(r) \quad (4.4)$$

wobei p_i den Profilwerten der 3 axialen Rechnungen entspricht.

Bei diesem Vergleich sei angemerkt, dass, durch die Verwendung der axialen Rechnungen als Referenzwert, eine objektive Betrachtung nicht möglich ist. Wenn der Fehler aller axialen Rechnungen einen konstanten Abstand zur seriellen Lösung aufweist, kann dies mit dem gewählten Vergleich nicht gezeigt werden. Jedoch kann der Fehler der graphenbasierten Partitionierung im Vergleich zum axialen Fehler bewertet werden.

In Abbildung 4.13 sind die relativen Abweichungen der radialen Druckprofile der 6 verglichenen Rechnungen dargestellt. Der relative Radius beschreibt die Höhe im Vergleich zum Abstand zwischen der Nabe und dem Gehäuse der Schaufelpassage. Das Druckprofil der Eintrittsfläche des Rotors in der 7. Blattreihe ist links und das Austrittsprofile des Rotors rechts abgebildet.

Bereits der Vergleich der axialen Lösungen am Eintritt und Austritt der Rotor-Passage zeigt eine relative Abweichung von maximal ≈ 0.003 % gegenüber dem Referenzprofil. Die Partitionierungen der Graphenmethode weisen für die Rechnungen mit 48 und 96 Bereichen eine Abweichung von maximal ≈ 0.003 % auf und liegen somit innerhalb des axialen Fehlers. Durch die Mittelung der axialen Profile kann der Einfluss der Partitionsgröße für die axiale Methode nicht eindeutig bestimmt werden, jedoch weist die Rechnung mit 192 Bereichen die größte Abweichung auf. Unter Berücksichtigung der graphenbasierten Partitionierung mit 192 Bereichen, welche die größte Abweichung zum Referenzwert aufweist, zeigt sich ein erhöhter numerischer Fehler bei einer erhöhten Aufspaltung der Rechenpunkte.

Grundsätzlich zeigt die Graphenmethode eine ähnliche Abweichung zum Referenzwert im Bereich von $\approx 0.001 - 0.004$ % und eine Beeinflussung aufgrund der neuen Methode kann ausgeschlossen werden. Der grundsätzliche Fehler aller Rechnungen ist hierbei sowohl auf das numerische Rauschen der einfachen Genauigkeit als auch auf die erweiterte Verteilung der Rechenpunkte zurückzuführen und wird maßgeblich durch die Implementierung des Strömungslösers bestimmt. Auf eine ausführliche Ursachenforschung im Bezug auf den Strömungslöser wird verzichtet, da der Schwerpunkt dieser Arbeit die Partitionierung ist.

Zur Bestätigung der Ergebnisgüte wird zusätzlich das statische Druckprofil auf der Schaufeloberfläche verglichen. Hierzu wird der statische Druck p_s entlang eines Schnittes

4.2 Validierung der Strömungsgrößen

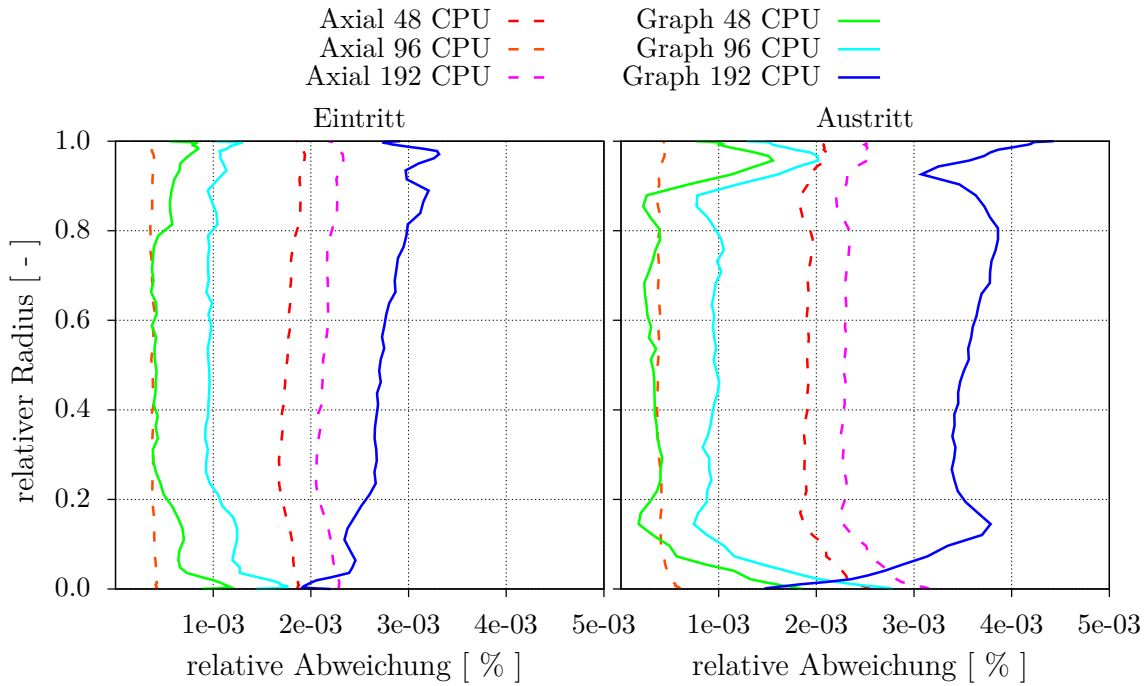


Abbildung 4.13: MBR: Radiale Druckprofile an Eintritt und Austritt von Rotor 3

auf 50 % der Schaufelhöhe bestimmt. Der statische Druck kann unter den Annahmen einer adiabaten Zustandsänderung und eines idealen Gases als Funktion der Erhaltungsgrößen des Strömungslösers definiert werden und gibt einen guten Überblick über die mittlere Abweichung der Dichte ρ , der inneren Energie U und der absoluten Geschwindigkeit $\mathbf{u}(u_x, u_y, u_z)$.

In Abbildung 4.14 sind die Druckprofile der drei axialen Rechnungen dargestellt. Hierbei ist der normierte statische Druck über der relativen axialen Koordinate der Passage aufgetragen. Es ist erkennbar, dass der Verlauf des Druckprofils von der Anzahl der Partitionen unbeeinflusst ist und alle Rechnungen ein äquivalentes Ergebnis liefern. Des Weiteren zeigt sich keine Veränderung durch die Verdoppelung der Partitionsanzahl von 48 auf 96 und 192 Bereiche. In Abbildung 4.15 sind die Druckprofile der graphenbasierten Partitionierungen dargestellt. Ebenso wie bei der axialen Methode, zeigen auch die Partitionierungen der Graphenmethode keine Veränderung des Druckprofils. Selbst für die größte Aufteilung mit 192 Bereichen liegen die statischen Drücke auf den Profilen der anderen Partitionierungen. Durch die Gleichheit der getrennt betrachteten Methoden reicht nachfolgend ein Vergleich anhand einer Partitionsanzahl aus. In Abbildung 4.16 sind die Druckprofile der axialen und graphenbasierten Partitionierung mit 48 Bereichen

4 Anwendungstests und Validierung

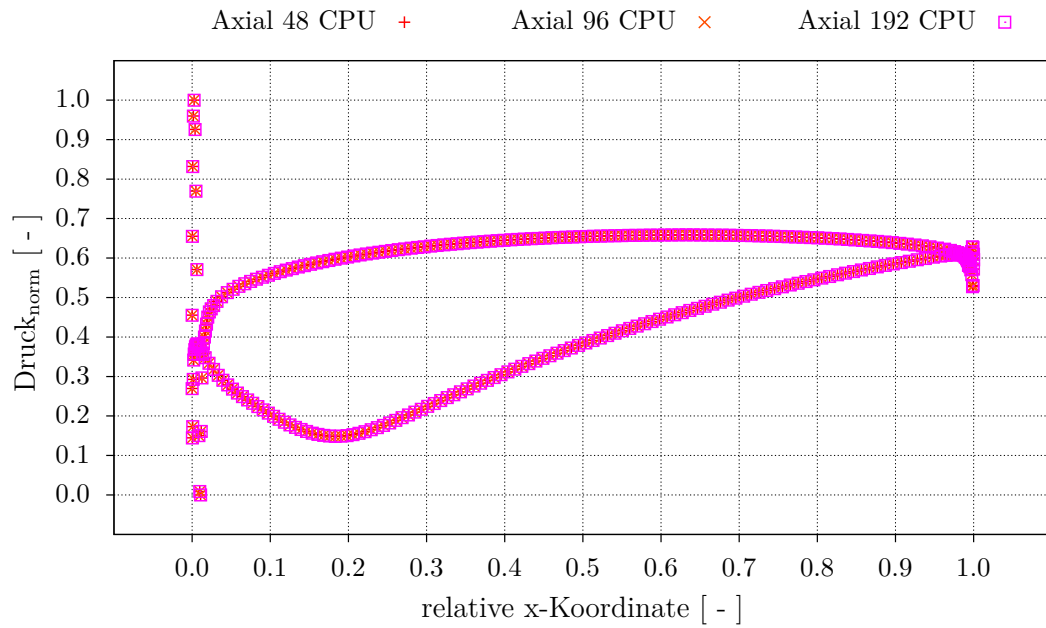


Abbildung 4.14: MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei axialer Partitionierung

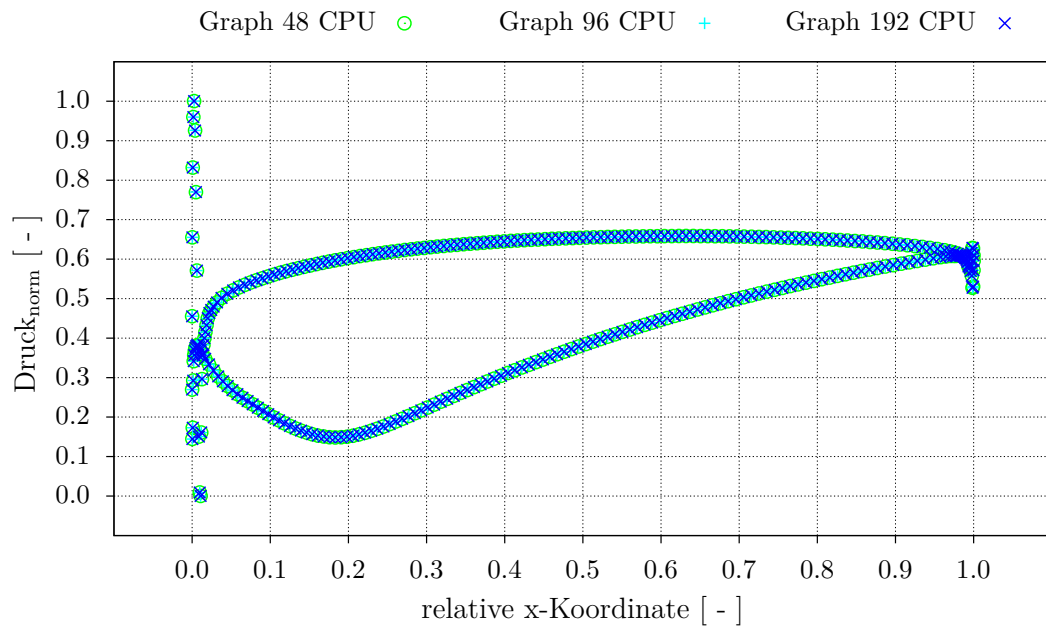


Abbildung 4.15: MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei graphenbasierter Partitionierung

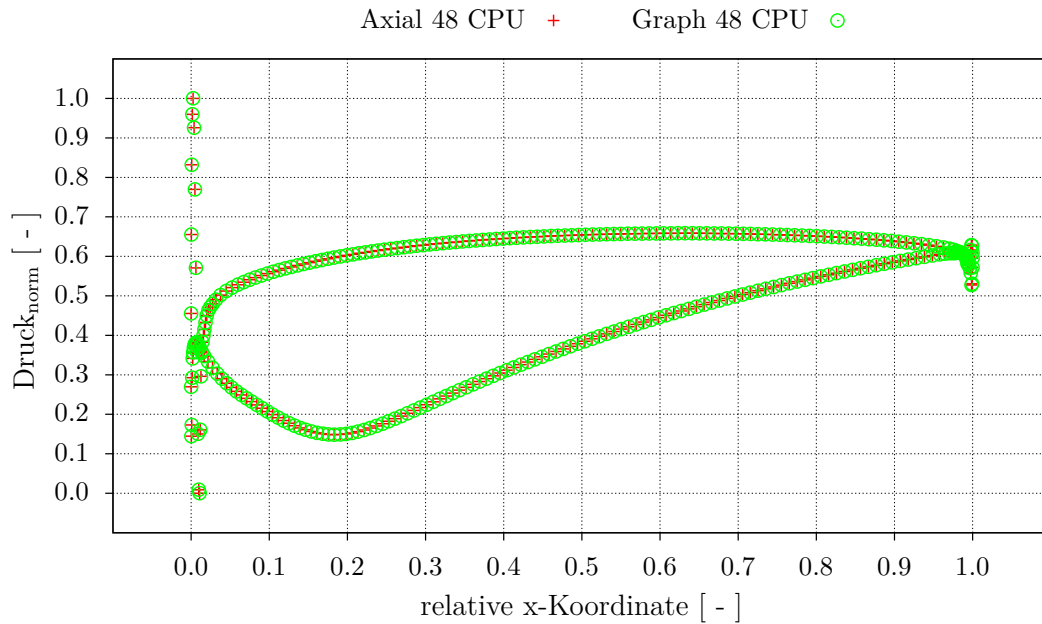


Abbildung 4.16: MBR: statisches Druckprofil auf 50 % Schaufelhöhe bei einer Aufteilung in 48 Bereiche

dargestellt. Es ist keine sichtbare Abweichung der Lösungen voneinander zu erkennen und somit ist auch die Gleichheit der anderen Partitionsanzahlen gegeben.

Die zuvor gezeigten Abweichungen der radialen Druckprofile sind so gering, dass eine sichtbare Beeinflussung der Strömung durch die Partitionierung auf die Rechengrößen innerhalb der Blattreihen ausgeschlossen werden kann. Des Weiteren kann die korrekte Weitergabe der Strömungsgrößen über die periodischen Verbindungen bestätigt werden.

4.2.2 SPMR-Modell mit 2 Blattreihen

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Graph Partitionierung und der bisherigen axialen Partitionierung anhand der modalen Kraftanregung für das SPMR-Modell des Laufzeittestes verglichen. Bei der Implementierung der Graphenmethode erfolgt die Berechnung der Fourierkoeffizienten und die Rekonstruktion auf der Gleitflächenkopie erstmals ausschließlich mit aufgeteilten Datenmengen. Der Vergleich soll zeigen, dass die Amplitude und die Phase der harmonischen Kraftanregung einer ausgewählten

4 Anwendungstests und Validierung

EO Ergebnisse in der gleichen Größenordnung liefern. Des Weiteren wird die parallele Berechnungsmöglichkeit der Fourierkoeffizienten betrachtet.

Zur Bestimmung der Kraftanregung einer ausgewählten Schaufelschwingung wird in jedem Zeitschritt der instationäre statische Druck an jedem Gitterpunkt der Schaufeloberfläche mitgeschrieben. Die modale Kraft in Abhängigkeit der Zeit ergibt sich nach

$$F_{modal}(t) = \sum_{i=1}^{N_p} \phi_i^T (A_i \mathbf{n}_i) p_{si}(t) \quad (4.5)$$

durch die Summierung des Produktes aus der zum Punkt i gehörenden Eigenvektor-komponente ϕ_i^T der Schwingungsform, der zugehörigen Fläche A_i , dem Normalenvektor \mathbf{n}_i und dem instationären statischen Druck $p_{si}(t)$ über alle N_p Gitterpunkte der Schaufeloberfläche.

Die daraus resultierende allgemeine Anregung der Schaufelstruktur für endlich viele Zeitschritte lässt sich mit Hilfe einer diskreten Fouriertransformation für eine ausgewählte Frequenz durch eine harmonische Anregung F_m der Schaufelschwingungen in der Form

$$F_m(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.6)$$

mit der Amplitude A , der Phasenverschiebung φ und der Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f \quad (4.7)$$

darstellen. Die Frequenz f wird hierbei durch die betrachtete EO festgelegt.

Aufgrund der Server-Auslastung während der Validierung müssen mehrere Prozessorarchitekturen benutzt werden. Da ein Vergleich der Laufzeit hierbei nicht beabsichtigt wird, kann ein Einfluss auf die Ergebnisse durch die unterschiedliche Rechengeschwindigkeit der Prozessoren weitestgehend ausgeschlossen werden. Demnach werden sowohl das Computercluster *rrd* – 16 als auch *rrd* – 24 genutzt.

Die axiale Partitionierung der SPMR-Modelle ist auf eine Partitionsanzahl von maximal 48 Bereichen begrenzt. Damit der Einfluss für große Anzahlen an Partitionen bei der Graphenmethode verglichen werden kann, wird nachfolgende Aufteilung gewählt:

- Größte Aufteilung der Graphenmethode mit 192 Bereichen
- Aufteilungen in 96 und 48 Partitionen als Teilgrößen der größten graphenbasierten Partitionierung

- Größte axiale Partitionierung mit 48 Bereichen zum direkten Vergleich mit einer gleichen Anzahl an Partitionen mit der Graphenmethode
- Aufteilung mit 24 Partitionen als einzig mögliche Teilgröße der größten axialen Partitionierung
- Partitionierung mit 32 Bereichen als dritten Referenzwert auf dem Computercluster *rrd* – 16

Die Amplitude und Phase der harmonischen Kraftanregung auf die Statorschaufel für eine ausgewählte Frequenz, basierend auf der Anregung durch die stromabwärts liegende Rotorblattreihe, ist in Tabelle 4.10 für die 6 verschiedenen Partitionierungen aufgeführt. Der Vergleich der Amplitude und Phase zeigt, dass sowohl die axiale Methode als auch die graphenbasierte Methode keine exakt gleichen Werte bei unterschiedlichen Aufteilungen liefern. Die Fehler lassen sich auf die in der stationären Berechnung gezeigten Variation des statischen Druckes und die Aufsummierung dieser Abweichungen über die Schaufeloberfläche zurückführen.

Der Unterschied zwischen den axialen Partitionierungen ist mindestens eine Größenordnung kleiner als bei der graphenbasierten Aufteilung und zeigt den Einfluss der parallelen Berechnung auf das Ergebnis. Hierbei ist zu beachten, dass bei einer Aufteilung mit Hilfe eines Graphen die Rechenpunkte wesentlich willkürlicher auf den jeweiligen Prozessoren verteilt werden. Dadurch, dass mehr Informationen einzelner Rechengebiete zwischen den Prozessoren ausgetauscht werden müssen, können sich Rundungsfehler stärker auf das Ergebnis auswirken. Alle Werte liegen jedoch in einer ähnlichen Größenordnung mit einer maximalen Abweichung in der 5. Nachkommastelle in der Amplitude und der 6. Nachkommastelle in der Phase.

Die harmonische Anregung durch den stromaufwärts liegenden Stator auf der Rotor-schaufel ist in Tabelle 4.11 aufgeführt. Die Amplitude der Kosinusschwingung besitzt einen konstanten Abstand in der 5. Nachkommastelle zwischen den beiden Methoden. Bei der getrennten Betrachtung der jeweiligen Methode tritt ein Unterschied erst in der 6. Nachkommastelle auf. Das gleiche Phänomen ist auch bei der Phase zu erkennen. Dies weist darauf hin, dass sich das Strömungsfeld um die Schaufel marginal ändert und die Aufteilung des Rechengebietes in geringem Maße das Ergebnis der instationären Berechnung des Strömungslösers *AU3D* beeinflusst.

4 Anwendungstests und Validierung

Testfall	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
Axial 24	Stator	20545.2	2.1744676408	-1.2865967925
Axial 32	Stator	20545.2	2.1744673550	-1.2865967212
Axial 48	Stator	20545.2	2.1744686157	-1.2865967859
Graph 48	Stator	20545.2	2.1744642158	-1.2865947965
Graph 96	Stator	20545.2	2.1744769638	-1.2865934991
Graph 192	Stator	20545.2	2.1744773958	-1.2865931162

Tabelle 4.10: SPMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der harmonischen Anregung einer ausgewählten Schwingungsform des Stators durch den stromabwärts liegenden Rotor

Ferner sind die Datenmengen zur Berechnung der Fourierkoeffizienten mit einem Graphen erstmals komplett getrennt aufgeteilt und befinden sich nicht zwingend im Halo jeder Gleitflächenpartitionen. Geringe Abweichungen der Ergebnisse können somit außerdem aus der neuen Vorbereitungsart im Zusammenhang mit der Implementierung entstehen. Jedoch kann dies ohne eine serielle Vergleichsrechnung nicht eindeutig identifiziert werden.

Grundsätzlich sind die Abweichungen zwischen den einzelnen Partitionierungen sehr gering und unter Berücksichtigung der bereits gezeigten Abweichungen bei einer stationären Strömungslösung fallen diese nicht deutlich größer aus. Zusätzlich wird zur Berechnung der modalen Kraftanregung der instationäre statische Druck an allen Punkten auf der Schaufeloberfläche aufsummiert. Dies kann bei einigen Partitionen zu einer Abschwächung der Strömungsvariation führen und kann somit eine weitere Ursache

Testfall	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
Axial 24	Rotor	16644.2	6.0979683947	-1.9679151220
Axial 32	Rotor	16644.2	6.0979677012	-1.9679151621
Axial 48	Rotor	16644.2	6.0979679636	-1.9679150681
Graph 48	Rotor	16644.2	6.0980250716	-1.9679136676
Graph 96	Rotor	16644.2	6.0980253598	-1.9679135482
Graph 192	Rotor	16644.2	6.0980241791	-1.9679136402

Tabelle 4.11: SPMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der harmonischen Anregung einer ausgewählten Schwingungsform des Rotors durch den stromaufwärts liegenden Stator

der gezeigten Unterschiede sein. Auf eine weitere Analyse ohne die Möglichkeit des Vergleiches gegen eine serielle Berechnung wird in dieser Arbeit verzichtet.

Im Allgemeinen zeigen die Ergebnisse der instationären Berechnung, dass die Partitionierungen der Graphenmethode und axialen Methode aus ingenieurtechnischer Sicht ausreichend genaue Ergebnisse liefern.

4.2.3 SAMR-Modell mit 3 Blattreihen

Als Testmodell dient das SAMR-Modell des Laufzeittests in Abschnitt 4.1.3, welches aus 3 Blattreihen (Stator-Rotor-Stator) besteht. Durch die Erweiterung des Modells mit mehreren Einzelpassagen kann die Interaktion zweier Blattreihen im gleichen Referenzsystem abgebildet werden. Bei dieser Untersuchung wird sowohl die Anregung durch den stromaufwärts liegenden Stator als auch die Interaktion aus der Differenz der Schaufelanzahlen der beiden Statorreihen auf den Rotor betrachtet. Hierfür wird die harmonische Anregung der jeweiligen EO auf der Rotorschaufeloberfläche nach Gleichung 4.6 bestimmt.

Zuerst wird die zu erwartende Abweichung anhand eines Vergleiches auf Basis von 5 axialen Partitionierungen abgeschätzt. Die axialen Partitionierungen unterscheiden sich sowohl in der benutzten Version des Strömungslösers, als auch der Aufteilung des Rechengebietes.

In Abbildung 4.17 sind die drei Unterschiede der Partitionierung im Bezug auf die Sektor-Gleitfläche und die FASP dargestellt. Die Partitionierung des Testfalles 56 *baseline* besitzt 56 Bereiche. Die kommunizierenden Gleitflächen zwischen den Blattreihen sind dabei jeweils in einer Partition, sodass die Bestimmung der Fourierkoeffizienten und die Rekonstruktion auf den kopierten Flächen unbeeinflusst von der Aufteilung des Rechengebietes sind. Dieser Testfall entspricht am ehesten einer seriellen Berechnung und soll als Referenzwert für die SAMR-Validierung gelten.

Die beiden axialen Partitionierungen mit 96 Bereichen zeichnen sich durch das Schneiden des ersten Gleitflächenpaares aus. Der Schnitt der Eintrittsfläche der Rotorpassage ist in den Abbildungen 4.17b und 4.17c als schwarze Schnittlinie dargestellt. Der Testfall 96 *original* besitzt 96 Bereiche und die FASP zwischen der ersten und zweiten Blattreihe werden dabei aufgespalten. Durch die bisherige Implementierung in der Version 8.1.6 werden alle fehlenden Punkte der Gleitflächenstruktur und der SAMR-Struktur dem Halo

4 Anwendungstests und Validierung

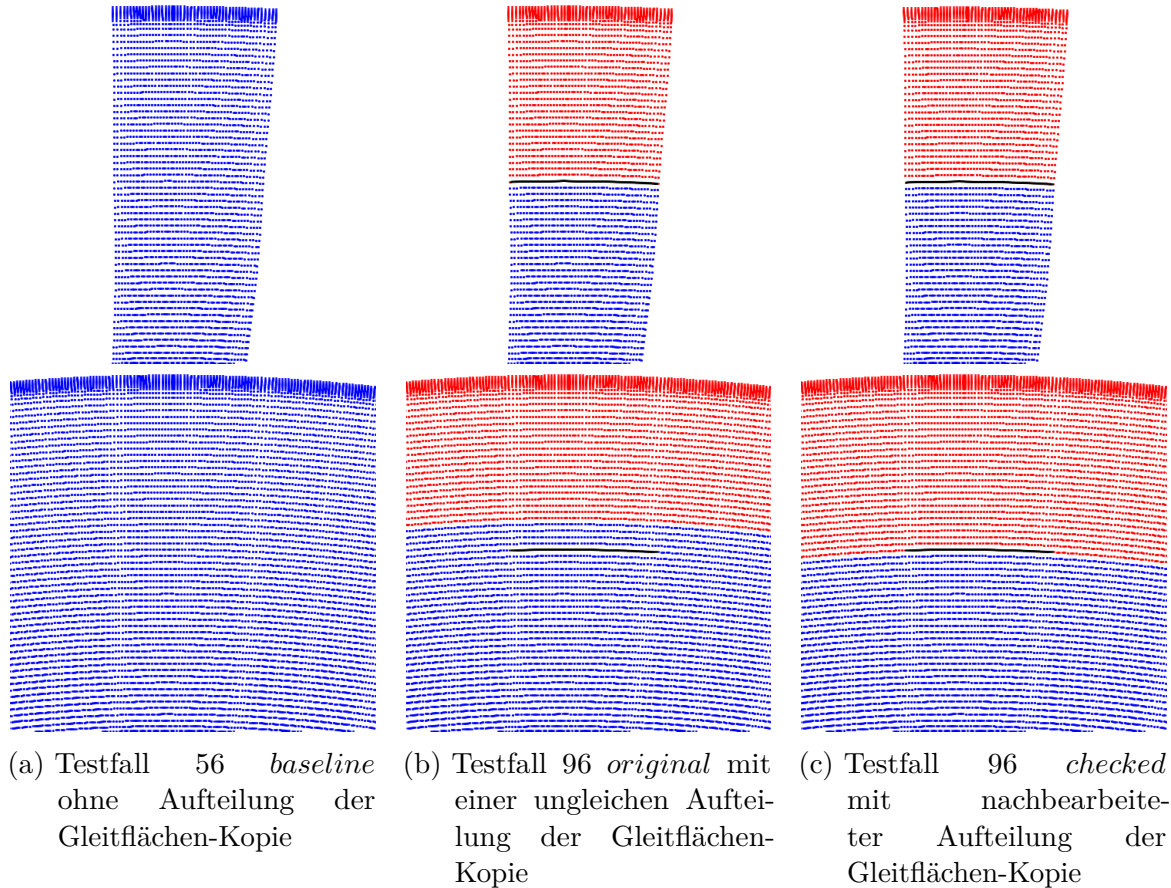


Abbildung 4.17: SAMR: Axiale Partitionierungen mit besonderen Eigenschaften

hinzugefügt. Die Flächen weisen zudem einen Neigungswinkel auf. Dementsprechend ist die axiale Position aller Flächenelemente nicht identisch und die Gleitflächen werden schräg geschnitten. Dabei muss nicht sichergestellt werden, dass die Kopien auf der FASP und die Originalpunkte der Sektorgleitfläche in einer Partition sind.

Durch die momentane Nachbearbeitung der neuen Graph Partitionierung ist dies jedoch notwendig. Somit wird beim Testfall 96 *checked* sichergestellt, dass die Originalpunkte und die zugehörigen Kopien in einer Partition sind. Auch bei dieser Aufteilung werden mit der Version 8.1.6 alle fehlenden Gleitflächenpunkte dem Halo hinzugefügt, sodass die Rekonstruktion auf den Gleitflächenkopien der letzten zwei Partitionierungen auf den gleichen Datenmengen basiert. Bei der Nacharbeit werden die Original-Sektorflächen der Partitionierung nicht verändert, sodass auch die Berechnung der Fourierkoeffizienten

4.2 Validierung der Strömungsgrößen

bei beiden Aufteilungen gleich ist.

Die Testfälle 56 *baseline* und 96 *checked* werden für den weiteren Vergleich mit der neuen, bearbeiteten Version 8.1.5 new berechnet. Die Ergebnisse der axialen Partitionierungen sind in den Tabellen 4.12 und 4.13 aufgeführt. Die Abweichungen der Amplitude und Phase der ersten Aufteilung 56 *baseline* liegen bei beiden Programmversionen in einer ähnlichen Größenordnung wie bei der SPMR-Methode und bestätigen die Ergebnisgüte der seriellen Berechnung der FASP.

Sobald die Gleitflächen aufgeteilt werden, erhöht sich die Differenz der Amplitude und Phase. Besonders die nachbearbeitete Partitionierung weist einen wesentlich größeren Abstand zur ersten Aufteilung auf. Obwohl die Datenmenge der SAMR-Struktur bei den Aufteilungen 96 *original* und 96 *checked* nahezu identisch ist, werden die Unterschiede bei der Amplitude und Phase beider Anregungen größer. Die Ergebnisse zeigen, dass eine parallele Berechnung der SAMR-Methode stark durch die Aufteilung der Gleitflächen beeinflusst wird.

Diese Unstimmigkeit der Strömungslösung kann bei einer quasi-seriellen Berechnung der

Testfall	Version	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
56 baseline	8.1.6	Rotor	16644.2	6.4620745811	-1.9898762100
96 original	8.1.6	Rotor	16644.2	6.4620353987	-1.9899064479
96 checked	8.1.6	Rotor	16644.2	6.4812082753	-1.9975024541
56 baseline	8.1.5 new	Rotor	16644.2	6.4620886888	-1.9898778974
96 checked	8.1.5 new	Rotor	16644.2	6.4925628796	-2.0011370238

Tabelle 4.12: SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Anregung von Stator 1 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen mehreren axialen Partitionierungen

Testfall	Version	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
56 baseline	8.1.6	Rotor	5201.3	0.7665660912	0.0517269979
96 original	8.1.6	Rotor	5201.3	0.7666704579	0.0517772975
96 checked	8.1.6	Rotor	5201.3	0.7861565980	0.0594243063
56 baseline	8.1.5 new	Rotor	5201.3	0.7665271127	0.0516830370
96 checked	8.1.5 new	Rotor	5201.3	0.7932829866	0.0658559005

Tabelle 4.13: SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Interaktionsanregung von Stator 1 und Stator 2 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen mehreren axialen Partitionierungen

4 Anwendungstests und Validierung

Gleitflächenverbindung minimiert werden und sollte, bis zur Identifikation der Ursache, als einzige Möglichkeit genutzt werden.

Da die neue Partitionierungsmethode die Gleitfläche in viele kleine Bereiche aufteilt, werden die Differenzen der Amplitude und Phase signifikant größer ausfallen. Somit kann das SAMR-Modell weder mit der aktuellen Version 8.1.6 noch mit der neuen Version 8.1.5 new im Zusammenhang mit dem graphentheoretischen Ansatz validiert werden.

Die Ergebnisse der Berechnung sind zum Aufzeigen der Auswirkung in den Tabellen 4.14 und 4.15 aufgeführt. Es werden jeweils drei Partitionierungen jeder Methode mit der gleichen Anzahl an Bereichen verglichen. Die größte axiale Aufteilung mit 192 Bereichen zeigt bereits eine erhöhte Differenz der Amplitude und der Phase durch das mehrfache Schneiden einer Gleitfläche. Die Unterschiede aufgrund der Gleitflächenaufteilung wirken sich bei der graphenbasierten Partitionierung mit 48 Bereichen erst nur leicht auf das Ergebnis aus. Bei einer weiteren Erhöhung der Partitionsanzahl wird die Gleitfläche wesentlich stärker zerstückelt und die Werte weichen maßgeblich von einander ab.

4.2 Validierung der Strömungsgrößen

Testfall	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
Axial 48	Rotor	5201.3	0.7666781518	0.0518020940
Axial 96	Rotor	5201.3	0.7666704579	0.0517772975
Axial 192	Rotor	5201.3	0.7638066073	0.0499561409
Graph 48	Rotor	5201.3	0.7778049102	0.0519290725
Graph 96	Rotor	5201.3	0.8818725069	0.2975193985
Graph 192	Rotor	5201.3	0.3503612954	0.8063832701

Tabelle 4.14: SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Interaktionsanregung von Stator 1 und Stator 2 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen axialen und graphenbasierten Partitionierungen

Testfall	Schaufel	Frequenz [Hz]	Amplitude [-]	Phase [rad]
Axial 48	Rotor	16644.2	6.4620336681	-1.9899063244
Axial 96	Rotor	16644.2	6.4620353987	-1.9899064479
Axial 192	Rotor	16644.2	6.4617574643	-1.9897935860
Graph 48	Rotor	16644.2	6.4649133299	-1.9902434472
Graph 96	Rotor	16644.2	6.3129550279	-1.9977088636
Graph 192	Rotor	16644.2	6.2291772978	-2.0426383751

Tabelle 4.15: SAMR: Vergleich der Amplitude, Frequenz und Phase der Anregung von Stator 1 einer ausgewählten Schaufelschwingung des Rotors zwischen axialen und graphenbasierten Partitionierungen

5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Nachfolgenden werden die Ergebnisse der entwickelten Graph Erstellung und der integrierten Graph Partitionierung zusammengefasst. Hierbei wird sowohl die Laufzeit als auch die Strömungslösung im Bezug zur bisherigen Methodik verglichen und bewertet. Im Anschluss werden momentane Anwendungseinschränkungen und deren zukünftige Lösungsmöglichkeiten angegeben.

5.1 Erfolgreiche Integration einer verbesserten Partitionierungsstrategie

Im Rahmen dieser Arbeit ist eine neue Partitionierungsstrategie zur Aufteilung eines beliebigen Rechengebietes erfolgreich implementiert und getestet worden. Die neue Methode basiert auf der Graphentheorie und transformiert das Finite-Volumen-Gitter und die Besonderheiten der aeroelastischen Modelle in *AU3D* in einen Graphen, wie in Abschnitt 3.2 näher beschrieben wird. Für das beliebige Rechengebiet wird mit Hilfe des erstellten Graphen und dem bereits bestehenden Graphenpartitionierer *Metis* eine Partitionstabelle erzeugt. Diese Tabelle wird für die Aufteilung der gesamten Datenmenge mit dem erneuerten parallelen Pre-Prozessor für die parallele aeroelastischen Berechnung genutzt und bestimmt maßgeblich die Effizienz der Rechnung.

Hierbei konnte gezeigt werden, dass sowohl periodische Modelle für eine stationäre Strömungsberechnung, als auch die Modelle zur spezifischen instationären Berechnung erzwungener Schwingungen nach den Anforderungen des Finite-Volumen-Lösers *AU3D* aufgeteilt werden können. Hierfür wurde eine besondere Gewichtung des Graphen und eine Nachbearbeitung der Partitionierung entwickelt.

Zusätzlich konnte die Partitionierung eines Vollmodelles mit 6 Blattreihen und mehr als 76 Millionen Gitterpunkten zur allgemeinen Berechnung von erzwungenen Schwingungen

5 Zusammenfassung und Ausblick

ohne Nachbearbeitung und ohne Speicherprobleme erstellt werden.

Die stationäre Berechnung mittels eines periodischen Modells in Abschnitt 4.1.1 zeigt für kleine Anzahlen bis 48 Partitionen einen ähnlichen Laufzeitaufwand wie die bisherige Methode. Bei einer weiteren Erhöhung der Anzahl mit bis zu 288 Partitionen konnte ein zeitlicher Gewinn von 26,7 % im Vergleich zur bisherigen Methode erreicht werden. Sowohl die spezifischen instationären Berechnungen der SPMR/SAMR-Methode als auch die Berechnungen mit einem Vollmodell zeigen einen wesentlich größeren Zeitgewinn mit Hilfe der Graph Partitionierung. Durch die exakte Darstellung der Kommunikation des Finite-Volumen-Lösers anhand eines Graphen ist eine wesentlich effizientere Aufteilung der Datenmenge im Bezug auf die Laufzeit möglich.

So konnte für die SPMR-Methode in Abschnitt 4.1.2 ein zeitlicher Gewinn von bis zu 91,6 % mit 240 Partitionen im Vergleich zur besten getesteten axialen Aufteilung mit 24 Partitionen erreicht werden. Zusätzlich konnte die Skalierbarkeit der effizienten Partitionsgrößen um den Faktor 10 erweitert werden. Des Weiteren ist im Vergleich zur bisherigen Methode eine Ressourcenersparnis bei äquivalenter Partitionsanzahl mit 24 Bereichen von 60,4 % erreicht worden. Durch die gleichmässige Aufteilung der Datenmengen und die Berücksichtigung der Kommunikation ist es mit der heutigen Computertechnologie möglich, eine reduzierte aeroelastische Rechnung mit mehr als 1,3 Millionen Gitterpunkten in weniger als 7 Stunden zu berechnen. Dies konnte mit einer graphenbasierten Aufteilung in 192 Partitionen und einer Berechnung von 25000 Zeitschritten gezeigt werden.

Für die erweiterte SAMR-Methode konnte in Abschnitt 4.1.3 ein zeitlicher Gewinn von bis zu 87,8 % im Vergleich zu bisherigen Methode mit den verfügbaren Ressourcen erreicht werden. Die Ressourcenersparnis im Vergleich zur schnellsten axialen Rechnung mit 96 Partitionen liegt bei diesem Modell bei 72,9 %. Anhand der Partitionierungskennzahlen kann eine Skalierbarkeit mit bis zu 960 Partitionen für die Graph Partitionierung gezeigt werden. Somit können sowohl die SPMR-Methode als auch die SAMR-Methode in zukünftigen Entwurfsiterationen und Parameterstudien für aeroelastische Kenngrößen genutzt werden.

Für die allgemeine Berechnung erzwungener Schwingungen mit einem Vollmodell in Abschnitt 4.1.4 ist das Potenzial der Graph Partitionierung ohne Nachbearbeitung gezeigt worden. Hierbei ist es mit Hilfe der neuen Strategie möglich, nahezu beliebige Partitionsgrößen zu erstellen, ohne, dass der Benutzer eingreifen muss und die Qualität und Effizienz beeinflusst wird. Im Vergleich zur axialen Partitionierung konnte mit 288

5.1 Erfolgreiche Integration einer verbesserten Partitionierungsstrategie

Partitionen ein zeitlicher Gewinn von 66 % erreicht werden. Dies entspricht gleichzeitig der Ressourcenersparnis gegenüber der besten axialen Aufteilung. Des Weiteren konnte mit einer Aufteilung in 2000 Bereiche gezeigt werden, dass die Simulation von 1.5 Umdrehungen mit 6 Blattreihen und mehr als 76 Millionen Punkten in nur einem Tag möglich ist. Somit werden aeroelastische Berechnungen nicht mehr durch die Partitionierung limitiert und es können mit einer ausreichenden Clustergröße Berechnungen in weniger als 24 Stunden erfolgen.

Die Validierung der stationären und instationären Strömungslösungen zeigt einen Einfluss in Abhängigkeit der Partitionsanzahl. Sowohl bei der bisherigen als auch bei der neuen Methode konnten keine exakt gleichen Ergebnisse produziert werden. Auf eine ausführliche Analyse dieses Phänomens ist während dieser Arbeit gezielt verzichtet worden, da eine serielle Berechnung als Referenzgröße mit den gewählten Testfällen nicht möglich war.

Jedoch konnte gezeigt werden, dass bei der stationären Berechnung in Abschnitt 4.2.1 und der instationären SPMR-Rechnung in Abschnitt 4.2.2 die Abweichungen der neuen Methode nur marginal größer sind. Aufgrund der einfachen Rechengenauigkeit des Strömungslösers *AU3D* in der Version 8.1.5 kann der Einfluss von Rundungsfehlern nicht ausgeschlossen werden. Allgemein wird festgehalten, dass die Abweichungen der Strömungsgrößen bzw. der Kennwerte bei beiden Partitionierungsmethoden in der gleichen Größenordnung liegen und das Ergebnis nicht maßgeblich durch die neue Methode beeinflusst wird.

Die SAMR-Methode zeigt bereits beim Vergleich von mehreren axialen Partitionierungen in Abschnitt 4.2.3 einen ansteigenden Fehler. Auf Grundlage dessen, ist eine Validierung der Graphenmethode für diesen Testfall nicht möglich. Es zeigt sich, dass mit einer größeren Anzahl an Partitionen auch die Abweichungen der Strömungsgrößen ansteigen. Die Graph Partitionierung wird als Ursache für die Ergebnisabweichung ausgeschlossen, da bereits die axiale Methode einen Fehler ohne eine Verteilung der Rechenpunkte aufweist. Die Ursache dieser Variationen und die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Parallelisierung gilt es in nachfolgenden Arbeiten zu untersuchen.

5.2 Ausblick

Die Programmumgebung zur Erstellung des Graphen, der Partitionierung und der Nachbearbeitung der Partitionstabelle besteht zum aktuellen Zeitpunkt aus mehreren Modulen, welche nacheinander aufgerufen werden. Aufgrund der erfolgreichen Validierung der neuen Methode werden die Module in das bestehende Programm *JM30* in Zusammenarbeit mit dem *AU3D*-Entwicklerteam integriert. Hierbei werden die Auslagerungsdateien durch speicherplatzeffiziente Informationsweitergaben ersetzt.

Durch die vollständige Integration der neuen Partitionierungsstrategie ergeben sich folgende Verbesserungsmöglichkeiten:

Erweiterte Graphenmanipulation

Die gewählte Nachbearbeitung der Partitionstabelle und die erhöhte Gewichtung der besonderen Kanten bildet für die momentanen Partitionsgrößen einen guten Kompromiss zwischen der numerischen Einfachheit bei der Partitionierung und dem zeitlichen Gewinn der Rechenzeit. Jedoch begrenzt das Entstehen von Nullpartitionen die mögliche Anzahl an Aufteilungen maßgeblich.

Im Laufzeittest des Vollmodelles konnte die Partitionierung ohne den Einfluss der Nachbearbeitung bewertet werden. Es konnte gezeigt werden, dass ohne die nachträgliche Verschiebung einzelner Punkte die Verteilung der Gitterpunkte und die Halo-Größe wesentlich besser ausfällt. Somit ist mit einer erweiterten Graphenmanipulation eine zusätzliche Verbesserung der Skalierbarkeit bei SPMR- und SAMR-Modelle zu erwarten. Eine Erweiterung der Graphenerstellung zur verbesserten Partitionierung soll im Folgenden kurz erklärt werden. Diese Methode konnte jedoch aufgrund der momentanen getrennten Erstellung des Graphen, der Nachbearbeitung und dem daraus resultierenden Speicherbedarf nicht realisiert werden.

Basierend auf den Verkleinerungsschritten der Graph Partitionierung in Abschnitt 2.4.2 wird der jetzige Ursprungsgraph in einen manipulierten Teilgraphen vor der Partitionierung überführt. Die Knoten, welche momentan durch eine gewichtete Kante verbunden sind, werden in äquivalente Multi-Knoten überführt. Dadurch kann gewährleistet werden, dass die Informationen des Ursprungsgraphen erhalten bleiben. Der Partitionierer kann diese Punkte nicht trennen, da sie durch einen gemeinsamen Knoten repräsentiert werden. Im Anschluss an die Partitionierung ist

eine Transformation der Partitionstabelle auf Basis der zusammengefassten Knoten notwendig. Nach der vollständigen Integration in *JM30* sollte diese Variante ohne großen Speicherbedarf realisierbar sein und die Rechenzeit der spezifischen instationären Rechnungen weiter verbessert werden.

Parallele Partitionierung

Aktuell wird der serielle Partitionierer *Metis* genutzt. Um den Zeitaufwand weiter zu verringern und weitaus größere Modelle mit mehr als 250 Millionen Punkten schnell und effizient zu partitionieren, gilt es die Integration von parallelen Programmen, wie beispielsweise *ParMetis* [19], zu untersuchen und notwendige Veränderungen der Graphenstruktur einzuarbeiten.

Erweiterte Gewichtung anhand der Verbindungsart

Die adäquate Repräsentation des tatsächlichen Kommunikations- und Rechenaufwandes ist eine der ausschlaggebenden Einflussgrößen auf die Qualität der Partitionierung. Dies zeigt bereits die erfolgreiche Abbildung der Gleitflächenkommunikation in dieser Arbeit, welche für den großen zeitlichen Gewinn und die Skalierung der Vollmodellrechnungen sorgt. Hierfür ist die genaue Kenntnis der numerischen Vorgänge während jedes Rechenschrittes notwendig.

Eine spezifische Kantengewichtung anhand der auszutauschenden Datenmengen gilt es im Folgenden für eine weitere Steigerung der Effizienz bei wesentlich größeren Modellen zu untersuchen. Zusätzlich kann durch eine Knotengewichtung entsprechend des Rechenaufwandes die Verteilung der Gitterpunkte verbessert werden.

Aktuell wird der Speicherplatz des Halo jeder Partition auf Basis der prozentual festgelegten Begrenzung generiert. Die Ergebnisse der Graph Partitionierung zeigen, dass eine prozentuale Halo-Größe von 500 % nicht ausreicht um die bestmögliche Laufzeit zu erreichen. Als kurzfristige Lösung wird anhand der Untersuchung der SPMR- und SAMR-Methode empfohlen, die Halo-Größe auf 2500 % zu erhöhen. In zukünftigen Code-Entwicklungen sollte die statische Speicherreservierung des parallelen Pre-Prozessors durch eine dynamische Allokation ähnlich der Graphenstruktur ersetzt werden.

Für das SPMR-Modell lässt sich anhand der Sättigung der Laufzeitverbesserung eine, vom Modell unabhängige, Begrenzung für die effiziente Anzahl von Partitionen definieren. Diese liegt bei ≈ 6000 Punkten pro Partition und sollte auch für andere

5 Zusammenfassung und Ausblick

dreidimensionale Modelle eine gute Aufteilung gewährleisten. Wenn die Grenze von durchschnittlich 6000 Gitterpunkten pro Partition erreicht wird, sollte der Benutzer diesbezüglich informiert werden.

Die Gleitflächen der betrachteten Modelle zeichnen sich durch ein strukturiertes Gitter aus. Für die SPMR- und SAMR-Modelle ist diese Betrachtung ausreichend, da hierbei ausschließlich axiale Gleitflächen benutzt werden. Des Weiteren gibt es im Bereich der Vollmodelle auch radiale Gleitflächen, welche sich durch ein unstrukturiertes Gitter auszeichnen. Der gewählte Ansatz der vereinfachten Suche zur Ermittlung der Kommunikation mittels einer Ringstruktur ist hierbei in seiner jetzigen Form nicht anwendbar. Die bisherigen Versuche einer ähnlichen Struktur wurden aufgrund der ineffizienten Rechendauer nicht weiter verfolgt.

Bei der Erstellung eines Vollmodells wird das Gitter einer oder mehrerer Passagen, wie in Abbildung 2.3a dargestellt, in Umfangsrichtung kopiert. Daraus ergibt sich eine wiederholende Gitterstruktur der radialen Gleitfläche eines Vollmodells. Auf Basis dieser Gitterwiederholung kann die Suche von der 360 ° Gleitfläche auf den Sektorausschnitt übertragen werden. Somit ergibt sich eine kleiner Datenmenge für die Suche, welche dadurch wesentlich schneller wird. Das Ergebnis der Zuordnung kann im Anschluss für die Kopien der Sektorfläche übernommen werden. Eine ausführliche Betrachtung dieser Möglichkeit sollte in zukünftigen Code-Entwicklungen untersucht werden.

Allgemein konnte während dieser Arbeit keine serielle Berechnung zur Validierung erzeugt werden. Für eine allgemeingültige Bestätigung der Methode sollten die Abweichungen der Strömungswerte einer ausgewählten Rechnung kontrolliert werden. Aufgrund der verfügbaren Rechenressource ist eine Validierung des Vollmodells nicht möglich gewesen. Durch die Validierung des SPMR-Modells ist eine gleichwertige Ergebnisgüte zu erwarten, dies sollte jedoch durch einen Vergleich zur bisherigen Methode bestätigt werden. Des Weiteren zeigt sich bei Partitionierungen mit 192 Bereichen eine erhöhte Differenz bei allen betrachteten Modellen. Es gilt zu untersuchen, ob die Ursache der Fehler die Ränder der Partitionen sind oder ob die Abweichungen eine andere Ursache haben. Die gezeigten Ergebnisse der SAMR-Rechnung gilt es in Zusammenarbeit mit den Entwicklern zu untersuchen und mögliche Fehlerquellen zu lokalisieren.

Bei der aeroelastischen Simulation von Flutter-Phänomen werden die Gitter anhand der Schwingungsform der Schaufeln deformiert. Diese Besonderheit könnte auch auf die parallele Berechnung einen Einfluss haben. Während der Arbeit konnte die Anwendungsmöglichkeit der Graph Partitionierung für ein ausgewähltes Fan-Flutter-Modell

getestet und eine Berechnung erfolgreich gestartet werden.

Aufgrund der Ressourcen und der Modellgröße war eine ausführliche Betrachtung und eine anschließende Validierung nicht möglich. Zukünftige Untersuchungen sollten vor der Einführung der neuen Methode hier anknüpfen.

A Anhang

A.1 Gleitflächensuche und Interpolation

Für die Informationsweitergabe zwischen mehreren Blattreihen mit unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten und Gitterstrukturen werden die Strömungsgrößen zwischen den Verbindungsflächen während der Rechnung für jeden Zeitschritt interpoliert. Da die Kommunikation zwischen den Verbindungsflächen einen maßgeblichen Einfluss auf die Partitionierung hat, wird im folgenden Abschnitt die Interpolation und anschließend die Suche kurz erklärt.

Der grundsätzliche Ablauf der Interpolation ist in Abbildung A.1 für zwei Gleitflächen A und B dargestellt. Die Gleitflächen werden dafür jeweils in eine äquivalente Dreieckselementstruktur überführt. Dadurch ist der Algorithmus sowohl für unstrukturierte Flächen, welche bereits aus Dreieckselementen bestehen, als auch für strukturierte Flächen durch die Aufteilung der Viereckelemente in zwei Dreieckselemente anwendbar.

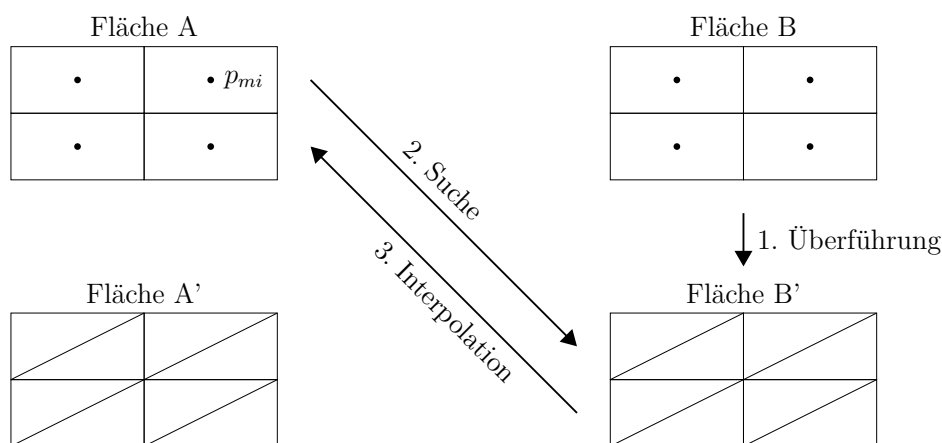


Abbildung A.1: Interpolationsablauf zweier Gleitflächen

A Anhang

In Abbildung A.1 sind die daraus entstehenden Flächen mit A' und B' gekennzeichnet. Die Suchpunkte p_{mi} werden anhand der ursprünglichen Gitterstruktur berechnet, wohingegen die Suche innerhalb der Dreiecksstruktur ausgeführt wird.

Die Strömungsgrößen \mathbf{U} werden für jedes Flächenelement i zu jedem Zeitschritt t von dem nächstgelegenen Dreieckselement auf der Partnerfläche B' interpoliert. Dabei werden die Strömungsgrößen jedes Dreieckspunktes $\mathbf{U}(p_1)$, $\mathbf{U}(p_2)$ und $\mathbf{U}(p_3)$ der Gleitfläche B' mittels eines Flächenverhältnisses w_j gewichtet und anhand von

$$\mathbf{U}_i = w_1 \mathbf{U}(p_1) + w_2 \mathbf{U}(p_2) + w_3 \mathbf{U}(p_3) \quad (\text{A.1})$$

aufsummiert.

In Abbildung A.2 ist ein Beispieldreieck und ein möglicher Suchpunkt p_{mi} gegeben. Dabei wird für die Gewichtung w_j die Fläche des Dreieckes, bei welchem der Punkt p_j durch den Suchpunkt p_{mi} ersetzt ist, und die Fläche des Dreieckes $p_1 p_2 p_3$ selbst ins Verhältnis gesetzt. Demnach ergibt sich die Gewichtung als

$$w_1 = \left| \frac{\Delta p_{mi} p_2 p_3}{\Delta p_1 p_2 p_3} \right| \quad w_2 = \left| \frac{\Delta p_1 p_{mi} p_3}{\Delta p_1 p_2 p_3} \right| \quad w_3 = \left| \frac{\Delta p_1 p_2 p_{mi}}{\Delta p_1 p_2 p_3} \right| \quad (\text{A.2})$$

mit der Fläche Δ der jeweiligen Dreiecke.

Im Folgenden sei eine strukturierte axiale Gleitfläche gegeben, welche aus i viereckigen Flächenelementen besteht. Der Eckenschwerpunkt $p_{mi}(x_i, y_i, z_i)$ des i -ten Elementes,

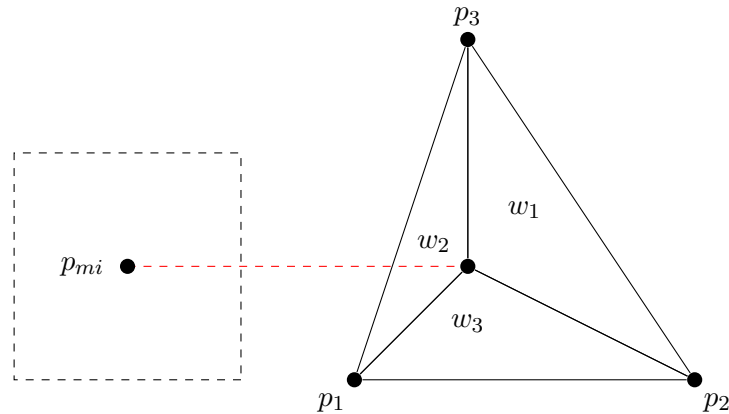


Abbildung A.2: Ermittlung der Gewichtung für die Gleitflächeninterpolation

A.1 Gleitflächensuche und Interpolation

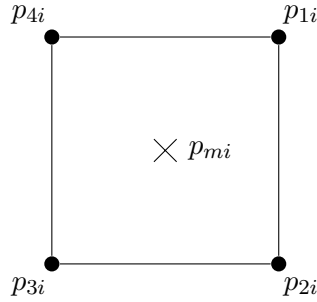


Abbildung A.3: i -tes Flächenelement auf einer strukturierten Gleitfläche

dargestellt in Abbildung A.3 im kartesischen Koordinatensystem, lässt sich durch

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4} \\ y_i &= \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4} \\ z_i &= \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + z_4)}{4} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

mittels der Eckpunktkoordinaten $p_{1i}(x_1, y_1, z_1)$, $p_{2i}(x_2, y_2, z_2)$, $p_{3i}(x_3, y_3, z_3)$ und $p_{4i}(x_4, y_4, z_4)$ berechnen.

Der aktuelle Radius r_i und die Winkelposition θ_i des i -ten Flächenelementes lassen sich unter Berücksichtigung der Rotationsgeschwindigkeit Ω und Gleichung A.3 nach

$$r_i = \sqrt{y_i^2 + z_i^2} \quad \theta_i = \arctan(y_i, z_i) + \Omega t \quad (\text{A.4})$$

bestimmen, wobei die x-Achse als Maschinenachse definiert ist.

Auf der Partnerfläche werden die passenden Interpolationspartner mittels der Position des Punktes $p_{mi}(x_i, y_i, z_i, r_i, \theta_i)$ des i -ten Elementes, ausgehend von einem Startelement, gesucht. Für den ersten Zeitschritt wird das Startdreieck anhand der initialen Schätzung aus Abschnitt A.2.2 auf Basis der Winkelposition gewählt. Nach der ersten Suche wird das zuletzt gefundene Dreieck als Startdreieck im nächsten Zeitschritt verwendet. Da die Verschiebung der beiden Gleitflächen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitschritten im allgemeinen Fall relativ gering ist, lässt sich somit das neue Dreieck schnell finden. Zur Verdeutlichung ist ein Gitterausschnitt der Suchfläche in Abbildung A.4 dargestellt. Ausgehend von einem Startdreieck ABC wird das Dreieck gesucht, in welchem der Suchpunkt p_{mi} liegt.

A Anhang

Dabei wird jeweils der vorzeichenbehaftete Flächeninhalt des momentanen Dreiecks ABC und der Dreiecke, bestehend aus zwei Punkten aus ABC und des Punktes p_{mi} nach

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) & \Delta p_{mi}BC &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{p_{mi}B} \times \overrightarrow{p_{mi}C}) \\ \Delta Ap_{mi}C &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{Ap_{mi}} \times \overrightarrow{AC}) & \Delta ABp_{mi} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{Ap_{mi}}) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

berechnet.

Im Beispiel ist das Vorzeichen der Dreiecksflächen von ABC und $p_{mi}BC$ unterschiedlich. Dementsprechend liegt der Punkt p_{mi} im Vergleich zum Punkt A auf der entgegengesetzten Seite der Kante \overline{BC} . Die Suche wird in dem Dreieck BCD fortgesetzt, welches über die Kante \overline{BC} mit dem Dreieck ABC verbunden ist. Durch den erneuten Vergleich der vorzeichenbehafteten Flächeninhalte wandert der Suchalgorithmus über die Kante CD zum Dreieck CDE weiter. Dieses iterative Suchverfahren wird solange durchgeführt, bis die Vorzeichen aller Dreiecke identisch sind.

Sobald das Zieldreieck CDE erreicht ist, werden die Strömungsgrößen der Punkte C , D und E anhand der zu Beginn erklärten Mittelung berechnet und an die Eckpunkte des i -ten Flächenelementes weitergegeben.

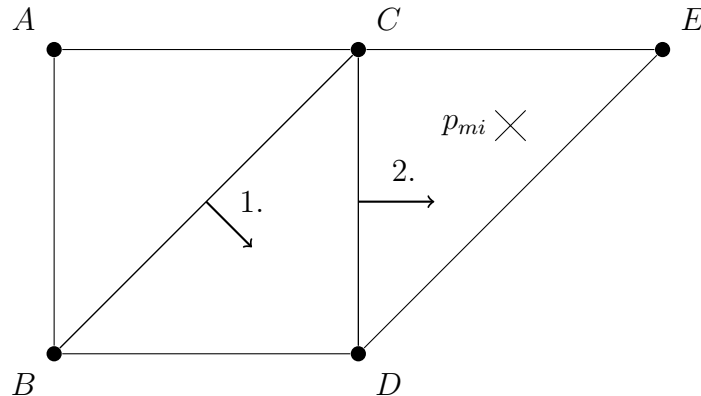


Abbildung A.4: Suche auf der Partnerfläche anhand der erzeugten Dreiecke

A.2 Gleitflächenerweiterungen in JM32

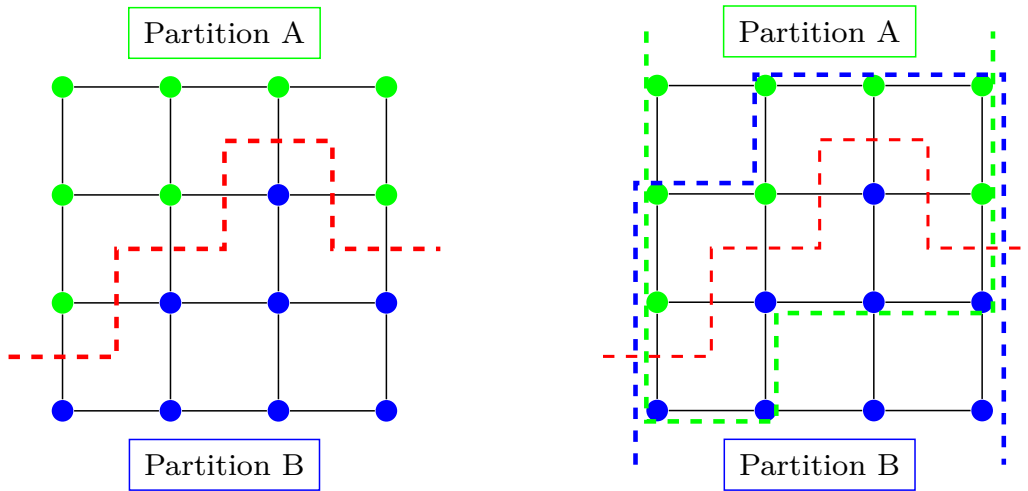
Zur Einbindung der Graph Partitionierung ist eine Anpassung des Pre-Prozessors notwendig. In JM32 hängt die Vorbereitung aller Datenmengen stark von der Art der Partitionierung ab. Dies gilt im Besonderen für die Gleitflächenvorbereitung, da eine allgemeine Aufspaltung und Verteilung der Gleitflächenpunkte durch die Graph Partitionierung ermöglicht wird. Um den Suchalgorithmus aus dem vorhergehenden Abschnitt A.1 weiterhin zu benutzen, werden sowohl die Erstellung der Gleitflächenüberlappung als auch die initiale Suche verändert. Diese Erweiterungen im Bezug auf die Behandlung von Gleitflächen werden in diesem Abschnitt näher erklärt und dokumentiert.

A.2.1 Gleitflächenüberlappung

Durch die Voraussetzung einer axialen Partitionierung und der ursprünglichen Implementierung gilt für jede Gleitfläche, dass alle Punkte dieser Fläche zu einer Partition gehören oder in dessen Halo sind. Somit werden keine Flächenelemente auf der Gleitfläche aufgespalten bzw. befinden sich alle benötigten Punkte von Grund auf im Halo der Partition. Eine genauere Betrachtung der Partitionsränder kann somit für die axiale Methode ausgelassen werden. Der Suchalgorithmus, welcher auf Basis der Flächenelemente die Strömungsgrößen interpoliert, kann unter dieser Annahme alle benötigten Suchpunkte berechnen.

Durch die Vernachlässigung dieser Voraussetzungen für allgemeine Partitionen können Flächenelemente auf der Gleitfläche aufgespalten werden. Ein Gitterausschnitt einer strukturierten Gitterfläche ist in Abbildung A.5a dargestellt, wobei mehrere quadratische Flächenelemente sowohl Eckpunkte in Partition A, als auch in Partition B haben. Bei der Suche der Interpolationspartner werden stets alle Eckpunkte eines Flächenelementes gebraucht. Um dies auch bei der vorliegenden Partitionierung zu gewährleisten, werden alle aufgespaltenen Elemente mit mindestens einem Eckpunkt in einer Partition dem Halo hinzugefügt.

Die erzeugte Überlappung ist in Abbildung A.5b als gestrichelte Linie in der jeweiligen Partitionsfarbe dargestellt. Somit kann einerseits der Halo für die Gleitflächensuche minimiert werden und andererseits kann der ursprüngliche Suchalgorithmus unverändert



(a) Aufgespaltene Gleitflächenelemente durch eine allgemeine Partitionierung (b) Flächenzuordnung anhand der aufgespaltene Elemente

Abbildung A.5: Erstellung der Gleitflächenüberlappung für allgemeine Partitionierungen

benutzt werden. Die Informationen werden innerhalb einer Gleitfläche nur zwischen direkt verbundenen Gitterpunkten ausgetauscht. Demzufolge ist eine größere Überlappung der Gebiete nicht notwendig und die Halo-Größe kann minimiert werden.

A.2.2 Initiales Startdreieck

Bei der bisherigen Partitionierung ist der Bereich auf einer Gleitfläche stets kontinuierlich. Dies gewährleistet, dass der Suchalgorithmus von einem ausreichend nahen Startdreieck immer die richtigen Interaktionspartner findet. Zur Bestimmung eines ausreichend guten Startpunktes wird die Gleitfläche in Sektoren in Umfangsrichtung unterteilt. Diese Unterteilung ist für 36 Sektoren in Abbildung A.6 auf einer vereinfachten Gleitfläche dargestellt. Jedem dieser Sektoren wird ein Startdreieck, welches selbst in diesem Sektor auf der Gleitfläche liegt, zugeordnet.

Für jedes Flächenelement auf der Partnerfläche wird anhand der Winkelposition des Flächenmittelpunktes ein Sektor ausgewählt und das Startdreieck des Sektors dem Element zugeordnet. Dieses Vorgehen wird für alle Gleitflächen des Modells wiederholt, sodass jedem Flächenelement auf jeder Gleitfläche ein Startdreieck für die Suche zugeordnet ist. Diese Methode ist für kontinuierliche Partitionen stabil, schnell und bedarf keinem

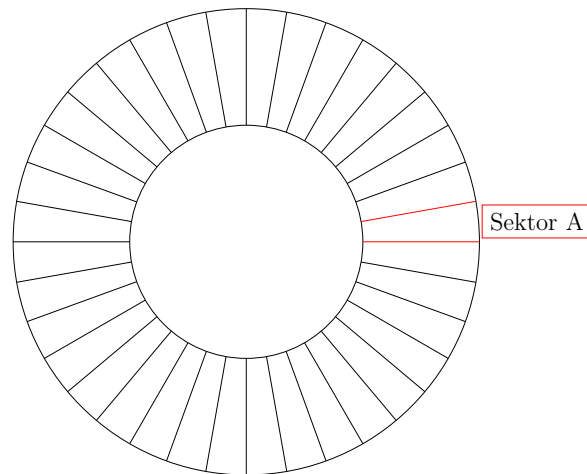


Abbildung A.6: Erstellung von Sektoren mit einem Startdreieck für kontinuierliche Partitionen

komplexen Algorithmus, unabhängig von der Struktur der Gleitflächen.

Eine beliebige Partitionierung zweier kommunizierender Gleitflächen ist in Abbildung A.7 dargestellt. Jede Farbe beschreibt dabei eine Partition auf den Verbindungsflächen. Die Kontinuität der Partitionen ist bei einer willkürlichen Aufteilung im allgemeinen nicht gegeben. Die grüne Partition ist bei beiden Flächen über mehrere Ringe in radialer Richtung aufgeteilt. Der Halo dieser Partition wird mittels des gerichteten Graphen aus Abbildung 3.9a aufgebaut.

Zur Minimierung der Halo-Größe und der MPI-Datenmenge während der Rechnung werden die rote und blaue Verbindungsfläche zwischen den grünen Bereichen der Partition nicht zum Halo hinzugefügt, wenn diese nicht zum Austausch von Strömungsgrößen gebraucht werden. Dadurch entstehen Lücken im Halo in radialer Richtung, welche während der Suche nicht überwunden werden können. Somit reicht ein einziges initiales Startdreieck der zuvor beschriebenen Sektoren nicht aus.

Unter Berücksichtigung der Gleitflächenaufteilung in Abbildung 4.9 und zur Verkürzung des ersten Suchschrittes wird die bisherige Strategie durch eine exakte Suche des ersten Startdreieckes ersetzt. Hierfür werden die Flächenelemente jeder Gleitfläche anhand ihrer radialen Position und ihrer Umfangsposition in eine verkettete Liste einsortiert. Im Anschluss wird mit einer linearen Suche für jedes Element der passende Partner auf der Partnerfläche gesucht. Die Suche weist bei den behandelten Modellen durch die mehrfache Verkettung der Liste keinen merkbaren Anstieg der Laufzeit auf. Für größere

A Anhang

Modelle mit mehr Verbindungsflächen und einem Anstieg der Berechnungsdauer kann die Suche durch einen mehrdimensionalen Suchbaum nach Bentley [2] beschleunigt und verbessert werden.

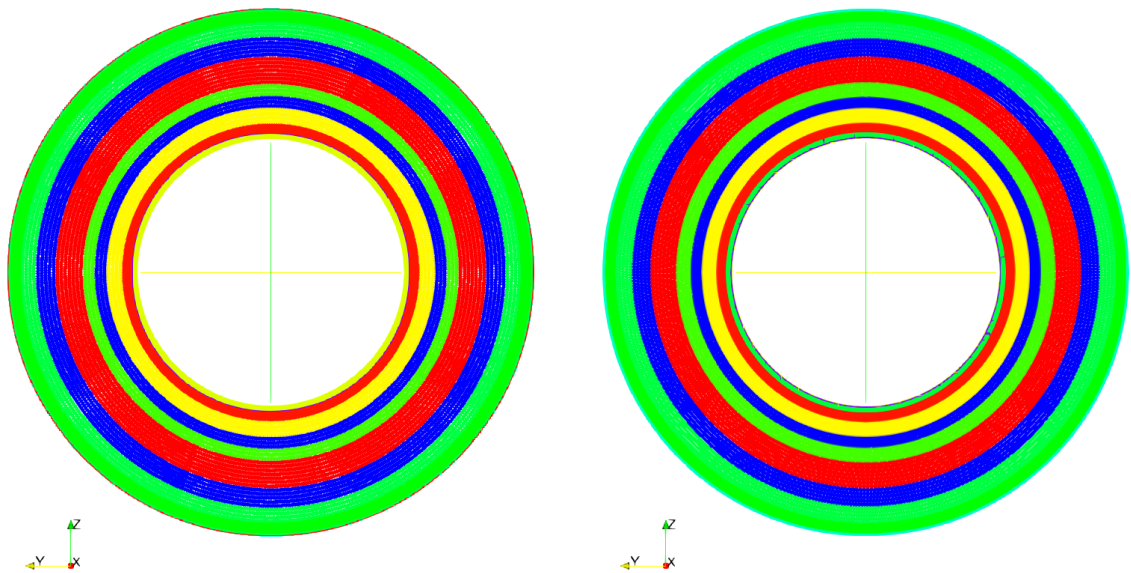


Abbildung A.7: Allgemeine Aufteilung eines Gleitflächenpaares

A.3 Definition eines geeigneten Kantengewichtes

Die Verbindungen der periodischen Punkte, der Schattenpunkte und der SPMR/SAMR-Gleitflächen aus Abschnitt 2.2 zeichnen sich durch eine nicht parallelisierbare Kommunikation aus. Während jedes Rechenschrittes werden an diesen Gitterpunkten sowohl Informationen gelesen, berechnet als auch gespeichert. Die aktuelle Implementierung des Strömungslösers *AU3D* verlangt, dass die Punktepaare dieser Verbindungen in einer Partition sind. Bei der Partitionierung eines Graphen kann grundsätzlich jede Kante geschnitten werden, unabhängig von der Gewichtung. Somit kann mit der gewählten Darstellung des Gitters und der Kommunikation nicht sichergestellt werden, dass sich die zuvor genannten Punktepaare in einer Partition befinden. Mithilfe der Nachbearbeitung aus Abschnitt 3.2 wird die erstellte Partitionierung kontrolliert und verändert, sodass die Bedingungen des Strömungslösers erfüllt werden.

Durch die Nachbearbeitung wird die Güte der erstellten Partitionierung maßgeblich verschlechtert, da hierbei ohne Berücksichtigung der Verteilung und der Kommunikation die Gitterpunkte verschoben werden. Es ist ersichtlich, dass der Einfluss der Nachbearbeitung verringert werden kann, wenn die Gitterpunkte bereits vorher in einer gemeinsamen Partition sind. Um das Schneiden der besonderen Kanten zu verringern, wird bei der Erstellung des Graphen das Gewicht der jeweiligen Kanten erhöht. Hierbei ist zu beachten, dass in diesem Fall das Gewicht der Kante nicht dem Kommunikationsaufwand entspricht, sondern eine künstliche Erhöhung ist, welche die Darstellungsgüte des Graphen verschlechtert. Der Wert des Kantengewichtes ist demnach einen Kompromiss aus notwendiger Nachbearbeitung und Verfälschung der Kommunikationsdarstellung.

Bei einer äquivalenten Gewichtung im Vergleich zu den sonstigen Kanten wird durch die Nachbearbeitung maßgeblich die Verteilung der Punkte verschlechtert. Zwar wird hierbei die Kommunikation zwischen den Punkten nicht verfälscht, jedoch werden mit hoher Wahrscheinlichkeit Gitterpunkte aus ihrer ursprünglichen Partition in eine andere Partition verschoben.

Bei einer massiv erhöhten Gewichtung auf beispielsweise das 1000-fache der normalen Kanten wird maßgeblich die Halo-Größe verschlechtert, da die Kommunikationsdarstellung im Graphen nicht der wahren Kommunikation entspricht. Hierbei wird während der Partitionierung suggeriert, dass das Schneiden von 999 normalen Kanten mit einem Gewicht von 1 einen besseren Kantenschnitt erzeugt als das Schneiden der besonders

A Anhang

gewichteten Kante. Dies führt im allgemeinen zwar zu einer Gleichverteilung der Gitterpunkte, da bei der Nachbearbeitung keine Punkte vertauschen werden müssen, jedoch ist das Kommunikationsaufkommen der entstehenden Partitionen wesentlich höher.

Damit sowohl die Kommunikationsdarstellung des Graphen annähernd exakt bleibt, als auch die Nachbearbeitung der Partitionierung verringert werden kann, wird als Kompromiss eine leichte Erhöhung der Kantengewichte in dieser Arbeit verwendet. Im Allgemeinen besitzen die Knoten in den betrachteten Modellen durchschnittlich mehr als 10 normale Kanten durch den unstrukturierten Aufbau des Gitters. Auf Grundlage der Gitterstruktur wird das Kantengewicht auf den Wert 10 erhöht. Einerseits kann durch die gewählte Erhöhung die Wahrscheinlichkeit verringert werden, dass eine besondere Kante bei der Partitionierung geschnitten wird. Andererseits wird verhindert, dass das Schneiden aller normalen Kanten eines Knoten einen besseren Kantenschnitt hervorbringt als das Schneiden einer besonderen Kante und somit die Kommunikation massiv verschlechtert wird.

Zur Verdeutlichung der Vor- und Nachteile verschiedener Gewichtungen der besonderen Kanten sind in Abbildung A.8 die Verteilungen der Gitterpunkte und das Verhältnis der Kommunikationsgröße zur Gittergröße für unterschiedliche Partitionierungen dargestellt.

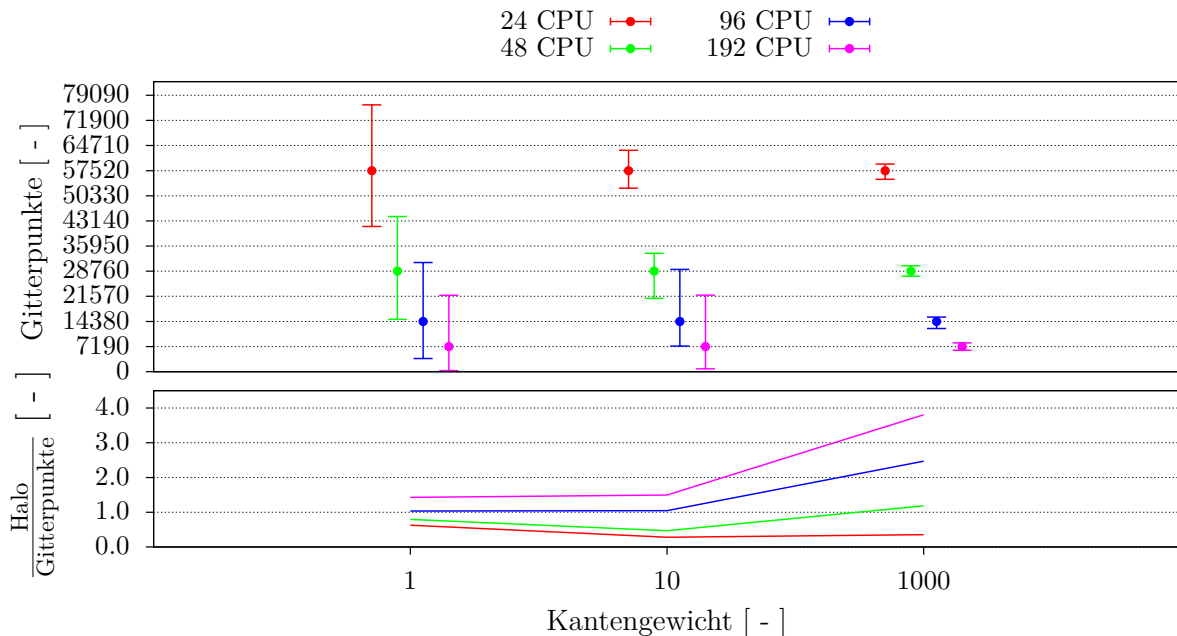


Abbildung A.8: Variation der Kantengewichte

A.3 Definition eines geeigneten Kantengewichtes

Als Grundlage dient das SPMR-Modell aus Abschnitt 4.1.2, da hierbei alle besonderen Kommunikationen berücksichtigt werden. Jede Partitionierung stellt die endgültige Aufteilung im Anschluss an die Nachbearbeitung dar.

Bei einer äquivalenten Gewichtung von 1 zeigt sich bei allen Partitionsgrößen eine massive Streuung der Gitterpunktverteilung, welche maßgeblich die Berechnungsdauer einzelner Partitionen erhöht und zu einer längeren Laufzeit führt.

Bei der massiven Erhöhung der Gewichtung auf 1000 kann die Streuung der Gitterpunkte zwar minimiert werden, jedoch nimmt der Kommunikationsaufwand für Partitionsanzahlen über 24 stark zu. Dies sorgt für eine Erhöhung der Kommunikationsdauer und verschlechtert somit die Laufzeit zunehmend bei steigender Partitionsanzahl.

Der gewählte Kompromiss mit einer Gewichtung von 10 zeigt im Vergleich zur Gewichtung von 1 eine reduzierte Streuung der Gitterpunkte und gleichzeitig im Vergleich zur Gewichtung mit 1000 eine Verringerung des Kommunikationsaufwandes. Somit kann die Beeinflussung durch die Nachbearbeitung und die Verfälschung der Kommunikation auf die Laufzeit der Rechnungen am besten verringert werden. Auf Basis dieses Vergleiches wird der Kompromiss als bestmögliche Gewichtung für verschiedene Partitionsgrößen genutzt.

Nomenklatur

Abkürzungsverzeichnis

EO	Maschinenordnung - engl. engine-order
FASP	360° Gleitfläche - engl. full annulus sliding plane
FR	fremd-erregte Schwingungen - engl. forced response
MP	Nachrichtenaustausch - engl. message passing
MPI	Nachrichtenaustauschnittstelle - engl. message passing interface
RR	Rolls-Royce plc.
SAMR	Mehr-Passagen Mehr-Blattreihen - engl. sparse assembly multi bladerow
SPMR	Einzel-Passagen Mehr-Blattreihen - engl. single passage multi bladerow

Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
A	$[-]$	Amplitude
A_x	$[m^2]$	Oberfläche des Kontrollvolumens des Punktes x
c	$[-]$	Kantenschnitt eines Teilgraphen
d	$[-]$	Grad eines Knotens
e_i	$[-]$	i -te Kante
E	$[-]$	Kantenmenge
f	$[1/s]$	Frequenz
F_m	$[\sqrt{kgm/s^2}]$	harmonische Anregungskraft
F_{modal}	$[\sqrt{kgm/s^2}]$	modale Kraft
g	$[-]$	Vorteil
G	$[-]$	Graph
m	$[-]$	Anzahl der Kanten
n	$[-]$	Anzahl der Knoten
N	$[-]$	Nachbarschaft eines Knotens
p_i	$[-]$	i -ter Punkt
p_m	$[kg/ms^2]$	mittleres Druckprofil
p_s	$[kg/ms^2]$	statischer Druck
P	$[-]$	Partitionierung
r	$[m]$	Radius
t	$[s]$	Zeit
T	$[-]$	Teilgraph
u_x, u_y, u_z	$[m/s^2]$	Geschwindigkeitskomponenten im kartesischen Koordinatensystem
U	$[kgm^2/s^2]$	innere Energie
v_i	$[-]$	i -ter Knoten
V	$[-]$	Knotenmenge
V_x	$[m^3]$	Kontrollvolumen des Punktes x
w	$[-]$	Gewichtung der Strömungsgrößen
W	$[-]$	Gewicht
x_{max}	$[m]$	größte x -Koordinate
x_{min}	$[m]$	kleinste x -Koordinate
x, y, z	$[m]$	kartesische Koordinaten

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
Δp	$[-]$	Druckprofilabweichung
Δx	$[-]$	axialer Abstand
$\Delta x_{Scheibe}$	$[-]$	axiale Dicke einer Scheibe
ϵ_m	$[-]$	Maschinengenauigkeit
θ	$[rad]$	Umfangskoordinate
ρ	$[kg/m^3]$	Dichte
φ	$[rad]$	Phasenverschiebung
Ω	$[rad/s]$	Rotationsgeschwindigkeit
ω	$[rad/s]$	Kreisfrequenz

Vektoren, Matrizen und Tensoren

Symbol	Einheit	Bezeichnung
\mathbf{n}	$[m]$	Normalenvektor
\mathbf{U}	$[-]$	Strömungsgrößenvektor
\mathbf{u}	$[m/s^2]$	absoluter Geschwindigkeitsvektor
ϕ	$[1/\sqrt{kg}]$	Eigenvektor der Schwingungsform

Indizes und sonstige Symbole

Symbol	Bedeutung
E	kantenbezogen
g	gerichtet
u	ungerichtet
V	knotenbezogen
w	gewichtet

Literaturverzeichnis

- [1] G. Barakos, M. Vahdati, A. I. Sayma, C. Bréard, and M. Imregun. A fully distributed unstructured Navier-Stokes solver for large-scale aeroelasticity computations. *Aeronautical Journal*, 105(1041-1050):419–426, 2001.
- [2] J. L. Bentley. Multidimensional Binary Search Trees Used for Associative Searching. *Commun. ACM*, 18(9):509–517, 1975.
- [3] T. N. Bui and C. Jones. A heuristic for reducing fill-in in sparse matrix factorization. *PPSC*, pages 445–452, 1993.
- [4] N. A. Cumpsty and E. M. Greitzer. Ideas and Methods of Turbomachinery Aerodynamics: A Historical View. *Journal of Propulsion and Power*, 20(1):15–26, 2004.
- [5] D. Delling, A. V. Goldberg, T. Pajor, and R. F. Werneck. Customizable Route Planning. In *International Symposium on Experimental Algorithms*, pages 376–387. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2011.
- [6] J. D. Denton. A time marching method for two- and three-dimensional blade to blade flow. *NASA STI/Recon Technical Report N*, 77, 1975.
- [7] J. D. Denton. The Calculation of Three Dimensional Viscous Flow Through Multistage Turbomachines. *Volume 1: Turbomachinery*, 1:V001T01A009, 1990.
- [8] J. I. Erdos, E. Alzner, and W. McNally. Numerical Solution of Periodic Transonic Flow through a Fan Stage. *AIAA Journal*, 15(11):1559–1568, 1977.
- [9] J. H. Ferziger and M. Perić. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [10] C. M. Fiduccia and R. M. Mattheyses. A linear-time heuristic for improving network partitions. In *25 years of DAC Papers on Twenty-five years of electronic design automation*, pages 241–247, New York, New York, USA, 1988. ACM Press.
- [11] M. J. Flynn. Some Computer Organizations and Their Effectiveness. *IEEE Transactions on Computers*, C-21(9):948–960, 1972.
- [12] M. Garey, D. Johnson, and L. Stockmeyer. Some simplified NP-complete graph problems. *Theoretical Computer Science*, 1(3):237–267, 1976.

- [13] K. C. Hall, J. P. Thomas, and W. S. Clark. Computation of Unsteady Nonlinear Flows in Cascades Using a Harmonic Balance Technique. *AIAA Journal*, 40(5):879–886, 2002.
- [14] B. Hendrickson and R. Leland. A multilevel algorithm for partitioning graphs. In *Proceedings of the 1995 ACM/IEEE conference on Supercomputing (CDROM) - Supercomputing '95*, pages 28–es, New York, New York, USA, 1995. ACM Press.
- [15] B. Hendrickson and R. Leland. An Improved Spectral Graph Partitioning Algorithm for Mapping Parallel Computations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16(2):452–469, 1995.
- [16] G. Karypis and V. Kumar. A Fast and High Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(1):359–392, 1998.
- [17] G. Karypis and V. Kumar. METIS* A Software Package for Partitioning Unstructured Graphs , Partitioning Meshes , and Computing Fill-Reducing Orderings of Sparse Matrices. *Manual*, pages 1–44, 1998.
- [18] G. Karypis and V. Kumar. Multilevelk-way Partitioning Scheme for Irregular Graphs. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 48(1):96–129, 1998.
- [19] G. Karypis and V. Kumar. Parallel Multilevel series k-Way Partitioning Scheme for Irregular Graphs. *SIAM Review*, 41(2):278–300, 1999.
- [20] B. W. Kernighan and S. Lin. An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs. *Bell System Technical Journal*, 49(2):291–307, 1970.
- [21] R. Kielb. CFD for turbomachinery unsteady flows - An aeroelastic design perspective. In *39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reston, Virigina, 2001. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [22] U. Lauther. An Extremely Fast, Exact Algorithm for Finding Shortest Paths in Static Networks with Geographical Background. In *Proc. of GI-Days 2004*, pages 219–230, 2004.
- [23] D. Lib. Scotch and libScotch 4.0 User’s Guide. pages 1–116, 2006.
- [24] S. Mata, L. Di Mare, I. Mehmet, and J. Green. Generalised Single-Passage Multi-Bladerow Method for Turbomachinery Forced Response. In *Volume 7: Turbomachinery, Parts A and B*, pages 1685–1692. ASME, 2009.
- [25] Message Passing Interface Forum. MPI: A Message-Passing Interface Standard. Technical report, Knoxville, TN, USA, 1994.
- [26] F. Pellegrini. PT-Scotch and libPTScotch 6.0. User’s Guide. pages 1–90, 2012.

- [27] M. Rai. An implicit, conservative, zonal-boundary scheme for Euler equation calculations. *Computers & Fluids*, 15(2):295–319, 1987.
- [28] P. Sanders and C. Schulz. KaHIP v2.00-Karlsruhe High Quality Partitioning User Guide. Technical report.
- [29] P. Sanders and C. Schulz. Think locally, act globally: Highly balanced graph partitioning. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 7933 LNCS:164–175, 2013.
- [30] A. I. Sayma, M. Vahdati, and M. Imregun. An Integrated Nonlinear Approach for Turbomachinery Forced Response Prediction. Part I: Formulation. *Journal of Fluids and Structures*, 14(1):87–101, 2000.
- [31] K. Schloegel, G. Karypis, and V. Kumar. Sourcebook of Parallel Computing. chapter Graph Part, pages 491–541. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, 2003.
- [32] S. Schrape. *Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen schwingender Verdichtergitter mittels kommerzieller Software*. Shaker, Aachen, 1 edition edition, 2012.
- [33] R. Srivastava, M. Bakhle, K. T.G., and G. Stefko. Aeroelastic analysis of turbomachinery. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 14(3):366–381, 2004.
- [34] S. C. Stapelfeldt. *Advanced methods for multi-row forced response and flutter computations*. PhD thesis, 2014.
- [35] S. C. Stapelfeldt and L. Di Mare. A Method for Modelling Flow Past Non-Axisymmetric Configurations on Reduced Passage Counts. In *Proceedings of the 13th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity in Turbomachines*, Tokio, 2012.
- [36] S. C. Stapelfeldt and L. Di Mare. Reduced Passage Method for Multirow Forced Response Computations. *AIAA Journal*, 53(10):3049–3062, 2015.
- [37] M. Vahdati, A. I. Sayma, and M. Imregun. An Integrated Nonlinear Approach for Turbomachinery Forced Response Prediction. Part II: Case Studies. *Journal of Fluids and Structures*, 14(1):103–125, 2000.
- [38] M. Vahdati, A. I. Sayma, M. Imregun, and G. Simpson. Multibladerow Forced Response Modeling in Axial-Flow Core Compressors. *Journal of Turbomachinery*, 129(2):412, 2007.

Literaturverzeichnis

- [39] X. Wu, M. Vahdati, A. Sayma, and M. Imregun. Whole-annulus aeroelasticity analysis of a 17-bladerow WRF compressor using an unstructured Navier–Stokes solver. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 19(3):211–223, 2005.