Dipl.-Phys. Maria-Astrid Schröter

Untersuchung schwingender Mikrostrukturen mittels dynamischer Rasterelektronenmikroskopie: Experiment und Theorie

BAM-Dissertationsreihe • Band 124 Berlin 2015 Die vorliegende Arbeit entstand an der BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung.

Impressum

Untersuchung schwingender Mikrostrukturen mittels dynamischer Rasterelektronenmikroskopie: Experiment und Theorie

2015

Herausgeber: BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Unter den Eichen 87 12205 Berlin Telefon: +49 30 8104-0 Telefax: +49 30 8112029 E-Mail: info@bam.de Internet: www.bam.de

Copyright © 2015 by BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung

Layout: BAM-Referat Z.8 ISSN 1613-4249 ISBN 978-3-9816668-3-0

# Untersuchung schwingender Mikrostrukturen mittels dynamischer Rasterelektronenmikroskopie: Experiment und Theorie

vorgelegt von

Diplom-Physikerin Maria-Astrid Schröter aus Berlin

Von der Fakultät II - Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Berlin zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der Naturwissenschaften -Dr. rer. nat.genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. rer. nat. Mario Dähne Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Michael Lehmann Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Heinz Sturm Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Ralf Metzler

> Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 15. September 2014

> > Berlin 2014 D 83

#### Zusammenfassung

Die vorgelegte Arbeit zeigt die Ausarbeitung und die Überprüfung einer Theorie, mit welcher die Ergebnisse aus einem neu entwickelten Mess-Verfahren (DySEM-Technik) beschrieben werden können.

Mit dem Begriff "DySEM" (Dynamic Scanning Electron Microscopy) wird ein experimentelles Verfahren bezeichnet, bei dem ein Elektronenstrahl als Mess-Sonde über einem mikroskaligen Schwinger verfahren wird, wobei die Schwingung durch eingesetzte Lock-In Technik frequenzaufgelöst dargestellt werden kann. Neben dem klassischen Sekundärelektronen-Signal wird zur Bildgebung auch der Anteil aus dem Signal genutzt, der sich anregungssynchron ändert. Die DySEM-Technik ermöglicht eine direkte Visualisierung der Schwingungsdynamik der oszillierenden Struktur, da zwischen unterschiedlichen Eigenmoden (flexural, torsional) als auch den jeweiligen höheren Harmonischen optisch eindeutig unterschieden werden kann. Damit bietet sich dieses Verfahren als ein Werkzeug der Modal-Analyse mikroskaliger Schwinger an, welche in mikro- bzw. nanoelektromechanischen Systemen (MEMS bzw. NEMS) häufig Verwendung finden und bei denen eine Optimierung der Designparameter oft erst durch die Bildgebung der Schwingung zu erreichen ist. Zusätzlich zeigen die DySEM-Bilder charakteristische Amplituden-abhängige Bildmerkmale, die theoretisch verstanden werden müssen. Prinzipiell ist die DySEM-Technik nicht an den Elektronenstrahl als Mess-Sonde gekoppelt. Allerdings erweist sich gerade im Zuge fortschreitender Miniaturisierung mit immer kleinskaligeren Schwingern eine elektronenoptische Orts-Auflösung als günstig. Bei der theoretischen Analyse des Abbildungsmechanismus liegt der Fokus auf der Untersuchung der raum-zeitlichen Dynamik der Wechselwirkung zwischen Elektronenstrahl und der periodisch darunter hinweg schwingenden Mikrostruktur, für die erstmals ein umfängliches Modell abgeleitet werden konnte, wodurch die detaillierte Interpretation der experimentellen Ergebnisse möglich wurde.

Zusätzlich spielen lokale Eigenschaften (Materialeigenschaften) des Schwingers eine Rolle. Ebenso müssen die Beiträge von Energieverlustmechanismen zur Bildgebung berücksichtigt werden. Um die bildgebenden Gleichungen explizit ableiten zu können, beschränkt sich die mathematische Analyse in dieser Arbeit auf die Annahme eines frei oszillierenden, einseitig geklemmten Schwingers ohne Wechselwirkung mit Materie, wie es im DySEM-Experiment durch die Bildgebung im Hochvakuum angenähert wird. Die aufgrund dieses Modells simulierten DySEM-Bilder stimmen mit den experimentell gewonnenen Ergebnissen qualitativ und quantitativ gut überein. Erst das theoretische Modell des bildgebenden Prozesses ermöglicht es, aus dem DySEM-Verfahren ein quantitatives Analyse-Instrument zu machen. Ohne ein solches Verständnis des Zusammenhangs zwischen Bild-Kontrast und Interaktions-Geometrie ist eine quantitative Interpretation der DySEM-Bilder kaum möglich. Denn nur wenn die Unterscheidung zwischen der Nichtlinearität von Bildgebung und der Nichtlinearität eines Mess-Signals eindeutig ist, gelingt die Abgrenzung von linearen und nichtlinearen Effekten der mechanischen Schwingung mit Hilfe der DySEM-Technik. Das bedeutet, dass allein der Vergleich des gemessenen Abbildungsprofils des Schwingers mit der Form, welche die lineare Theorie vorhersagt, aussagekräftig ist. Die Analyse der Bildgebung der schwingenden Mikrostruktur mittels Rasterelektronenmikroskopie wird damit in der vorgelegten Arbeit in einer Kombination von Experiment, Theorie und Simulation erreicht.

#### Abstract

The thesis presented shows the development and verification of a theory, with which the results of a newly developed measuring method (DySEM technique) can be described. The term "DySEM" (Dynamic Scanning Electron Microscopy) denotes an experimental procedure for measuring the vibrational dynamics of a microscale oscillator using a scanning electron beam. In addition to the classical secondary electron (SE) signal, the dynamic part of the signal can be obtained using a lock-in amplifier synchronized to the excitation frequency. The DySEM technique enables the direct observation of freely vibrating structures, including several modes in the normal and torsional direction as well as their higher harmonics. Thus, this method is a tool of modal analysis of microscale structure in oscillation, which is frequently used in micro- and nanoelectromechanical systems (MEMS and NEMS) and where an optimization of the design parameters often only can be achieved by imaging the vibration. Additionally, the DySEM images contain characteristic amplitude-dependent image features that need to be understood theoretically. Thanks to the precise local definition of electron beam and to lock-in technique the vibration images exhibit high spatial resolution. Thus, in the framework of progressing miniaturization of vibrating structures an electron-optical resolution is proved to be advantageously.

In this framework a new quantitative theoretical model is proposed for the interpretation of the characteristic properties of the obtained measurements. The model of imaging generating mechanism relates the experimental images to the spatio-temporal interaction between electron beam and periodically vibrating microstructure. So, for the first time the detailed interpretation of the experimental results was possible. In addition, local properties (material properties) of the micro-oscillator are important. Similarly, the contributions of energy loss mechanisms must be considered for imaging. To explicitly derive the imaging equations, the mathematical analysis is limited in this work to the adoption of a free oscillating unilaterally clamped oscillator without interaction with matter, as it is approximated in DySEM experiment by imaging in high vacuum.

Simulated images show very good qualitatively and quantitatively correspondence to the experimental data. First the theoretical model of the imaging process makes it possible to use the DySEM-technique as a quantitative analysis tool. Without such an understanding of the relationship between image contrast and interaction geometry, a quantitative interpretation of the DySEM images is hardly possible. The advantage of DySEM technique is the ability to distinguish between artefacts based on the imaging process and features which carry relevant information (i.e. nonlinear mechanical behavior of the micro-oscillator). The analysis of the imaging of oscillating microstructures by means of scanning electron microscopy is thereby achieved in this work presented as a combination of experiment, theory and simulation.

# Inhaltsverzeichnis

Ζι	Zusammenfassung Abstract				
Ał					
1	Einl	eitung	1		
	1.1	Motivation	1		
	1.2	Bildgebende Verfahren mikro- und nanoskaliger Strukturen	3		
	1.3	Ziele dieser Arbeit	4		
	1.4	Gliederung	5		
2	Gru	ndlagen schwingender Mikrostrukturen	7		
	2.1	Mikrofabrizierte Federbalken	7		
	2.2	Federbalken-basierte Sensorik	8		
	2.3	Ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz (Harmonische)	11		
	2.4	Messung der Balkenschwingung durch die Laserdeflektionsmethode	12		
	2.5	Elektronenmikroskopie	14		
	2.6	Fazit	17		
3	Ехр	erimentelles Verfahren	18		
	3.1	Die DySEM-Technik	20		
		3.1.1 Justage des Phasen-Offsets	23		
		3.1.2 Laterale Auflösung im DySEM-Modus	24		
		3.1.3 Sensorik zur Vibrationsmessung, ein Vergleich	26		
	3.2	Anregung schwingender Mikrostrukturen	28		
		3.2.1 Schwingungsanregung über eine Wegquelle	28		
		3.2.2 Weitere Anregungsmöglichkeiten	29		
	3.3	Lock-In Technik	31		
	3.4	Überprüfung des Mess-Aufbaus	33		
	3.5	Schwingungseigenschaften eines Federbalkens vom			
		Typ <i>PPP-CONTR</i>	36		
	3.6	Fazit	39		

4	DyS	EM-Messung schwingender Mikrostrukturen	41
	4.1	Flexuralmoden	43
	4.2	Torsionsmode	47
5	Bew	vegungsgleichung für Balkenschwingungen	50
	5.1	Flexurale Oszillation nach Euler-Bernoulli	50
	5.2	Torsionale Oszillation	53
6	The	orie der dynamischen Rasterelektronenmikroskopie	56
	6.1	Konzeptionelle Einführung	56
	6.2	Asymptotik für kleine Amplituden	59
	6.3	Der homogene Federbalken	64
	6.4	Bildgebung an Singularitäten	66
		6.4.1 Stufen-Kontrast	66
		6.4.2 δ-Kontrast	70
	6.5	Phasen-Gleichungen	71
		6.5.1 Parität der Kern-Funktionen	73
	6.6	Kontrastverteilung an den Kanten	75
	6.7	Fazit	77
7	Disk	kussion der DySEM-Bilder	79
	7.1	Kontrastmochanismus an Singularitätan	~~
			80
		7.1.1         Stufen-Kontrast	80 80
		7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast	80 80 82
		7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten	80 80 82 84
	7.2	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im $LIA$ -Bild	80 80 82 84 84
	7.2	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im $LIA$ -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten	80 80 82 84 84 84
	7.2	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im $LIA$ -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten         7.2.2       Vorder- und Hinterkante im Vergleich	80 82 84 84 86 86
	7.2	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im $LIA$ -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten         7.2.2       Vorder- und Hinterkante im Vergleich         Simulation der DySEM-Bildkontraste	80 82 84 84 86 86 86 87
	7.2 7.3 7.4	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2 $\delta$ -Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im $LIA$ -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten         7.2.2       Vorder- und Hinterkante im Vergleich         Simulation der DySEM-Bildkontraste         Fazit	80 82 84 84 86 86 86 87 88
8	7.2 7.3 7.4 <b>DyS</b>	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im <i>LIA</i> -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten         7.2.2       Vorder- und Hinterkante im Vergleich         Simulation der DySEM-Bildkontraste         Fazit         Fazit	80 80 82 84 84 86 86 86 87 88 <b>90</b>
8	7.2 7.3 7.4 <b>DyS</b> 8.1	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im <i>LIA</i> -Bild	80 80 82 84 84 86 86 86 87 88 <b>90</b> 90
8	7.2 7.3 7.4 <b>DyS</b> 8.1 8.2	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im LIA-Bild	80 80 82 84 84 86 86 86 87 88 <b>90</b> 90 92
8	<ul> <li>7.2</li> <li>7.3</li> <li>7.4</li> <li>DyS</li> <li>8.1</li> <li>8.2</li> <li>8.3</li> </ul>	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im <i>LIA</i> -Bild	80 80 82 84 84 86 86 86 87 88 <b>90</b> 92
8	<ul> <li>7.2</li> <li>7.3</li> <li>7.4</li> <li>DyS</li> <li>8.1</li> <li>8.2</li> <li>8.3</li> </ul>	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im <i>LIA</i> -Bild         7.2.1       Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten         7.2.2       Vorder- und Hinterkante im Vergleich         Simulation der DySEM-Bildkontraste       Fazit         Fazit       Analyse der Balkenbewegung durch artifizielle Strukturen         Anwendungen und potentielle Weiterentwicklungen des         DySEM-Verfahrens       DysEM-Verfahrens	80 80 82 84 84 86 86 87 88 <b>90</b> 90 92 96
8	7.2 7.3 7.4 <b>DyS</b> 8.1 8.2 8.3 <b>Zus</b>	7.1.1       Stufen-Kontrast         7.1.2       δ-Kontrast         7.1.3       Zwischen den Kanten         Der Zusammenhang von Realteil und Phase im LIA-Bild	80 80 82 84 84 86 86 87 88 90 90 92 96 99

11	Appendix	107			
	11.1 Veröffentlichungen	107			
	11.2 Verwendete Geräte und Materialien	109			
	11.3 Mess-Parameter	110			
Literaturverzeichnis					

# 1 Einleitung

#### 1.1 Motivation

Das wachsende Interesse an bildgebenden Verfahren mit Auflösung im Mikro- bzw. Nanometer-Bereich ist vor allem in der fortschreitenden Miniaturisierung von technischen Anwendungen begründet.

So basieren eine Vielzahl von mikroelektromechanischen Systemen (MEMS) wie Resonatoren, Mikrospiegeln oder Mikroschaltern in ihrer Funktionalität auf der Schwingung mikrofabrizierter Balken [1]. Um die Leistung dieser Systeme zu charakterisieren und zu bewerten ist es daher notwendig, Informationen über ihre Dynamik zu erhalten [2], [3], [4]. Trotz guter numerischer Ergebnisse, die zum Beispiel auf Finite-Elemente-Methoden basieren [5], ist eine Optimierung der Designparameter auf der Mikro- und Nanoskala häufig erst durch eine Bildgebung der Schwingung der oft komplexen Systeme zu erreichen. Zusätzlich benötigen die Vorhersagen und Berechnungen zur Optimierung des Schwingverhaltens mikroresonanter Strukturen Eingangsparameter aus experimentellen Daten.

Insbesonders bei schwingfähigen Balken für die Rasterkraftmikroskopie ist größtmögliche Kontrolle von Schwingung und Amplitude unverzichtbar [6]. Bei dieser Art von Sensoren (Federbalken) handelt es sich um schwingfähige, mechanische Systeme, deren Dynamik durch die Eigenmoden charakterisiert ist [7]. Mit der zunehmenden Bedeutung von Multifrequenztechniken in der Rasterkraftmikroskopie wird zudem die gleichzeitige Kontrolle und Optimierung von mehreren Eigenmoden sowie ihrer Harmonischen (ganzzahlige Vielfache der jeweiligen Mode) wichtig.

Zusätzlich werden Federbalken zur Detektion einer Vielzahl von durch physikalische oder chemische Eigenschaften bestimmter Kräfte genutzt, indem die Wechselwirkungs-Information in Form einer Frequenzverschiebung oder Balken-Verbiegung gemessen wird. Auch in diesem Bereich der Federbalken-basierten Sensorik, d.h. für Anwendungen schwingender Balken außerhalb eines Rasterkraftmikroskops, lässt sich durch optimierte vibrierende Strukturen die Sensitivität entscheidend verbessern.

Weitere Miniaturisierung führt zum Übergang von der Mikro- auf die Nanoebene. Nanoelektromechanische Systeme (NEMS) zeichnen sich durch schwingende Strukturen im Nanometer-Bereich aus und erlauben durch extrem schmalbandige Resonanzfrequenzen in MHz-Bereich eine weitere Verkürzung der Abbildungszeiten [8], [9]. Ultra-hochfrequente Federbalken als integrative Komponente von NEMS machen diese zu vielversprechenden Kandidaten bei der Entwicklung schneller, ultra-präziser Sensoren [10]. Durch die Reduzierung der Dimensionen beeinflussen allerdings zunehmend nanoskalige Fabrikationsfehler oder lokale Inhomogenitäten in der Morphologie, im Elastizitätsmodul oder in der thermischen Leitfähigkeit die Leistung des Mess-Verfahrens [11] oder führen zu unerwünschten nichtlinearen mechanischen Eigenschaften [6], [12].

Allerdings ist das Auftreten von Nichtlinearitäten, wie höheren Harmonischen, Sub- und Supra-Harmonischen, Bifurkation oder Phasenverschiebung, nicht immer ein Nachteil. Als Frühindikator einer Schädigung, auch auf der Nanoskala, reagiert das dynamisch-mechanische Verhalten einer schwingenden Struktur höchst empfindlich auf Veränderungen des Schwingers. Genannte Eigenschaften sind auf Schäden wie etwa Nanorisse oder Kaltverfestigung sensitiv. Das zeit- und lastabhängige Verhalten kann somit empfindlich detektiert werden. Am Beispiel der Verfestigung von Silikon [13] oder Polymeren [14] zeigt sich etwa, dass der Energieverlust aufgrund der plastischen Deformation in jedem Zyklus zur Generation von höheren Signal-Harmonischen führt. Somit ist die Untersuchung der Stabilität und der Zuverlässigkeit dieser Strukturen auf der Nanoskala möglich und wird essentiell für den Übergang von der Nanowissenschaft zur Nanotechnologie.

Dieses Ziel ist natürlich nicht "einfach nur" durch die in-situ Bildgebung der miniaturisierten Strukturen erreicht, denn die erhaltenen Bilder müssen gegebenenfalls auch nach der lokalen Verteilung solch nichtlinearer Effekte und hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von der Vibrationsamplitude interpretiert werden können. Zudem besteht eine Notwendigkeit zur Charakterisierung höherer flexuraler oder torsionaler Moden von Federbalken sowie derer Harmonischen nicht nur für die Anwendung spezieller Verfahren in der Rasterkraftmikroskopie [15].

Obgleich es sich bei der konventionellen elektronenmikroskopischen Abbildung um ein gut verstandenes bildgebendes Verfahren handelt, ist der in dieser Arbeit vorgestellte neue Abbildungsmechanismus speziell für mikroskalige Schwinger (physikalische Interaktion von Elektronenstrahl mit dem darunter hinweg schwingenden Balken) durch eine modelltheoretische Interpretation bis jetzt noch nicht geklärt. Ein Ziel dieser Doktorarbeit ist es, diese Erkenntnislücke zu schließen. Durch die Entwicklung der hier vorgestellten "Dynamic Scanning Electron Microscopy" (DySEM) wird die Möglichkeit der Abbildung von Bewegungsprozessen im Rasterelektronenmikroskop um eine neue Methode erweitert. Die bekannte stroboskopische Verfahrensweise lässt zwar mehr Frequenzen zu, die Ausnutzung mechanischer Resonanzen im DySEM verbessert aber die Empfindlichkeit zur dynamischen Bildgebung schwingender Strukturen und die Erkenntnistiefe bezüglich mechanischer Kopplung.

So ermöglicht erst das Verständnis der die Dynamik bestimmenden Prozesse aus dem Vergleich von Experiment, Theorie und Simulation die Interpretation der im Schwingungssignal enthaltenen Information, wodurch die schwingenden Strukturen hinsichtlich ihrer Eigenmoden, der Knotenlage und der Sensitivität optimiert werden können.

#### 1.2 Bildgebende Verfahren mikro- und nanoskaliger Strukturen

Die Bildgebung von Bewegung mikroskaliger Strukturen erfolgt klassischerweise durch rasternde interferometrische Verfahren.

Hierbei wird das Licht einer Strahlquelle an einem Strahlteiler in einen Referenz- und Objektstrahl geteilt. Der Objektstrahl wird auf den Schwinger gelenkt und das von dort reflektierte Licht mit dem über einen Spiegel geleiteten Referenzstrahl auf einer Photodiode oder einem CCD-Sensor zur Interferenz gebracht. Die Fourier-Transformierte des zeitabhängigen Signals ermöglicht die Darstellung von Amplitude und Phase der Vibration des Balkens.

Die verwendeten interferometrischen Verfahren unterscheiden sich nach der Wellenlänge des abbildenden Lichtes und damit nach der erzielbaren Wegauflösung von Bewegung. Bildgebende Interferometrie wurde bereits vielfältig genutzt [16], [17], [18] und erreicht Wegauflösungen von Schwingungen im Bereich von Nano- bis Picometern. Die laterale Auflösung ist deutlich geringer und durch die Abmaße des Licht-Spots gegeben. Da selbst im günstigsten Fall der Durchmesser eines fokussierten Laserstrahls im unteren Mikrometer-Bereich liegt, ist auch das örtliche Auflösungsvermögen bestenfalls in dieser Größenordnung.

Zusätzlich kann mit einem Vibrometer unter Ausnutzung des Doppler-Effekts aus der Frequenzverschiebung des Objektstrahls in Bezug auf den Referenzstrahl auf die Geschwindigkeit und damit auf die Dynamik der Auslenkung geschlossen werden [19], [20], [21].

Andere optische Methoden können angewandt werden, um die statische Verbiegung des Balkens zu messen, wie zum Beispiel die Phasenverschiebungs-Interferometrie (*phase shift interferometry*) [22], [23]. Bei diesem Verfahren wird der Schirm, auf dem Referenz- und Objektstrahl zur Interferenz gebracht werden, senkrecht zur Deflektionsrichtung des Balkens um einen definierten Betrag verschoben, wodurch sich das Interferenzmuster ändert. Die Rekonstruktion der Balken-Verbiegung gelingt durch den Vergleich der zugehörigen Interferenzbilder, indem die lokale Abhängigkeit der Interferenz-Intensität von der Phasenlage des Balkens ausgenutzt wird. Damit ist das Verfahren innerhalb der Kohärenzlänge des verwendeten Lichtes genau.

Bei den meisten Experimenten, die einen Elektronenstrahl als Mess-Sonde zur Abbildung der resonanten Struktur nutzen, geschieht das durch stroboskopische Rasterelektronenmikroskopie [3], [24], [25], [26]. Grundsätzlich unterscheidet man zwischen zwei alternativen Verfahren zur Bildaufnahme.

Im ersten Fall wird der Schwinger kontinuierlich mit dem Elektronenstrahl beleuchtet und die ausgelösten Signale zeitperiodisch beobachtet (*stroboscopic image capture*). Bei dieser Methode werden nur zu bestimmten Zeit-Intervallen die herausgelösten Streuelektronen registriert. Wenn der Abstand der Intervalle gleich der Periodendauer der Oszillation ist, dann wird die Schwingung immer in derselben Phasenlage abgebildet. Ist hingegen der Abstand der Intervalle in Bezug auf die Periodendauer verkürzt oder verlängert, dann wird die Os-

zillation bei verschiedenen Phasenlagen abgebildet. Dabei ist die Auflösung der Phasenabhängigen instantanen Auslenkung des Schwingers um so besser, je kleiner das Intervall ist. Andernfalls, wenn das Intervall länger wird und es zur Überlagerung von Phasenlagen des Schwingers kommt, findet der Übergang zur herkömmlichen elektronenoptischen Bildgebung statt.

Im zweiten Fall wird der Elektronenstrahl mit einer "Beam Blanker"-Vorrichtung in definierten Zeit-Intervallen von der Probe ausgeblendet, während der Detektor durchläuft (*stroboscopic illuminated capture*). In der Tat ist der Beam-Blanker für schnelles Schalten konzipiert, nicht aber auf rhythmisches Ein- und Ausschalten hin optimiert, so dass sich der Strahl leicht aus dem Fokus verstellt und nachgestellt werden muss. Die erhaltenen Bilder sind oft von geringer Intensität, da nur während eines Bruchteils der Oszillationsperiode der Balken belichtet wird, so dass längere Integrationszeiten notwendig werden.

Die durchschnittliche laterale Auflösung im elektronenoptischen Bild beträgt 2 nm, was eine Spotgröße von 1,5 nm voraussetzt. Die durchschnittliche Vibrationsauflösung entspricht günstigstenfalls der Auflösung des Elektronenmikroskops.

#### 1.3 Ziele dieser Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Ausarbeitung einer Theorie, mit welcher die Ergebnisse aus einem neu entwickelten Mess-Verfahren (DySEM-Technik) beschrieben werden können. Der Begriff "DySEM" ist ein Akronym und ist durch "**Dy**namic **S**canning **E**lectron **M**icroscopy" gegeben. Damit ist ein experimentelles Verfahren bezeichnet, bei dem ein Elektronenstrahl über einem resonierenden Federbalken verfahren wird, wobei die Schwingung durch eingesetzte Lock-In Technik frequenzaufgelöst dargestellt werden kann.

Die DySEM-Technik ermöglicht es, zwischen unterschiedlichen Eigenmoden (flexural, torsional) des Federbalkens als auch den jeweiligen höheren Harmonischen zu unterscheiden und bietet sich damit als ein Werkzeug der Modalanalyse an. In der Tat zeigen die DySEM-Bilder des Federbalkens charakteristische Amplituden-abhängige Bildmerkmale, die im theoretischen Teil verstanden werden müssen.

Um systematisch den bildgebenden Prozess zu untersuchen, welcher die Interpretation der komplexen dynamischen Federbalken-Antwort beinhaltet, muss ein physikalisches Verständnis für das Zusammenspiel von Elektronenstrahl und periodisch darunter hinweg schwingenden Balken gewonnen werden. Zusätzlich spielen lokale Eigenschaften (Materialeigenschaften) des Federbalkens eine Rolle.

Die modelltheoretische Beschreibung der vibrierenden Struktur muss auch die Beiträge von Energieverlustmechanismen zur Bildgebung berücksichtigen. Auch muss zwischen nichtlinearen Prozessen, die auf der Bildgebung basieren, und wichtigen physikalischen Signalkomponenten (z.B. nichtlineares Verhalten des Federbalkens) unterschieden werden. Um die bildgebenden Gleichungen explizit ableiten zu können, beschränkt sich die mathematische Analyse in dieser Arbeit auf die Annahme eines frei schwingenden, einseitig geklemmten Federbalkens ohne Wechselwirkung mit Materie, wie es im DySEM-Experiment durch die Bildgebung im Hochvakuum angenähert wird.

Die Analyse der Bildgebung des schwingenden Mikrobalkens mittels Rasterelektronenmikroskopie wird damit in dieser Arbeit in einer Kombination von Experiment, Theorie und Simulation erreicht.

Dabei habe ich in dieser Doktorarbeit auf der einen Seite die Experimente durchgeführt und auf der anderen Seite in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Holschneider aus dem Fachbereich 'Angewandte Mathematik' der Universität Potsdam eine Theorie entwickelt, die die Ergebnisse interpretierbar macht. Die numerischen Ergebnisse stammen von Herrn Prof. Holschneider.

#### 1.4 Gliederung

Die Doktorarbeit hat folgende Struktur:

In **Kapitel 2** werden zunächst die nötigen Grundlagen zu mikrofabrizierten Federbalken und zu ihren vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten als Sensoren erläutert. Neben dem klassischen Gebiet der Rasterkraftmikroskopie nutzen eine zunehmende Anzahl experimenteller Verfahren die Messung bzw. Abbildung von physikalischen Größen bei höheren Federbalken-Harmonischen. Das Kapitel wird abgeschlossen mit einer kurzen Darstellung über die Funktionsweise eines Rasterelektronenmikroskops.

In **Kapitel 3** wird das experimentelle DySEM-Verfahren einschließlich frequenzaufgelöster LIA-Technik vorgestellt. Es folgt eine Diskussion der DySEM-Technik im Vergleich zu alternativen bildgebenden Verfahren mikroskaliger Schwinger. Danach erfolgt die Überprüfung des Mess-Aufbaus hinsichtlich intrinsischer Nichtlinearität. Es galt bei den DySEM-Messungen auszuschließen, dass die aufgebaute Mess-Apparatur selbst nichtlinear ist oder klirrt (d.h. Harmonische des Grundsignals enthält). Meist ist dies die häufigste Ursache für künstliche Harmonische im Frequenzsignal.

In **Kapitel 4** sind die Ergebnisse zur Vermessung eines Balkens bekannter, rechteckiger Geometrie nach der DySEM-Technik zusammengestellt. Die Darstellung erfolgt frequenzaufgelöst nach flexuralen und torsionalen Resonanzmoden, sowie unterschieden nach Amplituden-, Realteil- und Phasenbild. Anhand der Bilder lassen sich eine Vielzahl Amplituden-abhängiger Merkmale ableiten, die in der neu entwickelten Theorie verstanden werden müssen.

In **Kapitel 5** erfolgt zunächst die Ableitung der bereits bekannten flexuralen und torsionalen Schwingungsgleichung. Im Falle der flexuralen Oszillation ist dies die Euler-Bernoulli-Gleichung, aus der sich die Auslenkung über der Ortskoordinate des Federbalkens bestimmt. Auf der Interaktion des Elektronenstrahls mit dem Federbalken basiert die neu entwickelte Theorie schwingender Mikrostrukturen, die im **Kapitel 6** erläutert wird. Zur Ableitung analytischer Ausdrücke wird ein homogener Federbalken (konstanter Materialkontrast auf der Oberfläche) angenommen. Für die DySEM-Bilder lässt sich so eine explizite Abbildungsgleichung schreiben, wodurch die komplexe Gesamtheit der Bilder verstanden werden kann, sowohl in Bezug auf ihre Amplitude, Realteil und Phase.

Die DySEM-Bilder können nun anhand der Ergebnisse aus der Theorie in **Kapitel 7** interpretiert werden. Es zeigt sich, dass Effekte höherer Ordnung bei der Analyse der Bilder zu vernachlässigen sind. Zusätzlich wird im zweiten Teil des Kapitels der Grad an Übereinstimmung zwischen experimentellen Daten und den auf Basis der Euler-Bernoulli-Gleichung simulierten Bilder der flexuralen Schwingung überprüft.

Der nächste Schritt bestand nun darin, nachdem der Abbildungsmechanismus verstanden ist, auch die Oberfläche eines homogen Balkens einer DySEM-Messung zugänglich zu machen. Die Bildgebung kreisringförmiger Strukturen an festgelegten Positionen (strukturierter Federbalken) zeigt, dass diese sich Amplituden-abhängig transformieren, woraus auf die instantane Auslenkung des Balkens geschlossen werden kann. Dies ist insbesonders dann wichtig, wenn mit einer anderen als durch die lineare Theorie (Euler-Bernoulli-Schwingung) vorhergesagten Schwingungsform und einer unbekannten Knotenlage zu rechnen ist. Erste Ergebnisse zur Analyse der Balkenbewegung durch artifizielle Strukturen sind im **Kapitel 8** zu finden.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse sowie ein Ausblick auf zukünftige Messungen im **Kapitel 9** beschließt diese Arbeit.

Ein Großteil der in dieser Arbeit gezeigten Ergebnisse wurde in begutachteten Fachzeitschriften veröffentlicht.

Der Artikel "Imaging method for vibrating scanning force microscopy cantilevers for the analysis of mode shapes and nonlinear harmonic motion" erschien in Microelectronic Engineering (98(492-6), 2012) und präsentiert Ergebnisse der experimentellen Schwingungsanalyse von Federbalken unterschiedlicher Geometrien.

Der Artikel "Analytical and numerical analysis of imaging mechanism of dynamic scanning *electron microscopy*" ist in Nanotechnology (**23**(435501), 2012) abgedruckt worden und beinhaltet Ergebnisse aus den Kapiteln 3, 6 und 7.

In dem Artikel "*Phase and amplitude patterns in DySEM mappings of vibrating microstructures*", erschienen in Nanotechnology (**24**(215701), 2013) sind Teile der in den Kapiteln 4, 6 und 7 behandelten Ergebnisse veröffentlicht worden.

## 2 Grundlagen schwingender Mikrostrukturen

#### 2.1 Mikrofabrizierte Federbalken

Mikrofabrizierte Federbalken sind ein essentieller Bestandteil vieler mikro- oder nanoelektromechanischer Systeme. Sie bestehen zumeist aus einkristallinem Silizium und werden im nass- oder trockenchemischen [27] Verfahren aus einem Siliziumwafer geätzt. Da Silizium in der Diamantstruktur kristallisiert, entsteht bei diesem Vorgang ein Ätzwinkel von 54, 74°. Über eine Ätzmaske kann die Länge und Breite des Balkens eingestellt werden. Gleichzeitig bleibt bei diesem Vorgang eine Substratfläche (Trägerchip) stehen, die später zum Einspannen des Balkens auf dem Federbalken-Halter benötigt wird. Die mechanischen Eigenschaften von Silizium sind anisotrop. So nimmt das Elastizitätsmodul abhängig von der betrachteten Kristallorientierung Werte zwischen 130 GPa und 190 GPa an [28]. Alternativ werden zur Erniedrigung der mechanischen Steifigkeit auch Federbalken aus Siliziumnitrid verwendet.



Abbildung 2.1: Grundtypen schwingfähiger Systeme.

(a): Silizium-Federbalken rechteckiger Geometrie (PPP-CONTR [29]),

(b): V-förmiger Federbalken [30]

(c): T-förmiger Federbalken (NanoTwist [31]),

Der Trägerchip ist in den Bildern partiell zu sehen.

Die Geometrien kommerziell erhältlicher Federbalken reichen von klassischen, rechteckigen Balken mit oder ohne Mess-Spitze, über Balken mit geometrischen Aussparungen, mit oder ohne Beschichtung, über V-förmige Federbalken bis hin zu Balken T-förmiger Geometrie (Abbildung 2.1). Bei letztgenannten handelt es sich um torsionsgekoppelte Federbalken, bei denen sich die Mess-Spitze (*Tip*) außerhalb der Längsachse befindet. Kommt diese nun periodisch in Kontakt mit einer Proben-Oberfläche, führt die asymmetrische Massenverteilung am freien T-förmigen Balkenende zu einem Drehmoment, wodurch torsionale Schwingungen angeregt werden können [32], [33], [34], [35].

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Vermessung der Schwingungsantwort rechteckiger Federbalken, wie er in der Abbildung 2.1(a) als elektronenmikroskopisches Bild zu sehen ist. Zum freien Ende hin verjüngt sich der Federbalken. In der Bild-Einfügung ist unterhalb der Balken-Oberfläche die Mess-Spitze zu sehen. Während des Fertigungsprozesses kann es zu einer Verspannung oberhalb der Mess-Spitze kommen, die zu einer konkaven Deformation führt. Im Idealfall hat die Mess-Spitze einen Radius von 10 - 20 nm; im Falle besonders scharfer Mess-Spitzen sind auch 5 nm möglich. Typische Abmaße rechteckiger Balken sind  $100 - 450 \,\mu$ m in der Länge L,  $20 - 80 \,\mu$ m in der Breite w und  $1 - 3 \,\mu$ m in der Höhe h. Die Grö-Benordnung der Federkonstanten reicht von sehr weichen Federbalken mit k = 0,003 N/m bis hin zu sehr steifen Balken mit k = 45 N/m, wobei sich die große Variabilität der Werte aus der Balken-Geometrie ableiten läßt [36],[37]. Es gilt für Federbalken rechteckiger Geometrie

$$k = \frac{Ew}{4} \left(\frac{h}{L}\right)^3 \,, \tag{2.1}$$

wobei mit E das Elastizitätsmodul bezeichnet ist. Die entsprechende torsionale Federkonstante ist

$$k_{torsional} = \frac{Gw}{3} \frac{h^3}{Ll^2} \,, \tag{2.2}$$

mit dem Schermodul G des Balkens und der Höhe l der Mess-Spitze [38].

#### 2.2 Federbalken-basierte Sensorik

Die Nutzung von Federbalken unterschiedlichster Geometrien ist lange Zeit auf die Rasterkraftmikroskopie (*Scanning Force Microscopy*, SFM) [39] beschränkt gewesen. In den letzten Jahren haben sich aber zahlreiche andere Anwendungsgebiete eröffnet, welche die Sensor-Eigenschaften des Balkens ausnutzen. Dabei besteht das Grundprinzip jeder Federbalkenbasierten Sensorik in der Umwandlung eines physikalischen Signals in eine mechanische Information [40], [41], [42]. Dies kann eine Veränderung der Frequenz, Phasenlage und Amplitude sowie in allgemeinster Form eine quasi-statische Federbalken-Verbiegung sein, die beispielsweise durch die Laserdeflektionsmethode detektiert werden kann (siehe Abschnitt 2.4). So führt beispielsweise die Anhaftung von Masse auf dem Balken zu einer niederfrequenten Verschiebung der Resonanzfrequenz, aber auch zu einer Balken-Verbiegung.

Neben dem klassischen Bereich der Mess-Sensoren in der Rasterkraftmikroskopie finden Federbalken mittlerweile Anwendung als Wärme- bzw. Temperatursensoren, wenn die Blattfeder aus zwei Materialien mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten besteht (Bimetall-Effekt) [44], [45], als Viskosimeter oder Massen-Sensor, als Tensiometer zur Detektion von Oberflächenspannungen [46] oder zum Nachweis von elektromagnetischen Feldern (Abbildung 2.2). Dabei heißen solche, hinsichtlich ihrer Anwendung optimierten Blattfedern, *funktionalisierte* Federbalken (siehe beispielsweise Abbildung 2.3).

Durch die Vielzahl an Signalen, die mechanisch detektiert werden können, hat die Federbalkenbasierte Sensorik in den letzten Jahren auch in den Bereichen der Medizintechnik, bei der



 Abbildung 2.2: Anwendungsbereiche Federbalken-basierter Sensorik:

 a) als SFM-Sensor, b) als Wärme- bzw. Temperatur-Sensor, c) als Viskosimeter, d) als Massen-Sensor, e) als Tensiometer, f) als Elektro- bzw. Magnetometer. Graphik aus [43].

Überwachung industrieller Fertigungsprozesse oder auch im Umwelt-Monitoring (*chemical nose*) eine rasante Entwicklung genommen [47]. In der Medizintechnik ist die Motivation in der schnellen und präzisen Identifizierung von (pathogenen) Organismen bei geringer Konzentration für die Diagnostik und Forschung gegeben [48], [49], [50], [51]. So konnte beispielsweise Illic *et al.* [52] aus der Resonanzverschiebung des Balkens auf die Anhaftung einer einzelnen, immobilisierten E. coli-Zelle auf dem freien Ende des Federbalkens schließen (Abbildung 2.4). Eine ausführliche Zusammenfassung zum Thema Federbalken-basierter Sensorik ist in [40], [41] oder [53] zu finden.



**Abbildung 2.3:** Geometrisch optimierter Federbalken mit beweglichen Innenpaddel. Graphik aus [54].



Abbildung 2.4: Niederfrequente Verschiebung der Resonanzfrequenz (links) aufgrund der Anhaftung einer einzelnen E. coli-Zelle auf dem freien Ende eines Federbalkens (Mitte). Zwischen der Anzahl anhaftender Zellen und der Frequenzverschiebung besteht ein linearer Zusammenhang (rechts). Die Sensitivität im Experiment beträgt 7, 1 Hz/fg. Graphik aus [52].

Für eine Vielzahl von Anwendungen sind Federbalken-Arrays geeigneter. Ein solcher Array besteht aus einer Anordnung von Federbalken identischer Kenngrößen, die sich beispielsweise in der gezeigten Abbildung 2.5 nur durch ihre substratgesteuerte Selektivität auf Anhaftung von Molekülen voneinander unterscheiden. Über die Laserdeflektionsmethode kann dann in Echtzeit das Signal einer Anhaftung in situ als mechanische Information ausgelesen werden [49], [55], [56], [57] [58].

Weitergehende Entwicklungen weisen in die Richtung sogenannter "On-chip"-Lösungen, also der Integration eines gesamten Mess-Systems auf einem Sensor. Ausgehend von der Ursache wird die Wechselwirkung von Balken und untersuchtem Effekt detektiert, in eine elektrisches Signal umgewandelt, digitalisiert und verarbeitet [10], [59], [60], [61]. Damit ist klar, dass sich der Vorteil solch integrierter Systeme nicht nur in deren größerer Ortsbeweglichkeit erschöpft. Sieht man eine drahtlose Energieversorgung und Kommunikation vor, so sind vielfältige Einsatzgebiete erreichbar.



Abbildung 2.5: Anordnung von Federbalken gleicher Spezifikation zur Detektion von Biomolekülen. Graphik aus [49].

Ein anderer Ansatz besteht in der Entwicklung ultra-hochfrequenter Federbalken [9], [62], [63]. Diese Nano-Balken mit sehr kleinen Dimensionen, vor allem in der Länge, und dadurch bedingt hohen Federkonstanten (Gleichung (2.1)) haben Resonanzen im MHz-Bereich [64], wodurch sich die Mess- und Abbildungszeiten verkürzen lassen [65]. Allerdings kann, wenn das Ziel in einer Verkürzung der Abbildungszeiten besteht, dieses auch unter Verwendung höherer Schwingungsmoden langer Federbalken erreicht werden.

#### 2.3 Ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz (Harmonische)

Bei einem einseitig eingespannten Federbalken handelt es sich um schwingfähiges, mechanisches System, das durch seine Eigenmoden (flexural, torsional, lateral) charakterisiert ist [7]. Die Lage der Moden ist dabei durch die Geometrie, Materialdichte sowie durch das Elastizitäts- bzw. das Schermodul des Balkens bestimmt (siehe Kapitel 5). Die Güte einer Resonanz *f* (oder  $\nu$  für die torsionalen Moden) bemisst sich nach der spektralen Breite der gedämpften Resonanzkurve und wird durch den Q-Faktor

$$Q = \frac{f}{B} \tag{2.3}$$

charakterisiert. In dieser Gleichung kennzeichnet *B* die Bandbreite; nämlich das Frequenzintervall, das nach oben und unten durch den Wert des Signals auf halber Höhe gegeben ist. Damit ist klar: Je größer der Q-Wert, desto schmaler ist die Resonanz. Der Kehrwert des Q-Faktors ist ein Maß für den Energieverlust.

Allgemein gilt für den hier betrachteten Federbalken rechteckiger Geometrie, dass für die höheren flexuralen Eigenmoden der Modenzahl *m* der Wert der Federkonstanten gemäß [66]

$$k_m = k_1 \left(\frac{f_m}{f_1}\right)^2$$
  $m = 1, 2, \dots$  (2.4)

steigt.

Aus der kleineren Federkonstante der Grundmode verglichen mit der höherer Moden (Gleichung (2.4)) folgt eine hohe Sensitivität auf Wechselwirkungs-Kräfte. Beispielsweise wird im häufig verwendeten SFM-Intermittent-Mode (Tapping Mode) die Frequenz der Grundmode als Anregungsfrequenz verwendet, weil sie zu den größten Amplituden führt. Hierbei wird der Federbalken bei oder knapp unterhalb seiner Resonanzfrequenz angeregt und die Mess-Spitze einer Probe angenähert [67]. Über einen Regelkreis wird das Verhältnis von wechselwirkender zu freier Amplitude beim Scannen konstant gehalten. Der Betrag der Amplitudendämpfung ist abhängig davon, ob die Mess-Spitze des Federbalkens in repulsive oder attraktive Wechselwirkung mit der Oberfläche kommt. Wird nun der Federbalken über der Probe verfahren, kann die Topographie auf diese Weise bis zur atomaren Skala abgebildet werden. Allerdings ist die Spitzen-Proben-Wechselwirkung mitunter hochgradig nichtlinear [68], [69]. In der Tat ist die Interaktion unter anderem eine Funktion des Elastizitätsmoduls der darunterliegenden Probe, aber auch abhängig von der Geometrie der Mess-Spitze und der Proben-Topographie [66]. Je größer das Elastizitätsmodul der darunterliegenden Probe ist, desto kürzer ist die Kontaktzeit und desto mehr Harmonische der Anregung können im Frequenzsignal auftreten [70], [71]. Wird nun das Signal nur bei der Anregungsfrequenz ausgewertet, kommt es bei der Rekonstruktion der Wechselwirkung zu einem signifikanten Verlust an Information [72].

Um Probleme dieser Art zu vermeiden, kam es in den letzten Jahren zur schon angesprochenen Entwicklung der Bimodal- bzw. Multifrequenz-SFM-Mikroskopie [60], [73], [74], [75], [76] [77], [78]. Bei dieser Technik wird die Schwingungsantwort des Balkens bei zwei oder mehreren Frequenzen gleichzeitig ausgewertet. Gleichzeitig kann bei dieser Technik, wie die Bezeichnung nahelegt, der Balken auch multifrequent angeregt werden.

Zudem sind, wie die Literatur zeigt, die höheren Anregungs-Harmonische auf bestimmte Materialeigenschaften einer Probe sensitiver als die Grundmode; dies gilt beispielsweise für die Rauheit [79], für Variationen in der Proben-Topographie bzw. in der Elastizität [35],[80]. Leider ist die Detektion der Frequenz-Harmonischen mit einem nutzbaren Signal-Rausch-Verhältnis nicht immer möglich. Abhilfe verspricht die Entwicklung sogenannter *harmonischer* Federbalken. Bei diesen optimierten Federbalken fallen durch Weiterentwicklung in der Geometrie [80] oder durch gezielte Massenanhaftung an bestimmter Ortskoordinate des Balkens [81] höhere Frequenz-Harmonische mit Eigenmoden zusammen (Abbildung 2.6). Die resultierende Modenkopplung ermöglicht dann die Bildgebung bei der höheren Harmonischen bei gleichzeitig gutem Signal-Rausch-Verhältnis.

In der Tat konnten beispielsweise Sahin *et al.* einen Federbalken entwickeln, bei dem durch Aussparung in der Geometrie eines rechteckigen Federbalkens die 16. Harmonische der Grundmode mit der dritten flexuralen Eigenmode zusammenfällt (Abbildung 2.7). Diese Signalverstärkung der Harmonischen durch Kopplung mit der Eigenmode ist im Spektrum des geometrisch optimierten Balkens (durchgezogenen Linie) zu erkennen. Deutlich sichtbar ist auch die Verschiebung der Resonanzfrequenz im Vergleich zum unmodifizierten Balken (punktierte Linie).

### 2.4 Messung der Balkenschwingung durch die Laserdeflektionsmethode

Die Schwingungsantwort eines Federbalkens wird meist durch die Laserdeflektionsmethode ausgelesen. Ursprünglich stammt diese Methode aus der Rasterkraftmikroskopie, wenn der Balken dynamisch als Mess-Sensor über einer Probe verfahren wird oder Rückschlüsse auf seine statische Verbiegung infolge von lang- oder kurzreichweitigen Wechselwirkungskräften gezogen werden soll.



Abbildung 2.6: Optimiertes Frequenzspektrum eines Federbalkens durch Massenanhaftung. Die Signalverstärkung der 5. und 15. Harmonischen erfolgt durch Kopplung mit der zweiten und dritten Normalmode. Graphik aus [81].

Bei diesem Verfahren wird ein Laserstrahl auf der Rückseite des Federbalkens nahe seiner Spitze fokussiert und von dort über Umlenkspiegel auf eine positionssensitive Photodiode reflektiert. Zur Erhöhung der Reflektivität sind Federbalken häufig aluminiert oder vergoldet. Die Photodiode ist in der Regel viergeteilt, wobei die einzelnen Segmente durch einen Ätzgraben voneinander getrennt sind. Teile des Spots, die auf den Ätzgraben fallen, bleiben als Signal-Anteil undetektiert.

Im Optimalfall fällt der vom unausgelenkten Balken reflektierte Laser-Spot mittig auf die Photodiode. Kommt es nun zu einer mechanischen Verbiegung des Balkens und damit zu einer geänderten Reflektionsrichtung, kann die Bewegung des Spots auf der Diode detektiert werden. Da der in den jeweiligen Segmenten generierte Photostrom  $I_{TL}$ ,  $I_{TR}$ ,  $I_{BL}$ ,  $I_{BR}$  proportional zur einfallenden Lichtleistung ist, kann aus den Intensitätsdifferenzen

$$I_{T-B} = \underbrace{(I_{TL} + I_{TR})}_{I_T} - \underbrace{(I_{BL} + I_{BR})}_{I_B}$$
(2.5)

und

$$I_{L-R} = \underbrace{(I_{TL} + I_{BL})}_{I_L} - \underbrace{(I_{TR} + I_{BR})}_{I_R}$$
(2.6)

die Auslenkung der Blattfeder gemessen werden [82]. Gleichzeitig können die zeitabhängigen Signale  $I_{T-B}$  bzw.  $I_{L-R}$  durch eine Fourier-Transformation in die Frequenzdomäne



**Abbildung 2.7:** Beispiel eines funktionalisierten Federbalkens. Die 16. Harmonische fällt auf die dritte Normalmode. Graphik aus [80].

überführt werden, wodurch die Analyse der flexuralen (normalen) bzw. torsionalen (lateralen) Frequenzanteile möglich wird.

Im allgemeinen ist die Abkürzung *T-B* für den flexuralen und *L-R* für den torsionalen Anteil des Schwingungssignal gebräuchlich (Abbildung 2.8)

#### 2.5 Elektronenmikroskopie

In dieser Arbeit allerdings soll die Detektion der Balkenbewegung und die Analyse der Anregungs-Harmonischen unter Verwendung eines Elektronenstrahls als Mess-Sonde erfolgen. Die schwingende Mikrostruktur wird im DySEM-Experiment im Rasterelektronenmikroskop abgebildet.

Ein Raster-Elektronenmikroskop besteht im wesentlichen aus drei Teilen: Einer Elektronenquelle, wo der Strahl erzeugt wird, einer Mikroskopsäule, innerhalb derer der Strahl zu einem feinem Strahl fokussiert wird, und einer Probenkammer mit Detektoren, wo die Wechselwirkung des Objektes mit dem Strahl erfolgt.

Als Elektronenquelle finden verschiedene Kathoden Anwendung: Glühkathoden aus Wolframlegierungen,  $LaB_6$ -Kathoden oder Feldemissionskathoden.

Das Fokussiersystem in der Mikroskopsäule besteht aus elektrostatischen und magnetischen Linsen, die die Elektronen zu einem Strahl bündeln. Der Strahldurchmesser liegt in der Größenordnung zwischen 0, 4-5 nm und weist eine Gauß-ähnliche Intensitätsverteilung auf. Damit ist in Extremfällen die Auflösung von Strukturen im Subnanometer-Bereich möglich. Neben dem Linsensystem wird in der Säule, in der Regel durch magnetische Ablenkspulen, die zum Abrastern der Oberfläche notwendige Strahlpositionierung durchgeführt. Wird nun



Abbildung 2.8: Laserdeflektionsmethode (a) mit der Bezeichnung der einzelnen Dioden-Segmenten (b).

der Elektronenstrahl zeilenweise über der Probe verfahren, dann werden die ausgelösten Signale zusammen mit der Strahlposition detektiert und zur Bildgebung genutzt.

Die Mikroskopsäule wird nach unten durch die Endapertur begrenzt, die das Hochvakuum von dem Vakuum in der Probenkammer abtrennt. Bei einem Vakuum in der Probenkammer zwischen  $10^{-5}$  und  $10^{-6}$  mbar liegt die mittlere freie Weglänge verbliebener Rest-Gasmoleküle zwischen 10 und 100 m, wodurch die Streuwirkung auf die Elektronen des Strahls vernachlässigbar wird.

Trifft der Elektronenstrahl in der Probenkammer auf die darin befindliche Probe, dann geben die Elektronen innerhalb eines birnenförmigen Volumens (*Informationsvolumen*) durch wiederholte zufällige Stoßprozesse ihre Energie ab. Damit ist das örtliche Auflösungsvermögen, auch wenn der Durchmesser des Elektronenstrahls nur wenige Nanometer beträgt, durch den Durchmesser des Informationsvolumens gegeben, aus dem die detektierten Signale stammen. Die Eindringtiefe von Elektronen in die Probe ist über die Beschleunigungsspannung (Energie der Elektronen) wählbar, sowie durch die Dichte bzw. Ordnungszahl der Probe bestimmt und liegt etwa im Bereich von 200 bis 2000 nm [83].

Eine Vielzahl von Signalen können durch den Elektronenstrahl ausgelöst werden: Sekundärelektronen (*SE*) durch inelastische Stoßprozesse, rückgestreute Elektronen (*BSE*) hoher Energie durch nahezu elastische Stoßprozesse, charakteristische Röntgenstrahlung, Probenstrom und transmittierte Elektronen. Einer Konvention gemäß werden die detektierten Elektronen nach ihrer Energieverteilung unterschieden: Elektronen mit einer Energie von bis zu 50 eV heißen Sekundärelektronen, energiereichere Elektronen werden als rückgestreute Elektronen bezeichnet.

Jedes dieser Signale kann durch einen geeigneten Detektor registriert werden. Im Falle des Abbildungsmodus durch Sekundärelektronen ist es ein *Everhard-Thornley-Detektor*, beste-

hend aus einem Szintillator und einem davor angebrachten, auf positiven Potential liegenden Metallgitter [84]. Aufgrund ihrer geringen kinetischen Energie können die Sekundärelektronen leicht entlang der Feldrichtung einer angelegten Saugspannung  $U_{BIAS}$  zur Anode beschleunigt werden, wo sie ihre Energie an das Kristallgitter des Szintillators abgeben. Dort lösen die Elektronen durch Kathodolumineszenz Photonen aus, die im nachgeordneten Photomultiplier vervielfältigt werden. Der weitestgehend zur Photonenzahl proportionale Spannungspuls wird registriert und zusammen mit der Strahlposition zur Bildgebung genutzt, wobei im Grauwert der Bild-Pixel die Intensität der detektierten Sekundärelektronen wiedergegeben wird.

In der Tat ist die Ausbeute an detektierten Sekundärelektronen an einer Probenposition vom Neigungswinkel der Probe zum *SE*-Detektor sowie von der angelegten Saugspannung  $U_{BIAS}$  abhängig. Je geringer diese Spannung ist, desto mehr richtungsabhängige Informationen über die Streuverteilung der Elektronen bzw. über die räumliche Lage der Probe zum Elektronenstrahl und zum *SE*-Detektor enthält das Bild. Damit gilt im Umkehrschluss, je höher die angelegte Saugspannung, desto mehr Sekundärelektronen werden unter Verlust ihrer Richtungsinformation detektiert. Für experimentelle Zwecke kann auch ein schwaches elektrisches Gegenfeld angelegt werden, wodurch die Sekundärelektronen abgebremst werden.

Der *SE*-Modus eignet sich gut zur Abbildung von Oberflächen-Topographien, da im *SE*-Bild Kanten und erhabene Stellen heller als Flächen oder konkave Verspannungen erscheinen. Ursache dafür ist der sogenannte *Topographie-Effekt* (Abbildung 2.9). Steht der Elektronenstrahl dicht vor einer abfallenden Kante der Probe, steigt die Wahrscheinlichkeit für Sekundärelektronen durch die steile Seitenfläche den Festkörper zu verlassen.



Abbildung 2.9: Topographie-Effekt. Die Wahrscheinlichkeit für Elektronen den Streukörper zu verlassen erhöht sich, wenn sich das Informationsvolumen in der Nähe von Kanten befindet oder von diesen angeschnitten ist.

Im Vergleich dazu ist die Bildgebung durch rückgestreute Elektronen zur Abbildung von Materialkontrasten innerhalb einer Probe geeignet. Da schwerere Elemente einen größeren Streuquerschnitt haben als leichte, zeigt sich ihre Verteilung im *BSE*-Bild mit helleren Grauwerten als die leichterer Elemente (*Z-Effekt*).

Eine ausführliche Beschreibung elektronenmikroskopischer Techniken und ihrer Anwendungen ist beispielsweise in [83] oder [85] zu finden.

#### 2.6 Fazit

Bei Federbalken handelt es sich um mikrofabrizierte, schwingfähige Strukturen, deren klassisches Anwendungsgebiet die Rasterkraftmikroskopie ist, die aber zunehmend auch in anderen technischen Bereichen Einsatz finden. Als ein prominentes Beispiel dieser Entwicklung dient die Federbalken-basierte Sensorik, bei der beispielsweise aus der Detektion der statischen Balken-Verbiegung oder der Frequenzverschiebung auf die zugrunde liegende physikalische Wechselwirkung mit hoher Präzision geschlossen werden kann. Zusätzlich zeigt sich, dass bei dynamischen Mess-Modi die höheren Federbalken-Harmonische mitunter anderen Wechselwirkungs-Eigenschaften zugänglich sind als die Grundmode, allerdings ein schlechteres Signal-Rausch-Verhältnis haben als diese. Abhilfe schaffen geometrisch optimierte Federbalken.

Über die Methode der Laserdeflektion kann klassischerweise die Balken-Schwingung rekonstruiert werden. Im nachfolgend vorgestellten DySEM-Experiment erfolgt die Detektion der Federbalken-Schwingung allerdings durch Verwendung eines Elektronenstrahls als Mess-Sonde. Somit wird quasi ein Rasterelektronenmikroskop zur Betrachtung der schwingenden Mikrostruktur benutzt.

### **3 Experimentelles Verfahren**

Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen fanden an einem Mikroskop-Hybriden statt, welcher in einer Zusammenarbeit der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) mit der Universität Wuppertal (Institut für Elektronik) und der Firma *TripleO* als Prototyp entwickelt wurde [82], [86]. Dieses Hybrid-Instrument, bei dem in die Probenkammer eines Rasterelektronenmikroskops ein Rasterkraftmikroskop eingesetzt werden kann, ermöglicht durch die Kombination beider Mikroskoptechniken komplementäre Analysen von Mikro- bzw. Nanostrukturen an einer wohldefinierten Probenposition durchzuführen. Der Aufbau wurde speziell an ein kommerzielles Rasterelektronenmikroskop vom Typ *FEI-XL*30 [87] adaptiert. Vakuumdichte Durchführungen für die Glasfaseroptik und die Steuerelektronik, wie sie in Abbildung 3.1 zu sehen sind, ermöglichen den parallelen Betrieb beider Mikroskope. Eine externe Steuerung übernimmt neben dem Betrieb des Rasterkraftmikroskops die Kontrolle der Strahlführung des Elektronenmikroskops. Beschleunigungsspannung, Vakuumkontrolle und Strahldurchmesser verbleiben unter der Regie der Software des *FEI-XL*30. Die Positionsinformation für den Elektronenstrahl wird als Analogsignal zum Elektronenmikroskop übertragen.



Rasterkraftmikroskop

Probenkammer des Elektronenmikroskops

Abbildung 3.1: Mikroskop-Hybrid. In die Probenkammer des Rasterelektronenmikroskops kann ein Rasterkraftmikroskop eingesetzt werden.

Beim *FEI-XL*30 handelt es sich um ein Rasterelektronenmikroskop, bei dem die Abbildung von Proben sowohl im Umweltmodus (verschiedene Wasserdampf-Partialdrücke bis 33 mbar oder anderen Gasen) als auch unter Hochvakuum bei bis zu  $10^{-6}$  mbar möglich ist [87].

Die Elektronenquelle ist eine Lanthanhexaborid-Kathode, die bei einer niedrigen Elektronen-Austrittsarbeit von 2, 7 eV schon bei geringer Anodenspannung einen Strahlstrom hoher Brillanz ermöglicht. Die Beschleunigungsspannung des Elektronenstrahls kann zwischen 200 Volt und 30 kV variiert werden. Auflösungen von weniger als 2 nm sind möglich. Zusätzlich ist das Gerät mit einem *SE*- sowie *BSE*-Detektor, einer *EDX*-Einheit zur Element-Analyse und einem Beam-Blanker zum Ein- und Ausblenden des Elektronenstrahls ausgestattet (siehe Abbildung 3.2).



Abbildung 3.2: Rasterelektronenmikroskop vom Typ FEI-XL30.

Der *SE*-Detektor befindet sich ortsfest in der rechten, oberen Ecke der Probenkammer. Die Einstellmöglichkeit für die Saugspannung beträgt zwischen -150 Volt und +300 Volt. Die Detektor-Bandbreite liegt in etwa bei 500 kHz.

Das Rasterkraftmikroskop in der Probenkammer kann als Ganzes gegenüber der senkrechten Mikroskopsäule gekippt werden, wobei der zugehörige Winkel über den in Abbildung 3.1 eingezeichneten Hebelarm von außen zwischen 10° und 40° variiert werden kann. Durch die Verkippung wird es möglich, den SFM-Federbalken so zum Elektronenstrahl zu orientieren, dass dessen Mess-Spitze im elektronenmikroskopischen Bild sichtbar wird. Ebenso kann auf diese Weise ein Winkel eingestellt werden, unter dem sich gleichzeitig Flexural- und Torsionsmoden des schwingenden Balkens abbilden lassen.

Allerdings hat diese Verkippung auch Nachteile, wie Abbildung 3.3 verdeutlicht. Das Bild zeigt einen Ausschnitt eines Silizium-Federbalkens, auf dem es durch Langzeitbelichtung mit einem Elektronenstrahl zu einer Kontamination entlang einer Linie gekommen ist. Dieser Materialauftrag entsteht, wenn die in der Probenkammer, selbst bei einem Restdruck von  $10^{-6}$  mbar noch vorhandenen Bestandteile des Pumpenöls (der Vakuumpumpen) bzw.



Abbildung 3.3: Kohlenstoffablagerung auf einem Silizium-Federbalken durch Langzeitbelichtung (30 min) mit einem Elektronenstrahl (10 kV). Ist die Federbalken-Ebene gegen die Lage des Elektronenstrahls längs und quer verkippt, dann gehen die Kohlenstoff-Punkte beim Verlassen der Fokusebene ineinander über (von rechts nach links). Graphik aus [88].

andere organische Restbestandteile (Sauberkeit der Probenoberfläche) durch den Elektronenstrahl zerstört und als fester Kohlenstoff abgeschieden werden. Dadurch, dass der Elektronenstrahl mit der externen Steuersoftware diskret über dem Balken verfahren wird, kommt es zu einer punktweisen Kohlenstoffablagerung. Wenn nun der Federbalken vertikal und horizontal gegen die Lage des Elektronenstrahls verkippt ist, dann liegt der Fokus des Elektronenstrahls nicht mehr genau in der Ebene des Balkens. Ist der Fokus des Elektronenstrahls beispielsweise wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist, für die rechte Seite optimiert, dann nimmt die Verschmierung der einzelnen Kohlestoffpunkte entlang der Linie beim Verlassen der Fokusebene nach links zu. Die Einfügungen in der Abbildung zeigen, wie es dadurch zu unterschiedlich ovalen Strukturen kommt.

Allerdings hängt das Entstehen dieser Strukturen nicht nur von der Belichtungszeit und vom eingestellten Kippwinkel ab, sondern auch von der Elektronenstrahl-bedingten Wärmeausdehnung des Balkens, dem Astigmatismus des Elektronenstrahls und insbesonders, wenn der Federbalken oszilliert, von dessen Schwingungsamplitude.

#### 3.1 Die DySEM-Technik

Der Versuchsaufbau zum DySEM-Experiment ist in der Abbildung 3.4 schematisch zu sehen. Die Anregung des Federbalkens geschieht im Experiment durch eine piezoelektrische Keramik, wobei diese über eine Metallisierung mit einem Funktionsgenerator *(DS*345, *Stanford* 



Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der DySEM-Technik. Der Elektronenstrahl ① wird über dem Federbalken verfahren, welcher über eine piezoelektrische Keramik zum Schwingen angeregt wird. Das resultierende SE-Signal wird ungefiltert ② und Tiefpass-gefiltert ③ digitalisiert als Bild ausgegeben (SE-Bild). Die zum SE-Signal proportionale Spannung dient einem mit der Anregungsfrequenz ω synchronisierten Lock-In Verstärker (LIA) als Eingangssignal. Der Anteil aus dem Eingangssignal, der sich mit der gleichen Frequenz ändert wie das Referenzsignal, kann als Real- ④ und Imaginärteil ⑤ bzw. als Amplitude ⑥ und Phase ⑦ ausgegeben werden (LIA-Bilder). Insgesamt können bis zu acht verschiedene Signale gleichzeitig ausgelesen werden. Die Methode der Laserdeflektion ⑧ dient der Kontrolle der Balkenbewegung.

*Research, Sunnyvale, CA, USA)* kontaktiert ist. Liegt nun dort eine sinusförmige Wechselspannung einstellbarer Amplitude und Frequenz an, kommt es am Piezo zu einer periodischen Längenänderung und zur Körperschall-Anregung des Balkens. Die maximal einstellbare Amplitude am Funktionsgenerator beträgt 10 Vpp. Wahlweise kann das Signal über einen Verstärker (*WMA*-300, *Falco Systems, Amsterdam, Niederlande*) am Ausgang des Funktionsgenerators mit einem konstanten Faktor von 50 nachverstärkt werden.

Zur Bildgebung wird der Elektronenstrahl diskret über dem Federbalken verfahren. Die x, y-Steuerung des Strahls geschieht dabei über einen Digital-Analog-Wandler (DAC) des exter-

nen Steuercomputers; die Ablenkung selbst erfolgt über die analog angesprochene magnetische Ablenkeinheit des Elektronenmikroskops.

Im DySEM-Experiment geschieht die Anregung des Federbalkens, sofern im Text nicht anders gekennzeichnet, immer bei einer seiner flexuralen oder torsionalen Resonanzfrequenzen. Der vorherrschende Druck in der Probenkammer ist stets in der Größenordnung von  $10^{-6}$  mbar. Wird nun an jeder Bildposition das zugehörige *SE*-Signal aufgenommen und über die Pixelzeit gemittelt, ermöglicht dies die Abbildung der Federbalken-Schwingung im *SE*-Modus. Die Saugspannung beträgt 300 Volt, um ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis im *SE*-Signal zu erhalten. An Bildpositionen ohne Material- oder Topographiekontrast bleibt das *SE*-Signal trotz Oszillation des Federbalkens konstant. Zur Modulation des *SE*-Signals an einer Bildposition kommt es, wenn sich die Intensität an detektierten Sekundärelektronen innerhalb des abbildenden Elektronenstrahl-Durchmessers ändert. Dies ist ganz allgemein der Fall an Bildpunkten mit lokaler Kontrast-Variation der Probe, insbesonders am Übergang der Federbalken-Kanten zum nicht-vibrierenden Objekthintergrund. Andernfalls, ohne Kontrast im Strahldurchmesser, kann keinerlei Rückschluss auf die Vibration gezogen werden.

Bei der Bildgebung kann das *SE*-Signal zur Unterdrückung hochfrequenter Rauschanteile optional Tiefpass-gefiltert (*SR*650, *Stanford Research, Sunnyvale, CA, USA*) werden. Im Experiment liegt die Kantenfrequenz des Tiefpasses zur Erzeugung eines rauschfreien *SE*-Bildes bei 5 kHz.

Ein solches Tiefpass-gefiltertes Bild ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Es zeigt den in der rechten, oberen Ecke durch seine Fixierung am Trägerchip geklemmten Federbalken, der bei seiner ersten flexuralen Mode T-B#1 angeregt wird. Die Verschmierung des Farbwertes entlang der Kanten zur Spitze hin ist gut erkennbar und nimmt mit der ortsabhängigen Schwingungsamplitude des Balkens zu.

Ein weiterer Ausgang am Funktionsgenerator, der mit "SYNC" bezeichnet wird, liefert ein periodisches Rechtecksignal konstanter Amplitude mit der am Generator eingestellten Frequenz. Dieses Referenz-Signal wird zum Triggern des Lock-In Verstärkers (*SR*830 *bzw. SR*844, *Stanford Research, Sunnyvale, CA, USA*) genutzt.

Das in eine Spannung konvertierte analoge SE-Signal enthält neben einer langsam variierenden DC-Komponenten auch Modulationen, die eine feste Phasenbeziehung zur Anregungsfrequenz des Piezos am Federbalken aufweisen, also eine zur Anregungsfrequenz  $\omega$  des Federbalkens synchrone AC-Komponente. Am Lock-In Verstärker wird aus diesem Eingangssignal der DC-Anteil weggefiltert, da der Verstärker nur auf den AC-Anteil des Signals sensitiv ist (Abschnitt 3.3). Allerdings reduziert ein zu hoher DC-Offset die Mess-Sensitivität. Wenn nun am Lock-In Verstärker aus dem Eingangssignal derjenige Anteil herausgefiltert wird, der zur Referenz synchron ist, dann liefert der Vergleich einen zum Signal gehörenden analogen Amplituden- und Phasenwert, der nach scansynchroner Digitalisierung als Bild dargestellt werden kann. Wahlweise kann auch der Real- bzw. Imaginärteil ausgegeben wer-



Abbildung 3.5: *SE-Bild* (20 kV) des schwingenden Federbalkens (T-B#1), wobei das Signal bei 5 kHz Tiefpass-gefiltert wurde. Der Balken ist in der rechten, oberen Ecke am Chip geklemmt. Der Mess-Spitze befindet sich unter dem Federbalken, wobei ihre Position auf der Oberseite des Balkens als leichte Schwärzung sichtbar ist. Vermutlich liegt an dieser Stelle eine herstellungsbedingte konkave Verspannung vor, woraus eine verringerte Streuwahrscheinlichkeit für Sekundärelektronen (Topographie-Effekt) resultiert.

den. Alternativ können auch ganzzahlige Vielfache der Anregung  $(n \cdot \omega)$  als Referenz mit der Signal-Antwort des Federbalkens verglichen werden, wodurch es zur *LIA*-Bildgebung der Harmonischen kommt.

Obgleich im Experiment bis zu acht Mess-Signale gleichzeitig aufgenommen werden können, wurden die Real- und Imaginärteile bevorzugt. Die Umwandlung der Real- und Imaginärteile zu Amplitude und Phase ist nach den Gleichungen (3.8)-(3.11) auch nachträglich möglich. Dabei wurde die WsXM-Software [89] benutzt.

In Abbildung 3.6 ist das *LIA*-Amplituden-Bild des schwingenden Federbalkens zu sehen. Neben den beiden Kanten ist auch die Mess-Spitze gut zu erkennen, im Gegensatz zu der Einspannung in der rechten, oberen Ecke, die nicht sichtbar ist.

Nachfolgend im Text werden diese Bilder entsprechend ihres Inhalts als *LIA*-Amplitude, *LIA*-Phase, *LIA*-Realteil oder *LIA*-Imaginärteil bezeichnet und abhängig von der Ordnung *n* der abgebildeten Harmonischen mit  $Amp(LIA^n)$ ,  $arg(LIA^n)$ ,  $Re(LIA^n)$  oder  $Im(LIA^n)$ gekennzeichnet. Hierbei ist n = 1 identisch mit der Grundmode.

Zusammengefasst werden die SE- und LIA-Bilder als DySEM-Bilder.

#### 3.1.1 Justage des Phasen-Offsets

Vor jeder DySEM-Messung muss in einem Vorversuch die Phasenbeziehung  $\phi_{Offset}$  zwischen dem Referenz-Signal des Funktionsgenerators und der Federbalken-Antwort festgestellt werden. Der geeignete Phasen-Winkel ist gefunden (durch Verschieben der Referenzphase am Lock-In Verstärker), wenn im Bild der Imaginärteil-Kontrast verschwindet (Abbil-



**Abbildung 3.6:** *LIA<sup>n=1</sup>-Amplitude der ersten flexuralen Mode (T-B#1). Das SE-Signal wird phasenempfindlich zur Anregungsfrequenz mit einem Lock-In Verstärker ausgewertet. Die Darstellung anregungssynchroner Komponenten ergibt das LIA-Bild.* 

dung 3.7). Da der Imaginärteil ein Maß für den Energieverlust des Federbalkens pro Oszillationsperiode ist, sollte dieser unter der Annahme eines konstanten elektrischen Verlusts im experimentellen Aufbau (Generator, Piezo, *SE*-Detektor, Verstärker) als auch nahezu verlustfreier mechanischer Oszillation des Federbalkens (bei kleiner Amplitude im Hochvakuum) verschwinden.

In der Regel kann  $\phi_{Offset}$  auf ungefähr  $\pm 2^{\circ}$  genau bestimmt werden.

Ist die passende Phasenbeziehung gefunden, muss die DySEM-Messung zeitnah erfolgen, da es sonst, wie in Abschnitt 3.5 genauer beschrieben, zu vielfältigen Prozessen der Debzw. Adsorption von verbliebenen Rest-Molekülen auf dem Balken kommt, die neben der Elektronenstrahl-bedingten Federbalken-Aufheizung eine Drift der Resonanzfrequenz des Balkens bewirken, was eine Neu-Justage des Parametersatzes zur Folge hätte.

#### 3.1.2 Laterale Auflösung im DySEM-Modus

Die laterale Auflösung eines DySEM-Bildes hängt unter anderem von der Anzahl der für die Digitalisierung verwendeten Bildpixel pro Längeneinheit ab. Pro Pixel wird, bevor der Strahlvorschub zum nächsten Pixel erfolgt, eine einstellbare Zeit gewartet. Die Möglichkeit bei einer DySEM-Messung, die Amplituden oder Phasen aus dem Rauschen (*noise floor*) hervorzuheben, ist somit durch die gewählte Pixelzeit (*dwell time*) bestimmt. Je größer diese ist, über desto mehr Federbalken-Oszillationen kann an einer gegebenen Bildposition am Lock-In Verstärker gemittelt werden, was das Kontrastverhältnis im *LIA*-Bild verbessert. Aus diesem Grund muss bei der Bildgebung die Pixelzeit um ein Vielfaches größer sein als die eingestellte Integrationszeit am Lock-In Verstärker, da diese das Zeitintervall definiert, innerhalb dessen über die anregungssynchronen Komponente der Signalantwort des Federbalkens gemittelt


**Abbildung 3.7:** *LIA*<sup>*n*=1</sup>-*Imaginärteil.* Der Bild-Hintergrund ist stark verrauscht. Der schwingende Federbalken (T-B#1) und insbesonders seine Kanten sind nicht sichtbar.

wird. Andernfalls, wenn nämlich die Integrationszeit zu groß ist, dann wird das Signal über mehrere Bildpixel geglättet.

Findet die *LIA*-Messung an der *n*-ten Anregungs-Harmonischen statt, wird bei gleicher Integrationszeit über *n*-mal so viele Oszillationen integriert wie bei der Messung der Grundschwingung. Da sich Pixelzeit und Periodendauer des Federbalkens in ihrer Größenordnung deutlich voneinander unterscheiden, ist gewährleistet, dass es nicht zu einer Unterabtastung durch eine zu hohe Pixelfrequenz kommt.

Einen schematischen Überblick über das Zusammenspiel der einzelnen Parameter gibt die Abbildung 3.8.

Nur auf den ersten Blick erscheint eine langsame Abtastung, das heißt eine Verringerung der Pixelfrequenz, eine geeignet Option zur Erhöhung des Bild-Kontrastes zu sein. Ist nämlich die eingestellte Pixelzeit zu groß, dann kann es wie schon erwähnt zur Elektronenstrahlbedingten merklich störenden Aufheizung des Federbalkens kommen. Im Ergebnis führt dies zu einer thermischen Verschiebung der Resonanzfrequenz (Federbalken wird länger), die dann dynamisch nachgefahren werden muss. Allerdings ist der Grad der Aufheizung auch abhängig vom betrachteten Bildausschnitt sowie von der Stromstärke des Elektronenstrahls. Hinzu kommt, dass während der Elektronenstrahl-Abtastung auch Aufladungseffekte auftreten können, die eine Drift in der Bildgebung bewirken. Ein Beispiel hierfür zeigt die Abbildung 3.9. Das Bild verdeutlicht, wie es durch eine zu große Pixelzeit (hier: 35 ms) zu einer Verzeichnung kommt. Um diese klein zu halten, sind im allgemeinen Proben vergoldet oder anderweitig metallisiert (Federbalken ist aluminiert), kann aber manchmal nicht vollständig vermieden werden.



Abbildung 3.8: Zusammenstellung der relevanten Mess-Parameter, die bei einer DySEM-Messung aufeinander abgestimmt werden müssen. Der Elektronenstrahl wird schrittweise über der Probe verfahren (lilafarbene Punkte, oben). Die eingestellte Pixelzeit muss um ein Vielfaches größer sein als die Periodendauer des Federbalkens (unten). Für eine aussagekräftige Messung muss sichergestellt sein, dass an einem Bildpunkt über hinreichend viele Wellenzüge sowohl am Lock-In Verstärker (Mitte) als auch am SE-Detektor (oben) integriert wird.

Andernfalls, wenn der Elektronenstrahl zu schnell über dem Balken verfahren wird, kann es zu der schon angesprochenen Unterabtastung des Signals kommen. Das Signal wird über mehrere Bildpixel geglättet, das Kontrast-Verhältnis verschlechtert sich. Sicherlich ist eine schnelle Abtastung auch hinsichtlich möglicher technischer Anwendungen (ultra-hochfrequente Federbalken, Abschnitt 2.2) wünschenswert, erfordert aber schnelle Detektoren mit einer großen Bandbreite.

Für eine aussagekräftige DySEM-Messung müssen bei der Parameterwahl also Kompromisse geschlossen werden. Da eine präzise Synchronisation von Integrationsintervall am Lock-In Verstärker und Meßintervall der Pixelansteuerung nicht gegeben ist, wählt man beispielsweise bei etwa 20 ms Pixeltakt eine Integrationszeit von höchstens 1 ms. Innerhalb des Bildpixels werden die Analogwerte des *LIA*-Ausgangs gemittelt. Starke Abweichung vom wahren Messwert entsteht also selbst dann nicht, wenn es zu großen Messwertsprüngen im Sinne elektronischer Stör-Peaks kommt.

Die Werte für den Pixeltakt, die *LIA*-Integrationszeit sowie weitere experimentelle Parameter unterschieden nach den einzelnen Messungen sind in Abschnitt 11.3 zu finden.

# 3.1.3 Sensorik zur Vibrationsmessung, ein Vergleich

Prinzipiell ist die DySxM-Technik nicht an den Elektronenstrahl (x=E) als Mess-Sonde gekoppelt. Vielmehr könnte auch ein Laserstrahl (x=L) über der vibrierenden Struktur verfahren werden und die frequenzabhängige Modulationsantwort des von der Oberfläche des oszillierenden Balkens reflektierten Lichts im Lock-In Verstärker analysiert werden. Der Vorteil des



Abbildung 3.9: Eine elektrostatische Aufladung des Federbalkens (Modell Multi75AI [90]) führt zu Abstoßungseffekten mit dem Elektronenstrahl (13,1 kV) in Verbindung mit thermisch induzierter Verbiegung. Die eingezeichnete Linie dient der Orientierung über die Abweichung von den linearen Balken-Abmaßen des ruhenden Federbalkens. SE-Bild, 400 × 400.

Elektronenstrahls ist in seinem viel kleineren Strahlfokus zu sehen, was eine bedeutend höhere Strukturauflösung ermöglicht. Denn selbst im günstigsten Fall liegt der Durchmesser des fokussierten Laserstrahls, gleich ob beim Lichtzeigerprinzip des SFM's oder bei interferometrischen Verfahren, im Bereich der verwendeten Wellenlänge. Das Gesetz nach Abbe limitiert die laterale Auflösung, welche für Licht deutlich schlechter ist als die übliche im Elektronenmikroskop erreichbare Ortsauflösung. Abhilfe ließe sich eventuell mit einem Aufbau erzielen, der eine Glasfaser mit End-Apertur ähnlich wie in einem SNOM (*Scanning Nearfield Optical Microscope*) nutzt [91], [92]. Eine Apertur von etwa 30 - 50 nm lässt sich mit FIB-Technik realisieren [93].

Im Zuge weiter fortschreitender Miniaturisierung mit resonanten Strukturen im Nanometer-Bereich (NEMS) ist die Verwendung einer Mess-Sonde ähnlicher Größenordnung zwingend geboten. Für Nano-Balken, oder wenn beispielsweise die Gestalt der Schwingungsmoden nicht bekannt ist, kann es durch Verwendung einer zu großen Mess-Sonde zu einer unbemerkten Misch-Signal-Detektion kommen. Fatal wirkt sich eine falsche Positionierung des Mess-Strahls auf einem Knoten aus, der bei wechselnder Beladung des Balkens etwa durch anadsorbierte Moleküle oder Zellen auch ortsveränderlich ist.

Die DySxM-Technik ist also vielfältig verwendbar. So eignet sich jedes Signal, dessen dynamische Komponenten durch einen zur Anregungsfrequenz des Balkens synchronisierten Lock-In Verstärker oder ähnlichen Prinzipien gemessen werden können; zum Beispiel das Signal der lokal transmittierten Primärelektronen aus einen Transmissionselektronenmikroskop [94], [95] oder die Signale im EBIV-Modus (Abschnitt 3.2.2). Ebenso kann, auch wenn in dieser Arbeit die Modal-Analyse eines einfachen Schwingers (Federbalken) durchgeführt wurde, die DySEM-Technik zur Untersuchung komplexerer resonanter Strukturen herangezogen werden, wie etwa Tragwerken.

# 3.2 Anregung schwingender Mikrostrukturen

#### 3.2.1 Schwingungsanregung über eine Wegquelle

In der vorliegenden Arbeit sind die gezeigten DySEM-Bilder durch direkte Anregung des Federbalkens entstanden. Bei dieser Methode wird der Federbalken über eine Piezokeramik angeregt, auf der er montiert ist. In Vorbereitung einer Messung wird der Federbalken an seinem Trägerchip mit vakuumbeständigem Leitsilber auf dem Kupfer-Fähnchen des Halters fixiert (Abbildung 3.10) und über ein Kabel geerdet, damit er sich nicht elektrostatisch auflädt. Liegt dann eine Wechselspannung an der Keramik an, kommt es zu einer periodischen Änderung der Dicke der Keramik, damit zu einem Heben und Senken des Federbalkens und bei korrekt gewählter Frequenz zur Anregung.



Abbildung 3.10: Federbalken-Halter des Rasterkraftmikroskops mit Kupferfähnchen, unter dem sich die piezoelektrische Keramik befindet. Die Einfügung zeigt als schmalen Steg den Federbalken, wobei die Mess-Spitze durch einen hellen Punkt markiert ist. Darunter der Trägerchip, durch den der Federbalken mit Leitsilber auf dem Kupferfähnchen fixiert wird.

Der inverse piezoelektrische Effekt basiert bei der hier verwendeten Keramik auf einer durch Feldpolung erzeugten orientierten Domänenstruktur. Liegt eine äußere Spannung am Piezo an, dann verdrehen sich die Dipole innerhalb der Keramik entlang des elektrischen Feldvektors. Die resultierenden Partialladungen bewirken ein Polarisationsfeld und es kommt aufgrund der mechanischen Spannung zu einer Längenänderung. Die Piezodeformation ist nichtlinear. Der Effekte der Hysterese nimmt bei hohen Deformationen zu [96], [97].

Im Experiment wird eine Keramik aus Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) verwendet. Typische Werte für den Piezoelektrizitäts-Koeffizienten von PZT ( $d_{33}$ ) liegen zwischen 30 und 300 Picometern pro Volt [28]. Vom Hersteller sind keine genaueren Angaben mehr zugänglich [98]; es werden 200 pm/V angenommen. Realistischerweise ist die Anregungsamplitude etwas kleiner, da es zu einer Signal-Dämpfung aufgrund des nicht unendlich steifen Silberleitklebers kommt, mit dem der Federbalken fixiert ist, und da auch das Auflager des Anregungspiezos nicht unendlich steif ist [99]. Maximal kann eine Spannung von 150 - 160 V an den Piezo angelegt werden.

Zwar folgt ein Piezo bei einer plötzlichen AC-Spannungsänderung mit seiner Längenänderung fast instantan, dennoch führen Retardations- und Relaxationsprozesse zu einem als "Kriechen" bekannten, zeitabhängigen Verhalten des dynamischen Piezohubs, was aber bei den durchgeführten Messungen vollständig vernachlässigbar ist. Die Grenzfrequenz des verwendeten Piezotyps liegt sicher bei über 64 MHz [100].

# 3.2.2 Weitere Anregungsmöglichkeiten

Alternativ kann der Federbalken auch durch das periodische Ein- und Ausblenden des Elektronenstrahls bei einer seiner Resonanzfrequenzen angeregt werden (*Electron Beam Induced Vibration*, EBIV), wobei die Strahlunterbrechung über die Beam-Blanker Einheit des Elektronenmikroskops vorgenommen wird [82], [86].

Bei dieser Technik wird ein Laserstrahl ortsfest am freien Ende des Federbalkens positioniert und das Licht auf einen Positionsdetektor reflektiert, während der gepulste Elektronenstrahl wie bei der herkömmlichen Bildaufnahme über dem Balken verfahren wird. Am Ort der Elektronenstrahlbelichtung entsteht eine durch den Wärmepuls ausgelöste lokale Deformation (lokale thermische Expansion), wodurch der Federbalken in Schwingung versetzt wird, was mit der Laserdeflektionsmethode detektiert werden kann.

Die Größe der rhythmischen Aufheizung des Balkens ist abhängig von der Beschleunigungsspannung des Elektronenstrahls, also der eingetragenen Energie, als auch vom dreidimensionalen Profil des verwendeten Balkens. Durch die gute Wärmeleitfähigkeit des Siliziums klingt die lokale Aufwärmung schnell ab, weswegen eine vollständige Durchwärmung des Balkens, welche mit der Zeit eine weitere Anregung stark erschweren würde, weitestgehend vermieden wird.

Ein Nachteil dieser Technik ist, dass bei einem Wechsel der Anregungsmode die Laserposition auf dem Balken auf die erwartete Position hoher Auslenkung nachgefahren werden sollte. Puls-Frequenzen von über 10 MHz sind bei dieser Technik und der hier gegebenen Ausrüstung möglich.

Von der Art der Anregung abgesehen, lassen sich genauso wie bei der piezoelektrischen Anregung Experimente zum Studium der höheren Harmonischen, von Frequenzmischung und Modenkopplung betreiben und die anregungssynchronen Komponente der Schwingungsantwort mit der Lock-In Technik auswerten.

Ein Beispiel der EBIV-Technik zeigt die Abbildung 3.11.



Abbildung 3.11: EBIV-Amplitude bei Anregung eines aluminierten Federbalkens (Modell Multi75AI [90]) mit gepulsten Elektronenstrahlen gemessen am mit \* markierten, freien Balkenende mit der Laserdeflektionsmethode. Erste (a) und zweite (b) flexurale Mode. Im linken Bild zeigt sich eine thermisch induzierte leichte Verbiegung der geraden Federbalken-Kante in Verbindung mit elektrostatischer Aufladung, die durch eine zu langsame Abtastung verursacht ist. Bildgröße: 400 × 400.

Da die eingebrachte Wärme an der Federbalken-Spitze schlechter abfließt als an der Stelle, an der der Balken Kontakt zum Trägerchip hat, sind der Anregbarkeit mit Wärmepulsen Grenzen gesetzt. Der beobachtete Intensitätsverlauf bei der ersten flexuralen Mode (Abbildung 3.11(a)) erklärt sich weitestgehend alleine durch die mit sinkendem Abstand zur Spitze ineffizienter werdende thermische Anregung.

Die Vibrationsantwort im Fall der zweiten flexuralen Mode (Abbildung 3.11(b)) ist in zweierlei Hinsicht unklar. Einmal sind die Kanten sehr empfindlich für die Anregung. Anders als beim vorgestellten DySEM-Modus wird die Vibration aber über die Laserauslenkung und nicht über die emittierten Elektronen vermessen, es handelt sich also nicht um den bekannten Topographie-Effekt. Zweitens stimmen die Positionen von Schwingungsknoten und Schwingungsbäuchen mit den im DySEM-Modus gemessenen Positionen nicht überein (vergleiche Abbildung 4.3a für n = 1).

Eine experimentelle Herangehensweise zur Klärung dieses Mechanismus könnte die Vermessung von Federbalken sein, in die über die ganze Länge des Balkens ein Temperatursensor integriert ist, der simultan mit der Schwingungsmessung ausgelesen werden könnte. Die weitere Nutzung der EBIV-Technik wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt, weil die Stabilität zumindest bei langen Balken nicht ausreichend erschien und weil die Kalibrierung bei höheren Moden wegen des dazu notwendigen Positionswechsels des Laserstrahls sehr aufwendig ist. Grundsätzlich lassen sich Federbalken auch anders zur Schwingung anregen.

Magnetisierte Federbalken lassen sich mit einem magnetischen Wechselfeld anregen. Vförmige Balken (Abbildung 2.1(b)), durch die ein auf die Resonanzfrequenz abgestimmter elektrischer Strom fließt, lassen sich in einem statischen Magnetfeld zum Schwingen bringen. Diese Verfahren führen zwar zu sehr stabilen Schwingungen auch unter hoher Dämpfung, z.B. unter Wasser, sind aber wegen der Wechselwirkung mit dem Elektronenstrahl hier nur wenig geeignet [101].

Weitere Anregungsmöglichkeiten ergeben sich aus der Verwendung von gepulstem Laserlicht (photothermische Anregung). So konnten Ramos *et al.* einen Federbalken durch einen gepulsten Laser von 635 nm Wellenlänge lokal anregen, indem das Licht partiell in einen Wärmepuls konvertiert [102]. Weitere Messungen mit kurzwelligerem Licht (405 nm) waren ebenfalls erfolgreich [103]. Da Polymere, Halbleiter oder biologische Systeme unter Lichteinfluss unerwünschten Veränderungen ihrer Eigenschaften unterliegen können, ist eine möglichst geringe Laserleistung, also eine für niedrige Laserleistung möglichst hohe Anregungseffizienz gefragt. Hierbei zeigte sich, dass Balken mit trapezförmigem Querschnitt mit dieser Methode sehr gut angeregt werden können, weil die entstehenden thermischen Gradienten für das Biegen des Balkens vorteilhafter sind. Weiterhin ist eine Metallbeschichtung auf dem Balken hilfreich, weil durch die unterschiedlichen thermischen Längenausdehnungskoeffizienten ein unterstützender Bimetall-Effekt auftritt.

Für die Anregung an Luft und in Flüssigkeiten scheint die photothermische Anregung geeigneter [103], da die magnetische Anregung eine korrosionsempfindliche Beschichtung erfordert und piezoelektrische Wegquellen häufig Nebenresonanzen erzeugen [104]. Allerdings ist die photothermische Anregung zur Bildgebung noch ungeeignet, da die verwendeten Laserspots in der Größenordnung von  $10 \,\mu$ m und mehr liegen, was die laterale Auflösung begrenzt.

### 3.3 Lock-In Technik

Dieser Abschnitt basiert im Wesentlichen auf [105] und [106].

Der Nutzen von Lock-In Technik besteht darin, dass aus einem Eingangssignal der Anteil herausgefiltert werden kann, der zu einem (externen) Referenzsignal Frequenz-synchron ist. In der Regel ist es ein Funktionsgenerator, welcher das referenzierende Signal erzeugt. Dabei kann die Phasenlage zwischen Eingangs- und Referenzsignal am Lock-In Verstärker rekonstruiert werden.

Im DySEM-Experiment ist das informationstragende Eingangssignal durch die Schwingungsantwort des Federbalkens (*SE*-Signal) gegeben, das mit dem Signal des Funktionsgenerators, welches den Anregungspiezo treibt, in Bezug gesetzt wird. Mit einem Lock-In Verstärker kann also das sehr schwache elektrische Wechselspannungssignal der Form

$$V_I \sin(\omega_R t + \Theta_I), \tag{3.1}$$

bei der eingestellten Referenzfrequenz  $\omega_R$  gemessen werden, indem auf dieses ein streng periodisches Referenzsignal bekannter Amplitude und Phase

$$V_R \sin(\omega_R t + \Theta_R), \tag{3.2}$$

aufmoduliert wird. Der Lock-In Verstärker wirkt dabei als Frequenzfilter, indem nur Signalanteile, die mit der Referenzfrequenz  $\omega_R$  auftreten, passieren können, während die anderen Frequenzkomponenten abgeschwächt werden. Dazu wird das Eingangssignal mit dem Referenzsignal multipliziert

$$V_{M1} = V_I V_R \sin(\omega_R t + \Theta_I) \sin(\omega_R t + \Theta_R)$$
  
=  $\frac{1}{2} V_I V_R \cos(\Theta_R - \Theta_I) + \frac{1}{2} V_I V_R \sin(2\omega_R t + \Theta_R + \Theta_I).$  (3.3)

Der erste Summand der Gleichung entspricht einem Gleichspannungsanteil. Der zweite Term enthält die Frequenz  $2\omega_R$  und kann durch einen Tiefpass-Filter herausgefiltert werden. Nach dem Filtern ist

$$V_{M1,FILT} = \frac{1}{2} V_I V_R \cos(\Theta_R - \Theta_I) \,. \tag{3.4}$$

Um die Amplitude des Eingangssignals  $V_I$  zu bestimmen, muss die Phasendifferenz zwischen Referenz und Signal,  $\Theta_R - \Theta_I$ , stabil und bekannt sein. Dazu wird eine zweite Gleichung benötigt, die man dadurch enthält, indem das Eingangssignal mit einem um 90° phasenverschobenen Signal multipliziert wird

$$V_{M2} = V_I V_R \sin(\omega_R t + \Theta_I) \sin(\omega_R t + \Theta_R - \frac{\pi}{2})$$
  
=  $\frac{1}{2} V_1 V_R \cos(\Theta_R - \Theta_I - \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2} V_I V_R \sin(2\omega_R t + \Theta_R + \Theta_I - \frac{\pi}{2}).$  (3.5)

Analog wie oben folgt nach dem Filtern

$$V_{M2,FILT} = \frac{1}{2} V_I V_R \cos(\Theta_R - \Theta_I - \frac{\pi}{2})$$
(3.6)

$$= \frac{1}{2} V_I V_R \sin(\Theta_R - \Theta_I) . \qquad (3.7)$$

Damit ist klar, dass sich unter Verwendung von Gleichung (3.4) und (3.7) die unbekannte Amplitude und Phase (modulo  $\pi$ ) des Eingangssignals bestimmen lassen

$$V_I = \frac{2}{V_R} \sqrt{(V_{M1,FILT})^2 + (V_{M2,FILT})^2}$$
(3.8)

$$\Theta_I = \Theta_R - \arctan(V_{M2,FILT}/V_{M1,FILT}).$$
(3.9)

Entsprechend leitet sich die Darstellung nach Real- und Imaginärteil ab

$$\operatorname{Re} = V_I \cos(\Theta_R - \Theta_I) \tag{3.10}$$

$$Im = V_I \sin(\Theta_R - \Theta_I). \qquad (3.11)$$

### 3.4 Überprüfung des Mess-Aufbaus

Um die Ergebnisse der DySEM-Messungen möglichst gut interpretieren zu können, ist es wichtig, die Qualität des Anregungssignals zu kennen und die Leistung der Mess-Apparatur zu charakterisieren. Dazu sind im Vorfeld der DySEM-Messung systematische Untersuchungen durchgeführt worden. Es galt sicherzustellen, dass die Nichtlinearitäten (höhere Harmonische im Mess-Signal) nicht systembedingt sind, sowie zu klären, ob ihr Auftreten an einen mechanischen Schwellwert gekoppelt ist. Dazu wurde die Methode der Laserdeflektion verwendet, die im DySEM-Experiment als Kontrollmessung integriert ist (siehe Abbildungen 3.4).



Abbildung 3.12: Zur Kontrolle der spektralen Reinheit des Anregungssignals. Wird die Anregung des Federbalkens bei gleicher Amplitude schrittweise verfahren (oben), erscheint im jeweiligen Fourier-Spektrum ein zugehöriger Peak (unten). Das Auftreten eines Peaks an nicht-resonanter Frequenzposition erklärt sich aus der periodischen Längenänderung des Piezos und der daraus bewirkten vertikalen Bewegung des kompletten Federbalkens. Die Signalverstärkung an der Stelle der ersten flexuralen Resonanz (T-B#1 in schwarz) weist auf die Kopplung der Anregung mit der Federbalken-Eigenmode hin.

Die Frage der spektralen Reinheit des Anregungssignals kann anhand der Abbildung 3.12 beantwortet werden. Die Abbildung zeigt die frequenzaufgelöste Schwingungsantwort des Balkens (unten), wenn die monofrequente Anregung bei gleich bleibender Amplitude stufenweise verfahren wird (oben). Ist die Anregung mit der Resonanz (*T-B*#1) identisch, dann tritt im Spektrum ein deutlich sichtbarer Resonanzpeak auf (schwarze Linie). Dieser Resonanzpeak tritt auch im Spektrum jeder anderen Anregungsfrequenz auf, wobei die Amplitude in etwa der thermischen Anregung des Federbalkens entspricht. Daneben lässt sich jeweils ein zweiter Peak detektieren, der sich auf die periodische Längenänderung des Piezos und damit auf das bloße Heben und Senken des Federbalkens zurückführen lässt. Zusätzlich haben Funktionsgenerator und Verstärker eine sehr schwache, aber messbare harmonische Verzerrung, die aber vernachlässigt werden kann, da der Federbalken in Resonanz, wie zu sehen ist, als sehr scharfer Filter wirkt. Der Strom durch den Piezo folgt, natürlich mit Phasenverschiebung, der Anregungsspannung ohne Verzerrung.

Allerdings darf die durch die Laserdeflektion detektierte Balkenbewegung nicht zu groß sein, da sonst Teile des zeitabhängigen Signals abgeschnitten werden können wie die Abbildung 3.13 zeigt. In der Tat ist die häufigste Ursache für störende Nichtlinearitäten im detektierten Mess-Signal in der Übersteuerung des Anregungssignals zu finden. Die Transformation der abgeschnittenen Signal-Antwort in ein Frequenzsignal führt dann zum Auftreten von Artefakten wie künstlichen Harmonischen, die als nichtlineare Signal-Antwort fehlinterpretiert werden könnten.



Abbildung 3.13: Wenn das vom oszillierenden Federbalken reflektierte Licht (links) die geometrischen Abmaße der Photodiode übersteigt, können Teile des Signals abgeschnitten werden. Ein solcher Effekt entsteht häufig, wenn die Federbalken-Deflektion zu groß ist. Das Abschneiden des Signals kann, abhängig von der Positionierung des Laserspots reflektiert vom unausgelenkten Balken auf der Photodiode, symmetrisch oder asymmetrisch zur Auslenkung erfolgen (rechts).

In Abbildung 3.14 ist im linken Bild ein solches "abgeschnittenes" Photodioden-Signal zu sehen (schwarz), dass seinem Verlauf nach mit einem rechteckigen Signal (magenta) approximiert werden kann. Im zugehörigen Frequenzsignal (rechtes Bild) sind eine Vielzahl

von "künstlichen" Harmonischen zu erkennen. Insbesonders die ungeraden Harmonischen (n = 3, n = 5, n = 7, n = 9) sind sehr intensiv, weil die Signalform in der Zeitdomäne stark einer Rechteckpuls-Sequenz ähnelt, die in einer Fourier-Reihenentwicklung zu mit der Frequenz abfallenden, ungeraden Harmonischen führt.

Aber nicht nur aus diesem Grund muss bei der Justage des vom unausgelenkten Federbalken reflektierten Laserspots sichergestellt werden, dass der Spot mittig auf der Photodiode trifft. Wird es beispielsweise nötig, die Photodetektor-Signale am SFM-Controller (Abbildung 3.15) nachzuverstärken, dann gilt das auch für einen etwaig vorhandenen DC-Anteil des Signals. Unter Umständen kann das zur Folge haben, dass der Verstärker des SFM-Controllers aus der Mitte seines linearen Arbeitspunkts läuft.



Abbildung 3.14: Der Verlauf des "abgeschnittenen" Schwingungssignals aus Abbildung 3.13 kann durch einen Rechteckpuls (magenta) approximiert werden (links). Das verfälschte Zeitsignal führt im FFT-Spektrum zu künstlichen Harmonischen (rechts). Die Ordnung der Harmonischen ist durch die eingezeichnete Ziffer gegeben. Die ungeraden Harmonischen, durch die sich in einer Fourier-Reihe ein Rechteckpuls entwickeln lässt, sind gut zu erkennen.

Neben einer zu großen Anregung des Federbalkens kann die Übersteuerung auch verstärkerbedingt sein. Denn auch bei überlasteten Verstärkern kann der Effekt auftreten, dass für die Extremwerte eines Eingangssignals die Linearität nicht mehr gegeben ist (*clipping*). Wenn Maxima und Minima nicht mehr erreicht werden, können ebenfalls Signale ähnlich wie in Abbildung 3.14 (links) entstehen. Ist das Wechselspannungssignal nicht symmetrisch um die Null-Lage oder ist die Verstärker-Übersteuerung für die positive und die negative Halbwelle nicht gleich, entstehen zusätzlich Komponenten mit geraden Vielfachen der Grundfrequenz. Damit ist bei der Überprüfung auf eventuelle systemeigene Nichtlinearitäten das amplituden- und frequenzabhängige Verhalten aller Verstärker-Komponenten zu berücksichtigen. Deswegen wurden die Verstärkerstufen so gewählt, dass der Aussteuerbereich aller im DySEM-Experiment beteiligten Verstärker (SFM-Controller, HV-Generator, *LIA*-Eingang, *SE*-Detektor) nur jeweils zu 50% genutzt wurde. Innerhalb dieses Bereiches liegt der lineare Arbeitspunkt eines Verstärkers. Wird dieser Bereich überschritten, kann es zu der beschriebenen Übersteuerung eines Signals kommen.



Abbildung 3.15: Die Anregung des Federbalkens erfolgt über eine piezoelektrische Keramik. Das Anregungssignal liefert ein Funktionsgenerator ①, das wahlweise nachverstärkt ② werden kann. Die Schwingungsantwort des Federbalkens wird durch die Laserdeflektionsmethode ausgelesen, der Strom der Photodiode in eine Spannung konvertiert und optional nachverstärkt ③. Aus dem zeitaufgelösten Signal wird am FFT-Analysator ④ die Fourier-Transformierte gebildet. Wenn nun über dem schwingenden Balken der Elektronenstrahl ⑤ verfahren wird, dann werden zur Kontrolle sowohl das Anregungs- als auch das detektierte Schwingungssignal durch Oszilloskope (⑥ und ⑦) auf Artefakte hin kontrolliert.

In der Tat kann beispielsweise die Verstärkung am *SE*-Detektor (Kontrast und Helligkeit) eine Quelle von Nichtlinearitäten sein. Während der DySEM-Messungen war aber der DC-Anteil des *SE*-Signals stets größer als die AC-Komponenten und lag immer im linearen Aussteuerbereich. Auch die Verstärkung am Eingang des Lock-In Verstärkers kann durch falsche Wahl zur Übersteuerung führen. Im Vergleich zweier verschiedener Eingangs-Verstärkungen ließ sich bei den DySEM-Messungen allerdings kein Einfluss auf das Auftreten von Nichtlinearitäten feststellen, wohl aber auf die Signal-Sensitivität und damit auf das Signal-Rausch-Verhältnis.

Um die dargestellten Fehlerquellen zu vermeiden, wurden daher bei jeder DySEM-Messung die Ein- und Ausgangssignale am Oszilloskop respektive mit einem Fourier-Analysator geprüft (Abbildung 3.15). Damit konnte sichergestellt werden, dass während des DySEM-Experiments die Balkenbewegung die einzige Quelle für Nichtlinearität ist.

# 3.5 Schwingungseigenschaften eines Federbalkens vom Typ *PPP-CONTR*

Für alle Messungen wurde, sofern nicht anders im Text gekennzeichnet, ein Federbalken vom Typ *PPP-CONTR* von *Nanosensors* verwendet [29]. Die zugehörigen geometrischen Abmaße sind in Abbildung 3.16 zusammengestellt.

Hersteller	Nanosensors	
Geometrie	Rechteckig	
Material	$n^+$ -Si, Al bedampft (30 nm)	x = 0
Länge L	$447\mu\mathrm{m}$	W
Breite w	$58 - 60 \mu \text{m}$	
Höhe h	$1, 4 - 2\mu m$	X=L
Federkonstante k	0,07-0,22 N/m	
Flexurale Eigenmode $f_1$	9 - 13 kHz	y h
Spitzenradius	$\parallel < 10  \text{nm}$	V v

Abbildung 3.16: Federbalken vom Typ PPP-CONTR. Parameter gemäß Herstellerangaben [29].

Abbildung 3.17 zeigt das Rausch-Spektrum des Federbalkens (links). Die Anregung des Balkens erfolgt hierbei mit weißen Rauschen; einem breitbandigen Frequenzsignal, bei dem annähernd gleich verteilt auf alle Frequenzen die gleiche Rauschleistungsdichte abfällt. Obgleich es sich um einen Federbalken rechteckiger Geometrie handelt und der Piezo Längenausdehnungen in vertikaler Richtung bewirkt, sind Signale in flexuraler und torsionaler Richtung beobachtbar [107]. Nach Onal *et al.* [108] ist es naheliegend, dies als ein elektronisch bedingtes Übersprechen (*crosstalk*) der eigentlich unabhängigen Signale zu interpretieren. Hinzu kommt ein Signalübertrag, welcher durch Fehlausrichtung des Laserstrahls zwischen Federbalken und Photodiode hervorgerufen wird.

In erster Näherung kann einem solchen Spektrum die Lage der Resonanzen entnommen werden kann (Tabelle 3.1). Der Peak bei 189 kHz ist ungewöhnlich schmalbandig und stammt vermutlich aus dem elektronischen Rauschen des experimentellen Aufbaus. Weitere Peaks müssen unbekannten mechanischen Resonanzen zugeordnet werden, die von der im Labor permanent laufenden Vakuumanlage stammen. Da die Auflösung auf maximal 3200 Datenpunkte begrenzt ist, kann die Lage der Resonanzfrequenzen einem solchen Übersichtsspektrum nur grob entnommen werden. Um die Frequenzauflösung zu erhöhen, muss deshalb ein Frequenz-Sweep um die zuvor bestimmte Peak-Position gelegt und die Schwingungsantwort des Federbalkens mit dem Signal des referenzierenden Funktionsgenerators am Lock-In Verstärker in Relation gesetzt werden. Aus einem solchen *LIA*-Amplituden- und Phasengang (Abbildung 3.17, rechts) kann die genaue Lage der Resonanzfrequenz oft bis auf wenige Millihertz genau bestimmt werden (Tabelle 3.1).

Dabei ist die genaue Lage einer Resonanzfrequenz sowie deren spektrale Verbreiterung abhängig vom Probenkammerdruck. Dies zeigt die Abbildung 3.18 für einen weiteren Federbalken vom Typ *PPP-CONTR*, wobei die erste flexurale Mode TB#1 in diesem Fall bei 10.087, 3 Hz liegt.

Durch die logarithmisch dargestellte Ordinate sind die kleinen Änderungen an der Basis des Peaks gut zu erkennen. Eine Verbreiterung des Peaks (Q-Faktor entspricht dem Kehrwert der Dämpfung) entsteht im wesentlichen durch Stoßprozesse mit dem Belüftungsgas Stick-



Abbildung 3.17: Links: Rauschspektrum von PPP-CONTR. Flexuralmoden (oben), Torsionsmoden (unten). Die eingezeichneten Ziffern kennzeichnen die Ordnung der Eigenmoden. Die zugehörigen Zahlenwerte sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Rechts: LIA-Amplituden- und Phasengang exemplarisch dargestellt für die zweite flexurale Mode. Bei Resonanz hat die Phase einen Wendepunkt und die Amplitude wird maximal.

stoff. Daneben können Prozesse der Adsorption (beim Belüften oder Abkühlen des Balkens) und der Desorption (beim Evakuieren oder Aufheizen des Balkens) eine meist untergeordnete Rolle spielen. Da die wirksame Balkenoberfläche aus  $SiO_2$  oder Aluminiumoxid besteht, steigt die Neigung zur Moleküladsorption wie  $N_2 < O_2 < H_2O$ . Die Massenzunahme ändert die Resonanzfrequenz (Einfügung in Abbildung 3.18). Der Prozess hängt unter anderem von Verdrängungsprozessen adsorbierter Spezies ab und ist wegen der fehlenden präzisen Kontrolle der Gaszusammensetzung (nicht-desorbiertes Restwasser und Ölpumpendampf der Öldiffusionspumpe) häufig scheinbar unsystematisch.

Tabelle 3.1: Resonanzfrequenzen von PPP-CONTR. Die grobe Position kann dem Rauschsp	ek-
trum in Abbildung 3.17 entnommen werden. Eine spektral schärfere Auflösung ermöglicht	die
Messung mit einem Lock-In Verstärker.	

	Rauschspektrum	LIA-Messung
<b>T-B#</b> 1	$8.600 \pm 100  \text{Hz}$	$8.571, 4 \pm 0, 1  \text{Hz}$
T-B#2	$54.300\pm100\mathrm{Hz}$	$54.340, 1 \pm 0, 2{\rm Hz}$
T-B#3	$153.500\pm100\mathrm{Hz}$	$153.470, 4 \pm 0, 2{\rm Hz}$
<b>T-B#</b> 4	$300.000 \pm 100\mathrm{Hz}$	—
L-R#1	$126.200\pm100\mathrm{Hz}$	$126.171, 1 \pm 0, 2  \text{Hz}$
L-R#2	$381.100 \pm 100  \text{Hz}$	—

Zwei Effekte aus diesem Themenkreis sind für die hier durchgeführten Experimente nicht völlig vernachlässigbar. Zunächst einmal kommt es bei einseitig aluminierten Silizium-Balken beim Evakuieren zu einer Veränderung der statischen Verbiegung des Balkens, was durch die Aufhebung der asymmetrischen Belegung des Balkens mit Molekülen hervorgerufen wer-

den kann. Dies macht eine Justage des Laserspots schwierig, da dadurch die Spiegeljustage an Luft für den Vakuumbetrieb ungenau wird (vergleiche Abbildung 3.13). Die statische Balkenverbiegung ändert sich auch bei hohem Energieeintrag durch einen belichtenden Elektronenstrahl (Bimetall-Effekt). Zweitens verändert sich auch die Belegung und die Länge des Balkens durch eine Aufheizung (Desorption, thermische Ausdehnung) bei hohen Stromdichten des Elektronenstrahls, was die Resonanzfrequenz verschiebt und eine dynamische Nachregelung der Resonanz durch einen speziellen, derzeit in der Entwicklung befindlichen Regelkreis (*phase locked loop*) für die DySEM-Messungen wünschenswert macht.



Abbildung 3.18: Resonanzkurve der ersten flexuralen Mode mit abnehmender Verbreiterung bei sinkendem Umgebungsdruck: Hochvakuum bei 7,3 · 10<sup>-5</sup> mbar ⊕; ≈ 2 mbar ②, ≈ 2,7 mbar ③, ≈ 4 mbar ④. Je geringer der Kammerdruck, desto schmalbandiger ist die Resonanz, die sich zu höheren Frequenzen verschiebt (siehe Bild-Einfügung), wobei die eingezeichnete Linie nur der Illustration dient. Federbalken vom Typ PPP-CONTR.

# 3.6 Fazit

Im vorgestellten Experiment wird ein einseitig eingespannter Federbalken rechteckiger Geometrie durch eine piezoelektrische Keramik zur Resonanz angeregt. Über der ungedämpft schwingenden Mikrostruktur wird ein Elektronenstrahl verfahren, wodurch das *SE*-Bild des Schwingers entsteht. Gleichzeitig können die zur Anregung synchronen Komponenten (Amplitude und Phase bzw. Real- und Imaginärteil) der Schwingungsantwort mittels Lock-In-Technik frequenzaufgelöst dargestellt werden (*LIA*-Bilder). Neben der Grundmode können auch die Harmonischen (ganzzahlige Vielfache der Anregung) gemessen werden. Da im Experiment die Energieverlustmechanismen null sind, kann der Imaginärteil durch einen Phasen-Offset auf null geeicht werden.

Dabei wird die Kombination von klassischer Rasterelektronenmikroskopie mit Lock-In Technik unter dem Akronym DySEM (**Dy**namic **S**canning **E**lectron **M**icroscopy) zusammengefasst. Die bezüglich einer Resonanzmode zu einer Serie angeordneten *SE*- und *LIA*<sup>*n*</sup>-Abbildungen heißen DySEM-Bilder.

Prinzipiell ist das DySEM-Experiment nicht an die piezoelektrische Anregung des Balkens gekoppelt. Auch alternative Anregungsformen sind möglich. Ebenso ist die Verwendung eines Elektronenstrahls als Mess-Sonde zur Abbildung der resonanten Struktur nicht zwingend. Allerdings erweist sich gerade im Zuge fortschreitender Miniaturisierung mit immer kleinskaligeren Schwingern eine elektronenoptische Ortsauflösung (hier: 300 nm) als günstig.

Bei der Voruntersuchung, inwieweit der experimentelle Aufbau selbst nichtlinear ist, zeigt sich, dass eine harmonische Verzerrung im Anregungssignal zwar messbar ist, aber der Federbalken in Resonanz als scharfer Filter wirkt. Auch die beteiligten Verstärker im DySEM-Experiment werden innerhalb ihres linearen Aussteuerbereichs betrieben. Dabei dient die Methode der Laserdeflektion als integrative Kontroll-Messung, um sicherzustellen, dass die im DySEM-Experiment gemessenen Signal-Komponenten nicht systembedingt sind. Darüber hinaus kann durch die Laserdeflektion dem Spektrum eines thermisch oder mit Rauschen angeregten Federbalkens die Lage seiner Resonanzfrequenzen entnommen werden.

# 4 DySEM-Messung schwingender Mikrostrukturen

In Abschnitt 3.1 wurde die DySEM-Technik vorgestellt. In diesem Kapitel sollen nun die zugehörigen Mess-Ergebnisse präsentiert werden, wenn es zur Bildgebung des schwingenden Federbalkens mittels dieses Verfahrens kommt. Die Abbildungen dieses Kapitels beschränken sich auf die Darstellung des Federbalkens vom Typ *PPP-CONTR*, angeregt bei der ersten (T-B#1), zweiten (T-B#2), dritten (T-B#3) Normalmode bzw. der ersten (L-R#1) Torsionsmode, wie sie im klassischen *SE*-Bild (Abbildung 4.1) von links nach rechts zu sehen sind.

Wenn, wie beispielsweise bei der ersten Flexuralmode, die Schwingungsamplitude ausgehend beim geklemmten Ende monoton bis zu ihrer maximalen Auslenkung am freien Ende hin anwächst, dann korreliert diese positionsabhängige Auslenkung mit einer beobachtbaren Verschmierung der Kantenlinien. Auch bei den anderen Moden ist eine lokale Kantenverschmierung zu erkennen, mit Ausnahme der Stellen, an denen sich die mit einer punktierten Linie gekennzeichneten Schwingungsknoten befinden. Bei flexuralen Moden der Ordnung m > 1 gibt es (m-1) orthogonal zur Längsachse des Federbalkens verlaufende Knotenlinien. Der Schwingungsknoten bei der ersten Torsionsmode hingegen fällt mit der Längsachse des Balkens zusammen und verläuft folglich durch die Federbalken-Spitze. Dies erklärt, warum im *SE*-Bild der Torsionsmode die Federbalken-Spitze scharf und nicht verschmiert ist.



Abbildung 4.1: *SE-Mikrographen der ersten drei Normalmoden sowie der ersten Torsionsmode. Der Federbalken vom Typ PPP-CONTR ist in der rechten oberen Ecke geklemmt. Die punktierten Linien kennzeichnen die Lage der Schwingungsknoten. Die nominalen Werte der Anregungsfrequenzen sind ebenso wie weitere Mess-Parameter in Abschnitt 11.3 aufgeführt. Graphik nach [109].* 

Die Schwingungsamplitude kann aus der Kanten-Verschmierung im Bild nicht abgeleitet werden. Zwar ist der durch den Piezo übertragene Anregungshub an der Federbalken-Basis im Prinzip bekannt (Abschnitt 3.2.1), trotzdem verhindern Unbekannte, wie die Anregungsübersetzung, die Winkelverhältnisse zwischen Elektronenstrahl, Balken und *SE*-Detektor oder die Abhängigkeit der gemessenen Signale von der Verstärkung des SE-Detektors, eine quantitative Angabe der Schwingungsamplitude. Eine Grobabschätzung durch Vergleich der sichtbaren Kanten-Verbreiterung mit den bekannten Dimensionen des Federbalkens legt den Schluss nahe, dass an der Spitze des Balkens die Oszillationen sich im unteren Mikrometer-Bereich bewegen (Abbildung 4.1, T-B#1).

Die Farbgebung in den nachfolgend beschriebenen Abbildungen entspricht den am Lock-In Verstärker ausgegebenen Spannungen (Amplitude, Phase, Real- und Imaginärteil). Die auf gleiche Maximalwerte normierten Amplituden-Bilder zeigen die örtliche Verteilung der referenzsynchronen Schwingungskomponenten des Balkens; die Skala reicht von schwarz (kein Signal) bis weiß (Maximum). Die Realteil- und Phasen-Bilder enthalten zusätzlich eine Information über den relativen Verlauf des Kontrasts. Die Verteilung der Farbwerte in den Realteil-Bildern reicht daher von schwarz (Minimum) bis weiß (Maximum), so dass ein Vorzeichenwechsel dargestellt werden kann. In den zugehörigen Phasen-Bildern entspricht schwarz 0° und weiß 180°. Der Maximalkontrast der Phasenverschiebung beträgt 180° und entspricht dem Abstand der beiden Extremalpositionen der Auslenkung. Die Zuweisung der Phasenwerte erfolgt von einer Extremalposition (Phase null) zur anderen (Phase: 180°).

Da bei jeder Messung die experimentellen Parameter neu optimiert werden müssen, bedeutet die Zusammenstellung der DySEM-Bilder bezüglich einer Schwingungsmode zu einer Serie geordnet nach Harmonischen nicht, dass die Bilder dieser Serie quantitativ (hinsichtlich ihrer Farbskala) miteinander verglichen werden können. Eine qualitative Reproduzierbarkeit der Messungen ist allerdings gegeben. Die Saugspannung in den Messungen beträgt jeweils 300 Volt.

Obgleich die anschließend beschriebenen Abbildungen nach Schwingungsmode m (dazu nach Normal- oder Torsionsmode) und Harmonischen-Ordnung n differenziert betrachtet werden müssen, gibt es einige Merkmale, die in allen Bildern zu beobachten sind und die im Rahmen einer modelltheoretischen Betrachtung verstanden werden müssen:

- Verbreiterung der Kanten
- Multiplizität der Kanten
- Kontrastverlauf an der Federbalken-Spitze
- Kontrastverlauf im Realteil- und Phasen-Bild.

Im Folgenden wollen wir die Abbildungen unter diesen Aspekten beurteilen.

### 4.1 Flexuralmoden

Abbildung 4.2 zeigt die DySEM-Bilder des bei der ersten flexuralen Mode angeregten Federbalkens (T-B#1). Bei der DySEM-Messung entsteht durch die Bildgebung von Signalkomponenten ganzzahliger Vielfacher der Anregung eine Serie von Bildern, die entsprechend der Ordnung der Harmonischen mit dem Index n unterschieden werden. Die Abbildung zeigt die Ergebnisse der Messung für die ersten vier Ordnungen. Die Abbildung teilt sich weiter auf, indem im oberen Teil die LIA-Amplitudenbilder (a), darunter die zugehörigen LIA-Realteilbilder (b) und in (c) die LIA-Phasenbilder zu sehen sind. Wie in Abschnitt 3.1.1 erläutert, besteht während einer DySEM-Messung eine feste Phasenbeziehung zwischen Signal-Antwort und dem Referenzsignal, die so eingestellt wurde, dass der Imaginärteil-Kontrast verschwindet. Ein typisches LIA-Imaginärteil-Bild ist in Abbildung 3.7 zu sehen.

In allen nachfolgenden Abbildungen dieses Kapitels ist der Federbalken auf der linken Seite geklemmt; dementsprechend befindet sich das frei schwingende Ende rechts im Bild. Dabei soll die im Bild oben liegende Kante *Hinterkante* und die unten liegende Kante *Vorderkante* heißen (vergleiche auch Abbildung 6.11), was sich insbesonders bei der Diskussion der Bild-Merkmale im Abschnitt 7.2 als zweckmäßig erweist.

In Abbildung 4.2(a), n = 1, sind die Federbalken-Kanten gut zu erkennen, wobei die Kantenlinien ausgehend vom geklemmten Ende zum freien Ende hin sich verbreitern. Gleichfalls nimmt der Kontrast zu. Die Federbalken-Spitze selbst ist nicht zu erkennen und erscheint als Schwärzung zwischen den zusammenlaufenden Kantenlinien. Neben dem Bild-Hintergrund ist auch die Oberfläche des Federbalkens kontrastfrei; lediglich an der Stelle oberhalb der Mess-Spitze ist eine Struktur zu erkennen. Das gleiche gilt für das Bild mit n = 2, nur dass in diesem Fall die Kantenlinie in ein Duplett aufspaltet und die Federbalken-Spitze als heller Punkt erscheint. Für n = 3 bzw. n = 4 spalten die Kanten jeweils in ein Triplett respektive Quartett auf. Die Federbalken-Spitze ist für n = 3 wiederum nicht sichtbar. Im Vergleich dazu erscheint sie für n = 4 als, wenn auch schwach zu erkennender, heller Punkt.

Nicht nur in den LIA-Amplitudenbildern für T-B#1 sondern ganz allgemein auch in den nachfolgenden Abbildungen ist zu beobachten, dass das Kontrast-Verhältnis im Bild mit zunehmender Harmonischen-Ordnung abnimmt. Wenn beispielsweise die Kantenlinie nahe des geklemmten Endes, wo die Federbalken-Auslenkung gering ist, für n = 1 gerade noch zu sehen ist, kann sie für n = 4 nicht mehr beobachtet werden. Die Bilder sind von oben nach unten mit zunehmend notwendiger Verstärkung stärker verrauscht.

Gleichzeitig ist in allen Bildern der Abbildung 4.2 zu beobachten, dass der Kontrast für die beiden Kantenlinien ungleich ist. Die obige Kante ist deutlicher besser zu erkennen als die unten liegende Kante. Dieser Effekt gibt einen Hinweis auf die relativen Orientierung des Federbalkens zum *SE*-Detektor; demnach ist die oben liegende Kante zum Detektor orientiert. Dieser Unterschied im Linienkontrast ist auch in den nachfolgenden Bildern und Abbildungen dieses Kapitels zu beobachten.

Auch in den Realteilbildern (Abbildung 4.2(b)) ist die Aufspaltung sowie die positionsabhängige Verbreiterung der Kantenlinie zu erkennen. Zudem kommt es innerhalb eines jeden n-Multipletts zu einem n-fachen Kontrastwechsel. Bild-Hintergrund und die Federbalken-Fläche, mit Ausnahme der Struktur oberhalb der Mess-Spitze, sind kontrastfrei. Weiter ist zu erkennen, dass der Realteil-Kontrast zwischen Vorder- und Hinterkante unabhängig von der Ordnung n invertiert ist. Damit ist gemeint, dass der Kontrast an der Hinterkante durch den im Vorzeichen gespiegelten Kontrast an der Vorderkante gegeben ist. Dies gilt nicht nur für die angesprochene Abbildung 4.2(b), sondern ebenso für alle nachfolgenden Abbildungen von Flexuralmoden in diesem Abschnitt. Das Verhalten der Torsionsmode in Abschnitt 4.2 muss hingegen unterschieden nach Harmonischen-Ordnung n betrachtet werden.

Bei den *LIA*-Phasenbildern (Abbildung 4.2(c)) spalten die Kanten ebenfalls entsprechend der Harmonischen-Ordnung in ein *n*-Multiplett auf, was zu einem *n*-fachen Sprung in der *LIA*-Phase führt. Im Bild ist dieser Phasensprung durch einen *n*-fachen Farbwechsel zwischen schwarz und weiß gegeben, was jedes Mal einem Sprung um  $180^{\circ}$  entspricht. Bild-Hintergrund und die Federbalken-Fläche sind auch hier kontrastfrei, aber verrauscht. Einzig an der Stelle, unterhalb derer sich die Mess-Spitze befindet, ist ein Kontrast zu erkennen.

Wie anhand der ersten flexuralen Mode ausführlich beschrieben, spalten auch bei der zweiten Normalmode (T-B#2) die Kantenlinien abhängig von der Ordnung n der Harmonischen in ein n-Multiplett auf. Ebenso ist die Verbreiterung der Kantenlinie mit der lokalen Balken-Auslenkung korreliert. Auch die Harmonischen-abhängige Variabilität des Kontrastes an der Federbalken-Spitze gleicht der in Abbildung 4.2. An den Stellen der Schwingungsknoten ist die Kantenlinie durch eine Schwärzung unterbrochen. Mit zunehmender Harmonischen-Ordnung wird die Unterbrechung der Kantenlinie größer. Dies ist allerdings nur scheinbar. Vielmehr ist das ein Effekt eines schlechter werdenden Signal-Rausch-Verhältnisses, wenn das Signal insbesonders in der Nähe eines Schwingungsknotens klein ist.

Neben den schon beschriebenen Bild-Merkmalen muss in den Realteil- und Phasenbildern der höheren flexuralen Moden zusätzlich das Kontrastverhalten entlang einer Kante betrachtet werden, dass sich an einem Schwingungsknoten mitunter ändert. Dabei muss das Transformationsverhalten des Kontrasts nach Bildern grad- und ungradzahliger Harmonischer unterschieden werden. So kommt es entlang der Kantenlinie für n = 1 bzw. n = 3 jeweils am Schwingungsknoten zur Kontrastumkehr durch Vorzeichenwechsel, was im Realteilbild einen Farbwechsel und im Phasenbild einen Sprung um  $180^{\circ}$  bedeutet. Dieser Kontrastwechsel ist in den Bildern für n = 2 und n = 4 nicht sichtbar, da es in diesen beiden Fällen nicht zum Vorzeichenwechsel bzw. Phasensprung am Schwingungsknoten kommt. Zusätzlich ist der n-fache Kontrastwechsel der Kantenlinie unabhängig von der Harmonischen-Ordnung n zwischen Vorder- und Hinterkante invertiert.



Abbildung 4.2: Anregung des Federbalkens bei der ersten flexuralen Mode (T-B#1). Die Abbildung ganzzahliger Vielfacher anregungssynchroner Signalkomponente ermöglicht die Darstellung der Harmonischen, deren Ordnung durch die eingezeichnete Ziffer gegeben ist. Die Abbildung ist untergliedert in die LIA-Amplitudenbilder (a), die LIA-Realteilbilder (b) und die LIA-Phasenbilder (c). Graphik nach [110].



**Abbildung 4.3:** Anregung des Federbalkens bei der zweiten Normalmode (T-B#2). Die LIA-Amplitudenbilder (a), LIA-Realteilbilder (b) und LIA-Phasenbilder (c) sind unterschieden nach der mit n gekennzeichneten Harmonischen-Ordnung. Graphik nach [110].



Abbildung 4.4: Darstellung der ersten Harmonischen der dritten flexuralen Mode (T-B#3) unterschieden nach LIA-Amplitude (a), -Realteil (b) und -Phase (c). Die zugehörigen Farbskalen entsprechen denen der bisher gezeigten Abbildungen. Graphik nach [110].

Da das Signal-Rausch-Verhältnis bei der Abbildung höherer Harmonischer der dritten flexuralen Mode (T-B#3) zu klein wurde, ist in der Abbildung 4.4 nur die erste Harmonische zu sehen. Der Übersicht zugunsten wird in der Abbildung keine Farbskala gezeigt. Dabei ist es aber weiter so, dass die Farbskala der Bilder (a), (b) und (c) durch die der korrespondierenden Bilder der bisher gezeigten Abbildungen gegeben ist.

Im Amplitudenbild (a) ist die Unterbrechung an den Stellen der Schwingungsknoten gut sichtbar, ebenso die, wenn auch schwach zu erkennende, Unterbrechung der Kantenlinie an der Stelle der Federbalken-Spitze. Bild-Hintergrund und Federbalken-Oberfläche sind kontrastfrei. Oberhalb der Mess-Spitze ist eine Struktur zu erkennen. Im Realteilbild (b) ist zu sehen, dass die beiden Kanten sich invers zueinander transformieren. Entlang der Kantenlinie kommt es an jedem Knoten zur Kontrastumkehr, was im zugehörigen Phasenbild (c) jeweils einem Phasensprung um 180° entspricht.

# 4.2 Torsionsmode

Die Abbildung 4.5 zeigt die DySEM-Bilder der ersten Torsionsmode unterteilt nach *LIA*-Amplituden- (a), *LIA*-Realteil- (b) und *LIA*-Phasenbilder (c). Beschränkt durch das Signal-Rausch-Verhältnis enthält die Abbildung nur die Darstellung der ersten drei Harmonischen. In den Amplitudenbildern ist die ortsabhängige Verbreiterung der Kantenlinien gut zu sehen; sie ist korreliert mit der vom geklemmten Ende zum freien Ende hin entlang der Kanten monoton zunehmenden Schwingungsamplitude. Die Federbalken-Spitze selbst, durch die der Schwingungsknoten verläuft, ist nicht zu sehen. Die Kantenlinien spalten entsprechend der Harmonischen-Ordnung in ein *n*-Multiplett auf. Bild-Hintergrund und die Oberfläche des Balkens sind komplett kontrastfrei. Auch die Struktur oberhalb der Mess-Spitze, die bis jetzt in den Bildern der Normalmoden stets zu sehen war, erscheint nicht.



**Abbildung 4.5:** Anregung des Federbalkens bei der ersten Torsionsmode (L-R#1). Die LIA-Amplitudenbilder (a), LIA-Realteilbilder (b) und LIA-Phasenbilder (c) sind unterschieden nach der mit n gekennzeichneten Harmonischen-Ordnung. Darunter zu sehen sind Ausschnittsvergrößerungen der in türkis markierten Kreise. Graphik nach [110].

Der Kontrast der Vorder- und Hinterkante ist für n = 1 und n = 3 im Realteil- bzw. Phasenbild gleich. Im Gegensatz dazu bilden sich im Bild für n = 2 die Kanten invers zueinander ab. Zudem kommt es innerhalb eines Multipletts unabhängig von der Ordnung n der Harmonischen zum n-fachen Kontrastwechsel. Die Federbalken-Spitze ist ebenso wie der Bild-Hintergrund und die Oberfläche des Balkens kontrastfrei.

Um die gezeigten Abbildungen zu erklären, wird in Kapitel 6 eine neu entwickelte Theorie vorgestellt, die das Ziel hat, die am Anfang dieses Kapitels aufgeführten Bild-Merkmale auf die Wechselwirkung des Elektronenstrahls mit dem darunter periodisch hinweg schwingenden Federbalken zurückzuführen.

# 5 Bewegungsgleichung für Balkenschwingungen

Die Dynamik der flexuralen Federbalken-Schwingung wird durch die Euler-Bernoulli-Gleichung beschrieben, die im folgenden Abschnitt erläutert wird. Es handelt sich hierbei um eine Differentialgleichung vierter Ordnung. Im Gegensatz dazu ist die Bewegungsgleichung, welche die torsionale Schwingung beschreibt, zweiter Ordnung. Eine ausführliche Darlegung des Verhaltens schwingender Systeme ist in [111], [112], [113] oder [114] zu finden.

#### 5.1 Flexurale Oszillation nach Euler-Bernoulli

Die zeitabhängige Euler-Bernoulli-Gleichung beschreibt die flexurale Auslenkung eines Balkens, der an der Stelle x mit einer äußeren Last q(x, t) in z-Richtung belastet wird. In allgemeinster Form gilt

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E \mathcal{I} \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} = q(x,t) \quad \text{mit} \quad 0 \le x \le L$$
(5.1)

mit der Ortskoordinate x in Längsrichtung des Federbalkens, der Länge L, dem Elastizitätsmodul E und dem Flächenträgheitsmoment  $\mathcal{I}$  des Balkens. Das Produkt  $E\mathcal{I}$  beschreibt die Steifigkeit des Balkens. z(x,t) bezeichnet die flexurale Auslenkung des Balkens am Ort xund zur Zeit t.

Der erste Term der Gleichung (5.1) beschreibt die potentielle Energie des Balkens, die durch innere Kräfte (lokale Deformationen) des Balkens hervorgerufen wird. Die kinetische Energie ist durch den zweiten Summanden gegeben, wobei  $\mu$  die Masse pro Längeneinheit ist. Der dritte Term beschreibt die Dämpfung der Schwingung mit der Dämpfungskonstanten  $\tau$ . Wenn der Balken homogen ist, dann sind E und  $\mathcal{I}$  unabhängig von der Ortskoordinate x, wodurch sich die Gleichung zu

$$E\mathcal{I}\frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} + \tau \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} = q(x,t)$$
(5.2)

vereinfacht. Für einen Balken, wie in Abbildung 5.1 zu sehen ist, mit konstanten, rechteckigen Querschnitt (w konstant, h konstant) ist das Flächenträgheitsmoment durch

$$\mathcal{I} = \frac{wh^3}{12} \,. \tag{5.3}$$

gegeben.



Abbildung 5.1: Einseitig geklemmter Balken rechteckigen Querschnitts.

Im Falle eines frei oszillierenden Balkens, d.h. ohne externe Last q(x, t), und unter Vernachlässigung der Dämpfung sowie unter der Annahme isotroper Dichteverteilung ( $\rho$  konstant mit  $\rho = \mu/F$ ) hat die Euler-Bernoulli-Gleichung die Form einer partiellen, homogenen Differentialgleichung vierter Ordnung

$$\left(K\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)z(x,t) = 0 \quad \text{mit} \quad K = \frac{Eh^2}{12\rho}.$$
(5.4)

Diese Gleichung soll im Folgenden weiter untersucht werden.

Die Euler-Bernoulli-Gleichung setzt voraus, dass alle Dimensionen des Federbalkens (Länge, Breite, Höhe) viel größer sind als die charakteristischen mikroskopischen Längen des Balkens (zum Beispiel die Gitterkonstante) bzw. vor allem auch als die Auslenkung des Balkens selbst. Für größere Auslenkungen müssten auch nichtlineare Effekte berücksichtigt werden, welche beispielsweise zur Kopplung verschiedener Moden führten. Die Euler-Bernoulli-Gleichung basiert auf der Approximation einer dünnen Platte, die durch Länge  $\gg$  Breite  $\gg$ Höhe charakterisiert ist.

Ferner schwingt der Balken flexural, ohne zu tordieren oder sich zu strecken. Der Querschnitt des Balkens ist stets senkrecht zur Balkenachse orientiert. Damit sind im Gegensatz zum Timoshenko-Balken bei der Euler-Bernoulli-Theorie Schubverformungen ausgeschlossen.

Die Approximation der Gleichung auf einen schwingenden Federbalken geschieht unter Annahme, dass die Masse der Mess-Spitze ebenso vernachlässigt werden kann wie die Verjüngung am freien Ende realer Balken (siehe Abbildung 2.1(a)).

#### Lösung der Euler-Bernoulli-Gleichung

Die Bewegungsgleichung (5.4) lässt sich mit dem Separations-Ansatz

$$z(x,t) = z(t) \cdot z(x) = e^{i\omega t} z(x)$$
(5.5)

lösen, wobei für z(t) eine Exponentialdarstellung angenommen wird. Es ist

$$\dot{z}(x,t) = i\omega e^{i\omega t} z(x)$$
(5.6)

$$\ddot{z}(x,t) = -\omega^2 e^{i\omega t} z(x)$$
(5.7)

$$z^{(IV)}(x,t) = e^{i\omega t} z^{(IV)}(x), \qquad (5.8)$$

wobei die Punkte die zeitliche und die römischen Ziffern die räumliche Ableitung von z(x,t)kennzeichnen.  $\omega = 2\pi f$  ist die Kreisfrequenz. Aus Gleichung (5.4) folgt die charakteristische Gleichung

$$Kz^{(IV)}(x) - \omega^2 z(x) = 0, \qquad (5.9)$$

deren allgemeine Lösung

$$z(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x) + C_3 \sinh(\lambda x) + C_4 \cosh(\lambda x)$$
(5.10)

ist, falls

$$\omega = \lambda^2 \sqrt{K} \tag{5.11}$$

gilt. Gleichung (5.11) heißt Dispersionsrelation, wobei  $\lambda$  die flexurale Wellenzahl bezeichnet und  $C_1, C_2, C_3, C_4$  Konstanten sind, die durch die jeweiligen Randbedingungen bestimmt sind. Aus den Randbedingungen eines einseitig bei x = 0 waagerecht eingeklemmten (ohne Deflektion und Neigung) und bei x = L frei schwingenden (ohne Drehmoment und Scherkraft) Federbalkens ohne Probenkontakt

$$z(0) = 0$$
 (5.12)

$$z^{(I)}(0) = 0 (5.13)$$

$$z^{(II)}(L) = 0 (5.14)$$

$$z^{(III)}(L) = 0, (5.15)$$

leiten sich die Eigenmoden ab. Diese Randbedingungen führen auf das Matrix-Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & \lambda & 0 \\ -\lambda^2 \sin(\lambda L) & -\lambda^2 \cos(\lambda L) & \lambda^2 \sinh(\lambda L) & \lambda^2 \cosh(\lambda L) \\ -\lambda^3 \cos(\lambda L) & \lambda^3 \sin(\lambda L) & \lambda^3 \cosh(\lambda L) & \lambda^3 \sinh(\lambda L) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

wobei dieses nur dann eine nicht-triviale Lösung hat, wenn die Determinante verschwindet. Das führt auf die Gleichung

$$\cos(\lambda L)\cosh(\lambda L) + 1 = 0, \qquad (5.16)$$

#### BAM-Dissertationsreihe

die numerisch gelöst werden muss. Die Gleichung (5.16) hat unendlich viele Lösungen, aus denen sich die Euler-Bernoulli-Koeffizienten  $\kappa_m := \lambda_m L$  der einzelnen Eigenmoden m ableiten. Die ersten vier Koeffizienten sind dann durch  $\kappa_1 = 1,8751, \kappa_2 = 4,6941, \kappa_3 = 7,8548, \kappa_4 = 10,9955, \ldots$  gegeben [37]. Damit lassen sich die flexuralen Eigenfrequenzen nach Gleichung (5.11) explizit schreiben

$$f_m = \frac{\kappa_m^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho}} \quad (m = 1, 2, \dots).$$
(5.17)

#### 5.2 Torsionale Oszillation

Die Bewegungsgleichung für eine ungedämpfte torsionale Schwingung lautet

$$c_T \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial x^2} - \rho J \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial t^2} = 0, \qquad (5.18)$$

mit der Torsionssteifigkeit  $c_T$ , dem polaren Flächenträgheitsmoment J und der Dichte  $\rho$  des Federbalkens [7]. Dabei bezeichnet die Funktion  $\alpha(x, t)$  den Torsionswinkel des Balkens als Funktion der Ortskoordinate x und der Zeit t, wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist.



**Abbildung 5.2:** Die Torsionsschwingung wird durch einen orts- und zeitabhängigen Torsionswinkel  $\alpha(x, t)$  beschrieben.

Die Bewegungsgleichung

$$\left(K^* \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \alpha(x, t) = 0 \quad \text{mit} \quad K^* = \frac{c_T}{\rho J}$$
(5.19)

kann analog wie in Abschnitt 5.1 mit folgenden Ansatz

$$\alpha(x,t) = \alpha(t) \cdot \alpha(x) = e^{i\Omega t} \alpha(x)$$
(5.20)

gelöst werden. Es folgt

$$\dot{\alpha}(x,t) = i\Omega e^{i\Omega t} \alpha(x)$$
(5.21)

$$\ddot{\alpha}(x,t) = -\Omega^2 e^{i\Omega t} \alpha(x)$$
(5.22)

$$\alpha^{II}(x,t) = e^{i\Omega t} \alpha^{II}(x), \qquad (5.23)$$

wobei die Punkte die zeitliche und die römischen Ziffern die räumliche Ableitung von  $\alpha(x, t)$  bezeichnen. Aus Gleichung (5.19) folgt die charakteristische Gleichung

$$K^* \alpha^{II}(x) + \Omega^2 \alpha(x) = 0, \qquad (5.24)$$

die von

$$\alpha(x) = C_5 \sin(\eta x) + C_6 \cos(\eta x) \tag{5.25}$$

$$\alpha^{I}(x) = C_{5}\eta\cos(\eta x) - C_{6}\eta\sin(\eta x)$$
(5.26)

$$\alpha^{II}(x) = -C_5 \eta^2 \sin(\eta x) - C_6 \eta^2 \cos(\eta x), \qquad (5.27)$$

gelöst wird, falls die torsionale Dispersionsrelation

$$\Omega = 2\pi\nu = \eta\sqrt{K^*} \tag{5.28}$$

erfüllt ist. In dieser Gleichung bezeichnet  $\eta$  die torsionale Wellenzahl,  $C_5$  und  $C_6$  sind Konstanten. Die Integrationskonstanten  $C_5$  und  $C_6$  bestimmen sich durch die Randbedingungen

$$\alpha(0) = 0 \tag{5.29}$$

$$\alpha^I(L) = 0, \qquad (5.30)$$

wonach der Balken bei x = 0 ohne Rotation ist und die Summe der Torsionsmomente bei x = L verschwindet. Dann folgt aus Gleichung (5.25)

$$C_5 \sin(0) + C_6 \cos(0) = 0 \Rightarrow C_6 = 0 \tag{5.31}$$

und aus Gleichung (5.26)

$$C_5 \eta \cos(\eta L) - C_6 \eta \sin(\eta L) = 0$$
  

$$\Rightarrow \eta L = \left[\frac{(2m-1)}{2}\right] \pi \quad (m = 1, 2, ...)$$
(5.32)

mit  $C_5$  beliebig. Aus der Periodizität der Cosinus-Funktion leiten sich die Torsionsmoden gemäß Gleichung (5.28) ab

$$\nu_m = \frac{2m-1}{4} \frac{1}{L} \sqrt{K^*} \quad (m = 1, 2, \dots) \,. \tag{5.33}$$

#### **BAM-Dissertationsreihe**

Anders als bei den flexuralen Eigenfrequenzen sind die torsionalen Eigenmoden äquidistant ( $\Delta \nu = \frac{1}{L}\sqrt{K^*}$ ) zueinander, da die Bewegungsgleichung (5.18) dispersionsfrei ist.

# 6 Theorie der dynamischen Rasterelektronenmikroskopie

Die quantitative Analyse der experimentellen Ergebnisse in Kapitel 4 erfordert die Herleitung eines theoretischen Modells der dynamischen Rasterelektronenmikroskopie (DySEM). Anders als im vorhergehenden Kapitel, indem die bekannten Bewegungsgleichungen der flexuralen bzw. torsionalen Balkenschwingung vorgestellt wurden, soll es bei der neu entwickelten Theorie dieses Kapitels darum gehen, die Interaktion von Elektronenstrahl mit dem periodisch darunter hinweg schwingenden Federbalken der Interpretation zugänglich zu machen, um so die beobachteten Bild-Merkmale der DySEM-Bilder ableiten zu können. Die hierbei verwendeten Symbole sind in Kapitel 10 zur Übersicht aufgeführt.

#### 6.1 Konzeptionelle Einführung

Die Oberfläche des ruhenden Federbalkens ist durch eine Teilmenge in der x, y-Ebene gegeben,  $L \subset \mathbb{R}^2 \subset \mathbb{R}^3$ . Damit lassen sich die Punkte der Oberfläche,  $(x, y) \in L$ , mit dreidimensionalen Punkten identifizieren, wobei z = 0 ist.

Im dynamischen Fall, wenn der Federbalken oszilliert, beschreibt jeder Punkt, der nicht auf einer Knotenlinie liegt, einen Weg

$$P(x_0, y_0, t) = \left[P^x(x_0, y_0, t), P^y(x_0, y_0, t), P^z(x_0, y_0, t)\right]^t \in \mathbb{R}^3.$$
(6.1)

Für t = 0 befindet sich der Federbalken im unausgelenkten Zustand

$$P(x_0, y_0, t = 0) = P_0 = [x_0, y_0, 0]^t \simeq p_0 = [x_0, y_0]^t.$$
(6.2)

Die Anfangsposition  $p_0 = [x_0, y_0]^t$  entspricht den Lagrange-Koordinaten des Federbalkens. Für jede Zeit *t* bilden die Punkte { $L_t = P(p_0, t) | p_0 \in L$ } eine Fläche.

Im folgenden wollen wir die zeitabhängige Interaktion von Elektronenstrahl und Balken genauer untersuchen. Wenn der Elektronenstrahl der Intensität *I* unter einer fixen Richtung

$$\hat{n}_i = [n_i^x, n_i^y, n_i^z]^t, \quad \|\hat{n}_i\| = 1$$
(6.3)

auf den Federbalken trifft, kommt es am Ort des instantanen Auftreffpunktes  $p_0$  zu einer Vielzahl von Wechselwirkungsakten zwischen Elektronen und Atomen des Federbalkens, bevor ein Teil dieser Interaktion als gestreute Elektronen detektiert werden kann.

Hierbei ist die Menge aller Punkte, die den in Richtung  $P_0 \simeq p_0$  orientierten Elektronenstrahl bilden, durch

$$\{P_0 + \lambda \hat{n}_i | \lambda \in \mathbb{R}\}$$
(6.4)

gegeben.

Unter der experimentellen Bedingung, dass die Verweildauer des Elektronenstrahls an einer bestimmten Bildposition des Federbalkens (Pixelzeit) sehr viel größer ist als die Periodendauer des unter dem Strahl hinweg schwingenden Balkens (Abschnitt 3.1.2), beschreibt der Elektronenstrahl auf der oszillierenden Balken-Oberfläche eine Kurve

$$p_t = [x_t, y_t]^t \in \mathbb{R}^2, \tag{6.5}$$

die sich aus der zeitlichen Abfolge der instantanen Auftreffpunkte bildet.

Diese Lagrange-Koordinaten lösen für alle Zeiten t das nichtlineare, dreidimensionale Gleichungssystem mit den drei Unbekannten  $x_t, y_t$  und  $\lambda$ 

$$P(x_t, y_t, t) = P_0 + \lambda(t)\hat{n}_i$$
. (6.6)

Diese Gleichung muss numerisch gelöst werden.

Die Ebene durch den Auftreffpunkt  $p_0$ , die durch die Vektoren

$$\tau_{x,t} = \partial_x P(x, y, t)|_{x=x_t, y=y_t}, \quad \|\hat{\tau}_{x,t}\| = 1$$
(6.7)

und

$$\tau_{y,t} = \partial_y P(x, y, t)|_{x=x_t, y=y_t}, \quad \|\hat{\tau}_{y,t}\| = 1$$
(6.8)

aufgespannt wird, bildet die instantane Tangentialebene des vibrierenden Federbalkens, wobei der zugehörige Normaleneinheitsvektor durch

$$\hat{n}_t = \frac{\hat{\tau}_{x,t} \times \hat{\tau}_{y,t}}{\|\hat{\tau}_{x,t} \times \hat{\tau}_{y,t}\|}$$
(6.9)

gegeben ist. Abbildung 6.1 zeigt das geometrische Zusammenspiel von Elektronenstrahl und Federbalken schematisch.

Die Funktion  $\Gamma$  bestimmt den Anteil der rückgestreuten Elektronen, die am *SE*-Detektor detektiert werden.  $\Gamma$  hängt ab vom jeweiligen Auftreffpunkt, der relativen Orientierung von Elektronenstrahl, Flächennormalen und Detektor sowie der instantanen Balken-Tangentialebene

$$\Gamma(p_t, \hat{n}_i, \hat{n}_t, \hat{n}_o, \hat{\tau}_{x,t}, \hat{\tau}_{y,t}).$$
(6.10)



**Abbildung 6.1:** Zur Ableitung der geometrischen Beziehung zwischen Elektronenstrahl und Federbalken. Der Elektronenstrahl der Intensität I trifft den Balken am Punkt  $p_0$ . Die Streuintensität und deren winkelabhängige Verteilung hängt von den Materialeigenschaften am Auftreffpunkt sowie der Mess-Geometrie ab. Damit ist die Intensität an detektierten Elektronen  $I_d$ eine Funktion von der relativen Orientierung des einfallenden Elektronenstrahls  $\hat{n}_i$ , von der Detektor-Richtung  $\hat{n}_0$  und von der lokalen Tangentialebene des Balkens, dargestellt durch den Normaleneinheitsvektor  $\hat{n}_t$  sowie durch die Tangentialvektoren  $\hat{r}_{x,t}$  und  $\hat{r}_{y,t}$ .

Damit ist die zeitabhängige Intensität rückgestreuter Elektronen gegeben durch

$$I_d(p_0, t) = I \Gamma(p_t, \hat{n}_i, \hat{n}_t, \hat{n}_o, \hat{\tau}_{x,t}, \hat{\tau}_{y,t}) \quad \text{mit} \quad p_{t=0} = p_0.$$
(6.11)

Wenn die Intensität I der einfallenden Elektronen auf Eins normalisiert ist, dann liegt der Wert von  $I_d$  zwischen null und Eins.

Oszilliert nun der Federbalken gemäß seiner Anregung  $\omega$  periodisch unter dem Elektronenstrahl hinweg, dann ist das *SE*-Bild gegeben durch das Integral über eine Periode der vom jeweiligen zeit-variablen Auftreffpunkt in Richtung *SE*-Detektor emittierten Elektronen

$$SE(p_0) = \frac{1}{T} \int_0^T I_d(p_0, t) dt, \qquad \omega = 2\pi/T.$$
 (6.12)

Die LIA-Bilder ergeben sich aus der Fourier-Transformation der zeit-variablen Elektronendichte (n = 1, 2, ...)

$$LIA^{n}(p_{0}) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{d}(p_{0}, t) e^{-in\omega t} dt$$
(6.13)

$$\Rightarrow LIA_c^n(p_0) = \operatorname{Re}\left(LIA^n(p_0)\right) = \frac{1}{T} \int_0^T I_d(p_0, t) \cos(n\omega t) dt$$
(6.14)

$$\Rightarrow LIA_{s}^{n}(p_{0}) = \operatorname{Im}\left(LIA^{n}(p_{0})\right) = -\frac{1}{T}\int_{0}^{T}I_{d}(p_{0},t)\sin(n\omega t)\,dt.$$
(6.15)

#### **BAM-Dissertationsreihe**

Das Signal für die Gesamtintensität entspricht somit der nullten Fourier-Mode (*SE*-Bild) und es gilt:  $SE = LIA^0(p_0)$ .

#### 6.2 Asymptotik für kleine Amplituden

Im Limes kleiner Auslenkungen des Balkens aus der Ruhelage können die bildgebenden Gleichungen explizit abgeleitet werden. Unter der Annahme einer rein harmonischen Bewegung ist die Verbiegung des Balkens

$$z(x, y, t) = A \Psi(x, y) \cos(\omega t), \qquad t > 0$$
(6.16)

mit

$$0 \le \Psi, \qquad max\Psi = 1 \tag{6.17}$$

gegeben. In dieser Gleichung bezeichnet A die absolute und  $\Psi(x, y)$  die relative Amplitude des Balkens (siehe Abbildung 6.2).



**Abbildung 6.2:** Zum Unterschied zwischen absoluter und relativer Amplitude. Die Verbiegung des Balkens ist gegeben durch eine lokale, normierter Amplitude  $\Psi(x, y)$  (b), die durch A skaliert wird (a).

In erster Ordnung von A lässt sich für die Trajektorie des Elektronenstrahls auf dem Federbalken schreiben

$$x(t) = x_0 - n_i^x z(x_0, y_0, t) / n_i^z + O(A^2)$$
(6.18)

$$y(t) = y_0 - n_i^y z(x_0, y_0, t) / n_i^z + O(A^2)$$
(6.19)

$$z(t) = z(x_0, y_0, t) + O(A^2).$$
 (6.20)

Beiträge höherer Ordnung, wie die lokale Änderung der Tangentialebene am Punkt  $p_0$ , können zunächst vernachlässigt werden.

Wenn der Federbalken gemäß seiner Anregung  $\omega$  periodisch unter dem Elektronenstrahl hinweg oszilliert, dann wird der Auftreffpunkt  $p_0$  während einer Schwingungsperiode zeitvariabel. Die resultierende Elektronenstrahl-Trajektorie  $p_t$  auf dem Balken ist gegeben durch eine harmonische Bewegung entlang eines Liniensegments, das um  $p_0 = [x_0, y_0]^t$  zentriert ist. Diese periodische Bewegung findet in der Projektionsebene des einfallenden Elektronenstrahls  $\hat{n}_i$  auf die Fläche des ruhenden Federbalkens statt, beschrieben durch den Vektor

$$\hat{n}_i^H = \frac{[n_i^x, n_i^y]^t}{\sqrt{1 - (n_i^z)^2}} \,. \tag{6.21}$$

Die Amplitude dieser Bewegung ist

$$\Lambda = \Lambda(p_0) = A \Psi(p_0) \tan(\Theta_i)$$
(6.22)

mit

$$\tan(\Theta_i) = \frac{\sqrt{1 - (n_i^z)^2}}{n_i^z},$$
(6.23)

wobei  $\Theta_i$  der Winkel zwischen einfallenden Elektronenstrahl  $\hat{n}_i$  und dem Normalenvektor der Federbalken-Tangentialebene  $\hat{n}_t$  ist (Abbildung 6.3). Die Kurve, die der Elektronenstrahl auf dem oszillierenden Balken beschreibt, ist somit durch

$$p_t = p_0 + \Lambda \cos(\omega t) \,\hat{n}_i^H \,. \tag{6.24}$$

gegeben. Damit folgt aus Gleichung (6.22), je flacher der Auftreffwinkel des Elektronenstrahls und je größer die Schwingungsamplitude des Balkens ist, desto länger ist die Kurve  $p_t$ , entlang derer die Streufunktion  $\Gamma$  (Gleichungen (6.10)) ausgewertet wird.

Die Abhängigkeit der detektierten Intensität  $I_d$  (Gleichung (6.11)) von der Kurve  $p_t$  erlaubt es, zum einen den Materialkontrast des Federbalkens zu modellieren, welcher die Anzahl der Streuprozesse beeinflussen könnte, als auch die Abhängigkeit der Streuelektronen-Verteilung zum Rand des Federbalkens. In der Tat können in der Nähe des Randes Elektronen auch seitlich durch die Oberfläche austreten und in den Halbraum, der senkrecht auf der Kante steht, streuen, was somit eine andere Streucharakteristik als im Inneren zur Folge hat (Abschnitt 2.5: Topographie-Effekt). Zudem erfährt die Streuamplitude eine periodische Zeitabhängigkeit durch die Bewegung des Federbalkens unter dem Elektronenstrahl hindurch. In allgemeinster Form ist die Streuverteilung der Elektronen durch

$$f(\hat{n}_i, \hat{n}_t, \hat{n}_o, \hat{\tau}_{x,t}, \hat{\tau}_{y,t})$$
(6.25)

#### BAM-Dissertationsreihe


**Abbildung 6.3:** Wechselwirkung zwischen Elektronenstrahl und Federbalken. Die Tangentialfläche korrespondiert mit dem markierten Ausschnitt in der Abbildung 6.1. Der Elektronenstrahl der Intensität I trifft aus fixer Richtung  $\hat{n}_i$  unter dem Winkel  $\Theta_i$  zur Flächennormale  $\hat{n}_t$  auf die Federbalken-Oberfläche am Punkt  $p_0$ . Die Intensität der gestreuten Elektronen  $I_d$  wird unter der fixen Richtung  $\hat{n}_o$  vom SE-Detektor erfasst. Im statischen Fall (d.h. wenn der Federbalken ruht) ändert sich dieser Auftreffpunkt  $p_0$  nicht in der Zeit. Im dynamischen Fall, wenn der Federbalken periodisch gemäß seiner Anregung  $\omega$  schwingt, beschreibt der Elektronenstrahl eine Trajektorie mit der Amplitude  $\Lambda$  in der Projektionsebene des ruhenden Balkens. Die detektierte Intensität  $I_d$  entlang der Trajektorie  $p_t$  ist in diesem Fall zeitabhängig. Graphik nach [88].

gegeben. Zusätzlich spielen lokale Eigenschaften (Materialeigenschaften) des Federbalkens eine Rolle, so dass sich der Anteil der am *SE*-Detektor registrierten Rückstreuelektronen  $\Gamma$ (Gleichung (6.10)) im Falle eines lokal isotropen Materials wie folgt faktorisieren lässt

$$\Gamma(p_t, \hat{n}_i, \hat{n}_t, \hat{n}_o, \hat{\tau}_{x,t}, \hat{\tau}_{y,t}) = R(p_t) f(\hat{n}_i, \hat{n}_t, \hat{n}_o, \hat{\tau}_{x,t}, \hat{\tau}_{y,t}).$$
(6.26)

Der Faktor  $R(p_t)$  beschreibt die lokale Streudichte entlang der Kurve  $p_t$  und damit die materialspezifische Rückstreufähigkeit und der andere Faktor f die richtungsabhängige Verteilung der gestreuten Elektronen.

In erster Näherung wird in dieser Arbeit die winkelabhängige Streuverteilung f als Lambert-Streuung in Richtung der Flächennormalen und in Cosinus-Richtung beschrieben (Abbildung 6.4). Der Bruchteil an Elektronen, die in den SE-Detektor gelangen, kann im Experiment mit Hilfe der Saugspannung  $U_{BIAS}$  modifiziert werden. Für spätere theoretische Überlegungen müssen wir in der Lage sein, diesen Einfluss zu modellieren. Unter der Annahme, dass nahezu alle gestreuten Elektronen bei hoher Saugspannung detektiert werden, vereinfacht sich Gleichung (6.26) zu

$$\Gamma(p_0, t) = R(p_t) f_0$$
, (6.27)



Abbildung 6.4: Cosinusförmige Intensitätsverteilung um die spekulare Richtung beim Lambert-Streuer.

wobei  $f_0$  eine Konstante ist. Damit enthält die zeitabhängige Intensität  $I_d = I \Gamma$  sowohl Informationen über das Material als auch über den Interaktionskontrast des Elektronenstrahls mit dem Federbalken entlang der Trajektorie  $p_t$  und es folgt unter Verwendung von Gleichung (6.24) und (6.27)

$$I_d(p_0, t) = I f_0 R \left( p_0 + \Lambda \cos(\omega t) n_i^H \right) + O(A^2) .$$
(6.28)

Zur weiteren Auswertung der Integrale (6.12)-(6.15) nutzen wir den folgenden mathematischen Zusammenhang. Für eine beliebige Funktion h und  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\int_{0}^{2\pi} h(\cos(t)) \sin(nt) dt = 0.$$
(6.29)  

$$\int_{0}^{2\pi} h(\cos(t)) \cos(nt) dt = 2 \int_{0}^{\pi} h(\cos(t)) T_{n}(\cos(t)) dt$$

$$= -2 \int_{1}^{-1} h(u) T_{n}(u) \frac{1}{\sin(t)} du$$

$$= 2 \int_{-1}^{1} h(u) T_{n}(u) \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^{2}(t)}} du$$

$$= 2 \int_{-1}^{1} h(u) T_{n}(u) \frac{1}{\sqrt{1 - u^{2}}} du ,$$
(6.30)

wobei  $T_n$  das *n*-te Tschebyscheff-Polynom vom Grad *n* bezeichnet. Für die Tschebyscheff-Polynome gibt es mehrere Darstellungsformen

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)), \quad T_n(\cos(x)) = \cos(nx)$$
(6.31)

#### **BAM-Dissertationsreihe**

oder explizit

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_2(x) = 2x^2 - 1, \dots$$
 (6.32)

Das erste Integral (6.29) verschwindet aufgrund von trigonometrischen Symmetrieüberlegungen, da  $\cos(t)$  achsen- und  $\sin(nt)$  punktsymmetrisch zur Null ist und sich damit die zugehörigen Integralanteile in Summe aufheben.

Das zweite Integral (6.30) führt dagegen unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung unter Anwendung von Gleichung (6.14) und (6.28) auf die bildgebende *LIA*-Gleichung

$$LIA_{c}^{n}(p_{0}) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{d}(p_{0}, t) \cos(n\omega t) dt \qquad (n = 1, 2, ...)$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} If_{0}R(p_{0} + \Lambda \cos(\omega t)\hat{n}_{i}^{H}) \cos(n\omega t) dt$$

$$= \frac{I}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} R(p_{0} + \Lambda \cos(w)\hat{n}_{i}^{H}) \cos(nw) dw$$

$$= \frac{I}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{R(p_{0} + \Lambda w\hat{n}_{i}^{H}) T_{n}(w)}{\sqrt{1 - w^{2}}} dw$$

$$= \frac{I}{\pi} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{R(p_{0} + u\hat{n}_{i}^{H}) T_{n}(\frac{u}{\Lambda})}{\sqrt{1 - (\frac{u}{\Lambda})^{2}}} du. \qquad (6.33)$$

Somit ist das Zeitintegral in ein Ortsintegral überführt worden.

Im Folgenden erweist es sich als zweckmäßig, die Kern-Funktion  $K_n$  einzuführen, die sich unter Verwendung der Tschebyscheff-Polynome  $T_n$  explizit schreiben lässt

$$K_n(u) = \frac{T_n(u)}{\sqrt{1-u^2}}$$
 (n = 0, 1, 2, ...). (6.34)

Diese Kern-Funktionen werden wir benutzen, um den Zusammenhang von Materialkontrast-Funktion R und den bildgebenden Gleichungen zu charakterisieren.

Abbildung 6.5 zeigt die berechneten Kerne für die ersten vier Indizes n, aufgetragen über der Trajektions-Amplitude  $\Lambda$ . Wie zu sehen ist, werden die Kerne sowohl in dem Wert ihrer Amplitude als auch in ihrer Breite durch  $\Lambda$  skaliert. Mit dieser Notation lässt sich schreiben (n = 1, 2, ...)

$$LIA_{c}^{n}(p_{0}) = \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R(p_{0} + u\hat{n}_{i}^{H}) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
(6.35)

und für n = 0

$$SE(p_0) = \frac{I f_0}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{R(p_0 + u\hat{n}_i^H)}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{\Lambda}\right)^2}} \, du \,. \tag{6.36}$$

Die zugehörigen Sinus-Terme der *LIA*-Gleichung (6.15) verschwinden entsprechend Gleichung (6.29)

$$LIA_{s}^{n}(p_{0}) = 0, (6.37)$$

so dass es sich im Folgenden als günstig erweist,  $LIA_c^n = LIA^n$  zu schreiben.



**Abbildung 6.5:** Berechnete Kern-Funktionen  $K_n$  für die Ordnungen n = 0, 1, 2, 3. Die positiven Funktionswerte sind in grün, die negativen Funktionswerte sind in rot dargestellt. Die Parität der Kerne ist alternierend. Außer für n = 0 sind die Kerne im Mittelwert null. Graphik aus [88].

Die bildgebenden Gleichungen (6.35) und (6.36) zeigen, wie die SE- und  $LIA^n$ -Bilder interpretiert werden müssen: Der Wert an jedem Punkt  $p_0$  ist durch einen gewichteten Mittelwert der Kontrastfunktion entlang der Elektronenstrahl-Trajektorie gegeben. Dabei ist die lokale Skala durch die Amplitude  $\Lambda$  bestimmt. Die Wichtung entlang der Trajektorie  $p_t = p_0 + u\hat{n}_i^H$ ist durch die Kerne  $K_n$  gegeben, die ebenfalls in ihrer Größe durch  $\Lambda$  skaliert sind. Jedem Bildpunkt  $p_0$  des SE- und  $LIA^n$ -Bildes wird damit der Wert zugewiesen, der aus der Faltung der Materialkontrast-Funktion R mit dem jeweiligen Kern hervorgeht.

### 6.3 Der homogene Federbalken

Im Folgenden diskutieren wir die bildgebenden Gleichungen (6.35) und (6.36) für den Spezialfall eines Federbalkens ohne Materialkontrast auf seiner Oberfläche (*Homogener Federbalken*). Wenn die Oberfläche des Federbalkens uniform ( $R_0$  konstant) ist, dann kommt die einzige Zeitvariabilität durch die Verbiegung der instantanen Reflektionsebene des Balkens zustande, an welcher der Elektronenstrahl reflektiert wird. Als Effekt höherer Ordnung kann das in erster Näherung vernachlässigt werden. Ebenso vernachlässigen wir in dieser Betrachtung die erhöhte Streuwahrscheinlichkeit für Elektronen in der Nähe der Kanten (Topographie-Effekt). Ein homogener Federbalken wird durch eine Kontrastfunktion R beschrieben, die auf der Federbalken-Oberflächen konstant ist und ansonsten den Wert null hat (Abbildung 6.6). Es ist

$$R(p_0) = \begin{cases} R_0, & \text{für } p_0 \text{ auf dem Federbalken} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$
(6.38)

Abbildung 6.6: Homogener Federbalken. Die Kontrastfunktion ist auf der Balken-Oberfläche konstant und ansonsten null.

Unter Verwendung der Tschebyscheff-Polynome (6.31) und der Kern-Funktionen (6.34) kann folgender mathematische Zusammenhang

$$\int_{-1}^{1} K_{n}(u) du = \int_{-1}^{1} \frac{T_{n}(u)}{\sqrt{1-u^{2}}} du$$

$$= \int_{-1}^{1} \frac{\cos(n \arccos(u))}{\sqrt{1-u^{2}}} du$$

$$= -\int_{\pi}^{0} \frac{\cos(nt)}{\sqrt{1-u^{2}}} \sqrt{1-u^{2}} dt$$

$$= -\int_{\pi}^{0} \cos(nt) dt$$

$$\stackrel{(n=0)}{=} \pi \qquad (6.39)$$

$$\stackrel{(n=1,2,\dots)}{=} 0 \qquad (6.40)$$

abgeleitet werden. Unter der Bedingung, dass die Elektronenstrahl-Trajektorie im Inneren des Balkens liegt und nicht mit der Kante interagiert, vereinfacht sich die bildgebende *SE*-Gleichung (6.36) für n = 0 zu

$$SE(p_0) = \frac{I f_0}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R(p_0 + u \hat{n}_i^H) K_0\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
  
$$= \frac{I f_0}{\pi} \int_{-1}^{1} R(p_0 + \Lambda w \hat{n}_i^H) K_0(w) dw$$
  
$$= I f_0 R_0 + O(A).$$
(6.41)

Damit ist klar, dass im *SE*-Bild keine Information über die schwingende Struktur enthalten ist, da der Bildwert konstant ( $If_0R_0$ ) ist. Erst in höherer Ordnung O(A) ist die Oszillation im *SE*-Bild zu sehen.

Auch aus den *LIA*-Bildern kann in erster Ordnung von *A* nicht auf die schwingende Struktur geschlossen werden, da der Kontrast im Inneren verschwindet. Dies zeigt sich, wenn Gleichung (6.40) in Gleichung (6.35) eingesetzt wird, wodurch

$$LIA^{n}(p_{0}) = 0 + O(A) \qquad (n = 1, 2, ...).$$
 (6.42)

folgt. Um die beiden Gleichungen (6.41) und (6.42) besser zu verstehen, sei daran erinnert, dass die Kern-Funktionen im Mittel null sind (Abbildung 6.5). Eine Ausnahme bildet der Kern nullter Ordnung, mit dem die Kontrastfunktion im *SE*-Bild gefaltet wird.

Im Falle einer nicht-konstanten Materialfunktion, die vielmehr langsam um den instantanen Auftreffpunkt  $p_0$  variiert, kann der Wert von R entlang der räumlichen Skala  $\Lambda$  durch eine lokale Konstante approximiert werden

$$R(p_0 + \delta p) = R(p_0) + O(\Lambda), \qquad |\delta p| \le \Lambda,$$
(6.43)

womit solche Fälle in den Gültigkeitsbereich der Gleichung (6.41) und (6.42) miteinbezogen werden können.

Enthält der Materialkontrast entlang der überstrichenen Elektronenstrahl-Trajektorie aber eine Singularität, dann kann die Funktion R an dieser Stelle nicht durch eine konstante Funktion oder durch ein Polynom niedriger Ordnung approximiert werden. Das bedeutet, dass dort der Kontrast im *SE*-Bild nicht konstant ist und in den *LIA*<sup>n</sup>-Bilder einen nicht-verschwindenden Wert hat.

Im nächsten Abschnitt soll die Bildgleichung für folgende Singularitäten explizit hergeleitet werden:

- Stufen-Kontrast
- δ-Kontrast

### 6.4 Bildgebung an Singularitäten

#### 6.4.1 Stufen-Kontrast

Ein stufenförmiger Verlauf des Materialkontrasts ist an den Federbalken-Kanten zu finden. Dabei sei  $R = R_0$  auf der Federbalken-Oberfläche und ganz allgemein  $R = R_1$  jenseits der

Kanten. Überstreicht der Elektronenstrahl nun diesen Stufen-Kontrast wie in Abbildung 6.7 skizziert, dann lässt sich der Materialkontrast für alle Punkte auf der Strahl-Trajektorie durch

$$R(p_u) = R_0 + (R_1 - R_0)H(u)$$
(6.44)

schreiben.



Abbildung 6.7: Der Materialkontrast entlang einer Elektronenstrahl-Trajektorie, bei der die Federbalken-Kanten überstrichen wird, ist durch einen stufenförmigen Verlauf charakterisiert.

Dabei ist das Koordinatensystem so gewählt, dass u = 0 die Lage der Kante ist. In diesem Koordinatensystem sei  $u_0$  nun der Auftreffpunkt des Elektronenstrahls.

Mit H wird die Heaviside-Funktion

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0\\ 1, & x \ge 0 \end{cases}$$
(6.45)

bezeichnet.

Zur weiteren analytischen Betrachtung ist es sinnvoll, die integrierten Kern-Funktionen  $K_n^I$  einzuführen

$$K_n^I(u) = \int_{-1}^u K_n(t) dt = -\int_u^1 K_n(t) dt \qquad n \ge 1.$$
 (6.46)

Die letzte Gleichung gilt, da

$$\int_{-1}^{1} K_n(t) = 0 \qquad n \ge 1$$
(6.47)

ist (Gleichung (6.40)). Für n = 0 (Gleichung (6.39)) haben wir stattdessen

$$K_0^I(u) = \int_{-1}^u K_0(t) \, dt = \pi - \int_u^1 K_0(t) \, dt = \pi - K_0^I(-u) \,. \tag{6.48}$$

Die letzte Gleichung folgt aufgrund der Symmetrie der Kern-Funktion K<sub>0</sub>.



**Abbildung 6.8:** Integrierte Kern-Funktionen  $K_n^I$  der Ordnungen n = 0, 1, 2, 3. Die positiven Funktionswerte sind in grün, die negativen Funktionswerte sind in rot dargestellt. Die integrierten Kerne sind in ihrer Breite durch  $\Lambda$  skaliert, nicht aber in ihrer Amplitude. Graphik aus [88].

In Abbildung 6.8 sind die berechneten integrierten Kern-Funktionen für die ersten vier Indizes zu sehen. Damit ist es möglich, die bildgebenden Gleichungen für den Stufen-Kontrast an den Kanten explizit zu schreiben.

Ausgehend von der allgemeinen Abbildungsgleichung (6.35) lässt sich unter Verwendung von Gleichung (6.44) schreiben

$$LIA^{n}(u_{0}) = \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R(p_{0} + v\hat{n}_{i}^{H}) K_{n}\left(\frac{v}{\Lambda}\right) dv$$
  
$$= \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} [R_{0} + (R_{1} - R_{0}) H(u_{0} + u)] K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
  
$$= \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R_{0} K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du + \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} (R_{1} - R_{0}) H(u_{0} + u) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du.$$
(6.49)

Diese Gleichung besteht aus zwei Termen. Der erste Summand wird durch die Gleichung (6.39) bzw. (6.40) unter Verwendung der Substitution ( $u/\Lambda = w$ ) berechnet

$$\frac{If_0}{\pi} \int_{-1}^{1} R_0 K_n(w) dw \stackrel{(n=0)}{=} If_0 R_0$$
(6.50)

$$\stackrel{(n=1,2,\dots)}{=} 0.$$
 (6.51)

Der zweite Term kann als Faltung geschrieben werden. Allgemein gilt, die Faltung einer Funktion mit der Heaviside-Funktion ist die Stammfunktion:

$$(F * H)(t) = (H * F)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t - u) H(u) du$$
  
=  $\int_{0}^{+\infty} F(t - u) du$   
=  $-\int_{t}^{-\infty} F(v) dv$   
=  $\int_{-\infty}^{t} F(v) dv$ . (6.52)

Damit gilt für den zweiten Summanden der Gleichung (6.49):

$$\frac{I f_0}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} (R_1 - R_0) H(u_0 + u) K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$

$$= \frac{I f_0}{\pi \Lambda} (R_1 - R_0) \int_{-\infty}^{\infty} H(u_0 + u) K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$

$$= \frac{I f_0}{\pi \Lambda} (R_1 - R_0) \int_{-\infty}^{\infty} (1 - H(-u_0 - u)) K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$

$$= \frac{I f_0}{\pi} (R_1 - R_0) \int_{-\infty}^{\infty} (1 - H(-u_0 - \Lambda w)) K_n(w) dw$$

$$= \frac{I f_0}{\pi} (R_1 - R_0) \int_{-\infty}^{\infty} (1 - H(-\frac{u_0}{\Lambda} - w)) K_n(w) dw$$

$$= \frac{I f_0}{\pi} (R_1 - R_0) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} K_n(w) dw - H * K_n\left(-\frac{u_0}{\Lambda}\right) \right].$$
(6.53)

Die letzte Gleichung folgt aufgrund von Gleichung (6.52). Somit lautet der zweite Term für $n\geq 1$ 

$$\frac{I f_0}{\pi} (R_1 - R_0) \left[ 0 - K_n^I \left( -\frac{u_0}{\Lambda} \right) \right] = (-1)^{n+1} \frac{I f_0}{\pi} (R_0 - R_1) K_n^I \left( \frac{u_0}{\Lambda} \right)$$
(6.54)

unter Ausnutzung der Parität der integrierten Kerne

$$K_n^I(-u) = (-1)^{n+1} K_n^I(u), \qquad n > 0.$$
 (6.55)

Für n = 0 haben wir

$$\frac{If_0}{\pi} (R_1 - R_0) \left[ \pi - K_0^I \left( -\frac{u_0}{\Lambda} \right) \right] = \frac{If_0}{\pi} (R_1 - R_0) K_0^I \left( \frac{u_0}{\Lambda} \right) .$$
(6.56)

In der letzten Umformung haben wir die Symmetrie von K<sub>0</sub> benutzt (siehe Gleichung (6.48)).

Damit ist die Abbildungsgleichung für den Fall, dass die Elektronenstrahl-Trajektorie einen Stufenkontrast (Kante) überstreicht durch die Summe beider Terme gegeben. Zusammengefasst ist

$$SE(u_0) = If_0R_0 + \frac{If_0}{\pi} (R_1 - R_0)K_0^I \left(\frac{u_0}{\Lambda}\right) + O(A) \quad n = 0$$
(6.57)

$$LIA^{n}(u_{0}) = (-1)^{n} \frac{If_{0}}{\pi} (R_{1} - R_{0}) K_{n}^{I} \left(\frac{u_{0}}{\Lambda}\right) + O(A) \quad n \ge 1.$$
(6.58)

Somit ist das *SE*-Bild durch einen sigmoidalen Übergang vom Inneren ( $If_0R_0$ ) auf das Äußere ( $If_0R_1$ ) gekennzeichnet. Dieser Übergang findet auf einer Länge von  $2\Lambda$  statt. Das *LIA*-Bild hingegen ist im Inneren und Äußeren null, nur in einem Bereich  $\pm \Lambda$  um die Kante ist es durch den integrierten, skalierten Kern gegeben.

#### 6.4.2 $\delta$ -Kontrast

Der Kontrastverlauf an der Federbalken-Spitze ist mit einer  $\delta$ -Funktion

$$\int_{-a}^{+a} \delta(x) \, dx = 1 \quad \text{für} \quad a > 0 \tag{6.59}$$

modellierbar. Wenn also, wie in Abbildung 6.9 zu sehen ist, der Elektronenstrahl entlang seiner Trajektorie vom Federbalken nur dessen Spitze überstreicht, dann hat die Funktion *R* dort einen konstanten Wert und fällt beidseitig davon auf null ab.



**Abbildung 6.9:** Überstreicht der Elektronenstrahl die Federbalken-Spitze, dann hat der Materialkontrast entlang der Trajektorie die Form einer δ-Funktion.

Befindet sich nun die Spitze des Federbalkens an der Stelle u = 0, so kann in Abhängigkeit vom Auftreffpunkt, der die *u*-Koordinate  $u_0$  hat, die Abbildungsgleichung (6.35) wie folgt formuliert werden

$$LIA^{n}(u_{0}) = \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \delta(u_{0} + u) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
$$= \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} K_{n}\left(-\frac{u_{0}}{\Lambda}\right)$$
$$= (-1)^{n} \frac{I f_{0}}{\pi \Lambda} K_{n}\left(\frac{u_{0}}{\Lambda}\right).$$
(6.60)

Damit ist klar, dass das LIA-Bild an der Federbalken-Spitze lokal durch den Kern  $K_n$  beschrieben wird. Entsprechend gilt für n = 0

$$SE(u_0) = \frac{I f_0}{\pi \Lambda} K_0 \left(-\frac{u_0}{\Lambda}\right)$$
$$= \frac{I f_0}{\pi \Lambda} K_0 \left(\frac{u_0}{\Lambda}\right).$$
(6.61)

Eine Interpretation der hier formal diskutierten Abbildungsgleichungen an Singularitäten erfolgt in Abschnitt 7.1 anhand der DySEM-Bilder.

#### 6.5 Phasen-Gleichungen

In Erweiterung von Gleichung (6.16) führen wir eine positionsabhängige Phasenfunktion  $\phi(x, y)$  ein, die den instantanen Zustand der harmonischen Bewegung des Balkens charakterisiert

$$z(x, y, t) = A \Psi(x, y) \cos(\omega t + \phi(x, y)), \qquad t > 0.$$
(6.62)

Damit erweitert sich die Elektronenstrahl-Trajektorie (6.24) zu

$$p_t = p_0 + \Lambda \cos(\omega t + \phi) \hat{n}_i^H.$$
(6.63)

Wir benutzen die allgemeine *LIA*-Gleichung (6.13) unter Berücksichtigung der Gleichungen (6.28), (6.33) und (6.34)

$$LIA^{n}(p_{0}) = If_{0} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} R(p_{0} + \Lambda \cos(\omega t + \phi(p_{0})) \hat{n}_{i}^{H}) e^{-in\omega t} dt$$
 (6.64)

$$= If_0 \frac{1}{T} e^{in\phi(p_0)} \int_0^T R(p_0 + \Lambda \cos(\omega t) \, \hat{n}_i^H) \, e^{-in\omega t} \, dt \,, \tag{6.65}$$

so dass die modifizierte Abbildungsgleichung nun

$$LIA^{n}(p_{0}) = \frac{If_{0}}{\pi} e^{in\phi(p_{0})} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R(p_{0} + u\hat{n}_{i}^{H}) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
(6.66)

lautet. Da die Amplitude  $\Psi$  bis auf Ausnahme der Knotenlinien eine glatte Funktion ist, kann  $\Lambda$  in der Umgebung von Punkt  $p_0$  durch seinen Wert an der Stelle  $p_0$  approximiert werden. Unter Verwendung der Notation

$$K_{n,\Lambda}(u) = \frac{1}{\Lambda} K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right)$$
(6.67)

kann die Bildgleichung (6.66) auch in Form einer Faltung entlang der Trajektorie geschrieben werden

$$LIA^{n}(p) = \frac{If_{0}}{\pi} e^{in\phi(p_{0})} \left(\tilde{K}_{n,\Lambda(p_{0})} * R\right)(p) \qquad |p - p_{0}| \ll 1,$$
(6.68)

wobei  $\tilde{K}_{n,\Lambda}(u) = K_{n,\Lambda}(-u)$  die skalierte und gespiegelte Kern-Funktion bezeichnet.

Im Folgenden erweist es sich als günstig den Term

$$\left(\frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda}^{\Lambda}R(p_0+u\hat{n}_i^H)\,K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right)du\right)=:\Xi_n(p_0)\tag{6.69}$$

in der Funktion  $\Xi_n(p_0)$  zusammenzufassen. Somit bedeutet  $\Xi_n(p_0)$  die Faltung des Materialkontrastes mit den skalierten und gespiegelten Kernen. Die Abbildungsgleichung (6.66) lautet damit

$$LIA^{n}(p_{0}) = \frac{If_{0}}{\pi} e^{in\phi(p_{0})} \Xi_{n}(p_{0})$$
(6.70)

sowie im Spezialfall für n = 0

$$SE(p_0) = \frac{If_0}{\pi} \Xi_0(p_0).$$
 (6.71)

Wenn "arg" das Argument einer komplexen Zahl bezeichnet, dann kann die Phase der *LIA*-Abbildungsgleichung (6.70) durch

$$\arg(LIA^{n}(p_{0})) = \arg\left(\frac{If_{0}}{\pi}e^{in\phi(p_{0})}\Xi_{n}(p_{0})\right)$$
(6.72)

$$= \arg\left(\frac{If_0}{\pi}\right) + \arg(n\phi(p_0)) + \arg(\Xi_n(p_0))$$
(6.73)

$$= n \phi(p_0) + \arg(\Xi_n(p_0)), \qquad (6.74)$$

angegeben werden, wobei die Phasen der einzelnen Faktoren addiert werden können. Die Gleichung (6.72) spaltet also in drei Terme auf. Der erste Summand in (6.73) verschwindet, da die Phase einer reellen Konstanten null ist. Der zweite Summand entspricht *n*-mal der Oszillationsphase im Punkt  $p_0$ , wobei im dämpfungsfreien Fall die Phase  $\phi(p_0)$  nur zwei Werte annehmen kann (siehe Abbildung 6.10). Der dritte Summand in Gleichung (6.73) kann ähnlich erklärt werden. Ist die Kontrastfunktion *R* reellwertig, dann kann die Phase von  $\Xi_n$  nur zwei Werte annehmen

$$\arg(\Xi_n(p_0)) = \begin{cases} 0, & \text{für } \Xi_n(p_0) > 0\\ \pi, & \text{für } \Xi_n(p_0) < 0 \,. \end{cases}$$
(6.75)

#### BAM-Dissertationsreihe

Damit ist die *LIA*-Phase an jedem Bildpunkt  $p_0$  durch das Zusammenspiel von Oszillationsphase  $\phi(p_0)$  und dem Vorzeichen der Funktion  $\Xi_n(p_0)$  bestimmt.



**Abbildung 6.10:** Schematische Einführung der Phasenfunktion  $\phi(x, y)$  in Erweiterung der Abbildung 6.2 am Beispiel der zweiten flexuralen Mode (T-B#2). Bei einer verlustfreien Schwingung kann die relative Phase zwischen zwei Punkten nur die Werte 0 oder  $\pi$  annehmen [16]. Die Bereiche konstanter Phase sind durch Knotenlinien voneinander getrennt, entlang derer die Amplitude null ist (c). Graphik nach [110].

#### 6.5.1 Parität der Kern-Funktionen

Wie im Satz zuvor angedeutet, ist die *LIA*-Phase (6.74) am Bildpunkt  $p_0$  nicht einfach nur durch die dortige relative Oszillations-Phase  $\phi(p_0)$  bestimmt, sondern auch durch das Symmetrieverhalten der in der Funktion  $\Xi_n$  enthaltenen Kerne.

In der Tat ist das Symmetrieverhalten der Tschebyscheff-Polynome (6.32) und der davon abgeleiteten Kerne (6.34) eindeutig

$$T_n(-x) = (-1)^n T_n(x) \quad \Rightarrow \quad K_n(-u) = (-1)^n K_n(u),$$
 (6.76)

wobei die Parität durch  $(-1)^n$  gegeben ist (siehe auch Abbildung 6.5).

Im Folgenden sei P ein Operator, der die Spiegelung einer Funktion an der Symmetrieachse orthogonal zur Elektronenstrahl-Trajektorie bewirkt, so dass PR die gespiegelte Kontrastfunktion bezeichnet. Damit lässt sich aus Gleichung (6.69) folgender Zusammenhang ableiten

$$\Xi_n[PR] = (-1)^n P \,\Xi_n[R] \,. \tag{6.77}$$

In den nachfolgenden Betrachtungen wollen wir die Symmetrieverhältnisse des Federbalkens ausnutzen. Dazu ist es sinnvoll, ein lokales Koordinatensystem auf der Oberfläche des Federbalkens einzuführen. Dabei verläuft die x-Achse entlang der Federbalken-Längsachse. Wie in Abbildung 6.11 eingezeichnet ist, heißt nachfolgend die dem SE-Detektor zugewandte Kante des Federbalkens *Hinterkante* und die zum einfallenden Elektronenstrahl orientierte Kante *Vorderkante*. Die positive y-Achse ist zur Vorderkante des Federbalkens orientiert. Die z-Achse steht senkrecht auf der Federbalken-Ebene, so dass x, y, z ein linkshändiges System bilden.



Abbildung 6.11: Homogener Federbalken mit lokalem, kartesischen Koordinatensystem, das seinen Ursprung am geklemmten Ende des Balkens hat. Nachfolgend heißt die zum SE-Detektor orientierte Seite "Hinterkante" und die gegenüberliegende Seite "Vorderkante". Die *x*-Achse fällt mit der Längsachse des Balkens zusammen. Die graue Fläche ist ein Ausschnitt der Federbalken-Oberfläche und korrespondiert mit der Abbildung 6.3. Graphik nach [110].

Wenn nun der Federbalken gemäß seiner Anregung unter dem Elektronenstrahl hinweg oszilliert, dann soll die Elektronenstrahl-Trajektorie  $p_t$  parallel zur y-Achse (und damit senkrecht zu den Kanten) verlaufen. Gegeben seien nun zwei Punkte  $p_0 = [x_0, y_0]$  und  $p_1 = [x_1, y_1]$ , wobei  $x_0 = x_1$  gilt, so dass sich beide Punkte auf der Trajektorie befinden. Die Materialfunktion R zwischen den beiden Punkten ist durch eine lokale Spiegelsymmetrie bezüglich ygegeben

$$R(x_0, y_0 - \delta y) = R(x_1, y_1 + \delta y).$$
(6.78)

#### BAM-Dissertationsreihe

Damit ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (6.70) und unter Berücksichtigung von Gleichung (6.77) der Zusammenhang zwischen den beiden Punkte  $p_0$  und  $p_1$  im *LIA*-Bild durch

$$LIA^{n}(x_{1}, y_{1} + \delta y) = (-1)^{n} e^{in\Delta\phi} LIA^{n}(x_{0}, y_{0} - \delta y), \qquad (6.79)$$

wobei  $\Delta \phi$  deren Phasendifferenz bezeichnet

$$\Delta \phi = \phi(x_0, y_0) - \phi(x_1, y_1).$$
(6.80)

In nächsten Abschnitt wenden wir die Gleichung (6.79) an, um die in den experimentellen Bildern beobachteten Abbildungs-Merkmale (siehe Kapitel 4) des ungedämpft schwingenden Federbalkens zu verstehen.

#### 6.6 Kontrastverteilung an den Kanten

Wenn w die Breite des Federbalkens kennzeichnet, dann sind die Koordinaten eines Punktes auf der Vorderkante des Balkens durch

$$\left\{ \left[ x, \frac{w}{2} \right] | 0 \le x \le L \right\}$$
(6.81)

gegeben und entsprechend die Koordinaten eines Punktes auf der Hinterkante durch

$$\left\{ \left[ x, -\frac{w}{2} \right] | 0 \le x \le L \right\}.$$
(6.82)

Unter Verwendung der Heaviside-Funktion (6.45) ist der Materialkontrast eines Punktes  $[x, \frac{w}{2}]$  auf der Vorderkante eines homogenen Federbalkens durch

$$R(x, \frac{w}{2} + \delta y) = R_0 H(-\delta y).$$
(6.83)

gegeben; und analog gilt für den Materialkontrast eines Punktes  $[x, -\frac{w}{2}]$  auf der Hinterkante

$$R(x, -\frac{w}{2} + \delta y) = R_0 H(\delta y).$$
 (6.84)

Zwischen Vorder- und Hinterkante besteht entlang der in Abbildung 6.11 eingezeichneten Elektronenstrahl-Trajektorie bezüglich des Materialkontrasts Spiegelsymmetrie. In diesem Fall vereinfacht sich die Gleichung (6.78) zu

$$R(x, \frac{w}{2} + \delta y) = R(x, -\frac{w}{2} - \delta y).$$
(6.85)

#### Vorderkante

Für einen Punkt auf der Vorderkante (6.83) nimmt die allgemeine Gleichung (6.66) einen expliziten Ausdruck an ( $\Lambda = \Lambda(x, \frac{w}{2}), \phi = \phi(x, \frac{w}{2})$ )

$$LIA^{n}(x, \frac{w}{2} + \delta y) = \frac{If_{0}}{\pi} e^{in\phi} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} R(x, \frac{w}{2} + \delta y + u\hat{n}_{i}^{H}) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
  
$$= \frac{If_{0}}{\pi} R_{0} e^{in\phi} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} H(-\delta y - u\hat{n}_{i}^{H}) K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
  
$$= \frac{If_{0}}{\pi} R_{0} e^{in\phi} \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda}^{-\delta y} K_{n}\left(\frac{u}{\Lambda}\right) du$$
  
$$= \frac{If_{0}}{\pi} R_{0} e^{in\phi} \int_{-1}^{-\delta y/\Lambda} K_{n}(u) du, \qquad (6.86)$$

woraus unter Verwendung der integrierten Kerne (6.46) und deren Symmetrieverhalten (6.55)

$$LIA^{n}(x,\frac{w}{2}+\delta y) = \frac{If_{0}}{\pi}R_{0}e^{in\phi(x,\frac{w}{2})}K_{n}^{I}\left(-\frac{\delta y}{\Lambda(x,\frac{w}{2})}\right)$$
(6.87)

$$= (-1)^{n+1} \frac{If_0}{\pi} R_0 e^{in\phi(x,\frac{w}{2})} K_n^I\left(\frac{\delta y}{\Lambda(x,\frac{w}{2})}\right)$$
(6.88)

folgt. Die Gleichung zeigt, wie die Bildgebung entlang der Vorderkante durch ein Zusammenspiel von lokaler Oszillationsphase  $\phi(p_0)$  mit der Amplitude  $\Lambda$  zustande kommt. Entlang der Vorderkante sind die  $LIA^n$ -Funktionen durch integrierte, skalierte Kerne  $(K_n^I\left(\frac{\delta y}{\Lambda(x,\frac{w}{2})}\right))$  gegeben, wobei die lokale Skala  $\Lambda(x,\frac{w}{2})$  ist. Die Verschmierung der Kantenlinie ist demnach am größten in den Schwingungsbäuchen (maximale Schwingungsamplitude) und minimal an den Ruhelagen der Oszillation.

#### Hinterkante

Die entsprechende *LIA*-Gleichung für Punkte auf der Hinterkante leitet sich aus der allgemeinen Symmetrie-Relation (6.79) der beiden Kanten ab und es ist

$$LIA^{n}(x, -\frac{w}{2} + \delta y) = (-1)^{n} \frac{If_{0}}{\pi} R_{0} e^{in\phi(x, -\frac{w}{2})} K_{n}^{I}\left(\frac{\delta y}{\Lambda(x, -\frac{w}{2})}\right)$$
(6.89)

$$-\frac{If_0}{\pi}R_0 e^{in\phi(x,-\frac{w}{2})} K_n^I \left(-\frac{\delta y}{\Lambda(x,-\frac{w}{2})}\right).$$
(6.90)

Die letzte Gleichung folgt aus der Parität der integrierten Kerne (6.55).

=

#### Vorder- und Hinterkante im Vergleich

Betrachten wir nun den Fall zweier Punkte, die sich auf den Kanten gegenüberliegen. Wenn Dämpfungseffekte vernachlässigt werden können, dann ist die Phasenbeziehung  $\Delta \phi$  (6.80) zwischen den beiden Punkten entweder null oder  $\pi$ , je nachdem, ob die Punkte gleich- oder gegenphasig zueinander schwingen. In diesem Fall nimmt die Funktion  $\epsilon = e^{i\Delta\phi}$  die Werte  $\pm 1$  an und aus den Gleichungen (6.87) und (6.90) folgt

$$LIA^{n}(x,\frac{w}{2}+\delta y) = -\epsilon^{n}LIA^{n}(x,-\frac{w}{2}+\delta y).$$
(6.91)

Mit dieser Gleichung ist klar, dass die Bildgebung an den Kanten sowohl differenziert nach der Harmonischen-Ordnung n als auch unterschieden nach flexuraler bzw. torsionaler Mode betrachtet werden muss.

Die Diskussion der bis jetzt nur formal angegebenen Zusammenhänge erfolgt im nachfolgenden Kapitel 7.

### 6.7 Fazit

Ziel der neu entwickelten Theorie ist es, in allgemeiner Form die beobachteten Bild-Merkmale der DySEM-Messung zu erklären, indem diese auf die Interaktion zwischen Elektronenstrahl und schwingenden Balken zurückgeführt werden.

Wenn der Federbalken gemäß seiner Anregung  $\omega$  periodisch unter dem Elektronenstrahl hinweg schwingt, dann ändert sich der Auftreffpunkt  $p_0$  des Elektronenstrahls mit der Zeit. Der Elektronenstrahl beschreibt somit eine Kurve  $p_t$  auf der Balken-Oberfläche, wobei die Amplitude  $\Lambda$  der Trajektorie abhängig von der lokalen Deflektion A des Balkens ist. In der Asymptotik für kleine Amplituden kann die Trajektorie durch ein Liniensegment modelliert werden.

Durch diese Interaktion wird die Intensität der herausgelösten Sekundärelektronen zeitlich moduliert. Ein Teil der Elektronen wird auf der instantanen Oberfläche des Federbalkens mit einer spezifischen Streucharakteristik (Lambert-Streuung) reflektiert, die später entsprechend der im Experiment angelegten hohen Saugspannung in eine Konstante  $f_0$  übergeht. Ein anderer Teil der Elektronen diffundiert aus dem von der Kante angeschnittenem Informationsvolumen (Topographie-Effekt), wobei die Abhängigkeit der Streufunktion vom Abstand zum Rand als Effekt höherer Ordnung betrachtet wird und damit keine weitere Berücksichtigung findet. Neben der Streufunktion ist der Materialkontrast  $R(p_t)$  der wesentliche Parameter für die detektierte Sekundärelektronen-Ausbeute.

Die *SE*- bzw. *LIA*-Bilder entstehen nun, indem aus der an einem fixen Ort (Position des *SE*-Detektors) gemessenen zeit-variablen Elektronen-Dichte  $I_d$  die Fourier-Transformierte gebildet wird und danach in Fourier-Komponenten zerlegt wird. Dies kann im Experiment

durch den Lock-In Verstärker realisiert werden. Die Bilder für die totale Intensität entsprechen damit der nullten Fourier-Mode, die Grundschwingung der ersten Fourier-Mode, die zweite Harmonische der zweiten Fourier-Mode, und so weiter.

Mittels bildgebender Kerne  $K_n$ , die entlang der Trajektorie mit der Materialkontrast-Funktion gefaltet werden, können die Bildgleichungen als Konvolution geschrieben werden. Im Spezialfall eines homogenen Federbalkens (konstanter Materialkontrast  $R_0$  auf der Balken-Oberfläche) vereinfachen sich die Abbildungsgleichungen, indem der Verlauf des Materialkontrasts an den Federbalken-Kanten als stufenförmig und an der Federbalken-Spitze als  $\delta$ -förmig angenommen wird.

Die *LIA*-Bilder konnten in ihrer komplexen Gesamtheit verstanden werden, sowohl in Bezug auf ihre Amplitude als auch auf ihre Phase. Hierzu wurde die Parität der Kerne mit den Symmetrie-Eigenschaften des Federbalkens in Beziehung gesetzt.

# 7 Diskussion der DySEM-Bilder

In diesem Kapitel werden die DySEM-Bilder des schwingenden Federbalkens (Kapitel 4) nach der neu entwickelten Theorie diskutiert.

So kann im Abschnitt 7.1 gezeigt werden, wie die beobachteten Bild-Merkmale (Verbreiterung und Multiplizität der Kantenlinie, Kontrastverlauf an der Federbalken-Spitze) aus dem Abbildungsmechanismus resultieren und sich damit auf die Wechselwirkung von Elektronenstrahl mit dem periodisch darunter hinweg schwingenden Federbalken zurückführen lassen. Aber auch das Amplituden-abhängige Transformationsverhalten dieser Bild-Merkmale, das unterschieden nach Harmonischen-Ordnung *n* nicht offensichtlich verständlich ist, lässt sich durch die bildgebenden Kerne erklären. Ausdrücklich sei an dieser Stelle betont, dass die Diskussion der Kanten-Merkmale in Abgrenzung vom Topographie-Effekt geführt wird, bei dem es sich um einen Effekt höherer Ordnung handelt (Abschnitt 7.3). Die beobachteten Kanten-Merkmale sind somit nicht auf eine erhöhte Streuwahrscheinlichkeit von Elektronen durch die Kante oder anderer erhabener Stellen zurückzuführen.

Im zweiten Teil dieses Kapitels (Abschnitt 7.2) wird aus der modelltheoretischen Betrachtung der Zusammenhang von Realteil und Phase im *LIA*-Bild abgeleitet. Wenn für die Interpretation der *LIA*-Amplitudenbilder bis jetzt nur der Absolutwert der bildgebenden (integrierten) Kerne relevant war, dann wird nun für das Verständnis der Realteilbilder der vollständige Verlauf inklusive Vorzeichen benötigt. An dieser Stelle sei nur angedeutet, dass sich der Bild-Kontrast aus der Faltung der Material-Funktion entlang der Trajektorie mit den bildgebenden Kernen sowie aus den relativen Oszillations-Phasen zweier gegenüberliegender Punkte auf dem Federbalken ableitet. Dadurch erklären sich die Unterschiede zwischen flexuraler und torsionaler Oszillation.

Zur vereinfachten Beschreibung nehmen wir für die diskutierten DySEM-Bilder einen Federbalken mit konstanten Materialkontrast  $R_0$  auf der Oberfläche an (Homogener Federbalken). An Stellen, wo diese Simplifizierung nicht möglich ist und zu Fehlern führt, wird im Text hingewiesen.



Abbildung 7.1: Zur Ableitung des Intensitätsverlaufs in den DySEM-Bildern, hier gezeigt am Beispiel des SE-Bildes (n = 0) bzw. der LIA-Amplitudenbilder (n = 1, 2, 3) der ersten flexuralen Mode (vergleiche Abbildung 4.2a). Wenn der Verlauf des Materialkontrasts entlang der Schnittlinie (1) durch die Balken-Kante mit einer Heaviside-Funktion modelliert werden kann (Stufen-Kontrast), dann wird die Intensitätsverteilung gut durch das Profil der integrierten Kerne  $K_n^I$  (Abbildung 6.8) approximiert. Zusätzlich spalten die Kanten entsprechend der Anzahl der lokalen Kern-Extrema in ein n-Multiplett auf. Die Kontrastverteilung entlang eines Schnittes durch die Federbalken-Spitze (2) ist  $\delta$ -förmig und korrespondiert mit dem Profil der Kern-Funktionen  $K_n$  (Abbildung 6.5). Für die Interpretation der LIA-Amplitudenbilder ist nur der Absolutwert der jeweiligen (integrierten) Kern-Funktion relevant. Eine Abweichung von dem idealerweise als homogen angenommenen Federbalken zeigt sich nahe des frei schwingenden Federbalken-Endes, wo die herstellungsbedingte Verspannung oberhalb der Mess-Spitze zu einem Bild-Kontrast führt. Weiter verhält es sich so, dass die auf gleiche Maximalwerte normierten Amplituden-Bilder nicht hinsichtlich ihrer Farbskala miteinander verglichen werden können, weshalb die Profile auch nur qualitativ vergleichbar sind. Graphik nach [88].

### 7.1 Kontrastmechanismus an Singularitäten

### 7.1.1 Stufen-Kontrast

Der Verlauf des Materialkontrasts entlang einer Schnittlinie senkrecht zu der Federbalken-Kante hat die Form einer Heaviside-Funktion. Wenn nun, wie in Abschnitt 6.4.1 formell abgeleitet, in der *LIA*- (6.35) bzw. *SE*-Gleichung (6.36) die Materialfunktion entlang der Trajektorie  $R(p_0 + u\hat{n}_i^H)$ , die die Kante überstreicht, durch eben diese Heaviside-Funktion substituiert wird, dann kann die Intensitätsverteilung entlang der Schnittlinie mit dem Profil des zugehörigen integrierten Kernes  $K_n^I$  (Abbildung 6.8) erklärt werden (Gleichungen (6.57) und (6.58)). Damit ist klar, dass die Kanten entsprechend der Harmonischen-Ordnung in ein *n*-Multiplett aufspalten. Für jeden Index *n* ist die Anzahl der lokalen Extremwerte gleich der Ordnung des integrierten Kernes  $K_n^I$ . Dieser Zusammenhang soll in Abbildung 7.1 anhand der *SE*- und  $LIA^n$ -Amplitudenbilder der ersten flexuralen Mode entlang der Schnittlinie  $\bigcirc$  diskutiert werden.

So korrespondiert der gleichmäßige Intensitätsanstieg im *SE*-Bild beim Übergang vom nichtvibrierenden Hintergrund auf die Oberfläche des Federbalkens mit der sigmoidalen Form des integrierten Kerns in Abbildung 6.8(A). Beim umgekehrten Verlauf ist die Intensitätsabnahme durch das gespiegelte Kern-Profil gegeben. Analog dazu ist die Intensitätsverteilung senkrecht zu den Kanten im  $LIA^{n=1}$ -Bild mit der elliptischen Form des integrierten Kernes in Abbildung 6.8(B) erklärbar. Die Verdoppelung der Kanten im  $LIA^{n=2}$ -Bild resultiert folglich aus den zwei lokalen Maxima des integrierten Kernes in Abbildung 6.8(C) und die drei Kantenlinien im  $LIA^{n=3}$ -Bild korrespondieren mit dem Profil des integrierten Kernes  $K_{n=3}^{I}$ (Abbildung 6.8(D)).

Bei der ersten flexuralen Mode wächst die Schwingungs-Amplitude A ausgehend vom geklemmten Federbalken-Ende monoton bis zu ihrem Maximalwert am freien Ende hin an. Je größer diese Oszillations-Amplitude bei fixer Richtung des einfallenden Elektronenstrahls ist, desto größer ist die Amplitude der Elektronenstrahl-Trajektorie  $\Lambda$  auf dem Balken (Gleichung (6.22)), die wiederum die Breite der bildgebenden Kerne  $K_n$  und  $K_n^I$  skaliert (vergleiche Abbildung 6.5 und 6.8). Damit kann die positionsabhängige Verschmierung der Kantenlinie im *SE*-Bild durch das entlang der Kante breiter werdende Profil des integrierten Kernes verstanden werden. In den  $LIA^n$ -Bildern spiegelt sich die Variabilität von  $\Lambda$  in der Verbreiterung der Kantenlinie und damit des n-Multipletts wieder.

Eine Illustration dieses Amplituden-abhängigen Transformationsverhaltens an der Kante ist in Abbildung 7.2 anhand von drei willkürlich gewählten Balken-Ausschnitten (A, B und C) zu sehen.

Die Aufspaltung der Kantenlinie abhängig von der Ordnung n der Harmonischen in ein n-Multiplett ist natürlich auch bei höheren flexuralen (Abbildung 4.3) oder torsionalen Moden (Abbildung 4.5) gegeben. Gleichfalls ist die Amplituden-abhängige Verbreiterung der Kantenlinie zu beobachten, die nun verstanden werden kann durch die variierende Breite der bildgebenden Kerne, wenn entlang der Kantenlinie die Auslenkung lokal unterschiedlich ist. Aus diesem Grund verschwindet an Schwingungsknoten die Verschmierung bzw. Verbreiterung der Kantenlinie, die in den Schwingungsbäuchen maximal ist (siehe auch Abbildung 4.4).

Die Verbreiterung der Kantenlinie ist also ein Maß für die lokale Oszillations-Amplitude des Balkens (das entspricht einer Bewegungsunschärfe) und davon abgeleitet für die Trajektions-Amplitude  $\Lambda$ .

Im Gegensatz dazu sind die lokalen Extremwerte im Profil der integrierten Kerne von  $\Lambda$  unabhängig (vergleiche Abbildung 6.8). So ist der gegen das eingeklemmte Ende hin abnehmende Kontrast entlang der Kantenlinie eine direkte Konsequenz aus der diskreten Darstellung des



**Abbildung 7.2:** *SE-* und *LIA*<sup>*n*=1</sup>-*Amplitudenbild* der ersten Normalmode (T-B#1). Die Topologie der Kante ändert sich mit der lokalen Schwingungsamplitude des Balkens. Mit zunehmender Federbalken-Auslenkung nimmt die Kanten-Verschmierung im *SE*-Bild bzw. die Verbreiterung der Kantenlinie im *LIA*<sup>*n*=1</sup>-Bild zu. Die Ausschnittsvergrößerung an den Positionen A, B und C ist willkürlich und zeigt, wie mit der Balken-Auslenkung die Breite der bildgebenden integrierten Kerne  $K_0^1$  bzw.  $K_1^1$  korreliert ist.

Bildes in Form von Pixeln. Dies ist besonders gut im Fall von  $LIA^{n=1}$  in der Abbildung 7.1 zu sehen. In der Tat entspricht der Farbwert eines Pixels nicht einer Punktmessung, sondern vielmehr einer Signal-Mittelung über die überstrichene Fläche, was den realen Kontrastverlauf in der Abbildung erklärt. Dort, wo der Kern kleiner ist als die Pixel-Abmessung geht der Farbwert gegen null (Unterabtastung). Ist der Kern hingegen groß gegen das Pixel, sieht man den konstanten integrierten Zahlenwert des jeweiligen Kerns. Auch die gerechneten LIA-Bilder in Abbildung 7.4 entstehen durch Signal-Integration über ein Pixel, der Kern wird gemittelt. Längs des gerechneten Balkens ergibt die Rechnung also einen konstanten Farbwert, bis die Pixel-Unterabtastung wirksam wird.

### 7.1.2 $\delta$ -Kontrast

Der Verlauf der Materialkontrast-Funktion entlang einer Schnittlinie senkrecht durch die Spitze des Federbalkens hat idealerweise die Form eines  $\delta$ -Peaks. Wenn nun in der *LIA*- (6.35) oder *SE*-Gleichung (6.36) die Materialfunktion entlang der Trajektorie  $R(p_0 + u\hat{n}_i^H)$  statt durch eine Heaviside-Funktion wie im vorangegangenen Abschnitt vielmehr durch eine  $\delta$ -Funktion substituiert wird (Gleichungen (6.60) und (6.61)), dann entspricht die Intensitätsverteilung entlang dieser Linie dem Profil des zugehörigen Kernes  $K_n$  (Abbildung 6.5). Im Detail lässt sich dieser Zusammenhang gut anhand der Schnittlinie ② in Abbildung 7.1 diskutieren.

So hat das Profil des Kernes  $K_0$  (Abbildung 6.5(A)) bei  $\pm \Lambda$  eine  $1/\sqrt{-}$ förmige Singularität, von wo es auf einen konstanten Wert in der Mitte abfällt. Dieser Verlauf korrespondiert im *SE*-Bild mit der Intensitätsverteilung entlang der Schnittlinie durch die Federbalken-Spitze. Im Vergleich dazu hat der Kern  $K_1$  in der Mitte den Wert null (Abbildung 6.5(B)). Das zugehörige Loch ist im  $LIA^{n=1}$ -Bild deutlich zu sehen. Analog dazu kann für n = 2 und n = 3 die Intensitätsverteilung in den entsprechenden LIA-Bildern durch das Profil der zugehörigen Kerne  $K_2$  und  $K_3$  (Abbildung 6.5(C) und (D)) verstanden werden. Dabei gilt, dass die Federbalken-Spitze für ungerade Ordnungen n nicht sichtbar ist, da die zugehörigen Kerne jeweils eine Nullstelle bei 0 haben.

Analog dazu lässt sich auch bei den höheren flexuralen Moden (Abbildungen 4.3 und 4.4) der Kontrast-Verlauf durch die Spitze erklären.

Anders hingegen verhält es sich bei der Torsionsmode, wo der Schwingungsknoten entlang der Balken-Längsachse und damit durch die Federbalken-Spitze verläuft. Wenn nun die Auslenkung des Balkens an dieser Stelle verschwindet, dann hat  $\Lambda$  dort einen Wert nahe null. Die verschwindende Breite der bildgebenden Kerne bei gleichzeitiger Mittelung über ein Bildpixel erklärt nun, warum die Federbalken-Spitze in den Bildern der Abbildung 4.5 nicht sichtbar ist.

Wie in Abbildung 6.5 zu sehen ist, haben alle Kerne  $K_n$  ihren Maximalwert bei  $\pm \Lambda$ . Damit stimmt dies grundsätzlich nicht mit dem beobachteten Intensitätsverlauf entlang der Schnittlinie (2) in den DySEM-Bildern der Abbildung 7.1 überein. Wie beispielsweise anhand der Farbskala besonders gut im *LIA*-Bild für n = 3 zu erkennen ist, hat der Intensitätsverlauf in der Mitte sein Maximum und nicht wie das Profil des zugehörigen Kernes nahelegt, an den Extrempositionen  $\pm \Lambda$ . Zu erklären ist dies durch die Pixel-Darstellung der Bilder mit dem schon beschriebenen Effekt der Unterabtastung. Da allerdings die Singularität an der Spitze mathematisch definiert ist, ist diese grundsätzlich nicht mit der Pixelauflösung abbildbar.

Zusätzlich sei an dieser Stelle betont, dass der helle, mit einem \* gekennzeichnete Bildpunkt in Abbildung 7.1 für n = 2 nicht der tatsächlichen Lage der Federbalken-Spitze entspricht, sondern es sich hierbei um ein Interaktions-Phänomen der beiden Kanten handelt. Etwas schwächer ist dieser Effekt auch im Bild für n = 3 zu sehen.

### 7.1.3 Zwischen den Kanten

Ist die Oberfläche eines Federbalkens bezüglich des Materials homogen und topographisch glatt, wird zwischen den Kanten kein "Kontrasteffekt" sichtbar. Wenn der Auftreffpunkt  $p_0$  im Balken-Inneren liegt und nicht mit der Kante interagiert, bleibt die Intensität der gestreuten Elektronen gleich und die einzige Zeitvariabilität kommt durch die Verbiegung der instantanen Reflektionsebene zustande, an welcher der Elektronenstrahl reflektiert wird.

In der Abbildung 4.1 ist zu sehen, dass die *SE*-Intensität auf der homogenen Balken-Oberfläche konstant ist. Dies folgt auch aus der Gleichung (6.50), da die Integration über den Kern  $K_0$  stets auf den Wert  $If_0R_0$  führt. Der Wert dieser Konstanten kann aufgrund experimenteller Gegebenheiten hier nicht bestimmt werden. Wenn das *SE*-Signal aber konstant ist, dann ist klar, dass das Innere eines *SE*-Bildes keine Information über die schwingende Gestalt des Federbalkens enthält.

Im Gegensatz dazu ist die homogene Balken-Oberfläche im *LIA*-Bild weitestgehend ohne Signal, wie es in den Abbildungen des Kapitels 4 zu sehen ist. Es sind nämlich gemäß Gleichung (6.51) die bildgebenden Kerne  $K_n$  für  $n \ge 1$  im Mittel null, da bei Integration über eine Oszillations-Periode sich die jeweiligen Integralanteile in Summe aufheben (siehe auch Abbildung 6.5).

Würde man allerdings einen realen Federbalken betrachten und die Vergrößerung in den experimentellen Bilder stark erhöhen, erhielte man zum Beispiel Kontraste an den Körnern des Beschichtungsmetalls (Aluminium). Wäre die Signal-Empfindlichkeit durch hohe Integrationszeit ebenfalls größer, erhielte man auch in der Federbalken-Mitte ein *LIA*-Signal größer null. Erfahrungsgemäß ist das Signal-Rausch-Verhältnis aber zu schlecht, weswegen gezielte Kontrast gebende Maßnahmen angebracht sind (Kapitel 8), um im Inneren des Balkens sensitiv auf die schwingende Struktur zu sein.

### 7.2 Der Zusammenhang von Realteil und Phase im LIA-Bild

Den Zusammenhang zwischen *LIA*-Realteil und -Phase zeigt schematisiert die Abbildung 7.3 am Beispiel der ersten flexuralen Mode (*T-B*#1). In der Abbildung sind die Realteil- und Phasen-Bilder der ersten drei Harmonischen zu sehen. Der Kontrastverlauf entlang der im Realteil-Bild eingezeichneten Schnittlinie senkrecht zu den Kanten ist durch das Profil der integrierten Kerne gegeben. Anders aber als zur Interpretation der *LIA*-Amplituden-Bilder, bei denen alle Bild-Merkmale durch den Absolutwert der Kerne erklärt werden konnten (Abschnitt 7.1.1), wird zum Verständnis des Realteil-Kontrasts der vollständige Verlauf der Kern-Funktionen inklusive der Vorzeichen benötigt.



**Abbildung 7.3:** Zusammenhang von Realteil und Phase in den LIA-Bildern gezeigt am Beispiel der ersten flexuralen Mode für die ersten drei Harmonischen (n = 1, 2, 3). Hierbei entsprechen die Bilder in Ausschnitten den Abbildungen 4.2b und c. Die im Realteil-Bild eingezeichnete Schnittlinie senkrecht zu den Kanten entspricht der Linie  $\bigcirc$  in Abbildung 7.1. Die Intensitätsverteilung entlang dieser Linie korrespondiert mit dem Profil der zugehörigen integrierten Kerne  $K_n^I$  (rechts). Anders als bei der Interpretation der Amplitudenbilder, muss für das Verständnis des Realteils der relative Verlauf des Kerns berücksichtigt werden, aus dem die Abfolge der lokalen Extremwerte resultiert. Gleichzeitig kann die LIA-Phase, da der Imaginärteil verschwindet, nur die Werte null oder  $180^{\circ}$  annehmen. Damit ist klar, wie der Realteil und die Phase miteinander zusammenhängen: Ändert der Realteil sein Vorzeichen, springt die Phase um  $180^{\circ}$ . Graphik nach [110].

Für jeden Index *n* ist die Anzahl der lokalen Extremwerte gleich der Ordnung des integrierten Kernes  $K_n^I$ . Die Kanten spalten in ein *n*-Multiplett auf, wobei die Multiplizität aus der Anzahl der lokalen Extrema resultiert. So haben gradzahlige Kerne n/2 lokale Maxima und n/2 lokale Minima (vergleiche Abbildung 6.8), wobei beispielsweise im Realteil-Bild für n = 2 dieser Vorzeichenwechsel anhand des Farbverlaufs nachvollzogen werden kann. Entsprechend kommt es im Bild für n = 3 zum zweifachen Vorzeichenwechsel.

Da der Imaginärteil  $Im(LIA^n)$  als Maß für die experimentellen Energieverlustmechanismen auf null geeicht werden kann, hat das zur Folge, dass die LIA-Phase nur die Werte null oder  $180^{\circ}$  annehmen kann. Ein Vorzeichenwechsel im Profil des integrierten Kerns (und damit im Realteil) hat dann einen Sprung der LIA-Phase um  $180^{\circ}$  zur Folge.

### 7.2.1 Kontrastverlauf entlang der Federbalken-Kanten

Im Folgenden soll der Kontrastverlauf entlang der Kanten diskutiert werden. Klar ist, dass ein Vorzeichenwechsel im Realteil mit einem Sprung der *LIA*-Phase einhergeht.

Bei *flexuralen Moden* der Ordnung m > 1 gibt es (m-1) orthogonal zu den Kanten verlaufende Knotenlinien, an denen die Phase  $\phi$  jeweils um  $180^{\circ}$  springt (Abbildung 6.10). Wenn nun anhand von Gleichung (6.88) für die Vorderkante und Gleichung (6.90) für die Hinterkante der Realteil-Kontrast abgeleitet werden soll, dann bedeutet dies, dass es an jedem Schwingungsknoten zu einem Vorzeichenwechsel im Realteil kommt, genau so, wie es der alternierende Faktor  $e^{n(i\phi)}$  vorhersagt. Allerdings ist dieser Vorzeichenwechsel nicht immer sichtbar. Ist beispielsweise n gradzahlig, dann ändert sich der Realteil-Kontrast am Schwingungsknoten nicht, da dann stets  $e^{in\phi} = 1$  gilt. Andernfalls, wenn n ungradzahlig ist, kommt es an jedem Schwingungsknoten zur Kontrastumkehr (vergleiche Abbildung 4.3 und 4.4 jeweils b und c). Bei der ersten *Torsionsmode* ändert sich der Kontrast entlang einer Kantenlinie nicht (vergleiche Abbildung 4.5 b und c). Bei höheren Torsionsmoden allerdings, wenn die Schwingungsknoten sowohl parallel als auch senkrecht zu den Kanten verlaufen, folgt der Kontrast entlang einer Kante dem Diskurs der flexuralen Mode. Im Detail bedeutet dies, dass es bei ungradzahligen Harmonischen an jedem Schwingungsknoten zum Kontrastwechsel kommt, der hingegen bei gradzahligen Harmonischen nicht sichtbar ist.

### 7.2.2 Vorder- und Hinterkante im Vergleich

Der Realteil-Kontrast gegenüberliegender Kanten kann durch Analyse der Funktion  $\epsilon^n$  mit  $\epsilon = e^{i\Delta\phi}$  aus Gleichung (6.91) verstanden werden. Durch den Faktor  $\epsilon^n$  wird das Transformationsverhalten der Harmonischen n beschrieben. Zusätzlich muss nach der Phasenverschiebung  $\Delta\phi$  zwischen den Punkten  $(x, \frac{w}{2})$  auf der Vorderkante und  $(x, -\frac{w}{2})$  auf der Hinterkante unterschieden werden.

Im Falle *flexuraler Oszillation* mit  $\Delta \phi = 0$  kommt es unabhängig von der Ordnung *n* zu einem zwischen den Kanten invertierten Realteil-Kontrast, da stets  $\epsilon = 1$  ist und ein Minus-Zeichen in Gleichung (6.91) den Vorzeichenwechsel bewirkt. Auf diese Weise wird die in den Realteil-Bildern (Abbildung 4.2b, 4.3b und 4.4b) beobachtete Kontrastumkehr zwischen Vorder- und Hinterkante korrekt beschrieben.

Anders ist die Situation bei *torsionaler Oszillation*, wenn  $\Delta \phi = \pi$  gilt. In diesem Fall gilt  $\epsilon = -1$  und das Transformations-Verhalten muss abhängig von der Ordnung *n* der Harmonischen diskutiert werden. So bilden sich aufgrund des zusätzlichen Minus-Zeichens in Gleichung (6.91) gegenüberliegende Kanten ungradzahliger Harmonischer stets identisch ab, wohinge-

gen bei gradzahligen Harmonischen der Realteil-Kontrast an der einen Kante durch Spiegelung des Kontrasts an der anderen Kante entsteht (siehe Abbildung 4.5b).

### 7.3 Simulation der DySEM-Bildkontraste

Die Simulation basiert auf der Anregung des Federbalkens in einer fixen Mode, wobei die Form der flexuralen Eigenmoden durch die Euler-Bernoulli-Gleichung (Gleichung (5.4)) gegeben ist. Da die Gleichung keinen Rausch- oder Dämpfungsterm enthält, ist die resultierende flexurale Auslenkung über der Ortskoordinate allein durch die deterministische Dynamik bestimmt. Der instantane Auftreffpunkt des Elektronenstrahls wurde durch numerische Lösung der Gleichungen (6.18)-(6.20) mit Hilfe des Newton-Verfahrens ermittelt. Die Materialkontrast-Funktion wurde unter Vernachlässigung des Topographie-Effekts als konstant über dem Federbalken angenommen. Die Ausbeute an Sekundärelektronen wurde in Abhängigkeit der Materialkontrast-Funktion am jeweiligen instantanen Auftreffpunkt als perfekte Lambert-Streuung modelliert, wobei alle herausgestreuten Elektronen detektiert werden. Die Absaug-Effizienz der Saugspannung in den simulierten Bilder entspricht damit 100 Prozent. Die so erhaltene zeitabhängige Dichte detektierter Elektronen wurde mit Hilfe einer diskreten Fourier-Transformation in die verschiedenen *LIA*-Komponenten zerlegt.

Einen Vergleich von Experiment und Simulation gibt die Abbildung 7.4. Die Abbildung zeigt den in der ersten flexuralen Mode (T-B#1) schwingenden Balken und ist unterteilt in SE- und LIA-Amplituden-Bilder, wobei letztere wiederum differenziert nach Harmonischen-Ordnung betrachtet werden (n = 1, 2, 3). Wie zu erkennen ist, stimmen die numerischen Ergebnisse bemerkenswert gut mit dem Experiment überein. Alle Bild-Merkmale, die schon im Kapitel 4 beschrieben wurden, lassen sich sowohl im Experiment als auch in der Simulation finden. Dies betrifft die Schwingungsform, die bei der ersten flexuralen Mode zum freien Balkenende zunehmende Verbreiterung der Kantenlinie, die Aufspaltung der Kanten in ein n-Multiplett sowie der Kontrastverlauf an der Federbalken-Spitze.

Allerdings gibt es auch Abweichungen zwischen Experiment und Simulation. Zum einen erkennt man in den experimentellen Bildern oberhalb der Mess-Spitze einen hellen Fleck (beispielsweise Abbildung 7.4 C), weil dort die Sekundärelektronen-Ausbeute geringer ist, da die beim Fertigungsprozess an dieser Stelle aufgebaute Verspannung zu einer konkaven Fläche geführt hat (Abbildung 7.4 A, dunkler Fleck). Dies blieb in der Simulation unberücksichtigt.

Zum anderen ist der Kontrast längs des Balkens zwischen Experiment und Simulation unterschiedlich. Bei der im experimentellen Bild oben liegenden, dem Detektor zugewandten Kante ist die *SE*-Ausbeute größer ("Hinterkante" in Abbildung 6.11), das *LIA*-Signal ebenso und die Linie selbst lässt sich über eine weitere Strecke beobachten. Bei der Simulation steht die Beobachtungsrichtung orthogonal auf der Balkenfläche und der Effekt tritt nicht auf.

### 7.4 Fazit

Die entwickelte Theorie erlaubt es, die DySEM-Bilder in all ihren Charakteristiken qualitativ und quantitativ zu verstehen. Dies ist eine notwendige Voraussetzung um die DySEM-Technik als Analysewerkzeug nutzen zu können.

Die Abbildungsfunktion konnte wie folgt verstanden werden:

Die DySEM-Bilder können mittels geeigneter Kern-Funktionen  $K_n$ , die analog zum Scanvorgang des Elektronenstrahls über die Ortskoordinate gefaltet werden, berechnet werden. So entsteht aus der Faltung mit dem Kern nullter Ordnung die Intensitäts-Verteilung im konventionellen *SE*-Bild, die höheren Kerne führen zu den entsprechenden *LIA*-Bildern. Auch die Multiplizität der Federbalken-Kanten und deren Amplituden-abhängige Verbreiterung lässt sich durch die Form der integrierten Kerne und die Anzahl ihrer lokalen Maxima erklären. Zwischen den Kanten sind die *LIA*-Bilder kontrastfrei, was damit begründet ist, dass die Kerne im Mittel verschwinden. Auch die Zerlegung in Realteil und Phase konnte mit dieser Technik verstanden werden.

Auf Basis der Euler-Bernoulli-Gleichung konnten die Ergebnisse für die flexurale Oszillation auch simuliert werden. Dabei gibt es kleine Abweichungen zwischen den simulierten Bildern, die einen homogenen Balken mit einer zu 100 Prozent angenommenen Absaug-Effizienz aller herausgestreuten Sekundärelektronen voraussetzen, und den gemessenen DySEM-Bildern, bei denen sich die Kontrastverteilung im Bild auch auf eine winkelabhängige Streucharakteristik an Sekundärelektronen zurückführen lässt.



Abbildung 7.4: Bildgebung des schwingenden Federbalkens (T-B#1) im Vergleich von Experiment und Simulation. Der Balken ist jeweils links im Bild geklemmt. SE-Bild (A) und zugehörige LIA-Amplitude (C) im Vergleich zum simulierten Bild in (B) und (D). Darunter die Amplituden-Bilder der zweiten und dritten Harmonischen (E) und (G), die eine sehr gute Übereinstimmung zu den simulierten Bildern (F) und (H) zeigen. Die Farbskalen von Simulation und Experiment sind nicht identisch. Graphik aus [88].

# 8 DySEM: Ortsaufgelöste Messungen

### 8.1 Der mikrostrukturierte Federbalken

Da die Messungen im DySEM-Modus auf einer lokalen Kontrastvariation des Federbalkens innerhalb des Elektronenstrahl-Durchmessers basieren, ließ bis jetzt die Oberfläche eines homogenen Federbalkens keine Rückschlüsse auf die Vibration und ihre räumliche Verteilung zu. Um das zu ändern und zusätzlich zu den Kanten des Balkens auch auf der Fläche eine DySEM-Messung durchführen zu können [115], [116], werden wir im Folgenden die Vibration eines in der Oberfläche kontrastreich strukturierten Federbalkens betrachten. Zu diesem Zweck wurde durch Herrn Dr. Martin Ritter (TU Hamburg-Harburg, Betriebseinheit Elektronenmikroskopie) an der Nano-Werkbank der ZELMI (TU Berlin) mittels Ionenstrahl-Lithographie kreisringförmige Strukturen an festgelegte Positionen des Federbalkens geschrieben. Damit existiert nun eine artifizielle Struktur, deren Abbild Amplituden-abhängig ist. Für die Messung stehen sowohl modifizierte Federbalken mit erhabenen Ringen aus Platin (Abbildung 8.1(a)) als auch Federbalken mit in die Aluminium-bedampfte Balkenoberfläche eingeätzten Ringen (Abbildung 8.1(b)) zur Verfügung.



Abbildung 8.1: Strukturierter Federbalken vom Typ PPP-CONTR [29].
 (a): Erhabene Platinringe auf der aluminierten Oberfläche des Balkens. Geschätzter Materialauftrag 50 – 100 nm. (b): In die Aluminium-Beschichtung eingeätzte konzentrische Ringe. Der Materialabtrag liegt zwischen 30 und 60 nm.

Die Platzierung der Kreisringe auf der Balkenoberfläche erfolgt auf den Positionen eines Dreieckgitters (siehe Abbildung 8.2). Dieses Gitter ermöglicht eine Rücktransformation der Projektionsverzerrung bei einem geringen Satz an freien Parametern (Abstand a, Winkel 60°). Die äußeren Ringe sollen dabei möglichst dicht am Rand geschrieben werden, ohne aber unvollständig zu sein oder überzustehen. Damit soll ein Aufbrechen der Struktur beim Ätzen bzw. ein Überstand beim Deponieren vermieden werden. Der Abstand zwischen den Kreisringen wurde so gewählt, dass einerseits ein möglichst dichtes Gitter auf der Oberfläche entsteht, ohne dass es andererseits zu einer Überlagerung verschiedener Kreisringe kommt. Damit soll bei hohen Anregungs-Amplituden ein örtliches Verschmieren der Kreisringe während der DySEM-Messung vermieden werden. Bei der Platzierung der Kreisringe musste also ein Kompromiss geschlossen werden. Der Durchmesser der Kreisringe orientiert sich nach der nötigen Pixelauflösung. Die Zusammenstellung der gewählten Parameter ist in Abbildung 8.2 zu finden.



Abbildung 8.2: Strukturierter Federbalken mit eingezeichneten Positionen für die kreisringförmige Material-Deposition bzw. -Abtrag.

Die Verwendung von Kreisringen als mikrofabrizierte Struktur geht auf die Kooperation mit Herrn Dr. Ritter zurück, der große Erfahrung mit dieser Art von Kalibrierstruktur hat (Abbildung 8.3). Die Mikrostruktur liefert leicht auswertbare Positionsmarker für den von der Firma " $m_2c$ microscopy measurement & calibration" entwickelten Bildverarbeitungs-Algorithmus.



Abbildung 8.3: Kreisringförmiger Materialauftrag. Der Federbalken im Bild ist gekippt, die Strukturen erscheinen perspektivisch verzerrt. Das Verhältnis des Außen- zum Innendurchmesser ist 2 : 1 wie es die Einfügung im Bild zeigt. (SE-Bilder aufgenommen bei 15 kV.)

### 8.2 Analyse der Balkenbewegung durch artifizielle Strukturen

Wird nun der Federbalken bei einer fixen Resonanz angeregt und die Anregungsamplitude variiert, ermöglicht dies eine Amplituden-abhängigen Darstellung der kreisringförmigen Struktur. Der Übersicht zugunsten wird in den Abbildungen dieses Abschnitts auf die Darstellung einer Farbskala verzichtet. Die Amplituden-Bilder sind auf gleiche Maximalwerte normiert. In den Realteil- und Phasen-Bildern ist die örtliche Verteilung der referenzsynchronen Schwingungskomponenten inklusive Vorzeichenwechsel bzw. Phasensprung dargestellt. Damit entsprechen die jeweiligen Farbskalen denen der gezeigten Abbildungen in Kapitel 4. Die weiteren Mess-Parameter sind in Abschnitt 11.3 zu finden.

In Abbildung 8.4 ist es die erste flexurale Mode (T-B#1), die im SE-Kontrast dargestellt ist. Wenn die Oszillations-Amplitude ansteigt, ändert sich die Topologie der Kreisringe. Ausgehend von einer einfachen Verschmierung in Form eines Halos nehmen die Strukturen eine immer komplizierter werdende Form an. Es handelt sich hierbei um ein Interaktions-Phänomen überlappender Kanten, das vollständig mit der Simulation übereinstimmt. Die simulierten Bilder sind durch numerische Integration der Abbildungsgleichungen entstanden.



Abbildung 8.4: SE-Bilder der ersten flexuralen Mode (T-B#1). Amplituden-abhängige Gestaltsänderung der kreisringförmigen Struktur. Die Einfügung in den Bildern zeigt die simulierte Struktur.

Die zugehörigen Amplituden- bzw. Realteil-Bilder zeigt die Abbildung 8.5.

Die entsprechenden Bilder der zweiten Harmonischen (n = 2) sind in Abbildung 8.6 zu sehen. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation ist jeweils gegeben.



**Abbildung 8.5:** Erste flexurale Mode (T-B#1, n = 1): LIA-Amplitude (a) und LIA-Realteil (b). Die Einfügung in den Bildern zeigt die simulierte kreisringförmige Struktur.



**Abbildung 8.6:** Zweite Harmonische der ersten flexuralen Mode (T-B#1, n = 2): LIA-Amplitude (a) und LIA-Realteil (b). Die Einfügung in den Bildern zeigt die simulierte kreisringförmige Struktur.

Das zur Messung gehörende Fourier-Spektrum zeigt die Abbildung 8.7. Die Anregung des strukturierten Balkens geschieht bei der ersten flexuralen Mode (*T*-*B*#1), wobei die drei Spektren sich in ihrer Anregungsamplitude voneinander unterscheiden. Neben der Anregung finden sich eine Vielzahl höherer Harmonischer der Grundmode, die höheren Flexuralmoden (*T*-*B*#2 und *T*-*B*#3) sowie die erste Torsionsmode (*L*-*R*#1) im Frequenzspektrum. Dabei

nimmt die Anzahl der detektierten Harmonischen mit der Anregungsamplitude zu und die 18. Harmonische scheint mit der dritten Normalmode zu koppeln. Ein Indiz hierfür ist die im Vergleich zur zweiten Normalmode dominante Amplitude. Allerdings ist die Frequenz-Auflösung des gezeigten Spektrums mit 3200 Punkten zu gering, um zweifelsfrei die Modenkopplung nachweisen zu können.



Abbildung 8.7: Frequenzspektrum des modifizierten Federbalkens. Die Anregung erfolgt bei *T-B#1. Das Spektrum ändert sich stark mit der Anregungsamplitude und enthält neben Harmonischen der Grundmode auch die höheren Resonanzen.* 

Abbildung 8.8 zeigt für zwei Harmonische (n = 1, 2) der zweiten flexuralen Mode (*T-B#2*) die zugänglich gewordene Information über die Bewegung auf dem Balkenrücken. In der Tat verschmieren die lithographierten Strukturen, die sich auf dem Schwingungsknoten befinden, nicht; wohingegen an der Federbalken-Spitze die Abweichung von der kreisringförmigen Struktur am größten ist.



Abbildung 8.8: Schwingender Federbalken bei der zweiten flexuralen Mode (T-B#2). Aus der ortsaufgelösten Verschmierung der kreisringförmigen Strukturen lässt sich auf die lokale Oszillations-Amplitude schließen.

Ähnliches ist in der Abbildung 8.9 für die erste Torsionsmode (L-R#1) zu sehen. Punkte entlang der Symmetrieachse tragen wenig Information, da entlang des Schwingungsknotens die Amplitude verschwindet.

Damit ist klar, da der strukturierte Balken symmetrisch im Sinne der Beschreibbarkeit durch einfache Schwingungsgleichungen ist (Kapitel 5), dass sich bei den gezeigten Moden erwartungsgemäß keine Abweichungen von der modalen Auslenkung eines unmarkierten Balkens finden lassen. Dabei ist jedoch grundsätzlich mit einem durch die Strukturierung verändertem Schwingungsverhalten des Balkens zu rechnen; dies ist aber nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit.

## 8.3 Anwendungen und potentielle Weiterentwicklungen des DySEM-Verfahrens

Bislang ergibt die Simulation ausgezeichnete qualitative Übereinstimmung zu den gemessenen DySEM-Kontrasten. Weiterführendes Ziel wäre es, aus den gemessenen ortsaufgelösten Signalen der Vibration auf die lokale Wegauslenkung rückzurechnen (Lösung des Inversen Problems). Dazu ist eine präzise Beschreibung verschiedener Parameter notwendig, nämlich die Bestimmung aller Winkel von Strahlen und Kanten im Raum, eine Berechnung der effektiven Projektionsfläche, eine Bestimmung des Strahlstroms und daraus, z.B. mit Monte-Carlo-


**Abbildung 8.9:** Erste Torsionsmode (L-R#1, n = 1): SE-Bild (a), LIA-Amplitude (b) und LIA-Realteil (c). Die Abtastung der lokalen Oszillations-Struktur an den Positionen der kreisringförmigen Struktur ermöglicht die Rekonstruktion der Schwingung.

Methoden, die lokale Ausbeute an Sekundärelektronen. Zusätzlich sollen die kontrastreichen, ringförmigen Markierungen genutzt werden, um auch Informationen außerhalb der Kantenregion des Balkens zu erhalten. Dies ist insbesonders dann interessant, wenn beispielsweise durch die Anhaftung von Masse oder im Kontakt der Mess-Spitze des Federbalkens mit einer Oberfläche, Abweichungen von den durch übliche Schwingungsgleichungen vorhergesagten Auslenkungen zu erwarten sind. Die genaue Kenntnis einer sich zeitlich verändernden räumliche Verteilung der Schwingungsauslenkung ist zur Interpretation jeder Federbalkenbasierten Sensorik (Abschnitt 2.2) wichtig, wenn es durch Masse-Anhaftung zu einer unvorhersehbaren Veränderung der Knotenlage(n) kommt. Bei den lithographierten Strukturen handelt es sich um Kreisringe an fixen Koordinaten mit bekannten Dimensionen. Wenn der Federbalken gekippt ist und es dadurch zu einem veränderten Aspektverhältnis der Kreise kommt (Abbildung 8.3), lässt sich die Projektionsverzerrung durch Dehnung oder Stauchung korrigieren. Die Drehung der Balkenebene unter dem Strahl ist aber nicht rekonstruierbar. Hierzu wären z.B. aufwendiger herzustellende Polygone besser geeignet, um die Winkel zwischen Elektronenstrahl, Federbalken und SE-Detektor zu berechnen.

Auch könnte aufgrund des regelmäßigen Musters der Kreisringe auf der Oberfläche des Federbalkens, unter der Prämisse redundanter Informationsdichte (benachbarte Punkte haben ähnliche Information) und instantaner Kopplung, bei der Verwendung höhere Vergrößerungen von einem Teilausschnitt der Abbildung auf das Ganze geschlossen werden. Dies wäre auch hinsichtlich verkürzter Abbildungszeiten von Vorteil. Zugespitzt hieße das, allein aus der Zeitserie an einem Punkt auf die komplette Oszillation schließen zu können.

Günstig für weitergehende Analysen wirkt sich auch der hohe Materialkontrast (Platin zu Aluminium oder Aluminium zu Silizium) aus; insbesonders der Pt/Al-Kontrast bietet sich für eine DySEM-Messung im BSE-Modus an (Kapitel 2.5), da sich beide Elemente deutlich in ihren Kernladungszahlen voneinander unterscheiden (Z(Al) = 13, Z(Pt) = 78).

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgelegte Arbeit zeigt die experimentelle Vermessung und theoretische Analyse eines frei schwingenden, nicht mit seiner Umgebung wechselwirkenden Federbalkens. Die direkte Beobachtung der mikroskaligen Struktur unter Verwendung eines Elektronenstrahls als Mess-Sonde wird im Experiment kombiniert mit Lock-In Technik, welche einen neuen Ansatz zur Charakterisierung der Schwingungsdynamik liefert. Dabei liegt der Fokus auf der Untersuchung der raum-zeitlichen Dynamik der Wechselwirkung zwischen Elektronenstrahl und der oszillierenden Mikrostruktur, für die erstmals ein umfängliches theoretisches Modell abgeleitet werden konnte, wodurch die detaillierte Interpretation der experimentellen Ergebnisse möglich wurde.

Im DySEM-Experiment (**Dy**namic **S**canning **E**lectron **M**icroscopy) wird der Federbalken mechanisch über eine piezoelektrische Keramik angeregt, während ein Elektronenstrahl über dem Federbalken verfahren wird. Die Frequenz der Anregung entspricht der flexuralen bzw. torsionalen Resonanzmode des Balkens. Neben dem klassischen *SE*-Signal wird zur Bildgebung auch der Anteil aus dem Signal genutzt, der sich anregungssynchron ändert. Dieser Anteil wird in seine Fourier-Komponenten zerlegt (*LIA*-Bilder). Die DySEM-Technik ermöglicht eine direkte Visualisierung der Schwingungsdynamik des oszillierenden Balkens, da zwischen unterschiedlichen Flexural- und Torsionsmoden sowie den jeweiligen höheren Harmonischen optisch eindeutig unterschieden werden kann. Damit bietet sich dieses Verfahren als ein Werkzeug der Modal-Analyse mikroskaliger Schwinger an, welche in mikro- bzw. nanoelektromechanischen Systemen häufig Verwendung finden und bei denen eine Optimierung der Designparameter oft erst durch die Bildgebung der Schwingung zu erreichen ist.

Zur Verbesserung des quantitativen Verständnisses der DySEM-Bilder ist in Kooperation mit Herrn Prof. Holschneider (Universität Potsdam) ein Modell entwickelt worden, das die wesentlichen Einflussgrößen auf die Bilderzeugung beschreibt.

Die Interaktion des sich periodisch verbiegenden Federbalkens mit dem Elektronenstrahl wird durch eine winkel- und zeitabhängige Verteilung rückgestreuter Elektronen beschrieben. Die Streuverteilung ist aber auch eine Funktion des Materials, so dass das beobachtete Bild sowohl Informationen über den Material- als auch über den Interaktions-Kontrast mit dem Strahl enthält. Allerdings können in der Nähe von Kanten oder erhabenen Stellen Elektronen auch durch die Seitenfläche austreten und so eine andere Streucharakteristik zur Folge haben (Topographie-Effekt). Neben den reinen Material-Charakteristiken treten also auch topologische Effekte auf, die in dieser Arbeit als Effekte höherer Ordnung aber nicht weiter berücksichtigt wurden. Die aufgrund dieser Annahme simulierten DySEM-Bilder stimmen mit den experimentell gewonnenen Ergebnissen qualitativ und quantitativ gut überein.

Bei der Bildgebung bleibt an Bildpositionen ohne Material- oder Topographiekontrast das *SE*-Signal trotz Oszillation des Schwingers im Strahl konstant. Zur Modulation des *SE*-Signals an einer Bildposition kommt es, wenn sich die Intensität an detektierten Sekundärelektronen entlang der Trajektorie des abbildenden Elektronenstrahl-Durchmessers ändert. Dies ist ganz allgemein der Fall an Bildpunkten mit lokaler Kontrast-Variation der Probe, insbesonders am Übergang des Federbalkens zum nicht-vibrierenden Objekthintergrund. Andernfalls, ohne Kontrast im Strahldurchmesser, kann keinerlei Rückschluss auf die Vibration gezogen werden. Auch die Bildgebung im *LIA*-Modus basiert auf einer lokal unterschiedlichen Ausbeute an detektierten Sekundärelektronen entlang der Elektronenstrahl-Trajektorie. An schwingenden Stellen ohne lokale Kontrast-Variation verschwindet daher das *LIA*-Signal.

So hätten die beobachtbaren Bild-Merkmale, wie beispielsweise die Multiplizität oder Verbreiterung der Kantenlinie, irrtümlich für einen nichtlinearen Effekt der Balken-Dynamik gehalten werden können. Ebenso hätten die hellen Kanten und das dunkle Innere des Federbalkens im *LIA*-Modus fälschlicherweise auf den Topographie-Effekt oder auf die relative Orientierung des Federbalkens zum Elektronenstrahl zurückgeführt werden können. Beides ist nunmehr widerlegt. Vielmehr lassen sich die Bild-Merkmale aus der Wechselwirkung von Elektronenstrahl und dem oszillierende Federbalken unter Annahme einer linearen Streucharakteristik ableiten. Das entwickelte Modell enthält somit die überraschende Tatsache, dass die Komplexität der *LIA*-Bilder sich nicht auf physikalische Eigenschaften des experimentellen Systems zurückführen lassen, sondern vielmehr aus dem Abbildungsmechanismus selbst resultieren.

Das Abbildungsprofil erklärt sich aus den bildgebenden Gleichungen, wenn die Materialkontrast-Funktion entlang der Elektronenstrahl-Trajektorie mit geeigneten Kern-Funktionen gefaltet wird. So entsteht aus der Faltung mit dem Kern nullter Ordnung die Intensitäts-Verteilung im konventionellen *SE*-Bild, die höheren Kerne führen zu den entsprechenden *LIA*-Bildern.

Im Detail entsteht der Bildkontrast an der Federbalken-Spitze durch Faltung der Kern-Funktion mit dem dort  $\delta$ -förmig verlaufenden Materialkontrast. An den Balken-Kanten ist der Materialkontrast durch eine Heaviside-Funktion gegeben. Aus der Faltung dieser Funktion mit den zugehörigen Kernen resultiert das Abbildungsprofil in Form der integrierten Kerne. Damit ist klar, dass die Kante gemäß der Anzahl n der lokalen Maxima des entsprechenden integrierten Kerns in ein n-Multiplett aufspaltet. Die Verbreiterung der Kantenlinie hingegen ist proportional zur lokalen Balken-Deflektion. Damit lässt sich vorhersagen, wie sich die Linienmuster mit zunehmender Amplitude ändern.

Neben den Flexural-Moden sind auch die Bilder der Torsionsschwingung verstanden; genauso wie die Entstehung der Intensitätsverteilung der höheren *LIA*-Moden. Die so entstandenen Bilder erlauben Rückschlüsse auf Form und Auslenkung des vibrierenden Federbalkens.

Ein weiterer Teil der vorliegenden Arbeit war die Interpretation der Realteil- und Phasen-Bilder. Unter der Annahme, dass der Imaginärteil null ist (keine Energieverlust-Mechanismen), kann die zugehörige *LIA*-Phase nur die Werte null oder  $\pi$  annehmen. Es konnte gezeigt werden, dass die dominanten Eigenschaften in der Bildgebung durch das Zusammenspiel von ortsabhängiger Oszillationsphase eines Punktes auf der Balken-Oberfläche und dem Symmetrieverhalten der bildgebenden Kerne bestimmt sind.

Erst das theoretische Modell des Abbildungsmechanismus ermöglicht es, aus dem bildgebenden DySEM-Verfahren ein quantitatives Instrument zu machen. Ohne ein solches theoretisches Verständnis des Zusammenhangs zwischen Bild-Kontrast und Interaktions-Geometrie ist eine quantitative Interpretation der DySEM-Bilder kaum möglich. Denn nur wenn die Unterscheidung zwischen der Nichtlinearität von Bildgebung und der Nichtlinearität eines Mess-Signals eindeutig ist, gelingt die Abgrenzung von linearen und nichtlinearen Effekten der mechanischen Schwingung mit Hilfe der DySEM-Technik. Das bedeutet, dass allein der Vergleich des gemessenen Abbildungsprofils der Kanten-Multipletts von der Form, die die lineare Theorie vorhersagt, aussagekräftig ist.

Da die Messungen im DySEM-Modus auf einer lokalen Kontrastvariation des Federbalkens innerhalb des Elektronenstrahl-Durchmessers basieren, ließ bis jetzt die Oberfläche eines homogenen Federbalkens (mit Ausnahme der Kanten) keine Rückschlüsse auf die Vibration zu. Um das zu ändern und auch neben den Kanten des Balkens auch auf der Oberfläche eine Messung mit DySEM durchzuführen, wurden an definierten Positionen des Federbalkens kreisringförmige Strukturen mittels Ionenstrahl-Lithographie geschrieben. Perspektivisch soll aus der Verschmierung der Kreisringe auf die ortsaufgelöste Oszillations-Amplitude rückgeschlossen werden (Lösung des Inversen Problems). Das bedeutet, dass aus gemessenen Amplituden- und Phasen-Verteilungen die lokale Deformation direkt berechnet werden kann.

#### Ausblick

Der modulare Charakter der Theorie gestattet es, weitergehende analytische Betrachtungen anzustellen. Es ist naheliegend, als nächstes den Einfluss der Saugspannung zu modellieren. Damit könnte die Streuverteilung herausgelöster Elektronen in ihrer vollen Winkelabhängigkeit behandelt werden. Zudem könnte der Kontrast-Verlauf an der Kante anstatt durch eine Heaviside-Funktion mit dem "realen" Verlauf einer Rampen-Funktion modelliert werden. Eine weiterer Ansatz wäre es, den infinitesimal kleinen Spot des Elektronenstrahls der Simulation in ein Gauß-verteiltes Intensitätsprofil zu überführen. Natürlich ist die modelltheoretische Beschreibung des Bildgebung-Mechanismus nicht einfach "nur" durch die Interaktion des Elektronenstrahls mit dem Federbalken gegeben, denn auch die Beiträge von Energieverlustmechanismen auf die Bildgebung sind zu berücksichtigen. Mit der DySEM-Technik kann die lokale Verteilung solch nichtlinearer Effekte abgebildet werden. Bei einem nicht-verschwindenden Imaginärteil, wie es der Fall ist, wenn Energieverlust-Mechanismen vorhanden sind, kann die *LIA*-Phase im Bild jeden Wert zwischen null und  $2\pi$  annehmen. Am interessantesten wären damit Signale, bei denen starke Nichtlinearitäten zu erwarten sind, wie sie sich beispielsweise im Kontakt mit Materie, beim Schwingen unter Atmosphäre, in Flüssigkeiten geringer oder veränderlicher optischer Transparenz bzw. ganz allgemein durch jedes weitere Wechselwirkungspotential mit der Mess-Spitze ergeben. Auch Rauschdaten könnten im Fourier-Bild zu nicht-trivialen Ergebnissen führen. Die Signale könnten im Zeit-Frequenz-Raum sowohl nach Amplituden- als auch nach Phasenvariabilität untersucht werden.

# 10 Symbole und Akronyme

## Symbolverzeichnis

A	Absolute Schwingungs-Amplitude des Federbalkens
α	Torsionswinkel
В	Bandbreite
$C_{1,2,3,4,5,6}$	Konstanten
$c_T$	Torsionssteifigkeit des Federbalkens
$\Delta \phi$	Phasendifferenz zwischen zwei Punkten auf der Federbalken-
	Oberfläche
$\Delta \nu$	Frequenzabstand zweier benachbarter Torsionsmoden;
	$\Delta \nu = \frac{1}{L} \sqrt{K^*}$
E	Elastizitätsmodul
$\epsilon$	Eulersche Formel; $\epsilon = e^{i\Delta\phi}$
F	Querschnittsfläche des Federbalkens
f	Streudichteverteilung
$f_0$	Konstanter Wert von $f$ bei maximaler Saugspannung $U_{Bias}$
$f_m$	Frequenz der flexuralen Eigenmode ( $m = 1, 2, \dots$ )
$\phi$	Ortsabhängige Oszillationsphase
$\phi_{Offset}$	Phasen-Offset zwischen referenzierenden Funktionsgenerator
	und Federbalken-Antwort
G	Schermodul
Г	Prozentsatz der detektieren Streuelektronen ( $I_d/I$ )
Н	Heaviside-Funktion
h	Höhe des Federbalkens
$\eta$	Torsionale Wellenzahl
Ι	Intensität des einfallenden Elektronenstrahls
$\mathcal{I}$	Flächenträgheitsmoment
$I_{TL}, I_{TR}, I_{BL}, I_{BR}$	Photoströme der einzelnen Dioden-Segmente
$I_{L-R}, I_{T-B}$	Intensitätsdifferenzen zwischen den in den einzelnen Dioden-
	Segmenten generierten Photoströmen
$I_d$	Intensität der detektierten gestreuten Elektronen
J	Polares Flächenträgheitsmoment

$K, K^*$	Konstanten; $K=Eh^2/12 ho$ ; $K^*=c_T/ ho J$
$K_n$	Kern-Funktion <i>n</i> -ter Ordnung
$K_{n,\Lambda}$	Skalierte Kern-Funktion <i>n</i> -ter Ordnung
$\tilde{K}_{n,\Lambda}$	Skalierte und gespiegelte Kern-Funktion $n$ -ter Ordnung
$K_n^I$	Integrierte Kern-Funktion <i>n</i> -ter Ordnung
$k_m$	Federkonstante der flexuralen Eigenmode ( $m=1,2,\dots$ )
$k_{torsional}$	Torsionale Federkonstante
$\kappa_m$	Euler-Bernoulli-Koeffizienten ( $m = 1, 2,$ ); $\kappa_m = \lambda_m L$
L	Länge des Federbalkens
$LIA^n$	LIA-Bild <i>n</i> -ter Ordnung
L- $R$ # $m$	<i>m</i> -te torsionale Eigenmode
l	Höhe der Mess-Spitze
Λ	Amplitude von $p_t$
$\lambda$	Flexurale Wellenzahl
m	Modale Ordnung (m=1,2,)
$\mu$	Masse pro Längeneinheit
n	Ordnung der Harmonischen (n=1,2,)
$\hat{n}_i$	Einheitsvektor in Richtung des einfallenden Elektronenstrahls
$\hat{n}_i^H$	Einheitsvektor des in die Gleichgewichtslage des Federbalkens
	projizierten Vektors $\hat{n}_i$
$\hat{n}_o$	Einheitsvektor in Richtung des SE-Detektors
$\hat{n}_t$	Normaleneinheitsvektor auf der instantanen Tangentialebene des
	Federbalkens
$ u_m$	Frequenz der torsionalen Eigenmode ( $m=1,2,\dots$ )
Ω	Torsionale Kreisfrequenz
ω	Flexurale Kreisfrequenz
Р	Spiegeloperator
$p_0$	Instantaner Auftreffpunkt des Elektronenstrahls auf dem Feder-
	balken
$p_t$	Elektronenstrahl-Trajektorie auf der Oberfläche des oszillieren-
	den Federbalkens
$\Psi$	Normierte lokale Federbalken-Auslenkung
Q	Q-Faktor einer Resonanz
q	Aufgebrachte Last
R	Lokale Streudichte (Materialkontrast-Funktion)
$R_0$	Konstanter Wert von $R$ im Falle eines homogenen Federbalkens
ρ	Dichte des Federbalkens
Т	Periodendauer

<b>T-B</b> #m	<i>m</i> -te flexurale Eigenmode
$T_n$	Tschebyscheff-Polynom <i>n</i> -ter Ordnung
t	Zeit
au	Dämpfungsterm
$\hat{ au}_{x,t},\hat{ au}_{x,t}$	Normierte Vektoren, die die instantane Tangentialebene des Fe-
	derbalkens aufspannen
$\Theta_i$	Winkel zwischen $\hat{n}_t$ und $\hat{n}_i$
$\Theta_o$	Winkel zwischen $\hat{n}_t$ und $\hat{n}_o$
w	Breite des Federbalkens
$\Xi_n(p_0)$	Faltung des Materialkontrasts mit den bildgebenden Kernen;
	$\Xi_n(p_0) := \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda}^{+\Lambda} R(p_0 + u\hat{n}_i^H) K_n\left(\frac{u}{\Lambda}\right)  du$
x	Ortskoordinate in Längsrichtung des Federbalkens
y	Ortskoordinate in Querrichtung des Federbalkens
z	Ortskoordinate senkrecht zur Federbalken-Ebene

### Akronyme

AC	Wechselstrom (Alternating Current)
ADC	Analog-Digital-Konverter (Analog-to-Digital-Converter)
BSE	Rückstreuelektronen (Back Scattered Electrons)
DAC	Digital-Analog-Konverter (Digital-to-Analog-Converter)
DC	Gleichstrom (Direct Current)
DySEM	Dynamische Rasterelektronenmikroskopie (Dynamic Scanning Electron
	Microscopy)
DySxM	Dynamische Rasterxmikroskopie (Dynamic Scanningx Microsco-
	<i>py</i> ), mit z.B. x=E (Electron) und x=L (Light)
EBIV	Elektronenstrahl-induzierte Vibration ( <i>Electron Beam Induced Vibration</i> )
EDX	Energiedispersive Röntgenspektroskopie (Energy Dispersive X-ray
	spectroscopy)
FFT	Schnelle, diskrete Fourier Transformation (Fast Fourier Transform)
FIB	Ionenfeinstrahlanlage (Focused Ion Beam)
LIA	Lock-In Verstärker (Lock-In Amplifier)
MEMS	Mikroelektromechanische Systeme
NEMS	Nanoelektromechanische Systeme
PZT	Blei-Zirkonat-Titanat (Plumbum Zirconate Titanate)
SE	Sekundärelektronen
SEM	Rasterelektronenmikroskop (Scanning Electron Microscope)
SFM	Rasterkraftmikroskop (Scanning Force Microscope)
SNOM	Optisches Rasternahfeldmikroskop (Scanning Nearfield Optical Micros-
	cope)
TEM	Transmissionselektronenmikroskop

## **11 Appendix**

#### 11.1 Veröffentlichungen

#### Artikel

- Heinz Sturm, Maria-Astrid Schröter and Christiane Weimann "Imaging method for vibrating scanning force microscopy cantilevers for the analysis of mode shapes and nonlinear harmonic motion" *Microelectronic Engineering* **98**(492-6), 2012
- Maria-Astrid Schröter, Matthias Holschneider and Heinz Sturm "Analytical and numerical analysis of imaging mechanism of dynamic scanning electron microscopy" *Nanotechnology* **23**(435501), 2012
- Maria-Astrid Schröter, Matthias Holschneider and Heinz Sturm "Phase and amplitude patterns in dynamic scanning electron microscopy (DySEM) mappings of vibrating microstructures" *Nanotechnology* 24(215701), 2013

#### Poster

- Maria-Astrid Schröter, Christiane Weimann, Matthias Holschneider and Heinz Sturm "Towards a simplified mechanical model of insect wings" *Microscopy Conference* Kiel, 2011
- Maria-Astrid Schröter, Christiane Weimann, Matthias Holschneider and Heinz Sturm "Towards a deeper understanding of the dynamic properties of cantilever probes " *37th International conference on Micro and Nano Engineering* Berlin, 2011
- Maria-Astrid Schröter, Christiane Weimann and Heinz Sturm "Towards a deeper understanding of the dynamic properties of cantilever probes " *Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG) Frühjahrstagung* Berlin, 2012
- Maria-Astrid Schröter, Christiane Weimann, Heinz Sturm and Matthias Holschneider "Bridging the scales: Direct SEM imaging of nanometer vibrations for the analysis of stick-slip behavior at microscales" *European Geosciences Union (EGU), General Assembly* Wien, 2012

- Maria-Astrid Schröter, Matthias Holschneider, Christiane Weimann, Martin Ritter and Heinz Sturm "Dynamic SEM image analysis of vibrating cantilevers (I) " *Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG) Frühjahrstagung* Regensburg, 2013
- Maria-Astrid Schröter, Matthias Holschneider, Christiane Weimann, Martin Ritter and Heinz Sturm "Dynamic SEM image analysis of vibrating cantilevers (II) " *Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG) Frühjahrstagung* Regensburg, 2013
- Maria-Astrid Schröter, Matthias Holschneider, Christiane Weimann and Heinz Sturm "Analysis of amplitude and phase patterns of vibrating cantilevers using Dynamic Scanning Electron Microscopy (DySEM)" *NanoMeasure* Warschau, 2013

#### Vorträge

- <u>Maria-Astrid Schröter</u>, Christiane Weimann, Matthias Holschneider and Heinz Sturm "Analytical solutions for SE and LIA imaging experiments with vibrating microcantilevers" *38th International conference on Micro and Nano Engineering* Toulouse, 2012
- <u>Heinz Sturm</u>, Maria-Astrid Schröter, Christiane Weimann and Matthias Holschneider "Imaging and simulation of mode shapes and harmonics of AFM cantilevers using scanning electron microscopy" *4th Multifrequency AFM conference* Madrid, 2012
- <u>Heinz Sturm</u>, Maria-Astrid Schröter, Matthias Holscheider, Jan-Manfred Chrokoleff, Martin Ritter "Using a SFM/ESEM hybrid for the analysis of vibrating cantilevers and surfaces: The DySEM and the EBIV technique" (**eingeladener Vortrag**) *4th National Conference on Nano- and Micromechanics* Breslau, 2014

Laborgeräte:		
Rasterelektronenmikros	skop	FEI-XL30 (Seriennummer: D1458) mit $L^{aB_6}$ -Kathode, Eind-
		hoven, Niederlande
Rasterkraftmikroskop		Triple-O, Potsdam, Deutschland
Funktionsgenerator		DS345, Stanford Research, Sunnyvale, CA, USA
Vorverstärker		WMA-300, Falco Systems, Amsterdam, Niederlande
Piezokeramik		Blei-Zirkonat-Titanat (PZT), Hewlett-Packard
Diodenlaser		Schäfter+Kirchhoff, Hamburg, Deutschland
Federbalken:	PPP-CONTR	Nanosensors, Neuchâtel, Schweiz
	Multi75AI	BudgetSensors, Sofia, Bulgarien
Photodiode		Si PIN Photodiode S5981, Hamamatsu, Japan
<b>FFT-Analysator</b>		Agilent 89410A, Santa Clara, CA, USA
Oszilloskop		Gould 1425, Eichstetten, Deutschland
Tiefpass-Filter		SR650, Stanford Research, Sunnyvale, CA, USA
Lock-In Verstärker		Stanford Research SR830, Sunnyvale, CA, USA
		Stanford Research SR844, Sunnyvale, CA, USA

## 11.2 Verwendete Geräte und Materialien

## 11.3 Mess-Parameter

Zusammenstellung der experimentellen Parameter, sofern im Text nicht anders angegeben.

		EBIV	DySEM-Messung
		(Abschnitt 3.2.2)	(Kapitel 4)
Federbalken:		Multi75AI	PPP-CONTR
Beschleunigungsspannung:		gepulst bei 13, 1 kV	20 kV
Saugspannung:			300 Volt
Spotsize:		4, 5	4
Vergrößerung:		350	230
Pixeltakt:		10 ms	0, 2 <b>ms</b>
Anregung:			Anregung kleiner wegen
			Temperaturdrift:
L	<i>F-B</i> #1	64.271, 8 Hz bei $45$ Vpp	8.570, 3 Hz bei 150 Vpp
L	<b>Γ-B</b> #2	411.436 Hz bei 75 Vpp	54.339, 9 Hz bei 150 Vpp
L	<b>Γ-B</b> #3		153.484, 9 Hz bei 150 Vpp
Π	- <i>R</i> #1		126.205, 8 Hz bei 150 Vpp
Wellenform:		rechteckig	sinusförmig
LIA-Integrationszeit: S	SR830	$100\mu { m s}$ für 7- $B\#1$	$100\mu{ m s}$
0)	SR844	1 ms für <i>T-B</i> #2	$100\mu{ m S}$
Bildgröße:		$400 \times 400$	$512 \times 512$

		Strukturierung (Abschnitt 8.2)
Federbalken:		Strukturierter PPP-CONTR
		(Materialauftrag)
Beschleunigungsspannung:		15 kV
Saugspannung:		300 Volt
Spotsize:		2, 5
Vergrößerung:		3.000 für <i>T-B</i> #1
		600 für <i>T-B</i> #2 und <i>L-R</i> #1
Pixeltakt:		1 ms
Anregung:	<b>T-B</b> #1	8.999, 5 Hz; variable Anregung
	<b>T-B</b> #2	57.246, 2Hz bei $2, 0Vpp$
	<b>T-B</b> #3	
	L-R#1	132.083 bei 4,0 Vpp
Wellenform:		sinusförmig
LIA-Integrationszeit:	SR830	$100\mu s$
	SR844	$100\mu s$
Bildgröße:		$800 \times 800$

## Literaturverzeichnis

- M. Shavezipur, S.M. Hashemi, P. Nieva, and A. Khajepour. Development of a triangularplate MEMS tunable capacitor with linear capacitance-voltage response. *Microelectronic Engineering*, 87(1721-7), 2010.
- [2] C. O'Mahony, M. Hill, M. Brunet, R. Duane, and R.A. Mathewson. Characterization of micromechanical structures using white-light interferometry. *Measurement Science and Technology*, **14**(1807-14), 2003.
- [3] C.-L. Wong and W.-K. Wong. In-plane motion characterization of MEMS resonators using stroboscopic scanning electron microscopy. *Sensors and Actuators A*, **138**(167-78), 2007.
- [4] A.B.A. Dow, B. Jazizadeh, N.P. Kherani, and I. Rangelow. Development and modeling of an electrothermally MEMS microactuator with an integrated microgripper. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **21**(125026), 2011.
- [5] Y.X. Song and B. Bhushan. Simulation of dynamic modes of atomic force microscopy using a 3D finite element model. *Ultramicroscopy*, **106**(847-73), 2006.
- [6] M.H. Kahrobaiyan, M. Asghari, M. Rahaeifard, and M.T. Ahmadian. Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory. *International Journal of Engineering Science*, 48(1985-94), 2010.
- [7] W. Arnold U. Rabe, K. Janser. Vibrations of free and surface-coupled force microscope cantilevers: Theory and experiment. *Review of Scientific Instruments*, 67(3281-93), 1996.
- [8] K.L. Ekinci and M.L. Roukes. Nanoelectromechanical systems. *Review of Scientific Instruments*, **76**(061101), 2005.
- [9] M. Hofer, K. Gorovoy, and I.W. Rangelow. Fast video rate AFM silicon cantilever. Proceeding Micromechanics and Microsystems (MME) Illmenau, paper B11, , 2012.
- [10] M. Li, H.X. Tang, and M.L. Roukes. Ultra-sensitive NEMS-based cantilevers for sensing, scanned probe and very high-frequency applications. *Nature Nanotechnology*, 2(114-20), 2007.

- [11] M. Shavezipur, K. Ponnambalam, A. Khajepour, and S.M. Hashemi. Fabrication uncertainties and yield optimization in MEMS tunable capacitors. *Sensors and Actuators A*, 147(613-22), 2008.
- [12] J.G. Zhao, S.J. Zhou, B.L. Wang, and X.P. Wang. Nonlinear microbeam model based on strain gradient theory. *Applied Mathematical Modelling*, **36**(2674-86), 2012.
- [13] D.D. Stauffer, A. Beaber, A. Wagner, O. Ugurlu, J. Nowak, K.A. Mkhoyan, S. Girshick, and W. Erberich. Strain-hardening in submicron silicon pillars and spheres. *Acta Materialia*, **60**(2471-8), 2012.
- [14] H.G.H. van Melick, L.E. Govaert, and H.E.H. Meijer. Prediction of brittle-to-ductile transitions in polystyrene. *Polymer*, 44(457-65), 2003.
- [15] A. Raman, J. Melcher, and R. Tung. Cantilever dynamics in atomic force microscopy. *Nano Today*, 3(20-7), 2008.
- [16] M. Reinstaedtler, U. Rabe, V. Scherer, J.A. Turner, and W. Arnold. Imaging of flexural and torsional resonance modes of atomic force microscopy cantilevers using optical interferometry. *Surface Science*, **532**(1152-8), 2003.
- [17] I. Shavrin, L. Lipiainen, K. Kokkonen, S. Novotny, M. Kaivola, and H. Ludvigsen. Stroboscopic white-light interferometry of vibrating microstructures. *Optics Express*, 21(16901-7), 2013.
- [18] S. Jeon and T. Thundat. Instant curvature measurement for microcantilever sensors. *Applied Physics Letters*, 85(1083-4), 2004.
- [19] D. Kiracofe and A. Raman. On eigenmodes, stiffness, and sensitivity of atomic force microscope cantilevers in air versus liquids. *Journal of Applied Physics*, **107**(033506), 2010.
- [20] O.D. Payton, L. Picco, A.R. Champneys, M.E. Homer, M.J. Miles, and A. Raman. Experimental observation of contact mode cantilever dynamics with nanosecond resolution. *Review of Scientific Instruments*, 82(043704), 2011.
- [21] O.D. Payton, L. Picco, D. Robert, A. Raman, M.E. Homer, A.R. Champneys, and M.J. Miles. High-speed atomic force microscopy in slow motion – understanding cantilever behaviour at high scan velocities. *Nanotechnology*, 23, 2012.
- [22] M. Helm, J.J. Servant, F. Saurenbach, and R. Berger. Read-out of micromechanical cantilever sensors by phase shifting interferometry. *Applied Physics Letters*, 87(064101), 2005.

- [23] K. Creath. Phase-shifting speckle interferometry. Applied Optics, 24(3053-8), 1985.
- [24] I. Ogo and N.C. MacDonald. Application of time-resolved scanning electron microscopy to the analysis of the motion of micromechanical structures. *Journal of Vacuum Science and Technology B*, **14**(1630-4), 1996.
- [25] H. Ashiba, S. Warisawa, and S. Ishihara. Evaluation method of the quality factor of micromechanical resonators using electron beams. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2009(06FG08), 48.
- [26] H. Ishikawa, H. Dobashi, T. Kodama, T. Furuhashi, and Y. Uchikawa. Investigation of micro mechanical vibration of piezoelectric actuators using a stroboscopic sem. *Journal* of Electron Microscopy, 42(35-40), 1993.
- [27] I.-J. Cho, K.S. Yun, and H.-J. Nam. A high-speed single crystal silicon AFM probe integrated with PZT actuator for high-speed imaging applications. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 6(119-22), 2011.
- [28] CRC Handbook of Chemistry and Physics. Taylor & Francis.
- [29] Nanosensors. http://www.nanosensors.com/PointProbe-Plus-Contact-Mode-afm-tip-PPP-CONTR, Letzter Zugriff: 24. März 2014.
- [30] NanoAndMore. http://www.nanoandmore.com/afm-cantilevers.php, Letzter Zugriff: 24. März 2014.
- [31] DataProbe. Federbalken vom Typ *TL02/AIBS* (Länge: 300μm±10μm, Breite: 20μm±5μm, Höhe: 5μm±0,5μm, Resonanzfrequenz: 60kHz, Federkonstante: 3,0N/m, 30nm Aluminium bedampft). Vertrieb vormals Schäfer Technologie GmbH. Nicht mehr erhältlich.
- [32] S.D. Solares and H. Holscher. Numerical analysis of dynamic force spectroscopy using the torsional harmonic cantilever. *Nanotechnology*, **21**(075702), 2010.
- [33] O. Sahin, S. Magonov, C. Su, C.F. Quate, and O. Solgaard. An atomic force microscope tip designed to measure time-varying nanomechanical forces. *Nature Nanotechnology*, 2(507-14), 2007.
- [34] O. Sahin. Harnessing bifurcations in tapping-mode atomic force microscopy to calibrate time-varying tip-sample force measurements. *Review of Scientific Instruments*, 78(103707), 2007.
- [35] O. Sahin. Accessing time-varying forces on the vibrating tip of the dynamic atomic force microscope to map material composition. *Israel Journal of Chemistry*, **48**(55-63), 2008.

- [36] J.E. Sader, J.W.M. Chon, and P. Mulvaney. Calibration of rectangular atomic force microscope cantilevers. *Review of Scientific Instruments*, **70**(3967-9), 1999.
- [37] H. Butt and M. Jaschke. Calculation of thermal noise in atomic force microscopy. Nanotechnology, 6(1-7), 1995.
- [38] B. Bushan, editor. Springer Handbook of Nanotechnology. Springer Verlag, 2004.
- [39] G. Binnig, C.F. Quate, and C. Gerber. Atomic force microscope. *Physical Review Letters*, **56**(930-3), 1986.
- [40] R. Raiteri, M. Grattarola, H.-J. Butt, and P. Skládal. Micromechanical cantilever-based biosensors. Sensors and Actuators B, 79(115-26), 2001.
- [41] N.V. Lavrik, M.L. Sepaniak, and P.G. Datskos. Cantilever transducers as a platform for chemical and biological sensors. *Review of Scientific Instruments*, **75**(2229-53), 2004.
- [42] A. Boisen, S. Dohn, S.S. Keller, S. Schmid, and M. Tenje. Cantilever-like micromechanical sensors. *Reports on Progress in Physics*, 74(036101), 2011.
- [43] R. Berger. Micromechanical Cantilevers: Sensors for Femtoscale Science. PhD thesis, Basel, 1997.
- [44] J.R. Barnes, R.J. Stephenson, C.N. Woodburn, S.J. O'Shea, M.E Welland, T. Rayment, J.K. Gimzewski, and C. Gerber. A femtojoule calorimeter using micromechanical sensors. *Review of Scientific Instruments*, **65**(3793-8), 1994.
- [45] J.K. Gimzewski, C. Gerber, E. Meyer, and R.R. Schlittler. Observation of chemical reaction using a micromechanical sensor. *Chemical Physics Letters*, 217(589-94), 1994.
- [46] G.H. Wu, R.H. Datar, K.M. Hansen, T. Thundat, R.J. Cote, and A. Majumdar. Bioassay of prostate-specific antigen (PSA) using microcantilevers. *Nature Biotechnology*, 19(856-60), 2001.
- [47] L. Fadel, F. Lochon, I. Dufour, and O. Francais. Chemical sensing: millimeter size resonant microcantilever performance. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 14(S23-S30), 2004.
- [48] K. Rijal and R. Mutharasan. A method for DNA-based detection of E. coli O157:H7 in a proteinous background using piezoelectric-excited cantilever sensors. *Analyst*, **138**(2943-50), 2013.
- [49] R. McKendry, J. Zhang, Y. Arntz, T. Strunz, M. Hegner, H.P. Lang, M.K. Baller, U. Certa, E. Meyer, H.J. Güntherodt, and C. Gerber. Multiple label-free biodetection and quantitative DNA-binding assays on a nanomechanical cantilever array. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **99**(9783-8), 2002.

- [50] F. Huber, H.P. Lang, N. Backmann, D. Rimoldi, and C. Gerber. Direct detection of a BRAF mutation in total RNA from melanoma cells using cantilever arrays. *Nature Nanotechnology*, 8(125-9), 2013.
- [51] P. Urwyler, J. Koser, H. Schift, J. Gobrecht, and B. Müller. Nano-mechanical transduction of polymer micro-cantilevers to detect bio-molecular interactions. *Biointerphases*, 7(6), 2012.
- [52] B. Ilic, D. Czaplewski, M. Zalalutdinov, H.G. Craighead, P. Neuzil, C. Campagnolo, and C. Batt. Single cell detection with micromechanical oscillators. *Journal of Vacuum Science and Technology B*, **19**(2825-8), 2001.
- [53] R. Berger, C. Gerber, H.P. Lang, and J.K. Gimzewski. Micromechanics: A toolbox for femtoscale science: "Towards a laboratory on a tip". *Microelectronic Engineering*, 35(373-9), 1997.
- [54] J.R. Felts and W.P. King. Mechanical design for tailoring the resonance harmonics of an atomic force microscope cantilever during tip-sample contact. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **19**(115008), 2009.
- [55] H.P. Lang, R. Berger, C. Andreoli, J. Brugger, M. Despont, P. Vettiger, C. Gerber, J.K. Gimzewski, J.P. Ramseyer, E. Meyer, and H.J. Guntherodt. Sequential position readout from arrays of micromechanical cantilever sensors. *Applied Physics Letters*, **72**(383-5), 1998.
- [56] A. Bietsch, J.Y. Zhang, M. Hegner, H.P. Lang, and C. Gerber. Rapid functionalization of cantilever array sensors by inkjet printing. *Nanotechnology*, **15**(873-80), 2004.
- [57] B.H. Kim, F.E. Prins, D.P. Kern, S. Raible, and U. Weimar. Multicomponent analysis and prediction with a cantilever array based gas sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, **78**(12-8), 2001.
- [58] K. Nieradka, G. Maloziec, D. Kopiec, P. Grabiec, P. Janus, A. Sierakowski, and T. Gotszalk. Expanded beam deflection method for simultaneous measurement of displacement and vibrations of multiple microcantilevers. *Review of Scientific Instruments*, 82(105112), 2011.
- [59] G.E. Fantner, W. Schumann, R.J. Barbero, A. Deutschinger, V. Todorov, D.S. Gray, A.M. Belcher, I.W. Rangelow, and K. Youcef-Toumi. Use of self-actuating and self-sensing cantilevers for imaging biological samples in fluid. *Nanotechnology*, **20**(434003), 2009.
- [60] M. Woszczyna, P. Zawierucha, P. Paletko, M. Zielony, T. Gotszalk, Y. Sarov, T. Ivanov,A. Frank, J.-P. Zollner, and I.W. Rangelow. Micromachined scanning proximal probes

with integrated piezoresistive readout and bimetal actuator for high eigenmode operation. *Journal of Vacuum Science and Technology B*, **28**(C6N12-C6N17), 2010.

- [61] X. Li and D.-W. Lee. Integrated microcantilevers for high-resolution sensing and probing. *Measurement Science and Technology*, 23(022001), 2012.
- [62] H. Kawakatsu, S. Kawai, D. Saya, M. Nagashio, D. Kobayashi, H. Toshiyoshi, and H. Fujita. Towards atomic force microscopy up to 100 MHz. *Review of Scientific Instruments*, 73(2317-20), 2002.
- [63] K. Hosaka, S.and Etoh, A. Kikukawa, H. Koyanagi, and K. Itoh. 6.6 MHz silicon AFM cantilever for high-speed readout in AFM-based recording. *Microelectronic Engineering*, **46**(109-12), 1999.
- [64] NanoWorld. http://www.highspeedscanning.com/arrow-uhf.html, Letzter Zugriff: 24. März 2014.
- [65] M. Leitner, G.E. Fantner, E.J. Fantner, K. Ivanova, T. Ivanov, I. Rangelow, A. Ebner, M. Rangl, J. Tang, and P. Hinterdorfer. Increased imaging speed and force sensitivity for bio-applications with small cantilevers using a conventional AFM setup. *Micron*, 2012(1399-407), 43.
- [66] O. Sahin and A. Atalar. Simulation of higher harmonics generation in tapping-mode atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, **79**(4455-7), 2001.
- [67] N.A. Burnham, O.P. Behrend, F. Oulevey, G. Gremaud, P.J. Gallo, D. Gourdon, E. Dupas, A.J. Kulik, H.M. Pollock, and G.A.D. Briggs. How does a tip tap? *Nanotechnology*, 8(67-75), 1997.
- [68] A. Bahrami and A.H. Nayfeh. Nonlinear dynamics of tapping mode atomic force microscopy in the bistable phase. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **18**(799-810), 2013.
- [69] E.M. Abdel-Rahman and A.H. Nayfeh. Contact force identification using the subharmonic resonance of a contact-mode atomic force microscopy. *Nanotechnology*, **16**(199-207), 2005.
- [70] R.W. Stark, T. Drobek, and W.M. Heckl. Tapping-mode atomic force microscopy and phase-imaging in higher eigenmodes. *Applied Physics Letters*, **74**(3296-8), 1999.
- [71] M. Stark, R.W. Stark, W.M. Heckl, and R. Guckenberger. Spectroscopy of the anharmonic cantilever oscillations in tapping-mode atomic-force microscopy. *Applied Physics Letters*, **77**(3293-5), 2000.

- [72] R.W. Stark and W.M. Heckl. Higher harmonics imaging in tapping-mode atomic-force microscopy. *Review of Scientific Instruments*, **74**(5111-4), 2003.
- [73] J.R. Lozano and R. Garcia. Theory of multifrequency atomic force microscopy. *Physical Review Letters*, **100**(076102), 2008.
- [74] R. Garcia and E.T. Herruzo. The emergence of multifrequency force microscopy. *Nature Nanotechnology*, 7(217-26), 2012.
- [75] E.T. Herruzo and R. Garcia. Theoretical study of the frequency shift in bimodal FM-AFM by fractional calculus. *Beilstein Journal of Nanotechnology*, **3**(198-206), 2012.
- [76] D. Ebeling and S.D. Solares. Amplitude modulation dynamic force microscopy imaging in liquids with atomic resolution: Comparison of phase contrasts in single and dual mode operation. *Nanotechnology*, **24**(135702), 2013.
- [77] D. Ebeling and S.D. Solares. Bimodal atomic force microscopy driving the higher eigenmode in frequency-modulation mode: Implementation, advantages, disadvantages and comparison to the open-loop case. *Beilstein Journal of Nanotechnology*, **4**(198-207), 2013.
- [78] A.M. Gigler, C. Dietz, M. Baumann, N. Martinez, R. Garcia, and R.W. Stark. Repulsive bimodal atomic force microscopy on polymers. *Beilstein Journal of Nanotechnology*, 3(456-63), 2012.
- [79] M. Balantekin and A. Atalar. Enhanced higher-harmonic imaging in tapping-mode atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, 87(243513), 2005.
- [80] O. Sahin, G. Yaralioglu, R. Grow, S.F. Zappe, A. Atalar, C. Quate, and O. Solgaard. High-resolution imaging of elastic properties using harmonic cantilevers. *Sensors and Actuators A*, **114**(183-90), 2004.
- [81] H. Li, Y. Chen, and L. Dai. Concentrated-mass cantilever enhances multiple harmonics in tapping-mode atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, **92**(151903), 2008.
- [82] I. Joachimsthaler. Entwicklung eines Rastersonden-/Rasterelektronenmikroskop Hybridsystems zur Nutzung und Untersuchung von Sondenwechselwirkungen. PhD thesis, Wuppertal, 2002.
- [83] S.L. Flegler, J.W Heckman, and K.L. Klomparens. *Elektronenmikroskopie: Grundlagen, Methoden, Anwendungen.* Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1995.
- [84] T.E. Everhart and R.F.M. Thornley. Wide-band detector for micro-microampere lowenergy electron currents. *Journal of Scientific Instruments*, 37(246-8), 1960.

- [85] L. Reimer and G. Pfefferkorn. *Raster-Elektronenmikroskopie*. Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- [86] I. Joachimsthaler, R. Heiderhoff, and L.J. Balk. A universal scanning-probemicroscope-based hybrid system. *Measurement Science and Technology*, **14**(87-96), 2003.
- [87] FEI. http://www.fei.com.
- [88] M.-A. Schröter, M. Holschneider, and H. Sturm. Analytical and numerical analysis of imaging mechanism of dynamic scanning electron microscopy. *Nanotechnology*, 23(435501), 2012.
- [89] I. Horcas, R. Fernandez, J.M. Gomez-Rodriguez, J. Colchero, J. Gomez-Herrero, and A.M. Baro. WSxM: A software for scanning probe microscopy and a tool for nanotechnology. *Review of Scientific Instruments*, **78**(013705), 2007.
- [90] BudgetSensors. http://www.budgetsensors.com/downloads/Multi75Al\_Datasheet.pdf. Federbalken vom Typ Multi75Al (Länge: 225μm±10μm, Breite: 28μm±5μm, Höhe: 3μm±1μm, Resonanzfrequenz: 75kHz±15kHz, Federkonstante: 3N/m (1-7N/m), 30nm Aluminium bedampft). Letzter Zugriff: 25. März 2014.
- [91] H. Heinzelmann and D.W. Pohl. Scanning near-field optical microscopy. Applied Physics A, 59(89-101), 1994.
- [92] A. Lewis, A. Radko, N.B. Ami, D. Palanker, and K Lieberman. Near-field scanning optical microscopy in cell biology. *Cellular and molecular Biology*, 44(673-88), 1998.
- [93] M. Muranishi, K. Sato, S. Hosaka, T. Kikukawa, A. Shintani, and K. Ito. Control of aperture size of optical probes for scanning near-field optical microscopy using focused ion beam technology. *Japanese Journal of Applied Physics*, **36**(942-4), 1997.
- [94] L. Jalabert, T. Sato, T. Ishida, H. Fujita, Y. Chalopin, and S. Volz. Ballistic thermal conductance of a lab-in-a-tem made si nanojunction. *Nano Letters*, **12**(5213-7), 2012.
- [95] T. Sato, T. Ishida, L. Jalabert, and H. Fujita. Real-time transmission electron microscope observation of nanofriction at a single ag asperity. *Nanotechnology*, 23(505701), 2012.
- [96] M. Heyde, H. Sturm, and K. Rademann. New application for the calibration of scanning probe microscopy piezos. *Surface and Interface Analysis*, 27(291-5), 1999.
- [97] H. Sturm, M. Heyde, and K. Rademann. The use of a fibre-based light sensor for the calibration of scanning probe microscopy piezos. *physica status solidi (a)*, **173**(225-34), 1999.

- [98] Hewlett-Packard.
- [99] U. Rabe, S. Hirsekorn, M. Reinstädtler, T. Sulzbach, C. Lehrer, and W. Arnold. Influence of the cantilever holder on the vibrations of AFM cantilevers. *Nanotechnology*, 18(044008), 2007.
- [100] H. Sturm. Modulated lateral force microscopy (MLFM): A scanning force microscopy tool for surface analysis and modification. ISBN 978-3-901657-25-2. Proceeding of Viennano '07, 2007.
- [101] Asylum Research. http://www.asylumresearch.com/Products/iDrive/ iDriveDataSheet.pdf, Letzter Zugriff: 25. März 2014.
- [102] D. Ramos, J. Tamayo, J. Mertens, and M. Calleja. Photothermal excitation of microcantilevers in liquids. *Journal of Applied Physics*, **99**(124904), 2006.
- [103] D. Kiracofe, K. Kobayashi, A. Labuda, A. Raman, and H. Yamada. High efficiency laser photothermal excitation of microcantilever vibrations. *Review of Scientific Instruments*, 82(013702), 2011.
- [104] X. Xu, M. Koslowski, and A. Raman. Dynamics of surface-coupled microcantilevers in force modulation atomic force microscopy - magnetic vs. dither piezo excitation. *Journal* of Applied Physics, **111**(054303), 2012.
- [105] Model SR830 DSP Lock-In Amplifier. Stanford Research Systems. http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/Manuals/SR830m.pdf, 2011. Letzter Zugriff: 25. März 2014.
- [106] Model SR844 RF Lock-In Amplifier. Stanford Research Systems. http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/Manuals/SR844m.pdf, 2007. Letzter Zugriff: 25. März 2014.
- [107] Y.X. Song and B. Bhushan. Coupling of cantilever lateral bending and torsion in torsional resonance and lateral excitation modes of atomic force microscopy. *Journal of Applied Physics*, **99**(094911), 2006.
- [108] C.D. Onal, B. Sumer, and M. Sitti. Cross-talk compensation in atomic force microscopy. *Review of Scientific Instruments*, **79**(103706), 2008.
- [109] H. Sturm, M.-A. Schröter, and C. Weimann. Imaging method for vibrating scanning force microscopy cantilevers for the analysis of mode shapes and nonlinear harmonic motion. *Microelectronic Engineering*, **98**(492-6), 2012.
- [110] M.-A. Schröter, M. Holschneider, and H. Sturm. Phase and amplitude patterns in DySEM mappings of vibrating microstructures. *Nanotechnology*, 24(215701), 2013.

- [111] L. Meirovitch. *Elements of Vibration Analysis*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1985.
- [112] P.M. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical Acoustics*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.
- [113] W.F. Stokey. Shock and Vibration handbook. McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.
- [114] J. W. S. Rayleigh and R. B. Lindsay. *The Theory of Sound*. Dover Classics of Science & Mathematics, 1945.
- [115] M.-A. Schröter, M. Holschneider, C. Weimann, M. Ritter, and H. Sturm. Dynamic SEM image analysis of vibrating cantilevers (I). Poster. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft DPG, 11.-15.3.2013, Regensburg.
- [116] M.-A. Schröter, M. Holschneider, C. Weimann, M. Ritter, and H. Sturm. Dynamic SEM image analysis of vibrating cantilevers (II). Poster. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft DPG, 11.-15.3.2013, Regensburg.

#### Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stellen bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben und die Phase meiner Promotion zu einer aufregenden und interessanten Zeit gemacht haben:

Besonders danken möchte ich meinem Doktorvater, Herrn Prof. Sturm, für die Möglichkeit in seiner Arbeitsgruppe zu promovieren.

Ich danke vor allem, dass Du mich als Doktorandin akzeptiert hast, obwohl ich eben keinen "perfekten" Lebenslauf habe und für Deinen Mut, mir als theoretisch ausgebildete Physikerin eine experimentelle Doktorarbeit zuzutrauen.

Ich danke Herrn Prof. Lehmann für die wissenschaftliche Betreuung meiner Doktorarbeit, für die kritischen und konstruktiven inhaltlichen Anmerkungen bei der Planung und Auswertung der vorliegenden Arbeit.

Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Metzler für die Übernahme eines Gutachtens und das entgegengebrachte Interesse an meiner Arbeit.

Dank geht auch an Herrn Prof. Dähne für die Übernahme des Promotions-Vorsitzes.

Ich danke Herrn Prof. Matthias Holschneider für die großartige Zusammenarbeit, insbesonders (aber nicht nur) bei der Interpretation der experimentellen Daten, für die numerischen Ergebnisse und die vielen hilfreichen Diskussionen, die den Fortgang meiner Arbeit entscheidend beeinflusst haben.

Ich danke Herrn Dr. Martin Ritter für die Mikro-Strukturierung des Federbalkens.

Explizit Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Dr. habil. Brunero Cappella. Für die vielen klugen Ratschläge, die fachlich kompetenten Diskussionen sowie die überaus interessanten Gespräche zu Tisch.

Ich möchte diese Danksagung ungern beschließen ohne meiner Arbeitsgruppe und meinen Kollegen für das tolle Arbeitsklima zu danken: Doro, Marc, Erik, Tihomir, Markus, Jan, Oliver, Ulrike, Günther, Oksana, Ilyes.

Vor allem aber Dir, Christiane, möchte ich danken. Für Deine Hilfsbereitschaft, die kollegiale Zusammenarbeit gerade am Anfang meiner Doktorarbeit und insbesonders für Dein sehr einnehmendes Wesen, das mir die Entscheidung hier zu promovieren leicht gemacht hat.

Mein ausdrücklicher Dank gilt aber Herrn Doktor Baumer. Denn es bleibt dabei: Ohne Sie wäre diese Arbeit und so vieles andere in meinem Leben nicht oder nur schwer möglich gewesen.