

**Ein Modell zur Simulation der transienten Vorgänge einer
Asynchronlinearmaschine. Parametrierung am Beispiel eines
Wirbelstromläufers**

Von der Fakultät für
Maschinenbau, Elektrotechnik und Wirtschaftsingenieurwesen
der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation
vorgelegt von
Diplom-Ingenieur Patrice Weiss
geboren am: 20.08.1961 in: Halle

Vorsitzender:	Professor Dr.-Ing. H. Schwarz
Gutachter:	Professor Dr.-Ing. habil. K. Klinger
Gutachter:	Professor Dr.-Ing. B. Falter
Tag der mündlichen Prüfung:	21.06.2006

Ein Modell zur Simulation der transienten Vorgänge einer Asynchronlinearmaschine. Parametrierung am Beispiel eines Wirbelstromläufers
Mit 159 Seiten, 54 Bildern, 11 Tabellen und 15 Anlagen

Für die Dokumentation:

Drehstromlinearmotor / dreiphasiges Modell / mathematisches Modell /
Raumvektor / tangentielle Kraft / normale Kraft / Wirbelstromläufer / Parameter
eines Wirbelstromläufers

Zusammenfassung :

Die derzeit verfügbaren Modelle zur Simulation von transienten Vorgängen in Asynchronlinearmaschinen sind entweder zu ungenau, zu angepasst oder zu langsam. Weder die Analyse des Antriebes mit der Finite-Elemente-Methode noch die Anwendung von herkömmlichen Zweiachsmodellen spiegeln die Vorgänge in der Maschine ausreichend wider. Die Entwicklung eines mathematischen Modells, welches die genannten Nachteile nicht aufweist, ist Gegenstand dieser Arbeit. Ausgehend von einem dreiphasigen Modell werden die Differentialgleichungen und die Bewegungsgleichung des Antriebes aufgestellt und am Beispiel eines Wirbelströmläufers Hinweise zur Parametrierung des Modells gegeben. Es erfolgt ein Vergleich zwischen Rechnung, FEM-Analyse und Messung am Beispiel eines konkreten Motors.

An mathematical model to simulate the transient processes of an asynchronous linear machine. Calculation the parameters of the model at example of the eddy-current secondary part.

With 159 pages, 54 figures, 11 tabels and 15 attachments

Keywords :

Asynchronous linearmotor / threephase model / mathematical model / space vector
/ tangential force / normal force / eddy-current secondary part / parameters of a
eddy-current secondary part

Abstract :

The presently available mathematical models to simulate transient processes in asynchronous linear machines are either to imprecise, to adapted or to slow calculating. Neither the analysis of the drive with finite element method nor the use of conventional two-axis-models reflect the processes in the drive satisfactory. The design of an mathematical model, which doesn't feature the shown detriments is the matter of this dissertation. Based on an three-axis mathematical model will be designed the differential equations and the equation of moving for the drive, and at example of an eddy-current secondary part will be given instructions to calculate the parameters of the model. The results given by the designed model, given by the FEM-analysis and given by measurements at an existing linearmotor, will be compared.

Следует ясно понимать, что исчерпывающе полной модель быть не может. Она всегда ограничена и должна лишь соответствовать целям моделирования, отражая ровно столько свойств исходного объекта и в такой полноте, сколько необходимо для конкретного исследования.

[BSK-02]

Es muss klar sein, daß es ein vollkommen beschreibendes Modell nicht gibt. Das Modell ist stets begrenzt und muss lediglich den Zielen der Modellierung entsprechen und genau so viele Eigenschaften des Ausgangsobjektes in dem Umfange widerspiegeln, wie es für die konkrete Untersuchung benötigt wird.

(aus dem Russischen vom Verfasser übersetzt aus [BSK-02])

Widmung

Diese Arbeit widme ich meiner Frau Tatjana und meiner Mutter Ingeborg, ohne deren Unterstützung diese Arbeit nicht entstanden wäre.

Formelzeichen, Indizes, Konstanten und Abkürzungen

Tabelle 1: Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
$\frac{\rho}{A}$	$\frac{V \cdot s}{m}$	Magnetisches Vektorpotential
A	m ²	Fläche
B	$1 \cdot T = 1 \cdot \frac{V \cdot s}{m^2}$	Induktion, magnetische Flußdichte
b	m	Breite
dF _T	Nm	Kraftriffel
e	V	Induzierte Spannung
E	$\frac{V}{m}$	Elektrische Feldstärke
h	s	Schrittweite bei der Integration
H	$\frac{A}{m}$	Magnetische Feldstärke
l	m	Länge (eines Leitungselementes)
i	A	Augenblickswert der elektrischen Stromstärke
I	A	Amplitude der elektrischen Stromstärke
k	-	Faktor, Koeffizient
u	V	Augenblickswert der elektrischen Spannung
U	V	Amplitude der elektrischen Spannung
F _T , F _M	N	Vorschubkraft des Motors (tangente Kraft)
F _N	N	Anziehungskraft zwischen Stator und Sekundärteil (normale Kraft)
F _w	N	Widerstandskraft der Last
m	kg	Masse
m _{PH}	-	Anzahl der Phasen
n	-	Anzahl; z.B. Anzahl der Elementarmotoren
f	Hz	Netzfrequenz
f _s	Hz	Frequenz des Statorfeldes

j	$\frac{A}{m}$	Elementare Stromdichte
J	$\frac{A}{m^2}$	Elektrische Stromdichte
J _L	$\frac{A}{m^2}$	Leitungsstromdichte
J _V	$\frac{A}{m^2}$	Verschiebestromdichte
L	$1H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Induktivität
M	Nm	Drehmoment
L _M , M	$1H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Gegeninduktivität
M _S	$1^* H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Gegeninduktivität der Statorphasen
M _s	$1^* H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Gegeninduktivität der Sekundärteilphasen
M _{Ss}	$1^* H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Gegeninduktivität zwischen Stator- und Sekundärteilphase
m _S	$1^* H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$	Streuinduktivität
N	-	Zahl; Zähler; Anzahl
p	$\frac{W}{m^3}$	Leistungsdichte in einem Volumenelement
p	W	Momentane Wirkleistung
P	W	Leistung
q	-	Anzahl der Nuten pro Pol und Phase
q	V*A	Momentane Blindleistung
r	m	Radius
R _{KALT}	Ω	Widerstand der Wicklung bei einer Temperatur von 20°C

R_{WARM}	Ω	Widerstand der Wicklung bei der angegebenen Temperatur > 20°C
R	Ω	Elektrischer Widerstand
s	$V \cdot A$	Momentane Scheinleistung
S, s	m^2	Fläche
t	s	Zeit
T	s	Zeitkonstante
v	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit
w	-	Anzahl der Windungen
W	$W \cdot s$	Energie
β	-	Koeffizient zur Berücksichtigung der Schrittweitenverkürzung
τ	m	Polteilung
ν	°C	Temperatur
ω	$\frac{rad}{s}, \frac{1}{s}$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit
ε	$\frac{A \cdot s}{V \cdot m}$	Permittivität, Dielektrizitätskonstante
σ	$\frac{S}{m}$	Konduktivität, elektrische Leitfähigkeit
ρ	$\Omega \cdot m$	spezifischer elektrischer Widerstand
λ	-	Spezifische magnetische Leitfähigkeit
μ	$\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	Permeabilität
Π	$N \cdot m$	Potentielle Energie
K	$N \cdot m$	Kinetische Energie
Ψ	$1 \cdot Wb = 1 \cdot T \cdot m^2$	Magnetische Flußverkeftung
Θ	rad	Drehwinkel

Tabelle 2: Indizes

Index	Bezeichnung
A,B,C	Phasen des Stators
a,b,c	Phasen des Rotors/ Sekundärteiles
A,M,E	Anfangs-, Mittel-, End
AMPL	Amplitude
2	Bezogen auf den Rotor (das Sekundärteil) der elektrischen Maschine
i	Index in x-Richtung
j	Index in y-Richtung
k	Zählindex
K	Hochgestellter Index; bedeutet: „im sich drehenden Koordinatensystem“
i,j,k	Bezeichnung der Achsen eines orthogonalen Koordinatensystemes; entspricht x,y und z im kartesischen
ZK	Zahnkopf
N	Nut
Platte	Sekundärteil als Wirbelstromläufer
Leiter	Drahtleiter
j	Joch
FE	Eisen
ST, 1, Stator	Bezogen auf den Stator der elektrischen Maschine
Sekundärteil	Bezogen auf das Sekundärteil
S	Synchron
R	Rotor, Sekundärteil
R	Remanenz
EM, E, EL	Elektromagnetisch, Elektrisch
Magn	Magnetisch
W	Wickelkopf
D	Differentiell
S	Schrägung
δ	Luftspalt

Tabelle 3: Konstanten

Konstante	Einheit	Wert	Bezeichnung
a	-	$a = e^{j \frac{2\pi}{3}}$	Versor
g	$\frac{m}{s^2}$	9,81	Erdbeschleunigung
ρ_{AL}	$\Omega \cdot m$	$0,03 \cdot 10^{-6}$	Spezifischer elektrischer Widerstand von Aluminium
μ_{AL}		1	Feldkonstante von Aluminium
μ_0		$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	Magnetische Feldkonstante
J	-	$j = \sqrt{-1}$	Imaginäre Einheit

Tabelle 4: Abkürzungen

Abkürzung	Bezeichnung
DLM	Drehstromlinearmotor in asynchroner Ausführung
DGL	Differentialgleichung
FEM	Finite-Elemente-Methode
PWM	Pulsweitenmodulation

Schreibweisen

X	die physikalische Größe X, Effektivwert
x	Augenblickswert von X
\vec{X}	der Vektor der physikalischen Größe X
\mathbf{X}	der Raumvektor von X
X_{yz}	Projektion des Vektors von X der Koordinatenachse z auf die Koordinatenachse Y

Physikalische Größen, bei denen es im Kontext nicht auf deren Vektoreigenschaften ankommt, werden nicht als Vektoren gekennzeichnet.

Formelzeichen, Indizes, Konstanten und Abkürzungen.....	IV
1. Einleitung	1
2. Stand der Technik	7
2.1 Grenzen eines FEM-Modells	9
2.2 Anforderungen an ein Maschinenmodell im statischen Betrieb	17
2.3 Anforderungen an ein Maschinenmodell im dynamischen Betrieb.....	21
3. Das Modell	23
3.1 Die Kräfte des DLM.....	35
3.1.1 Die Tangentialkraft.....	42
3.1.2 Die Normalkraft	43
3.2 Unterteilung in Elementarmotoren.....	45
3.3 Elemente des Elementarmotors und deren Parameter	47
3.3.1 Die Berechnung der Streuinduktivitäten.....	49
3.3.2 Die Beachtung des Luftspaltes.....	53
3.4 Gegenseitige Beeinflussung der Elementarmotoren	54
3.5 Berücksichtigung der Randeffekte.....	55
3.5.1 Der Querrandeffekt.....	55
3.5.2 Der Längsrandeffekt	57
3.6 Das Kompletmodell des Drehstromlinearmotors.....	60
4. Parametrierung am Beispiel eines Wirbelstromläufers	69
4.1 Parameter des Stators	70
4.1.1 Widerstand einer Statorphase.....	70
4.1.2 Induktivität einer Statorphase	71
4.2 Parameter des Sekundärteils	77
4.2.1 Elektrischer Widerstand einer Sekundärteilphase.....	82
4.2.2 Induktivität einer Sekundärteilphase	85
5. Empirische Vereinfachung des Modells	93
6. Ausblick. Zusätzliche Ergebnisse des Modells	96
6.1 Verfeinerung des Modells.....	96
6.1.1 Vollständige Berechnung der Koppelkoeffizienten	97
6.1.2 Einarbeitung verschiedener Sekundärteilkonfigurationen.....	97
6.1.3 Einarbeiten der Nutharmonischen	98
6.1.4 Berücksichtigung der Stromverdrängung	98
6.1.5 Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste.....	98
6.1.6 Berücksichtigung der Erwärmung des Antriebs (Widerstandsänderung).....	99
6.1.7 Berücksichtigung der Sättigung und der Magnetisierungskennlinie des Elektrobleches.....	99
6.2 Erweiterung des Modells	100
6.2.1 Berechnung aller Leistungen und Energien	100
6.2.2 Berechnung aller auftretenden Kräfte; Minimierung der Anziehungskräfte	101
6.2.3 Simulation des Generatorbetriebes.....	102

6.2.4 Simulation der Selbsterregung	102
6.2.5 Erweiterung des Modells auf eine Doppelstatoranordnung	103
6.2.6 Einarbeitung des Umrichterbetriebes	104
7. Zusammenfassung.....	105
8. Literatur	107
9. Anlagen	112
9.1 Ergebnisse der FEM-Analyse von Drehstromlinearmotoren	112
9.1.1 Der Motor SLVMOT	112
9.1.2 Der Motor SLVMOT1	113
9.1.3 Der Motor SLVMOT2	114
9.1.4 Die Motoren SLVMOT3 bis SLVMOT5	117
9.1.5 Vergleich der SLVMOT-Motoren.....	117
9.2 Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung im Luftspalt des DLM. Die Multiplikation eines Raumvektors mit der konjugiert-komplexen Größe eines anderen Raumvektors	119
9.3 Energieumwandlungen im Luftspalt des DLM.....	121
9.4 Simulation des Modells mit VisSim.....	125
9.5.1 Ergebnisse des vorgestellten Modells. Qualitative Betrachtung.....	131
9.5.2 Ergebnisse des vorgestellten Modells. Quantitative Betrachtung.....	135
9.6 Kräfte des DLM in y-Richtung	138
Ermittlung von Querkraften	138
5.Problem.....	138
6.Versuchsaufbau	139
7.Versuchsdurchführung und -auswertung.....	141
9.7. Katalogdaten und Parameter der ANTRIMA-Motoren.....	144
Lebenslauf	146
Erklärung	147

1. Einleitung

Vollkommen zu Unrecht hat der Drehstromlinearmotor (DLM) bisher nicht die Verbreitung und Beachtung erfahren, die ihm eigentlich gebührt.

Gründe hierfür sind:

- Lange Zeit gab es keinerlei Möglichkeiten, die Vorschubgeschwindigkeit einzustellen/ anzupassen. Bei rotierenden Antrieben gab es die Vario-Getriebe mit Reibrad-Übersetzung bzw. Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer. Nach Einführung der Frequenzumrichtertechnik sind DLM einfach „vergessen worden“
- Durch die weit verbreitete Anwendung von rotierenden Maschinen und durch die Einführung von Norm-Reihen ist die Fertigung dieser sehr billig geworden. Bedingt durch die geringen Stückzahlen, mit denen DLM gefertigt werden, sind diese noch teurer als Normmotoren. Allein die Fertigung der Motorbleche macht bei geringen Stückzahlen bis zu 63% der gesamten Fertigungskosten aus.
- Durch den bisher seltenen Einsatz der DLM waren viele Zubehörteile nicht durchkonstruiert, so z.B. das Bremssystem, die Fremdlüftung und die Lage-/ bzw. Geschwindigkeitsrückführung. Sehr lange Zeit wurden die Lagegeber als optische Lineale angeboten und waren damit sehr teuer. Die Anwendung von Magnetbändern, welche in Tests sehr gute Ergebnisse geliefert haben, ist erst seit wenigen Jahren aktuell.

Gegenüber herkömmlichen Normantrieben hat der DLM folgende Vorteile:

- Er benötigt keinerlei mechanischen Kraftübertragungskomponenten (Getriebe usw.) und damit keinerlei Beschränkungen bezüglich Beschleunigungen/ Verzögerungen, es gibt keinen Verschleiß
- Bei Verwendung von Wirbelstromläufern hat er von Haus aus einen sehr hohen Schutzgrad.
- Der Aufbau eines derartigen Antriebssystems ist denkbar einfach; keine Lager, keine Wellen, keine Unwuchten, keine Öldichtringe

-
- Antriebe mit DLM sind für beliebige Längen realisierbar. Bei herkömmlichen Antrieben erfolgt die Kraftübertragung über Zahnriemen, welcher ab bestimmten Längen schwingt und Geräusche verursacht oder über Zahnstangen, welche bei größeren Achslängen hohe Anforderungen an die Steifigkeit der Achse und die Genauigkeit der Montage stellen.

Zu den Nachteilen eines Antriebssystems mit DLM gehören:

- Der geringere Wirkungsgrad und Leistungsfaktor
- Erhöhte Sekundärteilverluste bei Verwendung eines Wirbelstromsekundärteiles
- Es gibt noch keine fertigen konstruktiven Lösungen zur Bremsung weder für Hubachsen, noch für NOT-AUS-Bremsungen nach VDE0113, noch für Stillstandsbremsungen nach Abschalten der Steuerspannung.

In den letzten Jahren ist auf Messen und in Fachzeitschriften eine verstärkte Anwendung von synchronen Linearantrieben zu beobachten. Diese haben gegenüber asynchronen DLM folgende Nachteile:

- Sie sind wesentlich teurer; jeder Meter Achsweg kostet viel Geld durch die Verwendung von Magneten.
- Sie sind sehr anfällig gegen Korrosion. Zwar werden Magnete auch vernickelt geliefert, jedoch führt die geringste Beschädigung der Nickelschicht zu einem „Wegrosten“ der Magnete.
- Sie sind sehr anfällig gegen Eisenspäne
- Sie benötigen eine teure, komplizierte Leistungselektronik zur Ansteuerung
- Sie benötigen zur Kommutierung unbedingt ein Meßsystem

Nachfolgende Tabelle nochmals zur Zusammenfassung und zur Begründung, warum weitere Entwicklungsarbeiten auf dem Gebiet der DLM sinnvoll erscheinen.

Tabelle 1-1: Vergleich zwischen Normantrieben, Synchronlinearantrieben und DLM-Antrieben

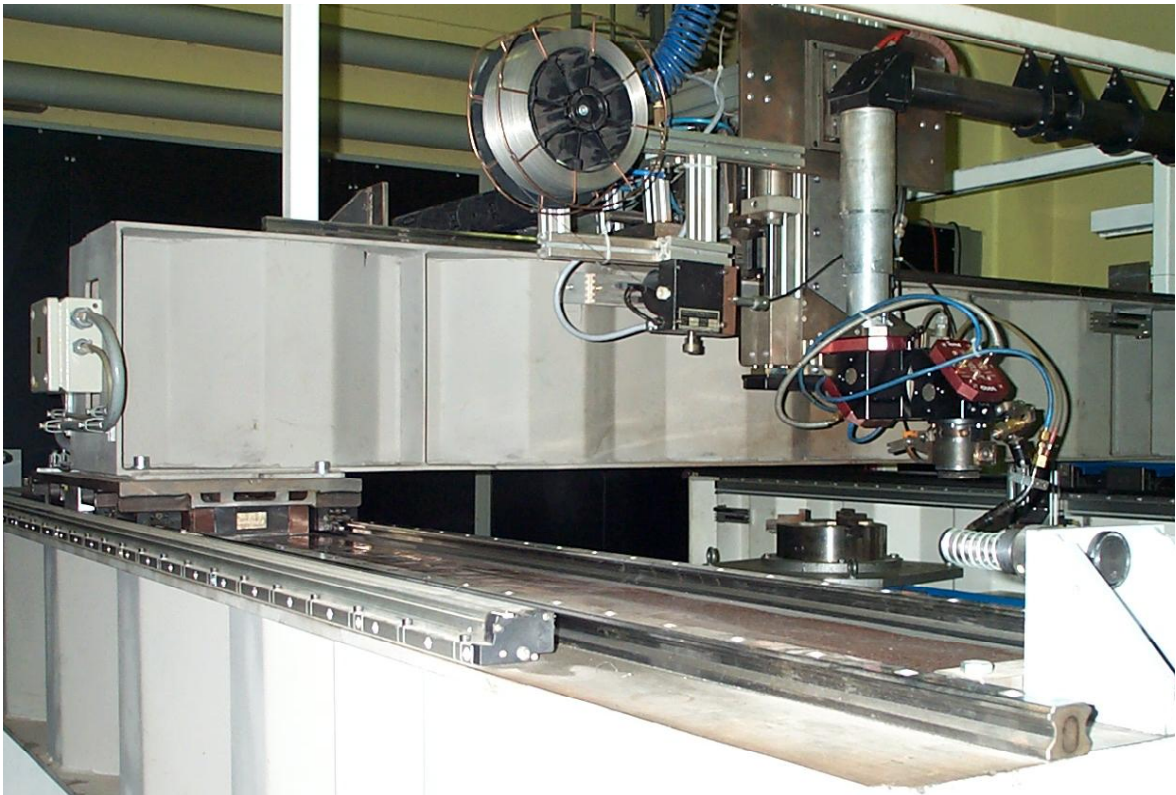
	Achsen mit herkömmlichem rotatorischen Antrieb	Achsen mit direktem Linear-Synchronantrieb	Achsen mit direktem Linear-Asynchronantrieb
Hersteller	Hauser/ Offenburg u.a.	Anorad, Hauser/ Offenburg, Siemens	ANTRIMA, Baumüller
Fahrwege	Eingeschränkt bei Verwendung von Zahnriemen (Schwingungen); teuer bei Zahnstangen und Spindelantrieben	Eingeschränkt und teuer (es werden sehr viele Magneten benötigt)	Beliebig (s. Transrapid)
Schutzart	Hohe Schutzart erreichbar durch zusätzliche Einhausungsmaßnahmen (zusätzliche Kosten)	Hohe Schutzart erreichbar durch zusätzliche Einhausungsmaßnahmen (zusätzliche Kosten)	Von Haus aus hoher Schutzgrad
Metallspäne	Relativ resistent gegen Späne	Sehr anfällig gegen Eisenspäne	Resistent gegen Späne
Beschleunigungen	Eingeschränkt durch mechanische Kraftübertragungskomponenten (Abtriebsmoment der Planetengetriebe eingeschränkt); 1-2 g erreichbar	Beliebig; unter der Voraussetzung, daß Magneten durch Überströme nicht entmagnetisiert werden	Beliebig
Geschwindigkeiten	Eingeschränkt durch mechanische Kraftübertragungskomponenten (Eintriebsdrehzahl der Planetengetriebe eingeschränkt); 1-2 m/s	Beliebig	Beliebig bei entsprechender Projektierung der Polteilung
Leistungsregler	Vorhanden, Stand der Technik; Servoregler sind jedoch nicht ganz preiswert	Vorhanden, nicht ganz preiswert	Vorhanden, müssen angepasst/ parametrieren werden; für einfache Anwendungen genügt ein billiger Frequenzumrichter oder ein Schütz!
Lagegeber	Sehr einfach durch Anbau an den Motor	Kompliziert und teuer; muß als Maßstab (optisch oder magnetisch) über die gesamte Fahrbahn gelegt werden	Kompliziert und teuer; muß als Maßstab (optisch oder magnetisch) über die gesamte Fahrbahn gelegt werden
Elektrische Bremsung	Einfach	Einfach	Nicht ganz einfach
Mechanische Bremsung	Sehr einfach durch Anbau der Bremse an den Motor	Als zusätzliches System (Fa. Zimmer, Fa. Ortlinghaus)	In Entwicklung
Hubachsen	Bei Verwendung von selbsthemmenden Getrieben sehr einfach zu realisieren	Nichts bekannt	In Entwicklung (Problem : Halteströme, NOT-AUS)
Wirkungsgrad	Gut; wenig Verluste im Motor, aber Verluste im Ritzel und im Getriebe	Bei geringem Luftspalt-sehr gut	Nicht gut; es werden sehr hohe Magnetisierungsströme benötigt; im Sekundärteil wird die Bestromung durch Wirbelströme erzeugt
Rastkraft	Nicht spürbar durch Getriebe (Filter)	Sehr große Rastkräfte	Sehr gering
Genauigkeit	Mäßig (Getriebeispiel, Zahnriemendehnung)	Sehr hoch	Hoch
Dynamik (s. Beschleunigung)	Gemächlich	Sehr hoch	Hoch
Anschaffungskosten	Hoch	Sehr hoch	Gering
Wartungskosten	Mittel	Hoch	Gering
Energiekosten	Gering	Gering bis mittel	Hoch

Als Pumpen- und Lüfterantrieb, welcher als Hauptantrieb im Dauerbetrieb arbeitet, wird aus energetischer Sicht der DLM nicht angewendet werden. Er ist jedoch wie geschaffen für schnelle Zustellbewegungen, z.B. bei Werkzeugmaschinen, aber auch bei Kranantrieben. Hierbei kommt es nicht auf den Wirkungsgrad an, sondern auf die schnellen Zustellbewegungen und die Verminderung der Taktzeiten im Produktionsprozeß. So kann sehr einfach nachgewiesen werden, daß z.B. an einer Punktschweißmaschine durch hohe erreichbare Beschleunigungen der Ausstoß an Produkt wesentlich erhöht werden kann; die Mehrkosten aufgrund des schlechteren Wirkungsgrades der Antriebe fallen hierbei überhaupt nicht ins Gewicht. Welchen Wirkungsgrad hat übrigens ein elektrischer Rasierapparat?

Ein weiterer Einsatzfall für DLM ist in Maschinen zur spanenden Bearbeitung von Eisenmetallen gegeben. Auch hier ist die Leistung des Hauptantriebes (30...40 kW) weit höher als die Leistung der Hilfsantriebe (1...1,5 kW). Anfallende Eisenspäne können nach Abschalten der Achse einfach mit Druckluft weggeblasen werden.

Aufgrund seiner Eigenschaften, seiner Vorteile und seiner Nachteile ist der DLM interessant für:

- Hersteller von Holzbearbeitungsmaschinen (lange Fahrwege)
- Hersteller von Portalanlagen, Schweißrobotern (s. Abb. 1-1), einfachen Schweißmaschinen
- Hersteller von Portalwaschanlagen (hoher Schutzgrad)
- Kranhersteller (lange Fahrwege)
- Hersteller für Maschinen zur spanenden Bearbeitung von Eisen (Späne)
- Hersteller von Handlingmaschinen
- Hersteller von Wickelmaschinen (Bremsung über Schlupf bei größerem Luftspalt; Regelung der Bremskraft)
- Hersteller von Kabelabzugssystemen für Portalanlagen (Bremsung über Schlupf bei größerem Luftspalt; Regelung der Bremskraft)



**Abb. 1-1: Hochgeschwindigkeitsportal der Firma SLV Halle GmbH mit Kraus-Maffei-Sekundärteilen.
Mit freundlicher Genehmigung der SLV Halle GmbH**

Während es für rotierende elektrische Maschinen sehr gute Entwicklungs- und Projektierungsvorschriften und -normen gibt, ist der DLM bisher nur unzureichend beschrieben. Statische Prozesse in Drehstromlinearmotoren wurden bereits ausführlich u.a. in den Arbeiten [BUD-78] und [TIM-72] untersucht.

Die Theorie in Bezug auf die dynamischen Prozesse in diesen Maschinen dagegen ist nur unzureichend entwickelt [KOP-00] und [KOP-01].

In dieser Arbeit wird ein dynamisches Modell des DLM aus dem dynamischen Modell für rotierende Maschinen hergeleitet. Resultate dieses Modells sind:

- der Arbeitspunkt auf der elektromechanischen Kennlinie $v=f(F_T)$ bei vorgegebener Last sowie der Einschwingvorgang $v(t)=F_T(t)$
- die Abhängigkeiten $v=v(t)$, $F_T=F_T(t)$, $P_{EL}=P_{EL}(t)$, $I=I(t)$ bei transienten Vorgängen in allen vier Quadranten

Es wird am Beispiel eines homogenen Wirbelstromläufers gezeigt, wie sich die Modellparameter bestimmen lassen.

Es werden Möglichkeiten zur Erweiterung und Verfeinerung des Modells und Möglichkeiten zur Bestimmung der Parameter bei Verwendung verschiedener Sekundärteile vorgestellt.

2. Stand der Technik

Bisher wurden DLM berechnet, indem die Berechnungsvorschriften für rotierende elektrische Maschinen [KOP-80], [REI-73] für DLM umgearbeitet worden sind. Hiermit können die Maße, Wicklungsdaten und Blechform des Motors annähernd bestimmt werden.

Das Verhalten des Motors im dynamischen Betrieb, aber auch das statische Verhalten in anderen Quadranten, als im ersten, konnte mit den herkömmlichen Berechnungen nicht ermittelt werden. Die Verwendung eines dynamischen Modells in Zweiachsenausführung konnte ebenfalls nicht zur Anwendung kommen, da

- wie bereits in [BUD-78] und [TIM-72] nachgewiesen wurde, die Phasenströme des Stators asymmetrisch sind und
- sich die Parameter des Sekundärteiles mit den herkömmlichen Berechnungsmethoden nur für die Ausführung mit Käfig bestimmen lassen [ECK-05].

Aus diesen Gründen wurden die berechneten DLM einer FEM-Analyse unterzogen. Zur Anwendung kam dabei eine 2D-FEM-Simulationssoftware des Herstellers Ansoft.

Die Ergebnisse der FEM-Simulation sind jedoch nur bedingt brauchbar. Die Motorkräfte und die damit verbundenen Hochlaufzeiten konnten durch Messungen am DLM bestätigt werden. Nicht jedoch die Motorströme. Die Ströme der Phasen A,B,C (die Bezeichnung der Statorphasen mit A,B,C anstelle der üblichen Bezeichnung U,V,W wurde hier absichtlich gewählt, um einen Bezug zum nachfolgend vorgestellten Modell herzustellen) waren in allen Simulationsläufen sämtlicher DLM symmetrisch; die Amplituden waren unabhängig von der Last, unabhängig von der Geschwindigkeit des Sekundärteiles. Bei keinem transienten Vorgang (nicht beim Hochlauf auf den Arbeitspunkt und nicht beim Abbremsen auf den Arbeitspunkt) konnte weder eine Änderung der Amplituden noch der Phasenwinkel der Statorströme beobachtet werden. Dies unabhängig vom Material des

Sekundärteil (es wurde mit Aluminium und St37 simuliert) und von der Ausführung des Motors (es wurden Einzelstatoranordnungen und Doppelstatoranordnungen simuliert).

Durch die Ergebnisse der FEM-Analyse läßt sich kein Kreisdiagramm des Motors erstellen. Da es gemäß [ANS-99] nicht möglich ist, den Generatorbetrieb der Maschine zu simulieren (die Software verlangt immer die Definition von Strom- oder Spannungsquellen am FEM-Modell), würde ein Kreisdiagramm anhand des simulierten Motorbetriebes Auskunft über die Eigenschaften der Maschine als Generator geben können.

Es ist also nicht möglich, mit der FEM-Analyse Prozesse wie Generatorbetrieb, Selbsterregung, rekuperatives Bremsen zu untersuchen.

Beiträge zur Wirkungsweise, Auslegung und Betriebseigenschaften von DLM werden in [BUD-78] und [TIM-72] vorgestellt. In diesen Beiträgen wurden die transienten Vorgänge nur am Rande untersucht, obwohl gerade die möglichen hohen Anfahrbeschleunigungen einen wesentlichen Vorteil der DLM darstellen

2.1 Grenzen eines FEM-Modells

Beim Programmpaket Maxwell 2D handelt es sich um ein zweidimensionales Programm. Aufgrund der unvollständigen Modellnachbildung und fehlender Angaben wird dieses Paket niemals die tatsächlichen Sachverhalte im Motor simulieren können. Besonders bezieht sich das auf folgende Punkte:

- Querrandeffekt

Aufgrund der zweidimensionalen Arbeitsweise der FEM-Software kann der Querrandeffekt nicht berücksichtigt werden. Um diesen zu umgehen, wird in [BUD-78] und [TIM-72] empfohlen, die Sekundärteilbreite um ca. 20% breiter als die aktive Eisenfläche auszuführen, um die induzierten elektrischen Ströme in diesen Bereichen nicht „einzuschnüren“.

Maxwell-2D arbeitet „scheibchenweise“; die Tiefe des Modells (Breite des DLM) wird über einen Faktor definiert. Dabei wird davon ausgegangen, daß alle Teile des Motors die gleiche Breite haben.

Beim hier vorgestellten dynamischen Modell des DLM wird der Querrandeffekt beachtet (s. Kapitel 4.2 „Parameter des Sekundärteiles“).

- Längsrandeffekt

Gemäß Ansoft-Schulungsunterlagen [ANS-98] wird der Längsrandeffekt bei deren Modellvorschlägen nicht berücksichtigt. Ansoft schlägt vor, einen rotatorischen Motor mit sehr großem Radius zu definieren und den DLM als Teilmenge daraus zu betrachten. Bei dem in Kapitel 9.1 „Ergebnisse der FEM-Analyse“ vorgestellten Modell wird der Längsrandeffekt berücksichtigt.

Beim dem in dieser Arbeit vorgestellten dynamischen Modell kann der Längsrandeffekt durch die Berechnung der induzierten Spannungen beim Einlaufen in einen Polbereich beachtet werden (s. Kapitel 3 „Das Modell“).

Die Berücksichtigung des Längsrandeffektes ist besonders bei Hochgeschwindigkeitsanwendungen bestimmend für die Genauigkeit [KOP-01].

- Eisenverluste

Die materialspezifischen Eisenverluste können im Modell nicht definiert werden, so daß eine Berücksichtigung nicht erfolgen kann (s. Abb. 2.1-1).

Die Berücksichtigung der Eisenschichtung (zur Minimierung der Verluste durch Wirbelströme) durch Eingabe der Konduktivität des Blechpaketes als $\sigma = 0 \text{ S/m}$ ist für eine genaue Analyse sehr grob. Bei Messungen am Blechpaket eines DLM konnten Stromflüsse festgestellt werden. Das erklärt sich dadurch, dass beim Zusammenfügen des Paketes immer Strombrücken entstehen, sei es im Bereich der Kanten oder im Bereich der Paketbolzen. Außerdem müssen, selbst bei genauer Fertigung der einzelnen Blechkämme diese anschließend zumindest im Bereich der aktiven Fläche überfräst werden, um einen definierten und konstanten Luftspalt zu gewährleisten.

Da weiterhin die Blechstärken bei Elektroblech im Bereich von 0,35mm...0,5mm liegen, sind auch innerhalb einer Blechstärke Wirbelströme vorhanden.

In der Materialdefinition der FEM-Software können die Angaben der Blechhersteller zu den Ummagnetisierungsverlusten nicht eingegeben werden; ebenso wird nur der Hauptzweig der B-H-Kennlinie (s. Abb. 2.1-1) abgefragt.

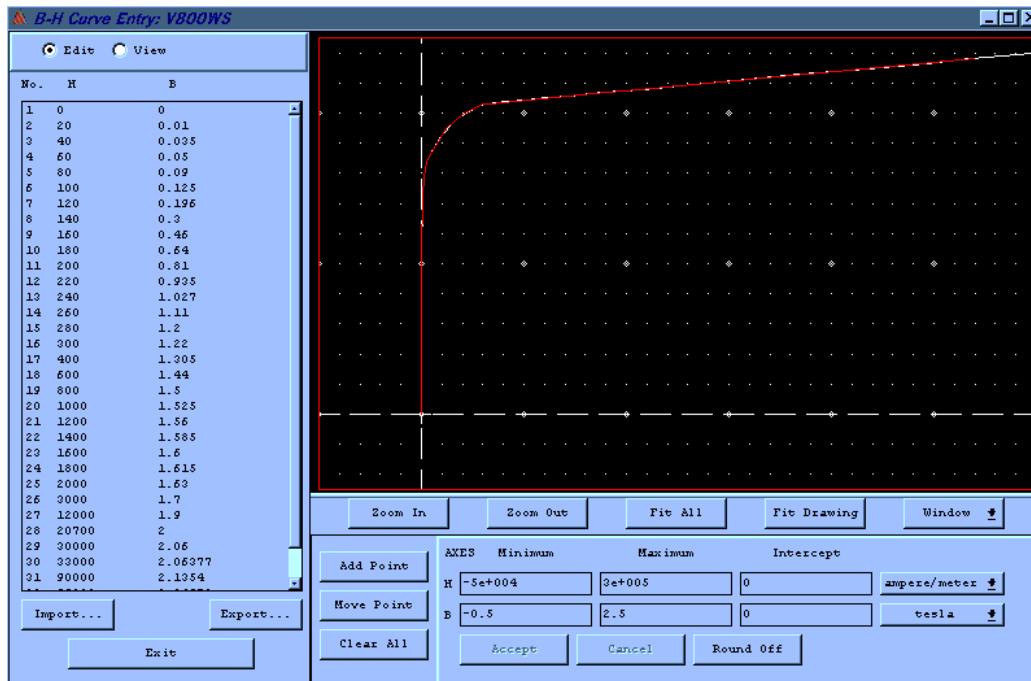


Abb. 2.1-1: Eingabebildschirm zur Definition der Materialeigenschaften bei Maxwell-2D

Beim dem in dieser Arbeit vorgestellten dynamischen Modell werden die Ummagnetisierungsverluste ebenfalls nicht berücksichtigt; dieses Modell ist jedoch offen. Im Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“ werden Vorschläge zur Einarbeitung dieser Verluste unterbreitet.

- Streuverluste; Streuinduktivität; Skineneffekt

Gerade die Nut- und differentielle Streuung werden sehr gut durch eine FEM-Software berücksichtigt. Durch die zweidimensionale Arbeitsweise muß jedoch die Streuinduktivität im Bereich der Wickelköpfe vom Bediener vorab berechnet und eingegeben werden (s. Abb. 2.1-2).

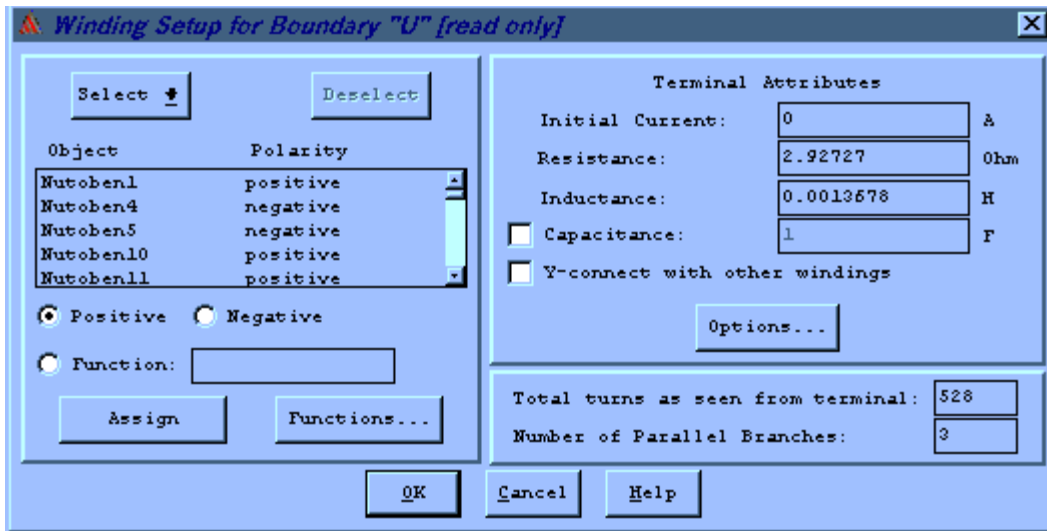


Abb. 2.1-2: Angabe der Wicklungsdaten

Der Skineneffekt kann durch die FEM-Analyse nur mit Einschränkungen berücksichtigt werden. In diesem Fall ist als Erregungsquelle nicht eine Spannung, sondern ein Strom anzugeben. Da der Strom jedoch Resultat des Betriebes eines Antriebes ist, nicht die Ursache und da bei den meisten Anwendungen Spannung angelegt wird und nicht ein Strom eingepreßt wird, sind die Möglichkeiten, die hierzu Maxwell-2D liefert, praktisch wertlos.

Das vorgestellte dynamische Modell ist beliebig erweiterbar, so daß sowohl sämtliche Streuungen als auch der Skin-Effekt eingearbeitet werden können (s. Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“).

- Erwärmung

Die Widerstandsänderung durch die Erwärmung der Kupferwicklung (Ohmscher Widerstand) kann wie folgt definiert werden:

$$R_{WARM} = \frac{235^{\circ}C + \nu_{WARM}}{235^{\circ}C + \nu_{KALT}} * R_{KALT} \quad (U1)$$

Wie sowohl die Messungen als auch die Simulationen zeigen, werden hier beachtliche Verlustleistungen im Sekundärteil freigesetzt. Die Temperaturanstiege erfolgen damit im Millisekundenbereich.

Ebenso wurde bei der Betriebsart mit $s=1$ („Drücken“) eine sehr starke Erwärmung des Stators beobachtet.

Versuche haben das Metall des Sekundärteiles „anlaufen“ und die Vergussmasse des Stators platzen lassen.

Da der DLM kein homogenes Gebilde ist, hat die Wicklung des Stators zu keiner Zeit und an keinem Ort eine konstante Temperatur. Bei der FEM-Analyse kann jedoch nur ein konstanter Wicklungswiderstand eingegeben werden (s. Abb. 2.1-2); die Abhängigkeit $R=f(P_V)$ bzw. $R=f(t)$ kann nicht berücksichtigt werden.

Bei MAXWELL-2D wird zwar als Resultat eine Verlustleistung der gesamten Anordnung (Stator und Sekundärteil) berechnet, diese läßt sich jedoch weder auf die einzelnen Elemente der Anordnung aufteilen noch auf die einzelnen Arten der Verlustleistungen (ohmsche, induktive, Ummagnetisierungs-, Wirbelstromverluste).

Überlegung zu den Toleranzen der FEM-Analyse durch Wicklungserwärmung:

Gemessen wurde am kalten Krauss-Maffei-Motor der Widerstand einer Phase von

$$R_{KALT}=2,3697 \Omega$$

Bei Erwärmung des Motors auf 80°C verändert sich der Widerstand wie folgt:

$$R_{WARM} = \frac{235^{\circ}C + \nu_{WARM}}{235^{\circ}C + \nu_{KALT}} * R_{KALT} = \frac{235^{\circ}C + 80^{\circ}C}{235^{\circ}C + 20^{\circ}C} * 2,3697 = 2,92727 * \Omega$$

$$F = \frac{R_{WARM} - R_{KALT}}{R_{KALT}} * 100\% = 23\%$$

Bei einer Erwärmung des Motors auf 180°C gilt:

$$R_{WARM} = \frac{235^{\circ}C + \nu_{WARM}}{235^{\circ}C + \nu_{KALT}} * R_{KALT} = \frac{235^{\circ}C + 180^{\circ}C}{235^{\circ}C + 20^{\circ}C} * 2,3697 = 3,85657 * \Omega$$

$$F = \frac{R_{WARM} - R_{KALT}}{R_{KALT}} * 100\% = 62,7\%$$

Das vorgestellte dynamische Modell ist beliebig erweiterbar, so daß die Widerstandsänderungen durch Erwärmung berücksichtigt werden können (s. Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“).

- Nutharmonische

Durch die zweidimensionale Arbeitsweise können die Nutschrägungen nicht berücksichtigt werden.

Problematisch ist das bei der FEM-Analyse beim Krauss-Maffei-Motor mit dem strukturierten Sekundärteil, nicht jedoch beim ANTRIMA-Motor (s. [ANT-02]), da hier von einem homogenen Sekundärteil ausgegangen wird.

- Umrichterbetrieb

Bisher wurde die Erregung durch sinusförmige Spannungen angenommen. Wie sich die Daten des Motors ändern bei Erregung durch eine dreiphasige PWM-modulierte Spannung, ist noch nicht untersucht worden. Die Definition von durch PWM erzeugte Spannungen in MAXWELL-2D ist kompliziert.

Das vorgestellte dynamische Modell ist beliebig erweiterbar, anstelle der sinusförmigen Spannungen an den Klemmen des DLM können hier stückweise-lineare Funktionen zur Nachbildung der PWM vorgegeben werden (s. Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“). Wenn es sich notwendig erweisen sollte, das vorgestellte Modell so zu erweitern, daß das System Frequenzumrichter-DLM berechnet werden soll, muß zusätzlich ein dreiphasiges dynamisches Modell des Umrichters geschaffen werden (nicht Bestandteil dieser Arbeit), da beim vorgestellten Modell immer von einer Spannungsquelle mit unendlich großer Leistung ausgegangen wird (der innere Widerstand der Spannungsquelle $R_i=0$).

Der Softwarehersteller Visual Solutions, Incorporated bietet komplette Inverterblockschaltbilder für die Verwendung mit dem Softwarepaket VisSim an. Hier gibt es unterschiedliche Regelungsmethoden. Ein solches Invertermodul kann dann direkt vor das vorgestellte Modell „geschaltet“ werden (s. Anlage 9.4 „Simulation des Modells mit VisSim“).

Nachfolgend ist ein Vergleich des vorgestellten Modells mit der FEM-Simulation mit MAXWELL-2D von Ansoft gezeigt.

Tabelle 2.1-1: Vor- und Nachteile des vorgestellten Modells im Vergleich zu einer FEM-Software

	MAXWELL-2D	Vorgestelltes Modell
Vorteile	Sehr einfach zu erstellen; Vorkenntnisse nicht erforderlich	Einfach gedanklich vorzustellen
	Nutharmonische gehen in das Gesamtergebnis ein	Querrandeffekt wird über Querreduktionsfaktor betrachtet
	Sättigung wird berücksichtigt	Längsrandeffekt wird betrachtet
		Sättigung kann berücksichtigt werden
		Weitere Nichtlinearitäten können berücksichtigt werden
		Die Abhängigkeit des ohmschen Widerstandes von der Temperatur kann berücksichtigt werden
		Interne Motordaten können berechnet werden, z.B. Vibrationen und Rüttelkräfte, elektrische Wirkleistung, Blindleistung, Scheinleistung, Transferleistung
		Das Modell ist offen und damit beliebig erweiterbar; so kann problemlos das Temperaturverhalten des DLM eingebunden werden und die Erwärmungen an jeder beliebigen Stelle des DLM berechnet werden
		Modell, mit dem Softwarepaket Mathcad simuliert, ist noch nie abgestürzt, sehr sichere Anwendung
		Rechenzeiten von einigen Minuten bis zu einer Stunde, je nach Modelltyp und Anzahl der Integrationsschritte
		Alle Verluste lassen sich berechnen und den einzelnen Elementen zuordnen
Nachteile	Querrandeffekt wird nicht betrachtet	Weiterentwicklung und Verfeinerung des Modells ist sehr aufwendig und erfordert umfangreiche Vorarbeiten.
	Längsrandeffekt wird nicht betrachtet	
	Zwischenergebnisse- z.B. Strom- sind falsch	
	Selbsterregung ist nicht simulierbar. Remanenz der B-H-Kennlinie nicht vorgebar	
	Die starke Abhängigkeit der Parameter von der Temperatur (elektrischer Widerstand) werden nicht betrachtet	
	Verluste werden berechnet, können aber nicht lokalisiert werden	
	Sehr lange Rechenzeiten (8-16 Stunden, je nach Motortyp)	
	Häufige Systemabstürze	

2.2 Anforderungen an ein Maschinenmodell im statischen Betrieb

Bevor irgendetwas berechnet oder modelliert werden soll, muß klar sein, welche Eingangsgrößen vorgegeben werden sollen und welche Ausgangsgrößen (Resultate) benötigt werden.

Aus Sicht des Anwenders muß ein Modell dem realen Verhalten der Maschine entsprechen, besonders in Bezug auf folgende Punkte:

- **Synchrongeschwindigkeit**

Ohne Gegenkraft ($F_W=0$) muß bei Synchrongeschwindigkeit $v_S=2 \cdot f \cdot \tau$ die tangentielle Kraft $F_M=F_T=0$ sein, d.h., der Motor muß ohne Belastung bis auf Synchrongeschwindigkeit hochlaufen.

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell nur teilweise erfüllt. Bei der Simulation einer Einstatoranordnung konnte ein Hochlauf bis zur Synchrongeschwindigkeit nicht beobachtet werden, bei der Doppelstatoranordnung wird dieser Punkt erfüllt.

- **Arbeitspunkte**

Bei verschiedenen Gegenkräften ($F_W=var.$) muß sich im eingeschwungenen Zustand ($\Delta v=0$) die Kraft $F_M=F_W$ einstellen. Die Punkte müssen einer üblichen Geschwindigkeits-Kraft-Kennlinie entsprechen (s. Abb. 2.2-1).

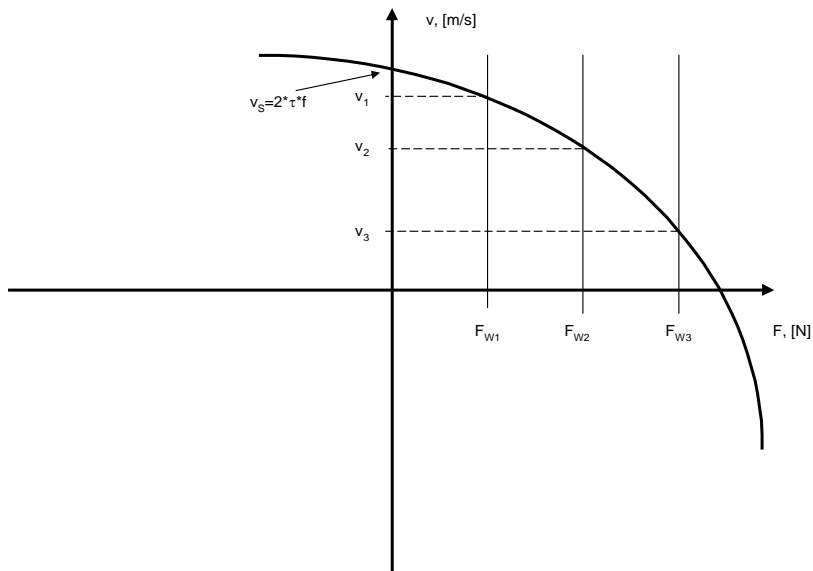


Abb. 2.2-1: Mechanische Kennlinie eines DLM

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell erfüllt.

- **Generatorbetrieb**

Bei einer positiven Gegenkraft $F_W > 0$ muß sich die Geschwindigkeit und der Strom seinen Phasenwinkel ändern (s. Abb. 2.2-2); d.h. bei einer Simulation mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v > v_s$ muß ein deutliches Abbremsen der Geschwindigkeit bis unter v_s zu erkennen sein (in Abhängigkeit von v, i, F). In [TIM-72] wurde gezeigt, daß für die drei asymmetrischen Phasen des DLM drei Kreisdiagramme erstellt werden können.

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell nur teilweise erfüllt. Ein Abbremsen der Geschwindigkeit erfolgt zwar, Änderungen des Stromes sind jedoch überhaupt nicht zu beobachten.

- **Bremsen**

Bei einer Gegenkraft größer als die vom Motor erzeugte ($|F_W| > F_M$) muß sich bei hohem Strom die Drehrichtung umkehren.

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell nur teilweise erfüllt. Die Drehrichtung kehrt sich um; Änderungen der Phasenströme wurden jedoch niemals beobachtet; das sowohl bei der Verwendung eines strukturierten magnetischen Rückschlusses, einer Eisenplatte (St37) als Sekundärteil und bei Simulation einer Doppelstatoranordnung.

- **Reversieren**

Bei Vertauschen zweier Motorphasen muß sich die Drehrichtung ändern.

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell erfüllt.

- **Stromänderung**

Es muß eine deutliche Abhängigkeit des Stromes und der sich einstellenden Geschwindigkeit (bei $F_W = \text{const.}$) vom Luftspalt, Material des Sekundärteiles und vom Schlupf erkennbar sein ($F_W = F_W(\delta, \text{Material}, s)$ und $i = i(\delta, \text{Material}, s)$). Der Strom bei $s=0$ sollte dem Magnetisierungsstrom entsprechen.

Dieser Punkt wird vom FEM-Modell nicht erfüllt. Die Phasenströme werden vollkommen unabhängig vom Sekundärteilmaterial, Luftspalt, Belastung oder Geschwindigkeit dargestellt. Vermutlich wird die Rückwirkung des Sekundärteils auf den Stator nicht beachtet. Ein Kreisdiagramm, welches aus den Resultaten der FEM-Simulation erstellt werden würde, würde einen Punkt darstellen.

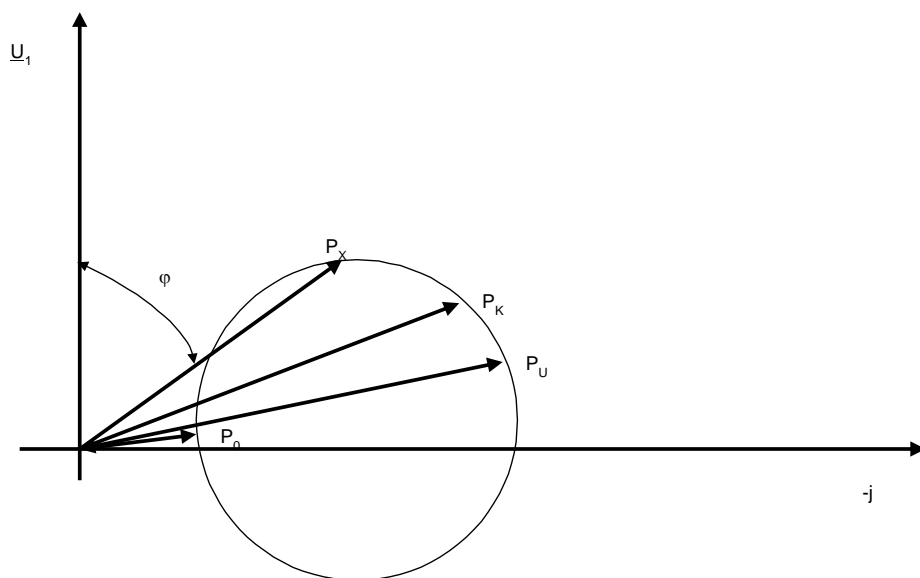


Abb. 2.2-2: Kreisdiagramm eines Asynchronmotors

2.3 Anforderungen an ein Maschinenmodell im dynamischen Betrieb

Obwohl die transienten Vorgänge in der Asynchronmaschine über komplizierte DGL beschrieben werden, wird in der Literatur [BAS-82] und [SCH-65] eine Struktur des Antriebes gemäß Abb. 2.3-1 vorgeschlagen. Dabei verhält sich der elektromechanische Teil des Antriebes wie ein PT1-Glied, der mechanische wie ein I-Glied.

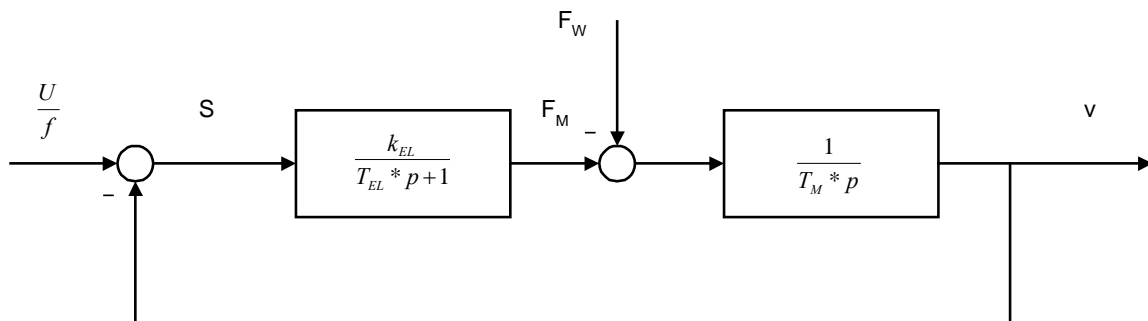


Abb. 2.3-1: Blockschaltbild des DLM

Um also die Abhängigkeiten $k_{EL}=f(U,f)$ und $T_{EL}=f(U,f)$ zu erhalten, müssen mehrere Hochlaufvorgänge mit nachfolgend vorgestelltem Modell berechnet werden und dann über numerische Methoden die Zuordnungen gefunden werden. Zu bestimmen ist hier nur die elektrische Zeitkonstante; die mechanische ist bekannt; der Faktor im PT1-Glied lässt sich durch die Geschwindigkeit im eingeschwungenen Zustand berechnen.

Fazit :

Mit einem Maschinenmodell muß sich die elektromechanische Kennlinie $v=f(F_M)$ berechnen lassen; es muß sich aus den Resultaten ein Kreisdiagramm erstellen lassen

und die mechanische Bewegungsgleichung $F_M - F_W = m * \frac{dv}{dt}$ muß erfüllt sein.

Die größten Nachteile einer FEM-Simulation im Vergleich zum vorgestellten Modell sind:

-
- **Die sehr großen Rechenzeiten (die Simulation des Hochlaufvorganges der Echtzeit von 0,1 s erfordert bei einem großen DLM bis zu 16 Stunden Rechenzeit)**
 - **Das Fehlen der Möglichkeit, die DGL des Stators und des Rotors entsprechend zu ändern, um Kompensationsvorgänge und Selbsterregungen zu simulieren**
 - **Das Fehlen der Möglichkeit der Simulation des Generatorbetriebes der Maschine**

3. Das Modell

Dynamische Modelle für Asynchronmaschinen gibt es bereits in großem Maße. Diese sind ausgefeilt, getestet und sowohl für die Berechnung auf Analogrechnern als auch für Digitalrechner zugeschnitten. Beispiele hierzu u.a. in [KOP-69], [QUA-93], [MAT-03] und [BUD-01].

Diese Modelle gehen meist von einer Transformation der DGL des Motors von einem realen dreiphasigen Koordinatensystem in ein zweiphasiges aus oder von der Darstellung aller Größen als Raumzeiger. In der Literatur wird als Vorteil von zweiphasigen Modellen entweder in den Koordinatenachsen d-q-0 nach Park (Beobachter sitzt auf dem Rotor) oder α - β (Beobachter sitzt auf dem Stator) die relativ geringe Anzahl von Differentialgleichungen (DGL) genannt.

Der asynchrone DLM unterscheidet sich jedoch vom Normmotor durch:

- die asymmetrische Wicklungsausführung; sehr oft werden aus Gründen der Minimierung der Pulsationsreaktanzen der Anfangs- und Endpol nur halb bewickelt (s. [BUD-78] und [TIM-72]).
- die endliche Länge des Sekundärteiles. Es gibt ein Anfang und ein Ende des Sekundärteiles; beim Einlaufen des Sekundärteiles in den Bereich eines erregten Poles und beim Auslauf aus einem solchen Bereich werden zusätzliche Spannungen induziert.

Diese Unterschiede führen dazu, daß die Phasenströme des Sekundärteiles und das Luftspaltfeld asymmetrisch sind.

Durch die Asymmetrie des Luftspaltfeldes in DLM ist es nicht gerechtfertigt, die Maschine in ein Zweiphasenkoordinatensystem zu transformieren und hier Untersuchungen anzustellen [KOP-01].

Um die Asymmetrie der Phasenströme und der einzelnen Pole zu berücksichtigen, wird das vorgestellte dynamische Modell im Vergleich zu herkömmlichen folgende Unterschiede aufweisen:

- Der gesamte DLM wird in Elementarmotoren zerlegt- damit werden die Asymmetrien der einzelnen Pole berücksichtigt.

- Ein Elementarmotor wird durch ein dreiphasiges Modell beschrieben- damit werden die Asymmetrien der Phasenströme berücksichtigt.

Der gesamte DLM wird in Elementarmotoren zerlegt; jeder wird einzeln betrachtet und mathematisch beschrieben. Die gegenseitige Beeinflussung wird über Gegeninduktivitäten berücksichtigt. Anschließend werden die Gleichungen aller Elementarmotoren gemeinsam und gleichzeitig gelöst. Dabei wird von Prinzip der Superposition, wie es auch bei Feldberechnungen üblich ist, ausgegangen.

Die Anwendbarkeit des Superpositionsprinzips wird in [HUN-97] wie folgt definiert:

„Satz 12 (Superpositionsprinzip) Genügen u_0, u_1, \dots derselben homogenen, linearen PDE (partielle Differentialgleichung) sowie denselben homogenen linearen Nebenbedingungen, so besitzt auch die Reihe

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i * u_i (\alpha_i \in R) \quad (\mathbf{U2})$$

(sofern sie konvergiert) diese Eigenschaft.“

Die Unterteilung des DLM in Elementarmotoren erfolgt nach folgenden Regeln:

- Ein Elementarmotor ist dreiphasig.
- Der Stator des Elementarmotors besteht aus genau drei Spulen- A,B,C.
- Das Sekundärteil des Elementarmotors besteht aus genau drei „Spulen“- a,b,c
- Ein Elementarmotor hat die Größe $2 * \tau$ (ist also genau ein Pol groß).
- Sämtliche Wicklungen des Stators sind symmetrisch ausgeführt.
- Sämtliche Wicklungen des Sekundärteiles sind symmetrisch (ausgeführt).
- Bei einer Einschichtwicklung gibt es p Elementarmotoren; eine Zweischichtwicklung bildet jede Schicht p Elementarmotoren aus.

Auch das vorgestellte Modell ist nur ein Modell und weist demzufolge eine Reihe von Abstraktionen und Vereinfachungen auf:

- In der realen Maschine sind die Wicklungen in Nuten untergebracht, in der Modellmaschine nicht. Das bedeutet, dass das nichtsinusförmige Feld durch ein

sinusförmiges ersetzt wird. Es wird also nur die erste Harmonische betrachtet und das Luftspaltfeld als gleichförmig angenommen. Prinzipiell ist es jedoch möglich (s. Kapitel 6.2 „Erweiterung des Modells“), sämtliche Induktivitäten als Funktionen beliebiger Parameter darzustellen.

- Bei üblichen dynamischen Modellen wird zudem davon ausgegangen, dass die magnetische Leitfähigkeit konstant ist und keinerlei Sättigungseffekte auftreten. Im vorgestellten Modell können jedoch Sättigungseffekte betrachtet und die B-H-Kurve zur Berechnung der dynamischen Induktivitäten herangezogen werden. Dies gibt u.a. für die Weiterentwicklung des vorgestellten Modells die Möglichkeit, eine Selbsterregung simulieren zu können. In [MIL-93] wird auf die Betrachtung der Sättigung eingegangen; für prinzipielle Betrachtungen und bei konstanter Netzspannung kann jedoch auf die Berücksichtigung der Sättigung verzichtet werden.

Bei der heute verfügbaren schnellen Rechentechnik und Software ist die Anzahl der DGL beinahe uninteressant. Dennoch müssen sämtliche DGL gleichzeitig gelöst werden, um die gegenseitige Beeinflussung zu berücksichtigen. Der Unterschied von einigen Minuten Rechenzeit rechtfertigt es nicht mehr, sich über die Rücktransformation fiktiver d-q-0- oder α - β -Ströme Gedanken machen zu müssen.

Außerdem wird es bei der Verwendung eines zweiphasigen Koordinatensystemes schwierig und unübersichtlich, Erscheinungen wie Sättigung oder Widerstandsänderungen in die Berechnungen einzubeziehen.

Ein Elementarmotor läßt sich im dreiphasigen Koordinatensystem wie folgt darstellen:

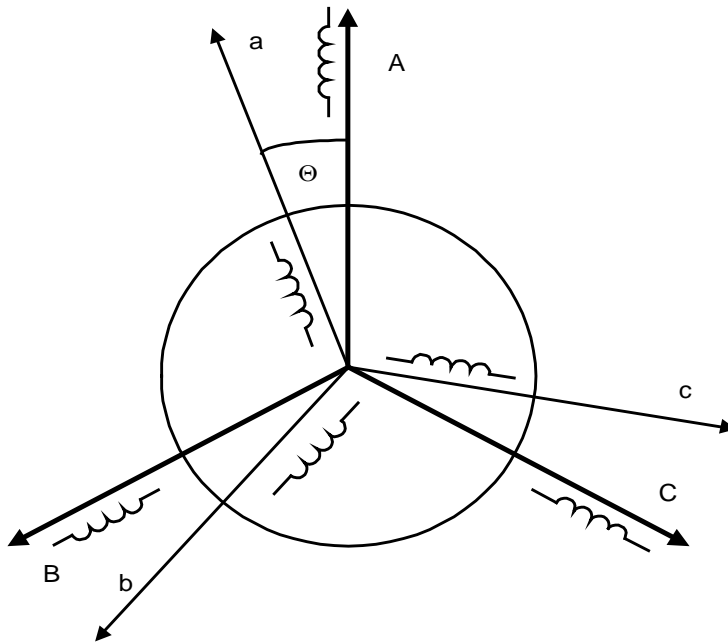


Abb. 3-1: Untransformiertes Koordinatensystem eines Elementarmotors

In diesem Koordinatensystem läßt sich der Motor durch ein System von Gleichungen wie folgt beschreiben:

$$\begin{aligned}
 u_A &= R_A * i_A + \frac{d\Psi_A}{dt} \\
 u_B &= R_B * i_B + \frac{d\Psi_B}{dt} \\
 u_C &= R_C * i_C + \frac{d\Psi_C}{dt} \\
 u_a &= R_a * i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} \\
 u_b &= R_b * i_b + \frac{d\Psi_b}{dt} \\
 u_c &= R_c * i_c + \frac{d\Psi_c}{dt} \\
 F_M - F_W &= m * \frac{dv_R}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{U3}$$

Der magnetische Fluß für Phase A des Stators berechnet sich hierbei

$\Psi_A = L_A * i_A + M_{AB} * i_B + M_{AC} * i_C + M_{Aa} * i_a + M_{Ab} * i_b + M_{Ac} * i_c$, die magnetischen

Flüsse der anderen Phasen lassen sich analog definieren.

Die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten sind für jede Phase zu jedem Zeitpunkt andere; im untransformierten Koordinatensystem sind die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten also Koeffizienten, welche sich periodisch ändern

- a. in Abhängigkeit des Winkels zwischen dem Stator- und Sekundärteilkoordinatensystem (bedingt durch die Bewegung des Sekundärteils)
- b. in Abhängigkeit der Kreisfrequenz (bedingt durch die sinusförmige speisende Wechselspannung- hier wird die B-H-Kennlinie des Magnetmaterials berücksichtigt)

Im untransformierten Koordinatensystem ergeben sich demzufolge recht komplizierte Gleichungen.

Aus diesem Grund werden sämtliche Ströme, Spannungen und magnetischen Flüsse auf die Achsen A,B und C projiziert. Die Projektionen sind unten ausführlich behandelt, letztendlich können die Transformationen mit Hilfe der folgenden Matrix durchgeführt werden:

$$M_{TRANS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} * \cos(\Theta) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta + \frac{2 * \pi}{3}) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta - \frac{2 * \pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} * \cos(\Theta - \frac{2 * \pi}{3}) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta + \frac{2 * \pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} * \cos(\Theta + \frac{2 * \pi}{3}) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta - \frac{2 * \pi}{3}) & \frac{2}{3} * \cos(\Theta) \end{pmatrix}$$

Im allgemeinen sind für den Motor im untransformierten Koordinatensystem die DGL gültig:

$$\begin{aligned}
u_A &= R_A * i_A + \frac{d\Psi_A}{dt} + (e_A) \\
u_B &= R_B * i_B + \frac{d\Psi_B}{dt} + (e_B) \\
u_C &= R_C * i_C + \frac{d\Psi_C}{dt} + (e_C) \\
u_a &= R_a * i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} + (e_a) \\
u_b &= R_b * i_b + \frac{d\Psi_b}{dt} + (e_b) \\
u_c &= R_c * i_c + \frac{d\Psi_c}{dt} + (e_c) \\
\Psi_A &= \Psi_{AA} + \Psi_{BA} + \Psi_{CA} + \Psi_{aA} + \Psi_{bA} + \Psi_{cA} \\
\Psi_B &= \Psi_{AB} + \Psi_{BB} + \Psi_{CB} + \Psi_{aB} + \Psi_{bB} + \Psi_{cB} \\
\Psi_C &= \Psi_{AC} + \Psi_{BC} + \Psi_{CC} + \Psi_{aC} + \Psi_{bC} + \Psi_{cC} \\
\Psi_a &= \Psi_{Aa} + \Psi_{Ba} + \Psi_{Ca} + \Psi_{aa} + \Psi_{ba} + \Psi_{ca} \\
\Psi_b &= \Psi_{Ab} + \Psi_{Bb} + \Psi_{Cb} + \Psi_{ab} + \Psi_{bb} + \Psi_{cb} \\
\Psi_c &= \Psi_{Ac} + \Psi_{Bc} + \Psi_{Cc} + \Psi_{ac} + \Psi_{bc} + \Psi_{cc} \\
F_M &= f(i_{Stator}, i_{Sekundärteile}) \\
m * \frac{dv}{dt} + F_W &= F_M
\end{aligned} \tag{3-1}$$

Die ersten drei DGL sind die Spannungsgleichungen des Stators eines Elementarmotors, die folgenden drei DGL die Spannungsgleichungen des Sekundärteils des DLM.

Die induzierten Spannungen e hängen ab von der Modellierung und von der Position des Elementarmotors:

- Soll der Generatorbetrieb mit Selbsterregung der Maschine simuliert werden, dann werden hier bei den Spannungsgleichungen des Stators die Remanenzspannungen eingesetzt (s. Kapitel 6.2 „Erweiterung des Modells“).
- Im ersten und letzten Elementarmotor werden in die Spannungsgleichungen des Sekundärteils die durch die Bewegung des Sekundärteils induzierten Spannungen eingesetzt.

Um bei der Lösung der DGL (3.1) die sich periodisch ändernden Induktivitäten und Gegeninduktivitäten durch konstante ersetzen zu können und damit die DGL

übersichtlicher zu machen, müssen die Gleichungen der Ströme, Spannungen und magnetischen Flüsse in ein ruhendes Koordinatensystem transformiert werden.

Die Projektionen der Vektoren der magnetischen Flüsse aller Achsen des Koordinatensystems zur Bestimmung von Ψ_A

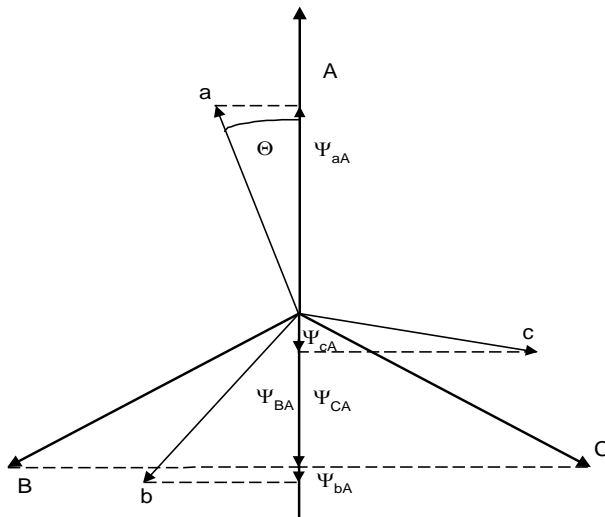


Abb. 3-2: Projektionen aller magnetischen Flüsse auf Phase A

$$\Psi_{AA} = \Psi^{(A)}$$

$$\Psi_{BA} = \Psi_B * \cos\left(\frac{2 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_B$$

$$\Psi_{CA} = \Psi_C * \cos\left(\frac{4 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_C$$

$$\Psi_{aA} = \Psi_a * \cos(\Theta)$$

$$\Psi_{bA} = \Psi_b * \cos\left(\Theta + \frac{2 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_b * \cos(\Theta) - \frac{1}{2} * \sqrt{3} * \Psi_b * \sin(\Theta)$$

$$\Psi_{cA} = \Psi_c * \cos\left(\Theta + \frac{4 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_c * \cos(\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * \Psi_c * \sin(\Theta)$$

$$\Psi_A = \Psi^{(A)} - \frac{1}{2} * (\Psi_B + \Psi_C) + \left(\Psi_a - \frac{1}{2} * \Psi_b - \frac{1}{2} * \Psi_c\right) * \cos(\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_c - \Psi_b) * \sin(\Theta)$$

(U4)

Analog gilt für Ψ_B und Ψ_C

$$\Psi_B = \Psi^{(B)} - \frac{1}{2} * (\Psi_C + \Psi_A) + \left(\Psi_b - \frac{1}{2} * \Psi_c - \frac{1}{2} * \Psi_a\right) * \cos(\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_a - \Psi_c) * \sin(\Theta)$$

$$\Psi_C = \Psi^{(C)} - \frac{1}{2} * (\Psi_A + \Psi_B) + \left(\Psi_c - \frac{1}{2} * \Psi_a - \frac{1}{2} * \Psi_b\right) * \cos(\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_b - \Psi_a) * \sin(\Theta)$$

(U5)

Die Projektionen der Vektoren der magnetischen Flüsse aller Achsen des Koordinatensystems zur Bestimmung von Ψ_a

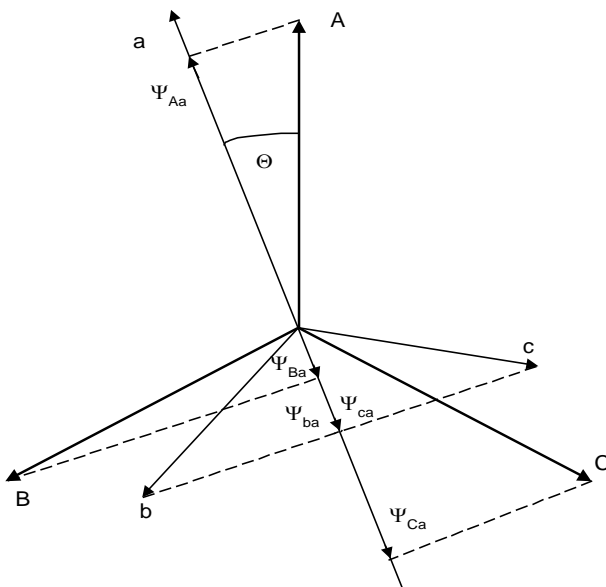


Abb. 3-2: Projektionen aller magnetischen Flüsse auf Phase a

$$\Psi_{aa} = \Psi^{(a)}$$

$$\Psi_{ba} = \Psi_b * \cos\left(\frac{2 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_b$$

$$\Psi_{ca} = \Psi_c * \cos\left(\frac{4 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_c$$

$$\Psi_{Aa} = \Psi_A * \cos(-\Theta)$$

$$\Psi_{Ba} = \Psi_B * \cos\left(-\Theta + \frac{2 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_B * \cos(-\Theta) - \frac{1}{2} * \sqrt{3} * \Psi_B * \sin(-\Theta)$$

$$\Psi_{Ca} = \Psi_C * \cos\left(-\Theta + \frac{4 * \pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} * \Psi_C * \cos(-\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * \Psi_C * \sin(-\Theta)$$

$$\Psi_a = \Psi^{(a)} - \frac{1}{2} * (\Psi_b + \Psi_c) + \left(\Psi_A - \frac{1}{2} * \Psi_B - \frac{1}{2} * \Psi_C\right) * \cos(-\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_C - \Psi_B) * \sin(-\Theta)$$

(U6)

Analog gilt für Ψ_b und Ψ_c

$$\Psi_b = \Psi^{(b)} - \frac{1}{2} * (\Psi_c + \Psi_a) + \left(\Psi_B - \frac{1}{2} * \Psi_C - \frac{1}{2} * \Psi_A\right) * \cos(-\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_A - \Psi_C) * \sin(-\Theta)$$

$$\Psi_c = \Psi^{(c)} - \frac{1}{2} * (\Psi_a + \Psi_b) + \left(\Psi_C - \frac{1}{2} * \Psi_A - \frac{1}{2} * \Psi_B\right) * \cos(-\Theta) + \frac{1}{2} * \sqrt{3} * (\Psi_B - \Psi_A) * \sin(-\Theta)$$

(U7)

Die gleichen Projektionen werden für die Spannungen und für die Ströme durchgeführt.

Werden dann die Projektionen von u , i und Ψ in (3-1) eingesetzt und die Differentiation

$$\frac{d\Psi_X}{dt}$$

ausgeführt, zusammengefasst und vereinfacht, so erhält man ein System von DGL in welchem die Geschwindigkeit des Sekundärteiles

$$v_R = \frac{\tau}{\pi} * \omega_R = \frac{\tau}{\pi} * \frac{d\Theta}{dt}$$

(U8)

berücksichtigt wird (s. [3.2]). Die ausführliche Herleitung ist in [KOP-69] und [KOP-01] beschrieben.

Da das Modell beliebig erweiterbar sein soll und aus diesem Grund ein dreiphasiges

Koordinatensystem gewählt wurde, ist es notwendig mit einem dreiphasigen

Wechselspannungssystem im Zeitbereich zu erregen. Nur dadurch ist es möglich, die B-H-

Kurve des verwendeten elektrotechnischen Bleches vollständig zu berücksichtigen

(Remanenz, Sättigung- s. Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“ und 6.2 Erweiterung des Modells“).

Bei einer Erregung mit einem Wechselspannungssystem

$$\begin{aligned}u_a &= U_{AMPL} * \sin(\omega * t) \\u_b &= U_{AMPL} * \sin(\omega * t + \frac{2 * \pi}{3}) \\u_c &= U_{AMPL} * \sin(\omega * t - \frac{2 * \pi}{3}) = U_{AMPL} * \sin(\omega * t + \frac{4 * \pi}{3}) \\ \omega &= 2 * \pi * f\end{aligned} \tag{U9}$$

unter Berücksichtigung linearer Größen und unter Beachtung des Kurzschlußsekundärteiles nimmt das System von DGL die Form

$$\begin{aligned}
u_A &= R_A * i_A + \frac{d\Psi_A}{dt} + (e_A) \\
u_B &= R_B * i_B + \frac{d\Psi_B}{dt} + (e_B) \\
u_C &= R_C * i_C + \frac{d\Psi_C}{dt} + (e_C) \\
0 &= R_a * i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} + (\Psi_b - \Psi_c) * \frac{\pi}{\sqrt{3} * \tau} * v_R + (e_a) \\
0 &= R_b * i_b + \frac{d\Psi_b}{dt} + (\Psi_c - \Psi_a) * \frac{\pi}{\sqrt{3} * \tau} * v_R + (e_b) \\
0 &= R_c * i_c + \frac{d\Psi_c}{dt} + (\Psi_a - \Psi_b) * \frac{\pi}{\sqrt{3} * \tau} * v_R + (e_c) \\
\Psi_A &= L_A * i_A - \frac{1}{2} * M_{AB} * i_B - \frac{1}{2} * M_{AC} * i_C + M_{Aa} * i_a - \frac{1}{2} * M_{Ab} * i_b - \frac{1}{2} * M_{Ac} * i_c \\
\Psi_B &= -\frac{1}{2} * M_{BA} * i_A + L_B * i_B - \frac{1}{2} * M_{BC} * i_C - \frac{1}{2} * M_{Ba} * i_a + M_{Bb} * i_b - \frac{1}{2} * M_{Bc} * i_c \\
\Psi_C &= -\frac{1}{2} * M_{CA} * i_A - \frac{1}{2} * M_{CB} * i_B + L_C * i_C - \frac{1}{2} * M_{Ca} * i_a - \frac{1}{2} * M_{Cb} * i_b + M_{Cc} * i_c \\
\Psi_a &= M_{aA} * i_A - \frac{1}{2} * M_{aB} * i_B - \frac{1}{2} * M_{aC} * i_C + L_a * i_a - \frac{1}{2} * M_{ab} * i_b - \frac{1}{2} * M_{ac} * i_c \\
\Psi_b &= -\frac{1}{2} * M_{bA} * i_A + M_{bB} * i_B - \frac{1}{2} * M_{bC} * i_C - \frac{1}{2} * M_{ba} * i_a + L_b * i_b - \frac{1}{2} * M_{bc} * i_c \\
\Psi_c &= -\frac{1}{2} * M_{cA} * i_A - \frac{1}{2} * M_{cB} * i_B + M_{cC} * i_C - \frac{1}{2} * M_{ca} * i_a - \frac{1}{2} * M_{cb} * i_b + L_c * i_c \\
F_M &= f(i_{Stator}, i_{Sekundärteil}) \\
m * \frac{dv}{dt} + F_W &= F_M
\end{aligned}$$

(3-2)

an.

An dieser Stelle schon eine Ersetzung der Flüsse durch die Ströme durchzuführen, würde bei einer Erweiterung/ Verfeinerung des Modells zu beachtlichen Schwierigkeiten führen, da

- sich bei der Berechnung der differentiellen Induktivitäten aus dem Strom unlösbare Rekursionen ergeben würden (s. F.3.2) und

-
- die magnetischen Flüsse zur Berechnung der in den Randpolen induzierten Spannungen benötigt werden (s. F.3.5.2-1)

Die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten des Modells sind in Tab. 3-1 zusammengefasst.

Tab. 3-1: Induktivitäten und Gegeninduktivitäten des Elementarmotors

Phase	A	B	C	a	b	c
A	L_A	M_{BA}	M_{CA}	M_{aA}	M_{bA}	M_{cA}
B	M_{AB}	L_B	M_{CB}	M_{aB}	M_{bB}	M_{cB}
C	M_{AC}	M_{BC}	L_C	M_{aC}	M_{bC}	M_{cC}
a	M_{Aa}	M_{Ba}	M_{Ca}	L_a	M_{ba}	M_{ca}
b	M_{Ab}	M_{Bb}	M_{Cb}	M_{ab}	L_b	M_{cb}
c	M_{Ac}	M_{Bc}	M_{Cc}	M_{ac}	M_{bc}	L_c

3.1 Die Kräfte des DLM

Beim Betrieb des DLM treten Kräfte in x-, y- und z-Richtung auf:

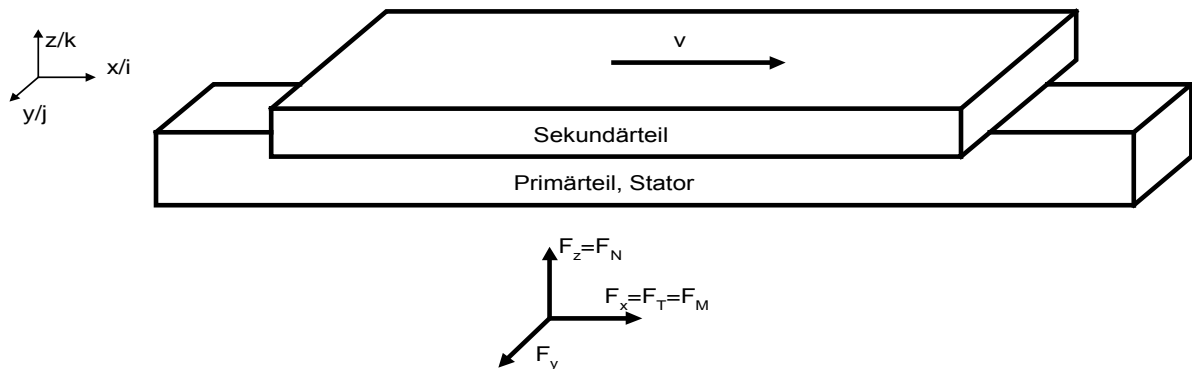


Abb. 3.1-1: Richtungen und Kräfte am DLM

- in x-Richtung (Bewegungsrichtung) die tangentielle oder Vorschubkraft F_T , F_M
- in y-Richtung die Seitenkraft (ist beim Wirbelstromläufer NULL- das wurde durch Versuche nachgewiesen; s. Kapitel 9.6 „Kräfte des DLM in y-Richtung“)
- in z-Richtung die normale oder Anziehungskraft F_N

Die Vorschubkraft $F_M = f(i_{Stator}, i_{Sekundärteil})$ des DLM lässt sich durch 2 Ansätze bestimmen:

- durch die elektromagnetische Energie des Luftspaltfeldes durch Verwendung von Augenblickswerten [WOL-97] und
- durch die elektromagnetische Energie des Luftspaltfeldes unter Verwendung von Raumzeigern [BAS-82].

Beide Ansätze sind äquivalent.

Die Bestimmung der Kräfte mit dem Hamilton-Prinzip (durch die Lösung der Lagrange-Gleichung), wie in [NOL-02] vorgeschlagen, ist nicht realisierbar.

Zu a).

Eine ausführliche Herleitung befindet sich in [WOL-97].

Die elektromagnetische Energie des Luftspaltfeldes ist, bezogen auf das vorgestellte dreiphasige Modell

$$W_{E\delta} = \frac{1}{2} \sum_{k=A}^{k=c} \Psi_k * i_k; k = A, B, C, a, b, c \quad (\text{U10})$$

Durch Anwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebung (das System der Statorströme wird in Bezug auf das System der Sekundärteilströme verschoben, entweder in x-, y- oder z-Richtung) kann gefunden werden:

$$\overset{p}{F} = -grad(W_{EL}) \quad \text{bei} \quad \Psi_K = \text{const.} \quad (\text{U11})$$

bzw.

$$\overset{p}{F} = grad(W_{EL}) \quad \text{bei} \quad i_k = \text{const.} \quad (\text{U12})$$

Hieraus lassen sich nun die Kräfte in x-Richtung (F_x Vorschubkraft), in y-Richtung (Seitenkraft) und in z-Richtung (Anziehungskraft F_z) bestimmen:

$$\begin{aligned} \overset{p}{F} &= F_x * \overset{p}{i} + F_y * \overset{p}{j} + F_z * \overset{p}{k} = \frac{\partial W_{EL}}{\partial x} * \overset{p}{i} + \frac{\partial W_{EL}}{\partial y} * \overset{p}{j} + \frac{\partial W_{EL}}{\partial z} * \overset{p}{k} \\ F_x &= \frac{\partial W_{EL}}{\partial x} \\ F_y &= \frac{\partial W_{EL}}{\partial y} \\ F_z &= \frac{\partial W_{EL}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{U13})$$

Dieser Ansatz ist universell und hat den Vorteil, die Kräfte des DLM in allen Richtungen berechnen zu können. Der Nachteil dieses Ansatzes ist, daß zur Berechnung der elektromagnetischen Energie des Luftspaltes sämtliche Produkte der Ströme/ magnetischen Flüsse aller Achsen berechnet werden müssen, obwohl für die Berechnung der Vorschubkraft und der Anziehungskraft nicht alle Produkte notwendig sind. Gemäß [KOP-01] haben alle Produkte aller Ströme und aller Ströme und Spannungen ihren physikalischen Sinn (s. auch Kapitel 6. „Ausblick. Zusätzliche Ergebnisse“), die Produkte der Ströme einer Achsrichtung bilden Rüttelkräfte und Vibrationen. Diese Betrachtung ist jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit, jedoch ein interessanter Ansatzpunkt für die Weiterentwicklung und Verfeinerung des vorgestellten Modells. Da die x-Koordinate und der Drehwinkel des gewählten dreiphasigen Koordinatensystemes einander direkt proportional sind

$$x = \frac{\tau}{\pi} * \Theta ,$$

kann geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \partial x &= \frac{\tau}{\pi} * \partial \Theta \\ F_M = F_x &= \frac{\partial W_{EL}}{\partial x} = \frac{\pi}{\tau} * \frac{\partial W_{EL}}{\partial \Theta} \end{aligned} \quad (\text{U14})$$

zu b.)

Der zweite Ansatz geht von der Berechnung der Vorschubkraft über Raumzeiger aus (s. [BAS-82], [BUD-01] und [KOP-01]). Teile der Betrachtungen sind sehr ausführlich in [BUD-01] enthalten; da darauf jedoch für die Herleitung der Formel der Anziehungskraft (Normalkraft) basiert, erfolgt diese nachfolgend nochmals in verkürzter Form.

Die Voraussetzungen für die Verwendung von Raumzeigern sind:

- Die drei Wicklungen sind räumlich symmetrisch angeordnet.
- Der Luftspalt δ ist am gesamten Umfang konstant.
- Es treten keine Sättigungserscheinungen im Eisen auf.
- Es sind nur Grundschwingungen der elektromagnetischen Größen vorhanden.

a.) und b.) sind durch die Zerlegung des DLM in Elementarmotoren gegeben. Die Sättigungserscheinungen c.) und die Harmonischen höherer Ordnung können, wie in Kapitel 6 „Ausblick. Zusätzliche Ergebnisse“ gezeigt wird, mit betrachtet werden.

Unter Verwendung der komplexen Orte

$$\begin{aligned} a^0 &= e^{j0} = 1 \\ a^1 &= a^4 = e^{j \frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2 &= a^5 = e^{j \frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (\text{U15})$$

lassen sich die Raumzeiger der Ströme darstellen als:

$$\mathbf{i}_1 = \frac{2}{3} * (a^0 * i_A + a^1 * i_B + a^2 * i_C)$$

$$\mathbf{i}_2 = \frac{2}{3} * (a^0 * i_a + a^1 * i_b + a^2 * i_c)$$

Dabei gilt:

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

Gleiches gilt für die Raumzeiger der Spannungen und magnetischen Flüsse im ruhenden Koordinatensystem:

$$\mathbf{u}_1 = \frac{2}{3} * (a^0 * u_A + a^1 * u_B + a^2 * u_C)$$

$$\mathbf{u}_2 = \frac{2}{3} * (a^0 * u_a + a^1 * u_b + a^2 * u_c)$$

(U16)

$$\Psi_1 = \frac{2}{3} * (a^0 * \Psi_A + a^1 * \Psi_B + a^2 * \Psi_C)$$

$$\Psi_2 = \frac{2}{3} * (a^0 * \Psi_a + a^1 * \Psi_b + a^2 * \Psi_c)$$

Die Wirkleistung des Systemes läßt sich berechnen mit dem Skalarprodukt der beiden Raumvektoren von \mathbf{u}_1 und \mathbf{i}_1 :

$$p = u_A * i_A + u_B * i_B + u_C * i_C \quad (\text{U17})$$

In der komplexen Ebene ergibt sich genau das gleiche Resultat durch:

$$p = \frac{3}{2} * \text{Re} \left\{ \mathbf{u}_1 * \mathbf{i}_1^+ \right\} \quad (\text{U18})$$

Eine Phase des DLM läßt sich wie folgt darstellen:

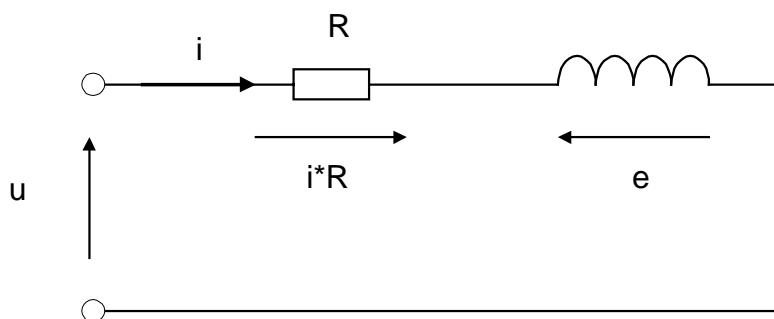


Abb. 3.1-2: Zur Spannungsgleichung einer DLM-Phase

Gemäß der Spannungsgleichung einer Phase des DLM

$$\begin{aligned} u_A &= i_A * R_A + e_A \\ e_A &= - \frac{d\Psi_A}{dt} \end{aligned} \quad (\text{U19})$$

kann in Raumvektordarstellung für das gesamte System geschrieben werden:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{i}_1 * R + \mathbf{e}_1 = \mathbf{i}_1 * R + \frac{d\Psi_1}{dt}$$

Die Scheinleistung im Luftspalt ist dann:

$$\begin{aligned} s_\delta &= p_\delta + jq_\delta = \frac{2}{3} * \left\{ \frac{d\Psi_1}{dt} * \mathbf{i}_1 \right\} \\ s_\delta &= \frac{3}{2} * \left\{ \mathbf{e}_1 * \mathbf{i}_1 \right\} = \frac{3}{2} * \left\{ \frac{d\Psi_1}{dt} * \mathbf{i}_1 \right\} \end{aligned} \quad (\text{3.1-1})$$

Im der komplexen Ebene gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dt} &\Rightarrow j * \omega * \Psi_1 \\ s_\delta &= \frac{2}{3} * \{ j * \omega * \Psi_1 * \mathbf{i}_1 \} \end{aligned}$$

Das, eingesetzt in (3.1-1) und gelöst, wie in Anlage 9.2 „Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung im Luftspalt des DLM“ gezeigt, ergibt:

$$s_\delta = j * \omega * (\Psi_1) * (\mathbf{i}_1) + j * \omega * j * \frac{1}{\sqrt{3}} * (\Psi_1 \times \mathbf{i}_1) \quad (\text{3.1-2})$$

Gemäß [BUD-78] gilt für die Geschwindigkeit des DLM:

$$\begin{aligned} v_s &= 2 * \tau * f_s \\ f_s &= \frac{v_s}{2 * \tau} \\ \omega_s &= 2 * \pi * f_s = 2 * \pi * \frac{v_s}{2 * \tau} = \frac{\pi}{\tau} * v_s \end{aligned} \quad (\text{U20})$$

Dieser Zusammenhang gilt für beliebige Geschwindigkeiten. Darum kann für den Zusammenhang zwischen Drehwinkel- und Geschwindigkeit des Koordinatensystemes und dem zurückgelegten Weg des Sekundärteiles und dessen Vorschubgeschwindigkeit geschrieben werden:

$$\omega = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\pi}{\tau} * v = \frac{\pi}{\tau} * \frac{dx}{dt} \quad (\text{U21})$$

Damit kann für (3.1-2) geschrieben werden:

$$s_{\delta} = (j * \omega * \Psi_1) * (\mathbf{i}_1) - \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * v * (\Psi_1 \times \mathbf{i}_1) \quad (\text{3.1-3})$$

Es gilt für die Luftspaltleistung bzw. -energie:

$$\begin{aligned} dW_{\delta} &= d\Pi + dK = s_{\delta} * dt \\ dW_{\delta} &= F_N * dz + F_T * dx \\ dx &= v_x * dt \\ s_{\delta} * dt &= F_N * dz + F_T * v_x * dt \end{aligned} \quad (\text{3.1-4})$$

Da sich eine eindeutige Zuordnung zwischen den Strömen und Koordinaten und deren Ableitungen (Geschwindigkeiten) nicht zuordnen lässt, können die Kräfte nicht über die Anwendung des Hamilton-Prinzips, wie in [NOL-02] beschrieben, berechnet werden. Selbst wenn sich für die Tangentialkraft eine Geschwindigkeit definieren lässt, so gibt es diese, aufgrund der Zwangsbedingungen, für die Normalkraft nicht.

Bei den vorhandenen Ausgangsdaten kann also die Lagrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \text{ gar nicht formuliert werden.}$$

In [BUD-01] wird der erste Term von (3.1-3) als magnetische Energie bezeichnet, der zweite als mechanische Energie; der Verfasser vertritt jedoch die Auffassung, daß die Bezeichnung „potentielle Energie“ für beide Terme den Sachverhalt besser darstellt.

Wird das Sekundärteil des DLM fixiert, so wandelt sich ein Teil der elektromagnetischen Energie des Luftspaltes in potentielle Energie um; es treten zwar Kräfte auf, aber nichts kann sich (durch die Fixierung) bewegen. Erst, wenn eine oder beide Richtungen (x bzw. z; in y-Richtung treten bei der herkömmlichen Anordnung- nachgewiesen- keine Kräfte auf) freigegeben werden, wird die potentielle Energie in kinetische umgewandelt

(Adaption des Prinzips der virtuellen Verschiebung, wie in [WOL-97] vorgestellt). Gemäß [UNI-03] nimmt Energie in einem System verschiedene Erscheinungsgrundformen an:

- Kinetische Energie (Energie der Bewegung)

-
- Potentielle Energie (Energie des Ruhezustandes)
 - Streuungs- bzw. nach [KOP-00] Transferenergie; also Energie der Umwandlung von potentieller in kinetische Energie und umgekehrt.

3.1.1 Die Tangentialkraft

Der zweite Term von (3.1-3) wurde mit einer etwas anderen Herangehensweise in [BUD-01] und [KOP-01] bereits als der x-Richtung (also der Bewegungsrichtung) zugeordnet. Wird der DLM durch Lager fixiert, so daß er in z-Richtung unbeweglich ist, dann kann durch Vergleich von (3.1-3) und (3.1-4) gefunden werden:

$$\overset{p}{F}_x = \overset{p}{F}_T = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (\Psi_1 \times \mathbf{i}_1) \quad (3.1-5)$$

In Darstellung als Raumvektoren sind die Ströme mit den magnetischen Flüssen über die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten verknüpft, also gilt für Ψ_1 :

$$\Psi_1 = L_1 * \mathbf{i}_1 + L_M * \mathbf{i}_2 \quad (3.1-6)$$

Dies, eingesetzt in (3.1-5), ergibt:

$$\begin{aligned} \overset{p}{F}_T &= \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (\Psi_1 \times \mathbf{i}_1) = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (L_1 * \mathbf{i}_1 + L_M * \mathbf{i}_2) \times \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_1 &= 0 (\sin(\angle \mathbf{i}_1, \mathbf{i}_1) = 0) \\ \overset{p}{F}_T &= \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * L_M * (\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_1) \end{aligned} \quad (U22)$$

Die Auflösung des Vektorproduktes ergibt:

$$\mathbf{i}_2 \times \mathbf{i}_1 = \begin{vmatrix} a^0 & a^1 & a^2 \\ i_a & i_b & i_c \\ i_A & i_B & i_C \end{vmatrix} = a^0 * (i_b * i_C - i_c * i_B) - a^1 * (i_a * i_C - i_c * i_A) + a^2 * (i_a * i_B - i_b * i_A) \quad (U23)$$

Da die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten nicht konstant sind, müssen diese den entsprechenden Produkten zugeordnet werden.

Somit berechnet sich die Motorkraft:

$$\begin{aligned} F_T = F_M &= \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (M_{Ac} * i_A * i_c + M_{Ba} * i_B * i_a + M_{Cb} * i_C * i_b - M_{Ab} * i_A * i_b - M_{Bc} * i_B * i_c - M_{Ca} * i_C * i_a) \\ i_x &= i_x(t) \\ F_M &= F_M(t) \end{aligned} \quad (3.1-7)$$

3.1.2 Die Normalkraft

Der zweite Term von (3.1-3) wurde bereits als tangentielle bzw. Vorschubkraft identifiziert. Die Normalkraft tritt beim DLM auf; es kommt aber durch die Fixierung durch Lager zu keiner Umsetzung in Wirkleistung, d.h., es wird keine Arbeit verrichtet. Danach erhält man aus (F9.3-4):

$$F_N * dz = F_N * \delta = \frac{1}{2} * (M_{Aa} * i_A * i_a + M_{Bb} * i_B * i_b + M_{Cc} * i_C * i_c)$$

und somit

$$F_N = \frac{1}{2 * \delta} * (M_{Aa} * i_A * i_a + M_{Bb} * i_B * i_b + M_{Cc} * i_C * i_c) \quad (3.1.8)$$

Fazit aus diesem Kapitel:

- Mit dem vorgestellten Modell können sowohl Vorschubkraft als auch Anziehungs-/ Abstoßungskraft berechnet werden.
- Die Kraft in y-Richtung ist NULL.
- Wird das Sekundärteil sowohl in x- als auch in z-Richtung fixiert, so wird die gesamte elektromagnetische Energie in potentielle Energie umgewandelt/gespeichert.
- Wird die Bewegungsmöglichkeit in z-Richtung fixiert (Betrieb als Motor), dann wird ein Teil der potentiellen Energie in kinetische umgewandelt; der DLM beschleunigt mit der Vorschubkraft bis auf Synchrongeschwindigkeit (abhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems bzw. der Kreisfrequenz der Netzfrequenz).
- Wird die Bewegungsmöglichkeit in x-Richtung fixiert (Betrieb als Hubmagnet), dann wird ein Teil der potentiellen Energie in kinetische umgewandelt; der DLM beschleunigt mit der Anziehungs-/ Abstoßungskraft bis auf Synchrongeschwindigkeit (abhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems bzw. der Kreisfrequenz der Netzfrequenz).

- Gelingt es, das Prinzip der feldorientierten Regelung so zu adaptieren, daß die Bedingung $F_N = -m_{LAST} \cdot g$ immer erfüllt ist und sich eine annehmbare Kraft $|F_T| > 0$ herausbildet, dann ist das Problem der magnetischen Aufhängung gelöst.
- Durch das Vektorprodukt der Phasenströme wird die Vorschubkraft des DLM definiert; durch das Skalarprodukt die Anziehungskraft. Hierzu folgende Illustration:

Ausgangsdaten :

$u_A := 400$	$L_A := 0.05$	$R_A := 1$	$k := 1$	$F_L := 50$
$u_B := 400$	$L_B := 0.05$	$R_B := 1$	$\tau := 0.01$	$F_{ZU} := -100$
$u_C := 400$	$L_C := 0.06$	$R_C := 1$		$t_{ZU} := 0.3$
$f := 50$	$L_a := 0.0011$	$R_a := 0.001$	$k_S := 0.81$	$F_W(t) := \text{wenn}(t < t_{ZU}, F_L, F_{ZU})$
$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$	$L_b := 0.0011$	$R_b := 0.001$	$k_R := 0.81$	$v_{ANF} := 0$
	$L_c := 0.0011$	$R_c := 0.001$	$k_{RS} := 0.6$	$m := 50$

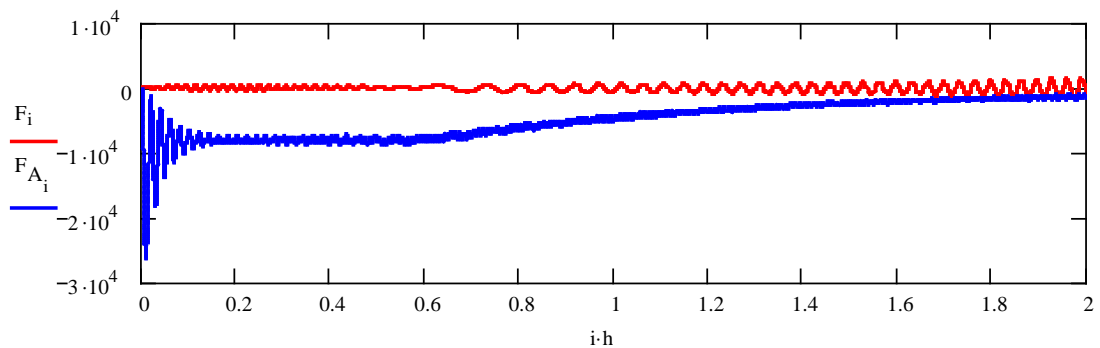


Abb. 3.1.2-1: Darstellung des Vektorproduktes (rot) und des Skalarproduktes (blau) der Strom-Raumvektoren. Das Vektorprodukt ist gleich der Vorschubkraft!

3.2 Unterteilung in Elementarmotoren

Die Methode der Unterteilung des DLM in Elementarmotoren wurde entwickelt, um die Vorgänge in einem Elektrokatapult zu simulieren [KOP-01].

Bei dieser Anwendung, welche u.a. zur Beschleunigung von Flugobjekten genutzt wird, um in der treibstoffintensiven Startphase den Treibstoff zu sparen, sind die Parameter des DLM in Bewegungsrichtung nicht konstant, da sich beim Abheben des Flugobjektes der Luftspalt ändert. Dies führt zu einer Änderung sämtlicher Parameter des Motors. Durch die Unterteilung in Elementarmotoren kann diese Änderung längs der Bewegungsrichtung berücksichtigt werden.

Um das mathematische Modell so universell wie möglich zu gestalten, wurde auch hier der DLM aus Elementarmotoren zusammengesetzt, die Definition des Elementarmotors wurde bereits im Hauptkapitel 3 „Das Modell“ gegeben.

Diese Unterteilung eröffnet folgende Möglichkeiten:

- Es kann der Querrandeffekt beachtet werden.
- Es kann die besonders bei Kurzstatormotoren angewendete Halbbewicklung der Endpole berücksichtigt werden.
- Es kann mit DLM mit sich ändernder Polteilung experimentiert werden (u.a. für die Erreichung großer Geschwindigkeiten).
- Es kann mit inhomogenen Sekundärteilen experimentiert werden

Die Unterteilung des DLM in Elementarmotoren wird wie in Abb. 3.2-1 dargestellt, vorgenommen.

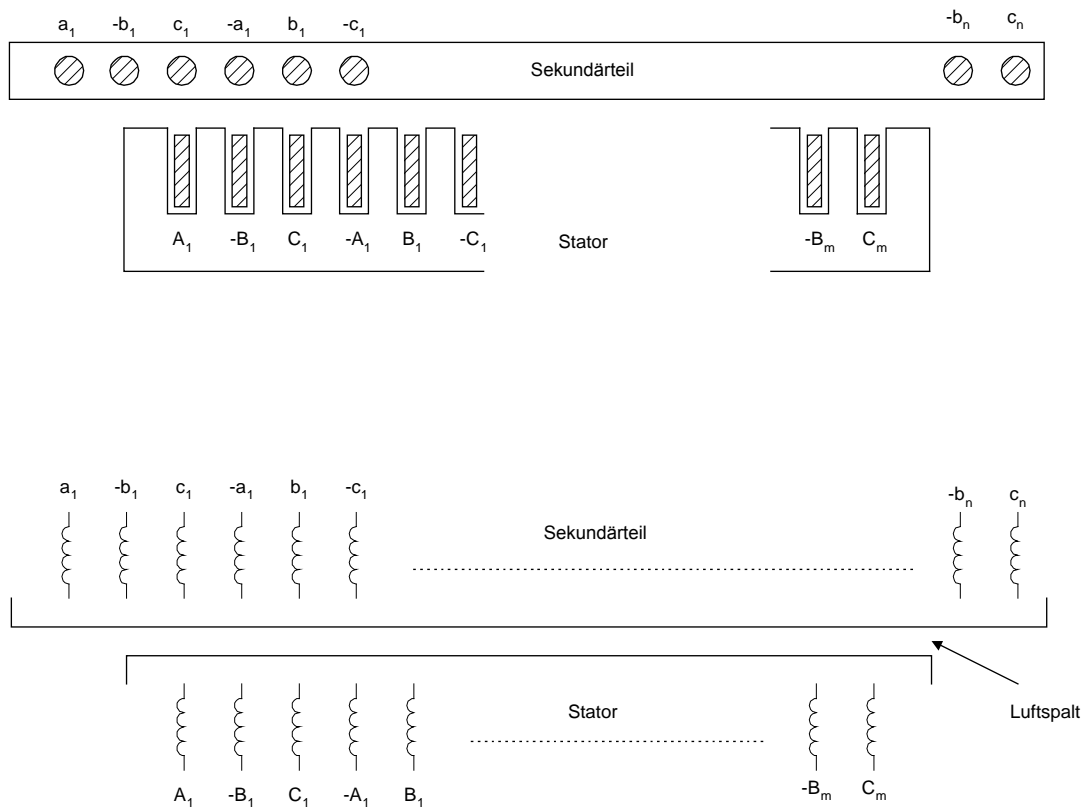


Abb. 3.2-1: Zerlegung des DLM in Elementarmotoren

In den meisten Anwendungsfällen von DLM wird ein Stator aus einer Spannungsquelle gespeist. Hierbei müssen die DGL der Elementarmotoren zusammengefasst und gleichzeitig gelöst werden, da durch alle Elementarstatorer der gleiche Strom fließt. Die Spannungsabfälle an den verschiedenen Elementarstatorer sind von vornherein noch unbekannt.

3.3 Elemente des Elementarmotors und deren Parameter

Wie aus (3-2) ersichtlich, müssen zur Lösung der DGL folgende Parameter jedes einzelnen Elementarmotors bekannt sein:

- Die Widerstände der Stator- und Sekundärteilphasen.
- Die Induktivitäten der Stator- und Sekundärteilphasen.
- Die Koppelinduktivitäten zwischen den Statorphasen, zwischen den Sekundärteilphasen und zwischen Stator und Sekundärteilphasen.

Es gilt:

- $M_{XY} = M_{YX}$
- Die Phasen des Sekundärteils und des Stators (eines Elementarmotors) sind in sich symmetrisch
- $M_{XY} = k_{STREU} * \sqrt{L_X * L_Y} .$

Der Koeffizient k_{STREU} berücksichtigt die Streuungen in den verschiedenen Bereichen des DLM: Streuung zwischen den Statorwicklungen, zwischen den Sekundärteilwicklungen und zwischen Stator- und Sekundärteilwicklungen. Die Berechnung dieser Koeffizienten ist sehr sorgfältig vorzunehmen, da diese das gesamte Verhalten des DLM-Modells beeinflussen. Im Bereich des Anfangspoles, des Endpoles und der Mittelpole haben diese Koeffizienten verschiedene Werte und bestimmen damit unter anderem die Asymmetrie des Statorstromes sowie Längs- und Querrandeffekt. In dieser Arbeit werden diese Koeffizienten näherungsweise aus den einzelnen Streuanteilen ermittelt; bei einer Verfeinerung des Modells sind zu deren genauen Ermittlung jedoch ebenfalls Maxwell-Gleichungen zu lösen.

Die Elemente einer Phase des Elementarmotors sind in Abb. 3.3-1 dargestellt. Hierbei wurden die Eisenverluste nicht berücksichtigt; da das Modell offen ist, kann das jedoch, wie im Kapitel 6.2 „Erweiterung des Modells“ angegeben wurde, nachgeholt werden.

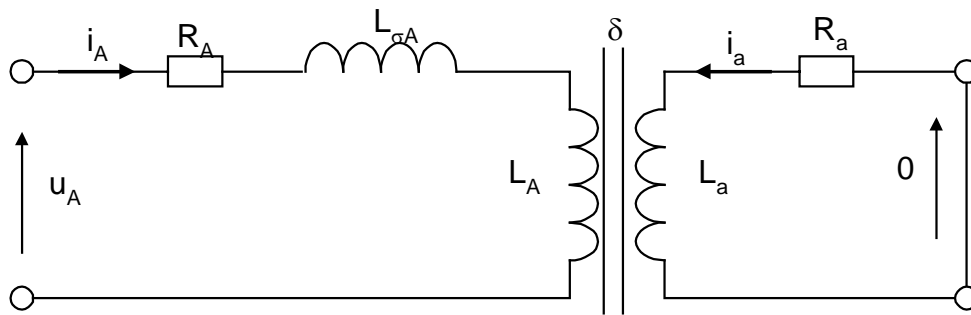


Abb. 3.3-1: Elemente einer Phase eines Elementarmotors

Es ist ersichtlich, daß

- in der Spannungsgleichung der Statorphase die Streuinduktivität zu berücksichtigen ist
- bei der Berechnung der Koppelinduktivität die Streuinduktivität nicht zu berücksichtigen ist
- bei der Berechnung der Koppelinduktivität der Einfluß des Luftspaltes zu berücksichtigen ist, wenn das Sekundärteil ferromagnetische Eigenschaften hat.

3.3.1 Die Berechnung der Streuinduktivitäten

Wie bei herkömmlichen Berechnungen elektrischer Maschinen müssen die verschiedenen Streuanteile der magnetischen Flüsse bzw. die Streuinduktivitäten berechnet werden.

Hierbei werden die bewährten Formeln genutzt, die in [KOP-80], [KLA-62] und [WOL-78] angegeben werden.

Obwohl in [GRI-99] von der Verwendung von Zahlengleichungen unbedingt abgeraten wird, werden hier bei der Berechnung empirisch ermittelte Koeffizienten in Zahlengleichungen verwendet, welche sich schon seit Jahrzehnten bewährt haben. Dies ist unproblematisch, da sich diese auf einheitenlose Koeffizienten beziehen.

Gleichzeitig werden prinzipielle Auswahlmöglichkeiten so getroffen, daß sich ein Bezug zum Kapitel 4. „Parametrierung am Beispiel eines Wirbelstromläufers“ und zu konkret vorhandenen Motoren ergibt, welche auch im Anhang berechnet werden.

Bei Verwendung eines Wirbelstromläufers können die Streuflüsse des Sekundärteiles vernachlässigt werden. Wird ein anderes Sekundärteil verwendet, müssen die Streuungen entsprechend den in der Literatur angegebenen Formeln berechnet werden.

Prinzipiell kann die Streuinduktivität für einen Pol (einen Elementarmotor) wie folgt berechnet werden:

$$L_{\sigma} = 2 * \mu_0 * \frac{\omega^2}{q} * b_{ST} * (\lambda_N + \lambda_W + \lambda_{ZK} + \lambda_D + \lambda_S) \quad (3.3.1-1)$$

Für den Stator des DLM werden folgende Streuinduktivitäten berechnet:

- a. Die Induktivität der Nutstreuung, ausgedrückt durch die spezifische magnetische Leitfähigkeit λ_N
- b. Die Induktivität der Wickelkopfstreuung, ausgedrückt durch die spezifische magnetische Leitfähigkeit λ_W
- c. Die Induktivität der Zahnkopfstreuung, ausgedrückt durch die spezifische magnetische Leitfähigkeit λ_{ZK}
- d. Die Induktivität der differentiellen Streuung, ausgedrückt durch die spezifische magnetische Leitfähigkeit λ_D

- e. Die Induktivität der Streuung durch Schrägung der Statorphasen, ausgedrückt durch die spezifische magnetische Leitfähigkeit λ_s

a.) Zur Nutstreuung

Ausgehend von der tatsächlich verwendeten Nutform des Beispielmotors (Abb. 3.1.1-1), kann für die spezifische magnetische Leitfähigkeit gefunden werden

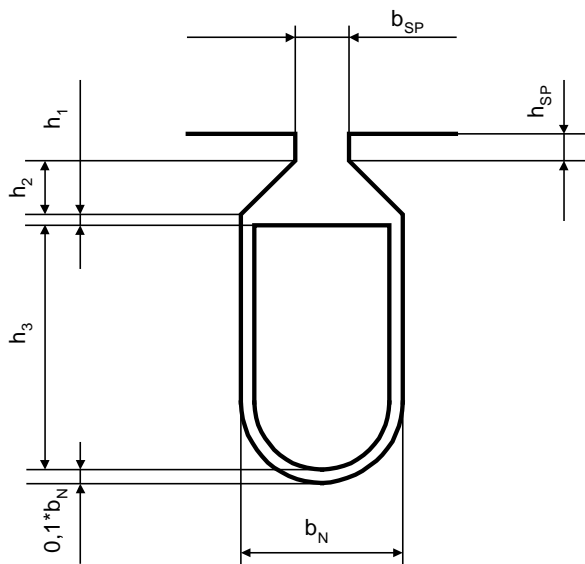


Abb. 3.1.1-1: Nutform eines DLM-Stators

$$\lambda_N = \frac{h_3}{3 * b_N} * k_\beta + \left(\frac{h_2}{b_N} + \frac{3 * h_1}{b_N + 2 * b_{SP}} + \frac{h_{SP}}{b_{SP}} \right) * k'_\beta \quad (3.3.1-2)$$

Die Koeffizienten der Wicklungsschritte k_β und k'_β sind bei einer diametralen Schrittweite und bei allen Einschichtwicklungen $k_\beta = k'_\beta = 1$.

b.) Zur Wickelkopfstreuung

In [KOP-80] wird die spezifische magnetische Leitfähigkeit der Wickelkopfstreuung angegeben mit:

$$\lambda_w = 0,34 * \frac{q}{b_{ST}} * (l_{WK} - 0,64 * \beta * \tau) \quad (3.3.1-3)$$

Der Koeffizient, welcher die relative Schrittverkürzung berücksichtigt, ist im gegebenen Fall $\beta = 1$, der Wicklungsschritt ist damit die Polteilung. Die Länge des Wickelkopfes einer Spulenseite berechnet sich aus:

$$l_w = \frac{1}{2} * 2 * \pi * \tau = \pi * \tau \quad (3.3.1-4)$$

c). Zur Zahnkopfstreuung

In [WOL-78] wird die spezifische magnetische Leitfähigkeit angegeben mit

$$\lambda_{ZK} = \frac{1}{2 * \pi} * \left[\ln \left(\frac{\delta^2}{b_{SP}^2} + \frac{1}{4} \right) + 4 * \frac{\delta}{b_{SP}} * \arctan \frac{b_{SP}}{2 * \delta} \right] \quad (3.3.1-5)$$

d). Zur differentiellen Streuung

Die Berechnung der differentiellen Streuung wird ausgiebig in [KOP-80] behandelt. Für andere Wicklungstypen als die im Beispiel verwendeten müssen andere Formeln verwendet werden. Weiterhin ist zu beachten, daß bei einer Verfeinerung des Modells, in deren Resultat auch die Kräfte der Harmonischen berechnet werden sollen, dieser Streukoeffizient von der Nummer der Harmonischen abhängt.

Es gilt:

$$\lambda_D = \frac{t_Z}{12 * \delta * k_\delta} * [2 + 0,022 * q^2 - k_w^2 * (1 + \Delta_Z)] \quad (3.3.1-6)$$

Hierbei ist:

$$k_w = k_p * k_y = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2 * m}\right)}{q * \sin\left(\frac{\pi}{2 * m * q}\right)} * \sin\left(\frac{\pi}{2} * \beta\right)$$

$$k_\delta = \frac{t_z}{t_z - \gamma_1 * \delta} \quad (\text{U24})$$

$$\gamma_1 = \frac{\left(\frac{b_{SP}}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_{SP}}{\delta}}$$

Der Cartersche Faktor k_δ kann genauer und für beliebige Nutgeometrien unter Verwendung von [WOL-78] und [WIN-97] bestimmt werden.

Der Faktor Δ_z wurde aus einem Diagramm aus [KOP-80] für den im Beispiel verwendeten Motor verwendet und beträgt $\Delta_z = 0,01$.

Für die Erweiterung und Verfeinerung des vorgestellten Modells sei für eine Berechnung der Streuinduktivitäten für beliebige Motoren auf [KOP-80], [GOL-80], [GOL-01], [REI-73] und [WIN-97] verwiesen.

3.3.2 Die Beachtung des Luftspaltes

Bei Verwendung eines nichtmagnetischen Wirbelstromläufers ist der Einfluß der Höhe des Luftspaltes δ beinahe unerheblich. Im Kapitel 6.2 „Erweiterung des Modells“ werden jedoch Hinweise gegeben, wie der Luftspalt bei Verwendung einer Doppelstatoranordnung oder eines geschichteten Sekundärteils (z.B. eine Aluminiumplatte mit einem Rückschluß aus Eisen) berücksichtigt werden kann.

3.4 Gegenseitige Beeinflussung der Elementarmotoren

Die gegenseitige Beeinflussung der Elementarmotoren wird ausgeschlossen, da konsequent das Prinzip der Superposition angewendet wird.

Tatsächlich gibt es jedoch eine Beeinflussung. Das folgt aus dem Gesetz von Biot-Savart, nach welchem die magnetischen Felder von den Stromdichten benachbarter Elemente beeinflusst werden. Diese Beeinflussung ist jedoch abhängig vom Abstand des Feldpunktes zur Stromdichte (s. Funktion z_1 und z_2 aus Kapitel 4.2.2. „Induktivität einer Sekundärteilphase“), und damit bei den Stromdichten und geometrischen Abmaßen der meisten DLM zu vernachlässigen.

Soll die gegenseitige Beeinflussung berücksichtigt werden (was nur Sinn macht bei sehr hohen Stromdichten und sehr kleinen geometrischen Abmessungen), sind zusätzliche Betrachtungen unter Lösung der Maxwell'schen Gleichungen notwendig.

3.5 Berücksichtigung der Randeffekte

3.5.1 Der Querrandeffekt

„Die Tatsache, dass aufgrund der freien Wirbelströmung im Sekundärteil die entstehende Zugkraft vom Verhältnis der Leiterbreite des Sekundärteils zur Breite des Stators abhängig ist, wird als Querrandeffekt bezeichnet.“ Budig in [BUD-78]

Der Querrandeffekt ist bei homogenen Sekundärteilen in Wirbelstromläuferausführung von Bedeutung.

Im vorgestellten Modell wird der Querrandeffekt bei der Berechnung der Induktivitäten und Widerstände des Sekundärteils beachtet.

Wie in Kapitel 4.2 „Parameter des Sekundärteils“ gezeigt wird, sind nicht alle Teile der Stromlinien am Kraftaufbau beteiligt.

Da das Strömungsfeld des Sekundärteils quellenfrei ist, gilt:

$$\nabla * \vec{j} = 0 \quad (\text{U25})$$

Damit sieht das Bild der Stromlinien im Sekundärteil wie folgt aus:

Stromlinien im Wirbelstromläufer

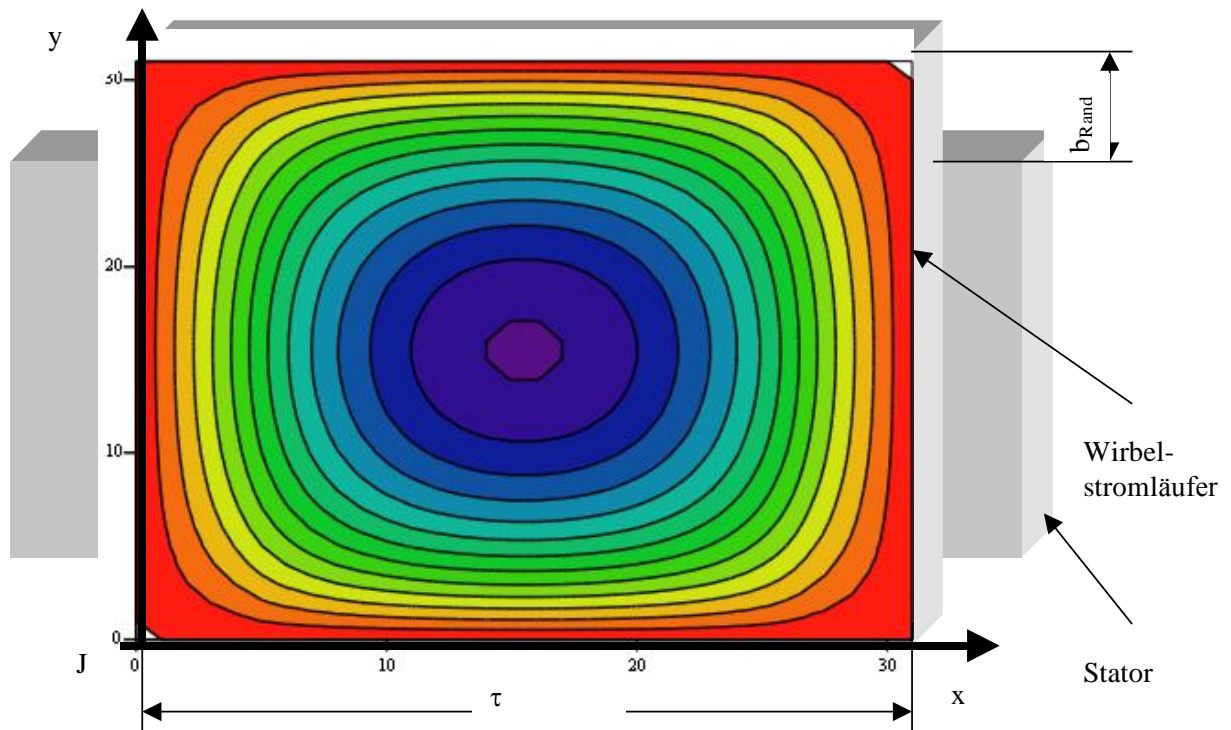


Abb. 3.5.1-1: Stromlinien $j=j(x,y)$ einer Polteilung eines Wirbelstromläufers

Nur der Teil der Stromlinien in y -Richtung ist am Kraftaufbau beteiligt, der Teil der Stromlinien in x -Richtung (weiter unten als „fiktiver Wickelkopfbereich bezeichnet“) sind an der Kraftbildung nicht beteiligt.

Der Querrandeffekt wird bei der Berechnung der Induktivität der Sekundärteilphasen durch das Skalarprodukt der Biot-Savartschen Formel berücksichtigt.

3.5.2 Der Längsrandeffekt

Der Längsrandeffekt macht sich bemerkbar beim Einlaufen des ersten Elementarsekundärteiles in den Bereich eines erregten Elementarstators bzw. beim Auslaufen des letzten Elementarsekundärteiles aus dem Bereich eines erregten Elementarstators. Bei einem Kurzstatormotor, bei welchem ständig eine vollständige Überdeckung zwischen Stator und Sekundärteil gegeben ist, macht sich dieser Effekt nicht bemerkbar.

Folgende Fälle können dabei unterschieden werden:

- Einlauf des Elementarsekundärteiles aus einem unerregten Bereich in den Bereich eines halbbewickelten Randpoles des Stators
- Einlauf des Elementarsekundärteiles aus dem Bereich eines halbbewickelten Randpoles in den Bereich einer vollbewickelten Pole
- Einlauf aus dem Bereich einer vollbewickelten Pole in den Bereich eines halbbewickelten
- Einlauf aus dem Bereich eines halbbewickelten Poles in einen unerregten Bereich

Analoges gilt für den Endbereich des Sekundärteiles.

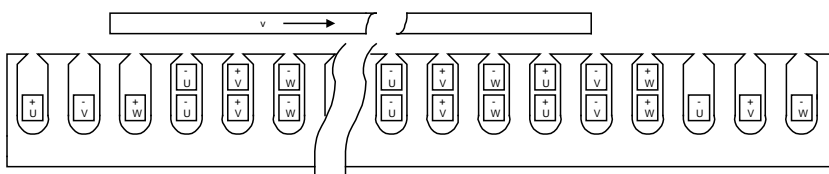


Abb. 3.5.2-1: Zum Längsrandeffekt

Der Längsrandeffekt kann wie folgt in das Modell eingearbeitet werden:

$$e = \frac{d\Psi}{dt} \quad (\text{U26})$$

Das Differential wird durch das volle Differential ersetzt:

$$e = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{di} * \frac{di}{dt} = L * \frac{di}{dt} \quad (\text{3.5.2-1})$$

Da weiterhin die Vorschubgeschwindigkeit bekannt ist, kann gefunden werden:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$dt = \frac{dx}{v_x}$$

Das, eingesetzt in (3.5.2-1), ergibt

$$e = L * \frac{di}{dx} * v_x \quad (\text{U27})$$

Da von Prinzip der Superposition ausgegangen wird, die einzelnen Elementarmotoren genau einen Pol groß, symmetrisch und deren Parameter konstant sind, kann das Differential durch die Differenzen ersetzt werden. Dann gilt für die in den Elementarsekundärteilen der interessierenden Randbereiche induzierten Spannungen:

$$e = L * \frac{\Delta i}{\Delta x} * v_x = L * \frac{i_{k+1} - i_k}{\tau} * v_x \quad (\text{3.5.2-2})$$

Hier wird ersichtlich:

- Die Höhe der in den Randbereichen des Sekundärteils induzierten Spannung ist abhängig vom Material des Sekundärteils (Induktivität bzw. Permeabilität- wie in Kapitel 4.2 „Parameter des Sekundärteils“ gezeigt wird).
- Die Höhe der in den Randbereichen des Sekundärteils induzierten Spannungen ist umgekehrt proportional zur Polteilung.
- Die Höhe der in den Randbereichen des Sekundärteils induzierten Spannungen ist direkt proportional zur Bewegungsgeschwindigkeit des Sekundärteils.
- Je mehr Elementarmotoren (Pole) der DLM hat, desto geringer wird der Einfluß des Längsrandeffektes.

Beim Auslaufen des Sekundärteilrandes in einen unerregten Bereich gilt:

$$e = -L * \frac{i_N}{\tau} * v_x \quad (\text{U28})$$

Beim Einlauf aus einem unerregten Bereich gilt:

$$e = L * \frac{i_1}{\tau} * v_x \quad (\text{U29})$$

Aus (3.5.2-2) ist zu sehen, daß der Längsrandeffekt minimiert werden kann durch:

- Verwendung einer großen Polteilung

-
- Verwendung halbbewickelter Randpole
 - Ansrägung des Sekundärteiles im Bereich der ersten und letzten Polteilung (Vergrößerung des Luftspaltes)

Bei Anwendungen für den Transport spielt der Längsrandeffekt eine Rolle.

Bei Anwendungen in Handlingmaschinen (ständige volle Überdeckung des Stators mit dem Sekundärteil beim Kurzstatormotor) oder beim Langstatormotor (ständige Überdeckung des Sekundärteiles- die induzierten Spannungen am Anfang des Sekundärteiles und am Ende des Sekundärteiles heben sich gegenseitig auf) ist die Beachtung dieses Effektes dagegen nicht notwendig.

Aus diesem Grund wird er im vorgestellten Modell (interessant ist eigentlich nur der Kurzstatormotor) nicht berechnet.

3.6 Das Kompletmodell des Drehstromlinearmotors

Da die Mittelteile sowohl des Stators als auch des Rotors des DLM symmetrisch sind, wird der Kompletmotor in drei Bereiche aufgeteilt: Anfangsmotor (letzter Index A), Mittelmotor (letzter Index M) und Endmotor (letzter Index E). Der Mittelmotor besteht aus symmetrischen Elementarmotoren, die Parameter der Elementarmotoren des Mittelteiles werden einfach mit der Anzahl der Elementarmotoren multipliziert.

Da bei Kurzstatormotoren der Längsrandeffekt, wie in Kapitel 3.5.2 „Der Längsrandeffekt“ gezeigt, keinen Einfluß hat, wird er in den Formeln für den Anfangs- und Endbereich des Sekundärteils nicht beachtet.

Folgende physikalischen Gegebenheiten haben Einfluß auf das System der DGL:

- a. Durch jeweils eine Phase aller Elementarmotoren fließt der gleiche Strom.
- b. Alle Elementarmotoren bilden ihre Kräfte auf ein Sekundärteil, die Geschwindigkeit aller Elementarmotoren ist also die gleiche.

Aus a.) folgt, dass es pro Statorphase nur eine DGL gibt. Eine Simulation aller Elementarmotoren nacheinander und Addition der Ergebnisse ist nicht möglich, da die Spannungsabfälle an den einzelnen Elementarmotoren nicht bekannt sind und sich aufgrund der Asymmetrie der einzelnen Motoren unterscheiden können. Für die Phase A gilt:

$$\begin{aligned}
 u_{.AA} &= R_{AA} * i_A + \frac{d\Psi_{AA}}{dt} \\
 u_{.AM} &= R_{AM} * i_A + \frac{d\Psi_{AM}}{dt} \\
 u_{.AE} &= R_{AE} * i_A + \frac{d\Psi_{AE}}{dt} \\
 u_A &= u_{AA} + u_{AM} + u_{AE} = i_A * (R_{AA} + R_{AM} + R_{AE}) + \frac{d}{dt}(\Psi_{AA} + \Psi_{AM} + \Psi_{AE})
 \end{aligned}
 \tag{U30}$$

Die DGL der Sekundärteilphasen können einzeln gelöst werden, wenn die Selbsterregung über Remanenz oder der Längsrandeffekt beachtet werden soll. Sie müssen aber nicht

einzel gelöst werden. Da diese Effekte in der vorgestellten Modifikation des Modells keine Rolle spielen, nimmt das System von DGL folgende Form an:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\Psi_{AA} + \Psi_{AM} + \Psi_{AE}) &= u_A - i_A * [R_{AA} + (n_{el} - 2) * R_{AM} + R_{AE}] \\
\frac{d}{dt}(\Psi_{BA} + \Psi_{BM} + \Psi_{BE}) &= u_B - i_B * [R_{BA} + (n_{el} - 2) * R_{BM} + R_{BE}] \\
\frac{d}{dt}(\Psi_{CA} + \Psi_{CM} + \Psi_{CE}) &= u_C - i_C * [R_{CA} + (n_{el} - 2) * R_{CM} + R_{CE}] \\
\frac{d}{dt}(\Psi_{aA} + \Psi_{aM} + \Psi_{aE}) &= -i_a * [R_{aA} + (n_{el} - 2) * R_{aM} + R_{aE}] - [(\Psi_{bA} + \Psi_{bM} + \Psi_{bE}) - (\Psi_{cA} + \Psi_{cM} + \Psi_{cE})] * \frac{v_R * \pi}{\sqrt{3} * \tau} \\
\frac{d}{dt}(\Psi_{bA} + \Psi_{bM} + \Psi_{bE}) &= -i_b * [R_{bA} + (n_{el} - 2) * R_{bM} + R_{bE}] - [(\Psi_{cA} + \Psi_{cM} + \Psi_{cE}) - (\Psi_{aA} + \Psi_{aM} + \Psi_{aE})] * \frac{v_R * \pi}{\sqrt{3} * \tau} \\
\frac{d}{dt}(\Psi_{cA} + \Psi_{cM} + \Psi_{cE}) &= -i_c * [R_{cA} + (n_{el} - 2) * R_{cM} + R_{cE}] - [(\Psi_{aA} + \Psi_{aM} + \Psi_{aE}) - (\Psi_{bA} + \Psi_{bM} + \Psi_{bE})] * \frac{v_R * \pi}{\sqrt{3} * \tau} \\
\frac{dv_R}{dt} &= \frac{1}{m} * \left[\frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (M_{Ac} * i_A * i_c + M_{Bc} * i_B * i_c + M_{Cb} * i_C * i_b - M_{Ab} * i_A * i_b - M_{Bc} * i_B * i_c - M_{Ca} * i_C * i_a) - F_W \right]
\end{aligned}$$

(3.6-1)

Aus dieser Modifikation des Modells geht folgendes hervor:

- die Statorspannungen, die Statorströme sind reale Größen, die sich messen lassen
- die Sekundärteilströme und alle magnetischen Flüsse der Mittelteile sind nicht oder nur schwer meßbare Größen. Diese Größen lassen sich jedoch- bei Bedarf- mit den unten definierten Matrizen in reale Größen umrechnen.

Die magnetischen Flüsse in (3.6-1) berechnen sich:

Anfangsbereich Phase A:

$$\Psi_{AA} = L_{AA} * i_A - \frac{1}{2} * M_{ABA} * i_B - \frac{1}{2} * M_{ACA} * i_C + M_{AaA} * i_a - \frac{1}{2} * M_{AbA} * i_b - \frac{1}{2} * M_{AcA} * i_c$$

(U31)

Anfangsbereich Phase B:

$$\Psi_{BA} = -\frac{1}{2} * M_{ABA} * i_A + L_{BA} * i_B - \frac{1}{2} * M_{BCA} * i_C + M_{BaA} * i_a - \frac{1}{2} * M_{BbA} * i_b - \frac{1}{2} * M_{BcA} * i_c$$

(U32)

usw.

Im Hinblick auf eine Vereinfachung der Schreibweise und um einen Zusammenhang zur Lösung des Modells im Anhang zu schaffen, wird die einfachere Matrizen-Schreibweise

$$\Psi = \mathbf{DM} * \mathbf{i}$$

(3.6-2)

für jeden Bereich gewählt. Dabei gilt:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \\ \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{i} = \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (\text{U31})$$

Anfangsbereich :

$$\mathbf{DM}_A = \begin{pmatrix} L_{AA} & -\frac{1}{2} * M_{ABA} & -\frac{1}{2} * M_{ACA} & M_{AaA} & -\frac{1}{2} * M_{AbA} & -\frac{1}{2} * M_{AcA} \\ -\frac{1}{2} * M_{BAA} & L_{BA} & -\frac{1}{2} * M_{BCA} & -\frac{1}{2} * M_{BaA} & M_{BbA} & -\frac{1}{2} * M_{BcA} \\ -\frac{1}{2} * M_{CAA} & -\frac{1}{2} * M_{CBA} & L_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CaA} & -\frac{1}{2} * M_{CbA} & M_{CcA} \\ M_{aAA} & -\frac{1}{2} * M_{aBA} & -\frac{1}{2} * M_{aCA} & L_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{abA} & -\frac{1}{2} * M_{acA} \\ -\frac{1}{2} * M_{bAA} & M_{bBA} & -\frac{1}{2} * M_{bCA} & -\frac{1}{2} * M_{baA} & L_{bA} & -\frac{1}{2} * M_{bcA} \\ -\frac{1}{2} * M_{cAA} & -\frac{1}{2} * M_{cBA} & M_{cCA} & -\frac{1}{2} * M_{caA} & -\frac{1}{2} * M_{cbA} & L_{cA} \end{pmatrix}$$

Mittelbereich :

$$\mathbf{DM}_M = \begin{pmatrix} L_{AM} & -\frac{1}{2} * M_{ABM} & -\frac{1}{2} * M_{ACM} & M_{AaM} & -\frac{1}{2} * M_{AbM} & -\frac{1}{2} * M_{AcM} \\ -\frac{1}{2} * M_{BAM} & L_{BM} & -\frac{1}{2} * M_{BCM} & -\frac{1}{2} * M_{BaM} & M_{BbM} & -\frac{1}{2} * M_{BcM} \\ -\frac{1}{2} * M_{CAM} & -\frac{1}{2} * M_{CBM} & L_{CM} & -\frac{1}{2} * M_{CaM} & -\frac{1}{2} * M_{CbM} & M_{CcM} \\ M_{aAM} & -\frac{1}{2} * M_{aBM} & -\frac{1}{2} * M_{aCM} & L_{aM} & -\frac{1}{2} * M_{abM} & -\frac{1}{2} * M_{acM} \\ -\frac{1}{2} * M_{bAM} & M_{bBM} & -\frac{1}{2} * M_{bCM} & -\frac{1}{2} * M_{baM} & L_{bM} & -\frac{1}{2} * M_{bcM} \\ -\frac{1}{2} * M_{cAM} & -\frac{1}{2} * M_{cBM} & M_{cCM} & -\frac{1}{2} * M_{caM} & -\frac{1}{2} * M_{cbM} & L_{cM} \end{pmatrix}$$

Endbereich :

$$\mathbf{DM}_E = \begin{pmatrix} L_{AE} & -\frac{1}{2} * M_{ABE} & -\frac{1}{2} * M_{ACE} & M_{AaE} & -\frac{1}{2} * M_{AbE} & -\frac{1}{2} * M_{AcE} \\ -\frac{1}{2} * M_{BAE} & L_{BE} & -\frac{1}{2} * M_{BCE} & -\frac{1}{2} * M_{BaE} & M_{BbE} & -\frac{1}{2} * M_{BcE} \\ -\frac{1}{2} * M_{CAE} & -\frac{1}{2} * M_{CBE} & L_{CE} & -\frac{1}{2} * M_{CaE} & -\frac{1}{2} * M_{CbE} & M_{CcE} \\ M_{aAE} & -\frac{1}{2} * M_{aBE} & -\frac{1}{2} * M_{aCE} & L_{aE} & -\frac{1}{2} * M_{abE} & -\frac{1}{2} * M_{acE} \\ -\frac{1}{2} * M_{bAE} & M_{bBE} & -\frac{1}{2} * M_{bCE} & -\frac{1}{2} * M_{baE} & L_{bE} & -\frac{1}{2} * M_{bcE} \\ -\frac{1}{2} * M_{cAE} & -\frac{1}{2} * M_{cBE} & M_{cCE} & -\frac{1}{2} * M_{caE} & -\frac{1}{2} * M_{cbE} & L_{cE} \end{pmatrix}$$

Wird angenommen, daß auch im Sekundärteil nur ein dreiphasiges Stromsystem für alle Elementarmotoren gilt und die Spulen aller Elementarmotoren in Reihe geschaltet sind, so kann geschrieben werden:

$$\mathbf{DM} = \mathbf{DM}_A + \mathbf{DM}_M + \mathbf{DM}_E \quad (\text{U32})$$

Für die einzelnen Elemente der Matrix DM gilt dann in endgültiger Form unter Beachtung dessen, daß das Sekundärteil ein homogener Wirbelstromläufer ist und unter Beachtung der Streuinduktivitäten des Stators:

$$\begin{aligned} L_A &= L_{AA} - L_{AA\sigma} + (n_{el} - 2) * (L_{AM} - L_{AM\sigma}) + L_{AE} - L_{AE\sigma} \\ L_B &= L_{BA} - L_{BA\sigma} + (n_{el} - 2) * (L_{BM} - L_{BM\sigma}) + L_{BE} - L_{BE\sigma} \\ L_C &= L_{CA} - L_{CA\sigma} + (n_{el} - 2) * (L_{CM} - L_{CM\sigma}) + L_{CE} - L_{CE\sigma} \\ L_a &= n_{EL} * L_a \\ L_b &= n_{EL} * L_b \\ L_c &= n_{EL} * L_c \\ M_{AB} &= M_{BA} = \sqrt{L_{AA} * L_{BA}} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{AM} * L_{BM}} + \sqrt{L_{AE} * L_{BE}} \\ M_{AC} &= M_{CA} = \sqrt{L_{AA} * L_{CA}} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{AM} * L_{CM}} + \sqrt{L_{AE} * L_{CE}} \\ M_{CB} &= M_{BC} = \sqrt{L_{CA} * L_{BA}} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{CM} * L_{BM}} + \sqrt{L_{CE} * L_{BE}} \\ M_{ab} &= M_{ba} = n_{el} * \sqrt{L_a * L_b} \\ M_{ac} &= M_{ca} = n_{el} * \sqrt{L_a * L_c} \\ M_{cb} &= M_{bc} = n_{el} * \sqrt{L_c * L_b} \\ M_{Aa} &= M_{aA} = \sqrt{L_{AA} * L_a} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{AM} * L_a} + \sqrt{L_{AE} * L_a} \\ M_{Ab} &= M_{bA} = \sqrt{L_{AA} * L_b} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{AM} * L_b} + \sqrt{L_{AE} * L_b} \\ M_{Ac} &= M_{cA} = \sqrt{L_{AA} * L_c} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{AM} * L_c} + \sqrt{L_{AE} * L_c} \\ M_{Ba} &= M_{aB} = \sqrt{L_{BA} * L_a} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{BM} * L_a} + \sqrt{L_{BE} * L_a} \\ M_{Bb} &= M_{bB} = \sqrt{L_{BA} * L_b} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{BM} * L_b} + \sqrt{L_{BE} * L_b} \\ M_{Bc} &= M_{cB} = \sqrt{L_{BA} * L_c} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{BM} * L_c} + \sqrt{L_{BE} * L_c} \\ M_{Ca} &= M_{aC} = \sqrt{L_{CA} * L_a} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{CM} * L_a} + \sqrt{L_{CE} * L_a} \\ M_{Cb} &= M_{bC} = \sqrt{L_{CA} * L_b} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{CM} * L_b} + \sqrt{L_{CE} * L_b} \\ M_{Cc} &= M_{cC} = \sqrt{L_{CA} * L_c} + (n_{el} - 2) * \sqrt{L_{CM} * L_c} + \sqrt{L_{CE} * L_c} \end{aligned} \quad (\text{3.6-3})$$

Damit läßt sich für die Gesamtmatrix des Systems (3.6-1) schreiben:

$$\mathbf{DM} = \begin{vmatrix} L_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & -\frac{1}{2} * M_{AC} & M_{Aa} & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & L_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & M_{Bb} & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CB} & L_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & M_{Cc} \\ M_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{aB} & -\frac{1}{2} * M_{aC} & L_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & M_{bB} & -\frac{1}{2} * M_{bC} & -\frac{1}{2} * M_{ba} & L_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & -\frac{1}{2} * M_{cB} & M_{cC} & -\frac{1}{2} * M_{ca} & -\frac{1}{2} * M_{cb} & L_c \end{vmatrix} \quad (3.6-4)$$

Um die Ströme in (3.6-1) mit Hilfe von (3.6-4) zu ermitteln, muß die Matrix modifiziert werden; nun bedeutet DMA nicht mehr „Datenmatrix des Anfangsbereiches“ sondern „modifizierte Matrix der Phase A“ usw.

Folgende Matrizen lassen sich nun berechnen:

$$\mathbf{DM}_A = \begin{vmatrix} \Psi_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & -\frac{1}{2} * M_{AC} & M_{Aa} & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ \Psi_B & L_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & M_{Bb} & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ \Psi_C & -\frac{1}{2} * M_{CB} & L_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & M_{Cc} \\ \Psi_a & -\frac{1}{2} * M_{aB} & -\frac{1}{2} * M_{aC} & L_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ \Psi_b & M_{bB} & -\frac{1}{2} * M_{bC} & -\frac{1}{2} * M_{ba} & L_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ \Psi_c & -\frac{1}{2} * M_{cB} & M_{cC} & -\frac{1}{2} * M_{ca} & -\frac{1}{2} * M_{cb} & L_c \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{DM}_B = \begin{vmatrix} L_A & \Psi_A & -\frac{1}{2} * M_{AC} & M_{Aa} & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & \Psi_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & M_{Bb} & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & \Psi_C & L_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & M_{Cc} \\ M_{aA} & \Psi_a & -\frac{1}{2} * M_{aC} & L_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & \Psi_b & -\frac{1}{2} * M_{bC} & -\frac{1}{2} * M_{ba} & L_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & \Psi_c & M_{cC} & -\frac{1}{2} * M_{ca} & -\frac{1}{2} * M_{cb} & L_c \end{vmatrix}$$

$$DM_C = \begin{pmatrix} L_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & \Psi_A & M_{Aa} & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & L_B & \Psi_B & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & M_{Bb} & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CB} & \Psi_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & M_{Cc} \\ M_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{aB} & \Psi_a & L_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & M_{bB} & \Psi_b & -\frac{1}{2} * M_{ba} & L_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & -\frac{1}{2} * M_{cB} & \Psi_c & -\frac{1}{2} * M_{ca} & -\frac{1}{2} * M_{cb} & L_c \end{pmatrix}$$

$$DM_a = \begin{pmatrix} L_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & -\frac{1}{2} * M_{AC} & \Psi_A & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & L_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & \Psi_B & M_{Bb} & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CB} & L_C & \Psi_C & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & M_{Cc} \\ M_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{aB} & -\frac{1}{2} * M_{aC} & \Psi_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & M_{bB} & -\frac{1}{2} * M_{bC} & \Psi_b & L_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & -\frac{1}{2} * M_{cB} & M_{cC} & \Psi_c & -\frac{1}{2} * M_{cb} & L_c \end{pmatrix}$$

$$DM_b = \begin{pmatrix} L_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & -\frac{1}{2} * M_{AC} & M_{Aa} & \Psi_A & -\frac{1}{2} * M_{Ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & L_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & \Psi_B & -\frac{1}{2} * M_{Bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CB} & L_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & \Psi_C & M_{Cc} \\ M_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{aB} & -\frac{1}{2} * M_{aC} & L_a & \Psi_a & -\frac{1}{2} * M_{ac} \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & M_{bB} & -\frac{1}{2} * M_{bC} & -\frac{1}{2} * M_{ba} & \Psi_b & -\frac{1}{2} * M_{bc} \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & -\frac{1}{2} * M_{cB} & M_{cC} & -\frac{1}{2} * M_{ca} & \Psi_a & L_c \end{pmatrix}$$

$$DM_c = \begin{pmatrix} L_A & -\frac{1}{2} * M_{AB} & -\frac{1}{2} * M_{AC} & M_{Aa} & -\frac{1}{2} * M_{Ab} & \Psi_A \\ -\frac{1}{2} * M_{BA} & L_B & -\frac{1}{2} * M_{BC} & -\frac{1}{2} * M_{Ba} & M_{Bb} & \Psi_B \\ -\frac{1}{2} * M_{CA} & -\frac{1}{2} * M_{CB} & L_C & -\frac{1}{2} * M_{Ca} & -\frac{1}{2} * M_{Cb} & \Psi_C \\ M_{aA} & -\frac{1}{2} * M_{aB} & -\frac{1}{2} * M_{aC} & L_a & -\frac{1}{2} * M_{ab} & \Psi_a \\ -\frac{1}{2} * M_{bA} & M_{bB} & -\frac{1}{2} * M_{bC} & -\frac{1}{2} * M_{ba} & L_b & \Psi_b \\ -\frac{1}{2} * M_{cA} & -\frac{1}{2} * M_{cB} & M_{cC} & -\frac{1}{2} * M_{ca} & -\frac{1}{2} * M_{cb} & \Psi_c \end{pmatrix}$$

(U33)

Damit können nun alle Ströme aus (3.6-1) gefunden werden:

$$\begin{aligned}
 i_A &= \frac{DM_A}{DM} \\
 i_B &= \frac{DM_B}{DM} \\
 i_C &= \frac{DM_C}{DM} \\
 i_a &= \frac{DM_a}{DM} \\
 i_b &= \frac{DM_b}{DM} \\
 i_c &= \frac{DM_c}{DM}
 \end{aligned}
 \tag{3.6-5}$$

Fazit : Damit sind alle Variablen der DGL (3.6-1) bestimmt, diese können nun gelöst werden.

Rechenergebnisse mit dem vorgestellten Modell, angewendet für die Berechnung eines DLM, jedoch mit konstanten Induktivitäten sind in Anlage 9.5.1 „Ergebnisse des vorgestellten Modells. Qualitative Betrachtung“ und Anlage 9.5.2 „Ergebnisse des vorgestellten Modells. Quantitative Betrachtung“ dargestellt.

Eine genaue Diskussion dieser Ergebnisse erfolgt in der Anlage.

Die Integrationszeit für das konkrete Beispiel betrug auf einem Rechner mit Athlon-Prozessor mit einer Taktfrequenz 1,39 GHz und einer Speicherkapazität von 192 MB RAM unter Verwendung des Betriebssystems „Windows XP“ und der Studentenversion von Mathcad 2001 lediglich 44,98 s. Der gleiche Hochlaufvorgang, berechnet mit Maxwell-2D, jedoch ohne Lastaufschaltung (das wird durch die Software nicht unterstützt) beträgt 13 h 29 min.

Sämtliche Unzulänglichkeiten eines FEM-Modells (s. 2.1 „Anforderungen an ein Motormodell im statischen Betrieb“) sind behoben, auch bei Lastaufschaltung, Bremsen usw.

Beim Test und Versuchen mit dem Modell wurden folgende Tatsachen festgestellt:

- Die Integration dieses Systemes sollte immer nach dem Fluß erfolgen. Eine Lösung der Gleichungen für die Ströme führt zu Schwierigkeiten, da sich DGL ergeben, die wiederum von Differentialquotienten abhängen; Erläuterung:

$$u_A = i_A * R_A + \frac{d\Psi_A}{dt} = i_A * R_A + \frac{d}{dt} \left(L_A * i_A - \frac{1}{2} M_{AB} * i_B - \frac{1}{2} M_{AC} * i_C + M_{Aa} * i_a - \frac{1}{2} * M_{Ab} * i_b - \frac{1}{2} * M_{Ac} * i_c \right)$$

$$\frac{di_A}{dt} = \frac{1}{L_A} * [u_A - R_A * i_A - \left(-\frac{1}{2} M_{AB} * \frac{di_B}{dt} - \frac{1}{2} M_{AC} * \frac{di_C}{dt} + M_{Aa} * \frac{di_a}{dt} - \frac{1}{2} * M_{Ab} * \frac{di_b}{dt} - \frac{1}{2} * M_{Ac} * \frac{di_c}{dt} \right)]$$

- Versuche, die DGL nach dem Strom zu lösen, waren erfolgreich, aber wesentlich langsamer, da nach jeder Neuberechnung eines Integrationspunktes die Differentialquotienten iterativ „abgeglichen“ werden müssen, bis die Änderung dieser von Iterationsschritt k nach k+1 eine vorgegebene Toleranz nicht mehr überschreitet.
- Soll zudem die B-H-Kennlinie des Elektrobleches (z.B. für den Betrieb bei kleinen Spannungen) bei den Berechnungen berücksichtigt werden, wird der magnetische Fluß sowieso für die Berechnung der differentiellen Induktivität benötigt(s. Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“).
- Besonders wichtig ist die Berechnung der Streuinduktivitäten, welche im Beispiel der Anlage 9.7 „Katalogdaten und Parameter der ANTRIMA-Motoren“ durch die Koeffizienten k_S (Streuung der Statorspulen), k_R (Streuung der Sekundärteilstulen) und k_{RS} (Streuung zwischen Stator- und Sekundärteilstulen) berücksichtigt wurde. Werden die Streukoeffizienten nicht berücksichtigt, wird die Matrix der Induktivitäten/Gegeninduktivitäten (3.6-4) singulär und das System kann nicht gelöst werden. Möglicherweise deutet das nicht nur auf ein mathematisches Problem hin, sondern auf ein physikalisches „Ohne Verluste funktioniert nix“.
- Die Lösung des Systemes nach der Runge-Kutta-Methode, mit welcher das lineare System des Motors einfach und sehr schnell berechnet wurde [MAT-01], wird bei der Verwendung von nichtlinearen Koeffizienten $R=f(I)$ und $L=f(I)$ langsam. Grund hierfür ist, dass sich dabei nichtlösbare oder sehr langsame Rekursionen ergeben. Die nichtlinearen Koeffizienten müssen also **vor** jedem Integrationsschritt schon bekannt sein und errechnen sich aus dem vorhergehenden! Eine Berechnung nach Runge-Kutta mit veränderlichen Induktivitäten liefert bei einer Schrittweite von 0.00001s und einer Echtzeit von 0.1s nach ca. 1.5h Ergebnisse. Hier könnte unter Umständen eine Programmierumgebung mit einer anderen Unterprogrammtechnik Abhilfe schaffen. Mathcad erlaubt nur Funktionen.

-
- Um Rechenzeiten zu verringern und die Einbindung von Nichtlinearitäten möglich zu machen, wurde mit der Euler-Methode (also einfach die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt) experimentiert. Es hat sich herausgestellt, dass bei einer Schrittweite $< 0.00001s$ beide Methoden die gleichen Ergebnisse liefern.
 - Bei Verwendung des Softwarepaketes VisSim der Firma Visual Solution Corp. wird die Integration des Systemes von DGL noch einfacher; wie in [VIS-02], [BKS-02] und [DJA-04] gezeigt, entfallen die Berechnungen von Matrizen vollständig, wenn auf die Optimierungsfunktion von VisSim zurückgegriffen wird, um die Ströme aus dem algebraischen Teil des Gleichungssystemes [3.2] zu berechnen. Die Rechenzeit verkürzt sich bei Verwendung von VisSim nochmals. Gleichzeitig entfällt das lästige Anpassen der Integrationsschrittweite bei der Verwendung der Runge-Kutta-Methode in Mathcad, wenn die Koppelfaktoren (Streufaktoren) sehr klein sind und die oben aufgeführten Matrizen sehr geringe Zahlenwerte ergeben.

4. Parametrierung am Beispiel eines Wirbelstromläufers

Die Parameter der Elemente des Primärteils lassen sich mit relativ einfachen Formeln errechnen, wie weiter unten gezeigt wird.

Die Parameter der Elemente des Sekundärteils, einer einfachen Aluminiumplatte, sind wesentlich schwieriger und nur unter Lösung der Maxwell'schen Gleichungen zu ermitteln. Hierbei müssen wieder Annahmen getroffen und Vereinfachungen durchgeführt werden.

Leider ist es nicht möglich, das Sekundärteil in fiktive Leiterbahnen zu unterteilen und für diese die Parameter Widerstand und Induktivität mit herkömmlichen Formeln zu berechnen. Je kleiner ein Leiterelement gewählt wird, desto größer wird sein Widerstand, desto mehr Windungen hätte aber auch die entsprechende Phase. Dieser Ansatz führt also nicht zu sinnvollen Ergebnissen.

Ganz kann jedoch auf die Unterteilung in fiktive Leiterbahnen nicht verzichtet werden; voraussetzungsgemäß ist das Sekundärteil eines Elementarmotors einen Pol groß, hierauf müssen sich drei Phasen aufteilen. Damit sind die Abmaße der Spule einer Phase geometrisch vorgegeben.

In [BUD-78] wird eine Methode zur Ermittlung der Stromdichteverteilung im Sekundärteil vorgestellt, welche zur Ermittlung der Parameter des Sekundärteiles genutzt wird. Anders als vorgestellt, wird die hergeleitete Poisson-Gleichung jedoch numerisch mit der Mathcad-Software gelöst.

4.1 Parameter des Stators

4.1.1 Widerstand einer Statorphase

Die Daten der Wicklung des Stators sind bekannt, ebenso die Daten des verwendeten Wickeldrahtes und die geometrischen Abmessungen des Statorpaketes. Damit kann die Berechnung des Widerstandes einer Statorphase erfolgen:

$$\begin{aligned} R &= \rho * \frac{w * l}{A} \\ l &= 2 * (b_{ST} + \pi * \tau) \\ A &= \pi * r_{Leiter}^2 \end{aligned} \quad (4.1.1-1)$$

Der spezifische elektrische Widerstand ist in den Tabellen bei einer Umgebungstemperatur von 20 °C angegeben. Die Umrechnung auf die Betriebstemperatur des Motors erfolgt mit

$$R_{WARM} = \frac{235^{\circ}C + \nu_{WARM}}{235^{\circ}C + \nu_{KALT}} * R_{KALT} \quad (4.1.1-2)$$

Wie in Kapitel 2.1 „Grenzen eines FEM-Modells“ gezeigt, ist es ein großer Nachteil der FEM, daß die Änderungen des ohmschen Widerstandes bei Betrieb des Motors nicht berücksichtigt werden können.

Wie in Kapitel 6.1 „Verfeinerung des Modells“ beschrieben, können beim vorgestellten Modell die Verluste lokalisiert und in das Modell eingearbeitet werden.

4.1.2 Induktivität einer Statorphase

Leider lassen sich bei den Berechnungen der Statorinduktivitäten nicht die herkömmlichen Formeln für die Hauptinduktivitäten, welche bei der Berechnung rotierender Maschinen verwendet werden, nutzen und für den linearen Fall umarbeiten. Grund hierfür ist, daß

- sich die dem Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine entsprechenden Spannungsgleichungen von denen im vorgestellten Modell verwendeten unterscheiden
- auch im Kurzschlußläufer einer Asynchronmaschine ein magnetischer Rückschluß gegeben ist.

Bei der Berechnung der Statorinduktivität wird von folgenden Voraussetzungen ausgegangen

- Es gibt keine Wirbelströme im Blechpaket.
- Es gibt keine Stromverdrängung im Leiter.
- Die Permeabilitäten des Luftspaltes und des nichtferromagnetischen Sekundärteils sind konstant.

Für die Maxwell'sche Gleichung (Durchflutungsgesetz) in Differentialform

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_L + \vec{J}_V$$

kann in integraler Form geschrieben werden

$$\oint_C \vec{H}^* d\vec{l} = I^* w = U_M \quad (4.1.2-1)$$

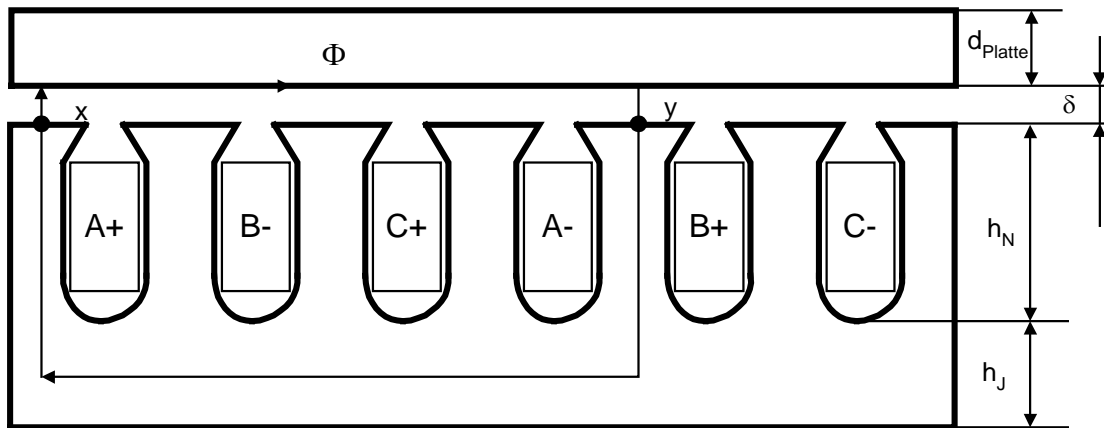


Abb. 4.1.2-1: Primärteil (Stator) eines DLM

Die magnetische Spannung zwischen den Punkten x,y berechnet sich:

$$U_{Mx,x} = \int_x^y \vec{H}^P * d\vec{l}^P \quad (\text{U34})$$

Da jedoch das magnetische Feld quellenfrei ist und damit gilt:

$$\text{div} \vec{B} = \nabla * \vec{B} = 0, \quad (\text{U35})$$

muß für die Berechnung der Induktivität einer Statorphase das Linienintegral komplett berechnet werden.

Der Weg, den der magnetische Fluß im Eisen nimmt, ist (s. Abb. 4.1.2-1):

$$l_{x,y} = (q * m + 1) * (b_Z + b_N) + 2 * h_N + h_J. \quad (\text{U36})$$

Der Luftspalt wird von den magnetischen Flußlinien zweimal durchlaufen.

Da von einem Wirbelstromläufer ausgegangen wird, welcher über keinen magnetischen Rückschluß verfügt, gilt für die Eindringtiefe der Flußlinien gem. [SCH-98]

$$\delta_E = \sqrt{\frac{2}{\omega * \sigma * \mu}} \quad (\text{U37})$$

Für ein Sekundärteil aus Aluminium würde die Eindringtiefe:

$$\delta_E = \sqrt{\frac{2}{\omega * \sigma * \mu}} = \sqrt{\frac{2}{2 * \pi * f * \sigma * \mu}}$$

$$f = 50 * \frac{1}{s}$$

$$\rho = 0,03 * 10^{-6} * \Omega * m = 0,03 * 10^{-6} * \frac{V}{A} * m$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = 33333333 * \frac{A}{V * m}$$

$$\delta_E = \sqrt{\frac{2 * s * V * m * A * m}{2 * \pi * 50 * 33333333 * A * 1 * V * s}} = 1,3819 * 10^{-5} * m = 0,0138 * mm$$

betragen. Nach dieser Entfernung hat sich der magnetische Fluß um das e-fache vermindert. Daher ist der Fehler gering, wenn angenommen wird, daß die magnetischen Flußlinien an der unteren Fläche des Wirbelstromläufers verlaufen (und sich der Rest der Feldlinien über den Luftspalt schließt). Da voraussetzungsgemäß die Permeabilitäten des Luftspaltes und des Sekundärteiles konstant sind, kann für (4.1.2-1) geschrieben werden:

$$\oint H * dl = H_{Fe} * ((q * m + 1) * (b_{ZK} + b_N) + 2 * h_N + h) + 2 * H_\delta * \delta + H_{ST} * (q * m + 1) * (b_{ZK} + b_N) = i * w$$

$$i = \frac{1}{w} * [H_{Fe} * ((q * m + 1) * (b_{ZK} + b_N) + 2 * h_N + h) + 2 * H_\delta * \delta + H_{ST} * (q * m + 1) * (b_{ZK} + b_N)]$$

(4.1.2-2)

Die Fläche, durch welche der magnetische Fluß in den Luftspalt tritt, ist gemäß

Abb. 4.1.2-1:

$$s_{Fe} = (q * m + 1) * (b_{ZK} + b_N) * b_{FE} \quad (\text{U38})$$

Da für die Induktivität gilt:

$$L = \frac{d\Psi}{di}, \quad (\text{U39})$$

muß die Kennlinie $\Psi = f(i)$ ermittelt werden. Dies geschieht mit Hilfe der Kennlinie

$B = f(H)$ des Elektrobleches (s. Abb. 4.1.2-2).

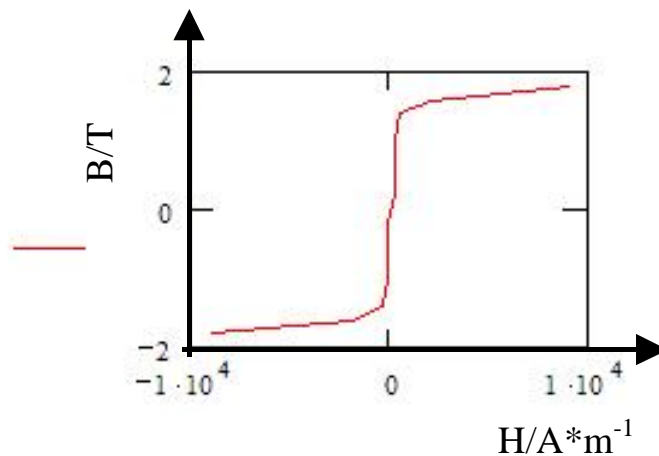


Abb. 4.1.2-2: Kennlinie des Bleches M530-50A

Für verschiedene Werte der magnetischen Flußdichte B_i wird der magnetische Fluß

$$\Psi_i = B_i * s_{Fe} \quad (\text{U40})$$

berechnet. Für die jeweils gleichen Werte von B werden mit (4.1.2-2) die zugehörigen Ströme berechnet. Dabei kann H_{Fei} direkt aus der Kennlinie $B = f(H)$ abgelesen werden; die magnetische Feldstärke im Luftspalt und im nichtferromagnetischen Sekundärteil ergibt sich aus:

$$H_{\delta} = \frac{B_i}{\mu_{\delta} * \mu_0} \quad (\text{U41})$$

$$H_{STi} = \frac{B_i}{\mu_{ST} * \mu_0}$$

Ohne einen großen Fehler zu begehen, kann bei einer Verwendung eines Wirbelstromläufers aus Aluminium bzw. Kupfer mit

$$\mu_{ST} = \mu_{\delta} = 1 * \frac{H}{m}$$

gerechnet werden.

Die Kennlinie $\Psi = f(i)$ nimmt dann folgendes Aussehen an:

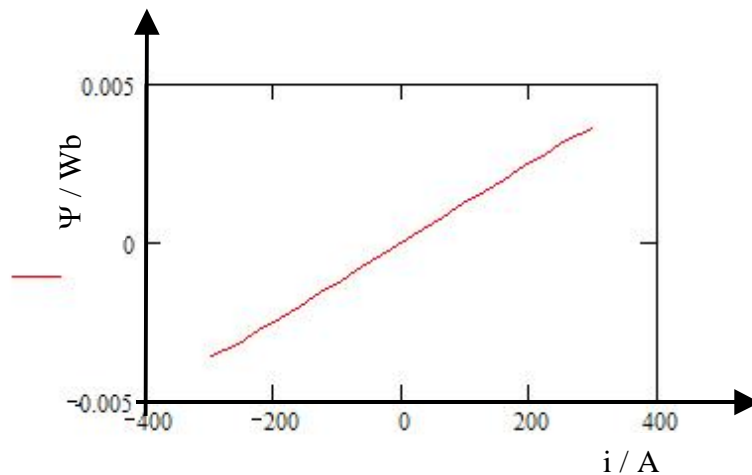


Abb. 4.1.2-3: Die Kennlinie $\Psi=f(i)$ zur Ermittlung der Induktivität einer Statorspule

Bei Experimenten zur Berechnung der Induktivität eines DLM mit Wirbelstromläufer hat sich folgendes herausgestellt:

- Bei Verwendung eines Wirbelstromläufers ist der Weg, den der magnetische Fluß im Bereich mit einer Permeabilität $\mu = 1$ zurückzulegen hat, so groß, daß die Form der B-H-Kennlinie vollkommen „verwaschen“ wird (s. Abb. 4.1.2-3). Ohne einen großen Fehler zu begehen, kann daher die ermittelte Induktivität als konstant angenommen werden. In der Berechnung (s. Anlage 9.3 „Ergebnisse des vorgestellten Modells“) wurde mit einem Mittelwert der Induktivität gerechnet.
- Wird die differentielle Induktivität berechnet, dann ergeben sich Rekursionen, welche die Rechenzeit immens vergrößern. Die Rechenzeit liegt zwar immer noch weit unter der FEM-Simulation, der Aufwand rechtfertigt jedoch den Nutzen nicht. Der Grund für die Erhöhung der Rechenzeit liegt darin, daß für jeden Integrationsschritt die Induktivität aller Statorphasen (mit Interpolationsformeln) aus dem vorher berechneten Strom i_{i-1} und dem vorher berechneten magnetischen Fluß Ψ_{i-1} berechnet werden muß, dann sämtliche Koppelinduktivitäten, dann sämtliche Determinanten, dann sämtliche Ströme, dann erst ist die Kraft berechenbar (s. das Formelwerk im Kapitel 3.6 „Das Komplettmodell“).
- Versuche haben gezeigt, daß im Falle eines magnetischen Rückschlusses als Sekundärteil (konkret: aus St.37) und sehr kleinem Luftspalt (0,1mm) die

Induktivität bei sinusförmiger Bestromung je nach Anzahl der Windungen und Stromamplitude beachtlichen Änderungen unterworfen ist. Allerdings lassen sich diese nur bei Strömen nachweisen, die weit unter dem Nennstrom des Antriebes liegen (vgl. auch [MIL-93]). Die differentielle Induktivität sollte deshalb, schon aus Gründen der Rechenzeit, nur beachtet werden für spezielle Betriebsarten des Antriebes (z.B. bei der Berücksichtigung der Selbsterregung eines Asynchrongenerators).

4.2 Parameter des Sekundärteiles

Nachfolgende Herleitungen beziehen sich auf einen Wirbelstromläufer. Hinweise zur Parametrierung von anderen Läuferarten werden im Kapitel 6.2 „Erweiterung des Modells“ gegeben.

Folgende Vereinfachungen und Annahmen wurden in [BUD-78] definiert:

- a. Das Luftspaltfeld ist sinusförmig
- b. Die Luftspaltinduktion hat nur eine z-Komponente
- c. Das Sekundärteil ist homogen und isotrop
- d. Es tritt keine Stromverdrängung im Sekundärteil auf
- e. Das Luftspaltfeld wird durch die Sekundärteildurchflutung nicht beeinflusst
- f. Außerhalb des Stators ist die Induktion Null

Da bei der numerischen Lösung der unten gezeigten Poisson-Gleichung festgestellt wurde, daß die Stromdichten in jedem Punkt absolut proportional zur Quelle (Erregung) sind und die Sekundärteildurchflutung durch das Modell berücksichtigt wird, sind nur die Bedingungen b.), c.), d.) und f.) notwendig, zumal voraussetzungsgemäß das Prinzip der Superposition zur Anwendung kommt.

Die Maxwell'sche Gleichung

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} = \vec{J}_L + j\omega \vec{J}_V \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} + j\omega \varepsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (4.2-1)$$

wird, da Leitfähigkeit σ eines Wirbelstromläufers hoch und die Frequenz ω niedrig ist und damit

$$\sigma \gg \omega \varepsilon$$

gilt, zu

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_L \quad (4.2-2)$$

Weiterhin wird das Induktionsgesetz angewendet mit

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.2-3)$$

Aus

$$E = \frac{1}{\sigma} * J_L$$

folgt

$$\operatorname{rot} \overset{\rho}{E} = \frac{1}{\sigma} * \operatorname{rot} \overset{\rho}{J}_L = \frac{1}{\sigma} * \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ J_{LX} & J_{LY} & J_{LZ} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sigma} * [i * (\frac{\partial J_{LZ}}{\partial y} - \frac{\partial J_{LY}}{\partial z}) + j * (\frac{\partial J_{LX}}{\partial z} - \frac{\partial J_{LZ}}{\partial x}) + k * (\frac{\partial J_{LY}}{\partial x} - \frac{\partial J_{LX}}{\partial y})]$$

(U42)

Da die Induktion gemäß Annahme nur in z-(k-) Richtung wirkt, können die i- und j-Bestandteile vernachlässigt werden. Die Induktion ist die Luftspaltinduktion. Damit gilt, eingesetzt in (4.2-3):

$$\frac{\partial J_{LY}}{\partial x} - \frac{\partial J_{LX}}{\partial y} = -\sigma * \frac{\partial B_{\delta}}{\partial t}$$

(4.2-4)

Aufgrund der Quellfreiheit des Sekundärteils kann weiterhin geschrieben werden

$$\operatorname{div} \overset{\nu}{J}_L = 0$$

$$\operatorname{div} \overset{\rho}{J}_L = \frac{\partial J_{LX}}{\partial x} + \frac{\partial J_{LY}}{\partial y} + \frac{\partial J_{LZ}}{\partial z} = 0$$

(U43)

Da jedoch die z-(k-) Komponente Null ist, kann umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{LZ}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial J_{LX}}{\partial x} + \frac{\partial J_{LY}}{\partial y} &= 0 \quad \left| * \frac{\partial x}{\partial y} \right. \\ \frac{\partial J_{LX}}{\partial y} &= -\frac{\partial J_{LY}}{\partial y^2} * \partial x \end{aligned} \quad (4.2-5)$$

Das Ergebnis aus (4.2-5), eingesetzt in (4.2-4) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{LY}}{\partial x} - \left(-\frac{\partial J_{LY}}{\partial y^2} * \partial x \right) &= -\sigma * \frac{\partial B_\delta}{\partial t} \quad \left| / \partial x \right. \\ \frac{\partial^2 J_{LY}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_{LY}}{\partial y^2} &= -\sigma * \frac{\partial^2 B_\delta}{\partial t * \partial x} \end{aligned} \quad (4.2-6)$$

Dies ist die Poisson-Gleichung, die zu lösen ist.

In [BUD-78] wurde von einer Luftspaltinduktion

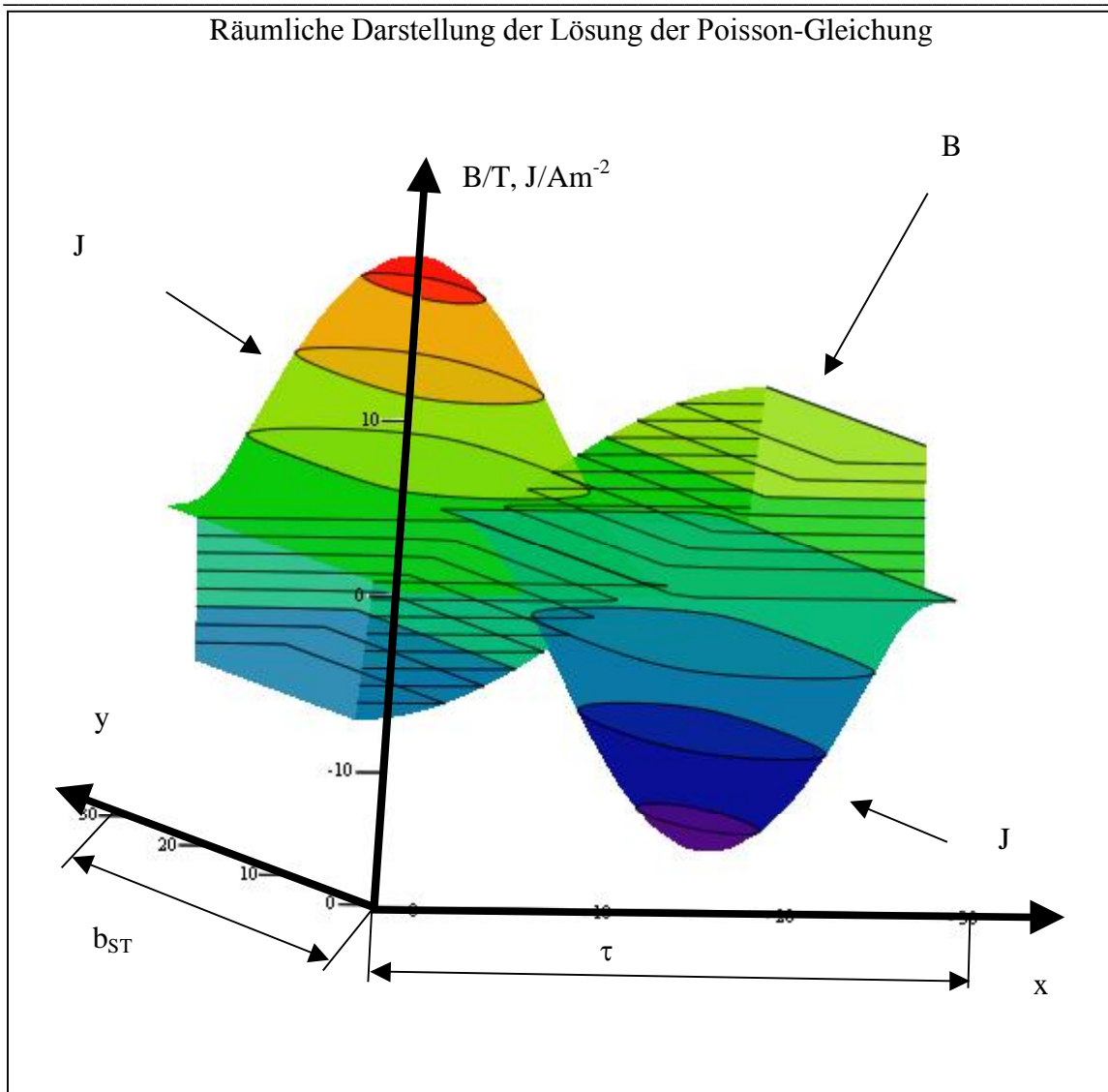
$$B_\delta = -B_{MAX} * \cos\left(\frac{\pi}{\tau} * x - \omega * t - \phi_0\right) \quad (U44)$$

ausgegangen, welche sich nach x differenzieren lässt. Weiterhin wurden die Randbereiche, also die Bereiche des Sekundärteiles unter welchen die Induktion Null ist, beachtet (damit verwandelt sich die Poisson-Gleichung in eine Laplace-Gleichung).

Dank der numerischen Methoden des Mathcad-Softwarepaketes genügt es, hier eine Gleichung für eine Polteilung mit der kompletten Sekundärteilbreite zu lösen, da die „Erregermatrix“ entsprechend verändert werden kann. An den Sekundärteilrändern sind die Randbedingungen (Stromdichte) Null, im Bereich der Sekundärteilränder ist voraussetzungsgemäß die Induktion Null.

Folgende wichtigen Erkenntnisse konnten aus „Versuchen“ gewonnen werden:

- In jedem Punkt sind die Stromdichten direkt proportional zur Höhe der Erregung
- Phasenverschiebungen (welche auf differentielle Induktivitäten hindeuten würden) konnten nicht gefunden werden



S-8,F

Abb. 4.2-1: Räumliche Darstellung der Lösung der Poisson-Gleichung; Erregung mit Induktion gem. (U44) zum Zeitpunkt $t=0$, mit 8-facher Vergrößerung dargestellt; im Bereich der Ränder ist die Induktion Null

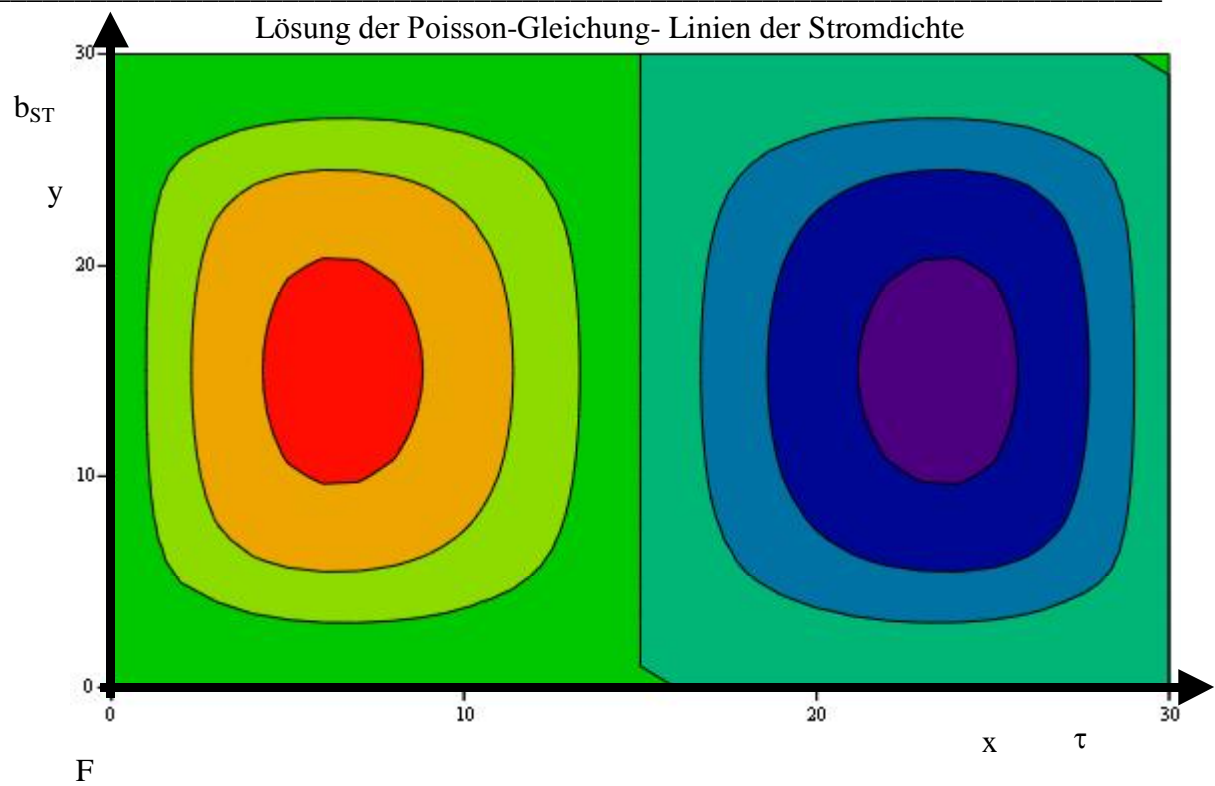


Abb. 4.2-2: Linien der Stromdichte zu obiger Abbildung; die Erregerkurve ist nicht dargestellt

4.2.1 Elektrischer Widerstand einer Sekundärteilphase

Ganz ohne „fiktive Strombahnen“ geht es nicht, da für verwendetes Modell Widerstände und Induktivitäten gefunden werden müssen. Unter Anwendung der Maxwell'schen Gleichungen kann der Fehler für Berechnungen gering gehalten werden.

Nochmals sei darauf hingewiesen, daß eigentlich der gesamte DLM mit der FEM berechnet werden müsste, aber gerade diese Methoden ebenfalls auf starken Vereinfachungen beruhen und, wie die Anlagen beweisen, zum Teil erstaunlich falsche Ergebnisse liefern.

Bei der Auswertung der Poisson-Gleichung wurde festgestellt, daß die Stromdichten an jedem Punkt der betrachteten Fläche direkt proportional zur Erregung sind. Bei sehr großen Randbreiten kommt es jedoch an den Rändern zu „Einschnürungen“, welche sich auf die Summation der Elementarwiderstände auswirken. Aus diesem Grund muß der Phasenwiderstand jeder fiktiven Phase des Sekundärteiles berechnet werden, bei bestimmten Randbreiten wurden Unsymmetrien dieser Parameter bemerkt.

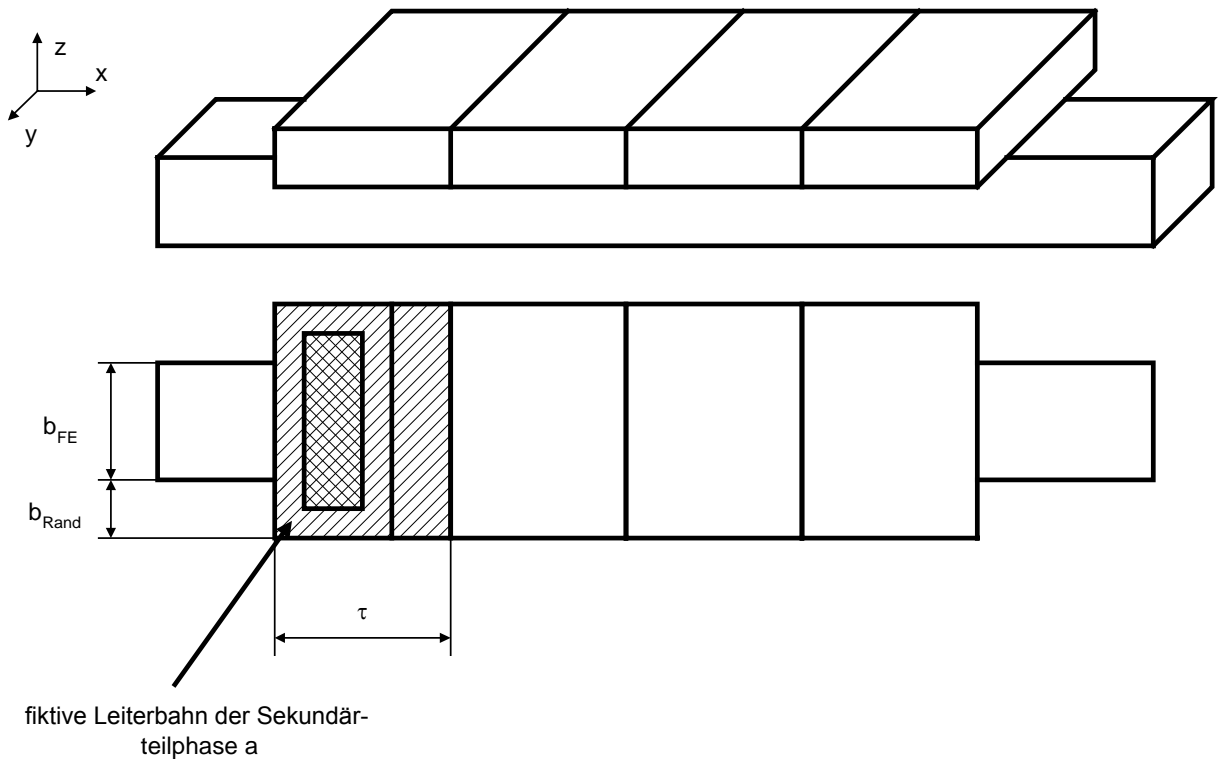


Abb. 4.2.1.-1: Aufteilung des Sekundärteils in fiktive Leiterbahnen

Gemäß [WOL-97] kann der ohmsche Widerstand sehr elegant über die Leistung berechnet werden, wenn die Stromdichten bekannt sind. Dabei gilt:

$$P = \iiint_V p * dx * dy * dz = \frac{1}{\sigma} \iiint_V j^2 * dx * dy * dz \quad (\text{U45})$$

Da die Matrix zur Lösung der Poisson-Gleichung nur eine begrenzte Anzahl von Punkten zulässt (es wurde mit 30 x 30 Elementen gerechnet), müssen die Integrale durch Summen ersetzt werden; sowohl dx als auch dy sind bekannt, dz ist dann die Plattenstärke.

Weiterhin berechnet sich der Strom aus der Stromdichte:

$$I = \iint_S j * dx * dz \quad (\text{U46})$$

Dies, eingesetzt in die Gleichung für den Widerstand, ergibt:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{\frac{1}{\sigma} \iiint_V j^2 * dx * dy * dz}{\left(\iint_S j * dx * dz \right)^2} = \frac{\frac{1}{\sigma} \int_y 1 * dy}{\iint_S 1 * dx * dz} = \rho * \frac{l}{A} \quad (\text{U47})$$

Im Gegensatz zu [BUD-78] wurde festgestellt, daß dies tatsächlich so ist; die Lösungen der Poisson-Gleichung sind absolut proportional zur Höhe der Erregung und auch bei unterschiedlichen Abmaßen der Randbereiche symmetrisch.

In der Anlage sind verschiedene Lösungen der DGL dargestellt mit dem entsprechenden Wert des Widerstandes eines Matrix-Elementes. Es ist also zu erkennen, daß der Widerstand nur vom Material und den geometrischen Abmaßen des Sekundärteils abhängt! Nachdem die elementaren Widerstände bekannt sind, müssen der fiktive Leiterbereich und der fiktive Wickelkopfbereich zur Festlegung des Summationsweges definiert werden. Wie bereits angedeutet, ist die Einführung der Zahl q (Anzahl der Leiter pro Nut und Phase) beim homogenen Sekundärteil nicht sinnvoll; aus diesem Grund besteht der Leiterbereich einer Polteilung des Sekundärteils aus genau 6 Leiterzügen: $a^+, a^-, b^+, b^-, c^+, c^-$.

Stellt sich noch die Frage nach dem fiktiven Wickelkopfbereich, um die Summationsgrenzen in y -Richtung genau zu definieren.

Da gilt

$$\operatorname{div}(j) = 0,$$

müssen die Summen der Stromdichten pro Leiterbreite im Randbereich genau den Summen der Stromdichten in der Mitte des Leiters entsprechen. Dieser Algorithmus wird im entsprechenden Teil des Mathcad-Programmes umgesetzt.

Damit lässt sich die fiktive Leiterbahn genau definieren.

Die Summationswege sind nun bekannt, zur Widerstandsberechnung können die Elementarwiderstände der Matrix entsprechend der Regeln der Elektrotechnik einfach summiert werden.

Fazit:

- Der ohmsche Widerstand des Sekundärteiles hängt nicht von der Höhe der Induktion im Luftspalt ab. Je nach Verhältnis zwischen Eisen- und Randbreite kann es zu „Einschnürungen“ der Stromdichteverteilung im Bereich der Ränder des Sekundärteiles kommen; in den meisten Fällen konnten diese „Einschnürungen“ jedoch nicht beobachtet werden.
- Der ohmsche Widerstand des Sekundärteilleiters lässt sich elementar aus dem spezifischen Widerstand, der Leiterlänge und dem Leiterquerschnitt berechnen.
- Die fiktive Leiterbreite beträgt $2/6$ der Polteilung (Festlegung).

4.2.2 Induktivität einer Sekundärteilphase

*«Индуктивность-не параметр, присущий какому-либо проводнику или обмотке, а отражение условий существования магнитного поля в ЭП» И.П.Копылов
(„Die Induktivität ist kein Parameter, welcher zu einem Leiter oder einer Wicklung gehört, sondern ein Hinweis auf die Existenz magnetischer Felder im elektrischen Antrieb“ I.P. Kopylow Aus dem Russischen vom Verfasser übersetzt)*

Die Berechnung der Induktivitäten des Sekundärteiles, einer einfachen Aluplatte, ist wesentlich anspruchsvoller.

Die Induktivität des Leiterelementes wird aus der Energie des magnetischen Feldes berechnet, welches sich um die stromführenden Leiter ausbildet. Dabei ist das Feld im Inneren der Leiterschleife zu betrachten [WOL-97].

Folgende Annahmen werden gemacht:

- Die Leiterplatte ist homogen
- Da nachfolgende Methoden das Vektorpotential $\vec{A}; \vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ nutzen, kann das Prinzip der Superposition angewendet werden. Das bedeutet, daß
 - das die Stromdichten durch Spannungsinduktion erregende Feld in die Betrachtungen nicht einbezogen wird; es interessiert bei der Induktivitätsberechnung nur das Feld, welches durch die Stromdichten (den Stromfluss) selbst hervorgerufen wird. Das Erregerfeld wird jedoch im Modell berücksichtigt.
 - die Betrachtungen für eine Phase a,b,c nacheinander gemacht werden; die fiktiven Phasen haben eine symmetrische Geometrie. Im Bereich der fiktiven Phasenleiter b und c existieren keine Stromdichten bei Berechnung des Feldes der Phase a usw.

Nachfolgende Überlegungen und Herleitungen sind detailliert in [WOL-97] erläutert. Hier wird deshalb nur der für die Herleitung der Induktivität relevante Teil betrachtet. Dieser

Teil erfolgt ausführlich, da die Energie des Magnetfeldes nicht einfach $W_{\text{Magn}} = \frac{1}{2} * B * H$

ist, sondern auf das betrachtete Volumen bezogen werden muß. Die oben gezeigte

Beziehung bezeichnet lediglich die Energiedichte des magnetischen Feldes in einem Punkt.

„Der Energiegehalt des magnetischen Feldes ist die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um geschlossene Leitersysteme, in denen Strom fließt, aus dem Unendlichen zu transportieren um im betrachtetem Raum ein Feld aufzubauen“.(I .Wolff in [WOL-97])

Um ein System aus stromführenden Leitern aufzubauen, sind verschiedenen Arbeiten zu verrichten:

- die Arbeit, die notwendig ist, um einen Strom im Leiter aufzubauen
- die Arbeit zur Überwindung der Lorenzkraft $\vec{F} = I * (\vec{l} \times \vec{B})$ beim Transport der Leiterschleifen in diesen Raum
- die Arbeit, welche beim Transport von stromführenden Leitern in den Bereich mit anderen stromführenden Leitern durch gegenseitige Beeinflussung dieser entsteht (Lenz'sches Gesetz)

Zur Herleitung der magnetischen Energie im Feld wird nur die Arbeit nach Punkt a.) betrachtet, da das für unseren Fall zutreffend ist; die Überlegungen zu den anderen Arbeiten (welche aber zu ähnlichen Ergebnissen führen) sind in [WOL-97] dargelegt. zu a). Angenommen, in der Leiterschleife fließt der Strom i und wird um di geändert.

Hierbei wird in der Leiterschleife die Spannung $e = -\frac{d\Psi}{dt}$ induziert, welche von der

Spannungsquelle kompensiert werden muß. Damit ist $dW = u * i * dt = i * \frac{d\Psi}{dt} * dt$.

Soll dabei die Stromstärke von Null auf I_1 erhöht werden, so ist dabei die Arbeit

$$W = \int_0^{I_1} i * \frac{d\Psi}{dt} * dt = \int_0^{I_1} i * \frac{d\Psi}{di} * \frac{di}{dt} * dt = \int_0^{I_1} i * L * di = \frac{1}{2} * L * I_1^2 \quad (\text{U48})$$

$$L = \frac{d\Psi}{di}$$

zu verrichten.

Da weiterhin $\Psi = L * I$ ist, ergibt sich die Energie zu

$$W = \frac{1}{2} * \Psi * I \quad (4.2.2-1)$$

Wird nun die Flußverkettung durch das Vektorpotential $\overset{P}{A}$ ersetzt, so gilt:

$$\begin{aligned}\overset{P}{B} &= \text{rot} \overset{P}{A} \\ \overset{P}{A}(x, y, z) &= \frac{\mu}{4 * \pi} * \int_V \frac{\overset{P}{j}_L(x, y, z)}{r} * dV \\ \Psi &= \int_A \overset{P}{B} * \overset{P}{h} * dA = \oint_{C_{x,y,z}} \overset{P}{A}(x, y, z) * d\overset{P}{l}_{x,y,z} \\ W &= \frac{1}{2} * I * \oint_{C_{x,y,z}} \overset{P}{A}(x, y, z) * d\overset{P}{l}_{x,y,z}\end{aligned}$$

Die fiktiven Leiter des Sekundärteils sind keine Linienleiter; deshalb wird I durch die Stromdichten im Leiter ersetzt:

$$\begin{aligned}W &= \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n \int_{S_i} \overset{P}{j}_{Li} * \left(\oint_{C_i} \overset{P}{A} * d\overset{P}{l}_i \right) * \overset{P}{h}_i * dS_i = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n \int_{V_i} \overset{P}{j}_{Li} * \overset{P}{A} * dV_i \\ W_{Magn} &= \frac{1}{2} * \int_V \overset{P}{j}_L * \overset{P}{A} * dV\end{aligned} \quad (4.2.2-2)$$

Aus den Maxwell'schen Gesetzen folgt:

$\text{rot} \overset{P}{H} = \overset{P}{j}_L$, die Verschiebestromdichte war zu vernachlässigen.

Aus der Vektoralgebra ist weiterhin bekannt:

$$\begin{aligned}\text{div}(\overset{P}{H} \times \overset{P}{A}) &= \overset{P}{A} * \text{rot} \overset{P}{H} - \overset{P}{H} * \text{rot} \overset{P}{A} \\ \overset{P}{A} * \text{rot} \overset{P}{H} &= \text{div}(\overset{P}{H} \times \overset{P}{A}) + \overset{P}{H} * \text{rot} \overset{P}{A}\end{aligned}$$

Das, eingesetzt in (4.2.2-2) ergibt:

$$\begin{aligned}W_{Magn} &= \frac{1}{2} * \int_V \overset{P}{j}_L * \overset{P}{A} * dV = \frac{1}{2} * \int_V \text{rot} \overset{P}{H} * \overset{P}{A} * dV = \\ &= \frac{1}{2} * \int_V \text{rot} \overset{P}{A} * \overset{P}{H} * dV + \frac{1}{2} * \int_V \text{div}(\overset{P}{H} \times \overset{P}{A}) * dV\end{aligned} \quad (U49)$$

Gemäß Definition des Vektorpotentials $\overset{P}{B} = \text{rot} \overset{P}{A}$ und dem Integralsatz von Gauss-Ostrogradski (s. auch [BRO-60] und [BLU-94])

$$\oint_S \overset{P}{B} * dS = \int_{V'} \text{div} \overset{P}{B} * dV$$

kann nun geschrieben werden:

$$W_{Magn} = \frac{1}{2} * \int_V \overset{\rho}{H} * \overset{\rho}{B} * dV + \oint_S (\overset{\rho}{H} \times \overset{\rho}{A}) * \overset{\rho}{h} * dS \quad (\text{U50})$$

In [WOL-97] wird bewiesen, daß der zweite Term verschwindet. Deshalb ist die Energie des magnetischen Feldes der Leiterschleife des fiktiven Sekundärteilleiters:

$$\overset{\rho}{H} = \frac{1}{\mu * \mu_0} * \overset{\rho}{B}$$

$$\mu = const. \quad (4.3.2.2-3)$$

$$W_{Magn} = \frac{1}{2 * \mu * \mu_0} * \int_V \overset{\rho}{B} * \overset{\rho}{B} * dV = \frac{1}{2 * \mu * \mu_0} * \int_V B^2 * dV$$

Wichtig ist hier also immer die Integration(Summation) über das Volumen des Leiterelementes!

Gleichzeitig gilt gemäß (4.2.2-1):

$$W_{Magn} = \frac{1}{2} * I * \Psi$$

$I = I_a / A$ - der Strom im felderzeugenden Leiter

$\Psi / T * m^2$ - der Fluß, welcher durch die durch den Leiter aufgespannte Fläche aufgrund des erzeugten Feldes tritt

Weiterhin ist bekannt $\Psi = L * I$, woraus folgt:

$$L = \frac{1}{\mu * \mu_0} * \frac{\int_V B^2 * dV}{I^2} \quad (4.2.2-4)$$

Der Ersatz des Stromes durch die elementaren Stromdichten des Leiters und die quadratische Mittelwertbildung ergibt die benötigte Berechnungsformel:

$$L = \frac{1}{\mu^* \mu_0} * \frac{\sum_{i=1, j=1}^{N, N} B_{i, j}^2 * \Delta x(i) * \Delta y(j) * d_{platte}}{\sum_{k=1; l=1}^{l, k1} j_{Lkl}^2 * \Delta x(k) * \Delta y(l)} \quad (4.2.2-5)$$

B ist die Induktion aller Punkte der betrachteten Leiterschleife und wird durch Teilfelder ΔB_i gebildet. Ein Teilfeld wiederum wird durch Überlagerung der Felder gebildet, welche sich als Ergebnis der elementaren Stromdichten ausbilden.

Die Induktion in jedem Punkt innerhalb der Leiterschleife (also unanhängig davon, ob ein Strom im betrachteten Gebiet fließt oder nicht) können mit dem Biot-Savart'schen Gesetz [BES-73], [BES-03] ermittelt werden:

$$dB = \frac{\mu^* \mu_0}{4 * \pi} * \frac{j_L^{\rho} * r_0^{\rho}}{r^2} * dV$$

$$B = \frac{\mu^* \mu_0}{4 * \pi} * \int_V \frac{j_L^{\rho} * r_0^{\rho}}{r^2} * dV \quad (4.2.2-6)$$

$\frac{j_L^{\rho}}{m^2}$ - Vektor einer elementaren

Stromdichte

$\frac{r_0^{\rho}}{1}$ - Einheitsvektor, welcher in Richtung des

Abstandes zwischen dem Vektor der

elementaren Stromdichte j_L^{ρ} und dem zu

betrachtenden Feldpunkt zeigt

r/m - Abstand zwischen der elementaren

Stromdichte und dem zu betrachtenden

Feldpunkt

dV/m^3 - Volumenelement, in welchem die

Stromdichte j_L^{ρ} herrscht

Da hier numerische Methoden zur Anwendung kommen (es soll also der Zahlenwert der Induktivität errechnet werden), sind zum Skalarprodukt des Vektors der elementaren Stromdichte mit dem Einheitsvektor in Richtung Abstand folgende Überlegungen maßgeblich.

Weiter oben wurde die Poisson-Gleichung in einer quadratischen Matrix gelöst, hieraus wurden die Elementarleiter festgelegt; das Netz auf der Oberfläche des Sekundärteiles sieht also wie folgt aus:

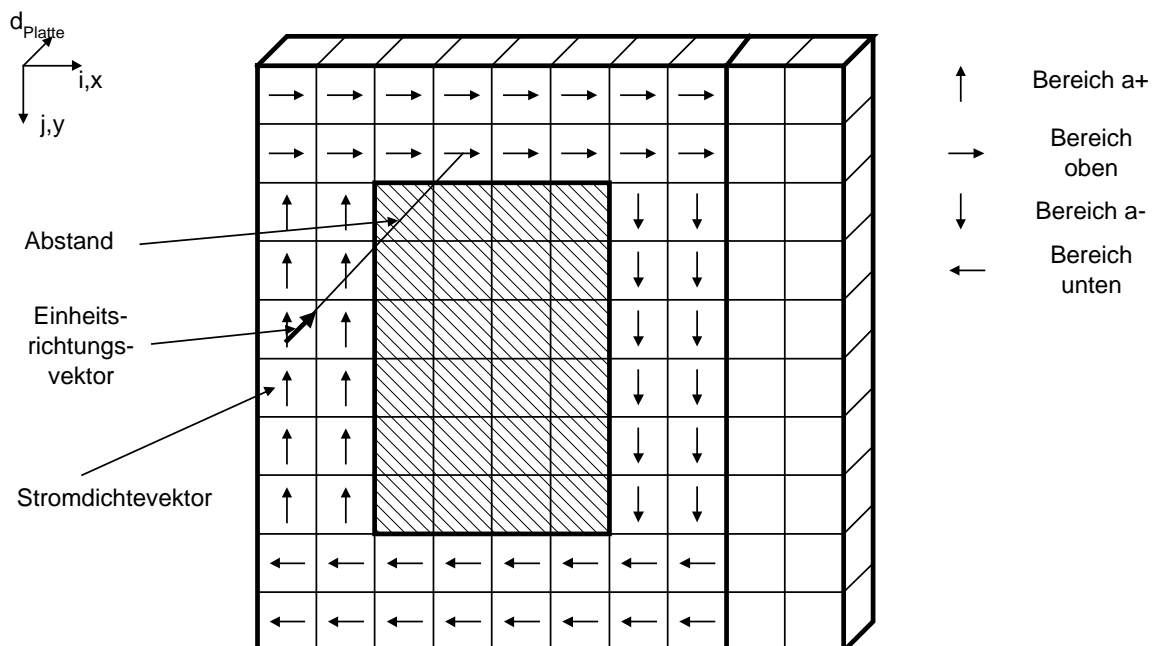


Abb. 4.2.2-1: Elementarleiter der Phase a des Sekundärteiles

Eingezeichnet sind die angenommenen Richtungen der Elementar-Stromdichtevektoren.

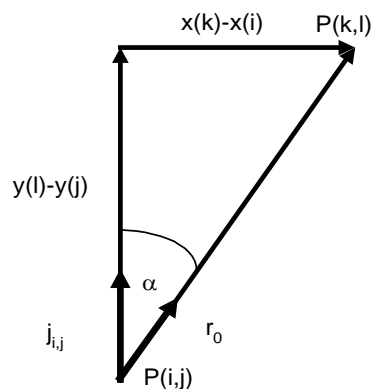
Bei der Berechnung des Skalarproduktes $\frac{j_L^P * P_0^P}{r^2}$ müssen 2 Fälle unterschieden werden, je nachdem, in welchem Bereich sich die Stromdichtevektoren befinden.

Grundsätzlich gilt für die Umrechnung der Matrixelemente in reale geometrische Größen:

$$x(i) = \frac{i}{N} * \tau, \quad y(j) = \frac{j}{N} * b_{ST}$$

N- ist die Größe der Matrix in einer Dimension
j,i- sind die Laufindizes bei der Berechnung des
Skalarproduktes

Bereich a+ und a- (fiktiver Leiterbereich)



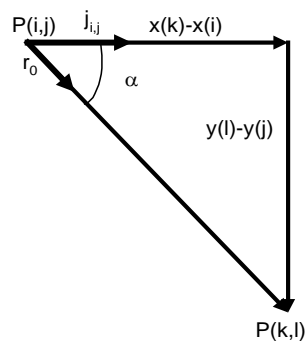
$$\overset{P}{j_L} * \overset{P}{r_0} = |j_L| * |r_0| * \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{y(l) - y(j)}{\sqrt{[x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2}}$$

$$\frac{\overset{P}{j_L} * \overset{P}{r_0}}{r^2} = \frac{j_{Li,j} * 1 * [y(l) - y(j)]}{\sqrt{[x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2}} = \frac{j_{Li,j} * 1 * [y(l) - y(j)]}{([x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dV = x(i) * y(j) * d_{Platte}$$

(U51)

Bereich oben und unten (fiktiver Wickelkopfbereich)

$$j_L^U * f_0^P = |j_L| * |r_0| * \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{x(k) - x(i)}{\sqrt{[x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2}}$$

$$\frac{j_L^U * f_0^P}{r^2} = \frac{j_{Li,j} * 1 * [x(k) - x(i)]}{\sqrt{[x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2}} = \frac{j_{Li,j} * 1 * [x(k) - x(i)]}{([x(k) - x(i)]^2 + [y(l) - y(j)]^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dV = x(i) * y(j) * d_{Platte}$$

(U52)

Damit sind die Induktivitäten aller Sekundärteilphasen berechenbar; dieser Rechengang wird in vorliegender Arbeit verwendet.

Ein anderer Ansatz der Induktivitätsberechnung wird in [SCH-03] vorgestellt; dieser Ansatz kommt bei der Verwendung der FEM zur Verwendung, wenn für jedes Volumenelement der Anordnung die Energie berechnet wurde. Sind die Energien bekannt, werden diese für den Leiter aufsummiert. Die Induktivität wird dann aus der Beziehung

$$L = \frac{2 * W}{I^2} \quad \text{(U53)}$$

ermittelt.

5. Empirische Vereinfachung des Modells

In der Literatur wurde verschiedene Modelle von Asynchronmaschinen vorgestellt ([SCH-65], [BAS-82]). Dabei handelt es sich meist um Modelle, die das Verhalten der Maschinen bei Laständerungen (Störverhalten) im linearen Bereich der mechanischen Kennlinie $\omega = f(M)$ beschreiben. Da jedoch oftmals die Meinung vertreten wird, daß sich auch die Hochlaufvorgänge einer derartigen Maschine mit einem vereinfachten Modell beschrieben werden kann, wurden nachfolgende Untersuchungen angestellt.

Da die transienten Vorgänge beim Hochlauf und Lastaufschaltung, welche mit dem vorgestellten Modell berechnet wurden, der Lösung einer DGL 2. Ordnung ähneln, wurde versucht, das Modell empirisch zu vereinfachen. Als Struktur diente ein in [BAS-82] vorgestelltes Schema

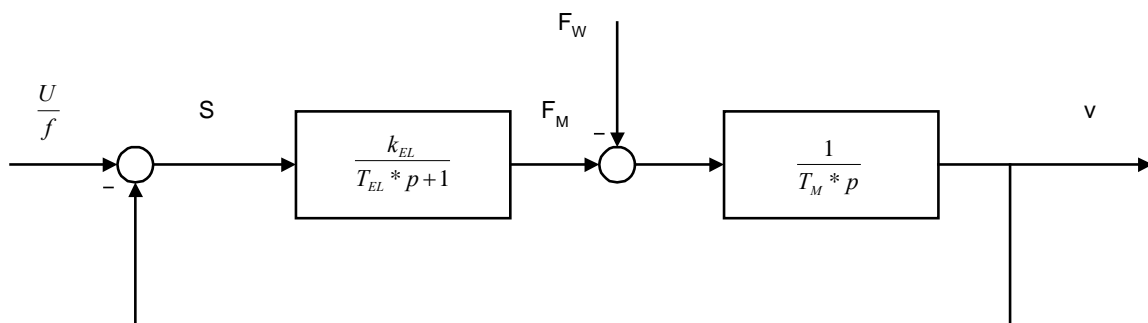


Abb. 5-1: dynamisches Modell eines Antriebs

Für den elektrischen Teil lässt sich finden:

$$G_1(p) = \frac{F_M}{\frac{U}{f} - v} = \frac{k_{EL}}{T_{EL} * p + 1} \quad (5.1)$$

Der mechanische Teil des Antriebes lässt sich beschreiben:

$$G_2(p) = \frac{v}{F_M - F_L} = \frac{1}{T_M * p} \quad (5.2)$$

Der mechanische Teil entspricht exakt der DGL, welche im vollständigen Modell verwendet wurde.

Um das vorgestellte Modell durch das Modell 2. Ordnung (Abb. 5.1) zu ersetzen, müssen die Parameter k_{EL} und T_{EL} gefunden werden.

Aus der Lösung der DGL des Kompletmodells können nun die einzelnen Parameter bestimmt werden; die Parameter des mechanischen Teils sind bekannt: $T_M = m$.

Im stationären Betrieb gilt:

$$k_{EL} = \frac{F_L}{\frac{U}{f} - v_{END}} \quad (5.3)$$

Aus den berechneten Hochlaufkurven lässt sich zudem die „elektrische“ Zeitkonstante bestimmen:

$$T_{ELi} = T_{EL}(i * h) = T_{EL}(t) = (k_{EL} * (\frac{U}{f} - v_i) - F_{Mi}) * \frac{h}{F_{Mi+1} - F_{Mi}} \quad (5.4)$$

Es konnte nachgewiesen werden, daß:

1. der Parameter k_{EL} abhängig ist von der Belastung **und** vom Sollwert, also von den verschiedenen Erregungen des Systemes.
2. der Parameter $T_{EL}(t)$, welcher für eine bestimmte Verstärkung gefunden wurde, periodisch ist. Dabei ändert sich die Periode mit der Sekundärteilgeschwindigkeit. Eine Vereinfachung der Funktion mit verschiedenen Regressionsalgorithmen sowie der Versuch der Fourierzerlegung bringen keine Resultate.

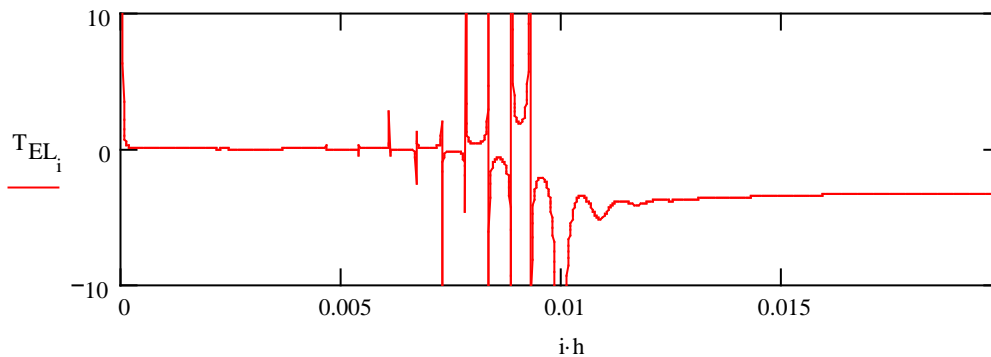


Abb. 5-2: Form der elektrischen Zeitkonstante

Im Bereich der Beendigung des Hochlaufvorganges (also im stationären Betrieb) sind zudem die Differenzen der Kräfte in (5.4) fast Null, so daß die damit errechneten Zeitkonstanten keinen Sinn mehr ergeben.

Bei der Lösung von herkömmlichen Systemen von DGL mit der Runge-Kutta-Methode konnte festgestellt werden, daß beim „Rückrechnen“ der Parameter k_{EL} immer konstant ist und der Parameter $T_{EL}(t)$ immer an der Stelle $t=0$ der passende ist.

Fazit :

- Es wurden keinerlei Vereinfachungsmöglichkeiten für das vorgestellte Modell gefunden; obwohl diese Versuche mit konstanten Maschinenparametern (R,L) durchgeführt worden sind (also trotzdem die Sättigung noch nicht berücksichtigt wurde), ist das Modell nichtlinear und damit nicht zu vereinfachen.
- Aufgrund der Tatsache, daß bei den zur Simulation verwendeten Softwarepaketen Mathcad [MAT-01] und VisSim [VIS-02] deren Kapazität nur durch die Leistung des PC eingeschränkt ist und sich ein kompletter Linearmotor in wenigen Minuten berechnen lässt, erscheint eine Vereinfachung nicht sinnvoll; es sei denn, es soll eine spezielle Firmware für Frequenzumrichter geschaffen werden, die für den Einsatz mit Linearmotoren zugeschnitten ist (adaptive Regelung; Einsatz von Beobachtern usw.)

6. Ausblick. Zusätzliche Ergebnisse des Modells

6.1 Verfeinerung des Modells

Das vorgestellte Modell funktioniert hervorragend (s. Anlage 9.5 „Ergebnisse des vorgestellten Modells) und kann beliebig erweitert und verfeinert werden. Dieses Modell beschreibt die Umwandlung von Energien und kann mit den entsprechenden Anpassungen für beliebige Konfigurationen von Energiespeichern verwendet werden; egal, ob es sich dabei um einen Transformator, einen Asynchronmotor/-generator, einen Gleichstrommotor/-generator, Synchronmotor/-generator handelt.

Zur Vorstellung des Modells für einen Asynchronlinearmotor wurden die Programmpakete Mathcad und VisSim verwendet. Leider hat sich erst nach der Erstellung der Software ergeben, daß die Hersteller Mathsoft und Visual Solutions ihre Softwarepakete aufeinander abgestimmt haben. Damit ist es möglich, die Parameter des DLM mit Mathcad zu berechnen; die eigentliche Simulation aber mit VisSim durchzuführen.

Die Vorteile von Mathcad sind:

- Vordefinierte Funktionen, die Lösung der Poisson-Gleichung erfolgt durch Aufruf der entsprechenden Funktion *relax*; bei einer Programmierung in einer Hochsprache müsste sich der Programmierer Gedanken über Gauß-Seidel-Iterationen und Jacobi'sche Matrizen machen.
- Einfache Berechnung von Determinanten, einfach dadurch, daß man sie aufschreibt.

Die Nachteile von Mathcad werden besonders augenfällig bei der Lösung der DGL des Komplettsystemes. Durch Verwendung von Funktionen, besonders zur Berechnung der differentiellen Induktivitäten, wächst die Rechenzeit ins Unermessliche. Weiterhin ist die Stabilität der Runge-Kutta-Methode abhängig von der Größe der Parameter (R,L), sehr oft mussten die Schrittweiten entsprechend angepasst werden, um überhaupt sinnvolle Ergebnisse zu bekommen.

Vor einer Weiterentwicklung des Modells muß entschieden werden, ob

- Die Ergebnisse für die Parameter des Sekundärteils vorher mit Mathcad berechnet werden und diese dann als Tabellen in ein entsprechendes Hochspracheprogramm eingefügt werden, oder
- ein entsprechendes Hochspracheprogramm entwickelt wird, welches auch die Poisson-Gleichung schnell und richtig löst.
- ob es sich aufgrund des Rechenaufwandes lohnt, die beiden Softwarepakete Mathcad und VisSim zu verknüpfen.

Die Programmierung der Lösung der DGL Modells in einem anderen Hochspracheprogramm bringt den Vorteil, daß die veränderlichen Parameter vor der eigentlichen Integration für den Zeitpunkt „kurz davor“ berechnet werden können und keinerlei langwierigen Aufrufe von Funktionen von Funktionen von Funktionen... usw. erfolgen muß. Außerdem bringt die Unterprogrammtechnik (welche bei Mathcad leider vollkommen fehlt) Vorteile.

6.1.1 Vollständige Berechnung der Koppelkoeffizienten

In erster Näherung wurden die Koppelkoeffizienten k_S, k_R, k_{RS} einfach ausgehend von den verschiedenen Streuungen berechnet. Eine genaue Berechnung ist hier jedoch nur mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen möglich.

6.1.2 Einarbeitung verschiedener Sekundärteilkonfigurationen

In der Praxis kommen verschiedene Sekundärteilkonfigurationen zum Einsatz. Mögliche Sekundärteile sind z.B.

- Platte aus leitfähigem, nichtferromagnetischem Material, z.B. Aluminium (wie vorgestellt) oder Kupfer
- Platte aus leitfähigem Material mit ferromagnetischen Eigenschaften
- Sekundärteil in Sandwichausführung, bestehend aus geschichtetem oder nichtgeschichtetem ferromagnetischem Rückschluß mit aufgetragener (Flammspritzen) oder aufgenieteter Wirbelstromschicht (Al, Cu).

- Strukturiertem Sekundärteil (s. DLM der Fa. Krauss-Maffei), bestehend aus Joch aus Trafoblech mit eingearbeiteter Kurzschlußwicklung
- Sekundärteil mit aufgebrauchten Permanentmagneten (Synchronmotor)

Für sämtliche vorgestellten Sekundärteilkonfigurationen müssen die Modellparameter neu bestimmt werden; die entsprechenden Lösungsansätze wurden vorgestellt.

Auch die Induktivitäten des Primärteiles sind dabei jeweils neu zu berechnen (Formeln herleiten).

6.1.3 Einarbeiten der Nutharmonischen

Die Nutschrägung kann mit Hilfe der entsprechenden Koeffizienten berücksichtigt werden. Die eigentliche Nutung, also die Tatsache, daß das Luftspaltfeld nicht sinusförmig ist, kann über periodische Koppelkoeffizienten berücksichtigt werden. Dabei ist:

$$T = \frac{b_Z + b_N}{\pi}; k_{Koppel} = f(x); x = \frac{\tau}{\pi} * \Theta \quad (\text{U54})$$

Dabei ist die Zahnentlastung zu berücksichtigen [REI-73].

6.1.4 Berücksichtigung der Stromverdrängung

Ausführliche Richtlinien zur Berechnung der Stromverdrängung sind in [KOP-80] gegeben.

6.1.5 Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste

Hier gibt es drei Methoden- die umständliche (aber genaue) und zwei überschlägige. Bei der genauen ist ein Ummagnetisierungszyklus zu beachten (die Blechkennlinie ist bekannt) und hieraus der Verlust zu berechnen [BES-73], [BES-03].

Die überschlägige Methode geht von den Herstellerangaben zum Ummagnetisierungsverlust aus. Da im Verlauf der Integration zu jedem Zeitpunkt der Statorfluß bekannt ist, kann aus den Herstellerkennlinien der entsprechende Verlust berechnet werden.

Wird von konstanten Induktivitäten ausgegangen (und es wurde gezeigt, daß sich der Fehler hierbei in Grenzen hält, vgl. auch [MIL-93]), dann genügt eine Schätzung der Ummagnetisierungsverluste, basierend auf den Angaben der spezifischen Verluste des Herstellers.

6.1.6 Berücksichtigung der Erwärmung des Antriebs (Widerstandsänderung)

Ein sehr wichtiger Punkt, wie schon in (s. 2.1 „Grenzen des FEM-Modells“, Punkt 5 „Erwärmung“) gezeigt wurde. Gerade bei Linearmotoren können die Erwärmungen beachtlich sein und damit grosse Widerstandsänderungen nach sich ziehen. Die Erstellung eines „multiphysikalischen Modells“ war nicht Ziel dieser Arbeit; für die Berücksichtigung der Erwärmung kann auf [GOL-01-1] verwiesen werden. Hier werden genaue Vorschläge

zur Lösung der Gleichung
$$P = k_T * S * \tau + c * m * \frac{d\tau}{dt}, \quad (\text{U55})$$

bis hin zum fertigen Mathcad-Programmteil, gemacht.

6.1.7 Berücksichtigung der Sättigung und der Magnetisierungskennlinie des Elektrobleches

Hierzu wurden im Rahmen dieser Arbeit Versuche angestellt; angesichts der Rechenzeit, welche sich dabei in Grössenordnungen erhöht und angesichts der Tatsache, daß sich die Genauigkeit der Rechenergebnisse nur sehr gering verbessert, kann hierbei bei einem grossen Teil der Aufgaben zur Projektierung eines Linearmotors verzichtet werden. In [MIL-93] wird der maximale Fehler bei der Ermittlung der Gesamtstreureaktanz bei einem zehnfachen Nennstrom mit 30% angegeben.

Der unten aufgeführte Vergleich zwischen Messung am Objekt, Simulation mit VisSim und Simulation mit Maxwell2D zeigt jedoch, daß der Fehler, bezogen auf die elektromechanische Kennlinie des Antriebes $v=f(F_T)$ vernachlässigbar ist; möglicherweise addieren sich die Toleranzen nicht algebraisch, sondern geometrisch.

6.2 Erweiterung des Modells

6.2.1 Berechnung aller Leistungen und Energien

In einer elektrischen Maschine treten verschiedene Leistungen auf, die sowohl Nutzen bringen (Wirkleistung), einfach für den Betrieb der Maschine notwendig sind (Blindleistung), die geometrische Summe aus beiden (Scheinleistung) sowie Transferleistungen [KOP-00]. Dem entsprechen die verschiedenen Energiearten.

Die Wirkleistung wird definiert als:

$$p = m_{PH} * u * i * \cos \varphi \quad (6.2.1-1)$$

, was dem Skalarprodukt der beiden Raumvektoren u und i entspricht. Für das vorgestellte Modell lässt sich also schreiben:

$$p = u_A * i_A + u_B * i_B + u_C * i_C.$$

Damit lässt sich also die Wirkleistung auch während der transienten Vorgänge berechnen, bei denen von einem konstanten Phasenwinkel nicht ausgegangen werden kann.

Die Blindleistung wird definiert als: $q = m * u * i * \sin \varphi$, was dem Vektorprodukt der beiden Raumvektoren u und i entspricht, es gilt also:

$$q = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_A & u_B & u_C \\ i_A & i_B & i_C \end{vmatrix} = u_B * i_C - u_C * i_B - u_A * i_C + u_C * i_A + u_A * i_B - u_B * i_A$$

Die Scheinleistung ist: $s = \sqrt{p^2 + q^2}$

Diese Ergebnisse können zur Optimierung der Maschine benutzt werden. In (A.9.5.1 „Ergebnisse des vorgestellten Modells. Qualitative Betrachtung“) sind die verschiedenen Leistungen dargestellt. Bei Aufschaltung einer antreibenden Kraft ist zu sehen, daß der Antrieb Leistung erzeugt (Übergang in den Generatorbetrieb); es ist jedoch auch zu sehen, dass diese nicht besonders groß ist (der simulierte Motor ist ein schlechter Generator). Bei

Erweiterung der Stator-DGL um einen Kondensator müsste sich die Blindleistung verringern.

Gleiches gilt für die Energien (Produkte aus Fluß und Strömen).

Interessant ist, daß sich die mechanische Leistung $p_{Mech} = F * v$ und die Wirkleistung [F.6.2.1-1] unterscheiden, obwohl Lüfter- und Reibungsverluste noch nicht im Modell eingearbeitet sind. Hieraus kann der Wirkungsgrad der Maschine berechnet werden. Der Leistungsfaktor lässt sich direkt aus den Ergebniskurven mit $\cos\varphi$ berechnen.

6.2.2 Berechnung aller auftretenden Kräfte; Minimierung der Anziehungskräfte

Zwischen zwei bestromten Leitern existieren Kräfte. Gemäß [CIL-79] gilt im elektromechanischen, rotatorischen Energiewandler

$$M = \frac{1}{2} * \sum_{i=A}^{i=c} i_i * \sum_{j=A}^{j=c} \frac{\partial M_{i,j}}{\partial \Theta} * i_j; \quad i, j = A, B, C, a, b, c \quad (\text{U57})$$

Unter Verwendung des „Radius“ zur Umwandlung rotatorischer in translatorische Größen kann also geschrieben werden:

$$F = \frac{\pi}{\tau} * \frac{1}{2} * \sum_{i=A}^{i=c} i_i * \sum_{j=A}^{j=c} \frac{\partial M_{i,j}}{\partial \Theta} * i_j. \quad (\text{U58})$$

Die Formeln für die Vorschubkraft des Linearmotors (F_T , F_V , Tangentialkraft) und die Anziehungskraft zwischen Primärteil und Sekundärteil (F_N , Normalkraft) sind in dieser Arbeit hergeleitet und verwendet worden.

Gemäß [KOP-00] haben sämtliche Produkte aller Ströme einen physikalischen Sinn. Nach weiteren mathematischen Herleitungen kann das vorgestellte Modell erweitert werden, um so Rüttelkräfte und Vibrationen der Anordnung Primärteil-Sekundärteil zu berechnen.

Es wurden bereits im Zusammenhang mit dieser Arbeit mathematische Experimente durchgeführt, welche gezeigt haben, daß es möglich ist, Vorschubkräfte und gleichzeitig Abstossungskräfte zu erzielen; bei Verwendung einer Aluminiumplatte ist das Phänomen der Levitation experimentell zu beobachten; bei Verwendung eines ferromagnetischen Sekundärteiles treten bekanntlich nur Anziehungskräfte zwischen Primärteil-Sekundärteil auf. Gelingt es jedoch, auf die Parameter beider Gruppen von Strömen (Amplitude, Phasenverschiebung) unabhängig voneinander Einfluss zu nehmen (ggfs. durch gezielte asymmetrische Einspeisung oder durch Verwendung einer Doppelstatoranordnung- nicht im herkömmlichen Sinn, sondern in der Ausführung einer Maschine mit doppelter Einspeisung- mit den entsprechenden unterschiedlichen Stromreglern), dann kann auch bei ferromagnetischem Sekundärteil eine Abstossung („Fliegender Teppich“) erzielt werden.

6.2.3 Simulation des Generatorbetriebes

Die Simulation des Generatorbetriebes funktioniert bereits (s. Anlage 9.5.1. „Ergebnisse des vorgestellten Modells. Qualitative Betrachtung“); ganz eindeutig sind Strom- und Phasenänderungen zu sehen, die Leistung und die Geschwindigkeit ändert sich beim Übergang vom Motor in den Generatorbetrieb.

Interessant wäre es in diesem Zusammenhang, eine Kompensation bzw. Erzeugung von

Blindleistung durch Erweiterung der Stator-DGL um den Ausdruck $\frac{1}{C} * \int_{t_{ANF}}^{t_{ENDE}} i * dt$ zu

simulieren.

6.2.4 Simulation der Selbsterregung

Die Natur der Selbsterregung einer Asynchronmaschine ist bekannt und wurde vor vielen Jahren z.B. bei kleinen Wasserkraftwerken für den Inselbetrieb verwendet.

Die mathematische Darstellung der Selbsterregung und die Verwendung im vorgestellten Modell sollte jedoch auf jeden Fall untersucht werden.

In der Praxis wird die Generatorkennlinie der Asynchronmaschine $I = f(U, f_R)$ gemessen (im Leerlauf) und dann eine Kondensatorbatterie so gewählt, daß sich ein Arbeitspunkt, d.h. ein Schnittpunkt zwischen der Generatorkennlinie und dem kapazitiven Widerstand

$$X_C = \frac{1}{\omega * C} \text{ ergibt.}$$

Die Generatorkennlinie kann bereits aus vorgestelltem Modell berechnet werden. In welcher Form die Remanenzspannung eingearbeitet wird, ist noch herzuleiten.

Auf jeden Fall können die remanenten Flüsse wie folgt ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \Psi_R &\sim B_R * S * \left(\frac{v_S - v_R}{v_S}\right) \\ \Psi_{RA} &\sim \Psi_R \\ \Psi_{RB} &\sim \Psi_R * \sin\left(\frac{2 * \pi}{3}\right) \\ \Psi_{RC} &\sim \Psi_R * \sin\left(-\frac{2 * \pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (\text{U59})$$

S ist die Fläche des Stators, durch welche der Fluss tritt (s. Kapitel 4.1.2 „Induktivität einer Statorphase“). Wichtig ist hier, daß die Argumente der Winkelfunktionen gleich denen der Erregerspannungen der einzelnen Phasen sind.

Die magnetische Flussverkettung der jeweiligen Phase ist die Summe der Projektionen aller magnetischen Flussverkettungen auf diese Phase.

6.2.5 Erweiterung des Modells auf eine Doppelstatoranordnung

Es ist bekannt, daß die Vorschubkraft einer Doppelstatoranordnung mehr als das Doppelte der Kraft der Einstatoranordnung beträgt. Dies wurde in umfangreichen Versuchen und FEM-Simulationen nachgewiesen. Deshalb wird auch die Doppelstatoranwendung verbreitet Anwendung finden.

Da, wie gezeigt wurde, im homogenen, isotropen Sekundärteil die Höhe der Stromdichten direkt proportional der Induktion ist, hat diese Anordnung keinen Einfluß auf die Parameter (R,L) der Leiterplatte.

Es sind jedoch in das DGL-System zusätzliche Gleichungen für den zweiten Stator einzufügen und die Koppelkoeffizienten neu zu berechnen (magnetischer Rückschluß vorhanden).

6.2.6 Einarbeitung des Umrichterbetriebes

Bisher wurde von einer sinusförmigen Speisespannung aus einem Netz unendlicher Leistung ($R_i=0$) ausgegangen. In den meisten Fällen wird der DLM jedoch am Umrichter betrieben. Das bedeutet:

- Die Speisespannung ist nicht sinusförmig, sondern eine stückweise lineare Funktion mit einer Periode, die der Taktzeit des FU entspricht.
- Der Umrichter fährt Spannung und Frequenz an einer Rampe hoch.
- Bei Belastung des Umrichters kann es zu Spannungsabsenkungen kommen ($R_i>0$).
- Der Umrichter stellt eine Nichtlinearität dar, d.h. bei hohen Strömen arbeitet der Umrichter an der Stromgrenze und die weitere Beschleunigung wird begrenzt.

Der Hersteller des Softwarepakets VisSim bietet bereits eine Reihe von Inverter-Modellen an, die dann einfach mit dem vorgestellten Modell verschaltet werden können.

7. Zusammenfassung

In vorliegender Arbeit wurde ein dreiphasiges Modell eines Drehstromlinearmotors vorgestellt und am konkreten Beispiel eines Wirbelstromsekundärteiles gezeigt, wie sich die Parameter des Modells bestimmen lassen.

Grund für die Entwicklung des Modells war der Wunsch, schnell und effizient Linearmotoren projektieren bzw. entwickeln und Untersuchungen an den Motoren anstellen zu können.

Es hat sich durch den Vergleich mit Messungen gezeigt, dass das vorgestellte Modell die wichtigen Eigenschaften des Motors mit einer guten Genauigkeit zeigt.

Im Vergleich zu zweiphasigen Motormodellen hat das vorgestellte Modell den Vorteil, dass man z.B. die Statorströme „anfassen“, also direkt messen kann.

Im Vergleich zu einer zweidimensionalen FEM-Analyse hat vorgestelltes Modell folgende Vorteile:

- Die Berechnung der transienten Vorgänge (sowohl Hochlauf/ Bremsen als auch Lastwechsellvorgänge) benötigt **wesentlich** weniger Zeit.
- Bestimmte physikalische Vorgänge werden richtig abgebildet (generatorisches Bremsen- Phasenumkehr).
- Das Modell ist beliebig erweiterbar auf verschiedene Sekundärteiltypen bzw. auf verschiedene Betriebsarten.
- Das Modell ist einfach erweiterbar in Bezug auf die Simulation der Erwärmung der einzelnen Wicklungsteile.
- Das Modell ist erweiterbar in Bezug auf die Bewegungssimulation (Mehrmassenmodell) in Richtung der Last/ Maschine und in Bezug auf den Inverter in Richtung Strom-/Geschwindigkeits-/Lageregler.

Aus Sicht des Anwenders ist besonders interessant:

- Die Herleitung der Anziehungskraft; die Möglichkeit der Berechnung dieser Kraft ermöglicht es z.B. beim Aufbau von Bewegungsachsen die Lagerungen entsprechend auszulegen bzw. die Statoren so anzuordnen, dass die Gewichtskraft ausgeglichen wird; weiterhin kann diese zur Projektierung von mechanischen Bremssystemen nach VDE0113 verwendet werden.
- Die Unterteilung in Elementarmotoren. Hierdurch wird zwar der Rechenaufwand größer (Iterationen), es ergeben sich hieraus jedoch Möglichkeiten, sehr gut das Verhalten von Langstatormotoren zu modellieren. Ebenso können Anordnungen zum Beschleunigen (unterschiedliche Polteilungen) modelliert werden.

Aufwendig bei vorgestelltem Modell ist es allerdings, dass für jeden Antriebsfall die Parameter hergeleitet werden müssen; diesem Aufwand hat man jedoch nur einmal und wird durch die schnellen Rechnungen mehr als kompensiert.

Es wurde auch gezeigt, dass die Verwendung von vereinfachten Modellen für die dynamische Nachbildung von Drehstromasynchronmotoren

- nicht zulässig ist (die Resultate sind einfach unrichtig und sind nur im kleinen Bereich um einen bestimmten Arbeitspunkt bei Lastwechseln annehmbar).
- aufgrund der schnellen Berechnungen nicht notwendig ist.

Sowohl die tangentialen als auch die normalen Kräfte lassen sich durch das Vektorprodukt bzw. Skalarprodukt der Augenblickswerte der Phasenströme ausdrücken. Es hat sich bei Experimenten mit unterschiedlichen, unsymmetrischen Systemen von Phasenströmen gezeigt, dass es Bereiche gibt, in denen eine tangentiale Kraft vorhanden ist, sich das Vorzeichen der normalen Kraft umkehrt. Der Versuch, diesen mathematischen Tatbestand physikalisch/ technisch nachzubilden (z.B. durch unterschiedlich gespeiste Doppelstatorausführung, Asymmetrie o.ä.) wäre ein interessantes Resultat des vorgestellten Modells (Levitation, magnetische Aufhängung).

8. Literatur

- [ANS-99] Bedienungsanleitung zur Software Maxwell 2D der Firma Ansoft
- [ANS-98] Schulungsunterlagen der Firma Ansoft zu Maxwell-2D
- [ANT-02] DLM-Katalog der Firma ANTRIMA/ Halle, 2002
- [BAS-82] Башарин, А.В., Новиков, В.А., Соколовский, Г.Г., Управление Электроприводами, Ленинград, Энергоиздат, 1982
- [BAR-79] Bartsch, Hans-Jochen; Mathematische Formeln; VEB Fachbuchverlag Leipzig; 1979
- [BEN-02] Bender, K., Brandenburg, G. Schraft, R.D.; Tagungsband zur SPS/IPC/DRIVES November 2002 in Nürnberg; Hüthig Verlag; Heidelberg; 2002; ISBN 3-7785-2863-7
- [BES-73] Л.А. Бессонов, Теоретические основы электротехники, Москва, Высш.шк. 1973
- [BES-03] Л.А. Бессонов, Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле, Москва, Гадарики, 2003, ISBN 5-8297-0158-8
- [BKS-02] Бенкович Е.С., Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б.; Практическое моделирование динамических систем- СПб.: БХВ-Петербург; 2002; ISBN 5-94157-099-6
- [BLU-94] Blume, Siegfried; Theorie elektromagnetischer Felder; Heidelberg; Hüthig; 1994; ISBN 3-7785-2337-6
- [BUD-78] Budig, P.K.; Drehstromlinearmotoren; VEB Verlag Technik Berlin; 1978
- [BUD-01] Budig, P.K.; Stromrichter gespeiste Drehstromantriebe; VDE VERLAG, Berlin und Offenbach; 2001; ISBN 3-8007-2371-9
- [BRO-60] Bronstein-Semendjajew; Taschenbuch der Mathematik; B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig; 1960
- [CIL-79] Чиликин, М.Г., Ключев, В.И., Сандлер, А.С.; Теория автоматизированного электропривода; Москва; Энергия; 1979

-
- [DJA-04] Владимир Дьяконов; VisSim+Mathcad+MATLAB визуальное математическое моделирование; Москва; СОЛОН-Пресс; 2004; ISBN 5-98003-130-8
- [ECK-05] Thomas Eckardt; Berechnung der Parameter für das VisSim-Modell nach: „Beitrag zur Vorausbestimmung des stationären Betriebsverhaltens von Kurzstatormotoren“ vom Prof. Timmel“; Bericht im Rahmen eines Praxissemesters an der Hochschule Merseburg (FH), Fachbereich Maschinenbau; Herr Prof. Dr. Lohhöfener; Praxisort : ANTRIMA GmbH/ Halle; 2005
- [ECK-05-1] Thomas Eckardt; Bericht über das Praxissemester; Bericht im Rahmen eines Praxissemesters an der Hochschule Merseburg (FH), Fachbereich Maschinenbau; Herr Prof. Dr. Lohhöfener; Praxisort : ANTRIMA GmbH/ Halle; 2005
- [FAI-94] Faires, J. Douglas, Burden, Richard L.; Numerische Methoden; Spektrum Akadem. Verlag; Heidelberg, Berlin, Oxford; 1994; ISBN 3-86023-332-8
- [FIS-99] Fischer, Rolf; Elektrische Maschinen; Fachbuchverlag Leipzig im Hanser-Verlag; 1999; ISBN 3-446-21262-0
- [GRI-99] Grieb, Wolfgang; Schreibratps für Diplomanden und Doktoranden in Ingenieur- und Naturwissenschaften; VDE-Verlag, Berlin; Offenbach; 1999; ISBN 3-8007-2418-9
- [GOL-80] Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С., Проектирование электрических машин, Москва, Высшая школа, 1980
- [GOL-01] Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С., Проектирование электрических машин, Москва, Высшая школа, 2001, ISBN 5-06-003842-4
- [GOL-01-1] Гольдберг О.Д., Буль О.Б., Свириденко И.С., Хелемская С.П., Переходные процессы в электрических машинах и аппаратах и вопросы их проектирования, Москва, Высшая школа, 2001, ISBN 5-06-003844-0
- [GRO-01] Clemens Groth, Günter Müller; FEM für Praktiker- Band 3: Temperaturfelder; expert-Verlag; 2001; ISBN 3-8169-1858-1
- [HEN-03] Heino Henke; Elektromagnetische Felder; Springer-Verlag; 2003; ISBN 3-540-40417-1

-
- [HUN-97] Norbert Hungerbühler; Einführung in partielle Differentialgleichungen; vdf Hochschulverlag an der ETH Zürich; 1997; ISBN 3-7281-2303-X
- [JON-97] Jonas, Georg; Berechnen elektrischer Maschinen über magnetische Abschnittsleitwerte; VDE-Verlag, Berlin, Offenbach; 1997; ISBN 3-8007-2066-6
- [KLA-62] Klamt, Johannes; Berechnung und Bemessung elektrischer Maschinen; Springer-Verlag; Berlin, Göttingen, Heidelberg; 1962
- [KOP-69] Копылов, И.П., Мамедов, Ф.А., Беспалов, В.Я. Математическое моделирование асинхронных машин, Москва, Энергия, 1969
- [KOP-73] Копылов, И.П., Щедрин, Расчет на ЦВМ характеристик асинхронных машин, Москва, Энергия, 1973
- [KOP-80] Копылов, И.П., Проектирование электрических машин, Москва, Энергия, 1980
- [KOP-00] Копылов, И.П., Электрические машины, Москва, Высш.шк. 2000, ISBN 5-06-003841-6
- [KOP-01] Копылов, И.П., Математическое моделирование электрических машин, Москва, Высш.шк. 2001, ISBN 5-06-003861-0
- [KOV-59] K.P. Kovacs, I. Racz; Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen; Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften; Budapest; 1959
- [LEH-04] Günther Lehner; Elektromagnetische Feldtheorie; Springer-Verlag; 2004; ISBN 3-540-0098-1
- [MAG-95] Maglev 95, 14th International Conference on Magnetically Levitated Systemes; VDE-Verlag Berlin, Offenbach, 1995; ISBN 3-8007-2155-4
- [MAT-01] Mathcad Benutzerhandbuch; Mathcad 2001; Mathsoft, Inc. 101 Main Street, Cambridge; Massachusetts 02142; USA
- [MAT-03] Beispiele aus der Mathsoft-Bibliothek; <http://www.mathsoft.com/>
- [MIL-93] Friedhelm Milde; Dynamisches Verhalten von Drehfeldmaschinen, Simulation des Maschinenverhaltens mit TUTSIM; vde-verlag gmbh; Berlin und Offenbach; ISBN 3-8007-1937-1

-
- [MRO-03] Gerd Mrozynski; Elektromagnetische Feldtheorie, Eine Aufgabensammlung; Teubner-Verlag Wiesbaden; 2003; ISBN 3-519-00439-9
- [MÜL-02] Günter Müller, Clemens Groth; FEM für Praktiker Grundlagen; expert-Verlag; 2002; ISBN 3-8169-1857-3
- [NOL-02] Wolfgang Nolting; Grundkurs Theoretische Physik Analytische Mechanik; Springer-Verlag; 1997; ISBN 3-540-42112-2
- [PET-68] Петров, Иван Иванович, Мейстель, Александр Михайлович, Специальные режимы работы асинхронного электропривода, Москва, Энергия, 1968
- [QUA-93] Quang, Nguyen Phung; Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen; expert-verlag; 1993; ISBN 3-8169-1047-5
- [REI-73] Reiche, Glöckner; VEM-Handbuch Maschinelles Berechnen elektrischer Maschinen; VEB Verlag Technik Berlin; 1973
- [SCH-65] Schönfeld R.; Das Signalflußbild der Asynchronmaschine; Messen, Steuern, Regeln; 1965; Heft 4
- [SCH-98] Adolf J.Schwab; Begriffswelt der Feldtheorie; Springer Verlag 1998; ISBN 3-540-63487-8
- [SCH-03] Wolfgang Schätzing; FEM für Praktiker-Band 4: Elektrotechnik; expert-Verlag; 2001; ISBN 3-8169-2157-4
- [SLV-02] Forschungsbericht der SLV Halle GmbH
- [SPR-89] Eckhard Spring; Elektrische Maschinen: Eine Einführung; Springer-Verlag, 1989; ISBN 3-540-63423-1
- [TIM-72] Heinz Timmel; Beitrag zur Vorausbestimmung des stationären Betriebsverhaltens von Kurzstatorlinearmotoren ; Wissenschaftliche Zeitschrift der technischen Hochschule; Karl-Marx-Stadt; 1972; Heft 6
- [UNI-03] Электронная книга по электромеханике;
www.unilib.neva.ru/dl/059
- [VIS-02] VisSim User's Guide-Version 5.0; Handbuch der Firma Visual Solutions, Inc.; 487 Groton Road, Westford, MA 01886

-
- [WAS-03] Internetseite der Gebr. Waasner Elektrotechnische Fabrik GmbH
www.waasner.de
- [WES-77] Вешеневский, С.Н., Характеристики двигателей в электроприводе, Москва, Энергия, 1977
- [WIN-97] Winter, B.; Der Cartersche Faktor- numerisch bestimmt; Duisburg; 1997; Internetartikel
<http://www.uni-duisburg.de/FB9/mitarbeiter/winter/carter.htm>
- [WOL-78] Вольдек А.И. Электрические машины, Ленинград, Энергия, 1978
- [WOL-97] Ingo Wolff; Maxwellsche Theorie; Springer Verlag 1997; ISBN 3-540-63012-0

9. Anlagen

9.1 Ergebnisse der FEM-Analyse von Drehstromlinearmotoren

Zur Illustration der Ergebnisse der FEM-Simulation von Drehstromlinearmotoren dienen die Ergebnisse für nachfolgende Motoren. Hierbei handelt es sich um einen Nachbau von Krauss-Maffei-Motoren.

9.1.1 Der Motor SLVMOT

Dieser Motor besitzt 48 Nuten. Im Randpolbereich sind Teile der Zweischichtwicklung in der unteren Nuthälfte untergebracht, da die Randpole nur wenig zur Krafterzeugung beitragen, diese Anordnung der Spulenseiten aber Platz spart. Eine maßstäbliche Verringerung der Abmaße des Original-Krauss-Maffei-Motors war aus magnetischer Sicht nicht möglich.

Die Bleche sind gelocht; zum einen mit den Öffnungen für die Bolzen zum Zusammenziehen des Blechpaketes, zum anderen mit den Kühlöffnungen.

Erregt wurde mit einem dreiphasigem Spannungssystem:

$$U_{MAX} = \sqrt{2} * 400 * V = 564 * V$$

$$f = 30 * Hz$$

$$U_U = U_{MAX} * \sin(360 * f * T)$$

$$U_V = U_{MAX} * \sin(360 * f * T + 120)$$

$$U_W = U_{MAX} * \sin(360 * f * T - 120)$$

Die Durchführungen für die Kühlrohre wurden in Kupfer ausgeführt und geerdet (U=0); das Sekundärteil besteht aus St37.

Die Definitionen gehen von einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von $v=0\text{mm/s}$ aus; die mechanischen transienten Vorgänge(s. Kapitel 2.2 „Anforderungen an ein Modell im statischen Betrieb“) werden hier außer Acht gelassen, da diese bei den vorliegenden Betrachtungen eine untergeordnete Rolle spielen.

9.1.2 Der Motor SLVMOT1

Dieser Motor entspricht dem Motor SLV, jedoch mit folgenden Änderungen :

1. Das Sekundärteil ist aus Aluminium
2. Die Kühl- und Befestigungsdurchführungen entfallen

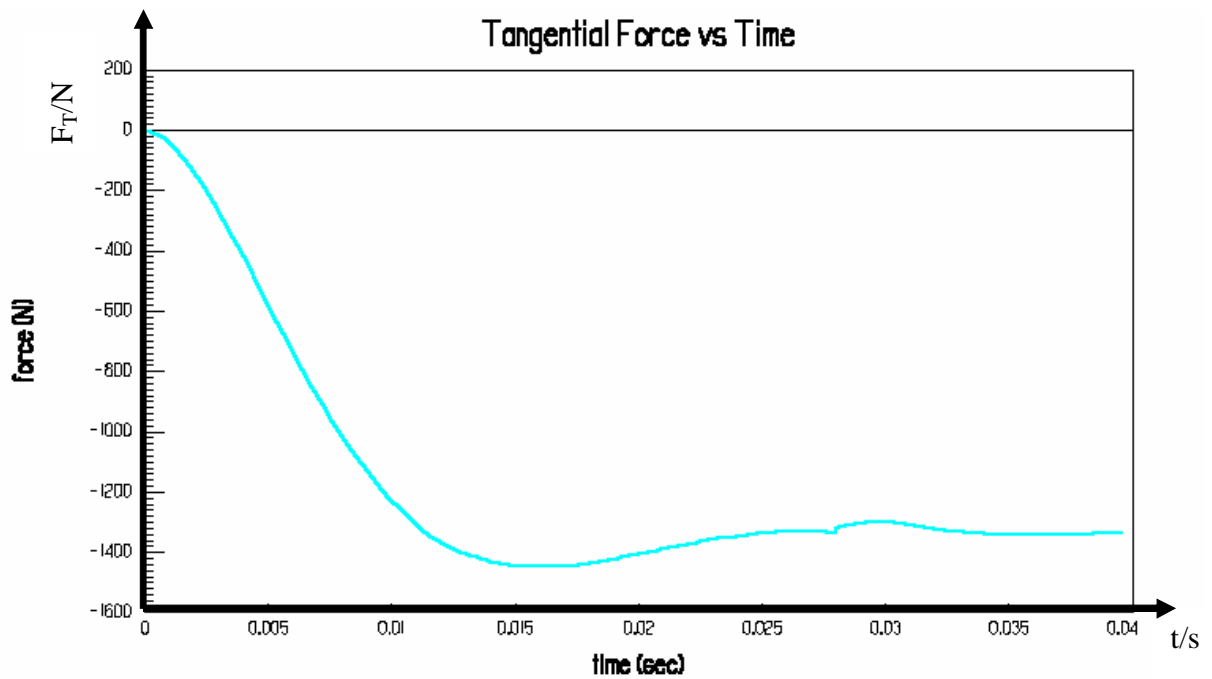


Abb. 9.1-1: Motor SLVMOT1; $F_T = F_T(t)$; $F_{TMAX} = -1500$ N

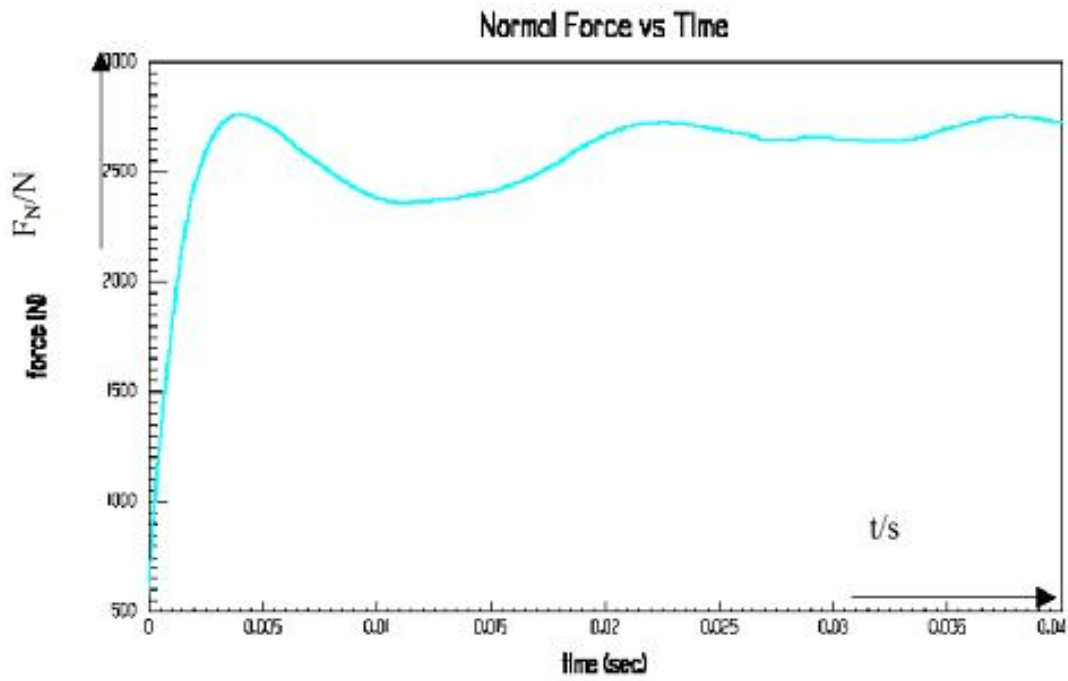


Abb. 9.1-2: Motor SLVMOT1; $F_N = F_N(T)$; $F_{NMAX} = 2.800 \text{ N}$

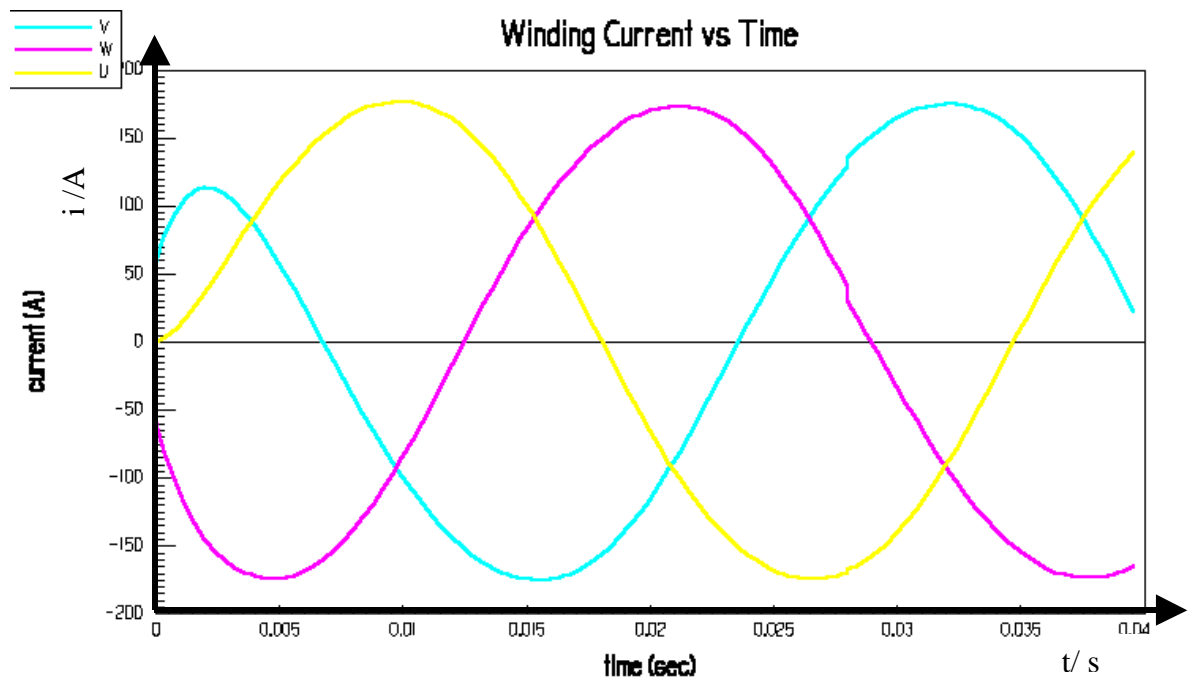


Abb. 9.1-3: Motor SLVMOT1; $i = i(t)$

9.1.3 Der Motor SLVMOT2

Dieser Motor entspricht dem Motor SLV1, jedoch mit folgenden Änderungen:

1. Das Sekundärteil ist aus Kupfer

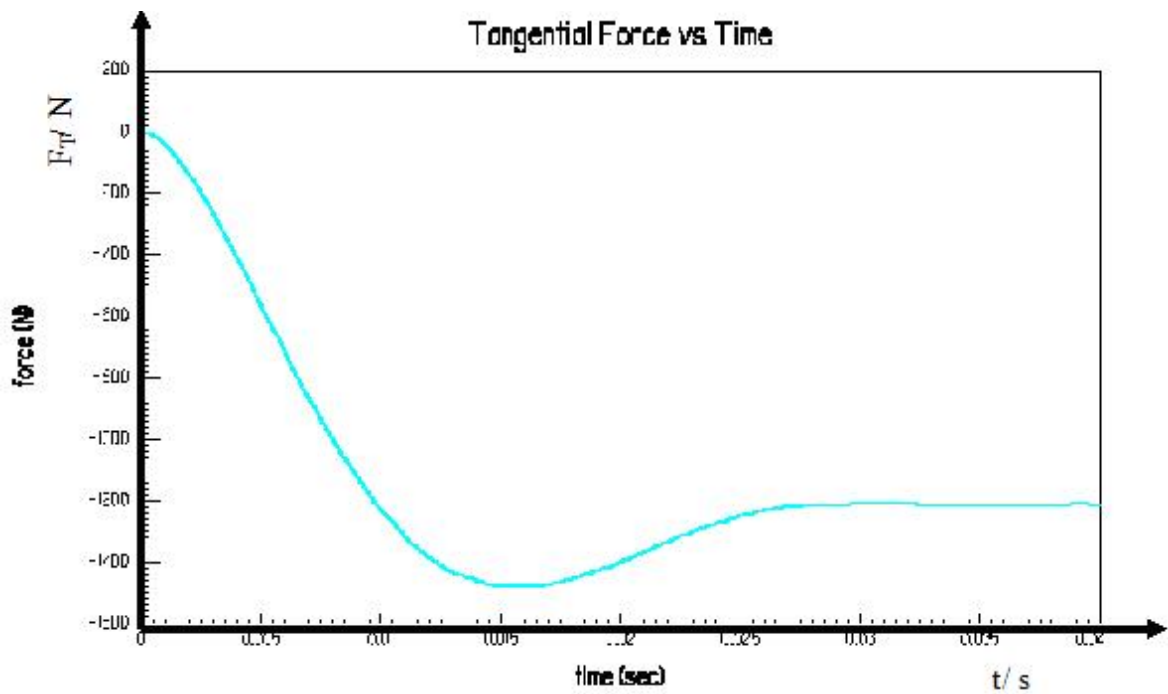


Abb. 9.1-4: Motor SLVMOT2; $F_T = F_T(t)$

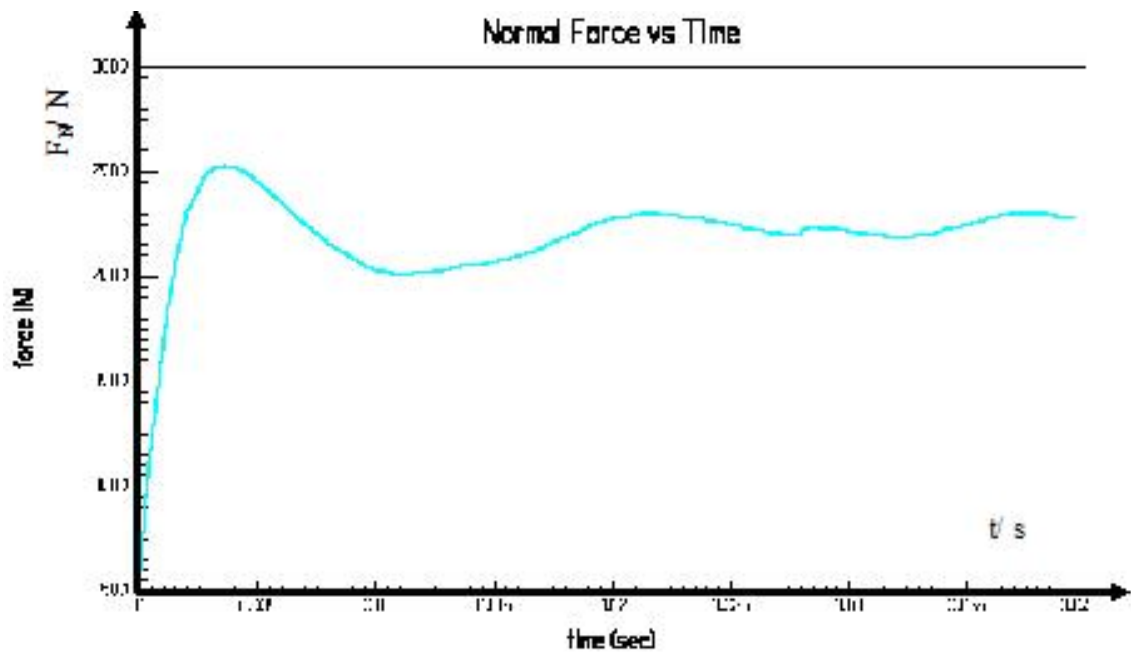


Abb. 9.1-5: Motor SLVMOT2; $F_N=F_N(t)$

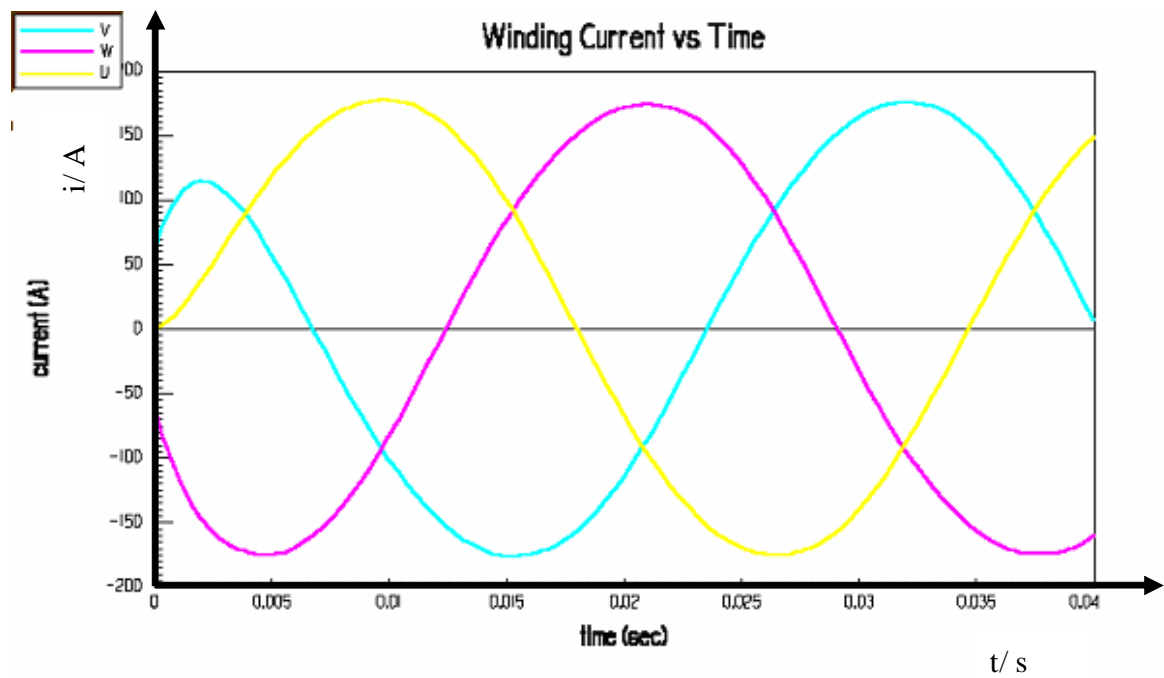


Abb. 9.1-6: Motor SLVMOT2; $i=i(t)$

9.1.4 Die Motoren SLVMOT3 bis SLVMOT5

Die Daten aller SLVMOT-Motoren sind aus Tabelle 9.1-1 ersichtlich.

9.1.5 Vergleich der SLVMOT-Motoren

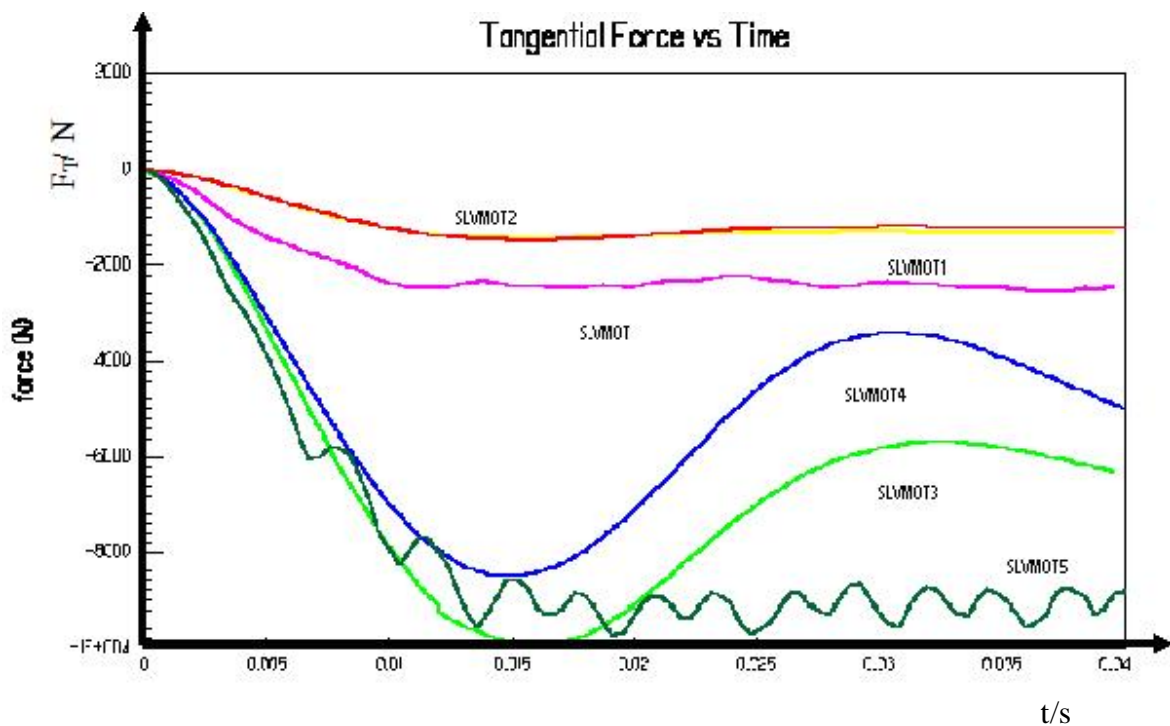


Abb. 9.1-7: Vergleich der Vorschubkräfte der SLV-Motoren

Tabelle 9.1-1: Vergleich der SLV-Motoren

Motor	SLVMOT	SLVMOT1	SLVMOT2	SLVMOT3	SLVMOT4	SLVMOT5
Eingabedaten						
Stator	1	1	1	2	2	2
Sekundärteil 10 mm	St37	Al	Cu	Al	Cu	St37
Joch	-	-	-	-	-	-
Luftspalt δ / mm	0,4	0,4	0,4	2*0,4	2*0,4	2*0,4
U_{AMPL} / V	564	564	564	564	564	564
f / Hz	30	30	30	30	30	30
R/ Ohm	2,92727	2,92727	2,92727	2,92727	2,92727	2,92727
L/ H	0,0013678	0,0013678	0,0013678	0,0013678	0,0013678	0,0013678
w/ -	528	528	528	528	528	528
q/ -	3	3	3	3	3	3
Resultate						
F_T / N	-2536,05	-1488,66	-1480,29	-9936,3	-8495,90	-9562,89
F_N / N	-17161,8	+2531,32	+2759,57	57,29	58,35	-982,02
I_{AMPL} / A	161,73	176,41	177,27	166,55	170,19	151,2
P_V / W	13123,3	5669,9	5632,41	32095,60	25106,7	41437,3
dF_{T1} / N	144,68	188,89	272,61	4252,83	5085,66	983,66

9.2 Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung im Luftspalt des DLM. Die Multiplikation eines Raumvektors mit der konjugiert-komplexen Größe eines anderen Raumvektors

Bekannt sind die Raumvektoren der induzierten Spannung an den Statorspulen und des Statorstromes.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= \frac{2}{3} * (e_A + a * e_B + a^2 * e_C) \\ \mathbf{i}_1 &= \frac{2}{3} * (i_A + a * i_B + a^2 * i_C) \end{aligned} \quad (\text{U60})$$

Für die Statorströme gilt:

$$i_A + i_B + i_C = -i_A - i_B - i_C = 0 \quad (\text{U61})$$

Für die Operatoren a gilt:

$$\begin{aligned} a^0 &= e^{j0} = 1 \\ a^1 &= a^4 = e^{j \frac{2 * \pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j * \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2 &= a^5 = e^{j \frac{4 * \pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j * \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (\text{U62})$$

Die konjugiert-komplexe Größe des Statorstromes ist dann:

$$\mathbf{i}_1^* = \frac{2}{3} * (i_A + a^2 * i_B + a * i_C) \quad (\text{U63})$$

Die Scheinleistung des Luftspaltes berechnet sich:

$$\begin{aligned}
s_\delta &= \frac{3}{2} * \mathbf{e}_1 * \mathbf{i}_1^* = p_\delta + jq_\delta \\
s_\delta &= \frac{3}{2} * \left[\frac{2}{3} (e_A + a * e_B + a^2 * e_C) * \frac{2}{3} (i_A + a^2 * i_B + a * i_C) \right] = \\
&= \frac{2}{3} * [e_A * i_A + e_B * i_B + e_C * i_C + a * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B) + a^2 * (e_A * i_B + e_B * i_C + e_C * i_A)] = \\
&= \frac{2}{3} * [e_A * i_A + e_B * i_B + e_C * i_C + (-\frac{1}{2} + j * \frac{\sqrt{3}}{2}) * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B) + \\
&+ (-\frac{1}{2} - j * \frac{\sqrt{3}}{2}) * (e_A * i_B + e_B * i_C + e_C * i_A)] = \\
&= \frac{2}{3} * [e_A * (i_A - \frac{1}{2} * i_C - \frac{1}{2} * i_B) + e_B * (i_B - \frac{1}{2} * i_A - \frac{1}{2} * i_C) + e_C * (i_C - \frac{1}{2} * i_B - \frac{1}{2} * i_A) + \\
&+ j * \frac{\sqrt{3}}{2} * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B - e_A * i_B - e_B * i_C - e_C * i_A)] = \\
&= \frac{2}{3} * [\frac{1}{2} * e_A * (3 * i_A - i_A - i_C - i_B) + \frac{1}{2} * e_B * (3 * i_B - i_B - i_A - i_C) + \frac{1}{2} * e_C * (3 * i_C - i_C - i_B - i_A) + \\
&+ j * \frac{\sqrt{3}}{2} * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B - e_A * i_B - e_B * i_C - e_C * i_A)]
\end{aligned}$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$s_\delta = e_A * i_A + e_B * i_B + e_C * i_C + j * \frac{1}{\sqrt{3}} * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B - e_A * i_B - e_B * i_C - e_C * i_A) \quad (9.2-1)$$

Ersichtlich, daß:

$$p_\delta = e_A * i_A + e_B * i_B + e_C * i_C$$

und

$$q_\delta = \frac{1}{\sqrt{3}} * (e_A * i_C + e_B * i_A + e_C * i_B - e_A * i_B - e_B * i_C - e_C * i_A)$$

Weiterhin zu sehen, daß die Wirkleistung durch das Skalarprodukt der beiden Vektoren \mathbf{e} und \mathbf{i} ausgedrückt wird, die Blindleistung durch das Vektorprodukt der beiden Vektoren:

$$p_\delta = \mathbf{e} * \mathbf{i} = |\mathbf{e}| * |\mathbf{i}| * \cos(\angle \mathbf{e}, \mathbf{i})$$

$$q_\delta = \frac{1}{\sqrt{3}} * (\mathbf{e} \times \mathbf{i}) = \frac{1}{\sqrt{3}} * |\mathbf{e}| * |\mathbf{i}| * \sin(\angle \mathbf{e}, \mathbf{i}) = \frac{1}{\sqrt{3}} * \begin{vmatrix} i & j & k \\ i_A & i_B & i_C \\ e_A & e_B & e_C \end{vmatrix} \quad (9.2-2)$$

9.3 *Energieumwandlungen im Luftspalt des DLM*

Im DLM wird ein Teil der dem Netz entnommenen elektrische Energie in elektromagnetische Energie im Luftspalt umgewandelt. Hier findet eine weitere Umwandlung in mechanische Energie statt, dabei sind beide bekannten Arten mechanischer Energie vorhanden, potentielle (der Ruhe) und kinetische (der Bewegung). Bei allen Energieumwandlungen sind Energieverluste vorhanden: Joule'sche Wärme (an den ohmschen Widerständen der Spule), Streuverluste, Ummagnetisierungsverluste, Verluste durch Wirbelströme. An dieser Stelle werden die Verluste nicht betrachtet; diese werden an den entsprechenden Stellen im Modell jedoch berücksichtigt.

Die mechanische Energie wird entweder in Arbeit umgesetzt (kinetische Energie), oder nicht. Beide Arten der mechanischen Energie äußern sich durch das Auftreten von Kräften. Ein Versuch, die auftretenden Kräfte im Linearmotor mit dem in [NOL-02] vorgestellten Hamilton-Prinzip direkt aus der Bewegungsgleichung des Mechanismus herzuleiten, kann nicht gelingen, da bei der Anwendung dieses Prinzips eine Zuordnung zwischen Strömen und Kräften nicht gegeben ist.

A. Kinetische Energie

$$\begin{aligned}
 m \cdot a &= F(t) \\
 m \cdot \frac{dv}{dt} &= F(t) \cdot v \\
 m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} &= F(t) \cdot v \\
 m \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) &= F(t) \cdot v
 \end{aligned}
 \tag{U64}$$

Wird nun für die kinetische Energie geschrieben:

$$\begin{aligned}
 K &= m \cdot \frac{v^2}{2}, \text{ dann folgt:} \\
 \frac{dK}{dt} &= F(t) \cdot v
 \end{aligned}
 \tag{9.3-1}$$

B. Potentielle Energie

Ausgehend von

$$d\Pi = -F(x) * dx \quad (\text{U65})$$

folgt aus (9.3-1):

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dK}{dt} = F(t) * v = F(t) * \frac{dx}{dt} \quad (\text{U66})$$

$$\int_{v_0}^{v_1} \frac{d}{dx} \left(\frac{m * v^2}{2} \right) * dx = \int_{x_0}^{x_1} F(x) * dx$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{m * v^2}{2} \right) = - \frac{d\Pi}{dx}$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{m * v^2}{2} + \Pi(x) \right] = 0 \quad (\text{U67})$$

$$K + \Pi = \text{const.}$$

Im Luftspalt des DLM wird die elektromagnetische Energie zum Teil in mechanische Energie umgewandelt, welche sich in potentielle und kinetische Energie aufteilen läßt.

Die Entnahme von elektrischer Wirkleistung aus dem Netz bedeutet jedoch nicht, daß Arbeit verrichtet wird, d.h. elektrische Wirkleistung muß nicht zwangsläufig in mechanische Wirkleistung umgewandelt werden (Bsp. Hubantrieb: Halten einer Last in Ruhestellung).

Dies und die Existenz des Poynting-Vektors in komplexer Form für die Scheinleistung läßt die Darstellung der mechanischen Energie W_{mech} in der Form

$$dW_{\text{mech}} = d\Pi + j * dK \quad (\text{U68})$$

sinnvoll erscheinen.

Beim herkömmlichen DLM gibt es in kartesischen Koordinaten drei Freiheitsgrade, x, y und z (i, j und k). Damit wird

$$dW_{mech} = d\Pi_x + d\Pi_y + d\Pi_z + j^* (dK_x + dK_y + dK_z) \quad (\text{U69})$$

Versuche (Anlage 9.6 „Die Kräfte des DLM in y-Richtung“) haben eindeutig gezeigt, daß in y-Richtung keinerlei Kräfte auftreten ($d\Pi_y = 0; dK_y = 0$); wird nun das Sekundärteil in der Höhe, also in z-Richtung (z.B. durch Lagerung) fixiert und läßt man dieses in x-Richtung frei laufen, dann gilt:

$$dW_{mech} = d\Pi_z + j^* dK_x \quad (\text{9.3-2})$$

Die elektromagnetische Energie im Luftspalt kann in Raumvektordarstellung beschrieben werden mit:

$$dW_\delta(x, y, z) = \frac{1}{2} * \frac{3}{2} * \Psi_1 * \mathbf{i}_1 \quad (\text{9.3-3})$$

Für den resultierenden magnetischen Fluß gilt:

$$\Psi_1 = L_1 * \mathbf{i}_1 + L_{12} * \mathbf{i}_2 \quad (\text{U70})$$

Eingesetzt in (9.3-3):

$$dW_\delta(x, y, z) = \frac{1}{2} * \frac{3}{2} * [(L_1 * \mathbf{i}_1 + L_{12} * \mathbf{i}_2) * \mathbf{i}_1] = \frac{1}{2} * \left[\frac{3}{2} * (L_1 * \mathbf{i}_1) * \mathbf{i}_1 + \frac{3}{2} * (L_{12} * \mathbf{i}_2) * \mathbf{i}_1 \right] \quad (\text{U71})$$

Werden auf beide Terme innerhalb der Klammer die Vorschriften aus Kapitel 9.2 angewendet und die Induktivitäten gemäß den Achsen des dreiphasigen Koordinatensystemes aufgelöst, dann ergibt sich resultierend:

$$dW_\delta(x, y, z) = \frac{1}{2} * [L_A * i_A^2 + L_B * i_B^2 + L_C * i_C^2 + L_{Aa} * i_A * i_a + L_{Bb} * i_B * i_b + L_{Cc} * i_C * i_c + j^* \frac{1}{\sqrt{3}} * (L_{Bc} * i_B * i_a + L_{Ca} * i_C * i_a + L_{Ab} * i_A * i_b - L_{Cb} * i_C * i_b - L_{Ac} * i_A * i_c - L_{Ba} * i_B * i_a)] \quad (\text{9.3-4})$$

Anders zusammengefasst:

$$dW_{\delta}(x, y, z) = \frac{1}{2} * (L_A * i_A^2 + L_B * i_B^2 + L_C * i_C^2) + \frac{1}{2} * (L_{Aa} * i_A * i_a + L_{Bb} * i_B * i_b + L_{Cc} * i_C * i_c) + \\ + \frac{1}{2} * j * \frac{1}{\sqrt{3}} * (L_{Bc} * i_B * i_a + L_{Ca} * i_C * i_a + L_{Ab} * i_A * i_b - L_{Cb} * i_C * i_b - L_{Ac} * i_A * i_c - L_{Ba} * i_B * i_a)$$

(U72)

Bestandteile des dritten Terms wurden bereits in Kapitel 3.1.1 als tangentielle Kraft in x-Richtung identifiziert, hierbei handelt es sich also um die Änderung der kinetischen Energie.

Der erste Term ist bekannt als Energiegehalt einer Spule, die gesamte magnetische Energie des Luftspaltes kann also nicht vollständig in mechanische Energie umgewandelt werden.

Beim zweiten Term muß es sich also um potentielle Energie handeln. Damit kann geschrieben werden:

$$dW_{\delta}(x, y, z) = dW_{magn} + d\Pi + j * dK \\ dW_{magn} = \frac{1}{2} * (L_A * i_A^2 + L_B * i_B^2 + L_C * i_C^2) \\ d\Pi = \frac{1}{2} * (L_{Aa} * i_A * i_a + L_{Bb} * i_B * i_b + L_{Cc} * i_C * i_c) \\ dK = \frac{1}{2} * \frac{1}{\sqrt{3}} * (L_{Bc} * i_B * i_a + L_{Ca} * i_C * i_a + L_{Ab} * i_A * i_b - L_{Cb} * i_C * i_b - L_{Ac} * i_A * i_c - L_{Ba} * i_B * i_a)$$

(9.3-5)

9.4 Simulation des Modells mit VisSim

Das Softwarepaket VisSim des Herstellers Visual Solutions, Incorporated dient dem Lösen von Differentialgleichungen. Es arbeitet auf einem PC, stellt aber einen virtuellen Analogrechner dar. Dies hat den Vorteil gegenüber einem realen Analogrechner, daß Normierungen nicht benötigt werden.

VisSim benötigt zur Lösung des vorgestellten Modells für eine Echtzeit von 0,4 Sekunden lediglich 139 Sekunden Rechnerzeit.

Sehr elegant lassen sich hier die Ströme aus den magnetischen Flüssen berechnen, da die Optimierungsfunktionen von VisSim verwendet werden können; Berechnungen von Determinanten sind hier nicht mehr notwendig.

Da vorgestelltes Modell dreiphasig ist, lassen sich die in [MIL-93] beschriebenen Vorgehensweisen zur Berechnung der Ströme aus den magnetischen Flüssen nicht anwenden.

Am Anfang werden alle Ströme als **unknown**-Blöcke definiert; die Gleichungen der Ströme mit **constraint**-Definitionen zur Lösung gezwungen.

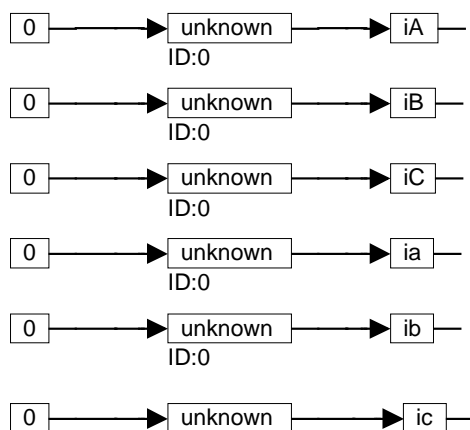


Abb. 9.4-1 Definition aller Ströme als unknown unter Angabe eines Anfangswertes

Bei der Optimierung von VisSim ist die Gleichung so umzustellen, daß die rechte Seite Null ist; dieses wird dann durch **constraint** erzwungen.

Der magnetische Fluß der Phase A lässt sich definieren:

$$\Psi_A = L_A * i_A - \frac{1}{2} * M_{AB} * i_B - \frac{1}{2} * M_{AC} * i_C + M_{Aa} * i_a - \frac{1}{2} * M_{Ab} * i_b - \frac{1}{2} * M_{Ac} * i_c$$

Für VisSim ist umzustellen:

$$\Psi_A - L_A * i_A + \frac{1}{2} * M_{AB} * i_B + \frac{1}{2} * M_{AC} * i_C - M_{Aa} * i_a + \frac{1}{2} * M_{Ab} * i_b + \frac{1}{2} * M_{Ac} * i_c = 0$$

(9.4-1)

Die Verschaltung der Elemente auf dem Analogrechner ist damit:

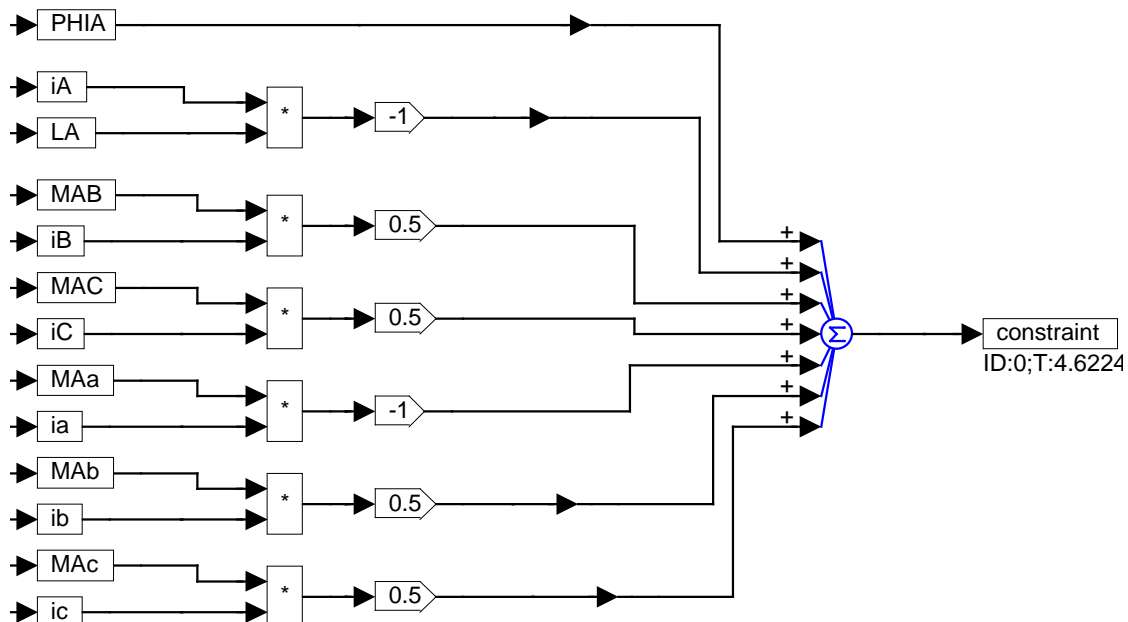


Abb. 9.4-2: Lösung der Gleichung (9.4-1) für Phase A

Die Differentialgleichungen der Statorphasen werden als Compoundblöcke definiert, d.h. es werden Elemente des Analogrechners so zusammengefasst, daß sich gut dokumentierbare Einheiten ergeben.

Die Differentialgleichung für die Statorphase A ist:

$$u_A = R_A * i_A + \frac{d\Psi_A}{dt} \quad (\text{U73})$$

Zur Lösung muß umgestellt werden:

$$\frac{d\Psi_A}{dt} = u_A - R_A * i_A \quad (\text{U74})$$

Damit läßt sich der Compoundblock PHISTATOR in VisSim wie folgt verschalten:

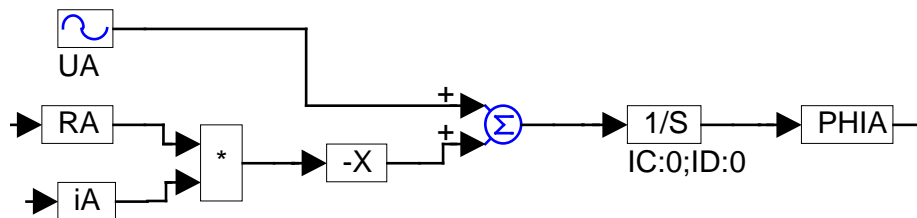


Abb. 9.4-3: Zum Compoundblock PHISTATOR

Für die Statorphasen gilt also:

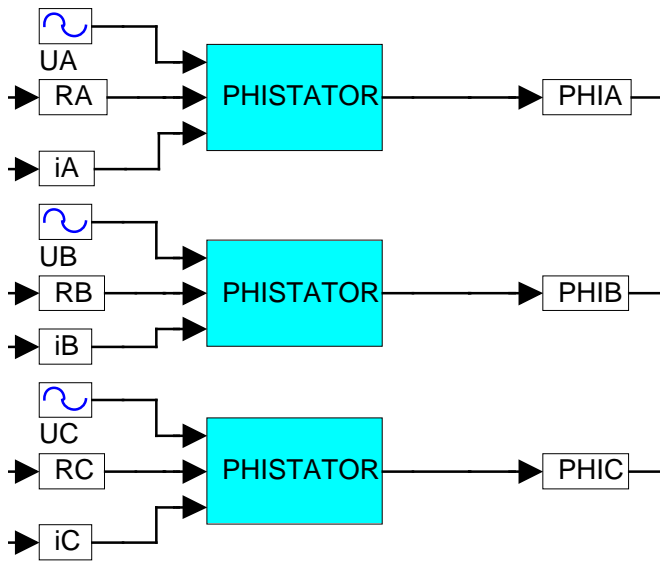


Abb. 9.4-4: Verschaltung der drei Statorphasen

Für die Sekundärteilphase a gilt:

$$0 = R_a * i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} + (\Psi_b - \Psi_c) * \frac{\pi}{\sqrt{3}} * \frac{v}{\tau}$$

$$\frac{d\Psi_a}{dt} = -R_a * i_a - (\Psi_b - \Psi_c) * \frac{\pi}{\sqrt{3}} * \frac{v}{\tau}$$

(U75)

$$\frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1,813799$$

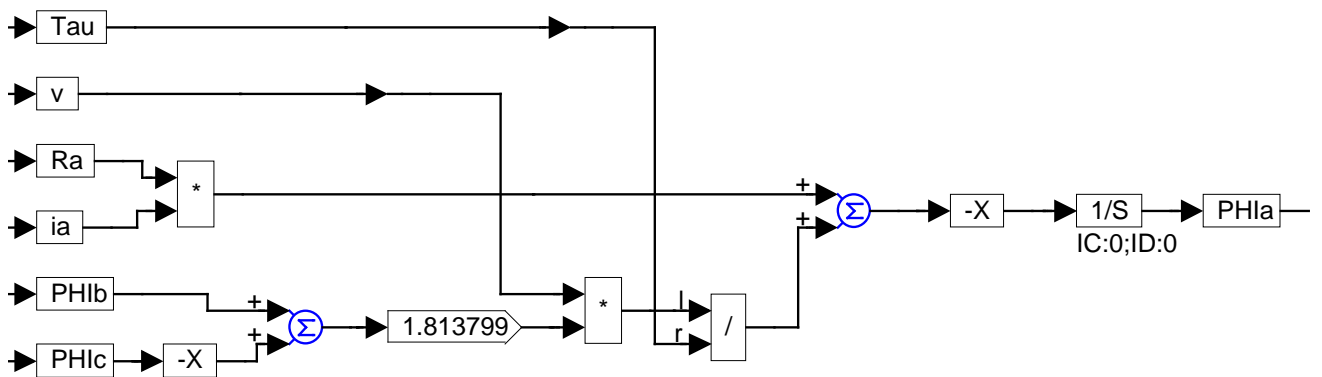


Abb. 9.4-5: Verschaltung der Sekundärteilphase a

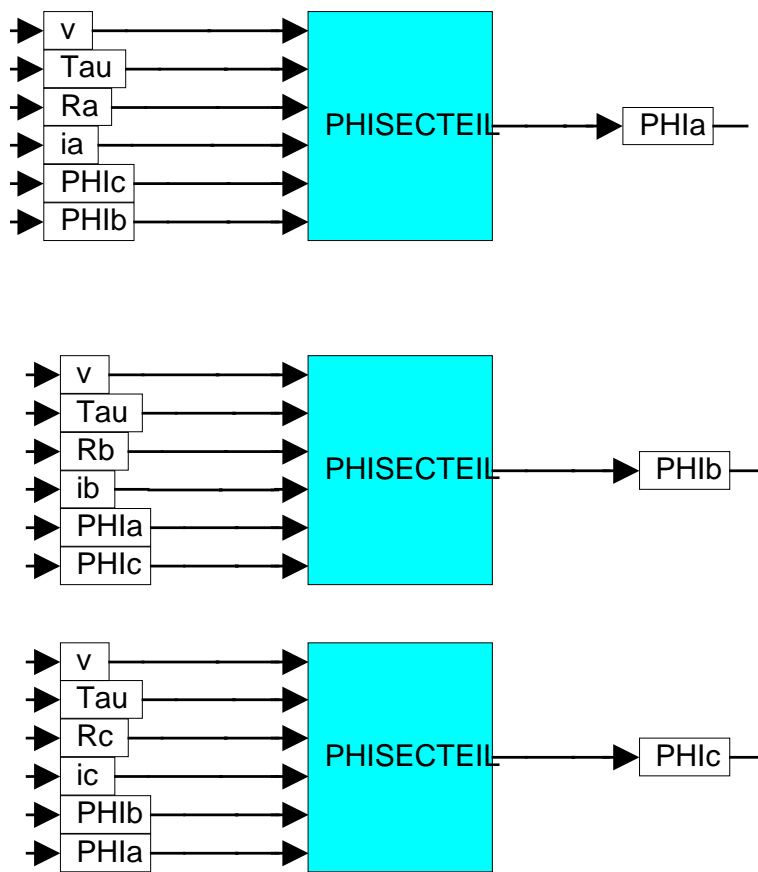


Abb. 9.4-6: Verschaltung der drei Sekundärteilphasen

Nachdem die Differentialgleichungen für alle sechs Phasen verschaltet worden sind, können nun die Ströme berechnet werden; wie oben beschrieben.

Die Vorschubkraft des Linearmotors wird gemäß (F.3.1-7) berechnet mit:

$$F_T = F_M = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\pi}{\tau} * (M_{Ac} * i_A * i_c + M_{Bc} * i_B * i_a + M_{Cb} * i_C * i_b - M_{Ab} * i_A * i_b - M_{Bc} * i_B * i_c - M_{Ca} * i_C * i_a)$$

(U76)

, dabei sind alle Variablen nun bekannt; die entsprechende Verschaltung in VisSim ist also:

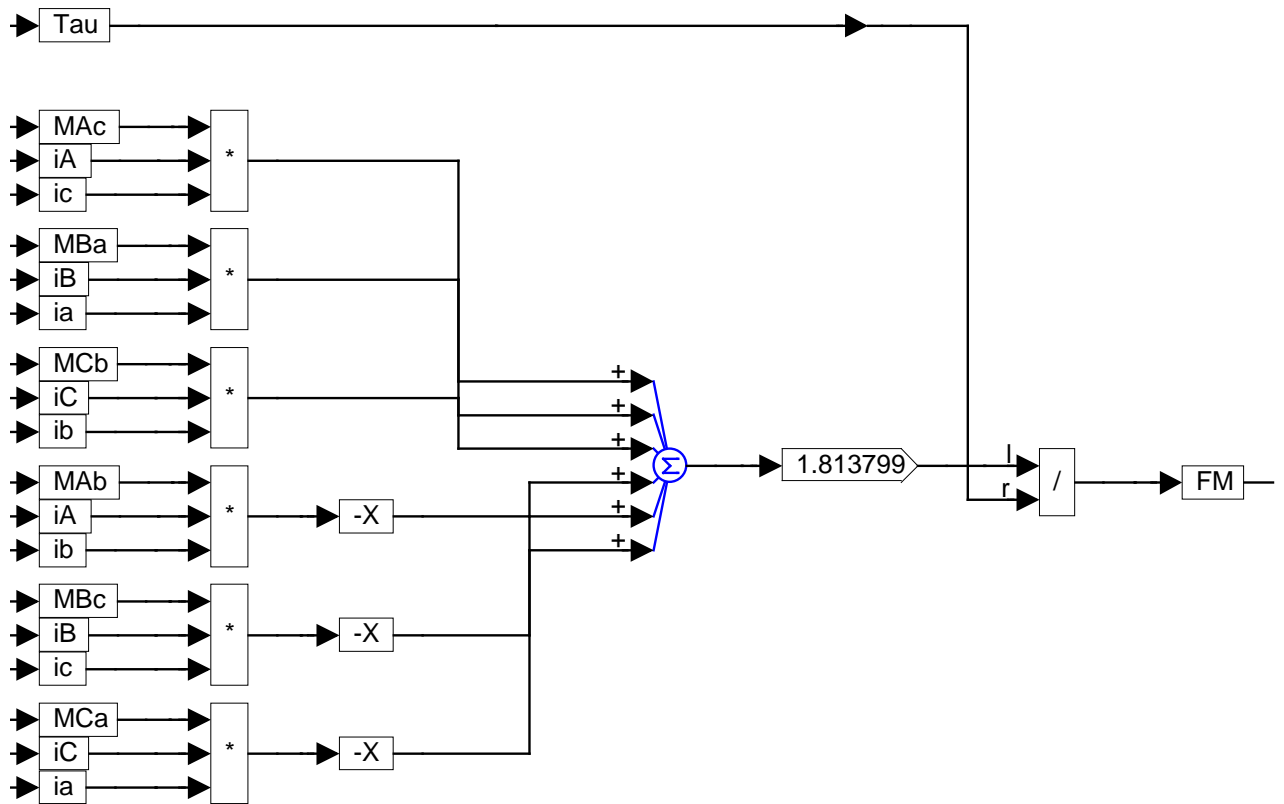


Abb. 9.4-7: Berechnung der Vorschubkraft

Mit der Vorschubkraft kann nun die Bewegungsgleichung des DLM

$$m * \frac{dv}{dt} + F_W = F_M \quad (U77)$$

gelöst werden. Die Verschaltung in VisSim:

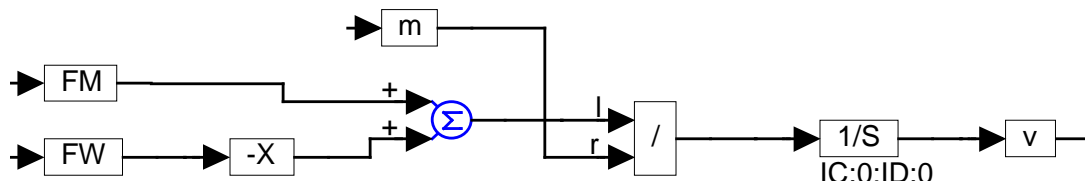


Abb. 9.4-8: Verschaltung der Bewegungsgleichung

9.5.1 Ergebnisse des vorgestellten Modells. Qualitative Betrachtung

Vorgaben :

- Motor ist symmetrisch
- Keine Elementarmotoren, nur ein System von DGL wird gelöst
- Motordaten entsprechen Kraus-Maffei-Motor LIM-Primärteil E 400/120-E-2-0-0-1-N
- Parameter der Aluplatte und die Koppelfaktoren sind Schätzungen

Erläuterungen: Anfangs, vom Zeitpunkt 0 bis zur Umschaltzeit t_{ZU} , beträgt die Last $F_L = 1000\text{N}$; der Motor arbeitet im Motorbetrieb. Nach der Lastaufschaltung zur Zeit t_{ZU} wird das Sekundärteil des Motors mit $F_{ZU} = -3000\text{ N}$ generatorisch angetrieben. Die Anfangsgeschwindigkeit v_{ANF} ist NULL; damit wird am Beispiel sowohl der Hochlauf im motorischen Betrieb als auch der Übergang in den Generatorbetrieb (rekuperatives Bremsen) gezeigt.

Ausgangsdaten :

$u_A := 400$	$L_A := 0.05$	$R_A := 1$	$k := 1$	$F_L := 1000$
$u_B := 400$	$L_B := 0.05$	$R_B := 1$	$\tau := 0.01$	$F_{ZU} := -3000$
$u_C := 400$	$L_C := 0.06$	$R_C := 1$		$t_{ZU} := 0.3$
$f := 50$	$L_a := 0.0000011$	$R_a := 0.0001$	$k_S := 0.81$	$F_W(t) := \text{wenn}(t < t_{ZU}, F_L, F_{ZU})$
$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$	$L_b := 0.0000011$	$R_b := 0.0001$	$k_R := 0.81$	$v_{ANF} := 0$
	$L_c := 0.0000011$	$R_c := 0.0001$	$k_{RS} := 0.6$	$m := 50$

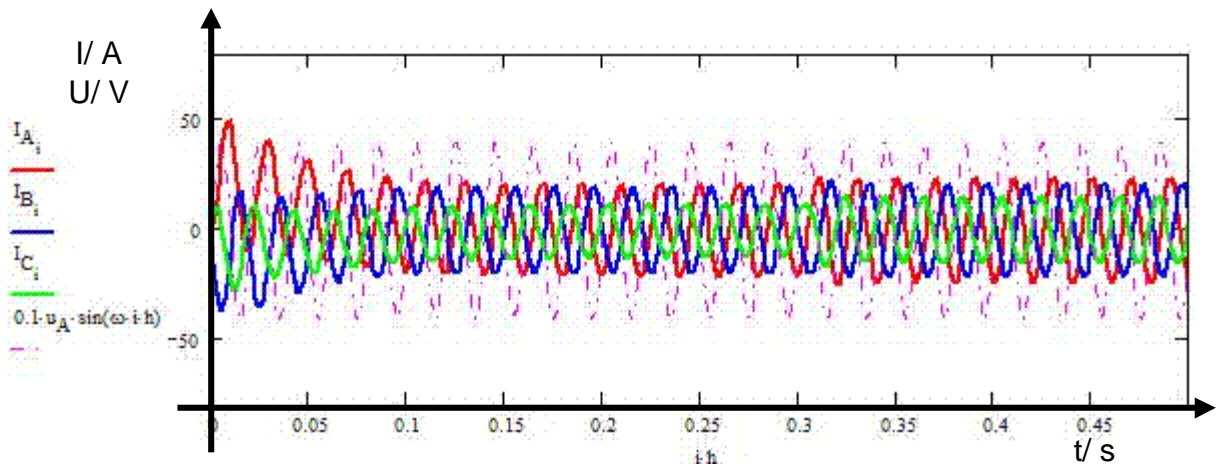


Abb. 9.5-1: Primärphasenströme der Beispielrechnung

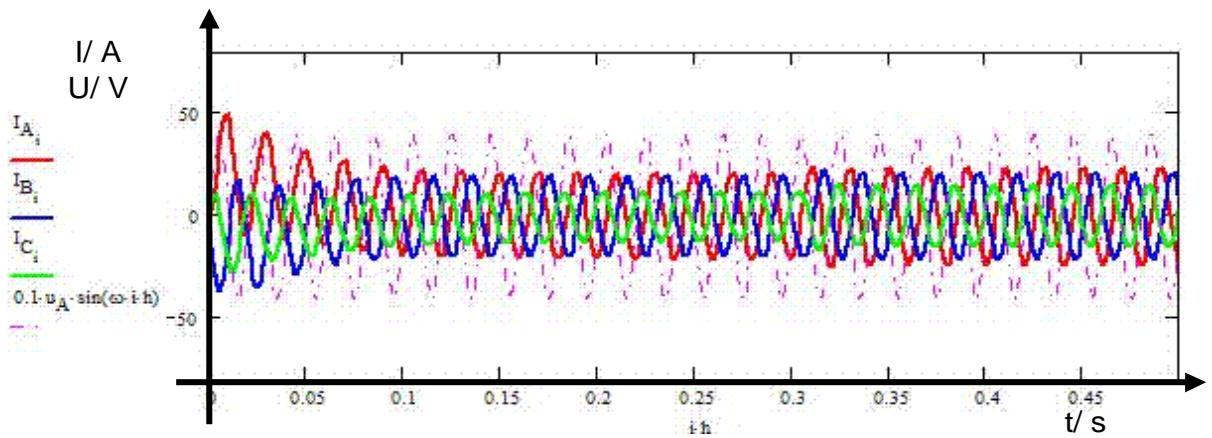


Abb. 9.5-2: Sekundärteilströme

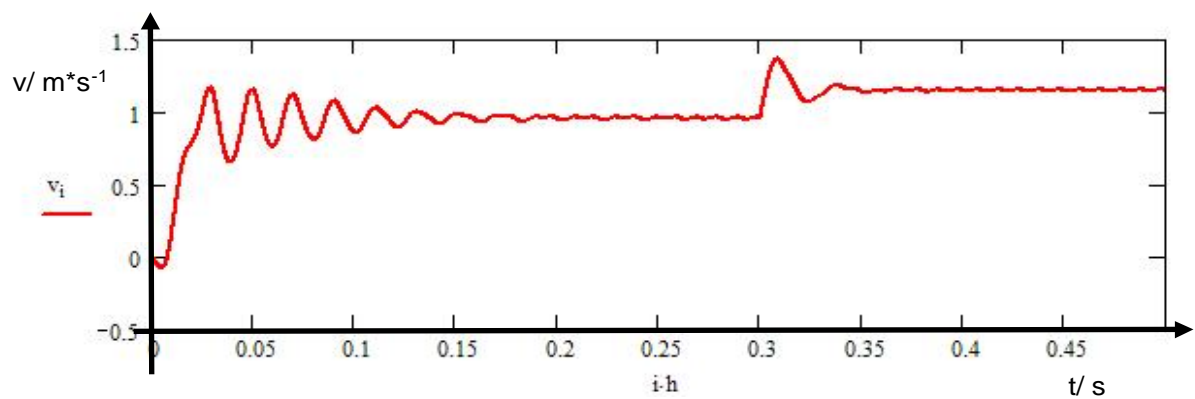
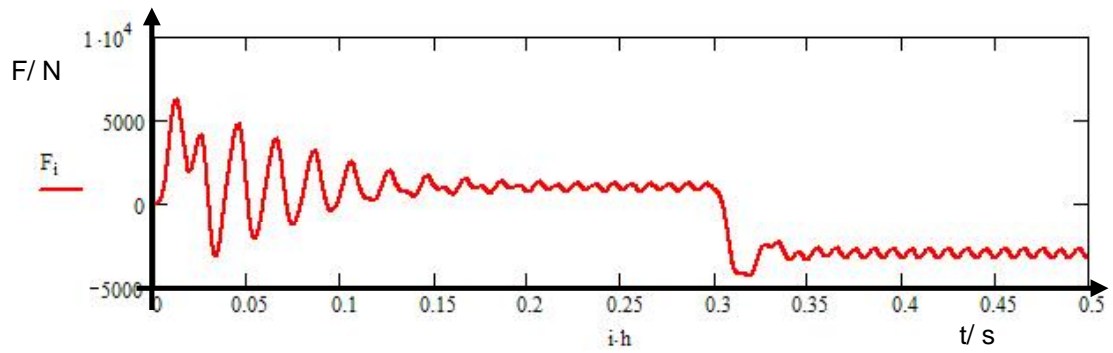
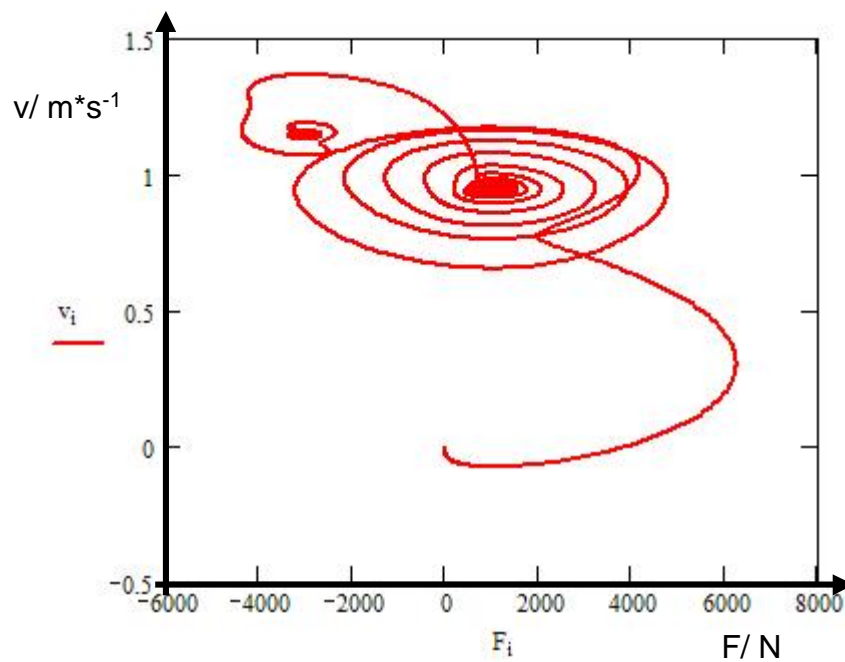


Abb. 9.5-3: Hochlaufkurve $v=v(t)$

Abb. 9.5-4: Hochlaufkurve $F=F(t)$ Abb. 9.5-5: Dynamische Kennlinie $F=f(v)$

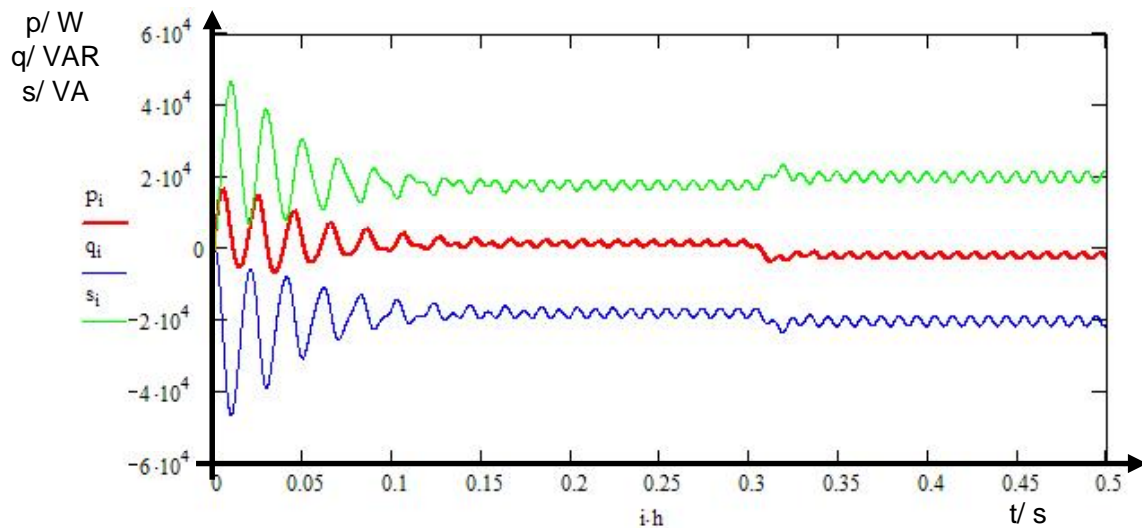


Abb. 9.5-6: Leistungsbilanz $p=p(t,F_w)$, $q=q(t,F_w)$, $s=s(t,F_w)$

Die Integration wurde mit dem vorgestelltem dreiphasigen Modell unter Verwendung von Mathcad durchgeführt.

Fazit:

Schon die qualitative Betrachtung zeigt, daß die in Kapitel 2.2. und 2.3 gestellten Anforderungen an ein Motormodell erfüllt sind. Beim Übergang in den Betrieb der rekuperativen Bremsung ab dem Zeitpunkt t_{ZU} findet eine Änderung der Phasenverschiebung der Sekundärteilströme statt (Abb. 9.5-2); diese erhöhen sich gleichzeitig mit den Statorströmen (Abb. 9.5-1). Die Geschwindigkeit des generatorisch angetriebenen Sekundärteils erhöht sich über die Synchrongeschwindigkeit

$$(v_s = 2 * f * \tau = 2 * 50 * 0,01 = 1 * \frac{m}{s})$$

und erreicht wieder eine stabile Lage (Abb. 9.5-3 und 9.5-5). Die Motorkraft ändert sich von 1000 N auf -3000 N (Abb. 9.5-4); die Scheinleistung steigt an und der Generator gibt nun Wirkleistung an das Netz ab (Abb. 9.5-6).

Aus qualitativer Hinsicht sind damit die Anforderungen an das Modell eindeutig erfüllt.

9.5.2 Ergebnisse des vorgestellten Modells. Quantitative Betrachtung

Wie in [ECK-05] beschrieben, ist zur Berechnung der Parameter des Modells (Induktivitäten) die in [TIM-72] vorgestellte Vorgehensweise nicht verwendbar. Diese bezieht sich auf ein Ersatzschaltbild des Motors, welches nicht dem hier vorgestellten dreiphasigen Modell entspricht.

Am Beispiel des ANTRIMA-Motors Ekkehard (Daten und errechnete Parameter der Antrima-Motoren sind in der Anlage [A9.7] aufgeführt) wurde eine elektromechanische Kennlinie einer Anordnung mit diesem Stator ermittelt mit drei verschiedenen Methoden:

- a. FEM-Simulation mit dem Transient Solver des Softwarepaketes Maxwell2D der Firma Ansoft
- b. Berechnung der Parameter der Anordnung, wie in vorliegender Arbeit vorgestellt und Integration einmal mit Mathcad; einmal mit VisSim
- c. Messung am Prüfstand

Es wurde eine Einstator-Anordnung von Ekkehard betrachtet; der Luftspalt betrug 0,5 mm, das Sekundärteil bestand aus einer 3 mm dicken Aluplatte; da es sich um eine Kurzstatoranordnung handelt, wurden die Parameter für ein Pol bestimmt und diese mit der Anzahl der Pole multipliziert.

Da bei dieser Anordnung die elektromechanische Kennlinie der Linearmotoranordnung geradlinig verläuft, wurden lediglich drei Punkte gemessen bzw. berechnet.

Die Simulation mit Maxwell 2D dauerte ca. 3,5 Stunden pro Punkt, die Simulation mit VisSim ca. 10 Sekunden [ECK-05-1].

Die Streuungen des Sekundärteils, einer einfachen Aluplatte, wurden einfach, ohne Maxwell'sche Theorien berechnet:

Die Koppelfaktoren der einzelnen Induktivitäten sind dann:

$$\text{Koppelfaktor des Stators} \quad k_s = \frac{L_{\text{StreuStator}}}{L_{\text{Stator}}} \quad (\text{U78})$$

$$\text{Koppelfaktor des Sekundärteils:} \quad k_R = \frac{L_{\text{StreuSekteil}}}{L_{\text{Sekteil}}} \quad (\text{U79})$$

Koppelfaktor Stator-Sekundärteil: $k_{RS} = 1 - \frac{1}{(1 + k_S) * (1 + k_R)}$ (U80)

Die Messungen wurden an einer 6 m langen Achse durchgeführt (Abb. 9.5.2-1); die Stillstandskraft wurde mit einer Kraftmessdose der Firma HBM durchgeführt (Abb. 9.5.2-2).



Abb. 9.5.2-1: Versuchsstand linear



Abb. 9.5.2-2: Kraftmessdose

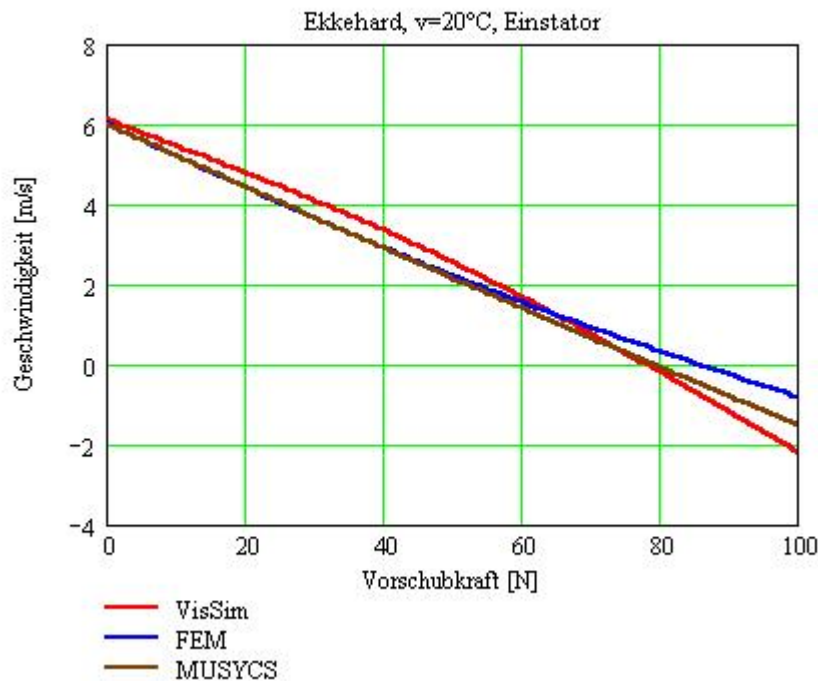


Abb. 9.5.2-3: Vergleich der Ergebnisse FEM, VisSim (vorgestelltes Modell), Messung

Bezogen auf die Maximal- (Stillstandkraft) der Motoranordnung ergeben sich folgende Ergebnisse:

- a. FEM: $F_{T0} = 86\text{N}$
- b. Vorgestelltes Modell (VisSim): $F_{T0} = 80\text{N}$
- c. Messung am Prüfstand: $F_{T0} = 81\text{N}$

Die grösste Abweichung beträgt damit 6N, das entspricht ca. 7%.

In Anbetracht der enormen Zeiteinsparung durch Simulation mit dem vorgestellten Modell (welches bereits betriebsintern zur Motoroptimierung eingesetzt wird), ist damit die Verwendbarkeit bewiesen.

9.6 Kräfte des DLM in y-Richtung

Diese Anlage wurde freundlicherweise von der SLV Halle GmbH zur Verfügung gestellt und basiert auf einem gemeinsamen Forschungsthema aus dem Jahre 2002. Nachfolgender Auszug ist ein Zitat; deshalb wurde auch bei der Beschriftung der Abbildungen und der Kapitel die Originalnomenklatur benutzt und diese nicht auf die der vorliegenden Arbeit bezogen.

Zitatanfang: „

Ermittlung von Querzugkräften

5.Problem

Aufgrund der komplexen Kraftaufbringung auf das Sekundärteil und der resultierenden Verschiebungen entsteht zwangsläufig die Situation, daß Bewegungsanteile quer zur Richtung der einzelnen Antriebswanderfelder zu verzeichnen sind. In Anlehnung an bekannte technisch genutzte Effekte (Wirbelstrombremse), die auf der Kraftwirkung bewegter Leiter im Magnetfeld beruhen, war der These zu begegnen, daß ähnliche Erscheinungen zu unerwünschten Bremswirkungen gegenüber dem Sekundärteil führen.

6. Versuchsaufbau

Auf Grundlage des bestehenden Versuchsaufbaus zur Ermittlung der Stillstandsschubkräfte wurde eine Querschiebeeinrichtung ergänzt (Bild 1,2), deren Aufbau und Funktion wie folgt zu beschreiben sind:

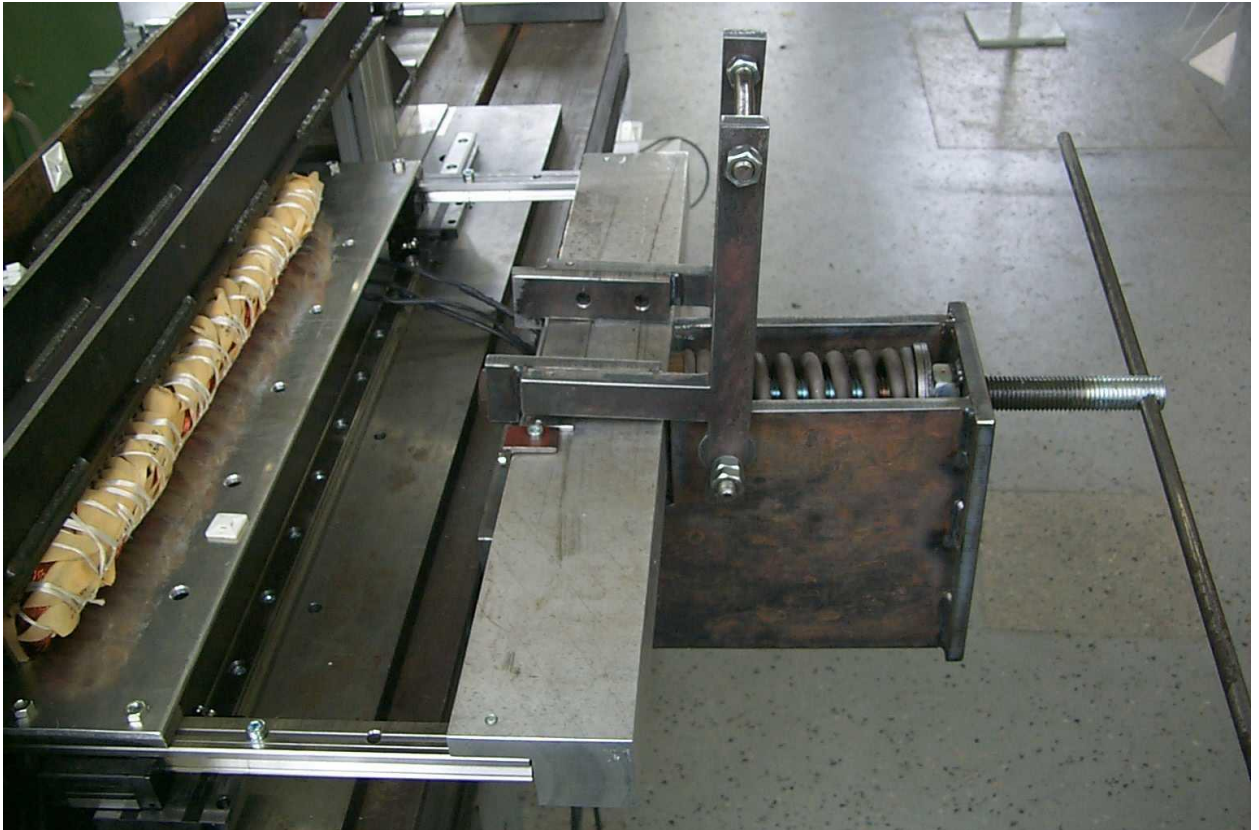


Bild 1: Querschiebeeinrichtung im gespannten Zustand

Das eigentliche krafterzeugende System für die der Querbewegung besteht aus einer Spiralfeder, die mit einem Schub balken gekoppelt ist. Die Federkonstante wurde mit Hilfe vorhandener Prüfmaschinen ermittelt und beträgt 135 N/mm. Mittels einer Spindel kann diese Feder nunmehr definiert gespannt werden, indem der Spannweg mechanisch festgelegt wird – im vorliegenden Fall 37 mm, woraus die Anfangsschubkraft von ca. 5 kN resultiert. Nach dem Spannen wird der Schub balken mechanisch durch eine Auslösevorrichtung arretiert und die Spindel um einen definierten Weg zurückgesetzt. Dieser Weg bestimmt die freie Bewegungslänge des Schub balkens. Der Schub balken wiederum ist mit zwei Führungsschienen verbunden (Bild 1), auf denen das Sekundärteil angebracht ist. Diese Führungsschienen sind in je zwei Schlitten gelagert, wodurch die definierte Bewegung in Entspannungsrichtung der Feder und quer zur Antriebsrichtung des Motors gegeben ist.

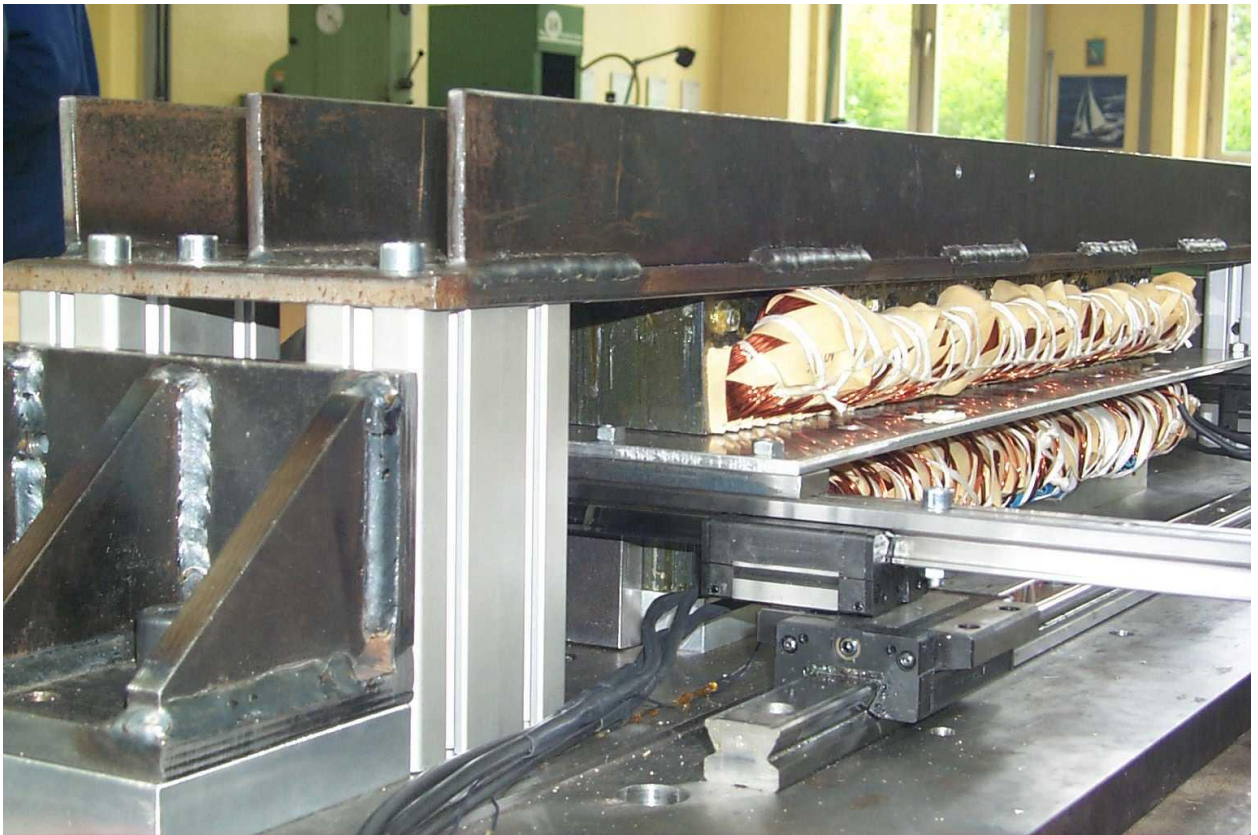


Bild 2: Schienenführung für Querzugversuch

Um die eigentlichen Vorschubkräfte des Antriebes auf das Sekundärteil zu kompensieren, ohne die Führungsschlitten unzulässig zu belasten, wird dieses durch eine robuste Rollenführung abgestützt. Damit ist eine reibungsarme Querbewegung bei blockierter Bewegung in Vorschubrichtung gewährleistet.

Zur Erfassung der Querbewegung wurde ein Präzisionsabstandssensor eingesetzt, dessen Funktion auf dem Laser-Triangulationsprinzip beruht (Bild 3). Der Messweg dieses Sensors beträgt 50 mm, womit eine definierte Aufzeichnung der Bewegung im Entspannungsbereich (ca. 20 mm) gegeben ist. Die Aufzeichnung und Auswertung der Bewegung erfolgt mittels eines Systems „Musycs“ mit einer Abtastrate von 100 kHz.

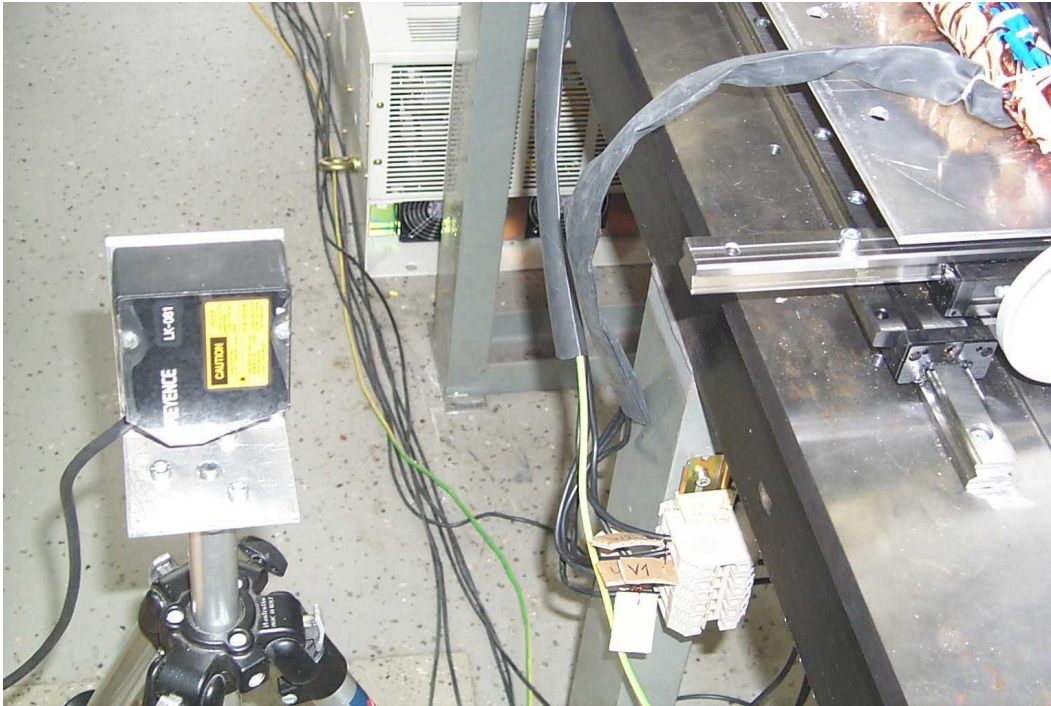


Bild 3: Laser-Triangulationssensor für Bewegungsaufzeichnung

7. Versuchsdurchführung und -auswertung

Jeweils mit bestromten und stromlosem Antrieb wurden unter ansonsten gleicher Bedingungen 10 Versuche durchgeführt. Dabei erfolgte eine Aufzeichnung des Weg-Zeit-Verlaufes. Bild 4 zeigt zwei typische Verläufe im Vergleich. Das Auslenken des Sekundärteiles vor dem „Abschuss“ beruht auf der manuellen Betätigung der Auslösevorrichtung.

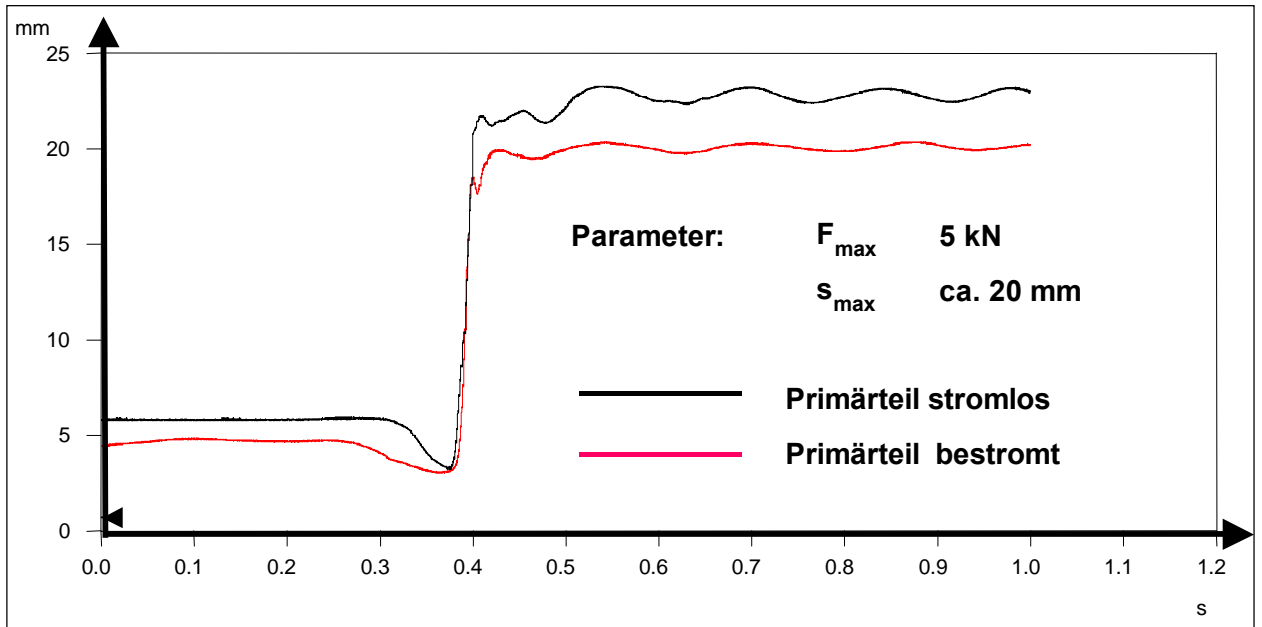


Bild 4: Querzugversuch - Weg-Zeit-Verlauf des Sekundärteiles

Bild 5 zeigt die Verläufe im gedehnten Zeitmaßstab und macht zumindest ein Abschätzen der wichtigsten Bewegungsgrößen möglich, worauf eine qualitative Aussage über den möglicherweise grundsätzlich unterschiedlichen Verlauf bei aktivem und passivem Antrieb ausreichend sicher beruhen sollte.

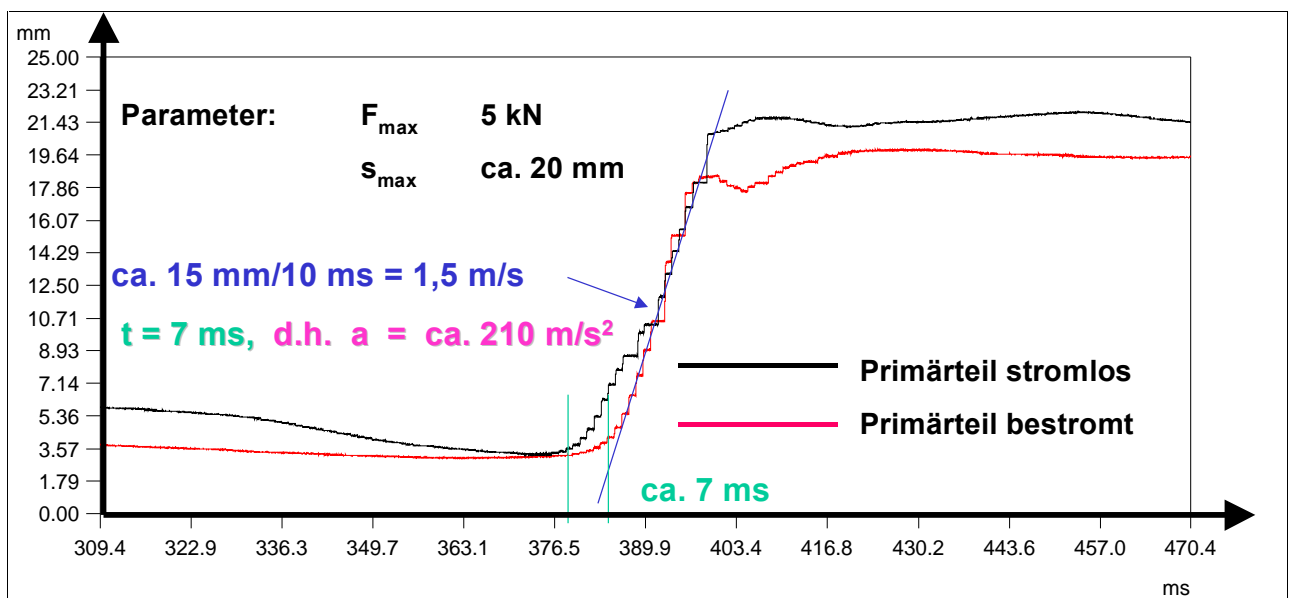


Bild 5: Querzugversuch - Weg-Zeit-Verlauf des Sekundärteiles - gezoomt

Anhand des Anstieges des Weg-Zeit-Verlaufes kann auf eine Geschwindigkeit der Querbewegung von ca. 1,5 m/s geschlossen werden. Diese liegt bei allen Versuchen, unabhängig von einer Motorbestromung, in der gleichen Größenordnung.

Das Ermitteln der Beschleunigung trägt natürlich nur den Charakter einer groben Abschätzung und ergibt unabhängig von der Motorbestromung eine Größenordnung von 200 m/s^2 . Die rechnerische Abschätzung auf Grundlage von Federkraft (5 kN) und bewegter Masse (15 kg) sowie unter Vernachlässigung der Reibungskräfte ergibt einen Maximalwert von ca. 330 m/s^2 . Damit ist angesichts der Aufzeichnungsauflösung eine recht gute Übereinstimmung gegeben.

Zusammenfassend kann eingeschätzt werden, daß kein erkennbarer Unterschied zwischen den Bewegungsaufläufen bei bestromtem und stromlosem Antrieb nachzuweisen ist und damit kein Grund zu der Annahme besteht, daß die Funktion der Roll-Schiebe-Platte durch die vermuteten Kraftwirkungen beeinträchtigt wird. “ **(Zitatende)**

9.7. Katalogdaten und Parameter der ANTRIMA-Motoren

Vorgestelltes Modell wurde bereits betriebsintern angewendet zur Berechnung der Eigenschaften nachfolgender Motoren. Als Sekundärteil stehen bisher zwei verschiedene Ausführungen zur Verfügung; einmal eine einfache, 3 mm dicke Aluminiumplatte, zum anderen ein strukturiertes Sekundärteil (in Abb. 9.5.2-2 zu sehen), bestehend aus abgekantetem Alublech mit Nuten, in welche Blechstreifen eingebracht worden sind (gemäß den Richtlinien aus [KLA-62]).

Tabelle 9.7-1: Katalogdaten der Typenreihe von Linearmotoren der ANTRIMA GmbH

Baugröße	Alberich	Beowulf	Caesar	Dietrich	Ekkehard	Fridolin
Spannung, [VAC]	400					
max. Anschlussleistung, [kVA]	1,1	2,3	4,3	7,3	12,1	14,4
Maximalstrom, [A] ^{1,2}	1,5	3,2	6,2	10,6	17,5	20,8
Nennfrequenz, [Hz]	50					
Schutzgrad	IP67					
Einschaltdauer, [%]	40					
Maximalkraft/ 3mm Alu, [N]	45	101	163	240	218	241
Maximalkraft/ANTRIMA-Sekundärteil, [N]	235	527	850	1252	1137	1257
Synchrongeschwindigkeit, [m/s]	3				6	
Umgebungstemperatur, [°C]	40					
Maximaltemperatur, [°C]	120 (Kaltleiter)					
Masse, [kg]	2,5	4,4	8,6	12,3	11,4	13,4
Länge, [mm]	180		360		540	
Breite, [mm]	105	155		220	135	160
Höhe, [mm]	45		53			

Bezogen auf ein Sekundärteil aus 3 mm dickem Aluminiumblech und einen Luftspalt von 0,5 mm wurden mit den in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungsvorschriften folgende Parameter für die Motoren berechnet:

Tabelle 9.7-2: Eingabeparameter für die Berechnung der Widerstände/ Induktivitäten

Motor	Blechbreite, [m]	Spulenzahl, [-]	Windungen pro Spule, [-]	Polteilung, [m]	Polzahl, [-]	Q, [-]	Zahl d. Phasen m, [-]	Windungen pro Phase, [-]	R_A, R_B, R_C bei 20°, [Ω]	R_A, R_B, R_C bei 100°, [Ω]
Alberich	0,045	15	432	0,03	6	1	3	360	122,07	160,37
Beowulf	0,095	15	216	0,03	6	1	3	180	47,21	62,02
Caesar	0,095	33	100	0,03	12	1	3	91,7	27,04	35,52
Dietrich	0,16	33	52	0,03	12	1	3	47,7	20,53	26,98
Ekkehard	0,075	48	63	0,06	9	2	3	112	14,69	19,29
Fridolin	0,1	48	48	0,06	9	2	3	85,3	12,86	16,9

Tabelle 9.7-2: Ergebnisse ; Eingabeparameter für das vorgestellte Modell

Motor	Phaseninduktivität – Primärteil, [H]			Phaseninduktivität – Sekundärteil, [10 ⁻⁶ H]			Phasenwiderstand (20°) – Sekundärteil, [10 ⁻³ Ω]			Phasenwiderstand (100°) – Sekundärteil, [10 ⁻³ Ω]			Koppelfaktoren [-]		
	L_A	L_B	L_C	L_a	L_b	L_c	R_a	R_b	R_c	R_a	R_b	R_c	k_R	k_S	k_{RS}
Alberich	0,33	0,33	0,33	3,447	1,877	3,447	4,454	4,663	4,454	5,851	6,126	5,851	0,87	0,99	0,73
Beowulf	0,143	0,143	0,143	2,459	1,772	2,459	5,512	5,512	5,512	7,241	7,241	7,241	0,87	0,99	0,73
Caesar	0,074	0,074	0,074	4,918	3,544	4,918	0,011	0,011	0,011	0,014	0,014	0,014	0,87	0,99	0,73
Dietrich	0,031	0,031	0,031	5,01	3,985	5,01	0,013	0,013	0,013	0,017	0,017	0,017	0,87	0,99	0,73
Ekkehard	0,06	0,06	0,06	2,597	1,522	2,597	2,982	3,051	2,982	3,918	4,008	3,918	0,94	0,99	0,74
Fridolin	0,04	0,04	0,04	2,243	1,406	2,243	4,134	4,134	4,134	5,431	5,431	5,431	0,94	0,99	0,74

Lebenslauf

Patrice Weiss

Geburtstag und –ort:		20. August 1961 in Halle/ Saale
Eltern:		Ingeborg Weiss Vater- verstorben
Schulbildung:		
	POS	1968-1973 Diesterweg/ Halle
	POS	1973-1976 Frohe Zukunft/ Halle
	EOS	1976-1979 August Hermann Francke/ Halle
	ABF	1979-1980 Walter Ulbricht/ Halle
	Abitur	1980
Studium:	1980-1986	Kiewer Polytechnisches Institut, Elektrische Antriebstechnik
	Diplom	1986 „Röhrenförmige Linearmotorkolbenpumpe“
Berufstätigkeit:	1986-1989	Ingenieur für Grundlagen der Projektierung beim VEB Starkstromanlagenbau Leipzig-Halle
	1989-1991	Entwicklungsingenieur beim ZIS Halle
	1991-	selbständig

Erklärung

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur angefertigt habe.

Halle, im Oktober 2005

Patrice Weiss