

BAM-BERICHT Nr. 29 DER BUNDESANSTALT FÜR
MATERIALPRÜFUNG (BAM)
BERLIN

**Theorie der dissipativen Luftschalldämmung
bei einem ideal - isotropen porösen Material
mit starrem Skelett für senkrechten,
schrägen und allseitigen Schalleinfall**

von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider

71 Seiten
24 Bilder
4 Tabellen

Herausgegeben von der
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
1 Berlin 45, Unter den Eichen 87
Telefon (030) 8104- 1
Telex 01 -83 261 bamb d

	Seite
<u>Vorwort</u>	
1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Wellenausbreitung im porösen Material</u>	9
2.1 Allgemeines zur Wellenausbreitung	9
2.2 Ausbreitung einer ebenen Welle in x-Richtung	12
2.21 Komplexe Wellenzahl in Real- und Imaginärteil	14
2.22 Phasengeschwindigkeit a	15
2.23 Ausbreitungsdämpfung	16
3. <u>Wellenausbreitung über eine Grenzschicht mit porösem Material unendlicher Dicke</u>	18
3.1 Bei senkrechtem Schalleinfall	18
3.2 Bei schrägem Schalleinfall	25
4. <u>Dissipative Dämmung eines porösen Materials endlicher Dicke l</u>	28
4.1 Bei senkrechtem Schalleinfall	28
4.11 Elementarmodell auf der Basis der komplexen Reflexions- und Transmissionsfaktoren an den Grenzschichten	28
4.12 Erweitertes Modell mit Berücksichtigung der Wellenausbreitung in der porösen Schicht	30
4.13 Vollständiges Modell mit Berücksichtigung der inneren Mehrfachreflexionen und Transmissionen an den Grenzschichten	31
4.14 Vollständiges Modell in Vierpoldarstellung	34
4.141 Näherung bei tiefen Frequenzen	42
4.142 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen	44
4.143 Näherung bei hohen Frequenzen	48
4.2 Bei schrägem Schalleinfall	50
4.21 Näherung bei tiefen Frequenzen	51
4.22 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen	52
4.23 Näherung bei hohen Frequenzen	54
4.3 Bei allseitigem Schalleinfall	55
4.31 Näherung bei tiefen Frequenzen	57
4.32 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen	59
4.33 Näherung bei hohen Frequenzen	59
5. <u>Zusammenfassung und Ausblick</u>	63
Benutzte Symbole	67
Literaturverzeichnis	69

Im Aufgabenbereich des Umweltschutzes hat die Lärmbekämpfung als Teilgebiet der Technischen Akustik heute besondere und aktuelle Bedeutung. Ein wesentlicher Schwerpunkt ergab sich hier zunächst mit der Aufgabe, im Wohnbereich der Menschen einen ausreichenden Schallschutz sicherzustellen. Dieses Anliegen der Bauakustik wurde mit dem Beginn der Wiederaufbauphase unserer Städte - mit ausgelöst durch die dabei verstärkte Anwendung des Massivbaues - durch eine fruchtbare Entfaltung von bedeutsamen Einzelarbeiten in allen Bereichen der Forschung, Prüfung, Normung und Beratung eingeleitet und führte bereits relativ früh, vor allem auf Initiative von Prof. Dr.-Ing. E.h. B. Wedler als Obmann des ETB-Ausschusses (Ausschuß für Einheitliche Technische Baubestimmungen) zur Lösung der auch dringenden Innovationsprobleme. Dabei wurden die Erkenntnisse der bauakustischen Forschung nicht allein in Grundlagen- und Lehrbüchern [1,2,3,4,5,6,7,8], sondern bereits vorher, vor allem in für die Bauaufsicht und Baupraxis als Ergänzung zur Bauordnung verbindliche Normen eingearbeitet [9,10], mit der Folge, einer auf der Basis parallel entwickelter Prüfnormen [11,12,13,14,15,16] regen Prüftätigkeit in allen Bereichen bauakustischer Eignungs-, Güte- und Baumusterprüfungen und einer damit verbundenen verbreiteten Einhaltung des Mindestschallschutzes [17,18,19].

Dennoch ist die Bauakustik vor allem in Forschung, Entwicklung und Normung ein ständig sich weiter entwickelnder Prozeß als Folge laufender Neuentwicklungen der Bau- und Haustechnik, der Einführung neuer und neuartiger Baustoffe, Bauteile und Bauarten sowie wachsenden Lärmbelastungen auch im Wohnbereich durch Rundfunk und Fernsehen, Haushaltsgeräte und haustechnische Anlagen sowie weiter durch vermehrten Außenlärm wie Verkehrsgeräusche, Fluglärm und Geräusche industrieller Anlagen und Gewerbebetriebe.

In diesem Gesamtgebiet der Bauakustik hat dabei die Luftschalldämmung besondere Bedeutung, nicht allein im Bauwesen einschließlich Industriebau, sondern auch in anderen Bereichen wie z.B. Schiffs- und Waggonbau, Flugzeugbau und Maschinenbau.

Jedoch gerade bei der Luftschalldämmung - bisher stets durch die primäre Umwandlung von Luftschall in Körperschall gekennzeichnet - ist der Einfluß bautechnisch gegebener Randbedingungen besonders groß, u.a. weil Nebenwegübertragungen unterschiedlichster Art [20] und hierbei insbesondere die Flankenübertragung einer hohen Schalldämmung von Bauteilen in der Regel Grenzen setzen, die als Kompromiß zwischen notwendigem und wirtschaftlich möglichem Schallschutz z.B. im Bauwesen bei der Normung von Mindestanforderungen zu relativ knappen Festlegungen führten.

In solchen Situationen einer stürmischen Gesamtentwicklung neuer Bautechnologien scheint es aus der Sicht einer 25-jährigen Erfahrung angemessen, bisher erarbeitete Erkenntnisse nach modifizierten Gesichtspunkten neu zu ordnen und zu überdenken, um dabei evtl. Ansätze für neue Lösungsmöglichkeiten zu erarbeiten. Diesem Ziel dient die vorliegende Arbeit. Hierbei soll vor allem die grundsätzliche Möglichkeit der Anwendung von Dissipationsphänomenen poröser Stoffe für die Luftschalldämmung untersucht werden. Dabei können in den Ansätzen die ausführlichen theoretischen und experimentellen Untersuchungen zur Schallabsorption poröser Stoffe benutzt werden, deren Ergebnisse für die Zwecke der Raumakustik und Lärminderung innerhalb geschlossener Räume von großer Bedeutung sind [21,22,23,24].

Um bei einem solchen Vorhaben einer geschlossenen Ableitung und Darstellung nicht an jeder einzelnen Stelle erneut zitieren zu müssen, sei hier bereits auf wesentliche grundlegende Arbeiten von Lord Rayleigh [25], K.W. Wagner [26] und besonders L. Cremer [23,24] verwiesen und damit zugleich auch gegenüber dem Bemühen dort genannter anderer Autoren diese Veröffentlichung als ein Teilbeitrag zum umfassenden Aufgabenbereich der Bauakustik und Lärmbekämpfung gekennzeichnet, um letztthin mit diesen Namen zugleich Entwicklungen und Schulen zu kennzeichnen sowie Dank für dort bereits erarbeitete Grundlagen abzustatten.

Berlin-Dahlem, den 25.Juni 1973

P. Schneider

1. Einleitung

Die Luftschalldämmung einer beliebig aufgebauten Trennfläche (z.B. Decke, Wand) läßt sich unter Vernachlässigung aller ihre Dämmung infolge der Einbaubedingungen begrenzenden Randprobleme in allgemeiner Form durch eine Leistungsbilanz kennzeichnen.

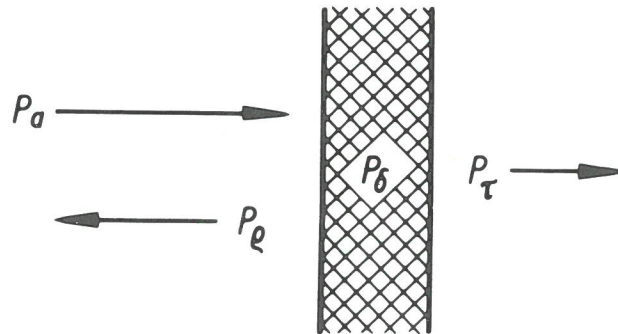


Bild 1: Zur Leistungsbilanz bei der Luftschalldämmung von Bauteilen.

Die dabei in Bild 1 z.B. auf eine Wand auffallende Schalleistung P_a ist gleich der Summe der von der Wand reflektierten Schalleistung P_ρ , der innerhalb der Wand evtl. durch Dissipation in Wärme umgewandelten Schalleistung P_δ und der schließlich von der Wand in den Nachbarraum durchgelassenen Schalleistung P_τ . Diese Leistungsbilanz

$$P_\rho + P_\delta + P_\tau = P_a \quad (1)$$

läßt sich mit dem Reflexionsgrad $\rho = P_\rho/P_a$, dem Dissipationsgrad $\delta = P_\delta/P_a$ und dem Transmissionsgrad $\tau = P_\tau/P_a$ auch ausdrücken als

$$\rho + \delta + \tau = 1 \quad (2)$$

bzw.
$$\tau = 1 - \rho - \delta \quad (3)$$

Führt man für eine allgemeine Diskussion bereits hier die Definitionsgleichung des Luftschalldämm-Maßes R ein

$$R = 10 \lg 1/\tau \quad (4)$$

so ergibt sich durch Einsetzen von (3) in (4)

$$R = 10 \lg \frac{1}{1-\rho-\delta} \quad (5)$$

Alle bisherigen Maßnahmen zur Luftschalldämmung können nun in dieser Gleichung mit einem gemeinsamen Merkmal dadurch gekennzeichnet werden, daß in der Regel unter Vernachlässigung von Dissipationsphänomenen, also mit $\rho \gg \delta$ als Lösungsweg angestrebt wurde,

$$R \approx 10 \lg \frac{1}{1-\rho} \quad (6)$$

d.h. im Prinzip vereinfacht: "Hohe Luftschalldämmung durch möglichst hohe Reflexion".

In Bild 2 sei versucht, in allgemeiner Form die wesentlichen bauakustischen Anordnungen zur "Dämmung durch Reflexion" in einer Zuordnung zu a) einschaligen, b) mehrschaligen und c) mehrschichtigen Ausführungen zusammenzufassen und dabei mit typischen bauakustisch gegliederten Stoffgruppen zu kennzeichnen.

Systemgruppe	1	2	3	4	5	6	Stoffgruppe	
							hart	weich
a einschalig							offenporig	geschl.-porig
b mehrschalig							unporig	große η
c mehrschichtig								

Bild 2: Prinzipielle Bauteil-Anordnungen zur "Luftschalldämmung durch Reflexion" und ihre Kennzeichnung durch System- und Stoffgruppen.

In der Tabelle 1 seien hierzu als Erläuterung dieser Maßnahmengruppen auszugsweise einige Ausführungsbeispiele angedeutet, die damit zugleich den Charakter der dargestellten Stoffgruppen kennzeichnen sollen.

Klammert man in Bild 2 einmal alle Probleme der Nebenweg- und Flankenübertragung aus, insbesondere in der Zeile b auch die der Körperschallbrücken durch mögliche Punkt-, Linien- oder Resonanzbrücken der Schalenverbindungen (Ständerwerke, Randeinspannung) sowie der Luftschallnebenwege durch Stoß-, Schließ- oder Randfugen [27], so sind in diesem Bild alle bisher einzeln oder in Kombinationen praktizierten Maßnahmen zur Luftschalldämmung von Trennflächen in ihrem Prinzip dargestellt.

Systemgruppe	1	2	3	4	5	6
a einschalig	Vollbeton	Gasbeton	Ziegelsplittbeton beidseitig verputzt	Gummi mit Bleieinlagen (schlappe Masse)	Holz mit Längs- u. Quernuten	Gipskarton mit Masse- klötzchen
b mehrschalig	Gipskarton ● Mineralwolle ● Gipskarton	Gipskarton ● Polyurethan- Schaum ● Gipskarton	Vollbeton ● Mineralwolle ● Gipskarton	Vollbeton ● Polyurethan- Schaum ● Gipskarton	Putz auf HWL-Platte ● Luftspalt ● Putz auf HWL-Platte	Vollbeton ● Luftspalt ● HWL-Platte mit Putz
c mehrschichtig	Metall leichter Kunststoff Metall	Metall starrer Schaumstoff +) Metall	Putz HWL-Bau- steine mit Füllbeton Putz	Gips od. Holz mit Sand- füllung	Stahlblech mit Entdröhnungs- material	Stahlblech mit Absorptions- material ++)

+) mit definiertem Schubmodul

++) z.B. Mineralfasern

Tab. 1: Ausführungsbeispiele zum Ordnungsschema des Bildes 2.

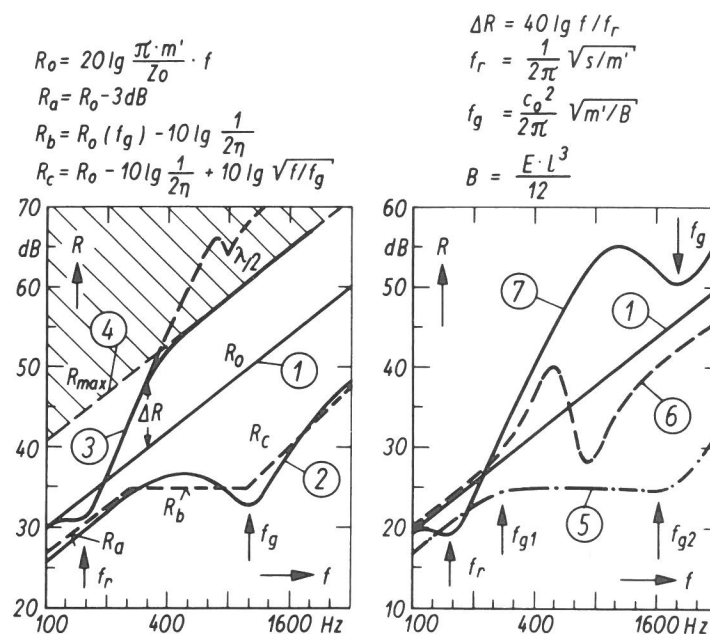


Bild 3: Beispiele charakteristischer Frequenzverläufe des Luftschalldämm-Maßes bei der Dämmung von Bauteilen durch Reflexion.

- 1) Theor. Massedämmung einschaliger Bauteile bei senkrechtem Schalleinfall.
- 2) Massedämmung bei allseitigem Schalleinfall mit Grenzfrequenzphänomen (f_g) und Verlauf zugehöriger Näherungen (R_a , R_b , R_c).
- 3) Zweischalige Bauteile der Resonanzfrequenz f_r .
- 4) Durch Flankenübertragung begrenzte Maximaldämmung und ihr Einfluß auf Diagramm 3.
- 5) Orthotrope Platte mit zwei Grenzfrequenzen f_{g1} und f_{g2} als Folge richtungsabhängiger Biegesteifen.
- 6) Mit Punktmassen belegte dünne Schale.
- 7) Zweischalige Bauteile mit der Resonanzfrequenz f_r des Systems und der Grenzfrequenz f_g der Schalen.

In Bild 3 seien hierzu - insbesondere zum Vergleich mit den Ergebnissen dieses Berichtes - einige typische Frequenzverläufe der Schalldämmung dargestellt, die dabei im Vergleich zum elementaren Massegesetz bei senkrechtem Schalleinfall im Prinzip Ursachen und Größenordnungen von Verbesserungen und Verschlechterungen der Schalldämmung ein- und zweischaliger Anordnungen erkennen lassen sollen, ohne jedoch im Rahmen dieses Berichtes auf Einzelheiten einzugehen. Bemerkenswert ist, daß selbst für den einfachen Fall einschaliger Wände die zunächst mit der Biegewellentheorie grundsätzlich geklärten besonderen Phänomene des Koinzidenzeffektes [24] erst in jüngerer Zeit wieder erneut behandelt wurden und dabei mit interessanten Näherungslösungen für drei typische Frequenzbereiche R_a , R_b und R_c [28] vor allem bei schweren einschaligen Wänden die gegenüber dem elementaren Massegesetz bei Messungen beobachteten erheblich niedrigeren Schalldämm-Maße erklärt und verdeutlicht werden konnten.

In der Literatur wurde nun ergänzend zum in Bild 3 als $R(f)$ gezeigten Massegesetz

$$R_o = 20 \lg \frac{\pi m'}{Z_o} f \quad (7)$$

- mit dem typischen Verlauf eines 6 dB/Oktave-Anstieges bei senkrechtem Schalleinfall - häufig das Massegesetz auch in Form über den bauakustischen Frequenzbereich gemittelter Einzahlwerte der Luftschalldämmung dargestellt, z.B. durch das mittlere Schalldämm-Maß $R_m = f(m')$ [2,4,5] bzw. durch die sollkurvenbewerteten Einzahlwerte des Luftschallschutzmaßes $LSM = f(m')$ [1,5,9]. Hierbei wurde stets versucht - in Abweichung vom elementaren Massegesetz - mittlere Werte aus realen Meßreihen darzustellen, um damit unter Zulassung einer gewissen Toleranzbreite von etwa ± 3 dB bereits auch die Auswirkungen der Grenzfrequenzphänomene und der einer mittleren bauüblichen Flankenübertragung mit zu erfassen. Diese Darstellungen weichen jedoch - je nach den ausgewerteten Ergebnissen - zum Teil erheblich voneinander ab.

In Bild 4 sei erneut dieses Massegesetz in einer modifizierten Form dargestellt. Diesem Diagramm ist nun die jeweils erforderliche Dicke l eines einschaligen Bauteiles bei gegebener Dichte ρ des Baustoffes entnehmbar, um ein mittleres Schalldämm-Maß $R_m = 40$ dB zu erzielen. Durch Parametergeraden anderer von $R_m = 40$ dB abweichender mittlerer Schalldämm-Maße im Bereich $R_m = 28$ dB bis $R_m = 50$ dB kann bezogen auf gleiche Dicken auf andere erforderliche Baustoffdichten umgerechnet werden bzw.

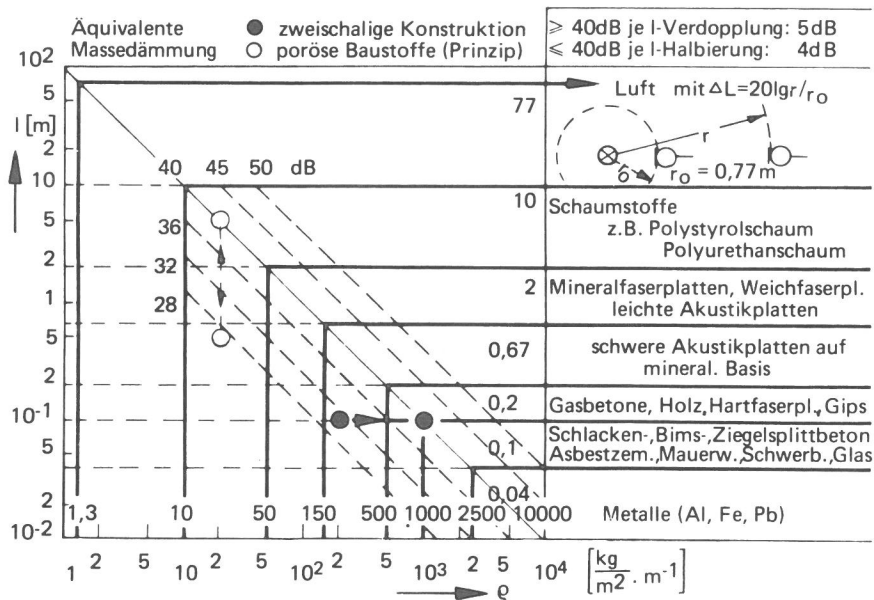


Bild 4: Erforderliche Dicke einschaliger Bauteile für ein mittleres Schalldämm-Maß $R_m = 40$ dB und andere Parameter konstanter Schalldämmung (28 - 50 dB) in Abhängigkeit von Dichte und Baustoffgruppen.

auch bezogen auf gleiche Baustoffe, also gleiche Dichte, auf andere erforderliche Bauteildicken. Auch diese Darstellung weicht vom idealisierenden Massegesetz mit 6 dB Verbesserung der Schalldämmung je Verdopplung der Dicke ab, mit dem Ansatz 5 dB je Dickenverdopplung im Bereich $R_m \cong 40$ dB sowie 4 dB je Dickenhalbierung im Bereich $R_m \leq 40$ dB. Hieraus geschätzte in Bild 4 dargestellte Erwartungswerte stimmen relativ gut überein mit allen Ergebnissen in mehr als 20 Jahren gesammelter Meßwerte an einschaligen Bauteilen. Diesem zu extrem leichten Materialien extrapolierten Diagramm lassen sich nun auch Bereiche typischer Baustoffgruppen zuordnen. Bemerkenswert ist, daß dieser so baustoffgruppenbezogenen Darstellung des Massegesetzes oberhalb der etwa 3 Zehnerpotenzen umfassenden Dichten möglicher Stoffgruppen, also oberhalb der durch Schaumstoffe gekennzeichneten leichtesten Baustoffgruppe, diese Gesetzmäßigkeit unter bestimmten Bedingungen näherungsweise sogar übergeht in die Schallausbreitungsgesetze eines Punktstrahlers im freien Schallfeld, also in Luft.

$$\Delta L = 20 \lg \frac{l}{l_0} \tag{8}$$

In dieses Diagramm ist nun zum Vergleich das Beispiel einer zweischaligen Wand von 0,1 m Dicke eingetragen, welches trotz der geringen Masse je Flächeneinheit von $m' = 20 \text{ kg/m}^2$ entsprechend den Gesetzmäßigkeiten zweischaliger Bauteile hier eine mittlere Schalldämmung von $R_m = 40$ dB erreicht. Wesentlich ist nun in dieser Darstellung nicht wodurch, son-

dern wie hierbei dieser Wert zur äquivalenten Massedämmung erhöht wird, nämlich bezogen auf die gleiche Dicke auf die einer äquivalenten einschaligen Wand wesentlich höheren Dichte, also als Sprung im Sinne eines abszissenparallelen Verlaufes.

Die Grundgleichung (5) eröffnet nun grundsätzlich auch einen anderen Weg zur Schalldämmung, indem im Prinzip bei vernachlässigbarem Reflexionsgrad ρ vor allem Dissipationsphänomene ausgenutzt werden, also mit $\rho \ll \delta$

$$R = 10 \lg \frac{1}{1-\delta} \quad (9)$$

Eine derart mögliche "dissipative Schalldämmung" ist bisher nur in Ansätzen theoretisch und experimentell untersucht worden [29] im Gegensatz zum Schallabsorptionsgrad poröser Baustoffe, dessen Gesetzmäßigkeiten wellentheoretisch und experimentell weitgehend geklärt und dargestellt sind [s. Vorwort]. Ein Hauptgrund mag u.a. darin liegen, daß - wie in Bild 4 dargestellt - sogar mit relativ leichten zweischaligen Wänden auch hohe Luftschalldämm-Maße erreichbar sind, die - wie u.a. Ausführungsbeispiele in DIN 4109, Blatt 3 [9] zeigen - unter bestimmten Voraussetzungen sogar Werte $R_m > 50$ dB erreichen lassen. Dissipationsphänomene wurden dabei in der Regel nur für Randerscheinungen wirksam, z.B. bei Ausfüllen der Zwischenschichten mit Faserdämmstoffen zwischen den Schalen, zur Unterdrückung der Dickenresonanzen, zur Randdämpfung sowie Dämpfung von sich negativ auswirkenden Eigenresonanz- und Grenzfrequenzphänomenen.

Für den Bereich der in Bild 4 angegebenen leichten Baustoffgruppen können bei porösen Baustoffen die Gesetzmäßigkeiten der Massedämmung zweifellos auch durch Dissipationswirkungen überlagert sein und dabei - wie erste Überlegungen zeigen - unter bestimmten Voraussetzungen in bestimmten Frequenzbereichen die Schalldämmung erhöhen, wie naturgemäß umgekehrt die Wirkungen einer dissipativen Dämmung z.B. durch Fehlanpassung der porösen Schicht an die Schallkennimpedanz der Luft und damit erhöhter Reflexion auf ungünstigere Werte der Massedämmung reduziert sein können. Ein solches Beispiel ist - zunächst als allgemein hypothetisches Modell - ebenfalls in Bild 4 eingetragen. Setzt man hierbei im Prinzip einmal als mögliche Schalldämmung die dissipative Schalldämmung bei starrem Skelett an, so ließe sich evtl. eine Trennfläche aus einem porigen Baustoff in der dargestellten Weise verändern. Wesentlich sei in dieser zunächst spekulativen Darstellung

wieder nicht wodurch, sondern wie hierbei die äquivalente Massedämmung verändert wird, nämlich im Gegensatz zum Beispiel zweischaliger Wände bezogen auf eine gleiche Baustoffdichte auf die einer äquivalenten einschaligen Wand anderer Dicke, also als Sprung im Sinne eines ordinatenparallelen Verlaufes.

Die Ausgangsgleichung (5) zeigt ferner, daß für eine hohe Luftschalldämmung lediglich ein extrem niedriger Wert des gesamten Nenners anzustreben ist, d.h. im Prinzip sind auch geeignet zugeordnete Kombinationen vom Reflexionsgrad ρ und Dissipationsgrad δ denkbar im Sinne eines anzustrebenden Wertes.

$$\lim_{\delta+\rho} = 1 \quad (10)$$

Der Systematik des Bildes 2 zur Dämmung durch Reflexion sei mit Bild 5 eine solche möglicher Anordnungen zur Dämmung durch Dissipation gegenübergestellt. Dabei sind in Zeile a) grundsätzliche Anordnungen mit offenporigen Baustoffen dargestellt. Neben dem Ausgangsbeispiel a1) sei in a2) eine Kombination mit einer biegeweichen schwereren unporigen Baustoffschicht angedeutet, die weitgehend dem idealen Massegesetz folgen möge (z.B. Bleifolie, Schwergummi). Da an dieser "Zwischenschicht" die Größe der Schallschnelle gegen Null geht, dissipative Wirkungen jedoch möglichst hohe Schallschnellen voraussetzen, seien in a3) die porösen Schichten entfernt von dieser Zwischenschicht angeordnet mit der Folge höherer Gesamtwirkungen der Schalldämmung bzw. konkreter maximaler Wirkungen bei $\lambda/4$ -Abständen der porösen Schichten als Folge der Schnellemaxima auffallender ebener Wellen. Hierdurch bedingte frequenzselektive Phänomene im $R(f)$ -Verlauf lassen sich durch geeignet asymmetrische Anordnungen reduzieren. Wesentlich sei hier der Hinweis auf eine Optimierung von a2) nach a3).

In a4) dieser Reihe soll dann diese Zwischenschicht entfallen bzw. zum Vermeiden außerhalb der technischen Akustik liegender Gleichströmungsphänomene auf extrem leichte biegeweiche Folien reduziert sein.

Dieser in sich logischen Entwicklungsreihe sei in Zeile b) bereits die bei geschlossenporigen weichen Stoffen gegenübergestellt, deren Erforschung z.B. zum Zwecke der Schallabsorption z.Z. noch im Fluß ist. Da derartige Schichten - im Gegensatz zu offenporigen Stoffen - vorwiegend in Bereichen der Schalldruckmaxima wirksam werden, ist die Reihung in b) hier so geändert, daß die maximalen Erwartungswerte einer Schall-

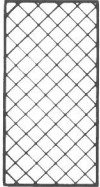
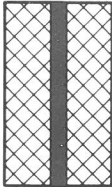
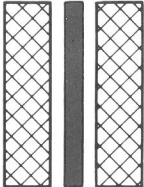
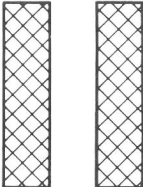
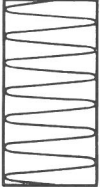
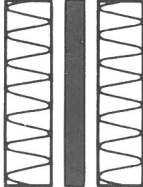
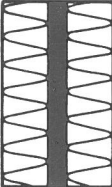
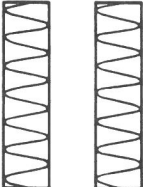
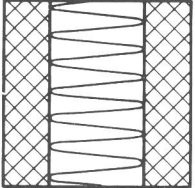
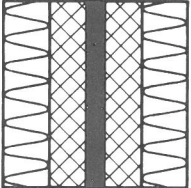
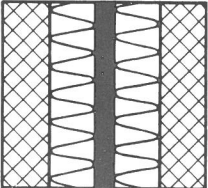
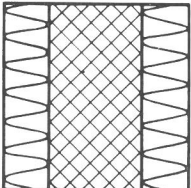
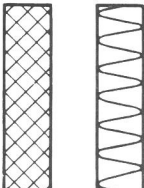
	1	2	3	4	5
<i>a</i> <i>offen-</i> <i>porig</i>					
<i>b</i> <i>geschl.-</i> <i>porig</i>					
<i>c</i> <i>Kombi-</i> <i>nation</i> <i>a+b</i>					

Bild 5: Prinzip möglicher Bauteil-Anordnungen zur "Luftschalldämmung durch Dissipation".

dämmung wieder der Spalte 3) zugeordnet sind, da bei der dort dargestellten Anordnung stets an der unporigen Zwischenschicht Schalldruckmaxima auftreten.

In der Reihe c) sind nun bei entsprechender Reihung denkbare Kombinationen der Reihen a) und b) dargestellt.

Diese Beispiele in Bild 5 sollen also ohne Anspruch auf Vollständigkeit prinzipiell mögliche Anordnungen zur dissipativen Schalldämmung im Sinne eines Arbeitsprogrammes verdeutlichen, für die letztthin auch eine Fülle anderer Kombinationen mit den Beispielen in Bild 2 denkbar sind. Sicher geht in Bild 2 nach hier vorliegenden ersten Erfahrungen an Absorptionsanordnungen [30,31] die Ausführung a3) und b1) z.B. bei Anwendung von Polyäthylenfolien als Porenschluß (anstelle von Putz- oder Gipskartonschalen) in das Beispiel a1) des Bildes 5 über sowie unter ähnlichen Voraussetzungen b2) aus Bild 2 in b1) von Bild 5 oder b5) aus Bild 2 in a4) von Bild 5.

Die Darstellungen des Bildes 5 lassen zunächst die Frage einer Realisierung und insbesondere dabei einer Optimierung der bauphysikalischen und technologischen Daten für bauakustische Wirkungen völlig offen,

insbesondere auch die einer Abstimmung gegenüber baustatischen, wärme-schutztechnischen und brandschutztechnischen Belangen. Sie sind letztlich der Ansatz, im folgenden die grundsätzlichen wellentheoretischen Phänomene einer dissipativen Schalldämmung in einer ersten theoretischen Studie zu untersuchen und diese bereits in ein umfassenderes Schwerpunktprogramm der Bauakustik einzuordnen.

Dennoch sei bemerkt, daß diese Probleme bautechnisch bereits aktuell sind, z.B. bei der Ausführung von über Raumgruppen durchlaufenden Akustikdecken in Verbindung mit Montagewänden mit ihren besonderen Problemen akustischer Nebenwegübertragungen [20,32,33] oder der Entwicklung geeigneter Schallschirmflächen in Großraumbüros.

Im folgenden sei nunmehr im Rahmen dieses vielleicht ungewohnt dargestellten Ordnungsprinzipes von Maßnahmengruppen zur Luftschalldämmung - zunächst begrenzt auf das Beispiel a1) in Bild 5 - geschlossen eine Theorie abgeleitet zur dissipativen Schalldämmung bei einem ideal isotropen porösen Material mit starrem Skelett bei senkrechtem, schrägem und allseitigem Schalleinfall.

Ziel dieser ersten Studie sei es, die speziellen Phänomene einer dissipativen Schalldämmung in ihrer Abhängigkeit von bauphysikalischen Daten darzustellen, ihre Besonderheiten gegenüber der "Schalldämmung durch Reflexion" zu verdeutlichen, Grundlagen für experimentelle Arbeiten zum Vergleich von Meß- und Erwartungswerten anzugeben, Ausgangsgleichungen zur technischen und technologischen Optimierung der dissipativen Dämmung zu erarbeiten und schließlich damit Ansätze zur theoretischen und experimentellen Weiterbearbeitung und praktischen Anwendung der in Bild 5 dargestellten prinzipiellen mehrschichtigen und mehrschaligen Anordnungen zu vermitteln.

2. Wellenausbreitung im porösen Material

2.1 Allgemeines zur Wellenausbreitung

Unter der Annahme linearer Reibungsverluste durch einen zunächst allgemeinen spezifischen Strömungswiderstand $\bar{\alpha}$ gilt die Kraftgleichung

$$-\text{grad } p = \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \bar{\alpha} \vec{v} \quad (11)$$

sowie aus der Verknüpfung der Kontinuitätsgleichung und der Zustandsgleichung zur Kennzeichnung der Beziehung zwischen räumlicher Änderung der Schnelle \vec{v} und zeitlicher Änderung des Druckes p

$$-\text{div } \vec{v} = \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (12)$$

Über die Schallgeschwindigkeit der Luft c_0

$$c_0 = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} \quad (13)$$

und dem sich hieraus ergebenden Zusammenhang zwischen Kompressionsmodul K , Dichte ρ_0 und c_0

$$K = \rho_0 c_0^2 \quad (13a)$$

läßt sich Gleichung (12) auch schreiben zu

$$-\text{div } \vec{v} = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (12a)$$

Bei allen folgenden Erörterungen sei ein sinusförmiger Zeitverlauf für den Schalldruck p und die Schallschnelle \vec{v} vorausgesetzt, also

$$p = p e^{j\omega t} \quad \text{und} \quad \vec{v} = \vec{v} e^{j\omega t}$$

so daß allgemein für die partiellen Ableitungen nach der Zeit angesetzt werden kann

$$\frac{\partial p}{\partial t} = j \omega p e^{j\omega t} = j \omega p \quad (14)$$

sowie

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = j \omega \vec{v} e^{j\omega t} = j \omega \vec{v} \quad (15)$$

mit (15) in (11) ergibt sich

$$-\text{grad } p = (j \omega \rho_0 + \bar{\kappa}) \vec{v} \quad (16)$$

$$-\text{grad } p = j \omega \rho_0 \left(1 - j \frac{\bar{\kappa}}{\omega \rho_0}\right) \vec{v}$$

Mit (14) in (12a) ergibt sich

$$-\operatorname{div} \vec{v} = j \frac{\omega}{\rho_0 c_0^2} p \quad (17)$$

Führt man das Potential der Schnelle ein

$$\vec{v} = \operatorname{grad} \Phi \quad (18)$$

so ergibt sich mit (18) in (16) als Beziehung zwischen Schalldruck und der Ortsfunktion des Potentials Φ

$$p = -j \omega \rho_0 \left(1 - j \frac{\eta}{\omega \rho_0}\right) \Phi \quad (19)$$

Setzt man (18) in (17) ein, so ergibt sich

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = -j \frac{\omega}{\rho_0 c_0^2} p$$

bzw. mit Einführung des Laplace-Operators Δ

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi \triangleq \Delta \Phi \quad (20)$$

$$\Delta \Phi = -j \frac{\omega}{\rho_0 c_0^2} p \quad (21)$$

und schließlich mit (19) in (21) ergibt sich die allgemeine Wellengleichung bei sinusförmigem Zeitverlauf in der Form einer partiellen Differentialgleichung der Ortsfunktion des Potentials Φ

$$\Delta \Phi = - \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(1 - j \frac{\eta}{\omega \rho_0}\right) \Phi \quad (22)$$

bzw. mit Einführung der Wellenzahl k_0 in Luft

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (23)$$

$$\Delta \Phi + k_0^2 \left(1 - j \frac{\eta}{\omega \rho_0}\right) \Phi = 0 \quad (24)$$

also

$$\Delta \Phi + \underline{k}^2 \Phi = 0 \quad (24a)$$

mit der komplexen Wellenzahl im porösen Material

$$\underline{k} = k_0 \sqrt{1 - j \frac{\bar{\mu}}{\omega \rho_0}} \quad (25)$$

Gleichung (25) kennzeichnet neben der Abhängigkeit von $\bar{\mu}$ im Prinzip bereits Dispersionsphänomene im porösen Material. Durch Einführen einer dimensionslosen frequenzabhängigen Reibungskonstanten (in der Literatur auch als dimensionsloser Frequenzparameter bezeichnet)

$$\eta = \frac{\bar{\mu}}{\omega \rho_0} \quad (26)$$

bzw. mit k_0 der Gleichung (23) und der Schallkennimpedanz der Luft

$$Z_0 = \rho_0 c_0 \quad (27)$$

geschrieben als

$$\eta = \frac{\bar{\mu}}{k_0 Z_0} \quad (26a)$$

läßt sich (25) vereinfacht darstellen

$$\underline{k} = k_0 \sqrt{1 - j \eta} \quad (25a)$$

Anmerkung: Da in diesem Abschnitt 2.1 alle als Vektoren auftretenden Größen geschlossen als solche gekennzeichnet wurden, können zur Vereinfachung diese Kennzeichen in den folgenden Abschnitten entfallen.

2.2 Ausbreitung einer ebenen Welle in x-Richtung

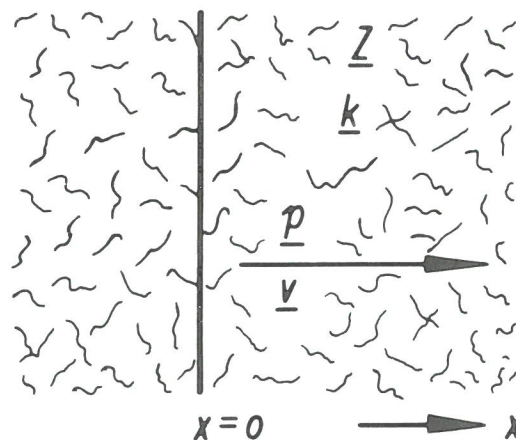


Bild 6: Zur Ausbreitung einer ebenen Schallwelle in einem unendlich ausgedehnten offenporigen Baustoff.

Unter der hypothetischen Annahme einer unendlich ausgedehnten porösen Schicht ($x = -\infty$ bis $x = +\infty$) vereinfacht sich für den eindimensionalen Fall ebener Wellen in x-Richtung die Gleichung (24a) bei bereits vorausgesetztem sinusförmigem Zeitverlauf zu

$$\frac{\partial^2 \underline{\Phi}}{\partial x^2} + \underline{k}^2 \underline{\Phi} = 0 \quad (24b)$$

mit der Lösung bei Einführung einer allgemeinen Amplitude C

$$\underline{\Phi} = C e^{-j(\underline{k}x - \omega t)} = C e^{-j\underline{k}x} e^{j\omega t} = \underline{c} e^{-j\underline{k}x} \quad (28)$$

sowie ergänzend zu (14) und (15) mit der partiellen Ableitung nach der Zeit

$$\frac{\partial \underline{\Phi}}{\partial t} = j \omega \underline{\Phi} \quad (29)$$

Als Zusammenhang zwischen $\underline{\Phi}$ mit \underline{v} ergibt sich über Gleichung (18)

$$\underline{v} = -j \underline{k} \underline{\Phi} \quad (30)$$

Der Zusammenhang zwischen $\underline{\Phi}$ und \underline{p} ist bereits in Gleichung (19) gekennzeichnet. Mit der Definitionsgleichung der spezifischen Schallimpedanz

$$\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} \quad (31)$$

ergibt sich aus der Division der Gleichungen (19) und (30) in Verbindung mit (26) die komplexe Größe

$$\underline{Z} = \frac{\rho_0 \omega}{\underline{k}} (1 - j \eta)$$

sowie mit (23) und (27) umgeschrieben

$$\underline{Z} = Z_0 \frac{k_0}{\underline{k}} (1 - j \eta) \quad (32)$$

und nach Einsetzen von (25a) in (32)

$$\underline{Z} = Z_0 \sqrt{1 - j \eta} \quad (33)$$

bzw. vollständig mit Gleichung (26a)

$$\underline{z} = z_0 \sqrt{1 - j \frac{\eta}{k_0 z_0}} \quad (34)$$

Ergänzend als Erläuterung zu Bild 6 sei hier noch der Verlauf für \underline{p} und \underline{v} angegeben.

Wendet man die Beziehung zwischen Schalldruck und der Ortsfunktion des Potentials der Gleichung (19) für die Differentialgleichung (24b) an, so ergibt sich sofort die Differentialgleichung für den Schalldruck in der Form

$$\frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial x^2} + \underline{k}^2 \underline{p} = 0 \quad (35)$$

mit der Lösung bei Einführung einer allgemeinen Amplitude C

$$\underline{p} = C e^{-j(\underline{k}x - \omega t)} = C e^{-j\underline{k}x} e^{j\omega t} = \underline{C} e^{-j\underline{k}x} \quad (36)$$

Für den Verlauf der Schallschnelle \underline{v} läßt sich mit der Definitionsgleichung (31) sofort schreiben

$$\underline{v} = \frac{C}{\underline{z}} e^{-j(\underline{k}x - \omega t)} = \frac{C}{\underline{z}} e^{-j\underline{k}x} e^{j\omega t} = \frac{C}{\underline{z}} e^{-j\underline{k}x} \quad (37)$$

2.21 Komplexe Wellenzahl in Real- und Imaginärteil

Um die mit wachsender Ausbreitung einer ebenen Welle in x-Richtung erfolgende Dämpfung bzw. "Pegelminderung" sowie die Phasengeschwindigkeit besser diskutieren zu können, sei die komplexe Wellenzahl der Gleichung (25a) in Real- und Imaginärteil geschrieben.

Es gilt allgemein [34]

$$\sqrt{a \pm jb} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} + a)} \pm j \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{a^2 + b^2} - a)} \quad (38)$$

Damit wird (25a)

$$\underline{k} = k_0 \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{1 + \eta^2} + 1)} - j k_0 \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{1 + \eta^2} - 1)} \quad (39)$$

Führt man für (39) eine allgemeine komplexe Wellenzahl ein

$$\underline{k} = \frac{\omega}{a} - \frac{j}{b} \quad (40)$$

also mit a als Phasengeschwindigkeit und b als auf x bezogene normierte Dämpfungsgröße (Reichweite), so läßt sich die Ausbreitung z.B. für p in einfacher Weise darstellen

$$p = C e^{-j \left[\left(\frac{\omega}{a} - \frac{j}{b} \right) x - \omega t \right]}$$

$$p = C e^{-\frac{x}{b}} e^{-j \omega \left(\frac{x}{a} - t \right)} \quad (41)$$

Im folgenden sei die Phasengeschwindigkeit a und die die Dämpfung bestimmende Größe b ermittelt und in eine Pegelminderung in dB/m umgerechnet.

2.22 Phasengeschwindigkeit a

Aus der Gegenüberstellung von (39) und (40) folgt

$$\frac{\omega}{a} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} + 1} \quad (42)$$

und mit (23)

$$a = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{1+\eta^2} + 1}}$$

sowie durch Erweitern mit $\sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1}$ nach einigen Schritten

$$a = \frac{c_0 \sqrt{2}}{\eta} \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1} \quad (43)$$

bzw. mit (26) vollständig in Verbindung mit (27)

$$a = \frac{\omega Z_0 \sqrt{2}}{\eta} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta}{\omega \rho_0} \right)^2} - 1} \quad (44)$$

Mit (44) läßt sich $a(f, \Xi)$ darstellen (s. Bild 7)

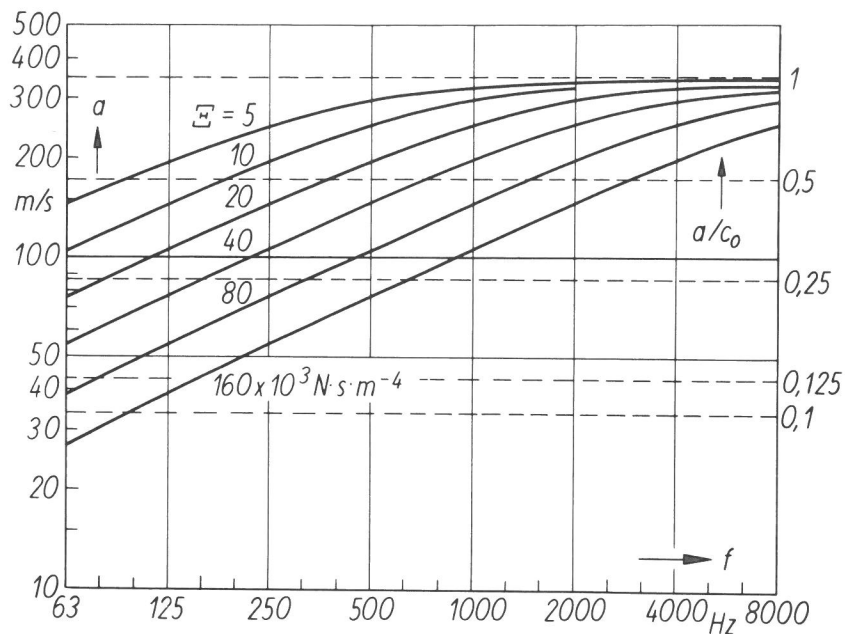


Bild 7: Absolute und relative Phasengeschwindigkeit einer Schallwelle in einem offenporigen Baustoff in Abhängigkeit von der Frequenz bei verschiedenen Strömungswiderständen als Parameter.

2.23 Ausbreitungsdämpfung

Aus der Gegenüberstellung von (39) und (40) folgt ferner

$$\frac{1}{b} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1} \quad (45)$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{k_0 \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1}}$$

sowie wieder durch Erweitern mit $\sqrt{\sqrt{1+\eta^2} + 1}$ nach einigen Schritten

$$b = \frac{\sqrt{2}}{k_0 \eta} \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} + 1} \quad (46)$$

bzw. mit (26) vollständig in Verbindung mit (27)

$$b = \frac{Z_0 \sqrt{2}}{\Xi} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\Xi}{\omega \rho_0}\right)^2} + 1} \quad (47)$$

Mit (47) ließe sich wieder $b(f, \Xi)$ darstellen. In der Praxis wird jedoch mehr die Dämpfung D in dB pro Längeneinheit interessieren. Zur Umrechnung von b in D kann die Gleichung (41) herangezogen werden. Aus dem Energiequotienten, also dem Schalldruckquadrat bei $x=0$ gegenüber der Längeneinheit $x=1$ ergibt sich

$$D = 20 \lg e^{\frac{1}{b}} = \frac{1}{b} 20 \lg e \quad \text{in dB} \quad (48)$$

Gleichung (45) in (48) eingesetzt, gibt

$$D = \frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} k_0 \sqrt{\sqrt{1+\eta^2} - 1} \quad \text{in dB} \quad (49)$$

bzw. mit (16) vollständig in Verbindung mit (13)

$$D = \frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\Xi}{\omega \rho_0}\right)^2} - 1} \quad \text{in dB} \quad (50)$$

Bei Einsetzen der Größen im SI-System ergibt sich unmittelbar D in dB/m. Gleichung (50) läßt sich als $D(f, \Xi)$ darstellen (siehe Bild 8).

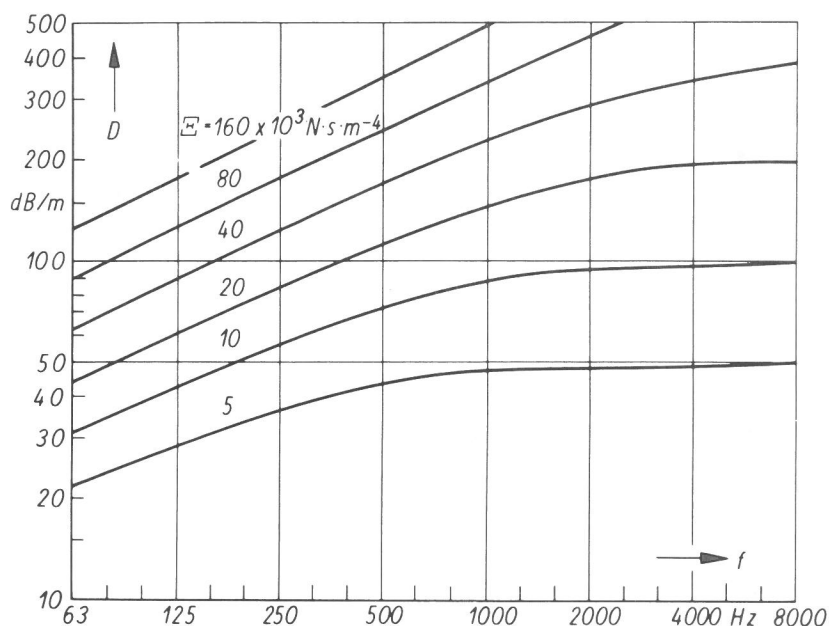


Bild 8: Auf die Längeneinheit bezogene Ausbreitungsdämpfung einer Schallwelle in einem offenporigen Baustoff in Abhängigkeit von der Frequenz bei verschiedenen Strömungswiderständen als Parameter.

3. Wellenausbreitung über eine Grenzschicht mit porösem Material unendlicher Dicke

3.1 Bei senkrechtem Schalleinfall

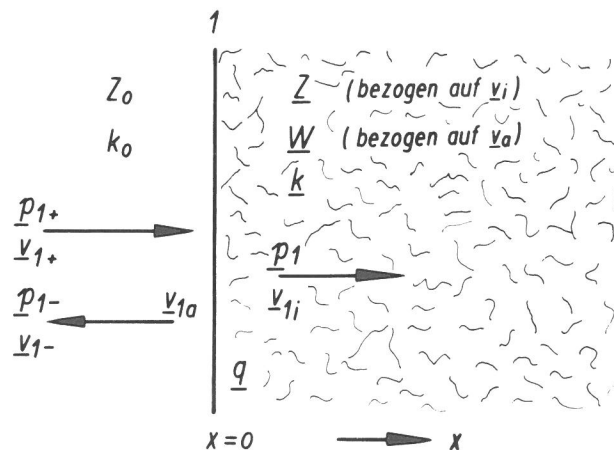


Bild 9: Zur Ausbreitung einer ebenen Schallwelle über eine Grenzschicht mit porösem Material unendlicher Dicke bei senkrechtem Schalleinfall.

Im Vorgriff auf die Ableitungen im folgenden Abschnitt 4 bei Vorhandensein von 2 Grenzschichten "Luft - poröses Material" sei hier in Bild 9 die Grenzschicht bei $x=0$ mit dem Index 1 gekennzeichnet. Der Index 1+ kennzeichne die Komponenten der hineilenden, der Index 1- die der an der Grenzschicht reflektierten Wellen, sowie der Index 1 dann die resultierenden Größen, die sich für $x > 0$ gemäß den Gesetzen im vorigen Abschnitt in der unendlich dicken porösen Schicht ausbreiten. An der Grenzschicht selbst sind innerer und äußerer Druck gleich, jedoch innere und äußere Schnelle verschieden und daher mit v_i und v_a bezeichnet. Gleich ist dagegen an der Grenzschicht der Schallfluß q

$$q = \underline{v}/S \quad (51)$$

Bezeichnet man die äußere Flächeneinheit mit S_{1a} und - bei Annahme des Rayleigh - Modelles - die von der Schnelle v_i durchströmte innere "Fläche" mit S_{1i} , so gilt

$$\underline{v}_{1a} S_{1a} = \underline{v}_{1i} S_{1i} \quad (52)$$

bzw.

$$\underline{v}_{1a} = \underline{v}_{1i} \frac{S_{1i}}{S_{1a}} \quad (52a)$$

oder bezogen auf die Längeneinheit $x=1$ mit dem Volumenquotienten

$$\underline{v}_{1a} = \underline{v}_{1i} \frac{V_{1i}}{V_{1a}} \quad (52b)$$

Bezeichnet man den mit festem Material (z.B. Fasern) auf V_{1a} bezogenen Anteil mit V_{im} , so läßt sich auch schreiben

$$\underline{v}_{1a} = \underline{v}_{1i} \frac{V_{1a} - V_{im}}{V_{1a}} \quad (52c)$$

wobei der Quotient in (52c) also die Porosität σ bedeutet, d.h.

$$\underline{v}_{1a} = \underline{v}_{1i} \sigma \quad (52d)$$

Definiert man nach Vorschlägen von Schuster und Waetzmann mit

$$\underline{W} = \frac{p_1}{\underline{v}_{1a}} \quad (53)$$

den äußeren komplexen Wandwiderstand \underline{W} , also mit (52d) in (53)

$$\underline{W} = \frac{p_1}{\underline{v}_{1i} \sigma} \quad (53a)$$

so läßt sich mit (31) und der in (33) mit der "inneren Schnelle" der unendlich großen porösen Schicht abgeleiteten Schallkennimpedanz \underline{Z} sofort schreiben

$$\underline{W} = \frac{\underline{Z}}{\sigma} \quad (54)$$

also

$$\underline{W} = \frac{Z_0}{\sigma} \sqrt{1 - j \eta} \quad (54a)$$

Damit kann die in der porösen Schicht für $x > 0$ fortschreitende Welle für p und auch für v durch die resultierenden Größen von \underline{v}_{1+} und \underline{v}_{1-} beschrieben werden, also jetzt mit $\underline{v}_{1a} \stackrel{\Delta}{=} v_1$

$$\begin{aligned} p_{1+} &= A e^{-jk_0 x} e^{j\omega t} \\ p_{1-} &= B e^{jk_0 x} e^{j\omega t} \\ p_1 &= C e^{-jkx} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \underline{v}_{1+} &= \frac{A}{Z_0} e^{-jk_0 x} e^{j\omega t} \\ \underline{v}_{1-} &= -\frac{B}{Z_0} e^{jk_0 x} e^{j\omega t} \\ \underline{v}_1 &= \frac{C}{\underline{W}} e^{-jkx} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (56)$$

Aus den Stetigkeitsbedingungen an der Grenzfläche $x=0$, nämlich der Gleichheit der Kräfte

$$A + B = C \quad (57)$$

sowie Kontinuität der Bewegung

$$\frac{A}{Z_0} - \frac{B}{Z_0} = \frac{C}{\underline{W}} \quad (58)$$

läßt sich der Reflexionsfaktor \underline{r} und der Durchlaßfaktor $\underline{d} = (1+\underline{r})$ bestimmen mit

$$\underline{r} = \frac{p_{1-}}{p_{1+}} = \frac{B}{A} \quad (59)$$

und

$$\underline{d} = \frac{p_1}{p_{1+}} = 1+\underline{r} = 1+\frac{B}{A} = \frac{A+B}{A} = \frac{C}{A} \quad (60)$$

Löst man (58) nach C auf, so ergibt sich nach Einsetzen in (57) nach einigen Schritten

$$\underline{r} = \frac{B}{A} = \frac{\underline{W} - Z_0}{\underline{W} + Z_0} \quad (61)$$

sowie aus (60)

$$\underline{d} = 1+\underline{r} = \frac{2 \underline{W}}{\underline{W} + Z_0} \quad (62)$$

Mit diesen Gleichungen (61) und (62) sind also der Reflexionsfaktor und der Durchlaßfaktor beim Auftreffen einer ebenen Schallwelle auf eine rückwirkungsfreie poröse Schicht beschrieben in Verbindung mit dem Wandwiderstand \underline{W} der Gleichung (54) und allen Komponenten von Druck und Schnelle im Gleichungssystem (55) (56) in Verbindung mit der komplexen Wellenzahl der Gleichungen (25) bzw. (25a) bzw. ihrem Real- und Imaginärteil in Gleichung (39) mit allen Folgerungen der Abschnitte 2.22 und 2.23.

Diese Beschreibung gilt jedoch zunächst nur für das idealisierte Rayleigh - Modell, d.h. bei in x-Richtung orientierten zueinander parallelen "Kapillarröhren". In der Praxis in porösen Schichten auf-

tretende Strukturabweichungen durch schräge oder räumlich statistisch verteilte, z.T. miteinander gekoppelte oder mit zusätzlichen Volumenverengungen bzw. -erweiterungen gekennzeichnete "Kanäle", wie sie z.B. bei Faserdämmstoffplatten oder bei haufwerkporigen Betonen auftreten können, lassen sich nach Vorschlägen von Zwicker, Eijk und Kosten [35] durch einen Strukturfaktor χ kennzeichnen, der im Verhältnis zur Porosität und der "Reibungskonstanten" angebar ist. Hierbei ist anstelle der Porosität einzusetzen

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{\chi}} \quad (63)$$

sowie bei üblicher Messung des spezifischen Strömungswiderstandes \bar{w} (z.B. nach DIN 52 213 [36]) aus "äußeren Druckdifferenzen" für die dimensionslose Reibungskonstante

$$\eta' = \frac{\bar{w} \sigma}{\chi w \rho_0} = \eta \frac{\sigma}{\chi} \quad (64)$$

Für den komplexen Wandwiderstand der Gleichung (54a) ist durch Einsetzen von (63) und (64) sofort zu schreiben

$$\begin{aligned} \underline{W} &= \frac{Z_0}{\sigma'} \sqrt{1 - j \eta'} \\ \underline{W} &= \frac{Z_0 \sqrt{\chi}}{\sigma} \sqrt{1 - j \eta \frac{\sigma}{\chi}} \\ \underline{W} &= \frac{Z_0}{\sigma} \sqrt{\chi - j \eta \sigma} \end{aligned} \quad (65)$$

Bei der komplexen Wellenzahl ist der Einsatz von (63) und (64) unmittelbar nicht möglich, da sie zunächst aus der Potentialgleichung (24), also nach den Ansätzen des unendlich ausgedehnten Mediums, d.h. im Prinzip mit der "inneren Schnelle" v_i abgeleitet war. Es ist zweckmäßig, hierbei die Änderung im Ansatz und wichtigen Stationen des Lösungsweges zu verfolgen.

Anmerkung: Alle bisherigen Ergebnisse - also auch die ohne den modifizierten Wandwiderstand der Gleichung (65) - sind somit Näherungen für $\frac{\sigma}{\chi} = 1$, die - wie experimentelle Vergleiche bei Absorptionsmessungen zeigen - für viele Bereiche zu brauchbaren Übereinstimmungen zwischen Meß- und Erwartungswerten führten.

Die Differentialgleichung (11), modifiziert als Ortsfunktion (16) galt im Prinzip für die innere Schnelle v_i und lautet jetzt für die äußere Schnelle v_a mit χ und σ

$$-\text{grad } \underline{p} = (j \omega \rho_0 \frac{\chi}{\sigma} + \Xi) \underline{v}_a \quad (66)$$

$$-\text{grad } \underline{p} = j \omega \rho_0 \frac{\chi}{\sigma} (1 - j \frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0 \chi}) \underline{v}_a \quad (66a)$$

bzw. mit (64) umgeschrieben

$$-\text{grad } \underline{p} = j \omega \rho_0 \frac{\chi}{\sigma} (1 - j \eta') \underline{v}_a \quad (66b)$$

Entsprechend (52d) ist anstelle der Gleichung (17) anzusetzen

$$-\text{div } \underline{v}_a = j \frac{\omega}{\rho_0 c_0^2} \sigma \underline{p} \quad (67)$$

über das Potential der Schnelle der Gleichung (18) in der Bedeutung von \underline{v}_a und $\underline{\Phi}_a$ läßt sich die Wellengleichung in der Form der partiellen Differentialgleichung der Ortsfunktion des Potentials äquivalent dem Rechengang (19) bis (24) ableiten. Hierbei ergibt sich zunächst mit (18) in (66b)

$$\underline{p} = -j \omega \rho_0 \frac{\chi}{\sigma} (1 - j \eta') \underline{\Phi} \quad (68)$$

und schließlich mit (18) in (67) und danach Einsetzen von (68)

$$\Delta \underline{\Phi} + k_0^2 \chi (1 - j \eta') \underline{\Phi} = 0 \quad (69)$$

bzw. wieder in der verkürzten Schreibweise

$$\Delta \underline{\Phi} + \underline{k}'^2 \underline{\Phi} = 0$$

mit der neuen komplexen Wellenzahl \underline{k}' für das gegenüber dem Rayleigh-Modell modifizierte ideal-isotrope poröse Material.

$$\underline{k}' = k_0 \sqrt{\chi} \sqrt{1 - j \eta'}$$

bzw. mit (64)

$$\underline{k}' = k_0 \sqrt{\chi - j \eta' \sigma} \quad (70)$$

sowie Aufspaltung in Real- und Imaginärteil nach (38)

$$\underline{k}' = k_o \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + \eta^2 \sigma^2} + x \right)} - j k_o \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + \eta^2 \sigma^2} - x \right)} \quad (71)$$

Leitet man äquivalent zu (30) ab

$$\underline{v}_a = -j \underline{k}' \underline{\Phi}_a \quad (72)$$

so ergibt sich auch hier der Wandwiderstand als

$$\underline{W} = \frac{p}{\underline{v}_a}$$

aus der Division von (68) durch (72) zu

$$\underline{W} = \frac{w \rho_o}{\underline{k}'} \frac{x}{\sigma} (1 - j \eta') \quad (73)$$

bzw. mit (23) und (27)

$$\underline{W} = \frac{Z_o}{\sigma} \frac{k_o}{\underline{k}'} x (1 - \eta') \quad (73a)$$

sowie mit (64)

$$\underline{W} = \frac{Z_o}{\sigma} \frac{k_o}{\underline{k}'} (x - j \eta \sigma) \quad (73b)$$

und schließlich nach Einsetzen von (70) in (73b)

$$\underline{W} = \frac{Z_o}{\sigma} \sqrt{x - j \eta \sigma} \quad (73c)$$

als Lösung für \underline{W} , die bereits als (65) durch Einsetzen von (63) mit (64) in (54a) auf andere Weise erhalten war, und jetzt vollständig mit (26)

$$\underline{W} = \frac{Z_o}{\sigma} \sqrt{x - j \frac{\eta \sigma}{w \rho_o}} \quad (73e)$$

sowie entsprechend (71) in Real- und Imaginärteil

$$\underline{W} = \frac{Z_o}{\sigma} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + \left(\frac{\eta \sigma}{w \rho_o} \right)^2} + x \right)} - j \frac{Z_o}{\sigma} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + \left(\frac{\eta \sigma}{w \rho_o} \right)^2} - x \right)} \quad (73f)$$

In dieser Form sind Real- und Imaginärteil einzeln darstellbar als $\text{Re}\{W(f, \Xi, \sigma, \chi)\}$ und $\text{Im}\{W(f, \Xi, \sigma, \chi)\}$ (siehe Bild 10) oder der Betrag $|W|(f, \Xi, \sigma, \chi)$ (siehe Bild 11) der sich hier bestimmen läßt zu

$$|W| = \frac{Z_0}{\sigma} \left[\chi^2 + \left(\frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0} \right)^2 \right]^{1/4} \quad (73g)$$

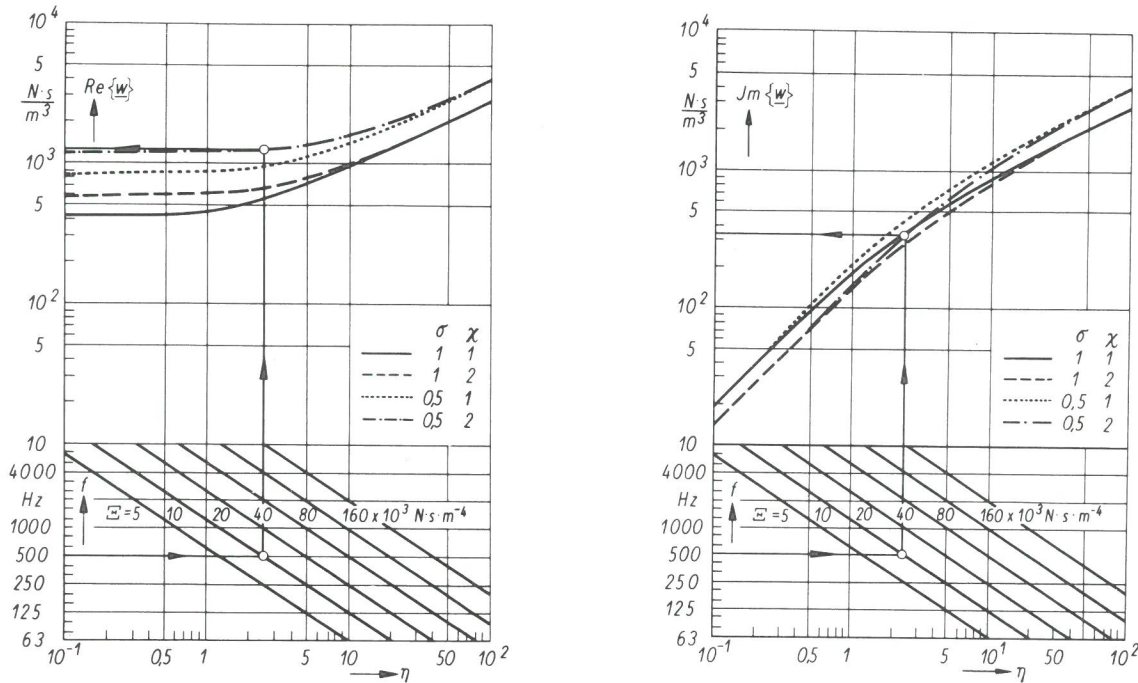
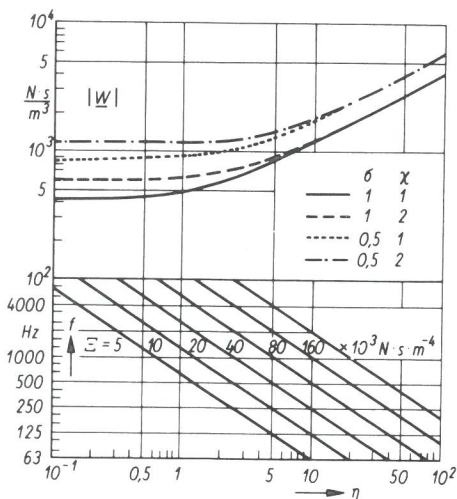


Bild 10: Real- und Imaginärteil des Wandwiderstandes.

Beispiel: $f = 500 \text{ Hz}$; $\Xi = 10 \cdot 10^3 \text{ N.s.m}^{-4}$; $\sigma = 0,5$; $\chi = 2$

$$\text{Re } W = 1220 \text{ N.s.m}^{-3}$$

$$\text{Im } W = 345 \text{ N.s.m}^{-3}$$



Komplexer Wandwiderstand poröser Baustoffe unendlicher Dicke bei senkrechtem Schalleinfall in Abhängigkeit von der Frequenz mit dem spez. Strömungswiderstand als Hauptparameter sowie dem Einfluß der Porosität und des Strukturfaktors als Nebenparameter.

Bild 11: Betrag des Wandwiderstandes.

3.2 Bei schrägem Schalleinfall

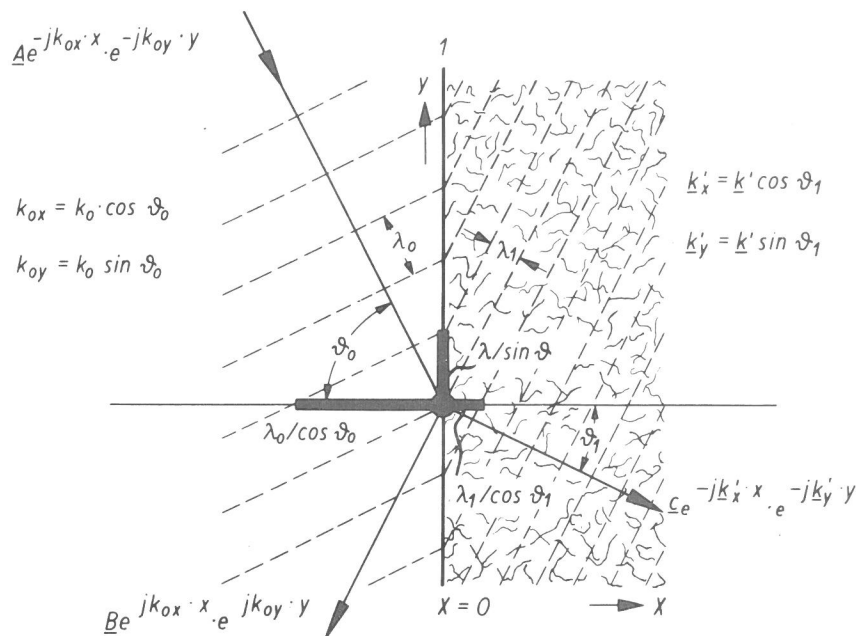


Bild 12: Zur Ausbreitung einer ebenen Schallwelle über eine Grenzschicht mit porösem Material unendlicher Dicke bei schrägem Schalleinfall.

Ergänzend zum Bild 9 seien im Bild 12 die besonderen Phänomene bei schrägem Schalleinfall dargestellt durch eine mit ϑ_0 auf die Grenzschicht ($x=0$) einfallende Welle A und von ihr reflektierte Welle B sowie die sich im rückwirkungsfreien porösen Material gebrochen mit dem Winkel ϑ_1 ausbreitende Welle C zusammen mit den Wellenlängen und Wellenzahlen mit ihren Komponenten in x- und y-Richtung. A, B und C seien äquivalent zu dem Gleichungssystem (55) (56) allgemeine komplexe Amplituden der zugehörigen Größen des Wellenfeldes (z.B. p , v , Φ). Dabei ist zur Vereinfachung angenommen, daß sich bei jeder mit einem Winkel ϑ_0 einfallenden ebenen Welle das Koordinatensystem so drehen läßt, daß $z=0$ wird. Wegen der Dispersionsphänomene in der porösen Schicht ist dabei zu erwarten, daß bei jeweils gleichem ϑ_0 der Winkel ϑ_1 der gebrochenen Welle C von der Frequenz, genauer von der frequenzabhängigen dimensionslosen Reibungskonstanten abhängig ist im Sinne ϑ_1 (η').

Im folgenden seien die hier interessierenden vom Einfallswinkel abhängigen Größen \underline{k}'_x (ϑ_0) und \underline{W} (ϑ_0) abgeleitet.

Die mit (69) auch hier gültige "Räumliche Wellengleichung" bei

sinusförmigem Zeitverlauf in Form einer partiellen Differentialgleichung der Ortsfunktion des Potentials läßt sich mit (70) modifiziert schreiben als

$$\Delta \underline{\Phi} + k_0^2 (\chi - j \eta \sigma) \underline{\Phi} = 0 \quad (74)$$

Nach Bild 12 ist nun für das Innere der porösen Schicht auch eine Abhängigkeit in der wandparallelen y -Richtung gegeben. Als Ansatz der Lösung für das Potential läßt sich mit Einführung der allgemeinen komplexen Amplitude \underline{C} schreiben

$$\underline{\Phi} = \underline{C} e^{-jk'_x x} e^{-jk'_y y} \quad (75)$$

Für die tangentielle Komponente von \underline{k}' (wandparallele Komponente) gilt

$$k_{oy} = \underline{k}'_y$$

d.h. als Folge der an der Grenzschicht gleichen Spurgeschwindigkeiten in beiden Medien ist die für die wandparallele Periodizität maßgebliche Komponente \underline{k}'_y durch die entsprechende Komponente $k_{oy} = k_0 \sin \vartheta_0$ festgelegt, als

$$k_0 \sin \vartheta_0 = \underline{k}'_y \quad (76)$$

Da im folgenden alle Größen in Abhängigkeit vom Einfallswinkel der Schallwelle vor der Grenzschicht - also in Luft - beschrieben werden, kann fortan auf den hierauf hinweisenden Index verzichtet werden im Sinne $\vartheta \hat{=} \vartheta_0$

$$k_0 \sin \vartheta = \underline{k}'_y \quad (76a)$$

Mit

$$\underline{k}_y = \sqrt{\underline{k}'^2 - \underline{k}'_x^2}$$

ergibt sich somit über (76a)

$$k_0 \sin \vartheta = \sqrt{\underline{k}'^2 - \underline{k}'_x^2}$$

$$\underline{k}'_x^2 = \underline{k}'^2 - k_0^2 \sin^2 \vartheta$$

Setzt man hier für \underline{k}' Gleichung (70) ein, so ergibt sich

$$\underline{k}'_x = k_0 \sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \eta \sigma} \quad (77)$$

und damit für den Ansatz in Gleichung (75)

$$\underline{\Phi} = \underline{C} e^{-j k_0 \sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \eta \sigma} \cdot x} e^{-j k_0 \sin \vartheta y} \quad (78)$$

Mit (78) in (18) und (68) ergibt sich der komplexe Wandwiderstand $\underline{W} = \underline{p}/\underline{v}$ zu

$$\underline{W}_\vartheta = \frac{-j \omega \frac{\rho_0}{\sigma} (\chi - j \eta \sigma) \underline{\Phi}}{\text{grad } \underline{\Phi}} \quad (79)$$

sowie mit $\text{grad } \underline{\Phi} = -j \underline{k}' \underline{\Phi}$

bzw. hier $\frac{\partial \underline{\Phi}}{\partial x} = -j \underline{k}'_1 \underline{\Phi}$

in Verbindung mit $\omega = k_0 c_0$

$$\underline{W}_\vartheta = \frac{Z_0}{\sigma} \frac{k_0}{\underline{k}'_x} (\chi - j \eta \sigma) \quad (80)$$

sowie nach Einsetzen von (70) in (80)

$$\underline{W}_\vartheta = \frac{Z_0}{\sigma} \frac{(\chi - j \eta \sigma)}{\sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \eta \sigma}} \quad (80a)$$

sowie vollständig mit (26a)

$$\underline{W}_\vartheta = \frac{Z_0}{\sigma} \frac{\left(\chi - j \frac{\bar{\mu} \sigma}{k_0 Z_0} \right)}{\sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \frac{\bar{\mu} \sigma}{k_0 Z_0}}} \quad (80b)$$

Abschließend seien wieder die zugehörigen Reflexions- und Transmissionsfaktoren angegeben. Aus der in Bild 12 ablesbaren Beziehung

$$\underline{v}_{1x} = (\underline{v}_{1+} + \underline{v}_{1-}) \cos \vartheta = \frac{(\underline{p}_{1+} - \underline{p}_{1-})}{Z_0} \cos \vartheta$$

ergibt sich äquivalent den Ableitungen (55) bis (62)

$$\underline{r} = \frac{\underline{W}_\vartheta - Z_0 / \cos \vartheta}{\underline{W}_\vartheta + Z_0 / \cos \vartheta} \quad (81)$$

sowie

$$\underline{d} = 1 + \underline{r} = \frac{2 \underline{W}_g}{\underline{W}_g + Z_0 / \cos \vartheta} \quad (82)$$

Damit sind alle den schrägen Schalleinfall auf eine rückwirkungsfreie poröse Schicht betreffenden Größen und Zusammenhänge beschrieben.

4. Dissipative Dämmung eines porösen Materials endlicher Dicke l

4.1 Bei senkrechtem Schalleinfall

4.11 Elementarmodell auf der Basis der komplexen Reflexions- und Transmissionsfaktoren an den Grenzschichten

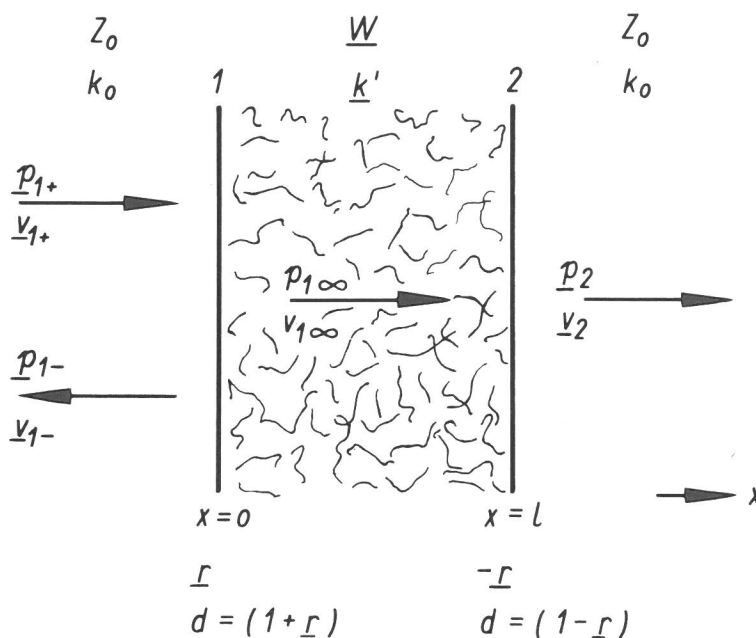


Bild 13: Elementarmodell zur Ableitung einer dissipativen Schalldämmung offenporiger Bauteile endlicher Dicke bei senkrechtem Schalleinfall.

In dem vereinfachten Modell soll der Index ∞ die auf \underline{W} bezogenen, damit resultierenden Komponenten vor der Grenzschicht von \underline{p} und \underline{v} kennzeichnen. Für die Grenzschicht 1 gilt nach Bild 9

$$p_{1\infty} = p_{1+} + p_{1-}$$

bzw. nach Gleichung (60) sinngemäß

$$p_{1\infty} = p_{1+} \underline{d} = p_{1+} (1 + \underline{r}) \quad (83)$$

Für die Grenzschicht 2 mit $-\underline{r}$ soll für den ersten Ansatz - unter Vernachlässigung der Ausbreitungsphänomene - in der porösen Schicht gelten

$$p_2 = p_{1\infty} (1-\underline{r}) \quad (84)$$

Gleichung (83) in (84) eingesetzt, ergibt

$$p_2 = p_{1+} (1+\underline{r})(1-\underline{r})$$

$$\frac{p_{1+}}{p_2} = \frac{1}{1-\underline{r}^2}$$

sowie mit (61) für \underline{r}

$$\frac{p_{1+}}{p_2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\underline{W} - Z_0}{\underline{W} + Z_0} \right)^2} = \frac{(\underline{W} + Z_0)}{4 \underline{W} Z_0} \quad (85)$$

bzw. in einer zum Vergleich mit den Ergebnissen der folgenden Abschnitte modifizierten Schreibweise

$$\frac{p_{1+}}{p_2} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] \quad (86)$$

Entsprechend läßt sich über $v_2 = v_{1+} (1-r)(1+r)$ ableiten

$$\frac{v_{1+}}{v_2} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] \quad (86a)$$

Damit läßt sich das Schalldämm-Maß R aus der auffallenden Schallleistung - hier nicht identisch mit der resultierenden Schalleistung^{*)} vor der Grenzschicht - und der von der porösen Wand durchgelassenen Schalleistung im Sinne von

$$R = 20 \lg \left| \frac{p_{1+}}{p_2} \right| = 20 \lg \left| \frac{v_{1+}}{v_2} \right| \quad (87)$$

schreiben zu

$$R = 20 \lg \left| \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] \right| \quad (88)$$

Die Lösung des Schalldämm-Maßes R der Gleichung (88) bzw. die Gleichungen (86) und (86a) sind unbefriedigend, weil die Ergebnisse unabhängig von der Schichtdicke sind. Die Ursache liegt darin, daß zwei wesentliche Vorgänge in der Wirkungskette von p_{1+} bis p_2 bzw. v_{1+} bis v_2 beim Elementarmodell zunächst unberücksichtigt blieben, nämlich

*) genau: mit der aus dem resultierenden Schalldruck bzw. Schallschnelle vor der Grenzschicht ermittelten Schalleistung

- a) die Änderung von $p_{1\infty}$ bzw. $v_{1\infty}$ infolge der durch \underline{k}' gekennzeichneten Ausbreitungsbedingungen zwischen den Grenzschichten 1 und 2, also von $x=0$ bis $x=1$,
- b) die Vernachlässigung der Mehrfachreflexionen bzw. -transmissionen an den beiden Grenzschichten 1 und 2, also bei $x=0$ und $x=1$ unter der Voraussetzung einer im Vergleich mit der Ausbreitungsdämpfung zu geringen Schichtdicke l .

Das Elementarmodell bedeutet, wie der Vergleich mit den Lösungen der folgenden Abschnitte zeigen wird, letztthin zunächst nur eine Näherung für den Grenzfall sehr dünner Schichten, also z.B. für poröse Vliese.

4.12 Erweitertes Modell mit Berücksichtigung der Wellenausbreitung in der porösen Schicht

Berücksichtigt man, wie unter a) im vorigen Abschnitt bereits gekennzeichnet, auch die Ausbreitungsphänomene in der Schicht zwischen 1 und 2 nach Bild 13, so wird auf die Grenzschicht 2 (bei $x=1$) $p_{1\infty}$ bzw. $v_{1\infty}$ in reduzierter Größe auftreten als

$$p_{1\infty} e^{-j\underline{k}'l} \quad \text{bzw.} \quad v_{1\infty} e^{-j\underline{k}'l} \quad (89)$$

Damit läßt sich nunmehr ansetzen

$$p_2 = p_{1+} (1+r) e^{-j\underline{k}'l} \quad (1-r)$$

und hieraus

$$\frac{p_{1+}}{p_2} = \frac{1}{1-r^2} e^{j\underline{k}'l} \quad (90)$$

so daß sich in der Schreibweise von (86) sofort ergibt

$$\frac{p_{1+}}{p_2} = \frac{v_{1+}}{v_2} = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \right] \frac{e^{j\underline{k}'l}}{2} \quad (91)$$

bzw. für das Schalldämm-Maß R

$$R = 20 \lg \left| \left[\frac{e^{j\underline{k}'l}}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \frac{e^{j\underline{k}'l}}{2} \right] \right| \quad (92)$$

Die Lösungen dieses Modelles berücksichtigen bereits einmalige Reflexionen bzw. Transmissionen an beiden Grenzschichten einschließlich der einmaligen Ausbreitung zwischen den Grenzschichten, setzen dabei

jedoch voraus, daß die an der Grenzschicht 2 reflektierte "innere Welle" bei ihrem Rücklauf bis zur Grenzschicht 1 auf vernachlässigbare Werte gedämpft ist mit der Folge vernachlässigbarer Rückwirkungen an der Grenzschicht 1 im Hinblick auf erneute Reflexion bzw. Rücktransmission in den Raum vor der porösen Wand. Dies trifft sicher nur als zweite Näherung für relativ dicke Schichten zu, bzw., wie die folgenden Diskussionen noch zeigen werden, für hohe Frequenzen. Damit hat auch die Lösung mit diesem Modell in weiten Bereichen als Näherung reale Bedeutung.

4.13 Vollständiges Modell mit Berücksichtigung der inneren Mehrfachreflexionen und Transmissionen an den Grenzschichten - - - - -

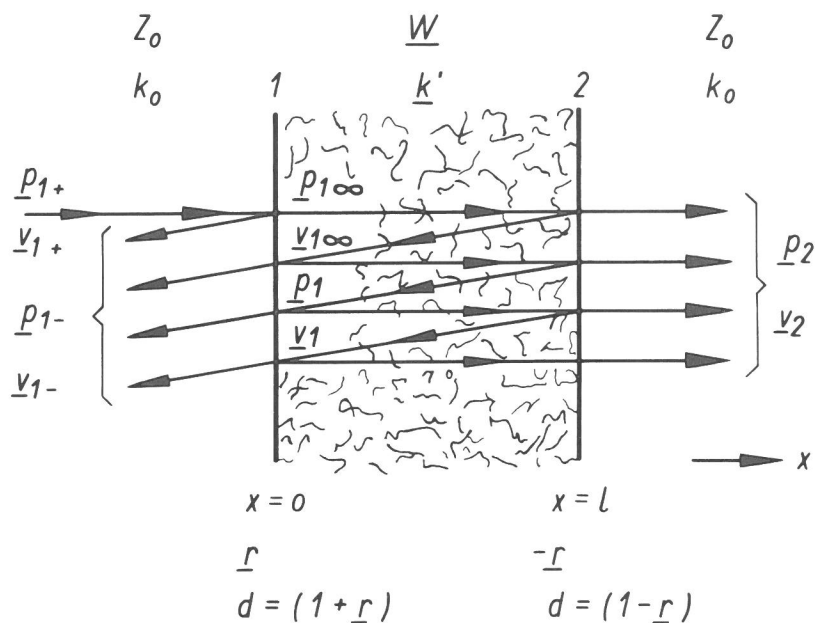


Bild 14: Vollständiges Modell zur Ableitung einer dissipativen Schalldämmung offenporiger Bauteile endlicher Dicke bei senkrechtem Schalleinfall mit Berücksichtigung der Mehrfachreflexionen und -transmissionen an den Grenzschichten.

Mit dem Modell des Bildes 14 seien die Anmerkungen a) und b) des Abschnittes 4.11 vollständig berücksichtigt. Eine mit p_{1+} bzw. v_{1+} auf die Grenzschicht 1 senkrecht auffallende Welle werde mit einer Teilkomponente von p_{1-} bzw. v_{1-} reflektiert. Die zunächst hinter 1 durchgelassene, in x-Richtung fortschreitende Welle setzt sich dann weiter aus einer unendlichen Reihe von Teilwellen zusammen, deren gegenseitige Amplituden- und Phasenlagen sich aus den laufenden Hin- und Rückläufen mit evtl. Phasensprüngen durch Reflexionen an den Grenzschichten ergeben. Hier wurden nur 4 Teilkomponenten als Folge der einfallenden Welle angedeutet. Dieser Vorgang läßt sich

zusammenfassend wie folgt kennzeichnen, hierbei zunächst für die resultierende Schallschnelle \underline{v}_1 .

Setzt man als Reflexionsfaktor von innen nach außen stets an $-\underline{r}$, im Gegensatz zu Bild 13 und 14, wo stets der Reflexionsfaktor in x-Richtung, also bei 1: "Luft - Schicht", bei 2: "Schicht - Luft" eingezeichnet ist, so läßt sich unter Berücksichtigung der Vorzeichen schreiben

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_{1\infty} \left(1 + \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l} + \underline{r}^4 e^{-j4\underline{k}'l} + \dots \dots + \underline{r}^{2n} e^{-j2n\underline{k}'l} \right) \quad (93)$$

Diese geometrische Reihe läßt sich in der Form zusammenfassen

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_{1\infty} \frac{1 - \left(\underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l} \right)^n}{1 - \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l}} \quad (93a)$$

Für den hier zutreffenden Fall $\underline{r}^2 < 1$ konvergiert diese Reihe (93), so daß sich schreiben läßt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \underline{v}_1 = \frac{\underline{v}_{1\infty}}{\left(1 - \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l} \right)} \quad (94)$$

also

$$\underline{v}_1 = \frac{\underline{v}_{1\infty}}{\left(1 - \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l} \right)} \quad (94a)$$

Setzt man äquivalent zu (83) an

$$\underline{v}_{1\infty} = \underline{v}_{1+} \underline{d} = \underline{v}_{1+} (1+\underline{r}) \quad (95)$$

und Gleichung (95) in (94a) ein, so ergibt sich die resultierende Schnelle an der Grenzschicht 1 zu

$$\underline{v}_1 = \frac{\underline{v}_{1+} (1+\underline{r})}{\left(1 - \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l} \right)} \quad (96)$$

\underline{v}_1 wandert von der Grenzschicht 1 mit $e^{-j\underline{k}'l}$ zur Grenzschicht 2 und wird dort transmittiert über $d = (1-r)$ zu \underline{v}_2 also

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_1 e^{-j\underline{k}'l} (1-\underline{r}) \quad (97)$$

Gleichung (96) in (97) ergibt somit

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_{1+} \frac{(1+\underline{r})(1-\underline{r}) e^{-j\underline{k}'l}}{(1-\underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l})}$$

bzw. als Schnellequotient

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \frac{(1 - \underline{r}^2 e^{-j2\underline{k}'l}) e^{j\underline{k}'l}}{(1-\underline{r}^2)} \quad (98)$$

und weiter mit (61) für \underline{r}

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \frac{(\underline{W} + Z_0)^2}{4 \underline{W} Z_0} \left[e^{j\underline{k}'l} - \left(\frac{\underline{W} - Z_0}{\underline{W} + Z_0} \right)^2 e^{-j\underline{k}'l} \right] \quad (99)$$

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \left[\frac{(\underline{W} + Z_0)^2}{4\underline{W} Z_0} e^{j\underline{k}'l} - \frac{(\underline{W} - Z_0)^2}{4\underline{W} Z_0} e^{-j\underline{k}'l} \right]$$

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \left[\left(\frac{Z_0}{4\underline{W}} + \frac{1}{2} + \frac{\underline{W}}{4Z_0} \right) e^{j\underline{k}'l} - \left(\frac{Z_0}{4\underline{W}} - \frac{1}{2} + \frac{\underline{W}}{4Z_0} \right) e^{-j\underline{k}'l} \right]$$

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \left[\frac{1}{2} \left(e^{j\underline{k}'l} + e^{-j\underline{k}'l} \right) + \left(\frac{Z_0}{2\underline{W}} + \frac{\underline{W}}{2Z_0} \right) \frac{1}{2} \left(e^{j\underline{k}'l} - e^{-j\underline{k}'l} \right) \right] \quad (100)$$

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \left[\cosh j \underline{k}' l + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sinh j \underline{k}' l \right] \quad (101)$$

Man könnte nun den Hyperbel-Cosinus und -Sinus imaginärer Glieder üblicherweise über die Eulersche Formeln in den trigonometrischen Sinus und Cosinus umwandeln. In Anbetracht der Tatsache, daß in (101) die Argumente der Hyperbelfunktionen keine rein imaginären, sondern wegen \underline{k}' komplexe Glieder darstellen, sowie als Vorbereitung für spätere Näherungslösungen empfiehlt es sich, hier einzuführen

$$\underline{k}^* = j \underline{k}' \quad (102)$$

so daß sich (101) schreiben läßt

$$\frac{\underline{v}_{1+}}{\underline{v}_2} = \left[\cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (103)$$

Für das Schalldämm-Maß ergibt sich somit

$$R = 20 \lg \left| \left[\cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{W}} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \right| \quad (104)$$

Diesem Ergebnis des vollständigen Modells seien zum Vergleich nochmals die der vereinfachten Modelle gegenübergestellt, also Gleichung (88) des Elementarmodells

$$R = 20 \lg \left| \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{W}} \right) \right] \right|$$

und Gleichung (92) des erweiterten Modells

$$R = 20 \lg \left| \left[\frac{e^{\underline{k}^* l}}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{\underline{Z}_0} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{W}} \right) \frac{e^{\underline{k}^* l}}{2} \right] \right|$$

Mit extrem geringer Dicke ($l \rightarrow 0$) geht Gleichung (92) in (88) über. Mit großer Dicke bzw. bei hohen Frequenzen geht wegen

$$\cosh \underline{k}^* l \approx \sinh \underline{k}^* l \approx \frac{1}{2} e^{\underline{k}^* l}$$

Gleichung (104) in (92) über.

Vor der Klärung einer Reihe noch offener Probleme (komplexer Trennwiderstand), der Diskussion von physikalischer Dämmung (bezogen auf auffallenden Schalldruck) und technischer Dämmung (bezogen auf resultierenden Schalldruck vor der Trennwand) sowie der Ableitung von geeigneten Näherungslösungen und dem Verhalten bei schrägem und allseitigem Schalleinfall sei im folgenden noch in Ergänzung zum Abschnitt 4.3 ein weiteres abstraktes Modell diskutiert.

4.14 Vollständiges Modell in Vierpoldarstellung

Ausgang der folgenden Ableitungen ist wieder die "räumliche Wellengleichung" in Form der partiellen Differentialgleichung der Ortsfunktion des Potentials, wie sie zuletzt in Gleichung (74) dargestellt wurde, hier mit Gleichung (102) etwas umgeschrieben zu

$$\Delta \underline{\Phi} - \underline{k}^{*2} \underline{\Phi} = 0$$

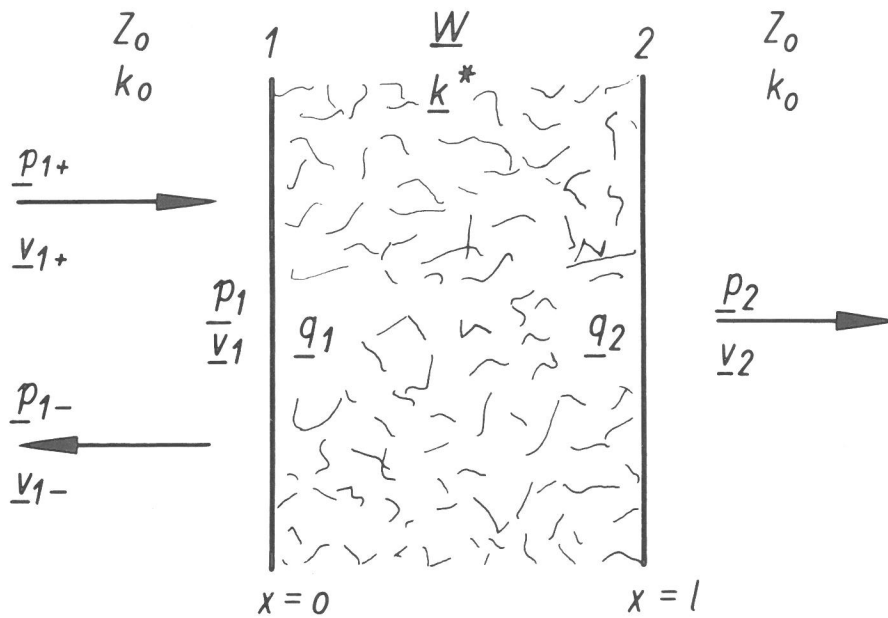


Bild 15: Zur "Vierpoldarstellung" der dissipativen Schalldämmung

für die sich mit der Beziehung zwischen Schalldruck \underline{p} und der Ortsfunktion des Potentials äquivalent zu (35) auch schreiben läßt

$$\frac{\partial^2 \underline{p}}{\partial x^2} - \underline{k}^{*2} \underline{p} = 0 \quad (106)$$

Vorausgesetzt sei ferner die aus der Basisgleichung (11) abgeleitete "Kraftgleichung" in der bereits modifizierten Form der Gleichung (66b) als Ortsfunktion

$$- \frac{\partial \underline{p}}{\partial x} = j \omega \rho_0 \frac{\chi}{\sigma} (1 - j \eta') \underline{v} \quad (107)$$

$$- \frac{\partial \underline{p}}{\partial x} = j \frac{k_0 Z_0}{\sigma} (\chi - j \eta \sigma) \underline{v} \quad (107a)$$

sowie mit (73b) und (102) zusammenfassend umgeschrieben zu

$$\frac{\partial \underline{p}}{\partial x} = - \underline{k}^* \underline{W} \underline{v} \quad (107b)$$

Hierbei bedeuten \underline{p} und \underline{v} zunächst allgemein Größen am "Eingang" der porösen Schicht, jedoch für \underline{v} auf die äußere Schelle bezogen, um bereits \underline{W} und \underline{k}^* mit ihren Abhängigkeiten von $\bar{\epsilon}$, σ und χ in die Betrachtungen einbeziehen zu können. Für den Bereich der porösen Schicht kann nun in Erwartung der jeweils in beiden Richtungen verlaufenden Komponenten von \underline{p} und \underline{v} als allgemeine Lösung von (106) angesetzt werden

$$\underline{p} = A \cosh \underline{k}^* x + B \sinh \underline{k}^* x \quad (108)$$

Hiermit ergibt sich aus Gleichung (107b) durch partielle Differentiation von (108) nach x zugleich der Ansatz für \underline{v} zu

$$\underline{v} = -\frac{1}{\underline{W}} (A \sinh \underline{k}^* x + B \cosh \underline{k}^* x) \quad (109)$$

Die Festwerte A und B lassen sich durch die "Eingangswerte" von \underline{p}_1 und \underline{v}_1 an der Grenzschicht 1 des Bildes 15 ausdrücken durch Einsetzen von $x=0$ in (108) und (109). Also aus Gleichung (108)

$$\underline{p}_1 = A \quad (110)$$

sowie aus (109)

$$\underline{v}_1 = -\frac{B}{\underline{W}} \quad (111)$$

Damit lauten die Lösungen (108) und (109) jetzt

$$\underline{p} = \underline{p}_1 \cosh \underline{k}^* x - \underline{v}_1 \underline{W} \sinh \underline{k}^* x \quad (112)$$

$$\underline{v} = -\frac{\underline{p}_1}{\underline{W}} \sinh \underline{k}^* x + \underline{v}_1 \cosh \underline{k}^* x \quad (113)$$

Die Gleichungen (112) und (113) gelten zunächst für eine unendliche dicke poröse Schicht. Hat diese wie in Bild 15 die endliche Dicke l und bezeichnet man dort \underline{p}_2 und \underline{v}_2 , also Druck und Schnelle an der Grenzschicht 2 als "Ausgangsgrößen", so erhält man mit $x=l$ in (112) und (113)

$$\underline{p}_2 = \underline{A} \underline{p}_1 - \underline{B} \underline{v}_1 \quad (114)$$

$$\underline{v}_2 = -\underline{C} \underline{p}_1 + \underline{A} \underline{v}_1 \quad (115)$$

mit den komplexen Werten

$$\underline{A} = \cosh \underline{k}^* l \quad (116)$$

$$\underline{B} = \underline{W} \sinh \underline{k}^* l \quad (117)$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{W}} \sinh \underline{k}^* l \quad (118)$$

Als nächster Schritt zu einer "Vierpoldarstellung" sind die Gleichungen (114) und (115) nach \underline{p}_1 bzw. \underline{v}_1 aufzulösen.

Aus Gleichung (114) ergibt sich

$$\underline{A} \underline{p}_1 = \underline{p}_2 + \underline{B} \underline{v}_1 \quad (119)$$

sowie aus (115)

$$\underline{v}_1 = \frac{\underline{v}_2}{\underline{A}} + \frac{\underline{C}}{\underline{A}} \underline{p}_1 \quad (120)$$

mit Gleichung (120) in (119) ergibt sich

$$\underline{p}_1 \left(\frac{\underline{A}^2 - \underline{BC}}{\underline{A}} \right) = \underline{p}_2 + \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \underline{v}_2$$

also

$$\underline{p}_1 = \frac{\underline{A}}{\underline{A}^2 - \underline{BC}} \underline{p}_2 + \frac{\underline{B}}{\underline{A}^2 - \underline{BC}} \underline{v}_2 \quad (121)$$

Gleichungen (116) (117) und (118) in (121) eingesetzt, gibt mit $\cos^2 h \underline{k}^* l - \sin^2 h \underline{k}^* l = 1$

$$\underline{p}_1 = \underline{A} \underline{p}_2 + \underline{B} \underline{v}_2 \quad (122)$$

bzw. vollständig

$$\underline{p}_1 = \underline{p}_2 \cosh \underline{k}^* l + \underline{v}_2 \underline{W} \sinh \underline{k}^* l \quad (122a)$$

In gleicher Weise ergibt sich mit Einsetzen von (119) in (120) äquivalent zu (121)

$$\underline{v}_1 = \frac{\underline{A}}{\underline{A}^2 - \underline{BC}} \underline{v}_2 + \frac{\underline{C}}{\underline{A}^2 - \underline{BC}} \underline{p}_2 \quad (123)$$

sowie wieder nach Einsetzen der Gleichungen (116) (117) und (118) in (123)

$$\underline{v}_1 = \underline{A} \underline{v}_2 + \underline{C} \underline{p}_2 \quad (124)$$

bzw. vollständig

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 \cosh \underline{k}^* l + \frac{\underline{p}_2}{\underline{W}} \sinh \underline{k}^* l \quad (124a)$$

(122a) und (124a) sind nun als "Vierpolgleichungen" die Ausgangsgleichungen dieses Modells nach Bild 15 für die folgenden nunmehr sehr elementaren Ableitungen.

Anmerkung: Streng genommen hätten die Ableitungen, wie bereits angedeutet, zunächst für die "inneren Schnellen" an den Grenzschichten bzw. für den Schallfluß q_1 und q_2 erfolgen müssen. Der Bezug auf die äußeren Schnellen an den Grenzschichten führt jedoch aus dem Verständnis der Ausführungen in Abs. 3 auf einem kürzeren Weg zur Einführung von \underline{W} anstelle \underline{Z} und damit bereits zur Einbeziehung aller Abhängigkeiten von \underline{m} , σ und χ .

Unter Bezug auf Bild 15 läßt sich bei stationärer Schallanregung ansetzen

$$p_{1+} + p_{1-} = p_1 \quad (125)$$

sowie aus

$$v_{1+} + v_{1-} = \frac{p_{1+} - p_{1-}}{Z_0} = v_1 \quad (126)$$

$$p_{1+} - p_{1-} = Z_0 v_1 \quad (126a)$$

Die Addition der Gleichungen (125) und (126a) führt zu

$$p_{1+} = \frac{1}{2} (p_1 + Z_0 v_1) \quad (127)$$

Außerdem gilt hinter der Grenzschrift 2

$$v_2 = \frac{p_2}{Z_0} \quad (128)$$

Gleichung (128) in (122a) eingesetzt, ergibt

$$p_1 = p_2 \left(\cosh \underline{k}^* l + \frac{W}{Z_0} \sinh \underline{k}^* l \right) \quad (129)$$

p_2 aus (128) in (124a) eingesetzt, ergibt

$$v_1 = p_2 \left(\frac{1}{Z_0} \cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{W} \sinh \underline{k}^* l \right) \quad (130)$$

und schließlich die Gleichungen (129) und (130) in (127) eingesetzt, ergibt

$$p_{1+} = \frac{p_2}{2} \left[2 \cosh \underline{k}^* l + \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \sinh \underline{k}^* l \right]$$

$$p_{1+} = p_2 \left[\cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (131)$$

sowie mit

$$R = 20 \lg \left| \frac{p_{1+}}{p_2} \right|$$

$$R = 20 \lg \left[\cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (132)$$

Diese Lösung stimmt völlig überein mit der Gleichung (104) in Abschnitt 4.13, wenn auch die formal mathematische Ableitung dieses Lösungsweges hier nicht den Einblick in die Einzelvorgänge in der porösen Schicht selbst vermitteln konnte, wie im vorigen Abschnitt in Verbindung mit den vereinfachten Modellen aus 4.11 und 4.12.

Mit den Methoden dieses Abschnittes lassen sich jedoch zunächst noch einige wesentliche offene Probleme diskutieren. Wie bereits bei der Definitionsgleichung (87) erörtert, bedeuten die bisherigen Schalldämm-Maße - insbesondere also auch die vollständigen Lösungen (104) und (132) - letztthin Schalldämm-Maße aus den Quotienten von auffallender Schalleistung zu durchgelassener Schalleistung, also streng genommen die "Schalldämpfung" der Wand, die in dieser Arbeit als "dissipative Dämmung" bezeichnet sei. In der Bauakustik ist es sonst üblich, das Schalldämm-Maß auf die resultierenden Größen vor der Grenzschrift zu beziehen, also hier z.B. zur Abgrenzung mit (R) bezeichnet

$$(R) = 20 \lg \left| \frac{p_1}{p_2} \right| \quad (133)$$

Diese ergibt sich nun aus dem Rechengang dieses Abschnittes leicht aus Gleichung (129) zu

$$(R) = 20 \lg \left| \left(\cosh \underline{k}^* l + \frac{\underline{W}}{\underline{Z}_0} \sinh \underline{k}^* l \right) \right| \quad (134)$$

Ein Vergleich mit (132) bzw. (104) zeigt als wesentlichen Unterschied den Fortfall des reziprok symmetrischen Faktors vor dem Hyperbelsinus, ersetzt durch $\underline{W}/\underline{Z}_0$. Bei gleicher "auffallender Schalleistung" ist jedoch die resultierende vor der Grenzschrift^{*)} bereits mit abhängig vom Aufbau der porösen Wand und damit experimentell schwieriger feststellbar, wie ja auch bei konstant abgestrahlter Schalleistung im Senderraum - vor der Wand - dort die mittlere Energiedichte dieses Raumes und damit der mittlere absolute Schalldruckpegel des Senderraumes abhängig sein wird vom Einfluß dieser Wand als äquivalente Absorptionsfläche des Senderraumes. Überlegungen in Bezug auf eine frühere Arbeit [27] kennzeichnen nun die ursprüngliche Definitionsgleichung (87) als $R \triangleq \Delta L$ also der Empfangsraumpegeldifferenzen ohne und mit Wand aus porösem Material. Diese Definitionsgleichung soll mit den zugleich niedrigsten Einzelwerten möglicher Schalldämm-Maße bei gleichem Aufbau wegen des eindeutigen und auch physikalisch exakt übersehbaren Ansatzes in den folgenden Abschnitten beibehalten werden, zumal evtl. erforderliche Umrechnungen leicht möglich sind. Der Vollständigkeit halber sei bemerkt, daß noch eine 3. Definitionsgleichung für das Schalldämm-Maß denkbar ist, indem die Schalleistung vor der Wand bezogen wird auf den resultierenden Schalldruck vor einer voll reflektierenden Wand, bei der ansetzbar wäre

*) genau: die aus dem resultierenden Schalldruck vor der Grenzschrift ermittelte Schalleistung

$$p_1 = 2p_{1+} \quad (134)$$

Diese Möglichkeit sei zusammen mit dem Problem der komplexen Trennimpedanz erörtert, die allgemein mit dem Quotienten aus dem Schalldruck an der Grenzschicht 1 durch die Schallschnelle an der Grenzschicht 2 definiert wird und deren Einführung für zusammenfassende Beschreibungen sowie die Erörterungen der folgenden Abschnitte nützlich ist. Prinzipiell ergeben sich für diese Trennimpedanz Z_T drei Definitionsmöglichkeiten:

1.) bezogen auf den auffallenden Schalldruck p_{1+} vor der Wand

$$\underline{Z}_{T+} = \frac{p_{1+}}{v_2} \quad (135)$$

also mit p_2 aus (128) in (131)

$$\underline{Z}_{T+} = Z_0 \left[\cosh \underline{k}^* l + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (136)$$

und damit

$$R = 20 \lg \left| \frac{\underline{Z}_{T+}}{Z_0} \right| \quad (137)$$

2.) bezogen auf den resultierenden Schalldruck p_1 vor der Wand

$$\underline{Z}_{T1} = \frac{p_1}{v_2} \quad (138)$$

also mit p_2 aus (128) in (129)

$$\underline{Z}_{T1} = Z_0 \left(\cosh \underline{k}^* l + \frac{\underline{W}}{Z_0} \sinh \underline{k}^* l \right) \quad (139)$$

und damit

$$(R) = 20 \lg \left| \frac{\underline{Z}_{T1}}{Z_0} \right| \quad (140)$$

sowie

$$R = 20 \lg \left| \frac{\underline{Z}_{T1} - \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} - \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sinh \underline{k}^* l}{Z_0} \right| \quad (141)$$

3.) bezogen auf den resultierenden Schalldruck p_1 vor einer voll reflektierenden - also starren Wand

$$\underline{Z}_\tau = \frac{2p_{1+}}{\underline{v}_2} \quad (142)$$

also sofort mit Gleichung (135) und (136)

$$\underline{Z}_\tau = Z_0 \left[2 \cosh \underline{k}^* l + \left(\frac{W}{Z_0} + \frac{Z_0}{W} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (143)$$

und damit

$$R = 20 \lg \left| \frac{\underline{Z}_\tau}{2Z_0} \right| \quad (144)$$

Anmerkung: Die Schalldämm-Maße der Gleichungen (137) (141) und (144) haben - jeweils bezogen auf den gleichen Wandaufbau - gleiche Bedeutung und damit gleiche Werte. Damit ist also

$$\underline{Z}_\tau = 2 \underline{Z}_{\tau+}$$

mit der Folge

$$\underline{Z}_{\tau+} < \underline{Z}_{\tau 1} < \underline{Z}_\tau \quad (145)$$

Hierbei ergibt sich als maximal mögliche Differenz zwischen verschieden definierten Transmissionsgraden τ selbst bei extrem unterschiedlichem Wandaufbau der Faktor 2.

Eine Trennimpedanz wurde bisher in der theoretischen Bauakustik stets nur definiert als Quotient zwischen resultierendem Druck an einer (reflektierenden) Wandschale, also zwischen der Schale anregendem Druck zu hierdurch erzwungener Plattenschnelle. Um nun Vergleiche mit Größen derartiger Trennimpedanzen zu erleichtern, aber auch aus meßtechnischen Gründen bei Prüfungen derartiger Wände zwischen zwei Hallräumen - mit dem Merkmal $p = 2p_+$ an allen Raumwänden (bis auf Probenausschnitt) - und schließlich wegen des mit dem Schalldämm-Maß einschaliger unporiger Wände ähnlichen Aufbaues der Grundgleichung (144) sei hier für die 3. Möglichkeit entschieden, also die Definitionsgleichung (142) für \underline{Z}_τ und damit Gleichungen (143) und (144).

Nachdem nunmehr alle Modelle mit ihren Lösungen und Lösungswegen, ihren Deutungen und Differenzen erörtert sind, sowie die offenen Randprobleme geeignet definierter Trennimpedanzen und Schalldämm-Maße verglichen und entschieden sind, seien im folgenden die we-

sentlichen, den Vorgang der dissipativen Dämmung bei senkrechtem Schalleinfall kennzeichnenden Gleichungen zusammengefaßt als $R(f, \bar{\epsilon}, \sigma, \chi)$

Schalldämm-Maß R (s. Gleichung (144))

$$R = 20 \lg \frac{|\underline{Z}_T|}{2Z_0} \quad (146)$$

mit der komplexen Trennimpedanz \underline{Z}_T (s. Gleichung (143))

$$\underline{Z}_T = Z_0 \left[2 \cosh \underline{k}^* l + \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sinh \underline{k}^* l \right] \quad (147)$$

mit dem komplexen Wandwiderstand \underline{W} (s. Gleichung (73e))

$$\underline{W} = \frac{Z_0}{\sigma} \sqrt{\chi - j \frac{\bar{\epsilon} \sigma}{\omega \rho_0}} \quad (148)$$

und der komplexen Wellenzahl \underline{k}^* (s. Gleichung (70))

$$\underline{k}^* = j k_0 \sqrt{\chi - j \frac{\bar{\epsilon} \sigma}{\omega \rho_0}} \quad (149)$$

bei $\omega = 2 \pi f$

Mit diesen Lösungsgleichungen ist die dissipative Schalldämmung bei senkrechtem Schalleinfall vollständig beschrieben. Ihr Zusammenhang, also Einsetzen in (146) als Betrag der komplexen Trennimpedanz läßt bereits erkennen, daß die numerische Berechnung aufwendig ist. Für die praktische Anwendung seien im folgenden geeignete Näherungen für die Bereiche der tiefen, mittleren und hohen Frequenzen abgeleitet.

4.141 Näherung bei tiefen Frequenzen

Für Gleichung (147) läßt sich aus dem Verlauf der Hyperbelfunktionen bei kleinem Argument, also bei tiefen Frequenzen näherungsweise ansetzen

$$\cosh \underline{k}^* l \approx 1 \qquad \sinh \underline{k}^* l \approx \underline{k}^* l$$

Damit wird Gleichung (147)

$$\underline{Z}_T \approx Z_0 \left[2 + \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \underline{k}^* l \right] \quad (150)$$

Einsetzen von Gleichungen (148) und (149) in (150)

$$\underline{Z}_T \approx Z_0 \left[2 + j \frac{k_0 l}{\sigma} \left(\chi - j \frac{\underline{\epsilon} \sigma}{\omega \rho_0} \right) + j k_0 l \sigma \right]$$

und mit $k_0 = \omega/c_0$ und $\rho_0 c_0 = Z_0$

$$\underline{Z}_T \approx (2Z_0 + \underline{\epsilon} l) + j k_0 l Z_0 \left(\frac{\chi}{\sigma} + \sigma \right) \quad (151)$$

Da bei tiefen Frequenzen außerdem der Imaginärteil gegenüber dem Realteil vernachlässigbar klein ist, also insbesondere zur Bestimmung von $|\underline{Z}_T|$ gelten kann

$$(2Z_0 + \underline{\epsilon} l)^2 \gg \left[k_0 l Z_0 \left(\frac{\chi}{\sigma} + \sigma \right) \right]^2$$

ergibt sich für den Betrag $|\underline{Z}_T|$ näherungsweise

$$|\underline{Z}_T| \approx 2Z_0 + \underline{\epsilon} l \quad (152)$$

Gleichung (152) in (146) eingesetzt, ergibt somit

$$R \approx 20 \lg \left(1 + \frac{\underline{\epsilon} l}{2Z_0} \right) \quad (153)$$

Diese Näherungsgleichung (153) ist in ihrem Aufbau sehr ähnlich dem der Massendämmung, jedoch mit dem entscheidenden Unterschied, daß anstelle des dort frequenzproportionalen Anstieges hier in diesem Bereich tiefer Frequenzen die dissipative Schalldämmung frequenzunabhängig bleibt. Ferner fällt auf, daß in dieser Näherung der Einfluß der Porosität und des Strukturfaktors vernachlässigbar ist, also das Schalldämm-Maß bei tiefen Frequenzen vorzugsweise durch das Produkt aus Strömungswiderstand und Dicke bestimmt wird. Im Falle einer optimalen Anpassung, also

$$\underline{\epsilon} l = 2Z_0$$

ergibt sich in diesem Bereich ein Wert $R = 6$ dB.

Die folgende Tabelle kennzeichnet Werte der dissipativen Dämmung infolge von Fehlanpassungen.

$\frac{E_1}{2Z_0}$	1	2	4	8	16
R in dB	6	9,5	14	19	25

Tabelle 2: Dissipative Schalldämmung R für senkrechten Schalleinfall bei tiefen Frequenzen in Abhängigkeit von der Anpassung.

Eine solche Erhöhung der dissipativen Schalldämmung bei tiefen Frequenzen durch Fehlanpassung hat auch zur Folge, daß - bezogen auf die jeweils gleiche Wanddicke - der bei mittleren Frequenzen erfolgende Anstieg der Schalldämmung steiler wird und dabei ferner der Reflexionsanteil wächst.

4.142 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen

In diesem Bereich läßt sich für die Gleichung (147) aus dem Verlauf der Hyperbelfunktion näherungsweise ansetzen

$$\cosh \underline{k}^* l \approx \sinh \underline{k}^* l \approx \frac{1}{2} e^{\underline{k}^* l}$$

Damit ergibt sich zunächst für \underline{Z}_T als Näherung

$$\underline{Z}_T \approx Z_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] e^{\underline{k}^* l}$$

$$\underline{Z}_T \approx 2Z_0 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] e^{\underline{k}^* l} \quad (154)$$

Gleichung (154) in (146) eingesetzt, ergibt dann als Näherung für das Schalldämm-Maß R

$$R \approx 20 \lg \left| \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] e^{\underline{k}^* l} \right| \quad (155)$$

Diese Näherung war bereits auch als Lösung (92) des erweiterten Modells in Abs. 4.12 abgeleitet und gilt somit letztthin für die dort erörterten Bedingungen bzw. Einschränkungen. Zerlegt man in Gleichung (155) den komplexen Exponenten in Real- und Imaginärteil, so kann der Imaginärteil als ein nur die Phase drehender Faktor für die Näherung von R entfallen. Dabei ist dann jedoch für den gesam-

ten komplexen Faktor vor der Exponentialfunktion der Betrag einzusetzen, so daß sich schreiben läßt

$$R \approx 20 \lg e^{\operatorname{Re}\{\underline{k}^* l\}} + 20 \lg \left| \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \right] \right| \quad (155a)$$

sowie nach Umformen beider Glieder

$$R \approx \operatorname{Re}\{\underline{k}^* l\} (20 \lg e) + 20 \lg \left| \frac{(\underline{W} + Z_0)^2}{4 \underline{W} Z_0} \right| \quad (155b)$$

Führt man für den komplexen Wandwiderstand \underline{W} auch hier den Real- und Imaginärteil ein,

$$\underline{W} = W' + j W''$$

also in der Form, wie er bereits als Gleichung (73f) dargestellt wurde, so läßt sich mit dem Betrag im zweiten Glied von (155b) die Näherung R darstellen als

$$R \approx \operatorname{Re}\{\underline{k}^* l\} (20 \lg e) + 20 \lg \frac{(W' + Z_0)^2 + W''^2}{4 W' Z_0} \quad (155c)$$

Dieser Betrag im zweiten Glied ist nun identisch mit dem Reziprokwert des Schallabsorptionsgrades α_0 der rückwirkungsfreien porösen Schicht bei senkrechtem Schalleinfall, so daß Gleichung (155c) die Bedeutung hat von

$$R \approx \operatorname{Re}\{\underline{k}^* l\} (20 \lg e) + 20 \lg \frac{1}{\alpha_0} \quad (155e)$$

Anmerkung: Die Lösung von (155e) ergibt sich übrigens auch bereits aus der Gleichung (90) in Abs. 4.12 unmittelbar, wenn man dort für den Nenner die Definitionsgleichung des Schallabsorptionsgrades $\alpha = 1 - r^2$ einsetzt. Bekanntlich führen nun viele Kombinationen von W' und W'' zum jeweils gleichen α_0 , so daß sich Kurven gleicher Schallabsorptionsgrade α_0 in der \underline{W} -Ebene, also mit W' als Abszisse und W'' als Ordinate, in der geometrischen Form apollonischer Kreise darstellen lassen. Diese also bereits für Absorptionsphänomene bekannte Darstellung sei aus [3] mit Bild 18 im Prinzip in Erinnerung gebracht. Für die praktische Anwendung sei auf ausführliche Darstellungen in [24] verwiesen oder auf andere für hohe Absorptionsgrade geeignetere konforme Abbildungen in der Literatur. Wesentlich sei hier die Feststellung, daß mit dieser Näherungslösung bekannte Ergebnisdarstellungen aus dem Bereich der Schallabsorption mit verwendbar sind.

Bild 16:

Korrekturglied $20 \lg 1/\alpha_0$ der Näherungslösung bei senkrechtem Schalleinfall in Abhängigkeit von der Frequenz bei verschiedenen spez. Strömungswiderständen als Parameter bei vernachlässigbarem Einfluß von Porosität und Strukturfaktor.

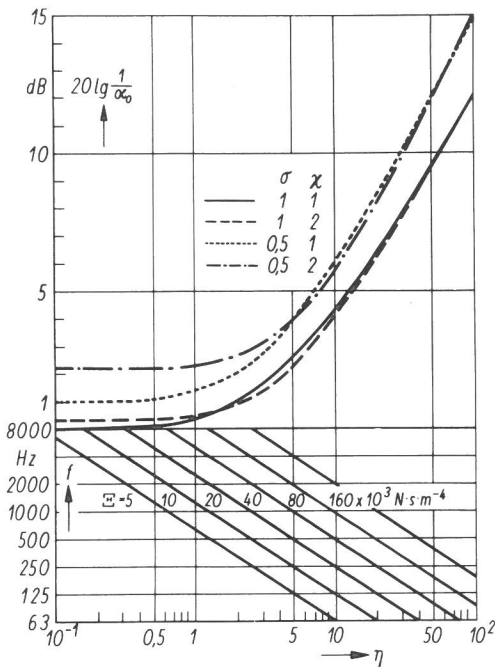
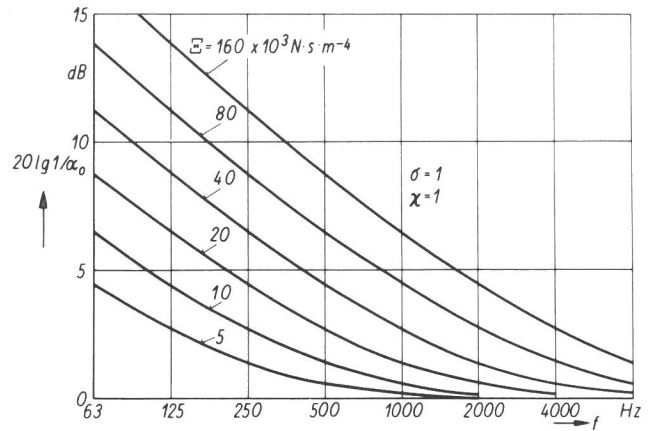


Bild 17:

Korrekturglied $20 \lg 1/\alpha_0$ in Abhängigkeit von Frequenz, Strömungswiderstand, Porosität und Strukturfaktor.

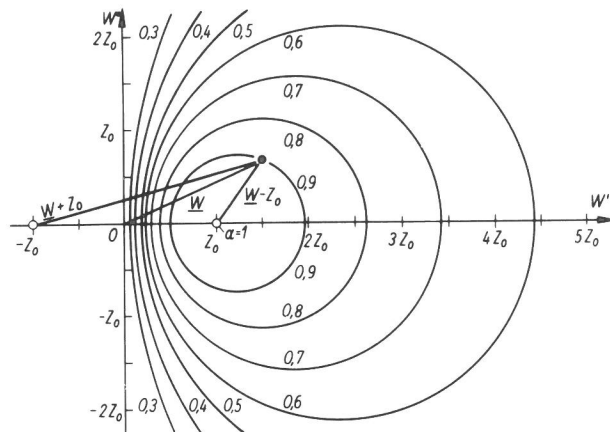


Bild 18:

Kreise gleichen Schallabsorptionsgrades in der Wandimpedanzebene.

Nach Gleichung (149) ergibt sich nun weiter im ersten Glied für $\underline{k}^* l$

$$\underline{k}^* l = j k_0 l \sqrt{\chi - j \frac{\sigma}{\omega \rho_0}}$$

sowie bei Einsetzen von Gleichung (71) in (102) als Real- und Imaginärteil

$$\underline{k}^* l = \frac{k_0 l}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\chi^2 + \left(\frac{\mu \sigma}{\omega \rho_0}\right)^2} - \chi} - j \frac{k_0 l}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\chi^2 + \left(\frac{\mu \sigma}{\omega \rho_0}\right)^2} + \chi} \quad (156)$$

so daß sich (155e) nun vollständig schreiben läßt zu

$$R \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}}\right) k_0 l \sqrt{\sqrt{\chi^2 + \left(\frac{\mu \sigma}{\omega \rho_0}\right)^2} - \chi} + 20 \lg \frac{1}{\alpha_0} \quad (155f)$$

mit

$$20 \lg \frac{1}{\alpha_0} = 20 \lg \frac{(W' + Z_0)^2 + W''^2}{4W' Z_0}$$

und den in Gleichung (73f) abgeleiteten Realteil W' und Imaginärteil W'' von \underline{W} .

Entsprechend der allgemeinen Diskussion in der Einleitung dieses Berichtes sollen hier vorzugsweise Dämmungen mit hohem Dissipationsanteil und vernachlässigbarem Reflexionsanteil untersucht werden. Dies bedeutet in Gleichung (155c) und (155e) für eine weitere Näherung ein gegenüber dem ersten Glied vernachlässigbarer zweiter Summand als Folge eines mit $\alpha \rightarrow 1$ gehenden Absorptionsgrades, bzw. in anderer Deutung als Folge eines bei zunehmender Anpassung von \underline{W} an Z_0 gegen 2 gehenden Wertes des reziprosymmetrischen Faktors in der Gleichung (154) für \underline{Z}_T bzw. (155) für R . Im Sinne dieser zusätzlichen Voraussetzung ergibt sich dann als weitere Näherung zugleich im Sinne einer als Mindestwert erreichbaren "dissipativen Dämmung" für mittlere und hohe Frequenzen.

$$R \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}}\right) k_0 l \sqrt{\sqrt{\chi^2 + \left(\frac{\mu \sigma}{\omega \rho_0}\right)^2} - \chi} \quad (157)$$

Anmerkung: Mit $\chi=1$ und $\sigma=1$, also wie in Abs. 2.2 und dort 2.23 bei der Berechnung der Ausbreitungsdämpfung zunächst vorausgesetzt, sowie mit $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ und $l = 1$ m als Längeneinheit bestätigt sich erneut die Gleichung (50), die dort auf andere Weise abgeleitet war. Diese Gleichheit läßt jedoch nochmals erkennen, daß in diesem Bereich eine möglichst gute Anpassung von \underline{W} an die Schallkennimpedanz der Luft Z_0 Voraussetzung für die Anwendung dieser Näherung ist.

4.143 Näherung bei hohen Frequenzen

Für diesen Bereich schreibt man zunächst die Gleichung (157) etwas um

$$R \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \right) k_0 l \sqrt{\chi \sqrt{1 + \left(\frac{\mu \sigma}{\chi w \rho_0} \right)^2} - \chi} \quad (157a)$$

Bei sehr hohen Frequenzen wird der 2. Term der inneren Wurzel vernachlässigbar klein. Mit der Hilfsgröße μ der Gleichung (64)

$$\mu = \left(\frac{\mu \sigma}{\chi w \rho_0} \right)^2 = \eta'^2 \quad (158)$$

läßt sich für kleine μ folgende Näherung einführen

$$\sqrt{1 \pm \mu} \approx 1 \pm \frac{1}{2} \mu \quad (159)$$

Anmerkung: Diese Näherung ist anwendbar bei einem Fehler $< 0,001$ bis

$$\mu = \eta'^2 \leq 0,089$$

bzw. $\eta' \leq 0,3$

Mit den Gleichungen (158) und (159) wird somit aus (157a)

$$R \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \right) k_0 l \sqrt{\chi \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu \sigma}{\chi w \rho_0} \right)^2 \right) - \chi}$$

$$R \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \right) k_0 l \sqrt{\frac{1}{2\chi} \left(\frac{\mu \sigma}{w \rho_0} \right)^2}$$

$$R \approx (10 \lg e) \frac{k_0 l}{\sqrt{\chi}} \frac{\mu \sigma}{w \rho_0}$$

sowie mit $k_0 = \omega/c_0$ und $Z_0 = c_0 \rho_0$

$$R \approx (10 \lg e) \frac{\mu l \sigma}{Z_0 \sqrt{\chi}} \quad (160)$$

Auch dieser Wert ist somit frequenzunabhängig im Sinne einer Asymptote bei hohen Frequenzen.

Anmerkung: Bei relativ dünnen Wänden in Verbindung mit porösem Material geringer Ausbreitungsdämpfung kann dieser Bereich überlagert sein durch eine Reihe sich mit höheren Moden n stärker reduzierender Minima als Folge ge-

dämpfter Dickenresonanzen. Dies wird deutlich z.B. aus der Schreibweise der Lösungsgleichung (101), die sich - wie bereits dort diskutiert - auch über die Eulerschen Formeln hätte in trigonometrische Funktionen umwandeln lassen als

$$\frac{V_{1+}}{V_2} = \left[\cos \underline{k}'l + j \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sin \underline{k}'l \right] \quad (161)$$

bzw.

$$R = 10 \lg \left| \left[\cos \underline{k}'l + j \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right) \sin \underline{k}'l \right]^2 \right| \quad (162)$$

$$R = 10 \lg \left| \left[\cos^2 \underline{k}'l + \frac{1}{4} \left(\frac{\underline{W}}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}} \right)^2 \sin^2 \underline{k}'l \right] \right| \quad (162a)$$

Diese Gleichung würde zu Minima führen

a) im Falle optimaler Anpassung $\underline{W} = Z_0$, also

$$R = 10 \lg \left(\cos^2 \underline{k}'l + \sin^2 \underline{k}'l \right) = 10 \lg 1$$

Dieser Fall ist jedoch wegen des komplexen Wertes von \underline{W} und letztthin auch von \underline{k}' nicht denkbar, bzw. nicht in dieser Betrachtung der dissipativen Dämpfung relevant,

b) im Falle $2 \underline{k}'l = 2 n\pi$, also $\underline{k}'l = n\pi$.

Hierbei würde also auch bei $n=1$ u. den höheren Moden jeweils der zweite Summand in (163a) gegen Null sowie der erste gegen 1 gehen, also bei

$$\underline{k}' = \frac{n \pi}{l}$$

Mit Gleichung (40) läßt sich diese Bedingung übersehen, also

$$\frac{\omega}{a} - \frac{j}{b} = \frac{\pi}{l} n$$

bzw. mit $\omega = 2 \pi f$

$$f_0 = \frac{a}{2\pi} \left(\frac{\pi}{l} n + \frac{j}{b} \right)$$

$$f_0 = \frac{a}{2} \left(\frac{n}{l} + \frac{j}{\pi b} \right) \quad (163)$$

Bei einer vernachlässigbaren Dämpfung, also hier einem vernachlässigbaren Imaginärteil und damit zugleich einer der Gruppengeschwindigkeit c_0 gleichen Phasengeschwindigkeit a , würde sich ergeben

$$f_0 = \frac{c_0}{2l} n \quad \text{in Hz} \quad (163a)$$

d.h. z.B. bei einer 0,1 m dicken Wand

$$f_0 = 1700 n \quad \text{Hz}$$

Überlegungen zeigen jedoch, daß wegen der selektiven Einbrüche dieser resonanzähnlichen Phänomene (Dickenresonanzen) in Verbindung mit den bei bauakustischen Messungen benutzten Filtern konstanter relativer Bandbreite (Oktav- bzw. Terzfilter) ähnlich den Erscheinungen bei Schlitzen (z.B. [27]), vor allem jedoch wegen der hier vorausgesetzten Dämpfungen je Längeneinheit und Phasengeschwindigkeiten also den hier vorausgesetzten komplexen Wellenzahlen poröser Materialien, diese Phänomene im hohen Frequenzbereich praktisch vernachlässigbar sind, d.h. die hier angenommenen Voraussetzungen bei den Näherungen rechtfertigen.

4.2 Bei schrägem Schalleinfall

Der schräge Schalleinfall war als Wirkung an einer Grenzschicht eines rückwirkungsfreien porösen Materials in Abs. 3.2 bereits ausführlich behandelt. Formal sind nur die zugehörigen komplexen Reflexionsfaktoren \underline{r} der Gleichung (81) bzw. Transmissionsfaktoren der Gleichung (82) in die Gleichung des Schnellequotienten $\frac{v_1+}{v_2} = f(\underline{r})$ der Gleichung (98) einzusetzen und äquivalent bis Gleichung (104) durchzurechnen. Der Vergleich von (81), also der des Reflexionsfaktors bei schrägem Schalleinfall gegenüber dem bei senkrechtem Schalleinfall in Gleichung (61) zeigt jedoch, daß in allen zusammenfassenden Beziehungen, also \underline{Z}_T und R , lediglich anstelle \underline{W} jetzt \underline{W}_ϑ sowie anstelle Z_0 jetzt $Z_0/\cos \vartheta$ eingesetzt werden muß, um zum gleichen Resultat der übrigens hier nachgeprüften Rechnung zu gelangen, so daß sich entsprechend (146) und (147) sofort schreiben läßt für die Lösungsgleichungen R_ϑ ($\vartheta, f, \alpha, \sigma, \chi$)

$$R_\vartheta = 20 \lg \frac{|\underline{Z}_{T,\vartheta}| \cos \vartheta}{2Z_0} \quad (164)$$

$$\underline{Z}_{\tau, \vartheta} = \frac{Z_0}{\cos \vartheta} \left[2 \cosh \underline{k}_{\vartheta}^* l + \left(\frac{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta} \right) \sinh \underline{k}_{\vartheta}^* l \right] \quad (165)$$

wobei als komplexer Wandwiderstand $\underline{W}_{\vartheta}$ entsprechend Gleichung (80a) äquivalent der Schreibweise von (148) einzusetzen ist

$$\underline{W}_{\vartheta} = \frac{Z_0}{\sigma} \frac{\left(\chi - j \frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0} \right)}{\sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0}}} \quad (166)$$

bzw.

$$\underline{W}_{\vartheta} = j \frac{k_0}{\underline{k}_{\vartheta}^*} \frac{Z_0}{\sigma} \left(\chi - j \frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0} \right) \quad (166a)$$

mit der komplexen Wellenzahl \underline{k}^* aus Gleichung (77) über (102) umgeschrieben zu

$$\underline{k}_{\vartheta}^* = j k_0 \sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta - j \frac{\Xi \sigma}{\omega \rho_0}} \quad (167)$$

4.21 Näherung bei tiefen Frequenzen

Mit dem im Prinzip gleichen Näherungsansatz wie in Abs. 4.141

$$\cosh \underline{k}_{\vartheta}^* l \approx 1 \quad \sinh \underline{k}_{\vartheta}^* l \approx \underline{k}_{\vartheta}^* l$$

wird Gleichung (165) zu

$$\underline{Z}_{\tau, \vartheta} \approx \frac{Z_0}{\cos \vartheta} \left[2 + \left(\frac{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta} \right) \underline{k}_{\vartheta}^* l \right] \quad (168)$$

sowie äquivalent zu (152)

$$\left| \underline{Z}_{\tau, \vartheta} \right| \approx \frac{2Z_0}{\cos \vartheta} + \Xi l \quad (169)$$

und somit (169) in (164) eingesetzt

$$R_{\vartheta} \approx 20 \lg \left(1 + \frac{\Xi l \cos \vartheta}{2Z_0} \right) \quad (170)$$

Diese Gleichung hat formal wieder den gleichen Aufbau wie die Schalldämmung R_{ϑ} bei der Massendämmung dicker einschaliger Wände bei Vernachlässigung der Grenzfrequenzphänomene (Vernachlässigung

der aus der Biegewellentheorie ableitbaren Spuranpassung) jedoch wieder wie in Abs. 4.141 mit dem entscheidenden Unterschied eines frequenzunabhängigen Schalldämm-Maßes. Gemeinsam ist jedoch - zunächst gegenüber den Gleichungen (164) bis (167) unerwartet - die Reduktion der Schalldämmung bei schrägem Schalleinfall gegenüber der bei senkrechtem Schalleinfall, die sich hier auch näherungsweise mit der maximal möglichen Abweichung kennzeichnen läßt als

$$\Delta R_{\vartheta} = - 20 \lg \cos \vartheta \quad (171)$$

4.22 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen

Mit den im Prinzip gleichen Näherungsansätzen wie im Abs. 4.142

$$\cosh \underline{k}_{\vartheta}^* l \approx \sinh \underline{k}_{\vartheta}^* l \approx \frac{1}{2} e^{\underline{k}_{\vartheta}^* l}$$

ließen sich auch hier sofort die Näherungen äquivalent den Gleichungen (154) für \underline{Z}_{τ} und (155) für R_{ϑ} schreiben, wobei in der modifizierten Darstellung der Gleichung (155a) naturgemäß auch α_{ϑ} , also der Schallabsorptionsgrad beim Schalleinfallswinkel ϑ einzusetzen wäre. Dieser - wie übrigens auch $\underline{W}_{\vartheta}$ - ist in der Regel aus Meßergebnissen nicht bekannt, vor allem wohl, weil hierfür z.Z. kein Normprüfverfahren existiert, im Gegensatz zum Schallabsorptionsgrad α_0 bei senkrechtem Schalleinfall, der nach dem Impedanzrohrverfahren in DIN 52 215 [37] leicht meßbar ist. Aus diesen Gründen kann hier auf die mehr formale Ableitung des ersten Teiles der Näherung verzichtet werden, um unter Bezug auf die Erörterungen im zweiten Teil des Abs. 4.142 sofort die hier interessierende Näherung bei möglichst hoher Anpassung abzuleiten im Sinne von

$$\left| \frac{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta}{Z_0} + \frac{Z_0}{\underline{W}_{\vartheta} \cos \vartheta} \right| \rightarrow 2$$

also einer Voraussetzung, die ja auch bei schrägem Schalleinfall leichter als beim senkrechten Schalleinfall realisierbar ist.

Mit diesen Näherungsvoraussetzungen ergibt sich also für $\underline{Z}_{\tau, \vartheta}$ der Gleichung (165) äquivalent zu (154) sofort

$$\underline{Z}_{\tau, \vartheta} \approx \frac{2Z_0}{\cos \vartheta} e^{\underline{k}_{\vartheta}^* l} \quad (172)$$

sowie ähnlich dem Rechengang in Abs. 4.142

$$R_{\vartheta} \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \right) k_0 l \sqrt{\sqrt{(\chi - \sin^2 \vartheta)^2 + \left(\frac{\mu \sigma}{\omega \rho_0} \right)^2} - (\chi - \sin^2 \vartheta)} \quad (173)$$

Im Vergleich mit (157) bei senkrechtem Schalleinfall wird erkennbar, daß im Gegensatz zu Abs. 4.21 - sowie im Gegensatz zur Massedämmung - hier $R_{\vartheta} > R_0$ wird, da das letzte Glied $\sin^2 \vartheta$ im Radikanden stets zu höheren Werten der Gesamtwurzel führt. Diese Größe $\Delta R_{\vartheta} = R_{\vartheta} - R_0$ ist jedoch im Gegensatz zu Abs. 4.21 nicht konstant, besser frequenzunabhängig, sowie im Gegensatz zu ΔR und ΔL zweischaliger Bauteile auch durch keinen stets gleichen Anstieg gekennzeichnete Funktion $\Delta R(f)$, sondern stets in Absolutwerten und Frequenzcharakteristik - übrigens mit stets zu höheren Frequenzen steigender Tendenz - von den bauphysikalischen Daten der Wand, also Ξ , σ , χ und \underline{W} abhängig.

Anmerkung: Aus der Theorie poröser Absorber für die Raumakustik ist bekannt, daß es bei extrem schrägem Schalleinfall stets einen Grenzwinkel gibt mit maximalem Schallabsorptionsgrad $\alpha_{\vartheta \max}$. Jenseits dieses Grenzwinkels - der übrigens äquivalent optischen Phänomenen z.B. beim Spiegeln einer Straße am Horizont auch als Glanzwinkel bezeichnet wird - nimmt der Schallabsorptionsgrad rasch ab als Folge einer in diesem Bereich auftretenden gegenphasigen Reflexion bzw. als physikalische Folge einer Unterbindung bzw. Minderung wandparalleler Bewegungen an der Grenzschicht 1. Praktisch bedeutet dies, daß bei extrem schrägem Schalleinfall Schall nicht mehr in die poröse Schicht eindringt, d.h. in diesem Bereich infolge Reflexion auch nicht im Sinne einer Transmission wirksam werden kann, die Höhe der Schalldämmung also aus anderen Gründen begünstigt. Diese auf einen sehr kleinen Bereich der Komplementärwinkel schräg auffallender ebener Wellen begrenzten Phänomene seien jedoch im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt, zumal ihr Anteil bei der im letzten Abschnitt für den allseitigen statistischen Schalleinfall erforderlichen Integration aller Phänomene über alle Raumwinkel ohnehin vernachlässigbar sind.

4.23 Näherung bei hohen Frequenzen

Nach Umschreiben der Gleichung (173) äquivalent der von (157a) im Abschnitt 4.143 in Verbindung mit den gleichen Näherungsbetrachtungen und Rechengang bis (160) ergibt sich in diesem Bereich.

$$R_{\vartheta} \approx (10 \lg e) \frac{\bar{\epsilon} l \sigma}{Z_0 \sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta}} \quad \text{dB} \quad (174)$$

Der Vergleich mit dem Schalldämm-Maß bei senkrechtem Schalleinfall in Gleichung (160) läßt unmittelbar als bei der Diskussion nach (173) erkennen, daß hierbei wieder $R_{\vartheta} > R_0$ ist. Hierbei läßt sich für diesen ja wesentlichen asymptotischen frequenzunabhängigen Bereich der dissipativen Schalldämmung bei hohen Frequenzen auch die Differenz

$$\Delta R_{\vartheta} = R_{\vartheta} - R_0 \quad (175)$$

angeben durch Einsetzen von Gleichung (174) und (160) in (175)

$$\Delta R_{\vartheta} \approx (10 \lg e) \frac{\bar{\epsilon} l \sigma}{Z_0} \left(\frac{1}{\sqrt{\chi - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{\sqrt{\chi}} \right) \quad \text{dB} \quad (176)$$

Auch hier zeigt sich, daß ΔR_{ϑ} neben dem Winkel ϑ von $\bar{\epsilon}$ und σ sowie in besonderer Weise von χ abhängig ist in der Weise, daß bei sonst gleichen Daten mit größerem $\chi > 1$ die Winkelabhängigkeit schnell kleiner wird. Die Größenordnung läßt sich für den bei Näherungsbetrachtungen üblichen Grenzwert $\chi=1$ abschätzen. Hier wird Gleichung (176) mit $\cos \vartheta = \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta}$

$$\Delta R_{\vartheta} \approx (10 \lg e) \frac{\bar{\epsilon} l \sigma}{Z_0} \left(\frac{1}{\cos \vartheta} - 1 \right) \quad (177)$$

In Bild 19 ist der Zusammenhang

$$\Delta R_{\vartheta} = f(\vartheta)_{\chi}$$

bei verschiedener Anpassung dargestellt und mit ΔR_{ϑ} bei tiefen Frequenzen und beim Massegesetz verglichen.

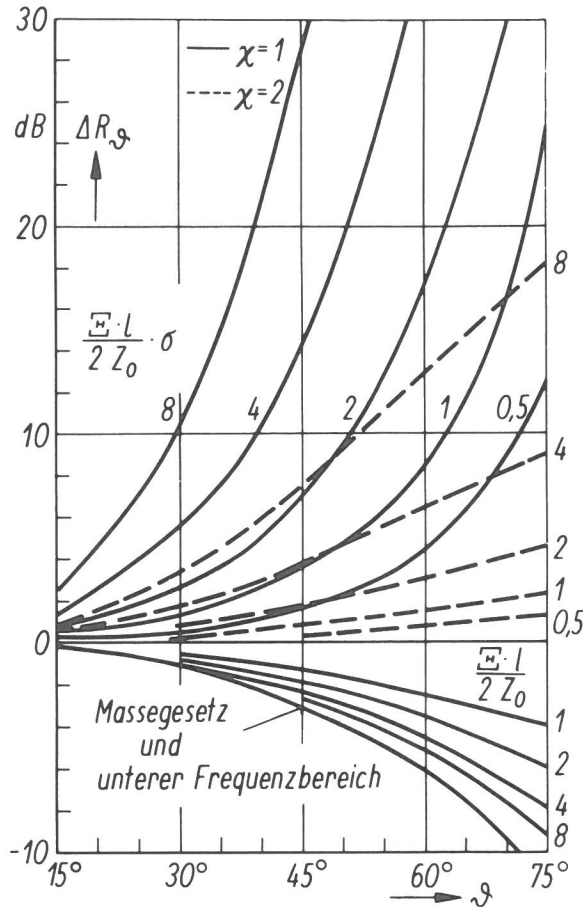


Bild 19: Einfluß des Schalleinfallwinkels ϑ auf die oberen Grenzwerte dissipativer Schalldämmung bei hohen Frequenzen für verschiedene Anpassungen als Parameter im Vergleich zum Einfluß auf die Grenzwerte im unteren Frequenzbereich und beim Massegesetz, dargestellt als Differenz der Schalldämm-Maße gegenüber den Werten bei senkrechtem Schalleinfall.

4.3 Bei allseitigem Schalleinfall

Definitionsgemäß gilt für die Gleichung (164)

$$R_{\vartheta} = 10 \lg \left(\frac{|Z_{\tau_{\vartheta}}| \cos \vartheta}{2Z_0} \right)^2 = 10 \lg \frac{1}{\tau_{\vartheta}} = -10 \lg \tau_{\vartheta} \quad (178)$$

Hieraus läßt sich schreiben

$$\tau_{\vartheta} = \left(\frac{2Z_0}{|Z_{\tau_{\vartheta}}| \cos \vartheta} \right)^2 \quad (178a)$$

Für das Schalldämm-Maß bei allseitigem Schalleinfall läßt sich äquivalent zu den Ansätzen für die Paris'sche Formel - also inte-

griert über alle Raumwinkel - wie bereits aus anderem Anlaß für Probleme der Transmission abgeleitet [27] schreiben

$$\bar{R} = 10 \lg \frac{\int_0^{\pi/2} P_{1\vartheta} \sin \vartheta \, d\vartheta}{\int_0^{\pi/2} P_{2\vartheta} \sin \vartheta \, d\vartheta} \quad (179)$$

$$\bar{R} = -10 \lg \int_0^{\pi/2} \tau_{\vartheta} \sin \vartheta \cos \vartheta \, d\vartheta \quad (179a)$$

Mit τ_{ϑ} aus (178a) in (179a) ergibt sich somit

$$\bar{R} = -10 \lg \int_0^{\pi/2} \left(\frac{2Z_0}{|Z_{T\vartheta}| \cos \vartheta} \right)^2 \sin \vartheta \cos \vartheta \, d\vartheta \quad (180)$$

$$\bar{R} = -10 \lg \int_0^{\pi/2} \left(\frac{2Z_0}{|Z_{T\vartheta}|} \right)^2 \tan \vartheta \, d\vartheta \quad (180a)$$

$$\bar{R} = -10 \lg 4 Z_0^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\tan \vartheta \, d\vartheta}{|Z_{T\vartheta}|^2} \quad (180b)$$

Ist dagegen bereits der Verlauf von R_{ϑ} bekannt, so läßt sich (179a) auch schreiben zu

$$\bar{R} = -10 \lg \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{R_{\vartheta}/10} \, d\vartheta \quad (181)$$

Wegen der komplizierten Ausdrücke für $Z_{T\vartheta}$ bzw. R_{ϑ} wird die numerische Berechnung in der Regel schwierig und oft nur mit Näherungsverfahren bzw. mit graphischen Methoden möglich sein. So vereinfacht die modifizierte Form des Lösungsintegrals (180b) zunächst auch erscheint, werden Lösungen schwierig, wenn man die zugehörigen trigonometrischen Funktionen in den Gleichungen (165) (166) und (167) betrachtet. Sinnvoll erscheint hier wegen der in (166) und (167) und damit in (165) auftretenden $\sin^2 \vartheta$ - Glieder eine Substitution mit $\sin^2 \vartheta$, so daß Gleichung (180) zu schreiben wäre als

$$\bar{R} = -10 \lg 2 Z_0^2 \int_0^1 \frac{d(\sin^2 \vartheta)}{|Z_{T\vartheta}|^2 (1 - \sin^2 \vartheta)} \quad (180c)$$

wegen $d(\sin^2 \vartheta) = 2 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta$ und $\cos^2 \vartheta = 1 - \sin^2 \vartheta$

Dies gilt besonders auch für die Näherungen bei mittleren und hohen Frequenzen, in denen ja für R_ϑ ausschließlich $\sin^2 \vartheta$ -Glieder auftreten.

Die hier vorliegenden ersten Erfahrungen bei Rechnungen mit $\sigma=1$ und $\chi=1$ also einem idealisierten porösen Material zeigen, daß, ähnlich wie in der übrigen Bauakustik, die Ergebnisse von \bar{R} denen von $R_{(45^\circ)}$ fast identisch sind (Abweichungen kleiner 1 dB) offenbar auch als Folge der Tatsache, daß frequenzselektive Phänomene beim Problem der dissipativen Dämmung nicht auftreten. Damit läßt sich im folgenden das Verhalten der Näherungslösungen bei allseitigem Schalleinfall in einfacher Weise ableiten und darstellen.

4.31 Näherung bei tiefen Frequenzen

Aus Gleichung (170) läßt sich mit $\cos \pi/4 = \frac{1}{2} \sqrt{2}$ sofort schreiben

$$\bar{R} \approx 20 \lg \left(1 + \frac{\Re 1 \sqrt{2}}{4 Z_0} \right) \quad (182)$$

Wie bereits in Abs. 4.21 mit $R_\vartheta < R_0$ festgestellt, ist auch hier das Schalldämm-Maß bei allseitigem Schalleinfall \bar{R} kleiner als das bei senkrechtem Schalleinfall R_0 . Die Differenz

$$\Delta R = \bar{R} - R_0 \quad (183)$$

ist dabei jedoch von der Anpassung von $\Re 1$ an Z_0 abhängig. Führt man die Näherungsgleichung für R_0 der Gleichung (153) und \bar{R} der Gleichung (182) in (183) ein so ergibt sich

$$\Delta R = 20 \lg \frac{1 + \frac{\Re 1}{2Z_0}}{1 + \frac{\Re 1 \sqrt{2}}{4Z_0}} \quad (184)$$

bzw. etwas umgewandelt

$$\Delta R = 20 \lg \frac{\frac{Z_0}{\Re 1} + \frac{1}{2}}{\frac{Z_0}{\Re 1} + \frac{\sqrt{2}}{4}} \quad (184a)$$

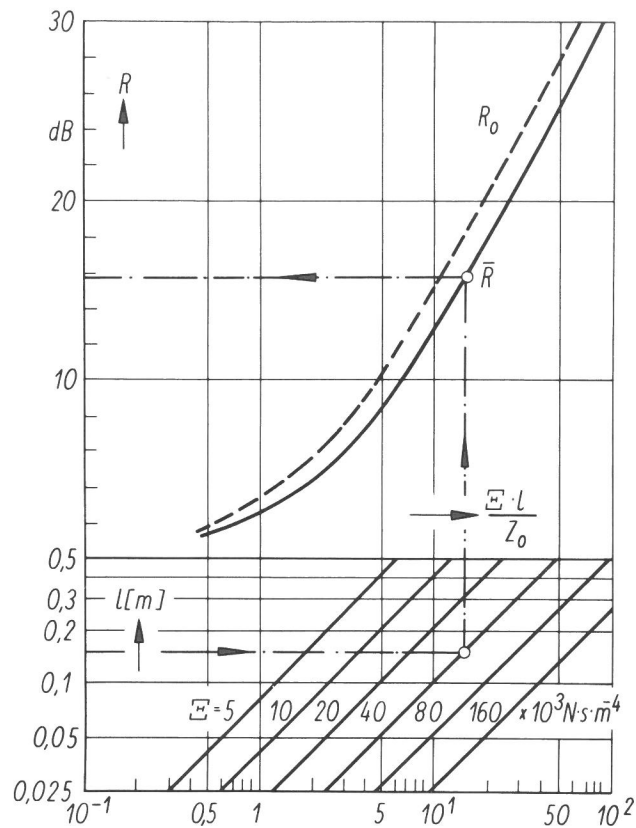


Bild 20: Untere Grenzwerte dissipativer Schalldämmung bei tiefen Frequenzen für allseitigen und senkrechten Schalleinfall in Abhängigkeit von der Dicke und dem spez. Strömungswiderstand offenporiger Bauteile.

Beispiel: $l = 0,15 \text{ m}$; $\bar{\epsilon} = 40 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$

$$\bar{R} = 15,7 \text{ dB}$$

In der folgenden Tabelle ist $\Delta R = f(\frac{\bar{\epsilon} \cdot l}{Z_0})$, also ΔR bei verschiedener Anpassung aufgetragen.

$\frac{\bar{\epsilon} \cdot l}{Z_0}$	$\bar{\epsilon} \cdot l \ll Z_0$ → 0	0,5	1	2	4	8	16	$\bar{\epsilon} \cdot l \gg Z_0$ → ∞
ΔR in dB	0	0,52	0,89	1,38	1,89	2,32	2,62	3

Tabelle 3: Minderung $\Delta R = R_0 - \bar{R}$ bei tiefen Frequenzen in Abhängigkeit von der Anpassung.

Die Werte dieser Tabelle zeigen, daß im Bereich optimaler Anpassung \bar{R} ungefähr 1 dB unter R_0 liegt, dagegen bei völliger Fehlanpassung mit $\Delta R = 3 \text{ dB}$ - wie erwartet - praktisch der Minderung von \bar{R} bei der Massedämmung entspricht.

4.32 Näherung bei mittleren und hohen Frequenzen

Entsprechend $\sin^2 \pi/4 = 1/2$ läßt sich aus Gleichung (173) zugleich unter Berücksichtigung des nach DIN 52 212 [38] wieder meßbaren Schallabsorptionsgrades α_S bei allseitigem Schalleinfall als Näherung schreiben

$$\bar{R} \approx \left(\frac{20 \lg e}{\sqrt{2}} \right) k_0 l \sqrt{\sqrt{\left(\chi - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\epsilon} \sigma}{\omega \rho_0}\right)^2} - \left(\chi - \frac{1}{2}\right)} + 20 \lg \frac{1}{\alpha_S} \quad (185)$$

Im Falle möglichst hoher hier vorausgesetzter Anpassung kann der zweite Summand $20 \lg \frac{1}{\alpha_S}$ vernachlässigt werden gegenüber dem ersten Glied, also sicher bei höheren Frequenzen und um so mehr, als hier ja der Schallabsorptionsgrad der rückwirkungsfreien porösen Schicht gemeint ist. Im Gegensatz zur Massedämmung, die bei Dickenverdopplung theoretisch jeweils um 6 dB ansteigt, bewirkt hier eine Dickenverdopplung näherungsweise eine Verdopplung der dissipativen Schalldämmung. Im Gegensatz zur Massedämmung mit $\bar{R} < R_0$ ist hier ferner $\bar{R} > R_0$. Auch diese Differenz $\Delta R = \bar{R} - R_0$ ist, wie der Vergleich mit der Näherungslösung bei senkrechtem Schalleinfall in Gleichung (155) zeigt, bezogen auf gleiche Stoffkennwerte $\bar{\epsilon}$ und σ und gleiche Frequenzen der Wanddicke proportional und kann beträchtliche Werte in der Größenordnung von 10 dB annehmen. Diese Differenz nimmt jedoch - ähnlich den oben diskutierten Phänomenen der Winkelabhängigkeit - mit $\chi > 1$ schnell ab.

4.33 Näherung bei hohen Frequenzen

Aus Gleichung (174) läßt sich wieder mit $\sin^2 \pi/4 = 1/2$ sofort angeben

$$\bar{R} \approx (10 \lg e) \frac{\bar{\epsilon} l \sigma}{Z_0 \sqrt{\chi - \frac{1}{2}}} \quad \text{in dB} \quad (186)$$

$$\bar{R} \approx (10 \sqrt{2} \lg e) \frac{\bar{\epsilon} l \sigma}{Z_0 \sqrt{2\chi - 1}} \quad (186a)$$

Auch hier ist die Schalldämmung wieder bezogen auf gleiche Stoffkennwerte unmittelbar proportional der Wanddicke und als Maximaldämmung im Sinne einer Asymptote frequenzunabhängig. Desgleichen ist wieder $\bar{R} > R_0$, wobei die Differenz - wie bereits im Anschluß zu Gleichung (176) erörtert - von den Ausgangswerten, also $\bar{\epsilon}, \sigma$ und χ abhängt,

jedoch bei Werten des Strukturfaktors $\chi > 1$ bezogen auf gleiche \bar{R} und σ schnell wieder abnimmt. Um die Maximalwerte von $\Delta R = \bar{R} - R_0$ abzuschätzen, sei zunächst $\chi=1$ angenommen, wobei sich aus der Differenz von Gleichung (186a) gegenüber (160) ergibt

$$\Delta R \approx (10 \lg e) \frac{E_1 \sigma}{Z_0} (\sqrt{2} - 1) \quad (187)$$

d.h. etwa

$$\Delta R \approx 0,4 R_0$$

Um den bedeutsamen Einfluß des Strukturfaktors zu verdeutlichen, einmal auf die Schalldämm-Maße R_0 und \bar{R} zum anderen auf die jeweilige Differenz ΔR - bezogen auf jeweils gleichen Strukturfaktor - sei die folgende Tabelle 4 aufgestellt und daraus in Bild 21b das Schalldämm-Maß bei allseitigem Schalleinfall \bar{R} über einem Schalldämm-Maß R_0 bei $\chi=1$ aufgetragen. Beide Darstellungen verdeutlichen, daß bei hoher dissipativer Dämmung neben allen Anpassungsproblemen vor allem ein niedriger, gegen 1 gehender Strukturfaktor anzustreben ist.

Dabei zeigt sich, daß bezogen auf sonst gleiche Stoffkennwerte und Wanddicke bei einem Strukturfaktor $\chi=1,5$ für \bar{R} etwa die Werte von R_0 bei $\chi=1$ erreicht werden, d.h., daß in der Praxis möglichst Werte $\chi \approx 1,5$ anzustreben sind. Der Einfluß des Strukturfaktors χ ist beim allseitigen Schalleinfall wesentlich größer als beim senkrechten. Während bei R_0 eine Erhöhung von $\chi=1$ auf $\chi=4$ eine Halbierung der Dämmung bewirkt, sinkt diese bei gleicher χ -Änderung bei \bar{R} fast auf ein Drittel des Ausgangswertes ab.

Vergleichsgröße	χ	R_0 in dB ohne Berücksichtigung von χ				
		10	20	30	40	50
R_0 in dB	1	10	20	30	40	50
	1,5	8,2	16,3	24,5	32,6	40,8
	2	7	14	21	28	35
	4	5	10	15	20	25
\bar{R} in dB	1	14	23	42	56	70
	1,5	10	20	30	40	50
	2	8,2	16,3	24,5	32,6	40,8
	4	5,3	10,6	16	21,3	26,7
$\Delta R = \bar{R} - R_0$ in dB bezogen auf gleiche χ	1	4	6	12	16	20
	1,5	1,8	3,7	5,5	7,4	9,2
	2	1,2	2,3	3,5	4,6	5,8
	4	0,5	0,5	1	1,3	1,7

Tabelle 4: Einfluß des Strukturfaktors χ auf die dissipative Schalldämmung bei senkrechtem und allseitigem Schalleinfall R_0 und \bar{R} sowie auf ΔR bei jeweils konst. χ

Die oberen Grenzwerte der Luftschalldämmung bei hohen Frequenzen sind in Bild 21a dargestellt und der Einfluß des Strukturfaktors in Bild 21b.

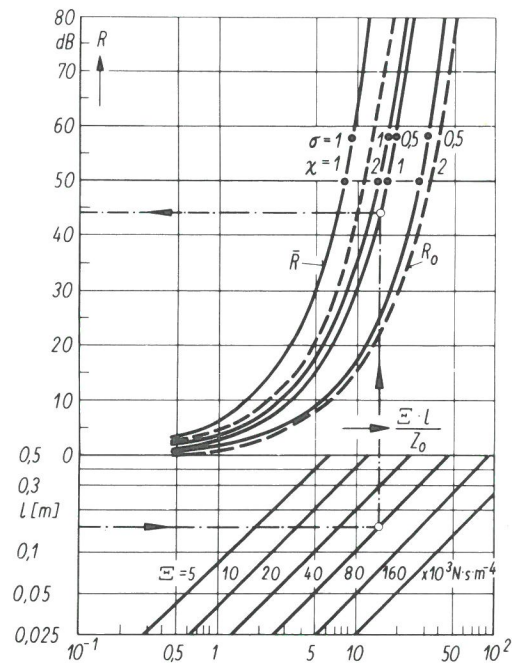


Bild 21a: Obere Grenzwerte dissipativer Schalldämmung bei hohen Frequenzen für allseitigen und senkrechten Schalleinfall in Abhängigkeit von der Dicke, dem spez. Strömungswiderstand, der Porosität und dem Strukturfaktor der Bauteile.

Beispiel: $l = 0,15 \text{ m}$; $E = 40 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$
 $\sigma = 0,5$; $\chi = 1$
 $\bar{R} = 44,4 \text{ dB}$

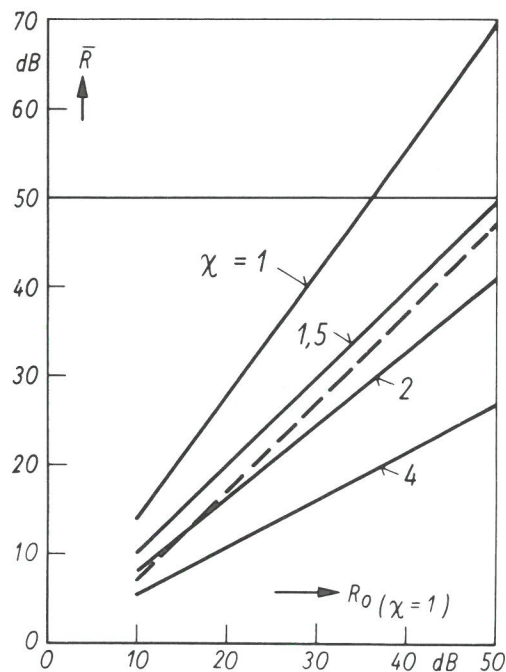


Bild 21b: Einfluß des Strukturfaktors χ auf die dissipative Schalldämmung bei hohen Frequenzen, dargestellt als Schalldämmmaß bei allseitigem Schalleinfall in Abhängigkeit von der Schalldämmung gleicher Bauteile (Abmessung, Strömungswiderstand, Porosität) bei senkrechtem Einfall und vernachlässigbarem Strukturfaktor R_0 ($\chi=1$) im Vergleich zu äquivalenten Werten (gestrichelt) bei der theor. Massedämmung.

In den Bildern 22a und 22b sei abschließend im Sinne einer Zusammenfassung die dissipative Schalldämmung bei allseitigem Schalleinfall $\bar{R}(f)$ bei verschiedener Anpassung dargestellt.

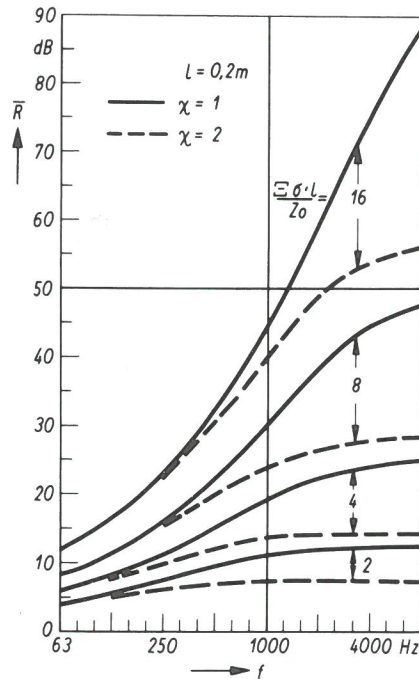


Bild 22a: Dissipative Schalldämmung $\bar{R}(f)$ bei allseitigem Schalleinfall bei unterschiedlicher Anpassung und verschiedenem Strukturfaktor als Parameter für Bauteile konstanter Dicke $l = 0,2\text{ m}$.

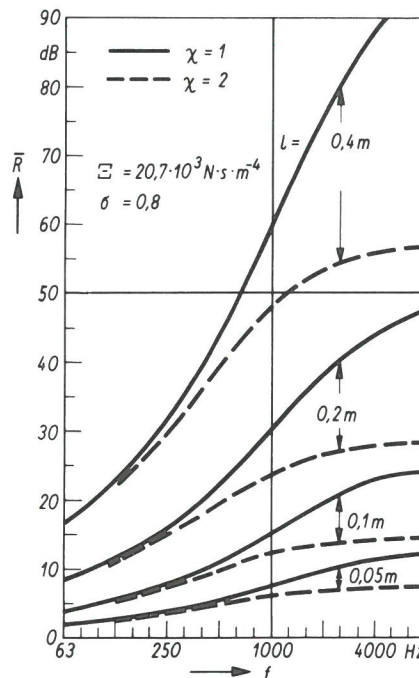


Bild 22b: Dissipative Schalldämmung $\bar{R}(f)$ bei allseitigem Schalleinfall bei unterschiedlicher Dicke und verschiedenem Strukturfaktor als Parameter für Bauteile sonst konstanter Stoffeigenschaften $E = 20,7 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$; $\sigma = 0,8$.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Aus den Gesetzmäßigkeiten der Schallausbreitung ebener Wellen im porösen Material mit dem Hauptmerkmal von Dispersionsphänomenen sowie den akustischen Vorgängen an einer Grenzschicht einer rückwirkungsfreien porösen Schicht mit den Ergebnissen komplexer Reflexions- und Transmissionsfaktoren und ihren Abhängigkeiten vom spezifischen Strömungswiderstand, der Porosität, dem Strukturfaktor im komplexen Wandwiderstand wurden über mathematische Modelle unterschiedlicher Einschränkungen sowie zuletzt über eine Vierpol-darstellung des Problems Gleichungen einer dissipativen Schalldämmung bei einem ideal isotropen porösen Material mit starrem Skelett bei senkrechtem, schrägem und allseitigem Schalleinfall abgeleitet.

Hierbei zeigt sich, daß die dissipative Schalldämmung über eine Definitionsgleichung des Schalldämm-Maßes im Sinne von auffallender Schalleistung - also nicht wie bei der Masedämmung der resultierenden Schalleistung vor der Wand^{*)} - zu durchgelassener Schalleistung darstellbar ist mit dem Einsetzen einer geeignet definierten, frequenzabhängigen komplexen Trennimpedanz, die ihrerseits bei gegebener Wanddicke als Funktion des komplexen Wandwiderstandes und der komplexen Wellenzahl des rückwirkungsfreien porösen Materials zu beschreiben ist und in denen als wesentliche baustoffkennzeichnende Größen der spezifische Strömungswiderstand, die Porosität und der Strukturfaktor enthalten sind.

Mit dem erforderlichen Einsetzen der Real- und Imaginärteile der komplexen Größen in diese Definitionsgleichung wird allerdings die numerische Berechnung der Schalldämm-Maße recht aufwendig und schwierig, so daß Näherungsgleichungen für die Bereiche tiefer, mittlerer und hoher Frequenzen abgeleitet wurden vor allem, um neben einer vereinfachten numerischen Auswertung die Diskussion der Parametereinflüsse, also der Einflüsse der Baustoffkennwerte zu erleichtern vorwiegend auch im Vergleich von senkrechtem, schrägem und allseitigem Schalleinfall.

Hierbei zeigt sich, daß die dissipative Schalldämmung nicht allein von der Anpassung des Gesamtströmungswiderstandes der Wand an die Schallkennimpedanz der Luft abhängt, sondern bei einer Porosität

*) genau: der aus dem resultierenden Schalldruck vor der Wand ermittelten Schalleistung

< 1 und einem Strukturfaktor > 1 grundsätzlich die Schalldämmung verringert wird. Dieser Einfluß ist bei hohen Frequenzen am größten, nimmt bei mittleren Frequenzen ab und ist bei tiefen Frequenzen vernachlässigbar.

Bemerkenswert ist außerdem der zusätzlich starke Einfluß des Strukturfaktors auf die Winkelabhängigkeit des Schalldämm-Maßes bzw. auf das Schalldämm-Maß bei allseitigem Schalleinfall gegenüber den Werten bei senkrechtem Schalleinfall R_0 . Hier wird die im mittleren und hohen Frequenzbereich gegenüber der Dämmung R_0 ableitbare, z.T. erstaunliche Erhöhung der Schalldämmung, mit großem Strukturfaktor χ schnell reduziert, so daß für eine hohe dissipative Dämmung Werte $1 < \chi < 1,5$ anzustreben sind.

Die Frequenzcharakteristik der dissipativen Schalldämmung ist im Prinzip bei tiefen und hohen Frequenzen durch frequenzunabhängige Asymptoten gekennzeichnet bei einem durch die Stoffkennwerte und Wanddicke bestimmten, mit wachsender Frequenz erfolgenden mehr oder weniger steilen Anstieg bei mittleren Frequenzen. Diese Frequenzcharakteristik der Schalldämmung ist in Bild 23 im Prinzip dargestellt und mit der Massedämmung nach Bild 3 verglichen - allerdings hier ohne Berücksichtigung absoluter, also auf die gleiche Masse je Flächeneinheit bezogener Größen.

Bild 23:

Prinzipieller Frequenzverlauf der dissipativen Schalldämmung (1) im Vergleich mit dem Verlauf der Massedämmung (2) bei allseitigem und (3) bei senkrechtem Schalleinfall.

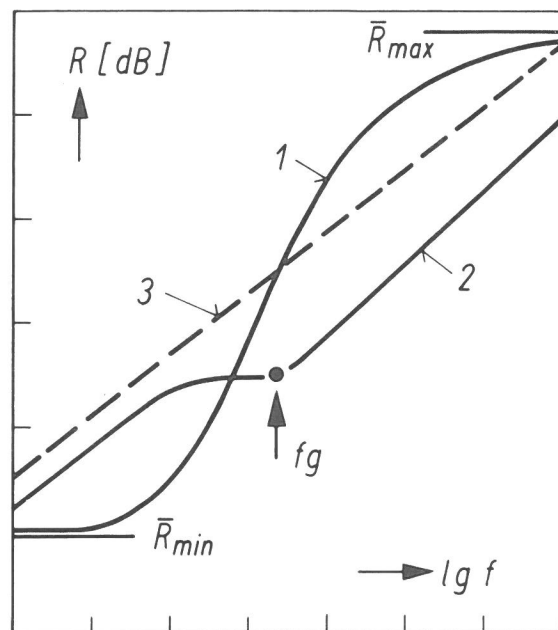


Bild 24 zeigt im Prinzip den relativen Frequenzverlauf der Schalldämm-Maße bei senkrechtem und allseitigem Schalleinfall.

Zusammenfassend ergeben sich bei der dissipativen Schalldämmung

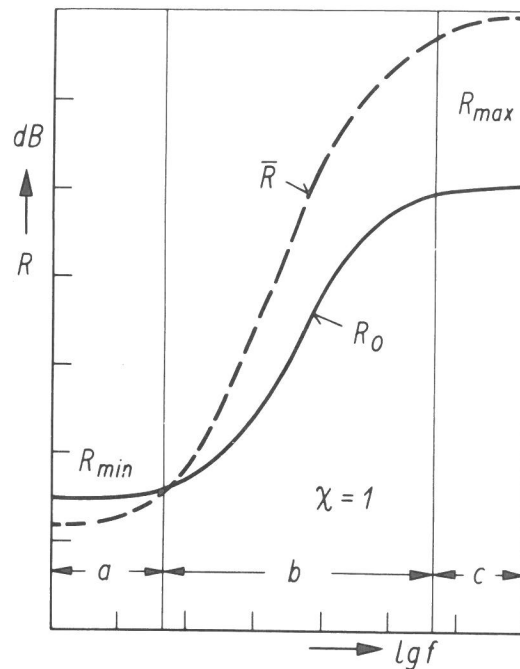


Bild 24: Prinzipieller Frequenzverlauf der dissipativen Schalldämmung eines einschaligen offenporigen Bauteiles im Vergleich von allseitigem und senkrechtem Schalleinfall für die 3 typischen Bereiche a) bei tiefen, b) bei mittleren und c) bei hohen Frequenzen beim idealen Strukturkoeffizient $\chi = 1$.

unter der Voraussetzung einer geeigneten Optimierung gegenüber der Massedämmung folgende wesentliche Merkmale.

- 1.) Die dissipative Dämmung steigt im überwiegenden Frequenzbereich bei schrägem und allseitigem Schalleinfall erheblich an gegenüber den Werten bei senkrechtem Schalleinfall im Gegensatz zur Massedämmung mit reduzierter Schalldämmung.
- 2.) Bei der dissipativen Dämmung ist im überwiegenden Frequenzbereich die Schalldämmung direkt proportional der Wanddicke - also doppelte Schalldämmung bei Verdopplung der Dicke - im Gegensatz zur Massedämmung mit einer jeweiligen Erhöhung der Dämmung um 6 dB bei Dickenverdopplung.
- 3.) Die dissipative Dämmung verhindert - besonders bei geeigneter Anpassung - eine Körperschallanregung der Wand, wie auch umgekehrt eine Abstrahlung von Körperschall als Luftschall reduziert wird, und entschärft damit bauakustische Probleme der Flankenübertragung, die in der Praxis bei heute üblichen Bauarten in der Regel die maximal mögliche Luftschalldämmung begrenzt. Selbst bei wesentlichen Fehlanpassungen, die bei mittleren Frequenzen jedoch mit einem Summand $20 \lg 1/\alpha$ sogar die rein dissipative Dämmung nach den Näherungslösungen erhöht, wird die Körperschallanregung und -abstrahlung angemessen reduziert.

Alle Ableitungen und Erörterungen in diesem Bericht gehen aus von

einem starren Skelett der porösen Schicht. Bei praktischen Ausführungen wird es je nach Anpassung und der Masse je Flächeneinheit sowie der Steifigkeit der Wand zu Abweichungen zwischen Erwartungs- und Meßwerten kommen. Hierbei ist zwischen dem möglichen Mitschwingen der Wand als Ganzes und dem partiell möglichen Mitschwingen der Strukturelemente (z.B. Fasern) zu unterscheiden. Bei einem Mitschwingen der Wand als Ganzes werden nach Hinweisen in der Literatur zum Absorptionsproblem vermutlich die Erwartungswerte der dissipativen Dämmung - vor allem im unteren Frequenzbereich - reduziert, eine Erscheinung, die sich jedoch mit porenschließenden Folien mindern läßt. Bei mitschwingenden Strukturelementen kann dagegen die Schalldämmung sogar erhöht sein. Untersuchungen hierzu seien jedoch den diesem Bericht folgenden experimentellen Arbeiten vorbehalten, für die auch zu diesem Problem bereits erste mathematische Ansätze zur Verfügung stehen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit dienen als Grundlage für systematische experimentelle Untersuchungen an Modellen zur dissipativen Schalldämmung, vor allem mit neuen Baustoffen, ferner der möglichen Optimierung bezogen auf äquivalente Werte einer Massedämmung sowie der Vorbereitung für Untersuchungen an geeigneten Kombinationen nach Bild 5, zugleich in Verbindung mit geeigneten Maßnahmen zur Veränderung der Steifigkeit derartiger Modellwände. Hierbei sind zunächst die Probleme einer praxisgerechten Realisierung noch offen, vor allem im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit geeigneter Lösungen, die sonstigen Forderungen des Bautenschutzes und die Einhaltbarkeit der für eine Optimierung erforderlichen technologischen Baustoffkennwerte und hieraus noch zu bestimmender Toleranzgrenzen.

Benutzte Symbole

A	allgemeine Amplitude
B	allgemeine Amplitude, in besonderen Fällen auch Biegesteife in N·m
C	allgemeine Amplitude
D	Schallpegeldifferenz in dB bzw. Schalldämpfung in dB
E	Elastizitätsmodul in $N \cdot m^{-2}$
K	Kompressionsmodul in $N \cdot m^{-2}$
L	mittlerer Schalldruckpegel in dB
P	Schalleistung in W
R	Schalldämm-Maß in dB
S	Fläche in m^2
V	Volumen in m^3
W	Wandwiderstand in $Ns \cdot m^{-3}$
Z	Spez. Schallimpedanz in $Ns \cdot m^{-3}$
a	Phasengeschwindigkeit in $m \cdot s^{-1}$
b	Reziprokwert einer normierten Dämpfungsgröße (Reichweite) in m
c	Schallgeschwindigkeit $m \cdot s^{-1}$
d	Durchlaßfaktor
e	Basis der natürlichen Logarithmen
f	Frequenzen in Hz
j	$\sqrt{-1}$ Einheit imaginärer Größen
k	Kreiswellenzahl in $rad \cdot m^{-1}$
l	Dicke der porösen Schicht in m
m'	Masse je Flächeneinheit in $kg \cdot m^{-2}$
p	Schalldruck in $N \cdot m^{-2}$
q	Schallfluß in $m^3 \cdot s^{-1}$
r	Schallreflexionsfaktor
s'	flächenbezogene dynamische Steifigkeit in $N \cdot m^{-3}$
t	Zeit in s
v	Schallschnelle in $m \cdot s^{-1}$
x	Ortskoordinaten in m
y	Ortskoordinaten in m
z	Ortskoordinaten in m

Ξ	längenspez. Strömungswiderstand in $N \cdot s \cdot m^{-4}$
Φ	Potential der Schallschnelle in $m^2 \cdot s^{-1}$
α	Schallabsorptionsgrad
η	in Einleitung Verlustfaktor, sonst dimensionslose frequenzabhängige Reibungskonstante
δ	Schalldissipationsgrad
ϑ	Schalleinfallswinkel
κ	Verhältnis der spez. Wärmekapazitäten
λ	Wellenlänge in m
ρ	Dichte in $kg \cdot m^{-3}$ bzw. Schallreflexionsgrad
σ	Porosität
τ	Schalltransmissionsgrad
χ	Strukturfaktor
ω	Winkelgeschwindigkeit in $m \cdot s^{-1}$

- Anmerkung:
- 1.) Komplexe Größen sind durch Unterstreichen gekennzeichnet, z.B. \underline{p} , \underline{v} , \underline{W} , \underline{A} , $\underline{\Phi}$
 - 2.) Vektoren sind, wo erforderlich, durch einen Pfeil gekennzeichnet, z.B. \vec{v}
 - 3.) Kenngrößen in Luft sind durch den Index o gekennzeichnet, z.B. ρ_o , c_o , Z_o , k_o
 - 4.) Besondere Frequenzen: f_r - Resonanzfrequenzen
 f_g - Grenzfrequenzen

- [1] Gösele, K. u. Schüle, W.:
Schall, Wärme, Feuchtigkeit;
Wiesbaden, Bauverlag, 1965
- [2] Bruckmayer, F.:
Handbuch der Schalltechnik;
Wien, Deuticke-Verlag, 1962
- [3] Cremer, L.:
Vorlesungen über Technische Akustik;
Berlin, Springer - Verlag, 1971
- [4] Furrer, W.:
Raum- und Bauakustik - Lärmabwehr;
Basel, Birkhäuser-Verlag, 1961
- [5] Moll, W.:
Bauakustik; Bauingenieur-Praxis, Heft 20,
Berlin, Verlag Wilhelm Ernst u. Sohn, 1965
- [6] Cremer, L. u. Heckl, M.:
Körperschall - Physikalische Grundlagen und Technische An-
wendungen;
Berlin, Springer-Verlag, 1967
- [7] Kurtze, G.:
Physik und Technik der Lärmbekämpfung;
Karlsruhe, Braun-Verlag, 1960
- [8] Zeller, W.:
Technische Lärmabwehr;
Stuttgart, Kröner-Verlag, 1950
- [9] DIN 4109 - Schallschutz im Hochbau
Blatt 1 Begriffe
Blatt 2 Anforderungen
Blatt 3 Ausführungsbeispiele
Blatt 4 Schwimmende Estriche auf Massivdecken
Blatt 5 Erläuterungen
- [10] Schneider, P. u. Böckl, W.:
Kommentar zur Neufassung von DIN 4109 - Schallschutz im Hochbau;
Godesberg, Herausg. Bundesministerium für Wohnungswesen, Städte-
bau und Raumordnung, 1964
- [11] DIN 52 210 Bauakustische Prüfungen
Bestimmung der Luft- und Trittschalldämmung

- [12] DIN 52 214 Bauakustische Prüfungen
Bestimmung der dynamischen Steifigkeit von Dämmschichten für schwimmende Estriche
- [13] DIN 52 217 Bauakustische Prüfungen
Flankenübertragung - Begriffe
- [14] DIN 52 218 Bauakustische Prüfungen
Prüfung des Geräuschverhaltens von Armaturen und Geräten der Wasserinstallation im Laboratorium
- [15] DIN 52 219 Bauakustische Prüfungen
Messung von Geräuschen der Wasserinstallation am Bau
- [16] DIN 52 220 Bauakustische Prüfungen
Messungen zur Bestimmung des Luftschallschutzes von Schächten und Kanälen
- [17] Cremer, L. u. Schneider, P.:
Erhebungen über den Schallschutz im Wohnungsbau in den Jahren 1954 - 1957;
Bundesbaublatt 1959, Heft 9, S. 450
- [18] Gösele, K.:
Bautechnische Maßnahmen zur Erhöhung der Wohnruhe;
Schalltechnik, Bd. 22 (1962) Nr. 48, S. 19
- [19] Moll, W.:
Ergebnisse bauakustische Prüfungen in sozialen Wohnungsbauten West-Berlins 1956 - 1963;
Deutsche Bauzeitschrift 1966, Heft 3, S. 435
- [20] Schneider, P.:
Der Einfluß der Nebenwegübertragung auf die Luftschalldämmung von Bauteilen;
Wissenschaftlicher Sammelband der BAM, Berlin 1971
- [21] DIN 18 041 Hörsamkeit in kleinen bis mittelgroßen Räumen
- [22] DNA - Schallabsorptionsgrad-Tabelle; Berlin, Beuth-Vertrieb, 1968
- [23] Cremer, L.:
Statistische Raumakustik - Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik, Bd. II
Stuttgart, Hirzel-Verlag, 1961
- [24] Cremer, L.:
Wellentheoretische Raumakustik - Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik, Bd. III
Leipzig, 1950
- [25] Lord Rayleigh:
Theorie of Sound, Bd. 1 und 2;
London, MacMillan, 1929
- [26] Wagner, K.W.:
Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen;
Wiesbaden, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung, 1947

- [27] Schneider, P.:
Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen;
BAM-Berichte Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung, BAM-BR 006, April 1971
- [28] Gösele, K.:
Zur Luftschalldämmung von einschaligen Wänden und Decken;
Acustica (1968) S. 334
- [29] Westphal, W.:
Untersuchungen zur Schallabsorption von Sillan-Steinwolle;
Wärme, Kälte, Schall, Bd. 9, Heft 2, 1964, S. 18
- [30] Schneider, P.:
Akustische Untersuchungen zur Wirkung lärmindernder Stützwandverkleidungen bei Stadtautobahnen;
BAM-Forschungsbericht 2.43/10 120 (unveröffentlicht) 1964
- [31] Schneider, P. u. Rückward, W.:
Untersuchung zur Schallabsorption hygienischer Akustikdecken - Elemente für den Krankenhausbau;
BAM-Untersuchungsbericht 2.43/12 681 (unveröffentlicht) 1968
- [32] Schneider, P.:
Schallschutz im amerikanischen Hochbau;
Schalltechnik, Heft 44/45, 1961, S. 1 bis 25
- [33] Tätigkeitsbericht der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) 1967, S. 57
- [34] Szabó, J.:
Mathematik - Hütte Bd. I - Theoretische Grundlagen;
28. Auflage, S. 61
- [35] Zwicker, C. u. v.d.Eijk, J. u. Kosten, C.W.:
Absorption of sound by porous materials;
Physica VIII 1941, S. 1094 - 1102
- [36] DIN 52 213 Bauakustische Prüfungen
Statische Bestimmung des Strömungswiderstandes
- [37] DIN 52 215 Bauakustische Prüfungen
Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz im Rohr
- [38] DIN 52 212 Bauakustische Prüfungen
Bestimmung des Schallabsorptionsgrades im Hallraum

