

DEUTSCHE BAUZEITUNG

MITTEILUNGEN ÜBER

ZEMENT, BETON- UND EISENBETONBAU

* * * * *
 UNTER MITWIRKUNG * DES VEREINS DEUTSCHER PORTLAND-CEMENT-
 * * FABRIKANTEN * UND * DES DEUTSCHEN BETON-VEREINS * *

V. JAHRGANG.

No. 12.

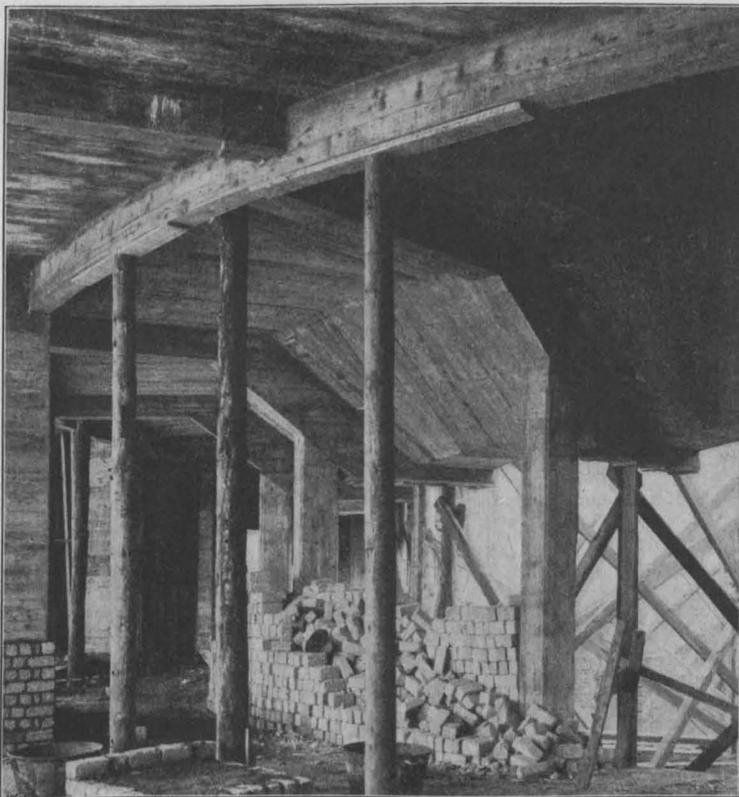
Zur Berechnung von Eisenbeton-Zugringen und wagrecht gebogenen Balken.

(Kuppel- und sonstige Eisenbeton-Konstruktionen am Neubau des Orpheum-Theaters in Bochum.)
 Von Dr.-Ing. Karl W. Mautner, Oberingenieur der Eisenbeton-Unternehmung Carl Brandt in Düsseldorf. (Forts. statt Schluß.)

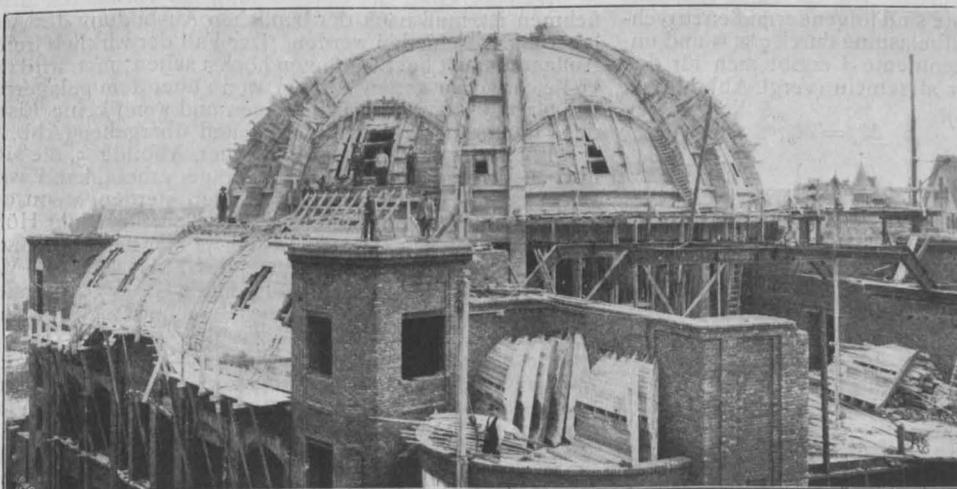
Die Konstruktion des Kuppelringes und Sturzes, sowie der 30 m weit gespannten Kuppel selbst geht im einzelnen aus den Abbildgn. 15 bezw. 16—18 hervor. Ein Ein-

blick in die eben ausgeschaltete Kuppel folgt in nächster Nummer. Die Bauzeit der eigentlichen Kuppel betrug 6 Wochen. Die Einrüstung (Abbildgn. 13 u. 14 in No. 11 u. Abbildg. 19) erfolgte mittels 16 Sprengwerksbindern, wovon 8 stärkere in die Mitte jedes Rippenpaares, die übrigen in Kuppelfeldmitte gesetzt wurden. Die Ausrüstungsvorrichtung bestand in Keilen, die unter alle Stützen auf Zugringhöhe geschoben waren. Die Ausrüstung ging durch Lüften der Keile nach fünfwöchentlicher Abbindezeit allmählich vor sich; es bildete sich weder an den Rippen, noch an dem rd. 10 m weit gespannten, wagrecht gekrümmten Ringsturz ein wahrnehmbarer Riß.

Auch alle übrigen Trag- und Deckenkonstruktionen dieses Neubaus wurden in Eisenbeton ausgeführt. Von diesen verdienen vielleicht die folgenden Aufmerksamkeit. Der oberhalb der Bühnenöffnung gelegene scheinrechte Eisenbetonsturz von 12 m Spannweite hat die 8 m hohe, $2\frac{1}{2}$ Stein starke Bühnenhausmauer, Bühnendecke und -Dach sowie die durch die Kuppelsturzkonsole übertragenen Lastanteile von 4 Kuppelrippen aufzunehmen. Er wurde, um an Masse und Eigengewicht zu sparen, nach Abbildg. 20 als Ständerfachwerk ohne Diagonalen konstruiert. Wie es bei solchen Ausführungen geboten ist, wurde auf die Biegunsspannung der Ständer und deren Einfluß auf die Gurtungen nebst der Aufgabe der ersteren, die Schubspannungen aufzunehmen, gebührend Rücksicht genommen. Die Galeriekonstruktion beider Ränge von je rd. 60 m abgewickelter Länge und rd. 7 m Breite (vergl. den Schnitt durch das Theater Abbildg. 1 in No. 11 und den Grundriß der Galerie Abbildg. 21) wurde als diejenige einer Decke zwischen Kragträgern und Stützen, letztere in 5 m durchschnittlicher Entfernung, ausgeführt. Die Kragträger konnten, da die Ränge mit Rabitzgewölben unterspannt werden, bei Beobachtung der ungünstigsten Laststellungen durch



Abbildgn. 24 und 19. Untersicht der Galerie bezw. Einschalung der Kuppel.



Menschengedänge möglichst als Träger gleichen Widerstandes ausgebildet werden. Die Einzelheiten gehen aus Abb. 22 und 23 hervor, während Abbildg. 24 die Unteransicht eines eben ausgeschalteten Ranges wiedergibt. Vom Kuppelaußring bis zum Hauptgesims der Wandelgang-Vorbauten spannen sich viertelkreisförmige Eisenbetondächer mit Öffnungen zur Aufnahme gekrümmter Oberlichte (vergl. auch Abb. 19 und die Aufnahme des Gebäudes nach Fertigstellung der Eisenbetonarbeiten in nächster Nummer).

(Schluß folgt.)

Bei der Berechnung von Eisenbetonbauteilen herrscht vielfach noch Unklarheit, ob Platten und Balken als frei aufliegend, oder als irgendwie eingespannt anzusehen und zu rechnen seien.

Die bei eisernen Trägern übliche Annahme kann hier nicht maßgebend sein, da bei jenen eine wirklich freie Auflagerung tatsächlich viel leichter auszuführen ist, und da der eiserne Träger wegen der gleichen Festigkeit gegen Druck und Zug positive und negative Momente gleich gut aufnehmen kann, ohne einer besonderen Ausbildung zu bedürfen. Bei Eisenbeton jedoch sind die Träger mit den sie stützenden Bauteilen infolge der Gleichartigkeit des Baustoffes viel öfter, wenn auch unbeabsichtigt, verbunden, als bei Eisen. Außerdem kann der für ein positives Moment ermittelte Eisenbeton-Querschnitt nicht ohne besondere Verstärkung ein negatives Moment aufnehmen, und endlich sind Plattenbalken wegen der Nichtwirksamkeit der Platte an ihren Enden, auch wenn die Eiseneinlagen nach oben gebogen sind, viel schwächer als in ihrer Mitte.

Aus allen diesen Gründen erscheint die Berücksichtigung eines etwa möglichen Einspannungsmomentes stets geboten, nicht, weil dieses das Moment in Balkenmitte verringert, sondern weil es den Querschnitt an der Einspannungsstelle beansprucht.

Unsere Vorschriften für die Berechnung von Eisenbetonbauten geben in dieser Beziehung leider keinen Anhalt, geschweige denn eine Bestimmung. Sie machen die Berücksichtigung einer Einspannung von der Willkür des Berechnenden abhängig und verlangen den Nachweis durch Rechnung. — Die Einspannung kann aber vorhanden sein, auch wenn sie nicht nachgewiesen wird, und kann in den Balken- oder Plattenenden Beanspruchungen erzeugen, denen durch eine noch so sichere Berechnung der Trägermitte nicht genügt wird.

Eine Berechnung und Nachprüfung des Einspannungsmomentes ist also überall dazweckmäßig und sogar notwendig, wo nicht besondere Vorkehrungen für eine wirklich freie, d. h. ohne Beanspruchung des Trägers drehbare Auflagerung getroffen sind, und ganz besonders dann, wenn Zugspannungen auch im Beton angenommen werden und eine gewisse Grenze nicht überschreiten sollen. Fraglich ist es nur, welcher Grad der Einspannung im einzelnen Falle anzunehmen ist; hierüber sollen im folgenden einige Anhaltspunkte gegeben werden.

Zwischen dem fest und dem nicht eingespannten Träger liegen alle möglichen Fälle der teilweisen Einspannung; beim ersteren sind die Trägerenden unwandelbar fest (ihr Drehwinkel stets gleich Null), beim letzteren drehen sie sich unter irgend einer Belastung um den Winkel α . Unter „halber Einspannung“ sei nun diejenige verstanden, bei der sich die Balkenenden unter derselben Belastung nur um $\frac{1}{2}\alpha$ drehen können. Dieser Fall ist denkbar bei einem Brückenquerträger, der bei seiner Durchbiegung den ihn tragenden Hauptträger verdreht. Die für halbe Einspannung entstehenden Momente sind folgendermaßen zu rechnen: bei gleichmäßiger Vollbelastung durch q kg/m und unveränderlichem Trägheitsmomente J ergibt sich für den eingespannten Balken ganz allgemein (vergl. Abbildg. 1):

1) $A = B = \frac{ql}{2}$; 2) $M_a = M_b$;

3) $E \cdot J \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = M_x = -M_a + A \left(\frac{l}{2} - x \right) - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right)^2$.

Durch Integration wird:

$$E \cdot J \cdot \frac{dy}{dx} = -M_a \cdot x + A \cdot \frac{l}{2} \cdot x - A \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{ql^2}{8} \cdot x + \frac{ql}{4} \cdot x^2 - \frac{q}{6} \cdot x^3 + \text{const.}$$

Für $x = 0$ ist $\frac{dy}{dx} = 0$, also $\text{const.} = 0$.

Für $x = \frac{l}{2}$ folgt: 4) $E \cdot J \cdot \frac{dy}{dx} = -M_a \cdot \frac{l}{2} + \frac{ql^3}{24}$.

Der frei aufliegende Balken hat $M_a = M_b = 0$, somit wird für ihn:

5) $\text{tang } \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{ql^3}{24 \cdot E \cdot J}$.

Läßt man für den Zustand der halben Einspannung von diesem Werte die Hälfte als Drehwinkel zu, so ergibt sich:

$$E \cdot J \cdot \frac{ql^3}{48 E \cdot J} = -M_a \cdot \frac{l}{2} + \frac{ql^3}{24}$$

woraus folgt:

6) $M_a = \frac{ql^2}{24}$.

Weiter ist das Moment in Balkenmitte:

$$M_m = -M_a + A \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} = -M_a + \frac{ql^2}{8}$$

7) $M_m = + \frac{ql^2}{12}$.

Die Momente für halbe Einspannung liegen also genau in der Mitte zwischen denen des fest und des nicht eingespannten Trägers.

Dasselbe Verhältnis ergibt sich bei Einviertel- und bei Dreiviertel-Einspannung, und auch bei Belastung des Trägers durch eine Einzellast in seiner Mitte. Man findet also:

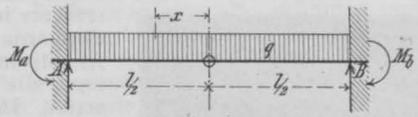
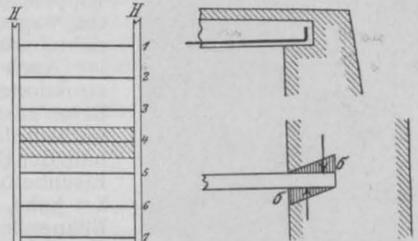
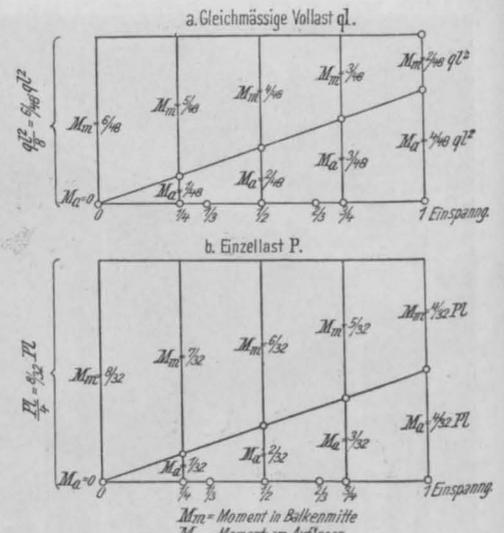


Abbildung 1. Balken vollkommen eingespannt.



Abbildungen 4 und 5. Freie Auflagerung (oben) bzw. Einspannung (unten).

Abbildung 6.



Abbildungen 2 und 3. Graphische Darstellung der Momente verschiedener Einspannungsgrade.

die Summe des Mitten- und des Auflagermomentes ist unabhängig von dem Grade der Einspannung, und zwar gleich $\frac{ql^2}{8}$ bei gleichmäßiger Vollbelastung des Trägers, und gleich $\frac{Pl}{4}$ unter einer Einzellast P in Trägermitte.

Die Verteilung dieser Summe auf die beiden Momente erfolgt in geradem Verhältnis zur Stärke der Einspannung, nach den in Abbildung 2 u. 3 gezeichneten Schaubildern.

Welcher Grad der Einspannung als vorhanden anzunehmen ist, muß nach der baulichen Ausbildung der Auflagerung entschieden werden. Der Fall der wirklich freien Auflagerung ist bei Eisenbeton höchst selten; man wird ihn vielleicht voraussetzen können, wenn über dem gelagerten Trägerende keine Auflasten liegen und wenn keine Eisen des Trägers in den stützenden Bauteil übergehen (Abb. 4).

Eine entsprechend starke Mauer, Abbildg. 5, die sich noch genügend hoch über den Träger erhebt, kann wohl stets als fest einspannend angesehen werden, wenn der Eisenbetonträger mindestens auf das 3fache seiner Höhe in sie hineingreift. Zudem läßt sich ja hier nachprüfen, ob auch wirklich das zur Aufnahme des Einspannungsmomentes nötige Mauergewicht vorhanden ist. (Vgl. Foerster, Das Material und die statische Berechnung der Eisenbetonbauten. S. 121.)

Besondere Beachtung verdient der Fall, daß mehrere Zwischenträger auf einem Längsträger lagern. Das dann mindestens auftretende Einspannungsmoment soll im folgenden näher untersucht werden.

In Abbildg. 6 ist eine Brücke (oder sonst ein Tragwerk) dargestellt, bestehend aus 2 Hauptträgern und einer

Reihe auf ihnen lagernder Querträger. Ist nur ein einziger Querträger belastet, so will er sich durchbiegen und dabei die Hauptträger, auf denen er doch nicht beweglich gelagert ist, nach innen kippen. Der Hauptträger ist aber auch mit den anderen nicht belasteten Querträgern verbunden, die ihn in seiner alten Lage zu halten suchen. Dieser Widerstand des Hauptträgers gegen seine Verdrehung äußert sich im belasteten Querträger als Einspannungs-Moment, im unbelasteten dagegen als ein solches, das an seinem Ende angreift und ihn durchbiegt. Durch das Eigengewicht werden alle Querträger gleichmäßig durchgebogen und die Hauptträger auf ihre ganze Länge nach innen gekippt, wenn man annimmt, daß sie nicht oben durch einen Windverband oder dergl. versteift sind. Für die Erzeugung des Einspannungs-Momentes kommt also bei offenen Brücken usw. nur die Verkehrs-last in Frage. Das Einspannungs-Moment wird am größten, wenn nur ein Querträger (4) belastet ist, und alle anderen versteifend auf die Hauptträger wirken.

1. Fall: Der Hauptträger werde als vollkommen starr angenommen, d. h. die unbelasteten Querträger müssen sich an ihren Enden um denselben Winkel drehen, wie der belastete. Für sie gilt dann in der oben benutzten Gleichung 3):

$$E \cdot J \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x,$$

daß $M_x = \text{const} = M_a$, gleich dem vom Hauptträger auf die Querträger übertragenen Auflagermomente ist. Somit folgt, wenn vorläufig nur die beiden, dem belasteten Querträger benachbarten als versteifend angenommen werden und in derselben Weise wie oben:

$$2 E \cdot J \cdot \frac{dy}{dx} = M_a \cdot x + \text{const}$$

hierin wird wieder $\text{const} = 0$. Am Balkenende ergibt sich

$$2 E \cdot J \cdot \tan \alpha = M_a \cdot \frac{l}{2},$$

woraus folgt: 8) $\tan \alpha = 0,25 \frac{M_a \cdot l}{E \cdot J}$.

Dieser Winkel α bestimmt die Verdrehung des belasteten Balkens. Für letzteren war oben unter Annahme gleichmäßig verteilter Belastung ermittelt worden (Gleichung 4):

$$E \cdot J \cdot \tan \alpha = -M_a \cdot \frac{l}{2} + \frac{q l^3}{24}.$$

Folglich wird:

$$E \cdot J \cdot 0,25 \frac{M_a \cdot l}{E \cdot J} = -M_a \cdot \frac{l}{2} + \frac{q l^3}{24},$$

und 9)

$$M_a = \frac{4}{3} \cdot \frac{q l^2}{24} = \frac{q l^2}{18}.$$

Dieser Wert entspricht der Größe des Einspannungs-Momentes zwischen halber und Dreiviertel-Einspannung (vergl. Abbildg. 2 u. 3).

Nun wirken auf den Hauptträger versteifend nicht nur zwei, sondern mehrere unbelastete Querträger, sodaß der Drehwinkel immer kleiner, die Einspannung also größer wird. Rechnet man drei Querträger als Versteifung des Hauptträgers, so ergibt sich im selben Rechnungsgange wie oben genau eine Dreiviertel-Einspannung, bei einer größeren Zahl von Querträgern entsprechend mehr. Ganze Einspannung wird natürlich nie erreicht.

Man kann die obigen Formeln etwas allgemeiner fassen und, mit ν die Zahl der versteifenden Querträger auf einer Seite des belasteten bezeichnend, schreiben:

$$10) M_a \cdot \left(1 + \frac{1}{2\nu}\right) = \frac{q l^2}{12} \text{ und Gl. 8): } \tan \alpha = \frac{M_a \cdot l}{4\nu \cdot E \cdot J}$$

2. Fall: die Verdrehung des Hauptträgers werde mit berücksichtigt. Auch auf ihn wirkt das Einspannungs-Moment M_a . Es bezeichne:

ν : die Zahl der als versteifend zu rechnenden Querträger auf einer Seite des belasteten.

λ : die Feldweite = Entfernung von Querträger zu Querträger.

J_H : das Trägheitsmoment des Hauptträgers.

J_q : das Trägheitsmoment der Querträger.

Der Verdrehungswinkel eines Stabes ist nun (vgl. Taschenbuch der Hütte, I. Band, Festigkeitslehre, E. Drehungsfestigkeit):

$$\psi = l \cdot \xi \cdot \frac{J_x + J_y}{4 J_x \cdot J_y} \cdot \frac{M_D}{G}$$

Hierin ist zu setzen:

$$l = \nu \cdot \lambda; \xi = 1,2 \text{ nach Hütte; } M_D = M_a; \\ G = 0,385 \cdot E \text{ nach Hütte; } J_x = J_H.$$

Ferner sei angenommen: $J_y = \frac{1}{10} \cdot J_x$ und für alle Träger dasselbe E . Somit wird:

$$\psi = 1,2 \cdot \nu \cdot \lambda \cdot \frac{1,1 \cdot J_H}{4 \cdot J_H \cdot 0,1 J_H} \cdot \frac{M_a}{0,385 E}$$

$$11) = 8,57 \cdot \frac{\nu \cdot \lambda \cdot M_a}{E \cdot J_H}$$

Der gesamte Drehwinkel β des belasteten Balkenendes wird nun aus Gleichung 10) und 11):

$$\beta = \alpha + \psi$$

$$\tan \beta = \frac{M_a \cdot l}{4 \cdot \nu \cdot E \cdot J_q} + 8,57 \cdot \frac{\nu \cdot \lambda \cdot M_a}{E \cdot J_H}$$

Setzt man das in Gleichung 4) ein, so wird:

$$E \cdot J_q \tan \beta = E J_q \cdot \left(\frac{M_a \cdot l}{4\nu \cdot E \cdot J_q} + 8,57 \cdot \frac{\nu \cdot \lambda \cdot M_a}{E \cdot J_H} \right)$$

$$= -M_a \cdot \frac{l}{2} + \frac{q l^3}{24}$$

$$\text{oder: } 12) \quad M_a \left(1 + \frac{1}{2\nu} + 17,04 \cdot \frac{\nu \cdot \lambda \cdot J_q}{l \cdot J_H} \right) = \frac{q l^2}{12}$$

Macht man z. B. die Voraussetzung, daß im Durchschnitt $J_q = \frac{1}{20} J_H$ und $\lambda = \frac{1}{5} l$ ist, und daß im ganzen 11 Querträger auf einen Hauptträger entfallen, daß also die Zahl ν der Querträger, die auf einer Seite des belasteten mittleren liegen, 5 beträgt, so wird:

$$M_a \left(1 + \frac{1}{10} + 17,04 \cdot \frac{5}{5 \cdot 20} \right) = M_a \cdot 1,96 = \frac{q l^2}{12}$$

$$M_a = \frac{q l^2}{24} = \text{halber Einspannung.}$$

Der Einfluß der Hauptträgerverdrehung auf den Grad der Einspannung (vgl. Gl. 12) wird, da mit der Zahl ν auch das Verhältnis $\frac{J_H}{J_q}$ wächst, ungefähr immer derselbe bleiben, sodaß man nach vorstehenden Untersuchungen den Satz aussprechen kann:

Bei offenen Brücken und ähnlichen Tragwerken empfiehlt es sich, die Endquerschnitte der Querträger unter der Voraussetzung halber Einspannung (vergl. Abbildg. 2 u. 3) mindestens für Verkehrs-last zu untersuchen.

Sind die Hauptträger oben durch einen Windverband oder dergl. versteift, so wird das Einspannungs-Moment natürlich noch bedeutend größer, außerdem auch durch das Eigengewicht erzeugt. Dann dürfte es sich zur Sicherheit empfehlen, für Eigengewicht- und Verkehrs-last zusammen mit Dreiviertel-Einspannung zu rechnen.

Hat man nachgewiesen oder will man so dimensionieren, daß das Einspannungs-Moment weder im Träger noch in seinem Auflager unzulässige Spannungen erzeugt, so kann man natürlich auch das Mittenmoment des Trägers entsprechend geringer annehmen. (Vergl. Abbildg. 2 u. 3.) —

Vermischtes.

Eisenbetonbauten auf der Bauausstellung in Stuttgart. In der gleichnamigen kurzen Mitteilung in No. 11 ist ein Irrtum untergelaufen, der unseren Lesern wohl nicht entgangen sein wird. Die dort erwähnte, fälschlicherweise zum Vergleich herangezogene Straßenbahn-Wagenhalle in Nürnberg ist eine Ausführung des Nürnberger Hauses der A.-G. Dyckerhoff & Widmann. Wir haben dieses interessante Bauwerk selbst Jahrgang 1906, S. 17 u. f., der „Mitteilungen“ veröffentlicht. — Die von der A.-G. Wayß & Freytag in Stuttgart ausgeführte Eisenbetonhalle — Architekt Martin Elsässer in Stuttgart — hat bei 15,80 m Breite eine Länge von 9,50 m und eine Höhe bis zur First von

8,70 m. Die Hallenkonstruktion besteht aus 4 Eisenbeton-Rahmen im Abstand von 3,05 m, deren Füße auf Betonfundamenten ruhen. Die Dachhaut ist, soweit sie nicht als Oberlicht ausgebildet ist, in eisernem Bimsbeton hergestellt und mit Ruboroid abgedeckt. Die Architektur läßt die Konstruktion unverdeckt, so daß diese als das Hauptmoment in die Erscheinung tritt. —

Inhalt: Zur Berechnung von Eisenbeton-Zugringen und wagrecht gebogenen Balken. Kuppel- und sonstige Eisenbeton-Konstruktionen am Neubau des Orpheum-Theaters in Bochum. — Das Einspannungsmoment bei Platten und Balken aus Eisenbeton. — Vermischtes. —

Verlag der Deutschen Bauzeitung, G. m. b. H., Berlin. Für die Redaktion verantwortlich: Fritz Eiselen, Berlin. Buchdruckerei Gustav Schenck Nachflg., P. M. Weber, Berlin.