

ARMIERTER BETON.

1919. FEBRUAR.

INHALT

Über Spannungen in symmetrisch und unsymmetrisch belasteten Kugelschalen (Kuppeln) insbesondere bei Belastung durch Winddruck. Von E. Schwerin, Charlottenburg. S. 25.
Die neueren Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton (Heft 40, 41 u. 42). Besprochen von E. Foerster, Dresden. S. 39.
Abkühlöfen aus Eisenbeton. Von Dipl.-Ing. Lehr, Neustadt a. H. S. 42

Der zweistielige unsymmetrische eingespannte Rahmen. Von Ingenieur Carl Ritter, Klotzsche-Königswald. (Schluß.) S. 43
Tabellen zur Bestimmung von einseitig gedrückten Eisenbeton-T-Querschnitten nach Dr. Max. von Thullie. Von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. S. 45.
Literaturschau. Bearbeitet von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. S. 49.
Bücherbesprechungen. S. 52.

ÜBER SPANNUNGEN IN SYMMETRISCH UND UNSYMMETRISCH BELASTETEN KUGELSCHALEN (KUPPELN) INSBESONDERE BEI BELASTUNG DURCH WINDDRUCK¹⁾.

Von E. Schwerin, Charlottenburg.

„Semper sursum“.

Das für den Hoch- und Maschinenbau gleich wichtige Problem der Bestimmung des Spannungszustandes in dünnwandigen Schalen ist seit langem Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen.

Inbesondere entwickelte Love²⁾ genaue, ausführliche Ansätze der Theorie dünner, biegungsfester Schalen, die infolge ihrer großen Allgemeinheit der Untersuchung jedes speziellen Belastungsfalles zugrunde gelegt werden können, jedoch ein scheinbar verwickeltes System von simultanen, partiellen Differentialgleichungen bilden.

Dieses führte Prof. Reißner³⁾ für symmetrisch belastete Kugelschalen konstanter Wandstärke auf zwei wechselseitig symmetrische Differentialgleichungen zweiter Ordnung für die Schubkraft und die Krümmung zurück und wandte auf diese das von Prof. Blumenthal⁴⁾ aufgestellte und eingehend untersuchte Verfahren der asymptotischen Integration an; hierdurch ließ sich gerade bei sehr dünnwandigen Schalen, bei denen alle sonst üb-

lichen Integrationsmethoden versagen, eine nicht umständliche, genaue Berechnung der Spannungen ermöglichen.

Prof. Meißner⁵⁾ zeigte dann, daß die symmetrische Form der Hauptgleichungen sich nicht nur bei der Kugelschale konstanter Wandstärke erzielen läßt, sondern daß es bei symmetrischer Belastung für jede Schalenform zwei den Reißnerschen analoge, symmetrisch gebaute Differentialgleichungen gibt und daß diese sich als hypergeometrische darstellen und integrieren lassen, wofern nur die Schalendicke in bestimmter Weise veränderlich angenommen wird.

In der vorliegenden Arbeit soll nun zunächst auf der Grundlage der asymptotischen Integration das Reißnersche Verfahren an der gleichmäßig belasteten, biegungsfesten Kugelschale konstanter Wandstärke bei beliebigen Randbedingungen vollständig theoretisch durchgeführt und der hiernach sich ergebende Einfluß gleichmäßiger Temperaturänderungen an zwei Zahlenbeispielen verfolgt werden.

Sodann wird die Theorie der unsymmetrisch belasteten, biegungsfesten Kugelschale in Angriff genommen, wobei sich Verfasser nach einem Vorschlage von Prof. Reißner für das Problem der Winddruckbelastung auf das erste Glied der trigonometrischen Reihenentwicklung beschränkt, für welches sich nach Prof. Reißner zwei Integrale der Gleichgewichtsbedingungen sofort angeben

¹⁾ Auszug aus einer von der Königl. Techn. Hochschule zu Berlin genehmigten Dissertation zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs. (Referent: Prof. Dr. Ing. H. Reißner, Correferent: Geh. Reg.-Rat Prof. Dr.-Ing. H. Müller-Breslau).

²⁾ Love, Treatise on the Theory of Elasticity (1906), deutsch von A. Timpe, Leipzig, Teubner 1907.

³⁾ Reißner, Spannungen in Kugelschalen (Kuppeln), Müller-Breslau-Festschrift. Leipzig, Kröner 1912.

⁴⁾ Blumenthal, Asymptotische Integration, Arch. für Math. u. Phys. (3) 1912, S. 137 ff. sowie Über asymptotische Integration usw. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 62. Bd., Heft 4 S. 343.

⁵⁾ Meißner, Das Elastizitätsproblem dünner Schalen usw., Phys. Zeitschr. (14) 1913, S. 343 ff. sowie Über Elastizität und Festigkeit dünner Schalen, Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, Jahrgang 60 (1915).

lassen und das System totaler Differentialgleichungen sich erheblich vereinfacht.

Da die ungleichmäßige Belastung für die Berechnung der durch Winddruck beanspruchten Massivkuppeln des Hochbaues von praktischer Bedeutung ist, wird der vollständige Rechnungsgang an zwei weiteren Zahlenbeispielen erläutert werden⁶⁾.

I. Allgemeine Grundgleichungen der Kugelschale.

Voraussetzungen und Problemstellung.

Eine aus homogenem, isotropem Material bestehende Kugelschale, deren konstante Wandstärke im Vergleich zum Radius ihrer Mittelfläche klein ist, sei durch Kräfte beansprucht, die in einer vorläufig noch offen gelassenen Weise über ihre Oberfläche verteilt seien.

Aufgabe der folgenden Untersuchungen soll es dann sein, den vollständigen Spannungszustand der Schale unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß die Elastizitätsgrenze nirgends überschritten wird und das Spannungen und Dehnungen linear verbindende Hookesche Gesetz seine Gültigkeit behält.

Bezeichnungen.

Im Punkte P einer Kugelschale vom Radius der Mittelfläche a und der konstanten Wandstärke δ (Fig. 1) werde durch Normalschnitte längs zweier

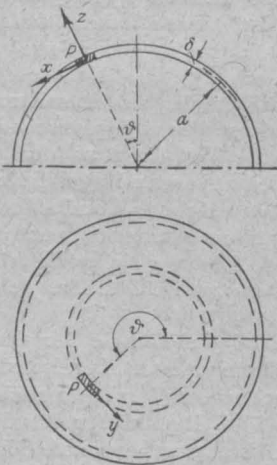


Fig. 1.

unendlich benachbarter Breiten- und ebensolcher Längskreise ein unendlich kleines Kugelelement

herausgeschnitten, dessen Lage auf der Kugel durch das Komplement des Breitenwinkels θ und den von einem bestimmten Meridian aus gemessenen Längswinkel φ bestimmt sei; ferner werde Punkt P zum Anfangspunkt eines rechtshändigen Koordinatensystems gewählt, dessen x-, y-, z-Achse bzw. mit den Tangenten an den Längen-, den Breitenkreis und mit dem nach außen weisenden Kugelradius zusammenfallen möge.

Auf die nach wachsendem θ und φ hin gelegenen Seitenflächen des Elementes wirken dann folgende,

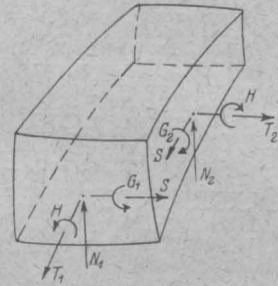


Fig. 2.

auf die Längeneinheit und die ganze Wandstärke δ bezogene Resultanten von Kräften und Momenten (Fig. 2):

längs des Breitenkreis-Schnittes:

gleichmäßig über die Wandstärke verteilte Normalspannungen, als Zugspannungen positiv, deren Resultierende T_1 ;

linear mit dem Abstand von der Mittelfläche anwachsende Biegungsspannungen, statisch gleichwertig einem Kräftepaar vom Moment G_1 , positiv, wenn auf Zubiegung der Schale hinwirkend.

Schubspannungen in Richtung der z-Achse, deren Resultierende N_1 .

Schubspannungen in Richtung der y-Achse, deren Resultierende S.

Torsionsspannungen, statisch gleichwertig einem Torsionsmoment H, positiv, wenn entgegengesetzt wie der Uhrzeiger drehend.

längs des Meridian-Schnittes:

Analoge Spannungsergebnisse T_2 , N_2 und Spannungsmomente G_2 , gleichfalls als zubiegende Momente positiv.

Schubspannungen, in Richtung der x-Achse positiv, deren Resultierende S.

Torsionsspannungen, gleichwertig mit einem Torsionsmoment H, positiv im Sinne des Uhrzeigers.

Die Momentengleichung auf Kugelelement in bezug auf die z-Achse ergibt, daß die im Meridian-schnitt wirkenden Schubspannungsergebnisse S und Torsionsmomente H die gleiche Größe wie die im Breitenkreisschnitt wirkenden analogen Größen besitzen müssen.

⁶⁾ Bei Ausführung der vorliegenden Arbeit wurde der Verfasser von dem Herrn Referenten in freundlichster Weise unterstützt, wofür der Verfasser an dieser Stelle seinen verbindlichsten Dank abstatten möchte.

Die auf die Oberflächeneinheit bezogenen Komponenten der äußeren Kräfte seien X, Y, Z , in Richtung der entsprechenden Achsen wirkend.

Die Formänderung der Schale sei in folgender Weise gekennzeichnet:

u, v, w in die Richtungen der bzw. x, y, z -Achsen fallende Komponenten der Gesamtverschiebung des Punktes P .

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ in der Mittelfläche gemessene Dehnungen in Richtung der Meridian- bzw. der Breitenkreistangente.

ω Winkelverkleinerung des ursprünglich rechten, von den Richtungen der positiven ϑ und φ eingeschlossenen Winkels zwischen Meridian und Breitenkreis.

\varkappa_1, \varkappa_2 Krümmungsänderungen im Meridian- bzw. Breitenkreisschnitt, als Aufbiegungen positiv.

τ der auf die Längeneinheit des Meridians reduzierte gegenseitige Verdrehungswinkel zweier demselben Meridian angehörender Breitenkreiselemente von der Längeneinheit, positiv im Sinne von H .

Beziehungen zwischen Spannungen und Formänderungen.

Aus der Erweiterung des Hookeschen Gesetzes ergeben sich, wenn E der Elastizitätsmodul des Materials, σ der Querkontraktionskoeffizient (reziproker Wert der Poissonschen Zahl), folgende Beziehungen zwischen Spannungsergebnissen bzw. Spannungsmomenten und Formänderungen:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{12D}{\delta^2} (\varepsilon_1 + \sigma \varepsilon_2); & G_1 &= -D (\varkappa_1 + \sigma \varkappa_2) \\ T_2 &= \frac{12D}{\delta^2} (\varepsilon_2 + \sigma \varepsilon_1); & G_2 &= -D (\varkappa_2 + \sigma \varkappa_1) \\ S &= \frac{12D}{\delta^2} \frac{1-\sigma}{2} \omega; & H &= D (1-\sigma) \tau \end{aligned} \right\} \text{(I a)}$$

$$\text{wo: } D = \frac{E \delta^3}{12(1-\sigma^2)}$$

Wie Love⁷⁾ hervorhebt, sind jedoch diese Formeln nur dann hinreichend genau, wenn die Biegungsverzerrungen $\delta \varkappa_1, \delta \varkappa_2, \delta \tau$ von annähernd gleicher Größenordnung wie die Dehnungsgrößen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega$ sind. Bei beträchtlicher Verschiedenheit der Größenordnungen wird es nötig, in den obigen Formeln noch gewisse Korrektionsglieder hinzuzufügen. Nun treten zwar in den praktisch wichtigen Belastungsfällen der Kugelschale nicht so geringe Dehnungen auf, daß diese Zusatzglieder in den obigen Formeln für T_1, T_2, S notwendig werden; dagegen empfiehlt es sich mit Rücksicht auf praktisch vorkommende typische Längsspannungszustände statt der obigen Formeln

für G_1, G_2, H mit den folgenden genaueren zu rechnen:

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= -D (K_1 + \sigma K_2) + \frac{T_1 \delta^2}{12a} \\ G_2 &= -D (K_2 + \sigma K_1) + \frac{T_2 \delta^2}{12a} \\ H &= D (1-\sigma) \tau - \frac{S \delta^2}{12a} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(I b)}$$

Beziehungen zwischen Formänderungen und Verschiebungen.

Aus den von Love⁸⁾ angegebenen allgemeinen Formänderungs-Verschiebungsgleichungen krummer Flächen ergeben sich für den speziellen Fall der Kugelschale folgende Formeln, wenn zur Abkürzung:

$$\frac{\partial x}{\partial \vartheta} = x'; \quad \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \dot{x}$$

geschrieben wird:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= u' + w \\ \varepsilon_2 &= u \cot \vartheta + w + \frac{\dot{v}}{\sin \vartheta} \\ \omega &= v' + \frac{\dot{u}}{\sin \vartheta} - w \cot \vartheta, \\ a^2 \varkappa_1 &= w'' - u' \\ a^2 \varkappa_2 &= (w' - u) \cot \vartheta + \frac{\ddot{w}}{\sin^2 \vartheta} - \frac{\dot{v}}{\sin \vartheta} \\ a^2 \tau &= \left(\frac{w}{\sin \vartheta} \right)' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(II)}$$

Gleichgewichtsbedingungen.

Das Gleichgewicht am Kugelelement erfordert, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$\left. \begin{aligned} (T_1 \sin \vartheta)' - T_2 \cos \vartheta + N_1 \sin \vartheta + \dot{S} + X a \sin \vartheta &= 0 \dots \text{a)} \\ (S \sin \vartheta)' + S \cos \vartheta + N_2 \sin \vartheta + T_2 + Y a \sin \vartheta &= 0 \dots \text{b)} \\ (N_1 \sin \vartheta)' - (T_1 + T_2) \sin \vartheta + N_2 + Z a \sin \vartheta &= 0 \dots \text{c)} \\ (H \sin \vartheta)' + H \cos \vartheta + N_2 a \sin \vartheta - \dot{G}_2 &= 0 \dots \text{d)} \\ (G_1 \sin \vartheta)' - G_2 \cos \vartheta - N_1 a \sin \vartheta - \dot{H} &= 0 \dots \text{e)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(III)}$$

II. Die biegungsfeste rotationssymmetrisch belastete Kugelschale.

Gleichgewichtsbedingungen und Integrale derselben.

Wirken auf die Kugeloberfläche Kräfte, die längs der Breitenkreise unveränderlich sind, so verschwinden die partiellen Ableitungen nach φ

7) a. a. O., S. 606.

8) a. a. O. S. 594, 597.

und die nach θ gehen in totale über. Da ferner auch N_2, H, τ, ω, v in diesem Falle Null werden, vereinfachen sich die obigen Gleichgewichtsbedingungen zu

$$\left. \begin{aligned} T_1' + (T_1 - T_2) \cot \theta + N_1 + X a &= 0 \dots a) \\ N_1' + N_1 \cot \theta - (T_1 + T_2) + Z a &= 0 \dots b) \\ G_1' + (G_1 - G_2) \cot \theta - N_1 a &= 0 \dots c) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Aus der Betrachtung des Gleichgewichts der zwischen den Parallelkreisen θ und θ_0 liegenden Kugelzone läßt sich folgendes Integral dieser Gleichungen gewinnen:

$$N_1 \sin \theta \cos \theta - T_1 \sin^2 \theta = \psi(\theta) + c_0 \dots (2a)$$

wo:

$$(\theta) = -a \int (Z \cos \theta - X \sin \theta) \sin \theta d\theta,$$

$$c_0 = (N_1^* \cos \theta_0 - T_1^* \sin \theta_0) \sin \theta_0$$

$$+ a \int (Z \cos \theta - X \sin \theta) \sin \theta d\theta \Big|_{\theta_0}^{\theta}$$

und N_1^*, T_1^*, G_1^* die am oberen Rande angreifenden, gegebenen Größen bezeichnen.

Für die nur am unteren Rande belastete, sonst keinerlei Belastung tragende, offene oder im Scheitel geschlossene Kuppel geht Gl. (2a) über in:

$$N_1 = T_1 \operatorname{tg} \theta \dots (2)$$

so daß dann die Gleichgewichtsbedingungen (1) lauten:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= T_1 \operatorname{tg} \theta \dots a) \\ T_2 &= (T_1 \operatorname{tg} \theta)' \dots b) \\ G_1 + (G_1 - G_2) \cot \theta &= N_1 a \dots c) \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Gleichungen zwischen Formänderungen und Verschiebungen bzw. Spannungen.

Für gleichmäßig verteilte Oberflächenbelastung lauten dieselben nach Gl. (Ia), (Ib), (II):

$$\left. \begin{aligned} a \varepsilon_1 &= u' + w \dots a) \\ a \varepsilon_2 &= u \cot \theta + w \dots b) \\ a^2 \kappa_1 &= w'' - u' \dots c) \\ a^2 \kappa_2 &= (w' - u) \cot \theta \dots d) \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{12 D}{\delta^2} (\varepsilon_1 + \sigma \varepsilon_2) \dots a) \\ T_2 &= \frac{12 D}{\delta^2} (\varepsilon_2 + \sigma \varepsilon_1) \dots b) \\ G_1 &= -D (\kappa_1 + \sigma \kappa_2) + T_1 \frac{\delta^2}{12 a} \dots c) \\ G_2 &= -D (\kappa_2 + \sigma \kappa_1) + T_2 \frac{\delta^2}{12 a} \dots d) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

Aufstellung der vollständigen Differentialgleichungen des Problems.

Um aus den obigen Grundgleichungen den vollständigen Spannungszustand zu bestimmen,

schlagen wir nach Prof. Reißner⁹⁾ folgenden Weg ein:

Bei Beachtung der aus den Gl. (4c u. d) folgenden Beziehung:

$$\kappa_1 = (\kappa_2 \operatorname{tg} \theta)'$$

lassen sich zunächst mit Hilfe von Gl. (5c) (5d) die Biegemomente G_1, G_2 durch κ_1, κ_2 und T_1, T_2 ausdrücken. Werden dann diese Werte von G_1, G_2 in die linke Seite der Gleichgewichtsbedingung (3c) eingesetzt und T_1, T_2 mit Hilfe von (1a) eliminiert, so erhält man eine Beziehung zwischen N_1, κ_2 und X , die sich, wenn:

$$-\left(\frac{12 a^2}{\delta^2} + 1\right) (1 - \sigma^2) = \lambda^4 \dots (7)$$

$$N_1 = N; \quad \frac{E \delta a}{\lambda^2} \kappa_2 \operatorname{tg} \theta = K \dots (8)$$

gesetzt wird, auf folgende Form bringen läßt:

$$\lambda^2 \left[N - X a \frac{1 - \sigma^2}{\lambda^4} \right] = K'' + K' \cot \theta - K (\sigma + \cot^2 \theta) \dots (9)$$

Gl. (9) stellt die erste Hauptgleichung des Problems dar.

Die zweite könnte man in der Weise erhalten, daß zunächst u und w mit Hilfe von (4a, b) durch $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ausgedrückt werden:

$$u = a \sin \theta \left\{ \int \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\sin \theta} d\theta + c \right\} \dots (10)$$

$$w = a \left(\varepsilon_2 - \cos \theta \left\{ \int \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\sin \theta} d\theta + c \right\} \right) \dots (11)$$

(c = Integrationskonstante.)

daß sodann hierin $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ mit Hilfe von (5a, b) durch T_1, T_2 ersetzt werden und schließlich die für u, w erhaltenen Ausdrücke in die rechte Seite der Gl. (4d) eingesetzt werden.

Man gelangt jedoch schneller und einfacher zum Ziel, wenn man unter Umgehung der Integration der Gl. (4a) (b) durch Subtraktion derselben von einander die Beziehung ableitet:

$$u' - u \cot \theta = a (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

und diese in die allein aus (4b) folgende Gleichung:

$$w' - u = a \varepsilon_2 - (u' - u \cot \theta) \cot \theta$$

einsetzt. Man erhält dann aus (4d) bei Beachtung von (5a) (5b):

$$\begin{aligned} w' - u &= a \kappa_2 \operatorname{tg} \theta \\ &= \frac{\delta^2}{12 D (1 - \sigma^2)} [T_2' - T_1' \sigma - (T_1 - T_2) (1 + \sigma) \cot \theta] \dots (12) \end{aligned}$$

aus der bei Elimination von T_1, T_2 mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen (1) sich die zweite Hauptgleichung des Problems ergibt:

$$\begin{aligned} \lambda^2 K &= N'' + N' \cot \theta - N (\cot^2 \theta - \sigma) \\ &\quad + a [Z' + X (1 + \sigma)] \dots (13) \end{aligned}$$

⁹⁾ a. a. O., S. 190 ff.

Bei Einführung des Meißnerschen Differentialoperators¹⁰⁾:

$$L(\Omega) = \Omega'' + \Omega' \cot \vartheta - \Omega \cot^2 \vartheta \dots (14)$$

nehmen die beiden Hauptgleichungen (9) (13) die Form an:

$$\lambda^2 \left(N - X a \frac{1 - \sigma^2}{\lambda^4} \right) = L(K) - K \sigma \dots (15)$$

$$\lambda^2 K = L(N) + N \sigma + F. (16)$$

wo die Störungsfunktion:

$$F = Z' + X(1 + \sigma).$$

Partikulärlösungen für Eigengewicht, Schneebelastung und gleichmäßige Temperaturänderung.

Zwecks vollständiger Integration der obigen Hauptgleichungen (15) (16) ist es zunächst erforderlich, Partikulärlösungen derselben für die gegebenen Oberflächenkräfte aufzusuchen.

Prof. Reißner¹¹⁾ gelangte zu diesen Partikulärlösungen mit Hilfe eines äußerst rasch zum Ziele führenden Näherungsverfahrens; Prof. Meißner¹²⁾ zeigte dann, daß dieselben für die meisten praktisch wichtigen Belastungsfälle auch in geschlossener Form erhalten werden können, und werden wir auf dem von dem letzteren angegebenen Wege im folgenden für die im Hochbau besonders wichtigen Fälle der Belastung durch Eigengewicht, Schneedruck und gleichmäßige Temperaturänderung für sämtliche Größen die geschlossenen Partikulärlösungen angeben.

a) Eigengewicht.

Bezeichnet g_0 das Gewicht der Schale pro Flächeneinheit, γ das spezifische Gewicht des Schalenmaterials, so daß: $g_0 = \gamma \delta$, so wird:

$$X = + g_0 \sin \vartheta; \quad Z = g_0 \cos \vartheta$$

und nach (17):

$$F = a g_0 (2 + \sigma) \sin \vartheta.$$

Beachtet man nun, daß

$$L(\sin \vartheta) = - \sin \vartheta,$$

so erkennt man, daß (15), (16) befriedigt werden durch:

$$N = a g_0 \mu_0 \sin \vartheta$$

$$K = a g_0 \frac{2 + \sigma - \mu_0 (1 - \sigma)}{\lambda^2} \sin \vartheta,$$

$$\text{wo: } \mu_0 = \frac{1 + 2\sigma}{(1 - \sigma) \left(\frac{12 a^2}{\delta^2} + 2 \right)}$$

Hieraus erhält man folgende Partikulärlösungen von (15), (16), die zum Unterschiede von den all-

gemeinen Lösungen in deutscher Schreibweise angegeben seien, für die offene Kugelschale ($\vartheta_1 \vartheta_0$) mit kräftefreiem, oberem Rand:

$$\mathfrak{X}_1 = a g_0 \left[\mu_0 \cos \vartheta + \frac{\cos \vartheta - \cos \vartheta_0}{\sin^2 \vartheta} \right],$$

$$\mathfrak{X}_2 = a g_0 \left[(\mu_0 - 1) \cos \vartheta - \frac{\cos \vartheta - \cos \vartheta_0}{\sin^2 \vartheta} \right],$$

$$\mathfrak{N}_1 = a g_0 \mu_0 \sin \vartheta,$$

$$\mathfrak{G}_1 = - \frac{g_0 \delta^2}{12(1 - \sigma)} [2 + \sigma - \mu_0 (1 - \sigma)] \cos \vartheta + \mathfrak{X}_1 \frac{\delta^2}{12 a},$$

$$\mathfrak{G}_2 = - \frac{g_0 \delta^2}{12(1 - \sigma)} [2 + \sigma - \mu_0 (1 - \sigma)] \cos \vartheta + \mathfrak{X}_2 \frac{\delta^2}{12 a},$$

$$u = \frac{a^2 g_0}{E \delta} (1 + \sigma) \left[\ln \frac{\sin \vartheta}{\left(\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right) \cos \vartheta_0} + \frac{\cos \vartheta \cos \vartheta_0 - 1}{\sin^2 \vartheta} \right] \sin \vartheta,$$

$$w = \frac{a}{E \delta} \left[\mathfrak{X}_2 - \mathfrak{X}_1 \sigma - a g_0 (1 + \sigma) \cot \vartheta \left\{ \ln \frac{\sin \vartheta}{\left(\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right) \cos \vartheta_0} + \frac{\cos \vartheta \cos \vartheta_0 - 1}{\sin^2 \vartheta} \right\} \right]$$

und für die im Scheitel geschlossene Kuppel ($\vartheta_0 = 0$):

$$\mathfrak{X}_1 = a g_0 \left[\mu_0 \cos \vartheta - \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right],$$

$$\mathfrak{X}_2 = a g_0 \left[(\mu_0 - 1) \cos \vartheta + \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right],$$

$$u = \frac{a^2 g_0}{E \delta} (1 + \sigma) \left[\ln(1 + \cos \vartheta) - \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right] \sin \vartheta,$$

$$w = - \frac{a}{E \delta} \left[- \mathfrak{X}_2 + \mathfrak{X}_1 \sigma + a g_0 (1 + \sigma) \cos \vartheta \left\{ \ln(1 + \cos \vartheta) - \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right\} \right],$$

während die Formeln für \mathfrak{N}_1 , \mathfrak{G}_1 , \mathfrak{G}_2 die gleichen wie für die offene Schale bleiben.

Hiernach wird die Scheitelsenkung der geschlossenen Kuppel mit verschieblichem, unterem Auflagertrand infolge Eigengewicht:

$$w(\vartheta=0) = - \frac{a^2 \gamma}{E} \left[(1 + \sigma) \ln 2 - \sigma - \frac{1 + 2\sigma}{\frac{12 a^2}{\delta^2} + 2} \right].$$

b) Schneebelastung.

Wird die Schneebelastung einer horizontalen Flächeneinheit mit s_0 bezeichnet und die Flächenbelastung s nach dem Gesetz:

$$s = s_0 \cos \vartheta$$

veränderlich angenommen, so erhält man:

$$X = s_0 \sin \vartheta \cos \vartheta; \quad Z = - s_0 \cos^2 \vartheta;$$

$$F = a s_0 (3 + \sigma) \sin \vartheta \cos \vartheta$$

¹⁰⁾ a. a. O., S. 344.

¹¹⁾ a. a. O. S. 187/190.

¹²⁾ a. a. O. S. 345/346.

so daß, da:

$$L(\sin \vartheta \cos \vartheta) = -5 \sin \vartheta \cos \vartheta,$$

die beiden Hauptgleichungen (15), (16) durch den Ansatz befriedigt werden:

$$N = a s_0 v_0 \sin \vartheta \cos \vartheta;$$

$$K = \frac{a s_0}{\lambda^2} [3 + \sigma - (5 - \sigma) v_0] \sin \vartheta \cos \vartheta$$

wo:

$$v_0 = \frac{(5 + \sigma)(3 + \sigma) - (1 - \sigma^2)}{\left(\frac{12 a^2}{\delta^2} + 1\right)(1 - \sigma^2) + 5^2 - \sigma^2}$$

Hiermit erhält man als Partikulärlösungen für die oben offene Kugelschale ($\vartheta_1 \vartheta_0$) mit oberem, kräftefreiem Rand:

$$\mathfrak{Z}_1 = a s_0 \left[v_0 \cos^2 \vartheta + \frac{\cos 2 \vartheta - \cos 2 \vartheta_0}{4 \sin^2 \vartheta} \right],$$

$$\mathfrak{Z}_2 = a s_0 \left[v_0 \cos 2 \vartheta - \cos^2 \vartheta - \frac{\cos 2 \vartheta - \cos 2 \vartheta_0}{4 \sin^2 \vartheta} \right],$$

$$\mathfrak{R}_1 = a s_0 v_0 \sin \vartheta \cos \vartheta,$$

$$\mathfrak{G}_1 = -\frac{s_0 \delta^2}{12(1 - \sigma^2)} [3 + \sigma - (5 - \sigma) v_0] [\cos 2 \vartheta + \sigma \cos^2 \vartheta] + \mathfrak{Z}_1 \frac{\delta^2}{12a},$$

$$\mathfrak{G}_2 = -\frac{s_0 \delta^2}{12(1 - \sigma^2)} [3 + \sigma - (5 - \sigma) v_0] [\cos^2 \vartheta + \sigma \cos 2 \vartheta] + \mathfrak{Z}_2 \frac{\delta^2}{12a},$$

$$u = \frac{a^2 s_0 (1 + \sigma)}{2 E \delta} [1 - v_0] \sin 2 \vartheta + \sin^2 \vartheta_0 (\sin \vartheta \ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} - \cot \vartheta),$$

$$w = -\frac{a}{E \delta} \left[\mathfrak{Z}_1 \sigma - \mathfrak{Z}_2 + \frac{a s_0}{2} (1 + \sigma) \left\{ 2(1 - v_0) \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta_0 \left(-\cot^2 \vartheta + \cos \vartheta \ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \right) \right\} \right].$$

Für die im Scheitel geschlossene Kuppel ($\vartheta_0 = 0$) gehen diese Ausdrücke in die folgenden über:

$$\mathfrak{Z}_1 = a s_0 \left(v_0 \cos^2 \vartheta - \frac{1}{2} \right);$$

$$\mathfrak{Z}_2 = a s_0 \left(v_0 - \frac{1}{2} \right) \cos 2 \vartheta;$$

$$u = \frac{a^2 s_0}{2 E \delta} (1 + \sigma) (1 - v_0) \sin 2 \vartheta;$$

$$w = -\frac{a^2 s_0}{E \delta} \left[(-3 v_0 + 2 + \sigma) \cos^2 \vartheta + v_0 - \frac{1 + \sigma}{2} \right],$$

während die Ausdrücke für \mathfrak{G}_1 , \mathfrak{G}_2 , \mathfrak{R}_1 ebenso wie für die offene Schale lauten. Die Senkung des Scheitels der geschlossenen Kuppel wird demnach:

$$w_{(\vartheta_0)} = -\frac{a^2 s_0}{E \delta} \left(\frac{3 + \sigma}{2} - 2 v_0 \right).$$

c) Gleichmäßige Temperaturänderung.

In diesem Falle verschwindet, da keinerlei äußere Kräfte wirken, die Störungsfunktion F , so daß man als Partikulärlösungen erhält:

$$\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2 = \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{G}_1 = \mathfrak{G}_2 = 0; u = 0 \dots (18)$$

während die radiale Verschiebung wird:

$$w = a \eta \lambda t \dots (19)$$

wenn η der Wärmedehnungskoeffizient und λt die Temperaturerhöhung gegenüber der Aufstellungstemperatur.

Asymptotische Integration des homogenen Systems.

Die oben entwickelten Partikulärlösungen vermögen, da sie keine verfügbaren Konstanten enthalten, die an den Schalenrändern zu erfüllenden Randbedingungen nicht zu befriedigen.

Um dies zu erreichen, müssen am unteren und nötigenfalls auch am oberen Rande Kräftesysteme hinzugefügt werden, welche die als Partikulärlösungen erhaltenen Spannungen, Verschiebungen, Tangentendrehungen rückgängig machen oder so beeinflussen, daß den Randbedingungen Genüge geleistet wird.

Es wird sich daher nunmehr darum handeln, den Spannungszustand einer nur an ihrem unteren Rande belasteten, sonst jedoch gänzlich kräftefreien Kugelschale zu untersuchen oder — was, wie man leicht erkennt, mit dieser Aufgabe identisch ist — das aus Gl. (15), (16) hervorgehende homogene System:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 N &= L(K) - K \sigma \\ \lambda^2 K &= L(N) + N \sigma \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

zu integrieren.

Zu diesem Zweck könnte man zunächst versuchen, durch Reihenentwicklungen nach $\sin \vartheta$ oder ϑ zum Ziele zu gelangen. Da jedoch für dünnwandige Schalen das Verhältnis $\frac{a}{\delta}$ große

Werte annimmt, konvergieren diese Reihen nur für sehr kleine Werte von ϑ befriedigend und versagen für größere vollständig; so daß es sich im vorliegenden Falle nach Prof. Reißner¹³⁾ empfiehlt, die von Prof. Blumenthal¹⁴⁾ aufgestellte und näher untersuchte Methode der „asymptotischen Integration“ in Anwendung zu bringen.

Die letztere besteht darin, daß zunächst für die Unbekannten eine nach fallenden Potenzen von λ fortschreitende Reihenentwicklung angesetzt und in die beiden Hauptgleichungen eingeführt wird. Da dann alle Koeffizienten gleicher negativer Potenzen von λ identisch verschwinden müssen, erhält man Gleichungen, aus denen die im Zähler der einzelnen Potenzen von λ auftretenden Funktionen, die im folgenden als

¹³⁾ a. a. O. S. 192.

¹⁴⁾ a. a. O.

„Zählerfunktionen“ bezeichnet seien, bestimmt werden können.

Es zeigt sich nun, daß im vorliegenden Falle die Rechnung wesentlich erleichtert wird, wenn in die obigen Gl. (20) statt der Variablen N und K die neuen Veränderlichen U und V gemäß der Beziehung:

$$N = \frac{U}{\sqrt{\sin \vartheta}}; \quad K = \frac{V}{\sqrt{\sin \vartheta}}$$

eingeführt werden, so daß die Gl. (20) die Form annehmen:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 U &= V'' + V \left(\frac{2-3 \cot \vartheta}{4} - \sigma \right) \\ \lambda^2 V &= U'' + U \left(\frac{2-3 \cot \vartheta}{4} + \sigma \right) \end{aligned} \right\} \quad (20a)$$

Der grundlegende Gedanke des Verfahrens besteht nun darin, daß mit Rücksicht auf die nach Gl. (20) geringe Größe der Unbekannten ihren Ableitungen nach ϑ gegenüber die Exponentialfunktion $e^{\lambda \vartheta}$ als gemeinsamer Faktor vor den asymptotischen Ansatz gesetzt wird, so daß der letztere also lautet:

$$\left. \begin{aligned} U &= N \sqrt{\sin \vartheta} = e^{\lambda \vartheta} \left(U_0 + \frac{U_1}{\lambda} + \frac{U_2}{\lambda^2} + \frac{U_3}{\lambda^3} + \dots \right) \\ V &= K \sqrt{\sin \vartheta} = e^{\lambda \vartheta} \left(V_0 + \frac{V_1}{\lambda} + \frac{V_2}{\lambda^2} + \frac{V_3}{\lambda^3} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

wo $U_0 \dots U_3, V_0 \dots V_3$ die gesuchten Zählerfunktionen bezeichnen.

Wird der Ansatz (21) in (20a) eingeführt, so erhält man durch Nullsetzen der Koeffizienten der Potenz $\lambda^{-(n-2)}$ folgende Rekursionsformeln für die Zählerfunktionen U_n, V_n :

$$\left. \begin{aligned} 4 U_n &= -3 U'_{n-1} \\ &+ V'_{n-1} - \int \{ U_{n-1} \alpha^{(\vartheta)} + V_{n-1} \beta^{(\vartheta)} \} d\vartheta \\ &+ C_n + V''_{n-2} - U''_{n-2} - U_{n-2} \alpha^{(\vartheta)} \\ &+ V_{n-2} \beta^{(\vartheta)} \\ 4 V_n &= -3 V'_{n-1} \\ &+ U'_{n-1} - \int \{ U_{n-1} \alpha^{(\vartheta)} + V_{n-1} \beta^{(\vartheta)} \} d\vartheta \\ &+ C_n + U''_{n-2} - V''_{n-2} \\ &+ U_{n-2} \alpha^{(\vartheta)} - V_{n-2} \beta^{(\vartheta)} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

wo:

$$\alpha^{(\vartheta)} = \frac{2-3 \cot^2 \vartheta}{4} + \sigma; \quad \beta^{(\vartheta)} = \frac{2-3 \cot^2 \vartheta}{4} - \sigma$$

und C_n eine beliebig wählbare Integrationskonstante bezeichnet.

Setzt man in (22) $n=0, 1, 2, 3, 4$ ein und wird $C_0=1$ gewählt, so erhält man folgende Zählerfunktionen von U und V , wenn zur Abkürzung

noch: $\frac{5\vartheta + 3 \cot \vartheta}{8} = \gamma$ eingeführt wird;

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= 1 \\ U_1 &= -\gamma \\ U_2 &= \frac{\gamma^2}{2} - \frac{3}{16} \cot^2 \vartheta \\ U_3 &= \left\{ \begin{aligned} &-\gamma^3 + \frac{3}{16} \gamma (2 + \cot^2 \vartheta) \\ &-\frac{21}{128} \cot \vartheta (3 + \cot^2 \vartheta) \\ &-\vartheta \left(\frac{23}{128} + \frac{1-\sigma^2}{4} \right) \end{aligned} \right\} \\ U_4 &= \left\{ \begin{aligned} &\frac{\gamma^4}{24} + \frac{\gamma^2}{32} (10 - 3 \cot^2 \vartheta) - \frac{3}{32} \cot^2 \vartheta \\ &\cdot \left(5 + \frac{33}{16} \cot^2 \vartheta \right) \\ &+ \gamma \left(\frac{15}{64} \cot \vartheta + \frac{21}{128} \cot^3 \vartheta - \frac{\sigma^2}{4} \vartheta \right) \end{aligned} \right\} \quad (23) \\ V_0 &= 1 \\ V_1 &= -\gamma \\ V_2 &= U_2 + \sigma \\ V_3 &= U_3 - \sigma \gamma \\ V_4 &= U_4 + \frac{\sigma}{2} (\sigma + 2 U_2) \end{aligned} \right\}$$

Nach Bestimmung von U, V ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen (3b) als Zählerfunktionen von T_2 , wenn:

$$\left. \begin{aligned} T_2^0 &= \frac{e^{\lambda \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\lambda T_2^{(1)} + T_2^{(0)} + \frac{T_2^{(1)}}{\lambda} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T_2^{(2)}}{\lambda^2} + \frac{T_2^{(3)}}{\lambda^3} + \dots \right) \\ T_2^{(1)} &= 1 \\ T_2^{(0)} &= -\gamma - \frac{1}{2} \cot \vartheta \\ T_2^{(1)} &= U_2 + \frac{\gamma}{2} \cot \vartheta - \frac{2-3 \cot^2 \vartheta}{8} \\ T_2^{(2)} &= U_3 - \frac{U}{2} \cot \vartheta + \gamma \cdot \frac{2-3 \cot^2 \vartheta}{8} \\ &\quad + \frac{3 \cos \vartheta}{8 \sin^3 \vartheta} \\ T_2^{(3)} &= U_4 - \frac{U_3}{2} \cot \vartheta - \frac{U_2}{8} (2-3 \cot^2 \vartheta) \\ &\quad + \frac{\sigma^2}{4} - \frac{3}{8} \gamma \frac{\cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \\ &\quad + \frac{1}{128} (20 + 108 \cot^2 \vartheta + 63 \cot^4 \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

während T_1 nach (3a) durch $T_1 = N_1 \cot \vartheta$ bestimmt ist.

Ferner erhält man bei Beachtung von: $\kappa_1 = (\kappa_2 \operatorname{tg} \vartheta)'$ nach (5c), (5d) folgende Zählerfunktionen der Biegemomente:

$$G_1^0 = \frac{a e^{\lambda \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(G_{1(0)} + \frac{G_{1(1)}}{\lambda} + \frac{G_{1(2)}}{\lambda^2} + \frac{G_{1(3)}}{\lambda^3} + \frac{G_{1(4)}}{\lambda^4} + \dots \right) + \frac{T_1 \delta^2}{12a}$$

$$G_2^0 = \frac{a e^{\lambda \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(G_{(0)} + \frac{G_{2(1)}}{\lambda} + \frac{G_{2(2)}}{\lambda^2} + \frac{G_{2(3)}}{\lambda^3} + \frac{G_{2(4)}}{\lambda^4} + \dots \right) + \frac{T_2 \delta^2}{12a}$$

$$\left. \begin{aligned} G_{1(0)} &= 0; & G_{1(1)} &= 1 \\ G_{1(2)} &= -\gamma + \left(\sigma - \frac{1}{2}\right) \cot \vartheta \\ G_{1(3)} &= U_2 + \sigma - \frac{2-3\cot^2 \vartheta}{8} - \gamma \left(\sigma - \frac{1}{2}\right) \cot \vartheta \\ G_{1(4)} &= \left(\sigma - \frac{1}{2}\right) (U_2 + \sigma) \cot \vartheta + U_3 \\ &\quad + \gamma \left(\frac{2-3\cot^2 \vartheta}{8} - \sigma\right) + \frac{3 \cos \vartheta}{8 \sin^3 \vartheta} \end{aligned} \right\} (25)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{2(0)} &= 0; & G_{2(1)} &= \sigma \\ G_{2(2)} &= \cot \vartheta - \sigma \left(\gamma + \frac{1}{2} \cot \vartheta\right) \\ G_{2(3)} &= \sigma \left(U_2 + \sigma - \frac{2-3\cot^2 \vartheta}{8}\right) - \gamma \left(1 - \frac{\sigma}{2}\right) \cot \vartheta \\ G_{2(4)} &= (U_2 + \sigma) \left(1 - \frac{\sigma}{2}\right) \cot \vartheta \\ &\quad + \sigma \left[U_3 + \gamma \left(\frac{2-3\cot^2 \vartheta}{8} - \sigma\right) + \frac{3 \cos \vartheta}{8 \sin^3 \vartheta}\right] \end{aligned} \right\} (26)$$

Für die Verschiebungen u, w ist die Bestimmung der Zählerfunktionen nicht erforderlich; vielmehr lassen sich die Verschiebungen bei Beachtung von (10) und (4a) in folgender Weise durch die Schub- und Normalspannungen ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} u^{(0)} &= -\frac{a(1+\sigma)}{E\delta} N_1^0 + a c \sin \vartheta \\ w^{(0)} &= \frac{a}{E\delta} (T_1^0 + T_2^0) - a c \cos \vartheta \end{aligned} \right\} (27)$$

so daß

$$\frac{w^{(0)} - u^{(0)}}{a} = \frac{e^{\lambda \vartheta}}{E\delta\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\lambda^2 - \lambda \gamma + U_2 + \sigma + \frac{U_3 - \sigma \gamma}{\lambda} + \frac{U_4 + \frac{\sigma}{2}(\sigma + 2U_2)}{\lambda^2} + \dots \right)$$

Diese letztere Funktion $\frac{w' - u}{a}$ besitzt eine besondere Bedeutung: dieselbe stellt nämlich den Winkel dar, um den sich die Meridiantangente in einem Punkte der Mittelfläche dreht.

Nach Durchführung der asymptotischen Reihenentwicklung für sämtliche Größen fragt es sich nun, wie die allgemeine Lösung von (20) lautet.

Da jeder der vier untereinander verschiedenen, auch nicht um eine ganze Zahl unterscheidenden Wurzeln von (7):

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= (1 \pm i) \sqrt[4]{\left(\frac{12a^2}{\delta^2} + 1\right) \frac{(1-\sigma^2)}{4}} \\ \lambda_{3,4} &= -(1 \pm i) \sqrt[4]{\left(\frac{12a^2}{\delta^2} + 1\right) \frac{(1-\sigma^2)}{4}} \end{aligned} \right\} (28)$$

ein Partikulärintegral der obigen asymptotischen Form entspricht, erhält man als allgemeine Lösung von (20), die jetzt durch den Index 0 als solche gekennzeichnet sei, für eine Spannungs- oder Deformationsgröße X :

$$X^0 = \sum_{i=1}^4 C_i' \frac{e^{\lambda_i \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(X^{(2)} \lambda_i^2 + X^{(1)} \lambda_i + X_0 + \frac{X_1}{\lambda_i} + \frac{X_2}{\lambda_i^2} + \dots \right) \quad (29)$$

worin $C_1' \dots C_4'$ die vier Integrationskonstanten bezeichnen.

Für die oben offene Schale ergeben sich diese ohne Schwierigkeit aus den an den beiden Schalenecken zu erfüllenden Randbedingungen.

Für die im Scheitel geschlossene Kuppel hingegen entsteht eine Schwierigkeit dadurch, daß einerseits im Scheitel die Spannungen endlich bleiben, also die die oberen Randbedingungen der offenen Schale ersetzenden „Endlichkeitsbedingungen“ befriedigen müssen, andererseits aber im Scheitel — und auch schon in der Nähe desselben — die asymptotische Entwicklung nicht mehr konvergiert.

Da jedoch die physikalische Anschauung lehrt, daß bei einer nur am unteren Rande belasteten Kugelschale die Spannungen rasch vom unteren Rande aus nach oben hin abnehmen, und da nur die beiden, zu λ_1 und λ_2 gehörenden Partikulärlösungen mit abnehmendem ϑ selbst kleiner werden, erkennt man, daß für die geschlossene Kuppel die zu λ_3 und λ_4 gehörigen Lösungen fortfallen und in diesem Falle daher die allgemeine Lösung lautet:

$$X^0 = i \sum_{i=1}^2 C_i' \frac{e^{\lambda_i \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(X^{(2)} \lambda_i^2 + X^{(1)} \lambda_i + X_0 + \frac{X_1}{\lambda_i} + \frac{X_2}{\lambda_i^2} + \dots \right) \quad (29a)$$

worin C_1', C_2' aus den unteren Randbedingungen zu bestimmen sind.

Nach vorstehendem wird die allgemeine Lösung in imaginärer Form erhalten. Um dieselbe wieder auf reelle Form zubringen, setzen wir

$$\begin{aligned} C_1' &= C_1 + C_2 i; & C_3' &= C_3 + C_4 i, \\ C_2' &= C_1 - C_2 i; & C_4' &= C_3 - C_4 i, \end{aligned}$$

ferner

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= v(1 \pm i), & \text{wo } v &= \sqrt{\left(\frac{12a^2}{\delta^2} + 1\right) \frac{1-\sigma^2}{4}} \\ \lambda_{3,4} &= -v(1 \pm i) \end{aligned} \quad (30)$$

Dann kann unter Beachtung von

$$\begin{aligned} e^{i v \vartheta} &= \cos v \vartheta + i \sin v \vartheta, \\ e^{-i v \vartheta} &= \cos v \vartheta - i \sin v \vartheta, \end{aligned}$$

die obige imaginäre Lösung (29) auf folgende reelle Form gebracht werden:

$$X^0 = \left. \begin{aligned} & \frac{C_1 e^{r/\vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} (X^{(II)} \cos v \vartheta + X^{(I)} \sin v \vartheta) \\ & + \frac{C_2 e^{-r/\vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} (X^{(I)} \cos v \vartheta - X^{(II)} \sin v \vartheta) \\ & + \frac{C_3 e^{-r/\vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} (X^{(IV)} \cos v \vartheta + X^{(III)} \sin v \vartheta) \\ & + \frac{C_4 e^{-r/\vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} (-X^{(III)} \cos v \vartheta + X^{(IV)} \sin v \vartheta) \end{aligned} \right\} \cdot (31)$$

$$\text{wo}$$

$$\left. \begin{aligned} X^{(I)} &= -4v^2 X^{(2)} - 2v X^{(1)} \\ & \quad + \frac{X_1}{v} + \frac{X_2}{v^2} + \frac{X_3}{2v^3} \\ X^{(II)} &= 2v X^{(1)} + 2X_0 \\ & \quad + \frac{X_1}{v} - \frac{X_3}{2v^3} - \frac{X_4}{2v^4} \\ X^{(III)} &= 4v^2 X^{(2)} - 2v X^{(1)} \\ & \quad + \frac{X_1}{v} - \frac{X_2}{v^2} + \frac{X_3}{2v^3} \\ X^{(IV)} &= -2v X^{(1)} + 2X_0 \\ & \quad - \frac{X_1}{v} + \frac{X_3}{2v^3} - \frac{X_4}{2v^4} \end{aligned} \right\} \cdot (31a)$$

Randbedingungen.

Da die obigen Lösungen X^0 zu den früher bestimmten, aus der Oberflächenbelastung sich ergebenden Partikulärlösungen \mathfrak{X} zu superponieren sind, erhält man allgemein für die Gesamtspannungen bzw. Formänderungen X :

$$X = X^0 + \mathfrak{X} \dots \dots \dots (32)$$

Die Werte $X(\vartheta_0)$, die diese Gesamtspannungen X für die Randlinien ($\vartheta = \vartheta_0$) annehmen, müssen nun gewisse Randbedingungen befriedigen, von denen die praktisch wichtigsten im folgenden angegeben sind.

a) Freier Rand.

Da am freien, d. h. ungestützten, frei beweglichen Rand T_b, N_1, G_1 verschwinden müssen, erhält man als Bedingungen:

$$\left. \begin{aligned} T_1(\vartheta_0) &= T_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{T}_1(\vartheta_0) = 0 \\ N_1(\vartheta_0) &= N_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{N}_1(\vartheta_0) = 0 \\ G_1(\vartheta_0) &= G_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{G}_1(\vartheta_0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (33)$$

b) Gelenkiger, unverschieblicher Rand.

In diesem Falle verschwinden G_1, u, w , so daß man erhält:

$$\left. \begin{aligned} G_1(\vartheta_0) &= G_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{G}_1(\vartheta_0) = 0 \\ u(\vartheta_0) &= u^0(\vartheta_0) + \mathfrak{u}(\vartheta_0) = 0 \\ w(\vartheta_0) &= w^0(\vartheta_0) + \mathfrak{w}(\vartheta_0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (34)$$

c) Gelenkiger, radial verschieblicher Rand.

Für diesen müssen G_1, u, N_1 Null werden: man hat daher:

$$\left. \begin{aligned} G_1(\vartheta_0) &= G_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{G}_1(\vartheta_0) = 0 \\ u(\vartheta_0) &= u^0(\vartheta_0) + \mathfrak{u}(\vartheta_0) = 0 \\ N_1(\vartheta_0) &= N_1^0(\vartheta_0) + \mathfrak{N}_1(\vartheta_0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (35)$$

d) Vollkommen starr eingespannter Rand.

Da bei vollkommener Randeinspannung weder Verschiebungen u, w noch Tangendrehungen $\frac{w'-u}{a}$ auftreten dürfen, werden die Randbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} u(\vartheta_0) &= u^0(\vartheta_0) + \mathfrak{u}(\vartheta_0) = 0 \\ w(\vartheta_0) &= w^0(\vartheta_0) + \mathfrak{w}(\vartheta_0) = 0 \\ \left(\frac{w'-u}{a} \right)_{(\vartheta_0)} &= \left(\frac{w-u}{a} \right)_{(\vartheta_0)}^0 + \left(\frac{w'-u}{a} \right)_{(\vartheta_0)} = 0 \end{aligned} \right\} \cdot (36)$$

wobei statt der letzten Bedingung mit Rücksicht auf die erste auch geschrieben werden kann:

$$w'(\vartheta_0) = w^0(\vartheta_0) + w'(\vartheta_0) = 0.$$

Es treten also in jedem Falle drei Bedingungen am unteren, die gleiche Zahl am oberen Rande der offenen Schale auf. Zur Befriedigung derselben stehen an Konstanten zunächst die vier Konstanten C_1, C_2, C_3, C_4 der asymptotischen Lösungen, ferner die in den Ausdrücken (27) für die Verschiebungen u, w enthaltene, einer Translation der ganzen Kugel entsprechende Konstante c , endlich noch die in dem Integral (2a) der Gleichgewichtsbedingungen auftretende Konstante c_0 zur Verfügung. Bei der geschlossenen Kuppel enthält die allgemeine Lösung nur drei Konstanten, nämlich C_1, C_2, c , denen die drei Bedingungen des unteren Randes gegenüberstehen.

Hieraus erkennt man, daß in allen Fällen die notwendige und hinreichende Anzahl Konstanten zur eindeutigen Bestimmung des vollständigen Spannungszustandes zur Verfügung stehen.

Die vorstehend gegebene Berechnung der Spannungen soll nunmehr an zwei Zahlenbeispielen erläutert werden.

Zahlenbeispiel I.

Es sollen die Spannungen bestimmt werden, die in einer im Scheitel geschlossenen Halbkugelkuppel aus Beton

$$\left(\sigma = \frac{1}{4}; \quad E = 200\,000; \quad \eta = 14 \cdot 10^{-6} \text{ kg/cm}^2 \right);$$

vom Radius $a = 10,00$ m, der Wandstärke $\vartheta = 0,25$ m, deren gelenkiger unterer Rand unverschieblich gelagert sei, bei einer Temperaturerhöhung $\Delta t = 10^\circ\text{C}$ gegenüber der Aufstellungstemperatur entstehen.

Zur Lösung dieser Aufgabe ist es zunächst erforderlich, die der gleichmäßigen Temperaturänderung entsprechenden Partikulärlösungen zu bestimmen. Diese werden nach (18), (19):

$$\mathfrak{T}_1 = 0; \quad \mathfrak{T}_2 = 0; \quad \mathfrak{N}_1 = 0; \quad \mathfrak{G}_1 = 0; \quad \mathfrak{G}_2 = 0; \quad u = 0, \quad w = a \eta \Delta t = 1000 \cdot 14 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 0,14 \text{ cm.}$$

Um sodann die asymptotischen Lösungen zu berechnen, bestimmen wir zunächst den Wert v nach (30):

$$v = \sqrt[4]{\left(12 \cdot \frac{1000^2}{25^2} + 1 \right) \cdot \frac{1 - 0,25^2}{4}} = 8,1905$$

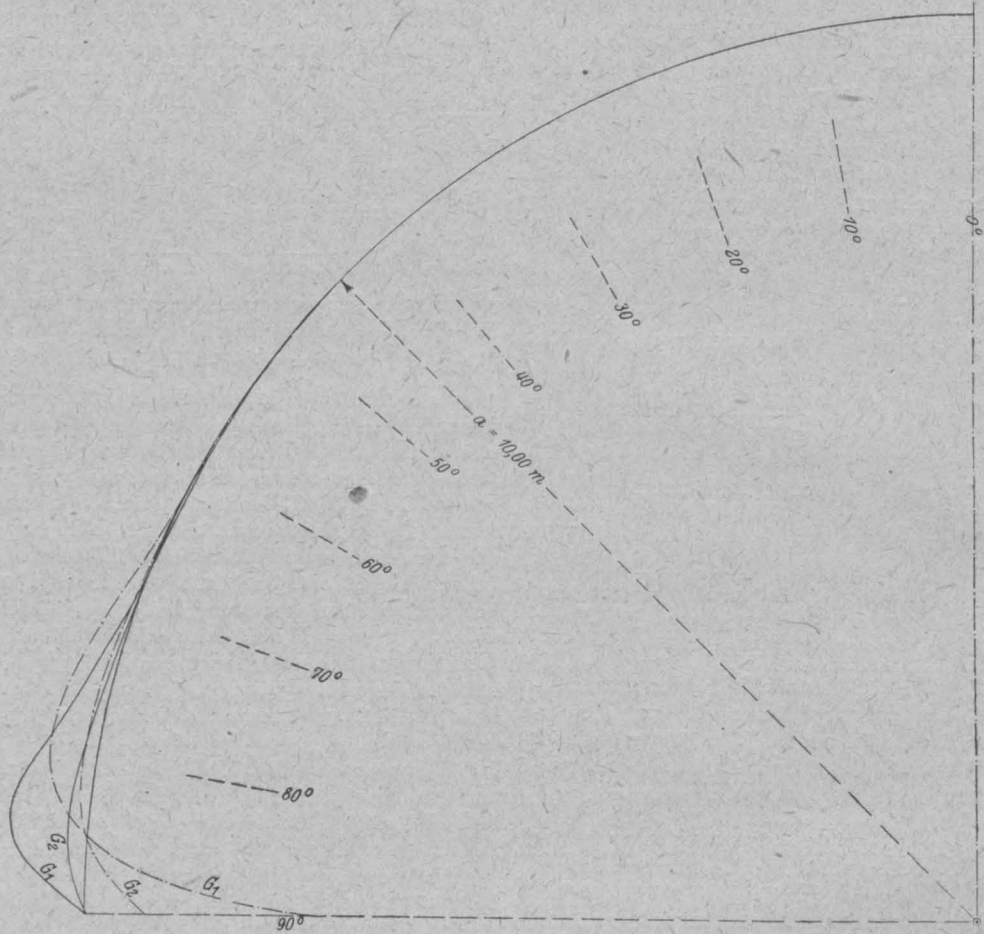


Fig. 8.

Gesamtspannungsmomente einer Kugelschale von $a = 10,00$ m; $\delta = 0,25$ m bei 10° C. Temperaturerhöhung.

- Bei gelenkiger Auflagerung des unteren Randes.
 - - - - - Bei vollkommener Einspannung des unteren Randes.

500 cmkg/cm = 3 mm.

sowie die zu diesem gehörigen Werte der Funktionen $\frac{e^{v\vartheta}}{\sqrt{\sin\vartheta}} \cos v\vartheta$ und $\frac{e^{v\vartheta}}{\sqrt{\sin\vartheta}} \sin v\vartheta$ für $\vartheta = 50$ bis $\vartheta = 90^\circ$. Hierauf werden die reellen „Zählerfunktionen“ für N_1 , T_2 , $\frac{G_1}{a}$, $\frac{G_2}{a}$ nach den obigen Formeln (23), (24), (25), (26) berechnet und aus diesen nach (31a) die Werte der Funktionen $U^{(I)}$, $U^{(II)}$, $T_2^{(I)}$, $T_2^{(II)}$, $G_1^{(I)}$, $G_1^{(II)}$, $G_2^{(I)}$, $G_2^{(II)}$ ermittelt. Aus den letzteren ergeben sich dann die Zahlenwerte für die in (31) auftretenden Funktionen, die mit Rücksicht auf die nach dem Scheitel zu sich verschlechternde Konvergenz der asymptotischen Reihen nur von $\vartheta = 30^\circ$ ab berechnet wurden; die Werte, die dieselben am unteren Rande ($\vartheta = 90^\circ$) annehmen, sind in Tab. I angegeben.

Um nun die Konstanten C_1 , C_2 , c aus den Randbedingungen zu bestimmen, setzen wir in die für den gelenkigen Rand geltenden allgemeinen Bedingungen (34) die vorstehend erhaltenen Partikulärlösungen für \mathfrak{G}_1 , u , w ein und erhalten für

$$\vartheta_0 = \frac{\pi}{2} :$$

$$G_1^{(I)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad u^{(I)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad w^{(I)}\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0.14 = 0.$$

Nun wird nach (31) und Tabelle I das Biegemoment $G_1^{(I)}\left(\frac{\pi}{2}\right)$:

$$G_1^{(I)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1000 [C_1 \cdot 57260 + C_2 \cdot 26010].$$

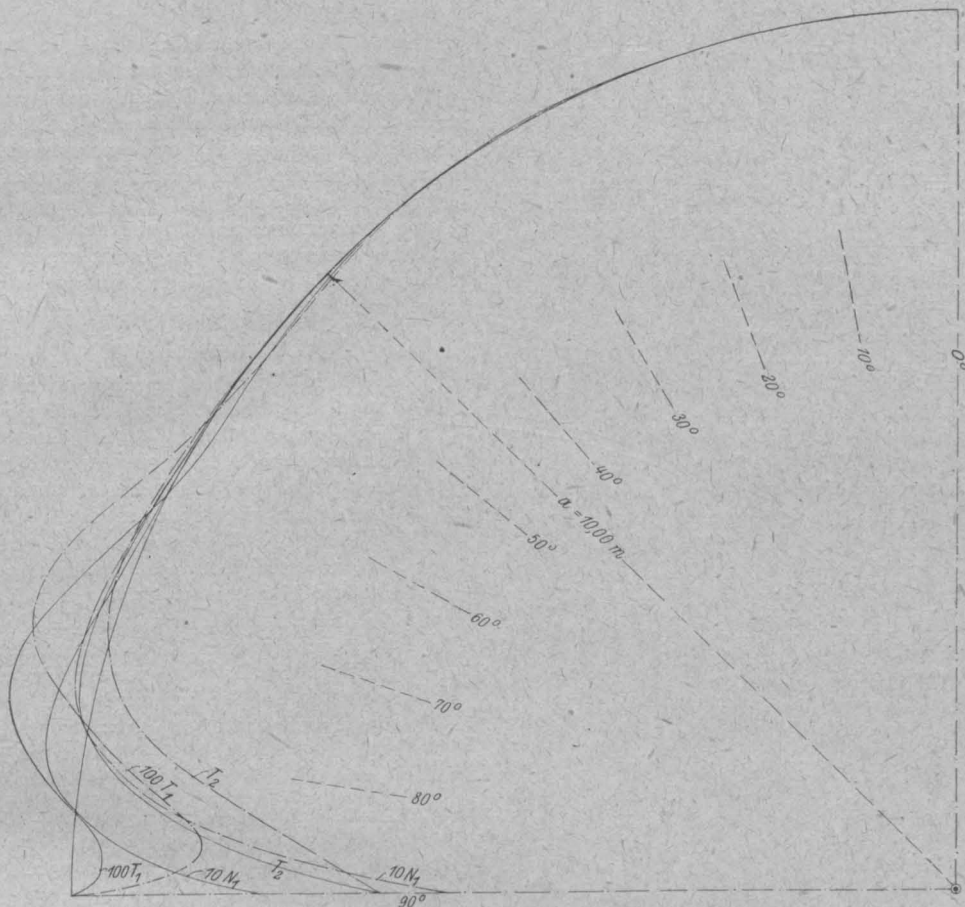


Fig. 4.

Gesamtnormal- und Schubspannungsergebnisse einer Kugelschale von $a = 10,00$ m; $\delta = 0,25$ m bei 10° C. Temperaturerhöhung.

- Bei gelenkiger Auflagerung des unteren Randes.
 - - - - - Bei vollkommener Einspannung des unteren Randes.
- 500 kg/cm = 3 cm.

Tabelle I.

ϑ	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} U(II) \cos \nu \vartheta \\ + U(I) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} U(II) \cos \nu \vartheta \\ - U(I) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} T_2(II) \cos \nu \vartheta \\ + T_2(I) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} T_2(I) \cos \nu \vartheta \\ - T_2(II) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$
90°	+ 682 100	- 256 200	+ 3 474 400	- 7 691 400
ϑ	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} G_1(II) \cos \nu \vartheta \\ + G_1(I) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} G_1(I) \cos \nu \vartheta \\ - G_1(II) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} G_2(II) \cos \nu \vartheta \\ + G_2(I) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$	$\frac{e^{\nu \vartheta}}{\sqrt{\sin \vartheta}} \left(\begin{matrix} G_2(I) \cos \nu \vartheta \\ - G_2(II) \sin \nu \vartheta \end{matrix} \right)$
90°	+ 57 260	+ 26 010	+ 14 310	+ 6 500

Ferner wird nach (3):

$$T_1^0\left(\frac{\pi}{2}\right) = N_1^0\left(\frac{\pi}{2}\right) \cot 90^\circ = 0,$$

so daß man nach (27) und Tabelle I erhält:

$$u^0\left(\frac{\pi}{2}\right) = -N_1^0\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{5 \cdot 1000}{4 \cdot 200\,000 \cdot 25} + 1000 c$$

$$= -\frac{1}{4000} [C_1 \cdot 682\,100 - C_2 \cdot 256\,200] + 1000 c,$$

$$w^0\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1000}{200\,000 \cdot 25} \cdot T_2^0\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{5000} [C_1 \cdot 3\,474\,400 - C_2 \cdot 7\,691\,400].$$

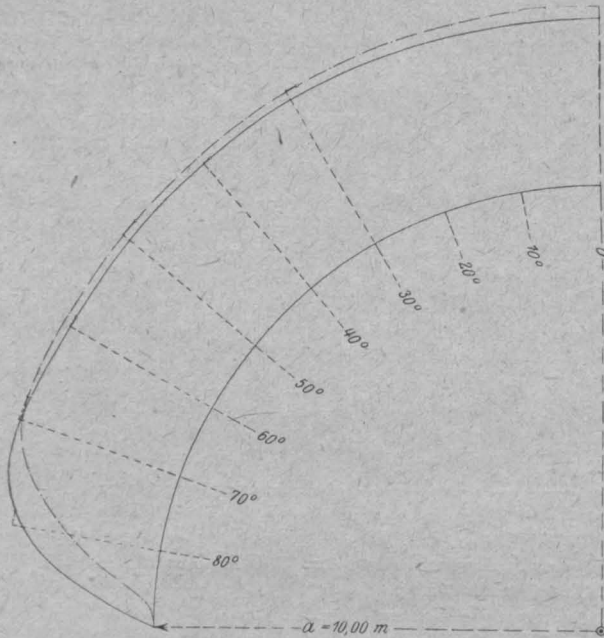


Fig. 5.

Formänderung des Meridians einer Kugelschale von $a = 10,00$ m; $\delta = 0,25$ m bei 10° C. Temperaturerhöhung. Verschiebungen 15:1.

— Bei gelenkiger Lagerung des unteren Randes.
- - - Bei vollkommener Einspannung des unteren Randes.

Setzt man diese Werte in die obigen drei Bedingungen ein, so erhält man:

$$C_1 \cdot 57\,260 + C_2 \cdot 26\,010 = 0,$$

$$-\frac{1}{4000} [C_1 \cdot 682\,100 - C_2 \cdot 256\,200] + 1000 c = 0,$$

$$\frac{1}{5000} [C_1 \cdot 3\,474\,400 - C_2 \cdot 7\,691\,400] + 0,14 = 0,$$

aus denen sich folgende Werte der Konstanten ergeben:

$$C_1 = -343 \cdot 10^{-7}; \quad C_2 = +755 \cdot 10^{-7};$$

$$c = -107 \cdot 10^{-7}.$$

Mit Hilfe dieser Werte der Konstanten und der in Tabelle I nur für $\theta = 90^\circ$ mitgeteilten Funktionswerte lassen sich nun nach (31) N_1^0 , T_2^0 , G_1^0 , G_2^0 berechnen, während $T_1^0 = N_1^0 \cot \theta$ und u^0 , w^0 nach (27) erhalten werden können. Addiert man zu diesen Spannungen der nur am unteren Rande belasteten Schale noch die Partikulärlösungen, so ergeben sich die in Fig. 3, 4, 5 veranschaulichten Gesamtspannungen und Formänderungen.

Man erkennt, daß die Spannungen nur am unteren Rande große Werte besitzen, nach dem Scheitel zu jedoch sehr schnell abnehmen.

Zahlenbeispiel II.

Es sollen die Spannungen der Halbkugelkuppel des Zahlenbeispiels I für die gleiche Temperaturerhöhung unter der Voraussetzung berechnet werden, daß der untere Rand nicht gelenkig gelagert, sondern vollkommen starr eingespannt ist.

In diesem Falle ändern sich gegenüber Zahlenbeispiel I nur die Randbedingungen also die Konstanten C_1 , C_2 , c , während v , die Zählerfunktionen sowie die Funktionswerte der Tabelle I ungeändert bleiben.

Von den für vollkommene Einspannung geltenden Randbedingungen (35) lauten die zweite und dritte ($u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$; $w\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$) formal wie die des Zahlenbeispiels I:

$$-\frac{1}{4000} [C_1 \cdot 682\,100 - C_2 \cdot 256\,200] + 1000 c = 0$$

$$\frac{1}{5000} [C_1 \cdot 3\,474\,400 - C_2 \cdot 7\,691\,400] + 0,14 = 0,$$

während die erste Bedingung sich in folgender Weise ergibt:

Nach (27) werden die Zählerfunktionen des Ausdrucks $\left(\frac{w'-u}{a}\right)$:

$$\left(\frac{w'-u}{a}\right)^{(2)} = 1 \quad \left(\frac{w'-u}{a}\right)_0 = +0,732,$$

$$\left(\frac{w'-u}{a}\right)^{(1)} = -0,982; \quad \left(\frac{w'-u}{a}\right)_1 = -0,685,$$

so daß nach (31a):

$$\left(\frac{w'-u}{a}\right)^{(I)} = -252,34; \quad \left(\frac{w'-u}{a}\right)^{(II)} = -14,71$$

und nach Tabelle I für $\theta = 90^\circ$.

$$\left(\frac{w'-u}{a}\right)^0 = -6839,75 C_1 - 18\,316,48 C_2.$$

Da die Partikulärlösung $\left(\frac{w'-u}{a}\right) = 0$ ist, lautet demnach die erste Randbedingung:

$$6839,75 C_1 + 18\,316,48 C_2 = 0.$$

Die Auflösung der obigen drei Bedingungen ergibt für die Konstanten die Werte:

$$C_1 = -1103 \cdot 10^{-7}; \quad C_2 = -412 \cdot 10^{-7};$$

$$c = -214,5 \cdot 10^{-7};$$

und nach (31) Gesamtspannungen und Formänderungen, die in Fig. 3, 4, 5 graphisch veranschaulicht und denen des Zahlenbeispiels I gegenübergestellt sind.

Man erkennt, wie rasch auch hier die Spannungen vom unteren Rande aus abnehmen und

wie schnell sich der Einfluß der Einspannung verliert; zugleich bemerkt man die beträchtliche Verminderung der positiven Momente (um ~ 30 v. H.) gegenüber der gelenkigen Lagerung, wogegen jedoch beträchtliche Einspannmomente auftreten.

(Schluß folgt.)

DIE NEUEREN VERÖFFENTLICHUNGEN DES DEUTSCHEN AUSSCHUSSES FÜR EISENBETON (Heft 40, 41 u. 42).

Besprochen vom M. Foerster, Dresden.

Von den drei neuerschienenen Heften des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton behandelt **Heft 40**, hervorgegangen aus Untersuchungen in der Dresdner Mechanisch-Technischen Versuchsanstalt, **Versuche mit Eisenbetonbalken zur Ermittlung des Einflusses von Erschütterungen**. Aus den im Jahre 1905 von Bach in den Forschungsarbeiten Heft 22 (S. 26) bei Versuchen über den Gleitwiderstand einbetonierter Eisen gemachten Mitteilungen ging hervor, daß Erschütterungen, die Verbundkörper vor ihrem Abbinden erfahren, auf eine Erhöhung der Haftfestigkeit hinwirken. Da diese Beobachtung mit den Erfahrungen der Praxis nicht ohne weiteres in Einklang zu bringen war, so wurden entsprechende weitere Nachforschungen vom Deutschen Ausschusse angeregt und der Dresdener Prüfungsanstalt übertragen. Ihnen lag demgemäß die Aufgabe zugrunde festzustellen, ob Erschütterungen, die auf neu errichtete oder im Bau befindliche Verbundbauten einwirken, tatsächlich einen günstigen Einfluß auf den Verbund zu äußern vermögen, wie ihn s. Z. Bach gefunden hatte. Die Versuche wurden in 3 Gruppen ausgeführt.

Gruppe I mit Probekörpern während der Herstellung und Erhärtung — und zwar unter der Einwirkung des freien Falls der in Formkästen verbleibenden Körper aus 0,5 cm Höhe.

Gruppe II: Versuche mit Körpern wie unter I unter dem Einflusse vibrierender Schwingungen der ebenfalls in den Formkästen befindlichen Probekörper.

Gruppe III: Versuche mit entformten und hinreichend erhärteten Verbundkörpern unter der Einwirkung an den Probekörpern angebrachter, vibrierender Massen.

Durch Gruppe I war also der Einfluß zu ermitteln, den Erschütterungen ausüben, die dauernd vom Beginne des Einstampfens an wirken. Hier wurden drei Versuchsreihen ausgeführt, bei denen

die Erschütterungen 2 bzw. 8 bzw. 48 Stunden nach Herstellung der Versuchskörper begannen. Zum Vergleiche diente eine vierte Reihe mit erschütterungsfrei gelagerten Probekörpern.

Gruppe II hatte den Einfluß schwingender Erschütterungen während der Erhärtung und nach erfolgtem Abbinden festzustellen. Durch Vorversuche war der Beginn des Abbindens des ruhig gelagerten Betons nach $4\frac{1}{2}$ Stunden, das Ende nach 8 Stunden festgestellt worden. Bei dieser Gruppe wurden innegehalten:

- a) Erschütterungsdauer 10 Stunden; Beginn nach Einbringung in die Formkästen;
- β) desgl. 8 Stunden; Beginn nach 7 Stunden;
- γ) desgl. 35 Stunden; Beginn nach 15 Stunden;

Daneben waren auch hier Probekörper ohne Erschütterung zum Vergleiche herangezogen.

Gruppe III. Hier sollte der Einfluß nachgewiesen werden, den Verbundteile nach 28-tägiger Erhärtung durch Erschütterungen erleiden, und zwar auf die Dauer von 2 Monaten.

Für die Betonkörper wurde verwendet:

- a) Kiesbeton 1:4, d. h. 1 Zement auf 4 Kies von 0–25 mm Korngröße;
- b) Feinschlagbeton 1:2:2, d. h. 1 Zement zu 2 Sand von 0–2 mm Korngröße zu 2 Syenitfeinschlag von 7–25 mm Größe.

Hergestellt wurden für alle Versuche Biegebalken von 200 cm St. W. und 20×30 cm Querschnitt und durch 1 Rundeisen von 16 mm \varnothing bewehrt, sowie Würfel von 30 cm Kantenlänge, gleichzeitig hergestellt mit den Balken, und zwar für Gruppe I 100 bzw. 60, für II je 54, für III je 18. Beobachtet wurde das Verhalten der noch nicht abgebundenen Betonmasse während des Einstampfens in Abhängigkeit von der Art der Beanspruchung durch die Erschütterung und das Verhalten der abgebundenen Probekörper während der dynamischen Beanspruchung; bei Gruppe III wurden zudem die ersten Risse und deren Fortschreiten, bei dem Biegeversuche der Beginn des Gleitens der Eiseneinlage und die Beeinflussung

der Biegefestigkeit durch die Erschütterungen verfolgt, während bei den Druckversuchen die Zu- bzw. Abnahme der Druckfestigkeit geprüft wurde.

Bezüglich der sehr zweckmäßigen wohldurchdachten Versuchsdurchführung kann an dieser Stelle nur auf die Veröffentlichung selbst verwiesen werden. Die Ergebnisse der Versuche werden folgendermaßen zusammengefaßt:

Gruppe I: Bei keiner der angewandten Betonarten hatten die Erschütterungen einen ungünstigen Einfluß weder auf die Güte des Betons noch auf die Festigkeit der Biegekörper. Im Gegenteil haben die Erschütterungen teilweise sogar eine recht erhebliche Festigkeitssteigerung im Gefolge gehabt, und zwar um so mehr, je höher der Wassergehalt des Betons war. Am wenigsten günstig wurde also der erdfeuchte Beton durch die Erschütterungen beeinflusst. Diese Erscheinung dürfte darauf zurückzuführen sein, daß die Betonmasse einer für die Festigkeit günstigeren Umlagerung um so eher zugänglich ist, je beweglicher, d. h. je flüssiger die Gesamtmasse ist.

Bei Gruppe II ließen die Körper aus weichen Betonmassen, gleichgültig, welcher Zeitdauer der Erschütterung sie ausgesetzt wurden, einen schädlichen Einfluß nicht erkennen; sie wurden sogar bei längerer Dauer der dynamischen Beanspruchung in ihren Festigkeitseigenschaften verbessert. Bei flüssigem Betonzustand wurden die Körper aus Kiesbeton günstig, die aus Fein-Syenitbeton ungünstig beeinflusst. Letzteres trat allgemein ein bei Erschütterung über die Abbindezeit hinaus.

Bei Gruppe III traten bald nach Beginn der Erschütterung an der Balkenunterseite Risse auf die bis zu $\frac{1}{3}$ der Balkenfläche reichten und allmählich sich verstärkten. Kiesbeton erlitt hierbei größere Formänderungen als Feinbeton, ebenso Beton mit hohem Wassergehalt gegenüber erdfeuchtem Beton. Die entstandenen Risse nahmen bei weiterer Erschütterung an der Vibration der Probekörper teil; es zeigte sich also das „Atmen“ dieser.

Nach $3\frac{1}{2}$ Wochen traten bei Körpern aus weichem und flüssigem Beton außer den Querrissen auch Längsrisse auf, die sich allmählich über die ganze Länge der Balken erstreckten.

Die Ermittlung der Biegefestigkeit nach Aufhören der Erschütterung an sich und im Vergleich zu der Festigkeit nicht dynamisch beanspruchter Balken ergab, daß bei den Kiesbetonbalken Gleitlast und Bruchlast mit zunehmendem Wassergehalt des Betons abnehmen (in Übereinstimmung mit der Würfelprobe!), daß aber bei Feinschlagbeton gar kein bzw. kein nennenswerter Unterschied vorhanden ist, obwohl solcher nach der Höhe des Wasserzusatzes bei der Druckprobe

sich zeigt. Es scheint also, als wenn die im Wassergehalte bedingten Festigkeitsunterschiede bei größerem Alter bei Feinschlagbeton sich rascher ausgleichen als wie bei Kiesbeton — ein Ergebnis, das auch in den Würfelproben sich widerspiegelt.

Durch die Rißbildung ist, abgesehen von den Körperausdickflüssiger Betonmasse, in keinem Fall eine wesentliche Festigkeitsverminderung eingetreten; der bei flüssigem Beton beobachtete Rückgang der Festigkeit ist ohne Frage auf die vorerwähnten Beton-Längsrisse zurückzuführen.

Im allgemeinen zeigen also die Ergebnisse von Gruppe III, daß 4 Wochen nach der Herstellung beginnende Erschütterungen in der angewandten Stärke, d. h. in einer Stärke, die im Betriebe befindliche Maschinen in einem Eisenbetonbau auf diesen auszuüben pflegen, keinen gesetzmäßigen, und zwar weder günstigen noch ungünstigen Einfluß ausüben und im besonderen auch die durch die dynamische Belastung auftretenden Risse keine unmittelbare Beeinträchtigung der Verbundwirkung zur Folge haben. Immerhin aber zeigt sich, daß Körper, aus flüssiger Betonmasse hergestellt, innerhalb der Erprobungszeit empfindlicher sind als Verbundteile mit weniger Wasser hergestellt. Hierbei ist auch zu beachten, daß die durch die ruhende Belastung im Eisen erzeugte Spannung schon 1000 kg/qcm betrug, während eine solche Spannung bei dynamisch beanspruchten Bauten erst i. d. R. unter Hinzurechnung der Verkehrslast und ihrer Zuschläge aufzutreten pflegt.

Heft 41 gibt den III. Bericht über die Brandproben an Eisenbetonbauten, die im Materialprüfungsamt zu Berlin-Lichterfelde von Dr.-Ing. E. h. Gary ausgeführt worden sind, und über deren bisherige Ergebnisse bereits in Heft V vom Jahre 1917 berichtet wurde. Damals wurde erwähnt, daß sich bei den Brandproben der großen Gebäude eine auffallende, nicht ohne weiteres zu erklärende Erscheinung ergeben hatte, indem an den 8 cm starken Verbundwänden des Obergeschosses des einen Versuchshauses explosionsartige Absprengungen der äußeren und auch der inneren Schicht eintraten, bei denen die abgesprengten Stücke bis auf 40 m fortgeschleudert wurden. Über die Entstehung dieser Zerstörungserscheinungen traten damals verschiedenartige Vermutungen auf, einmal die stärkere Durchwässerung des fraglichen Brandhauses am Brandtage, zum anderen ein besonderes Verhalten des zur Betonherstellung verwendeten roten Meißener Granits; hier wurde in Frage gezogen die etwaige Einwirkung in ihm enthaltener Einschlüsse (Kristallwasser, Kohlensäure) oder die Abdichtung der Oberfläche des Betons infolge im Granit ent-

haltenen verwitterten Feldspats, die alsdann die Bildung stark gespannter Wasserdämpfe im Betoninnern zur Folge hätten haben können. Entsprechend diesen 3 Möglichkeiten wurden vom Deutschen Ausschuss für Eisenbeton Ergänzungsversuche beschlossen, die alle Vermutungen zu klären hatten. Die angestellten Prüfungen ergaben, daß die Explosionserscheinungen nicht auf eine eigenartige mineralische Beschaffenheit des roten Meißner Granits, also weder auf dessen abdichtendes Verhalten im Beton, noch auf schädliche Mineraleinschlüsse in ihm zurückzuführen sind. Sie ließen vielmehr erkennen, daß ähnliche Erscheinungen explosiver Art, wie sie bei den Hauptversuchen beobachtet wurden, auch ohne Verwendung des in Frage stehenden Granits, also auch bei anderen Baustoffen im Beton alsdann eintreten können, wenn die Betonkörper schnell erhitzt werden und die von Beton umschlossene Feuchtigkeit oder Luft nicht aus ihm entweichen kann, sodaß hier stark gespannte Wasserdämpfe sich bilden können. Daß dies tatsächlich eintritt, erweisen auch die Versuchsergebnisse, die zeigen, daß unter bestimmten äußeren Bedingungen dieser Wasserdampf in Zeitabständen stoßweise die Platte verläßt. Von Einfluß auf die Dampfspannung dürfte die Dichtigkeit des Betons, namentlich nahe seiner Oberfläche, ferner die Stärke der Platte, mitbestimmend auch die Menge des im Beton vorhandenen Wassers, in untergeordnetem Maße auch die Art der Betonzuschlagstoffe sein. In letzterer Hinsicht ist es nicht ausgeschlossen, daß Steinzuschläge reich an verwitterten Feldspaten die Oberflächenschicht stärker abdichten und die Bildung gespannten Wasserdampfes im Betoninnern befördern — wenn auch hierin nur eine Mitwirkung, nicht der Grund zu der beobachteten Erscheinung zu erkennen ist. Voraussichtlich haben bei der Explosionserscheinung des Granitbetons ganz besondere Umstände, die im Ergänzungsversuche wieder zu schaffen nicht gelungen ist, bestanden. Die Betonporen haben wahrscheinlich nicht unter sich in Verbindung gestanden, in ihnen sind Wasser- und Luftmengen in einem bestimmten — gefährlichen — Verhältnisse gemengt, eingeschlossen gewesen, haben sich hier überhitzt und zu hochgespannten Dämpfen geführt; vielleicht hat auch ein Gehalt an tonigen, d. h. in Verwitterung übergegangenen Feldspaten zur dichten Abschließung der Betonoberfläche mitgewirkt. Mit Recht weist Dr.-Ing. Gary am Schlusse seiner Ausführungen darauf hin, daß derartige für eine Explosion günstigen Bedingungen bei Bauwerken verhältnismäßig nur sehr selten vorhanden sein werden und ihnen deshalb für die Beurteilung der Feuersicherheit von Beton keinerlei weitergehende Bedeutung beizulegen sei. Will man solche Explosionserscheinungen verhindern, so ist — nach Dr. Gary — nur notwendig, für das Vorhandensein luft- und

wasserdurchlässiger Oberflächen der Betonwände Sorge zu tragen, sei es durch geeignete Auswahl der Zuschlagstoffe und Mischung, sei es durch entsprechende Bearbeitung der Oberfläche.

Mit der **Schwindung von Zementmörteln an der Luft** beschäftigt sich Heft 42. Die Versuche sind in dem Material-Prüfungsamt in Berlin-Lichterfelde W. ausgeführt; über sie berichtet Dr.-Ing. M. Gary.

Heft 35 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton behandelt Vorversuchsreihen mit Mörteln, die die Grundlage bilden sollen für Hauptversuche über das Schwinden und Schwellen von Beton verschiedener Mischung.

Diese Vorversuche, die sich zunächst nur auf Zementmörtel mit Zement allerverschiedenster Herkunft erstrecken sollten, um deren Verhalten auf Schwinden und Schwellen namentlich als Ausfluß ihrer Herstellungsverfahren zu ergründen, sind dann auch auf Zusätze verschiedengearteten Sandes ausgedehnt worden. Aus diesen Vorversuchen ergibt sich u. a., daß alle Zementmörtel um so stärker schwinden, je fetter die Mischung ist, daß die Schwindung um so länger aufgehalten wird, je länger die Körper feucht gehalten werden, daß das Höchstmaß der Schwindung i. d. R. schon nach drei Monaten erreicht wird, daß kalkige und tonige Sande die Schwindung verstärken können und daß die Neigung zum Schwinden schon bei einer Mischung von 1:3 beträchtlich herabgemindert wird, und zwar derartig, daß die Unterschiede der Zemente untereinander in dieser Beziehung nahezu völlig ausgeglichen werden.

Zu diesen Vorversuchen und ihren Ergebnissen erschienen Ergänzungsversuche erwünscht über die Beeinflussung des Schwindens weicher Mörtel durch die Art der Zubereitung des Zements, die Beschaffenheit der Zuschlagstoffe, und zwar in letzterer Hinsicht sowohl durch die mineralogische Zusammensetzung des Sandes, als auch durch die Dichtigkeit des Haufwerkes. Zu diesem Zwecke wurde die Schwindung fetter und magerer Mörtelmischungen an je 3 Stäben ermittelt (mit Hilfe des Bauschingerschen Tasterapparates), und zwar nach 24 Stunden, 3, 2, 28 und 90 Tagen Erhärtung an der Luft. Der Mörtel wurde kellengerecht — also weich — in die Formen eingefüllt. Herangezogen wurde: a) Portlandzement und zwar Schachtofenzement, der durch Aussuchen von Schwachbrand befreit ist, ferner derselbe Zement aber mit 10 v. H. Schwachbrand und Drehofenzement. b) Eisenportlandzement und Hochofenzement. Als Sande fanden — wie z. T. bei den ersten Versuchen — Freienwalder Rohsand, Isarsand, Rheinsand Benutzung.

Die Versuchsergebnisse lassen erkennen, daß es bei Verwendung scharf gebrannter, nicht übertrieben fein gemahlener Zemente und nicht zu

dichten, Wasser absaugenden Sandes bei tunlichst langer Feuchthaltung möglich ist, die Schwindung auf ein Mindestmaß herabzusetzen, daß ferner die Entfernung feinsten Staubes aus dem Sande (durch Waschen oder Absieben) auch an und für sich nicht geeigneten Sanden einen Teil ihrer Schwindneigung nehmen kann, und daß durch Einbetten von Eisen — selbst bei fetter, an sich zum Schwinden sehr neigender Mischung — dem Auf-

treten von Schwindrissen erfolgreich entgegen gearbeitet werden kann.

Da der Mörtel der Träger des Betons ist, gelten naturgemäß die von Dr. Gary gefundenen wertvollen Gesetzmäßigkeiten auch für den Beton- und Verbundbau. Sie bestätigen auch hier wieder in wissenschaftlicher Schärfe so manche in der Praxis gemachte bedeutsame Beobachtung.

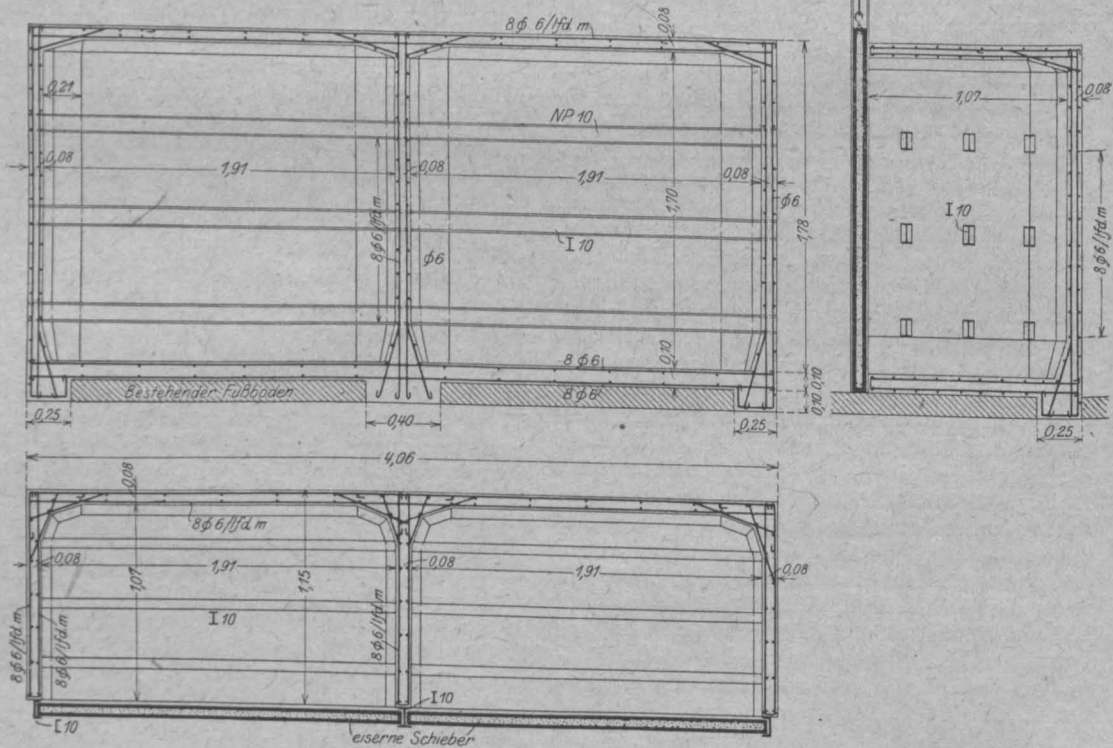
ABKÜHLÖFEN AUS EISENBETON.

Von Dipl.-Ing. Lehr, Neustadt a. H.

In der Kriegsindustrie, namentlich der Geschöshülensfabrikation, müssen die zu verarbeitenden Metalle bis zum Fertigfabrikat des öfteren in hydraulischen, Dampf- oder anderen, Ziehmaschinen gezogen werden. Nach jedem Stadium ist ein Ausglühen des Arbeitsstückes, das beim Ziehen hart wird, erforderlich. Das Ausglühen der Arbeitsstücke, die in eisernen Trommeln luftdicht abgeschlossen untergebracht sind, erfolgt in Glühöfen. Die Temperatur der aus diesen Öfen kommenden Trommeln beträgt 700 bis 800° C. Der Abkühlprozeß muß langsam vor sich gehen; dazu bedient man sich der Abkühlöfen, die bisher nur in Eisen hergestellt wurden*).

Der vom Verfasser vorgeschlagene und ausgeführte Abkühlöfen aus Eisenbeton verdient weniger seiner Konstruktion wegen veröffentlicht zu werden als darum, dem Eisenbeton ein weiteres Anwendungsgebiet zu erschließen. Wie aus den beigegebenen Abbildungen hervorgeht, ist diese Konstruktion eine Kastenkonstruktion, in die I-Träger eingebaut sind, auf die die abzukühlenden Trommeln gelegt werden. In der Mittelwand sind die I-Träger fest, auf den Außenwänden nach allen Seiten frei beweglich auf Gleitplatten gelagert. Werden die Träger an der Ausdehnung dadurch, daß man den Beton

*) Dem Verfasser ist wenigstens kein Fall bekannt, wo man sich eines anderen Materials bediente.



seitlich bis an sie herangehen läßt, gehindert, so treten an diesen Stellen Zerstörungen des Betons ein. Die Öffnungen, die durch die allseitlich freie Lagerung der Trägerenden entstanden sind, wurden, um ein Abströmen der Wärme zu verhindern, mit Blechmanschetten geschlossen. Als Verschuß der Beschickungsöffnungen dienen eiserne in I-Eisenrahmen laufende Schieber. Rahmen und Schieber waren bereits vorhanden und wurden mit eingebaut. Der Verschuß mittels Schiebern aus Eisenbeton bietet keine Schwierigkeiten. In

der Decke sind zwei Öffnungen, die mit verstellbaren Blechschiebern versehen sind, zum Entweichen der Wärme angeordnet.

Masse und Stärke, sowie sonstige Einzelheiten der Konstruktion gehen aus den Abbildungen hervor.

Der Ofen, der nun seit fünf Monaten im Betrieb während Tag und Nacht ist, hat sich sehr gut bewährt. Die Herstellungskosten sind wesentlich geringer als die einer reinen Eisenkonstruktion.

DER ZWEISTIELIGE UNSYMMETRISCHE EINGESPANNTE RAHMEN.

Von Ingenieur Carl Ritter, Klotzsche-Königswald.

(Schluß von S. 19.)

Bestimmung der Momentenflächen $\int M_0 ds'$, welche für die einzelnen Stäbe des Riegels in Frage kommen.

Allgemein ist

$$M_0 = A x - \frac{q x^2}{2}; \quad A = \frac{q l}{2}$$

$$M_0 = \frac{q l}{2} x - \frac{q x^2}{2} = \frac{q}{2} (lx - x^2)$$

2. Riegel \overline{DE}

$$\frac{J_c}{J} = \frac{J_R}{J_R} = 1; \quad ds = \frac{s_1}{l_1} dx.$$

Wir setzen noch zur Vereinfachung $v = l_1 + l_2$ dann ist

$$\begin{aligned} F_2 &= \int M_0 \frac{J_c}{J} ds = \frac{s_2}{l_2} \frac{q}{2} \left[\int_{l_1}^v lx dx - \int_{l_1}^v x^2 dx \right] \\ &= \frac{q s_2}{2 l_2} \left[\frac{1}{2} \cdot (v^2 - l_1^2) - \frac{1}{3} \cdot (v^3 - l_1^3) \right] \end{aligned}$$

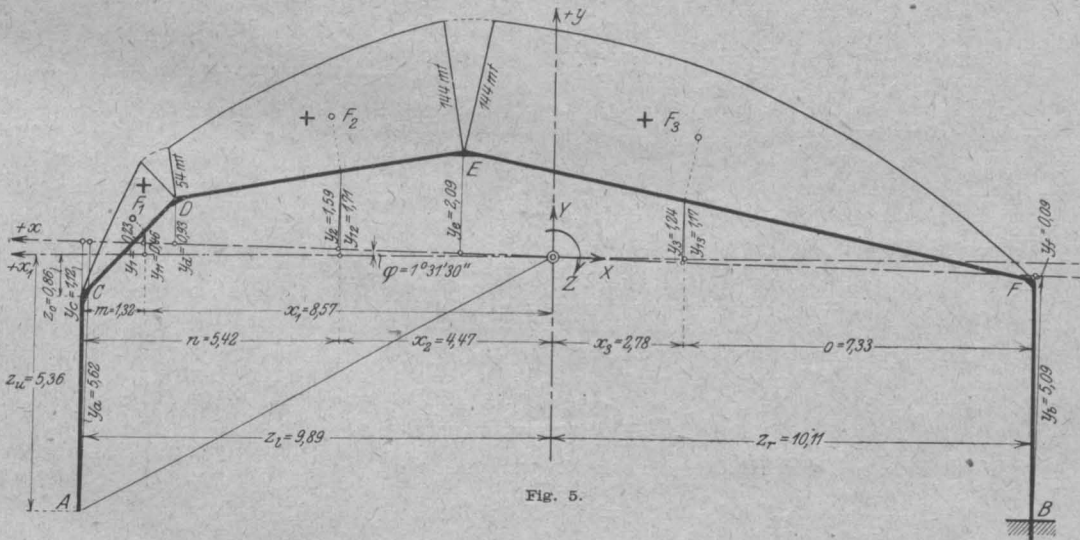


Fig. 5.

1. Riegel \overline{CD}

$$\frac{J_c}{J} = \frac{J_R}{J_R} = 1; \quad ds = \frac{s_1}{l_1} dx$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \int M_0 \frac{J_c}{J} ds = \frac{s_1}{l_1} \cdot \frac{q}{2} \left[\int_0^{l_1} lx dx - \int_0^{l_1} x^2 dx \right] \\ &= \frac{q s_1}{2 l_1} \left(l_1 \frac{l_1^2}{2} - \frac{l_1^3}{3} \right) = \frac{q s_1 l_1}{12} \cdot (3l_1 - 2l_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{q s_2}{2 l_2} \left[\frac{1}{2} \sqrt{(v-l_1)} (v+l_1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} \sqrt{(v-l_1)} (v^2 + v l_1 + l_1^2) \right] \\ &= \frac{q s_2}{2} \left[\frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2 + l_1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} (l_1^2 + 2 l_1 l_2 + l_2^2 + l_1^2 + l_1 l_2 + l_1^2) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{q s_2}{12} (31 l_1 + 31 l_2 + 31 l_1 - 2 l_1^2 - 4 l_1 l_2 - 2 l_2^2 \\
 &\quad - 2 l_1^2 - 2 l_1 l_2 - 2 l_1^2, \\
 &= \frac{q s_2}{12} [(l_1 + l_2 + l_3) (6 l_1 + 3 l_2) - 6 l_1^2 \\
 &\quad - 6 l_1 l_2 - 2 l_2^2] \\
 &= \frac{q s_2}{12} [6 l_1^2 + 6 l_1 l_2 + 6 l_1 l_3 + 3 l_1 l_2 + 3 l_2^2 \\
 &\quad + 3 l_2 l_3 - 6 l_1^2 - 6 l_1 l_2 - 2 l_2^2] \\
 &= \frac{q s_2}{12} (3 l_1 l_2 + 6 l_1 l_3 + 3 l_2 l_3 + l_2^2) \\
 &= \frac{q s_2}{12} [3 l_1 \cdot (l_2 + 2 l_3) + l_2 \cdot (l_2 + 3 l_3)]
 \end{aligned}$$

3. Riegel \overline{EF}

$$\frac{J_c}{J} = \frac{J_R}{J_R} = 1; \quad ds = \frac{s_3}{l_3} dx.$$

Die Fläche ergibt sich analog Riegel \overline{CD} zu

$$F_3 = \frac{q s_3 l_3}{12} (3 l_1 - 2 l_3).$$

Zu vorstehenden Flächen sind nunmehr nur noch die Schwerpunkte zu ermitteln, welche wir dadurch erhalten, daß wir das statische Moment der Flächen durch die Flächen selbst dividieren.

1. für Momentenfläche F_1 .

Das statische Moment dieser Fläche ist

$$\begin{aligned}
 m F_1 &= \frac{q s_1}{2 l_1} \left[l \int_0^{l_1} x^2 dx - \int_0^{l_1} x^3 dx \right] = \frac{q s_1}{2 l_1} \left(l \frac{l_1^3}{3} - \frac{l_1^4}{4} \right) \\
 &= \frac{q s_1 l_1}{12} \cdot \frac{l_1}{2} \cdot (4 l_1 - 3 l_1) \\
 m &= \frac{l_1}{2} \frac{q s_1 l_1}{12} \cdot (4 l_1 - 3 l_1) \\
 &= \frac{q s_1 l_1^2}{24} (4 l_1 - 3 l_1)
 \end{aligned}$$

$$n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{q s_2}{12} \cdot [6 l_1^2 \cdot (l_2 + 2 l_3) + 4 l_1 l_2 \cdot (l_2 + 3 l_3) + l_2^2 \cdot (l_2 + 4 l_3)]}{F_2}$$

3. für Momentenfläche F_3 analog dem Schwerpunkt von F_1

$$v = \frac{l_3}{2} \cdot \frac{\frac{q s_3 l_3}{12} \cdot (4 l_1 - 3 l_3)}{F_3}$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte erhalten wir nun endlich

$$F_1 = \frac{3,0 \cdot 2,83 \cdot 2,0}{12} (3 \cdot 20,0 - 2 \cdot 2,0) = \frac{2,83}{2} \cdot 56,0 = 79,24 \text{ tm}^2$$

$$F_2 = \frac{3,0 \cdot 6,08}{12} \cdot [3 \cdot 2,0 (6,0 + 2 \cdot 12,0) + 6,0 (6,0 + 3 \cdot 12,0)] = \frac{6,08}{4} \cdot 432,0 = 656,64 \text{ tm}^2$$

$$F_3 = \frac{3,0 \cdot 12,26 \cdot 12,0}{12} \cdot (3 \cdot 20,0 - 2 \cdot 12,0) = 3 \cdot 12,26 \cdot 36,0 = 1324,08 \text{ tm}^2$$

$$m = \frac{2,0 \cdot (4 \cdot 20,0 - 3 \cdot 2,0)}{2 \cdot 56,0} = 1,32 \text{ m}$$

$$n = \frac{1}{2} \frac{6 \cdot 2,0^2 \cdot (6,0 + 2 \cdot 12,0) + 4 \cdot 2,0 \cdot 6,0 \cdot (6,0 + 3 \cdot 12,0) + 6,0^2 \cdot (6,0 + 4 \cdot 12,0)}{432} = 5,42 \text{ m}$$

$$o = \frac{12,0 \cdot 4 \cdot 20,0 - 3 \cdot 12,0}{2 \cdot 36,0} = 7,33 \text{ m}$$

2. für Momentenfläche F_2

$$\begin{aligned}
 n F_2 &= \frac{q s_2}{2 l_2} \left[l \int_{l_1}^v x^2 dx - \int_{l_1}^v x^3 dx \right] \\
 &= \frac{q s_2}{2 l_2} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot (v^3 - l_1^3) - \frac{1}{4} (v^4 - l_1^4) \right] \\
 &= \frac{q s_2}{2 l_2} \left[\frac{1}{3} \cdot \overbrace{(v - l_1)}^{l_2} \cdot (v^2 + v l_1 + l_1^2) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{4} \cdot \overbrace{(v - l_1)}^{l_2} \cdot (v^3 + v^2 l_1 + v l_1^2 + l_1^3) \right] \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot [4 \cdot (v + l_3) \cdot (v^2 + v l_1 + l_1^2) \\
 &\quad - 3 v^3 - 3 v^2 l_1 - 3 v l_1^2 - 3 l_1^3] \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot (4 v^3 + 4 v^2 l_1 + 4 v l_1^2 + 4 v^2 l_3 + 4 v l_1 l_3 \\
 &\quad + 4 l_1^2 l_3 - 3 v^3 - 3 v^2 l_1 - 3 v l_1^2 - 3 l_1^3) \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot (v^3 + v^2 l_1 + v l_1^2 + 4 v^2 l_3 + 4 v l_1 l_3 \\
 &\quad + 4 l_1^2 l_3 - 3 l_1^3) \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot (v^3 + v^2 (l_1 + 4 l_3) + v \cdot (l_1^2 + 4 l_1 l_3) \\
 &\quad + 4 l_1^2 l_3 - 3 l_1^3) \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot [(l_1^2 + 2 l_1 l_2 + l_2^2) \cdot (l_1 + l_2 + l_1 + 4 l_3) \\
 &\quad + (l_1 + l_2) \cdot (l_1^2 + 4 l_1 l_3) + 4 l_1^2 l_3 - 3 l_1^3] \\
 &= \frac{q s_2}{24} (2 l_1^3 + l_1^2 l_2 + 4 l_1^2 l_3 + 4 l_1^2 l_2 + 2 l_1 l_2^2 \\
 &\quad + 8 l_1 l_2 l_3 + 2 l_1 l_2^2 + l_2^3 + 4 l_2^2 l_3 + l_1^3 \\
 &\quad + 4 l_1^2 l_3 + l_1^2 l_2 + 4 l_1 l_2 l_3 + 4 l_1^2 l_3 - 3 l_1^3) \\
 &= \frac{q s_2}{24} (6 l_1^2 l_2 + 12 l_1^2 l_3 + 4 l_1 l_2^2 + 12 l_1 l_2 l_3 \\
 &\quad + l_2^3 + 4 l_2^2 l_3) \\
 &= \frac{q s_2}{24} \cdot [6 l_1^2 \cdot (l_2 + 2 l_3) + 4 l_1 l_2 \cdot (l_2 + 3 l_3) \\
 &\quad + l_2^3 \cdot (l_2 + 4 l_3)]
 \end{aligned}$$

hiermit erhalten wir

$$\begin{aligned} x_1 &= 9,89 - 1,32 = + 8,57 \text{ m} \\ x_2 &= 9,89 - 5,42 = + 4,47 \text{ m} \\ x_3 &= - 10,11 + 7,33 = - 2,78 \text{ m} \end{aligned}$$

ferner

$$\begin{aligned} y_{11} &= - 0,86 + \frac{2,0}{2,0} \cdot 1,32 = + 0,46 \text{ m} \\ y_{12} &= - 0,86 + 2,00 + \frac{1,0}{6,0} \cdot (5,42 - 2,0) = + 1,71 \text{ m} \\ y_{13} &= - 0,36 + \frac{2,50}{12,0} \cdot 7,33 = + 1,17 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_c &= 0 - 24,66 \cdot (- 1,12) - (- 0,05) \cdot 9,89 \\ &\quad - 72,79 = - 44,68 \text{ mt}, \\ M_d &= + 54,0 - 24,66 \cdot 0,93 - (- 0,05) \cdot 7,89 \\ &\quad - 72,79 = - 41,33 \text{ mt}, \\ M_e &= + 144,0 - 24,66 \cdot 2,09 - (- 0,05) \cdot 1,89 \\ &\quad - 72,79 = + 19,76 \text{ mt}, \\ M_f &= 0 - 24,66 \cdot (- 0,09) - (- 0,05) \cdot (- 10,11) \\ &\quad - 72,79 = - 71,08 \text{ mt}. \end{aligned}$$

Die endgültigen Momente sind in Fig. 6 dargestellt.

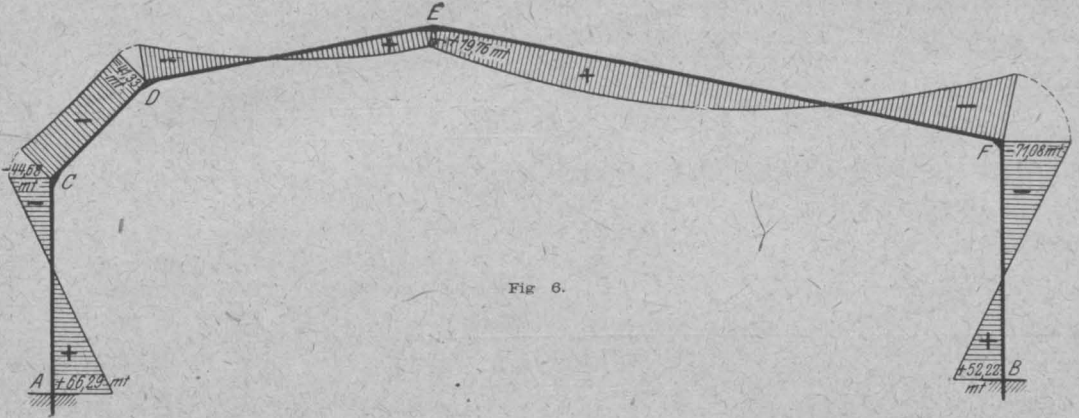


Fig. 6.

und hierdurch

$$\begin{aligned} y_1 &= 0,46 \cdot 0,999 65 - 8,57 \cdot 0,026 61 = + 0,23 \text{ m} \\ y_2 &= 1,71 \cdot 0,999 65 - 4,47 \cdot 0,026 61 = + 1,59 \text{ m} \\ y_3 &= 1,17 \cdot 0,999 65 + 2,78 \cdot 0,026 61 = + 1,24 \text{ m} \end{aligned}$$

also

$$S_x = 79,24 \cdot 0,23 + 656,64 \cdot 1,59 + 1324,08 \cdot 1,24 = + 2704,15 \text{ tm}^3$$

$$S_y = 79,24 \cdot 8,57 + 656,64 \cdot 4,47 + 1324,08 \cdot (- 2,78) = - 66,68 \text{ tm}^3$$

$$S = 79,24 + 656,64 + 1324,08 = + 2059,96 \text{ tm}^2$$

und hieraus endlich

$$X_q = + \frac{2704,15}{109,67} = + 24,66 \text{ t}$$

$$Y_q = - \frac{66,68}{1454,68} = - 0,05 \text{ t}$$

$$Z_q = - \frac{2059,96}{28,30} = - 72,79 \text{ mt.}$$

Für das statisch bestimmte System ist

$$M_{0d} = \frac{3,0}{2} \cdot 2,0 \cdot (20,0 - 2,0) = 54,0 \text{ mt}$$

$$M_{0c} = \frac{3,0}{2} \cdot 8,0 \cdot (20,0 - 8,0) = 144,0 \text{ mt}$$

so daß wir für die Eckmomente erhalten

$$M_a = 0 - 24,66 \cdot (- 5,62) - (- 0,05) \cdot 9,89 - 72,79 = + 66,29 \text{ mt},$$

$$M_b = 0 - 24,66 \cdot (- 5,09) - (- 0,05) \cdot (- 10,11) - 72,79 = + 52,22 \text{ mt},$$

2. Temperaturänderungen.

Unter Vernachlässigung der Normalkräfte und unter Annahme einer gleichmäßigen Temperaturänderung ist

$$X_t = \frac{J_c E \epsilon t l_x}{T_x}; \quad Y_t = 0; \quad Z_t = 0$$

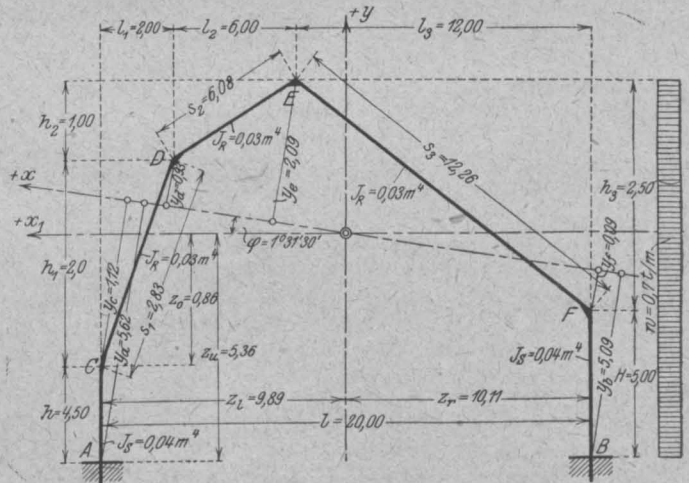


Fig. 7.

wobei l_x die Projektion der Kämpferentfernung AB auf die x -Achse bedeutet.

Bei einer Temperaturänderung von $t = \pm 15^\circ \text{ C}$ erhalten wir für

$$J_c = J_R = 0,03 \text{ m}^4; \quad E = 2\,100\,000 \text{ tm}^2; \quad \varepsilon = \frac{1}{10^5};$$

$$I_x = \frac{20,0}{\cos \varphi} - (5,62 - 5,09) \operatorname{tg} \varphi = \frac{20,0}{0,999\,65} - 0,53 \cdot 0,026\,61 = 20,0 \text{ m}$$

$$X_t = \frac{0,03 \cdot 2\,100\,000 \cdot (\pm 15) \cdot 20,0}{109,67} \pm 1,72 \text{ t}$$

und hieraus die Eckmomente

$$F_1 = -\frac{0,7 \cdot 2,5^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 12,26 \dots = -8,94 \text{ tm}^2$$

$$F_2 = -\frac{0,7 \cdot 2,5^2}{2} \cdot 5,0 \cdot 0,75 \dots = -8,20 \text{ tm}^2$$

$$F_3 = -(0,7 \cdot 5,0 \cdot 2,5) \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,0 \cdot 0,75 = -16,41 \text{ tm}^2$$

$$F_4 = -\frac{0,7 \cdot 5,0^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5,0 \cdot 0,75 = -10,94 \text{ tm}^2$$

$$S = -44,49 \text{ tm}^2$$

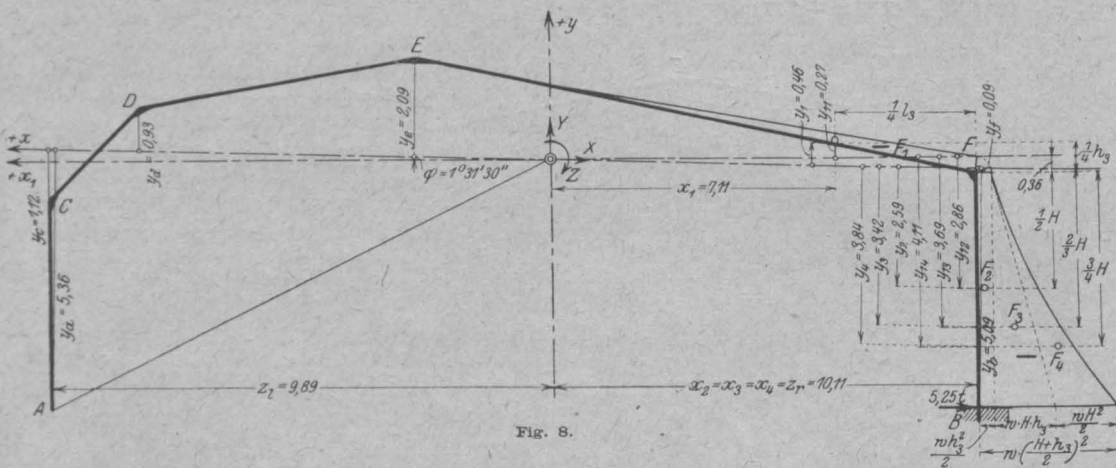


Fig. 8.

- $M_a = \pm 1,72 \cdot (-5,62) = \mp 9,67 \text{ mt}$,
- $M_b = \pm 1,72 \cdot (-5,09) = \mp 8,75 \text{ mt}$,
- $M_c = \pm 1,72 \cdot (-1,12) = \mp 1,93 \text{ mt}$,
- $M_d = \pm 1,72 \cdot 0,93 = \pm 1,60 \text{ mt}$,
- $M_e = \pm 1,72 \cdot 2,09 = \pm 3,59 \text{ mt}$,
- $M_f = \pm 1,72 \cdot (-0,09) = \mp 0,15 \text{ mt}$.

hierzu erhalten wir

- $x_1 = -10,11 + \frac{1}{4} \cdot 12,00 = -7,11 \text{ m}$
- $x_2 = -10,11 \text{ m}$
- $x_3 = -10,11 \text{ m}$
- $x_4 = -10,11 \text{ m}$

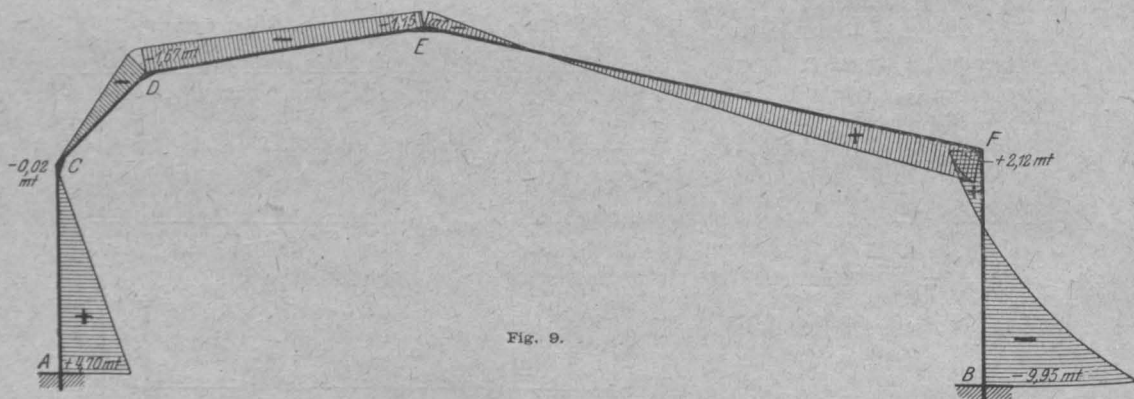


Fig. 9.

3. Horizontale Belastung.

Auf den in Fig. 7 dargestellten Rahmen wirke von rechts ein horizontaler Winddruck von 0,7 t/m. Die Momente sind zu ermitteln.

Bestimmung der Momentenflächen für das statisch bestimmte System (Fig. 8)

ferner

$$y_{11} = -0,36 + \frac{2,50}{4} = +0,27 \text{ m}$$

$$y_{12} = -0,36 - \frac{5,0}{2} = -2,86 \text{ m}$$

$$y_{13} = -0,36 - \frac{2}{3} \cdot 5,0 = -3,69 \text{ m}$$

$$y_{11} = -0,36 - \frac{3}{4} 5,0 = -4,11 \text{ m}$$

und hierdurch

$$\begin{aligned} y_1 &= +0,27 \cdot 0,999 65 + 7,11 \cdot 0,026 61 = +0,46 \text{ m} \\ y_2 &= -2,86 \cdot 0,999 65 + 10,11 \cdot 0,026 61 = -2,59 \text{ m} \\ y_3 &= -3,69 \cdot 0,999 65 + 10,11 \cdot 0,026 61 = -3,42 \text{ m} \\ y_4 &= -4,11 \cdot 0,999 65 + 10,11 \cdot 0,026 61 = -3,84 \text{ m} \end{aligned}$$

Es wird daher

$$\begin{aligned} S_x &= (-8,94) \cdot 0,46 + (-8,20) \cdot (-2,59) + (-16,41) \\ &\quad \times (-3,42) + (-10,94) \cdot (-3,84) = 115,26 \text{ tm}^2 \\ S_y &= (-8,94) \cdot (-7,11) + (-8,20 - 16,41 - 10,94) \\ &\quad \times (-10,11) = +422,97 \text{ tm}^2 \end{aligned}$$

und hieraus

$$\begin{aligned} X_w &= \frac{115,26}{109,67} = +1,05 \text{ t,} \\ Y_w &= \frac{422,97}{1454,68} = +0,28 \text{ t,} \\ Z_w &= -\frac{44,49}{28,30} = +1,57 \text{ mt.} \end{aligned}$$

Für das statisch bestimmte System ist

$$M_{0f} = -\frac{0,7 \cdot 2,5^2}{2} = -2,19 \text{ mt}$$

$$M_{0b} = -\frac{0,7 \cdot 7,5^2}{2} = -19,69 \text{ mt}$$

so daß wir für die Eckmomente erhalten

$$\begin{aligned} M_a &= 0 - 1,05 \cdot (-5,62) - 0,28 \cdot 9,89 + 1,57 \\ &= +4,70 \text{ mt,} \\ M_b &= -19,69 - 1,05 \cdot (-5,09) - 0,28 \cdot (-10,11) + 1,57 \\ &= -9,95 \text{ mt,} \\ M_c &= 0 - 1,05 \cdot (-1,12) - 0,28 \cdot 9,89 + 1,57 \\ &= -0,02 \text{ mt,} \\ M_d &= 0 - 1,05 \cdot 0,93 - 0,28 \cdot 7,89 + 1,57 \\ &= -1,62 \text{ mt,} \\ M_e &= 0 - 1,05 \cdot 2,09 - 0,28 \cdot 1,89 + 1,57 \\ &= -1,15 \text{ mt,} \\ M_f &= -2,17 - 1,05 \cdot (-0,09) - 0,28 \cdot (-10,11) + 1,57 \\ &= +2,12 \text{ mt.} \end{aligned}$$

Die endgültigen Momente sind in Fig. 9 dargestellt.

TABELLEN ZUR BESTIMMUNG VON EINSEITIG GEDRÜCKTEN EISENBETON-T-QUERSCHNITTEN NACH DR. MAX. VON THULLIE.

Von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

In Heft 9 der Österr. Wochenschrift für den öffentl. Baudienst 1918 hat Dr. Max. von Thullie ein sehr einfaches Verfahren zur Bestimmung einseitig gedrückter Plattenbalkenquerschnitte veröffentlicht, dessen Grundgedanken hier wiedergegeben werden sollen. Wie gewöhnlich werden die Gleichungen der Kräfte (inneren und äußeren) und der Momente (inneren und äußeren) gebildet. Angenommen werden die Spannung σ_b und σ_e und damit $\xi = x : (h - a)$, die relative Höhe der Druckzone, weiter das Verhältnis der Rippenbreite zur Plattenbreite $b_1 : b = k$, das Verhältnis der Plattenbreite (d) und des Randabstandes (a) zur statischen Höhe des Querschnittes $(h - a)$.

Anzunehmen ist also: $b_1 : b = h$; $d : (h - a) = \delta$; $a : (h - a) = p$ und $x : (h - a) = \xi$.

Diese Hilfswerte werden in folgende Gruppenwerte zusammengefaßt:

$$\varphi = 1 - (1 - k) \left(1 - \frac{\delta}{\xi}\right)^2$$

$$q = \frac{1 - p}{1 - \mu \frac{\xi - p}{1 - \xi}}$$

$$q - \frac{1}{2} + p$$

$$\alpha = \frac{\xi \sigma_b \left[\varphi q - \frac{\xi}{3} + p + (1 - k) \left(1 - \frac{\delta}{\xi}\right)^2 \left(\frac{2\delta + \xi}{3} - p\right) \right]}{\xi \sigma_b \left[\varphi q - \frac{\xi}{3} + p + (1 - k) \left(1 - \frac{\delta}{\xi}\right)^2 \left(\frac{2\delta + \xi}{3} - p\right) \right]}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{2} \left(q - \frac{1}{2} + p \right)$$

$$\gamma = \frac{\xi \sigma_b q}{2 \sigma_e (1 - \varphi)}$$

Aus der Kräftegleichung wird dann die Kraft Z der Zugeisen durch die übrigen Werte ausgedrückt und in die Gleichung der — auf die Lage der Druckeisen bezogenen — Momente eingesetzt. Die Gleichung liefert dann:

$$h - a = \frac{\alpha N}{b} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{b}{N \beta} \left(e - \frac{a}{2} \right)} \right] \dots (I)$$

Der Eisenquerschnitt f_e findet sich nun aus der Kräftegleichung:

$$f_e = \gamma \left[b (h - a) \varphi - \frac{2N}{\xi \sigma_b} \right] \dots \dots \dots (II)$$

N ist die Längskraft in kg, b die Plattenbreite, e der Abstand der Längskraft von der Querschnittsmitte (halben Höhe), a der Randabstand der Eisen in cm; α , β , γ , φ und ξ sind Festwerte, die aus Zusammenstellungen zu entnehmen sind. — — —

Die Arbeit überträgt die Gedankengänge, die Spangenberg in der Festschrift zu Otto Mohrs 80. Geburtstag zur Ableitung eines Verfahrens für Rechtecksquerschnitte benutzt hat, mit großem Geschick auf Plattenbalkenquerschnitte. Während das Spangenberg'sche Verfahren für Rechtecksquerschnitte in Wettbewerb mit noch einfacheren Verfahren steht, ist das Thulliesche Verfahren für Plattenbalkenquerschnitte wohl das beste bisher erschienene. Herr Ing. Paepflow, Hamburg hat zum Anfang dieses Jahres in dieser Zeitschrift ein Verfahren zu dem gleichen Zwecke veröffentlicht, das außerordentlich einfach ist. Doch dieses beruht auf der Löserschen Gleichung vierten Grades, während man — in Übereinstim-

mung mit den amtlichen Bestimmungen — zurzeit weiter nach der Mittenezentrizität und der dabei entstehenden Gleichung dritten Grades zu rechnen pflegt.

Da die Stelle, in der das Thulliesche Verfahren veröffentlicht ist, nicht allen Lesern leicht zugänglich sein dürfte, und da die dort erschienenen Tabellen auf österreichische Verhältnisse zugeschnitten sind, ist das Verfahren — auf deutsche Verhältnisse umgearbeitet — hier wiedergegeben worden. In den Tabellen sind $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ und 1200 kg/qcm zugrunde gelegt worden.

Diese Werte sind die in den meisten Fällen des Hochbaues nach den amtlichen Bestimmungen zulässigen. Sind andere Werte für σ_b anzunehmen, so verfähre man nach dem vom Verfasser wiederholt gemachten Vorschlage, die Normalkraft umzuwandeln. Soll σ_b z. B. nur 35 kg/qcm werden, so ist statt N der Wert $N \frac{40}{35}$ zu setzen. Dann wird, wenn N in seiner wirklichen Größe wirkt, σ_b tatsächlich $= 35$ kg/qcm. Dabei vermindert sich auch σ_e auf $1000 \cdot \frac{35}{40} = 875$ kg/qcm beziehungsweise $1200 \frac{35}{40} = 1050$ kg/qcm, was aber meist ohne erheblichen Nachteil ist.

Wie Herr Dipl.-Ing. Henkel auf Hinweis Engessers hin schon 1914 in der Tonindustrie-Ztg. darlegt, kann die zulässige Eisenspannung 1200 oder 1000 kg/qcm nur ausgenutzt werden, wenn der Hebelarm der Längskraft ein gewisses Maß überschreitet. In allen anderen Fällen ist es

nicht möglich, $\sigma_e = 1000$ oder 1200 kg/qcm zu erhalten, wenn σ_b den zulässigen Wert nicht überschreiten soll.

Unabhängig von Henkel hat Verf. 1916 in Heft 8 dieser Zeitschrift bewiesen, daß auch in den Fällen, wo eine Ausnützung der zulässigen Eisenspannungen möglich wäre, es wirtschaftlich richtiger ist, kleinere Eisenspannungen anzuwenden, d. h. den Querschnitt stärker zu bewehren und weniger hoch zu machen.

Wenn also nach Dr. Thullies Vorgange die Grenzspannung $\sigma_e = 1000$ bzw. 1200 kg/cm den Tabellen zugrunde gelegt worden ist, so beschränkt sich damit ihre Anwendung auf Fälle mit verhältnismäßig großem Hebelarm der Längskraft, auf Fälle, in denen das Biegemoment groß und die Längskraft klein ist. So liegt die Belastung stets bei Rahmenriegeln, und häufig auch bei Rahmenstielen. Bei Bogenträgern hingegen und in vielen anderen Fällen tritt die Längskraft von der Schwerlinie des Stabes so wenig ab, daß eine Ausnützung der zulässigen Eisenspannung entweder unmöglich oder unwirtschaftlich, von der Anwendung der folgenden Tabellen also abzusehen ist. Die Tabellen sind wie bei Dr. Thullie für $a: (h-a) = p = 0,06$ und $0,10$ aufgestellt worden. Der erstere Wert ist anzunehmen, wenn eine größere, der letztere wenn eine geringere Querschnittshöhe zu erwarten steht.

Für die Verhältnisse $b_1:b = k$ und auch $d:(h-a) = \delta$ sind, wie bei Thullie, die Werte $0,1$, $0,2$ und $0,3$ zugrunde gelegt worden. D. h. man

Tabelle I der Werte $\xi = \frac{x}{h-a}$.

$\sigma_e = 1000$ kg/qcm $\xi = 0,375$, } bei $\sigma_b = 40$ kg/qcm.
 $\sigma_e = 1200$ kg/qcm $\xi = 0,333$, }

Tabelle II der Werte $\varphi = 1 - (1-k) \left(1 - \frac{\delta}{\xi}\right)^2$.

	k = 0,1		k = 0,2		k = 0,3	
	$\sigma_e = 1000$	$\sigma_e = 1200$	$\sigma_e = 1000$	$\sigma_e = 1200$	$\sigma_e = 1000$	$\sigma_e = 1200$
$\delta = 0,1$	$\varphi = 0,517$	$\varphi = 0,559$	$\varphi = 0,570$	$\varphi = 0,608$	$\varphi = 0,625$	$\varphi = 0,657$
$\delta = 0,2$	$\varphi = 0,805$	$\varphi = 0,856$	$\varphi = 0,827$	$\varphi = 0,872$	$\varphi = 0,848$	$\varphi = 0,888$
$\delta = 0,3$	$\varphi = 0,964$	$\varphi = 0,991$	$\varphi = 0,968$	$\varphi = 0,992$	$\varphi = 0,972$	$\varphi = 0,993$

Tabelle III der Werte $\gamma = \frac{\xi \cdot \sigma_b \cdot q}{2 \cdot \sigma_e (1-p)}$; $q = \frac{1-p}{1-\mu \frac{\xi-p}{1-\xi}}$.

$\sigma_b = 40$ kg/qcm	p = 0,06				p = 0,10			
	$\mu = 0,00$	0,25	0,50	1,00	$\mu = 0,00$	0,25	0,50	1,00
$\sigma_e = 1000$ in kg/qcm	$\gamma = 0,00750$	0,00857	0,01000	0,01510	$\gamma = 0,00750$	0,00841	0,00962	0,01338
1200	$\gamma = 0,00556$	0,00616	0,00696	0,00938	$\gamma = 0,00556$	0,00609	0,00674	0,00855

Tabelle IVa der Beiwerte α und β
für $p = 0,06$.

μ	δ	σ_c	$k = 0,1$		$k = 0,2$		$k = 0,3$	
			α	β	α	β	α	β
0,00	0,1	1000	0,0688	0,0172	0,0632	0,0158	0,0581	0,0145
		1200	0,0712	0,0178	0,0661	0,0165	0,0618	0,0154
	0,2	1000	0,0457	0,0114	0,0447	0,0112	0,0438	0,0109
		1200	0,0480	0,0120	0,0472	0,0118	0,0465	0,0116
	0,3	1000	0,0392	0,0098	0,0391	0,0098	0,0390	0,0098
		1200	0,0424	0,0106	0,0424	0,0106	0,0424	0,0106
0,25	0,1	1000	0,0761	0,0241	0,0700	0,0222	0,0643	0,0204
		1200	0,0774	0,0234	0,0719	0,0217	0,0672	0,0203
	0,2	1000	0,0504	0,0160	0,0492	0,0156	0,0481	0,0152
		1200	0,0520	0,0157	0,0512	0,0155	0,0505	0,0153
	0,3	1000	0,0431	0,0137	0,0430	0,0136	0,0429	0,0136
		1200	0,0459	0,0139	0,0459	0,0139	0,0459	0,0139
0,50	0,1	1000	0,0839	0,0342	0,0768	0,0312	0,0706	0,0287
		1200	0,0840	0,0310	0,0778	0,0288	0,0725	0,0268
	0,2	1000	0,0552	0,0224	0,0539	0,0219	0,0528	0,0215
		1200	0,0563	0,0208	0,0554	0,0205	0,0545	0,0202
	0,3	1000	0,0470	0,0191	0,0470	0,0191	0,0470	0,0191
		1200	0,0495	0,0183	0,0495	0,0183	0,0495	0,0183
1,00	0,1	1000	0,0989	0,0717	0,0903	0,0654	0,0832	0,0603
		1200	0,0970	0,0557	0,0895	0,0515	0,0834	0,0479
	0,2	1000	0,0646	0,0469	0,0631	0,0457	0,0617	0,0447
		1200	0,0646	0,0372	0,0635	0,0366	0,0624	0,0359
	0,3	1000	0,0548	0,0395	0,0546	0,0395	0,0545	0,0395
		1200	0,0565	0,0325	0,0565	0,0325	0,0565	0,0325

kann mit den Tabellen unmittelbar Plattenbalkenquerschnitte berechnen, deren Rippenbreite 1, 2 und 3 Zehntel der Plattenbreite und deren Plattendicke 1, 2 und 3 Zehntel der wirksamen Höhe ist. Zwischenschaltungen sind zwischen den Werten für $k = 0,1, 0,2$ und $0,3$ erlaubt; zwischen den Werten $\delta = 0,1, 0,2$ und $0,3$ ergeben sie jedoch zu ungenaue Werte; die Linie der Werte α und β ist als Funktion der k -Werte annähernd eine Gerade, als Funktion der δ -Werte hingegen stark gekrümmt. Man ist also, wenn man die Tabelle anwenden will, gezwungen, die Plattenstärke gerade 1, 2 oder 3 Zehntel von der wirksamen Höhe zu machen, was aber unschwer einzuhalten ist.

Beispiel:

$N = 30\,000\text{ kg}$, $e = 40\text{ cm}$, $b = 150\text{ cm}$, $fe' : fe = \mu = 0,25$
Zulässige Betonspannung $\sigma_b = 40\text{ kg/qcm}$, Eisen-
spannung $\sigma_b = 1000\text{ kg/qcm}$ angenommen. Weiter
wird angenommen:

$$b_1 : b = k = 0,2; \quad d : (h - a) = \delta = 0,2; \quad a = 3\text{ cm}$$

$$a : (h - a) = p = 0,06.$$

Mit Hilfe der Tabellen findet man für diese Werte:

$$\varphi = 0,827; \quad \alpha = 0,0492; \quad \beta = 0,156; \quad \gamma = 0,00857$$

Nach Gleichung I wird dann

$$h - a = \frac{0,0492 \cdot 30\,000}{150}$$

$$h - a \times \left[1 + \sqrt{1 + \frac{150}{30\,000 \cdot 0,0156} (40 - 1,5)} \right]$$

$$= 45,7\text{ cm}; \quad h = 45,7 + 3,0 = 48,7\text{ cm}.$$

$$fe = 0,00857 \left(150 \cdot 45,7 \cdot 0,827 - \frac{2 \cdot 30\,000}{0,375 \cdot 40} \right)$$

$$fe = 14,30\text{ qcm}; \quad fe' = 0,25 fe = 3,58\text{ qcm}.$$

Probe:

a) Summe der inneren Kräfte:

$$D_b = \frac{1}{2} x b \sigma_b - \frac{1}{2} (b - b_1) (x - d) \sigma_0$$

$$x = 0,375 \cdot 45,7 = 17,12 \text{ cm}; \quad d = 0,2 \cdot 45,7 = 9,14.$$

$$D_b = \frac{1}{2} \cdot 17,12 \cdot 150 \cdot 40$$

$$- \frac{1}{2} (150 - 150 \cdot 0,2) \cdot (17,12 - 9,14) \cdot \frac{40 (17,12 - 9,14)}{17,12}$$

$$= 51\,400 - 8960 = 42\,440 \text{ kg.}$$

$$D_e = fe' \sigma_e' = 3,58 \frac{40 \cdot 15 \cdot (17,12 - 3,0)}{17,12} = 1770 \text{ kg.}$$

$$Z_e = fe \sigma_e 14,30 \cdot 1000 = 14\,300 \text{ kg.}$$

$$\text{Innere Druckkraft} = 42\,440 + 1770 - 14\,300 = 29\,910 \text{ kg.}$$

Soll sein = 30 000 kg. Abweichung 03,9/0

b) Summe der inneren Momente bezgl. der Mitte.

$$D_{b1} \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) - D_{b2} \left(\frac{h}{2} - d - \frac{x-d}{3} \right)$$

$$+ D_e \left(\frac{h}{2} - a \right) + Z_e \left(\frac{h}{2} - a \right)$$

$$= 51\,400 \left(\frac{48,7}{2} - \frac{17,12}{3} \right) - 8960 \left(\frac{48,7}{2} - 9,14 - \frac{12,17 - 9,14}{3} \right)$$

$$+ 1770 \cdot \left(\frac{48,7}{2} - 3,0 \right) + 14\,300 \left(\frac{48,7}{2} - 3,0 \right)$$

$$= 960\,000 - 122\,200 + 37\,800 + 308\,000 = 1\,183\,600 \text{ kgcm}$$

Soll sein 30 000 · 40 = 1 200 000 kgcm

Abweichung: 1,3%/0.

Diese Abweichung liegt z. T. darin begründet, daß der Randabstand anfänglich zu $0,06 \cdot (h - a)$ angenommen worden war ($p = 0,06$), während er in Wirklichkeit $3,0 \text{ cm} = 0,066 \cdot (h - a) = 0,066 \cdot 45,7$ beträgt ($p = 0,066$).

Tabelle IVb der Beiwerte α und β
für $p = 0,10$.

μ	δ	σ_e	$k = 0,1$		$k = 0,2$		$k = 0,3$	
			α	β	α	β	α	β
0,00	0,1	1000	0,0689	0,0172	0,0633	0,0158	0,0583	0,0146
		1200	0,0713	0,0178	0,0664	0,0166	0,0617	0,0154
	0,2	1000	0,0457	0,0114	0,0447	0,0112	0,0438	0,0109
		1200	0,0480	0,0120	0,0472	0,0118	0,0466	0,0116
	0,3	1000	0,0392	0,0098	0,0390	0,0098	0,0390	0,0098
		1200	0,0425	0,0106	0,0425	0,0106	0,0425	0,0106
0,25	0,1	1000	0,0752	0,0229	0,0688	0,0210	0,0634	0,0193
		1200	0,0764	0,0223	0,0714	0,0208	0,0662	0,0193
	0,2	1000	0,0497	0,0151	0,0486	0,0148	0,0476	0,0146
		1200	0,0513	0,0150	0,0506	0,0148	0,0498	0,0145
	0,3	1000	0,0425	0,0130	0,0424	0,0129	0,0423	0,0129
		1200	0,0454	0,0133	0,0453	0,0132	0,0453	0,0132
0,50	0,1	1000	0,0815	0,0306	0,0746	0,0281	0,0686	0,0258
		1200	0,0818	0,0282	0,0761	0,0262	0,0706	0,0244
	0,2	1000	0,0537	0,0202	0,0525	0,0197	0,0513	0,0193
		1200	0,0547	0,0189	0,0539	0,0186	0,0530	0,0183
	0,3	1000	0,0458	0,0172	0,0457	0,0172	0,0555	0,0171
		1200	0,0483	0,0167	0,0482	0,0166	0,0482	0,0166
1,00	0,1	1000	0,0945	0,0569	0,0864	0,0520	0,0793	0,0477
		1200	0,0924	0,0453	0,0860	0,0422	0,0796	0,0391
	0,2	1000	0,0620	0,0374	0,0605	0,0364	0,0591	0,0356
		1200	0,0616	0,0302	0,0606	0,0298	0,0596	0,0293
	0,3	1000	0,0526	0,0317	0,0524	0,0316	0,0522	0,0314
		1200	0,0540	0,0265	0,0540	0,0265	0,0540	0,0265

LITERATURSCHAU.

Bearbeitet von Regierungsbaumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

I. Der Baustoff.

Seine Herstellung, Bearbeitung und Eigenschaften. Baustoffuntersuchungen.

Das rechnerische Kennzeichen der Dichte bei Mörtel und Beton, Zu der von Dr. Kunze angegebenen Berichtigung des Dichtekennzeichens von Unna auf S. 166 des Zentralbl. der Bauverw. nimmt Baurat Trier Stellung, der gefunden hat, daß Gußbeton weniger wasserdurchlässig ist als Stampfbeton. Kunze hält dem entgegen, daß das Mindergewicht des Gußbetons das Vorhandensein einer größeren Menge von Hohlräumen, also einer geringeren „Dichte“ gegenüber dem Stampfbeton beweise. Auch die Festigkeitsunterschiede ließen auf das Gleiche schließen. Jedenfalls sei das neue Dichtekennzeichen ein brauchbareres Mittel als das von Unna zur Feststellung einer rationellen Mörtelmischung. Die Frage, ob der Beton plastisch oder erdfeucht zu verwenden sei, bilde dann eine Sache für sich. Zentralblatt d. Bauverwaltung 1918 Nr. 98 S. 486—87.

Kalkhydrat-Zementhydrat. Herr H. Eckert greift die Patente des Herrn Bauinspektor a. D. Mühlen auf das schärfste an. Er bestreitet die Neuheit der Gedanken und versteigt sich zu persönlichen Angriffen, von denen sich sonst deutsche Fachveröffentlichungen meist fernzuhalten pflegen. Tonindustrie-Ztg. 1918 Nr. 143.

Beton aus Hochofenschlacke. Zusammengedrängte Wiedergabe des Inhaltes des Kleinlogelschen Werkchens gleichen Titels. Der Brückenbau 1919 Heft 1.

II. Theorie.

Statik, Festigkeitslehre, Bemessungsverfahren.

Die Wirtschaftlichkeit der Abmessungen beim Plattenbalken. Von Dr.-Ing. Max Mayer, Nienstedten. Formel für die wirtschaftlichste Balkenhöhe. Anzweiflung der praktischen Erfahrung anderer Verfasser. (Vgl. Barck, Arm. Beton 1917.) Genaue Nachrechnung des zu den einzelnen Schalungsteilen erforderlichen Zeitaufwandes. Beton und Eisen 1919 Heft 1.

Zur Frage der Spannungsverteilung in T-formigen Randträgern von Eisenbetonfahrbahntafeln und Decken. Von Regbmstr. Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. Mit 2 Abb. Verfasser nimmt Stellung gegen die Berechnung einseitiger Plattenbalken unter Berücksichtigung des Zentrifugalmomentes. Er erklärt es für falsch, schiefe Hauptachsen anzunehmen, da diese sich nur bei frei durchbiegbaren Balken von winkelförmigem Querschnitte aufrecht erhalten lassen. Zum Schlusse werden die Geländer und Rand-

leisten, die auf die Platte in vielen Fällen aufbetoniert sind, herangezogen. Die durch solche Ansätze entstehende Verdunkelung des Kräftefeldes sei bedeutend wesentlicher, als der Einfluß der einseitigen Platte. Der Brückenbau 1918 Nr. 24.

Die Behandlung einseitiger Plattenbalkenquerschnitte. Von Regbaumstr. Dr.-Ing. W. Kunze. Die Berechnung einseitiger Plattenbalken unter Zugrundelegung schiefer Hauptachsen wird für den Fall als falsch bezeichnet, daß ein fester Zusammenhang zwischen den einzelnen Balken durch die Platte oder auch durch Platte und Querträger hergestellt ist. Infolge der dann eintretenden zwangläufigen Biegung in lotrechtem Sinne stellt sich die Nulllinie wagerecht ein. Infolgedessen kann der einseitige Plattenbalken in gleicher Weise berechnet werden wie der symmetrische Fortsetzung der Betrachtungen aus Heft 24 des Brückenbau 1918. Rechnerische Beweisführung in „Der Brückenbau“ 1919 Nr. 1.

Beitrag zum Prinzip der virtuellen Verschiebungen beim Fachwerk. Von Dipl.-Ing. M. Geller, Charlottenburg. Eine Ableitung unter vollständiger Umgehung der Arbeitsgleichung. Eine Arbeit von ausschließlich wissenschaftlichem Interesse. Der Brückenbau 1918 Heft 23.

Berechnung rechteckiger Rahmen auf Grund des Mohrschen Satzes. Von Dipl.-Ing. O. Henkel, Magdeburg. Verfasser gibt eine Anwendung des von ihm auch in seiner Graphischen Statik II bei Göschen angegebenen Verfahrens nach dem Mohrschen Satze; es werden die Seitenschübe dabei genauer gefunden, während das sonst meist angewandte Verfahren, bei dem die Rahmenstiele in die Riegelrichtung umgelegt werden, nicht der Fall sei. Die Bezeichnung Mohrscher Satz ist mehrdeutig, da von Mohr verschiedene Sätze stammen. Hier ist nicht die Arbeitsgleichung

$$\sum Pd = \sum S \Delta s$$

gemeint, sondern der Satz, daß die Biegelinie die Momentenfläche der ω -Kräfte ist. Der „Brückenbau“ 1918.

Beitrag zur Berechnung der Wände quadratischer und rechteckiger Behälter mit oberem Rahmen. Von Baurat und Dozent Dr. techn. R. Bortsch, Brünn. Verfasser untersucht die Spannungsverteilung, die sich ausbildet, wenn eine lotrechte Behälterwand, deren Einspannung im Behälterboden und deren Festhaltung durch die Seitenwände berücksichtigt wird, an ihrem oberen Ende durch einen Längsbalken ge-

stützt wird. Die Rechenarbeit ist, wie sich begreifen läßt, sehr verwickelt. Es ist wohl kaum anzunehmen, daß die Praxis dieser Berechnungsweise folgen wird, zumal sie sich für rechteckige Platten noch verwickelter gestaltet. Vom wissenschaftlichen Standpunkte aus dürfte der Arbeit jedoch berechtigtes Interesse zukommen. Für die Praxis wird es sich jedoch empfehlen, Annahmen zu machen, die der Sicherheit zugute kommen und die Berechnung vereinfachen. Die vereinfachende Annahme eines völlig starren Riegels ergibt eine zu große Sicherheit im Riegel und viel zu geringe Spannungen am unteren Ende der Platte. Bedeutend richtiger werden die wirklichen Verhältnisse getroffen, wenn man die wagerechte Belastung des Riegels als konstant annimmt. Erschienen ist die Arbeit in Beton und Eisen 1919 Heft 1.

Die Einflußlinie für die in einem Punkte rotierende Lasteinheit. Von Ing. Dr. techn. O. Fröhlich, Graz. (Verfasser von „Über eine Beziehung zwischen den Wirkungen einer Einzellast und eines Drehmoments auf ein Tragwerk.“ Beton und Eisen 1917 Heft 19/20.) Die gewöhnlichen Einflußlinien kennzeichnen irgendeine Wirkung der wandernden (sich parallel verschiebenden) Lasteinheit, die hier abgeleiteten betreffen eine feststehende Last, deren Wirkungslinie sich dreht. Beton und Eisen 1919 Heft 1.

III. Versuche mit Eisenbeton.

— — —

IV. Vorschriften und Leitsätze.

— — —

Richtlinien für Sparmaßnahmen im Bauwesen, insbesondere für den Verbrauch von Eisen und Zement. Erlaß des österr. Kriegsministeriums. Zur Ersparung von Eisen und Zement sind durch Verordnung von 1916 die zulässigen Spannungen in Österreich heraufgesetzt worden. Der von den Verfassern zum gleichen Zwecke zu beschreitende Weg ist in den Richtlinien angegeben. Diese werden nicht allenthalben in vollem Umfange Zustimmung finden. Die Eisenersparnis wird in einer so gewaltsamen Weise angestrebt, als ob dieser Baustoff beinahe vergriffen wäre. Empfohlen wird: Große Konstruktionshöhe, Gewölbe und Rahmen (!) der Stützlinie anpassen, Träger durch Bögen mit großem Stich ersetzen, möglichst ohne Eiseneinlagen, Bogen mit angehängter Fahrbahn oder Decke verwenden, Druckeisen nur im äußersten Falle anwenden, die Schubspannungen sollen durch Schrägeisen und Bügel gemeinsam aufgenommen werden, die Bügel sollen bei Säulen die größte zulässige Entfernung haben, die Längseisen nicht über 1,5 % von F_b betragen. Decken aus Trägern mit zwischengespannten Betonkappen sind verboten. Zeitpunkt der Ausschalung durch

stellenweise Wegnahme der Schalung feststellen (!) Durch Kontrollbalken soll festgestellt werden, ob der Kies und Sand auch ungewaschen verwendet, die gewünschte Festigkeit liefert. Beton und Eisen 1919 Heft 1.

Vorschrift über die Annahme der Druckplattenbreite bei einseitigen Plattenbalken. Zuschrift von Dipl.-Ing. R. Weber zufolge der Aufforderung von Dipl.-Ing. Otto Skall in Beton u. Eisen 1918 S. 167. Es wird hierbei von der Annahme ausgegangen, daß die Nulllinie bei einseitigen Plattenbalken schief liege. Wie Dr.-Ing. Kunze in Der Brückenbau 1918 Heft 24 und 1919 Heft 1 bewiesen hat, trifft diese Annahme aber für zwangsläufig durchbiegbare γ -Balken nicht zu. Vgl. oben. Beton und Eisen 1919 Heft 1.

V. Anwendungen und Ausführungen.

1. Allgemeines über Beton- und Eisenbetonbauweise. Fertigerzeugnisse. Neue Anwendungen. Bauunfälle.

Gewapend Beton. Eröffnungsrede Prof. Ir. J. A. Bakkers beim außerordentlichen Hochschullehrertag am 1. 10. 18. Geschichtlicher Überblick, ein klares Bekenntnis zur Eisenbetonbauweise gegenüber den in den letzten Jahren aufgetretenen Angriffen. De Ingenieur vom 7. Dezember 1918.

Beton im Kleinwohnbau. Von M. Neuhäus. Kurze Bemerkungen über die Eignung des Betons für den genannten Zweck. Die Wände werden nicht zu dicht, wenn man mageren Beton herstellt. Nägel einschlagen und bauliche Veränderungen (Einbrechen von Fenstern und Türen) sind schwierig. Wegen der Schalungskosten sind Betonwohnhäuser nicht billiger als andere. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 144 S. 698.

Beton im Kleinwohnbau. In Nr. 1 1919 der Tonind.-Ztg. ergänzt H. Teit die ebenda in Nr. 144 1918 gemachten Ausführungen durch einen Hinweis auf Wasserkalk als Bindemittel an Stelle von Zement. Was Herr Teit über die Unnehmlichkeit der Nichtnagelbarkeit von Betonwänden schreibt, dürfte wohl auf den allerlebhaftesten Widerspruch aller derer stoßen, die „die Sucht haben“, ihr Heim mit Bildern und dergleichen zu schmücken, wozu bekanntlich Nägel gehören.

Zementplatten für Fußsteige. Schlechte Erfahrungen mit Zementplatten beruhen oft auf ungünstiger Auswahl der Zuschlagstoffe. Man verwende oft solche von verschiedener Wetterbeständigkeit oder verschiedener Härte. Bisweilen werden die Zuschlagstoffe vor ihrer Verwendung nicht von anhaftendem Schmutz befreit. Die Zuschrift schließt mit einem Rufe nach gründlicher Fachausbildung und Lehrlingswesen. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 145 S. 703.

Ersatz für Eisenbauten. In der Zeitschrift d. Ver. deutsch. Ing. 1917 Nr. 28 hat Karl Bernhard eine Anzahl von Bauten beschrieben, bei denen das Eisen durch Eisenbeton oder Holz ersetzt war. Die daran geknüpften Äußerungen über die Vorteile der Ersatzbaustoffe haben eine weitere Erörterung der Frage durch Barkhausen zur Folge gehabt, die in der D. Bau-Ztg. 1918 Nr. 76, 77 und 79 erschienen ist. Der Inhalt dieser Barkhausenschen Ausführung wird von Fischmann im Eisenbau 1919 Nr. 1 wiedergegeben und dürfte in seiner knappen Fassung besonders geeignet sein, einen Überblick über die Sachlage zu geben. Eine Zahlentafel gibt Vergleiche zwischen Eisen- und Eisenbetonbauweise. Setzt man den für Eisenbau geltenden Betrag jeweilig gleich 1, so sind die entsprechenden Zahlen beim Eisenbetonbau die folgenden: beim Gewicht 10,4, beim Rauminhalte 30,2, beim Kohlenverbrauch für die Grundstoffe 0,82, bei den Löhnen für die Grundstoffe 0,76, bei der Beförderung der Grundstoffe 2,0, bei den Löhnen für das Aufstellen 2,05. Der fertige Bau ist bei Eisenbetonbauweise 6% billiger als bei Eisenbauweise. Die Zahlen sind aus einer geringen Anzahl unparteiisch gewählter Bauausführungen entwickelt. Eine weitere Aussprache über diese Frage wäre wohl erwünscht.

Herstellung von Zementdachsteinen Mitteilung einer Reihe von Angaben über die Regeln der Zementdachsteinherstellung. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 149.

Die Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in der Ausstellungshalle am Zoologischen Garten. Besprechung des auf der Ausstellung Gebotenen. Darunter befinden sich naturgemäß sehr zahlreiche Zement- und Beton-Bauweisen Zentralblatt d. Bauv. 1918 Nr. 102/3.

Die Brennstofffrage in der Zementindustrie. Der Drehrohfen verbrauche mehr Kohlen als der moderne Schachtofen mit selbsttätiger Entleerung. Der Kohlenknappheit und ihres hohen Preises wegen habe man versucht, Braunkohlen zu verwenden. Es wird lebhaft angeregt, zur Vergasung überzugehen und die bekannten außerordentlichen Vorteile dieser Verwendungsweise der Kohlen auszunutzen. Man könne dann örtlich auch den Torf als Brennstoff verwenden. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 146.

Sparmaßnahmen im Eisenbetonbau. Kurze Wiedergabe des von Emperger dem k. k. Ministerium erstatteten Gutachtens über die Abänderungen, die in den österreichischen Eisenbetonvorschriften vorzunehmen sind, um die Bauweise zu verbilligen. Vgl. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 148.

Der Beton und seine Bestandteile. Von Dipl.-Ing. W. Schwaab. Im „Brückenbau“ 1918 Heft 22 werden in übersichtlicher Weise die ver-

schiedenen Zemente (Portlandzement, Eisenportlandzement, Hochofenzement, die „Spezialzemente“, der Schlackenzement, die hydraulischen Kalke), sodann die übrigen Mörtel- und Betonbestandteile (Sand, Kies, Bruch von Granitfindlingen, Grus aus Eisenbahnschotter-Brechereien, Hochofenschlacke, Abbruchstoffe, Ziegelbrocken usw.) kurz besprochen. Die Tatsache, daß das Gemisch der Zusätze möglichst verschiedene Korngröße und somit ein möglichst großes Raumgewicht aufweisen soll, wird mit Recht betont. Beachtlich ist der Hinweis, daß Beton, bei dem man erst den Mörtel herstellt und ihn dann mit dem Zuschlage vermischt, erheblich (22%) druckfester ist als der in der üblichen Weise hergestellte Beton.

Unfallstatistik des D. A. f. E. Nr. 22. Einsturz eines Eisenbetongerüsts. Zentralblatt d. Bauv. 1918 S. 484. D. B. Ztg. Mitt. f. Zement u. Beton 1918 Nr. 23.

2. Hochbau.

Das Kriegerdenkmal in Királyhida (bei Bruck a. d. L.) Von Ldst.-Oblt. Ing. Awner Badian, Ziv.-Ing. f. d. B. Mit 5 Abb. Ein 25 m hohes eindrucksvolles Bauwerk in Eisenbeton. Der Bau ist von einigen Firmen kostenlos aufgeführt worden. Die Bauleitung der Eisenbetonarbeiten hatte der Verfasser inne. Beton u. Eisen 1919 Nr. 1.

3. Brückenbau.

— — —

4. Wasserbau.

— — —

5. Grundbau.

insbes. Pfahlbauweise.

— — —

6. Straßen-, Eisenbahn-, Tunnel- und städtischer Tiefbau.

— — —

7. Schiffbau.

— — —

VI. Sonstiges.

Personal- und Vereinsnachrichten,
Wirtschaftliches usw.

Otto Mohr. Ein kurzes Lebensbild aus der Feder M. Grüblers, das auch die grundlegende Veranlagung Mohrs, die sich in seinen Arbeiten erkennen läßt, zu erkunden sucht. Der Eisenbau 1918 Heft 12.

Das Versuchswesen in der Praxis des Eisenbaues. Von Fritz Hübner, Kontrollingenieur im Schweiz. Eisenb.-Dep. Bern. Diese Abhandlung ist im Oktober 1917 in der Schweizerischen Bau-Ztg. erschienen und findet sich ihrer besonderen Bedeutung halber abgedruckt in „Der Eisenbau“ 1918 Heft 12.

Wechsel in der Schriftleitung des „Eisenbau“. In „Der Eisenbau“ 1919 Heft 1 gibt Dr.-Ing. Fischmann bekannt, daß mit dem Beginne des neuen Jahres die Schriftleitung von Dr.-Ing. Bösenberg auf ihn übergegangen ist.

Vergesellschaftung. Von E. P. Nietzsche. Darlegung dem Lassalleschen Grundsatzes vom „Ehernen LohnGesetze“ und dem daraus folgenden Streben nach Vergesellschaftung der Erzeugungsmittel. Hinweis auf die Lähmung, die damit in der Unternehmungskraft eintreten würde und die besonderen Schwierigkeiten der in hartem Wettbewerb mit dem Auslande stehenden Zementindustrie. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 152.

Zur Geschichte der Erfindung des Portlandzementes. Reg.-Bmstr. Neumann widmet dem vor 6 Jahren erschienenen Buche von Reg.-Bmstr. a. D. Quietmeyer eine kurze Besprechung, die mit einer durchaus berechtigten Empfehlung schließt. Tonind.-Ztg. 1918 Nr. 147.

Ein Mangel in der Ausbildung des Technikers. Wilhelm Ostwald hält den Tech-

niker wegen der ihm in Fleisch und Blut übergegangenen Befolgung des energetischen Imperativs (Vergeude weder Stoff noch Arbeit!) für besonders geeignet zum Verwaltungsdienste und zur Teilnahme an der Gesetzgebung. (Der Architekt dürfte in diesem Zusammenhange nur als Künstler angesehen werden.) Es fehle ihm aber die Fähigkeit, die Sprache in Wort und Schrift zu meistern, da er hauptsächlich mit anderen Ausdrucksmitteln: Gleichungen und zeichnerischen Darstellungen zu arbeiten pflege. Lehrstühle für Redekunst sollten aus Stiftungen der Industrie geschaffen werden. Dann könne man den Ingenieur befähigen, in die ihm gebührenden Stellungen zu gelangen. Für das eingefleischte Fremdwort Ingenieur schlägt Ostwald die Bezeichnung „Werkwalt“ vor. Technik und Wirtschaft 1918 Heft 22.

Die einmalige Vermögensabgabe. Von Dr. W. Lohmann in Düsseldorf. Äußerung von Bedenken gegen die in Aussicht stehende Entziehung von Betriebskapital. Stahl und Eisen 1918 Heft 49.

BÜCHERBESPRECHUNGEN.

Neue Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin 1918.

Heft 40. Versuche mit Eisenbetonbalken zur Ermittlung des Einflusses von Erschütterungen, ausgeführt in Dresden; Bericht erstattet von Geh. Hofrat Prof. H. Scheit \dagger , Prof. Dipl.-Ing. O. Wawrziniok, Assist. Reg.-Bmstr. Amos. Preis geh. 11,40 M.

Heft 41. Brandproben an Eisenbetonbauten III. Bericht. Ausgeführt in Berlin-Lichterfelde W.; Bericht erstattet von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr.-Ing. h. c. M. Gary. Preis geh. 4,40 M.

Heft 42. Schwindung von Zementmörtel an der Luft. II. Bericht. Ausgeführt in Berlin-Lichterfelde W.; Bericht erstattet von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr.-Ing. h. c. M. Gary. Preis geh. 4,40 M.

Über die 3 neuen wertvollen Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses ist vorstehend in diesem Hefte ausführlich berichtet worden. Es sei deshalb hier darauf verwiesen.

Allen Fachgenossen werden auch diese Hefte hoch willkommen sein, da sie wiederum eine große Anzahl sie bewegender strittiger Fragen klären und die Erkenntnis des Verbundbaues bedeutsam fördern. Einer besonderen Empfehlung der Veröffentlichung des Deutschen Ausschusses bedarf es heute nicht mehr; die Arbeiten haben für sich allein gesprochen und werben stetig durch ihren bedeutsamen Inhalt für sich! M. F.

Der Bau von Schiffen aus Eisenbeton. Von A. A. Boon, Zivilingenieur. Oberingenieur der Amsterdamer Fabrik van Cementijserwerken, Amsterdam. Zweite,

neubearbeitete Auflage, mit 177 Textabb. Verlag W. Ernst und Sohn, Berlin 1918. Preis geh. 7,00 M.

Die erste Auflage war ein Sonderabdruck aus Beton und Eisen vom Jahre 1917. Die neue Auflage ist ihr gegenüber nicht unerheblich erweitert und gibt eine ziemlich vollständige Übersicht über das, was bisher von dem Bau der Verbundschiffe bekannt geworden ist. Zum ersten Male werden auch konstruktive Einzelheiten vorgeführt und erörtert. Anschließend an eine Erörterung der Vor- und Nachteile der Verbundschiffe wird zunächst die geschichtliche Entwicklung dieses Sonderzweiges eingehend behandelt, und zwar in einigen Ländern Europas und in den Vereinigten Staaten von Nordamerika.

Hieran schließt sich der Hauptabschnitt über die Konstruktion der Eisenbetonschiffe.

Jedem Eisenbetonfachmann kann das kleine hier vorliegende Werk bestens empfohlen werden. Er wird es mit Befriedigung über das, was der Eisenbetonbau bisher auf dem Gebiete des Schiffbaues geleistet hat und in Zukunft noch erwarten läßt, aus der Hand legen; dabei führt das Buch aber auch einen jeden in das behandelte Sondergebiet in bester Weise ein und läßt erkennen, welche reichen Anwendungen hier noch der Ingenieurbetätigung offen stehen. Naturgemäß sind aber noch viele Fragen zu klären, auf die heut der Verfasser noch keine Antwort zu geben weiß. Im besonderen ist die wohl wichtigste Frage, die des Baustoffes, noch keiner endgültigen Beantwortung zugeführt, und auch die Verwendung des Eisenbetonbaues für größere Seeschiffe noch nicht viel über den ersten, wenn auch z. T. manches versprechenden Anfang herausgekommen. Für all diese Fragen, neben der Vermittlung der Kenntnis des bisher Geschaffenen, die Fachgenossen zur Mitarbeit zu werben, wird die mittelbare Wirkung des wertvollen Buches sein. Bei der Wichtigkeit der Verwendung des Eisenbetons im Schiffbau für Gegenwart und Zukunft wird das wertvolle Werkchen einer besonders freundlichen Aufnahme sicher sein können. M. F.

Den Verfassern größerer Originalbeiträge stehen je nach deren Umfang bis zu 5 Exemplaren des betr. vollständigen Hefes kostenfrei zur Verfügung wenn bei Einreichung des Manuskriptes ein entsprechender Wunsch mitgeteilt wird. Sonderabdrücke werden nur bei rechtzeitiger Bestellung und gegen Erstattung der Kosten geliefert.

Für die Schriftleitung verantwortlich: M. Foerster, Dresden-Blasewitz. — Verlag von Julius Springer in Berlin W.