

ARMIERTER BETON.

1918. November.

INHALT

Die Momenten-Stützkkräfte und ihre Anwendung bei Elastizitätsberechnungen. Von B. Löser, Dresden, i. Fa. Kell & Löser. (Fortsetzung von S. 189.) S. 205.
 Neue Ausführungen von Eisenbeton-Schleudermasten. Von Geheimrat Professor M. Foerster in Dresden. S. 210.
 Der auf einfache Biegung beanspruchte Eisenbetonquerschnitt. Von Max Schendera, Zivil Ingenieur in Neuß. S. 216.

Die Berechnung der kontinuierlichen und eingespannten Träger mit konstantem Trägheitsmoment. Von Halldan Pedersen, Berlin-Wilmersdorf. S. 224.
 Verschiedene Mitteilungen:
 Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in Berlin. S. 232.
 „Siedler, hilf Dir selbst!“ S. 233.
 Literaturschau. Bearbeitet von Dr.-Ing. W. Kunze. Dresden. S. 233.
 Ergänzung zur Literaturschau. S. 236.

DIE MOMENTEN-STÜTZKRÄFTE UND IHRE ANWENDUNG BEI ELASTIZITÄTSBERECHNUNGEN.

Von B. Löser, Dresden, i. Fa. Kell & Löser.

(Fortsetzung von S. 189.)

4. Der einerseits eingespannte Träger.

(Fig. 33.)

Der Träger besitze an allen Querschnitten das unveränderliche Trägheitsmoment J . Er ist einfach statisch unbestimmt; als statisch unbestimmbare Größe wählen wir das Einspannungsmoment X am Lager B' . Im Abstände x vom Stützpunkte A' ist das resultierende Moment

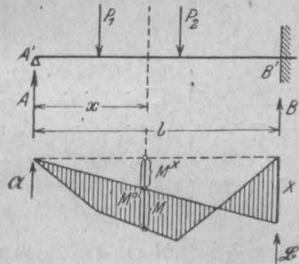


Fig. 33.

$$M = M^0 + M^x \\ = M^0 + X \frac{x}{l} \quad (117)$$

$$\frac{\partial M}{\partial X} = + \frac{x}{l} \quad (118)$$

Die Elastizitätsgleichung zur Bestimmung von X lautet allgemein

$$0 = \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} dx \quad (119)$$

und nimmt im betrachteten Falle die Form an

$$0 = \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{x}{l} dx = \int_0^l \frac{M \cdot x}{l} dx \quad (120)$$

Die Summe bedeutet nach Gl. (12) die Momenten Stützkraft β ; die Elastizitätsgleichung eines im Lager B' eingespannten Balkens kann daher mit unseren Bezeichnungen geschrieben werden:

$$\beta = 0 \quad (IV)$$

In Worten: Das Stützenmoment X eines einseitig eingespannten Balkens ist von solcher Größe, daß die Momenten-Stützkraft am eingespannten Lager zu Null wird.

Um nach X aufzulösen, muß die Gl. (IV) ausgewertet werden:

$$\beta = \beta^0 + \beta^x = 0 \quad (121)$$

Nach Gl. (15):

$$\beta^x = \frac{1}{3} X l \quad (122)$$

$$\beta^0 + \frac{1}{3} X l = 0 \quad (123)$$

$$X = - \frac{3 \beta^0}{l} \quad (IVa)$$

Das Belastungsglied β^0 muß für den jeweiligen Belastungsfall aus Tafel I entnommen werden.

5. Der beiderseits eingespannte Träger.

(Fig. 34.)

Der beiderseits eingespannte Träger ist zweifach statisch unbestimmt. Als überzählige Größen werden die Einspannungsmomente X_I und X_{II} an den beiden eingespannten Lagern A' und B' gewählt. An einem beliebigen Querschnitte in den Abständen x bzw. y von den Lagern ist das Moment

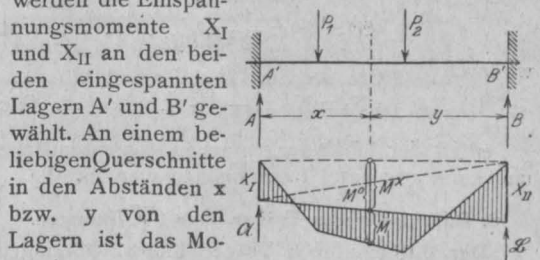


Fig. 34.

$$M = M^0 + X_I \frac{y}{l} + X_{II} \frac{x}{l} \quad (124)$$

$$\frac{\partial M}{\partial X_I} = \frac{y}{l}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_{II}} = \frac{x}{l} \quad (125)$$

Die beiden Elastizitätsgleichungen lauten allgemein

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_I} dx \\ 0 &= \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_{II}} dx \end{aligned} \right\} \dots (126)$$

oder:

$$0 = \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{y}{l} dx = \int_0^l \frac{M y \cdot dx}{l} \dots (127)$$

$$0 = \int_0^l \frac{M}{EJ} \frac{x}{l} dx = \int_0^l \frac{M x \cdot dx}{l} \dots (128)$$

Die beiden Summen enthalten die Momentenstützkräfte, weshalb die El. Gl. in der Form geschrieben werden dürfen

$$\mathfrak{A} = 0; \quad \mathfrak{B} = 0 \dots \dots \dots (V)$$

In Worten: Die Einspannungsmomente eines beiderseits eingespannten Trägers machen beide Momenten - Stützkkräfte zu Null.

Die Auswertung erfolgt nach Gl. (15) u. (18):

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}^0 + \mathfrak{A}^x = \mathfrak{A}^0 + \frac{1}{3} X_I l + \frac{1}{6} X_{II} l = 0 \dots (129)$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}^0 + \mathfrak{B}^x = \mathfrak{B}^0 + \frac{1}{6} X_I l + \frac{1}{3} X_{II} l = 0 \dots (130)$$

$$X_I = - \frac{4 \mathfrak{A}^0 - 2 \mathfrak{B}^0}{l} \dots \dots \dots (Va)$$

$$X_{II} = - \frac{4 \mathfrak{B}^0 - 2 \mathfrak{A}^0}{l} \dots \dots \dots (Vb)$$

Die Belastungsglieder \mathfrak{A}^0 und \mathfrak{B}^0 müssen für den einzelnen Belastungsfall aus Tafel I entnommen werden.

Bei symmetrischer Belastung ist

$$\mathfrak{A}^0 = \mathfrak{B}^0 = \frac{1}{2} \omega^0 \dots \dots \dots (131)$$

wodurch

$$X_I = X_{II} = - \frac{\omega^0}{l} \dots \dots \dots (Vc)$$

ω^0 ist der Inhalt der einfachen Momentenfläche und kann aus Tafel I entnommen werden.

6. Durchlaufender Träger über 2 Öffnungen.

Der durchlaufende Träger über 2 Öffnungen ist einfach statisch unbestimmt und wählen wir das Stützenmoment X über der Mittelstütze B' als überzählige Größe. Die Querschnitte des ersten Feldes haben das Trägheitsmoment J_1 , die des zweiten Feldes das Trägheitsmoment J_2 . Mit den Bezeichnungen der Fig. 35 sind die Momente

im ersten Felde:

$$M_1 = M_1^0 + X \frac{x_1}{l_1}; \quad \frac{\partial M}{\partial X} = \frac{x_1}{l_1} \dots (132)$$

im zweiten Felde:

$$M_2 = M_2^0 + X \frac{y_2}{l_2}; \quad \frac{\partial M}{\partial X} = \frac{y_2}{l_2} \dots (133)$$

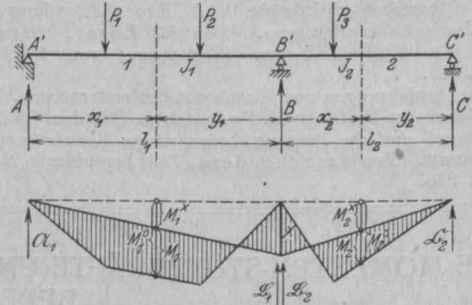


Fig. 35.

Die Elastizitätsgleichung lautet allgemein

$$0 = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} dx \dots \dots \dots (134)$$

und nimmt die Form an

$$0 = \int_0^{l_1} \frac{M_1}{E J_1} \frac{x_1}{l_1} dx + \int_0^{l_2} \frac{M_2}{E J_2} \frac{y_2}{l_2} dx \dots (135)$$

Wir setzen

$$i_1 = \frac{k}{J_1} \quad \text{und} \quad i_2 = \frac{k}{J_2} \dots \dots \dots (136)$$

k ist eine beliebige Zahl; i_1 und i_2 nennen wir die Starrheitszahlen der Stäbe des Tragwerkes. Damit geht Gl. (135) über in

$$0 = i_1 \int_0^{l_1} M_1 \frac{x_1}{l_1} dx + i_2 \int_0^{l_2} M_2 \frac{y_2}{l_2} dx \dots (137)$$

oder

$$0 = i_1 \mathfrak{B}_1 + i_2 \mathfrak{B}_2 \dots \dots \dots (VI)$$

In Worten: An der Innenstütze jedes durchlaufenden Trägers über 2 Öffnungen ist die Summe der beiden i -fachen Momentenstützkkräfte gleich Null.

Die Auswertung mit Hilfe der Gl. (15) u. (18) liefert

$$0 = i_1 \left(\mathfrak{B}_1^0 + \frac{1}{3} X l_1 \right) + i_2 \left(\mathfrak{B}_2^0 + \frac{1}{3} X l_2 \right) \dots (138)$$

woraus

$$X = - \frac{3 (i_1 \mathfrak{B}_1^0 + i_2 \mathfrak{B}_2^0)}{i_1 l_1 + i_2 l_2} \dots \dots \dots (VIa)$$

Besitzt der Träger in beiden Feldern überall den gleichen Querschnitt, so vereinfacht sich die Gleichung, da dann $i_1 = i_2$, in

$$X = - \frac{3 (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0)}{l_1 + l_2} \dots \dots \dots (VIb)$$

Ist ferner die Belastung jedes Feldes zur Feldmitte symmetrisch, so ist, weil dann

$$\mathfrak{B}_1^0 = \frac{1}{2} \omega_1^0; \quad \mathfrak{B}_2^0 = \frac{1}{2} \omega_2^0.$$

$$X = - \frac{3(\omega_1^0 + \omega_2^0)}{2(l_1 + l_2)} \dots \dots \text{(VIc)}$$

7. Durchlaufender Träger über 3 Öffnungen.

Der durchlaufende Träger über 3 Öffnungen ist zweifach statisch unbestimmt. Die überzähligen Größen sind die Stützenmomente X_I über B' und X_{II} über C'. Nach Fig. 36 sind die Momente

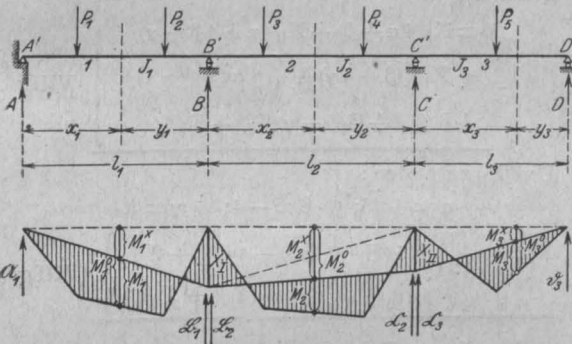


Fig. 36.

1. Feld:

$$M_1 = M_1^0 + X_I \frac{x_1}{l_1}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_I} = \frac{x_1}{l_1}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_{II}} = 0 \quad (139)$$

2. Feld:

$$M_2 = M_2^0 + X_I \frac{y_2}{l_2} + X_{II} \frac{x_2}{l_2}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_I} = \frac{x_2}{l_2}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_{II}} = \frac{x_2}{l_2} \quad (140)$$

3. Feld:

$$M_3 = M_3^0 + X_{II} \frac{y_3}{l_3}; \quad \frac{\partial M}{\partial X_I} = 0; \quad \frac{\partial M}{\partial X_{II}} = \frac{y_3}{l_3} \quad (141)$$

Zur Ermittlung der beiden überzähligen Größen sind 2 Elastizitäts-Gleichungen nötig, sie lauten allgemein:

$$0 = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_I} dx \dots \dots (142)$$

$$0 = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X_{II}} dx \dots \dots (143)$$

Mit den obigen Größen und

$$i_1 = \frac{k}{J_1} \quad i_2 = \frac{k}{J_2} \quad i_3 = \frac{k}{J_3}$$

$$0 = \int_0^{l_1} \frac{M_1}{EJ_1} \frac{x_1}{l_1} dx + \int_0^{l_2} \frac{M_2}{EJ_2} \frac{y_2}{l_2} dx \dots \dots (144)$$

$$0 = i_1 \int_0^{l_1} \frac{M_1 x_1}{l_1} dx + i_2 \int_0^{l_2} \frac{M_2 y_2}{l_2} dx$$

$$0 = \int_0^{l_2} \frac{M_2}{EJ_2} \frac{x_2}{l_2} dx + \int_0^{l_3} \frac{M_3}{EJ_3} \frac{y_3}{l_3} dx \dots \dots (145)$$

$$0 = i_2 \int_0^{l_2} \frac{M_2 x_2}{l_2} dx + i_3 \int_0^{l_3} \frac{M_3 y_3}{l_3} dx$$

Mit unseren Bezeichnungen

$$\begin{aligned} 0 &= i_1 \mathfrak{B}_1 + i_2 \mathfrak{B}_2 \\ 0 &= i_2 \mathfrak{C}_2 + i_3 \mathfrak{C}_3 \end{aligned} \dots \dots \text{(VII)}$$

In Worten: An jeder Innenstütze ist die Summe der zugehörigen beiden i-fachen Momenten-Stützkräfte gleich Null.

Die Auswertung mit Hilfe der Gl. (15), (18), (24) liefert

$$0 = i_1 \mathfrak{B}_1^0 + \frac{1}{3} i_1 X_I l_1 + i_2 \mathfrak{B}_2^0 + \frac{1}{3} i_2 X_I l_1 + \frac{1}{6} i_2 X_{II} l_2 \dots \dots (146)$$

$$0 = i_2 \mathfrak{C}_2^0 + \frac{1}{6} i_2 X_I l_2 + \frac{1}{3} i_2 X_{II} l_2 + i_3 \mathfrak{C}_3^0 + \frac{1}{3} i_3 X_{II} l_3 \dots \dots (147)$$

oder

$$0 = 2 X_I (i_1 l_1 + i_2 l_2) + X_{II} i_2 l_2 + 6(i_1 \mathfrak{B}_1^0 + i_2 \mathfrak{B}_2^0) \text{ (VIIa)}$$

$$0 = X_I i_2 l_2 + 2 X_{II} (i_2 l_2 + i_3 l_3) + 6(i_2 \mathfrak{C}_2^0 + i_3 \mathfrak{C}_3^0) \text{ (VIIb)}$$

Aus diesen beiden Gleichungen müssen X_I und X_{II} gewonnen werden; die Belastungsglieder folgen aus Tafel I.

Wenn in allen Feldern der gleiche unveränderliche Querschnitt vorhanden ist, verschwinden die Starrheitszahlen i und die Gleichungen lauten einfacher:

$$0 = 2 X_I (l_1 + l_2) + X_{II} l_2 + 6(\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) \text{ (VIIc)}$$

$$0 = X_I l_2 + 2 X_{II} (l_2 + l_3) + 6(\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) \text{ (VIId)}$$

Aus diesen beiden Gleichungen müssen X_I und X_{II} ausgewertet werden.

Sind die 3 Stützweiten in allen Feldern gleich l dann wird

$$0 = 4 X_I + X_{II} + \frac{6(\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0)}{l} \dots \dots (148)$$

$$0 = X_I + 4 X_{II} + \frac{6(\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0)}{l} \dots \dots (149)$$

Daraus bei gleichen Stützweiten und unveränderlichen Querschnitten:

$$X_I = - \frac{2}{5l} \{ 4(\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) - (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) \} \dots \dots \text{(VIIe)}$$

$$X_{II} = - \frac{2}{5l} \{ 4(\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) - 3(\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) \} \dots \dots \text{(VIIf)}$$

Sind die Stützweiten gleich, die Querschnitte unveränderlich und die Belastung in jedem Felde zur Mitte symmetrisch, so ist

$$X_I = - \frac{4\omega_1^0 + 3\omega_2^0 - \omega_3^0}{5l} \dots \dots \text{(VIIg)}$$

$$X_{II} = - \frac{4\omega_3^0 + 3\omega_2^0 - \omega_1^0}{5l} \dots \dots \text{(VIIh)}$$

Die Belastungsglieder \mathfrak{B}^0 und \mathfrak{C}^0 und die Momenten-Flächeninhalte ω^0 müssen im Einzelfalle aus der Tafel I entnommen werden.

8. Durchlaufender Träger über 4 Öffnungen.

(Fig. 37).

Die allgemeine Ableitung der Elastizitäts-gleichungen verläuft genau wie unter 7 und führt zu dem Ergebnis:

An jeder Innenstütze eines durchlaufenden Trägers über beliebig viele Öffnungen ist die Summe der zugehörigen beiden *i*-fachen Momenten-Stützkräfte gleich Null.

$$\left. \begin{aligned} 0 &= i_1 \mathfrak{B}_1 + i_2 \mathfrak{B}_2 \\ 0 &= i_2 \mathfrak{C}_2 + i_3 \mathfrak{C}_3 \\ 0 &= i_3 \mathfrak{D}_3 + i_4 \mathfrak{D}_4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{(VIII)}$$

Die Auswertung liefert:

- I. $0 = 2X_I (i_1 l_1 + i_2 l_2) + X_{II} i_2 l_2 + 6 (i_1 \mathfrak{B}_1^0 + i_2 \mathfrak{B}_2^0)$ (VIII a)
- II. $0 = X_I i_2 l_2 + 2X_{II} (i_2 l_2 + i_3 l_3) + X_{III} i_3 l_3 + 6 (i_2 \mathfrak{C}_2^0 + i_3 \mathfrak{C}_3^0)$ (VIII b)
- III. $0 = X_{II} i_3 l_3 + 2X_{III} (i_3 l_3 + i_4 l_4) + 6 (i_3 \mathfrak{D}_3^0 + i_4 \mathfrak{D}_4^0)$ (VIII c)

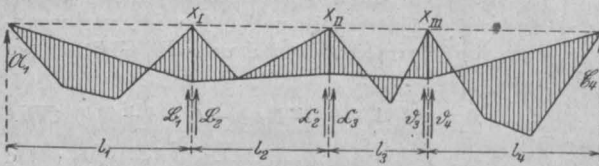


Fig. 37.

Um zu den gesuchten Stützenmomenten zu gelangen, benutzen wir die Methode der Multiplikatoren. Wir multiplizieren die Gl. (I) mit der beliebigen Zahl α , (II) mit β , (III) mit γ und addieren dann alle drei Gleichungen. Es entsteht dadurch die Summengleichung des Tragwerkes, welche alle Gesetzmäßigkeiten desselben enthält. Die Summengleichung lautet:

$$0 = \left\{ \begin{aligned} &X_I \{ 2\alpha (i_1 l_1 + i_2 l_2) + \beta i_2 l_2 \} \\ &+ X_{II} \{ \alpha i_2 l_2 + 2\beta (i_2 l_2 + i_3 l_3) + \gamma i_3 l_3 \} \\ &+ X_{III} \{ \beta i_3 l_3 + 2\gamma (i_3 l_3 + i_4 l_4) \} \\ &+ 6 \{ \alpha (i_1 \mathfrak{B}_1^0 + i_2 \mathfrak{B}_2^0) + \beta (i_2 \mathfrak{C}_2^0 + i_3 \mathfrak{C}_3^0) + \gamma (i_3 \mathfrak{D}_3^0 + i_4 \mathfrak{D}_4^0) \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII d)}$$

Die beliebigen wählbaren Zahlen α , β und γ werden so bestimmt, daß immer zwei Vielfache der 3 Größen X zu Null werden; die dritte Größe X folgt dann unmittelbar aus der Summengleichung. Zu jedem X gehört eine bestimmte Wahl für α , β und γ . Sie sind von der Belastung unabhängig und werden zweckmäßig am Beginn der Rechnung festgelegt.

Besitzt der Träger in allen Feldern den gleichen Querschnitt, so werden alle Starrheitszahlen $i=1$; die Summengleichung vereinfacht sich in

$$0 = \left\{ \begin{aligned} &X_I \{ 2\alpha (l_1 + l_2) + \beta l_2 \} \\ &+ X_{II} \{ \alpha l_2 + 2\beta (l_2 + l_3) + \gamma l_3 \} \\ &+ X_{III} \{ \beta l_3 + 2\gamma (l_3 + l_4) \} \\ &+ 6 \{ \alpha (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) + \beta (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) + \gamma (\mathfrak{D}_3^0 + \mathfrak{D}_4^0) \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII e)}$$

Sind bei unveränderlichem Querschnitt alle Stützweiten gleich 1, so vereinfacht sich die Summengleichung in

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= X_I (4\alpha + \beta) + X_{II} (\alpha + 4\beta + \gamma) \\ &+ X_{III} (\beta + 4\gamma) + \frac{6}{1} \{ \alpha (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) \\ &+ \beta (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) + \gamma (\mathfrak{D}_3^0 + \mathfrak{D}_4^0) \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII f)}$$

Um X_I zu finden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= +15; \quad \beta = -4; \quad \gamma = 1. \\ X_I &= -\frac{3}{281} \{ 15 (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) - 4 (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) \\ &+ (\mathfrak{D}_3^0 + \mathfrak{D}_4^0) \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII g)}$$

Um X_{II} zu finden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= +1; \quad \beta = -4; \quad \gamma = 1. \\ X_{II} &= +\frac{3}{71} \{ (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) - 4 (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) \\ &+ \mathfrak{D}_3^0 + \mathfrak{D}_4^0 \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII h)}$$

Um X_{III} zu finden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= +1; \quad \beta = -4; \quad \gamma = +15. \\ X_{III} &= -\frac{3}{281} \{ (\mathfrak{B}_1^0 + \mathfrak{B}_2^0) - 4 (\mathfrak{C}_2^0 + \mathfrak{C}_3^0) \\ &+ 15 (\mathfrak{D}_3^0 + \mathfrak{D}_4^0) \} \end{aligned} \right\} \text{(VIII i)}$$

Sind endlich in allen Feldern zu allen Feldmitten symmetrische Lasten vorhanden, und wie bisher die Stützweiten aller Felder gleich 1, die Querschnitte in allen Feldern unveränderlich, so werden

$$X_I = -\frac{3}{561} \{ 15 \omega_1^0 + 11 \omega_2^0 - 3 \omega_3^0 + \omega_4^0 \} \text{ (VIII k)}$$

$$X_{II} = +\frac{3}{141} \{ \omega_1^0 - 3 \omega_2^0 - 3 \omega_3^0 + \omega_4^0 \} \text{ (VIII l)}$$

$$X_{III} = -\frac{3}{561} \{ \omega_1^0 - 3 \omega_2^0 + 11 \omega_3^0 + 15 \omega_4^0 \} \text{ (VIII m)}$$

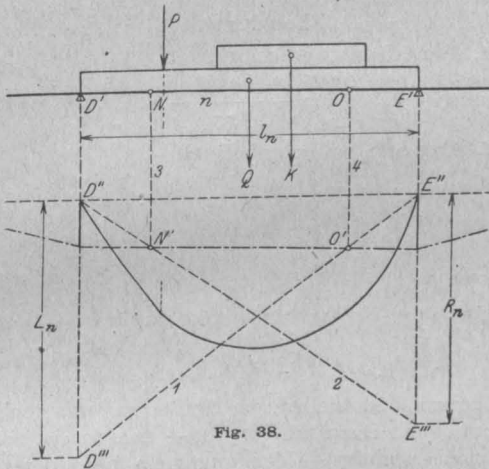
9. Halbgraphisches Verfahren zur Bestimmung der Stützenmomente durchlaufender Träger¹⁾.

Das zeichnerische Verfahren zur Darstellung der Momente durchlaufender Träger verläuft bekanntlich wie folgt:

¹⁾ Vgl. Löser: „Beitrag zur graphostatischen Behandlung kontinuierlicher Träger“. Beton und Eisen 1910, Heft 1.

- a) Ermittlung der Fixpunkte,
- b) Darstellung der M^0 -Momentenflächen für die einzelnen Felder,
- c) Ermittlung der beiden Kreuzlinien und des daraus folgenden Schlußlinienzuges für jedes belastete Feld,
- d) Summierung der Schlußlinienzüge zur resultierenden Schlußlinie.

Bei einfachen Belastungen macht die Darstellung der Kreuzlinien keine Schwierigkeiten, wohl aber bei zusammengesetzten Belastungen. Die Kreuzlinien schneiden im n ten Felde auf den Stützensenkrechten die Kreuzlinien-Momente L_n und R_n ab. Man findet diese Größen mit unseren Bezeichnungen (vgl. Fig. 38)



$$L_n = \frac{6 \omega_n^0 s_n}{l_n^2} \dots \dots \dots (150)$$

$$R_n = \frac{6 \omega_n^0 t_n}{l_n^2} \dots \dots \dots (151)$$

oder
$$L_n = \frac{6 \mathfrak{B}_n^0}{l_n}; \quad R_n = \frac{6 \mathfrak{A}_n^0}{l_n} \dots \dots \dots (IX)$$

Bei symmetrischer Belastung ist

$$L_n = R_n = \frac{3 \omega_n^0}{l_n} \dots \dots \dots (IX a)$$

\mathfrak{A}_n^0 , \mathfrak{B}_n^0 und ω_n^0 folgen aus Tafel I.

Hat man die Kreuzlinienmomente errechnet, so müssen sie auf den Stützensenkrechten im Momentenmaßstab von der Schlußlinie der M^0 -Fläche aus nach abwärts getragen werden. In Fig. 38 ist

$$D''D''' = L_n; \quad E''E''' = R_n.$$

Die Geraden $D'''E''$ und $E'''D''$ sind die beiden Kreuzlinien 1 und 2. Die Senkrechten 3 und 4 durch die Fixpunkte N und O schneiden auf den Kreuzlinien die Punkte N' und O' aus. Die Gerade N'O' ist die gesuchte Schlußlinie für die Belastung des betrachteten nten Feldes.

Im Falle der Fig. 36 müssen zur Berechnung von L_n und R_n die Formeln (42), (70), (77) bzw. (43), (70), (78) benutzt werden.

10. Der zweiseitige Zweigelenrahmen.

Der zweiseitige Zweigelenrahmen ist einfach statisch unbestimmt. Als überzählige Größe wählen wir das Eckmoment X. Das statisch bestimmte Hauptnetz entsteht durch Einschalten eines Gelenkes im Eckpunkte C (vgl. Fig. 39).

Wagerechte Belastung des Ständers 1 erzeugt im Hauptnetz die in Fig. 39b gezeichnete Momentenfläche und die wagerechten Stützkräfte A_1^0 und B_1^0 .

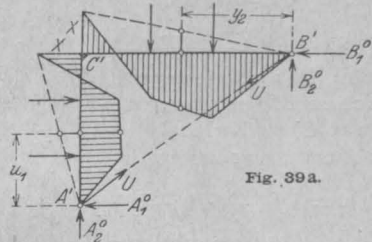


Fig. 39a.

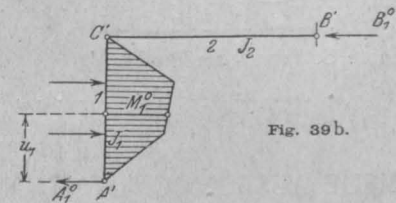


Fig. 39b.

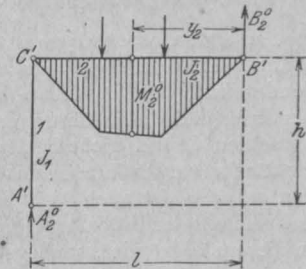


Fig. 39c.

Senkrechte Belastung des Riegels 2 erzeugt im Hauptnetz die in Fig. 39c gezeichnete Momentenfläche und die senkrechten Stützkräfte A_2^0 und B_2^0 .

Infolge der statischen Unbestimmtheit treten die Zusatzkräfte U in der Geraden A'B' auf, sie bewirken das Eckmoment X.

Die resultierenden Momente sind

im Ständer 1:
$$M_1 = M_1^0 + X \frac{u_1}{h} \dots \dots \dots (152)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial X} = \frac{u_1}{h} \dots \dots \dots (153)$$

im Riegel 2:
$$M_2 = M_2^0 + X \frac{y_2}{l} \dots \dots \dots (154)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial X} = \frac{y_2}{l} \dots \dots \dots (155)$$

Die Elastizitätsgleichung lautet

$$0 = \int_0^h M_1 \frac{u_1}{h} \frac{ds}{E J_1} + \int_0^l M_2 \frac{y_2}{l} \frac{ds}{E J_2} \quad (156)$$

$$i_1 = 1; \quad i_2 = \frac{J_1}{J_2} \quad (157)$$

Die vorstehenden Summen enthalten die Momenten-Stützkräfte für den Eckpunkt C, so daß mit unserer Schreibweise die Elastizitätsgleichung die einfache Form annimmt:

$$0 = \mathcal{C}_1 + i_2 \mathcal{C}_2 \quad (X)$$

in Worten: Das Eckmoment X macht die Summe der i-fachen Momentenstützkräfte für den Eckpunkt C' zu Null.

Die Auswertung liefert

$$0 = \mathcal{C}_1^0 + \frac{1}{3} X h + i_2 \mathcal{C}_2^0 + \frac{1}{3} i_2 X l \quad (158)$$

$$\text{allgemein} \quad X = - \frac{3(\mathcal{C}_1^0 + i_2 \mathcal{C}_2^0)}{h + i_2 l} \quad (X a)$$

Wagerechte Stützskraft im Punkt A'

$$H_A = A_1^0 + X : h \quad (159)$$

Wagerechte Stützskraft im Punkt B'

$$H_B = B_1^0 - X : h \quad (160)$$

Senkrechte Stützskraft im Punkt A'

$$V_A = A_2^0 - X : h \quad (161)$$

Senkrechte Stützskraft im Punkt B'

$$V_B = B_2^0 + X : h \quad (162)$$

In Gl. (159) bis (163) muß X mit dem Vorzeichen eingesetzt werden, was sich aus Gl. (X a) bzw. (X b) und (X c) ergibt.

Die Zusatzkraft U hat die Größe

$$U = \frac{X \sqrt{h^2 + l^2}}{h l} \quad (X d)$$

Sonderfälle:

1. Der Riegel 2 ist unbelastet

$$X = - \frac{3 \mathcal{C}_1^0}{h + i_2 l} \quad (X b)$$

2. Der Ständer ist unbelastet

$$X = - \frac{3 i_2 \mathcal{C}_2^0}{h + i_2 l} \quad (X c)$$

(Schluß folgt.)

NEUE AUSFÜHRUNGEN VON EISENBETON-SCHLEUDERMASTEN.*)

Von Geheimrat Professor M. Foerster in Dresden.

Wie in den ersten Kriegsjahren, so hat auch in den letzten beiden die Verwendung der Verbund-Schleudermaste des Cossebauder Schleudernetzes hervorragende Ausführungen gezeitigt. Es hat das seinen Grund nicht in der Schwierigkeit zurzeit für Baukonstruktionen das notwendige Baueisen zu erhalten, ist auch nicht in den hohen Preisen des Holzes und der allgemeinen Nachfrage nach diesem begründet, sondern vorwiegend auf die hervorragende Bewährung der Eisenbeton-Schleudermaste und ihre durch sie immer mehr erwiesenen Eigenschaften in der Praxis zurückzuführen.

Heute stehen bereits mehr als 36 000 Schleudermasten im Deutschen Reiche unter den aller-verschiedenartigsten örtlichen Verhältnissen, Belastungen und Beanspruchungen. Und noch von keiner Seite ist irgend eine Mitteilung gekommen, daß die Maste nicht allen Anforderungen bestens entsprächen, sich nicht bestens bewährt hätten. Dazu kommt die wertvolle, im Baustoffe begründete Eigenschaft der Maste, daß sie im Laufe der Zeit immer fester und widerstandsfähiger werden und somit ihrer Aufgabe, starke wagerechte Lasten aufzunehmen, in immer

höherem und sicherem Maße zu entsprechen vermögen. Dazu hilft weiter — und das ist nicht minder wichtig — der ungemein befriedigende ästhetische Eindruck, den die Masten gewähren in ihrer schlanken, regelmäßigen Form, in der Leichtigkeit organisch architektonischer Ausgestaltung, in der Materialechtheit ihrer Gesamterscheinung.

Eine ebenso ausgedehnte wie hervorragende Verwendung fanden in letzter Zeit die Schleudermasten der Dyckerhoff'schen Cossebauder Schleudernetze, bei dem Bau der Hochspannungsleitung von Striesen bei Großenhain bis Dresden (Fig. 1—4). Diese 60,000 Volt-Leitung, ausgeführt von der Stadt Dresden in Verbindung mit dem Elektrizitätsverbande Gröbä hat eine Länge von rd. 40 km und läuft von Striesen über Gröbern, Niederau, Colditz, Gauernitz, Nieder- und Ober-Wildberg, Weißstropp und Omsewitz nach der sächsischen Hauptstadt. Sie hat im ersten Teil ein vorwiegend ebenes Gelände zu überwinden, gelangt aber nach Überschreitung des Elbstromes in ein stark hügeliges, durch steile Einschnitte und schroffe Bergwellen bezeichnetes Gelände, in dem naturgemäß dem Bau der Leitung, namentlich der Errichtung der Maste, erhebliche Transport- und Bauschwierigkeiten entgegenstanden. Zur Herstellung der Leitung wurden — abgesehen von zwei hohen Eisentürmen am Übergange über

*) Vergl. hierzu u. a. Arm. Beton 1916 Heft 9. „Neues von Eisenbeton-Schleudermasten“ in derselben Zeitschrift die Aufsätze: 1915 S. 211; 1914 S. 144; 1913 S. 27; 1912 S. 20; 1910 S. 340; 1909 S. 89.

die Elbe bei Gauernitz — im ganzen 370 Maste verwendet, für die ausschließlich die vorgenannten Verbund-Schleudermaste Benutzung fanden. Von diesen 370 Masten sind 290 normale einfache Tragmaste, während die übrigen 80 als Sondermaste — als Abspann- (Gruppen-), Eck-, Übergangs-Maste usw. — eine durch den jeweiligen Fall bedingte Ausbildung erfahren mußten.

sehr erhebliche Geländeschwierigkeiten bei Übergang von Berg und Tal zu überwinden waren.

Sämtliche Maste sind nach oben sich im Querschnitte verjüngende kreisrunde Maste. Sie tragen in der Regel 3 Drähte für 3 Phasen und an ihrer Spitze, auf besonderen Eisenbügeln eine Erdleitung. Jeder 5. bis 6. Mast ist geerdet. Die Leitung selbst ist je 35 mm stark und wird in der

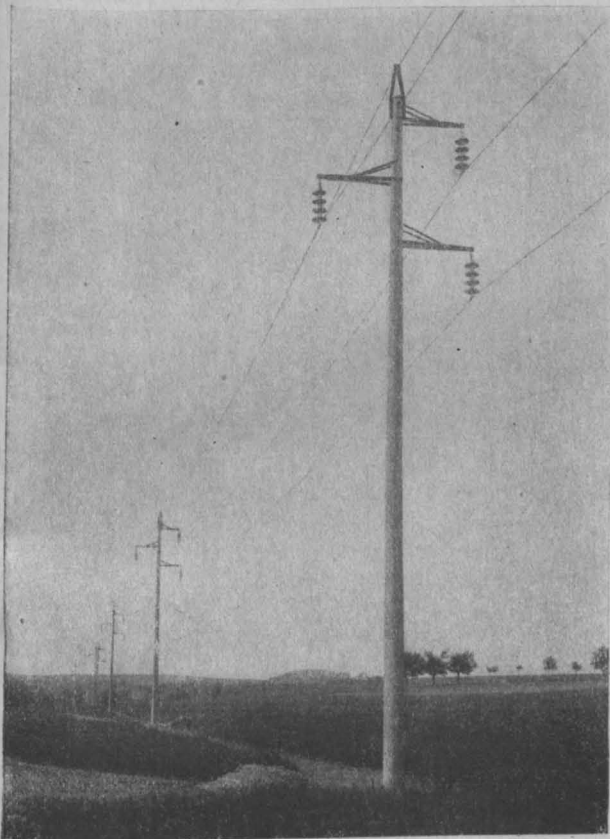


Fig. 1.

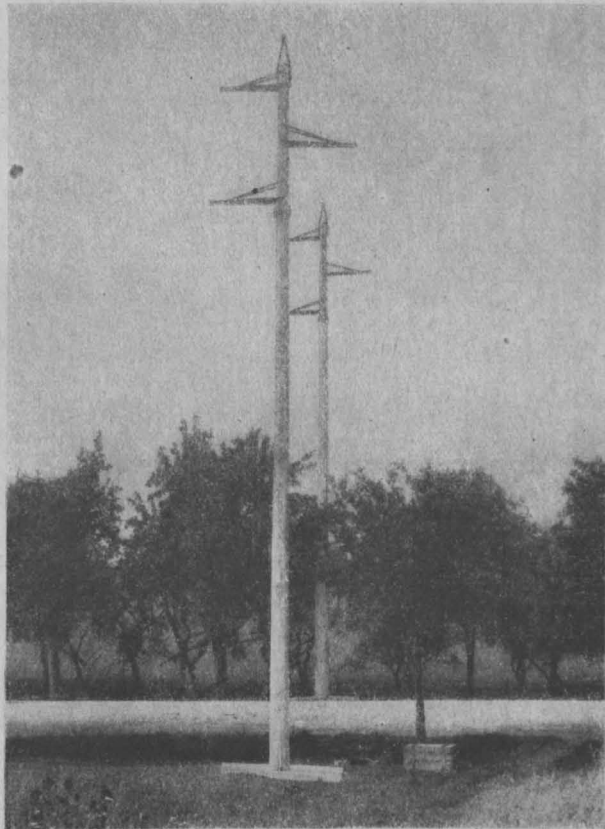


Fig. 2.

Sämtliche Maste sind vom Cossebauder Werk aus vermittels Lastauto oder unter Verwendung von Straßenlokomobilen an ihre Baustelle bzw. auf der letzten Wegstrecke durch Arbeiter befördert worden. Die Errichtung der Maste hat die Zeit von Oktober 1917 bis März 1918 beansprucht, also einen verhältnismäßig sehr kurzen Zeitraum erfordert. Diese Leistung des ausführenden Cossebauder Werkes stellt sich umso bedeutsamer dar, wenn man die Schwierigkeiten bemißt, die zur Kriegszeit durch die Arbeiter- und Materialverhältnisse bedingt sind und bedenkt, daß die Leitungsmaste vorwiegend in dem z. T. sehr kalten, vergangenen Winter zu errichten und hierbei, wie oben erwähnt — u. U.

Regel mit einem Zug von 12–16 kg/qmm beansprucht. Sie ist an Tellerisolatoren angeschlossen und überall dort, wo Verkehrswege irgend welcher Art gekreuzt werden, als Netzleitung ausgebildet.

Etwa in je 2 km Entfernung stehen Abspann- (Gruppen-) Maste, die bei einem etwaigen Reißen der Leitung ein Nachgeben der alsdann einseitig überbeanspruchten Normalmaste verhindern sollen. Die normale Mastentfernung ist 100 m.

Die Höhe der normalen Tragmaste beträgt 15,0 m manchmal auch bis 17 m, ihr Spitzenzug 400 kg, Erheblich stärker belastet sind die Eckmasten, die für Spitzenzüge von 1000, 1500, 2000, in einzelnen Fällen sogar von 3000 kg berechnet werden mußten und nicht selten Höhen bis zu 18,0 m

erreichen. Während für die normalen Tragmasten zur Bewehrung Flußeisen mit einer Zugfestigkeit von 4000 bis 4500 kg/qcm herangezogen wurde, ist die Haupt-Eiseneinlage in den Sondermasten, namentlich den stark beanspruchten Eckmasten in Stahl von 6000—7000 kg/qcm Zerreißfestigkeit ausgebildet. Im einzelnen ist die Bewehrung die bekannte und seit langem bewährte, also aus Längs-

den Zug mit normaler Sicherheit aufzunehmen vermag.^{*)}

Da die bisher im Cossebauder Werk aufgestellten Schleudermaschinen — größere sind erst im Bau — nur Mastlängen bis zu 15,0 m zu schleudern gestatten, ist bei höheren Masten ein Aufsetzen eines oberen Stückes und dessen feste Ankuppelung nicht zu vermeiden. Dieser Anschluß

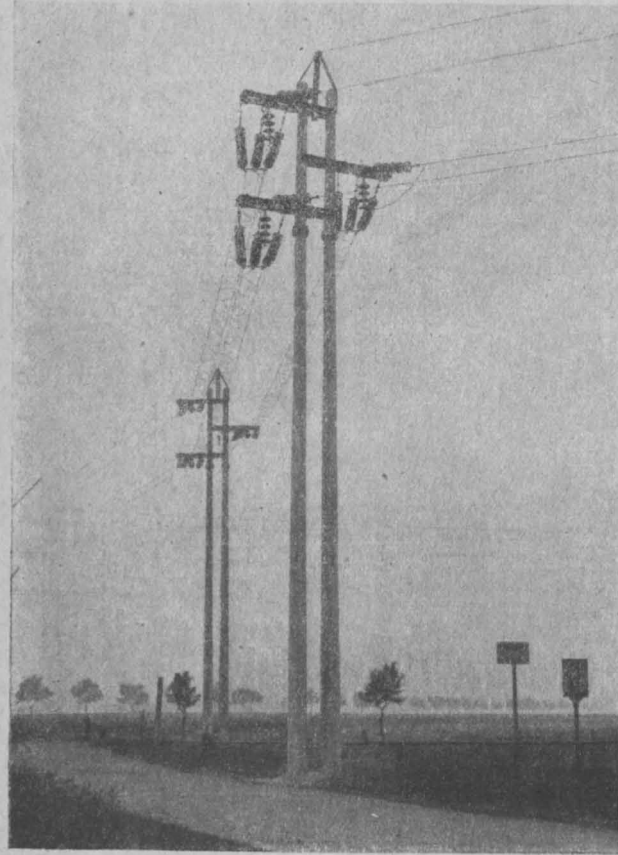


Fig. 3.

rundeisen und 3 sie verbindenden äußeren wie inneren Drahtspiralen gebildet.

Neben einfachen Masten kommen Doppelmaste und zwar bis zu 1000 kg Spitzenzug unverbunden, bei höherer Belastung aber durch gußeiserne Querkuppelung zu einer gemeinsamen Querschnittwirkung vereinigt vor. Die Eckmaste sind naturgemäß stets so gestellt, daß für die Mittelkraft aus beiden Zugkräften die Hauptachse des Doppelmastes in Frage kommt, der das Hauptwiderstandsmoment entspricht; zudem ist selbstverständlich dafür gesorgt, daß, wenn an dieser Stelle eine Leitung einmal wider Erwarten reißen sollte, der Mast den einseitig verbleiben-

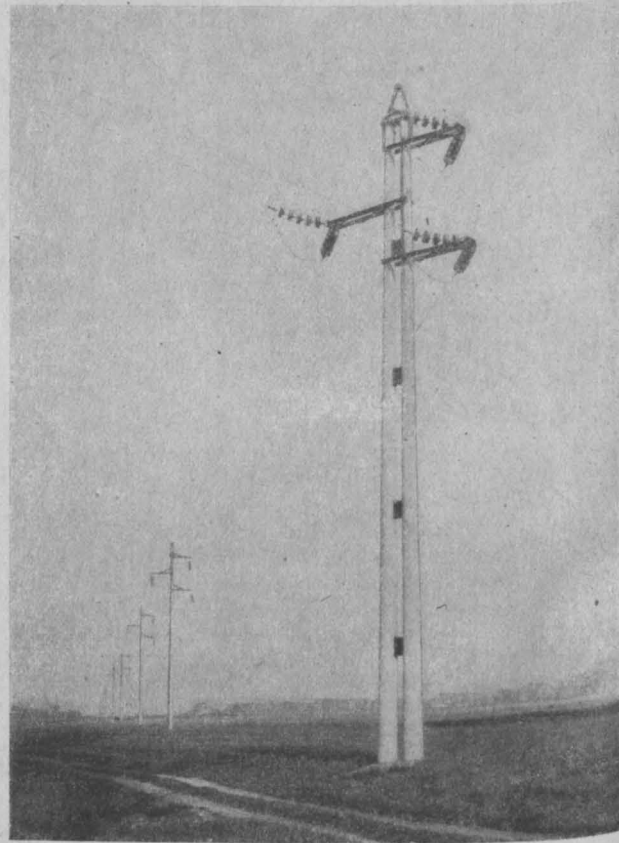


Fig. 4.

wird durch doppelte gußeiserne tellerartige Verbindungen bewirkt, die auf den Spitzen der 15 m Masten aufgeschraubt werden, mittelst fester Verschraubungen sowohl die Trageisen der unteren als auch der oberen Teile aufnehmen und seitlich unter sich unwandelbar verbunden werden, somit also das auf die Stoßstelle entfallende Biegemoment einwandfrei übernehmen können.

Immerhin ist nicht zu verkennen, daß durch die Hineintragung des anders gearteten Baustoffes — Gußeisen an der Stoßstelle — ein auch elastisch

^{*)} Vergl. hierzu auch Armierter Beton 1916 Heft 9 S. 218. Hier ist diese Frage ausführlicher behandelt.

anders als der Verbund wirkendes Mittel eingeführt wird. Wenn auch die bisher vielfach ausgeführte gußeiserne Stoßkonstruktion zu Bedenken oder Ausständen keinerlei Veranlassung gegeben hat, so ist es doch verständlich, daß das Werk, an der stetigen Verbesserung seiner Masten wissenschaftlich arbeitend, gerade der Stoßausbildung besonderes Interesse zugewendet hat. Durch Versuche ist es hierbei neuerdings gelungen, eine Stoßkonstruktion, die vollkommen in dem Rahmen der Verbundschleudermaste bleibt, dadurch zu erzielen, daß man beim Schleuderkörper die Eiseneinlage an der Stoßstelle aus dem Schleuderkörper auf etwa 1 m Länge herausstehen läßt, entsprechend, nur mit nach unten heraustretenden Längsstäben den oberen Mastteil herstellt und dann beide Teile durch Ineinanderschieben der Eisenbewehrung, Verbindung dieser und Ausstampfen der Stoßstelle (von rd. 1,00 m Länge) durch Beton unwandelbar zu einer normalen Verbundkonstruktion vereinigt. Versuche mit Abbiegen des so gestoßenen Teiles haben ergeben, daß die so gewonnene Verbindung gleich elastisch wie der Mast arbeitet und in ihr eine sogar höhere Festigkeit — erklärlich durch die hier liegenden starken Eisenmengen — bedingt ist. Jedenfalls ist die neue Ausführungsart wie die ältere absolut biegesicher.

Der Anschluß der Leitung findet bei den normalen Tragmasten durch ein Dreieckskonsol statt, das in seinem Unterdruckgurt aus einem Winkeleisen, im Zugobergurt aus einem Flach-eisen besteht. Beide Eisen sind durch je nur einen eisernen Schraubenbolzen an dem Mast festgelegt. Bei den Doppelmasten werden für den gleichen Zweck nur C-Eisen verwendet, welche zur Aufnahme des Biegemomentes aus der Last der Leitung hier allerdings mit je 2 Eisenbolzen am Mast angeschlossen sind. Die Öffnungen für die spätere Durchführung dieser Eisenbolzen werden von vornherein bei der Mastherstellung freigelassen. Zu diesem Zweck wird hier ein eiserner, an Durchmesser kleinerer, aber mit einer Papphülse versehener Bolzen, in den Schleudermast bei dessen Erzeugung mit eingeschleudert; um — da die Papphülse in dem umgebenden Beton eine leichte Lösung gestattet — später wieder zur Freigabe des Bolzenloches herausgenommen zu werden.

Die Fundierung der Maste erfolgte an normalen Stellen bei gutem Baugrunde und normaler Belastung in der Regel durch Vermittlung von aus Beton hergestellten Erdplatten, die vermittelt eiserner Laschen einseitig an die Mastfüße angeschlossen werden und je nach den örtlichen Verhältnissen zu mehreren übereinander Verwendung finden, und somit den Mast gegenüber den auf ihn einwirkenden Umsturzkraften fest verankern. Die Platten wurden nach der Mohr'schen Druck-

verteilung bei Einspannung von Pfählen im Erdreich derart bemessen, daß nur ein Höchstboden-druck von 2 kg/qcm auftritt.

Bei stärkerem Spitzenzug, also vorwiegend bei den Sondermasten, ist eine vollkommene Einspannung des Mastes durch Anwendung eines zusammenhängenden, bis 2,0 m unter Gelände reichenden Betonfundamentes erreicht. Für die Fundamentbemessung ist auch hier die Forderung maßgebend, daß die Bodenpressung, selbst bei totaler einseitiger Belastung oder beiderseitiger Vollbelastung 2 kg/qcm nicht überschreiten darf.

Beispiele der Mastausbildung, wegen deren Einzelheiten, auf frühere Veröffentlichungen verwiesen sei, geben die Fig. 1—4 wieder. Fig. 1 stellt eine normale Strecke mit ihren je 100 m von einander entfernten Tragmasten dar. Deutlich geben sich das 3-Phasensystem der Leitung, die auf den Spitzen der Masten gestützte Erdleitung, sowie die Befestigung der Hochspannungsleitung durch Tellerisolatoren und die vorbeschriebenen kleinen eisernen Konsolträger zu erkennen. Die Länge der Maste beträgt hier 15,0 m.

In Fig. 2 ist die Kreuzung einer Straße bei Gauernitz durch die Leitung unter Verwendung zweier Tragmaste von je 18,0 m Länge dargestellt. — Hier zeigt sich einmal als Besonderheit das Betonfundament, zum anderen der mit gußeisernen tellerförmigen Platten ausgeführte obere Maststoß. Das Bild läßt den Übergang nach Errichtung der Maste aber vor Anschluß der Leitung und ihrer besonderen Teile erkennen.

Fig. 3 zeigt die Ausbildung der Überschreitung der Eisenbahn bei Sörnwitz durch die Hochspannungsleitung. Hier sind aus je 2 Einzelmasten ohne besondere Zwischenverbindung gebildete Maste verwendet, die ebenfalls in Betonfundamenten fest eingespannt, wie die in Fig. 2, 18 m hoch sind, eine Stoßausbildung in 15 m Höhe deutlich erkennen lassen und endlich die Verwendung der vorerwähnten C-Eisen als Konsolen für die Aufhängung der Leitung zeigen. Zugleich gibt dieser Übergang auch ein Beispiel für die Anordnung der „Netzleiter“ am Übergang über Verkehrswege. Die hier dargestellten Maste sind zugleich Eckmaste, da die Leitung die Bahn schräg schneidet, der eigentliche Übergang aber in senkrechter Richtung zur Bahnachse, um die Kreuzung möglichst kurz zu halten, bewirkt ist.

Einen einzelnen, sehr stark beanspruchten Eckmast, nebst sich anschließender Normalleitung, gibt Fig. 4 wieder. Hier sind beide Maste durch eiserne Klötze und eine obere Platte zu einem statisch wirksamen Gesamtquerschnitt verbunden und wieder in ein gemeinsames Betonfundament eingespannt. Die Abbildung zeigt zugleich, wie sich der Mast in seiner Hauptrichtung in die

Ebene der Mittelkraft aus den beiden, fast unter 90° zusammenlaufenden Zugrichtungen einfügt.

Zwei weitere, namentlich vom architektonischen Standpunkte wertvolle neuzeitliche Verwendungen von Verbund-Schleudermasten lassen die Fig. 5 bis 8 und Fig. 9 erkennen. Die Fig. 5–8 geben die Prunk- und Lichtmaste wieder, welche vor dem neubauten Bahnhofsgebäude in Görlitz an der Stadtseite Aufstellung gefunden haben. Die Maste, Entwürfe des Stadtbaurats Dr. Küster in Görlitz, und ausgeführt von dem Cossebauder-Masten-Schleuderwerke, sind als fünfflämmige Lichtmaste (2 Stück) unmittelbar vor dem Ausgange, als zweiarmige Sockelmaste zu je 3 an der Vorplatzseite; und in Form von Lyra-Masten an der gegenüberliegenden Straßenseite

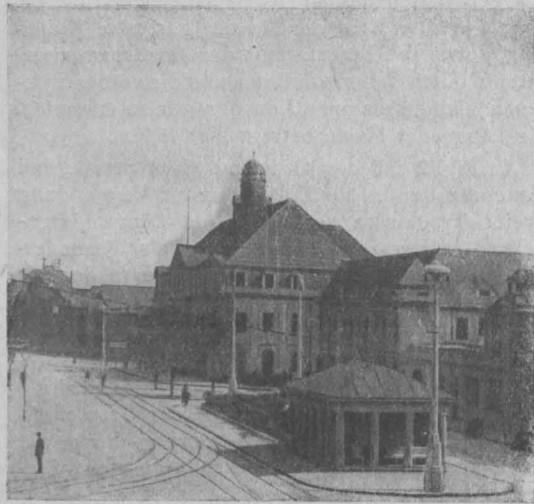


Fig. 5.

ausgebildet. Die Einzelbauart dieser drei Arten lassen die Fig. 6, 7 und 8 erkennen.

Bei den Mittelmasten, die gleich den zweiarmigen Kandelabern in allen ihren Hauptteilen aus Beton hergestellt sind, wurden der eigentliche Mast und sein oberer Teil aus normalem Sandbeton, der Sockelteil unter Zuhilfenahme von Dolomitsand gewonnen. Während der eigentliche Mast unbearbeitet und glatt, wie er aus der Schleudermaschine kommt, belassen ist, sind die Sockelflächen grob scharriert. Die Stromzuleitung findet, durch den Schleudervorgang bei der Mastherstellung, d. h. das Entstehen der Hohlkörper begünstigt, im Innern der Maste statt. Vorrichtungen für ein Herablassen der Lampen wurden nicht für notwendig erachtet, da die verwendeten Beleuchtungskörper erfahrungsgemäß 9 Monate oder länger ausdauern. Die Lichtpunkte der großen Maste liegen 9,00 m über der Straße. An

die Maste sind z. T. die Tragdrähte der elektrischen Leitung angeschlossen, vgl. Fig. 6.

Besonders ansprechend in ihrer Gesamtform und der Abwägung der einzelnen Teile sind die



Fig. 6.



Fig. 7.

kleinen Maste in Lyraform — Fig. 8 — mit ihrem $4\frac{1}{2}$ m über der Straße liegenden Lichtpunkte. Ebenso wirkungsvoll wie einfach in der Ausbildung ist hier die durchbrochene Überleitung der Lyra in den Verbund-Schleudermast, der für sich oben nur durch eine einfache Profilierung abgeschlossen ist. Die Lyra selbst ist aus Gasrohr gebogen und gestattet somit eine Stromzuleitung auf einfachstem Wege durch ihr Inneres.

Weniger monumental, aber doch in der Gesamtwirkung gut und den praktischen Bedürfnissen bestens Rechnung tragend, ist die in Fig. 9 dargestellte Anlage auf Bahnhof Wechselburg bei Chemnitz. Hier dienen der Beleuchtung seitlich etwa in halber Masthöhe beiderseits angeschlossene Betonkonsolen mit an sie angehängten Lampen, während der obere Mastteil, nicht weit von seinem Kopf entfernt, eiserne Traversen zur Stromfortleitung trägt.

Endlich sei noch — wenn auch kurz — eines Versuches Erwähnung getan, Schleudermaste für Verbund-Pfahlrammungen zu verwenden, der anlässlich des Baues der Pfeiler

Rammarbeiten einwandfrei erkennen, daß die Schleuderpfähle durch ihre konische Form weit größere Tragfähigkeit besitzen, als die gewöhnlichen, von oben bis unten gleich starken nor-

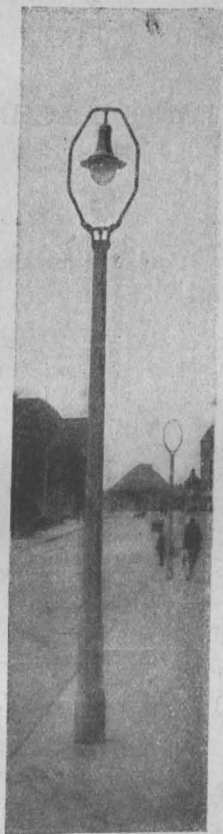


Fig. 8.

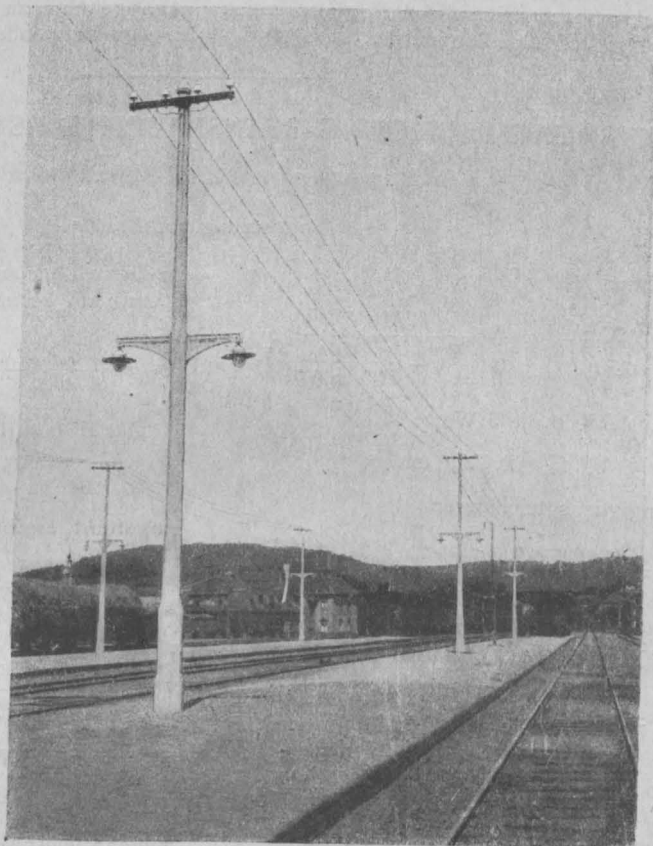


Fig. 9.

für die Dubissabrücke bei Lidowiany im Gouvernement Kowno von der Firma Dyckerhoff & Widmann im Jahre 1917 durchgeführt wurde.*) Allerdings waren die örtlichen Verhältnisse für Verwendung der Schleuderpfähle, namentlich was die Möglichkeit des Einspülens — im besonderen auch vom Pfahlinnern aus — betrifft, wenig günstig; zudem waren aber auch keine für die Rundpfähle geeigneten Schlaghauben vorhanden, da nur solche für Rechteckspfähle zur Verfügung standen und bei Zurichten der Schleuderpfahlköpfe für sie die Eisen der Bewehrung freigelegt werden mußten. Trotz aller dieser Schwierigkeiten ließen aber die

malen Betonpfähle. Auch ergab sich hier bei Handhabung während des Transportes bis zur Verwendungsstelle und an der Ramme selbst, daß die hohe Elastizität der Schleuderpfähle eine besonders große Gewähr gegen Bruch und Beschädigung während der Bauarbeit bietet, hierin also der Schleuderpfahl dem normalen Verbundpfahl überlegen sein dürfte. Endlich zeigte sich auch — wenn auch nur im Einzelfall — daß der Verbund-Schleuderpfahl bei Einrammungstiefen noch vollkommen schlagfähig verblieb, bei denen die normalen Pfähle bereits alle am Kopfe so weitgehend zerstört waren, daß sie nicht tiefer geschlagen werden konnten.

*) Die hier verwendeten 4 Schleuderpfähle hatten Längen von 13,10 m einschließlich der 30 cm langen Eisenspitze und Durchmesser oben von 45 cm, unten von 26 cm. Die zum Vergleich herangezogene, vollen Verbundpfähle waren 15,20 m lang und hatten einen überall gleichen quadratischen Querschnitt von 35 cm Breite.

Hoffentlich wird nach Kriegsende bald einmal sich Gelegenheit bieten, die Schleudermaste in Form von Ramppfählen und bei Verwendung besonderer, für sie hergestellter Schlaghauben, sowie unter Zuhilfenahme von namentlich innerer

Wasserspülung einer vergleichenden Untersuchung mit normalen Verbund, daneben aber auch mit Holzpfehlen, zu unterziehen; solche Untersuchungen dürften alsdann fraglos erweisen, daß die Verbund-Schleuderpfähle, geeignet behandelt und gerammt, eine hoch wertvolle Bereicherung des Grundbaues in sich schließen und für die vielseitig-

sten Verwendungszwecke geeignet und kaum zu übertreffen sind.

Alles in allem ergibt sich, daß die Schleudermaste sich weiter ihre Stellung, die ihnen wegen ihres inneren Wertes und ihrer vielseitigen Vorzüge gebührt, zu sichern und überall mit bestem Erfolge Verwendung zu finden vermögen.

DER AUF EINFACHE BIEGUNG BEANSPRUCHTE EISENBETONQUERSCHNITT

Von Max Schendera, Zivil-Ingenieur in Neuß.

(Fortsetzung von S. 199.)

Aus I und VII wird

$$\frac{\sigma_e f_c (\sigma_e + n \sigma_b)}{\frac{b}{2} \sigma_b^2 n} = \frac{M}{\sigma_e f_c \left(1 - \frac{n \sigma_b}{3(\sigma_e + n \sigma_b)}\right)}$$

und hieraus folgen die 5 Werte

$$b, f_c, M, \sigma_e \text{ und } \sigma_b$$

die Abhängigkeitsgleichungen

$$\text{XI. } M = \frac{2}{3} \frac{f_c^2 \sigma_e^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}{b n \sigma_b} = \delta \frac{f_c^2}{b},$$

$$\text{XII. } f_c = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{n \sigma_b^2}{\sigma_e^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}} \sqrt{M b}$$

$$= \rho \sqrt{M b},$$

$$\text{XIII. } b = \frac{f_c^2}{M} \frac{2}{3} \frac{\sigma_e^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}{\sigma_b^2 n} = \gamma \frac{f_c^2}{M}.$$

Diesen 3 Gleichungen ist der Faktor

$$\frac{\sigma_e^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}{n \sigma_b^2}$$

resp. dessen Wurzel aus dem reziproken Wert gemeinsam. Für verschiedene Randspannungsverhältnisse ergeben sich nachstehende Werte:

$\sigma_b = 20$	$\sigma_e = 1000$	$\delta = 400\,000$	$\rho = 0,001\,58$
35	"	147\,000	0,002\,60
40	"	116\,667	0,002\,93
50	"	80\,000	0,003\,54
$\sigma_b = 20$	$\sigma_e = 1200$	$\delta = 672\,000$	$\rho = 0,001\,22$
35	"	243\,000	0,002\,03
40	"	192\,000	0,002\,28
50	"	130\,560	0,002\,77

Hieraus ergibt sich eine wichtige Bestimmungsgleichung zwischen f_c , M und b , und zwar muß stets angenähert $f_c = 0,001$ bis $0,004 \sqrt{M b}$ sein.

$$\text{XIV. } \sigma_b^3 + \frac{2}{3} \sigma_e^2 n \sigma_b = \frac{1}{2} M b \frac{n \sigma_b^2}{f_c^2}.$$

Diese Gleichung enthält σ_e^3 und geschieht die Lösung am besten durch probieren.

$$\sigma_b = \frac{2}{3} \frac{\sigma_e^2 f_c^2}{M b} + \sqrt{\left[\frac{2}{3} \frac{\sigma_e^2 f_c^2}{M b}\right]^2 + \frac{2}{n} \frac{\sigma_e \sigma_e^2 f_c^2}{M b}}$$

Als Hilfswert

$$\alpha = \frac{2 \sigma_e^2 f_c^2}{M b}$$

eingeführt, ergibt

$$\text{XV. } \sigma_b = \frac{1}{3} \alpha + \sqrt{\left[\frac{1}{3} \alpha\right]^2 + \frac{\sigma_e}{n} \alpha}.$$

Aus III und XII wird

$$f_c = \frac{b n (h - a) \sigma_b^2}{2 \sigma_e (\sigma_e + n \sigma_b)} = \sqrt{\frac{3 M b n \sigma_b^2}{2 \sigma_e^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}}$$

oder für die 5 Werte

$$(h - a), b, \sigma_e, \sigma_b, M$$

folgen die Abhängigkeitsgleichungen

$$\text{XVI. } b = \frac{6 M}{(h - a)^2} \frac{(\sigma_e + n \sigma_b)^2}{n \sigma_b^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}$$

$$= \alpha \frac{6 M}{(h - a)^2},$$

$$\text{XVII. } (h - a) = \sqrt{\frac{6 M}{b}} \sqrt{\frac{(\sigma_e + n \sigma_b)^2}{n \sigma_b^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}}$$

$$= \beta \sqrt{\frac{6 M}{b}},$$

$$\text{XVIII. } M = \frac{b (h - a)^2 n \sigma_b^2 (3 \sigma_e + 2 n \sigma_b)}{6 (\sigma_e + n \sigma_b)^2}$$

$$= \gamma \frac{b (h - a)^2}{6}.$$

Auch diese 3 Gleichungen haben nach Wahl der Randspannungen einen gemeinsamen Faktor der als solcher, mit seinem Wurzelwert und seinem reziproken Wert vorkommt. Für die nachstehenden Werte wird

$\sigma_b = 20$	$\sigma_e = 1000$	$\alpha = 0,0782$	$\beta = 0,280$	$\gamma = 12,8$
35	"	0,0312	0,177	32,0
40	"	0,0254	0,159	39,4
50	"	0,01815	0,135	55,1
$\sigma_b = 20$	$\sigma_e = 1200$	$\alpha = 0,0893$	$\beta = 0,299$	$\gamma = 11,2$
35	"	0,0348	0,187	28,7
40	"	0,0281	0,168	35,6
50	"	0,0199	0,141	50,3

$$\text{XIX. } \sigma_b^3 + \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_e}{n} - \frac{3 \mathfrak{M}}{b(h-a)^2}\right) \sigma_b^2 - 6 \frac{\sigma_e}{n} \frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} \sigma_b = 3 \left(\frac{\sigma_e}{n}\right)^2 \frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2}$$

$$\text{XX. } \sigma_e = n \sigma_b \left[\frac{1}{4} \frac{b(h-a)^2 \sigma_b}{\mathfrak{M}} - 1 + \sqrt{\frac{b(h-a)^2 \sigma_b}{\mathfrak{M}} \left(\frac{1}{16} \frac{b(h-a)^2 \sigma_b}{\mathfrak{M}} - 0,167 \right)} \right]$$

Diese Gleichungen für σ_b und σ_e werden zu umfangreich und kann man sich hierbei helfen, insofern als man erst aus den anderen Gleichungen die sechste unbekannte Größe ermittelt und dann erst σ_b oder σ_e .

Aus Gleichung $x = 3 \left((h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e} \right)$ den Wert in Gleichung $\frac{b x^2}{2} = n f_e (h-a-x)$ eingesetzt, ergibt die Abhängigkeitsgleichungen für

$$(h-a), b, f_e, \mathfrak{M}, \sigma_e,$$

und zwar wird

$$\text{XXI. } h-a = \alpha - \beta + \sqrt{(\alpha - \beta)^2 - \alpha(\alpha - 3\beta)}$$

worin

$$\alpha = \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e}; \quad \beta = \frac{2n f_e}{9 b},$$

$$\text{XXII. } b = \frac{2n f_e \left[(h-a) - 3 \left\{ (h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e} \right\} \right]}{\left[3 \left\{ (h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e} \right\} \right]^2}$$

Setzt man

$$\frac{\mathfrak{M}}{2 \sigma_e} = \alpha; \quad \frac{9b}{n} = \beta$$

wird

$$\text{XXIII. } f_e^3 + f_e^2 \left[\frac{\beta(h-a)}{4} - \frac{3\alpha}{(h-a)} \right] - f_e \alpha \beta + \frac{\alpha^2 \beta}{(h-a)} = 0.$$

Setzt man

$$\sigma_e f_e = \alpha; \quad \frac{4n f_e}{9b} = \beta$$

wird

$$\text{XXIV. } \mathfrak{M} = \alpha \left\{ (h-a) + \frac{3}{4} \beta \right\} + \alpha \sqrt{\left\{ (h-a) + \frac{3}{4} \beta \right\}^2 - [(h-a) + \beta](h-a)}.$$

Setzt man

$$\frac{\mathfrak{M}}{f_e^2 (h-a)} = \alpha; \quad \frac{n f_e}{9b} = \beta; \quad (h-a) - 4\beta = c$$

so wird

$$\text{XXV. } \sigma_e = \frac{\alpha f_e \{ 3\beta + (h-a) \}}{c} + \sqrt{\left[\frac{\alpha f_e \{ 3\beta + (h-a) \}}{c} \right]^2 - \frac{\alpha \mathfrak{M}}{c}}$$

Für die 5 Werte $(h-a)$, b , f_e , σ_b , \mathfrak{M} ergeben sich die Abhängigkeitsgleichungen am raschesten durch Ausrechnung des Wertes x .

Es wird

$$x = \frac{n f_e}{b} \left[\sqrt{1 + \frac{2b(h-a)}{n f_e}} - 1 \right] \quad (a)$$

und daraus erhält man

$$\text{XXVI. } \mathfrak{M} = \sigma_b \frac{b}{2} x (h-a-x) \quad (b)$$

$$\text{XXVII. } \sigma_b = \frac{2 \mathfrak{M}}{b x \left(h-a - \frac{x}{3} \right)}$$

Aus Gleichung b folgt:

$$x = \frac{3}{2} (h-a) - \sqrt{\left[\frac{3}{2} (h-a) \right]^2 - \frac{6 \mathfrak{M}}{\sigma_b b}} \quad (c)$$

Hieraus ergibt sich eine wichtige Abhängigkeit zwischen $h-a$, σ_b , b und \mathfrak{M} . Damit x reell ist, muß sein

$$\frac{3}{2} (h-a)^2 \sigma_b b > 6 \mathfrak{M}$$

oder

$$\frac{1}{4} (h-a)^2 \sigma_b b > \mathfrak{M}.$$

Bei gegebenen Randspannungsverhältnissen σ_b und σ_e wird

$$x = \frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} (h-a)$$

diesen Wert in a eingesetzt ergibt

$$\frac{\mathfrak{M}}{b} = \left| \frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} \left[\frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} - 3 \right] \right| \frac{\sigma_b}{6} (h-a)^2$$

oder da man für den Wert

$$\frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} \left[\frac{n \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b} - 3 \right] \frac{\sigma_b}{6}$$

Tabellen ausrechnen kann, wird

$$\mathfrak{M} = \alpha b (h-a)^2.$$

In Tabelle III sind die Werte für α bei den wichtigsten Spannungszahlen von Beton und Eisen ermittelt worden. Außerdem enthält Tabelle III unter β den Wert für die Gleichung $x = \beta (h-a)$.

Tabelle III.

$x = \beta(h-a)$		$\mathfrak{M} = \alpha(h-a)^2 b$	
$\sigma_e = 1200$	$\sigma_b = 60$	$\beta = 0,429$	$\alpha = 11,0$
		55	9,68
		50	8,38
		45	7,12
		40	5,92
		35	4,78
		30	3,72
		25	2,74
		20	1,87
		15	1,12
		10	0,535
		5	0,163
$\sigma_e = 1000$	$\sigma_b = 60$	$\beta = 0,473$	$\alpha = 11,95$
		55	10,55
		50	9,18
		45	7,85
		40	6,57
		35	5,33
		30	4,17
		25	3,10
		20	1,92
		15	1,29
		10	0,624
		5	0,134
$\sigma_b = 40$	$\sigma_e = 1200$	$\beta = 0,333$	$\alpha = 5,92$
		1150	6,06
		1100	6,23
		1050	6,38
		1000	6,56
		950	6,74
		900	6,93
		850	7,13
		800	7,35
		750	7,57
		700	7,81
		600	8,33
		500	8,93
		400	9,60
	$\sigma_b = 35$	$\sigma_e = 1200$	$\beta = 0,304$
		1150	4,91
		1100	5,04
		1050	5,18
		1000	5,33
		950	5,49
		900	5,65
		850	5,83
		800	6,02
		750	6,22
		700	6,43
		600	6,90
	500	7,44	
	400	8,05	

Setzt man bei gegebenem \mathfrak{M} , b , $(h-a)$

$$\frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} = \alpha,$$

so findet man unter α in der Tabelle III koordinierte Spannungszahlen für die Wahl von f_e .

Z. B. für $\mathfrak{M} = 36750$ cmkg; $(h-a) = 7,0$ cm; $b = 150$ cm wird,

$$\frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} = \frac{36750}{150 \cdot 7^2} = \alpha = 5,0$$

und aus Tabelle III die Spannungen

$$\sigma_b : \sigma_e = 35/1100 \text{ oder } 36,3/1200 \text{ resp. } 33,6/1000$$

je nach der Größe der eingelegten Eisen.

Für die direkte Ermittlung von f_e setze man

$$\frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b} = \alpha; \quad \left[\frac{3}{2} b(h-a) \right]^2 = \beta;$$

$$2 \{ b(h-a)^2 - \alpha \} = \gamma;$$

$$\frac{\left\{ \beta - \frac{10}{4} \alpha b \right\} (h-a)}{\gamma} = d$$

alsdann wird

$$\text{XXVIII. } f_e = \frac{1}{n} \left[d - \sqrt{d^2 + \frac{\alpha^2 b}{\gamma}} \right].$$

Zur Ermittlung von b setzt man

$$\frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b(h-a)} = \alpha; \quad \frac{4n f_e}{9(h-a)} = \beta$$

und

$$\frac{\alpha}{9(h-a)} \left[5 + \frac{\alpha}{n f_e} \right] - \frac{\beta}{2} = \gamma,$$

alsdann wird

$$\text{XXIX. } b = \gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{\beta \alpha}{(h-a)}}$$

oder auch angenähert

$$b = \frac{\mathfrak{M}}{3 \sigma_b (h-a)^2} \left[10 + \frac{6\mathfrak{M}}{\sigma_b (h-a) n f_e} \right],$$

welcher Wert für die gewöhnliche Rechnung mit Rechenschieber vollständig genau genug wird.

Die direkte Gleichung für $(h-a)$ enthält diesen Wert in der dritten Potenz

$$\text{XXX. } \frac{9}{2} b(h-a)^3 + 2n f_e (h-a)^2 - 5 \frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b} (h-a) = \frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b} \left[\frac{2n f_e}{b} + \frac{1}{n f_e} \frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b} \right].$$

Dadurch wird die Ausrechnung schwierig, sodaß diese Gleichung nur der Vollständigkeit halber angeführt ist.

In Tabelle IV ist für verschiedene Randspannungsverhältnisse der Wert r aus der Gleichung $(h-a) = r \sqrt{\mathfrak{M} b}$ errechnet, und in Tafel 1 zu einem Schaubild aufgetragen worden, woraus man für gegebene Querschnittsverhältnisse $b(h-a)$ und f_e koordinierte Spannungszahlen findet.

Z. B. für $b = 150,0$ cm, $h-a = 7,0$ cm, $f_e = 5,5$ qcm wird

$$\frac{b(h-a)}{f_e} = 0,524 \text{ v. H.}$$

Diesen Wert in der graphischen Tafel aufgesucht, ergibt folgende einander zugeordneten Spannungszahlen:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1250}{40}, \quad \frac{1100}{35}, \quad \frac{900}{30}$$

Tabelle IV.

Für einfache Eiseneinlagen nur in der Zugzone wird $h - a = \frac{\gamma + n}{\sqrt{3\gamma + 2n}} \sqrt{\frac{6}{n\sigma_b}} \sqrt{\frac{M}{b}} = r \sqrt{\frac{M}{b}}$.

Randspannungs- verhältnis $\gamma = \frac{\sigma_c}{\sigma_b}$	$\sigma_b = 50$	45	40	35	30	25	20	15	10	5	1	$\frac{\gamma + n}{\sqrt{3\gamma + 2n}}$	f_c in v. H.
	$\sqrt{\frac{6}{n\sigma_b}} = 0,0895$	0,0943	0,100	0,1063	0,1154	0,1265	0,1414	0,1634	0,200	0,283	0,632		
80	$r = 0,517$ $\sigma_c = 4000$	0,545 3600	0,578 3200	0,619 2800	0,665 2400	0,729 2000	0,815 1600	0,946 1200	1,156 800	1,63 400	3,66 80	5,7821	0,099
75	$r = 0,504$ $\sigma_c = 3750$	0,531 3375	0,564 3000	0,603 2625	0,650 2250	0,710 1875	0,800 1500	0,920 1125	1,127 750	1,59 375	3,56 75	5,635	0,111
70	$r = 0,491$ $\sigma_c = 3500$	0,518 3150	0,549 2800	0,587 2450	0,631 2100	0,695 1750	0,776 1400	0,900 1050	1,097 700	1,55 350	3,47 70	5,488	0,126
65	$r = 0,477$ $\sigma_c = 3250$	0,503 2925	0,533 2600	0,570 2275	0,614 1950	0,675 1625	0,756 1300	0,870 975	1,066 650	1,51 325	3,37 65	5,333	0,144
60	$r = 0,463$ $\sigma_c = 3000$	0,488 2700	0,518 2400	0,554 2100	0,600 1800	0,653 1500	0,733 1200	0,846 900	1,035 600	1,46 300	3,27 60	5,176	0,167
55	$r = 0,449$ $\sigma_c = 2750$	0,473 2475	0,502 2200	0,537 1925	0,580 1650	0,635 1375	0,709 1100	0,820 825	1,003 550	1,42 275	3,17 55	5,015	0,195
50	$r = 0,434$ $\sigma_c = 2500$	0,457 2250	0,484 2000	0,518 1750	0,560 1500	0,613 1250	0,686 1000	0,791 750	0,969 500	1,37 250	3,06 50	4,844	0,231
45	$r = 0,418$ $\sigma_c = 2250$	0,440 2025	0,467 1800	0,500 1575	0,539 1350	0,591 1125	0,661 900	0,763 675	0,934 450	1,32 225	2,95 45	4,669	0,278
40	$r = 0,400$ $\sigma_c = 2000$	0,422 1800	0,447 1600	0,478 1400	0,518 1200	0,566 1000	0,633 800	0,731 600	0,895 400	1,265 200	2,83 40	4,474	0,341
35	$r = 0,385$ $\sigma_c = 1750$	0,406 1575	0,430 1400	0,459 1225	0,498 1050	0,543 875	0,608 700	0,703 525	0,860 350	1,218 175	2,72 35	4,303	0,429
30	$r = 0,367$ $\sigma_c = 1500$	0,387 1350	0,410 1200	0,438 1050	0,472 900	0,518 750	0,580 600	0,671 450	0,820 300	1,16 150	2,59 30	4,101	0,556
25	$r = 0,349$ $\sigma_c = 1250$	0,368 1125	0,390 1000	0,417 875	0,451 750	0,494 625	0,551 500	0,638 375	0,780 250	1,10 125	2,47 25	3,902	0,750
20	$r = 0,330$ $\sigma_c = 1000$	0,348 900	0,369 800	0,395 700	0,426 600	0,467 500	0,522 400	0,604 300	0,737 200	1,04 100	2,33 20	3,688	1,07
15	$r = 0,310$ $\sigma_c = 750$	0,327 675	0,346 600	0,370 525	0,401 450	0,438 375	0,490 300	0,568 225	0,693 150	0,981 75	2,19 15	3,464	1,66
10	$r = 0,289$ $\sigma_c = 500$	0,314 450	0,323 400	0,345 350	0,373 300	0,408 250	0,456 200	0,528 150	0,645 100	0,913 50	2,04 10	3,226	3,00

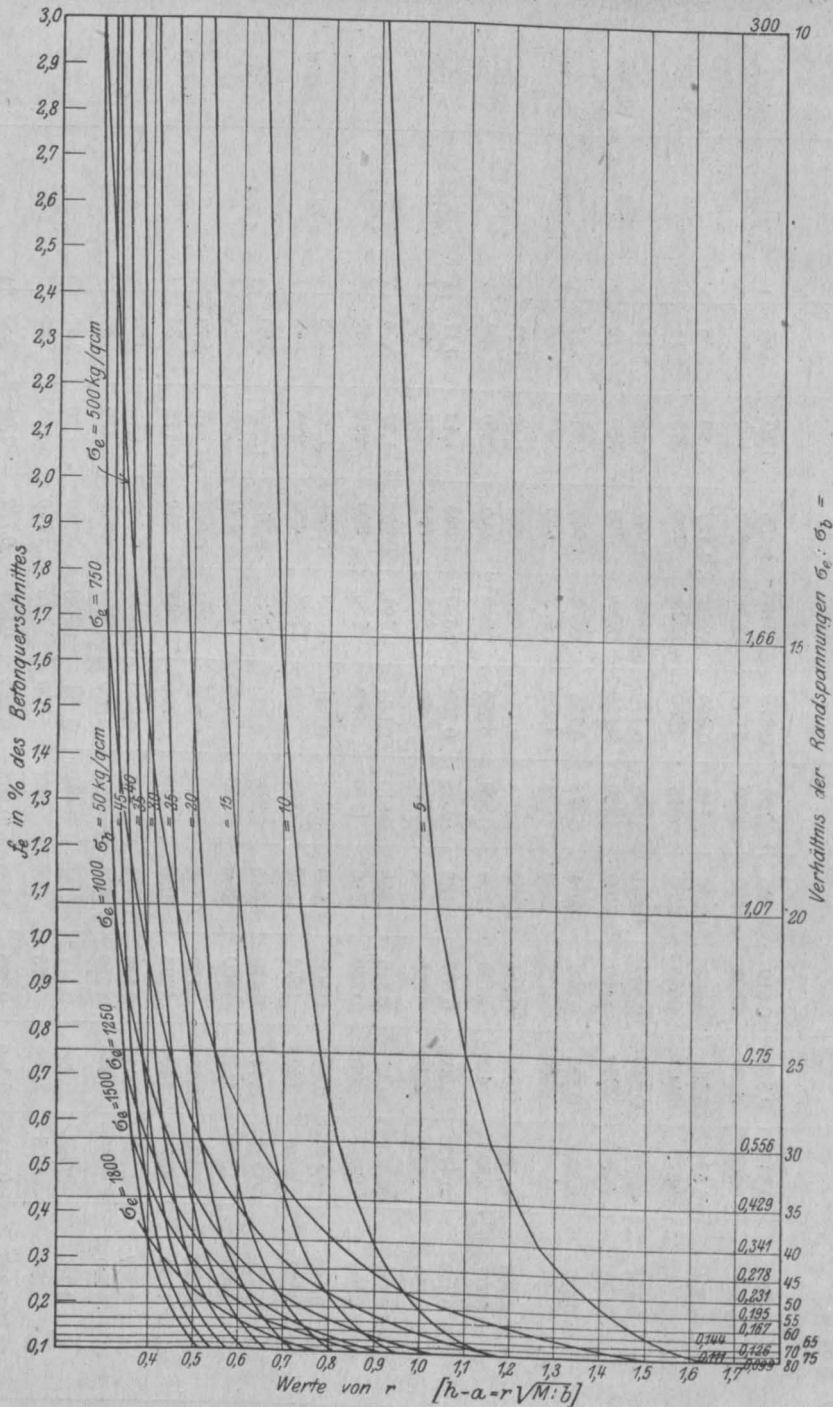


Fig. 1.

Im nachfolgenden sind die Formeln nach den jeweils gegebenen 4 Größen noch einmal übersichtlich zusammengestellt.

1. Gegeben: $h-a, b, t_e, M$.
Gesucht: σ_b, σ_e .

XXVII.
$$\sigma_b = \frac{2 M}{b x \left(h - a - \frac{x}{3} \right)}$$

XXV. $\sigma_e = \frac{\mathfrak{M}}{f_e \left(h - a - \frac{x}{3} \right)}$

2. Gegeben: $(h-a)$, b , f_e , σ_e .

Gesucht: \mathfrak{M} , σ_b .

IV. $\sigma_b = \frac{\sigma_e f_e}{b(h-a)} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2b(h-a)}{n f_e}} \right]$

XXIV. $\mathfrak{M} = \sigma_e f_e \left\{ (h-a) + \frac{1}{3} \frac{n f_e}{b} \right.$
 $\left. + \sigma_e f_e \sqrt{\left[(h-a) + \frac{1}{3} \frac{n f_e}{b} \right]^2 - \left[(h-a) + \frac{4n f_e}{9b} \right] (h-a)} \right\}$

3. Gegeben: $(h-a)$, b , f_e , σ_b .

Gesucht: \mathfrak{M} , σ_e .

XXVI. $\mathfrak{M} = \sigma_b \frac{b}{2} x (h-a-x)$.

V. $\sigma_e = \frac{n \sigma_b}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{2b(h-a)}{n f_e}} \right]$

4. Gegeben: $(h-a)$, b , \mathfrak{M} , σ_e .

Gesucht: f_e , σ_b .

XXIII. $f_e^3 + f_e^2 \left[\frac{9b(h-a)}{4n} - \frac{3\mathfrak{M}}{2(h-a)\sigma_e} \right]$
 $- f_e \frac{\mathfrak{M}}{2\sigma_e} \frac{9b}{n} + \frac{\left(\frac{\mathfrak{M}}{2\sigma_e} \right)^2 \frac{9b}{n}}{(h-a)} = 0$

XIX. $\sigma_b^3 + \left[\frac{3}{2} \frac{\sigma_e}{n} - \frac{3\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} \right] \sigma_b^2$
 $- 6 \left[\frac{\sigma_e}{n} \frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} \right] \sigma_b - 3 \left[\frac{\sigma_e}{n} \right]^2 \frac{\mathfrak{M}}{b(h-a)^2} = 0$

5. Gegeben: $(h-a)$, b , \mathfrak{M} , σ_b .

Gesucht: f_e , σ_e .

XXVIII. $f_e = \frac{1}{n} \left[d - \sqrt{d^2 + \frac{\alpha^2 b}{\gamma}} \right]$
worin $\alpha = \frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b}$; $\beta = \left[\frac{3}{2} b (h-a) \right]^2$;
 $\gamma = 2[b(h-a)^2 - \alpha]$;

$d = \frac{\left[\beta - \frac{10}{4} \alpha b \right] (h-a)}{\gamma}$

XX. $\sigma_e = n \sigma_b \left[\frac{1}{4} \alpha - 1 + \sqrt{\alpha \left[\frac{1}{16} \alpha - 0,167 \right]} \right]$

worin $\alpha = \frac{b(h-a)^2 \sigma_b}{\mathfrak{M}}$

6. Gegeben: $(h-a)$, b , σ_e , σ_b .

Gesucht: \mathfrak{M} , f_e .

XVIII. $\mathfrak{M} = \frac{b(h-a)^2 n \sigma_b^2 (3\sigma_e + 2n\sigma_b)}{6(\sigma_e + n\sigma_b)^2}$

III. $f_e = \frac{bn(h-a)\sigma_b^2}{2\sigma_e(\sigma_e + n\sigma_b)}$

7. Gegeben: $(h-a)$, f_e , \mathfrak{M} , σ_b .

Gesucht: b , σ_e .

XXIX. $b = \gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{\beta \alpha}{h-a}}$

worin $\alpha = \frac{3\mathfrak{M}}{\sigma_b(h-a)}$; $\beta = \frac{4n f_e}{9(h-a)}$;

und $\gamma = \frac{\alpha}{9(h-a)} \left[5 + \frac{\alpha}{n f_e} \right] - \frac{\beta}{2}$

angenähert wird

$b = \frac{\mathfrak{M}}{3\sigma_b(h-a)^2} \left[10 + \frac{6\mathfrak{M}}{\sigma_b(h-a)n f_e} \right]$

IX. $\sigma_e = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{n\sigma_b \mathfrak{M}}{f_e(h-a)}}$

worin $\alpha = \left[\frac{1}{2} \frac{\mathfrak{M}}{f_e(h-a)} - \frac{1}{3} n \sigma_b \right]$.

8. Gegeben: $(h-a)$, f_e , \mathfrak{M} , σ_e .

Gesucht: b , σ_b .

XXII. $b = \frac{2n f_e \left[(h-a) - 3 \left\{ (h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e} \right\} \right]}{\left[3 \left\{ (h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e} \right\} \right]^2}$

IV. $\sigma_b = \frac{\sigma_e}{n} \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e} - \frac{2}{3} f_e (h-a)$

9. Gegeben: $(h-a)$, f_e , σ_b , σ_e .

Gesucht: b , \mathfrak{M} .

II. $b = \frac{2 f_e}{h-a} \frac{\sigma_e (\sigma_e + n \sigma_b)}{\sigma_e^2 n}$

VIII. $\mathfrak{M} = \sigma_e f_e \left[(h-a) - \frac{n \sigma_b (h-a)}{3 \sigma_e + n \sigma_b} \right]$

10. Gegeben: $(h-a)$, \mathfrak{M} , σ_b , σ_e .

Gesucht: b , f_e .

X. $f_e = \frac{\mathfrak{M}}{(h-a)} \frac{1}{\sigma_e - \frac{n}{3} \frac{\sigma_e \sigma_b}{\sigma_e + n \sigma_b}}$

XVI. $b = \frac{6\mathfrak{M}}{(h-a)^2 n \sigma_b^2 (3\sigma_e + 2n\sigma_b)}$

11. Gegeben: b , f_e , σ_b , σ_e .

Gesucht: \mathfrak{M} , $(h-a)$.

XI. $\mathfrak{M} = \frac{2}{3} \frac{f_e^2}{b} \frac{\sigma_e^2 (3\sigma_e + 2n\sigma_b)}{n \sigma_b}$

I. $(h-a) = \frac{\sigma_e f_e (\sigma_e + n \sigma_b)}{\frac{b}{2} \sigma_b^2 n}$

12. Gegeben: b , f_e , σ_b , \mathfrak{M} .

Gesucht: σ_e , $(h-a)$.

XIII. $\sigma_e^3 + \frac{2}{3} \sigma_e^2 n \sigma_b - \frac{1}{2} \mathfrak{M} b \frac{n \sigma_b^2}{f_e^2} = 0$

XXX. $(h-a)^3 \frac{9}{2} b + 2n f_e (h-a)^2 - \frac{15 \mathfrak{M}}{\sigma_b} (h-a)$
 $- \frac{3 \mathfrak{M}}{\sigma_b} \left[\frac{2n f_e}{b} + \frac{1}{n f_e} \frac{3 \mathfrak{M}}{\sigma_b} \right] = 0$

13. Gegeben: b , f_e , σ_e , \mathfrak{M} .

Gesucht: σ_b , $(h-a)$.

XV. $\sigma_b = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \alpha \frac{3}{n} \frac{\sigma_e}{\sigma_e}}$

worin $\alpha = \frac{2}{3} \frac{\sigma_e^2 f_e^2}{\mathfrak{M} b}$

XXI. $(h - a) = \alpha - \beta + \sqrt{[\alpha - \beta]^2 - \alpha [\alpha - 3\beta]}$

worin $\frac{\mathfrak{M}}{\sigma_c f_c} = \alpha$; $\frac{4}{9} \frac{n f_c}{b} = \beta$.

14. Gegeben: $b, \sigma_b, \sigma_c, \mathfrak{M}$.

Gesucht: $(h - a), f_c$.

XII. $f_c = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{n \sigma_b^2}{\sigma_c^2 [3 \sigma_c + 2 n \sigma_b]}} \sqrt{\mathfrak{M} b}$,

XVII. $(h - a) = \sqrt{\frac{(\sigma_c + n \sigma_b)^2}{n \sigma_b^2 [3 \sigma_c + 2 n \sigma_b]}} \sqrt{\frac{6 \mathfrak{M}}{b}}$.

15. Gegeben: $f_c, \sigma_b, \sigma_c, \mathfrak{M}$.

Gesucht: $b, (h - a)$.

XIII. $b = \frac{f_c^2}{\mathfrak{M}} \frac{2 \sigma_c^2 [3 \sigma_c + 2 \sigma_b]}{3 \sigma_c^2 n}$,

VII. $(h - a) = \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_c f_c \left[1 - \frac{n \sigma_b}{3 \sigma_c + n \sigma_b} \right]}$.

Zum Schluß sei noch in der beigefügten Tabelle die vorstehend entwickelten Formeln nach der gesuchten Größe zusammengestellt.

Gesucht	Gleichung Nr.	Gegeben					
		$h-a$	b	f_c	σ_b	σ_c	\mathfrak{M}
M	VIII	—	—	—	—	—	—
	XI	—	—	—	—	—	—
	XVIII	—	—	—	—	—	—
	XXIV	—	—	—	—	—	—
	XXVI	—	—	—	—	—	—
σ_c	V	—	—	—	—	—	—
	IX	—	—	—	—	—	—
	XIV	—	—	—	—	—	—
	XX	—	—	—	—	—	—
	XXV	—	—	—	—	—	—
σ_b	IV	—	—	—	—	—	—
	VI	—	—	—	—	—	—
	XV	—	—	—	—	—	—
	XIX	—	—	—	—	—	—
	XXVII	—	—	—	—	—	—
f_c	III	—	—	—	—	—	—
	X	—	—	—	—	—	—
	XII	—	—	—	—	—	—
	XXIII	—	—	—	—	—	—
	XXVIII	—	—	—	—	—	—
b	II	—	—	—	—	—	—
	XIII	—	—	—	—	—	—
	XVI	—	—	—	—	—	—
	XXII	—	—	—	—	—	—
	XXIX	—	—	—	—	—	—
$h-a$	I	—	—	—	—	—	—
	VII	—	—	—	—	—	—
	XVII	—	—	—	—	—	—
	XXI	—	—	—	—	—	—
	XXX	—	—	—	—	—	—

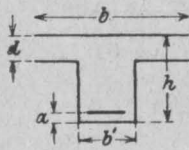


Fig. 2.

2. Plattenbalken.

Der Querschnitt ist bestimmt durch folgende sechs Größen:

- b = Breite der Druckplatte,
- d = Stärke " (kleiner als x),
- h = gesamte Höhe des Plattenbalkens,
- a = Abstand der Eiseneinlage vom gezogenen Balkenrande,
- b' = Breite des Betonsteiges,
- f_c = gesamte Eiseneinlage in der Zugzone des Balkens.

Wird dieser Querschnitt durch ein Biegemoment \mathfrak{M} beansprucht, so treten im Querschnitt folgende Spannungen auf:

- σ_0 = größte Druckspannung im Beton,
- σ_n = Druckspannung in Unterkante der Platte,
- σ_c = Zugspannung im Eisen.

Die Druckspannung in Unterkante Beton ist für die weitere Untersuchung ohne Belang, ebenfalls soll die Breite des Betonsteiges nicht weiter berücksichtigt werden, so daß im ganzen noch sieben Größen $b, d, (h-a), f_c, \mathfrak{M}, \sigma_0$ und σ_c übrig bleiben. Von diesen sieben Größen sind infolge der gegebenen Abhängigkeitsgleichungen fünf wählbar, die beiden übrigbleibenden sind alsdann festgelegt. Aufgabe der Berechnung ist es nun diese beiden fehlenden Größen zu ermitteln.

Im folgenden sollen Gleichungen hierfür bestimmt werden, die diese Werte direkt ergeben.

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte ergibt sich

$$\frac{\sigma_0 + \sigma_n}{2} b d = \sigma_c f_c \dots \dots \dots (a)$$

und hieraus folgt

$$\sigma_0 = \frac{2 \sigma_c f_c}{b d} - \sigma_n \dots \dots \dots (1)$$

$$\sigma_n = \frac{2 \sigma_c f_c}{b d} - \sigma_0 \dots \dots \dots (2)$$

aus dem Abstände von der Nullachse folgt

$$\sigma_n = \frac{x-d}{x} \sigma_0 \dots \dots \dots (b)$$

und

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_n x}{x-d} \dots \dots \dots (3)$$

b in a eingesetzt ergibt

$$\sigma_0 + \frac{x-d}{x} \sigma_0 = \frac{2 \sigma_c f_c}{b d}$$

und

$$x = \frac{\sigma_0 b d^2}{\sigma_0 b d - \sigma_c f_c} \dots \dots \dots (4)$$

Aus dem Abstand von der Nullachse ergibt sich

$$\sigma_e x = n(h-a-x)\sigma_0 \dots \dots \dots (c)$$

woraus folgt

$$x = \frac{n\sigma_0(h-a)}{\sigma_e + n\sigma_0} \dots \dots \dots (5)$$

Gleichung (4) und (5) ergeben

$$\frac{\sigma_0 \frac{b d^2}{2}}{\sigma_0 b d - \sigma_e f_e} = \frac{n\sigma_0(h-a)}{\sigma_e + n\sigma_0}$$

oder

$$\sigma_0 \left[n b d (h-a) - \frac{n b d^2}{2} \right] = \frac{b d^2}{2} \sigma_e + n (h-a) \sigma_e f_e \quad (6)$$

In dieser Gleichung sind die sechs Größen $b, d, (h-a), f_e, \sigma_0, \sigma_e$ enthalten. Durch Annahme von fünf derselben, ergibt sich also die sechste zwangsläufig, und zwar wird

- I. $\sigma_0 = \frac{\sigma_e \left[f_e \frac{(h-a)}{b d} + \frac{d}{2n} \right]}{h-a - \frac{d}{2}}$,
- II. $\sigma_e = \frac{\sigma_0 \left(h-a - \frac{d}{2} \right)}{f_e \frac{h-a}{b d} + \frac{d}{2n}}$,
- III. $f_e = \frac{\sigma_0 b d \left[h-a - \frac{d}{2} \right] - \frac{\sigma_e b d^2}{2n}}{\sigma_e (h-a)}$
 $= \frac{\sigma_0 \left(h-a - \frac{d}{2} \right) - \frac{\sigma_e d}{2n}}{\sigma_e \frac{h-a}{b d}}$,
- IV. $h-a = \frac{\frac{b d^2}{2n} (\sigma_e + n\sigma_0)}{\sigma_0 b d - \sigma_e f_e}$,
- V. $b = \frac{\sigma_e f_e (h-a)}{d \left[\sigma_0 \left(h-a - \frac{d}{2} \right) - \sigma_e \frac{d}{2n} \right]}$,
- VI. $d = \frac{n\sigma_0(h-a)}{\sigma_e + n\sigma_0}$
 $- \sqrt{\left[\frac{n\sigma_0(h-a)}{\sigma_e + n\sigma_0} \right]^2 - \frac{2\sigma_e f_e n(h-a)}{b(\sigma_e + n\sigma_0)}}$
 $= x - \sqrt{x \left(x - \frac{2\sigma_e f_e}{b\sigma_0} \right)}$.

Der Schwerpunkt der Betondruckfläche unter Vernachlässigung der im Steg auftretenden Spannungen ergibt sich

$$x-y = \frac{d}{3} \frac{\sigma_0 + 2\sigma_n}{\sigma_0 + \sigma_n} \dots \dots \dots (d)$$

hierin den Wert von σ_n aus Gleichung (2) eingesetzt, ergibt

$$x-y = \frac{d}{3} \left[\frac{2\sigma_e f_e - \sigma_0 \frac{b d}{2}}{\sigma_e f_e} \right] = \frac{2}{3} d - \sigma_0 \frac{b d^2}{6\sigma_e f_e} \quad (7)$$

und darin den Wert σ_0 aus Gleichung (I) eingesetzt, gibt

$$x-y = \frac{d}{3} \left[\frac{2\sigma_e f_e - \frac{\sigma_e \left[f_e \frac{h-a}{b d} + \frac{d}{2n} \right] b d}{h-a - \frac{d}{2}}}{\sigma_e f_e} \right]$$

oder $x-y = (h-a) - \frac{\mathfrak{M}}{\sigma_e f_e}$.

Daraus folgt der Abstand der Betondruckkraft von der Oberkante Platte als Funktion der Querschnittsabmessungen.

$$x-y = \frac{d \left[\left(h-a - \frac{2}{3} d \right) - \frac{b d^2}{6n f_e} \right]}{2 \left(h-a - \frac{d}{2} \right)} \dots \dots (7a)$$

Das Moment der Eiseneinlage bezogen auf den Angriffspunkt der Betondruckkraft als Nullpunkt wird.

$$\mathfrak{M} = f_e \sigma_e (h-a-x+y) \dots \dots \dots (e)$$

Setzt man hierin den Wert 7 von $x-y$ ein, so wird

$$f_e \sigma_e \left[(h-a) - \frac{d}{3} \left(\frac{2\sigma_e f_e - \sigma_0 \frac{b d}{2}}{\sigma_e f_e} \right) \right] = \mathfrak{M}$$

$$\mathfrak{M} = f_e \sigma_e \left[(h-a) - \frac{2}{3} d \right] + \sigma_0 \frac{b d^2}{6} \dots \dots (8)$$

Diese Gleichung enthält alle sieben Größen $b, d, (h-a), f_e, \sigma_e, \sigma_0$ und \mathfrak{M} . Sie gilt nur für genau zu einander passende Werte, kann also nicht zur Dimensionierung gebraucht werden. Dagegen kann man die Werte dieser Gleichung mit den Gleichungen (I) bis (VI) verbinden und erhält so sämtliche Gleichungen zur Bestimmung der sechsten Größe, wenn fünf angenommen werden.

Es ergibt sich aus Gleichung (8)

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{M} - \sigma_e f_e \left(h-a - \frac{2}{3} d \right)}{\frac{b d^2}{6}} \dots \dots \dots (9)$$

$$h-a = \frac{\mathfrak{M} + \frac{2}{3} d f_e \sigma_e - \sigma_0 \frac{b d^2}{6}}{f_e \sigma_e} \dots \dots \dots (10)$$

$$\sigma_e = \frac{\mathfrak{M} - \sigma_0 \frac{b d^2}{6}}{f_e \left(h-a - \frac{2}{3} d \right)} \dots \dots \dots (11)$$

$$f_e = \frac{\mathfrak{M} - \sigma_0 \frac{b d^2}{6}}{\sigma_e \left(h-a - \frac{2}{3} d \right)} \dots \dots \dots (12)$$

$$\mathfrak{M} = f_e \sigma_e \left[h-a - \frac{2}{3} d \right] + \sigma_0 \frac{b d^2}{6} \dots \dots (13)$$

$$b = \frac{\mathfrak{M} - f_e \sigma_e \left(h-a - \frac{2}{3} d \right)}{\sigma_0 \frac{d^2}{6}} \dots \dots \dots (14)$$

$$d = \frac{2 f_e \sigma_e}{\sigma_0 b} - \sqrt{\left(\frac{2 f_e \sigma_e}{\sigma_0 b} \right)^2 - \frac{6 [f_e \sigma_e (h-a) - \mathfrak{M}]}{\sigma_0 b}} \quad (15)$$

Ist gegeben $b, d, \mathfrak{M}, \sigma_0, \sigma_e$, so ist zu suchen $(h-a)$ und f_e . Für gewöhnlich wird aus wirtschaftlichen Gründen der Plattenbalken bedeutend höher gemacht werden, als es die zulässige Betonspannung bedingt, der Beton ist alsdann nicht ganz ausgenutzt, jedoch wird der erforderliche Eisenquerschnitt bedeutend geringer. Der sich aus dieser Formel ergebende Wert für $h-a$ stellt also ein Minimum dar, bis zu welchem man heruntergehen kann, ohne die zulässige Betonspannung nicht zu überschreiten.

Aus (III) und (12) folgt

$$f_e = \frac{\sigma_0 \left(h-a - \frac{d}{2} \right) - \sigma_e \frac{d}{2n}}{\sigma_e \frac{(h-a)}{bd}} = \frac{\mathfrak{M} - \sigma_0 \frac{bd^2}{6}}{\sigma_e \left(h-a - \frac{2}{3}d \right)}$$

und hieraus

$$\sigma_0 \left[(h-a)^2 - d(h-a) + \frac{d^2}{3} \right] = \frac{\mathfrak{M} (h-a)}{bd} + \sigma_e \frac{d}{2n} \left(h-a - \frac{2}{3}d \right).$$

Für die Lösung der Gleichung nach $(h-a)$ führt man am besten als Hilfswerte ein

$$\beta = d \left[\sigma_0 + \frac{\sigma_e}{2n} \right] + \frac{\mathfrak{M}}{bd}; \quad \frac{\beta}{2}; \quad \left(\frac{\beta}{2} \right)^2$$

$$\text{und } \gamma = \frac{d^2}{3} \left(\sigma_0 + \frac{\sigma_e}{n} \right).$$

Dann wird

$$\text{VII. } h-a = \frac{\frac{\beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{2} \right)^2 - \sigma_0 \gamma}}{\sigma_0},$$

$$\text{VIII. } \mathfrak{M} = \left\{ \sigma_0 \left[\left(h-a - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{d^2}{12} \right] - \sigma_e \frac{d}{2n} \left(h-a - \frac{2}{3}d \right) \right\} \frac{bd}{h-a},$$

$$\text{IX. } \sigma_e = \frac{\sigma_0 \left[\left(h-a - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{d^2}{12} \right] - \mathfrak{M} \frac{h-a}{bd}}{\left(h-a - \frac{2}{3}d \right) \frac{d}{2n}},$$

$$\text{X. } \sigma_0 = \frac{\mathfrak{M} \left(\frac{h-a}{bd} \right) + \sigma_e \frac{d}{2n} \left(h-a - \frac{2}{3}d \right)}{\left(h-a - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{d^2}{12}},$$

$$\text{XI. } b = \frac{\mathfrak{M} \frac{h-a}{d}}{\sigma_0 \left[\left(h-a - \frac{d}{2} \right)^2 + \frac{d^2}{12} \right] - \sigma_e \frac{d}{2n} \left(h-a - \frac{2}{3}d \right)}$$

$$\text{XII. } d^3 \left[\sigma_0 + \frac{\sigma_e}{n} \right] \frac{1}{3(h-a)} - d^3 \left[\sigma_0 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_e}{n} \right] + d [\sigma_0 (h-a)] - \frac{\mathfrak{M}}{b} = 0.$$

(Schluß folgt.)

DIE BERECHNUNG DER KONTINUIERLICHEN UND EINGESPANNTEN TRÄGER MIT KONSTANTEM TRÄGHEITSMOMENT.

Von *Halfdan Pederssen, Berlin-Wilmersdorf.*

In „Beton und Eisen“, 1917, Heft 1 und 2 veröffentlicht Dr. techn. Artur Lederer, Prag, Tabellen für Momente und Querkräfte kontinuierlicher Träger mit gleichen Stützweiten und Felderteilungen. Wie die von Ingenieur Herm. Fuchs, Dresden, in „Armierter Beton“, 1915, Heft 8 mitgeteilten und im Betonkalender für 1918 abgedruckten Tabellen sind auch die ersteren mit Hilfe der Einflußlinien berechnet.

Eine solche Berechnungsart ist im vorliegenden Falle äußerst umständlich. Zur Ermittlung eines einzigen Stützmomentes eines Balkens mit 5 Öffnungen und 4 Lasten in jedem Felde ist z. B. die Berechnung von 20 Einflußlinienordinaten erforderlich. Für jedes weitere Stützmoment müssen neue Ordinaten gerechnet werden.

Diese ganze weitläufige Rechnung kann man sich sparen. Es lassen sich für die Stützmente beliebig vieler Einzellasten Formeln aufstellen, die sich von denjenigen für gleichmäßig verteilte Belastung nur um einen Koeffizienten, der von der Anzahl der Einzellasten abhängt, unterscheiden.

Das statische Moment der Momentenfläche einer Einzellast, bezogen auf die Auflagersenkrechten, ist bekanntlich (vergl. Fig. 1).

$$L = \frac{P a b}{6} (1+a)$$

$$R = \frac{P a b}{6} (1+b)$$

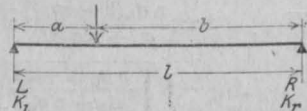


Fig. 1.

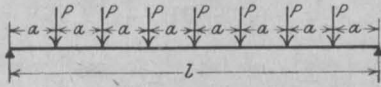
Rechnet man die Stützenmomente mit Hilfe der Clapeyronschen Dreimomentengleichung, so ist die Verwendung der Kreuzlinienabschnitte nach W. Ritter an Stelle der statischen Momente bequemer.

Die Kreuzlinienabschnitte für eine beliebige Anzahl von Einzellasten sind dann

$$K_l = \frac{\Sigma P a b}{l^2} (1+a)$$

$$K_r = \frac{\Sigma P a b}{l^2} (1+b)$$

Ist ein Träger mit einer beliebigen Anzahl gleich großer Einzellasten in gleichen Abständen belastet, so lautet die Gleichung für die Kreuzlinienabschnitte (vergl. Fig. 2):



$$l = n a$$

Anzahl gleich großer Lasten $P = n - 1$:

Fig. 2.

$$\begin{aligned} K_1 = K_r &= \frac{P a (n-1) a}{l^2} (n+1) a \\ &+ \frac{P 2a (n-2) a}{l^2} (n+2) a \\ &+ \dots + \frac{P (n-1) a [n-(n-1)] a}{l^2} [n+(n-1)] a \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left\{ (n-1)(n+1) + 2(n-2)(n+2) \right. \\ &\quad \left. + \dots + (n-1)[n-(n-1)][n+(n-1)] \right\} \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left\{ (n^2-1) + 2(n^2-2^2) \right. \\ &\quad \left. + \dots + (n-1)[n^2-(n-1)^2] \right\} \\ &= \frac{P a^3}{l^2} [n^2-1 + 2n^2-2^3 \\ &\quad + \dots + (n-1)n^2 - (n-1)^3] \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left\{ [1+2+3+4 \right. \\ &\quad \left. + \dots + (n-1)] n^2 - [1+2^3+3^3+4^3 \right. \\ &\quad \left. + \dots + (n-1)^3] \right\} \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left[\frac{n-1}{2} (1+n-1) n^2 - \frac{n^2(n-1)^2}{4} \right] \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left[\frac{n-1}{2} n^3 - \frac{n^3(n-1)^2}{4} \right] \\ &= \frac{P a^3}{l^2} \left[n^2(n-1) \left(\frac{n}{2} - \frac{n-1}{4} \right) \right] \\ &= \frac{P a^3 n^2 (n-1)(n+1)}{4 l^2} \\ &= \frac{P a^3}{4 l^2} n^2 (n^2-1) \end{aligned}$$

und da

$$n = \frac{l}{a}$$

$$K_1 = K_r = \frac{P a}{4} (n^2-1)$$

Da $a = \frac{l}{n}$ ist, kann die Formel auch in der Form geschrieben werden:

$$K_1 = K_r = \frac{n^2-1}{4n} P l.$$

Die Kreuzlinienabschnitte für gleichmäßig verteilte Belastung sind (vergl. Tabelle für Kreuzlinienabschnitte):

$$K_1^* = K_r = \frac{p l^2}{4}.$$

Die Formeln für die Stützenmomente für gleichmäßig verteilte Belastung können also auch zur Ermittlung der Stützenmomente für eine beliebige Anzahl von Einzellasten benutzt werden, wenn statt $p l^2$ einfach $\frac{n^2-1}{n} P l$ gesetzt wird.

Als Beispiel sei, wie in der genannten Ledererschen Abhandlung in „Beton und Eisen“, vergleichsweise die Berechnung des Trägers auf 6 Stützen mit 3 Einzellasten durchgeführt.

1. Belastungsfall.

Fig. 3.



Stützenmomente.

Die Stützenmomente für gleichmäßig verteilte Belastung sind bekanntlich:

$$M_1 = M_4 = -\frac{2}{19} p l^2,$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{3}{38} p l^2,$$

mithin für eine beliebige Anzahl von Einzellasten

$$M_1 = M_4 = -\frac{2(n^2-1)}{19n} G l,$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{3(n^2-1)}{38n} G l.$$

Für 3 Lasten, wie im vorliegenden Beispiel, ist $n = 4$, demnach:

$$M_1 = M_4 = -\frac{2 \cdot 15}{19 \cdot 4} G l = -\frac{15}{38} G l,$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{3 \cdot 15}{38 \cdot 4} G l = -\frac{45}{152} G l.$$

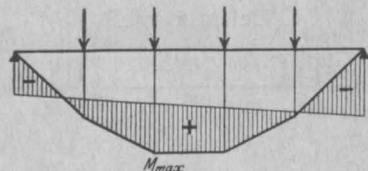


Fig. 4.

Feldmomente.

Die größten positiven Momente liegen bei der vorliegenden Belastungsannahme bis einschließlich 8^{er} Lasten:

1. für ungerade Lastenzahl in der Mitte und
2. für gerade Lastenzahl unter der ersten Last von der Mitte auf der Seite des kleinsten Stützenmomentes (vergl. Fig. 4).

$$M_I = M_V = G \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{38} \right) Gl = \frac{23}{76} Gl,$$

$$M_{II} = M_{IV} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{38} - \frac{1}{2} \cdot \frac{45}{152} \right) Gl = \frac{47}{304} Gl,$$

$$M_{III} = \left(\frac{1}{2} - \frac{45}{152} \right) Gl = \frac{31}{152} Gl.$$

2. Belastungsfall.

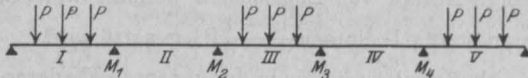


Fig. 5.

Stützenmomente.

Die Stützenmomente sind hier halb so groß wie für den 1. Belastungsfall.

$$M_I = M_V = -\frac{15}{76} Pl,$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{75}{304} Pl.$$

Feldmomente.

$$M_I = M_V = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{76} \right) Pl = \frac{61}{152} Pl,$$

$$M_{III} = \left(\frac{1}{2} - \frac{45}{304} \right) Pl = \frac{107}{304} Pl.$$

3. Belastungsfall.

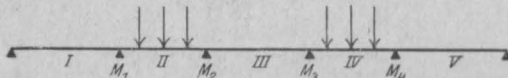


Fig. 6.

Stützenmomente.

Die Stützenmomente sind gleich denjenigen für den 2. Belastungsfall.

$$M_I = M_V = -\frac{15}{76} Pl,$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{45}{304} Pl.$$

Feldmomente.

$$M_{II} = M_{IV} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{76} - \frac{1}{2} \cdot \frac{45}{304} \right) Pl = \frac{199}{608} Pl.$$

4. Belastungsfall.

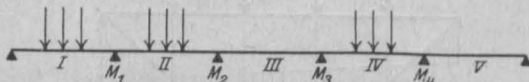


Fig. 7.

Stützenmomente.

Für gleichmäßig verteilte Last:

$$M_I = -\frac{25}{209} gl^2,$$

$$M_2 = -\frac{9}{418} gl^2,$$

$$M_3 = -\frac{37}{836} gl^2,$$

$$M_4 = -\frac{43}{836} gl^2,$$

mithin für 3 Einzellasten:

$$M_I = -\frac{25}{209} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{375}{836} Pl,$$

$$M_2 = -\frac{9}{418} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{135}{1672} Pl,$$

$$M_3 = -\frac{37}{836} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{555}{3344} Pl,$$

$$M_4 = -\frac{43}{836} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{645}{3344} Pl.$$

5. Belastungsfall.



Fig. 8.

Stützenmomente.

Gleichmäßig verteilte Last:

$$M_I = -\frac{29}{836} gl^2,$$

$$M_2 = -\frac{93}{836} gl^2,$$

$$M_3 = -\frac{17}{836} gl^2,$$

$$M_4 = -\frac{12}{209} gl^2,$$

3 Einzellasten:

$$M_I = -\frac{29}{836} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{435}{3344} Pl,$$

$$M_2 = -\frac{93}{836} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{1395}{3344} Pl,$$

$$M_3 = -\frac{17}{836} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{255}{3344} Pl,$$

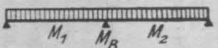
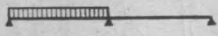
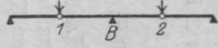
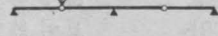
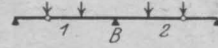
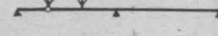
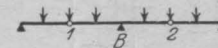
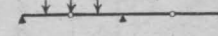
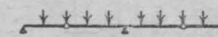
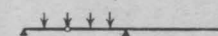
$$M_4 = -\frac{12}{209} \cdot \frac{15}{4} Pl = -\frac{45}{209} Pl.$$

Die Fuchs'schen Tabellen in „Armierter Beton“, 1915 und die von Dipl.-Ing. O. Skall im Betonkalender für 1918 berechneten Momente für den Träger auf 6 Stützen enthalten Fehler, die z. T. so erheblich sind, daß es angebracht erscheint, auf sie aufmerksam zu machen. Die Tabellen seien deswegen nachstehend neu aufgestellt.

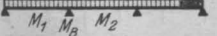
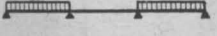

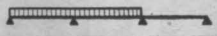
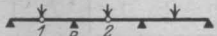
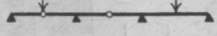

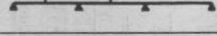
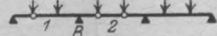
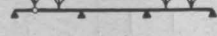
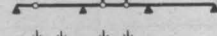
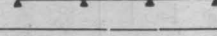
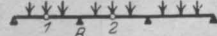
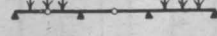
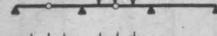
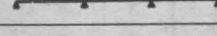
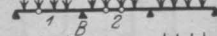
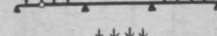

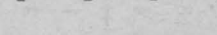
Die Form der Fuchs'schen Tabellen, die sich im praktischen Gebrauch gut bewährt hat, wurde beibehalten. Hinzugefügt wurden sämtliche Stützenmomente für die verschiedenen Belastungsfälle, da diese als Schlüssel zu den übrigen Ermittlungen erwünscht sind. Stützendrücke und Querkräfte wurden nicht in die Tabelle aufgenommen, da sie bei Kenntnis der Stützenmomente schnell und mühelos ermittelt werden können.

2 Felder.

3 Felder.

	Belastungsfall	Feldmomente		Stützenmoment M_B	
		M_1	M_2		
1		0,070	0,070	-0,125	$g l^2$
2		0,096	—	-0,063	$p l^2$
1		0,156	0,156	-0,188	G 1
2		0,203	-0,047	-0,094	P 1
1		0,222	0,222	-0,333	G 1
2		0,278	-0,056	-0,167	P 1
1		0,266	0,266	-0,469	G 1
2		0,383	-0,117	-0,234	P 1
1		0,360	0,360	-0,600	G 1
2		0,480	-0,120	-0,300	P 1

○ Momentenpunkte.

	Belastungsfall	Feldmomente		Stützenmoment M_B	
		M_1	M_2		
1		0,080	0,025	-0,100	$g l^2$
2		0,101	-0,050	-0,050	} $p l^2$
3		—	0,075	-0,050	
4		—	—	-0,117	
1		0,175	0,100	-0,150	
2		0,213	-0,075	-0,075	} P 1
3		-0,038	0,175	-0,075	
4		—	—	-0,175	
1		0,244	0,067	-0,267	
2		0,289	-0,133	-0,133	} P 1
3		-0,044	0,200	-0,133	
4		—	—	-0,311	
1		0,313	0,125	-0,375	
2		0,406	-0,188	-0,188	} P 1
3		-0,094	0,313	-0,188	
4		—	—	-0,438	
1		0,408	0,120	-0,480	
2		0,504	-0,240	-0,240	} P 1
3		-0,096	0,360	-0,240	
4		—	—	-0,560	

4 Felder

	Belastungsfall	Feldmomente				Stützenmomente			
		M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M _B	M _C	M _D	
1		0,077	0,036	0,036	0,077	-0,107	-0,071	-0,107	} p l ²
2		0,100	—	0,081	—	-0,054	-0,036	-0,054	
3		—	—	—	—	-0,121	-0,018	-0,058	
4		—	—	—	—	-0,036	-0,107	-0,036	
1		0,169	0,116	0,116	0,169	-0,161	-0,107	-0,161	} G l
2		0,210	-0,067	0,183	-0,040	-0,080	-0,054	-0,080	
3		—	—	—	—	-0,181	-0,027	-0,087	
4		—	—	—	—	-0,054	-0,161	-0,054	
1		0,238	0,111	0,111	0,238	-0,286	-0,191	-0,286	} G l
2		0,286	-0,111	0,222	-0,048	-0,143	-0,095	-0,143	
3		—	—	—	—	-0,321	-0,048	-0,155	
4		—	—	—	—	-0,095	-0,286	-0,095	
1		0,299	0,165	0,165	0,299	-0,402	-0,268	-0,402	} G l
2		0,400	-0,167	0,333	-0,101	-0,201	-0,134	-0,201	
3		—	—	—	—	-0,452	-0,067	-0,218	
4		—	—	—	—	-0,134	-0,402	-0,134	
1		0,394	0,189	0,189	0,394	-0,514	-0,343	-0,514	} G l
2		0,497	-0,206	0,394	-0,103	-0,257	-0,172	-0,257	
3		—	—	—	—	-0,579	-0,086	-0,279	
4		—	—	—	—	-0,172	-0,514	-0,172	

o Momentenpunkte

Sind die Nebenträger, wie in Fig. 9 dargestellt, angeordnet, so erhält man die Stützmomente, indem man in den Formeln für gleich-

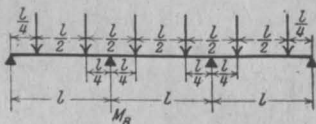


Fig. 9.

mäßig verteilte Belastung statt $g l^2$ nach Formel 4 der Kreuzlinienabschnitte, $\frac{n^2 + 0,5}{n} \cdot Pl$ setzt. Bei-

spielsweise ist für den Träger in Fig. 9, da $\frac{n^2 + 0,5}{n}$ für 2 Lasten ($n = 2$) = $\frac{2^2 + 0,5}{2} = \frac{4,5}{2}$:

$$M_B = -0,100 \cdot \frac{4,5}{2} Pl = -0,225 Pl.$$

Für 2 Lasten kann man die Momente auch dadurch ermitteln, daß man die Koeffizienten der vorliegenden Tabellen für 1 Last von den Koeffizienten für 3 Lasten abzieht. Für das Beispiel in Fig. 9 ergibt sich

$$M_B = -(0,375 - 0,150) Pl = -0,225 Pl.$$

5 Felder

	Belastungsfall	Feldmomente			Stützenmomente				
		M ₁	M ₂	M ₃	M _B	M _C	M _D	M _E	
1		0,078	0,033	0,046	-0,105	-0,079	-0,079	-0,105	} g l ²
2		0,100	—	0,086	-0,053	-0,040	-0,040	-0,053	
3		—	0,079	—	-0,053	-0,040	-0,040	-0,053	
4		—	—	—	-0,120	-0,022	-0,044	-0,051	
5		—	—	—	-0,035	-0,111	-0,020	-0,057	
1		0,171	0,112	0,132	-0,158	-0,118	-0,118	-0,158	} G1
2		0,211	-0,069	0,191	-0,079	-0,059	-0,059	-0,079	
3		-0,039	0,181	-0,059	-0,079	-0,059	-0,059	-0,079	
4		—	—	—	-0,179	-0,032	-0,066	-0,077	
5		—	—	—	-0,052	-0,167	-0,031	-0,086	
1		0,240	0,100	0,122	-0,281	-0,211	-0,211	-0,281	} G1
2		0,287	-0,117	0,228	-0,140	-0,105	-0,105	-0,140	
3		-0,047	0,216	-0,105	-0,140	-0,105	-0,105	-0,140	
4		—	—	—	-0,319	-0,057	-0,118	-0,137	
5		—	—	—	-0,093	-0,297	-0,054	-0,153	
1		0,302	0,155	0,204	-0,395	-0,296	-0,296	-0,395	} G1
2		0,401	-0,173	0,352	-0,198	-0,148	-0,148	-0,198	
3		-0,099	0,327	-0,148	-0,198	-0,148	-0,148	-0,198	
4		—	—	—	-0,449	-0,081	-0,166	-0,193	
5		—	—	—	-0,130	-0,417	-0,076	-0,215	
1		0,398	0,171	0,221	-0,505	-0,379	-0,379	-0,505	} P1
2		0,499	-0,215	0,411	-0,253	-0,189	-0,189	-0,253	
3		-0,101	0,385	-0,190	-0,253	-0,189	-0,189	-0,253	
4		—	—	—	-0,574	-0,103	-0,212	-0,247	
5		—	—	—	-0,167	-0,534	-0,098	-0,276	

○ Momentenpunkte.

In der nachstehenden Tabelle sind die Kreuzlinienabschnitte zusammengestellt, die sämtliche vorkommenden Belastungsfälle enthalten dürften. Bei der Ermittlung derselben wurde von den Kreuzlinienabschnitten für eine Einzellast ausgegangen. Für gleichmäßig verteilte Belastungen

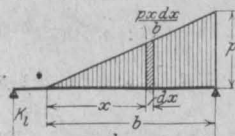


Fig. 10.

und für Dreieckslasten wurden sie durch Integration erhalten, wie folgendes Beispiel zeigt (vergl. Fig. 10).

Kreuzlinienabschnitte.

1		$K_A = \frac{P a b}{l^2} (1 + a); \quad K_B = \frac{P a b}{l^2} (1 + b)$ <p>für $a = b = \frac{l}{2}$ ist $K_A = K_B = \frac{3}{8} P l$</p>
2		$K_A = K_B = \frac{3 P a}{l} (1 - a)$
3		$K_A = K_B = \frac{P a}{4} (n^2 - 1) \quad \text{oder} \quad K_A = K_B = \frac{n^2 - 1}{4 n} P l$ <p>Anz. gl. Lasten $P = n - 1$</p>
4		$K_A = K_B = \frac{P a}{4} (n^2 + 0,5)$ <p>oder</p> $K_A = K_B = \frac{n^2 + 0,5}{4 n} P l$ <p>Anz. gl. Lasten $P = n$</p>
5		$K_A = \frac{P c}{4 l^2} (a_1 + a_2) (2 l^2 - a_1^2 - a_2^2)$
6		$K_A = K_B = \frac{P c}{8 l} (3 l^2 - c^2)$
7		$K_A = \frac{P b^2}{4 l^2} (2 l - b)^2 \quad K_B = \frac{P b^2}{4 l^2} (2 l^2 - b^2)$
8		$K_A = \frac{9}{64} p l^2; \quad K_B = \frac{7}{64} p l^2$
9		$K_A = K_B = \frac{p l^2}{4}$
10		$K_A = \frac{p c}{l^2} \left(\frac{l^2 a}{2} + \frac{l^2 c}{3} - \frac{a^3}{2} - a^2 c - \frac{3 a c^2}{4} - \frac{c^3}{5} \right)$ $K_B = \frac{p c}{l^2} \left(l^2 a + \frac{2 l^2 c}{3} - \frac{3 l a^2}{2} - 2 l a c - \frac{3 l c^2}{4} + \frac{a^3}{2} + a^2 c + \frac{3 a c^2}{4} + \frac{c^3}{5} \right)$

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \int_0^b \frac{p x dx}{b l^2} (1 - b + x)(b - x)(2l - b + x) \\
 &= \frac{p}{b l^2} \int_0^b (1b - 1x - b^2 + 2bx - x^2) \\
 &\quad \times (21x - bx + x^2) dx \\
 &= \frac{p}{b l^2} \int_0^b (2 l^2 b x - 2 l^2 x^2 - 2 l b^2 x + 4 l b x^2 - 2 l x^3 \\
 &\quad - 1 b^2 x + 1 b x^2 + b^3 x - 2 b^2 x^2 + b x^3 \\
 &\quad + 1 b x^2 - 1 x^3 - b^2 x^2 + 2 b x^3 - x^4) dx \\
 &= \frac{p}{b l^2} \left(\frac{2 l^2 b b^2}{2} - \frac{2 l^2 b^3}{3} - \frac{3 l b^2 b^2}{2} + \frac{6 l b b^3}{3} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3 l b^4}{4} + \frac{b^3 b^2}{2} - \frac{3 b^2 b^3}{3} + \frac{3 b b^4}{4} - \frac{b^5}{5} \right) \\
 &= \frac{p}{l^2} \left[\frac{l^2 b^2}{3} (3 - 2) - \frac{1 b^3}{12} (18 - 24 - 9) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{b^4}{20} (10 - 20 + 15 - 4) \right] \\
 &= \frac{p b^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{1 b}{4} + \frac{b^2}{20} \right)
 \end{aligned}$$

Kreuzlinienabschnitte.

11		$K_A = \frac{2}{15} p l^2; \quad K_B = \frac{7}{60} p l^2$
12		$K_A = \frac{p a^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{a^2}{5} \right) \quad K_B = \frac{p a^2}{l^2} \left(\frac{2 l^2}{3} - \frac{3 l a}{4} + \frac{a^2}{5} \right)$
13		$K_A = \frac{17}{240} p l^2; \quad K_B = \frac{41}{480} p l^2$
14		$K_A = \frac{p(1+a)}{601} (7 l^2 - 3 a^2) \quad K_B = \frac{p(1+b)}{601} (7 l^2 - 3 b^2)$
15		$K_A = K_B = \frac{5}{32} p l^2$
16		$K_A = \frac{p b^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{l b}{4} + \frac{b^2}{20} \right) \quad K_B = \frac{p b^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{6} - \frac{b^2}{20} \right)$
17		$K_A = \frac{53}{960} p l^2; \quad K_B = \frac{37}{960} p l^2$
18		$K_A = \frac{p_1 a^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{6} - \frac{a^2}{20} \right) + \frac{p_2 b^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{l b}{4} + \frac{b^2}{20} \right)$ $K_B = \frac{p_1 a^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{l a}{4} + \frac{a^2}{20} \right) + \frac{p_2 b^2}{l^2} \left(\frac{l^2}{6} - \frac{b^2}{20} \right)$
19		$K_A = \frac{l^2}{960} (37 p_1 + 53 p_2) \quad K_B = \frac{l^2}{960} (53 p_1 + 37 p_2)$
20		$K_A = K_B = \frac{3}{32} p l^2$

Für $b = l$ wird $K_1 = \frac{2}{15} p l^2$ und für $b = \frac{1}{2}$
 $= \frac{53}{960} p l^2$.

Will man die statischen Momente der Momentenflächen bezogen auf die Auflagersenkrechten haben, so erhält man diese, indem man nach W. Ritter die Kreuzlinienabschnitte mit $\frac{l^2}{6}$ multipliziert.

Demnach ist im vorstehenden Beispiel das statische Moment bezogen auf die linke Auflagersenkrechte

$$L = \frac{p b^2}{6} \left(\frac{l^2}{3} - \frac{l b}{4} - \frac{b^2}{20} \right).$$

Ist ein Träger auf zwei Stützen einseitig eingespannt, so ist das Einspannungsmoment, was ohne weiteres aus Fig. 11 hervorgeht:

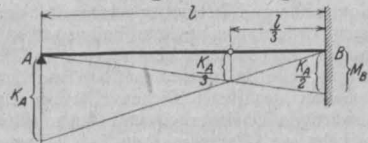


Fig. 11.

$$M_B = -\frac{1}{2} K_A \dots \dots \dots$$

In derselben Weise ergibt sich bei beiderseitiger Einspannung (Abb. 12)

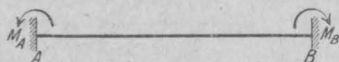


Fig. 12.

$$M_A = -\frac{1}{3} (2 K_B - K_A) \dots \dots (2)$$

$$M_B = -\frac{1}{3} (2 K_A - K_B) \dots \dots (3)$$

Ist der Träger nur teilweise eingespannt, so kommt der Grad der Einspannung in den Entfernungen der Festpunkte von den Auflagern zum Ausdruck. Es ergeben sich dann die folgenden Formeln für die Einspannungsmomente (Fig. 13).

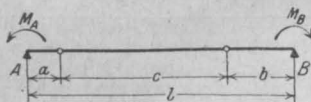


Fig. 13.

$$M_A = -\frac{a}{1c} [K_B (a + c) - K_A b]$$

$$M_B = -\frac{b}{1c} [K_A (b + c) - K_B a].$$

Erwähnt sei noch, daß die Clapeyronsche Dreimomentengleichung bei Verwendung der Kreuzlinienabschnitte anstatt der statischen Momente wie folgt lautet (Fig. 14).

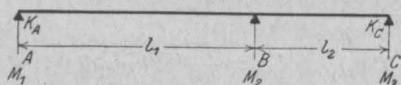


Fig. 14.

$$M_1 l_1 + 2 M_2 (l_1 + l_2) + M_3 l_2 = - K_A l_1 - K_C l_2$$

für $l_1 = l_2 = 1$:

$$M_1 + 4 M_2 + M_3 = - K_A - K_C.$$

Nachstehend seien einige Beispiele für die Anwendung der Kreuzlinienabschnitte auf eingespannte Träger gezeigt.

1. Ein Träger auf zwei Stützen sei auf beiden Seiten eingespannt und mit einer Dreieckslast belastet. Gesucht die Einspannungsmomente (Fig. 15).



Fig. 15.

Nach Gl. (2) und (3) ergibt sich mit den Formeln (11) der Kreuzlinienabschnitte:

$$M_A = -\frac{p l^2}{3} \left(2 \cdot \frac{2}{15} - \frac{7}{60} \right) = -\frac{p l^2}{20},$$

$$M_B = -\frac{p l^2}{3} \left(2 \cdot \frac{7}{60} - \frac{2}{15} \right) = -\frac{p l^2}{30}.$$

2. Eine Stützwand sei unten eingespannt und oben frei gestützt. Die Wand ist gegen Erddruck zu berechnen. Der Grundwasserspiegel liegt in halber Höhe. Gesucht das Einspannungsmoment (Fig. 16).

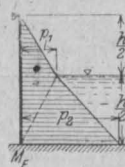


Fig. 16.

Nach Gl. (1) und den Formeln (15) und (11) der Kreuzlinienabschnitte ergibt sich:

$$M_E = -\frac{1}{2} \left(\frac{5}{32} p_1 h^2 + \frac{53}{960} p_2 h^2 \right)$$

$$= -\frac{h^2}{1920} (150 p_1 + 53 p_2).$$

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in Berlin.

Im November und Dezember veranstaltet der „Reichsverband zur Förderung sparsamer Bauweise“ in den Ausstellungshallen am Zoologischen Garten in Berlin eine Bauausstellung, die in wissenschaftlich sachlicher Weise auf dem Gebiet des Baustofflichen Klärung schaffen und der gegenwärtigen Unsicherheit und Auskunftslosigkeit im Baustoffverkehr ein Ende machen soll. Unter Vermeidung des Messecharakters wird das Vielerlei des Ausgestellten durch eine einheitliche architektonische Umrahmung zu einem organischen Ganzen zusammengefaßt.

Der Staatskommissar für das Wohnungswesen Excellenz Freiherr v. Coels hat den Ehrenvorsitz übernommen.

Die Beteiligung seitens der Firmen ist außerordentlich rege. Wesentliche Teile der Ausstellung, insbesondere die Baulichkeiten auf dem angrenzenden Freigelände sind bereits fertig gestellt.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß auf der Ausstellung die Ergebnisse des demnächst zur Entscheidung kommenden Wettbewerbs zur Herbeiführung von Vorschlägen betreffs Verbilligung des Kleinwohnungsbaues den der Reichsverband im Frühjahr veranstaltet hat, der Öffentlichkeit unterbreitet werden.

„Siedler, hilf Dir selbst!“

Die vom „Reichsverband zur Förderung sparsamer Bauweise“ zu Berlin in den Ausstellungshallen am Zoo veranstaltete Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ wird am 16. November d. J. eröffnet. Mit Rücksicht auf die Möglichkeit einer beschleunigten wirtschaftlichen Umstellung, die es verbietet, der herrschenden und im entscheidenden Augenblick erheblich wachsenden Wohnungsnot auf dem Wege der langfristig vorzubereitenden Siedlung zu begegnen, ist der Ausstellung eine besondere Abteilung hinzugefügt, welche Bauten primitivster Herstellungsweise vorführt, die der Siedler unter Hilfeleistung seiner Nachbarn oder anderer ungelernter Arbeiter selbst errichten

kann. Diesen Bauten sind die behelfsmäßigen Konstruktionsweisen, wie sie an der Front und im Etappengebiet jedem Feldgrauen vertraut geworden sind, zugrunde gelegt. Insbesondere sollen Baustoffe, wie Erde, Schlacken, Lehm, Rundholz, Schilf usw., die in unmittelbarer Nähe der Baustelle gefunden oder gewonnen werden, weitgehendste Ausnutzung erfahren. So hat sich z. B. in einigen Gegenden Frankreichs der Straßenschlamm in halbgetrocknetem und gestampftem Zustand als vorzügliches Baumittel erwiesen. Ebenso wird gezeigt werden, wie die an der Front freiwerdenden Bestände an Baustoffen zweckmäßige Verwendung im Schnellbau finden. So sollen die Erfahrungen des Krieges nutzbar gemacht werden.

LITERATURSCHAU.

Bearbeitet von Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

I. Der Baustoff.

Seine Herstellung, Bearbeitung und Eigenschaften. Baustoffuntersuchungen.

Zementprüfung. Zu dem in Nr. 94 der Tonind.-Ztg. gemachten Vorschlage, die Mörtelprobekörper in zylindrischer Form herzustellen, gibt A. Daiber ebenda Nr. 103 Ergänzungen über die Formen, die dabei zweckmäßig sein würden, an. Dreiteilige Zylinderschalung versenkt in abnehmbare Fuß- und Kopfplatte.

Hochfenschlacke als Zuschlagstoff für Beton. Von Dipl.-Ing. Siegfried Kiehne, Diedenhofen. Es wird dargelegt, wie die erstarrte Schlacke für Betonbauzwecke weiter behandelt wird. Beim Brechen allein entstehen zwar geeignete Schotterstücke, doch feinere Masse wird nur in ungenügender Menge geliefert. Feinkörnige Masse ist zuzusetzen. Sie wird am billigsten gewonnen aus granulierter, d. h. im Glutflusse zerteilter Schlacke, die im Kollergang zum Teil zertrümmert wird. Mitteilung von Versuchsergebnissen, aus denen unverkennbar hervorgeht, daß Beton, der mit gemahlenem Schlackensand angemacht ist, doppelt so druckfest wird, wie solcher, bei dem statt dessen zerfallene Hochfenschlacke verwendet worden ist. *Brückenbau* 1918 Nr. 18.

Über das Verfahren, Beton und Mörtel anzuspritzen. Von Regierungsbaumeister Amos, Hohendölschen vor Dresden. Das schon länger bekannte, aber noch zu wenig verbreitete Verfahren, bei dem das Beton- oder Mörtelgemenge trocken im Druckschlauche zugeführt und erst in der Düse mit Wasser vermischt wird, eignet sich zur Herstellung wandartiger Körper und formenreicher Werkstücke besonders. Das größte Anwendungsgebiet kann ihm jedoch im Schiffbau erstehen. *Näheres Beton u. Eisen* 1918 Heft 14/15.

Leichtbeton. In *Beton und Eisen* 1918 Heft 16 S. 182 erörtert Herr Amts- und Ge-

meindebaumeister die Zusammensetzung und Zweckmäßigkeit des patentierten Rüdiger-Betons.

Maschine zum Reinigen von Schalungsplanken. In der Fabrik von J. van Leeuwen in Delft werden zum Patent angemeldete Maschinen hergestellt, die zur Reinigung von Schalungsplanken von angesetztem Mörtel dienen und 50 qm Holzoberfläche in der Stunde reinigen sollen. Als Betriebskraft dient ein 2—3 P S-Motor. *Mitteil. in Gewapend Beton* 1918 Septemberheft.

II. Theorie.

Statik, Festigkeitslehre, Bemessungsverfahren.

Querdehnung längs beanspruchter Stäbe und die Poissonsche Zahl. Von Geh. Oberbaurat Prof. Dr.-Ing. Fr. Engeßer, Karlsruhe. In *Beton und Eisen* 1918 Heft 14/15 werden zunächst die Ergebnisse amerikanischer und deutscher (von Scheit angestellter) Versuche angeführt, die zur Feststellung der Poissonzahl m für eine Reihe Baustoffe geführt haben. Während m für isotrope Körper i. a. zwischen 3 und 4 liegt, weist Beton sehr verschiedene Werte auf. m ist 7 bis 10 bei kleinen Spannungen und Beton von geringem Alter, nimmt aber mit verminderter Spannung und wachsendem Alter rasch ab. Verf. läßt dann eine theoretische Ableitung der Zahl m folgen, die den Vorzug hat, dem Bau-Ingenieur leicht verständlich zu sein, was von der auf Differentialgleichungen der Elastizitätstheorie aufgebauten Ableitung von Poisson selbst nicht behauptet werden kann.

Beitrag zur Berechnung des mehrfeldrigen, gestielten Balkens. Von Hofrat Dr. J. Melan. Der Gedankengang dieser auf das Gehlersche Drehwinkelverfahren aufgebauten Ableitung wird vom Verfasser wie folgt zusammengefaßt: „Es wird der auf Stielen, die mit ihm fest verbunden sind, gelagerte Balken als durchgehender Träger behandelt, in dessen Stützpunkten die vom Biegungswiderstand der Stiele herrührenden Stielkopfmomente angreifen. Letztere werden

aus der Bedingung bestimmt, daß die Verdrehung des Balkenquerschnittes über der Stütze gleich jener des Stielkopfes sein muß.“ Der Eisenbau 1918 Heft 9.

Beitrag zur Klarlegung der Knickverhältnisse bei dem aus vier Stäben bestehenden Rahmen. Von Dipl.-Ing. E. Elwitz. 2 Seiten in Der Eisenbau 1918.

Formänderungswinkel und Biegemoment. Referat von Regierungsbaumeister Amos, Hohendölschen, über Heft 38 der D. A. f. E., die Versuche von Bach und Graf in Stuttgart betreffend. Der Brückenbau 1918 Nr. 18.

Berechnung statisch unbestimmter biegungssteifer Stabzüge mit besonderer Berücksichtigung von Rechenkontrollen. Von Ingenieur Dr. Wilhelm Vieser. Nach Besprechung der mannigfachen in neuerer Zeit veröffentlichten Verfahren zur Behandlung statisch unbestimmter Systeme, führt Dr. Vieser eine Behandlungsweise vor, die in übersichtlicher Weise Kontrollen ermöglicht. Die Anwendung wird an 8 Beispielen gezeigt: 2-Gelenk- Γ -Rahmen, eingespannter Γ -Rahmen, 2-stöckiger eingespannter Rahmen, 4-stieliger Gelenkrahen, 3-stieliger Gelenkrahen, eingespannter Γ -Rahmen mit allgemeinen Zahlen, wagerecht belasteter symmetrischer sowie auch ein unsymmetrischer Stockwerksrahmen. Die Arbeit verdient die Beachtung aller, die mit Rahmenberechnungen zu tun haben. Zu bedauern sind einige störende Unklarheiten in der Fassung und verwirrende Druckfehler. Der Brückenbau 1918 Heft 16 u. 17.

Beitrag zur Bestimmung der Haupt- und Schubspannungen im Eisenbetonbalken bei wandernden Einzellasten. Von Ingenieur Rudolf Schuhmann, Wien. Gegenüberstellung der Berechnungsweisen nach den deutschen und den österreichischen amtlichen Bestimmungen. Beton und Eisen 1918 Heft 16.

Unmittelbare Querschnittsbemessung auf Biegung beanspruchter Eisenbetonteile bei Berücksichtigung der Betonzugspannungen. Von Dipl.-Ing. E. Elwitz, Düsseldorf, z. Z. kriegsgefangen. Ableitung von Gleichungen und Tabellen für den einfach und den doppelt bewehrten Rechtecks- sowie Plattenbalkenquerschnitt. Sogar der Fall, daß E_{bdr} nicht gleich E_{bz} angenommen wird, wird berücksichtigt. Verf. giebt hierfür einen einfachen Kunstgriff an: die Annahme einer gedachten, abgeänderten Breite der Zugzone. σ_{bd} und σ_e (oder σ_{bz}) sind anzunehmen; die Tabellen geben dann Hilfswerte a_0 und b_0 zur Berechnung von $h' = a_0 \cdot \sqrt{M}$ und $f_e = b_0 \cdot \sqrt{M}$. Auch das Bewehrungsverhältnis φ ist aus den Tabellen sofort ersichtlich. Durch das Elwitzsche Verfahren ist die Möglichkeit gegeben, einfach und doppelt bewehrte Platten und Plattenbalken, deren Betonzugzone rissefrei

bleiben soll, ebenso einfach zu bestimmen, wie die einfach bewehrten Platten bei ausgeschiedener Zugzone (nach den Tabellen, die den früheren preußischen Bestimmungen beigegeben waren). Zeitschr. für Architektur und Ingenieurwesen 1918 Heft 4.

Die Berechnung der Schwindspannungen in Eisengrobmörtelkörpern. Von Regierungsbaumeister Gaede, Hannover. Theoretische Ableitung, die von der gegenseitigen Beeinflussung zweier paralleler durch Querverbindungen von einander abhängig gemachter Stäbe ausgeht, die verschiedene Längenänderungen auszuführen streben. Ein beachtenswerter Beitrag zur Erforschung der Schwindwirkungen. Zentralblatt d. Bauv. 1918 Nr. 74.

III. Versuche mit Eisenbeton.

— — —

IV. Vorschriften und Leitsätze.

Gutachten des Österr. Ing.- und Arch.-Vereins betreffend Sparmaßnahmen im Eisenbetonbau. Vom Referenten des Eisenbetonausschusses, Oberbaurat Dr. von Emperger erstatteter Bericht. Vom k. k. Kriegsministerium ersucht, hat der Eisenbetonausschuß des oben genannten Vereins Vorschläge zur Änderung der amtlichen Bestimmungen ausgearbeitet, die zur Ersparung an Baustoff führen sollen. Es wird vorgeschlagen, σ_e von 1000 auf 1200 kg/qcm zu erhöhen, statt bestimmter Mischungsverhältnisse bestimmte Druckfestigkeiten zu verlangen, höhere Spannungen für hochwertigen Zement (250 bis 360 kg/qcm Druckfestigkeit) σ_b bei Biegung 60, bei Druck 40 kg/qcm zuzulassen; die ringförmige Umschnürung soll der schraubenförmigen gleichgestellt werden. Die Druckspannung soll an den Schrägen von Plattenbalken um 20 v. H. gesteigert, bedingungsweise sollen die Schalungen früher beseitigt werden dürfen. Der Wortlaut der Abänderungen und Ergänzungen der bisherigen Vorschriften ist beigegeben. Zeitschrift des österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1918 Nr. 35.

V. Anwendungen und Ausführungen.

1. Allgemeines über Beton- und Eisenbetonbauweise. Fertigerzeugnisse. Neue Anwendungen. Bauunfälle.

Rißbildung in Bauwerken aus Eisenbeton oder Beton und die Mittel zu ihrer Verhütung. Von Dr.-Ing. C. Haberkalt. Es wird etwa folgendes ausgeführt: Risse entstehen, wenn die Betonzugfestigkeit a) durch zu hohe Gewichtsbelastung, b) durch Kraftwirkungen aus Temperatureinflüssen oder c) aus Einflüssen des Schwindens überschritten wird. Gegenmittel: Sehr zugfeste Zemente (hochwertige Spezialzemente, sic!), Feuchthalten, bis einigermaßen aus-

reichende Zugfestigkeit im Beton entstanden ist, genaue Bemessung der Querschnitte unter Einrechnung der Schwindspannungen. Letztere Maßnahme ist jedoch nur in bestimmten Baufällen (Eisenbahnbrücken) üblich. Es folgt dann eine ziemlich umfangreiche Vergleichung der deutschen Vorschriften mit den österreichischen, die zu dem Ergebnisse kommt, daß die deutschen Vorschriften bei Eisenbahnbrücken eine höhere Sicherheit verlangen als die österreichischen. Ö. Wschr. f. d. öffentl. Baudienst 1918 Nr. 27 und 28.

Bauweise „Schnell“. In Beton und Eisen 1918 Heft 16 werden die Vorteile der in Deutschland wie in Österreich-Ungarn patentierten Hohlsteinbauweise „Schnell“ besprochen. Diese ist schon zahlreich von Staatsbehörden angewendet worden und ist besonders gekennzeichnet durch die Verwendung wetterfesten Betons an der Außenseite und porösen nagelbaren Schlackenbetons an der Innenseite. Die Wärmehaltung soll bedeutend besser sein als bei Ziegelbauten.

Der Eisenbeton als Ersatz des Eisens im Maschinenbau. Oberbaurat Dr.-Ing. Fritz von Emperger befürwortet mit kurzen Erläuterungen und mit 1 Abbildung die von Ingenieur Joseph von Vass, Kötzschenbroda vorgeschlagene und zum Patent angemeldete Herstellung von weniger beanspruchten Maschinenteilen in Eisenbeton. Beton und Eisen 1918 Heft 14/15.

Zu den Ursachen der Beschädigung und des Absturzes zweier Platten der Labrador-Verkleidung des Palastes „Koruna“ in Prag. Von Dr.-Ing. J. J. Polivka, Prag. Verfasser führt die Auffassung des Sachverständigen Prof. Fr. Klokner und die Entgegnung von Prof. Rieger-Brünn vor und erklärt letztere als durchaus unstichhaltig und zielhaft. Jedenfalls ist den Platten an den Stoßfugen nicht so viel Spielraum gegeben worden, daß die Ausdehnungswirkungen der Platten bei Sonnenbestrahlung und die Verkürzung der Pfeiler infolge Schwindens, Zusammensetzens und Belastung voll hätten ausgeglichen werden können. Beton und Eisen 1918 Nr. 14/15.

Unfallstatistik des D. A. f. E. Fall 21. Bruch einer Eisenbetondecke. Einerseits eine Steigerung der Nutzlast auf den achtfachen Betrag des zulässigen, andererseits eine höchst liederliche Ausführung haben den Bruch einer Fabrikdecke herbeigeführt. Der Fall zeigt, daß eine genauere Überwachung von Eisenbetonausführungen einzuführen notwendiger ist, als die theoretischen Grundlagen ins Ungemessene zu verfeinern. Der Unfallbericht ist an den üblichen Stellen zu finden.

2. Hochbau.

3. Brückenbau.

Bogenbrücken aus umschnürtem Gußeisen. Abdruck des von Dr. F. v. Emperger am 19. März 1917 in der Vollversammlung des Österr. Ing.- und Arch.-Vereins gehaltenen Vortrages, der zunächst die Grundzüge der Empergerschen Bauweise klar erörtert und sich dann der Betrachtung einer größeren Reihe in umschnürtem Gußeisen ausgeführter Brücken zuwendet. Alle diese Ausführungen befinden sich in Deutschland. Die Bauweise wird auch in Österreich Verbreitung finden, nachdem die k. k. Wasserstraßen-Direktion Normalien für Überfahrtsbrücken aus umschnürtem Gußeisenbeton aufgestellt hat. Der Abdruck ist mit vielen Abbildungen versehen. Zeitschrift des Österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1918 Nr. 31 bis 34.

Bogenbrücken aus umschnürtem Gußeisen. Am 10. März 1917 zu Berlin von Dr.-Ing. F. v. Emperger gehaltenen Vortrag. Der in der Zeitschrift d. Österr. Ing.- und Arch.-Vereins abgedruckte Vortrag erscheint auch — allerdings ohne Abbildungen — in Gewapend Beton 1918 Septemberheft.

4. Wasserbau.

— — —

5. Grundbau.

insbes. Pfahlbauweise.

Explosions-Betonpfähle. Besprechung der auf u. a. der Baufach-Ausstellung zu Leipzig 1913 vorgeführten Bauweise in Gewapend Beton 1918 Septemberheft.

Das Rammen von Eisenbetonpfählen. Wieder findet sich in Gewapend Beton (1918 Augustheft) ein wertvoller Bericht über eine Pfahlgründungsausführung. Besondere Berücksichtigung finden: der Zerstörungsgrad des Pfahlkopfes, die Schlaghaube. Während bei Pfählen mit 35 cm Durchmesser die Köpfe außerordentlich beschädigt wurden, blieben sie bei 30-cm-Pfählen gut erhalten. Die Pfähle besaßen Spiralbewehrung. Am Kopfende waren die Pfähle zylindrisch, im übrigen achteckig. Bei den meisten Pfählen hatte man den Durchmesser des zylindrischen Kopfes gleich dem des um das Achteck umbeschriebenen Kreises gemacht. Dadurch entstand eine ziemlich dicke Lage Beton außerhalb der Ringbewehrung. Es hat sich erwiesen, daß man möglichst wenig Beton außerhalb der Bewehrung belassen soll, da er unter den Schlägen der Ramme bald zerstört wird und die Schlaghaube dann schlecht sitzt. Gewapend Beton 1918 Augustheft.

6. Straßen-, Eisenbahn-, Tunnel- und städt. Tiefbau.

Streckenausbau mit Hilfe von hohlen Eisenbetonsäulen mit einer Verdämmung. Patent des Ingenieurs Monjue (Brüssel?) In druckhaftem Gebirge verwendet man Holz zum einstweiligen Streckenausbau, weil es das Eintreten gefährlicher Beanspruchungen vorher anzeigt. Die gleiche Eigenschaft ist von hohlen umschürten Eisenbetonsäulen zu erwarten, die mit Sand gefüllt sind, auf den sich mit besonderen Stempeln die Lasten übertragen. Elektrische Warnungszeichen werden dann bei zu großer Zusammenpressung hervorgerufen. Beton und Eisen 1918 Heft 14/15.

Verwendung von Betonsteinen (an Stelle von Schüttbodyen) als Oberbeton zwischen Straßenbahngleisen in Asphalt und Holzpflasterstraßen. Österr. Wochenschr. für den öffentl. Baudienst 1918 Nr. 28 entnimmt der Zeitschrift für Transportwesen und Straßenbau 1917 S. 134 die Mitteilung, daß die Stadt Leipzig mit Versuchen, den am Schienensteg der Straßenbahngleise anliegenden Betonkörper aus fertigen 20×10 cm-Betonsteinen zu bilden, zu günstigen Ergebnissen gelangt sei. Die Holzpflasterklötze können unmittelbar nach Versetzen dieser Betonsteinschicht aufgebracht werden. Zeitersparnis!

7. Schiffbau.

Schiffe aus Eisenbeton. Von Dr. A. Guttman, Düsseldorf. Diese eingehendste und vielseitigste der bisher erschienenen Abhandlungen über den Eisenbetonschiffbau ist in Stahl und Eisen 1918 Nr. 27 bis 29 erschienen, umfaßt 20 Seiten und bringt 18 Abbildungen, zum Teil Pläne und Schnitte, zum Teil bisher in deutschen Zeitschriften noch nicht vorgeführte Lichtbilder (insbesondere vom Bau des 7900-t-Schiffes in Amerika). Nach Besprechung der Hauptfragen: Eisenbedarf, Festigkeit, Gewicht, Lebensdauer, Glattehaltung der Schiffshaut, Bewährung im Seewesen und bei Seegang und Maßnahmen zur Gewichtsverminderung werden die bisherigen Leistungen der einzelnen Länder auf dem Gebiete des Eisenbeton-Schiffbaues besprochen. (Frankreich, Holland, Amerika, Italien, Deutschland, Schweiz, England, Dänemark, Norwegen, Schweden, Belgien und Österreich-Ungarn). Diese Abhandlung, gestützt auf gründliche Kenntnis der einschlägigen Veröffentlichungen (insbesondere auch der ausländischen) ist eine sehr wertvolle Bereicherung unserer Eisenbetonliteratur.

Der Dampfer „Faith“ (amerikanisches Eisenbetonschiff) soll eine fünftägige Reise nach der amerikanischen Westküste gut überstanden haben. Beton und Eisen 1918 Nr. 14/15.

Betonschiffbau in Norwegen. Über die Anlage einer Eisenbetonschiffswerft in Nærnas berichtet kurz Beton und Eisen 1918 Nr. 14/15.

Zur Frage des Baues von Eisenbetonschiffen. Von Dr. techn. Walther Stroß, Konstantinopel. Mitteilung, daß in der Türkei ein 50 t-Prahm mit Motorantrieb von einer deutschen Firma hergestellt worden ist, der einen sehr günstigen Eindruck macht, während ein zweiter, ein wenig größerer, von einem armenischen Ingenieur entworfen und ausgeführter Prahm sehr unglücklich aussehe. Hieran anschließend werden einige allgemeine Fragen berührt: Die Haltbarkeit des von Algenansatz geschützten Außenputzes sei groß; die vorteilhafteste Herstellungsweise sei die, welche nur eine innere Holzschalung verwende und eine zweite Schalung durch Mörtelanwurf an ein Drahtnetz erzeuge. Die Plattendicke könne u. U. bis auf 2,5 cm (!) herabgesetzt werden. Beton und Eisen 1918 Nr. 14/15.

VI. Sonstiges.

Wirtschaftliches, Personen- und Vereinsnachrichten.

Zementabsatz. Über die Schwierigkeiten der österreichischen Zementerzeugung und -veräußerung, sowie über die Einfuhr deutschen und polnischen Zementes nach Österreich-Ungarn werden einige Mitteilungen gemacht in der österreichischen Wochenschrift f. d. ö. Baudienst 1918 Nr. 26.

Gründung einer Eisenbeton-Schiffbau-Aktien-Gesellschaft in Deutschland. Sitz Hamburg, Führung Wayß & Freytag A. G., Aktienkapital 1 Million Mark. Näheres Beton und Eisen 1918 Heft 16.

In der Literaturschau des September-Heftes werden die beiden Veröffentlichungen 5 und 6 des Eisenbetonausschusses des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins erwähnt, hierbei sei — um Mißverständnissen vorzubeugen — darauf verwiesen, daß Heft 6, das sich mit den Kontrollbalken befaßt, von Herrn Ing. Naehr bearbeitet und verfaßt ist.

Die Schriftleitung:

M. Foerster.

Den Vfassern größerer Originalbeiträge stehen je nach deren Umfang bis zu 5 Exemplaren des betr. vollständigen Heftes kostenfrei zur Verfügung, wenn bei Einsendung des Manuskriptes ein entsprechender Wunsch mitgeteilt wird. Sonderabdrücke werden mir bei rechtzeitiger Bestellung und gegen Erstattung der Kosten geliefert.