

# Generierung von Niederschlagszeitreihen für Niederschlagsstationen in der Niederlausitz

von

Michael Niebisch

Bachelorarbeit zur Erlangung des Akademischen Grades  
"Bachelor of Science" (B.Sc)

im Studiengang  
Umweltingenieurwesen

Betreuer:

Dr. rer. nat. Ina Pohle

Prof. Dr. rer. nat. Christoph Hinz

Dr. rer. nat. Thomas Maurer

Eingereicht am:

12.09.2016

## **Eigenständigkeitserklärung**

Ich erkläre hiermit, die vorliegende Arbeit selbständig, ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt zu haben. Die aus fremden Quellen (einschließlich elektronischer Quellen) direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind ausnahmslos als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer anderen Prüfung noch nicht vorgelegt worden.

Michael Niebisch, Cottbus den 12.09.2016

Verzeichnis der Abbildungen.....	5
Abbildungen im Text .....	5
Abbildungen im Anhang.....	7
Verzeichnis der Tabellen .....	9
Tabellen im Text .....	9
Tabellen im Anhang.....	9
Kurzfassung .....	10
Abkürzungen .....	11
1    Einleitung.....	12
2    Stand der Wissenschaft.....	13
2.1    Abgrenzung unabhängiger Niederschlagsereignisse.....	13
2.2    Stochastische Generierung von Niederschlagszeitreihen.....	16
2.3    Stochastische Disaggregation von Niederschlagszeitreihen .....	18
3    Methoden.....	23
3.1    Daten .....	23
3.2    Niederschlagsmodell .....	24
3.3    Implementierung des Modells .....	25
3.4    Saisonale Betrachtung aller Modellparameter .....	28
3.5    Kritische Trockenzeit .....	28
3.6    Synthetische Generierung der Niederschlagszeitreihe .....	29
3.7    Disaggregation von Niederschlagsereignissen .....	29
3.8    Anpassung der zeitlichen Auflösung der disaggregierten Niederschlagszeitreihe .....	31
3.9    Methoden der Auswertung.....	32
4    Ergebnisse .....	35
4.1    Parametrisierung des PRP-Modells.....	35
4.2    Parametrisierung der mikrokanonischen Zufallskaskade .....	40
4.3    Vergleich der beobachteten Niederschlagsdaten mit den stochastisch generierten Niederschlagsdaten.....	45
4.3.1    Ereignisbasierte Vergleiche .....	45
4.3.2    Vergleich der Daten unabhängig von der Einteilung in Niederschlagsereignisse .....	57
5    Diskussion.....	67
5.1    Parameter PRP-Modell.....	67

5.2	Parameter der mikrokanonischen Zufallskaskade .....	68
5.3	Vergleich der beobachteten Niederschlagsdaten mit den stochastisch generierten Niederschlagsdaten.....	69
5.3.1	Ereignisbasierte Vergleiche .....	69
5.3.2	Vergleich der Daten unabhängig von der Einteilung in Niederschlagsereignisse .....	72
6	Zusammenfassung und Ausblick .....	74
	Literatur.....	77
	Anlagen.....	79
	Abbildungen .....	79
	Tabellen .....	88
	R Skripte .....	91

# Verzeichnis der Abbildungen

## Abbildungen im Text

Abbildung 1: Schematische Darstellung der Identifizierung von unabhängigen Niederschlagsereignissen. Die Niederschlagsphasen B1 und B2 werden durch eine Trockenphase (D1), die kleiner als die kritische Trockenzeit ist, getrennt. Da die Trockenphase (D2) zwischen B2 und B3 größer als die kritische Trockenzeit ist, gehört B3 nicht mehr zum gleichen Ereignis und der Zeitraum aus B1, D1 und B2 bildet ein unabhängiges Ereignis (Restrepo und Eagleson, 1982, Bonta und Rao, 1988, Quelle: Bonta, 2004b). .....	14
Abbildung 2: (oben) Durch PRP-Modell generierte Zeitreihe aus Trockenperioden ( $d_0$ ) und Niederschlagsereignissen. Die Niederschlagsereignisse werden durch ihre Dauer (d) und mittlere Intensität (i) dargestellt. (unten) Disaggregiertes Niederschlagsereignis der Zeitreihe aus Niederschlagsereignissen (Quelle: Menabde und Sivapalan, 2000). .....	18
Abbildung 3: (links) Beispiel Disaggregation des Tagesniederschlags für einen Beispieltag mit 24 mm Niederschlagshöhe (Quelle: Müller und Haberlandt, 2016), (rechts) Schematischer Ablauf der multiplikativen Zufallskaskade (Verändert nach: Molnar und Burlando 2005). .....	20
Abbildung 4: Schematische Darstellung aus Menabde und Sivapalan (2000), (links) BDCs der einzelnen Zeitskalen, (rechts) Modellierung (Gleichung 11) der ermittelten alphas der Betaverteilung (Gleichung 10). .....	22
Abbildung 5: Ablauf des implementierten Modells. Ovale Felder stellen beobachtete oder generierte Niederschlagsdaten bzw. Daten der Parametrisierung dar. Rechteckige Felder stellen Operationen dar. ....	26
Abbildung 6: Parameter des PRP-Modells, (a) kritische Trockenzeit, (b) mittlere Trockenperiode, (c) mittlere Ereignisdauer (d) Mittelwert der mittleren Ereignisintensität.....	36
Abbildung 7: Parameter des PRP-Modells der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h), FH(1h), (a) kritische Trockenzeit, (b) mittlere Trockenperiode, (c) mittlere Ereignisdauer (d) Mittelwert der mittleren Ereignisintensität.....	37
Abbildung 8: Variationskoeffizienten der Parameter des PRP-Modells.....	38
Abbildung 9: Variationskoeffizienten der Parameter des PRP-Modells der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich. ....	38
Abbildung 10: Quotienten aus dem Mittelwert der Ereignisse und dem Mittelwert der Trockenperioden (Gleichung 2).....	39
Abbildung 11: Quotienten aus dem Mittelwert der Ereignisse und dem Mittelwert der Trockenperioden der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich. ....	40

Abbildung 12: Beobachtete Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen über die Zeitskala und ihre Modellierung durch $P(t)$ (Gleichung 20), sowie Summe der modellierten Aufteilungsklassen über die Zeitskala (grüne Linie). .....	41
Abbildung 13: Die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen in Abhängigkeit von der Zeitskala der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich zur Modellierung durch $P(t)$ (Gleichung 20) der Station HW2(10min). .....	42
Abbildung 14: Histogramme der beobachteten BDCs der verschiedenen Zeitskalen und die angepassten Betaverteilungen (blaue Linien).(Nasen und Katzen) .....	43
Abbildung 15: Modellierung der alphas der Betaverteilung der BDCs in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11. ....	44
Abbildung 16: Modellierung der alphas der Betaverteilung der BDCs in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11 und alphas der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h).45	
Abbildung 17: Vergleich der beobachteten Trockenperioden (grau) mit den Trockenperioden der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). .....	47
Abbildung 18: (links) Vergleich der Verteilungen der Trockenperioden der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen. ....	48
Abbildung 19: Vergleich der beobachteten Ereignisdauern (grau) mit den Ereignisdauern der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). .....	50
Abbildung 20: (links) Vergleich der Verteilungen der Ereignisdauern der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen. ....	51
Abbildung 21: Vergleich der beobachteten Niederschlagshöhen der Ereignisse (grau) mit den Niederschlagshöhen der Ereignisse der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. ....	53
Abbildung 22: (links) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagshöhen der Ereignisse der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen. ....	54
Abbildung 23: Vergleich der beobachteten mittleren Intensitäten der Ereignisse (grau) mit den mittleren Intensitäten der Ereignisse der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. ....	56
Abbildung 24: Vergleich der Verteilungen der mittleren Intensitäten der Ereignisse der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. ....	57

Abbildung 25: Vergleich der Niederschlagshöhen aller Niederschlagshöhen basierend auf den Zeitintervallen der beobachteten Daten (grau) mit den Niederschlagshöhen basierend auf den Zeitintervallen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. Es wurden Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm betrachtet.....	59
Abbildung 26: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagshöhen (Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2. (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.....	60
Abbildung 27: Vergleich der Dauer der Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten (grau) mit den Dauern der Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.....	62
Abbildung 28: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2 (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.....	63
Abbildung 29: Vergleich der Dauer der Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe = 0 mm) der beobachteten Daten (grau) mit den Dauern der Trockenphasen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. ....	65
Abbildung 30: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe = 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2. (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.....	66
Abbildung 32: Länge der maximalen Trockenphase innerhalb ermittelter Ereignisse. Die horizontale Linie stellt die kritische Trockenzeit der jeweiligen Jahreszeit dar. ....	71

## **Abbildungen im Anhang**

Abbildung A 1: Häufigkeit der Trockenperioden der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.....	79
Abbildung A 2: Häufigkeit der Ereignisdauern der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.....	80
Abbildung A 3: Häufigkeit der Niederschlagshöhen der Ereignisse der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.....	80
Abbildung A 4: Häufigkeit der mittleren Intensitäten der Ereignisse der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.....	81

Abbildung A 5: Häufigkeit der Trockenperioden der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.....	82
Abbildung A 6: Häufigkeit der Ereignisdauern der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion. ....	83
Abbildung A 7: Häufigkeit der Niederschlagshöhen der Ereignisse der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.....	84
Abbildung A 8: Häufigkeit der mittleren Ereignisintensität der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion. ....	85
Abbildung A 9 : Streudiagramm der Dauer und Höhe der Niederschlagsereignisse. ....	86
Abbildung A 10: Streudiagramm der Dauer und Höhe der Niederschlagsereignisse der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich.....	86
Abbildung A 11 : Anzahl der beobachteten Aufteilungsklassen für jede beim Aggregieren gebildete Zeitskala.....	87



# Verzeichnis der Tabellen

## Tabellen im Text

Tabelle 1: Übersicht der Module stochastischen Niederschlagsgenerierung, der Gleichungen mit Bezug zu diesem Modul, die zugehörigen Skripte und die Funktion in R über welche das entsprechende Modul bedient wird. ....	27
Tabelle 2: Gerundete Parameter des PRP-Modells.....	35
Tabelle 3: Abweichungen der Variationskoeffizienten der Parameter Ereignisdauer, Niederschlagshöhe eines Ereignisses, mittlere Intensität eines Ereignisses und Trockenperiode vom Variationskoeffizienten der Exponentialverteilung $CV = 1$ . ....	39
Tabelle 4: Parametrisierung von $P(t)$ (Gleichung 20) für alle Aufteilungsklassen, Werte gerundet. ....	41
Tabelle 5: Parameter zur Modellierung der alphas der Betaverteilung in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11, Werte auf vierte Nachkommastelle gerundet. ....	44
Tabelle 6: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Trockenperioden.....	48
Tabelle 7: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Ereignisdauern. ....	51
Tabelle 8: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagshöhen der Ereignisse. ....	54
Tabelle 9: Kenngrößen der beobachteten (BEO) mittleren Intensitäten der Niederschlagsereignisse.....	57
Tabelle 10: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagshöhen (Zeitintervalle Niederschlagshöhe $> 0$ mm).....	60
Tabelle 11: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe $> 0$ mm). ....	63
Tabelle 12: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe $= 0$ mm).....	66
Tabelle 13: Wahrscheinlichkeit, dass die Disaggregation eines 160 Minuten Intervalls in einer Niederschlagsphase von 160 Minuten resultiert. ....	73

## Tabellen im Anhang

Tabelle A 1: Jahreszeiten zur saisonalen Einteilung der Niederschlagsdaten.....	88
Tabelle A 2: $R^2$ für den Zusammenhang Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) und die Modellierung der Wahrscheinlichkeiten durch Gleichung $P(t)$ (Gleichung 20) .....	88
Tabelle A 3: $R^2$ für den Zusammenhang der alphas der BDC der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) der Modellierung der alphas durch Gleichung 11.....	89

## **Kurzfassung**

Die zeitliche Variabilität des Niederschlages auf Skalen von Jahren bis hin zu Ereignissen ist von wesentlicher Bedeutung für die Untersuchung hydrologischen Prozesse. Langjährige Reihen von Niederschlagsdaten mit einer hohen zeitlichen Auflösung zur Untersuchung bzw. Modellierung dieser Prozesse stehen nur selten zur Verfügung. Eine Möglichkeit, die Einflüsse der Variabilität von Niederschlägen auf die hydrologischen Prozesse dennoch zu quantifizieren, ist es, stochastisch generierte Reihen als Eingangsdaten für hydrologische Modelle zu nutzen. In dieser Arbeit wurde ein stochastischer Niederschlagsgenerator implementiert. Der Niederschlagsgenerator besteht aus zwei Stufen, zunächst erfolgt die Generierung von Niederschlagsereignissen durch ein Poisson-Rectangular-Pulse (PRP) Modell, anschließend werden diese Ereignisse durch eine mikrokanonische multiplikative Zufallskaskade disaggregiert. In dieser Arbeit wurde eine Methodik in R implementiert, mit der die Parametrisierung des Niederschlagsgenerators anhand von zeitlich hoch aufgelösten Beobachtungsdaten an Niederschlagsstationen erfolgt und anschließend stochastisch Zeitreihen der gewünschten zeitlichen Auflösung generiert werden können. Das implementierte Modell wurde mit Daten des Hühnerwassergebietes parametrisiert und getestet. Der vorliegende Generator kann zur Untersuchung von Niederschlägen verschiedener Klimaregionen sowie als Werkzeug künftiger Arbeiten zur Untersuchung der Auswirkung der Variabilität von Niederschlägen auf hydrologische Prozesse wie z.B. Oberflächenabfluss und Erosionsprozesse dienen.

## Abkürzungen

BDC	Breakdown-Coefficient
BEO	Beobachtete Daten
BLRP-Modell	Bartlett-Lewis-Rectangular-Pulse-Modell
CB(1h)	Cottbus (Deutscher Wetterdienst), stündliche Auflösung
DJF	Winter
ED	Ereignisdauer
FH(1h)	Station Friedrichshof, stündliche Auflösung
HW1(1h)	Station Hühnerwasser 1, stündliche Auflösung
HW2(10min)	Station Hühnerwasse 2, 10-minütige Auflösung
HW2(1h)	Station Hühnerwasse 2, stündliche Auflösung
JJA	Sommer
MAM	Frühling
MDPD	Kritische Trockenzeit (Minimum-Dry-Period-Duration)
MED	Mittelwert der Ereignisdauer
MMNI	Mittelwert der mittleren Intensität
MNH	Mittelwert der Niederschlagshöhe
MNI	mittlere Intensität
MTP	Mittelwert der Dauer der Trockenperiode
NH	Niederschlagshöhe
NSR-Modell	Newman-Scott-Pulse-Modell
PRP-Modell	Poisson-Rectangular-Pulse-Modell
PWN-Modell	Poisson-White-Noise-Modell
SON	Herbst
TP	Dauer der Trockenperiode
VS1	Verarbeitungsstufe 1
VS2	Verarbeitungsstufe 2

# 1 Einleitung

In hydrologischen Anwendungen wie der Erosions-, Hochwasser- oder Klimawandelsimulation werden Niederschlagszeitreihen als Eingangsgröße benötigt. In diese Simulationen geht der Niederschlag oft als Mittelwert der Jahres- oder Tageswerte ein (Hearman, 2008). Allerdings beschränkt sich die Variabilität des Niederschlages nicht auf diese Zeitskalen und weist auch innerhalb von Niederschlagsereignissen eine hohe Variabilität auf. Diese Variationen auf den vergleichsweise kleinen Zeitskalen spielen in der Betrachtung hydrologischer Prozesse eine große Rolle, beispielsweise für den Oberflächenabfluss (Hearman, 2008) oder die Auswaschung von Pestiziden (McGrath et al., 2010).

Um diese Variabilität in die Modellierung hydrologischer Prozesse einfließen zu lassen, werden Niederschlagsdaten mit einer hohen zeitlichen Auflösung benötigt. Zeitlich hoch aufgelöste Niederschlagsdaten, beispielsweise mit 10-minütiger oder stündlicher Auflösung stehen im Vergleich zu Tageswerten selten in ausreichender Länge zur Verfügung (Förster et al. 2016). Dementsprechend ist es eine gängige Methode diese Tageswerte auf eine höhere zeitliche Auflösung zu disaggregieren. Weiterhin werden, um die Stochastizität der Modellergebnisse zu analysieren, stochastische Niederschlagsdaten benötigt. Dazu werden stochastische Niederschlagsgeneratoren an den Daten parametrisiert und im Anschluss Niederschlagszeitreihen zufällig generiert. Diese Generatoren können auf Tageswerten oder Niederschlagsereignissen basieren (Hearman, 2008).

In den letzten Jahrzehnten wurden verschiedene Methoden entwickelt um die hohe Variabilität des Niederschlages zu untersuchen und in Modellen abzubilden. Solche Methoden sind zum Beispiel dimensionslose Huff-Kurven (Bonta, 2004a) oder multiplikative Zufallskaskaden (Menabde und Sivapalan, 2000, Olsson, 1998, Molnar und Burlando, 2005, Licznar et al. 2011). Diese Methoden werden beispielsweise genutzt, um zeitlich hochaufgelöste Niederschlagsreihen bereitzustellen als Grundlage für Untersuchung von künstlichen Einzugsgebieten (Hipsey et al., 2003), Zusammenhängen zwischen den zeitlichen Skalen der Niederschläge und hydrologischen Regimen (Robinson und Sivapalan, 1997), Auswirkungen der Variabilität der Niederschläge auf die Auswaschung von Pestiziden (McGrath et al., 2010) oder den Einfluss der Niederschlagsvariabilität auf Oberflächenabfluss (Hearman, 2008).

Ziel dieser Arbeit ist die Implementierung eines stochastischen Niederschlagsgenerators. Der Niederschlagsgenerator setzt sich aus der Generierung von Niederschlagsereignissen und der zeitlichen Disaggregation der generierten Niederschlagsereignisse zusammen. Weiterhin wird die Parametrisierung des Niederschlagsgenerators implementiert. Abschließend sollen stochastisch generierte Niederschlagsdaten statistisch mit den beobachteten Niederschlagsdaten verglichen werden.

## 2 Stand der Wissenschaft

### 2.1 Abgrenzung unabhängiger Niederschlagsereignisse

Die Einteilung beobachteter Niederschlagsdaten in unabhängige Niederschlagsereignisse erfolgt durch die Nutzung der kritischen Trockenzeit (MDPD). Die kritische Trockenzeit ist die minimale Dauer einer niederschlagsfreien Zeit zwischen zwei Niederschlagsereignissen, damit diese als statistisch unabhängig voneinander betrachtet werden (Bonta und Rao, 1988).

Niederschlagsereignisse können durch ihre mittlere Intensität (MNI) und ihre Dauer (ED) charakterisiert werden. Die Trockenperioden zwischen den Niederschlagsereignissen durch ihre Dauer (TP).

*Trockenperioden* (interstorm duration) unterscheiden sich von *Trockenphasen* (dry period duration). Trockenperioden bezeichnen die Zeiten ohne Niederschlag zwischen unabhängigen Niederschlagsereignissen und sind größer oder gleich der kritischen Trockenzeit. Trockenphasen bezeichnen die Zeiten ohne Niederschlag zwischen zwei Niederschlagsintervallen und sind zusammenhängende Intervalle mit einer Niederschlagshöhe = 0 mm. Niederschlagsphasen sind dementsprechend zusammenhängende Intervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm.

In der Literatur existieren verschiedene Begriffe für die kritische Trockenzeit. In älteren Arbeiten wird die kritische Trockenzeit als "minimum time between independent rainstorms" (Restrepo und Eagleson, 1982), "Critical Duration" (Bonta und Rao, 1988) oder "minimum-dry-period-duration" (Bonta, 2004b) bezeichnet. In neueren Arbeiten ist die Bezeichnung "Minimum Inter-event Time" (Medina-Cobo et. al 2016, Nojumuddin et al. 2016) üblich.

Die grundlegende Idee zur Berechnung der kritischen Trockenzeit basiert auf dem Zusammenhang, dass zwei Niederschlagsphasen, die durch eine sehr kurze Trockenphase getrennt sind, mit hoher Wahrscheinlichkeit durch dieselbe Wetterlage erzeugt wurden und damit abhängig voneinander sind. Ist die Trockenphase zwischen zwei Niederschlagsphasen sehr lang (z.B. mehrere Wochen), ist die Wahrscheinlichkeit gering, dass beide durch dieselbe Wetterlage erzeugt wurden. Beide Ereignisse sind voneinander unabhängig, da die Wetterlage, welche das erste Niederschlagsereignis verursacht hat, weitergezogen ist und das zweite Ereignis durch eine neue Wetterlage erzeugt wurde. Daraus folgt: je größer die Dauer der trennenden Trockenphase zwischen zwei Niederschlagsphasen ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide zum selben Niederschlagsereignis gehören.

In Niederschlagszeitreihen werden Niederschlagsphasen von Trockenphasen getrennt. Ist die Trockenphase zwischen zwei Niederschlagsphasen kleiner als die kritische Trockenzeit, gehören beide zum selben Niederschlagsereignis. Ist die Trockenphase größer oder gleich der kritischen Trockenzeit, gehören beide Niederschlagsphasen nicht zum selben Ereignis. Daraus folgt, dass

Niederschlagsereignisse Trockenphasen kleiner der kritischen Trockenzeit enthalten können (Abbildung 1).

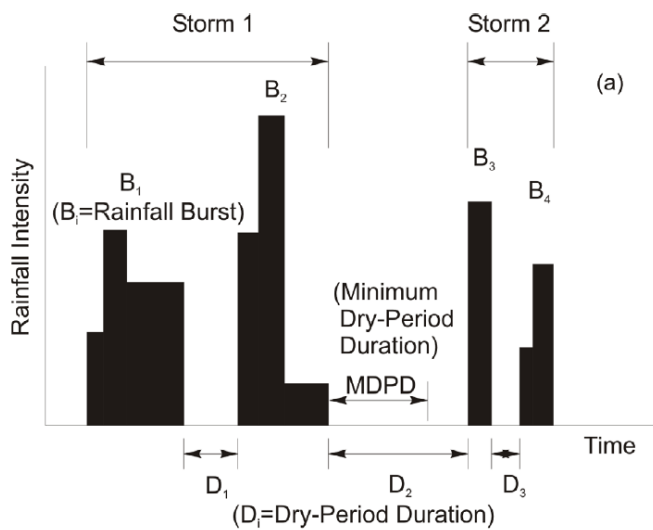


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Identifizierung von unabhängigen Niederschlagsereignissen. Die Niederschlagsphasen B1 und B2 werden durch eine Trockenphase (D1), die kleiner als die kritische Trockenzeit ist, getrennt. Da die Trockenphase (D2) zwischen B2 und B3 größer als die kritische Trockenzeit ist, gehört B3 nicht mehr zum gleichen Ereignis und der Zeitraum aus B1, D1 und B2 bildet ein unabhängiges Ereignis (Restrepo und Eagleson, 1982, Bonta und Rao, 1988, Quelle: Bonta, 2004b).

In dieser Arbeit wird die von Restrepo und Eagleson (1982) entwickelte Methode zur Berechnung der kritischen Trockenzeit verwendet. Die Methode nutzt die Eigenschaften der Exponentialverteilung als statistische Verteilung der Trockenperioden zwischen den Niederschlagsereignissen (Bonta und Rao, 1988). Grundlage der Methode ist die Annahme, dass die Niederschlagsereignisse durch einen Poisson-Prozess beschrieben werden. Damit wird das zufällige Auftreten von voneinander unabhängigen und punktförmigen (ohne Dauer) Ereignissen, welche durch Trockenperioden mit exponentialverteilter Dauer (Gl. 1) getrennt werden, beschrieben.

$$f(TP) = \lambda e^{-\lambda \cdot TP}, TP \geq 0 \quad (1)$$

Da Niederschlagsereignisse nicht punktförmig in der Zeit sind, gilt der Poisson-Prozess dann, wenn die Dauer der Ereignisse deutlich kleiner als die Dauer der Trockenperioden ist (Bonta und Rao, 1988).

Dieser Zusammenhang lässt sich durch folgende Ungleichung ausdrücken:

$$\frac{E(ED)}{E(TP)} \ll 1 \quad (2)$$

In der Literatur existieren nach Wissen des Autors keine Erfahrungswerte für die Gültigkeit der Ungleichung und damit für die Gültigkeit der Annahme einer Poisson-Verteilung. In der Veröffentlichung der Methode von Restrepo und Eagleson (1982) reichen die Quotienten von 0,055 bis 0,291.

Für die exponentialverteilten *Trockenperioden* (Gl. 1) zwischen unabhängigen Ereignissen sind der Mittelwert und die Standardabweichung:

$$E(TP) = \frac{1}{\lambda} \quad (3)$$

$$\sigma(TP) = \frac{1}{\lambda} \quad (4)$$

Der Variationskoeffizient (CV) der Exponentialverteilung ist:

$$CV(TP) = \frac{\sigma(TP)}{E(TP)} = 1 \quad (5)$$

Diese Eigenschaft ( $CV(TP) = 1$ ) der Exponentialverteilung wird zur Berechnung der kritischen Trockenzeit wie folgt genutzt:

Berechnet man den Variationskoeffizienten aller beobachteten *Trockenphasen* ( $MDPD = 0$ ) ergibt sich ein Wert größer als eins. Eine Erhöhung der kritischen Trockenzeit führt dazu, dass Trockenphasen, die kürzer als die kritische Trockenzeit sind, nicht betrachtet und nicht in die Berechnung des Variationskoeffizienten eingehen. Durch dieses Abschneiden von Trockenphasen wird der Mittelwert der Trockenphasen größer und die Standardabweichung bleibt nahezu unverändert. Mit größer werdender kritischer Trockenzeit strebt dadurch der Variationskoeffizient gegen null. Die Dauer der kleinsten, in die Berechnung des Variationskoeffizienten eingehenden Trockenphasen, an dem der Variationskoeffizient gleich dem Variationskoeffizienten der Exponentialverteilung ist ( $CV(TP) = 1$ ), entspricht der kritischen Trockenzeit für unabhängige Niederschlagsereignisse. Die Methode ist nicht exakt, da sie keine meteorologischen Prozesse berücksichtigt, bietet aber den Vorteil der einfachen praktischen Anwendung (Restrepo und Eagleson, 1982, Bonta und Rao, 1988). Die Methode zur Berechnung der kritischen Trockenzeit wird in der Arbeit von Restrepo und Eagleson (1982) oder der Arbeit von Bonta und Rao (1988) beschrieben.

Vereinfachend lässt sich die Idee der Methode wie folgt beschreiben: Die beobachteten *Trockenphasen* werden zur Berechnung der *kritischen Trockenzeit* genutzt um damit die beobachteten Niederschlagsdaten in *Trockenperioden* und unabhängige Niederschlagsereignisse einzuteilen.

Eine weitere Methode zur Berechnung der kritischen Trockenzeit basiert auf Spearmans Rangkorrelationskoeffizienten. Der Parameter zur Aufteilung in unabhängige Ereignisse ist die Niederschlagshöhe. Die Exponential-Methode und die Rangkorrelations-Methode wurden in der Arbeit von Bonta und Rao (1988) erläutert und verglichen. Weitere Methoden basieren beispielsweise auf der Berechnung der kritischen Trockenzeit durch die Analyse der Skalenunabhängigkeit von Niederschlagsdaten (Medina-Cobo et. al 2016). In der Arbeit von Nojumuddin et al. (2016) werden zwei weitere Verfahren angewandt. Zum einen wird zur Ermittlung der kritischen Trockenzeit die Autokorrelation der Daten analysiert. Zum anderen wird die kritische Trockenzeit über ihr Verhältnis zu den aus ihr resultierenden durchschnittlich pro Jahr beobachteten Ereignissen berechnet.

## **2.2 Stochastische Generierung von Niederschlagszeitreihen**

Bei der stochastischen Generierung von Niederschlagszeitreihen existieren Modelle basierend auf Tageswerten oder auf Niederschlagsereignissen. Das Ergebnis der auf Tageswerten basierenden Modelle ist eine Niederschlagszeitreihe mit einheitlicher Intervalllänge der Zeitintervalle. Die ereignisbasierten Zeitreihen bestehen aus Niederschlagsereignissen, welche durch Trockenperioden getrennt werden. Niederschlagsereignisse und Trockenperioden sind in ihrer Dauer variabel. Damit entsteht im Gegensatz zu den auf Tageswerten basierenden Niederschlagsmodellen eine Zeitreihe mit Zeitintervallen unterschiedlicher Länge.

Die Modelle zur Generierung von Tageswerten bestehen aus zwei Teilen. Zuerst wird das Auftreten von Tagen mit oder ohne Niederschlag durch Markov-Ketten oder alternierende Erneuerungsprozesse generiert. Die einfachsten Markov-Ketten sind mit zwei Zuständen (Niederschlag, kein Niederschlag) definiert und erster Ordnung. Dies bedeutet, dass der Zustand des nächsten Tages nur vom Zustand des derzeitigen Tages abhängt. Daraus ergeben sich vier Übergangswahrscheinlichkeiten. Im Falle der alternierenden Erneuerungsprozesse werden abwechselnd zusammenhängende Tage mit und ohne Niederschlag generiert. Zur Generierung dieser Sequenzen werden verschiedene Wahrscheinlichkeitsverteilungen, wie z.B. die geometrische Verteilung, genutzt. Im Anschluss werden die täglichen Niederschlagsmengen generiert. Dabei werden z.B. die Exponentialverteilung oder die Gammaverteilung verwendet. Für eine umfangreiche Übersicht wird auf die Arbeiten von Wilks und Wilby (1999), Srikanthan und McMahon (2001) oder Haberlandt et al. (2011) verwiesen.



In ihrer einfachsten Form werden in der ereignisbasierten Zeitreihengenerierung Niederschlagsereignisse ohne Dauer und Niederschlagsmenge durch eine Poisson-Verteilung mit exponentialverteilten Trockenperioden zwischen den Ereignissen simuliert. Wird zusätzlich zur Abfolge der Ereignisse die Niederschlagshöhe generiert spricht man von einem Poisson-White-Noise (PWN) Model. Die Niederschlagsmengen der Ereignisse sind unabhängige identisch verteilte Zufallsvariablen.

Die Zeitreihengenerierung dieser Arbeit erfolgt durch das Poisson-Rectangular-Pulse (PRP) Model. Dieses Modell ist eine Erweiterung des PWN-Modells und generiert zusätzlich die Dauer der Ereignisse. Die Zeitreihe besteht aus einer abwechselnden Abfolge von Niederschlagsereignissen und Trockenperioden. Die Generierung der Niederschlagszeitreihe erfolgt, indem wechselnd zufällige Trockenperioden und Niederschlagsereignisse generiert werden. Für jedes Niederschlagsereignis wird zufällig eine mittlere Niederschlagsintensität generiert. Die zufällige Generierung der Niederschlagsintensität kann dabei in Abhängigkeit von der Niederschlagsdauer generiert werden. Als Resultat dieses Vorgehens erhält man eine Zeitreihe mit Rechteckimpulsen, welche die Dauer und Intensität der Niederschlagsereignisse darstellen (Abbildung 2, oben). Die einzelnen Ereignisse sind unabhängig voneinander und identisch verteilt. Die Dauer der Trockenperioden zwischen den Niederschlagsereignissen wird anhand der verschobenen Exponentialverteilung analog zu, Robinson und Sivapalan (1997) und Hipsey et al. (2004), generiert. Die verschobene Exponentialverteilung wurde aufgrund der Annahme eines Poisson-Prozesses und der Methode zur Ermittlung der kritischen Trockenzeit nach Restrepo und Eagleson (1982) gewählt. Die Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Generierung der mittleren Intensität und der Ereignisdauer erfolgt in Abhängigkeit von den beobachteten Niederschlagsdaten. Zur Parametrisierung von PRP-Modellen ist eine Identifizierung von Niederschlagsereignissen in den beobachteten Niederschlagsdaten nötig. Dafür werden die Daten durch die Methode der kritischen Trockenzeit in unabhängige Niederschlagsereignisse aufgeteilt (Bonta, 2004b, Robinson und Sivapalan, 1997).

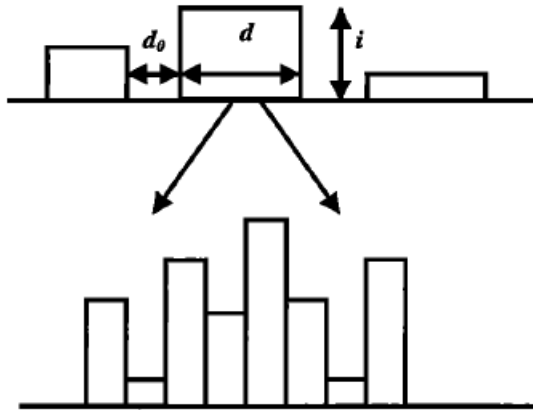


Abbildung 2: (oben) Durch PRP-Modell generierte Zeitreihe aus Trockenperioden ( $d_0$ ) und Niederschlagsereignissen. Die Niederschlagsereignisse werden durch ihre Dauer ( $d$ ) und mittlere Intensität ( $i$ ) dargestellt. (unten) Disaggregiertes Niederschlagsereignis der Zeitreihe aus Niederschlagsereignissen (Quelle: Menabde und Sivapalan, 2000).

Eine Erweiterung des PWN Modells ist das Bartlett-Lewis-Rectangular-Pulse (BLRP) Modell. In diesem Modell werden die einzelnen Niederschlagsereignisse bei der Simulation weiter in Cluster unterteilt. Der Beginn eines Ereignisses und die Cluster innerhalb eines Ereignisses sind poisson-verteilt, mit jeweils unterschiedlichen Parametern. Für jeden Cluster wird Dauer und Niederschlagshöhe generiert. Ein ähnliches Modell ist das Newman-Scott-Pulse (NSRP) Modell. In diesem Modell ist der Beginn eines Ereignisses wie im BLRP-Modell poisson-verteilt. Die Cluster sind unabhängig identisch um das Zentrum des Ereignisses verteilt (Haberlandt et al. 2011, Onof et al. 2000).

### 2.3 Stochastische Disaggregation von Niederschlagszeitreihen

Die NSRP- und BLRP-Modelle sind durch die Unterteilung in Cluster in der Lage, Tageswerte zu disaggregieren. Ein weiterer Ansatz ist die Disaggregation durch multiplikative Zufallskaskaden.

Die Disaggregation auf eine höhere zeitliche Auflösung erfolgt durch die wiederholte Aufteilung eines Niederschlagsintervalls in kleinere Intervalle. In der Regel wird der Niederschlag eines Zeitintervalls auf zwei gleichlange Intervalle aufgeteilt. Die Aufteilung der Niederschlagsmenge erfolgt dabei durch die zufällige Generierung von Gewichten. Dadurch entsteht eine Kaskade immer höherer Auflösung einer Niederschlagsreihe. Die Niederschlagsmenge (Abbildung 3) jedes Intervalls kann durch eine multiplikative Sequenz der mit ihm assoziierten Intervalle in der Kaskade berechnet werden.

Die Modelle können weiter in kanonische und mikrokanonische Modelle unterschieden werden. Kanonische Modelle erhalten bei der Disaggregation die Niederschlagshöhe im Mittel. Dies bedeutet, dass die Summe aller Gewicht-Paare im Mittel 1 ergibt. Mikrokanonische Modelle erhalten die Masse exakt, die Summe jedes Gewicht-Paares ergibt exakt 1. Eine Erläuterung und ein Vergleich

beider Methoden liefern Molnar und Burlando (2005) und Licznar et al. (2011). In der Arbeit von Olsson (1998) wurden Niederschlagsdaten aus Schweden mit einer Auflösung von 1024 Minuten ( $\approx 17$  Stunden) auf eine Stunde disaggregiert. Dafür wurden Daten mit 8-minütiger Auflösung auf 1024 Minuten aggregiert. Der Generator des Modells war abhängig von der Position und des Volumens des aufzuteilenden Intervalls innerhalb der Zeitreihe. Dieses Modell wurde von Güntner et al. (2001), durch empirische Verteilungsfunktionen der Gewichte, modifiziert und verglichen, indem man Niederschlagsdaten zweier verschiedener Klimaregionen disaggregierte.

In der Literatur werden häufig Quasi-Tage mit einer Dauer von 1024 Minuten (Olsson, 1998) oder 1280 Minuten disaggregiert (Molnar und Burlando, 2005, Licznar et al. 2011). Dieses Vorgehen wird gewählt, da man bei einer wiederholten Aufteilung von zwei gleich großen Zeitintervallen beginnend bei 24 Stunden bei den Werten 11,25 oder 5,625 Minuten endet (Müller und Haberlandt, 2016).

Sivapalan und Menabde (2000) disaggregierten zufällig generierte Ereignisse. Der mikrokanonische Generator der Kaskade wurde durch wiederholtes aggregieren der Niederschlagsdaten parametrisiert.

In dieser Arbeit wird der hochaufgelöste zeitliche Verlauf der Niederschlagsereignisse durch die Verwendung von multiplikativen Zufallskaskaden (multiplicative random cascades), welche auf Breakdown Coefficients (BDCs) basiert, generiert. Die gleichförmigen Rechteckimpulse der Niederschlagsereignisse werden in einheitliche Zeitintervalle mit variierenden Niederschlagsmengen aufgeteilt (Abbildung 2, unten). Das Modell unterteilt die Dauer eines Ereignisses und die damit assoziierte gesamte Niederschlagsmenge (Beispiel Niederschlagsereignis mit Höhe  $R_0 = i^*t$ ) in zwei Zeitintervalle gleicher Länge. Die Niederschlagsmenge wird dabei zufällig auf beide Intervalle verteilt. Mit den beiden entstandenen Zeitintervallen wird im Anschluss genauso verfahren wie mit der ursprünglichen Ereignisdauer. Dieser Prozess wird wiederholt, bis die gewünschte zeitliche Auflösung erreicht wird (Abbildung 3, links) (Hipse et al., 2004, Müller und Haberlandt, 2016).

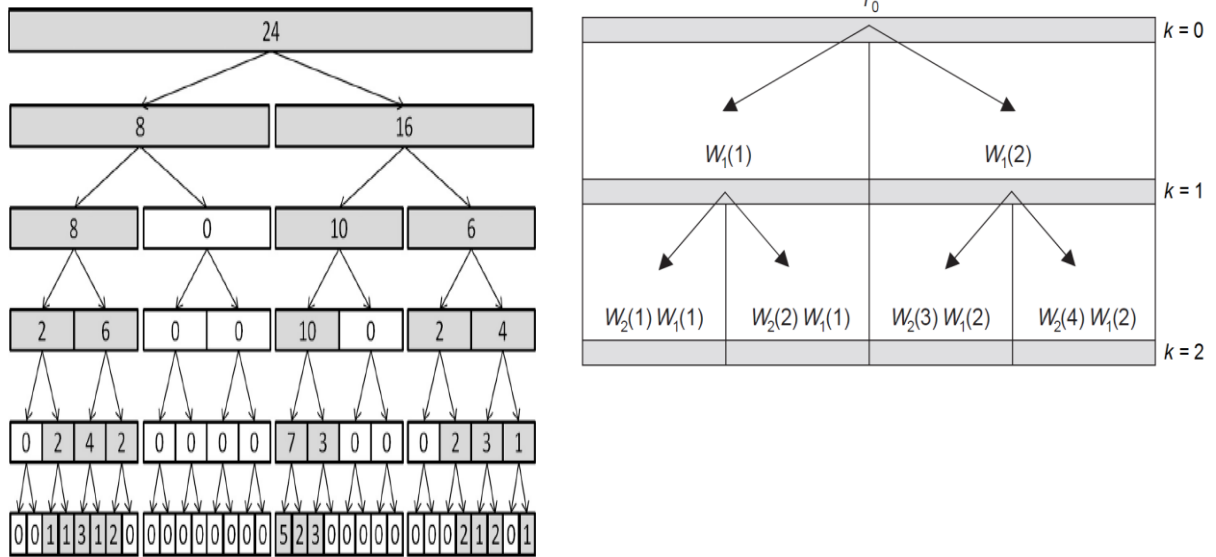


Abbildung 3: (links) Beispiel Disaggregation des Tagesniederschlags für einen Beispieltag mit 24 mm Niederschlagshöhe (Quelle: Müller und Haberlandt, 2016), (rechts) Schematischer Ablauf der multiplikativen Zufallskaskade (Verändert nach: Molnar und Burlando 2005).

Die Aufteilung der Niederschlagshöhe erfolgt durch die Multiplikation zweier zufällig generierter Gewichte,  $W_k(j)$  und  $W_{k+1}(j)$ , mit der Niederschlagsmenge. Das Level innerhalb der Kaskade wird durch  $k$  beschrieben. Die Position des Zeitintervalls innerhalb der Zeitreihe des  $k$ -ten Levels wird durch  $j$  beschrieben. Im Falle der initialen Niederschlagsmenge des gesamten Ereignisses ( $R_0$ ) ergibt dies folgende Niederschlagsmengen für die beiden daraus hervorgehenden Zeitintervalle:

$$\begin{aligned} R_1(1) &= R_0 W_1(1) \\ R_1(2) &= R_0 W_1(2) \end{aligned} \tag{6}$$

Daraus ergibt sich auf dem  $k$ -ten Level der Kaskade und der Position  $j$  folgende Niederschlagshöhe:

$$R_k(j) = R_0 \prod_{i=1}^k W_i(f(i,j)), \tag{7}$$

wobei  $j=1, 2, \dots, 2^k$ . Die Funktion  $f(i,j)$  beschreibt die Position des Zeitintervalls des  $i$ -ten Kaskadenlevels und wird durch aufrunden von  $j/2^{k-i}$  auf die nächste natürliche Zahl ermittelt (Licznar et al., 2011). Abbildung 3 (rechts) verdeutlicht den Aufbau der multiplikativen Zufallskaskade.

Die Zufallskaskade in diesem Modell ist mikrokanonisch. Das bedeutet, dass bei der Aufteilung des Niederschlags auf zwei Zeitintervalle die Niederschlagsmenge exakt erhalten bleibt und die Gewichte in Summe 1 ergeben. Der Generator der Kaskade  $W$  ist eine Zufallsvariable zwischen 0 und 1, daraus ergeben sich die beiden komplementären Gewichte  $W_1=W$  und  $W_2=1-W$  (Licznar et al., 2011).

Daraus folgt für jede Teilung der Zufallskaskade:

$$\sum_1^2 W_k(2(j-1) + i) = 1, \quad (8)$$

wobei  $j=1, 2, \dots, 2^{k-1}$  (Molnar und Burlando, 2005).

Der Zufallsgenerator  $W$  wird durch "Breakdown Coefficients" (BDC) parametrisiert. Die BDCs sind wie folgt definiert:

$$BDC(\tau, t) = \frac{R_\tau(t_1)}{R_t(t_2)}, \tau < t, \quad (9)$$

wobei  $R_\tau(t_1)$  und  $R_t(t_2)$  die an  $t_1$  und  $t_2$  zentrierten akkumulierten Niederschlagssummen über die Dauer  $\tau$  und  $t$  sind. Das Intervall  $\tau$  ist vollständig im Intervall  $t$  enthalten, wobei  $\tau = t/2$  und  $t_1 = t_2 \pm \tau/2$ . Der BDC ist damit eine Zufallsvariable zwischen 0 und 1 und wird für jede Zeitskala  $t$  ermittelt. Für jeden so konstruierten BDC (Abbildung 4, links) lassen sich die Parameter einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion jeder Zeitskala schätzen (Menabde und Sivapalan, 2000), (Licznar et al, 2011). Da das Aggregieren von disaggregierten Niederschlagsdaten zu den ursprünglichen Anfangswerten führt, wird der Zufallsgenerator durch die Aggregation von Niederschlagsdaten parametrisiert. Die Zeitskalen beschreiben damit bei der Parametrisierung jede Aggregierungsstufe ausgehen von der Auflösung der Niederschlagsdaten (Müller und Haberlandt, 2016).

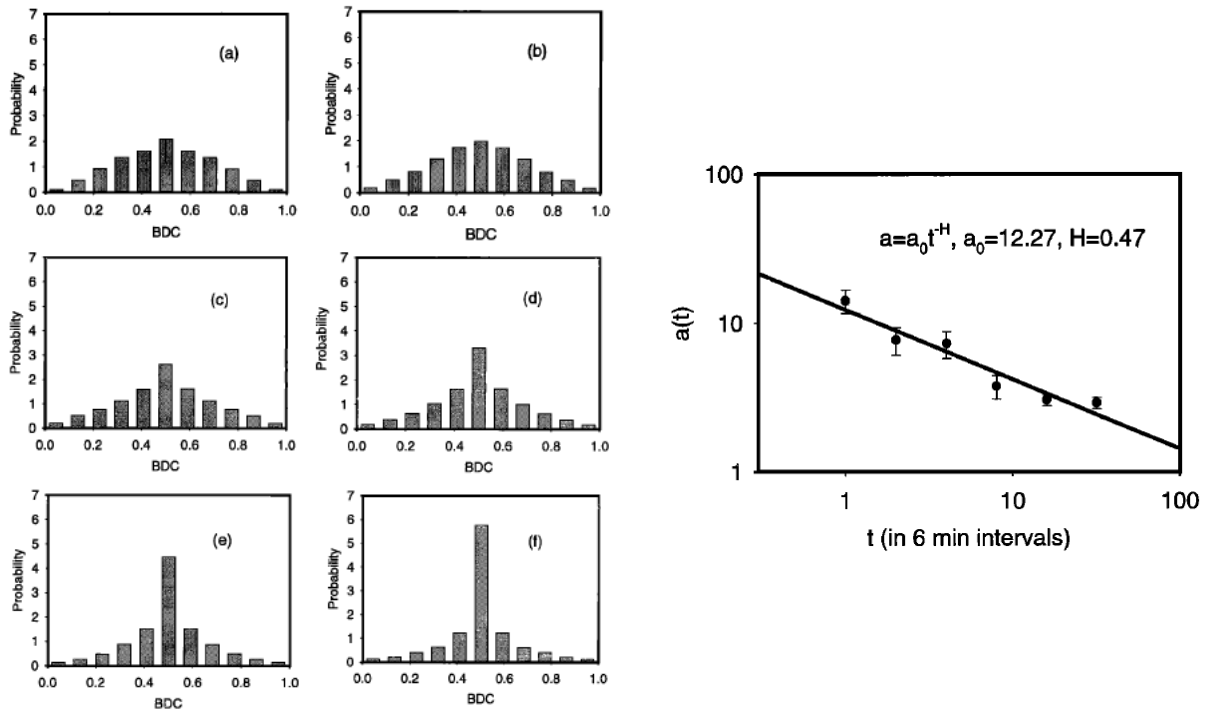


Abbildung 4: Schematische Darstellung aus Menabde und Sivapalan (2000), (links) BDCs der einzelnen Zeitskalen, (rechts) Modellierung (Gleichung 11) der ermittelten alphas der Betaverteilung (Gleichung 10).

Die beobachteten Wahrscheinlichkeitsdichten werden durch die symmetrische Betaverteilung mit dem Parameter  $a$  modelliert:

$$f(W) = \frac{1}{B(a)} W^{a-1} (1 - W)^{a-1}, \quad (10)$$

wobei  $B(a)$  die Betafunktion ist (Menabde und Sivapalan, 2000, Molnar und Burlando, 2005), (Licznar et. al, 2011).

Die Abhängigkeit der so ermittelten Parameter  $a$  von der jeweiligen Zeitskala  $t$  (Abbildung 4, rechts) wird wie folgt modelliert:

$$a(t) = a_0 t^{-H} \quad (11)$$

Die Parameter  $a_0$  und  $H$  werden aus den Daten geschätzt (Menabde und Sivapalan, 2000).

Die Generierung der Gewichte  $W_1$  und  $W_2$  erfolgt, indem der Parameter  $a(t)$  für die gegebene Zeitskala  $t$  ermittelt wird. Im Anschluss werden die Gewichte  $W_1$  und  $W_2$  so generiert, dass sie Gleichung 8 und Gleichung 10 erfüllen. Dabei wird die Beziehung zwischen Gamma- und Betaverteilung genutzt. Hat man zwei unabhängige gamma-verteilte Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$ :

$$f(X) = \frac{1}{\Gamma(a)} X^{a-1} e^{-x}, \quad (12)$$

wobei  $\Gamma(a)$  die Gammafunktion und der Parameter  $a$  dem der Betaverteilung identisch ist, dann bilden die folgenden Quotienten zwei Zufallszahlen, die eine symmetrische Betaverteilung mit Parameter  $a$  besitzen:

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{X_1}{X_1 + X_2} \\ W_2 &= \frac{X_2}{X_1 + X_2} \end{aligned} \quad (13)$$

Damit erfüllen  $W_1$  und  $W_2$  Gleichung 8 und Gleichung 10 (Menabde und Sivapalan, 2000).

### 3 Methoden

#### 3.1 Daten

Die verwendeten Niederschlagsdaten stammen von der Wetterstation 2 im Untersuchungsgebiet "Hühnerwasser" (HW2(10min)). Das Gebiet dient zur Untersuchung von Strukturen und Prozessen der initialen Ökosystementwicklung in einem künstlichen Wassereinzugsgebiet und liegt südlich von Cottbus. Die Niederschläge wurden in 1 m Höhe von einem Thies-Niederschlagsgeber ohne Heizung erfasst. Die zeitliche Auflösung beträgt 10 Minuten. Die Auflösung der Niederschlagshöhe beträgt 0,1 mm.

Die Zeitreihe geht vom 26.02.2008 13:00 Uhr bis zum 01.01.2015 00:00 Uhr (6,8 Jahre). Der mittlere jährliche Niederschlag in diesem Zeitraum beträgt 692 mm. Der Anteil fehlender Niederschlagshöhen im beobachteten Zeitraum beträgt 2,5 %. Für die fehlenden Werte wurde eine Niederschlagshöhe von 0 mm eingesetzt.

Die Länge der verwendeten Daten von 6,8 Jahren zur Parametrisierung des Modells ist geringer als die Länge der verwendeten Daten in anderen Studien. In Arbeiten, die mittels PRP-Modell Zeitreihen generieren und anschließend disaggregieren, wurden beobachtete Zeitreihen von 61 Jahren mit minütiger Auflösung (Bonta, 2004b), von 25 Jahren mit 6-er Auflösung (Menabde und Sivapalan, 2000), 20 Jahren mit 15-minütiger Auflösung (Hipsev et al., 2003) verwendet. In Arbeiten in den Tageswerte disaggregiert wurden, wurden Zeitreihen von 20 Jahren mit 10-minütiger Auflösung (Molnar und Burlando, 2005) oder 38 Jahre mit 5-minütiger Auflösung (Licznar et al., 2011) genutzt.

Die Parametrisierung des Generators wurde mit den Parametrierungen weiterer Stationen mit stündlichen Niederschlagsdaten verglichen. Folgende Stationen wurden dafür verwendet:

- Deutschen Wetterdienst Cottbus vom Zeitraum 01.09.1995 bis 31.12.2014 (CB(1h))
- Niederschlagsdaten des Hühnerwassergebietes der Station 1 vom Zeitraum 29.09.2005 bis 31.12.2014 (HW1(1h))
- Friedrichshof bei Cottbus vom Zeitraum 01.01.1998 bis 01.02.2016 (FH(1h))
- Niederschlagsdaten des Hühnerwassergebietes der Station 1 vom Zeitraum 29.09.2005 bis 31.12.2014 (HW1(1h))

Weiterhin wurden die Daten der Station Hühnerwasser 2 auf eine zeitliche Auflösung von einer Stunde aggregiert (HW2(1h)).

### **3.2 Niederschlagsmodell**

Die Hauptbestandteile des Niederschlagsmodells sind die Dauer der Trockenzeiten, die Dauer der Niederschlagsereignisse, deren mittlere Intensität und das zeitlich hochaufgelöste Niederschlagsmuster der Ereignisse.

Der Ablauf des Modells wird wie folgt unterteilt:

1. Synthetische Generierung der Niederschlagszeitreihe
  - I. Generierung einer alternierenden Zeitreihe aus Trockenzeiten und Niederschlagsereignissen. Trockenperioden werden durch ihre Dauer, die Niederschlagsereignisse durch ihre Dauer und mittlere Intensität abgebildet
  - II. Disaggregation der Niederschlagsereignisse mittels mikrokanonischer multiplikativer Zufallskaskade

Den Niederschlagsdaten wurden Informationen zur:

1. Strukturierung der Niederschlagsdaten
  - I. Ermitteln der kritischen Trockenzeit
  - II. Einteilen der Niederschlagsdaten in Niederschlagsereignisse und Trockenzeiten
2. Parametrisierung des Modells
  - I. theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Trockenzeiten, Dauer der Niederschlagsereignisse und Niederschlagsintensitäten (zur Generierung einer Niederschlagszeitreihe)
  - II. Niederschlagsmuster der Ereignisse (zur Disaggregation von Niederschlagsereignissen)



entnommen.

### 3.3 Implementierung des Modells

Das Modell dieser Arbeit wurde vollständig in der Programmiersprache R implementiert (R Core Team, 2015). Der Ablauf des Modells ist in Abbildung 5 dargestellt. Tabelle 1 liefert eine Übersicht über die Module der Implementierung. Ein Ablaufbeispiel des Modells als R-Skript ist im Anhang der R Skripte.

Zur Implementierung des Modells wurden folgende R-Packages verwendet:

- data.table (Dowle et al., 2015)
- ggplot2 (Wickham, 2009)
- lubridate (Grolemund und Wickham, 2011)
- plyr (Wickham, 2011)
- reshape (Wickham, 2007)
- tolerance (Young, 2010)

Durch die Verwendung von Vektorisierung und des data.table Packages wurde versucht die Rechenzeit zu optimieren.

Die Implementierung enthält folgende Bestandteile:

- Berechnung kritische Trockenzeit nach Restrepo und Eagleson (1982)
- Einteilung von Niederschlagsdaten mittels kritischer Trockenzeit in unabhängige Niederschlagsereignisse
- Parametrisierung PRP-Modell
- Parametrisierung BDCs
- Generierung einer Zeitreihe nach PRP-Modell
- Disaggregation von Niederschlagsereignissen
- Disaggregation von Tageswerten (nicht Teil dieser Arbeit)
- Anpassung von Niederschlagsdaten mit variierenden Zeitintervallen an einheitliches Zeitintervall
- Generieren von Abbildungen
  - Parametrisierung PRP-Modell
  - Parametrisierung BDCs
  - Vergleichen von beobachteten Niederschlagsdaten mit generierten Niederschlagsdaten (ereignisbasiert und ereignisunabhängig)

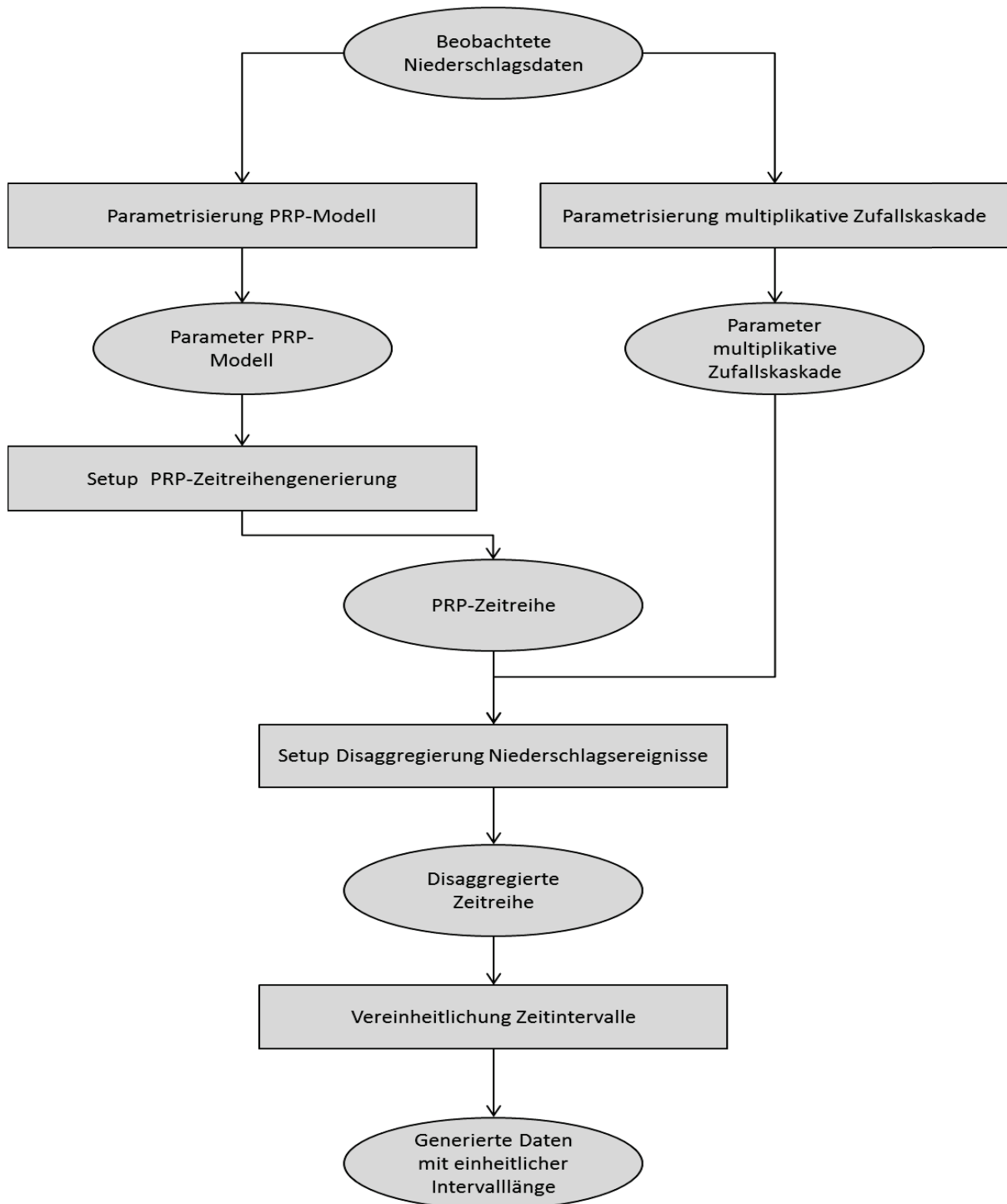


Abbildung 5: Ablauf des implementierten Modells. Ovale Felder stellen beobachtete oder generierte Niederschlagsdaten bzw. Daten der Parametrisierung dar. Rechteckige Felder stellen Operationen dar.

Tabelle 1: Übersicht der Module der stochastischen Niederschlagsgenerierung, der Gleichungen mit Bezug zu diesem Modul, die zugehörigen Skripte und die Funktion in R über welche das entsprechende Modul bedient wird.

Inhalt	Gleichung	Skript	Funktion (R)
<b>Stochastische Niederschlagsgenerierung</b>			
Parametrisierung PRP-Modell	1 - 5	"Berechnung kritische Trockenzeit.R"	get.par.PRP
		"Einteilung Ereignisse.R"	
		"Berechnung PRP Parameter.R"	
		"Parametrisierung PRP.R"	
Parametrisierung multiplikative Zufallskaskade	9 - 11, 17, 18, 20	"Parametrisierung Zufallskaskade.R"	get.par.cas
Setup PRP-Zeitreihen-generierung	14 - 16	"PRP Generierung.R"	setup.timeseries.generation
Setup Disaggregation Niederschlagsereignisse	6 - 9, 12, 13, 18-20	"Disaggregation Zeitreihe.R"	setup.disaggregator
Vereinheitlichung Zeitintervalle		"Vereinheitlichung Zeitintervalle.R"	unify.timeline
<b>Visualisierung und Speicherung</b>			
Abbildungen PRP-Parametrisierung		"Parametrisierung PRP Abbildungen.R"	plot.PRP.par
Ergebnisse Parametrisierung multiplikative Zufallskaskade		"Parametrisierung Zufallskaskade.R"	save.cas.result
Vergleich beobachteter und generierter Niederschlagsdaten (Betrachtung basierend auf		"Vergleich Daten.R"	<i>Ereignisbasiertes Vergleich</i> compare.prepare.event compare.event.plot

Niederschlagsereignissen oder unabhängig von Niederschlagsereignissen)			<i>Ereignisunabhängiger Vergleich</i> compare.prepare.ne compare.ne.plot
Speichern von Abbildungen (gilt nicht für Abbildungen der Zufallskaskade)		"save ggplot plots.R"	save.ggplot

Die Bestandteile können zum Teil unabhängig voneinander benutzt werden. Die Funktionen zur Berechnung der kritischen Trockenzeit und zur Einteilung von Niederschlagsdaten in Ereignisse lassen sich beispielsweise zur Analyse von Niederschlagsdaten nutzen. Die auf Tageswerten basierte Disaggregation kann man zum Disaggregieren beobachteter oder stochastisch generierter Werte nutzen. Die Implementierung in R ermöglicht die Modifizierung der Bestandteile.

### 3.4 Saisonale Betrachtung aller Modellparameter

Im vorliegenden Modell ist es möglich alle Parameter für den gesamten Zeitraum der beobachteten Daten zu berechnen oder sie nach Jahreszeiten zu unterteilen. Die Einteilung der Jahreszeiten basiert auf den Monatswerten der Daten. Die Einteilung der Jahreszeiten kann durch den Nutzer des Modells eingestellt werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass in der Einteilung alle zwölf Monate enthalten sind und auch nicht doppelt vorkommen.

Die Niederschlagsdaten dieser Arbeit wurden nach den meteorologischen Jahreszeiten auf der Nordhalbkugel eingeteilt (Tabelle A 1).

### 3.5 Kritische Trockenzeit

Die kritische Trockenzeit wurde entsprechend der Methode von Restrepo und Eagleson (1982) berechnet. Zunächst wurden die Trockenphasen der Niederschlagsdaten ermittelt und deren Häufigkeiten in einem Histogramm erfasst, dessen Klassenbreite der zeitlichen Auflösung der Daten von 10 Minuten entspricht. Zur Bestimmung der kritischen Trockenzeit wurde im Anschluss wiederholt die kleinste Klasse des Histogramms entfernt und für die verbleibenden Klassen der Variationskoeffizient berechnet. So wurde verfahren bis der Variationskoeffizient der Daten dem Variationskoeffizienten der Exponentialverteilung entsprach ( $CV = 1$ ).

Die Implementierung zur Berechnung der kritischen Trockenzeit besitzt die Möglichkeit diese für einzelne Monate oder Jahreszeiten zu berechnen. Der Monat oder die Jahreszeit, der eine bestimmte Trockenperiode zugeordnet wird, wird durch das Datum ihres Beginns definiert. Damit ist es möglich, dass sich Trockenperioden eines Monats auf die folgenden Monate ausdehnt aber dennoch dem Monat bzw. der Jahreszeit des Startdatums zugeordnet werden. Angenommen das Jahr wird in Frühling, Sommer, Herbst und Winter unterteilt. Beginnt eine Trockenperiode am 31.05. 09:10 Uhr

und endet am 02.06. 01:30 Uhr bedeutet dies, dass der Zeitraum vom 01.06. 00:00 Uhr bis 02.06. 01:30 Uhr dem Frühling und nicht dem Sommer zugeordnet wird. Dieses Vorgehen wurde gewählt um keine beobachteten Trockenperioden zu zerteilen. Dies hätte eine künstliche Erhöhung der Häufigkeit kürzerer Trockenperioden zur Folge. Dieser Ansatz entspricht dem von Bonta (2004b).

### 3.6 Synthetische Generierung der Niederschlagszeitreihe

Die Auswahl der theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen in dieser Arbeit basiert auf ihrer Verwendung in anderen Publikationen (Hipsev et. al, 2004, Robinson und Sivapalan, 1997).

Die Trockenzeiten zwischen den Ereignissen werden durch eine verschobene Exponentialverteilung dargestellt:

$$f(t|MTP) = \frac{1}{MTP} e^{-\frac{t-MDPD}{MTP-MDPD}}, t > MDPD \quad (14)$$

Die Dauer und Intensität der Niederschlagsereignisse werden durch Exponentialverteilungen dargestellt:

$$f(t|MED) = \frac{1}{MED} e^{-\frac{t}{MED}}, t > 0 \quad (15)$$

$$f(t|MMNI) = \frac{1}{MMNI} e^{-\frac{t}{MMNI}}, t > 0 \quad (16)$$

Die Parameter Mittelwert der Trockenperioden (MTP), Mittelwert der Ereignisdauern (MED) und Mittelwert der mittlere Niederschlagsintensität (MMNI) dieser Verteilungen wurden aus den Daten der ermittelten Niederschlagsereignisse berechnet. Daraus ergibt sich, dass das PRP-Modell durch die Parametrisierung für jede Jahreszeit durch 4 \* 4 Werte parametrisiert wird.

Die Parameter der Verteilungen wurden in Abhängigkeit von Jahreszeiten (Tabelle A 1) ermittelt. Der Monat, der den Beginn des Niederschlagsereignisses oder der Trockenzeit, beschreibt, legt die Auswahl der Parameter fest und wird nicht verändert, wenn sich die generierte Periode auf den folgenden Monat ausdehnt.

### 3.7 Disaggregation von Niederschlagsereignissen

Zur Parametrisierung der BDCs wurden die Daten mit 10-minütiger Auflösung bis auf eine Auflösung von 1280 Minuten aggregiert.

Die Betaverteilung zur Parametrisierung der BDCs wird durch die Momenten-Methode geschätzt:

$$a = \frac{1}{8Var(W)} - 0,5 \quad (17)$$

Aufgrund der Symmetrie der Betaverteilung ist der Mittelwert  $E(W) = 0.5$

Der Aufbau des Zufallsgenerators  $W$  dieser Arbeit basiert auf der Kombination der Generatoren von Menabde und Sivapalan (2000), Olsson (1998) und Licznar et al. (2011).

Trockenzeiten zwischen den Niederschlagsphasen basieren auf BDCs gleich 0 oder 1. Diese BDCs werden bei der Parametrisierung der Gleichung 10 nicht betrachtet. Die BDCs  $W_1 = 0$  und  $W_2 = 1$  (bzw.  $W_1 = 1$  und  $W_2 = 0$ ) und deren Wahrscheinlichkeiten werden stattdessen separat voneinander und von den anderen BDCs ( $W_1=W$  und  $W_2=1-W$ ) erfasst. Damit werden Gleichung 10 und Gleichung 11 nur für BDCs der Aufteilungen  $W/1-W$  parametrisiert.

Diese Einteilung der BDCs weicht von der Arbeit von Menabde und Sivapalan (2000) und allen anderen Arbeiten ab, in denen Niederschlagsereignisse durch mikrokanonische multiplikative Zufallskaskaden disaggregiert werden (Sivapalan und Robinson, 1997, Hipsey et al., 2003). In diesen Arbeiten wurde die Parametrisierung der BDCs nur für Gewichte  $W$  ungleich 1 oder 0 vorgenommen. Die Einbindung der Gewichte 1 oder 0 in das Modell orientiert sich an der Arbeit von Olsson (1998) und wurde in dieser kombinierten Form z.B. von Licznar et al. (2011) für die Disaggregation von Tageswerten angewandt.

Daraus ergeben sich folgende drei Fälle:

$$W_k(j) = \begin{cases} W_k(j) = 0 \text{ und } W_k(j+1) = 1, \text{ mit Wkt. } P(1/0) \\ W_k(j) = 1 \text{ und } W_k(j+1) = 0, \text{ mit Wkt. } P(0/1) \\ W_k(j) = W \text{ und } W_k(j+1) = 1 - W, 0 < W < 1, \text{ mit Wkt. } P(W/1 - W) \end{cases} \quad (18)$$

wobei  $j = 1, 3, 5, \dots, 2^{k-1}$  und

$$P(0/1) + P(1/0) + P(W/1 - W) = 1 \quad (19)$$

Bei Olsson (1998) sind die Wahrscheinlichkeiten über alle Zeitskalen konstant. In der vorliegenden Arbeit wird die Unterteilung der BDCs in Abhängigkeit der Zeitskala betrachtet. Die Abhängigkeit der drei Fälle von der Zeitskala wird, auf Empfehlung von Prof. Hinz (persönliche Kommunikation, 2016), in Anlehnung an die Funktion, die van Genuchten (1980) zur Darstellung von Saugspannung und Wassergehalt in Böden verwendet, modelliert. Der Vorteil dieser Funktion besteht in dem Vorhandensein zweier horizontaler Asymptoten. Damit liegt  $P(t)$  über den gesamten Wertebereich zwischen 0 und 1. Dies wäre z.B. bei der Wahl einer linearen Gleichung nicht erfüllt.

$$P(t) = P_0 + \frac{P_\infty - P_0}{[1 + (at)^n]^{1-1/n}} \quad (20)$$

wobei  $0 < P_0, P_\infty < 1$ ,  $a > 0$  und  $n > 1$ . Die Schätzung der Parameter erfolgt durch die Verwendung einer Optimierung. Die Optimierung basiert auf der Minimierung der Residuenquadratsumme. Die Quadratsumme wird aus  $P(t)$  und den beobachteten Wahrscheinlichkeiten berechnet.  $P(t)$  wird für jede Aufteilungsklasse unabhängig von den anderen Klassen parametrisiert. Daraus folgt, dass bei der Optimierung Gleichung 19 nicht berücksichtigt wird.

Die Wahl dieses Modells stellt eine grobe Vereinfachung der beobachteten Daten dar. Vor allem bei einer Extrapolation der beobachteten Wahrscheinlichkeiten durch  $P(t)$ , sind die Wahrscheinlichkeiten durch die horizontalen Asymptoten außerhalb der beobachteten Zeitskala konstant. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht in seinem Verlauf zwischen definierten Grenzen ( $0 < P(t) < 1$ ) über den gesamten Wertebereich der Zeitskala. Diese Modellierung der beobachteten Wahrscheinlichkeiten wird für jeweils für  $P(0/1)$ ,  $P(1/0)$  und  $P(W/1-W)$  durchgeführt.

Während der Disaggregation eines Niederschlagsereignisses wird die Zuteilung zu einer Jahreszeit durch, das Datum des Startwertes bestimmt und gilt für alle Zeitintervalle des Ereignisses.

Da in dieser Arbeit Niederschlagsereignisse disaggregiert werden und diese durch ihre Definition mit einem Niederschlagsintervall beginnen und enden, werden bei der Disaggregation des ersten Niederschlagsintervalls auf jedem Level der Kaskade nur die Aufteilungsklassen  $1/0$  und  $W/1-W$  zugelassen. Genauso werden für das letzte Niederschlagsintervall auf jedem Level nur die Aufteilungsklassen  $0/1$  und  $W/1-W$  zugelassen. Dadurch wird unterbunden, dass Niederschlagsereignisse mit einem oder mehreren Intervallen ohne Niederschlag beginnen. Die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen wird aus diesem Grund für jedes Level angepasst.

Daraus ergibt sich, dass sich die Zufallskaskade durch die Parametrisierung für jede Jahreszeit aus  $4 * 4 * 3$  Parametern zur Parametrisierung der Aufteilungsklassen und  $4 * 2$  Parameter zur Modellierung der Alphas der Beta-Verteilung der BDCs zusammensetzt.

### **3.8 Anpassung der zeitlichen Auflösung der disaggregierten Niederschlagszeitreihe**

Durch die Disaggregation von Niederschlagsereignissen verschiedener Dauer entsteht eine Niederschlagszeitreihe mit unterschiedlichen Zeitintervallen, wobei die Zeitintervalle eines unabhängigen Ereignisses gleich sind. Für die Untersuchung der Ergebnisse wurde die zeitliche Auflösung der Ergebnisse an die zeitliche Auflösung der beobachteten Daten angepasst. Um die Niederschlagszeitreihe mit variierenden Zeitintervallen auf ein Zeitintervall einheitlicher Länge anzupassen, wird für die Verteilung des Niederschlages aus Gründen der Einfachheit eine Gleichverteilung angenommen.

### 3.9 Methoden der Auswertung

Zur Beurteilung des implementierten Modells wurde eine 500-jährige Niederschlagszeitreihe generiert (PRP-Daten). Die generierten Niederschlagsereignisse wurden im Anschluss auf eine Auflösung kleiner gleich 10 Minuten disaggregiert (disaggregierte Daten). Die Zeitintervalle dieser disaggregierten Daten wurden unter der Annahme gleichverteilter Niederschläge vereinheitlicht und im Anschluss mittels der berechneten kritischen Trockenzeit in Niederschlagsereignisse eingeteilt (Verarbeitungsstufe 1). Zusätzlich wurden diese Niederschlagsdaten mit angepassten Zeitintervallen erneut betrachtet indem Niederschlagshöhen  $< 0,1$  mm aus den Daten entfernt wurden und im Anschluss erneut in unabhängige Niederschlagsereignisse eingeteilt wurden (Verarbeitungsstufe 2). Die Niederschlagshöhe von 0,1 mm steht im Zusammenhang mit der Messgenauigkeit der beobachteten Niederschlagsdaten.

Der statistische Vergleich der beobachteten Daten mit den stochastisch generierten Niederschlagsdaten erfolgte zum einen basierend auf der Einteilung der Daten in unabhängige Niederschlagsereignisse um die Generierung von Niederschlagsereignissen und Trockenperioden durch das PRP-Modell zu analysieren. Zum anderen wurden die Rohdaten miteinander verglichen, um eine Betrachtung unabhängig von der Einteilung in Niederschlagsereignisse durch die kritische Trockenzeit vorzunehmen. Auf diese Weise soll die Disaggregation der Niederschlagsereignisse durch die multiplikative Zufallskaskade analysiert werden. Da dies nur mit Daten einheitlicher zeitlicher Auflösung möglich ist, wurden dafür die Ergebnisse mit angepassten Zeitintervallen genutzt.

Für den statistischen Vergleich der Daten wurden die Daten durch eine Kombination aus Violin- und Boxplots miteinander verglichen. Die Box der Boxplots stellt den Interquartilsabstand zwischen dem 25%- und dem 75%-Quantil dar. Die Whisker der Boxplots entsprechen dem 1,5-fachen des Interquartilsabstandes. Den Boxplots wird durch Violinplots zusätzlich die Information über die Wahrscheinlichkeitsdichte der Daten durch eine rotierte Dichtefunktion hinzugefügt. Weiterhin wird der Mittelwert der Daten durch ein Kreuz abgebildet. Folgende Daten wurden auf diese Weise miteinander verglichen:

- Ereignisbasierte Violin-Boxplots
  - Beobachtete Niederschlagsdaten (grau)
  - Ereignisse des PRP-Modells (orange)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen (blau)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen und Niederschlagsgrenzwert (grün)



- Ereignisunabhängige Violin-Boxplots
  - Beobachtete Niederschlagsdaten
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen und Niederschlagsgrenzwert

Weiterhin wurden die Daten durch Quantile-Quantile-Plots verglichen. Dabei wurden folgende Daten miteinander verglichen:

- Ereignisbasierte QQ-Plots
  - Beobachtete Niederschlagsdaten (x-Achse)
  - Ereignisse des PRP-Modells (y-Achse)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen (y-Achse)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen und Niederschlagsgrenzwert (y-Achse)
- Ereignisunabhängige QQ-Plots
  - Beobachtete Niederschlagsdaten (x-Achse)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen (y-Achse)
  - Ereignisse des PRP-Modells mit einheitlichen Zeitintervallen und Niederschlagsgrenzwert (y-Achse)

Folgende Parameter wurden durch die QQ-Plots und Violin-Boxplots betrachtet:

- Ereignisbasierte Plots
  - Trockenperioden zwischen Ereignissen
  - Dauer der Niederschlagsereignisse
  - Niederschlagshöhe der Ereignisse
  - Mittlere Intensität der Ereignisse
- Ereignisunabhängige Plots
  - Niederschlagshöhe (Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm)
  - Niederschlagsintensität (Zeitintervalle Intensität > 0 mm \* min<sup>-1</sup>)
  - Dauer Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm)
  - Dauer Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe = 0 mm).

Die Parametrisierung des PRP-Modells durch die Daten der Station HW2(10min) wurde mit Niederschlagsdaten der Stationen HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) verglichen. Dazu wurden die PRP-Parameter dieser Stationen berechnet und mit denen der Station HW2(10) verglichen. Die Parametrisierung der Zufallskaskade durch die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen und alphas der BDCs wurde mit den Stationen HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) verglichen indem diese Parameter für die Zeitskalen 120 Minuten, 240 Minuten, 480 Minuten und 960 Minuten berechnet wurden.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Parametrisierung des PRP-Modells

Die Parametrisierung des PRP-Modells ergibt sich aus den Gleichungen 14 – 16 und besteht aus den Parametern kritische Trockenzeit (Abbildung 6 a), mittlere Trockenperiode zwischen den Ereignissen (Abbildung 6 b), Mittelwert der mittleren Niederschlagsintensität eines Niederschlagsereignisses (Abbildung 6 c) und der mittleren Ereignisdauer (Abbildung 6 d). Die gerundeten Parameter sind in Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 2: Gerundete Parameter des PRP-Modells.

Jahreszeit	MDPD [min]	MTP [min]	MED [min]	MMNI [ $10^{-3}$ mm min $^{-1}$ ]
Frühling	1042	4619	1011	8,4
Sommer	896	3719	691	21
Herbst	1020	4289	1063	9,3
Winter	1423	4842	2076	5,8

Der Sommer hat mit 896 Minuten die kleinste kritische Trockenzeit. Der Winter unterscheidet sich mit der größten kritischen Trockenzeit von 1423 Minuten deutlich von denen der anderen Jahreszeiten. Die mittlere Trockenperiode ist, mit 3719 Minuten im Sommer am kleinsten und im Winter mit 4842 Minuten am größten. Genauso ist die mittlere Ereignisdauer im Sommer mit 691 Minuten am kleinsten und im Winter mit 2076 Minuten am größten. Die Mittelwerte der Ereignisdauern sind kleiner als die Mittelwerte der Trockenperioden.

Die Werte der kritischen Trockenzeit und der mittleren Ereignisdauer im Winter weichen deutlich von den Werten der anderen Jahreszeiten ab. Umgekehrt ist der Mittelwert der mittleren Ereignisintensität im Winter mit  $5,8 \cdot 10^{-3}$  mm min $^{-1}$  am kleinsten und mit  $21 \cdot 10^{-3}$  mm min $^{-1}$  am größten. Der Wert im Sommer unterscheidet sich dabei deutlich von den Anderen. Bei den Parametern des PRP-Modells sind saisonale Unterschiede zu erkennen.

In Abbildung 7 ist der Vergleich der Parameter des PRP-Modells für die Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h), FH(1h) dargestellt. Die Abweichungen zwischen den Parametern der einzelnen Stationen sind, mit Ausnahme der Mittelwerte der mittleren Ereignisintensität der Station HW2(10min), gering.

Die beobachteten Häufigkeiten der Größen Trockenperiode, Niederschlagsdauer, Niederschlagshöhe und mittlere Intensität eines Niederschlagsereignisses sind in Abbildung A 1 bis Abbildung A 4 als Histogramm und Dichtefunktion abgebildet. In den Abbildung A 5 bis Abbildung A 8 werden die

beobachteten Häufigkeiten aller Größen für die Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich abgebildet. Die Verteilungen der einzelnen Stationen weisen keine großen Unterschiede auf.

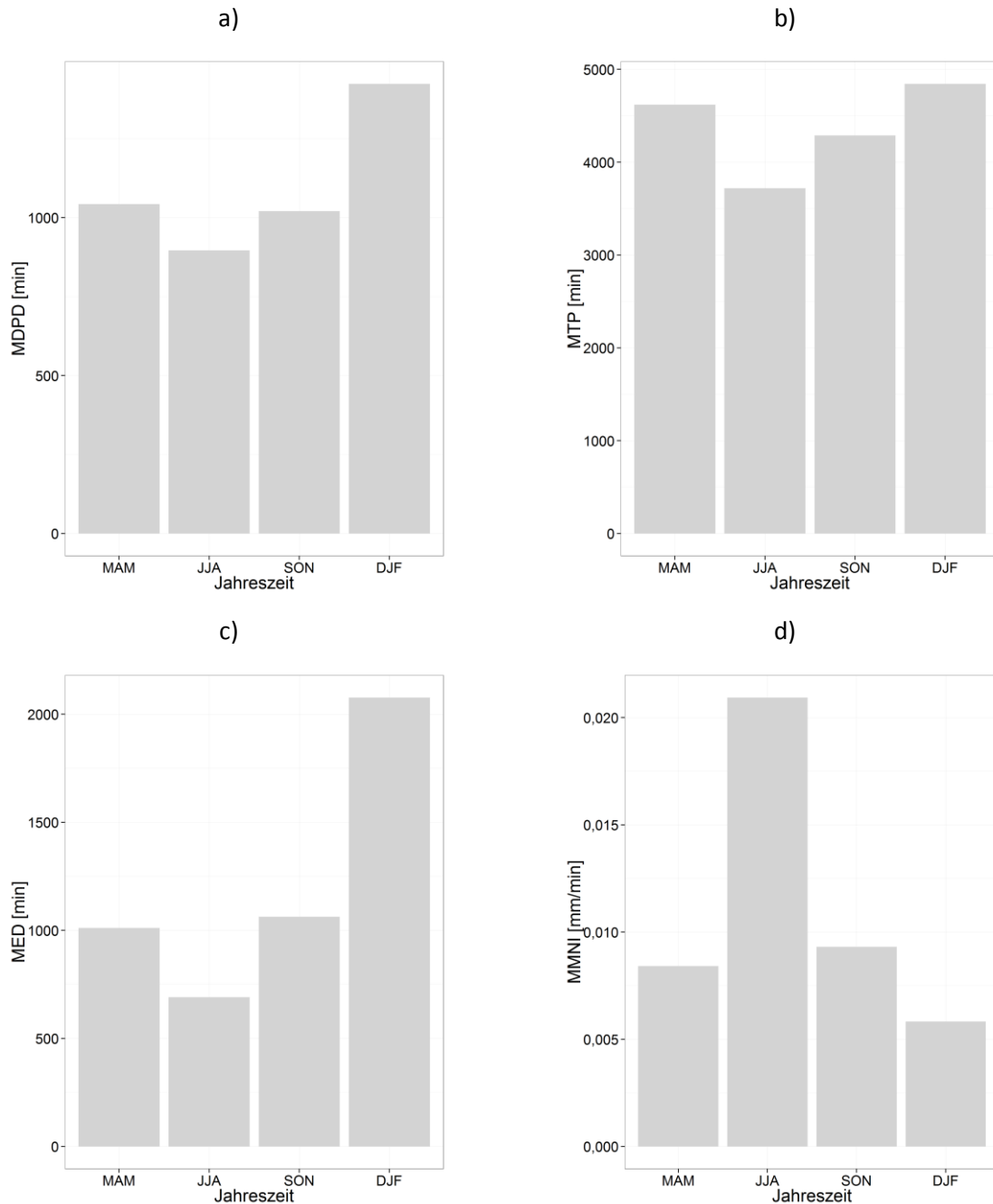


Abbildung 6: Parameter des PRP-Modells, (a) kritische Trockenzeit, (b) mittlere Trockenperiode, (c) mittlere Ereignisdauer (d) Mittelwert der mittleren Ereignisintensität.

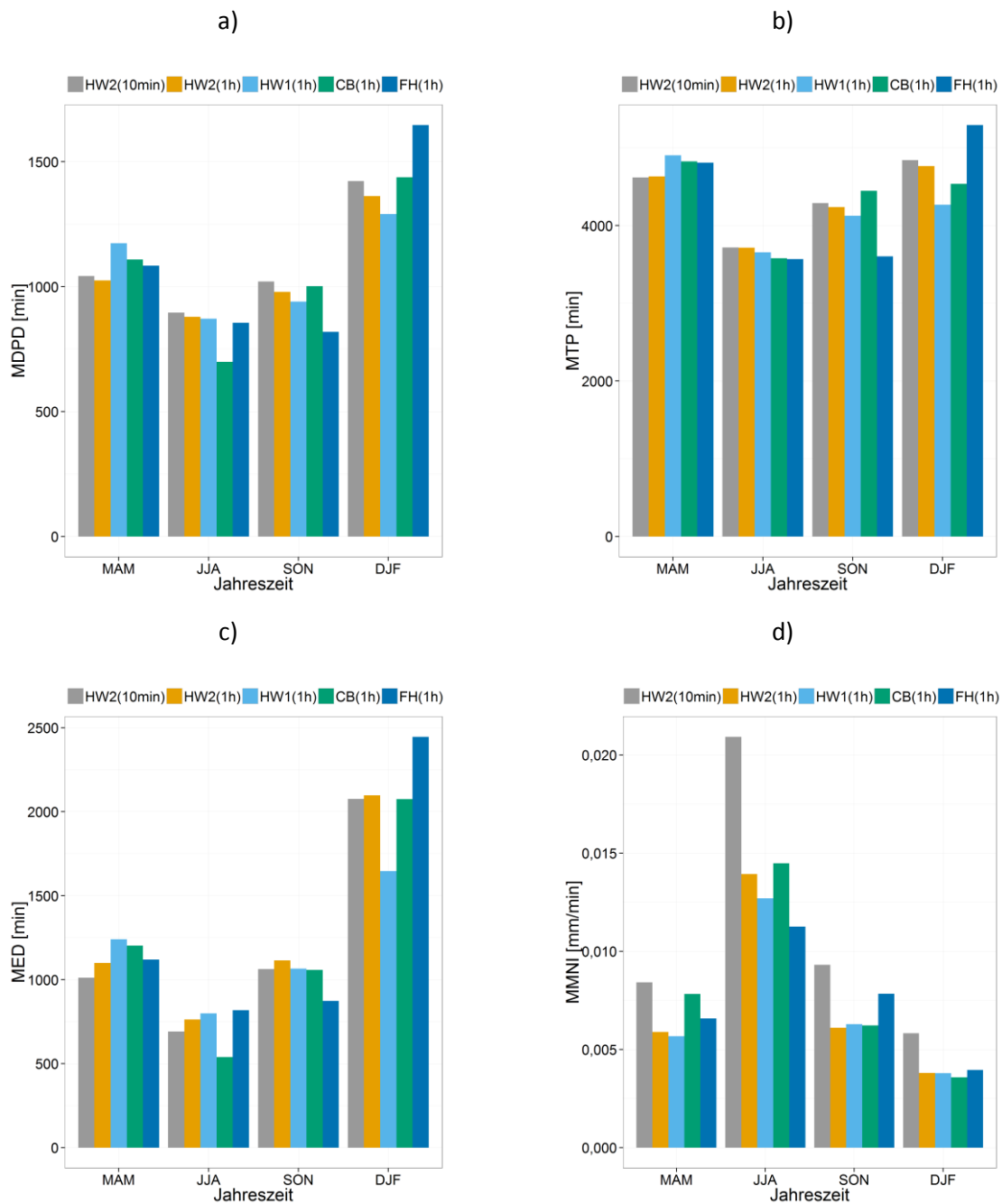


Abbildung 7: Parameter des PRP-Modells der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h), FH(1h), (a) kritische Trockenzeit, (b) mittlere Trockenperiode, (c) mittlere Ereignisdauer (d) Mittelwert der mittleren Ereignisintensität

Die Variationskoeffizienten der Gleichungen 14 bis 16 sind in Abbildung 8 zu sehen. Der Variationskoeffizient der Exponentialverteilung  $CV = 1$  wird durch eine horizontale Linie dargestellt. Die maximale Abweichung und die mittlere Abweichung von  $CV = 1$  für alle Parameter sind in Tabelle 3 zu sehen. Die Variationskoeffizienten der Trockenperioden liegen sehr nah an dem der Exponentialverteilung. Im Mittel beträgt die Differenz 0,01 und die maximale Differenz beträgt 0,02 (Frühling). Die größte maximale Differenz mit 1,08 ist im Herbst für die Niederschlagshöhe zu

beobachten. Gleiches gilt für die größte mittlere Differenz (0,67). In Abbildung 9 sind die Variationskoeffizienten der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich dargestellt. Die Werte stimmen, mit Ausnahme der Variationskoeffizienten der mittleren Ereignisintensität, gut überein.

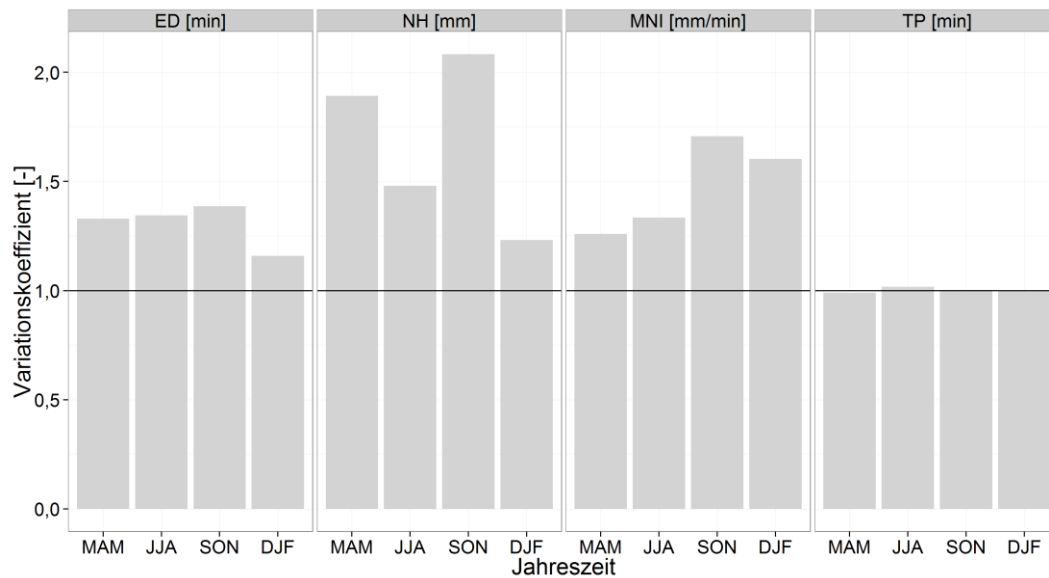


Abbildung 8: Variationskoeffizienten der Parameter des PRP-Modells.

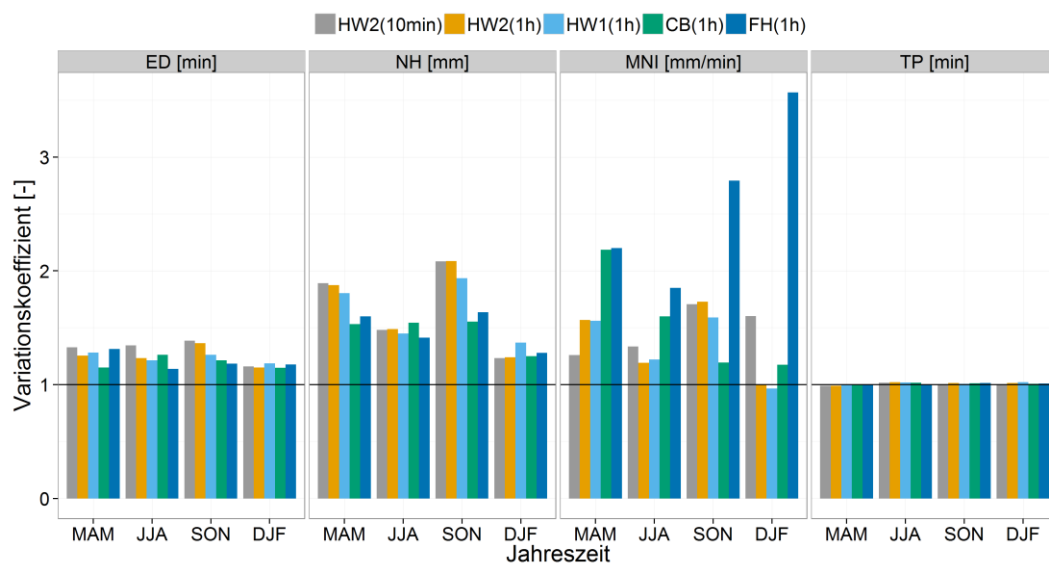


Abbildung 9: Variationskoeffizienten der Parameter des PRP-Modells der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich.

Tabelle 3: Abweichungen der Variationskoeffizienten der Parameter Ereignisdauer, Niederschlagshöhe eines Ereignisses, mittlere Intensität eines Ereignisses und Trockenperiode vom Variationskoeffizienten der Exponentialverteilung  $CV = 1$ .

Parameter	Maximale Differenz	Mittlere Differenz
Ereignisdauer	0,39	0,30
Niederschlagshöhe eines Ereignisses	1,08	0,67
Mittlere Intensität eines Ereignisses	0,71	0,48
Trockenperiode	0,02	0,01

Zur Beurteilung ob die Niederschlagsereignisse einem Poisson-Prozess entsprechen wurden die Quotienten aus dem Mittelwert der Ereignisse und dem Mittelwert der Trockenperioden (Gleichung 2) berechnet (Abbildung 10). Die Horizontale gibt den Wert 1 an von dem sich die Quotienten deutlich unterscheiden sollten. Der größte Wert ist 0,43 (Winter) und der kleinste Wert 0,18 (Sommer). Die Vergleiche dieser Quotienten für die Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) (Abbildung 11) zeigt kaum Unterschiede.

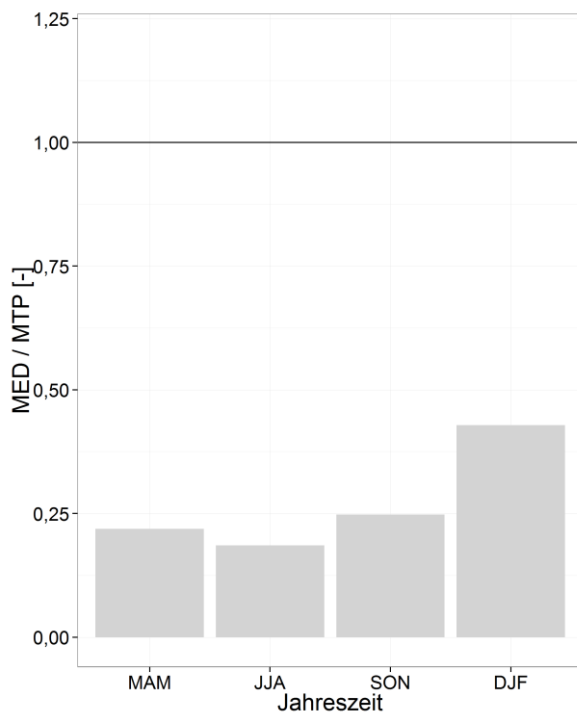


Abbildung 10: Quotienten aus dem Mittelwert der Ereignisse und dem Mittelwert der Trockenperioden (Gleichung 2).

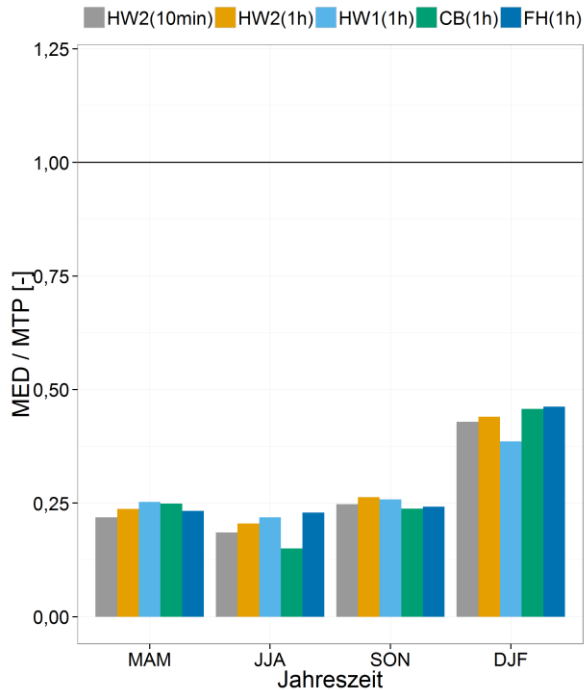


Abbildung 11: Quotienten aus dem Mittelwert der Ereignisse und dem Mittelwert der Trockenperioden der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich.

## 4.2 Parametrisierung der mikrokanonischen Zufallskaskade

Zur Parametrisierung der mikrokanonischen Zufallskaskade wurden die Niederschlagsdaten schrittweise von 10 Minuten bis auf 1280 Minuten aggregiert. Die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen der BDCs nach Gleichung 18 und ihre Modellierung durch  $P(t)$  (Gleichung 20) ist in Abbildung 12 zu sehen. Die Parameter von  $P(t)$  und die Korrelation von  $P(t)$  zu den beobachteten Daten nach Pearson, sind für alle Aufteilungsklassen in Tabelle 4 zusammengefasst. Die saisonalen Unterschiede der einzelnen Aufteilungsklassen sind gering.  $P(t)$  stimmt gut mit den beobachteten Wahrscheinlichkeiten überein. Die maximale Korrelation beträgt 0,9971 ( $P(0/1)$ , Sommer). Die minimale Korrelation beträgt 0,6653 ( $P(0/1)$ , Winter).  $P(W/1-W)$  ist immer größer als  $P(1/0)$  oder  $P(0/1)$  und nimmt mit abnehmender Zeitskala zu.  $P(W/1-W)$  liegt über die gesamte Zeitskala zwischen 0,3474 und 0,5499. Umgekehrt nehmen  $P(1/0)$  und  $P(0/1)$  mit kleiner werdender Zeitskala ab. Die Werte von  $P(1/0)$  und  $P(0/1)$  ähneln sich über die gesamte Zeitskala. Die Werte für  $P(1/0)$  liegen zwischen 0,2369 und 0,3393. Die Werte für  $P(0/1)$  liegen zwischen 0,2141 und 0,2955. In den Jahreszeiten Sommer und Winter ist die Summe der drei Aufteilungsklassen (Gleichung 19) immer nah bei 1. Im Frühling und Herbst weicht die Summe geringfügig von 1 ab und liegt zwischen 0,9754 und 1,0275.

In Abbildung 13 werden die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen der Stationen HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) mit der Parametrisierung dieser Wahrscheinlichkeiten durch Station HW2(10min) verglichen. Die Wahrscheinlichkeiten stimmen gut überein. Die  $R^2$  zur Beurteilungen des



Zusammenhanges der Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen und deren Modellierung ist in Tabelle A 2 dargestellt.

In Abbildung A 11 ist die Anzahl der beobachteten Aufteilungsklassen, aus denen die Wahrscheinlichkeiten gebildet wurden, für jede Zeitskala zu sehen.

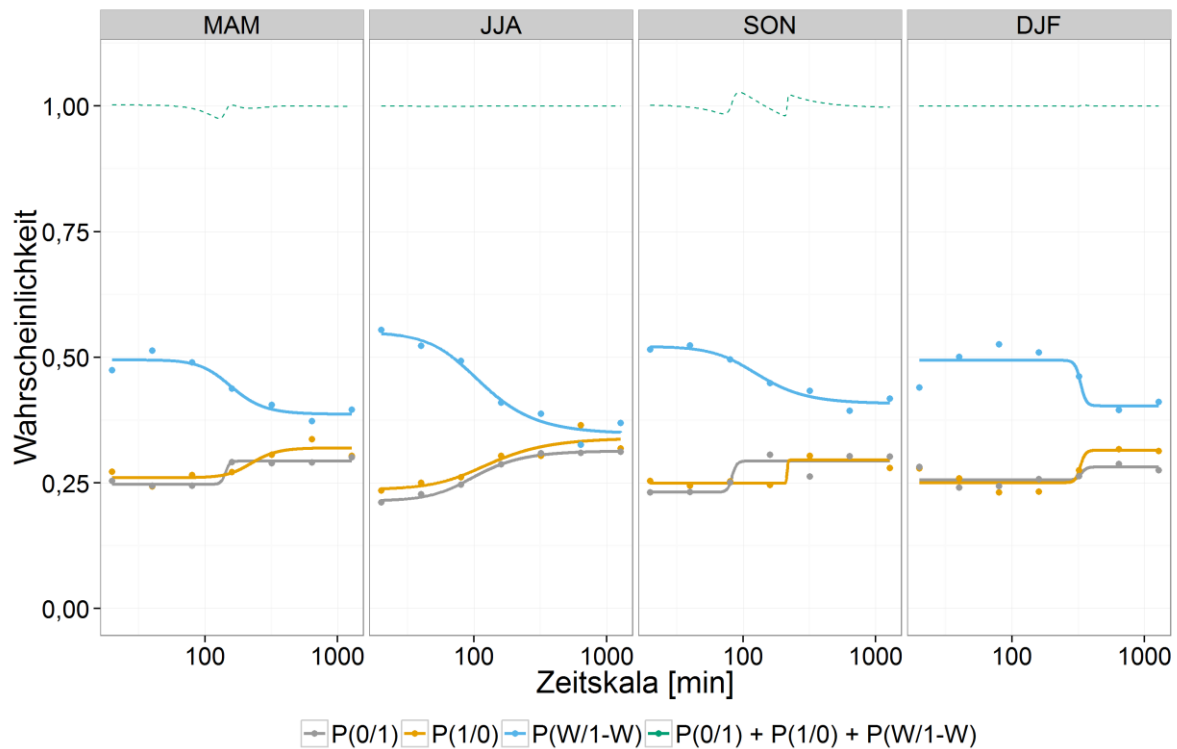


Abbildung 12: Beobachtete Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen über die Zeitskala und ihre Modellierung durch  $P(t)$  (Gleichung 20), sowie Summe der modellierten Aufteilungsklassen über die Zeitskala (grüne Linie).

Tabelle 4: Parametrisierung von  $P(t)$  (Gleichung 20) für alle Aufteilungsklassen, Werte gerundet.

Jahreszeit	Aufteilung	$P_0$	$P_\infty$	a	n	Korrelation
Frühling	P(0/1)	0,2472	0,2933	0,007	26,4292	0,9806
Frühling	P(1/0)	0,2603	0,3196	0,0048	4,8725	0,9096
Frühling	P(X/X)	0,4948	0,3866	0,007	3,9203	0,9649
Sommer	P(0/1)	0,2141	0,3135	0,0123	2,8288	0,9971
Sommer	P(1/0)	0,2369	0,3393	0,0108	2,4087	0,9232
Sommer	P(X/X)	0,5499	0,3474	0,0118	2,5539	0,9799
Herbst	P(0/1)	0,2317	0,2935	0,0121	25,0519	0,9028
Herbst	P(1/0)	0,2492	0,2955	0,0046	120,1134	0,9444

Herbst	P(X/X)	0,5215	0,4075	0,0095	2,8324	0,9792
Winter	P(0/1)	0,2558	0,2816	0,003	22,5893	0,6653
Winter	P(1/0)	0,2503	0,3151	0,0031	22,7981	0,8831
Winter	P(X/X)	0,4939	0,4033	0,003	21,2536	0,8453

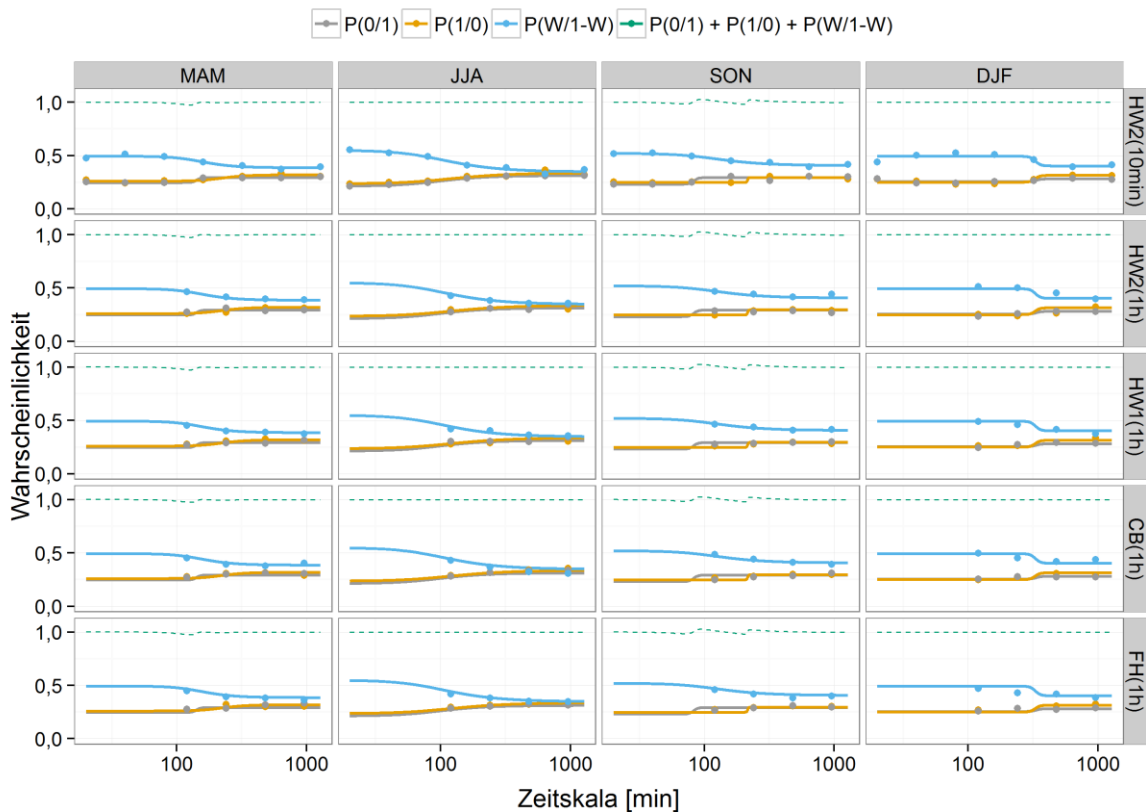


Abbildung 13: Die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen in Abhängigkeit von der Zeitskala der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich zur Modellierung durch  $P(t)$  (Gleichung 20) der Station HW2(10min).

Die Histogramme der ermittelten BDCs für jede, durch die Aggregationen entstandene, Zeitskala und die Anpassung der symmetrischen Beta-Verteilung (Gleichung 10) an die Daten ist in Abbildung 14 zu sehen. Die Varianz der BDCs nimmt mit abnehmender Zeitskala ab. Bei den kleineren Zeitskalen ist eine besonders hohe Wahrscheinlichkeitsdichte in der Nähe des BDC 0,5 zu sehen. Saisonal unterscheiden sich die Histogramme der BDCs nur gering voneinander. Die  $R^2$  zur Beurteilungen des Zusammenhanges der alphas der BDCs und deren Modellierung ist in Tabelle A 3 dargestellt.

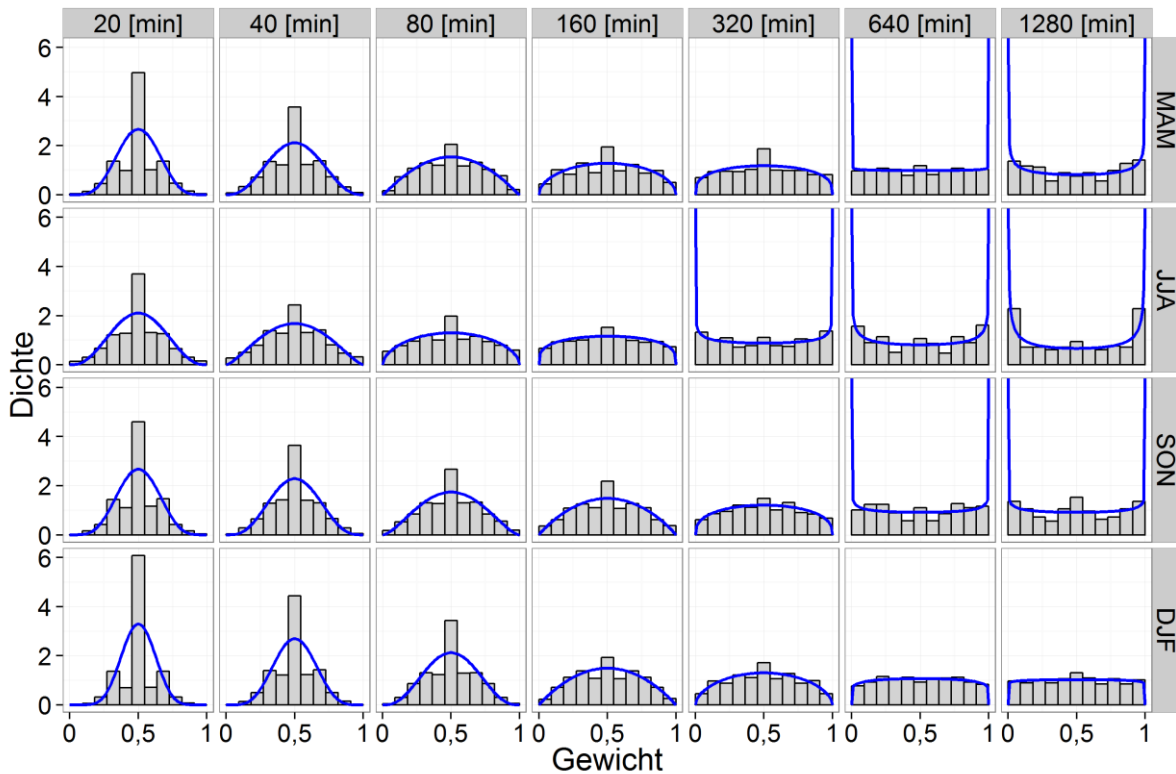


Abbildung 14: Histogramme der beobachteten BDCs der verschiedenen Zeitskalen und die angepassten Betaverteilungen (blaue Linien).

Die Ergebnisse der Modellierung der alphas der symmetrischen Betaverteilung in Abhängigkeit von der Zeitskala durch die Gleichung 11 wird in Abbildung 15 dargestellt. Die Parameter  $a_0$  und  $H$  sowie das Bestimmtheitsmaß ( $R^2$ ) zur Beurteilung der Approximation der beobachteten alphas durch Gleichung 11 sind in Tabelle 5 aufgelistet. Die Parameter gleichen den Parametern der Arbeit von Menabde und Sivapalan (2000). Die Daten werden durch Gleichung 11 gut abgebildet. Das kleinste  $R^2$  ist 0,9629. In Abbildung 16 sind die berechneten alphas der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich zur Parametrisierung der alphas durch Station HW2(10min) dargestellt. Die alphas aller Stationen stimmen gut mit der Parametrisierung durch Station HW2(10min) überein.

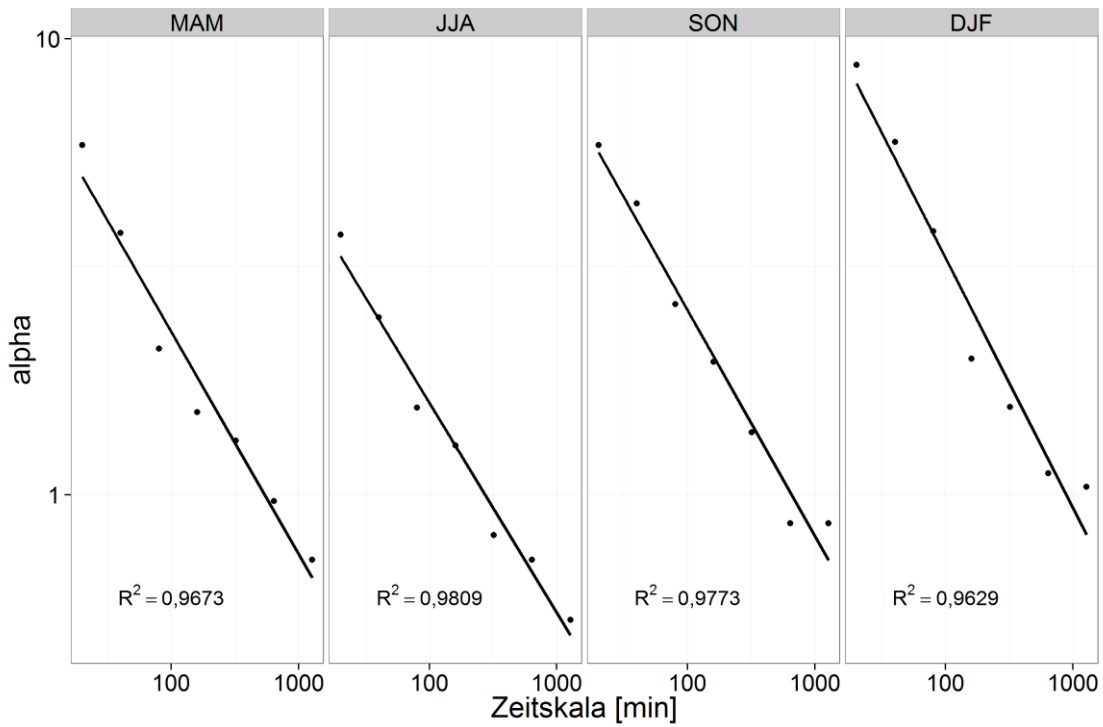


Abbildung 15: Modellierung der alphas der Betaverteilung der BDCs in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11.

Tabelle 5: Parameter zur Modellierung der alphas der Betaverteilung in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11, Werte auf vierte Nachkommastelle gerundet.

Jahreszeit	$a_0$	H	$R^2$
Frühling	21,4368	0,4871	0,9673
Sommer	13,2264	0,4600	0,9809
Herbst	24,8315	0,4951	0,9773
Winter	41,1535	0,5478	0,9629

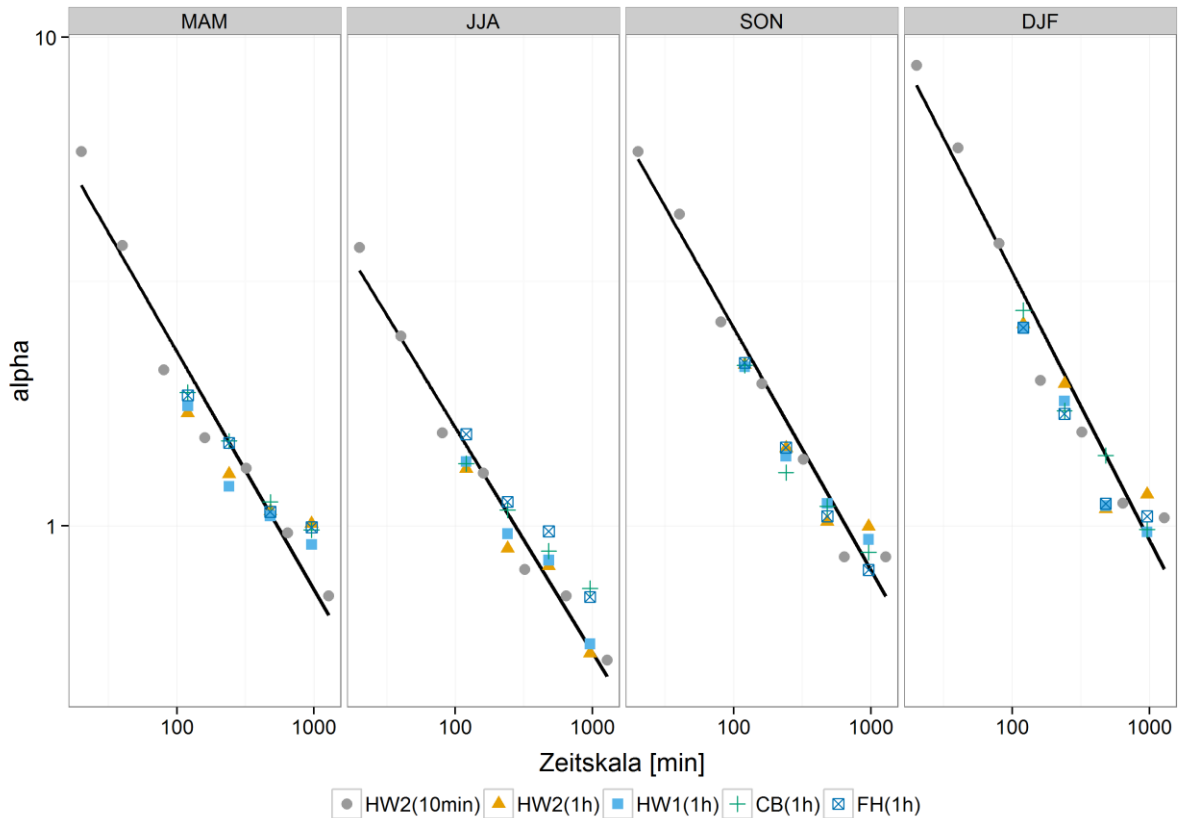


Abbildung 16: Modellierung der alphas der Betaverteilung der BDCs in Abhängigkeit von der Zeitskala durch Gleichung 11 und alphas der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h).

### 4.3 Vergleich der beobachteten Niederschlagsdaten mit den stochastisch generierten Niederschlagsdaten

#### 4.3.1 Ereignisbasierte Vergleiche

In Abbildung 17 sind die Violin-Boxplots der Trockenperioden zu sehen. In Tabelle 6 werden die Kenngrößen der beobachteten Trockenperioden zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten beobachtete Daten (BEO), PRP Daten (PRP), Verarbeitungsstufe 1 (VS1) und Verarbeitungsstufe 2 (VS2) zeigt sich:

- Die Mittelwerte des PRP-Modells entsprechen den Mittelwerten der beobachteten Daten. Die Mittelwerte der Daten mit vereinheitlichten Zeitintervallen (Verarbeitungsstufe 1) sind geringfügig kleiner, wobei die größte relative Abweichung -10 % beträgt (Winter). Die Mittelwerte der Daten einheitlicher Zeitintervallen und mit Niederschlagsgrenzwert (Verarbeitungsstufe 2) sind größer als die beobachteten Mittelwerte, wobei die größte relative Abweichung 15 % beträgt (Winter).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Der kleinste Median der beobachteten Daten tritt im Sommer auf und beträgt 2300 Minuten. Der größte Median der beobachteten

Daten tritt im Frühling auf und beträgt 2995 Minuten. Die Mediane der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufen 1 und 2 sind immer größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen sind bei den Daten der Verarbeitungsstufe 2 am größten. Die größte relative Abweichung der Verarbeitungsstufe 2 beträgt 47 % (Winter).

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 1370 Minute (Herbst) und 2005 Minuten (Winter). Die größten relativen Abweichungen der 25%-Quantile von den beobachteten Daten treten bei den Daten der Verarbeitungsstufe 2 auf und betragen bis zu 34 % (Frühling). Die kleinsten relativen Abweichungen treten in Verarbeitungsstufe 1 auf und betragen maximal 12 % (Frühling). Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 4620 Minuten (Sommer) und 6077 Minuten (Frühling). Die relativen Abweichungen von den 75%-Quantilen der beobachteten Daten sind, mit Ausnahme des Winters der PRP-Daten (14 %), für die PRP-Daten und die Verarbeitungsstufe 1 gering. Die 75%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 sind immer größer als die der beobachteten Daten. Die relative Abweichung beträgt bis zu 35 % (Winter). Die Interquartilsabstände der beobachteten Daten liegen zwischen 3250 Minuten (Sommer) und 4490 Minuten (Frühling).
- Die maximalen Trockenperioden der beobachteten Daten liegen zwischen 24990 Minuten (Sommer) und 37910 Minuten (Frühling). Die maximalen Trockenperioden der Verarbeitungsstufe 2 sind immer größer als die der beobachteten Daten und liegen zwischen 34140 Minuten (Sommer) und 49150 Minuten (Frühling). Die maximalen Trockenperioden der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 31520 Minuten (Sommer) und 43410 Minuten (Herbst). Die maximalen Trockenperioden der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 sind im Sommer und Herbst größer als die maximalen Trockenperioden der beobachteten Daten dieser Jahreszeiten. Berücksichtigt man im Frühling und Winter jeweils nicht den letzten Ausreißer der beobachteten Daten, sind auch dort die maximalen Trockenperioden der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 größer als die maximale Trockenperiode dieser Jahreszeiten in den beobachteten Daten.
- Die maximalen Dichten der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 sind größer als die der beobachteten Daten. Die Trockenzeiten dieser maximalen Dichten liegen für die PRP-Daten und die beobachten nah beieinander. Die Trockenzeiten der maximalen Dichte der Verarbeitungsstufe 2 sind im Vergleich zu den beobachteten Daten immer kleiner. Die Dichtefunktionen der Verarbeitungsstufe 2 weichen geringfügig von den Dichtefunktionen der beobachteten Daten ab.

In Abbildung 18 werden die Verteilung der Trockenperiode der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten mit der Verteilung der Trockenperiode der beobachteten Daten verglichen. Die Verteilungen aller Varianten weichen geringfügig von der

Verteilung der beobachteten Daten ab. In den PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 werden die Trockenperioden > 10000 Minuten unterschätzt. Die Abweichung ist in der Verarbeitungsstufe 1 am stärksten ausgeprägt. Die Darstellung mit logarithmierten Achsen (Abbildung 18, rechts) zeigt, dass die PRP-Daten und die Verarbeitungsstufe 2 die kürzeren Trockenperioden geringfügig überschätzt.

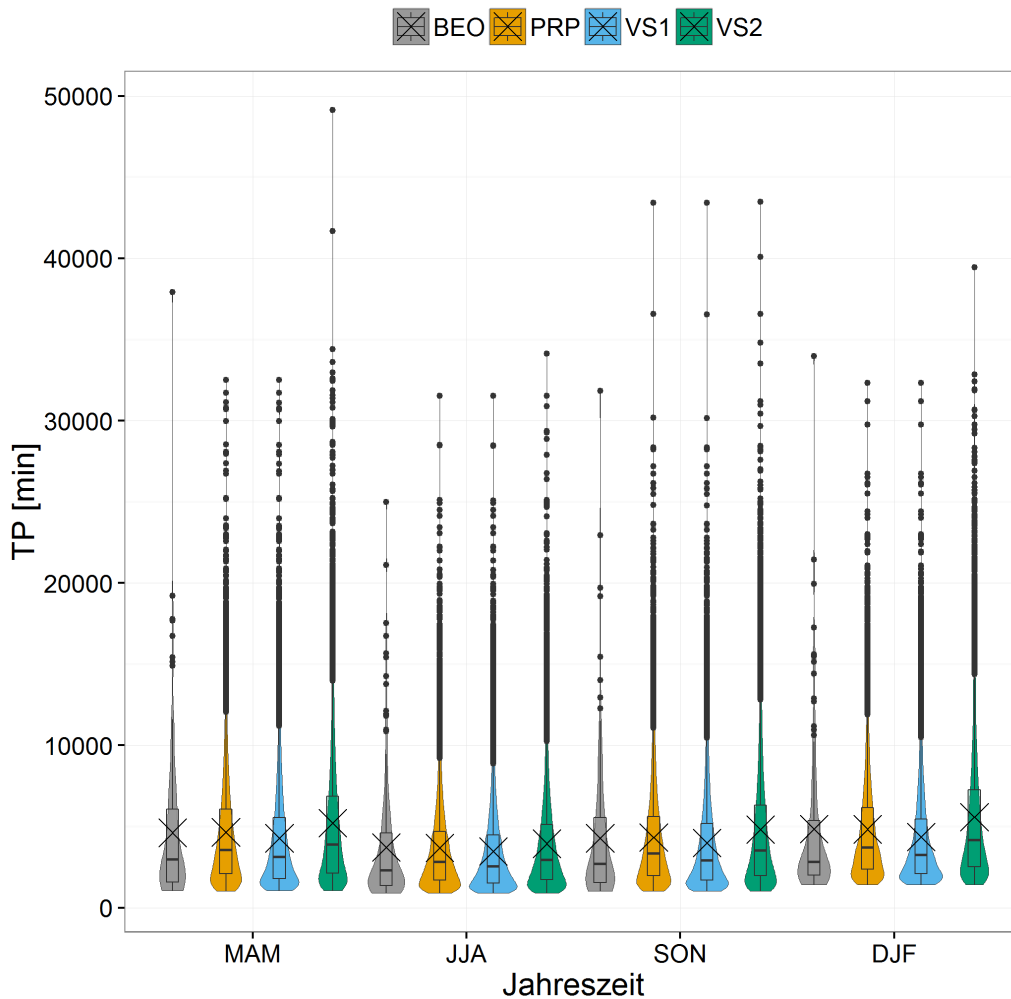


Abbildung 17: Vergleich der beobachteten Trockenperioden (grau) mit den Trockenperioden der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün).

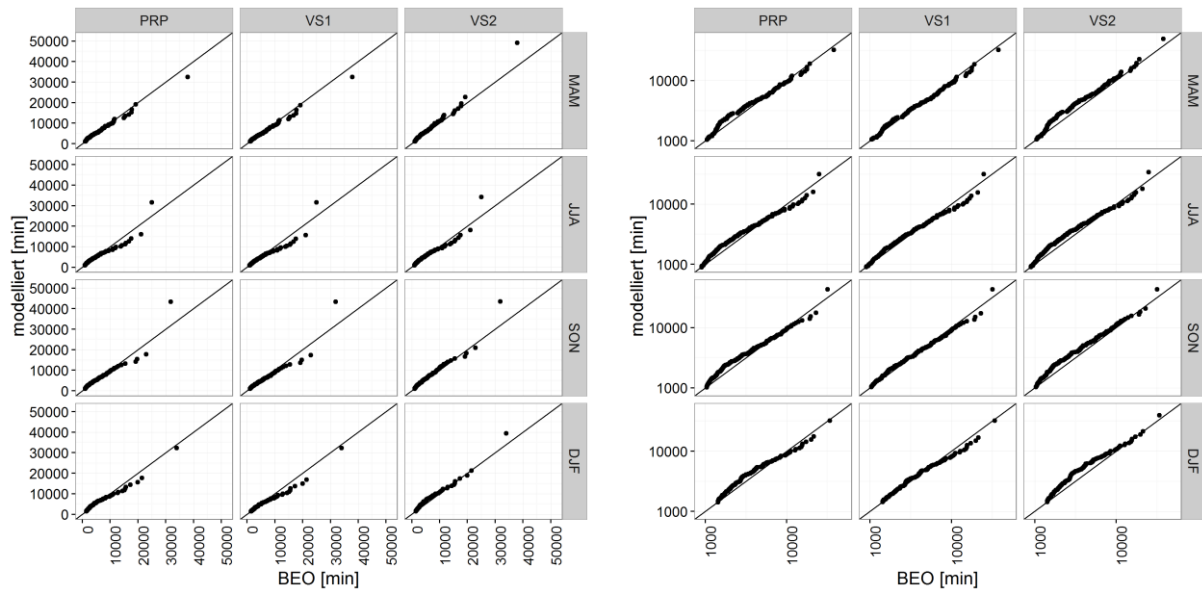


Abbildung 18: (links) Vergleich der Verteilungen der Trockenperioden der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 6: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Trockenperioden.

Jahreszeit	Min.	$Q_{0,25}$	Median	Mittelwert	$Q_{0,75}$	Max.
Frühling (MAM)	1050	1587,5	2995	4618.6	6077,5	37910
Sommer (JJA)	900	1370	2300	3719.2	4620	24990
Herbst (SON)	1040	1555	2720	4288.7	5565	31840
Winter (DJF)	1430	2005	2840	4842.0	5380	33970

In Abbildung 19 sind die Violin-Boxplots der Ereignisdauern zu sehen. In Tabelle 7 werden die Kenngrößen der beobachteten Ereignisdauern zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte des PRP-Modells entsprechen den Mittelwerten der beobachteten Daten. Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufe 1 und der Verarbeitungsstufe 2 sind kleiner als die Mittelwerte der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen  $-24\%$  (Sommer) und  $-46\%$  (Winter). Die relativen Abweichungen der Verarbeitungsstufe 2 liegen zwischen  $-42\%$  (Sommer) und  $-65\%$  (Winter).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Die Mediane der beobachteten Daten liegen zwischen 340 Minuten (Sommer) und 1335 Minuten (Winter). Die Mediane der PRP-Daten sind größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen der PRP-Daten liegen zwischen  $8\%$  (Winter) und  $87\%$  (Herbst). Die Mediane der Verarbeitungsstufe 1 sind im Frühling und Winter kleiner als die Mediane der beobachteten Daten. Die größte relative Abweichung beträgt  $-37\%$  (Winter). Im Sommer und Herbst sind



die Mediane der Verarbeitungsstufe 1 größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die größte relative Abweichung beträgt 42 % (Herbst). Die Mediane der Verarbeitungsstufe 2 sind kleiner als die Mediane der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -5 % (Herbst) und -63 % (Winter).

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 70 Minuten (Sommer) und 197,5 Minuten (Winter). Die 25%-Quantile aller Varianten sind, mit Ausnahme der 25%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 (Frühling und Winter), immer größer als die 25%-Quantile der beobachteten Daten. Die kleinsten relativen Abweichungen von den 25%-Quantilen der beobachteten Daten treten in Verarbeitungsstufe 2 auf und liegen zwischen -9 % (Frühling) und 62 % (Herbst). Die größten relativen Abweichungen treten in den PRP-Daten auf und liegen zwischen 166 % (Frühling) und 300 % (Herbst). Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 870 Minuten (Sommer) und 3262,5 Minuten (Winter). Die 75%-Quantile aller Varianten sind, mit Ausnahme der 75%-Quantile der PRP-Daten (Sommer und Herbst), immer kleiner als die 75%-Quantile der beobachteten Daten. Die kleinsten relativen Abweichungen von den 75%-Quantilen der beobachteten Daten treten in den PRP-Daten auf und liegen zwischen -1 % (Frühling) und -11 % (Winter). Die größten relativen Abweichungen treten in Verarbeitungsstufe 2 auf und liegen zwischen -33 % (Sommer) und -66 % (Winter). Die Interquartilsabstände der beobachteten Daten liegen zwischen 800 Minuten (Sommer) und 3065 Minuten (Winter).
- Die maximalen Ereignisdauern der beobachteten Daten liegen zwischen 5270 Minuten (Sommer) und 12390 Minuten (Winter). Die maximalen Ereignisdauern der PRP-Daten sind immer größer als die maximalen Ereignisdauern der beobachteten Daten. Die relative Abweichung der PRP-Daten von den beobachteten Daten liegt zwischen 1 % (Frühling) und 80 % (Winter). Die maximalen Ereignisdauern der Verarbeitungsstufen 1 und 2 sind immer kleiner als die maximalen Ereignisdauern der beobachteten Daten, wobei die Werte der Verarbeitungsstufe 2 immer kleiner als die Werte der Verarbeitungsstufe 1 sind. Die relative Abweichung der Verarbeitungsstufe 1 liegt zwischen -14 % (Herbst) und -45 % (Sommer). Die relative Abweichung der Verarbeitungsstufe 2 liegt zwischen -29 % (Herbst) und -57 % (Frühling).
- Die maximalen Dichten in allen Varianten sind größer als in den beobachteten Daten. Die kleinsten maximalen Dichten treten in den PRP-Daten auf die größten maximalen Dichten treten in Verarbeitungsstufe 2 auf. Die Ereignisdauer der maximalen Dichte ist in den PRP-Daten größer als in den beobachteten Daten. Die Ereignisdauer der maximalen Dichte der Verarbeitungsstufe 1 gleicht der der beobachteten Daten. Die Ereignisdauer der maximalen Dichte der Verarbeitungsstufe 2 ist kleiner als die Werte der beobachteten Daten.

In Abbildung 20 werden die Verteilung der Ereignisdauern der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten mit der Verteilung der Ereignisdauern der beobachteten Daten verglichen. Die Verteilung der PRP-Daten stimmt, bis auf eine leichte Unterschätzung längerer Ereignisse, gut mit der Verteilung der beobachteten Daten überein. In den Verarbeitungsstufen 1 und 2 werden die Ereignisdauern systematisch unterschätzt.

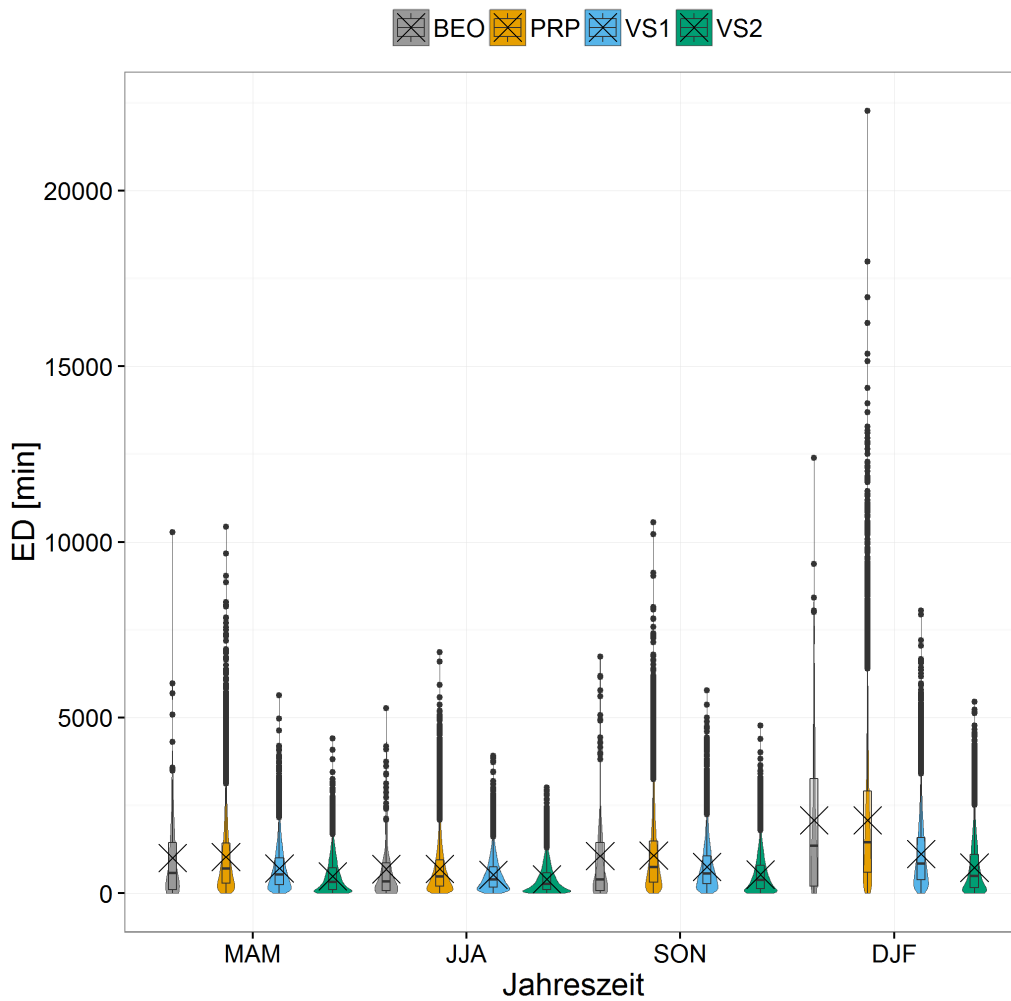


Abbildung 19: Vergleich der beobachteten Ereignisdauern (grau) mit den Ereignisdauern der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün).

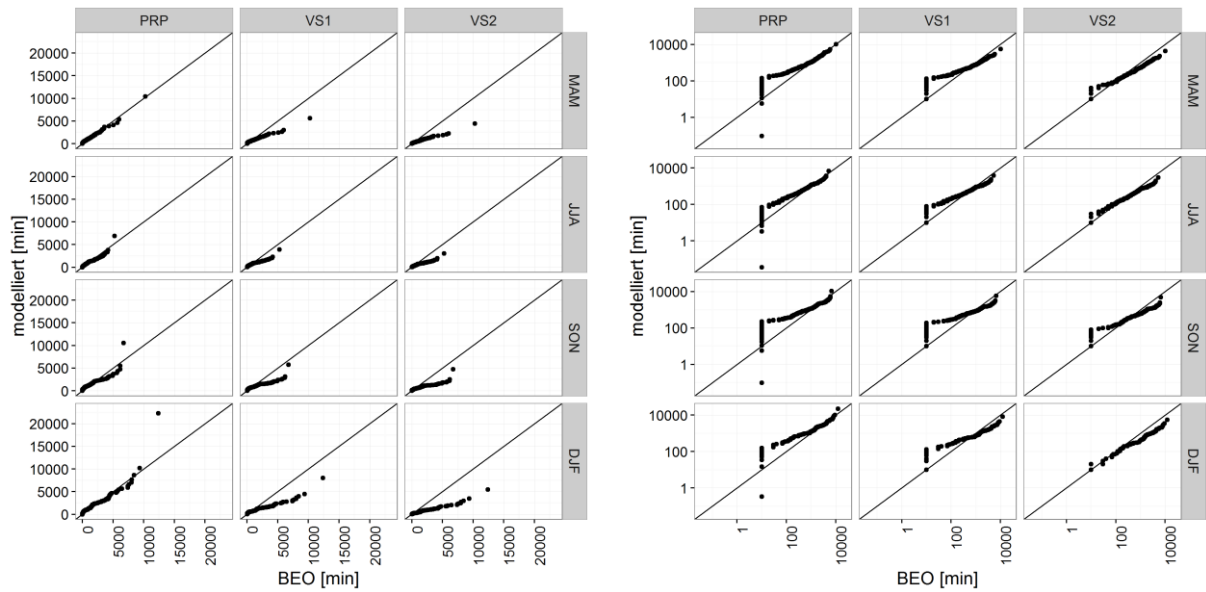


Abbildung 20: (links) Vergleich der Verteilungen der Ereignisdauern der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 7: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Ereignisdauern.

Jahreszeit	Min.	$Q_{0,25}$	Median	Mittelwert	$Q_{0,75}$	Max.
Frühling (MAM)	10	110	585	1011,1	1445	10270
Sommer (JJA)	10	70	340	690,6	870	5270
Herbst (SON)	10	80	400	1062,8	1450	6730
Winter (DJF)	10	197,5	1355	2076,0	3262,5	12390

In Abbildung 21 sind die Violin-Boxplots der Niederschlagshöhen der Ereignisse zu sehen. In Tabelle 8 werden die Kenngrößen der beobachteten Niederschlagshöhen der Ereignisse zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte aller Varianten sind größer als die Mittelwerte der beobachteten Daten. Die Mittelwerte der beobachteten Daten liegen zwischen 5,8 mm (Frühling) und 9,1 mm (Sommer). Die kleinsten relativen Abweichungen von den beobachteten Mittelwerten treten in Verarbeitungsstufe 1 auf. Die relativen Abweichungen in Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 34 % (Frühling) und 53 % (Winter). Die größten relativen Abweichungen von den beobachteten Mittelwerten treten in den PRP-Daten auf. Die relativen Abweichungen der PRP-Daten liegen zwischen 51 % (Frühling) und 95 % (Winter).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Die Mediane der beobachteten Daten liegen zwischen 1,5 mm (Frühling) und 3,4 mm (Sommer). Die Mediane aller Varianten sind größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die geringsten relativen Abweichungen von

den beobachteten Daten treten in Verarbeitungsstufe 1 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 25 % (Winter) und 147 % (Herbst). Die größten relativen Abweichungen aller Varianten treten im Herbst auf und betragen maximal 183 % (Verarbeitungsstufe 2).

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 0,2 mm (Herbst) und 0,9 mm (Winter). Die 25%-Quantile aller Varianten sind größer als die beobachteten 25%-Quantile. Die kleinsten relativen Abweichungen der 25%-Quantile von den beobachteten Daten treten in Verarbeitungsstufe 1 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 4 % (Winter) und 408 % (Herbst). Die größten relativen Abweichungen aller Varianten treten im Herbst auf und betragen maximal 558 % (Verarbeitungsstufe 2). Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 7,1 mm (Herbst) und 12,1 (Sommer). Die 75%-Quantile aller Varianten sind größer als die beobachteten 75%-Quantile. Die kleinsten relativen Abweichungen von den beobachteten 75%-Quantilen treten in Verarbeitungsstufe 1 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 16 % (Frühling) und 43 % (Herbst). Die relativen Abweichungen der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 2 liegen, mit Ausnahme des Winters, nah beieinander. Die maximale relative Abweichung aller Daten beträgt 61 % (Winter, PRP-Daten). Die Interquartilsabstände der beobachteten Daten liegen zwischen 6,9 mm (Herbst) und 11,5 mm (Sommer).
- Die maximalen Niederschlagshöhen der beobachteten Ereignisse liegen zwischen 38,3 mm (Winter) und 120,3 mm (Frühling). Die maximalen Niederschlagshöhen aller Varianten sind größer als die beobachteten Niederschlagshöhen. Die größten relativen Abweichungen von den beobachteten maximalen Niederschlagshöhen treten in den PRP-Daten auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 108 % (Herbst) und 823 % (Winter). Die relativen Abweichungen der Verarbeitungsstufen 1 und 2 liegen nah beieinander. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 108 % (Frühling) und 814 % (Winter).
- Die minimale Niederschlagshöhe der beobachteten Daten liegt durch die Auflösung des Niederschlagsmessers bei 0,1 mm. Gleiches gilt, da alle Niederschlagshöhen  $< 0,1$  aus den Daten entfernt wurden, für die minimale Niederschlagshöhe der Verarbeitungsstufe 2. Die kleinste minimale Niederschlagshöhe der PRP-Daten beträgt  $3,5 \cdot 10^{-6}$  mm (Sommer). Die kleinste minimale Niederschlagshöhe der Verarbeitungsstufe 1 beträgt  $9,3 \cdot 10^{-12}$  mm (Frühling).
- Die Dichtefunktionen aller Varianten ähneln sich in ihrem Verlauf und zeigen geringere Dichten der Niederschlagshöhen nahe 0,1 mm. Dies gilt besonders für die PRP-Daten und die Verarbeitungsstufe 1.

In Abbildung 22 werden die Verteilung der Niederschlagshöhen der Ereignisse der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten mit der Verteilung der

Niederschlagshöhen der Ereignisse der beobachteten Daten verglichen. In allen Varianten ist eine systematische Überschätzung der größeren Niederschlagshöhen im Vergleich zu den beobachteten Daten zu sehen. Im Bereich geringer Niederschlagshöhen (Abbildung 22, rechts) stimmen die Verteilungen der Verarbeitungsstufe 2 mit den beobachteten Daten am besten überein.

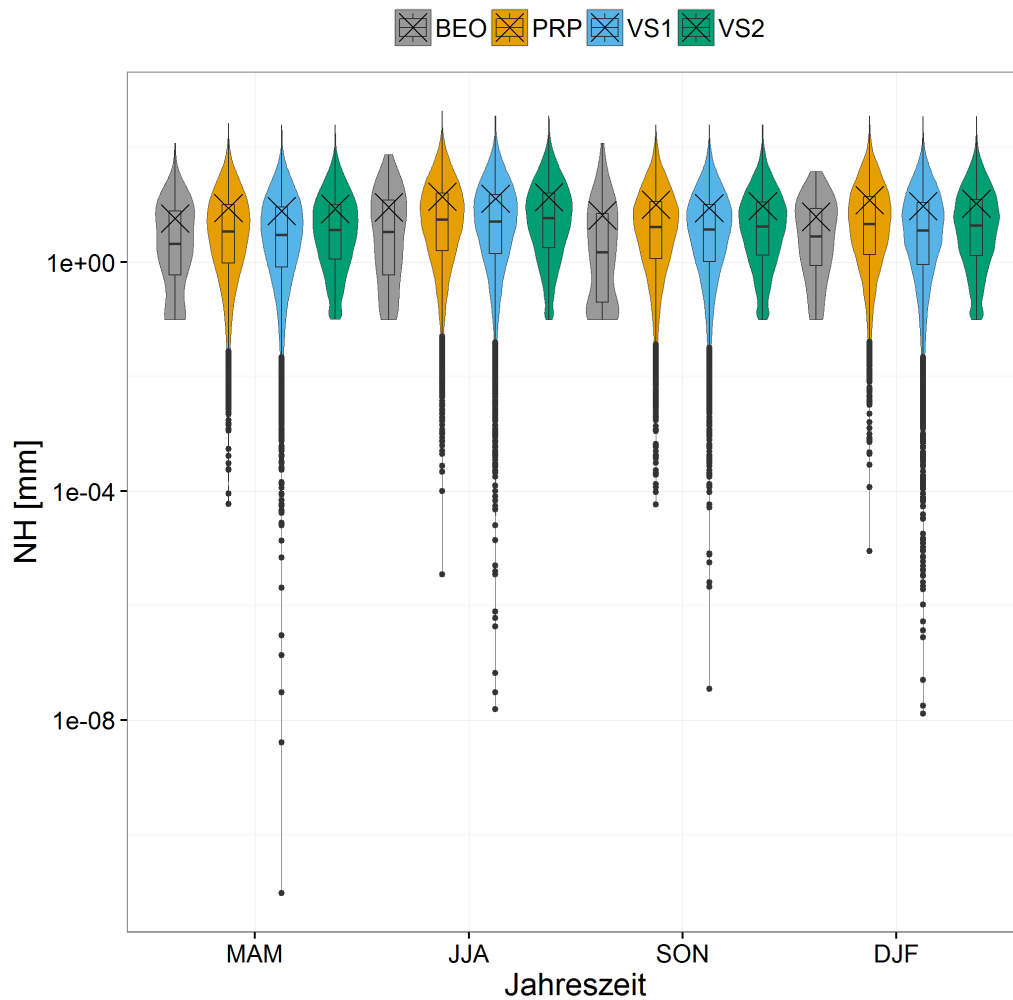


Abbildung 21: Vergleich der beobachteten Niederschlagshöhen der Ereignisse (grau) mit den Niederschlagshöhen der Ereignisse der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.

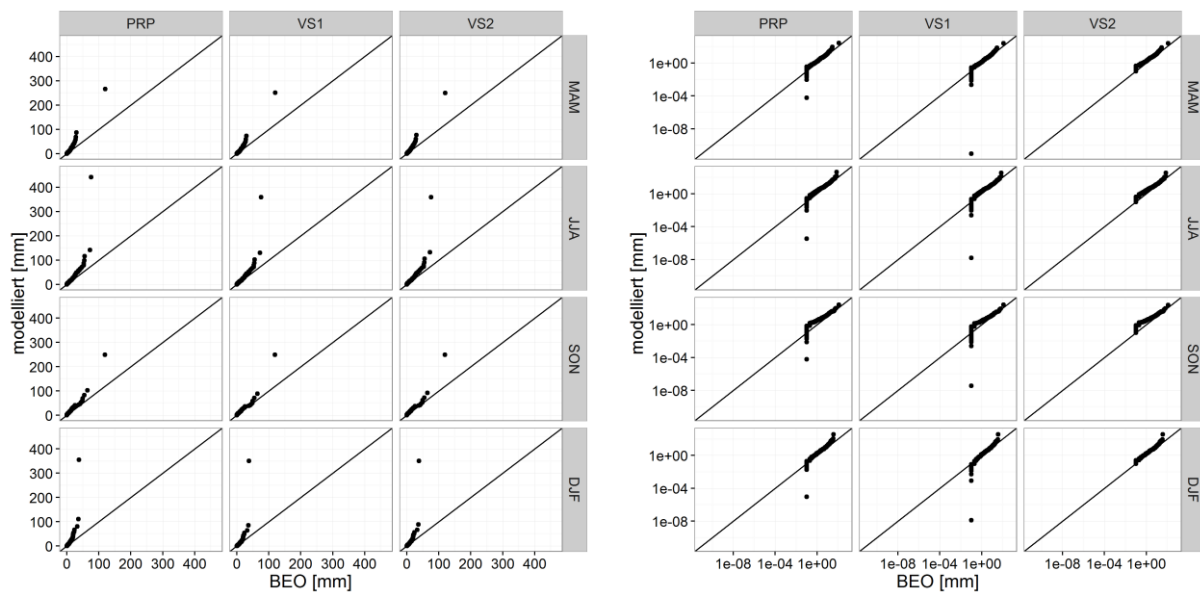


Abbildung 22: (links) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagshöhen der Ereignisse der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. (rechts) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 8: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagshöhen der Ereignisse.

Jahreszeit	Min.	Q <sub>0,25</sub>	Median	Mittelwert	Q <sub>0,75</sub>	Max.
Frühling (MAM)	0,1	0,6	2,1	5,8	7,8	120,3
Sommer (JJA)	0,1	0,6	3,4	9,1	12,1	75,8
Herbst (SON)	0,1	0,2	1,5	6,6	7,1	119,5
Winter (DJF)	0,1	0,875	2,85	6,2	8.65	38,3

In Abbildung 23 sind die Violin-Boxplots der mittleren Intensitäten der Ereignisse zu sehen. In Tabelle 9 werden die Kenngrößen der beobachteten mittleren Intensitäten der Ereignisse zusammengefasst.

Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte des PRP-Modells entsprechen den Mittelwerten der beobachteten Daten. Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufen 1 und 2 sind größer als die beobachteten Mittelwerte. Die größten relativen Abweichungen von den beobachteten Mittelwerten treten in Verarbeitungsstufe 2 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 130 % (Sommer) und 318 % (Winter).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Die Mediane der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,004 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter) und  $0,01 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Sommer). Die Mediane aller Varianten sind, mit Ausnahme der PRP-Daten (Frühling) und der Verarbeitungsstufe 1 (Frühling), größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die größten relativen Abweichungen treten in Verarbeitungsstufe 2 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 92 % (Sommer) und 202 % (Winter). Die relativen Abweichungen der PRP-Daten

und der Verarbeitungsstufe 1 liegen, mit Ausnahme der Werte im Winter, nah beieinander. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 2 % (Herbst) und 27 % (Winter, Verarbeitungsstufe 1).

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,002 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter) und  $0,006 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Sommer). Die größten relativen Abweichungen von den 25%-Quantilen der beobachteten Daten treten in Verarbeitungsstufe 2 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 106 % (Sommer) und 228 % (Herbst). Die 25%-Quantile der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 sind im Frühling und Winter kleiner (-5 % bis -30 %) und im Herbst größer (28 % und 24 %) als die beobachteten 25%-Quantile. Im Herbst liegen die 25%-Quantile der PRP-Daten und der Verarbeitungsstufe 1 nahe bei den beobachteten 25%-Quantilen. Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,006 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter) und  $0,02 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Sommer). Die 75%-Quantile aller Varianten sind größer als die beobachteten 75%-Quantile. Die kleinsten relativen Abweichungen von den beobachteten 75%-Quantilen treten in den PRP-Daten auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 17 % (Frühling) und 30 % (Herbst). Die größten relativen Abweichungen von den beobachteten 75%-Quantilen treten in Verarbeitungsstufe 2 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 91 % (Sommer) und 205 % (Winter). Die Interquartilsabstände der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,005 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter) und  $0,017 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Sommer).
- Die maximalen mittleren Intensitäten der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,09 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter) und  $0,2 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Sommer). Die maximalen mittleren Intensitäten der PRP-Daten sind immer kleiner als die maximalen mittleren Intensitäten der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -4 % (Sommer) und -45 % (Winter). Die maximalen mittleren Intensitäten der Verarbeitungsstufen 1 und 2 sind gleich groß und größer als die maximalen mittleren Intensitäten der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 2171 % (Herbst) und 4517 % (Winter).
- Die minimalen mittleren Intensitäten der beobachteten Daten liegen zwischen  $0,22 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Herbst) und  $0,36 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Frühling). Die kleinste minimale mittlere Intensität der PRP-Daten beträgt  $10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Frühling). Die kleinste minimale mittlere Intensität der Verarbeitungsstufe 1 beträgt  $3,14 \cdot 10^{-13} \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Frühling). Die kleinste minimale mittlere Intensität der Verarbeitungsstufe 2 beträgt  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$  (Winter).
- Die Dichtefunktionen der Verarbeitungsstufe 2 zeigen im Vergleich zu den anderen Varianten die besten optischen Übereinstimmungen.

In Abbildung 24 werden die Verteilung der mittleren Intensitäten der Ereignisse der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten mit der Verteilung der mittleren Intensitäten der Ereignisse der beobachteten Daten verglichen. Für die Verteilungen der PRP-Daten ist zu sehen, dass die Modellergebnisse deutlich geringere Minima liefern. Für die Verteilungen der Verarbeitungsstufe 1 ist zu sehen, dass die geringen mittleren Intensitäten systematisch unterschätzt und die höheren mittleren Intensitäten systematisch überschätzt werden. Für die Verteilungen der Verarbeitungsstufe 2 ist zu sehen, dass die geringen mittleren Intensitäten überschätzt werden. Die Abweichungen sind nicht so groß wie bei den Verteilungen der PRP-Daten oder der Verarbeitungsstufe 1. Für höhere mittleren Intensitäten ist eine systematische Überschätzung zu sehen.

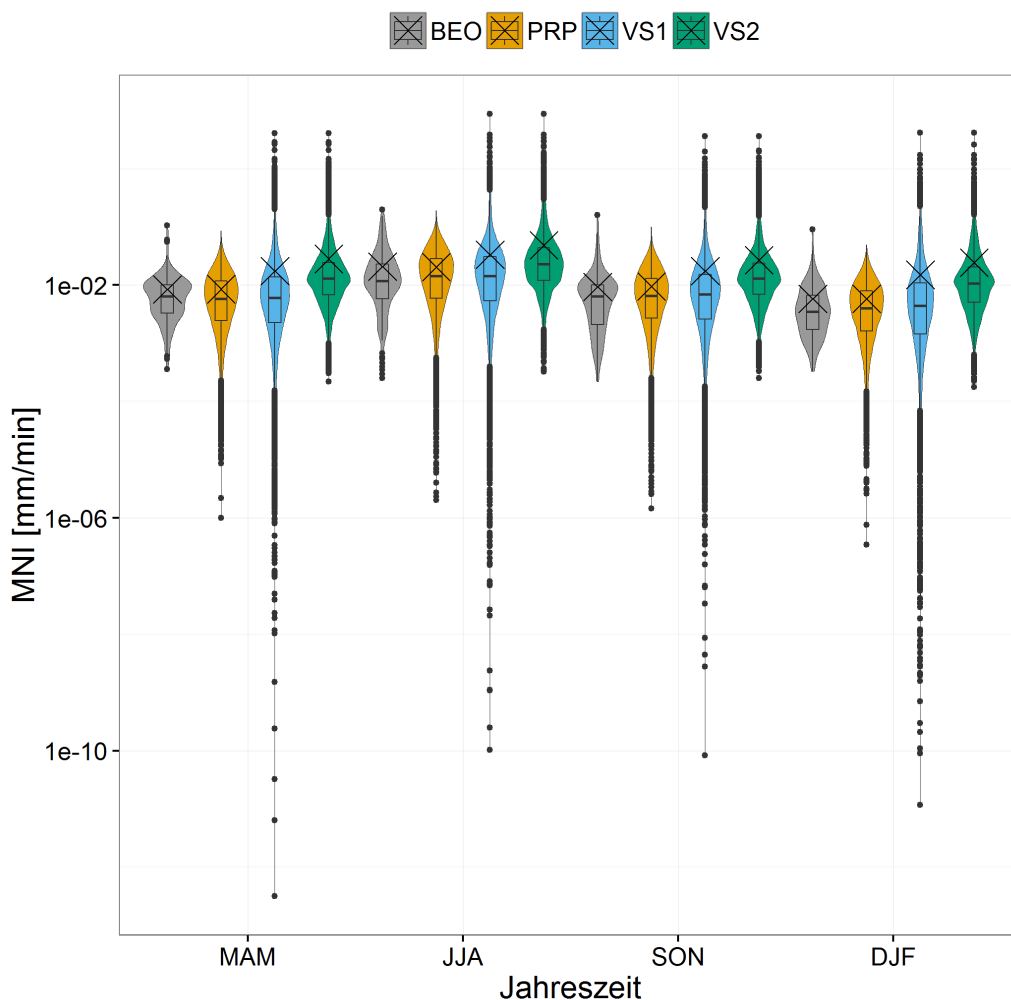


Abbildung 23: Vergleich der beobachteten mittleren Intensitäten der Ereignisse (grau) mit den mittleren Intensitäten der Ereignisse der PRP-Daten (orange), der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.



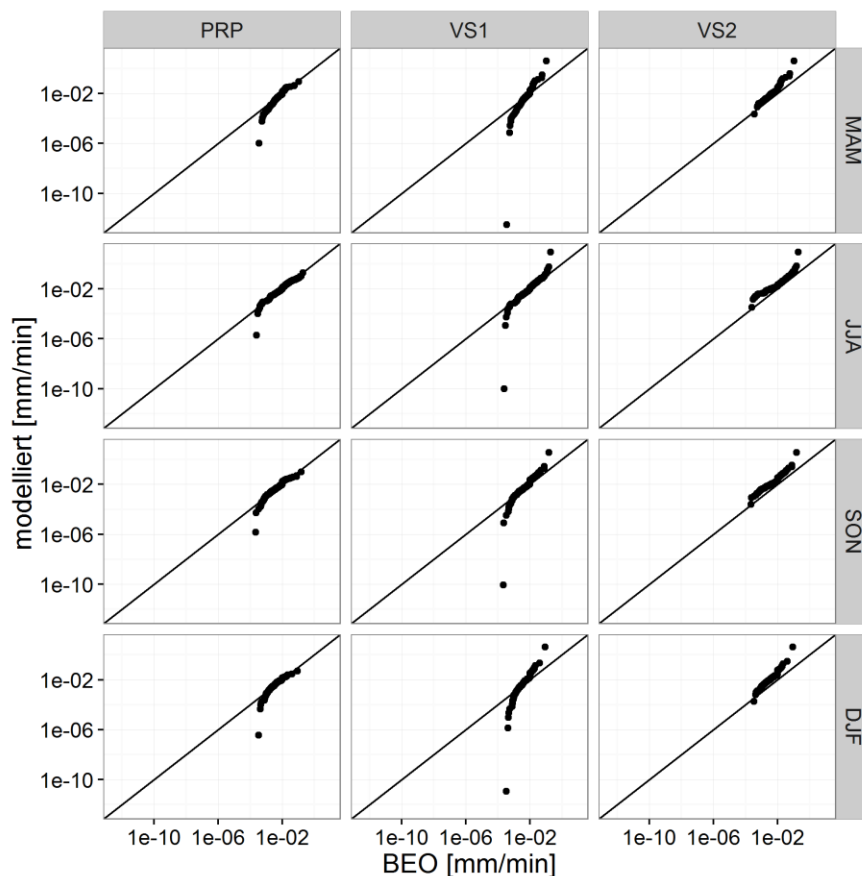


Abbildung 24: Vergleich der Verteilungen der mittleren Intensitäten der Ereignisse der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1, Verarbeitungsstufe 2 und der PRP-Daten. Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.

Tabelle 9: Kenngrößen der beobachteten (BEO) mittleren Intensitäten der Niederschlagsereignisse.

Jahreszeit	Min.	Q <sub>0,25</sub>	Median	Mittelwert	Q <sub>0,75</sub>	Max.
Frühling (MAM)	0,0004	0,003	0,006	0,008	0,01	0,11
Sommer (JJA)	0,0003	0,006	0,012	0,021	0,02	0,20
Herbst (SON)	0,0002	0,002	0,006	0,009	0,01	0,16
Winter (DJF)	0,0003	0,002	0,004	0,006	0,007	0,09

#### 4.3.2 Vergleich der Daten unabhängig von der Einteilung in Niederschlagsereignisse

In Abbildung 25 sind die Violin-Boxplots der Niederschlagshöhe der Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm zu sehen. In Tabelle 10 werden die Kenngrößen der beobachteten Niederschlagshöhen zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte der beobachteten Niederschlagshöhen liegen zwischen 0,16 mm (Winter) und 0,48 mm (Sommer). Die Mittelwerte der beiden Varianten sind größer als die beobachteten Mittelwerte. Die kleinsten relativen Abweichungen treten in

Verarbeitungsstufe 1 auf. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 49 % (Sommer) und 98 % (Winter). Die relativen Abweichungen der Verarbeitungsstufe 2 liegen zwischen 185 % (Sommer) und 428 % (Winter).

- Die Mediane der beobachteten Daten sind 0,1 mm (Frühling, Herbst und Winter) und 0,2 mm (Sommer). Die Mediane der Verarbeitungsstufe 1 sind kleiner als die beobachteten Mediane. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -36 % (Herbst) und -59 % (Winter). Die Mediane der Verarbeitungsstufe 2 sind größer als die beobachteten Mediane. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 139 % (Sommer) und 254 % (Frühling).
- Die 25-%-Quantile der beobachteten Niederschlagshöhen sind in allen Jahreszeiten 0,1 mm. Die 25-%-Quantile der Verarbeitungsstufe 1 sind kleiner als die 25-%-Quantile der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -83 % (Sommer) und -94 % (Winter). Die 25-%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 sind größer als die beobachteten 25-%-Quantile. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 78 % (Winter) und 116 % (Sommer). Die 75-%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 0,2 mm (Frühling und Winter) und 0,4 mm (Sommer). Die 75-%-Quantile der Verarbeitungsstufe 1 sind, mit Ausnahme des Wertes im Herbst, größer als die 75-%-Quantile der beobachteten Daten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 0,4 % (Winter) und 25 % (Frühling). Die relative Abweichung im Herbst beträgt -8 %. Die 75-%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 sind größer als die beobachteten Quantile. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 177 % (Herbst) und 318 % (Frühling). Die Interquartilsabstände der beobachteten Niederschlagshöhen liegen zwischen 0,1 mm (Frühling) und 0,3 mm (Sommer).
- Die maximalen Niederschlagshöhen der betrachteten Daten liegen zwischen 3,3 mm (Winter) und 15,1 mm (Sommer). Die maximalen Werte der beiden Verarbeitungsstufen sind identisch. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 465 % (Sommer) und 4845 % (Winter).
- Die minimale Niederschlagshöhe der beobachteten Daten beträgt, durch die Auflösung der Messtechnik, 0,1 mm. Die minimalen Niederschlagshöhen der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen  $5,7 \cdot 10^{-13}$  mm (Frühling) und  $4,8 \cdot 10^{-12}$  mm (Winter). Die minimale Niederschlagshöhe der Verarbeitungsstufe 2 liegt durch die Entfernung der Niederschläge  $< 0,1$  sehr nah an diesem Grenzwert.
- Die Dichten der beobachteten Niederschlagshöhen und der Verarbeitungsstufen 1 und 2 weichen voneinander ab. Die Dichtefunktion der beobachteten Daten besitzt, durch die Messgenauigkeit von 0,1 mm, mehrere lokale Maxima.

In Abbildung 26 werden die Verteilung der Niederschlagshöhen (Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm) der Verarbeitungsstufen 1 und 2 mit den Niederschlagshöhen der beobachteten Daten verglichen. Die Niederschlagshöhen werden in beiden Verarbeitungsstufen systematisch überschätzt.

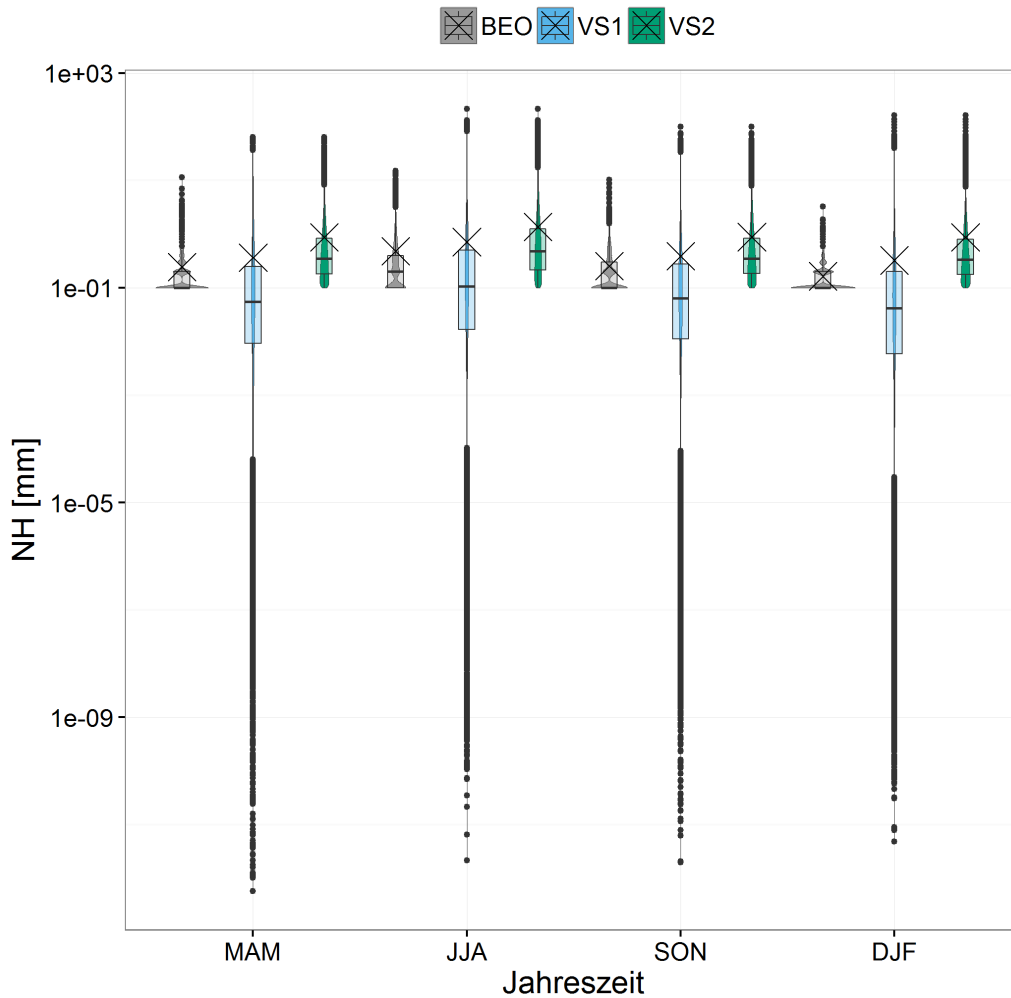


Abbildung 25: Vergleich aller Niederschlagshöhen basierend auf den Zeitintervallen der beobachteten Daten (grau) mit den Niederschlagshöhen basierend auf den Zeitintervallen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert. Es wurden Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm betrachtet.

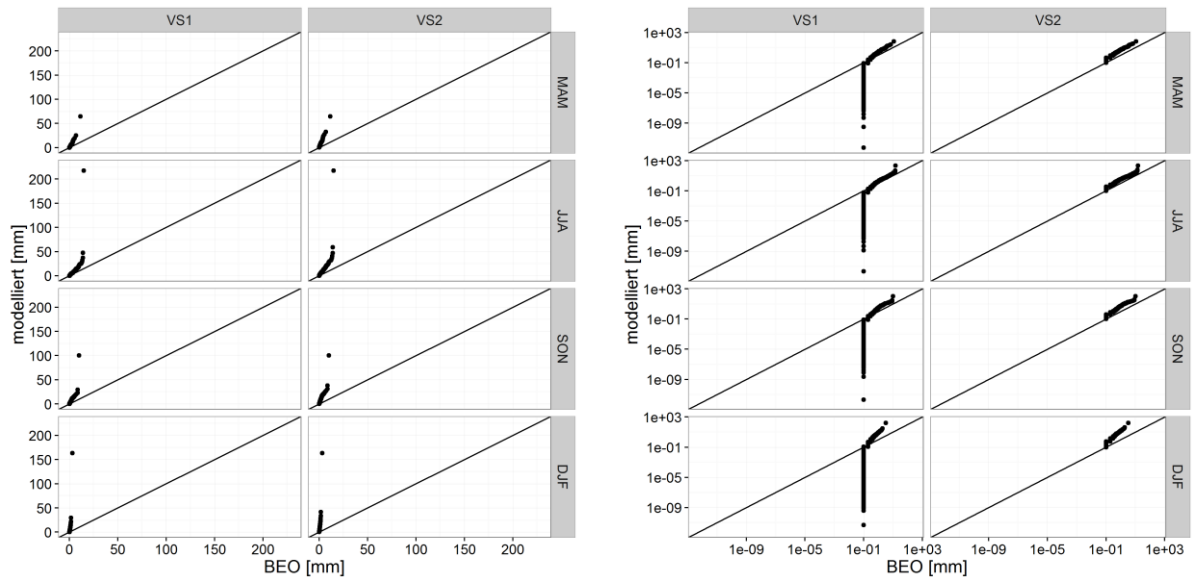


Abbildung 26: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagshöhen (Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2. (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 10: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagshöhen (Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm).

Jahreszeit	Min.	Q <sub>0,25</sub>	Median	Mittelwert	Q <sub>0,75</sub>	Max.
Frühling (MAM)	0,1	0,1	0,1	0,24	0,2	11,4
Sommer (JJA)	0,1	0,1	0,2	0,48	0,4	15,1
Herbst (SON)	0,1	0,1	0,1	0,25	0,3	10,2
Winter (DJF)	0,1	0,1	0,1	0,16	0,2	3,3

In Abbildung 27 sind die Violin-Boxplots der Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm) zu sehen. In Tabelle 11 werden die Kenngrößen der beobachteten Niederschlagsphasen zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte der beobachteten Niederschlagsphasen liegen zwischen 26 Minuten (Winter) und 34,8 Minuten (Sommer). Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufe 1 sind größer als die beobachteten Mittelwerte. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 18 % (Sommer) und 50 % (Winter). Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufe 2 sind kleiner als die beobachteten Mittelwerte. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -11 % (Winter) und -25 % (Sommer).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Die Mediane der beobachteten Daten betragen in allen Jahreszeiten 10 Minuten. Die Mediane der Verarbeitungsstufe 1 betragen in allen Jahreszeiten 30 Minuten. Die Mediane der Verarbeitungsstufe 2 betragen in allen Jahreszeiten 20 Minuten.

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten und der Verarbeitungsstufe 2 liegen in allen Jahreszeiten bei 10 min. Die 25%-Quantile der Verarbeitungsstufe 1 liegen in allen Jahreszeiten bei 20 min. Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen im Herbst und Winter bei 20 Minuten und im Frühling und Sommer bei 30 Minuten. Die 75%-Quantile der Verarbeitungsstufe 1 liegen in allen Jahreszeiten bei 50 Minuten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 67 % und 150 %. Die 75%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 liegen in allen Jahreszeiten bei 30 Minuten.
- Die maximalen Niederschlagsphasen der beobachteten Daten liegen zwischen 490 Minuten (Frühling) und 1700 Minuten (Sommer). Die maximalen Niederschlagsphasen der beiden Verarbeitungsstufen sind immer kleiner als die beobachteten maximalen Niederschlagsphasen. Die maximalen Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 250 Minuten (Frühling) und 300 Minuten (Sommer). Die relativen Abweichungen liegen zwischen -48 % (Sommer) und -82 % (Herbst). Die maximalen Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufe 2 betragen im Herbst und Winter 200 Minuten und im Frühling und Sommer 210 Minuten. Die relativen Abweichungen liegen zwischen -57 % (Frühling) und -88 % (Herbst).
- Die Dichtefunktionen besitzen durch die diskrete Verteilung der Zeitintervalle mehrere lokale Maxima. Die Dichtefunktionen der Verarbeitungsstufe 1 zeigen eine geringere Wahrscheinlichkeit für Niederschlagsphasen mit einer Dauer von 10 Minuten als in den beobachteten Daten. Umgekehrt ist die Wahrscheinlichkeit für Niederschlagsphasen mit einer Dauer von 20 bis etwa 100 Minuten höher. Die Dichtefunktionen der Verarbeitungsstufe 2 besitzen im Vergleich zur Verarbeitungsstufe 1 eine höhere Wahrscheinlichkeit für Niederschlagsphasen mit einer Dauer von 10 Minuten. Die Wahrscheinlichkeiten für Niederschlagsphasen mit einer Dauer von 20 bis etwa 100 Minuten sind geringer als in Verarbeitungsstufe 1.

In Abbildung 28 werden die Verteilung der Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufen 1 und 2 mit den Niederschlagsphasen der beobachteten Daten verglichen. In beiden Verarbeitungsstufen ist eine systematische Überschätzung der Niederschlagsphasen  $< 90$  Minuten und eine systematische Unterschätzung der Niederschlagsphasen  $> 90$  Minuten zu sehen.

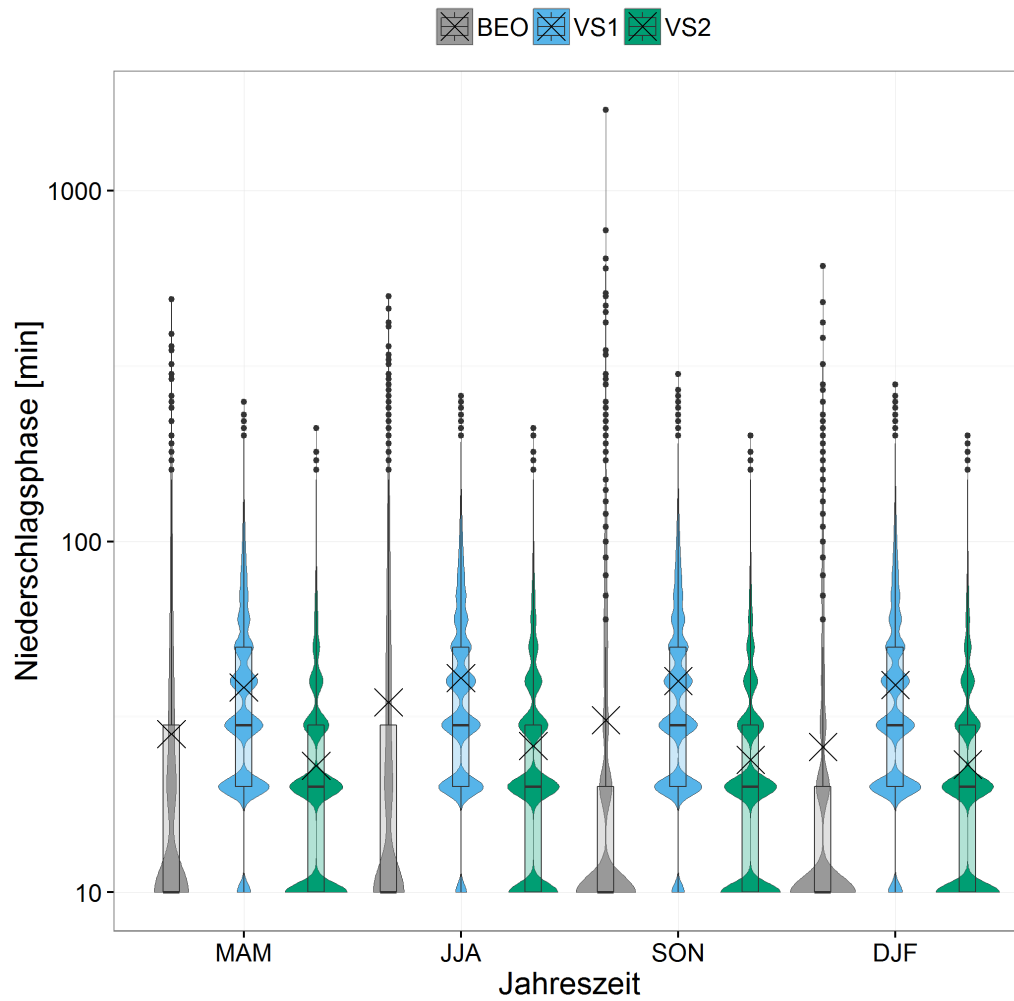


Abbildung 27: Vergleich der Dauer der Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten (grau) mit den Dauern der Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.

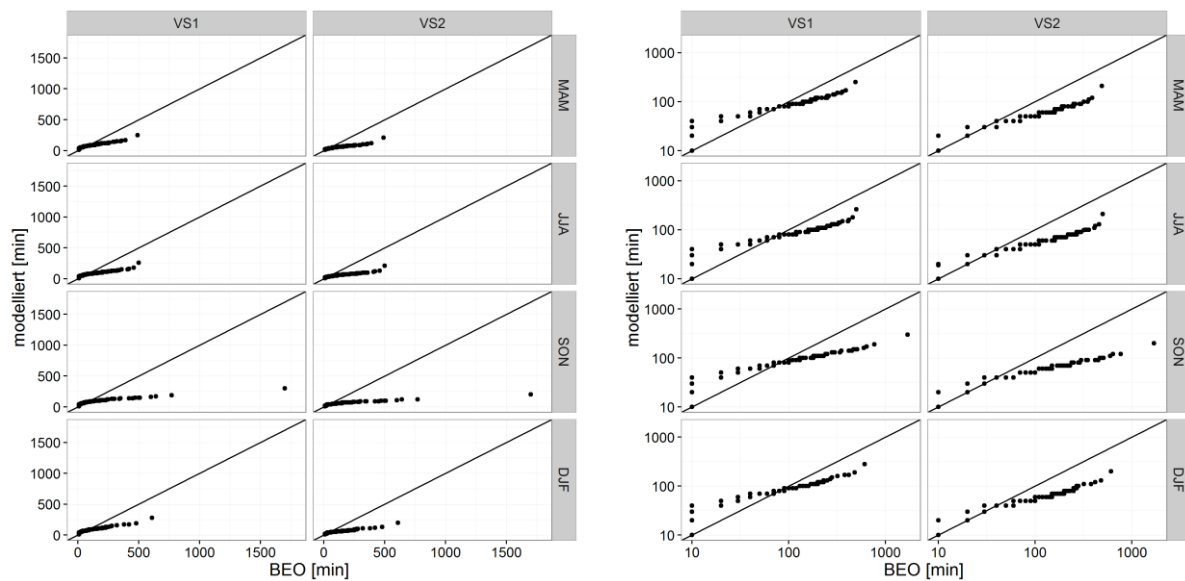


Abbildung 28: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2 (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 11: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Niederschlagsphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe > 0 mm).

Jahreszeit	Min.	Q <sub>0,25</sub>	Median	Mittelwert	Q <sub>0,75</sub>	Max.
Frühling (MAM)	10	10	10	28,3	30	490
Sommer (JJA)	10	10	10	34,8	30	500
Herbst (SON)	10	10	10	31,0	20	1700
Winter (DJF)	10	10	10	27,0	20	610

In Abbildung 29 sind die Violin-Boxplots der Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe > 0 mm) zu sehen. In Tabelle 12 werden die Kenngrößen der beobachteten Trockenphasen zusammengefasst. Im Vergleich der Varianten zeigt sich:

- Die Mittelwerte der beobachteten Daten liegen zwischen 444 Minuten (Winter) und 772 Minuten (Sommer). Die Mittelwerte beider Verarbeitungsstufen sind größer als die beobachteten Mittelwerte. Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 691 Minuten (Winter) und 872 Minuten (Sommer). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 13 % (Sommer) und 55 % (Winter). Die Mittelwerte der Verarbeitungsstufe 2 liegen zwischen 1115 Minuten (Sommer) und 1332 Minuten (Frühling). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 46 % (Sommer) und 166 % (Winter).
- Die Mediane sind immer kleiner als die Mittelwerte. Die Mediane der beobachteten Daten liegen zwischen 30 Minuten (Frühling und Winter) und 60 Minuten (Sommer). Die Mediane beider Verarbeitungsstufen sind größer als die Mediane der beobachteten Daten. Die

Mediane der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 50 Minuten (Winter) und 70 Minuten (Sommer). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 17 % (Sommer) und 100 % (Frühling). Die Mediane der Verarbeitungsstufe 2 liegen bei 70 Minuten im Winter und 80 Minuten im Frühling, Sommer, und Herbst. Die relativen Abweichungen liegen zwischen 33 % (Sommer) und 167 % (Frühling).

- Die 25%-Quantile der beobachteten Daten liegen in allen Jahreszeiten bei 10 Minuten. Die 25%-Quantile beider Verarbeitungsstufen liegen in allen Jahreszeiten bei 20 Minuten. Die 75%-Quantile der beobachteten Daten liegen zwischen 110 Minuten (Winter) und 430 Minuten (Sommer). Die 75%-Quantile beider Verarbeitungsstufen sind größer als die 75%-Quantile der beobachteten Daten. Die 75%-Quantile der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 260 Minuten (Winter) und 590 Minuten (Sommer). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 37 % (Sommer) und 136 % (Winter). Die 75%-Quantile der Verarbeitungsstufe 2 liegen zwischen 560 Minuten (Winter) und 1040 Minuten (Sommer). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 142 % (Sommer) und 409 % (Winter).
- Die maximalen Trockenphasen der beobachteten Daten liegen zwischen 24990 Minuten (Sommer) und 37910 Minuten (Frühling). Die maximalen Trockenphasen beider Verarbeitungsstufen sind, mit Ausnahme der Verarbeitungsstufe 1 (Frühling und Winter) immer größer als die maximalen Trockenphasen der beobachteten Daten. Die maximalen Trockenphasen der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 31520 Minuten (Sommer) und 43410 Minuten (Winter). Die relativen Abweichungen liegen zwischen -5 % (Winter) und 36 % (Herbst). Die maximalen Trockenphasen der Verarbeitungsstufe 2 liegen zwischen 39450 Minuten (Winter) und 49150 Minuten (Frühling). Die relativen Abweichungen liegen zwischen 16 % (Winter) und 37 % (Sommer).
- Die Dichtefunktionen besitzen durch die diskrete Verteilung der Zeitintervalle mehrere lokale Maxima. In beiden Verarbeitungsstufen ist die Wahrscheinlichkeit für längere Trockenphasen höher als in den beobachteten Daten und in Verarbeitungsstufe 2 höher als in Verarbeitungsstufe 1.

In Abbildung 30 werden die Verteilung der Trockenphasen der Verarbeitungsstufen 1 und 2 mit den Trockenphasen der beobachteten Daten verglichen. In Verarbeitungsstufe 1 ist eine konstante Überschätzung der Niederschlagsphasen < 900 Minuten und eine geringe Unterschätzung längerer Trockenphasen zu sehen. In Verarbeitungsstufe 2 ist für den gesamten Wertebereich eine konstante Überschätzung der beobachteten Daten zu sehen.



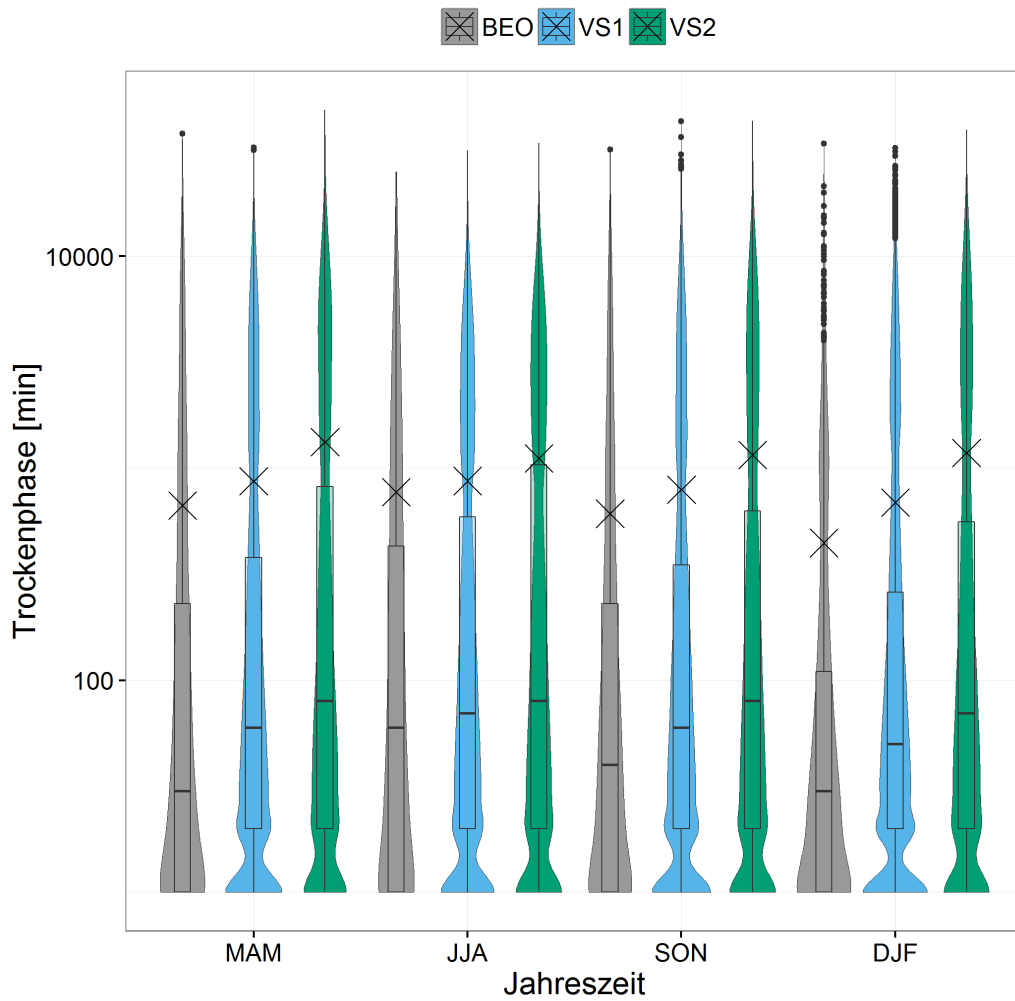


Abbildung 29: Vergleich der Dauer der Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle mit einer Niederschlagshöhe = 0 mm) der beobachteten Daten (grau) mit den Dauern der Trockenphasen der Verarbeitungsstufe 1 (blau) und der Verarbeitungsstufe 2 (grün). Die Achsen wurden zur Basis 10 logarithmiert.

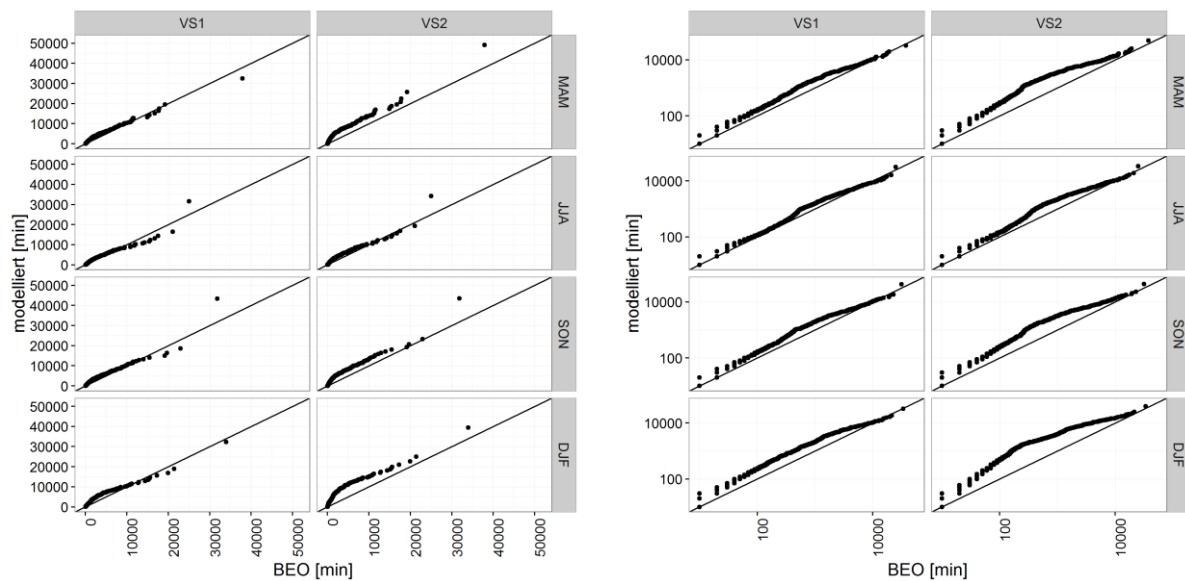


Abbildung 30: (rechts) Vergleich der Verteilungen der Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe = 0 mm) der beobachteten Daten mit denen der Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2. (links) Abbildung mit zur Basis 10 logarithmierten Achsen.

Tabelle 12: Kenngrößen der beobachteten (BEO) Trockenphasen (zusammenhängende Zeitintervalle Niederschlagshöhe = 0 mm).

Jahreszeit	Min.	Q <sub>0,25</sub>	Median	Mittelwert	Q <sub>0,75</sub>	Max.
Frühling (MAM)	10	10	30	669	230	37910
Sommer (JJA)	10	10	60	772	430	24990
Herbst (SON)	10	10	40	611	230	31840
Winter (DJF)	10	10	30	445	110	33970

## 5 Diskussion

### 5.1 Parameter PRP-Modell

Die Dauer der benötigten kritischen Trockenzeit zur Identifizierung von Niederschlagsereignissen beeinflusst die anderen Parameter des PRP-Modells (Abbildung 6). Der Mittelwert der Trockenperioden und Ereignisdauern wird größer, je größer die kritische Trockenzeit ist. Die kritischen Trockenzeiten der Größe nach geordnet sind Sommer < Frühling < Herbst < Winter. Die gleiche Reihenfolge lässt sich auch für die Mittelwerte der Trockenperioden beobachten. Bei den Mittelwerten der Ereignisdauern ist es ähnlich (Sommer < Herbst < Frühling < Winter). Wobei die Unterschiede zwischen Frühling und Herbst gering sind. Bei den Mittelwerten der mittleren Ereignisintensität ist das Gegenteil zu beobachten. Hier ist der Mittelwert im Sommer am größten und im Winter am kleinsten. Die Reihenfolge der Mittelwerte ist die umgekehrte Reihenfolge der mittleren Ereignisdauer (Winter < Frühling < Herbst < Sommer). Ursache hierfür ist, dass mit zunehmender kritischer Trockenzeit immer längere Phasen ohne Niederschlag zu einem Niederschlagsereignis gehören können, wodurch sich die mittlere Intensität verringert.

Die Abweichung der Mittelwerte der mittleren Ereignisintensität der Station HW2(10min) (Abbildung 7) von den anderen Stationen entsteht durch die hohe zeitliche Auflösung dieser Station. Dies ist an den auf Stundenwerte aggregierten Daten (HW2(1h)) zu erkennen. Grund hierfür ist, die Mittelung der Niederschlagsintensitäten beim Aggregieren über die Zeit bei den Stationen geringerer zeitlicher Auflösung. Dadurch verlängern sich die beobachteten Ereignisse und dies führt zu der Verringerung der mittleren Intensität.

Da die Berechnung der kritischen Trockenzeit empirisch und ungenau ist (Restrepo und Eagleson, 1982) wäre ein Vergleich mit anderen Verfahren zur Berechnung der kritischen Trockenzeit interessant. Im Rahmen der Arbeit von Themann (2014) wurde die kritische Trockenzeit mit derselben Methode für die gleiche Region berechnet. Die Daten stammten aus dem Hühnerwassergebiet und wurden mittels Distrometer im Zeitraum vom Juni 2013 bis November 2014 erfasst. Die berechnete kritische Trockenzeit betrug 4,23 Stunden und weicht damit deutlich von den Werten dieser Arbeit ab. Diese Differenz der kritischen Trockenzeiten könnte auf der höheren Auflösung des gemessenen Niederschlags durch das Distrometer basieren. Durch diese höhere Auflösung verzeichnen mehr Zeitintervalle Niederschlagshöhen > 0 mm und wirken sich damit auf die Längen der zur Berechnung der kritischen Trockenzeit verwendeten Trockenphasen aus. Es wäre interessant, die Auswirkung der Niederschlagsmessung mittels Distrometer auf die Berechnung der kritischen Trockenzeit in einer weiteren Arbeit zu untersuchen. Die hohe zeitliche Auflösung eines Distrometers wäre auch im Hinblick auf die Disaggregation von Niederschlägen interessant.

Die von Restrepo und Posada (1982) für verschiedene Klimaregionen berechneten Trockenzeiten betragen z.B. 1 h (Santa Rita, Colombia), 18,7 h (Denver, Ohio) oder 132 h (Al Wajh, Saudi Arabien).

Die Quotienten aus mittlerer Ereignisdauer und mittlerer Trockenperiode (Abbildung 10) liegen mit Ausnahme des Winters in der Größenordnung der von Restrepo und Eagleson (1982) berechneten Quotienten. In der Arbeit von Restrepo und Eagleson wurden Quotienten von 0,055 bis 0,279 berechnet. Richtwerte, ab wann die Annahme eines Poisson-Modells abgelehnt werden sollte, werden nicht angegeben. Ein Quotient der nicht deutlich kleiner als null ist, hat zur Folge, dass die Annahme poisson-verteilter Niederschlagsereignisse und exponential-verteilter Trockenperioden nicht zutreffen und dementsprechend ein anderes Modell zur Abbildung von Niederschlagsereignissen gewählt werden sollte.

Die Variationskoeffizienten (Abbildung 8) der Trockenperioden liegen nah bei  $CV = 1$ . Dies ist zu erwarten, da die Berechnung der kritischen Trockenzeit auf diesem Kriterium basiert. Daraus lässt sich schließen, dass die Methode auf die Daten korrekt angewandt wurde. Die Variationskoeffizienten für die Parameter Ereignisdauer und mittlere Ereignisintensität weichen zum Teil sehr stark von  $CV = 1$  ab und entsprechen damit nicht dem  $CV$  der Exponentialverteilung. Dies zeigt, dass die Anpassung von anderen Verteilungsfunktionen an die beobachteten Daten der Ereignisdauer und der mittlere Ereignisintensität notwendig sind. Die Variationskoeffizienten der Ereignisdauer und der Trockenperioden liegen in einer ähnlichen Größenordnung wie in der Arbeit von Robinson und Sivapalan (1997). Weiterhin sind die Variationskoeffizienten für die mittlere Niederschlagsintensität häufig  $> 1,5$  und in einem Fall  $> 3$ .

Die Parameter des PRP-Modells der verschiedenen Stationen stimmen gut überein. Daraus folgt, dass ein Transfer der PRP-Parameter für Niederschlagsstationen mit ähnlichem Niederschlagsregime möglich ist.

## **5.2 Parameter der mikrokanonischen Zufallskaskade**

Die auf der Aufteilungsklasse  $W/1-W$  beschränkte Parametrisierung des Zufallsgenerators wurde gewählt, da anderenfalls die Parametrisierung durch die Betaverteilung nicht möglich gewesen wäre. Hätte man die anderen Aufteilungsklassen  $1/0$  und  $0/1$  berücksichtigt, hätte dies erhöhte Dichten der Klassen zufolge gehabt, in denen die Gewichte 0 und 1 enthalten sind. Diese Daten konnten durch die Betaverteilung nicht korrekt abgebildet werden. Diese Beobachtung der Parametrisierung wird ebenfalls von Licznar et al. (2011) beschrieben. Aus der ursprünglichen Arbeit zu BDCs von Menabde und Sivapalan (2000) geht jedoch nicht hervor ob in der entsprechenden Studie diese erhöhten Dichten in den Randbereichen nicht auftraten oder nicht berücksichtigt wurden.

Bei der Modellierung der Wahrscheinlichkeiten für die Aufteilungsklassen der BDCs ist es problematisch, dass Gleichung 19 nicht immer erfüllt wird (Abbildung 12, Frühling und Herbst). Diese Abweichung treten in den Bereichen der Zeitskala auf, in denen  $P(t)$  einer Aufteilungsklasse einen

großen Gradienten bezüglich der Wahrscheinlichkeit besitzt. Die Einhaltung von Gleichung 19 könnte durch die Verwendung komplexerer Optimierungsverfahren erreicht werden. Ziel wäre es durch die Verwendung dieser Optimierungsverfahren  $P(t)$  für alle drei Aufteilungsklassen zusammen zu parametrisieren und Gleichung 19 als Nebenbedingung festzulegen. Die Auswirkung dieser Abweichungen auf die Ergebnisse dieser Arbeit wurde nicht untersucht.

In den Histogrammen der BDCS (Abbildung 14) sind die hohen Wahrscheinlichkeitsdichten um  $BDC = 0,5$  besonders auffällig. In der Arbeit von Licznar et al. (2011) wurden diese erhöhten Wahrscheinlichkeitsdichten ebenfalls beobachtet und auf die untere Grenze bei der Messung von Niederschlägen, wodurch BDCs exakt 0,5 erhöht auftreten, zurückgeführt. Für weiterführende Arbeiten wäre es interessant, die BDCs in Bezug auf die Messgenauigkeit zu untersuchen und die Daten zusätzlich wie in der zitierten Arbeit anzupassen. Aus den Histogrammen der BDCs wurden in der Arbeit von Licznar et al. (2011) die BDCs = 0,5 entfernt und ihre Wahrscheinlichkeit getrennt erfasst. An die verbleibenden Histogramme wurde eine Beta-Normal-Verteilung angepasst und dadurch die Modellierung der beobachteten Daten verbessert. Auf diesen Ansatz wurde in dieser Arbeit zunächst verzichtet.

Der Vergleich der Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen (Abbildung 13) und der alphas der BDCs (Abbildung 16) der Stationen HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) mit der Parametrisierung der Zufallskaskade durch die Station HW2(10min) zeigt, dass die Parameter für Niederschlagsstationen ähnlicher Niederschlagsregime bei fehlenden Daten transferiert werden können.

## **5.3 Vergleich der beobachteten Niederschlagsdaten mit den stochastisch generierten Niederschlagsdaten**

### **5.3.1 Ereignisbasierte Vergleiche**

Die Knicke in den QQ-Plots mit logarithmierten Achsen (Abbildung 20, rechts, Abbildung 22, rechts) entstehen dadurch, dass die generierten Werte den Wertebereich von 0 bis 10 Minuten bzw. den Wertebereich von 0 bis  $0,01 \text{ mm} / \text{min}^{-1}$  abdecken. Auf der anderen Seite beginnt der Wertebereich der beobachteten Daten, durch die begrenzte Auflösung der Niederschlagsmessung, bei 10 Minuten bzw.  $0,01 \text{ mm} / \text{min}^{-1}$ . Dies hat zur Folge, dass bei der Niederschlagsmessung häufig Niederschlagsintervalle mit einer Dauer von 10 Minuten und einer Intensität von  $0,01 \text{ mm} / \text{min}^{-1}$  aufgezeichnet werden. Diese Limitierung der Messtechnik verzerrt die Daten und ist in den QQ-Plots zu sehen. Zusätzlich verzerren die geringen Niederschlagshöhen durch die Disaggregation die Verteilung. In den QQ-Plots der Verarbeitungsstufe 2 ist eine entsprechende Abschwächung der Knicke zu sehen.

Die Trockenperioden zwischen den Niederschlagsereignissen und die Dauer der Niederschlagsereignisse werden durch das PRP-Modell gut abgebildet. Durch die Vereinheitlichung der Zeitintervalle und die anschließende Einteilung der Daten in unabhängige Niederschlagsereignisse weichen die Trockenperioden und Dauern der Niederschlagsereignisse der Verarbeitungsstufe 1 von denen der PRP-Daten ab. Diese Abweichungen stehen im Zusammenhang mit der Disaggregation von Niederschlagsereignissen durch die multiplikative Zufallskaskade.

Durch die ereignisbasierte Disaggregation von Niederschlagsereignissen und die Einbindung der Aufteilungsklassen 1/0 und 0/1 können Trockenphasen innerhalb der Ereignisse entstehen, welche von größerer Dauer sind als die kritische Trockenzeit (Abbildung 31). Dies führt bei der Einteilung der generierten Daten in unabhängige Niederschlagsereignisse, zur Aufteilung von einem unabhängigen Niederschlagsereignis in zwei oder mehrere unabhängige Ereignisse. In dieser Arbeit hatte dies zur Folge, dass sich die Anzahl der unabhängigen Niederschlagsereignisse von 48288 (PRP-Daten) auf 55455 (Verarbeitungsstufe 1) erhöhte. Dies hat zur Folge, dass die Mittelwerte und Quantile der Verarbeitungsstufe 1 im Vergleich zu den PRP-Daten kleiner sind (Abbildung 17). Die Auswirkung dieser Aufteilung der Niederschlagsereignisse hat auf die Verteilung der Ereignisdauern (Abbildung 20) eine stärkere Auswirkung als auf die Verteilung der Trockenperioden (Abbildung 18). Die Aufteilung von Niederschlagsereignissen hat zur Folge, dass kürzere Ereignisse häufiger auftreten und die maximale Dauer der Niederschlagsereignisse stark abnimmt. Dies führt zu einer Veränderung der Verteilung der Ereignisdauern in Verarbeitungsstufe 1. Dadurch werden die Dauer der Niederschlagsereignisse und die Dauer der Trockenperioden nicht nur durch Gleichungen 14 und 15 beeinflusst, sondern auch durch die Zufallskaskade. Da diese Wechselwirkung bei der Parametrisierung nicht berücksichtigt wird, kommt es zu systematischen Abweichungen. Eine entsprechende Parametrisierung des Modells ist für eine realistischere Abbildung der beobachteten Daten notwendig. Eine andere Lösung dieses Problems ist die Disaggregation von Tageswerten statt der Disaggregation von Ereignissen. Hier wäre es interessant zu untersuchen ob dabei Ereignisse korrekt abgebildet werden können, ohne sie in der Parametrisierung zu berücksichtigen.

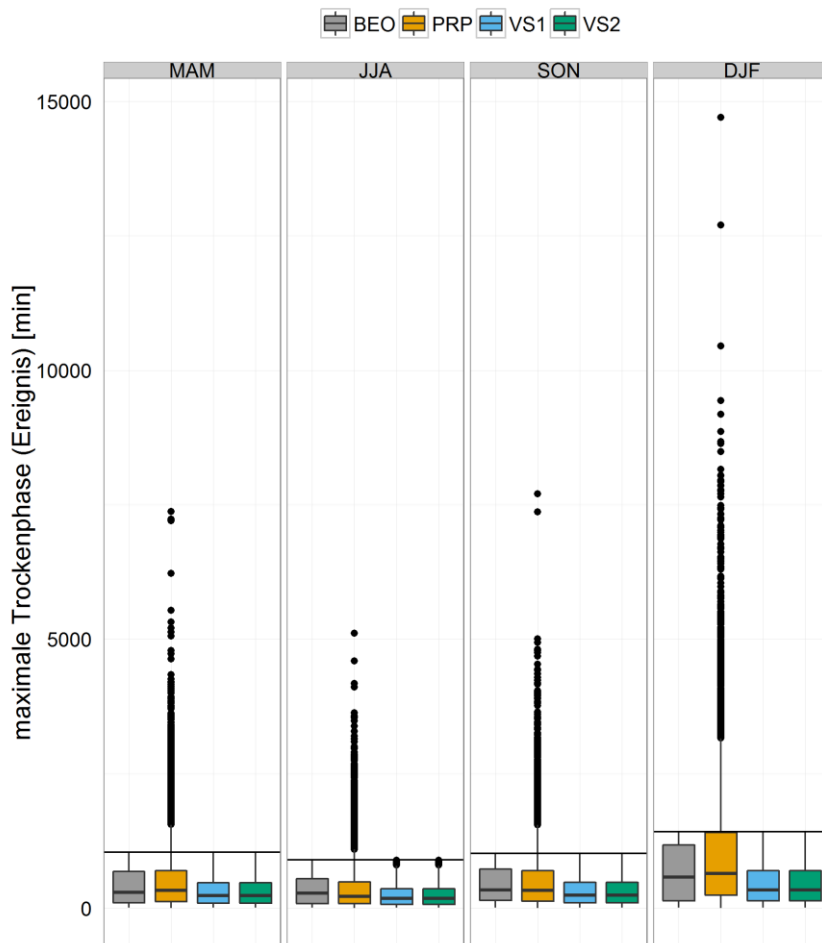


Abbildung 31: Länge der maximalen Trockenphase innerhalb ermittelter Ereignisse. Die horizontale Linie stellt die kritische Trockenzeit der jeweiligen Jahreszeit dar.

Die Unterschiede der Trockenperioden und Ereignisdauern zwischen Verarbeitungsstufe 1 und Verarbeitungsstufe 2 entstehen durch die Entfernung der Niederschlagshöhen  $< 0,1$ . Dadurch werden die Trockenzeiten im Mittel größer (Abbildung 18) und die Ereignisdauern im Mittel kleiner (Abbildung 19). Die Verteilung der Trockenzeiten der Verarbeitungsstufe 2 stimmt dennoch gut mit der Verteilung der beobachteten Daten (Abbildung 18) überein. Die Verteilung der Ereignisdauern weicht dagegen, wie die Verteilungen in Verarbeitungsstufe 1, systematisch von den beobachteten Daten ab (Abbildung 19).

Obwohl die mittleren Intensitäten der Ereignisse akzeptabel abgebildet werden (Abbildung 23), zeigt die systematische Überschätzung der Niederschlagshöhe der Ereignisse der PRP-Daten (Abbildung 22, links), dass die Modellierung der Niederschlagshöhe aus dem Produkt der Dauer und der mittleren Intensität die Ereignisse mit höheren Niederschlagsmengen der beobachteten Daten nicht korrekt abbildet. Zur korrekten Modellierung der Niederschlagshöhen der Ereignisse sollte die

Abhängigkeit zwischen Niederschlagshöhe und Dauer der Ereignisse berücksichtigt werden. In Abbildung A 9 ist zu sehen, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Dauer und Höhe der Niederschlagsereignisse besteht. Die Korrelationskoeffizienten nach Pearson stützen diese Beobachtung. Diese Abhängigkeit ist bei den Stationen HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) zu beobachten (Abbildung A 10). Zur Verbesserung der Modellierung könnte die beobachtete Abhängigkeit implementiert werden. Die Einbindung dieser Abhängigkeit der Niederschlagshöhe von der Niederschlagsdauer wird z.B. in den Arbeiten von Bonta (2004b) oder Robinson und Sivapalan (1997) beschrieben.

### **5.3.2 Vergleich der Daten unabhängig von der Einteilung in Niederschlagsereignisse**

In den QQ-Plots (Abbildung 26, rechts, Abbildung 28, rechts, Abbildung 30, rechts) sind wie bei den QQ-Plots der ereignisbasierten Betrachtung der Daten Knicke zu sehen. Die Ursache hierfür ist wieder die limitierte Auflösung der Messtechnik.

Bei den Zeitintervallen mit einer Niederschlagshöhe  $> 0$  mm ist bei Verarbeitungsstufe 1 auffällig, dass 50 % der Werte kleiner als die Auflösung der beobachteten Niederschlagsdaten von 0,1 mm sind. Entfernt man diese Niederschlagshöhen (Verarbeitungsstufe 2) führt dies zu einer Verschiebung der Quantile und Mittelwerte. Die Mittelwerte der Niederschlagshöhen in Verarbeitungsstufe 1 sind größer als in den beobachteten Daten. Dies basiert auf dem nicht berücksichtigten Zusammenhang zwischen Ereignisdauer und Niederschlagshöhe bei der Generierung von Niederschlagsereignissen durch das PRP-Modell.

Die beobachteten Niederschlagsphasen werden durch die Disaggregation (Verarbeitungsstufe 1) nicht korrekt abgebildet. In den Daten der Verarbeitungsstufe 1 ist zu sehen, dass zu wenige Niederschlagsphasen mit der kleinsten Dauer von 10 Minuten generiert werden (Abbildung 27 und Abbildung 28). Weiterhin werden lange Niederschlagsphasen durch die Disaggregation im Vergleich zu den beobachteten Daten unterschätzt. 50 % der Niederschlagsphasen der Verarbeitungsstufe 1 liegen zwischen 20 und 50 Minuten. Die Überschätzung kurzer Niederschlagsphasen und Unterschätzung langer Niederschlagsphasen wurde auch in der Arbeit von Müller und Haberlandt (2016) beobachtet. Lange Niederschlagsphasen entstehen bei der Disaggregation, wenn die Aufteilung einer Zelle und aller folgender Zellen immer aus W/1-W Aufteilungen besteht. Jede 1/0 oder 0/1 Aufteilung beendet eine Niederschlagsphase. Die Wahrscheinlichkeit lange Niederschlagsphasen ist gering wie folgendes Beispiel veranschaulicht:

Soll ein 160-minütiges Zeitintervall im Sommer als Niederschlagsphase erhalten werden, berechnet sich die Wahrscheinlichkeit für eine 160-minütige Niederschlagsphase aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeit für Niederschlagsereignisse  $> 160$  Minuten (Gleichung 21) und der Wahrscheinlichkeit auf den Zeitskalen von 160 bis 20 Minuten nur W/1-W Aufteilungen zu realisieren



(Tabelle 13). Die theoretische Wahrscheinlichkeit beträgt damit  $0,79 * 6,4 * 10^{-5} = 5,05 * 10^{-5}$ . Die Wahrscheinlichkeit maximale Niederschlagsphasen der beobachteten Daten zu generieren ist dementsprechend geringer.

$$P(X > 160) = 1 - (1 - e^{-\frac{1}{691}160}) = 0,79 \quad (21)$$

Tabelle 13: Wahrscheinlichkeit, dass die Disaggregation eines 160 Minuten Intervalls in einer Niederschlagsphase von 160 Minuten resultiert.

Zeitskala	P(W/1-W)	Level	Anzahl	P(W/1-W) Level
160	0,42	1	$2^{1-1} = 1$	$0,42^1$
80	0,49	2	$2^{2-1} = 2$	$0,49^2$
40	0,53	3	$2^{3-1} = 4$	$0,53^4$
20	0,55	4	$2^{4-1} = 8$	$0,55^8$
Wahrscheinlichkeit für Niederschlagsphase von 160 Minuten ausgehend von 160 Minuten Intervall: $0,42^1 * 0,49^2 * 0,53^4 * 0,55^8 = 6,4 * 10^{-5}$				

In Verarbeitungsstufe 2 ist die Häufigkeit der Niederschlagsphasen mit einer Dauer von 10 Minuten durch die Entfernung der Niederschlagshöhen  $< 0,1$  mm höher als in Verarbeitungsstufe 1 und stimmt damit besser mit der beobachteten Verteilung überein. Die Unterschätzung der längeren Niederschlagsphasen bleibt bestehen. Gleiches wurde in der Arbeit von Müller und Haberlandt (2016) beobachtet.

Die beobachteten Trockenphasen in Verarbeitungsstufe 1 werden durch das Modell gut abgebildet. In den QQ-Plots ist eine geringe Überschätzung der Trockenphasen (Trockenphasen  $< 9000$  Minuten) durch das Modell zu sehen. Diese Überschätzung ist in Verarbeitungsstufe 2 durch die Entfernung der Niederschlagshöhen  $< 0,1$  mm stärker ausgeprägt als in Verarbeitungsstufe 1. Die Trockenphasen werden durch das PRP-Modell sowie durch die Disaggregation generiert. Zur Beurteilung der Bildung von Trockenphasen durch die Disaggregation ist eine getrennte Betrachtung notwendig. Vergleicht man die Verteilungen der Trockenperioden (Abbildung 18) mit der Verteilung der Trockenphasen (Abbildung 30) kommt man zu dem Schluss, dass die Überschätzung der Trockenphasen durch eine Überschätzung kurzer Trockenphasen bei der Disaggregation von den Niederschlagsereignissen entsteht. Diese Beobachtung passt zu der Unterschätzung langer Niederschlagsphasen, da die Unterschätzung durch eine höhere Anzahl von Trockenphasen entstehen muss.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein stochastischer Niederschlagsgenerator zur Generierung von Niederschlagszeitreihen mit einer hohen zeitlichen Auflösung implementiert. Dieser Generator setzt sich aus der stochastischen Generierung von Niederschlagsereignissen und der Disaggregation dieser generierten Ereignisse zusammen. Die Generierung der Ereignisse basiert auf einem PRP-Modell und die Disaggregation der Niederschlagsereignisse basiert auf einer mikrokanonischen multiplikativen Zufallskaskade. Zur Untersuchung der Implementierung wurde das Modell mit 10-minütigen Niederschlagsdaten aus dem Hühnerwassergebiet parametrisiert. Bei der Betrachtung der Daten und der anschließenden Generierung wurden eine Einteilung in die Jahreszeiten Frühling, Sommer, Herbst und Winter vorgenommen. Die Parametrisierung des PRP-Modells erfolgte durch die Einteilung der beobachteten Daten in unabhängige Niederschlagsereignisse mittels kritischer Trockenzeit. Zur Parametrisierung der Zufallskaskade wurde das Konzept der Breakdown-Coefficients verwendet. Mit dem Generator wurde eine Niederschlagszeitreihe mit einer Länge von 500 Jahren generiert und statistisch mit den beobachteten Daten verglichen. Dabei zeigte sich, dass die Niederschlagsereignisse durch das PRP-Modell zufriedenstellend abgebildet werden. Die Überschätzung der Niederschlagshöhe der Ereignisse durch das PRP-Modell basiert darauf, dass der Zusammenhang zwischen Niederschlagshöhe und Dauer der Ereignisse nicht berücksichtigt wurde.

Die Verteilung der generierten Trockenperioden wird durch die Generierung mittels verschobener Exponentialverteilung und durch die Disaggregation von Ereignissen beeinflusst. In dieser Arbeit wurden beide Einflussgrößen unabhängig voneinander betrachtet, was zu einer systematischen Unterschätzung der Niederschlagsereignisse mit einer hohen zeitlichen Auflösung führt.

Bei der Disaggregation durch die Zufallskaskade werden Trockenphasen akzeptabel abgebildet. Der Wertebereich der generierten durch die Zufallskaskade entstandenen Niederschlagsphasen bildet nur einen Ausschnitt des beobachteten Wertebereiches der beobachteten Niederschlagsphasen ab.

Der implementierte Niederschlagsgenerator kann als klimatische Eingangsgröße in anderen Modellen verwendet werden. Die hochaufgelösten Niederschläge spielen beispielsweise in oberflächennahen Prozessen mit geringen Wasserspeicherkapazitäten eine große Rolle. Die Daten des Generators können z.B. zur Dimensionierung von Hochwasserschutzsystemen in Städten, Modellierung von Oberflächenabfluss, Auswaschung von Pestiziden oder zur Untersuchung der Stochastizität von hydrologischen Prozessen verwendet werden. Bei all diesen Anwendungen stellt die hohe Variabilität von Niederschlagsereignissen eine wichtige Einflussgröße dar.

Der implementierte Niederschlagsgenerator kann für Klimaregionen parametrisiert werden, um damit durch den generierten Niederschlag die Entwicklung eines Ökosystems wie dem Hühnerwassergebiet in verschiedenen Klimaregionen zu untersuchen.

Die Saisonalität ist bei den Parametern des PRP-Modells stärker ausgeprägt als bei den Parametern der Zufallskaskade.

Im Rahmen dieser Arbeit konnten auf der einen Seite verschiedene Aspekte und Fragestellungen nicht betrachtet oder berücksichtigt werden auf der anderen Seite sind neue Fragestellungen entstanden.

Es wurde gezeigt, dass ein Transfer der Parameter des Generators für Niederschlagsstationen mit ähnlichem Niederschlagsregime möglich ist. Dies wurde am Vergleich der Parameter des PRP-Modells gezeigt indem für weitere Stationen in der Umgebung um Cottbus eine Parametrisierung für das PRP-Modell vorgenommen wurde. Ein Vergleich der Stationen zeigte nur geringe Unterschiede. Für die Parametrisierung der multiplikativen Zufallskaskade wurden die Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen und die alphas der BDCs für Stationen der Umgebung um Cottbus mit der Parametrisierung der Zufallskaskade für diese Größen verglichen. Die Unterschiede zwischen den Stationen sind deutlich geringer ausgeprägt als die Unterschiede der Jahreszeiten der einzelnen Stationen.

Folgende Themen können im Zusammenhang mit den Inhalten dieser Arbeit weiterhin untersucht werden. Zur Parametrisierung des PRP-Modells kann die Einteilung der Niederschlagsdaten in Niederschlagsereignisse unter Verwendung anderer Methoden zur Bestimmung der kritischen Trockenzeit vorgenommen werden. Weiterhin kann die Auswirkung der Länge der kritischen Trockenzeit auf das PRP-Modell und die Disaggregation von Niederschlagsereignissen untersucht werden. Für die Betrachtung der Niederschläge auf noch kleineren zeitlichen Skalen ist eine Parametrisierung des PRP-Modells und die Parametrisierung der Zufallskaskade durch Niederschlagsdaten die mittels Distrometer erhoben wurden interessant.

Zur Untersuchung der Zufallskaskade und der Entwicklung der Niederschlagsereignisse mit jedem Disaggregationsschritt können die durchgeführten statistischen Vergleiche für jede Zeitskala dieser Schritte durchgeführt werden.

In den meisten Studien zur Generierung von zeitlich hochaufgelösten Niederschlägen werden im Gegensatz zu dieser Arbeit Tageswerte disaggregiert. Aus diesem Grund ist ein Vergleich der ereignisbasierten Disaggregation und der Disaggregation von Tageswerten interessant. Bei der Disaggregation von Tageswerten werden keine Niederschlagsereignisse betrachtet. Daher ist es interessant, inwiefern durch diese Modelle die Eigenschaften von Ereignissen konserviert werden.

Eine weitere Nutzung des Modells ist die Parametrisierung der Niederschlagsdaten verschiedener Klimaregion mit verschiedenen Mechanismen der Niederschlagsentstehung. Damit könnten die Auswirkungen der Klimaregionen auf die Parameter des implementierten Modells und auf die Variabilität von Niederschlagsmustern untersucht werden.

Folgende Verbesserungen bzw. Erweiterungen können an dem implementierten Modell vorgenommen werden. Die Implementierung der beschriebenen Abhängigkeit zwischen der Niederschlagshöhe der Ereignisse und der Dauer der Niederschlagsereignisse, sowie die Anpassung anderer Verteilungsfunktionen für die Niederschlagsintensität und die Dauer der Ereignisse. Die Verbesserung oder die Wahl einer anderen Optimierung zur Parametrisierung der Gleichung zur Abbildung der Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen in Abhängigkeit von der Zeitskala. Die Verbesserung der Abbildung der BDCs durch die beschriebene Parametrisierung der Zufallskaskade mittels Beta-Normalverteilung.

## Literatur

- Bonta, J. V. (2004a). Development and utility of Huff curves for disaggregating precipitation amounts. *Applied engineering in agriculture*, 20(5), 641.
- Bonta, J. V. (2004b). Stochastic simulation of storm occurrence, depth, duration, and within-storm intensities. *Transactions of the ASAE*, 47(5), 1573.
- Bonta, J. V., & Rao, A. R. (1988). Factors affecting the identification of independent storm events. *Journal of Hydrology*, 98(3), 275-293.
- Dowle, M., Srinivasan, A., Short T., Lianoglou S., Saporta, R. & Antonyan E. (2015). data.table: Extension of Data.frame. R package version 1.9.6. <http://CRAN.R-project.org/package=data.table>.
- Förster, K., Hanzer, F., Winter, B., Marke, T., & Strasser, U. (2016, April). MELODIST-An open-source MEteoroLOGical observation time series DISaggregation Tool. In EGU General Assembly Conference Abstracts (Vol. 18, p. 1187).
- Grolemund, G., & Wickham, H. (2011). Dates and times made easy with lubridate. *Journal of Statistical Software*, 40(3), 1-25. URL <http://www.jstatsoft.org/v40/i03/>.
- Güntner, A., Olsson, J., Calver, A., & Gannon, B. (2001). Cascade-based disaggregation of continuous rainfall time series: the influence of climate. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 5(2), 145-164.
- Haberlandt, U., Hundecha, Y., Pahlow, M., & Schumann, A. H. (2011). Rainfall generators for application in flood studies. In *Flood Risk Assessment and Management* (pp. 117-147). Springer Netherlands.
- Hinz, C. (persönliche Kommunikation, 05.07.16).
- Hipsey, M. R., Sivapalan, M., & Menabde, M. (2003). A risk-based approach to the design of rural water supply catchments across Western Australia. *Hydrological sciences journal*, 48(5), 709-727.
- Hearman, A. (2008). A modelling study into the effects of rainfall variability and vegetation patterns on surface runoff for semi-arid landscapes, PhD thesis. The University of Western Australia.
- Licznar, P., Łomotowski, J., & Rupp, D. E. (2011). Random cascade driven rainfall disaggregation for urban hydrology: An evaluation of six models and a new generator. *Atmospheric Research*, 99(3), 563-578.
- McGrath, G., Hinz, C., & Sivapalan, M. (2010). Assessing the impact of regional rainfall variability on rapid pesticide leaching potential. *Journal of contaminant hydrology*, 113(1), 56-65.
- Medina-Cobo, M. T., García-Marín, A. P., Estévez, J., & Ayuso-Muñoz, J. L. (2016). The identification of an appropriate Minimum Inter-event Time (MIT) based on multifractal characterization of rainfall data series. *Hydrological Processes*.

- Menabde, M., & Sivapalan, M. (2000). Modeling of rainfall time series and extremes using bounded random cascades and levy-stable distributions. *Water Resources Research*, 36(11), 3293-3300.
- Molnar, P., & Burlando, P. (2005). Preservation of rainfall properties in stochastic disaggregation by a simple random cascade model. *Atmospheric Research*, 77(1), 137-151.
- Müller, H., & Haberlandt, U. (2016). Temporal rainfall disaggregation using a multiplicative cascade model for spatial application in urban hydrology. *Journal of Hydrology*.
- Nojumuddin, N. S., Yusof, F., & Yusop, Z. (2016). Determination of minimum inter-event time for storm characterisation in Johor, Malaysia. *Journal of Flood Risk Management*.
- Olsson, J. (1998). Evaluation of a scaling cascade model for temporal rain-fall disaggregation. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 2(1), 19-30.
- Onof, C., Chandler, R. E., Kakou, A., Northrop, P., Wheeler, H. S., & Isham, V. (2000). Rainfall modelling using Poisson-cluster processes: a review of developments. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 14(6), 384-411.
- R Core Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- Restrepo-Posada, P. J., & Eagleson, P. S. (1982). Identification of independent rainstorms. *Journal of Hydrology*, 55(1), 303-319.
- Robinson, J. S., & Sivapalan, M. (1997). Temporal scales and hydrological regimes: Implications for flood frequency scaling. *Water Resources Research*, 33(12), 2981-2999.
- Srikanthan, R., & McMahon, T. A. (2001). Stochastic generation of annual, monthly and daily climate data: A review. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 5(4), 653-670.
- Themann, I., (2014). Niederschlagsanalyse im Untersuchungsgebiet "Hühnerwasser" mit Hilfe von Distrometer Daten. Masterarbeit an der BTU Cottbus-Senftenberg.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 44(5), 892-898.
- Wickham, H. (2007). Reshaping data with the reshape package. *Journal of Statistical Software*, 21(12), 1-20.
- Wickham, H. (2009). *ggplot2: elegant graphics for data analysis*. Springer Science & Business Media.
- Wickham, H. (2011). The split-apply-combine strategy for data analysis. *Journal of Statistical Software*, 40(1), 1-29. URL <http://www.jstatsoft.org/v40/i01/>.
- Wilks, D. S., & Wilby, R. L. (1999). The weather generation game: a review of stochastic weather models. *Progress in Physical Geography*, 23(3), 329-357.
- Young, D. S. (2010). Tolerance: an R package for estimating tolerance intervals. *Journal of Statistical Software*, 36(5), 1-39. URL <http://www.jstatsoft.org/v36/i05/>.

# Anlagen

## Abbildungen

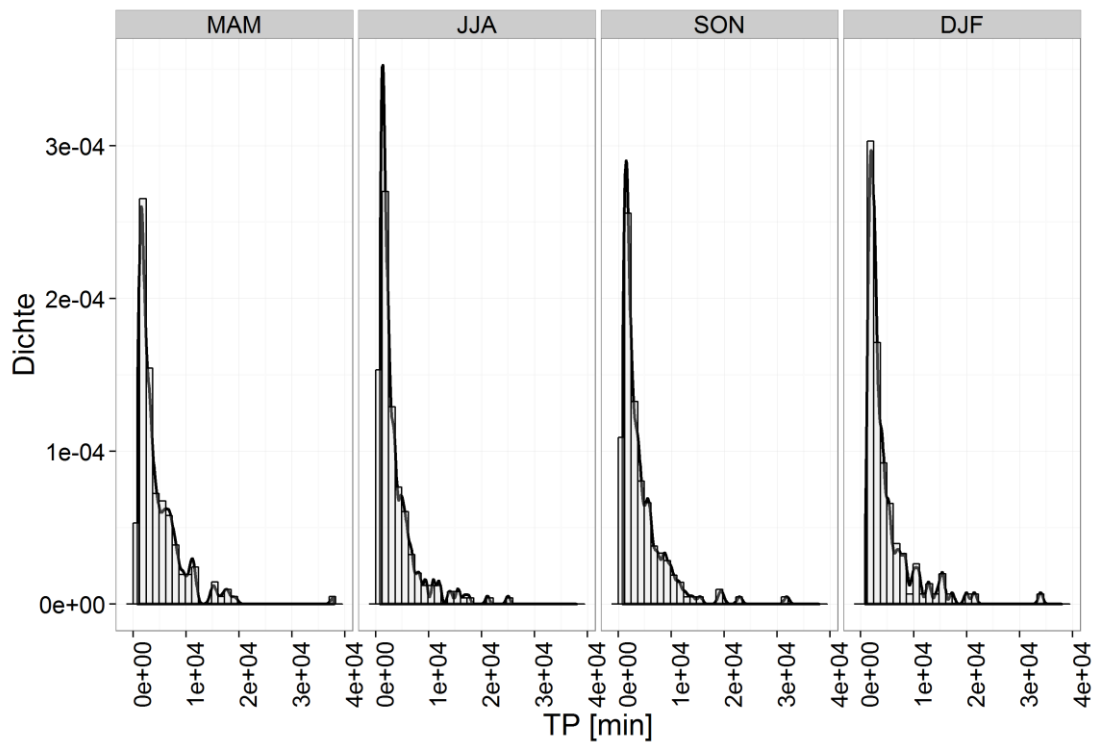


Abbildung A 1: Häufigkeit der Trockenperioden der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.

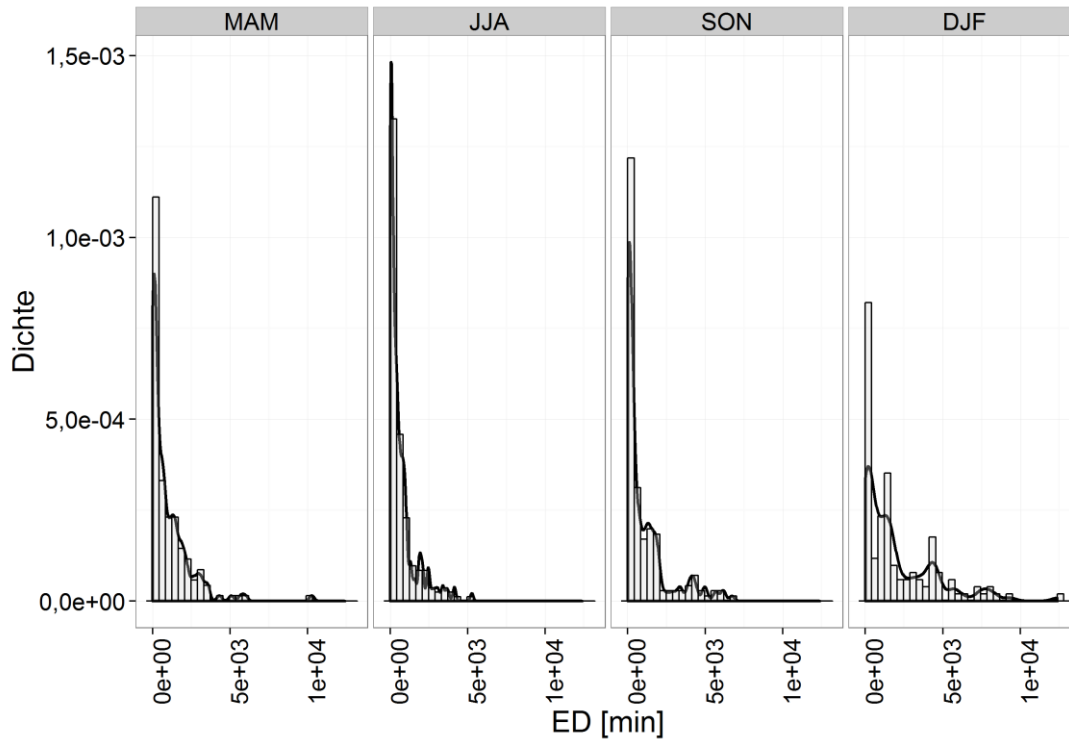


Abbildung A 2: Häufigkeit der Ereignisdauern der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.

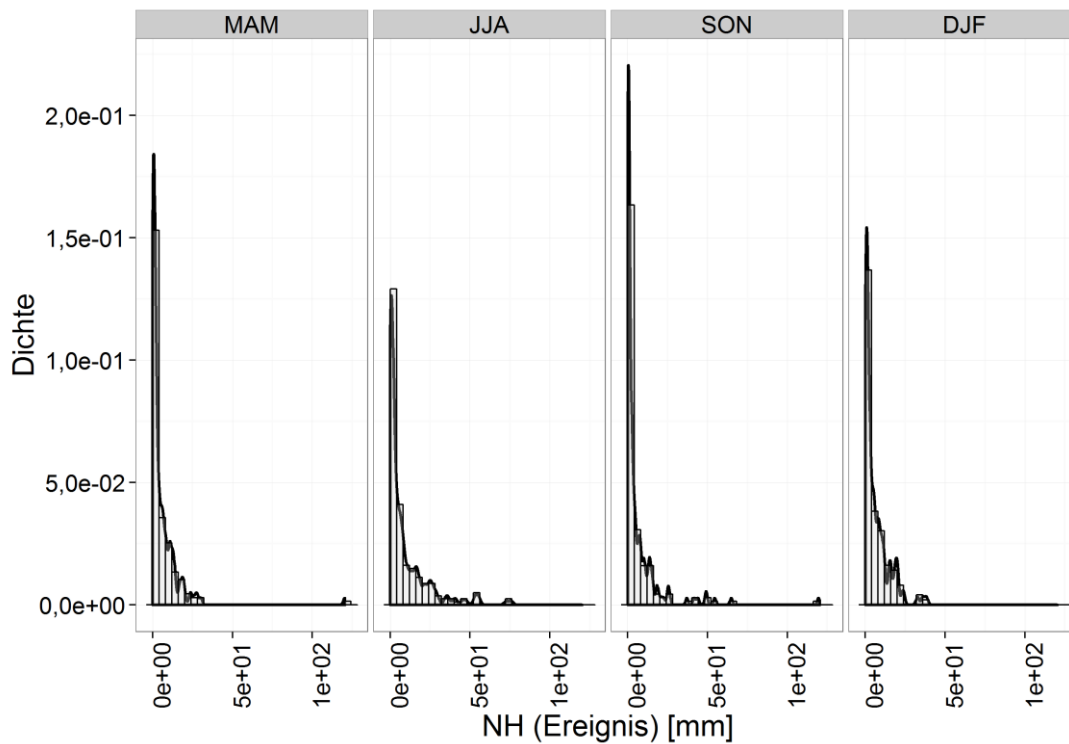


Abbildung A 3: Häufigkeit der Niederschlagshöhen der Ereignisse der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.



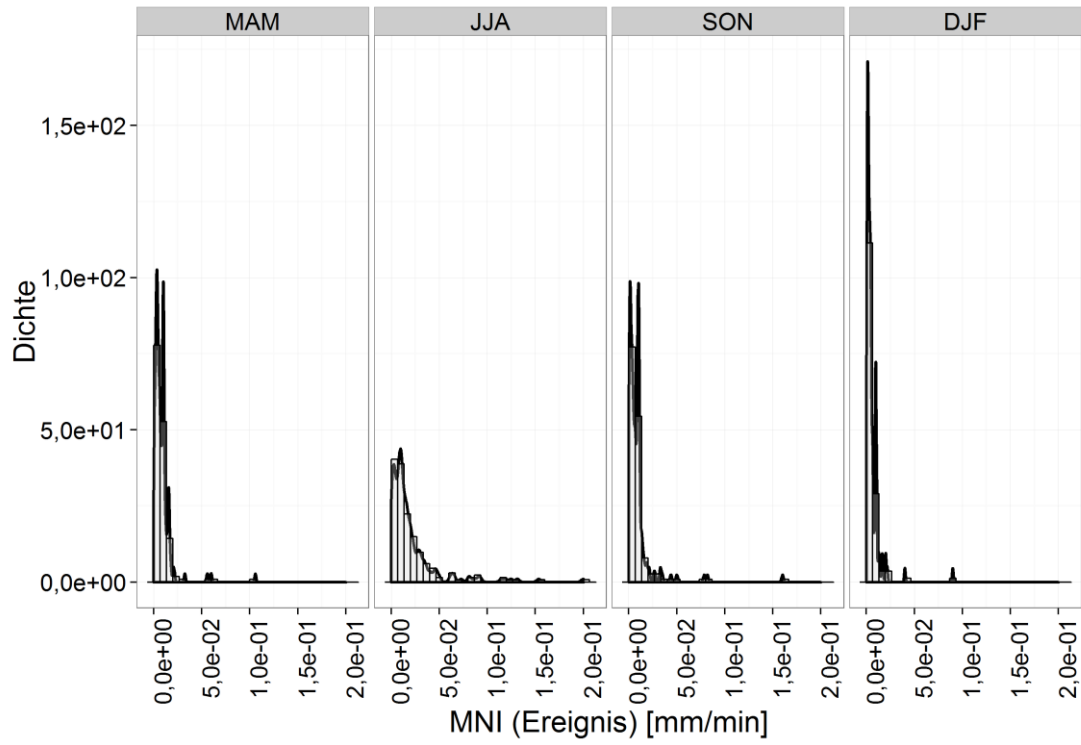


Abbildung A 4: Häufigkeit der mittleren Intensitäten der Ereignisse der beobachteten Daten als Histogramm und Dichtefunktion.

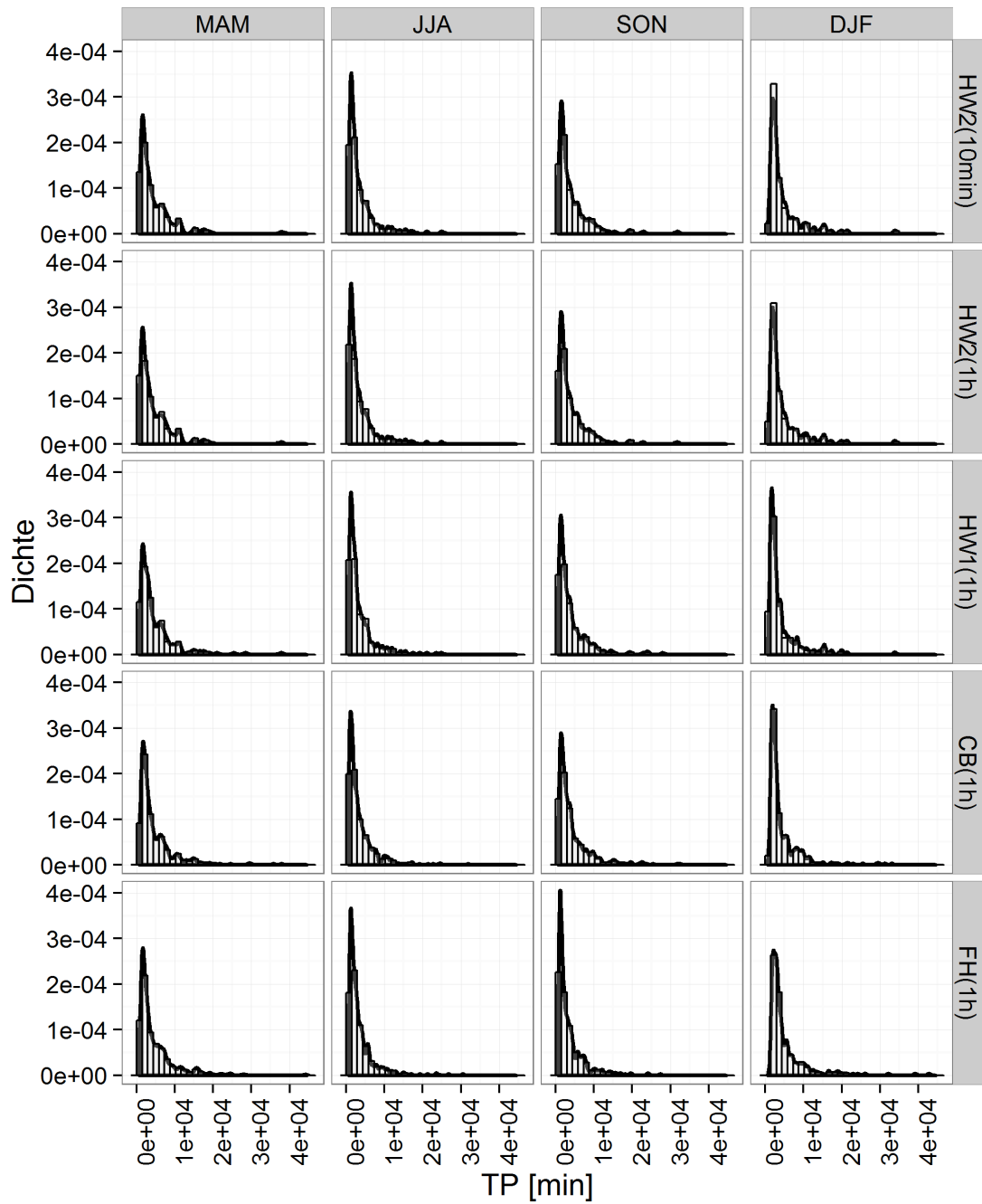


Abbildung A 5: Häufigkeit der Trockenperioden der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.

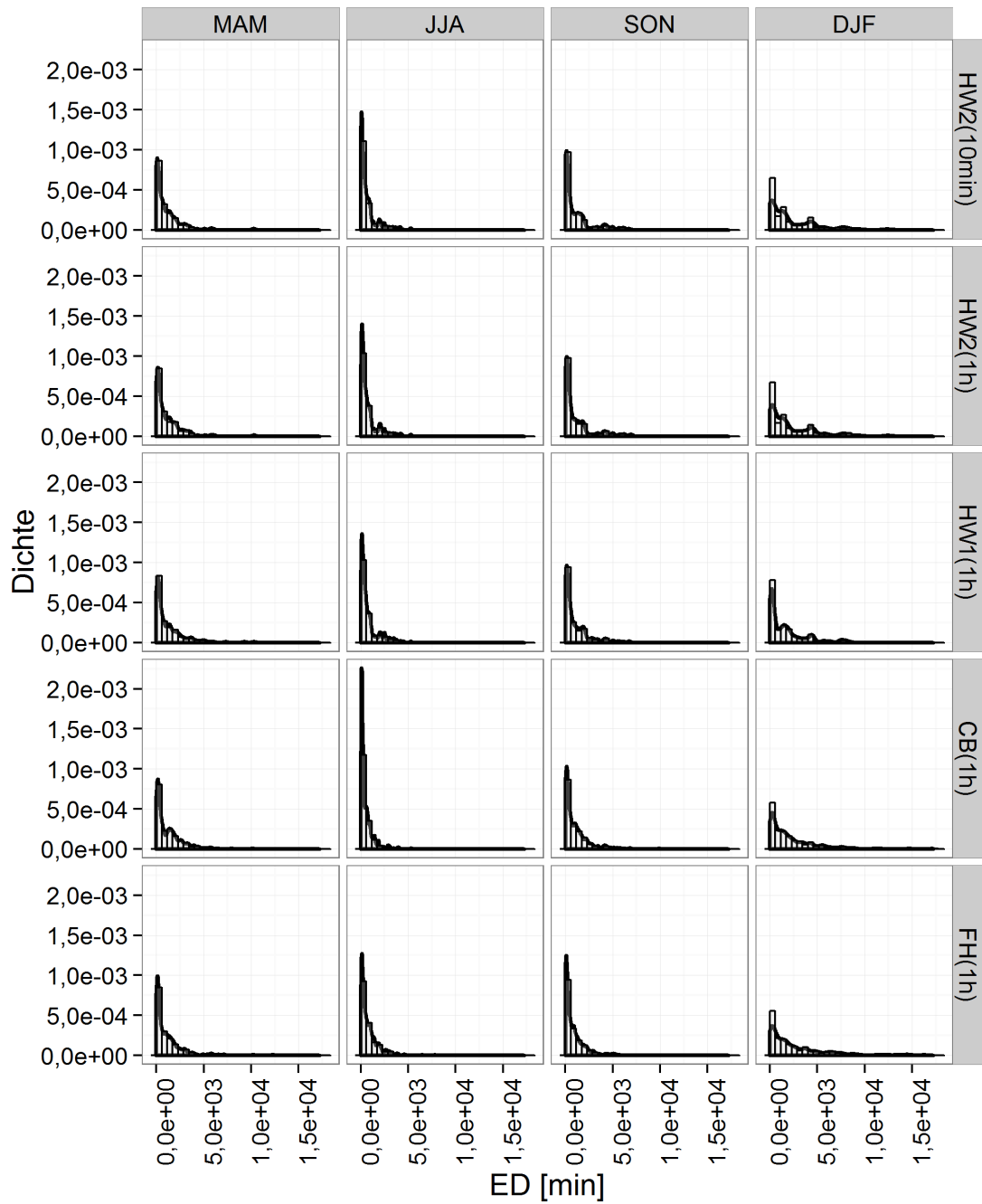


Abbildung A 6: Häufigkeit der Ereignisdauern der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.

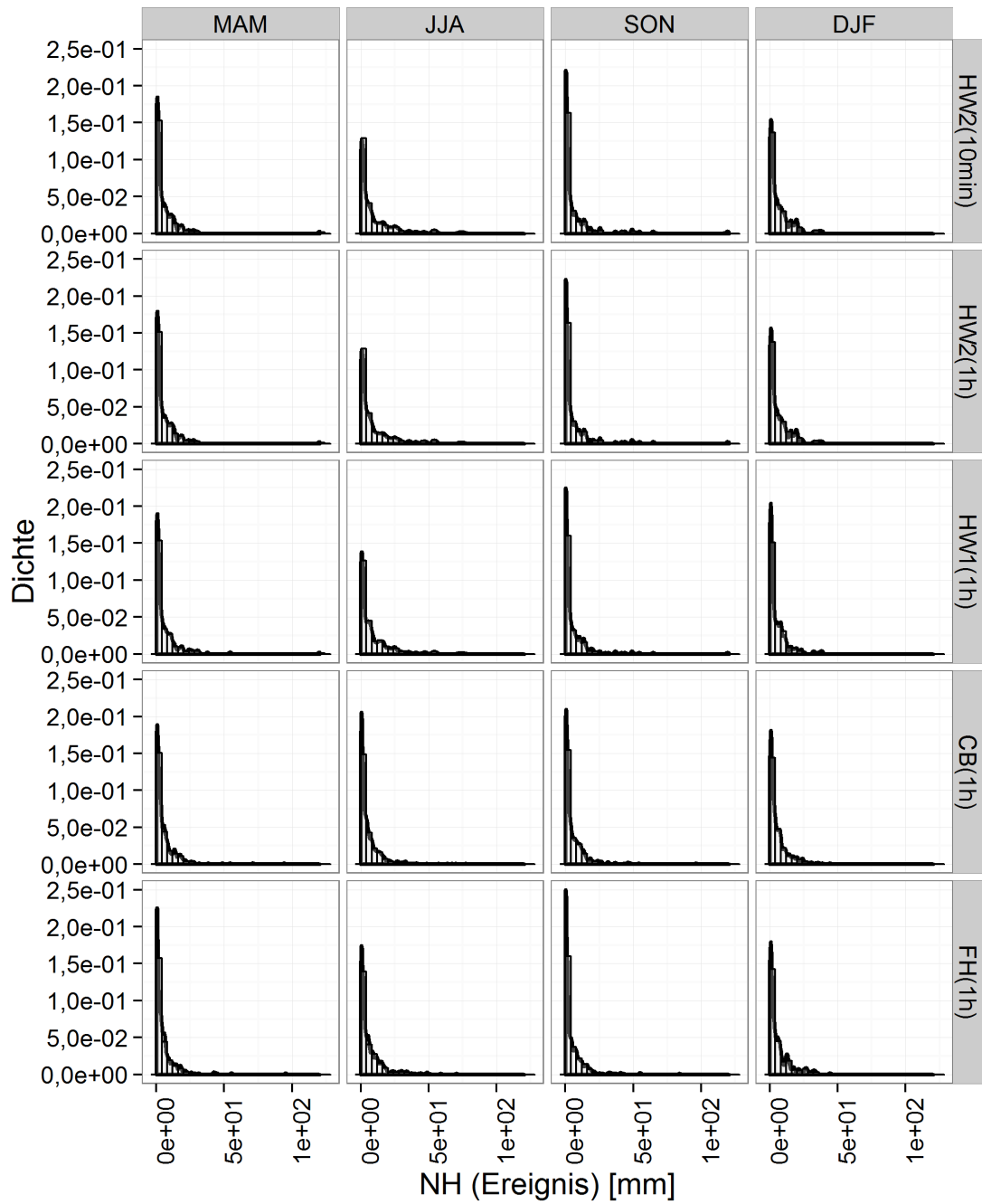


Abbildung A 7: Häufigkeit der Niederschlagshöhen der Ereignisse der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.

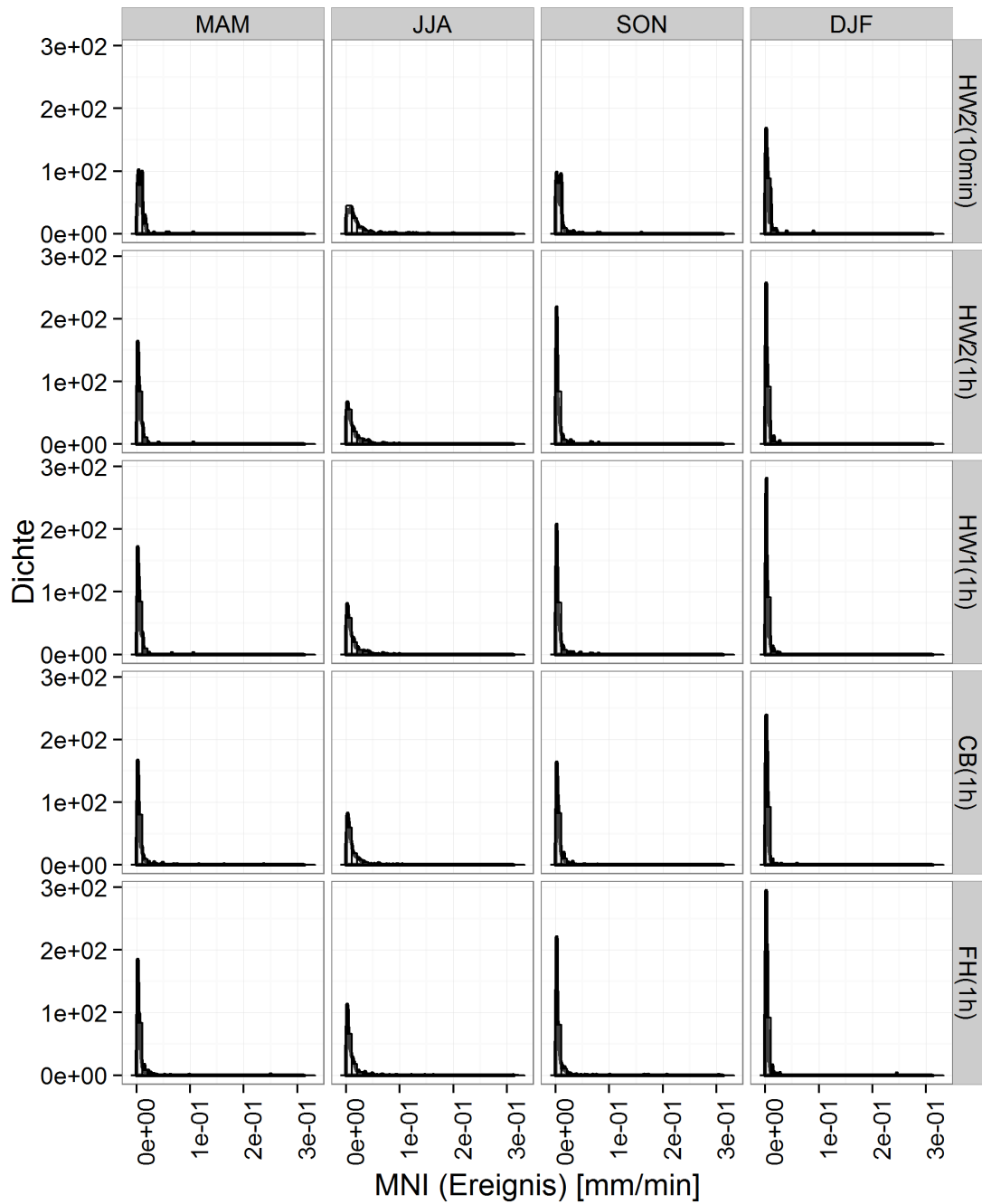


Abbildung A 8: Häufigkeit der mittleren Ereignisintensität der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich als Histogramm und Dichtefunktion.

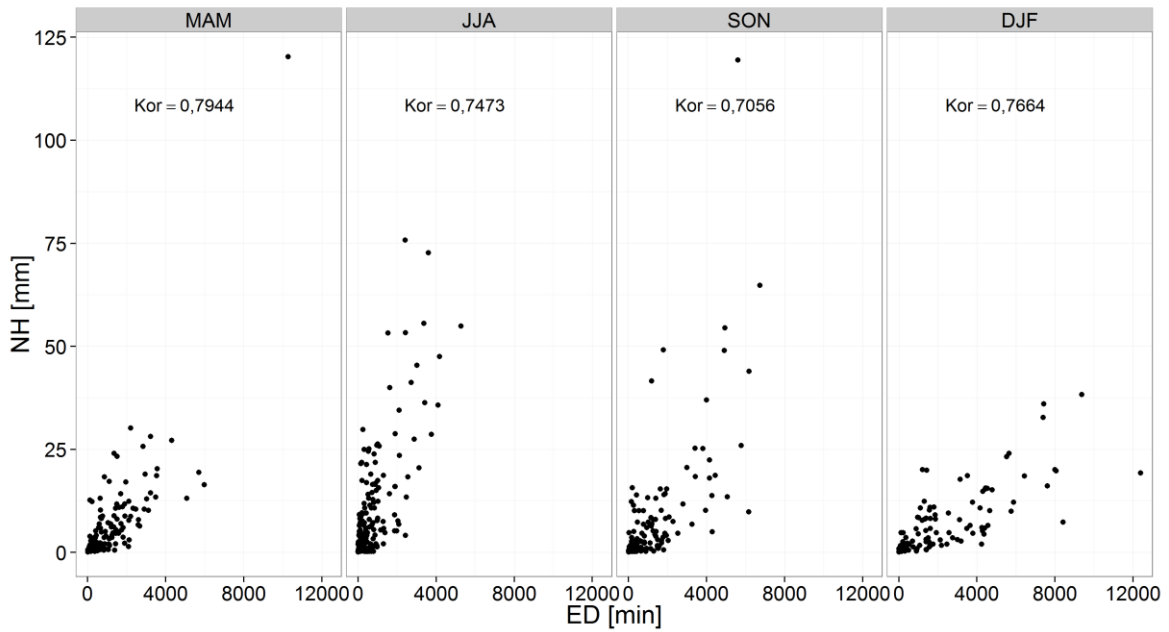


Abbildung A 9 : Streudiagramm der Dauer und Höhe der Niederschlagsereignisse.

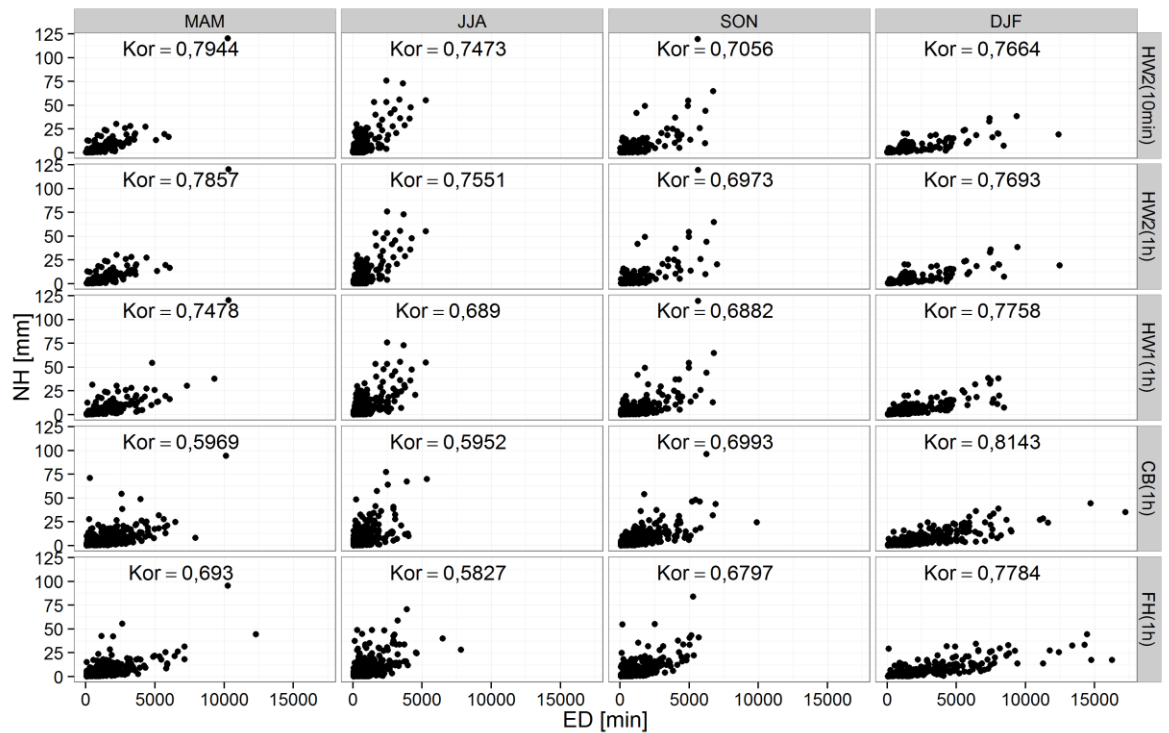


Abbildung A 10: Streudiagramm der Dauer und Höhe der Niederschlagsereignisse der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) im Vergleich.

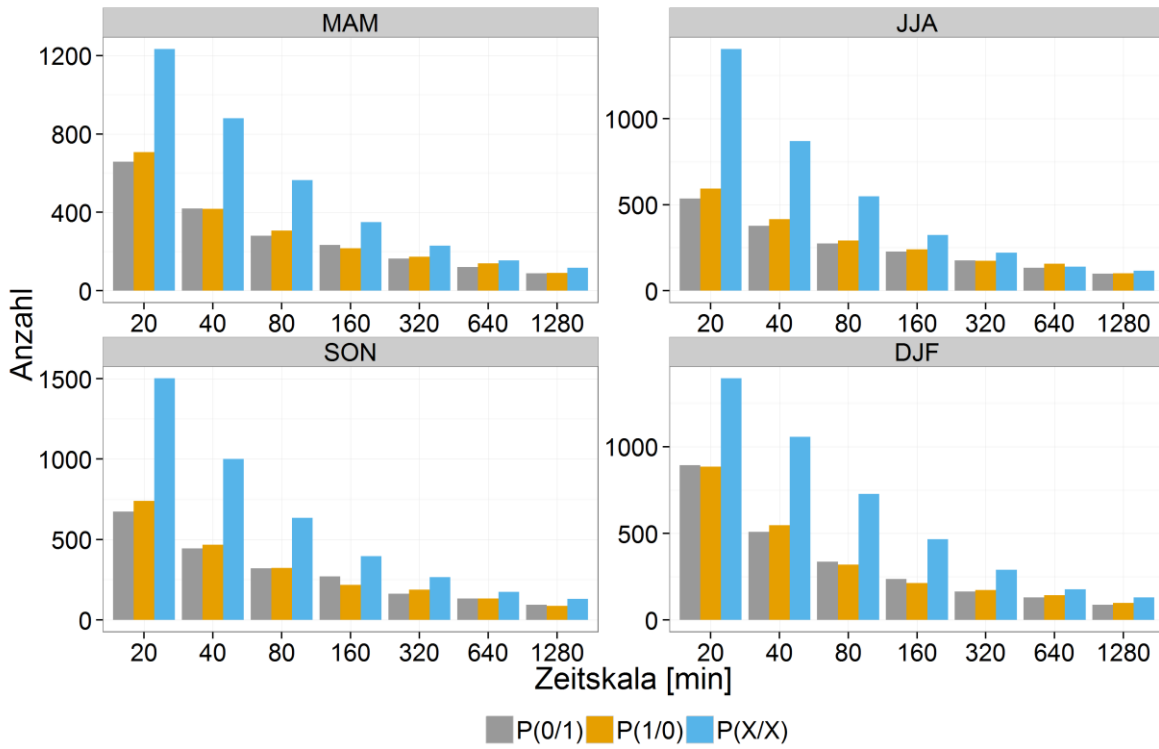


Abbildung A 11 : Anzahl der beobachteten Aufteilungsklassen für jede beim Aggregieren gebildete Zeitskala.

## Tabellen

Tabelle A 1: Jahreszeiten zur saisonalen Einteilung der Niederschlagsdaten.

Jahreszeit	Zeitraum	Abkürzung
Frühling	01.03. – 31.05	MAM
Sommer	01.06. – 31.08.	JJA
Herbst	01.09. – 30.11.	SON
Winter	01.12 – 28./29.02.	DJF

Tabelle A 2:  $R^2$  für den Zusammenhang der Wahrscheinlichkeiten der Aufteilungsklassen der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) und der Modellierung der Wahrscheinlichkeiten  $P(t)$  durch Gleichung 20

Station	Jahreszeit	Aufteilungsklasse	$R^2$
HW2(10min)	MAM	P(1/0)	0.83
HW2(10min)	MAM	P(0/1)	0.96
HW2(10min)	MAM	P(X/X)	0.93
HW2(10min)	JJA	P(1/0)	0.85
HW2(10min)	JJA	P(0/1)	0.99
HW2(10min)	JJA	P(X/X)	0.96
HW2(10min)	SON	P(1/0)	0.89
HW2(10min)	SON	P(0/1)	0.82
HW2(10min)	SON	P(X/X)	0.96
HW2(10min)	DJF	P(1/0)	0.78
HW2(10min)	DJF	P(0/1)	0.44
HW2(10min)	DJF	P(X/X)	0.71
HW2(1h)	MAM	P(1/0)	0.87
HW2(1h)	MAM	P(0/1)	0.56
HW2(1h)	MAM	P(X/X)	0.99
HW2(1h)	JJA	P(1/0)	0.20
HW2(1h)	JJA	P(0/1)	0.65
HW2(1h)	JJA	P(X/X)	0.99
HW2(1h)	SON	P(1/0)	0.94
HW2(1h)	SON	P(0/1)	0.34
HW2(1h)	SON	P(X/X)	0.70
HW2(1h)	DJF	P(1/0)	0.56
HW2(1h)	DJF	P(0/1)	0.73
HW2(1h)	DJF	P(X/X)	0.82
HW1(1h)	MAM	P(1/0)	0.83
HW1(1h)	MAM	P(0/1)	0.47
HW1(1h)	MAM	P(X/X)	0.98
HW1(1h)	JJA	P(1/0)	0.56
HW1(1h)	JJA	P(0/1)	0.21
HW1(1h)	JJA	P(X/X)	0.82
HW1(1h)	SON	P(1/0)	0.70



HW1(1h)	SON	P(0/1)	0.52
HW1(1h)	SON	P(X/X)	0.94
HW1(1h)	DJF	P(1/0)	0.71
HW1(1h)	DJF	P(0/1)	0.63
HW1(1h)	DJF	P(X/X)	0.84
CB(1h)	MAM	P(1/0)	0.34
CB(1h)	MAM	P(0/1)	0.95
CB(1h)	MAM	P(X/X)	0.79
CB(1h)	JJA	P(1/0)	0.97
CB(1h)	JJA	P(0/1)	0.98
CB(1h)	JJA	P(X/X)	0.98
CB(1h)	SON	P(1/0)	0.75
CB(1h)	SON	P(0/1)	0.68
CB(1h)	SON	P(X/X)	0.97
CB(1h)	DJF	P(1/0)	0.79
CB(1h)	DJF	P(0/1)	0.22
CB(1h)	DJF	P(X/X)	0.66
FH(1h)	MAM	P(1/0)	0.31
FH(1h)	MAM	P(0/1)	0.43
FH(1h)	MAM	P(X/X)	0.96
FH(1h)	JJA	P(1/0)	0.92
FH(1h)	JJA	P(0/1)	0.88
FH(1h)	JJA	P(X/X)	0.99
FH(1h)	SON	P(1/0)	0.84
FH(1h)	SON	P(0/1)	0.73
FH(1h)	SON	P(X/X)	0.91
FH(1h)	DJF	P(1/0)	0.84
FH(1h)	DJF	P(0/1)	0.15
FH(1h)	DJF	P(X/X)	0.63

Tabelle A 3:  $R^2$  für den Zusammenhang der alphas der BDC der Stationen HW2(10min), HW2(1h), HW1(1h), CB(1h) und FH(1h) und der Modellierung der alphas durch Gleichung 11

Station	Jahreszeit	$R^2$
HW2(10min)	MAM	0.97
HW2(10min)	JJA	0.98
HW2(10min)	SON	0.99
HW2(10min)	DJF	0.99
HW2(1h)	MAM	0.96
HW2(1h)	JJA	0.95
HW2(1h)	SON	0.95
HW2(1h)	DJF	0.93
HW1(1h)	MAM	0.95
HW1(1h)	JJA	0.97
HW1(1h)	SON	0.97
HW1(1h)	DJF	0.98
CB(1h)	MAM	0.99

CB(1h)	JJA	1.00
CB(1h)	SON	0.94
CB(1h)	DJF	0.98
FH(1h)	MAM	0.98
FH(1h)	JJA	0.98
FH(1h)	SON	0.99
FH(1h)	DJF	0.97

## **R Skripte**

workspace.R

Berechnung kritische Trockenzeit.R

Einteilung Ereignisse.R

Berechnung PRP Parameter.R

Parametrisierung PRP.R

Parametrisierung Zufallskaskade.R

PRP Generierung.R

Disaggregation Zeitreihe.R

Vereinheitlichung Zeitintervalle.R

Parametrisierung PRP Abbildungen.R

Vergleich Daten.R