

ARMIERTER BETON.

1919. MÄRZ.

INHALT

Der Eisenbetonschiffbau. Von E. Probst. S. 53.
Über Spannungen in symmetrisch und unsymmetrisch belasteten Kugelschalen (Kuppeln) insbesondere bei Belastung durch Winddruck. Von E. Schwerin, Charlottenburg. (Forts. statt Schluß von S. 37.) S. 54.
Berechnung durchgehender Balken mit Hilfe des Einspannungsgrades. Von Dr.-Ing. Palen, Oberingenieur der Fa. Robert Berndt Söhne, Dresden. S. 64.

Die Anwendung der Clapeyronschen Gleichung bei kontinuierlichen Trägern mit veränderlichen Trägheitsmomenten. Von Ingenieur Albert Franke i. Fa. Wayss u. Freytag A. G. Niederlassung Düsseldorf. S. 70.
Literaturschau. Bearbeitet von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. S. 75.
Verschiedene Mitteilungen und Personalmeldungen. S. 78.
Bücherbesprechungen. S. 79.

DER EISENBETONSCHEIFFBAU.

Besprochen von E. Probst.

Die Verwendung des Eisenbetons im Schiffbau ist mit einiger Eile aus der Not des Krieges heraus hervorgegangen, und es bleibt zu hoffen, daß die allzu rasche Einführung der Bauweise ohne systematische Untersuchung der grundlegenden Fragen nicht zum Nachteil der Förderung der neuen Bauweise ausschlagen wird. Die Erfahrungen, die bisher mit dem Eisenbetonschiffbau gemacht wurden, sind zum größten Teil in der uns noch immer unzugänglichen Auslandspraxis gesammelt worden, und die wenigen zuverlässigen Mitteilungen sind derart widersprechend, daß man sich kein genaues Urteil darüber bilden kann.

Im Nachstehenden soll versucht werden, das Wesentliche des bisher allgemein Bekannten zusammenzustellen und diejenigen Aufgaben zu untersuchen, die der wissenschaftlichen Forschung vorbehalten bleiben, unbeschadet der Erfahrungen, die die praktischen Ausführungen noch bieten werden.

Wenn man von der technischen Spielerei eines französischen Ingenieurs, aus der Mitte des vorigen Jahrhunderts absieht, die vielfach mit Unrecht als Ausgangspunkt des Eisenbetonschiffbaus betrachtet wird, so wird man die ersten Arbeiten der Eisenbeton-Unternehmung Gabellini in Rom zu Ende des vorigen Jahrhunderts als Beginn der Verwendung des Eisenbetons im Schiffbau bezeichnen müssen.

Eine lesenswerte Arbeit des holländischen Ingenieurs Boon, der selbst Eisenbetonschiffe entwarf und ausführte, enthält eine Zusammenstellung der ausgeführten und der in Ausführung begriffenen Schiffsbauten in Europa und Amerika. Ferner enthält die Arbeit eine Zusammenstellung der verschiedenen Konstruktionen und Arbeitsmethoden im Eisenbetonschiffbau, und wir erfahren, daß in Nordamerika bereits ein 7900-Tonnen-Schiff im Bau ist. Leider fehlt in dem Buche jede kritische Besprechung; es fehlen An-

gaben über Beobachtungen, besonders über schlechte Erfahrungen bei den bereits ziemlich zahlreichen Ausführungen der Praxis, was sehr wohl zu verstehen ist, da die normale Verbindung mit den Eisenbetonschiffe bauenden Nationen nur in unvollkommenem Maße besteht.

Neben den Fachzeitschriften haben sich erfreulicherweise die Tageszeitungen in stärkerem Maße, als es bisher üblich war, mit der technisch und wirtschaftlich so wichtigen Frage befaßt. Aus den mannigfachen Veröffentlichungen seine nachstehende Erwägungen hervorgehoben, die aus wirtschaftlichen Gründen der Einführung des Eisenbetons im Schiffbau günstig sind:

Eine kürzere Bauzeit wird dadurch erzielt, daß sowohl die Materialbeschaffung, als auch die Arbeit einfacher ist, wie bei anderen Schiffen.

Der Verbrauch an kostbaren Rohstoffen, wie Eisen, Holz und Farbe, wird auf ein Mindestmaß beschränkt, während man Zement, Sand und Kies überall ohne Schwierigkeit erhält. Die im Eisenbetonschiffbau notwendigen Anstriche fallen gänzlich weg.

Ferner braucht man beim Eisenbetonschiffbau weniger geschultes Arbeitspersonal, und die Verbindung der einzelnen Konstruktionselemente ist einfacher als beim Eisenschiffbau.

Aus den angeführten Grundsätzen werden besonders geringe Herstellungskosten errechnet.

Zahlreiche veröffentlichte Patente auf dem Gebiete des Eisenbetonschiffbaues zeigen das lebhafteste Interesse der Unternehmungen und der in der Praxis wirkenden Ingenieure für das neue Gebiet. Man wird in dieser Beziehung an die Zeit der ersten Eisenbetondecken erinnert, als eine Unzahl von Systemen, Patenten und Gebrauchsmustern auftauchte, von denen nur ein geringer Bruchteil von Wert war, und die in die Praxis vielfach nicht zum Vorteil einer gesunden Entwicklung eingeführt wurden.

Soweit die erwähnten wirtschaftlichen Vorteile berücksichtigt werden, wird man in der Tat geneigt sein, an einen baldigen größeren Erfolg der neuen Bauweise zu glauben. Vom Standpunkt der wissenschaftlichen Forschung muß aber Nachdruck darauf gelegt werden, daß eine Zahl noch ungeklärter Aufgaben gelöst werden muß, die als grundlegende Vorbedingung einer gesunden Entwicklung und einer Erfolg verheißenden Verwendung des Eisenbetons im Schiffbau betrachtet werden können. In allen größeren Staaten sind auch bereits Kommissionen eingesetzt worden zum Studium des Eisenbetonschiffbaus, und es bleibt abzuwarten, nach welcher Richtung und mit welchem Erfolg die in Aussicht genommenen wissenschaftlichen Untersuchungen sich entwickeln werden.

Die Aufgaben, deren Lösung wissenschaftlichen Untersuchungen vorbehalten sind, zerfallen in konstruktive und Materialprüfungsaufgaben.

Die konstruktiven Aufgaben fußen auf den Erfahrungen mit Eisen- und Holzschiffen. Im allgemeinen müssen die Formen der Schiffskörper auf Grund der alten Erfahrungen gewählt werden. Man ist aber in der Lage, die einzelnen Dimensionen der Länge, Breite und Tiefe entsprechend dem Eigengewicht des Schiffkörpers und nach den erforderlichen Tiefgängen zu ändern. Wie weit dies möglich ist, darüber haben erprobte Schiffbauer zu entscheiden.

Die Feststellung des Eigengewichtes der Eisenbetonschiffkörper ist zum Teil eine konstruktive Aufgabe, und in dieser Beziehung scheint mir das Verfahren der Italiener am erfolgversprechendsten, bei dem der Schiffkörper in Doppelwände mit dazwischen liegenden Querrippen aufgelöst wird. Die zwischen beiden Wänden liegenden Hohlräume haben auch den großen Vorteil, daß sie dem Schiffkörper eine gewisse Elastizität verleihen. Die Außen- und Innenwände können bei Anwendung des Verfahrens verhältnismäßig dünn gehalten werden, und die Doppelwand bietet eine höhere Sicher-

heit als eine einfache Wand gegen das Versinken der Schiffe.

Andererseits ist die Frage des Eigengewichts der Eisenbetonschiffe eine Materialfrage. Es gibt gesetzlich geschützte Verfahren, die durch bestimmte Materialauswahl und Zusätze in der Lage sein sollen, das Eigengewicht des Eisenbetons zu vermindern, aber ihr Wert bleibt so lange zweifelhaft, als ihre Nachprüfung nicht im vollen Lichte der Öffentlichkeit vor sich gehen kann. Es ist bekannt, daß bei der Auswahl der Zuschlagstoffe die größte Vorsicht geboten ist. Ihre chemischen Eigenschaften und Eigenfestigkeiten müssen gewisse Bedingungen erfüllen, damit sich nicht im Laufe der Jahre zerstörende Einflüsse bemerkbar machen. Noch vorsichtiger hat die Auswahl der Bindemittel zu erfolgen, wenn es sich um die Verwendung des Eisenbetons zu Seeschiffen handelt. Zweifellos wird es möglich sein, durch eine entsprechende Auswahl der Bindemittel und der Zuschlagstoffe einerseits das Eigengewicht des Betons auf ein Mindestmaß einzuschränken, andererseits eine genügende Sicherheit gegen die Zerstörung durch Meerwasser zu schaffen. Hierzu sind neben den bekannten Versuchen noch eingehende und systematische wissenschaftliche Untersuchungen notwendig, und es darf nicht überraschen, wenn bis dahin ein oder der andere Mißerfolg zu verzeichnen sein wird.

Ähnlich verhält es sich mit der Erforschung der geeigneten Mittel zur Erzielung eines möglichst wasserdichten und wasserundurchlässigen Betonmaterials. Die zur Verringerung des Schiffswiderstandes und zur Erhöhung der Wasserundurchlässigkeit des Betons notwendige glatte Oberfläche ist untrennbar damit verbunden.

Die wissenschaftliche Forschung hat m. E. bisher den vorstehend berührten grundlegenden Fragen nicht die Aufmerksamkeit zugewendet, die ihrer Bedeutung zukommt. Ihre Klärung wird nicht nur der Entwicklung des Eisenbetonschiffbaues förderlich sein, sondern auch die Anwendung des Beton- und Eisenbetons im Wasserbau, insbesondere im Seebau erleichtern.

ÜBER SPANNUNGEN IN SYMMETRISCH UND UNSYMMETRISCH BELASTETEN KUGELSCHALEN (KUPPELN) INSBESONDERE BEI BELASTUNG DURCH WINDDRUCK.

Von E. Schwerin, Charlottenburg.

(Fortsetzung statt Schluß von S. 37.)

III. Die durch Winddruck unsymmetrisch belastete Schale ohne Biegungswiderstand.

Von den in bezug auf die Vertikalachse nicht symmetrischen Belastungsfällen der Kugel-

schale ist praktisch besonders der Fall von Bedeutung, daß die Oberflächenkräfte längs der Parallelkreise sinus- bzw. cosinusförmig in φ veränderlich sind, ihre von θ und φ abhängigen

Komponenten, die jetzt mit $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ bezeichnet seien, also dem Gesetz folgen:

$$\bar{X} = X \sin \varphi; \quad \bar{Y} = Y \cos \varphi; \quad \bar{Z} = Z \sin \varphi. \quad (37)$$

wo X, Y, Z für jeden Breitenkreis konstante, nur noch von ϑ abhängige Funktionen bezeichnen.

Da die Schale in Richtung der Breitenkreise geschlossen ist, müssen bei dieser Belastung auch

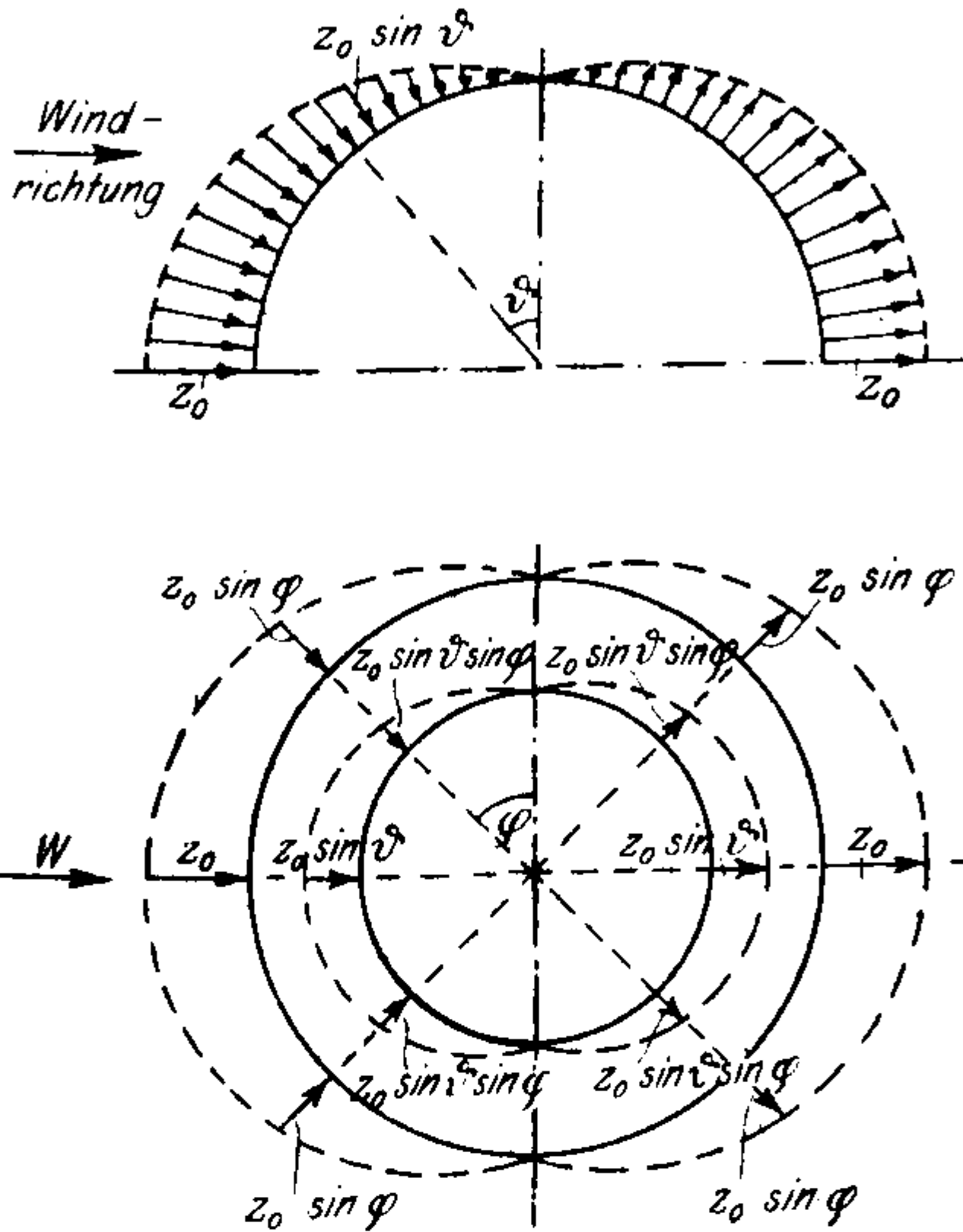


Fig. 6.

sämtliche Spannungen und Formänderungen längs der Breitenkreise sinus- bzw. cosinusförmig verlaufen, so daß die Normal- und Schubspannungen der Schale ohne Biegungswiderstand dem Ansatz genügen:

$$\bar{T}_1 = T_1 \sin \varphi; \quad \bar{T}_2 = T_2 \sin \varphi; \quad \bar{S} = S \cos \varphi. \quad (38)$$

und man bei Einführung der Ansätze (37), (38) in die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen (III) erhält:

$$\left. \begin{aligned} (T_1 \sin \vartheta)' - T_2 \cos \vartheta - S + a X \sin \vartheta &= 0 \\ (S \sin \vartheta)' + S \cos \vartheta + T_2 + a Y \sin \vartheta &= 0 \\ -(T_1 + T_2) + a Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Die im vorstehenden angegebene Belastungsweise ist nun insofern von praktischer Bedeutung, als die Oberflächenkräfte an einer durch Winddruck beanspruchten Kuppel einen dem obigen ähnlichen Verlauf zeigen, sobald man beachtet, daß nicht nur auf der Wind- (Luv-) Seite Druckkräfte, sondern auch auf der Leeseite Saugkräfte auf die Oberfläche einwirken, und sobald man annimmt, daß diametral gegenüberliegende Saug- und Druckkräfte die gleiche absolute Größe be-

sitzen. Unter diesen Voraussetzungen kann die Winddruckbelastung durch den Ansatz charakterisiert werden (Fig. 6):

$$\left. \begin{aligned} Z &= -z_0 \sin^2 \vartheta \\ X &= Y = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

wo z_0 den Winddruck einer voll vom Winde getroffenen Flächeneinheit bezeichnet.

Wird (40) in (39) eingeführt, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} (T_1 \sin \vartheta)' - T_2 \cos \vartheta - S &= 0 \\ (S \sin \vartheta)' + S \cos \vartheta + T_2 &= 0 \\ -(T_1 + T_2) - a z_0 \sin^2 \vartheta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (39 a)$$

Aus der Betrachtung des Gleichgewichts der zwischen den Parallelkreisen ϑ, ϑ_0 liegenden Kugelzone lassen sich nach Prof. Reißner auf rein statischem Wege folgende beiden Integrale von (39 a) ableiten:

$$T_1 \cos \vartheta + S = \frac{a z_0 J + c_1}{\sin^3 \vartheta} \dots \dots (41)$$

und

$$T_1 + S \cos \vartheta = \frac{c_2}{\sin^3 \vartheta} \dots \dots \dots (42)$$

wo:

$$J = \int_0^{\vartheta} \sin^3 \vartheta a \vartheta = \frac{1}{3} (2 + \cos \vartheta) (1 - \cos \vartheta)^2$$

$$c_1 = (T_1^* \cos \vartheta_0 + S^* \sin \vartheta_0$$

$$- \frac{a z_0}{3} (2 + \cos \vartheta_0) (1 - \cos \vartheta_0)^2$$

$$c_2 = (T_1^* + S^* \cos \vartheta_0) \sin \vartheta_0$$

und T_1^*, S^* die am oberen Rande ϑ_0 vorgeschriebenen Spannungsergebnisse bezeichnen.

Aus (41), (42) folgen für T_1, S unmittelbar die Werte:

$$T_1 = \frac{-a z_0 J \cos \vartheta + c_2 - c_1 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \dots (43 a)$$

$$S = \frac{a z_0 J + c_1 - c_2 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \dots \dots \dots (43 b)$$

und hieraus mit Benutzung von (39 a):

$$T_2 = -a z_0 \left(\sin \vartheta - \frac{J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right) + \frac{c_1 \cos \vartheta - c_2}{\sin^3 \vartheta} \quad (43 c)$$

Für die im Scheitel geschlossene Schale ($\vartheta_0 = 0$) erhält man analog als Integrale von (39 a)

$$\left. \begin{aligned} T_1 \cos \vartheta + S &= a z_0 \frac{J}{\sin^3 \vartheta} \\ T_1 + S \cos \vartheta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (44)$$

und hieraus:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= -a z_0 \frac{J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta}; & S &= a z_0 \frac{J}{\sin^3 \vartheta}; \\ T_2 &= -a z_0 \left(\sin \vartheta - \frac{J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Für den Scheitel $\vartheta = 0$ wird $T_1 = T_2 = S = 0$, die Endlichkeitsbedingung ist also erfüllt.

IV. Die durch Winddruck unsymmetrisch belastete Schale mit Biegungswiderstand.

A. Grundgleichungen.

Während im vorstehenden der Biegungswiderstand der Schale vernachlässigt wurde, soll im folgenden die Untersuchung der biegungsfesten, durch Winddruck belasteten Kugelschale bis zur zahlenmäßigen Auswertung durchgeführt werden.

Gleichgewichtsbedingungen.

Wird für die Oberflächenkräfte der gleiche Ansatz wie (38):

$$\bar{X} = X \sin \varphi; \quad \bar{Y} = Y \cos \varphi; \quad \bar{Z} = Z \sin \varphi \quad (38)$$

zugrunde gelegt, so gelten für die Spannungsergebnisse und Spannungsmomente folgende Ansätze:

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_1 &= T_1 \sin \varphi, & \bar{N}_1 &= N_1 \sin \varphi, & \bar{G}_1 &= G_1 \sin \varphi, \\ \bar{T}_2 &= T_2 \sin \varphi, & \bar{N}_2 &= N_2 \cos \varphi, & \bar{G}_2 &= G_2 \sin \varphi, \\ \bar{S} &= S \cos \varphi, & & & \bar{H} &= H \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Bei Einführung von (38), (46) u. (40) in die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen (III) erhält man für die Winddruckbelastung folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} (T_1 \sin \vartheta)' - T_2 \cos \vartheta + N_1 \sin \vartheta - S &= 0 \quad \dots a) \\ (S \sin \vartheta)' + S \cos \vartheta + N_2 \sin \vartheta + T_2 &= 0 \quad \dots b) \\ (N_1 \sin \vartheta)' - (T_1 + T_2) \sin \vartheta - N_2 - a z_0 \sin^2 \vartheta &= 0 \quad \dots c) \\ (H \sin \vartheta)' + H \cos \vartheta + N_2 a \sin \vartheta - G_2 &= 0 \quad \dots d) \\ (G_1 \sin \vartheta)' - G_2 \cos \vartheta - N_1 a \sin \vartheta + H &= 0 \quad \dots e) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Auf dem gleichen Wege wie für die Schale ohne Biegungswiderstand erhält man als Integrale von (47):

$$T_1 \cos \vartheta + S + N_1 \sin \vartheta = \frac{a z_0 J + c_1'}{\sin \vartheta} \quad \dots (48)$$

$$T_1 + S \cos \vartheta = \frac{c_2'}{\sin \vartheta} + \frac{H \cos \vartheta - G_1}{a} \quad \dots (49)$$

wo:

$$c_1' = (T_1^* \cos \vartheta_0 + S^* + N_1^* \sin \vartheta_0) \sin \vartheta_0 - \frac{a z_0}{3} (2 + \cos \vartheta_0) (1 - \cos \vartheta_0)^2$$

$$c_2' = \left(T_1^* + S^* \cos \vartheta_0 - \frac{H^* \cos \vartheta_0 - G_1^*}{a} \right) \sin \vartheta_0$$

und der Index * die am oberen Rande $\vartheta = \vartheta_0$ gegebenen Größen kennzeichnet.

Greifen am oberen Rande der offenen Schale keinerlei Kräfte oder Momente an, so lauten die beiden Integrale von (47):

$$T_1 \cos \vartheta + S + N_1 \sin \vartheta = \frac{a z_0 J + c^*}{\sin \vartheta} \quad (48a)$$

$$T_1 + S \cos \vartheta = \frac{H \cos \vartheta - G_1}{a} \quad \dots (49a)$$

wo:

$$c^* = -\frac{a z_0}{3} (2 + \cos \vartheta_0) (1 - \cos \vartheta_0)^2.$$

Für die im Scheitel geschlossene Schale gehen (48) u. (49) über in:

$$T_1 \cos \vartheta + S + N_1 \sin \vartheta = a z_0 \frac{J}{\sin \vartheta} \quad \dots (48b)$$

$$T_1 + S \cos \vartheta = \frac{H \cos \vartheta - G_1}{a} \quad \dots (49b)$$

Gleichungen zwischen Formänderungen und Verschiebungen.

Entsprechend dem Ansatz (38) für die äußeren Kräfte lauten die Ansätze für die Formänderungen:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_1 \sin \varphi, & \bar{u} &= u \sin \varphi, & \bar{K}_1 &= K_1 \sin \varphi, \\ \bar{\varepsilon}_2 &= \varepsilon_2 \sin \varphi, & \bar{v} &= v \cos \varphi, & \bar{K}_2 &= K_2 \sin \varphi, \\ \bar{\omega} &= \omega \cos \varphi, & \bar{w} &= w \sin \varphi, & \bar{\tau} &= \tau \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Bei Einführung von (50) in (II) folgen die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} a \varepsilon_1 &= u' + w, & \dots & \dots & \dots & a) \\ a \varepsilon_2 &= u \cot \vartheta + w - \frac{v}{\sin \vartheta}, & \dots & \dots & \dots & b) \\ a \omega &= v' + \frac{u}{\sin \vartheta} - v \cot \vartheta, & \dots & \dots & \dots & c) \\ a^2 \kappa_1 &= w'' - u', & \dots & \dots & \dots & d) \\ a^2 \kappa_2 &= (w' - u) \cot \vartheta - \frac{w}{\sin^2 \vartheta} + \frac{v}{\sin \vartheta}, & \dots & \dots & \dots & e) \\ a^2 \tau &= \left(\frac{w}{\sin \vartheta} \right)', & \dots & \dots & \dots & f) \end{aligned} \right\} \quad \dots (51)$$

Gleichungen zwischen Formänderungen und Spannungen.

Die Einführung von (46) und (50) in (I) ergibt:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{12 D}{\delta^2} (\varepsilon_1 + \sigma \varepsilon_2) \dots \dots \dots (a) \\ T_2 &= \frac{12 D}{\delta^2} (\varepsilon_2 + \sigma \varepsilon_1) \dots \dots \dots (b) \\ S &= \frac{12 D}{\delta^2} \cdot \frac{1 - \sigma}{2} \cdot \omega \dots \dots \dots (c) \\ G_1 &= -D (\varkappa_1 + \sigma \varkappa_2) + T_1 \frac{\delta^2}{12 a} (d) \\ G_2 &= -D (\varkappa_2 + \sigma \varkappa_1) + T_2 \frac{\delta^2}{12 a} (e) \\ H &= D(1 - \sigma) \tau - S \frac{\delta^2}{12 a} (f) \end{aligned} \right\} \cdot (52)$$

wo
$$D = \frac{E \delta^3}{12(1 - \sigma^2)}$$

B. Die oben offene Schale bei Winddruck.

Aufstellung der vollständigen Differentialgleichungen des Problems.

Um nun aus den vorstehenden Grundgleichungen den Spannungszustand vollständig zu bestimmen, eliminieren wir zunächst in den Gl. (47) mit Hilfe von (48) N_1 und N_2 und erhalten:

$$\left. \begin{aligned} T_1' \sin \vartheta - T_2 \cos \vartheta - 2S &= -\frac{a z_0 J + c_1'}{\sin \vartheta} \dots (a) \\ H' \sin \vartheta + 2H \cos \vartheta - G_2 &= a \sin \vartheta (T_1' \cos \vartheta + T_2 \sin \vartheta + S' \\ &+ \frac{a z_0 J + c_1'}{\sin^2 \vartheta} \cos \vartheta) \dots \dots \dots (b) \\ \frac{H \cos \vartheta - G_1}{a} = T_1 + S \cos \vartheta - \frac{c_2'}{\sin \vartheta} &\dots \dots \dots (c) \end{aligned} \right\} (53)$$

Der nächste Schritt besteht jetzt darin, daß die Biegungs- und Torsionsmomente durch die Längs- und Schubspannungen ausgedrückt werden. Zu diesem Zweck addieren wir (51 a) und (51 d) und eliminieren w mit Hilfe von (51 a). Dann folgt:

$$a^2 \varkappa_1 = a \varepsilon_1'' - (u''' + u') \dots \dots (54 a)$$

Ferner liefert die Addition von (51 b) und (51 e) bei Beachtung von (51 f):

$$\left. \begin{aligned} a^2 \varkappa_2 &= -a (\varepsilon_2 - \varepsilon_1' \cot \vartheta + \varepsilon_1 \cot^2 \vartheta) \\ &- \frac{\cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} (u'' \sin \vartheta - u' \cos \vartheta) \end{aligned} \right\} (54 b)$$

Es läßt sich nun, ohne erst u aus den Gleichungen (51 a), (51 b), (51 c) durch Integration explicit bestimmen und in (54 a) und (54 b) einsetzen zu müssen, aus 51 a) b) c) unmittelbar ableiten, daß:

$$\left. \begin{aligned} u'' \sin \vartheta - u' \cos \vartheta \\ = \frac{a \delta^2}{12 D (1 - \sigma)} [(T_1 - T_2)' \sin \vartheta - 2S] \end{aligned} \right\} (55 a)$$

und

$$\left. \begin{aligned} u''' + u' &= \frac{a \delta^2}{12 D (1 - \sigma)} \left[(T_1 - T_2)'' \right. \\ &\left. + (T_1 - T_2)' \cot \vartheta - \frac{2S'}{\sin \vartheta} \right] \end{aligned} \right\} (55 b)$$

so daß (54 a) und (54 b) bei Benutzung von (52 a) und (52 b) übergehen in:

$$\left. \begin{aligned} a^2 \varkappa_1 &= \frac{a \delta^2}{12 D (1 - \sigma^2)} \left[T_2'' - T_1' \sigma \right. \\ &\left. - (T_1 - T_2)' (1 + \sigma) \cot \vartheta + \frac{2S'}{\sin \vartheta} (1 + \sigma) \right] \\ a^2 \varkappa_2 &= \frac{a \delta^2}{12 D (1 - \sigma^2)} \left[(T_2 - T_1 \sigma)' \cot \vartheta \right. \\ &\left. + T_2 (\sigma \cot^2 \vartheta - 1) + T_1 \sigma - \cot^2 \vartheta \right. \\ &\left. + 2S (1 + \sigma) \frac{\cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} \right] \end{aligned} \right\} (56)$$

und nach Elimination von S mittelst (53 a) sich G_1, G_2 in folgender Weise nach (52 c) und (52 d) durch T_1 und $T = T_1 + T_2$ ausdrücken lassen:

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= -\frac{\delta^2}{12 D (1 - \sigma^2)} \left[T'' + \sigma T' \cot \vartheta \right. \\ &- T (\sigma \cot^2 \vartheta - 1) - T_1 (1 - \sigma^2) \\ &\left. + a z_0 (1 + \sigma) \left\{ \sin \vartheta - (1 - \sigma) (J + c_1') \frac{\cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right\} \right] \\ &+ \frac{T_1 \delta^2}{12 a} \\ G_2 &= -\frac{\delta^2}{12 D (1 - \sigma^2)} \left[\sigma T'' + T_1' \cot \vartheta \right. \\ &- T (\cot^2 \vartheta - \sigma) - T_2 (1 - \sigma^2) \\ &\left. + a z_0 (1 + \sigma) \left\{ \sigma \sin \vartheta + (1 - \sigma) (J + c_1') \frac{\cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right\} \right] \\ &+ \frac{T_2 \delta^2}{12 a} \end{aligned} \right\} (57)$$

während H bei Benutzung von (55 a), (51 a), (52 a), (52 b) und (53 a) folgendermaßen durch T_1, T_2, S dargestellt werden kann:

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{\delta^2}{12 a (1 + \sigma)} \left[\left(\frac{T}{\sin \vartheta} \right)' \right. \\ &\left. + a z_0 \frac{(J + c_1') (1 + \sigma)}{\sin^3 \vartheta} \right] - S \frac{\delta^2}{12 a} \end{aligned} \right\} (57 a)$$

Setzt man nun (57) und (57 a) in die linken Seiten von (53) ein, so ergeben sich, wenn wieder

$$-\left(\frac{12 a^2}{\delta^2} + 1 \right) (1 - \sigma^2) = \lambda^4 \dots \dots (58)$$

und

$$L(X) = X'' + X' \cot \vartheta - X \cot^2 \vartheta$$

eingeführt wird, folgende Hauptgleichungen des Problems:

$$\left. \begin{aligned} T_1' \sin \vartheta - T_2 \cos \vartheta - 2S &= a z_0 \frac{J + c_1'}{\sin \vartheta} \\ -\frac{1}{\lambda^4} [L(T) + T - T_2(1 - \sigma^2) + a z_0(1 + \sigma) \sin \vartheta] \\ &= T_1' \sin \vartheta \cos \vartheta + T_2 \sin^2 \vartheta + S' \sin \vartheta \\ &\quad + a z_0 (J + c_1') \cot \vartheta \\ -\frac{1}{\lambda^4} [L(T) + T - T_1(1 - \sigma^2) + a z_0(1 + \sigma) \sin \vartheta] \\ &= T_1 + S \cos \vartheta - \frac{c_2'}{\left(1 + \frac{\delta^2}{12a^2}\right) \sin \vartheta} \end{aligned} \right\} (59)$$

oder nach Elimination von S mit Hilfe der ersten Gleichung:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{2}{\lambda^4} [L(T) + T - T_2(1 - \sigma^2) + a z_0(1 + \sigma) \sin \vartheta] \\ = \left\{ \begin{aligned} T_1'' \sin^2 \vartheta + (3T_1 - T_2)' \sin \vartheta \cos \vartheta \\ + 3T_2 \sin^2 \vartheta + a z_0 [(J + c_1') \cot \vartheta + \sin^3 \vartheta] \end{aligned} \right\} \\ -\frac{2}{\lambda^4} [L(T) + T - T_1(1 - \sigma^2) + a z_0(1 + \sigma) \sin \vartheta] \\ = \left\{ \begin{aligned} T_1' \sin \vartheta \cos \vartheta + 2T_1 - T_2 \cos^2 \vartheta \\ + a z_0 (s + c_1') \cot \vartheta - \frac{2c_2'}{\left(1 + \frac{\delta^2}{12a^2}\right) \sin \vartheta} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} (60)$$

Hiermit ist das Problem auf die vollständige Integration der Gl. (59) oder (60) zurückgeführt.

Asymptotische Integration des homogenen Systems. (Unbelastete Schale.)

Um zunächst das aus den obigen Hauptgleichungen hervorgehende homogene System zu integrieren, wenden wir wieder, da auch hier die üblichen Integrationsmethoden für größere Werte von ϑ versagen, die „asymptotische Integration“ an.

Führt man zunächst zur Vereinfachung der Rechnung die neuen Unbekannten U, V, W durch die Beziehungen ein:

$$T_1 + T_2 = T = \frac{U}{\sqrt{\sin \vartheta}}; \quad T_1 = \frac{V}{\sin \vartheta}; \quad S = \frac{W}{\sin \vartheta} \quad (61)$$

so lautet das aus (59) hervorgehende homogene System ($z_0 = 0$):

$$\left. \begin{aligned} V' + \left(\frac{V}{2} - U\right) \cot \vartheta &= \frac{2W}{\sin \vartheta} \\ -\frac{1}{\lambda^4} (1 - \sigma^2) \frac{2V - U}{\sin \vartheta} &= \frac{U - 2V}{\sin \vartheta} + \frac{W}{2} \cot \vartheta + W' \\ -\frac{1}{\lambda^4} \left[U'' + \frac{3}{4} U (2 - \cot^2 \vartheta) - V (1 - \sigma^2) \right] \\ &= V + W \cos \vartheta \end{aligned} \right\} (62)$$

Werden sodann die Unbekannten in folgender Form angesetzt:

$$\left. \begin{aligned} U &= e^{\lambda \vartheta} \left(U_0 + \frac{U_1}{\lambda} + \frac{U_2}{\lambda^2} + \frac{U_3}{\lambda^3} + \dots \right) \\ V &= e^{\lambda \vartheta} \left(V_0 + \frac{V_1}{\lambda} + \frac{V_2}{\lambda^2} + \frac{V_3}{\lambda^3} + \dots \right) \\ W &= e^{\lambda \vartheta} \left(W_0 + \frac{W_1}{\lambda} + \frac{W_2}{\lambda^2} + \frac{W_3}{\lambda^3} + \dots \right) \end{aligned} \right\} (63)$$

so ergeben sich aus der Gleichsetzung gleich hoher negativer Potenzen von λ , wobei allgemein von der Potenz $\lambda^{-(n+3)}$ auszugehen ist, schließlich folgende Rekursionsformeln für die „Zählerfunktionen“ U_n, V_n, W_n :

$$\left. \begin{aligned} -4U_n &= \alpha_n - \frac{3}{2} \cot \vartheta (\varphi_n + \psi_n \cos \vartheta) - \psi_n \sin \vartheta \\ &\quad - (1 - \sigma^2) \left(V_{n-2} - \int \beta_n d\vartheta \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \int [3U_{n-1} (2 - \cot^2 \vartheta) \\ &\quad + \varphi_n + \psi_n \cos \vartheta] (2 + 3 \cot^2 \vartheta) d\vartheta + C_n' \end{aligned} \right\} (64)$$

$$V_n = \varphi_{n-1} + U_{n-1} \cot \vartheta \dots \dots \dots (65)$$

$$W_n = \psi_{n-1} - \frac{U_{n-1}}{\sin \vartheta} \dots \dots \dots (66)$$

wo:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n &= -V'_n - \frac{V_n}{2} \cot \vartheta + \frac{2W_n}{\sin \vartheta} \dots (a) \\ \psi_n &= -W'_n - \frac{W_n}{2} \cot \vartheta \\ &\quad + \frac{2V_n - (1 - \sigma^2)(2V_{n-4} - U_{n-4})}{\sin \vartheta} \dots (b) \\ \alpha_n &= 3U'_{n-1} + U''_{n-2} \\ &\quad + \frac{3}{4} U_{n-2} (2 - \cot^2 \vartheta) \dots \dots \dots (c) \\ \beta_n &= V_{n-1} + (2V_{n-2} - U_{n-2}) \cot \vartheta \\ &\quad + (2V_{n-3} - U_{n-3}) \left(1 + \frac{3}{2} \cot^2 \vartheta \right) \dots (d) \end{aligned} \right\} (67)$$

und C'_n eine willkürlich zu wählende Integrationskonstante bezeichnet.

Setzt man nun in diesen Rekursionsformeln $n = 0, 1, 2, 3 \dots$, so erhält man, wenn wieder wie in (23):

$$\gamma = \frac{5\vartheta + 3 \cot \vartheta}{8}$$

gesetzt wird, für U, V, W folgende reelle Zählerfunktionen:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= 1; \quad U_1 = -\gamma; \quad U_2 = \frac{\gamma^2}{2} - \frac{3}{16} \cot^2 \vartheta \\ U_3 &= -\frac{\gamma^3}{6} + \frac{3}{16} \gamma (2 + \cot^2 \vartheta) \\ &\quad - \frac{21}{128} \cot \vartheta (3 + \cot^2 \vartheta) - \frac{23}{128} \vartheta \\ &\quad - \frac{1 - \sigma^2}{4} (\vartheta - 2 \cot \vartheta) \end{aligned} \right\} (68)$$

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= 0; \quad V_1 = \cot \vartheta; \\ V_2 &= -\gamma \cot \vartheta - 1 - \frac{3}{2} \cot^2 \vartheta \\ V_3 &= \frac{\gamma^2}{2} \cot \vartheta + \frac{\gamma}{2} (2 + 3 \cot^2 \vartheta) \\ &\quad + \frac{3}{16} \cot \vartheta (4 + \cot^2 \vartheta) \end{aligned} \right\} (69)$$

$$\left. \begin{aligned} W_0 &= 0; & W_1 &= -\frac{1}{\sin \vartheta}; \\ W_2 &= \frac{\gamma + \frac{3}{2} \cot \vartheta}{\sin \vartheta}; \\ W_3 &= -\frac{1}{\sin \vartheta} \left[\frac{\gamma^2}{2} + \frac{3}{2} \gamma \cot \vartheta \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{16} (4 + \cot^2 \vartheta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

Vergleicht man die nach (68) für $U_0 \dots U_3$ erhaltenen Ausdrücke mit den nach (23) sich ergebenden Funktionen, so zeigt sich, daß beide bis auf U_2 vollständig übereinstimmen und auch U_3 sich nur um das für $\vartheta = 90^\circ$ ganz verschwindende Glied: $\frac{1-\sigma^2}{2} \cot \vartheta$ unterscheidet. Dies hat seinen Grund in folgendem:

Die Addition der beiden Gl. (56) liefert bei Elimination von S mit Hilfe von (53a), wenn:

$$\frac{E \delta a}{\lambda^2} (z_1 + z_2) = K$$

eingeführt wird, die Gl.: $(T = T_1 + T_2)$

$$\lambda^2 K = L(T) + T + a z_0 (1 + \sigma) \sin \vartheta \dots (71)$$

Andererseits läßt sich bei Elimination von N_1 und N_2 aus (47) die Gleichung gewinnen:

$$2(H \sin \vartheta)' + (G_1 \sin \vartheta)'' - G_2 - (G_3 \cos \vartheta)' \sin \vartheta \left. \begin{aligned} &= T a \sin^2 \vartheta + a^2 z_0 \sin^3 \vartheta \end{aligned} \right\} (72)$$

Ersetzt man hierin $G_1 G_2$ nach (52d), (52e) und H mit Hilfe der aus (51) und (52f) folgenden Beziehung:

$$H = D \frac{1-\sigma}{2} (z_1 \cos \vartheta - z_2' \sin \vartheta)$$

durch $z_1 z_2$, so erhält man schließlich mit Benutzung von (60):

$$\lambda^2 \left[T + \frac{2(1-\sigma^2)(T_1 - T_2)}{\lambda^4 \left(1 + \frac{\delta^2}{12a^2} \sin^2 \vartheta \right)} \right] = L(K) - K \sigma \dots (73)$$

Da infolge des großen Wertes von λ^4 das Glied Δ , solange ϑ nicht sehr klein, im allgemeinen gegen T vernachlässigt werden kann, erhält man also mit großer Annäherung aus (71), (73) für $z_0 = 0$:

$$\lambda^2 K = L(T) + T \sigma \dots \dots \dots (I)$$

$$\lambda^2 T = L(K) - T \sigma \dots \dots \dots (II)$$

und dieses Gleichungssystem stimmt vollständig mit dem nach (20) für $N = N_1$ und $K = \frac{E \delta a}{\lambda^2} z_2 \operatorname{tg} \vartheta$

erhaltenen überein, muß also auch die gleichen Zählerfunktionen für die einander entsprechenden Größen liefern. Man gelangt hiernach zu folgendem sehr wichtigen und interessanten Ergebnis:

Bei einer nur am unteren Rande sinus- bzw. cosinusförmig belasteten Kugelschale gelten für die Summe der Meridian- und Breitenkreis-Normalspannungen $T_1 + T_2$ bzw. für die Summe der entsprechenden Krümmungsänderungen $\varkappa_1 + \varkappa_2$ mit großer Annäherung die gleichen asymptotischen Reihenentwicklungen wie für die Querkraft N_1 bzw. für $\varkappa_2 \operatorname{tg} \vartheta$ einer nur am unteren Rande gleichmäßig belasteten Schale.

Auch sei noch bemerkt, daß sich bei Vernachlässigung von Δ Partikulärlösungen von (71), (73) in geschlossener Form durch den Ansatz:

$$T = A \sin \vartheta; \quad K = B \sin \vartheta$$

gewinnen lassen, wenn für die Konstanten A, B passende Werte gewählt werden.

Nach Bestimmung der Zählerfunktionen (68), (69), (70) von U, V, W erhält man aus (56) und (52d), (52e) für die Zählerfunktionen von G_1^0, G_2^0 :

$$\left. \begin{aligned} G_{1(0)} &= 0; & G_{1(1)} &= 0; & G_{1(2)} &= 1; \\ G_{1(3)} &= -\gamma - (1 - \sigma) \cot \vartheta \\ G_{1(4)} &= \frac{\gamma^2}{2} + 1 - \frac{3}{16} \cot^2 \vartheta \\ &\quad + (1 - \sigma) \cot \vartheta \left(\gamma + \frac{3}{2} \cot \vartheta \right) \end{aligned} \right\} \quad (74a)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{2(0)} &= 0; & G_{2(1)} &= 0; & G_{2(2)} &= \sigma; \\ & & G_{2(3)} &= 1 - \sigma (\gamma + \cot \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (74b)$$

während nach (49a) für H^0 folgt:

$$H^0 = \frac{a e^{2\vartheta} (1 - \sigma)}{\sin \vartheta \sqrt{\sin \vartheta}} \left[-\frac{1}{\lambda^3} + \frac{\gamma + \frac{3}{2} \cot \vartheta}{\lambda^4} \dots \right] \quad (74c)$$

Für die Zählerfunktionen von N_1^0 und N_2^0 erhält man aus (48b) und (47d):

$$\left. \begin{aligned} N_{1(0)} &= 0; & N_{1(1)} &= +1; \\ N_{1(2)} &= -\gamma - \frac{1}{2} \cot \vartheta \\ N_{1(3)} &= \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma}{2} \cot \vartheta + \frac{3}{16} (4 + \cot^2 \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (75a)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{2(0)} &= 0; & N_{2(1)} &= 0; & N_{2(2)} &= +1; \\ & & N_{2(3)} &= -\gamma \end{aligned} \right\} \quad (75b)$$

Für die Verschiebung u^0 folgt aus (55a) und (53a):

$$u^{(0)'} = -\frac{a(1+\sigma)}{E \delta} T_2^{(0)} - c' \sin \vartheta$$

so daß, wenn:

$$u^{(0)} = -\frac{a(1+\sigma) e^{2\vartheta}}{E \delta \sqrt{\sin \vartheta}} \left[\bar{u}_0 + \frac{u_1}{\lambda} + \frac{u_2}{\lambda^2} + \dots \right] + c' \cos \vartheta + c'$$

gesetzt wird, die Zählerfunktionen werden:

$$\begin{aligned} u_0 &= 0; & u_1 &= +1; & u_2 &= -\gamma - \frac{1}{2} \cot \vartheta; \\ u_3 &= \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma}{2} \cot \vartheta + \frac{3}{16} (4 + \cot^2 \vartheta) \end{aligned} \quad (76)$$

und man mit Rücksicht auf (75a) bis zum Gliede $\frac{1}{\lambda^3}$ genau schreiben kann:

$$u^{(0)} = -\frac{a(1+\sigma)}{E\delta} N_1^0 + c'' \cos \vartheta + c' \dots (76a)$$

Für die radiale Verschiebung $w^{(0)}$ erhält man, von (51a) ausgehend:

$$w^{(0)} = \frac{a}{E\delta} T^0 + c'' \sin \vartheta \dots (77)$$

während $v^{(0)}$ sich bei Benutzung von (51b) in folgender Weise darstellen läßt:

$$v^{(0)} = \frac{a(1+\sigma)}{E\delta} (T_1^0 \sin \vartheta - N_1^0 \cos \vartheta) + c'' + c' \cos \vartheta (78)$$

Da, wie sich nachweisen läßt, auch bei der vorliegenden unsymmetrischen Belastung die Tangentialdrehung eines Punktes durch den Ausdruck: $\frac{w' - u}{a}$ dargestellt wird, berechnen wir noch die Zählerfunktionen von w' aus (77) und erhalten, wenn:

$$\left. \begin{aligned} w^{(0)'} &= \frac{ae^{2\vartheta}}{E\delta\sqrt{\sin\vartheta}} \left(\lambda w^{(1)'} + w_0' + \frac{w_1'}{\lambda} + \frac{w_2'}{\lambda^2} + \dots \right) \\ w^{(1)'} &= 1; \quad w_0' = -\gamma - \frac{1}{2} \cot \vartheta; \\ w_1' &= U_2 + U_1' - \frac{U_1}{2} \cot \vartheta; \\ w_2' &= U_3 + U_2' - \frac{U_2}{2} \cot \vartheta \\ \text{wo:} \quad U_1' &= \frac{1}{8} (3 \cot^2 \vartheta - 2); \\ U_2' &= \frac{1}{8} \left[\gamma (2 - 3 \cot^2 \vartheta) + 3 \frac{\cot \vartheta}{\sin^2 \vartheta} \right]. \end{aligned} \right\} (79)$$

Auch hier zeigen sich bemerkenswerte Analogien, wenn man (76a), (77), (78) mit (27) und dem Integral (2) vergleicht.

Um nun aus den vorstehend entwickelten Einzelintegralen die Gesamtlösung zusammensetzen, beachten wir zunächst, daß die Bestimmungsgleichung (58) für λ mit (7) übereinstimmt. Es lautet daher auch hier das Gesamtintegral für eine Größe X^0 allgemein:

$$\left. \begin{aligned} X^0 &= \sum_{i=1}^4 C_i' \frac{e^{2\vartheta}}{\sqrt{\sin\vartheta}} \left[\lambda_i^2 X^{(2)} + \lambda_i X^{(1)} + X_0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda^2} + \dots \right] \\ \text{wo:} \quad \lambda_{1,2} &= (1 \pm i) \sqrt{\left(\frac{12a^2}{\delta^2} + 1 \right) \frac{1-\sigma}{4}} \\ \lambda_{3,4} &= -1 \pm i \sqrt{\left(\frac{12a^2}{\delta^2} + 1 \right) \frac{1-\sigma^2}{4}} \end{aligned} \right\} (80)$$

und C_1', C_2', C_3', C_4' die vier verfügbaren, aus den Randbedingungen zu bestimmenden Konstanten bedeuten.

Die obige allgemeine Lösung (80) kann dann in der gleichen Weise, wie S. 12/13 angegeben, auf reelle Form gebracht werden.

Die Partikulärlösung für Winddruck.

Um die zu den asymptotischen Lösungen (80) noch hinzuzufügenden, der Winddruckbelastung entsprechenden Partikulärlösungen zu gewinnen, gehen wir nach Prof. Reißner¹⁵⁾ von folgendem Gedankengange aus:

Infolge des den linken Seiten der Gl. (59) gemeinsamen, sehr kleinen Faktors $\frac{1}{\lambda^4}$ wird bei der biegefesten Schale der Einfluß der Biege- und Torsionsmomente G_1, G_2, H auf die Längs- und Schubspannungen T_1, T_2, S nur gering sein, die letzteren werden sich also nur wenig von denen der Schale ohne Biegungswiderstand unterscheiden.

Geht man daher von den oben ermittelten Werten (43) für T_1, T_2, S aus, berechnet aus diesen Näherungswerte für N_1, N_2, G_1, G_2, H und setzt die letzteren, sie wie gegebene äußere Kräfte handelnd, in die linken Seiten von (59) ein, so lassen sich aus diesen Gleichungen verbesserte Werte von T_1, T_2, S ermitteln. Da die zu den ursprünglichen Werten von T_1, T_2, S hinzuzufügenden Korrekturen sich sehr klein ergeben und bei jeder weiteren Näherung immer kleiner werden, ist damit das Näherungsverfahren gerechtfertigt.

Wir setzen also die Werte (43) zunächst in (56) ein und erhalten als Näherungswerte für α_1, α_2

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{E\delta a} \left\{ a z_0 \sin \vartheta - \frac{c_2(1+\sigma)}{\sin^3 \vartheta} \right\} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{E\delta a} \left\{ a z_0 \sin \vartheta + \frac{c_2(1+\sigma)}{\sin^3 \vartheta} \right\} \\ \text{also: } \alpha_1 + \alpha_2 &= \frac{2}{E\delta a} a z_0 \sin \vartheta^{16)} \end{aligned} \right\} (81)$$

während man nach (51b) (e) (f) findet:

$$\tau = \frac{1+\sigma}{E\delta a} \cdot \frac{a z_0 J + c_1}{\sin^3 \vartheta} \dots (81a)$$

Hiermit ergeben sich nach (52d) (e) (f) folgende Näherungswerte für die Momente: (als Partikulärlösungen in deutscher Schreibweise)

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{G}_1 &= \frac{\delta^2}{12a} \left[-a z_0 \left(\frac{1}{1-\sigma} \sin \vartheta + \frac{J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2c_2 - c_1 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right] \\ \mathcal{G}_2 &= \frac{\delta^2}{12a} \left[-a z_0 \left(\frac{2-\sigma}{1-\sigma} \sin \vartheta - \frac{J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_1 - 2c_2 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right] \\ \mathcal{G} &= \frac{\delta^2}{12a} a z_0 c_2 \frac{\cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \end{aligned} \right\} (82)$$

¹⁵⁾ Reißner a. a. O. S. 187.

¹⁶⁾ In Übereinstimmung mit S. 21: $K = B \sin \vartheta$.

und hieraus bei Benutzung von (47d) (e) für $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{N}_1 &= \frac{\delta^2}{12 a^2} \left[a z_0 \left(-\frac{1}{1-\sigma} \cos \vartheta + \frac{J}{\sin^4 \vartheta} \right) + \frac{c_1 - c_2 \cos \vartheta}{\sin^4 \vartheta} \right] \\ \mathfrak{N}_2 &= \frac{\delta^2}{12 a^2} \left[a z_0 \left(-\frac{2-\sigma}{1-\sigma} + \frac{J \cos \vartheta}{\sin^4 \vartheta} \right) + \frac{c_1 \cos \vartheta - c_2}{\sin^4 \vartheta} \right] \end{aligned} \right\} (83)$$

Schreibt man nun die beiden Integrale (48), (49) in der Form:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{I}_1 \cos \vartheta + \mathfrak{C} &= \frac{a z_0 J + c_1'}{\sin \vartheta} - \mathfrak{N}_1 \sin \vartheta \\ \mathfrak{I}_2 + \mathfrak{C} \cos \vartheta &= \frac{c_2'}{\sin \vartheta} + \frac{\mathfrak{N}_2 \cos \vartheta - \mathfrak{C}_1}{a} \end{aligned} \right\} (84)$$

und führt in den rechten Seiten (82), (83) ein, so erhält man aus der Auflösung von (84) nach \mathfrak{I}_1 und \mathfrak{C} für diese und bei Benutzung von (53a) für \mathfrak{I}_2 folgende verbesserte Werte als Partikulärlösungen:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{I}_1 &= \mathfrak{I}_{1(0)} + \mathcal{A} \mathfrak{I}_{1(0)} \\ \mathfrak{I}_2 &= \mathfrak{I}_{2(0)} + \mathcal{A} \mathfrak{I}_{2(0)} \\ \mathfrak{C} &= \mathfrak{C}_{(0)} + \mathcal{A} \mathfrak{C}_{(0)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (85)$$

wobei:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \mathfrak{I}_{1(0)} &= \frac{(c_2' - c_2) - (c_1' - c_1) \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \\ &+ \frac{\delta^2}{12 a^2} \left[a z_0 \left\{ \frac{1}{1-\sigma} \sin \vartheta + \frac{2J \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \right\} - \frac{2(c_2 - c_1 \cos \vartheta)}{\sin^5 \vartheta} \right] \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{a(1+\sigma)}{2 E \delta} \left[c_2 f_1 + c_1 f_2 + \frac{2}{3} a z_0 \left\{ -\cos \vartheta \ln(1 + \cos \vartheta) + \frac{2 + \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta} \right\} \right] \\ v_0 &= \frac{a(1+\sigma)}{2 E \delta} \left[c_2 f_2 + c_1 f_1 + \frac{2}{3} a z_0 \left\{ -\ln(1 + \cos \vartheta) + \frac{2 + \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (86c)$$

und für die bei biegungsfester Kuppel hinzutretenden Korrekturen:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} u_0 &= \frac{a(1+\sigma)}{2 E \delta} \left[(c_2' - c_2) f_1 + (c_1' - c_1) f_2 + \frac{\delta^2}{12 a^2} \left\{ -\frac{c_2}{2} \left(\frac{6 \cos \vartheta}{\sin^4 \vartheta} + 5 f_1 \right) - \frac{3 c_1}{\sin^4 \vartheta} - a z_0 \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} + \frac{2 + \cos \vartheta}{1 + \cos \vartheta} \right) \right\} \right] \\ \mathcal{A} v_0 &= \frac{a(1+\sigma)}{2 E \delta} \left[(c_2' - c_2) f_2 + (c_1' - c_1) f_1 + \frac{\delta^2}{12 a^2} \left\{ -\frac{c_2}{2} \left(\frac{2 \cos \vartheta}{\sin^4 \vartheta} + 5 f_2 \right) + \frac{c_1 \cos \vartheta}{\sin^4 \vartheta} - a z_0 \cos \vartheta \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} - \frac{2 + \cos \vartheta}{3(1 + \cos \vartheta)^2} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (86d)$$

während w nach (51b) und (52a) (b) sich in folgender Weise durch u und v darstellen läßt:

$$w = \frac{\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_1 \sigma}{E \delta} + \frac{v - u \cos \vartheta}{\sin \vartheta} \dots \dots \dots (87)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \mathfrak{I}_{2(0)} &= \frac{(c_1' - c_1) \cos \vartheta - (c_2' - c_2)}{\sin^3 \vartheta} \\ &+ \frac{\delta^2}{12 a^2} \left[a z_0 \left\{ \frac{1}{1-\sigma} \sin \vartheta + \frac{\sin \vartheta (1 + \cos \vartheta)^2}{2} \right\} + \frac{2 c_2 (3 - \sin^2 \vartheta) - 6 c_1 \cos \vartheta}{\sin^5 \vartheta} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \mathfrak{C}_{(0)} &= \frac{(c_1' - c_1) - (c_2' - c_2) \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \\ &+ \frac{\delta^2}{12 a^2} \cdot \frac{1}{\sin^5 \vartheta} [-a z_0 J (1 + \cos^2 \vartheta) + c_2 \cos \vartheta (2 + \sin^2 \vartheta) - c_1 (2 - \sin^2 \vartheta)] \end{aligned}$$

und $\mathfrak{I}_{1(0)}, \mathfrak{I}_{2(0)}, \mathfrak{C}_{(0)}$ die Werte (43) der Normal- und Schubspannungsergebnisse der Schale ohne Biegungswiderstand bezeichnen, während für $(c_1' - c_1)$ und $(c_2' - c_2)$ nach (48), (49) und (41), (42) gesetzt werden kann:

$$\left. \begin{aligned} c_1' - c_1 &= N_1^* \sin \vartheta_0; \\ c_2' - c_2 &= \frac{1}{a} \sin \vartheta_0 (G_1^* - H^* \cos \vartheta_0) \end{aligned} \right\} \dots (85a)$$

Werden (51a) (b) nach u und v aufgelöst und $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega$ durch $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2, \mathfrak{C}$ nach (52a) (b) (c) ausgedrückt, so erhält man aus (85) wenn

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + \mathcal{A} u_0 \\ v &= v_0 + \mathcal{A} v_0 \\ w &= w_0 + \mathcal{A} w_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (86a)$$

und zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} \ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} - \frac{\cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} &= f_1 \\ 1 + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} + \cos \vartheta \ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} &= f_2 \end{aligned} \right\} \dots (86b)$$

gesetzt wird, für die Werte u_0, v_0 der Kuppel ohne Biegungswiderstand:

Endlich erhält man von (51a) ausgehend bei Benutzung von (55a) für die die Tangendrehung darstellende Funktion $\frac{w' - u}{a}$:

$$\frac{w' - u}{a} = \frac{v \cos \vartheta - u}{a \sin^2 \vartheta} + \frac{1}{E \delta} \left[\mathfrak{I}_2' + \mathfrak{I}_2 \cot \vartheta - \mathfrak{I}_1 (1 + \sigma) \cot \vartheta + \frac{2 \mathfrak{E}}{\sin \vartheta} + a z_0 \sigma \frac{J + c_1'}{\sin^2 \vartheta} \right]$$

wo:
$$T_2' = \frac{-3 c_2' \cos \vartheta - c_1' (2 \cos^2 \vartheta + 1)}{\sin^4 \vartheta} - a z_0 \frac{J}{\sin^4 \vartheta} (2 \cos^2 \vartheta + 1) + [J \mathfrak{I}_2'] \dots \dots \dots (88)$$

$$[J \mathfrak{I}_2]' = \frac{\delta^2}{12 a^2} \left\{ \frac{1}{1 - \sigma} \cos \vartheta + \frac{2 (2 - 3 \cos \vartheta)}{\sin^2 \vartheta (1 + \cos \vartheta)^2} \right\} a z_0 + \frac{6 c_1 (4 \cos^2 \vartheta + 1) - 6 c_2 \cos \vartheta (4 + \cos^2 \vartheta)}{\sin^6 \vartheta}$$

Aus obigem erkennt man, daß für dünnwandige, oben offene, also den Pol $\vartheta = 0$ nicht enthaltende Kuppeln, an deren oberem Rande keine oder nur geringe Querkräfte oder Momente angreifen, die Korrekturen $J \mathfrak{I}_{1(0)}$, $J \mathfrak{I}_{2(0)}$, $J \mathfrak{E}_0$ infolge des sehr kleinen Wertes des Faktors: $\frac{\delta^2}{12 a^2}$ selbst sehr klein sind, der Spannungszustand sich also sehr dem typischen Längsspannungszustand der Schale ohne Biegungswiderstand nähert.

Um in den Fällen, wo am oberen Rande größere Querkräfte oder Momente gegeben sind, zum Ziele zu gelangen, könnte man zunächst die Wirkung der Oberflächenbelastung bei oberem kräftefreiem Rande nach den angegebenen Formeln untersuchen und hierzu die Spannungen der nur am oberen Rande belasteten Schale superponieren. Die Spannungen der letzteren könnten dann voraussichtlich in der Weise erhalten werden, daß man die Gl. (60), in denen jetzt $z_0 = 0$ zu setzen wäre, mit $\sin \vartheta$ bzw. $\text{tg } \vartheta$ erweitert, durch nochmalige Differentiation c_1' , c_2' zum Verschwinden bringt und auf die beiden erhaltenen Differentialgleichungen dritter Ordnung die asymptotische Integration anwendet, wobei dann die allgemeine Lösung in der Form erscheinen würde:

$$X = \sum_{i=1}^6 C_i \frac{e^{2i\vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(X_0 + \frac{X_1}{\lambda} + \frac{X_2}{\lambda^2} + \dots \right)$$

und λ sich jetzt aus einer Gleichung 6. Grades bestimmt.

Wir beschränken uns hier auf diese Andeutung; die vollständige, sich sehr umfangreich gestaltende Durchführung möge einer späteren Untersuchung vorbehalten bleiben.

Randbedingungen.

Bereits Kirchhoff¹⁷⁾ erkannte, daß von den fünf an jeder Randlinie auftretenden Größen T_1 , S , N_1 , G_1 , H nicht jede einer Bedingung unterworfen ist, so daß fünf Randbedingungen an jedem Rande zu befriedigen wären, sondern daß sich die Zahl derselben auf vier reduziert. Für den speziellen Fall der Kugelschale wird dies sofort deutlich, wenn man sich statt der stetigen, kreisförmigen

Randlinie ein Polygon mit unendlich vielen Seiten von der Länge $AB = BC = ds$ denkt (Fig. 4). Dann kann nämlich das auf AB wirkende Torsionsmoment $\bar{H} ds$ in seiner Wirkung vollständig ersetzt werden durch ein Kräftepaar von je zwei

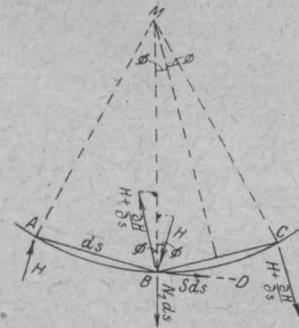


Fig. 7.

gleichen entgegengesetzten, an den Enden jeder Polygonseite AB angebrachten und zu ihr senkrechten Kräften $\frac{\bar{H} ds}{ds} = \bar{H}$ bzw. $\bar{H} + \frac{\partial \bar{H}}{\partial s}$ am benachbarten Bogenelement und es liefern dann die in B angreifenden Kräfte folgende Gesamtkomponenten in radialer und tangentialer Richtung:

in Richtung \bar{N}_1 :

$$\left[\bar{N}_1 - \left(\bar{H} + \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} - \bar{H} \right) \cos \varphi \right] ds = \left[\bar{N}_1 - \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} \right] ds$$

in Richtung \bar{S} :

$$\left[\bar{S} + \left\{ - \left(\bar{H} + \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} \right) - \bar{H} \right\} \sin \varphi \right] ds = \left[\bar{S} - \left(2 \bar{H} - \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} \right) \frac{ds}{2a} \right] ds = \bar{S} - \frac{\bar{H}}{a} ds,$$

d. h. das Torsionsmoment kann ersetzt werden durch seine Beiträge: $-\frac{\partial \bar{H}}{\partial s}$ zu N_1 und: $-\frac{\bar{H}}{a}$ zu \bar{S} .

Man erhält daher statt der fünf allgemein nur folgende vier Randbedingungen:

$$\bar{T}_{1(\vartheta_0)} = T_1^*; \quad \bar{G}_{1(\vartheta_0)} = G_1^*;$$

¹⁷⁾ Journ. f. Math. (Crelle) Bd. 40 (1850).

$$\left[\bar{N}_1 - \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} \right]_{\vartheta_0} = \bar{N}_1^* - \frac{\partial \bar{H}^*}{\partial s}$$

$$\left[\bar{S} - \frac{\bar{H}}{a} \right]_{\vartheta_0} = \bar{S}^* - \frac{\bar{H}^*}{a},$$

worin T_1^* , S^* , N_1^* , G_1^* die am oberen Rande $\vartheta = \vartheta_0$ gegebenen Größen bezeichnen.

Für den Ansatz (46) gehen diese Bedingungen, da:

$$ds = a \sin \vartheta d\vartheta,$$

in die folgenden über:

$$T_{1\vartheta_0} = T_1^* G_{1(\vartheta_0)} = G_1^*;$$

$$\left[N_1 + \frac{H}{a \sin \vartheta} \right]_{(\vartheta_0)} = N_1^* + \frac{H^*}{a \sin \vartheta_0}$$

$$\left[S - \frac{H}{a} \right]_{(\vartheta_0)} = S^* - \frac{H^*}{a}.$$

Hiermit steht im Einklang, daß sich die Integrale (48) (49) der Gleichgewichtsbedingungen in der Form schreiben lassen:

$$T_1 \cos \vartheta + \left(S - \frac{H}{a} \right) + \left(N_1 + \frac{H}{a \sin \vartheta} \right) \sin \vartheta = \frac{a z_0 J + c_1'}{\sin \vartheta},$$

$$T_1 + \left(S - \frac{H}{a} \right) \cos \vartheta + \frac{G_1}{a} = \frac{c_2'}{\sin \vartheta}$$

also nur die vier Unbekannten T_1 , G_1 , $S - \frac{H}{a}$,

$N_1 + \frac{H}{a \sin \vartheta}$ enthalten. Es muß daher, sobald bei gegebenen Werten von c_1' c_2' über die übrigen Konstanten so verfügt wird, daß:

$$T_{1(\vartheta_0)} = T_1^*; \quad G_{1(\vartheta_0)} = G_1^*$$

ist, notwendig auch:

$$\left[S - \frac{H}{a} \right]_{\vartheta_0} = S^* - \frac{H^*}{a}$$

und

$$\left[N_1 + \frac{H}{a \sin \vartheta} \right]_{(\vartheta_0)} = N_1^* + \frac{H^*}{a \sin \vartheta}$$

sein.

Es werden also außer c_1' und c_2' nur zwei von den vier Konstanten C_1' C_2' C_3' C_4' der asymptotischen Lösung zur Befriedigung der vier oberen Randbedingungen absorbiert, so daß dann die beiden anderen Konstanten der asymptotischen Lösungen, sowie die Konstanten c' und c'' der Verschiebungen zur Befriedigung der vier unteren Randbedingungen zur Verfügung stehen.

Die Anzahl von im ganzen acht Konstanten genügt also zur Befriedigung aller Randbedingungen und eindeutigen Bestimmung des Spannungszustandes.

Im folgenden sind nun die hiernach den ein-

zelnen Randausbildungen und Auflagerungen entsprechenden Randbedingungen näher angegeben:

a) Freier Rand:

In diesem Falle erhält man:

$$\left. \begin{aligned} T_{1(\vartheta_0)} &= T_{10}^0 + \mathfrak{T}_{1(\vartheta_0)} = 0; \\ G_{1(\vartheta_0)} &= G_{10}^0 + \mathfrak{G}_{1(\vartheta_0)} = 0; \\ S_{(\vartheta_0)} - \frac{H_{(\vartheta_0)}}{a} &= S^0 - \frac{H^0_{(\vartheta_0)}}{a} + \mathfrak{S}_{(\vartheta_0)} - \frac{\mathfrak{H}_{(\vartheta_0)}}{a} = 0; \\ N_{1(\vartheta_0)} + \frac{H_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} &= N_{10}^0 + \frac{H^0_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} + \mathfrak{N}_{1(\vartheta_0)} + \frac{\mathfrak{H}_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} = 0; \end{aligned} \right\} (89)$$

wo z. B. T_{10}^0 den Wert der asymptotischen Lösung, $T_{1(\vartheta_0)}$ den der Partikularlösung für $\vartheta = \vartheta_0$ bezeichnet.

b) Gelenkiger, unverschieblich gelagerter Rand.

Die Randbedingungen lauten:

$$\left. \begin{aligned} G_{1(\vartheta_0)} &= G_{10}^0 + \mathfrak{G}_{1(\vartheta_0)} = 0; \\ u_{(\vartheta_0)} &= u^0_{(\vartheta_0)} + u_{(\vartheta_0)} = 0; \\ v_{(\vartheta_0)} &= v^0_{(\vartheta_0)} + v_{(\vartheta_0)} = 0; \\ w_{(\vartheta_0)} &= w^0_{(\vartheta_0)} + w_{(\vartheta_0)} = 0; \end{aligned} \right\} \dots (90)$$

c) Gelenkiger, radial verschieblicher Rand.

Nach obigem sind in diesem Falle folgende Bedingungen zu erfüllen:

$$\left. \begin{aligned} G_{1(\vartheta_0)} &= G_{10}^0 + \mathfrak{G}_{1(\vartheta_0)} = 0; \\ u_{(\vartheta_0)} &= u_{(\vartheta_0)} + u_{(\vartheta_0)} = 0; \\ v_{(\vartheta_0)} &= v^0_{(\vartheta_0)} + v_{(\vartheta_0)} = 0; \\ N_{1(\vartheta_0)} + \frac{H_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} &= N_{10}^0 + \frac{H^0_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} + \mathfrak{N}_{1(\vartheta_0)} + \frac{\mathfrak{H}_{(\vartheta_0)}}{a \sin \vartheta_0} = 0; \end{aligned} \right\} (91)$$

d) Vollkommen starr eingespannter Rand.

In diesem Falle erhält man:

$$\left. \begin{aligned} u_{(\vartheta_0)} &= u^0_{(\vartheta_0)} + u_{(\vartheta_0)} = 0; \\ v_{(\vartheta_0)} &= v^0_{(\vartheta_0)} + v_{(\vartheta_0)} = 0; \\ w_{(\vartheta_0)} &= w^0_{(\vartheta_0)} + w_{(\vartheta_0)} = 0; \\ (w' - u)_{(\vartheta_0)} &= w'^0_{(\vartheta_0)} - u_{(\vartheta_0)} + w'_{(\vartheta_0)} - u_{(\vartheta_0)} = 0; \end{aligned} \right\} (92)$$

oder auch statt der letzten Bedingung:

$$w'_{(\vartheta_0)} = w'^0_{(\vartheta_0)} + w'_{(\vartheta_0)} = 0.$$

(Schluß folgt.)

BERECHNUNG DURCHGEHENDER BALKEN MIT HILFE DES EINSpannungsgrades.

Von Dr.-Ing. Palen,

Oberingenieur der Fa. Robert Berndt Söhne, Dresden.

In der Praxis dienen zur Berechnung durchgehender Platten und Balken meist die Winklerschen Tafeln, oder bei ungleichen Feldweiten die Clapeyronsche Gleichung und das zeichnerische Verfahren von Ritter. Bei diesen Berechnungen wird konstantes Trägheitsmoment für den ganzen Balken vorausgesetzt. Es ist deshalb eigentlich nötig, die Balkenhöhen und Deckenstärken in allen Feldern einander gleich zu machen, obgleich die Maximalmomente in den einzelnen Feldern sehr verschieden sein können. Tut man dies nicht, sondern bemißt die Querschnitte mit konstanten Beanspruchungen nach den Maximalmomenten und berechnet dann die Beanspruchungen unter Berücksichtigung der den gefundenen Querschnitten entsprechenden Trägheitsmomente, so sieht man, daß in einigen Feldern die zulässigen zugrunde gelegten Beanspruchungen überschritten, in anderen nicht erreicht sind. Bei ungleichen Feldweiten beansprucht selbst bei Annahme eines konstanten Trägheitsmomentes die zeichnerische Momentenermittlung oder diejenige nach Clapeyron einen beträchtlichen Zeitaufwand, was besonders bei der Aufstellung vorläufiger Berechnungen, z. B. für Kostenanschläge, sehr störend ist.

Einen einfachen Weg zur Ermittlung der Momente, auch bei ungleichen Feldweiten und verschiedenen Trägheitsmomenten der Querschnitte der einzelnen Felder, bietet die Bestimmung des Einspannungsgrades. Vom Einspannungsgrad hat zuerst Dr.-Ing. W. Gehler in seinem Werke „Der Rahmen“¹⁾ Gebrauch gemacht und später der Verfasser dieses in der Arbeit „Beitrag zur Berechnung der Biegemomente und Berechnung der Wandquerschnitte der Silozelle aus Eisenbeton mit Hilfe des Einspannungsgrades.“²⁾ Mit „Einspannungsgrad“ bezeichnet Dr. Gehler den Quotienten

$$\mu = \frac{M_s}{M_{\max}} \dots \dots \dots (1)$$

wobei M_s ein Eckmoment (Stützenmoment) und M_{\max} jeweils das größte Biegemoment eines bestimmten Stabes bezeichnet, das bei dessen freier Stützung auftreten würde.

Im folgenden soll nun der Einspannungsgrad für zwei verschieden große Felder eines durch-

gehenden Balkens und für drei Felder eines solchen, bei dem die beiden Endfelder einander gleich sind, bestimmt werden und zwar unter Berücksichtigung der Verschiedenheit der Trägheitsmomente in den einzelnen Feldern.

In Fig. 1 sind für zwei Felder die elastische Linie und darunter die Biegemomente aufgetragen. M_1, M_2 und M_3 bezeichnen die drei Stützenmomente, F_1 und F_2 die Inhalte der Momentenflächen für den frei auf zwei Stützen aufliegenden Balken, a_1 und a_2 die Abstände der Schwerpunkte dieser Flächen von den Außenstützen und

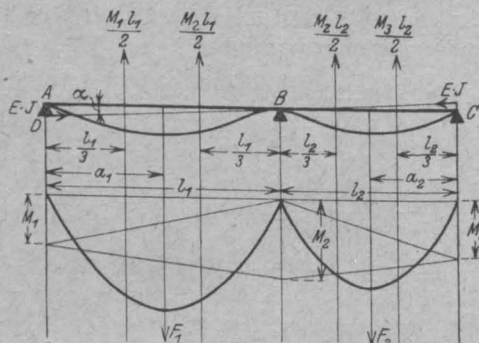


Fig. 1.

l_1 und l_2 die Stützenweiten. J_1 und J_2 sind die entsprechenden Trägheitsmomente der Querschnitte und E das als konstant vorausgesetzte Elastizitätsmaß.

Da nun die elastische Linie eine Seilkurve mit dem Horizontalzuge EJ und der Belastung $\int M dx$ ist, so erhält man, wenn man sich die elastische Linie bei B durchschnitten denkt und den dort angreifenden Horizontalzug auf der unter a zur Horizontalen geneigten Tangente im Punkte B an die elastische Linie nach A verschoben, für den Momentenpunkt A die Gleichung

$$0 = -EJ_1 l_1 \tan. \alpha + \frac{M_1 l_1^2}{6} + \frac{M_2 l_2^2}{3} + F_1 a_1$$

und entsprechend für den Momentenpunkt B

$$0 = EJ_2 l_2 \tan. \alpha + \frac{M_3 l_2^2}{6} + \frac{M_2 l_2^2}{3} + F_2 a_2$$

Durch Verbindung dieser beiden Gleichungen ergibt sich die allgemeine Form der Clapeyronschen Gleichung

¹⁾ Dr.-Ing. W. Gehler, „Der Rahmen“. Einfaches Verfahren zur Berechnung von Rahmen aus Eisen und Eisenbeton mit ausgeführten Beispielen. Berlin 1913. Verlag v. Wilhelm Ernst und Sohn.

²⁾ Borna 1917. Verlag von Robert Noske.

$$\frac{M_1 l_1}{E J_1} + 2 M_2 \left(\frac{l_1}{E J_1} + \frac{l_2}{E J_2} \right) + \frac{M_3 l_2}{E J_2} + \frac{6 F_1 a_1}{E J_1 l_1} + \frac{6 F_2 a_2}{E J_2 l_2} = 0.$$

Bezeichnet man die gleichmäßig verteilte Belastung im Felde I mit q_1 und diejenige im Felde II mit q_2 , so wird für gleichmäßig verteilte Belastung

$$\frac{6 F_1 a_1}{E J_1 l_1} = \frac{6 q_1 l_1^3 \cdot l_1}{12 \cdot 2 \cdot E J_1 l_1} = \frac{q_1 l_1^3}{4 E J_1}$$

und

$$\frac{6 F_2 a_2}{E J_2 l_2} = \frac{q_2 l_2^3}{4 E J_2}$$

Setzt man

$$l = \frac{J_1}{J_2} \dots \dots \dots (2)$$

und

$$q = \frac{l_2}{l_1} \dots \dots \dots (3)$$

so erhält man, da E konstant ist,

$$M_1 + 2 M_2 (1 + q l) + M_3 q l + \frac{q_1 l_1^2}{4} + \frac{q_2 l_2^2 q^3 l}{4} = 0 \dots (4)$$

I. Zwei Felder.

Für den über zwei Felder durchgehenden Balken, dessen Enden frei gelagert sind, werden die Momente an den Außenstützen gleich „Null“. Man erhält dann das Moment an der Zwischenstütze zu

$$M_s = - \frac{q_1 l_1^2 + q_2 l_2^2 q^3 l}{8 (1 + q l)}$$

$$= - \frac{l_1^2}{8 (1 + q l)} (q_1 + q_2 q^3 l)$$

oder

$$M_s = - \left[\frac{q_1 l_1^2}{8 (1 + q l)} + \frac{q_2 l_2^2 q^3 l}{8 (1 + q l)} \right] = M_{s_1} + M_{s_2}$$

Bezeichnet man das Moment des frei aufliegenden, gleichmäßig belasteten Balkens mit

$$\mathfrak{M}_{1 \max} = \frac{q_1 l_1^2}{8}$$

$$\mathfrak{M}_{2 \max} = \frac{q_1 l_1^2 q^2}{8}$$

und setzt

$$\mu_1 = \frac{M_s}{\mathfrak{M}_{1 \max}}$$

und

$$\mu_2 = \frac{M_{s_2}}{\mathfrak{M}_{2 \max}}$$

so erhält man

$$\mu_1 = - \frac{1}{1 + q l} \dots (5)$$

und

$$\mu_2 = - \frac{q l}{1 + q l} = q l \mu_1 \dots (6)$$

Es ist dann

$$M_s = \mu_1 \mathfrak{M}_{1 \max} + \mu_2 \mathfrak{M}_{2 \max} \dots (7)$$

oder

$$M_s = \mu_1 (\mathfrak{M}_{1 \max} + q l \mathfrak{M}_{2 \max}).$$

Um die Werte für μ_1 zeichnerisch darzustellen, wählt man ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen μ_1 -Achse die Ordinatenachse und dessen l -Achse die Abszissenachse ist. Die Gleichung stellt eine Hyperbel dar, und zwar ist die l -Achse die eine Asymptote, da für

$$\mu_1 = 0$$

$$l = \frac{1 - \mu_1}{\mu_1 q} = \frac{1}{0} = \infty$$

wird.

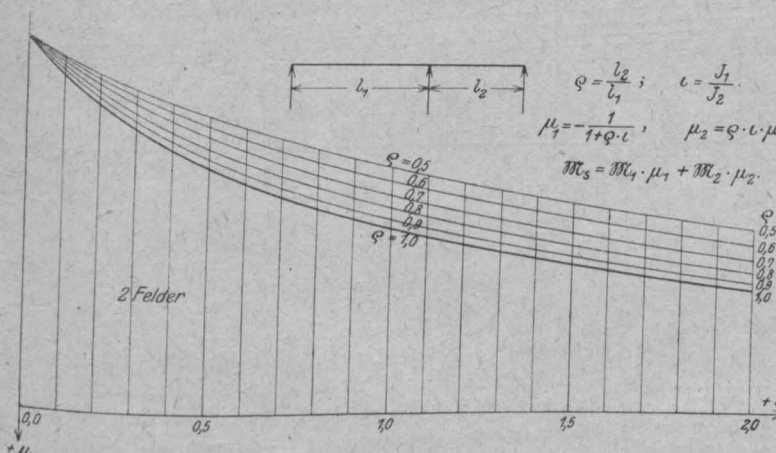


Fig. 2.

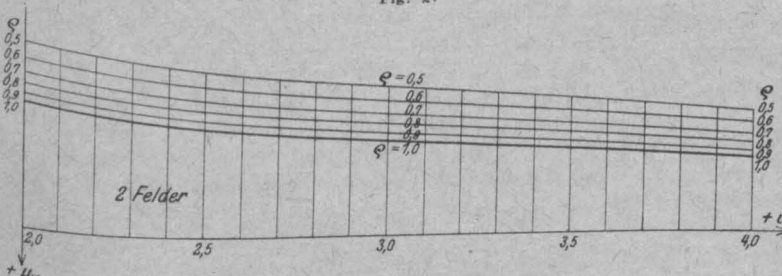


Fig. 3.



ι wird „unendlich“ für

$$\mu_1 = \frac{1}{1 + q \iota} = \infty;$$

$$1 + q \iota = 0; \quad \iota = -\frac{1}{q}$$

Verschiebt man den Koordinatenanfang nach dem Punkte e $\iota = -\frac{1}{q}$, dem Mittelpunkt der Hyperbel, so ist, bezogen auf die rechtwinkligen Achsen μ_1 und η ,

$$\eta = \iota + \frac{1}{q}; \quad \iota = \eta - \frac{1}{q},$$

und die Gleichung für μ_1 geht über in

$$\mu_1 = \frac{1}{1 + q \eta - 1} = \frac{1}{q \eta}$$

oder in

$$\mu_1 \eta = \frac{1}{q}$$

Man erkennt jetzt, daß die Kurve eine gleichseitige Hyperbel ist, deren Gleichung, auf die Asymptoten als Achse bezogen, lautet

$$\eta = \frac{1}{2} a^2,$$

wobei a die Halbachse bezeichnet. Deren Größe ist also, da

$$\frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{q}$$

ist,

$$a = \sqrt{\frac{2}{q}}$$

Man kann nun die Kurve leicht mit Hilfe der rechtwinklig aufeinanderstehenden Asymptoten und der Halbachse $a = \sqrt{\frac{2}{q}}$ aufzeichnen. Auf die Achsen μ_1 und ι bezogen hat die Asymptote η die Abszisse $\iota = -\frac{1}{q}$. In Fig. 2-5 sind die μ_1 -Kurven

für Werte von $q = 0,5$ bis $q = 1,0$ und Abszissen von $\iota = 0$ bis $\iota = 8,0$ aufgezeichnet. Für alle Werte von q schneiden sich diese Kurven im Punkte $\iota = 0, \mu_1 = 1$.

Hat man den Wert von μ_1 berechnet oder abgegriffen und $\mu_2 = \mu_1 q \iota$ berechnet, so wird M_s nach Gleichung (7) bestimmt und weiter die Stützkraft A_1

$$A_1 = \frac{M_s}{l_1} + \frac{q_1 l_1}{2} \dots \dots \dots (8)$$

und

$$M_{\max} = \frac{A_1^2}{2 q_1} \dots \dots \dots (9)$$

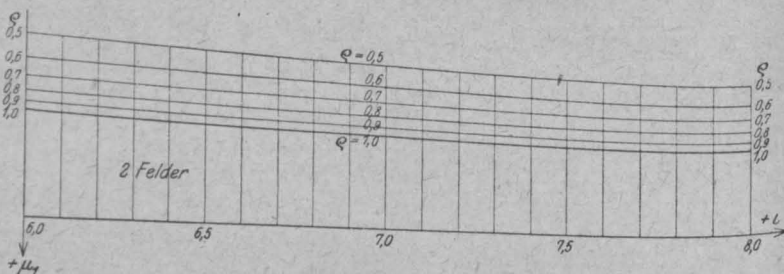
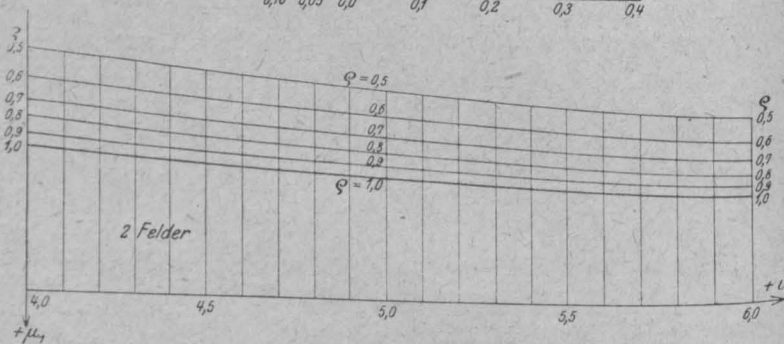


Fig. 5.

II. Drei Felder.

Wir behandeln den Fall, daß die Stützweiten der beiden Endfelder einander gleich und gleich l_1 sind, das Mittelfeld dagegen die Stützweite l_2 besitzt. Um die größten und kleinsten Feldmomente zu erhalten, muß man die beiden Endfelder gleich belasten. Bei freier Auflagerung an den Außenstützen der Endfelder sind auch dann die beiden Momente über den Zwischenstützen einander gleich. Für die größten und kleinsten Stützenmomente sind jedoch die Belastungen der beiden Endfelder verschieden.

a) Belastung beider Endfelder dieselbe.

Aus der unter (4) abgeleiteten Form der Clapeyronschen Gleichung erhält man, da $M_1 = 0$ und $M_2 = M_3 = M_s$ ist

$$2 M_s (1 + q \iota) + M_s q \iota + \frac{q_1 l_1^2}{4} + \frac{q_2 l_1^2 q^3 \iota}{4} = 0$$

$$M_s = -\frac{l_1^2 (q_1 + q_2 q^3 \iota)}{4 (2 + 3 q \iota)}$$

oder

$$M_s = -\frac{q_1 l_1^2}{4 (2 + 3 q \iota)} - \frac{q_2 l_2^2 q^3 \iota}{4 (2 + 3 q \iota)} = M_{s1} + M_{s2}$$

Setzt man wieder

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{q_1 l_1^2}{8} \quad \text{und} \quad \mathfrak{M}_2 = \frac{q_2 l_1^2 q^2}{8}$$

und

$$\mu_1 = \frac{M_{s_1}}{\mathfrak{M}_{1\max}}, \quad \mu_2 = \frac{M_{s_2}}{\mathfrak{M}_{2\max}},$$

so folgt

$$\mu_1 = - \frac{1}{1 + 1,5 q t} \dots \dots \dots (10)$$

und

$$\mu_2 = \frac{q t}{1 + 1,5 q t} = \mu_1 q t \dots \dots \dots (11)$$

Es ist dann wieder

$$M_s = \mu_1 \mathfrak{M}_{1\max} + \mu_2 \mathfrak{M}_{2\max} \dots \dots \dots (7)$$

Die Gleichung (10) für μ_1 stellt wieder eine gleichseitige Hyperbel dar, deren η -Asymptote die Abszisse

$$t = - \frac{1}{1,5 q}$$

hat und deren Halbachse

$$a = \sqrt{\frac{2}{1,5 q}}$$

ist.

Das Maximalmoment in den Endfeldern ergibt sich dann aus Gleichung (8). Dasjenige im Mittelfelde ist

$$M_{\max} = \frac{q_2 l_2^2}{8} + M_s \quad (12)$$

In Fig. 6—9 sind die $\mu_1 =$ Kurven für Werte von $q = 0,5$ bis $q = 2,0$ aufgezeichnet. Auch diese Kurven schneiden sich für alle Werte von q im Punkte $t = 0, \mu = 1$.

b) Belastung beider Endfelder verschieden.

Bezeichnet man die Belastungen der drei Felder für die Längeneinheit mit q_1, q_2 und q_3 und die beiden Momente über den Zwischenstützen mit $M_{s'}$ und $M_{s''}$, so stehen folgende zwei Clapeyronsche Gleichungen zur Verfügung:

$$2 M_{s'} (1 + q t) + M_{s''} q t + \frac{q_1 l_1^2}{4} + \frac{q_2 l_1^2 q^2 t}{4} = 0,$$

$$M_s q t + 2 M_{s''} (1 + q t) + \frac{q_3 l_1^2}{4} + \frac{q_2 l_1^2 q^3 t}{4} = 0.$$

Durch Verbindung beider ergibt sich

$$M_{s'} [4 (1 + q t)^2 - q^2 t^2] = - \frac{q_1 l_1^2 (1 + q t)}{2} - \frac{q_2 l_1^2 q^2 t (1 + q t)}{2} + \frac{q_3 l_1^2 q t}{4} + \frac{q_2 l_1^2 q^4 t^2}{4}$$

und nach Einsetzen von

$$4 (1 + q t)^2 - q^2 t^2 = 4 + 8 q t - 3 q^2 t = \lambda$$

$$M_{s'} = - \frac{q_1 l_1^2 (1 + q t)}{2 \lambda} - \frac{q_2 l_1^2 q^2 t (1 + q t)}{2 \lambda} + \frac{q_3 l_1^2 q t}{4 \lambda} + \frac{q_2 l_1^2 q^4 t^2}{4 \lambda},$$

$$M_{s'} = - \frac{q_1 l_1^2 (1 + q t)}{2 \lambda} - \frac{q_2 l_1^2 q^2 t}{2 \lambda} \left(1 + \frac{q t}{2}\right) + \frac{q_3 l_1^2 q t}{4 \lambda} = \mu_{s'_1} + M_{s'_2} - M_{s'_3}.$$

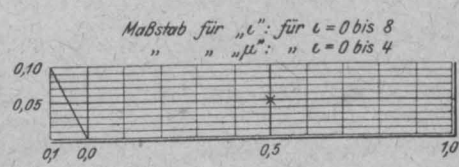
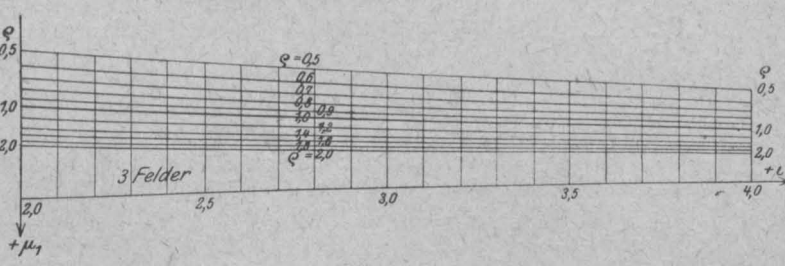
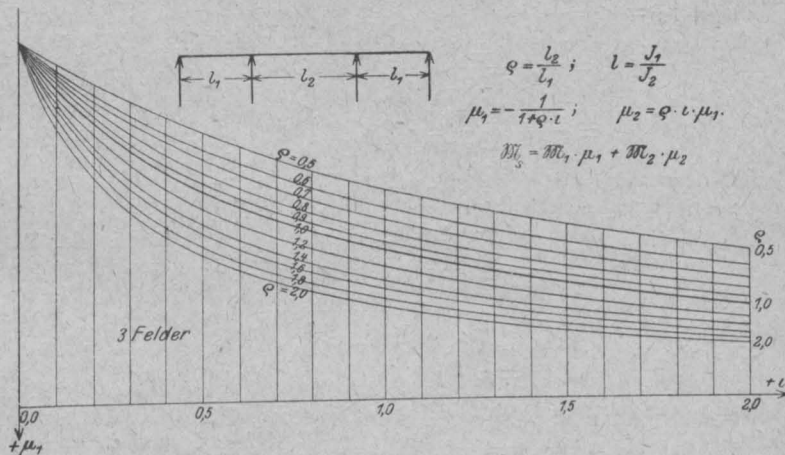
Bezeichnet man das Moment des frei aufliegenden, gleichmäßig belasteten Balkens wieder mit

$$\mathfrak{M}_{1\max} = \frac{q_1 l_1^2}{8}, \quad \mathfrak{M}_{2\max} = \frac{q_2 l_1^2 q^2}{8}, \quad \mathfrak{M}_3 = \frac{q_3 l_1^2}{8}$$

und setzt

$$\mu_1' = \frac{M_{s'_1}}{\mathfrak{M}_{1\max}}, \quad \mu_2 = \frac{M_{s'_2}}{\mathfrak{M}_{2\max}}, \quad \mu_3' = \frac{M_{s'_3}}{\mathfrak{M}_3},$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{l_2}{l_1}; & l &= \frac{J_2}{J_1} \\ \mu_2 &= - \frac{1}{1 + q \cdot l}; & \mu_2 &= \varphi \cdot l \cdot \mu_1. \\ \mathfrak{M}_s &= \mathfrak{M}_1 \cdot \mu_1 + \mathfrak{M}_2 \cdot \mu_2 \end{aligned}$$



so wird

$$\mu_1' = -\frac{4(1+q\iota)}{\lambda}$$

$$\mu_2' = -\frac{4q\iota\left(1+\frac{q\iota}{2}\right)}{\lambda} = -\frac{2q\iota(2+q\iota)}{\lambda} = -\frac{2q\iota}{2+3q\iota}$$

$$\mu_2' = -\frac{q\iota}{1+1,5q\iota} = \mu_2'$$

$$\mu_3' = \frac{2q\iota}{\lambda}$$

Es ist dann

$$\underline{M_s' = \mu_1' M_{1max} + \mu_2' M_{2max} + \mu_3' M_{3max}} \quad (13)$$

Selbstverständlich entspricht das μ_2' des Falles „b“ dem μ_2 des Falles „a“. Es muß aber auch die Summe $\mu_1' + \mu_3'$ des Falles „b“ gleich dem μ_1 des Falles „a“ sein.

Es ist

$$\begin{aligned} \mu_1' + \mu_3' &= -\frac{4-4q\iota+2q\iota}{\lambda} \\ &= -\frac{4+2q\iota}{4+8q\iota+3q^2\iota^2} \\ &= -\frac{1}{1+1,5q\iota} = \mu_1 \end{aligned}$$

Drückt man die Werte μ_1' , μ_2' , μ_3' durch μ_1 des Falles „a“ aus, so nehmen diese folgende Formen an:

$$\underline{\mu_2' = \mu_2 = q\iota\mu_1} \quad (6)$$

$$\underline{\mu_3' = -\frac{\mu_2'}{2+q\iota}} \quad (14)$$

$$\underline{\mu_1' = \mu_1 - \mu_3'} \quad (15)$$

und man kann auch statt Gleichung (13) schreiben

$$M_s' = \mu_1 q \iota \left[\frac{1}{2+q\iota} \{ M_{1max} 2 \left(1 + \frac{1}{q\iota} \right) - M_{3max} \} + M_{2max} \right]$$

wobei $\mu_1 q \iota = \mu_2$ ist.

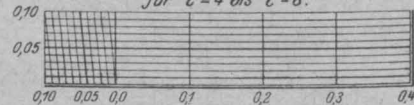
Zur Bestimmung von $\iota = \frac{J_1}{J_2}$ kann genau ge-

nug nach Dr.-Ing. W. Gehler „Der Rahmen“ S. 22, Anm. 1, der reine Betonquerschnitt unter Vernachlässigung der Bewehrung gesetzt werden, also

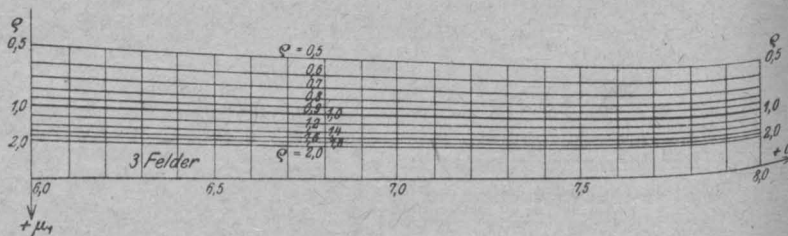
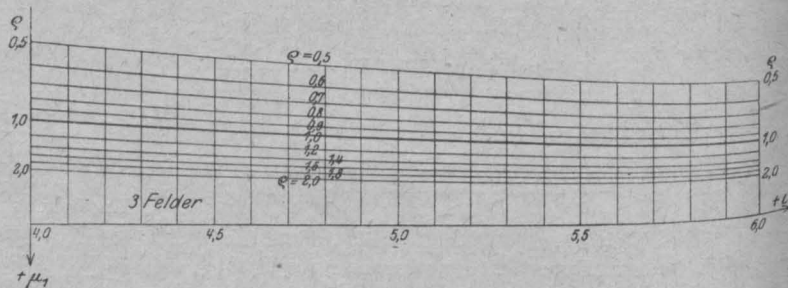
$$\iota = \frac{d_1^3}{d_2^3}$$

Auch Verfasser dieses zeigt in seiner Arbeit „Beitrag zur Berechnung der Biegemomente und Bemessung der Wandquerschnitte der Silozelle aus Eisenbeton mit Hilfe des Einspannungsgrades“ S. 49, an einem Beispiele, daß es genügt, das Ver-

Maßstab für „ μ “:
für $\iota = 4$ bis $\iota = 8$.



$$\mu_1' = -\mu_1 \frac{q\iota}{2+q\iota} = -\frac{\mu_2}{2+q\iota}; \quad \mu_1' = \mu_1 \frac{2(1+q\iota)}{2+q\iota} = \mu_1 - \mu_3'$$
$$M_s = \mu_1' M_1 + \mu_2' M_2 + \mu_3' M_3$$



hältnis der Trägheitsmomente des reinen, homogenen Betonquerschnittes einzuführen.

Zahlenbeispiel.

Es sei eine über drei Felder durchgehende Platte für eine Verkehrslast von 500 kg/qm und eine Auflast für Belag von 200 kg/qm bei $\sigma_b \max = 40$ und $\sigma_e \max = 1200$ atm zu berechnen. Die Stützweite der beiden einander gleichen Entfelder ist $l_1 = 2,50$, die des Mittelfeldes $l_2 = 3,50$ m.

Es ist

$$q = \frac{l_2}{l_1} = \frac{3,50}{2,50} = 1,40. \quad (3)$$

Nimmt man konstantes Trägheitsmoment an, also

$$\iota = \frac{J_1}{J_2} = 1, \quad (2)$$

so entnimmt man hierzu die Ordinaten der $\mu_1 =$ Kurve aus Fig. 2 oder berechnet diese zu

$$\mu_1 = -\frac{1}{1+1,5q\iota} = -\frac{1}{1+1,5 \cdot 1,4 \cdot 1} = -0,323 \quad (10)$$

und

$$\mu_2 = \mu_1 q \iota = -0,323 \cdot 1,4 \cdot 1 = -0,452 \quad (11)$$

Für $d_1 = d_2 = 12,5$ cm ist für ständige Last

$$M_{g1} = \frac{500 \cdot 2,50^2}{8} = 390 \text{ kgm,}$$

$$M_{g2} = \frac{500 \cdot 3,50^2}{8} = 765 \text{ kgm,}$$

für Vollast

$$M_{q1} = \frac{1000 \cdot 2,50^2}{8} = 780 \text{ kgm,}$$

$$M_{q2} = \frac{1000 \cdot 3,50^2}{8} = 1530 \text{ kgm.}$$

Es ist nun für das Maximalmoment der Endfelder

$$M_s = \mu_1 M_{1 \max} + \mu_2 M_{2 \max} \dots \dots \dots (7)$$

$$M_s = -0,323 \cdot 780 - 0,452 \cdot 765 = -598 \text{ kgm,}$$

$$A_1 = \frac{M_s}{l_1} + \frac{q_1 l_1}{2} = -\frac{598}{2,50} + \frac{1000 \cdot 2,50}{2} = 1010 \text{ kg.} \quad (8)$$

$$M = \frac{A_1^2}{2q_1} = \frac{10 \cdot 10^2}{2 \cdot 1000} = 510 \text{ kgm.} \dots \dots \dots (9)$$

Für

$$d = 11,0 + 1,5 = 12,5 \text{ cm}$$

ist bei

$$\sigma_e = 1200 \text{ atm}$$

$$\sigma_b = 32,2 \text{ atm}$$

und

$$f_e = 4,26 \text{ cm}^2.$$

Für das Maximalmoment des Mittelfeldes ist

$$M_s = -0,323 \cdot 390 - 0,452 \cdot 1530 = -817 \text{ kgm}$$

und

$$M_{\max} = M_s + M_{2 \max} = -817 + 1530 \dots \dots (12)$$

$$M_{\max} = 713 \text{ kgm.}$$

Für

$$\sigma_b = 40 \text{ atm, } \sigma_e = 1200 \text{ atm}$$

wird

$$d = 11,0 + 1,5 = 12,5 \text{ cm}$$

und

$$f_e = 6,1 \text{ cm}^2.$$

Im Endfelde ist aber die zulässige Beanspruchung des Betons von 40 atm mit 32,2 atm nicht ausgenutzt.

Würde man das Endfeld dem Moment $M = 510$ kgm entsprechend mit $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1200$ atm bemessen, so erhielte man

$$d = 9,3 + 1,5 = 10,8 \text{ cm.}$$

Es wäre aber dann

$$\nu = \left(\frac{10,8}{12,5}\right)^3 = 0,645,$$

$$\mu_1 = -0,425, \mu_2 = -0,384$$

und für das Maximalmoment des Endfeldes

$$M_s = -0,425 \cdot 750 - 0,384 \cdot 765 = 613 \text{ kgm,}$$

$$A = 954 \text{ kg,}$$

$$M = 475 \text{ kgm.}$$

Für $d = 9,3 + 1,5 = 10,8$ cm ist bei $\sigma_e = 1200$ atm, $\sigma_b = 38$ atm.

Für das Maximalmoment des Mittelfeldes ergibt sich

$$M_s = -0,425 \cdot 360 - 0,384 \cdot 1530 = -741 \text{ kgm,}$$

$$M_{\max} = -741 + 1530 = 789 \text{ kgm.}$$

Für $d = 11,0 + 1,5 = 12,5$ cm und $\sigma_e = 1200$ atm ist aber $\sigma_b = 42,5$ atm.

Hier überschreitet die Beanspruchung des Betons den zulässigen Wert von 40 atm.

Man ersieht also hieraus, daß es nicht angängig ist, konstantes Trägheitsmoment zur Momentenbestimmung anzunehmen und dann Platten- oder Balkenhöhe verschieden bei derselben Höchstbeanspruchung für alle Felder zu bemessen.

Die Rechnungsweise mit Hilfe des Einspannungsgrades gestattet die Decken- bzw. Plattenstärken nach der höchsten zulässigen Beanspruchung und unter Berücksichtigung der Verschiedenheit der Trägheitsmomente in den einzelnen Feldern zu bemessen, indem man $\nu = \frac{J_1}{J_2}$ so lange ändert,

bis man für die verschiedenen Felder dieselben Höchstbeanspruchungen erhält.

Es ergeben sich auf diese Weise $d_1 = 10,3$ cm, $d_2 = 13,7$ cm und hierzu

$$\nu = 0,425,$$

$$\mu_1 = -0,529,$$

$$\mu_2 = -0,314,$$

$$M_{g1} = \frac{447 \cdot 2,50^2}{8} = 349 \text{ kgm,}$$

$$M_{g2} = \frac{529 \cdot 3,5^2}{8} = 810 \text{ kgm,}$$

$$M_{q1} = \frac{947 \cdot 2,50^2}{8} = 740 \text{ kgm,}$$

$$M_{q2} = \frac{1029 \cdot 3,5^2}{8} = 1575 \text{ kgm.}$$

Für das Maximalmoment des Endfeldes ist

$$M_s = -0,529 \cdot 740 - 0,314 \cdot 810 = -646 \text{ kgm,}$$

$$A_1 = 924 \text{ kg,}$$

$$M = 452 \text{ kgm.}$$

Diesem Moment entspricht bei $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1200$ atm $d = 8,8 + 1,5 = 10,3$ cm, wie angenommen.

Für das Maximalmoment des Mittelfeldes ist

$$M_s = -0,529 \cdot 349 - 0,314 \cdot 1575 = -680 \text{ kgm,}$$

$$M_{\max} = -680 + 1575 = 895 \text{ kgm.}$$

Diesem Moment entspricht bei $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1200$ atm $d = 12,8 + 1,5 = 13,8$ cm (13,7 cm waren angenommen).

Die Bewehrung, die den Maximalmomenten entspricht, ist für das Endfeld $f_{e1} = 4,85$ cm² und für das Mittelfeld $f_{e2} = 6,85$ cm².

Macht man die Platte in allen Feldern mit $d = 12,5$ gleich stark, so benötigt man für einen 1 m breiten Streifen an Beton

$$0,125 (2 \cdot 2,55 + 350) = 1,075 \text{ m}^3.$$

Macht man dagegen die Plattenstärke in den Endfeldern $d_1 = 10,3$, im Mittelfeld $d_2 = 13,7$ cm stark, so benötigt man

$$0,103 \cdot 2 \cdot 2,55 + 0,137 \cdot 3,50 = 1,005 \text{ m}^3,$$

was einer mittleren Plattenstärke von 11,7 cm entspricht. Es ist dies eine Ersparnis an Beton von 7% und auch auf die Unterzüge entfallende Deckeneigenlast.

Sieht man von der oberen Bewehrung ab, so benötigt man im ersten Falle für den 1 m breiten Deckenstreifen an Eisen

$$4,26 \cdot 2 \cdot 2,55 + 6,1 \cdot 3,50 = 43,1 \text{ kg},$$

im zweiten Falle

$$4,85 \cdot 2 \cdot 2,55 + 6,85 \cdot 3,50 = 48,7 \text{ kg}.$$

Es ist dies ein Mehraufwand an Eisen im zweiten Falle von 13%.

Nimmt man an, 1 cbm Beton koste 60 Mark, 4 kg verlegtes Eisen 0,45 Mark, so erspart man im zweiten Falle, d. i. bei verschieden starken Feldern

$$(1,075 - 1,005) \cdot 60 = 4,20 \text{ Mark}$$

für Beton.

Für Eisen hat man dagegen einen Mehraufwand von

$$(48,7 - 43,1) \cdot 0,45 = 2,52 \text{ Mark}$$

für den 1 m breiten Deckenstreifen.

Durch Berücksichtigung der Verschiedenheit der Trägheitsmomente in den einzelnen Feldern und Bemessung nach den größten zulässigen

Beanspruchungen ist also für 1 qm Decke ein Gewinn von

$$\frac{4,20 - 2,52}{2 \cdot 2,55 + 3,50} = 0,20 \text{ Mark}$$

erzielt worden. Diesem Gewinne steht die umständlichere Schalarbeit und die nicht unbedeutend größere Bureauarbeit gegenüber. Es erscheint deshalb mehr empfehlenswert, die Trägheitsmomente in den einzelnen Feldern einander gleich zu machen und dementsprechend auch die Deckenstärken.

Um das Minimalstützenmoment zu bestimmen, benutzt man die Gleichung

$$M_s = \mu_1' M_{1\max} + \mu_2 M_{2\max} + \mu_3' M_{3\max} \quad (13)$$

mit

$$\mu_2 = -0,314,$$

$$\mu_3' = -\frac{\mu_2}{2 + q_1} = \frac{0,314}{2 + 1,4 \cdot 0,425} = 0,121 \quad (14)$$

$$\mu_1' = \mu_1 - \mu_3' \dots \dots \dots (15)$$

$$\mu_1' = -0,529 + 0,121 = -0,408$$

da

$$M_{1\max} = \frac{q_1 l_1^2}{8} = 740 \text{ kgm},$$

$$M_{2\max} = \frac{q_2 l_2^2}{8} = 1575 \text{ kgm},$$

$$M_{3\max} = \frac{g_2 l_2^2}{8} = 349 \text{ kgm},$$

ist

$$M_s = -0,408 \cdot 740 - 0,314 \cdot 1575 + 0,121 \cdot 349 = -755 \text{ kgm}.$$

DIE ANWENDUNG DER CLAPEYRONSCHE GLEICHUNG BEI KONTINUIERLICHEN TRÄGERN MIT VERÄNDERLICHEN TRÄGHEITSMOMENTEN.

Von Ingenieur Albert Franke i. Fa. Wayss u. Freytag A. G. Niederlassung Düsseldorf.

Führt man die Clapeyronsche Gleichung

$$M_0 l_0 + 2 M_1 (l_0 + l_1) + M_2 l_1 = -N \dots (1)$$

in die ursprüngliche Form zurück, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} M_0 \frac{l_0}{6} + M_1 \left(\frac{l_0 + l_1}{3} \right) + M_2 \frac{l_1}{6} &= -N \\ \text{oder} \\ 0,166 M_0 l_0 + 0,333 M_1 (l_0 + l_1) + 0,166 M_2 l_1 &= -N \end{aligned} \right\} (2)$$

Der Wert von N, rechts vom Gleichheitszeichen, hängt von der Belastung ab und lautet

a) für gleichmäßig verteilte Belastung

$$N_p = \frac{1}{24} (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3) = 0,04166 (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3),$$

b) für eine Einzellast P in Trägermitte

$$N_p = \frac{1}{16} (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2) = 0,0625 (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2),$$

c) für zwei Einzellasten P in 1/3 der Spannweite

$$N_p = \frac{1}{9} (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2) = 0,111 (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2).$$

Betrachtet man die vorstehenden Gleichungen näher, so erkennt man, daß jedes Glied dieser Gleichungen mit einem bestimmten Koeffizienten behaftet ist, die ohne Einfluß auf Spannweite und Belastung stets konstant bleiben.

Die nachstehenden Ableitungen werden nun zeigen, daß sich diese Koeffizienten ändern, sobald die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente berücksichtigt wird.

Bezeichnet man die obigen Koeffizienten mit α, β und η , so lautet Gl. (2) für gleichmäßig verteilte Belastung:

$$\alpha M_0 l_0 + \beta M_1 (l_0 + l_1) + \alpha M_2 l_1 = -\eta (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3) \quad (3)$$

A. Bestimmung der Koeffizienten α und β ,
zusammengestellt in Tabelle I.

Wirkt an einem Trägerende eines freiaufliegenden Trägers (Fig. 1) das Moment $M=1$, so erzeugt dieses Moment über den Stützen A und B,

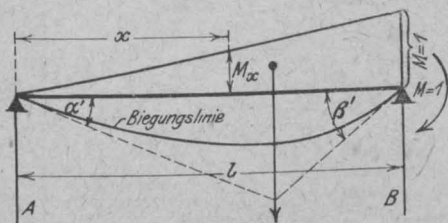


Fig. 1.

die Winkel α' und β' , deren Werte sich aus den nachstehenden Formeln ergeben

$$\alpha' = \frac{1}{l^5} \int_0^l X^5 \frac{J_a}{J} dx \dots \dots \dots (4)$$

$$\beta' = \frac{1}{l^2} \int_0^l X^2 \frac{J_a}{J} dx \dots \dots \dots (5)$$

Beim konstanten Trägheitsmoment ist

$$\alpha' = \frac{1}{6} \text{ und } \beta' = \frac{1}{3}.$$

Fig. 2.

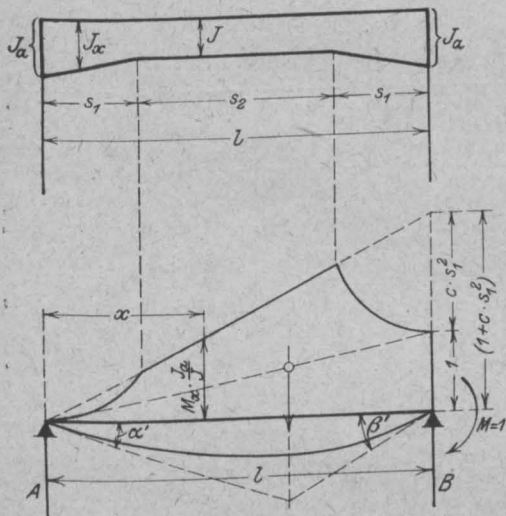


Fig. 3.

Nach Dr. Max Ritter (Beiträge zur Berechnung der Bogenträger) ist

$$\frac{J_a}{J} = (1 + c s_1^2),$$

$$c = \frac{J_a - J}{J s_1^2}.$$

Mit s_1 sollen die Längen der Vouten bezeichnet werden (vergl. Fig. 2).

Bei veränderlichen Trägheitsmomenten nimmt die in Fig. 1 dargestellte Momentenfläche die in Fig. 3 gezeichnete Form an, und diese ergibt sich, wenn man in den einzelnen Trägerteilpunkten die Werte $M_x \frac{J_a}{J_x}$ in einem beliebigen Maßstabe aufträgt.

Setzt man den Wert von $\frac{J_a}{J} = (1 + c s_1^2)$ in die Gleichungen (4) und (5) ein, so ergibt sich mit Rücksicht auf Fig. 2 u. 3

$$\alpha' = \frac{1}{l^5} \int_0^l x^5 \cdot \frac{J_a}{J} \cdot dx = \frac{1}{l^5} \int_0^{s_1} x^5 (1 + c \cdot s_1^2) dx$$

$$+ \left(\frac{1 + c \cdot s_1^2}{l^5} \right) \int_{s_1}^{s_1+s_2} x^5 dx + \left(\frac{1 + c \cdot s_1^2}{l^5} \right) \int_{s_1+s_2}^l x^5 dx$$

$$- \frac{c}{l^5} \int_{s_1+s_2}^l (s_1^2 \cdot x^5 - l^2 \cdot x^5 + 2 \cdot l \cdot x^6 - x^7) dx$$

$$\beta' = \frac{1}{l^2} \int_0^l x^2 \cdot \frac{J_a}{J} \cdot dx = \frac{1}{l^2} \int_0^{s_1} x^2 (1 + c \cdot s_1^2) dx$$

$$+ \left(\frac{1 + c \cdot s_1^2}{l^2} \right) \int_{s_1}^{s_1+s_2} x^2 dx + \left(\frac{1 + c \cdot s_1^2}{l^2} \right) \int_{s_1+s_2}^l x^2 dx$$

$$- \frac{c}{l^2} \int_{s_1+s_2}^l (s_1^2 \cdot x^2 - l^2 \cdot x^2 + 2 \cdot l \cdot x^3 - x^4) dx$$

Nach Lösung der Integrale erhält man

$$\alpha' = \frac{1}{6} + \frac{c}{168 l^5} [28 s_1^2 (s_1 + s_2)^6 + 1^8 + 48 l (s_1 + s_2)^7 - 28 l^2 (s_1 + s_2)^6 - 21 (s_1 + s_2)^8] \dots \dots (6)$$

$$\beta' = \frac{1}{3} + \frac{c}{3 l^2} [10 s_1^2 (s_1 + s_2)^3 + l^5 + 15 l (s_1 + s_2)^4 - 4 s_1^5 - 10 l^2 (s_1 + s_2)^3 - 6 (s_1 + s_2)^5] \dots \dots (7)$$

Diese Formeln sind natürlich für den praktischen Gebrauch zu umständlich und würde die Anwendung derselben noch keinerlei Erleichterung in der Berechnung schaffen. Nimmt man aber für die Voutenlängen und Trägerhöhen bestimmte Verhältnisse an (z. B. $s_1 = \frac{1}{4}$ und $\frac{J_a}{J} = \frac{1}{10}$) und setzt diese Werte in die abgeleiteten Formeln 6 und 7 ein, so erhält man die gewünschten Koeffizienten, mit deren Hilfe die Berechnung eines kontinuierlichen Trägers mit veränderlichen Trägheitsmomenten schnell und sicher durchgeführt werden kann.

In der nachstehenden Tabelle I sind die Koeffizienten für verschiedene Verhältnisse zusammengestellt.

Tabelle I.

	$s_1 = \frac{1}{5}$		$s_1 = \frac{2 \cdot 1}{9}$		$s_1 = \frac{1}{4}$	
	α	β	α	β	α	β
$\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$	1,506	2,294	1,471	2,195	1,423	2,077
" = $\frac{1}{9}$	1,357	2,076	1,326	1,988	1,283	1,883
" = $\frac{1}{8}$	1,208	1,858	1,181	1,782	1,144	1,689
" = $\frac{1}{7}$	1,059	1,641	1,036	1,575	1,005	1,495
" = $\frac{1}{6}$	0,911	1,422	0,891	1,368	0,864	1,302
" = $\frac{1}{5}$	0,762	1,204	0,746	1,161	0,725	1,108
" = $\frac{1}{4}$	0,613	0,987	0,601	0,955	0,586	0,914
" = $\frac{1}{3}$	0,464	0,769	0,457	0,748	0,446	0,720
" = $\frac{1}{2}$	0,315	0,551	0,311	0,542	0,306	0,527
" = 1	0,166	0,333	0,166	0,333	0,166	0,333

B. Bestimmung der Koeffizienten für N

a) für gleichmäßig verteilte Belastung

(Tabelle II).

Für gleichmäßig verteilte Belastung ist

$$N = \eta_p (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3).$$

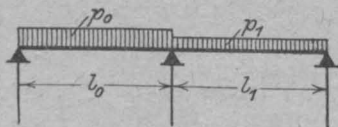


Fig. 4.

Das Auftragen der $M_x \frac{J_a}{J_x}$ -Fläche bei gleichmäßig verteilter Belastung eines frei aufliegenden Trägers geschieht in derselben Weise wie unter

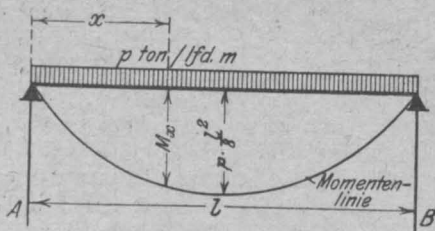


Fig. 5.

A. und ist hier nochmals in der Fig. 5 bis 7 dargestellt.

Die durch die Last p erzeugten Winkel γ über den Stützen A und B berechnen sich nach der Formel

$$\gamma = \int_0^{l_2} M_x \frac{J_a}{J} dx$$

$$= \int_0^{s_1} \left(\frac{p l}{2} x - \frac{p x^2}{2} \right) (1 + c s_1^2) dx$$

$$+ (1 + c s_1^2) \int_{s_1}^{l_2} \left(\frac{p l}{2} x - \frac{p x^2}{2} \right) dx \quad (8)$$

Nach Lösung der Integrale erhält man

$$\gamma = \frac{p}{120} [5 l^3 + c (8 s_1^5 + 5 s_1^2 l^3 - 15 s_1^4 l)] \quad (9)$$

Ist das Trägheitsmoment durchgehend konstant, so ist

$$\gamma = \frac{p l^3}{24} = 0,04166 p l^3 = \eta p l^3.$$

Setzt man in Gleichung 9 wieder bestimmte Werte für s_1 und $\frac{J}{J_a}$ ein, so erhält man die in Tabelle II zusammengestellten Koeffizienten η_p .

Tabelle II.

a) für gleichmäßig verteilte Belastung.

	$s_1 = \frac{1}{5}$	$s_1 = \frac{2 \cdot 1}{9}$	$s_1 = \frac{1}{4}$
	η_p	η_p	η_p
$\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$	0,376	0,368	0,356
" = $\frac{1}{9}$	0,339	0,332	0,321
" = $\frac{1}{8}$	0,302	0,295	0,286
" = $\frac{1}{7}$	0,265	0,259	0,251
" = $\frac{1}{6}$	0,227	0,223	0,216
" = $\frac{1}{5}$	0,190	0,187	0,181
" = $\frac{1}{4}$	0,153	0,150	0,146
" = $\frac{1}{3}$	0,111	0,111	0,111
" = $\frac{1}{2}$	0,078	0,078	0,077
" = 1	0,04166	0,04166	0,04166

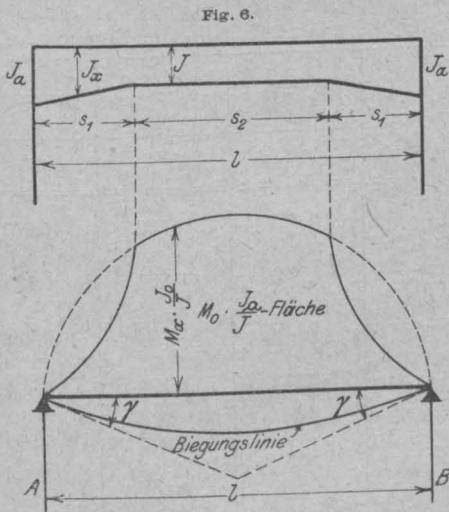


Fig. 7.

b) für eine Einzellast P in Trägermitte (Tabelle III).

Für eine Einzellast in Trägermitte ist

$$N = \eta'_P (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2)$$

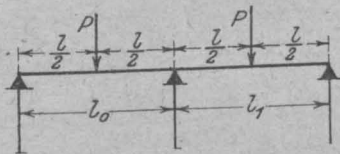


Fig. 8.

Hier soll nur noch die $M_0 \frac{J_a}{J_x}$ -Fläche angegeben werden (Fig. 9); die Momentenfläche ist bekanntlich ein Dreieck von der Höhe $\frac{Pl}{4}$.

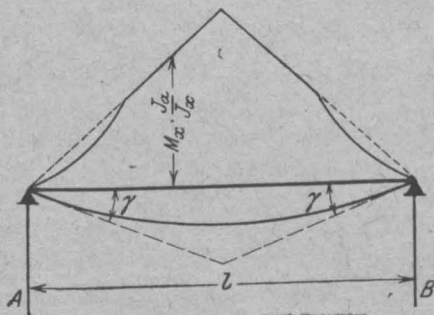


Fig. 9.

Die durch die Last P erzeugten Winkel γ über den Stützen A und B ergeben sich aus nachstehender Formel

$$\gamma = \int_0^{l/2} M_x \frac{J_a}{J} dx = \frac{1}{l} \int_0^{s_1} (Pbx) (1 + cs_1^2) dx + \frac{(1 + cs_1^2)}{1} \int_{s_1}^{s_1+s_2} Pbx dx + (1 + cs_1^2) \int_{s_1+s_2}^l \left(\frac{Pbx}{1} - P(x-a) \right) dx + \int_{s_1+s_2}^l \left(\frac{Pbx}{1} - P(x-a) \right) (1 + cs_1^2) dx \quad (10)$$

Nach Lösung der Integrale erhält man

$$\gamma = \frac{P}{8} \left[\frac{l^2}{2} + c \left(\frac{l^2 s_1^2}{2} - s_1^4 \right) \right] \quad (11)$$

Ist das Trägheitsmoment durchgehend konstant, so ist

$$\gamma = \int_0^{l/2} \frac{P}{2} x dx = \frac{Pl^2}{16} = \eta'_P P l^2$$

Die Koeffizienten η'_P sind in Tabelle III zusammengestellt.

Tabelle III.

b) für eine Einzellast P in Trägermitte.

	$s_1 = \frac{1}{5}$	$s_1 = \frac{2 \cdot 1}{9}$	$s_1 = \frac{1}{4}$
$\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$	0,580	0,569	0,555
" = $\frac{1}{9}$	0,522	0,513	0,500
" = $\frac{1}{8}$	0,465	0,457	0,445
" = $\frac{1}{7}$	0,407	0,400	0,391
" = $\frac{1}{6}$	0,350	0,344	0,336
" = $\frac{1}{5}$	0,292	0,288	0,281
" = $\frac{1}{4}$	0,235	0,231	0,227
" = $\frac{1}{3}$	0,177	0,175	0,172
" = $\frac{1}{2}$	0,120	0,119	0,117
" = 1	0,0625	0,0625	0,0625

c) für zwei Einzellasten P in $\frac{1}{3}$ der Spannweite (Tabelle IV).

Für 2 Einzellasten ist

$$N = \eta''_P (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2)$$

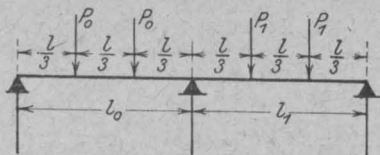


Fig. 10.

Die $M_0 \frac{J_a}{J_x}$ -Fläche für 2 Einzellasten ist in Fig. 11 dargestellt.

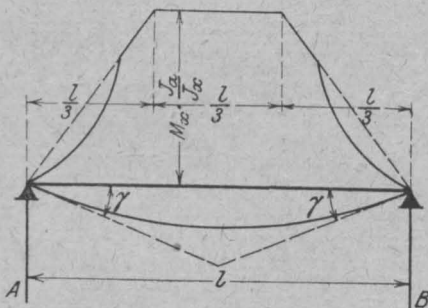


Fig. 11.

Die Winkel γ über den Stützen A und B ergeben sich aus nachstehender Formel

$$\gamma = \int_0^{l/2} M_x \frac{J_a}{J} dx = \int_0^{s_1} (P x) (1 + c s_1^2) dx + (1 + c s_1^2) \int_{s_1}^{l/2} P x dx + (1 + c s_1^2) \int_{l/3}^{l/2} \frac{P l}{3} dx \quad (12)$$

Nach Lösung der Integrale erhält man

$$\gamma = \frac{P}{36} [4 l^2 + c (4 l^2 s_1^2 - 9 s_1^4)] \quad (13)$$

Ist das Trägheitsmoment durchgehend konstant, so ist

$$\gamma = \int_0^{l/2} M_x dx = \frac{P l^2}{9} = \eta''_P P l^2$$

Die Koeffizienten η''_P sind in Tabelle IV zusammengestellt.

Praktische Beispiele.

Beispiel 1.

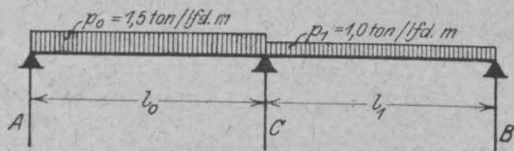


Fig. 12.

Tabelle IV.
c) für 2 Einzellasten in $1/3$ der Spannweite.

	$s_1 = \frac{1}{5}$	$s_1 = \frac{2 \cdot 1}{9}$	$s_1 = \frac{1}{4}$
	η''_P	η''_P	η''_P
$\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$	1,021	1,000	0,970
" = $\frac{1}{9}$	0,920	0,901	0,875
" = $\frac{1}{8}$	0,819	0,803	0,779
" = $\frac{1}{7}$	0,718	0,704	0,684
" = $\frac{1}{6}$	0,617	0,605	0,589
" = $\frac{1}{5}$	0,516	0,506	0,493
" = $\frac{1}{4}$	0,415	0,408	0,
" = $\frac{1}{3}$	0,314	0,309	0,302
" = $\frac{1}{2}$	0,213	0,210	0,207
" = 1	0,111	0,111	0,111

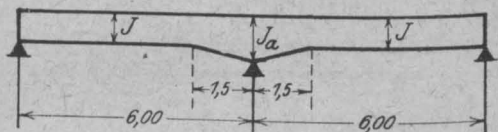


Fig. 13.

Gegeben:

- $l_0 = l_1 = 6,00$ m,
- $s_1 = 1,50$ m (Voutenlänge),
- $p_0 = 1,50$ ton / lfd. m.
- $p_1 = 1,00$ " " "
- $\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$

Nach Gl. (3) ist:

$$\alpha M_0 l_0 + \beta M_1 (l_0 + l_1) + \alpha M_2 l_1 = - \eta_P (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3)$$

Setzt man nun in obiger Gleichung die Koeffizienten von den Tabellen I und II für $s_1 = \frac{1}{4}$

und $\frac{J}{J_a} = \frac{1}{10}$ ein, so erhält man

$$1,413 M_0 6,00 + 2,077 M_1 (6,00 + 6,00) + 1,423 M_2 6,00 = - 0,356 (1,5 \cdot 6,00^3 + 1,00 \cdot 6,00^3)$$

Die Momente M_0 und M_1 sind, weil der Träger über den Stützen gelenkartig gelagert, gleich Null und man schreibt

$$2,077 M_1 (6,00 + 6,00) = - 0,356 (1,5 \cdot 6,00^3 + 1,00 \cdot 6,00^3)$$

$$M_1 = - \frac{192,240}{24,924} = - 7,71 \text{ mton.}$$

Beim konstanten Trägheitsmoment ist

$$M_1 = -5,625 \text{ mton.}$$

Beispiel 2.

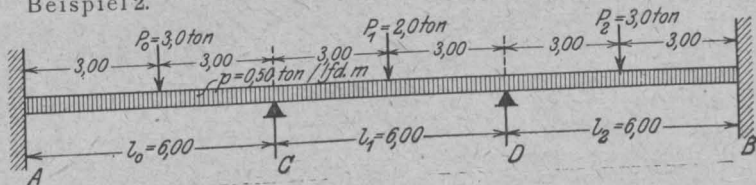


Fig. 14.

In diesem Falle ist $M_1 = M_2$ und die Gleichung lautet

$$6,864 M_0 + 27,132 M_1 = -61,776 - 80 \cdot 100$$

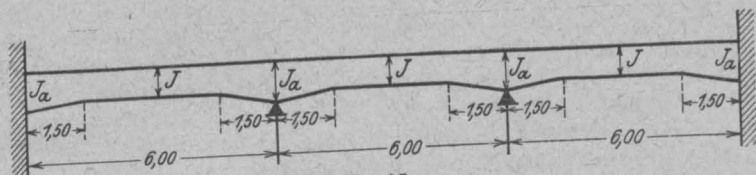


Fig. 15.

Gegeben:

$$l_0 = l_1 = l_2 = 6,00 \text{ m}$$

$$s_1 = \frac{1}{4} = 1,50 \text{ m}$$

$$P_0 = P_2 = 3,00 \text{ ton}$$

$$P_1 = 2,00 \text{ „}$$

$$p = 0,50 \text{ ton/lfdm}$$

$$\frac{J}{J_a} = \frac{1}{8}$$

Nach Gl. (3) ist:

$$\alpha M_0 l_0 + \beta M_1 (l_0 + l_1) + \alpha M_2 l_1 = -\eta_p (p_0 l_0^3 + p_1 l_1^3) - \eta'_p (P_0 l_0^2 + P_1 l_1^2)$$

Setzt man die Koeffizienten

$$s_1 = \frac{1}{4} \text{ und } \frac{J}{J_a} = \frac{1}{8}$$

von den Tabellen I, II u. III ein, so ergibt sich

$$1,144 M_0 \cdot 6,00 + 1,689 M_1 (6,00 + 6,00) + 1,144 M_2 \cdot 6,00 = -0,286 (2 \cdot 0,5 \cdot 6,00^3) - 0,445 \cdot 6,00^2 (3,00 + 2,00)$$

$$M_0 = -\frac{\eta_p p_0 l_0^3 + \eta'_p P_0 l_0 - \alpha M_1}{\beta} = -\frac{0,286 \cdot 0,50 \cdot 36,00 + 0,445 \cdot 3,00 \cdot 6,00 - 1,144 M_1}{1,689}$$

$$M_0 = -7,80 + 0,677 M_1.$$

Setzt man diesen Wert in obiger Gleichung ein, so erhält man

$$6,864 (-7,80 + 0,677 (-) M_1) + 27,132 M_1 = -141,876$$

Man achte darauf, daß M_1 mit dem wirklichen Vorzeichen (also mit (-)) einzusetzen ist.

$$-53,439 - 4,647 M_1 + 27,132 M_1 = -141,876$$

$$M_1 = -\frac{88,437}{22,485} = -3,93 \text{ mton}$$

$$M_0 = -7,80 + 0,677 \cdot 3,93 = -5,41 \text{ mton.}$$

Beim durchgehend konstanten Trägheitsmoment ist

$$M_1 = -3,25 \text{ mton}$$

$$M_0 = -4,14 \text{ mton.}$$

LITERATURSCHAU.

Bearbeitet von Regierungsbaumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

I. Der Baustoff.

Seine Herstellung, Bearbeitung und Eigenschaften. Baustoffuntersuchungen.

Die Erhöhung der Dauerhaftigkeit des Eisens. Großzügige amerikanische Versuche haben ergeben, daß durch Legierung das Eisen bedeutend rostsicherer gemacht werden kann. Am wirksamsten war eine Legierung mit 20/0 Kupfer. Höhere Beimengungen (bis 7 0/0) steigerten den günstigen Einfluß nicht nennenswert. Die Legierung mit anderen Metallen ist entweder weniger günstig oder zu teuer (Silber). Mit der 2 0/0 - Kupferbeimengung hergestellte Dächer

waren noch gut in stand, als reine Eisendächer unter völlig gleichen Verhältnissen schon gänzlich zerrostet waren. Über die Elastizitäts- und Festigkeitsveränderungen, die infolge der Beimengung zu gewärtigen sind, scheinen Untersuchungen noch nicht angestellt zu sein. Scientific American, Industrie und Technik 1918. Der Brückenbau 1918 Heft 24.

Über eine Zersetzung von Beton durch Kohlen berichten Financial News. Beton und Eisen 1918 Heft 16 gibt diese Mitteilung, wonach Betonfußboden unter Anthrazit sich vorzüglich, unter bituminöser Kohle jedoch ganz und gar

nicht gehalten habe, mit dem Hinzufügen wieder, daß es sich vermutlich um schwefelreiche Braunkohle gehandelt habe. Gewöhnliche, vor allem Steinkohlen, vermögen den Beton nicht zu schädigen, wie zahlreiche Kohlenbunker aus Eisenbeton, in jahrelangem Betriebe vorzüglich bewährt, beweisen.

Zum Kleingefüge kalkreicher Schlacken und deren Zerfall. Von E. Hollmann, Breslau. Hüttenmännische Abhandlung über die für die Betonbauindustrie bedeutungsvolle Frage. Stahl und Eisen 1919 Heft 3 u. folg.

Verbleien der Innenseite von Beton- und Zementrohren. Hierüber bringt die Schweizerische Bau-Zeitung vom 14. Dezember 1918 Mitteilungen, die besagen, daß Verbleiungen von Zementrohren, wie sie in der chemischen Industrie oft benötigt werden, sich mit einer nur wenig veränderten Schoopschen Metallspritzpistole vorzüglich herstellen lassen. Vgl. Schweiz. Bau-Ztg. Band LXX S. 300 und Bd. LXXII S. 24.

Die Einschließkraft im Beton und Eisenbeton. Von Dr.-Ing. Heinrich Luftschitz. Auf seine Darlegungen in der Tonind.-Ztg. 1913 Nr. 114 zurückkommend behauptet Verf. in Nr. 2 der Tonind.-Ztg. 1919, daß sich um feste, in Beton eingelagerte Körper eine mit der Gel-Natur des Betons zusammenhängende Einschließkraft herausbildet, eine Erscheinung, die man sich am besten durch Vergleichen mit der Wirkung eines heiß aufgezugeneu Radreifens vergegenwärtigt. Die Begründung der Wirkung hat zum mindesten für den Eisenbetonmann etwas Unverständliches an sich. Die Wirkung selbst, für die die Haftung der Eiseneinlagen in Beton als Beleg angesehen werden kann, ist nicht zu leugnen. Man ist versucht, diese Einschließkraft auf die beim Betonschwinden zu erwartende Zusammenziehung zurückzuführen. Es müßte jedoch dann bei Wasserlagerung eine bedeutend geringere Haftung vorhanden sein als bei Luftlagerung. Eine Erörterung über die Anregung wäre sehr erwünscht.

II. Theorie.

Statik, Festigkeitslehre, Bemessungsverfahren.

Über Spannungen in symmetrisch und unsymmetrisch belasteten Kugelschalen (Kuppeln), insbesondere bei Belastung durch Winddruck. Von E. Schwerin, Charlottenburg, in Arm. Beton 1919/2/3. Veröffentlichung einer Dissertation im Auszuge. Die Arbeit stellt eine Fortführung der Abhandlung von Prof. Dr. Reißner in der Müller-Breslau-Festschrift (Spannungen in Kugelschalen) dar. Nach Ableitung des Verfahrens für symmetrisch belastete Kugelschalen bei beliebigen Randbedingungen wird die Frage der unsymmetrischen (Wind-) Belastung gelöst.

Eine neue Methode zur Bestimmung der Durchbiegungen vollwandiger Träger. Von Dr. techn. Vinzenz, Prag. Ein sehr elegantes Verfahren zur Bestimmung von Durchbiegungen an statisch bestimmten und unbestimmten Systemen, das vollste Beachtung verdient. Es ermöglicht die Bestimmung einfacher als die Gleichung der elastischen Linie und vermag u. U. sogar die bekannte Bestimmung nach Mohr zu verdrängen. Arm. Beton 1919 Heft 1 (1 Seite).

Tabellen zur Bestimmung von einseitig gedrückten Eisenbeton-T-Querschnitten nach Dr. Max von Thullie, Von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. Wiedergabe der Grundgedanken der Thullieschen Ableitungen, die eine Erweiterung des von Spangenberg in Otto-Mohr-Gedächtnisschrift gegebenen Ausführungen darstellen. Die Thullieschen Tabellen gelten für österreichische Vorschriften. Kunze veröffentlicht hier für deutsche Verhältnisse berechnete Tabellen. Beachtenswert erscheinen die Ausführungen über die Zulässigkeit und Unzulässigkeit der Interpolation in den Tabellen. Arm. Beton 1919 Heft 2.

Der zweistielige unsymmetrisch eingespannte Rahmen. Von Ing. Carl Ritter-Klotzsche-Königswald. Ausdehnung der im Arm. Beton 1918 Heft 9 gegebenen Berechnungen für symmetrische Rahmen auf unsymmetrische. Arm. Beton 1919 Heft 1 und 2.

Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes. Von Ing. Frch. Bleich, Wien. Ausführliche Besprechung des Werkes (12 M.) durch Kapsch in der D.B.Ztg. 1919 Mitteilungen für Zement und Beton Nr. 1. Ebenfalls von Geheimrat Foerster, in Arm. Beton 1919 Heft 1.

Abgekürzte Ermittlung der Nulllinie bei einfach bewehrten Massivdecken. Von Reg.-Bmstr. Stybalkowsky, Berlin. Eine auf 1% genaue Annäherung für die Berechnung von x . Wenn auch der Gedankengang durchaus einfach und einleuchtend ist, so sind doch die vom Verfasser gegebenen Formeln weniger einfach als die bekannten mit dem Prozentgehalte q rechnenden Tabellen für x , wie sie z. B. in Foerster, Taschenbuch der Bauingenieure I. Aufl. Seite 429 zu finden sind. Die Darlegungen des Verfassers erwecken hingegen den Anschein, als ob bisher noch keine Möglichkeit bekannt gewesen wäre die Berechnung von x nach der unhandlichen Formel $x = \frac{n \cdot f_e}{b} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot h'}{n \cdot f_e}} - 1 \right]$ zu vermeiden. Die Arbeit ist abgedruckt in der D. B. Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement und Beton Nr. 2.

III. Versuche mit Eisenbeton.

Die neueren Veröffentlichungen des D. A. f. E. (Heft 40, 41 und 42). Geheimrat Prof.

Foerster, Dresden bespricht in Heft 2 des Arm. Beton 1919 den Inhalt dieser Hefte, die über Versuche über Einfluß von Erschütterungen, über Absprengungen bei Branderhitzung sowie über das Schwinden (Ergänzungsversuche) berichten. Wie die früheren Foersterschen Besprechungen sind auch die vorliegenden durch ihre knappe und das Wesentliche heraushebende Fassung besonders geeignet, über die Bereicherung der ver suchsmäßig erlangten Erkenntnis ein Bild zu geben.

Eisenbeton-Ausschuß des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins Heft 7. Über Balken mit Bewehrung aus hochwertigem Eisen. Bericht von Dr. von Emperger. Eine sehr eingehende Besprechung der Versuche, die gewöhnliche Rundeisen mit (Kahn-) Diagonaleisen vergleichen in D. B. Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement und Beton Nr. 2.

Brandproben an Eisenbeton. Einen eingehenden Bericht über den Inhalt der Veröffentlichung des D. A. f. E. Heft 33 bringt die Tonind.-Ztg. 1919 in Nr. 7.

IV. Vorschriften und Leitsätze.

Neue Vorschriften über ebene Steindecken. Abdruck dieser Vorschriften in der Tonind.-Ztg. 1919 Nr. 8.

V. Anwendungen und Ausführungen.

1. Allgemeines über Beton- und Eisenbetonbauweise, Fertigerzeugnisse, Neue Anwendungen, Bauunfälle.

Rückblicke und Ausblicke im Eisenbetonbau. Von Prof. Dr. E. Probst. Rückblick auf die Kriegszeit, Ausblick in die neue Zeit, die nach Ansicht des Verfassers zur Ersparung von Eisen und Arbeitskraft drängt. Daher Eisenbeton-Hochbau statt Eisenhochbau, Gußbeton statt Stampfbeton, Versuche gewisse Normen auszubilden, um Schalung und Eiseneinlagen mehr fabrikmäßig zuzurichten. Forderung einer sachkundigeren Bautenprüfungsweise (Baupolizei). Fragen der wissenschaftlichen und praktischen Ausbildung. Arm. Beton 1919 Heft 1.

Stellungnahme gegen Äußerungen über die Eisenbetonbauweise. Von Reg.-Baumstr. Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. Zurückweisung der Angriffe, die Herr P. A. M. Hackstroh in Gewapend Beton 1918 (Oktober und November) gegen die Eisenbetonbauweise unternommen hat. Arm. Beton 1919 Heft 1.

Kunstform und Betonbau. Von Baurat Martin Mayer, Stuttgart. In Beton und Eisen 1918 Heft 16 und 17/18. Besprechung einer Reihe künstlerisch durchgeführter neuerer Ingenieurbauten in Beton oder Eisenbeton vom Standpunkte des Architekten aus. Zahlreiche erläuternde Abbildungen.

Staubentwicklung bei Zementfußböden. In einem großen Budapest Fabrikbetriebe drohte die Staubentwicklung die Lebensdauer der Werkzeugmaschinen (und der Menschen?) zu beeinträchtigen. Ein Anstrich der Zementfußbodenfläche mit Teer behob den Übelstand völlig. Mitgeteilt von Herrn Stolzenberg in der Ztschr. d. V. D. I. 1918 Nr. 48. Vgl. Arm. Beton 1918 S. 252 unten.

Abkühlöfen aus Eisenbeton. Von Dipl.-Ing. Lehr, Neustadt a. d. H. in Arm. Beton 1919 Heft 2. Verfasser hat den Beweis geliefert, daß auch Abkühlöfen, die bisher nur in Eisen erbaut worden sind, billiger und ebenso zweckentsprechend in Eisenbeton hergestellt werden können. Derartige „Öfen“ dienen der langsamen Abkühlung von eisernen Arbeitsstücken, die 700 bis 800° Cels. warm in den „Ofen“ gelangen.

Beton und Eisenbeton für Wohnungsbau. Nach einem Überblick über die geringe Entwicklung dieses Bauzweiges in Holland werden die Verhältnisse in Amerika eingehender besprochen. Dort ist die Sache soweit gediehen, daß man behauptet: Das Betonhaus ist gegenwärtig vollkommen hygienisch, wasser- und feuerbeständig und dauerhaft. 3 Bauweisen kommen daselbst zur Anwendung: 1. zwischen Schalungen gegossene Mauern, 2. Verwendung vorher angefertigter größerer Bauteile, 3. Verwendung von Betonsteinen. Zu I. System Ingersoll. Gießen zwischen Schalungen von einem hochgelegenen Punkte aus. Decken nur mit unterer Schalung. Günstige Erfahrungen mit der Bauweise H. Harms (Holland) zu Selindres (Frankreich). Kondenswasser ist jedoch immer beobachtet worden. Zu II. Größere Wände mit ihren Öffnungen werden liegend (mit nur einer Schalung also) hergestellt, emporgewunden und versetzt oder verladen. Zu III. Die Hohlblockbauweise ist in Deutschland genugsam bekannt. Hinweis auf das österreichische Verfahren von Janesch & Schnell. Gewapend Beton 1919. Heft 1.

Beton im Kleinwohnhausbau. H. Dienstag wendet sich gegen den in Tonind.-Ztg. 1919 Nr. 1 gemachten Vorschlag, Wasserbindekalk zum Kleinwohnhausbau zu verwenden. Verlängerter Zementmörtel sei empfehlenswerter. Tonind.-Ztg. 1919 Nr. 6.

Über neue Ausführungen von Eisenbeton-Schleudermasten. Auszugsweise werden die Angaben von Geheimrat Prof. M. Foerster, Dresden in Arm. Beton 1919 Heft 12 wiedergegeben in der D. B.-Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement u. Beton Nr. 1.

Dünne Betondächer auf Eisenkonstruktionen. Schlußwort von Dr.-Ing. Paul Müller, Dortmund in seinem Fachstreit mit Dr. Kleinlogel. D. B.-Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement u. Beton Nr. 1.

Der Zement als Nothelfer. Kleine Ratsschlüsse über die nutzbringende Verwendung des Portlandzements zum Ausbessern durchgerosteter Blechgefäße (Eimer usw.) sowie zur Herstellung von Packungen an krebserkrankten Bäumen und schließlich zur Erzielung der Dichtung an Mannlochringen und Flaschen- oder Muffenrohren. A. Daiber, Tonind.-Ztg. 1919 Nr. 5.

2. Hochbau.

— — —

3. Im Brückenbau.

Zwillingsbogenbrücke über die Rhone in Lyon. Aus den hier schon besprochenen Ausführungen in der Schweizerischen Bauzeitung (vgl. Lit. 1919 Seite 22) entnimmt die D. B.-Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement u. Beton Nr. 2 die wesentlichsten Angaben und Abbildungen.

Aquädukt über den Bahnhof Untertürkheim. Von Dr.-Ing. A. Jackson, Obering. d. Fa. Karl Kübler, Stuttgart. Beschreibung der in Eisenbeton ausgeführten Teile der Bahnhofüberbrückung in Untertürkheim. Die Brücke trägt eine Rohrleitung der württembergischen Landes-Wasserversorgung und einen darüber liegenden Eisenbetonbohlenbelag für öffentlichen Fußgängerverkehr. 3 Öffnungen, durchlaufender Träger. Mittelteil stark angehoben. Angaben über die bauliche Ausbildung und die Grundzüge der statischen Behandlung, zahlreiche gute Lichtbilder und Zeichnungswiedergaben. D. B.-Ztg. 1919, Mitteilungen für Zement und Beton Nr. 2.

4. Wasserbau.

Der Abschlußdeich der Zuiderzee und die Anwendung von Eisenbeton hierbei. Von Ing. B. A. Verheij. Die meisten Vorschläge über Eisenbetonkonstruktionen für den Deich seien unvorteilhaft, da der Boden in dortiger Gegend wegsacke und die Deiche dann nur schwer

aufgehört werden könnten. Anders wird der Vorschlag bewertet, Eisenbetonbecken in einem Sanddamm einzubauen. Gewapend Beton 1919 Heft 1.

5. Grundbau, insbes. Pfahlbauweise.

Der Ortpfahl System Zimmermann DRP. Selbstanzeige von Dr. H. Nitzsche (2 Seiten mit Abbildungen) in Arm. Beton 1919 Heft 1. Abdruck aus den Mitteilungen für Zement u. Beton D. B.-Ztg. 1918.

6. Straßen-, Eisenbahn-, Tunnel- und städtischer Tiefbau.

— — —

7. Schiffbau.

Deutsche Eisenbetonschiffe. Von W. Kaemmerer in der Zeitschrift d. V. D. I. 1918 Nr. 37 S. 622—624. Es werden nur Ausführungen mit dem Rüdigerschen Leichtbeton gebracht. Beschrieben und mit Abbildungen erläutert werden: ein Seeleichter, ein Donauschleppkahn (Deggen-dorf), ein Fischkutter, ein Segelschiff, ein Motorfrachtschiff und ein Schwimmdock. Die Abbildungen sind teils Lichtbilder, die verschiedene Bauzustände darstellen, teils Schnitte — teilweise mit Eintrag der Eiseneinlagen —, die bei neuen Entwürfen zweckmäßige Unterlagen bilden können. Der Bericht enthält einige u. E. bisher noch nicht veröffentlichte Angaben über den Rüdigerschen Leichtbeton. Er hat nach 28 Tagen die beachtliche Festigkeit von 140—160 kg und weist eine erhebliche Nacherhärtung auf. Wasserdichtigkeitsversuche, d. h. solche, die die Durchlässigkeit der Platte prüfen sollten, sind befriedigend ausgefallen. Ob die Dichtigkeit zur Sicherung des Rostschutzes auf Jahre hinaus ausreicht, bleibt zu beobachten.

VI. Sonstiges.

Wirtschaftliches, Personen- und Vereinsnachrichten.

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Höchstpreise für Zement.

Die durch Bekanntmachung des Reichskommissars für Zement vom 27. September 1918 für die Zeit vom 1. Oktober bis 31. Dezember 1918 festgesetzten Kriegsteuerzulagen für Zementlieferungen bleiben auch für die Zeit vom 1. Januar bis 31. März 1919 bestehen. Danach beträgt der Preis pro 10 t ab Werk ohne Verpackung für Staatsbauten in allen Gebieten 735 M., für sonstige Abnehmer im Gebiet des norddeutschen und des süddeutschen Zementverbandes 805 M. im rheinisch-westfälischen Gebiet 760 M.

Zur Anfrage über Silo-Außenwände in Nr. 1 der Zeitschrift.

Die Anfrage in Nr. 1/1919 S. 23 spricht sich nicht näher darüber aus, um welches Füllmaterial es sich handelt; vermutlich aber um ein solches, das mit Zement, Mehl oder Getreide die Eigenschaft der Empfindlichkeit gegen Witterungseinflüsse, namentlich gegen die Feuchtigkeit, gemeinsam hat.

Es dürfte deshalb vielleicht ein kleiner Beitrag zur Frage des Schutzes von Außenwandungen bei Getreidesilos willkommen sein. Diese

Frage hat aus Anlaß der anfänglichen, inzwischen zugunsten des Eisenbetons geänderten Stellungnahme der Reichsgetreidestelle auch den Deutschen Beton-Verein beschäftigt, dessen Mitglieder sich in der 21. Hauptversammlung, Mai 1918, darüber ausgesprochen haben. Dem auszugsweisen Bericht im „Armierten Beton“ 1918 S. 103 ist zu entnehmen, daß der Einwand des erwähnten Reichsamtes, daß das Getreide in Eisenbetonsilos leichter Feuchtigkeit annehme und dadurch verderbe, durch das Ergebnis einer Umfrage des Deutschen Beton-Vereins gründlich widerlegt worden ist. Auf Grund der eingegangenen Äußerungen über 31 meist größere und größte Silos konnte festgestellt werden, daß mit Eisenbetonsilos durchweg die besten Erfahrungen gemacht wurden — auch bei Lagerung einheimischen feuchten Getreides und auch bei einfachen Silowandungen, wenn nur darauf geachtet wird, daß das Getreide eine sachgemäße Behandlung durch reichliche Lüftung und Umbecherung erfährt.

Man hat bisher geglaubt, die Außenwände von Silos für besonders empfindliche Materialien durch ebenfalls besondere Maßnahmen schützen zu müssen. Hierher gehört beispielsweise die Ausführung von vorgesetztem Ziegelmauerwerk, die Vorlagerung von fertigen Platten und dergl. oder auch die Anordnung eines wasserdichten Verputzes. Die Erfahrungen haben jedoch ergeben, daß es in den meisten Fällen nicht nötig ist, die Kosten für derartige besondere Maßnahmen aufzuwenden. Kersten sagt in seinem „Eisenbetonbau“ Teil II, 7. Aufl., S. 199, daß „bei Getreidesilos keine besonderen Umfassungswände in Backstein nötig sind, es genügen zumeist die äußeren, in Eisenbeton erstellten Zellenwände“. Mit Erlaubnis der Firma Wayss & Freytag A. G. sei aus deren neuem Katalog über Silobauten S. 51 folgendes wiedergegeben:

„Befürchtungen, daß sich der Eisenbetonbau für Getreidesilos wegen seiner Dünnwandigkeit und der deshalb erwarteten geringen Widerstandsfähigkeit gegen Temperatureinflüsse und Nässe nicht eigne oder nur unter Anwendung verteuerner Vorsichtsmaßregeln, haben sich als völlig

grundlos erwiesen. Vielmehr hat die Erfahrung gelehrt, daß die von mancher Seite aus Gründen der Isolation für nötig erachtete Ziegelverkleidung der Außenwände überflüssig ist und daher entbehrt werden kann. Die Herstellung der Außenwände in dichtem Beton und ein guter äußerer Zementverputz haben sich zum Schutz gegen die Witterungseinflüsse als vollkommen ausreichend erwiesen. Ebenso wie zur Lagerung von Getreide eignet sich der Eisenbetonsilo aber auch zu der des noch viel empfindlicheren Mehles. Bei entsprechender Ausführung sind auch hier kostspielige Vorsichtsmaßregeln völlig unnötig.“

Es ergibt sich hieraus, daß es bei guter, sachgemäßer Ausführung nicht notwendig ist, einen wasserdichten Verputz anzubringen, es genügt, sofern die Verhältnisse nicht ganz außerordentlich ungünstig liegen, ein guter gewöhnlicher Zementverputz. Über die in solchen Fällen notwendige Mindeststärke der Außenwandungen in den oberen Teilen der Wände gehen die Ansichten allerdings auseinander; diese schwanken zwischen 12 und 20 cm Betondicke.

Im übrigen möge darauf aufmerksam gemacht werden, daß wohl in nächster Zeit eine weitere Äußerung des Deutschen Beton-Vereins zu erwarten sein wird, welche die Ergebnisse der eingangs erwähnten Umfrage zusammenfassen und daher weiterhin lehrreiche Unterlagen bringen wird.

Prof. Dr.-Ing. Kleinlogel, Darmstadt.

Personalnachrichten.

Dr.-Ing. A. Kleinlogel, Darmstadt, ist vom hessischen Ministerium für das Bildungswesen der Charakter als Professor verliehen worden.

An der technischen Hochschule in Charlottenburg ist Dr.-Ing. Birkenstock als Privatdozent zugelassen worden und wird seine Vorlesungen auf dem Gebiete des Eisenbetonbaus abhalten unter dem Titel: Eisenbetonbauten für Industrie und Gewerbe.

BÜCHERBESPRECHUNGEN.

Mitteilungen über Versuche ausgeführt vom Eisenbetonausschuß des öst. Ing.- u. Arch.-Vereins. Heft 7. Über Balken mit Bewehrung aus hochwertigem Eisen. Bericht erstattet von Dr.-Ing. F. Edl. v. Emperger, k. k. Oberbaurat. Mit 28 Abbildungen, Leipzig und Wien, Franz Deuticke, 1918. Preis 3 M.

Es handelt sich um vergleichende Versuche an Eisenbeton-T-Balken mit Handelsflußeisen und hochwertigem Kahneisen an ca. 3 Versuchskörpern von 6 m Spannweite,

die zu dem bereits seit Jahren bekannten Ergebnis führten, daß ein hochwertiges Eisen eine Erhöhung der zulässigen Beanspruchung des Eisens berechtigt. E. P.

Silobauten von Wayß & Freytag A.-G.

Die wortvolle von der Firma herausgegebene Veröffentlichung gibt von den Silobauten Kenntnis, welche im Laufe der letzten Jahrzehnte von der A.-G. Wayß & Freytag für die allerverschiedensten Zwecke und sehr verschieden gestalteten Örtlichkeiten angepaßt, zur Ausführung gebracht worden sind. Die z. T. bereits be-

kannt gewordenen Bauten werden vorwiegend durch photographische Außen- und Innenaufnahmen, durch Schnittzeichnungen, auch durch wertvolle Einzelheiten erläutert. Deshalb wird nicht nur der ausführende Architekt, namentlich der bei Industriebauten tätige, sondern auch der Ingenieur reiche Anregung aus dem hier Gebotenen zu ziehen vermögen und das Buch mit bestem Erfolge benutzen bzw. zu Rate ziehen können. Bei der Durchsicht des hier Dargestellten ist man erstaunt, welche Fülle von Ausführungen besonderer Art in ästhetisch bestens befriedigender Form von Wayß & Freytag geboten wird. Deshalb sei auf die Veröffentlichung ganz besonders und empfehlend verwiesen. Auch in ihrer äußeren Ausstattung ist sie der herausgebenden Firma würdig. M. F.

Aus Deutschlands Waffenschmiede. Mit zahlreichen Bildern und Tafeln. Von Dr. J. Reichert. Reichsverlag Berlin-Zehlendorf W. Preis 2,80 M.

Eine fesselnde Darstellung — für jedermann verständlich — unserer deutschen Eisenindustrie, ihres Werdeganges, ihrer Stellung im Wirtschaftsleben des Reiches und der Welt, ihrer glänzenden Leistungen vor dem Kriege und namentlich im Kriege! Wer ein Verantwortlichkeitsgefühl dafür hat, was gerade heute ein jeder Deutscher der heimischen Industrie schuldet und wie er sie mit aller Kraft stützen und vor einem Zusammenbruch bewahren muß, der wird die Ausführungen des Verfassers mit Dankbarkeit und Genugtuung begrüßen und aus ihnen erneute Arbeitsfreudigkeit und Unternehmungslust für sich gewinnen, um auch in schwerer Zeit zu retten und für die Zukunft zu sichern, was einstmals unseres Reiches Größe und Blüte bedingt hat. Namentlich der deutschen Jugend sollte die Reichersche Schrift die vergangenen Großtaten ins Gedächtnis prägen und dazu bestimmt sein, mit in erster Linie unserer die Schule verlassenden Jugend mit auf den Lebensweg gegeben zu werden. Heute kann unsere Jugend nicht genug erfahren von einstiger Größe und der auf ihr ruhenden Pflicht, unser Reich wieder groß und kraftvoll zu machen in seiner industriellen Betätigung und Geltung in der Welt. M. F.

Georg Wegener, Der Wall von Eisen und Feuer. Zweiter Teil: Champagne—Verdun—Somme. 160 Seiten mit 32 Abbildungen. F. A. Brockhaus, Leipzig 1917. Preis geb. 1,50 M.

Das deutsche Buch vom großen Krieg wurde von berufener Seite der erste Teil dieses Werkes genannt. Der zweite tritt ihm würdig an die Seite. Er umfaßt die kriegerischen Ereignisse vom Sommer 1915 bis ungefähr Ende 1916. Der großen und schönen Aufgabe — den beispiellosen Leistungen des deutschen Heeres gerecht zu werden, dient auch dieses Buch Wegeners, und dies Ziel werden die zahlreichen Freunde und Bewunderer, die der erste Band dieses Werks bereits gefunden hat, gern zu erreichen helfen.

Wittenbauer Ferd., Aufgaben aus der Technischen Mechanik. II. Band. Festigkeitslehre, 611 Aufgaben nebst Lösungen und einer Formelsammlung. Dritte verbesserte Auflage mit 501 Textfiguren. Verlag Julius Springer, Berlin 1918. Preis geb. 12,00 M.

Der Band bringt vorwiegend Aufgaben, deren Lösung für den, der die Festigkeitslehre aus Vorlesungen kennt, keine besonderen Schwierigkeiten machen dürfte. Hierbei ist es für die Entwicklung der Studierenden wertvoll, daß eine ganze Anzahl der Aufgaben der technischen

Literatur der letzten Jahre entnommen sind und somit mittelbar in diese einführen und ihre Kenntnis vertiefen. Zudem wird aber die Aufgabensammlung auch für den in der Praxis stehenden Fachmann um dessen willen besonders bedeutsam sein, weil er an ihrer Hand ganz besonders leicht und sicher seine Kenntnisse wieder aufzufrischen vermag.

Das Gebiet des Eisenbetonbaues wird in der Aufgabensammlung nur kurz und auch nur insoweit behandelt, als die Aufgaben eine Lösung ohne die unmittelbare Theorie des Verbundbaues erlauben; man wird in dieser Beschränkung dem Verfasser nur durchaus zustimmen vermögen, da der Eisenbetonbau heute ein Wissensgebiet ist das nicht als Teil der Festigkeitslehre behandelt werden kann, sondern seine eigene und besonders geartete Behandlung erfordert.

Die Aufgaben beziehen sich auf Spannungen allgemeiner Art, Formänderungen, alsdann auf Normalfestigkeit, auf Biegezugfestigkeit, auf Normal- und Biegezugfestigkeit, auf Schub- und Biegezugfestigkeit, auf Beanspruchungen in ungleichartigem Baustoffe, ferner auf die Formänderungsarbeit einschließlich ihrer Abgeleiteten, auf gekrümmte Stäbe und endlich auf dynamische Festigkeit. Im letzten Abschnitte behandeln die Aufgaben: Spannungen in bewegten Körpern, Stoßfestigkeit und Schwingungen.

Eine Formelsammlung schließt die vortreffliche Bearbeitung ab, die allseitig bestens empfohlen werden kann. Bei einer Neuauflage will es zweckmäßig erscheinen, die Aufgaben und ihre Lösung nicht, wie es bisher die Wittenbauerschen Sammlungen tun, getrennt in besonderen Abschnitten zu behandeln, sondern sie unmittelbar aufeinander folgen zu lassen. Hierdurch wird die Brauchbarkeit der Sammlung noch sehr erheblich gewinnen. M. F.

Beton aus Hochofenschlacke. Ein Beitrag zur Frage der Eignung von Hochofenschlacke als Zuschlagmaterial zu Beton und Eisenbeton sowie zu Straßen- und Eisenbahnschotter. Von Privatdozent Dr.-Ing. A. Kleinlogel. Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin 1918. Preis geb. 3,40 M.

Der schon aus vielen Veröffentlichungen der Fachwelt bestens bekannte Verfasser nimmt hier in ebenso umfassender wie ausgleichender Art Stellung zu der ebenso für den Betonbau wie die Eisenindustrie hervorragend wichtigen Frage der Verwendung von Hochofenschlacken. Hierbei rollt der Verfasser zunächst die Frage auch nach ihrem geschichtlichen Werdegang auf, wird auch ihrer wirtschaftlichen Bedeutung vollauf gerecht und kommt auf die bekannte Stellungnahme des Deutschen Beton-Vereins zur Hochofenschlackenfrage zu sprechen. Hieran schließen sich eine ausführliche Darlegung der schlechten und — in der überwiegenden Mehrzahl — guten Erfahrungen mit Hochofenschlacke namentlich im Beton- und Straßenbau, eine unparteiische Kritik der hier gewonnenen Ergebnisse und durchaus beachtliche Vorschläge, um die zurzeit bestehenden Meinungsverschiedenheiten auszugleichen und der wirklich guten und brauchbaren Hochofenschlacke die allgemeine Verwendung im Betonbau zu erschließen.

Die mit Sachkenntnis geschriebene Schrift wird alle Fachgenossen in wünschenswerter Weise in die vorliegende Frage einführen und durch Auhaltung einer Klärung auf dem heiß umstrittenen Gebiete einer Ausgleichung und Vereinigung der Meinungen wertvolle Dienste leisten.

Möge im Sinne der Kleinlogel'schen Ausführungen bald der Hochofenschlacke auch im Verbundbau die ihr gebührende Stellung eingeräumt werden. M. F.

Den Verfassern größerer Originalbeiträge stehen je nach deren Umfang bis zu 5 Exemplaren des betr. vollständigen Heftes kostenfrei zur Verfügung, wenn bei Einsendung des Manuskriptes ein entsprechender Wunsch mitgeteilt wird. Sonderabdrücke werden nur bei rechtzeitiger Bestellung und gegen Erstattung der Kosten geliefert.

Für die Schriftleitung verantwortlich: M. Foerster, Dresden-Blasewitz. — Verlag von Julius Springer in Berlin W.