

ARMIERTER BETON.

1917. August.

INHALT

Ein Schiff aus Eisenbeton auf dem Bieler See (Schweiz). S. 177. Von Geheimrat Professor M. Foerster (Dresden).

Zur Frage der Schalldämpfung bei Massivdecken. Von Regierungsbaumeister Amos (Hohendölzchen vor Dresden). S. 180.

Das praktische Entwerfen von Brückengewölben, insbesondere die Näherungsberechnung der Scheitel- und Kämpferstärke. Mit Untersuchungen über die Spannungen, die größte erreichbare Spannweite und das kleinstmögliche Pfeilverhältnis. Für die Praxis bear-

beitet von Ingenieur A. Straßner, Frankfurt a. Main. (Fortsetzung und Schluß von S. 171). S. 183.

Die Behandlung mehrstieliger Rahmen nach dem Verfahren des Zahlenrechtecks, Betrachtung ungleicher Öffnungen und Stützhöhen aber gleicher Steifigkeitsverhältnisse (Stockwerksrahmen). Von Dr.-Ing., Dr. sc. nat. L e w e, Leiter der Bauprüfungsstelle in Bromberg. S. 190.

Unfallstatistik des deutschen Ausschusses für Eisenbeton. S. 194.

Literaturschau. Bearbeitet von Dr.-Ing. W. Kunze (Dresden). S. 194.

EIN SCHIFF AUS EISENBETON AUF DEM BIELER SEE (SCHWEIZ).

Wenn auch langsam, so hat doch allmählich der Verbundbau auch in das Gebiet des Schiffbaus einzudringen vermocht, und man kann heute noch nicht wissen, ob dieses Anwendungsgebiet, das in seinen ersten Anfängen bis auf die fünfziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts zurückgreift (Eisenbetonboot Lambot's aus dem Jahre 1854¹⁾ nicht in Zukunft für die Fluß- und Kanalschiffahrt eine hohe Bedeutung erlangen wird. Vielleicht ist die Zeit nicht mehr allzufern, in der Kähne aus Eisenbeton an Stelle der bisherigen Holz- vor allem aber auch der Eisenbauten, hergestellt werden, und Rhein- und Donauschiffe für Transport be-

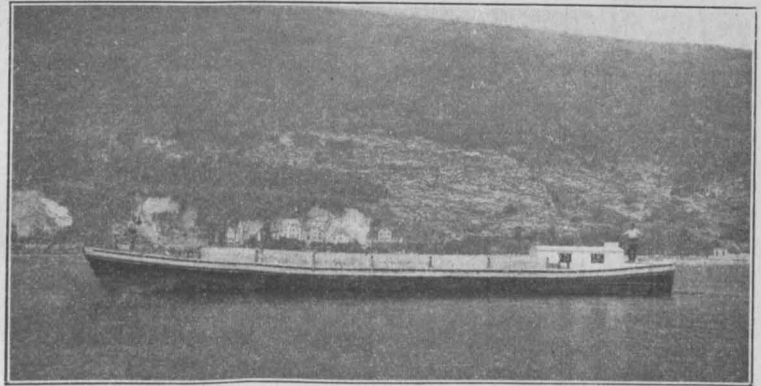


Fig. 1.

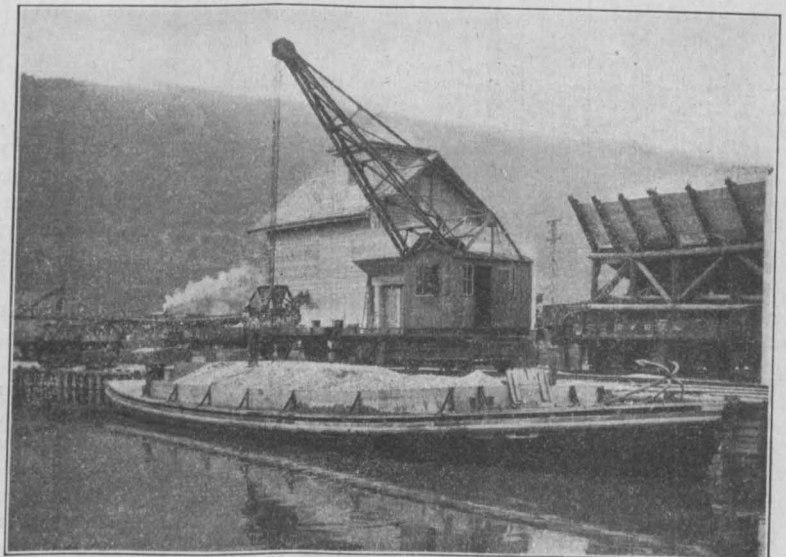


Fig. 2.

¹⁾ Die Lambot'sche Bauart wurde s. Zt. durch Patent geschützt. Der Erfindungsgedanke bezweckte, das Holz im Schiffbau durch bewehrte Betonplanken zu ersetzen, welche durch eine auf ein Eisennetz als Seele aufgelegte Mörtelschicht hergestellt wurden. Damals ist bereits ganz ernstlich die Herstellung von ganzen größeren Schiffen aus diesen Baustoffen in Erwägung gezogen worden; das erhellt u. a. daraus, daß sich die Marineverwaltung von Toulon in einem vom 5. Nov. 1858 datierten Gutachten gegen diese Absicht ausspricht — vgl. „Beton und Eisen“ 1902. S. 82: „Le Beton armé“ 1902 Nr. 55.

sonders von Massengütern von 1200—1600 t Tragfähigkeit gebaut werden! Deshalb dürften die nachfolgenden kurzen Erläuterungen eines seit nunmehr 5 Jahren bestens bewährten Eisenbetonrahmes allgemeines Interesse verdienen.

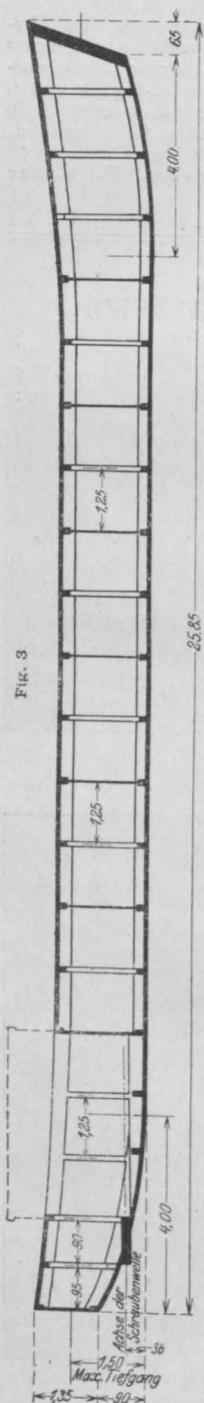


Fig. 3

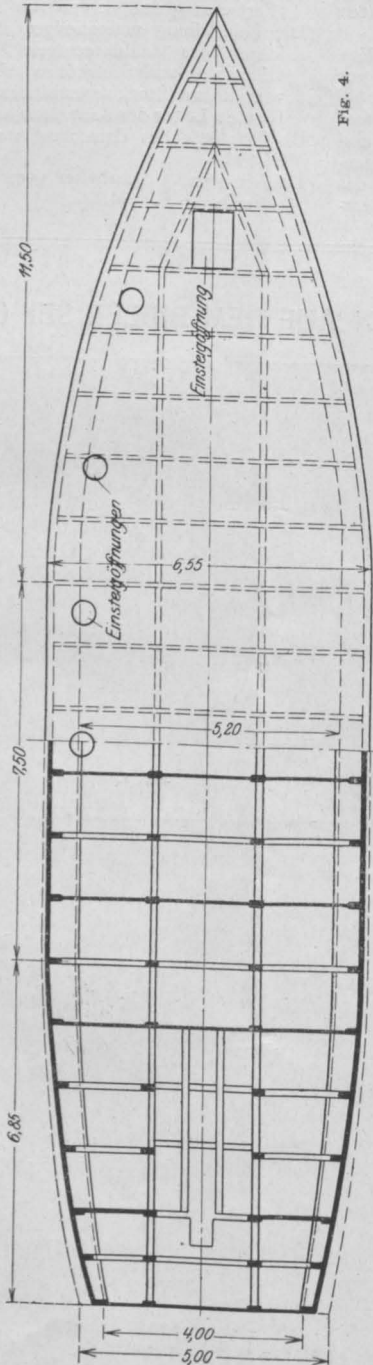


Fig. 4.

Das in seiner Längsansicht in Fig. 1, während der Ladearbeit in Fig. 2 dargestellte Schiff hat eine Tragfähigkeit von 100 t. Es wurde für die Sand- und Kiesverwertungs-Gesellschaft A.-G. in Nidau bei Biel gebaut, dient zum Sand- und Kiestransport auf dem Bieler See und versorgt Biel, Nidau und Umgegend mit Betonierungsmaterial. Das Schiff hat sich seit Inbetriebnahme bestens bewährt und sogar seine Tätigkeit mit Erfolg auf dem Aarekanal bis nach Solothurn ausgedehnt.

Das Schiff, dessen Gesamtanordnung aus den Fig. 3, 4, 5 und 6 zu entnehmen ist, weist eine Gesamtlänge von 25,85 m, bei einer Höchstbreite von 5,20 m auf; seine Schiffswand hat 4 cm Stärke und ist mit einem doppelten Eisennetz von 6 cm Maschenweite, aus 4 mm starkem Draht

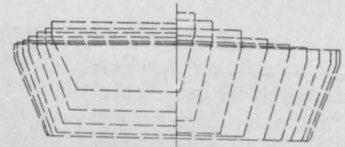


Fig. 5.

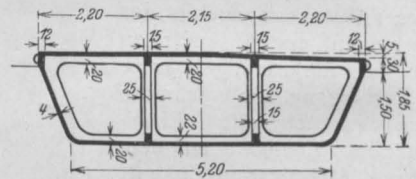


Fig. 6 a.

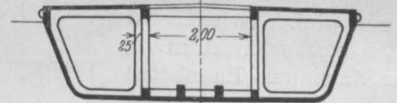


Fig. 6 b.

bestehend, bewehrt. Für die Form des Schiffes waren keine besonderen Gesichtspunkte statischer oder wirtschaftlicher Art maßgebend; man schloß mit ihr sich vielmehr der üblichen Form der auf den Schweizer Seen verkehrenden hölzernen Lastschiffe, den sogen. „Ledischiffen“ an. Alle Spanten des Schiffes sind Eisenbetonrahmen mit 2 Außen- und 2 Mittelstützen; eine ähnliche Ausbildung zeigt auch die geradflächig verlaufende Hinterwand, während die Vorderspitze durch Zusammenziehung der Spantenrahmen in einem bewehrten, zugeschärften Steven endet. Eine Anzahl von Querschotten zerlegen das Schiff in einzelne unter sich wasserdichte Abschnitte, die, auch wenn ein oder der andere Teil durch irgend einen unglücklichen Zufall

mit Wasser vollgelaufen sein sollte, die Schwimmfähigkeit des Kahnés aufrecht erhalten und ihn vor dem Untergehen sichern. Selbstver-

bedarf kaum der Hervorhebung.

Die Längsbalken sind vorwiegend unter der Annahme in ihren Abmessungen kontrolliert, daß der Kahn, beim Abflauen als Träger auf 2 Stützen wirkend, als Ganzes betrachtet, vollkommen biegesicher ist. Zudem müssen naturgemäß die Längsbalken auch sowohl die totale Belastung des Schiffes als auch die verschiedenst möglichen Teilbelastungen sicher aufnehmen und nach ihren Stützpunkten übertragen. Die Schottenwände sind für einseitigen Wasserdruck berechnet.

Am Boden und an den Seitenkanten des Schiffes

sind Holzschwellen oder Streichhölzer angeordnet, um einmal den Stoß beim Anfahren abzumildern, zum andern, um die Schiffskante gegen einen unmittellbaren Stoß zu sichern.

Die Ausführung des auf der Ablaufplattform montierten Kahnés war insofern keine leichte und billige, als mit allem Recht²⁾ die ausführende Firma darauf Wert legte, daß der Beton überall unbedingt zwischen zwei Schalungen (und in fetter Mischung) gegossen wurde. Die hierbei sich einstellenden Schwierigkeiten — besonders in der windschiefen Form vieler Flächen begründet — sind durch Verwendung besonders dünner, biegsamer Bretter behoben worden. Ebenso kostete das Einbringen der Eisen bei sorgfältigster

²⁾ In Italien ist es üblich, die Rippen zwar zwischen Schalungen zu gießen, die Schiffshaut aber durch Anwurf des Mörtels mit der Kelle an das Eisenetz herzustellen. Daß dies Verfahren recht mangelhafte Ausführungen zeitigen muß, liegt auf der Hand.

ständig liegen die Querschotten in Ebenen der Rahmen-Spanten.

Decke und Boden des Schiffes werden zwischen den Spanten durch an ihre Stützen anschließende kräftige Längsträger getragen, die zugleich ein biegesicheres Verhalten des Schiffes bei seinem Abflauen sichern.

In sehr erheblichem Maße ist die Tragfähigkeit des Schiffes durch Anordnung einer besonderen Lastdecke, über dem Boden in rd. 1,75 m Höhe gelegen, vergrößert. Auf diesem Ladeboden wird, durch seitlich aufgestellte und abgesteifte Bretterwände gesichert, die Kies- und Sandlast aufgebracht (vgl. Fig. 1 u. 2). Einzelheiten der Bewehrung zeigen die Fig. 7 u. 8 a b. Für die Bewehrung der Längsbalken sind vorwiegend Rundeseisen von 16 mm ϕ , für die Spantenrahmen solche von 12 mm ϕ , für deren Stützen von 10 mm verwendet.

Die Bewehrung der Spanten entspricht den rechnerischen Beanspruchungen, wobei naturgemäß wegen der unvermeidlichen dynamischen Beanspruchungen durch die Wasserbewegung und beim Be- und Entladen mit einem Überschuß an Eisen konstruiert ist. Daß zwischen Spanten und Stützen, sowie an den Übergangsstellen zur Schiffswand kräftige Vonten notwendig und im vorliegenden Falle

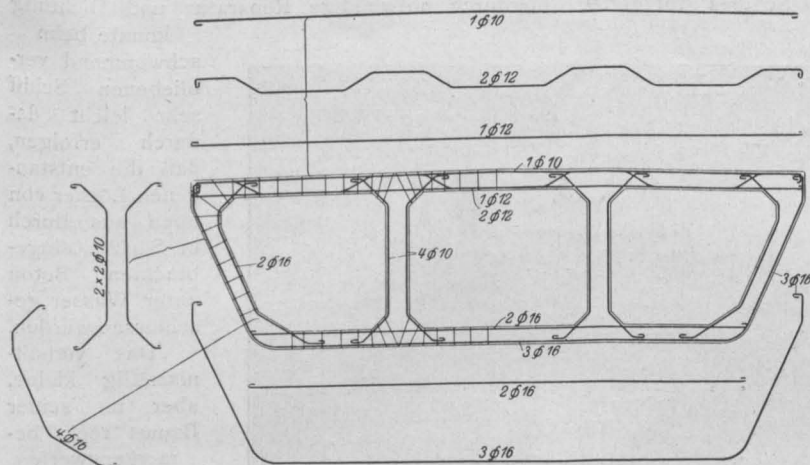


Fig. 7.

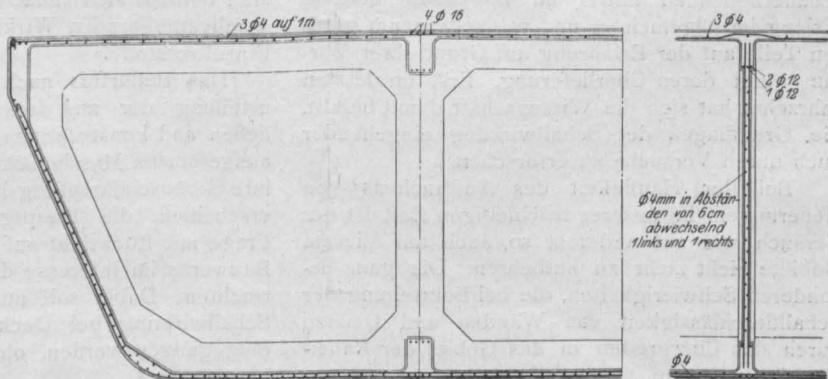


Fig. 8 a u. b.

Ausführung viel Arbeit und stellte sich selbstverständlich gegenüber der Bewehrung bei anderen Eisenbetonbauten verhältnismäßig teuer. Ein Bild von der Herstellung des Schiffes gibt Fig. 9.

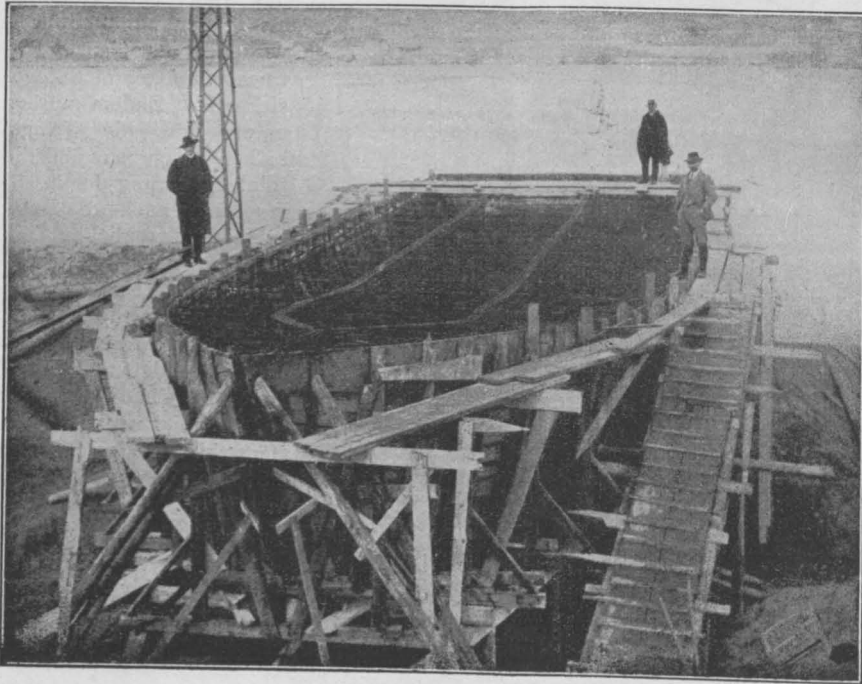


Fig. 9.

Nach dem Ausschalen wurden die Außenflächen des Kannes mit Zementstaub angeblasen und geglättet.

Durch einen kleinen Unfall beim Stapellauf wurde bei zwei Kammern der Boden aufgerissen, wodurch sich dieselben mit Wasser füllten. Die hierdurch notwendige Reparatur und Dichtung

konnte beim schwimmend verbliebenen Schiff sehr leicht dadurch erfolgen, daß die entstandenen Löcher von oben aus durch in Säcken eingebrachten Beton unter Wasser geschlossen wurden.

Das verhältnismäßig kleine, aber in seiner Bauart recht bemerkenswerte Schiff, wurde von der Schweizer

Tochtergesellschaft der Firma Ed. Züblin & Co. in Straßburg ausgeführt. Der Schrauben-Antrieb des Kannes erfolgt durch einen Deutzer Benzinmotor von 35 PS.

Das Schiff legt, leer und beladen 7,5 km in der Stunde zurück. Ohne die Kosten des Stapellaufes stellten sich seine gesamten Baukosten auf nur 10 400 Mark.

M. F.

ZUR FRAGE DER SCHALLDÄMPFUNG BEI MASSIVDECKEN.

Von Regierungsbaumeister Amos, Hohendölzschcn vor Dresden.

Unsere Kenntnis der schalldämpfenden und schallerhöhenden Mittel im Bauwesen beruhte bislang im allgemeinen und wenigsten zum größten Teile auf der Erfahrung auf Grund ihrer Wirkung und deren Überlieferung. Erst im letzten Jahrzehnt hat sich die Wissenschaft damit befaßt, die Grundlagen der Schallwirkung eingehender auch durch Versuche zu erforschen.

Bei der Häufigkeit des Auftauchens von Neuerungen in unserer raschlebigen Zeit ist der Versuch wie auf anderen, so auch auf diesem Gebiete nicht mehr zu entbehren. Die ganz besonderen Schwierigkeiten, die bei Beurteilung der Schalldurchlässigkeit von Wänden und Decken durch das Übergreifen in das Gebiet der Raumakustik vorliegen, haben bisher verzögernd auf die Ausbildung besonderer Verfahren zur Prüfung

von Bauteilen auf Schalldurchlässigkeit gewirkt. Man befaßte sich zunächst hauptsächlich mit der schallverzögernden Wirkung der gebräuchlichsten Einzelbaustoffe.

Das Bedürfnis nach einer zuverlässigen Beurteilung der aus feuerpolizeilichen, sicherheitlichen und konstruktiven Gründen immer häufiger ausgeführten Massivdecken und Leichtwände auf ihre Geräuschkämpfung läßt es jedoch angebracht erscheinen, die Hauptgesichtspunkte in dieser Frage mit Rücksicht auf die Zweckmäßigkeit des Bauwerks im Interesse der Benutzer kurz zu betrachten. Dabei soll nur auf die Ermittlung der Schallwirkung bei Decken und Wänden näher eingegangen werden, ohne daß die Raumakustik berührt wird.

Die geräuschkämpfende oder -fördernde Wir-

kung einer Decke z. B. ist nicht nur von der Art ihrer Ausführung, genannt System, sondern von der Anordnung ihrer Bauelemente im einzelnen, von ihrer Verbindung mit anderen Bauteilen und von ihrer Stellung und Lage im ganzen Bauwerk abhängig.

Da aber eine Änderung der Spannweite, der Dicke, Belastung, Auflagerung und Unterteilung der Decke schalldämpfend oder schallfördernd wirken kann, verhält sich oft eine Decke der gleichen Ausführung in verschiedenen Bauwerken recht verschieden.

Zu beachten ist ferner, daß die Schallübertragung durch Decken von oben nach unten größer ist als von unten nach oben, weil dort gerade der Bodenschall in Erscheinung tritt, während umgekehrt nur der Luftschall in Frage kommen kann.

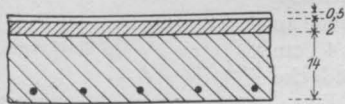


Fig. 1.

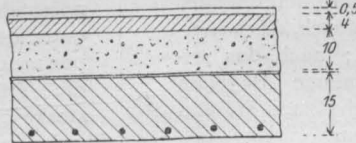


Fig. 2.

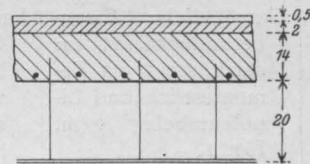


Fig. 3.

Betrachtet man eine Deckenausführung nur unter dem Gesichtspunkte der Tragfähigkeit und Wirtschaftlichkeit, so erfüllen in der Regel verhältnismäßig geringe Stärken den Zweck vollständig. Am augenfälligsten dürften sich dabei Steineisen- und Eisenbetondecken verhalten, deren Konstruktionshöhe besonders gering ist und die vom Standpunkte der Feuersicherheit sehr beliebt sind. Nur leiden sie unter dem nicht unwesentlichen Nachteil, daß sie sehr hellhörig sind und infolge starker Verspannung auch leicht mit-schwingen.

Die auf Grund von Untersuchungen bekannte für die Schalldämpfung günstige Wirkung

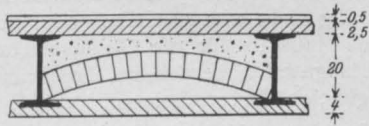


Fig. 4.

mehrerer Baustoffe (Medien) ist daher in weitem Maße zur Anwendung gekommen trotz Vergrößerung der Konstruktionshöhe und dadurch verursachter Verteuerung der Decke.

In einem in der Bauwelt 1916 Nr. 42 erschienenen Aufsatz¹⁾: „Schall und Wärmeschutz des Eisenhauses und der Eisenbetonbauten“ hat Professor Nußbaum eine Reihe von besonderen Maßnahmen

zur allgemeinen Erhöhung der Schalldämpfung angegeben und außerdem auf die vorteilhaften Eigenschaften der sogenannten rheinischen Schwemmsteine aus Bimssand hingewiesen. Infolge ihrer Großzelligkeit und ihres geringen Gewichtes, das keine nennenswerte Verspannung zur Folge hat, bieten sie dem Fortschreiten von Schallwellen hohen Widerstand.

An einigen Deckenausbildungen — Leichtsteindecke Patent Th. Lehmann Halle a. Saale und Schallschutz nach Ph. Krebs, Frankfurt a. M. — wird die Zweckmäßigkeit der praktischen Ausführung dieser Decken gezeigt. Über einen vergleichenden Nachweis der Schalldämpfung bei den vorgeschlagenen Decken werden jedoch Angaben nicht gemacht.

Im allgemeinen sind auch Versuche über die Schalldämpfung von ausgeführten Decken nicht bekannt geworden.

Da es bisher an einem einheitlichen einwandfreien Prüfungsverfahren fehlte, ist von verschiedenen Seiten versucht worden, die Schallwirkung bei Decken vor der Ingebrauchnahme in einfacher, praktischer Weise festzustellen. Man ermittelte zunächst die Wirkung des gewöhnlichen Begehens und starken Auftretens. Zum Vergleich ließ man sodann in der Regel ein eisernes Gewicht aus einer bestimmten Höhe auf die Decke herabfallen, während in einem anderen Raume der Beobachter die Schallwirkung beurteilte.

Es leuchtet ein, daß für den Vergleich verschiedener Deckenausführungen auch die Stelle der Decke von besonderer Wichtigkeit ist, an der die Versuche vorgenommen werden, da es nicht gleichgültig ist, ob hierzu die Mitte der Deckenplatte oder die Nähe des Auflagers ausersehen wird.

Ferner müssen für den Vergleich, abgesehen von den gleichen Stützweiten und denselben Auflagerungsbedingungen, auch die tragenden Mauern auf jeden Fall aus den gleichen Baustoffen bestehen und die gleiche Stärke besitzen.

Ein Beispiel dafür, wie sich die Durchführung von Untersuchungen gestaltet, bei welchen nicht planmäßig diesen Bedingungen Rechnung getragen wird, und wie wenig Wert ihr Ergebnis besitzt, sei nachstehend angeführt.

In einem größeren Verwaltungsgebäude waren 6 verschiedene Deckenarten, darunter auch die in den Fig. 1—4 dargestellten Deckenausfüh-

¹⁾ S. a. von demselben Verfasser: Gesundheits-Ingenieur 1913, 36. Jahrg. Nr. 32: „Das vielgeschossige Geschäftshaus und seine Bauweise.“

rungen eingebaut. Sie wurden in der oben beschriebenen Weise untersucht, indem ein Eisenstück aus 0,5 m Höhe auf die Decke herabfiel.

Dabei wurden die in der nebenstehenden Zusammenstellung enthaltenen Beobachtungen gemacht.

Zu diesem Ergebnis ist zu bemerken, daß verschiedene für die Bewertung der Schallwirkung der Decken wichtige Umstände, wie Stärke und Spannweite bei dem angewendeten Prüfungsver-

Lfd.Nr. der Decke	Art der Ausführung der Decke.	Beobachtungen und Feststellungen über die Schalldämpfung beim Vergleichsversuch.
1	Gewöhnliche Eisenbetondecke, 14 cm stark, mit 2 cm Zementestrich und Linoleumbelag gem. Fig. 1.	hart- und helltönendes Geräusch, das widerhallt; auch das gewöhnliche Begehen deutlich und störend hörbar.
2	wie vor, jedoch mit Preßkork - Platten belegt, mit Zementüberzug und Linoleum	Dieselbe Decke zwischen zwei starken Mittelmauern ließ die Schallwirkung weniger hart und helltönend erscheinen.
3	Eisenbetondecke von 10cm Stärke mit Kiesauffüllung von 10cm Höhe, Zementestrich 4cm stark, Linoleumbelag; Decke in Verbindung mit den Wänden gem. Fig. 2.	Schallwirkung sehr gedämpft, ohne Widerhall, Begehen nur gedämpft hörbar. Bei Einschaltung von Pappe zwischen Decke und Kiessandschicht und bei Trennung zwischen Wand und Estrich ergab sich kein Unterschied in der Wirkung.
4	gewöhnliche Eisenbetondecke von 14 cm Stärke mit 2cm dickem Zementestrich und mit Linoleumbelag, ferner mit einer untergehängten Schallschutzdecke, der sogenannten Drahtkorbdecke gem. Fig. 3.	Geräusche hartklingend, helltönender und dröhnender als bei Decke 3 und längerer Nachhall.

Lfd.Nr. der Decke	Art der Ausführung der Decke.	Beobachtungen und Feststellungen über die Schalldämpfung beim Vergleichsversuch.
5	$\frac{1}{2}$ Stein starkes Stichkappengewölbe in Kalkmörtel zwischen I-Trägern gem. Fig. 4 unter Ausfüllung der Zwickel und Scheitel in etwa 5 cm Höhe mit magerem Schlackenbeton; ferner mit 2,5 cm starkem Zementestrich und Linoleumbelag und unter den Stichkappen anschließend an die Träger 4 cm starke Scheindecke	Geräusche nur sehr gedämpft, gewöhnliches Begehen beinahe gar nicht hörbar. Diese Deckenausführung erweist sich bei der vorliegenden Prüfung als die schalldichteste.
6	Flurdecke in Eisenbeton, also etwa 8 cm stark mit 2 cm dicken Korkplatten und Zementüberzug, Linoleumbelag, ferner in 80 cm Entfernung von Deckenunterseite eine 5 cm starke, bekriechbare Eisenbeton- (Monier-) Decke	Verhält sich etwa wie Decke 2; als Ursache dieses Verhaltens muß die Scheindecke angesehen werden, die statt zu dämpfen als Resonanzboden wirkt, da sie zu leicht in Schwingung gerät.

fahren, wenig oder überhaupt nicht zur Geltung kommen konnten, weil deren Wirkung durch andere Einflüsse verschleiert worden ist.

Ferner kann die subjektive Beurteilung der Schallwirkung nicht wie geschehen oder nur sehr bedingt als Maßstab für die Geräuschdämpfung der Decke angesehen werden, da ihre Grundlagen als nicht gleichmäßig erscheinen.

Für eine einwandfreie Ermittlung der Schalldurchlässigkeit von gegebenen Wänden und Decken empfiehlt es sich vielmehr, folgendes einfache Verfahren anzuwenden, das nach Mitteilungen von Diplomingenieur Ottenstein im Gesundheits-Ingenieur Nr. 19 Jahrgang 36 im Laboratorium für technische Physik der Königl. Techn. Hochschule München ausgebildet worden ist, welchem die Fachwelt eine Reihe grundlegender Arbeiten auf diesem Gebiete bereits verdankt.

Als Schallerreger wird eine Stimmgabel mit Fallhammer, dessen Fallhöhe proportional zur Schallstärke verstellbar ist, verwendet. Die Fallhöhe wird so lange vermindert, bis der Beob-

achter gerade nichts mehr von dem Geberschall hört.

Die so festgestellte Fallhöhe ergibt dann ein Maß für die Durchlässigkeit der untersuchten Decke oder Wand.

Für Vergleichswerte müssen die Entfernungen der Schallquelle und des Beobachters von der untersuchten Decke immer gleich sein, eine Bedingung, die ohne Schwierigkeit eingehalten werden kann.

In zweckmäßiger Weise lassen sich alle diese Bedingungen für eine einwandfreie Prüfung am besten in den staatlichen Prüfungsanstalten durch besondere Versuchseinrichtungen schaffen. Zu diesem Zwecke wäre die Errichtung eines eigenen Versuchshauses notwendig, in welches immer unter den gleichen, aber leicht zu verändernden

Bedingungen die verschiedenen Ausführungsarten der Decken und Wände einzubauen und zu prüfen wären.

Auf diese Weise ließe sich allmählich eine Reihe von Prüfungsergebnissen erzielen, die unter einander vergleichbar sind und die Zweckmäßigkeit der Ausführungsart für die Schalldämpfung erkennen lassen.

Es wäre am Platze, wenn die zunächst beteiligten Kreise, die Verwaltungen der Schulen, Krankenhäuser und Heilanstalten sich der Sache annehmen würden und entweder bei Vergebung von Bauten durch entsprechende Vorschriften über den Nachweis der Schalldämpfung der vorgeschlagenen Ausführungsart oder selbst als Antragssteller ihr gut Teil zur weiteren Lösung dieser wichtigen und schwierigen Frage beitragen würden.

DAS PRAKTISCHE ENTWERFEN VON BRÜCKENGEWÖLBEN,

insbesondere die Näherungsberechnung der Scheitel- und Kämpferstärke. Mit Untersuchungen über die Spannungen, die größte erreichbare Spannweite und das kleinstmögliche Pfeilverhältnis.

Für die Praxis bearbeitet von Ingenieur A. Straßner, Frankfurt a. Main.

(Fortsetzung und Schluß von S. 171.)

Ermittlung der Kämpferstärke.

Wir erhalten nach den Gl. (8):

$$k_1 = 0,0370 - 0,0005 \cdot 3,2 = 0,0354$$

$$k_2 = 0,1220 - 0,0036 \cdot 3,2 = 0,1105.$$

k wurde bereits zu 0,1631 ermittelt.

Da am Kämpfer die Gewölbbreite 7,5 m beträgt, haben wir mit

$$p_e = 0,45 \cdot \frac{6,9}{7,5} = 0,41 \text{ t/m}^2,$$

und
$$g = \frac{28,3}{7,5} = 3,77 \text{ t/m}^2$$

zu rechnen. Es wird somit nach den Gl. (34)

$$c_1 = \frac{3,77 \cdot 0,1631 + 0,41 \cdot 0,0354}{25,5} = 0,0248 \text{ t/m}^3,$$

$$c_2 = 0,41 \cdot 0,1105 = 0,0453 \text{ t/m}^2,$$

$$c_3 = \frac{260 \cdot 20 + 10,5 \cdot 158}{25,5} = 269 \text{ t/m}^3.$$

Wegen der Verbreiterung des Gewölbes von 6,5 m am Scheitel auf 7,5 m am Kämpfer hat man den letzten Wert noch mit 6,5:7,5 zu multiplizieren:

$$c_3 = 269 \cdot \frac{6,5}{7,5} = 233 \text{ t/m}^3.$$

Um den Wert von $\cos \varphi_k$ zu bestimmen, wenden wir die Gl. (20) an, wonach mit

$$c_k = 15 + 3 \cdot 3,2 = 24,6,$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 24,6 \left(\frac{25,5}{79,64} \right)^2}} = 0,53.$$

(Genau ist $\cos \varphi_k = 0,539$.)

Als berechnete genaue Randspannung hat man $\sigma = 297 \text{ t/m}^2$. (Vgl. Veröffentlichung von Prof. Mörsch.) Indem wir diese als zulässige Materialbeanspruchung annehmen, wird nach Gl. (33)

$$d_k = \frac{c_1 l^2}{2 \sigma \cos \varphi_k} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sigma (c_2 l^2 + c_3 d_s^3)}{(c_1 l^2 \cos \varphi_k)^2}} \right]$$

$$= \frac{0,0248 \cdot 79,64^2}{2 \cdot 297 \cdot 0,53} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 297 (0,0453 \cdot 79,64^2 + 233 \cdot 1,203^3)}{(0,0248 \cdot 79,64^2 \cdot 0,53)^2}} \right] = 2,10 \text{ m.}$$

Es ergibt sich hier das richtige Maß bis auf den belanglosen Unterschied von 3 cm. Die angewandten Gleichungen sind demnach äußerst zuverlässig.

Ermittlung der Scheitelstärke bei den kleinstmöglichen Spannungen.

Wir benutzen hier die nach den Gl. (29) bereits ermittelten Werte und erhalten nach Gl. (35):

$$d_s = \sqrt[3]{\frac{2c_2 + c_0 d_s}{c_3' + c_3} l^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 0,0158 + 0,0108 \cdot d_s}{54,9 + 0,0015 \cdot 79,64^2} \cdot 79,64^2} = \sqrt[3]{3,10 + 1,06 d_s}$$

Setzt man versuchsweise $d_s = 1,5$ m, so folgt

$$d_s = \sqrt[3]{3,10 + 1,06 \cdot 1,5} = 1,67 \text{ m,}$$

und dann wird endgültig

$$d_s = \sqrt[3]{3,10 + 1,06 \cdot 1,67} = 1,69 \text{ m.}$$

Die Spannung beträgt nach Gl. (28)

$$\sigma_{\min} = 0,0108 \cdot \frac{79,64^2}{1,69} + 0,0154 \cdot 79,64^2$$

$$+ 0,0158 \cdot \frac{79,64^2}{1,69^2} + 54,9 \cdot 1,69$$

$$+ 0,0009 \cdot 79,64^2 + 0,0015 \cdot 79,64^2 \cdot 1,69 = 288 \text{ t/m}^2,$$

und fällt demnach nicht wesentlich geringer aus wie bei $d_s = 1,20$ m.

Es ist in den vorstehenden Gleichungen jedoch nicht die Änderung von dem Verhältnis m einbegriffen. Anstatt 28,3 t/m wird nunmehr, da das Gewölbe am Scheitel um rd. 50 cm stärker ist, das Scheitelgewicht

$$28,3 + 0,5 \cdot 6,5 \cdot 2,4 = 36,1 \text{ t/m}$$

in Frage kommen, und das Kämpfergewicht ergibt sich, wenn die Zunahme der Gewölbestärke zu rd. 70 cm angenommen wird, zu

$$90,0 + 0,7 \cdot 7,5 \cdot 2,4 = 102,6 \text{ t/m.}$$

Mithin ist Gl. (3)

$$m = \frac{102,6}{36,1} = \sim 2,8,$$

und es folgt Gl. (4) u. (5):

$$k = 0,1090 + 0,0185 \cdot 2,8 - 0,0005 \cdot 2,8^2 = 0,1569,$$

$$k_1 = 0,0600 + 0,0035 \cdot 2,8 = 0,0698,$$

$$k_2 = 0,0252 + 0,0024 \cdot 2,8 = 0,0319,$$

sowie Gl. (29)

$$c_0 = \frac{1,48 \cdot 0,1569 + 0,48 \cdot 0,0698}{25,5} = 0,0104 \text{ t/m}^3,$$

$$c_1' = \frac{2,4 \cdot 0,1569}{25,5} = 0,0148 \text{ t/m}^4,$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,0319 = 0,0153 \text{ t/m}^2,$$

$$c_3' = 54,9 \text{ (wie vor),}$$

$$c_4 = \frac{2,5 \cdot 1,48 \cdot 0,1569}{25,5^2} = 0,0009 \text{ t/m}^4,$$

$$c_5 = \frac{2,5 \cdot 2,4 \cdot 0,1569}{25,5^2} = 0,0014 \text{ t/m}^5.$$

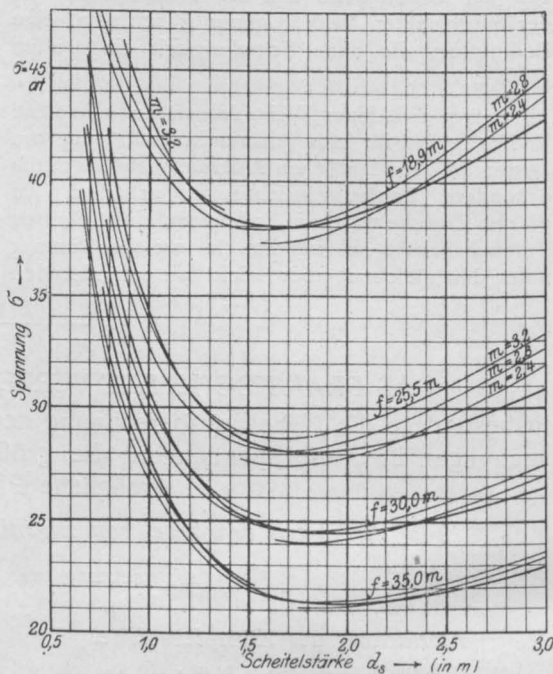


Fig. 9.

Damit gibt Gl. (35)

$$d_s = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 0,0153 + 0,0104 d_s}{54,9 + 0,0014 \cdot 79,64^2} \cdot 79,64^2}$$

$$= \sqrt[3]{3,03 + 1,04 d_s}$$

und schließlich folgt mit $d_s = 1,69$:

$$d_s = \sqrt[3]{3,03 + 1,04 \cdot 1,69} = 1,68 \text{ m,}$$

gegenüber 1,69 m bei $m = 3,2$.

Die Spannung fällt etwas geringer aus. Sie beträgt (Gl. 28):

$$\sigma_{\min} = 0,0104 \cdot \frac{79,64^2}{1,68} + 0,0148 \cdot 79,64^2$$

$$+ 0,0153 \cdot \frac{79,64^2}{1,68^2} + 54,9 \cdot 1,68$$

$$+ 0,0009 \cdot 79,64^2 + 0,0014 \cdot 79,64^2 \cdot 1,68 = 280 \text{ t/m}^2.$$

In Fig. 9 sind bei verschiedenen Scheitelstärken und Pfeilhöhen die sich ergebenden Spannungen ersichtlich. Zu deren Ermittlung wurden drei verschiedene Werte von m angenommen, die dem Verhältnis vom Kämpfergewicht zum Scheitel-

gewicht bei $d_s = 1,20, 1,70$ und $2,30$ entsprechen. Die wahren Kurven verlaufen nun derart, daß sie jene für die festen Werte von m jeweils an Stelle der zugehörigen Scheitelstärke schneiden.

Wie ersichtlich, haben die Kurven für $f = 25,5$ m ihre tiefsten Punkte in $d_s = 1,68$ bzw. $1,69$ m¹²⁾. Für eine Spannung, welche sich über die kleinstmögliche erhebt, liefert jede Kurve zwei Scheitelstärken, entsprechend den zwei Lösungen, welche die Gl. (31) zuläßt.

Es sei noch vermerkt, daß durch eine Änderung von m in erster Linie der Wert von k beeinflußt wird; k_1 und k_2 ändern sich nur wenig.

Interessant erscheint schließlich noch die Feststellung, die sich auch an Hand der Fig. 6 ergibt, daß die dem Kleinstwert der Spannungen entsprechende Scheitelstärke um so geringer ausfällt, je höher der Wert von σ_{\min} vorliegt, oder, da dieser bei abnehmendem Pfeilverhältnis sich erhöht, je kleiner die Pfeilhöhe in Betracht kommt.

Ermittlung der Scheitelbeanspruchung.

Positives Moment.

Mit den nach den Gl. (24) berechneten Werten $c_1 = 0,0292$ t/m³, $c_2 = 0,0158$ t/m², $c_3 = 70,3$ t/m³ erhält man nach Gl. (17)

$$\sigma = \frac{0,0292 \cdot 79,64^2}{1,2} \pm \left(\frac{0,0158 \cdot 79,64^2}{1,2^2} + 70,3 \cdot 1,2 \right)$$

$$= 154 \pm 154 = \begin{cases} +308 \text{ t/m}^2 & (313 \text{ t/m}) \\ \pm 0 & (13 \text{ "}) \end{cases}$$

Die Werte in Klammern sind die genau ermittelten Spannungen.

Negatives Moment.

Nach den Gl. (6) folgt

$$k_1 = 0,0680 - 0,0019 \cdot 3,2 = 0,0619$$

$$k_2 = 0,0276 - 0,0016 \cdot 3,2 = 0,0225,$$

und die Gl. (24) bzw. (19) (für c_3) geben

$$c_1 = \frac{4,36 \cdot 0,1631 + 0,48 \cdot 0,0619}{25,5} = 0,0290 \text{ t/m}^3$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,0225 = 0,0108 \text{ t/m}^2$$

$$c_3 = \frac{70 \cdot 20 - 2,5 \cdot 158}{25,5} = 394 \text{ t/m}^3$$

$$l = d_s \sqrt{\frac{\sigma - c_3' d_s}{c_0 d_s + (c_1' + c_4) d_s^2 + c_5 d_s^3 + c_2}}$$

$$= 1,94 \sqrt{\frac{380 - 54,9 \cdot 1,94}{0,0104 \cdot 1,94 + (0,0148 + 0,0009) \cdot 1,94^2 + 0,0014 \cdot 1,94^3 + 0,0153}} = \approx 100 \text{ m.}$$

womit Gl. (17)

$$\sigma = \frac{0,0290 \cdot 79,64^2}{1,2} \pm \left(\frac{0,0108 \cdot 79,64^2}{1,2^2} + 394 \cdot 1,2 \right)$$

$$= 154 \pm 95 = \begin{cases} +249 \text{ t/m}^2 & (249 \text{ t/m}^2) \\ +59 \text{ " } & (82 \text{ "}) \end{cases}$$

In ähnlicher Weise können auch die Spannungen im Kämpfer ermittelt werden. Die Rechnung ergab, daß wie bei den Spannungen im Scheitel mit den genauen Werten gute Übereinstimmung besteht.

Berechnung der größtmöglichen Spannweite.

Wir stellen nun fest, welche größte Spannweite bei der Pfeilhöhe $f = 25,5$ m und der zulässigen Beanspruchung von $\sigma = 380$ t/m² erzielt werden kann.

Zu diesem Zwecke ist zunächst die zugehörige Scheitelstärke zu ermitteln, wofür sich bei Benutzung der nach den Gl. (29) für $m = 2,8$ bereits berechneten Werten nach den Gl. (37)

$$p_1 = 380 \cdot 0,0104 - 3 \cdot 0,0153 \cdot 54,9 + \frac{2 \cdot 380 \cdot 0,0153}{d_s}$$

$$= 1,43 + \frac{11,6}{d_s}$$

$$p_2 = 0,0104 \cdot 54,9 = 0,57$$

$$p_3 = 380 \cdot 0,0014 + 54,9 \cdot 0,0148 + 54,9 \cdot 0,0009 = 1,39$$

und damit nach Gl. (38)

$$d_s = \frac{p_2}{p_3} \left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{p_1 p_3}{p_2^2}} \right]$$

$$= \frac{0,57}{1,39} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1,39}{0,57^2} \left(1,43 + \frac{11,6}{d_s} \right)} \right]$$

$$= 0,41 \left[-1 + \sqrt{7,13 + \frac{49,7}{d_s}} \right]$$

ergibt.

Setzt man versuchsweise $d_s = 1,85$ m, so folgt

$$d_s = 0,41 \left[-1 + \sqrt{7,13 + \frac{49,7}{1,85}} \right] = 1,97 \text{ m,}$$

durch Wiederholen wird

$$d_s = 0,41 \left[-1 + \sqrt{7,13 + \frac{49,7}{1,97}} \right] = 1,92 \text{ m,}$$

und endlich

$$d_s = 0,41 \left[-1 + \sqrt{7,13 + \frac{49,7}{1,92}} \right] = 1,94 \text{ m,}$$

womit nach Gl. (39)

¹²⁾ Bei Berücksichtigung der Änderung des Verhältnisses m werden diese etwas nach rechts rücken.

Fig. 10 enthält die graphische Darstellung der erreichbaren Spannweiten bei verschiedenen Spannungen und Scheitelstärken. Es ergibt sich,

daß bei der Erhöhung der Spannung um 1 kg/cm^2 die Spannweite um rd. $1,5 \text{ m}$ vergrößert werden kann.

Berechnung der kleinstmöglichen Pfeilhöhe.

Es soll noch festgestellt werden, mit welcher kleinsten Pfeilhöhe das vorliegende Gewölbe bei der zulässigen Materialbeanspruchung von $\sigma = 380 \text{ t/m}^2$ ausführbar ist.

Wir benutzen die für $m = 2,8$ bereits ermittelten Werte

$$k = 0,1569, \quad k_1 = 0,0698, \quad k_2 = 0,0319,$$

und erhalten nach den Gl. (41)

$$\bar{c}_0 = 1,48 \cdot 0,1569 + 0,48 \cdot 0,0698 = 0,266$$

$$\bar{c}_1 = 2,4 \cdot 0,1569 = 0,376$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,0319 = 0,0153$$

$$\bar{c}_3 = 70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 200 = 1900.$$

Dabei wurde die Grundpressung zu 200 t/m^2 angenommen.

Nach den Gl. (43) wird

$$\bar{q}_1 = \frac{1}{2} (380 \cdot 0,266 + 3 \cdot 0,0153 \cdot 1900) = 94,2$$

$$\bar{q}_2 = 0,266 \cdot 0,0153 + 2 \cdot 0,376 \cdot 0,0153 d_s \\ = 0,0041 + 0,0115 d_s$$

$$\bar{q}_3 = 380 \cdot 1900 = 722\,000,$$

und Gl. (44) gibt:

$$d_s = 1 \sqrt{\frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_3} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{\bar{q}_2 \bar{q}_3}{\bar{q}_1^2}} \right]} \\ = 79,64 \sqrt{\frac{94,2}{722\,000} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(0,0041 + 0,0115 d_s) 722\,000}{94,2^2}} \right]} = 0,91 \sqrt{1 + \sqrt{1,30 + 1,01 d_s}}.$$

Versuchsweise wird mit $d_s = 1,5 \text{ m}$ gleich endgültig

$$d_s = 0,91 \sqrt{1 + \sqrt{1,30 + 1,01 \cdot 1,5}} = 1,49 \text{ m.}$$

Gemäß Gl. (40)

$$\frac{f}{l} = \frac{\bar{c}_0 l^2 d_s + \bar{c}_1 l^2 d_s^2 + \bar{c}_3 d_s^3}{\sigma l d_s^2 - c_2 l^3}$$

wird die kleinstmögliche Pfeilhöhe

$$f = 79,64 \frac{0,266 \cdot 79,64^2 \cdot 1,49 + 0,376 \cdot 79,64^2 \cdot 1,49^2 + 1900 \cdot 1,49^3}{380 \cdot 79,64 \cdot 1,49^2 - 0,0153 \cdot 79,64^3} = 18,9 \text{ m.}$$

Die obersten Kurven der Fig. 9 entsprechen diesem Wert.

Das kleinste Pfeilverhältnis beträgt

$$\frac{f}{l} = \frac{18,90}{79,64} \approx \frac{1}{4,2}.$$

Nach der Fig. 5 erhält man ungefähr denselben Wert.

Beispiel II.

Es handle sich darum, eine 36 m weit gespannte Brücke so zu entwerfen, daß bei der Beanspruchung von $40,0 \text{ kg/cm}^2$ das Pfeilverhältnis so klein wie möglich ist. Das Gewölbe sei mit Erde hinterfüllt und der in Rechnung zu stellende Temperaturunterschied betrage 20° C .

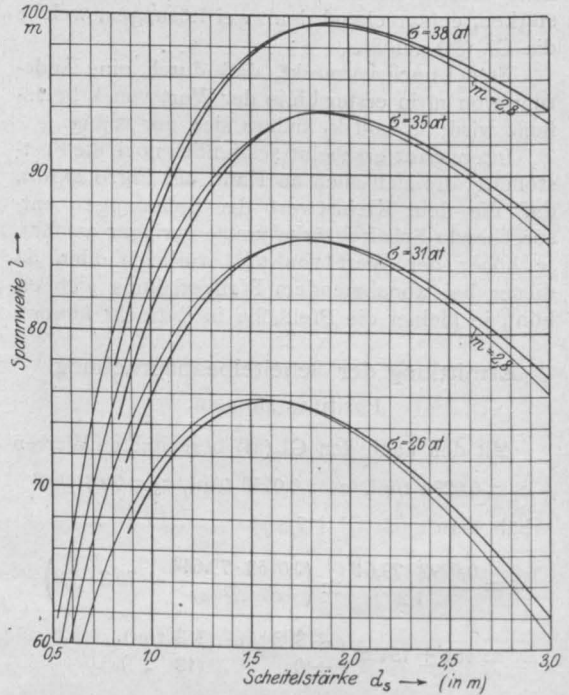


Fig. 10.

Ermittlung der Scheitelstärke und der Pfeilhöhe.

Nach Fig. 5 ergibt sich, daß annähernd das Pfeilverhältnis $1:6$, also eine Pfeilhöhe von $36:6 \approx 6,0 \text{ m}$ in Betracht kommt. Weiterhin wird nach Gl. (45)

$$d_s = \approx \frac{36}{56} = \approx 0,64 \text{ m,}$$

oder genauer nach Fig. 5 $d_s \approx 0,62$ m (für $\sigma = 400$ t/m²).

Fig. 11 enthält die graphische Darstellung.

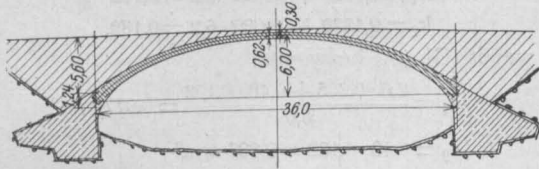


Fig. 11.

Wir berechnen die Gewichte
Scheitel:

$$g = 0,62 \cdot 2,4 + 0,30 \cdot 1,7 = 2,00 \text{ t/m}^2,$$

Kämpfer:

$$g_k = 1,24 \cdot 2,4 + 5,60 \cdot 1,7 = 12,50 \text{ „}$$

und erhalten (Gl. (3))

$$m = \frac{g_k}{g} = \frac{12,50}{2,0} = \approx 6,2.$$

Die Belastung bestehe aus einem 12-t-Wagen (Fig. 12) und Verkehrsbelastung von 400 kg/m².

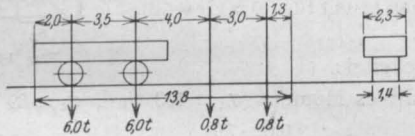


Fig. 12.

Die gesamte auf das mittlere Gewölbedrittel (12,0 m) entfallende Last beträgt

$$12,0 + 2 \cdot 0,8 = 13,6 \text{ t,}$$

und für 1,0 m Gewölbbreite ergibt sich, wenn die Verteilungsbreite zu 3,0 m angenommen wird,

$$13,6 : 3 = 4,5 \text{ t/m,}$$

oder als gleichmäßig verteilte Last

$$4,5 : 12 = \approx 0,38 \text{ t/m}^2.$$

Wir schätzen einen Zuschlag von 25%, da die Einzellasten ungünstiger wirken wie gleichmäßig verteilte Last, und erhalten¹³⁾:

$$p_e = 0,38 + 0,25 \cdot 0,38 = \approx 0,48 \text{ t/m}^2.$$

Es folgt nun (Gl. (4) und (5)):

$$k = 0,1090 + 0,0185 \cdot 6,2 - 0,0005 \cdot 6,2^2 = 0,205$$

$$k_1 = 0,0600 + 0,0035 \cdot 6,2 = 0,082$$

$$k_2 = 0,0252 + 0,0024 \cdot 6,2 = 0,040.$$

Nach Gl. (1) wird

$$H_{g_0} = \frac{2,0 \cdot 36^2}{6,0} \cdot 0,205 = 89 \text{ t,}$$

¹³⁾ Nach Winkler hätte man für mittelschwere Wagen erhalten:

$$p_e = 0,34 + (2,6 : 36) = 0,41 \text{ t/m}^2.$$

$$\sigma_g = \frac{89}{0,62} = 143 \text{ t/m}^2.$$

Nun folgt nach den Gl. (41) mit

$$g_0 = 0,3 \cdot 1,7 = 0,51 \text{ t/m}^2 :$$

$$\bar{c}_0 = 0,51 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,082 = 0,144 \text{ t/m}$$

$$\bar{c}_1 = 2,4 \cdot 0,205 = 0,493 \text{ t/m}^2$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,040 = 0,019 \text{ t/m}^2$$

$$\bar{c}_3 = 70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 143 = 1757 \text{ t/m}^2,$$

und ferner (Gl. (43))

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{1}{2} (400 \cdot 0,144 + 3 \cdot 0,019 \cdot 1757) = 78,8 \text{ t/m}^2$$

$$\bar{\varphi}_2 = 0,144 \cdot 0,019 + 2 \cdot 0,493 \cdot 0,019 \cdot d_s = 0,003 + 0,019 d_s$$

$$\bar{\varphi}_3 = 400 \cdot 1757 = 702\,800 \text{ t/m}^4.$$

Hiermit gibt Gl. (44)

$$d_s = 1 \cdot \sqrt{\frac{\bar{\varphi}_1}{\bar{\varphi}_3} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{\bar{\varphi}_2 \bar{\varphi}_3}{\bar{\varphi}_1^2}} \right]} \\ = 36 \cdot \sqrt{\frac{78,8}{702\,800} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(0,003 + 0,019 d_s) \cdot 702\,800}{78,8^2}} \right]} \\ = 0,381 \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1,31 + 2,13 d_s}}.$$

Setzt man die angenommene Scheitelstärke $d_s = 0,62$ m ein, so folgt

$$d_s = 0,381 \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1,31 + 2,13 \cdot 0,62}} = 0,62 \text{ m}$$

und nach Gl. (40) wird

$$f = 1 \cdot \frac{\bar{c}_0 l^2 d_s + \bar{c}_1 l^2 d_s^2 + \bar{c}_3 d_s^3}{\sigma l d_s^2 - c_2 l^3} \\ = 36 \cdot \frac{0,144 \cdot 36^2 \cdot 0,62 + 0,493 \cdot 36^2 \cdot 0,62^2 + 1757 \cdot 0,62^3}{400 \cdot 36 \cdot 0,62^2 - 0,019 \cdot 36^3} \\ = 6,0 \text{ m.}$$

Die Annahmen treffen in vorliegendem Falle ohne weiteres zu.

Ermittlung der Kämpferstärke.

Wir bestimmen nach den Gl. (8)

$$k_1 = 0,0370 - 0,0005 \cdot 6,2 = 0,034$$

$$k_2 = 0,1220 - 0,0036 \cdot 6,2 = 0,100$$

nach den Gl. (34)

$$c_1 = \frac{2,0 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,034}{6,0} = 0,071 \text{ t/m}^3 =$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,100 = 0,048 \text{ t/m}^2$$

$$c_3 = \frac{260 \cdot 20 + 10,5 \cdot 143}{6,0} = 1117 \text{ t/m}^3$$

und nach den Gl. (20)

$$c_k = 15 + 3 \cdot 6,2 = 33,6$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 33,6 \cdot \left(\frac{6,2}{36}\right)^2}} = 0,72.$$

Hiermit liefert Gl. (33)

$$d_k = \frac{c_1 l^2}{2\sigma \cos \varphi_k} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\sigma (c_2 l^2 + c_3 d_s^3)}{(c_1 l^2 \cos \varphi_k)^2}} \right]$$

$$= \frac{0,071 \cdot 36^2}{2 \cdot 400 \cdot 0,72} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 400 (0,048 \cdot 36^2 + 1117 \cdot 0,62^3)}{(0,071 \cdot 36^2 \cdot 0,72)^2}} \right]$$

$$= 1,08 \text{ m.}$$

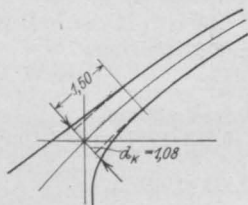


Fig. 13.

Diese Kämpferstärke kann, wie in Fig. 13 ersichtlich, durch einen kurzen Anlauf vom Gewölbe erzielt werden.

Berechnung der Spannungen.

Scheitel:

Positives Moment.

Es wird Gl. (24)

$$c_1 = \frac{2,0 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,082}{6,0} = 0,075 \text{ t/m}^3$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,040 = 0,019 \text{ t/m}^2$$

$$c_3 = \frac{70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 143}{6,0} = 293 \text{ t/m}^3$$

und damit Gl. (17)

$$\sigma = \frac{0,075 \cdot 36^2}{0,62} \pm \left(\frac{0,019 \cdot 36^2}{0,62^2} + 293 \cdot 0,62 \right)$$

$$= 157 \pm 246 = \begin{cases} +403 \text{ t/m}^2 \\ -89 \text{ „} \end{cases}$$

Negatives Moment.

Es folgt Gl. (6):

$$k_1 = 0,0680 - 0,0019 \cdot 6,2 = 0,056$$

$$k_2 = 0,0276 - 0,0016 \cdot 6,2 = 0,018,$$

sowie nach den Gl. (24) bzw. (19) (für c_3)

$$c_1 = \frac{2,0 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,056}{6,0} = 0,073 \text{ t/m}^3$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,018 = 0,009 \text{ t/m}^2$$

$$c_3 = \frac{70 \cdot 20 - 2,5 \cdot 143}{6,0} = 174 \text{ t/m}^3$$

und Gl. (17)

$$\sigma = \frac{0,073 \cdot 36^2}{0,62} \pm \left(\frac{0,009 \cdot 36^2}{0,62^2} + 174 \cdot 0,62 \right)$$

$$= 151 \pm 138 = \begin{cases} +289 \text{ t/m}^2 \\ +13 \text{ „} \end{cases}$$

Kämpfer:

Negatives Moment.

Mit den für k und c nach den Gl. (8) und (34) bereits ermittelten Werten wird nach Gl. (18)

$$\sigma = \frac{0,071 \cdot 36^2}{1,08 \cdot 0,72} \pm \left(\frac{0,048 \cdot 36^2}{1,08^2} + 1117 \cdot \frac{0,62^3}{1,08^2} \right)$$

$$= 118 \pm 281 = \begin{cases} +399 \text{ t/m}^2 \\ -163 \text{ „} \end{cases}$$

Positives Moment.

Die Gl. (7) geben

$$k_1 = 0,0880 + 0,0022 \cdot 6,2 = 0,102$$

$$k_2 = 0,1320 + 0,0080 \cdot 6,2 = 0,182,$$

womit Gl. (24) bzw. (19)

$$c_1 = \frac{2,0 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,102}{6,0} = 0,077 \text{ t/m}^3$$

$$c_2 = 0,48 \cdot 0,182 = 0,087 \text{ t/m}^2$$

$$c_3 = \frac{260 \cdot 20 - 10,5 \cdot 143}{6,0} = 617 \text{ t/m}^3$$

und Gl. (18)

$$\sigma = \frac{0,077 \cdot 36^2}{1,08 \cdot 0,72} \pm \left(\frac{0,087 \cdot 36^2}{1,08^2} + 617 \cdot \frac{0,62^3}{1,08^2} \right)$$

$$= 128 \pm 223 = \begin{cases} +351 \text{ t/m}^2 \\ -95 \text{ „} \end{cases}$$

Berechnung der Zugkräfte.

Die Eisen sollen den ganzen

Zug

$$Z = \frac{b \sigma_z z}{2} = \frac{b d \sigma_z^2}{2(\sigma_z + \sigma_d)}$$

aufnehmen.

Man erhält für 1,0 m Gewölbbreite:

Scheitel:

Positives Moment ($\sigma_d = 403 \text{ t/m}^2$, $\sigma_z = 89 \text{ t/m}^2$)

$$Z = \frac{0,62 \cdot 89^2}{2(89 + 403)} = 5,0 \text{ t (unten).}$$

Das negative Moment veranlaßt keine Zugspannungen.

Kämpfer:

Negatives Moment ($\sigma_d = 399 \text{ t/m}^2$, $\sigma_z = 163 \text{ t/m}^2$)

$$Z = \frac{1,08 \cdot 163^2}{2(163 + 399)} = 25,5 \text{ t (oben).}$$

Positives Moment ($\sigma_d = 351 \text{ t/m}^2$, $\sigma_z = 95 \text{ t/m}^2$)

$$Z = \frac{1,08 \cdot 95^2}{2(95 + 351)} = 10,9 \text{ t (unten).}$$

Die Eiseneinlagen sind entsprechend diesen Zugkräften zu wählen.

Bestimmung der Gewölbeachse.

Genau ist

$$m = \frac{12,50}{2,0} = 6,25.$$

Wir benutzen die angegebene Tabelle und erhalten durch Interpolieren zwischen den Werten für $m = 5,322$ und $6,532$ die

Tabelle der Gewölbeordinaten.

	P u n k t						
	0	2	4	6	8	10	12
f : l =	1,0000	0,5986	0,3364	0,1623	0,0713	0,0171	0
f =	6,00	3,59	2,02	0,97	0,43	0,10	0

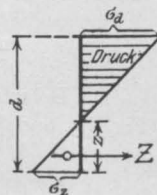


Fig. 14.

Fig. 15 enthält die graphische Darstellung. Wie ersichtlich, ergeben sich auch, da H_{g_0} bekannt ist, ohne weiteres die Auflagerkräfte.

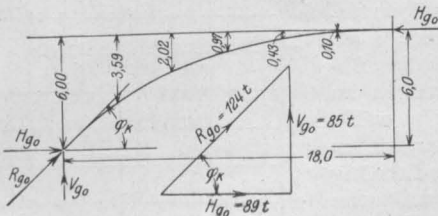


Fig. 15.

Bemerkungen.

In der Praxis dürfte es sich empfehlen, die Abmessungen des vorliegenden Gewölbes zu verringern. Es entstehen bei einer Scheitelstärke von etwa 50 oder 55 cm keine wesentlich höheren Spannungen (bei 50 cm nur rd. 3 kg/cm²), und der Einfluß etwaiger Schwinderscheinungen und Lagerbewegungen, der praktisch genommen wohl in keinem Falle ganz verschwinden dürfte, fällt geringer aus, so daß zu erwarten ist, daß sich die Spannungserhöhung beim Eigengewicht und bei der Verkehrsbelastung durch die Erniedrigung bei den Spannungen infolge der übrigen Ursachen wieder ausgleicht.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß sich bei Anwendung der „verbesserten Gewölbeform“, entsprechend den Ausführungen des Verfassers in dem Werk „Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogensträger . . .“, ein wesentlich geringeres Pfeilverhältnis erzielt werden kann. Außerdem ergeben sich dann noch außerordentliche wirtschaftliche Vorteile, so daß sich die Anordnung von derart geformten Gewölben in jedem Falle verlohnt.

Nachtrag.

Die bisherigen Ausführungen bieten die Möglichkeit, die Abmessungen, die größte Spannweite

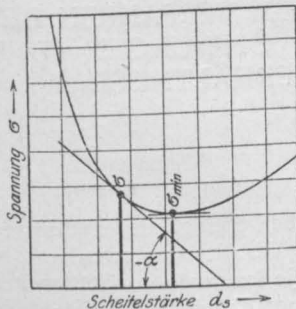


Fig. 16.

und das kleinste Pfeilverhältnis von Gewölben unter Ausschluß zeitraubender Untersuchungen verhältnismäßig rasch und sicher zu bestimmen. Zur Vervollständigung der Untersuchungen über die den kleinstmöglichen Spannungen entsprechende Scheitelstärke, nach denen das dafür in Betracht kommende Höchstmaß vom rein theoretischen Standpunkt aus festgestellt werden kann, soll nun noch kurz untersucht wer-

den wie es sich mit dem Höchstmaß in praktischer Hinsicht verhält.

Fig. 16 zeigt den Verlauf der Spannungen im Scheitel eines Gewölbes bei wechselnden Stärken. σ_{min} ist die kleinste Spannung, deren zugehörige Scheitelstärke man in jedem Falle als Höchstwert zu respektieren haben wird. Nun ist es doch offenbar zweckmäßig, daß man eine geringere Scheitelstärke wählt, etwa so, daß an der betreffenden Stelle die Kurve den Winkel $-\alpha$ bildet (Fig. 16).

Nach Gl. (34 a) muß dann sein:

$$\frac{d\sigma}{d d_s} = -\alpha = -\frac{c_0 l^2}{d_s^2} - \frac{2 c_2 l^2}{d_s^3} + c_3' + c_5 l^2,$$

so daß

$$d_s = \sqrt[3]{\frac{2 c_2 + c_0 d_s}{\alpha + c_3' + c_5 l^2}} \dots \dots (48)$$

c_0, c_2, c_3 und c_5 ergeben sich nach den Gl. (29). α ist mit der Spannweite sehr veränderlich und von den jeweils vorliegenden Verhältnissen besonders abhängig. Für die dafür etwa in

Frage kommenden Werte wurde auf Grund einiger praktischer Fälle die in Fig. 17 dargestellte Kurve ermittelt. Danach folgt α in kg/cm³. Man hat, um α in t/m³ zu erhalten, mit 1000 zu erweitern.

Der Spannungszuwachs in derart berechneten Gewölben wird gegenüber σ_{min} nicht beträchtlich sein und erscheint zu gering, als daß man zu dessen Vermeidung zu einer erheblichen Verstärkung des Gewölbes schreiten wird. Dabei ist noch nicht einmal in Betracht gezogen, daß die schwächeren Gewölbe gegenüber Widerlagerbewegungen (Nachgeben), Schwinderscheinungen und dergl. weniger empfindlich sind und es daher immerhin möglich, ja sogar wahrscheinlich ist, daß praktisch genommen von einer Spannungserhöhung überhaupt nicht die Rede sein kann.

Wir erhalten beim Beispiel II nach den Gl. (29) mit $g_0 = 0,3 \cdot 1,7 = 0,51$ t/m² unter Beibehaltung der für k_1, k_2 und k_3 bereits ermittelten Werte:

$$c_0 = \frac{0,51 \cdot 0,205 + 0,48 \cdot 0,082}{6,0} = 0,024 \text{ t/m}^3$$

$$c_2 = 0,019 \text{ t/m}^2 \text{ (wie vor)}$$

$$c_3' = \frac{70 \cdot 20}{6,0} = 233 \text{ t/m}^3$$

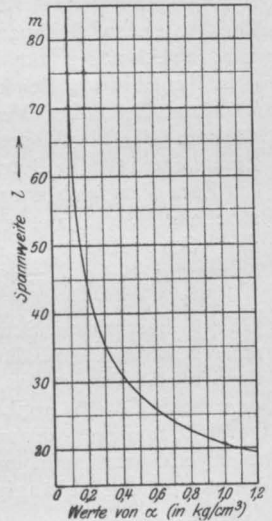


Fig. 17.

$$c_5 = \frac{2,5 \cdot 2,4 \cdot 0,205}{6,0^2} = 0,034 \text{ t/m}^4$$

und nach Gl. (48), da aus Fig. 17 für $l = 36 \text{ m}$
 $\alpha = 0,28 \text{ kg/cm}^3$ oder 280 t/m^3 :

$$d_s = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 0,019 + 0,024 d_s}{280 + 233 + 0,034 \cdot 36^2} 36^2}$$

$$= \sqrt[3]{0,088 + 0,056 d_s}$$

für $d_s = 0,50 \text{ m}$ wird

$$d_s = \sqrt[3]{0,088 + 0,056 \cdot 0,50} = 0,49 \text{ m.}$$

Bei gewöhnlichen Verhältnissen kann die vom praktischen Standpunkte aus als Höchstwert anzusehende Scheitelstärke sehr rasch aus Fig. 18 bestimmt werden.

Recht einfach findet man auch d_s in cm bei Einsetzen von l in m aus der leicht zu behaltenden Formel

$$d_s = \frac{4}{3} l \dots \dots \dots (49)$$

Als Faustformel dürfte dieselbe wertvolle Dienste leisten. Bei Spannweiten über 50 m schlägt man zweckmäßig für alle 2 m Erhöhung noch $d_s = 1 \text{ cm}$ hinzu. Bei kleineren Brücken mit verhältnismäßig hoher Verkehrslast kann eine Erhöhung dieses Wertes zugunsten niedrigerer Zugspannungen in Betracht kommen.

Zum Vergleich wurde in Fig. 18 noch die gestrichelte Kurve angegeben; dieselbe entspricht der Scheitelstärke bei der kleinstmöglichen Spannung (bei $\sigma_{\min} = 40 \text{ kg/cm}^2$).

Die Erhöhung der nach Fig. 18 oder nach Gl. (49) bestimmten Scheitelstärke scheint nur in außergewöhnlichen Fällen¹⁴⁾ gerechtfertigt; es gilt dann als Grenzwert das Maß, das sich nach Fig. 6 oder nach Gl. (35) ergibt. Die Wahl einer geringeren Scheitelstärke wird von den rechnermäßigen Spannungen und der zulässigen Materialbeanspruchung abhängig sein.

Die Ausführungen lassen durchblicken, daß man beim Entwerfen von Gewölben nur zu leicht der Gefahr ausgesetzt ist, einen Mißgriff zu tun, insofern, als man die Abmessungen zu stark wählt, stärker wie es in der Tat nötig ist und man es in Hinsicht auf die Wirtschaftlichkeit verantworten kann. Mögen diese Zeilen die Konstrukteure vor derartigen Sünden bewahren. Wie eine Untersuchung zeigte, nehmen auch die Zugspannungen Z mit fallendem d_s bis zu einem verhältnismäßig geringen Wert der Scheitelstärke ab.

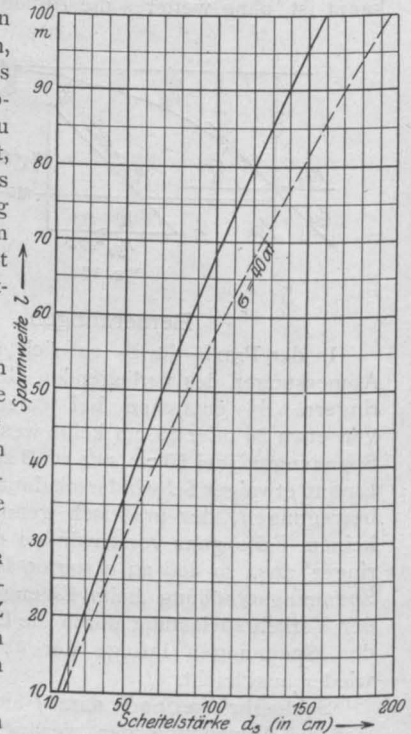


Fig. 18.

Die genaue Berechnung der Gewölbe kann ohne weiteres unter Entnahme der Einflußlinien aus den in dem Werk des Verfassers „Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogenträger“ Verlag von W. Ernst u. Sohn, Berlin, enthaltenen Tabellen, die alle gebräuchlichen Fälle umfassen, durchgeführt werden.

DIE BEHANDLUNG MEHRSTIELIGER RAHMEN NACH DEM VERFAHREN DES ZAHLENRECHTECKS, BETRACHTUNG UNGLEICHER ÖFFNUNGEN UND STÜTZHÖHEN ABER GLEICHER STEIFIGKEITSVERHÄLTNISSE (STOCKWERKSRAHMEN).

Von Dr.-Ing., Dr. sc. nat. Lewe,
 Leiter der Bauprüfungsstelle in Bromberg.

In der Februarnummer dieser Zeitschrift hat der Verfasser auf die großen Vorteile hingewiesen, die für die Berechnung durchlaufender Träger mit ungleichen Öffnungsweiten durch die

Annahme eines gleichen Steifigkeitsverhältnisses, d. i. eines konstanten Verhältnisses zwischen den Stützweiten und den je innerhalb der Stützweiten konstant angenommenen Trägheitsmomenten ent-

¹⁴⁾ Es sind hier Fälle zu verstehen, bei denen die Spannung auf das allergeringste Maß herabgedrückt werden soll, sei es, weil das zulässige Maß noch überschritten wird, ein möglichst geringes Pfeilverhältnis oder eine möglichst große Spannweite erzielt werden soll. Zweckmäßig

greift man jedoch dann, um die Spannung zu verringern, zu anderen Mitteln. Man kann die verbesserte Gewölbeform anwenden. Vgl. vom Verfasser das Werk „Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogenträger . . .“, Verlag von W. Ernst u. Sohn, Berlin.

stehen. Es konnte nachgewiesen werden, daß diese Annahme eine größere Berechtigung hat als die übliche des überall gleich großen Trägheitsmoments. Die Behandlungsweise erlangt durch diese Voraussetzung dieselbe Vereinfachung, wie bei Trägern mit gleichen Stützweiten, so daß alle für die Auflösung der statisch unbestimmten Stützmente notwendigen Tabellen direkt aufgestellt werden können.

Eine ähnliche Vereinfachung erfährt das Problem der mehrstieligen Rahmen mit horizontalem Riegel und senkrechten Stützen, wenn man,

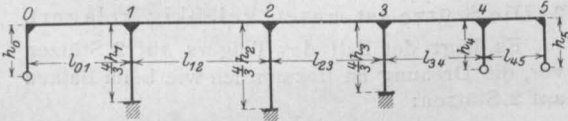


Fig. 1.

wie üblich, den Einfluß der Normalkräfte auf die Formänderungsarbeit und die geringen horizontalen, elastischen Verschiebungen der Stützköpfe vernachlässigt und folgende Voraussetzungen (wegen der Bezeichnungsweise s. Fig. 1) trifft:

1. Die Steifigkeit der Stützen $\frac{h}{J}$ ist an allen Stützen dieselbe:

$$\frac{h_0}{J_0} = \frac{h_1}{J_1} = \frac{h_2}{J_2} = \dots = \nu \dots \dots (1)$$

(dabei ist gelenkige Lagerung des Stützfußes angenommen; bei unterer Einspannung des Stützfußes ist, wie im folgenden, Formel (5) u. (6), gezeigt wird, für h nur $\frac{3}{4}$ der vorhandenen Höhe zu nehmen).

2. Die Steifigkeit des horizontalen Riegels in den einzelnen Öffnungen $\frac{1}{J}$ ist überall dieselbe

$$\frac{J_{01}}{J_{12}} = \frac{J_{12}}{J_{23}} = \frac{J_{23}}{J_{34}} = \dots = \mu \dots \dots (2)$$

Diese Voraussetzungen dürften bei Annäherungsrechnungen immer statthaft sein. Die Zulässigkeit der Voraussetzung unter 2. ist bereits in der oben angeführten Abhandlung des näheren beleuchtet worden. Dort ist gezeigt worden, daß das Trägheitsmoment bei der üblichen Konstruktionsweise etwa einem Wert, der zwischen der einfachen Stützweite und dem Quadrate derselben liegt, proportional ist. Für die Untersuchung der Zulässigkeit der Voraussetzung unter 1. dürften dieselben Gesichtspunkte maßgebend sein. Bei starken Querschnitten der Stützen, wie sie insbesondere im Eisenbetonbau nicht gerade vermieden werden, um an Eiseneinlage zu sparen oder auch bei Betonpfeilern von Brücken, kann von der Betrachtung der Knickgefahr abgesehen werden. Für die Dimensionierung sind vielmehr nur die Auflagerkräfte und die angreifenden Momente maßgebend. Bei Hochbauten werden die Stütz-

höhen und auch die Querschnitte wegen der gleichen Geschoßhöhe und aus architektonischen Gründen überall gleich sein, die Voraussetzungen unter 1. demnach zutreffen, im Brückenbau dagegen ist die Stützhöhe von der Lage im Querprofil der zu überbrückenden Bodensenkung abhängig. Hier wird die Voraussetzung unter 1., daß das Trägheitsmoment des Stützquerschnitts der Stützhöhe proportional ist, nur annäherungsweise zutreffen. Bevor diese Vereinfachung getroffen wird, soll das Problem des mehrstieligen Rahmens allgemein betrachtet werden und zwar nach dem vom Verfasser für Clapeyronsche Probleme eingeführten Verfahren des Zahlenrechtecks¹⁾.

Allgemeine theoretische Betrachtung.

Bei steif mit den Trägern verbundenen Stützen ist das Biegemoment des Trägers unmittelbar vor der Stütze ein anderes als unmittelbar hinter der Stütze. Ist das Moment vor der Stütze X , hinter der Stütze Y und am Kopf der Stütze Z , so erfordert das Gleichgewicht an der steifen Stützverbindung (s. Fig. 2)

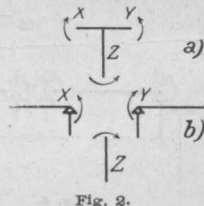


Fig. 2.

$$X - Y = -Z \dots \dots \dots (3)$$

Der durchlaufende Träger zerfällt in eine Reihe einzelner statisch bestimmter Träger auf zwei Stützen. Die Biegemomente an jedem Stützenpaar sind aber nicht paarweise gleich, sondern verschieden um den Betrag $(-Z)$.

Zwei weitere Gleichungen ergibt die für die Verbindung am Stützenkopf geltende Bedingung, daß wegen der steifen Verbindung die drei von hier ausgehenden Achsrichtungen sich im elastisch verzerrten Zustande um gleiche Winkel gedreht haben müssen²⁾. Außerdem werden auch alle drei Enden die gleiche Verschiebung erleiden. Mit den meisten Autoren, wie oben bereits erwähnt, vernachlässigt man diese Verschiebung und ebenfalls die elastische Wirkung der Normal-

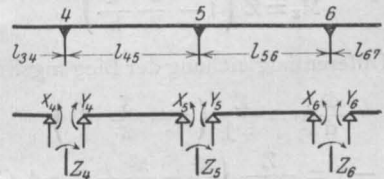


Fig. 3.

kräfte. Um die zweite Bedingung durch Formeln auszudrücken, muß man die Winkel kennen, um

1) Lewe, Die Berechnung durchlaufender Träger und mehrstieliger Rahmen nach der Methode des Zahlenrechtecks. Leipzig-Borna 1916.

2) Siehe Abhandlung von A. Ostenfeld in der Zeitschrift „Ingeniören“, Kopenhagen 1905 Nr. 13, S. 83.

die die einzelnen Arme der Tragkonstruktion sich drehen. Betrachtet man etwa den Stützpunkt 5, so seien die 3 Biegemomente (Fig. 3) X_5, Y_5, Z_5 genannt. Die Drehungen der Endquerschnitte der Träger l_{45} und l_{56} sind unter Wirkung von $X_5 = 1, Y_5 = 1$ bekanntlich:

$$\left. \begin{aligned} \text{Drehung bei 5 infolge } X_5 = 1: \\ -2 \delta_{45} = -\frac{1}{E J_{45}} \cdot \frac{l_{45}}{3} \\ \text{Drehung bei 4 infolge } X_5 = 1: \\ \delta_{45} = \frac{1}{E J_{45}} \cdot \frac{l_{45}}{6} \\ \text{Drehung bei 5 infolge } Y_5 = 1: \\ 2 \delta_{56} = \frac{1}{E J_{56}} \cdot \frac{l_{56}}{3} \\ \text{Drehung bei 6 infolge } Y_5 = 1: \\ -\delta_{56} = -\frac{1}{E J_{56}} \cdot \frac{l_{56}}{6} \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

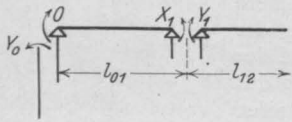


Fig. 4.

Die Drehung des Endquerschnitts des Stützpfostens erfolgt unter der Annahme, daß der Stützkopf keine (horizontale) Verschiebung erfährt. Es sind 2 Fälle zu unterscheiden:

1. Die Stütze ist unten eingespannt. Biegemoment $M = Z$. Statisch Unbestimmte ist Auflagerdruck H .

$$M_x = Z - H x$$

$$\frac{dM_x}{dx} = -H$$

$$\int_0^h M_x (-H) dx = -Z \frac{h^2}{2}$$

$$+H \frac{h^3}{3} = 0$$

$$H = \frac{3}{2h} Z$$

und

$$M_x = Z \left(1 - \frac{3}{2} \frac{x}{h} \right)$$

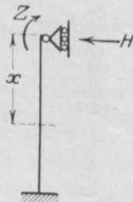


Fig. 5.

Die Differentialgleichung der Biegelinie ist:

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{Z}{EJ} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{x}{h} \right)$$

$$-y = \frac{Z}{EJ} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{4h} + C_1 x + C_2 \right)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_0 (2 \delta_{01} + \delta_0) + X_1 \delta_{01} = 0 \\ Y_0 \delta_{01} + X_1 (2 \delta_{01} + \delta_1) + Y_2 \delta_{12} = 0 \\ -X_1 \delta_1 + Y_1 (2 \delta_{12} + \delta_1) + X_2 \delta_{11} = 0 \\ Y_1 \delta_{12} + X_2 (2 \delta_{12} + \delta_2) - Y_2 \delta_2 = 0 \\ -X_2 \delta_2 + Y_2 (2 \delta_{23} + \delta_2) + X_3 \delta_{23} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (7c)$$

und aus den Grenzbedingungen δ und $\frac{d\delta}{dx} = 0$ für $x = h$ ergibt sich

$$-y = \frac{Z}{EJ} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{4h} - \frac{hx}{4} \right)$$

Der Drehwinkel δ unter Wirkung von $Z = 1$ am Stützkopf ist:

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \left[x - \frac{3x^2}{4h} - \frac{h}{4} \right] \text{ für } x = 0$$

$$\delta = \frac{h}{4EJ} \dots \dots \dots (5)$$

2. Die Stütze ist unten gelenkig gelagert. Es liegt der Fall des Trägers auf 2 Stützen vor, die Drehung ist bekanntlich wie beim Balken auf 2 Stützen:

$$\delta = \frac{h}{3EJ} \dots \dots \dots (6)$$

In den Formeln (4), (5) u. (6) sind jetzt alle Drehungen gegeben.

Betrachtet man die Verhältnisse an dem Stützpunkt 5 (s. Fig. 3) weiter und bezeichnet δ_5 den Drehwinkel des Stützkopfes, so lautet die Bedingung der Gleichheit der drei Drehwinkel:

$$\left. \begin{aligned} -Y_4 \delta_{45} - X_5 2 \delta_{45} = Y_5 2 \delta_{56} + X_6 \delta_{56} \\ = -Z \delta_5 = (X_5 - Y_5) \delta_5 \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

die auch als Paar von zwei Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} Y_4 \delta_{45} + X_5 (2 \delta_{45} + \delta_5) - Y_5 \delta_5 = 0 \\ \text{und } -X_5 \delta_5 + Y_5 (2 \delta_{56} + \delta_5) + X_6 \delta_{56} = 0 \end{aligned} \right\} (7a)$$

geschrieben werden können. Entsprechend lauten die Gleichungen für die Stütze 6:

$$\left. \begin{aligned} Y_5 \delta_{56} + X_6 (2 \delta_{56} + \delta_6) - Y_6 \delta_6 = 0 \\ -X_6 \delta_6 + Y_6 (2 \delta_{67} + \delta_6) + X_7 \delta_{67} = 0 \end{aligned} \right\} (7b)$$

(Man bemerke, daß, wenn man die beiden Biegemomente X_5 und Y_5 an der Stütze 5 einander gleichsetzt, eine einzige Gleichung für die Stütze 5:

$$Y_4 \delta_{45} + X_5 (2 \delta_{45} + 2 \delta_{56}) + X_6 \delta_{56} = 0$$

von der Form für durchlaufende freigelagerte Träger entsteht: denn es ist $\delta_{56} = 2 \delta_{45} + 2 \delta_{56}$). Ist auch die Anfang- oder Endstütze steif mit dem Träger verbunden, so behandelt die erste bzw. letzte Gleichung die Drehungen an der ersten bzw. letzten Stütze. Die ersten Gleichungen lauten in diesem Falle, nachdem man bereits wie in Gl. (7a) u. (7b) geordnet (s. Fig. 4):

Die Anzahl der Gleichungen (7) ist ebenso groß wie die der Unbekannten, die Form des ganzen Gleichungssystems die Clapeyronsche³⁾.

Die Nennerdeterminante oder Matrix des Gleichungssystems (7) hat nämlich die Form

$$\begin{vmatrix}
 2d_{01} + d_0 & d_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 d_{01} & 2d_{01} + d_1 & -d_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & -d_1 & 2d_{12} + d_1 & d_{12} & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & d_{12} & 2d_{12} + d_2 & -d_2 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & -d_2 & 2d_{23} + d_2 & d_{23} & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & d_{23} & 2d_{23} + d_3 & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{vmatrix} \quad (8)$$

Die Matrix (8) entspricht mit der Abweichung der Determinante des Gleichungssystems eines durchlaufenden Trägers, daß in den beiden der Mitteldiagonale symmetrisch gleichen Nachbardiagonalen die d -Werte abwechselnd das negative Vorzeichen haben.

Das Ergebnis der vorgenannten Untersuchung des Verfassers über Clapeyronsche Gleichungen ist folgendes:

Gegeben sind die Clapeyronschen Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha' + X_1 \alpha_{11} + X_2 \alpha_{12} &= 0 \\
 \alpha'' + X_1 \alpha_{21} + X_2 \alpha_{22} + X_3 \alpha_{23} &= 0 \\
 \alpha''' + X_2 \alpha_{32} + X_3 \alpha_{33} + X_4 \alpha_{34} &= 0 \\
 \dots & \dots \\
 \alpha^{(n-1)} + X_{(n-2)} \alpha_{(n-1)(n-2)} + X_{(n-1)} \alpha_{(n-1)(n-1)} + X_n \alpha_{(n-1)n} &= 0 \\
 \alpha^{(n)} + X_{(n-1)} \alpha_{n(n-1)} + X_n \alpha_{nn} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Ihre Lösung kann in der Form geschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned}
 X_1 &= -(a_{11} \alpha' + a_{12} \alpha'' + a_{13} \alpha''' + \dots) \\
 X_2 &= -(a_{21} \alpha' + a_{22} \alpha'' + a_{23} \alpha''' + \dots) \\
 X_3 &= -(a_{31} \alpha' + a_{32} \alpha'' + a_{33} \alpha''' + \dots) \\
 \dots & \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Die Lösung (10) ist demnach bekannt, wenn die Zahlen a berechnet sind, deren Gesamtheit in folgender Form geschrieben, Zahlenrechteck genannt werden soll:

a_{11}	a_{12}	a_{13}	\dots
a_{21}	a_{22}	a_{23}	\dots
a_{31}	a_{32}	a_{33}	\dots
\dots	\dots	\dots	\dots

(11)

Zur Berechnung der Zahlen a des Zahlenrechtecks werden zunächst 2 endliche Kettenbrüche, einmal mit dem Gliede α_{11} , einmal mit α_{nn} beginnend, ausgerechnet und die Zwischenwerte aufgeschrieben. Die Endwerte der Kettenbrüche geben die beiden Eckwerte a_{11} und a_{nn} des Zahlenrechtecks, die Zwischenwerte gewisse Fixzahlen i und k an.

Die Kettenbrüche sind z. B. bei 4 statisch Unbestimmten:

$$a_{11} = \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12} \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22} - \alpha_{23} \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{33} - \alpha_{34} \frac{\alpha_{34}}{\alpha_{44}}}}} \quad \dots (12a)$$

Zwischenwerte:

$$i_{34} = \frac{\alpha_{34}}{\alpha_{44}},$$

$$i_{23} = \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{33} - \alpha_{34} \frac{\alpha_{34}}{\alpha_{44}}} = \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{33} - i_{34} \alpha_{34}},$$

und so fort.

$$a_{44} = \frac{1}{\alpha_{44} - \alpha_{43} \frac{\alpha_{43}}{\alpha_{33} - \alpha_{32} \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{22} - \alpha_{21} \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}}}}} \quad \dots (12b)$$

Zwischenwerte:

$$k_{21} = -\frac{\alpha_{31}}{\alpha_{11}},$$

$$k_{32} = \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{22} - \alpha_{21} \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}}} = \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{22} - \alpha_{21} k_{21}},$$

und so fort.

Man schreibt jetzt die errechneten Werte in folgender Form an:

	i_{12}	i_{23}	i_{34}	
a_{11}				
i_{12}	—	—	—	k_{21}
i_{23}	—	—	—	k_{32}
i_{34}	—	—	—	k_{43}
				a_{44}
	k_{21}	k_{32}	k_{43}	

(13)

3) Vergl. hierzu den Aufsatz des Verfassers im „Eisenbau 1916“ Augustheft: Die schematisch-rechnerische Auflösung der allgemeinen sowie der drei- und fünfgliedrigen Elastizitätsgleichungen.

Bezeichnet man nun a_{11} , a_{22} , a_{33} , a_{44} mit Diagonalreihe, so geben oberhalb der Diagonale die Zahlen i und k die Verhältnisse zwischen Spalten und Zeilen unterhalb aber umgekehrt zwischen Zeilen und Spalten an, z. B. ist:

$$a_{21} = a_{12} = a_{11} i_{12}$$

$$a_{22} = a_{21} : k_{21}$$

$$a_{32} = a_{22} \cdot i_{32}$$

$$a_{33} = a_{32} : k_{32}$$

usf.

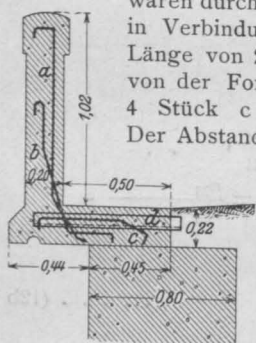
Auf diese Weise gelingt es schnell, alle a -Werte zu berechnen. Die Verwendung der a -Werte für die Aufstellung der Einflußlinien und der Einflüsse von Strecken- und gleichmäßig verteilten Lasten ist im Februarheft dieser Zeitschrift genügend erläutert worden.

(Fortsetzung folgt.)

UNFALLSTATISTIK DES DEUTSCHEN AUSSCHUSSES FÜR EISENBETON.

16. Einsturz einer Brüstungsmauer.

Die Widerlager einer Bachbrücke mit eisernem Überbau waren in Beton hergestellt. Der Fußweg neben der Fahrbahn bestand über den Widerlagern aus einer zum Teil auskragenden Betonplatte von 22 cm Stärke, auf deren äußeres Ende eine etwa 1 m hohe und 20 cm starke Brüstungsmauer aufgesetzt war. Platte und Brüstungsmauer



waren durch Eiseneinlagen miteinander in Verbindung gebracht. Auf einer Länge von 2,21 m lagen 2 Rundeisen von der Form a (s. Abb.), 3 Stück b, 4 Stück c und 2 E-Eisen Nr. 12. Der Abstand dieser Eisen voneinander war unregelmäßig; er betrug in der Mitte 29 cm, an den Enden lagen die Eisen dichter zusammen. Zunächst wurde das Widerlager ohne Platte betoniert

und erst nach Ablauf einiger Wochen die Platte mit der Brüstungsmauer; hierzu wurde Kiesbeton 1:3:4 verwendet. Nachdem diese Bauteile drei Wochen erhärtet waren, wurde die Schalung entfernt. Dabei löste sich Platte und Brüstung von dem darunter befindlichen Betonkörper ab, kippte um dessen äußere Kante und fiel hinunter. Mit dem Ausschalen waren zwei russische Kriegsgefangene betraut worden; einer von ihnen wurde durch die abstürzenden Betonteile völlig begraben und dabei schwer verletzt.

Der vom Staatsanwalt befragte Sachverständige konnte die Fuge zwischen Platte und Widerlagerbeton nicht mehr besichtigen, da man bald nach dem Unfall eine neue Platte aufbetonierte hatte.

Der noch vorhandene Beton zeigte eine außerordentliche Verschiedenheit der Dichte in den einzelnen Stampfschichten, zum Teil auch eine Menge von Hohlräumen. Die Bruchstücke hatten sich offenbar in den Stampffugen voneinander gelöst. Später wurden aus dem Bach noch Betonstücke gehoben, die zur Platte gehört hatten. Die Unterfläche der Platte wies dort, wo sie sich von der Unterlage gelöst hatte, eine glatte Beschaffenheit auf, so daß die Haftfestigkeit in der Trennungsfuge eine nur geringe gewesen sein kann. Die Oberfläche des Widerlagerbetons war somit vor Aufbringen der Platte offenbar weder aufgeraut noch mit dünnem Zementbrei eingeschlemmt worden. Der Sachverständige kommt zu dem Schluß, es sei möglich, daß das Anbinden der Platte an den unteren Beton während des Abbindens gewaltsam gestört sei; weiter sei nach dem schon Gesagten die Haftfestigkeit in der Fuge offenbar gering gewesen, wenn auch die statische Berechnung eine nur sehr kleine Beanspruchung auf Zug in der Fuge ergebe; schließlich, und das dürfte die Hauptsache sein, hätte man die Platte mit ihrer Unterlage durch Eisen verankern müssen¹⁾. Ein zweiter Sachverständiger kommt zu einem ähnlichen Ergebnis; er fügt noch hinzu, daß auch der Zement vielleicht fehlerhaft gewesen sei, was während des Krieges vorkommen könne; das Verschulden einer bestimmten Person liege offenbar nicht vor. Der Staatsanwalt kommt zu dem Schluß, daß durch weitere Erhebungen eine Fahrlässigkeit des bauleitenden Beamten vielleicht nachgewiesen werden könnte; daß diese aber den Zusammenbruch des Bauwerkes verursacht habe, würde schwerlich zu beweisen sein. Das Verfahren ist eingestellt worden.

L. M.

LITERATURSCHAU.

Bearbeitet von Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

I. Der Baustoff.

1. Herstellung und Verarbeitung.

Ermittlung des Bedarfs an Betonbaustoffen und seine Grenzen. Ziegler-Insterburg. Der Artikel behandelt auf 2½ Seiten die

für bestimmte Mischungsverhältnisse nötigen Mengen von Zement, Sand und Zuschlag sowie

¹⁾ Daß dies nicht geschehen ist, muß als ein schwerer Konstruktionsfehler bezeichnet werden!

Die Schriftleitung.

die Erzielung dichten Betons durch geeignete Mischungsverhältnisse. (Wasserzusatz). Zentralblatt 1917 Nr. 58.

Einfluß verdünnter Sulfatlösungen auf die Raumbeständigkeit versch. Zementarten. (Mitt. aus d. Chem. Techn. Versuchsstation von Dr. Hermann Passow, Blankenese). Dr. H. Passow, Inhaber, und H. Schönberg, I. Assistent. Veröffentlichung von Versuchen großen Umfanges. Tonind.-Zeitg. 1917 Nr. 59 bis 64.

Beschädigungen von Bauwerken durch sulfathaltige Wasser. Dr. Hermann Passow geht auf die Mischungsverhältnisse ein, in denen Hochofen- und Portland-Zement sulfatbeständige Mörtel liefern. Zentralblatt d. B. 1917 Nr. 55.

De Dichtheid van Mortel en Beton. B. A. Verheij, c. i. (2 Seiten) Gewapend Beton 1916 Nr. 7.

Formänderungsversuche mit breit- und parallelflanschigen I-Eisen auf Grund vergleichender Unters. von breit- und schmalflanschigen I-Eisen. Von Reg. Bmstr. Rich. Sonntag. Zeitschr. d. V. d. I. 1917 Nr. 27.

2. Prüfung und Untersuchung.

Risse in Bauwerken aus Eisenbeton. Auszug aus dem Zentralblatt 1917 Nr. 38. Veröffentlichung des D. A. f. E. über seine Ansicht in der Risse- und Rostbildungsangelegenheit. Deutsche Bauzeitung 1917 Nr. 12.

Perkuhns Beobachtungen über Risse in Eisenbetonbauten. Von Dr. Y. M. D. Kentie. Ausführliche holländische Wiedergabe (mit Abbildungen) der Perkuhnschen Veröffentlichung in der Zeitschrift für Bauwesen. Gewapend Beton 1917 Nr. 11.

Hierzu Wiedergabe der Stellungnahme des Deutschen Betonvereins auf seiner 20. Jahresversammlung. Ebenda.

Proeven tot het tegengaan van het roesten van het ijzer in gewapend Beton. Von ir. N. C. Lambrechtsen. Versuche zur Verminderung des Rostens von Eisen in bewehrtem Beton. Besprechung der Versuche des Kgl. Mat.-Pr.-Amts zu Großlichterfelde-West mit blanken Eisen in Salzlösungen (1908 und 10) und die von Bruno Zschokke (Schw. Bau-Ztg. 1917 Nr. 6 und 7) veröffentlichten Versuchsergebnisse. De Ingenieur 1917 Nr. 28.

Versuche mit Hochofenschlacke ausgeführt im Kgl. Mat.-Prüf.-Amt Berlin-Lichterfelde-West 1911—16. Bericht, erstattet i. A. der Komm. f. Unters. der Verwendbarkeit von Hochofenschlacke zu Betonzwecken von Prof. Burchartz und Prof. O. Bauer. Die gesamte Veröffentlichung erscheint in Stahl u. Eisen 1917 Nr. 27 und folgende.

II. Theorie.

Beitrag zur Berechnung der Einflußlinien paralleler und parabelförmiger Vierendeelträger. Von Ing. Joseph Slavik,

k. k. Bauadjunkt, Prag. Zeitschr. d. Oesterr. Ing. und Arch.-Vereins 1917 Heft 27/28.

Berechnung zylindrischer Behälterwände, die am Boden eingespannt sind. Die Berechnungsweise nach Müller-Br. und Dr.-Ing. Schultze wird holländisch in Gewapend Beton 1915 Nr. 3 wiedergegeben.

Durchbiegung eines Trägers unter bewegter Last. Von Rgbmstr. Dr. Ing. H. Saller, Nürnberg. Ableitungen für Stoß- und Schwingungseinflüsse Zentralblatt d. B. 1917 Nr. 47.

Desgleichen Zuschrift von H. Zimmermann. Zentralblatt 1917 Nr. 55.

Zugspannung des Betons im Eisenbetonbau. Von Ing. O. Leuprecht in Fa. Ing.-Büro Klingler & Leuprecht, Basel. Ein zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung der Rippenbreite bei Plattenbalken, welches den in den verschiedenen Bestimmungen (Deutschland, Oesterreich und der Schweiz) enthaltenen Vorschriften Rechnung trägt. Hier wird die Aufgabe, die Mörsch im Zentralblatt 1914 S. 204 und Hager ebenda 1915 S. 391 gelöst hat, allgemeiner behandelt. Deutsche Bau-Ztg. Mitt. 1917 Nr. 13.

Auflasten bei Erddruckermittlungen. Von Ing. Max Buchwald, Königsberg i. Pr. Ergänzung der Veröffentlichung des Verfassers im Zentralblatt 1916 S. 563 bezüglich gebrochener Erdlinie. (L. 1916.) Zentralblatt des Bauw. 1917 Nr. 54.

Ungünstigste Stellung eines Lastenzuges und größtes Biegemoment des Balkens auf zwei Stützen unter Berücksichtigung einer gleichmäßig verteilten veränderlichen Belastung. Angabe einer sehr zweckmäßig anzuwendenden sehr einfachen Formel für die Abszisse x des gefährlichsten Querschnittes, alle einfacheren Fälle mit umfassend. Von Dipl.-Ing. O. Henkel, Kgl. Oberl. im Zentralbl. 1917 Nr. 40.

„Rechnerische Ermittlung des maximalen Feldmoments bei kontin. und Konsolträgern“. Zu der unter gleicher Ueberschrift von Ingenieur Ad. Hofbauer in Beton und Eisen 1916 Heft 17/18 veröffentlichten Arbeit erscheinen drei Zuschriften an die Schriftleitung von „Beton und Eisen“ und zwar von Dr.-Ing. A. Ritter, Ing. A. Straßner und Broschmann, Essen (Ruhr). Beton und Eisen 1917 Heft 11.

Theorie der gleichmäßig elastisch-gestützten Körper. Von A. Freund, Regierungsbaumeister, Wesel, Rheinland. Die Arbeit gründet sich auf die wissenschaftlichen Ableitungen Zimmermanns in seiner „Berechnung des Eisenbahnoberbaues.“ Beton u. Eisen 1917 Heft 11 und 12.

Formeln zur statischen Berechnung rechteckiger Tunnel. Von Dipl.-Ing. C. Liebermann, Cuxhaven. Die gleich betiteltete Arbeit von O. Gottschalk, Buenos Aires, erschienen in Beton und Eisen 1915 Heft 19/20 bringt ein sehr hand-

liches Verfahren. Verfasser hat darin jedoch einige Rechenfehler gefunden und gibt eine eingehende Nachrechnung. Beton und Eisen 1917 Heft 11.

Berechnung des zweistieligen Rahmens mit gestütztem Kragarm. Von Ing. Gustav Spiegel. 3½ Seite. Brückenbau 1917 Heft 12.

III. Eisenbetonversuchswesen; Feuerproben.

Zur Beurteilung und Untersuchung beschädigten Zementbetons. Von Dr. F. Hart. Nach Bemerkungen über die vorkommenden Mangelhaftigkeiten des Betons, werden die in der Literatur jetzt viel erörterten Einflüsse von salzhaltigen Wässern (schwefelsaure und kohlen-saure Solen) erläutert. Bildung von Kalzium-Aluminiumsulfat, von kohlen-saurem Kalke! Sodann wird ein Bild gegeben von der Arbeit des Chemikers bei der Untersuchung von altem Beton auf seine Zusammensetzung (Zementgehalt, Korngröße usw.) Hiernach sei gewöhnlich ein guter Aufschluß zu erlangen, obgleich dies oft bezweifelt werde. Zentralblatt d. B. 1917 Nr. 46.

Brandproben an Eisenbetonbauten (Heft 33 der D. A. f. E.) Kurzer Auszug in der Schweiz. B. Ztg. 1917 Nr. 20.

IV. Vorschriften und Leitsätze.

Richtlinien für die Lieferung von Hochofenschlacke zur Betonbereitung. Wiedergabe des Wortlautes dieser behördlich aufgestellten Richtlinien und des Inhaltes der Erläuterungen die in „Stahl und Eisen“ dazu gegeben sind. Deutsche Bau-Zeitung 1917 Mitt. Nr. 13.

V. Ausführungen.

1. Allgemeines über Beton und Eisenbeton, Zement-, Beton- und Eisenbetonwaren, Bauunfälle.

Metallisatie von Beton. Das patentierte Verfahren von Dr.-Ing. Sanders, Beton durch Metallsalzlösungen zu färben, wird hier kurz besprochen. Gewapend Beton 1915 Nr. 7.

Hilfskonstruktionen aus Eisenbeton für elektrische Leitungen. Beschreibung der verschiedenen Vorkehrungen zum Schutz von Kabeln im Erdboden, Vorführung von Eisenbeton-Normalien einschließlich Kostenangabe. Beton und Eisen 1917 Heft 11.

Fest- und Turnhalle der Stadt Schweidnitz i. Schl. Von Dipl.-Ing. Viktor Neumann, Oberingenieur der Firma Eisenbetonbau-Gesellschaft Dittmar Wolfsohn & Co., Breslau. Photographien, Zeichnungen, Schnitte mit erläuterndem Texte. Beton und Eisen 1917 Heft 11.

Kniehebelpressen für Zementwaren. Herstellern von Zementwaren, welche über Antriebsmaschinen nicht verfügen, wird die Be-

nutzung einer Kniehebelpresse nachdrücklich empfohlen. Tonindustrie-Zeitung 1917 Nr. 75.

Oliereservoirs, door S. L. A. Orië. Beobachtungen an einem 1906 erbauten Eisenbeton-Ölbehälter für Leinöl. Doppelte Mörtelschicht, fluatiert. In den Schichten Haarrisse. Hierdurch Eindringen des Öles hinter die 1. und 2. Putzschicht. Abtreiben derselben im ganzen. Eigentlicher Betonkörper nicht angegriffen. Ein Beton-Zugglied, in dem reichlich Risse anzunehmen waren, hat sehr gelitten. Daher möglichst viele (3) Putzschichten. Zugrisse vermeiden durch Traßbeimengung zum Putz. Kesslersche Fluatë, kalkarmen (Eisenportlandzement) anwenden. Ausbessern alle 10–20 Jahre. (Auch bei Eisen unangänglich). Dann unbegrenzt verwendbare Ölbehälter. Gewapend Beton 1917 Nr. 11.

Zu obiger Frage Zuschrift von Fr. B. A. Verheij, betr. Schwierigkeiten bei Auskleidung von Eisenbeton-Ölbehältern mit Blech. Ebenda.

Het gewapend Beton in den modernen Oorlog. (Der Eisenbeton im heutigen Kriege.) P. W. Scharroo, Kaptein der Genie, Lehrer a. d. Kgl. Mil. Akad. Gewapend Beton 1916 Nr. 5/6.

Beton als Baustoff für Ornamente. Holländischer Auszug aus Concrete Cement Age. Mit Abbildungen. 3½ Seite. Gewapend Beton 1915 Nr. 6.

Asbest-Zement-Schiefer (z. B. Eternit). In den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbetreibes 1917 Heft 3 bespricht K. A. Weniger die Verwendbarkeit und die Herstellungsweisen dieses feuerfesten und leicht zu bearbeitenden leichten Baustoffes. Auszug in Zeitschr. d. V. d. I. 1917 Nr. 17.

2. Ausführungen im Hochbau.

Shedbau in Eisenbeton. Von B. A. Verheij, c. i. (Holländisch). Allgemeines, Berechnung-Einzelheiten in der Ausbildung. 5 Seiten. Abbildungen. Gewapend Beton 1915 Nr. 6.

Ein Ausführungsfehler bei einem Eisenbetonkeller. A. A. Boon, c. i. Ein Fall ungenügenden Rostschutzes der Eisen. Sehr schnelles Ver- und Zerrosen der Eisen. Mit Abbildungen. Gewapend Beton 1915 Nr. 6.

Eisenbetondecken ohne Einschalung. Von Bauing. K. Dietrichkeit, Berlin. Mit Abbildungen wird hier eine zum Patent angemeldete Deckenausbildung vorgeführt, die darin besteht, daß über irgend welchen Unterzügen Beton-Hohlbohlen verlegt werden, die nur so stark bewehrt sind, daß sie sich während des Baues tragen. Die eigentliche Bewehrung wird in besonders ausgebildete Nuten verlegt. Sie kann dann vom Untergurte nach Bedarf nach dem Obergurte übergeführt werden. Deutsche Bauzeitung 1917 Mitteilungen Nr. 10.

Den Verfassern größerer Originalbeiträge stehen je nach deren Umfang bis zu 10 Exemplaren des betr. vollständigen Heftes kostenfrei zur Verfügung, wenn bei Einsendung des Manuskriptes ein entsprechender Wunsch mitgeteilt wird. Sonderabdrücke werden nur bei rechtzeitiger Bestellung und gegen Erstattung der Kosten geliefert.