

**BAM** Bundesanstalt  
für Materialprüfung  
Berlin

## **Forschungsbericht 58**

**Ermittlung des Bauteilwiderstandes  
aus Versuchsergebnissen  
bei vereinbartem Sicherheitsniveau**

von Dr.-Ing. Werner Struck



ISSN 0366-1296

# **Forschungsbericht 58**

BUNDESANSTALT FÜR  
MATERIALPRÜFUNG (BAM)

BERLIN

## **Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau**

von Dr.-Ing. Werner Struck

---

März 1979

I bis XI, 33 Seiten, 9 Bilder, 9 Tabellen, 31 Seiten Anhang

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon (030) 8104-1  
Telex 01-83 261 bamb d



# Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
Verzeichnis der Bilder und Tabellen	III
Bezeichnungen	V
0 Zusammenfassung	IX
1. Vorbemerkung	1
2. Erläuterungen und Vereinbarungen zum Sicherheitsniveau	3
3. Nachweisverfahren der Stufe II	5
3.1 Allgemeine Darstellung	5
3.2 Darstellung für den Fall $R' = R_V' + \sum_j \kappa_j \cdot R_j'$	8
3.2.1 Fall $\sigma_{R_V}'$ bekannt	8
3.2.2 Fall $\sigma_{R_V}'$ unbekannt	9
3.2.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$ und $R_j$	12
4. Nachweisverfahren der Stufe I	13
4.1 Allgemeine Darstellung	13
4.2 Darstellung für den Fall $R' = R_V' + \sum_j \kappa_j \cdot R_j'$	14
4.2.1 Fall $\sigma_{R_V}'$ bekannt	15
4.2.2 Fall $\sigma_{R_V}'$ unbekannt	16
4.2.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$ und $R_j$	18
4.3 Vereinfachende Näherungen zur praktischen Handhabung	19
4.3.1 Abschnittsweise konstante Linearfaktoren	19
4.3.2 Sonderfall log. Normalverteilung von $R = R_V \cdot R_1^{\kappa}$ und $R_V$ unmittelbar im Versuch meßbar	19
4.3.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R = R_V \cdot R_1^{\kappa}$ aber $R_V$ nur mittelbar über $R$ und $R_1$ in Versuchen bestimmbar	23
4.3.4 Zahlenbeispiele für Sonderfall log. Normalverteilung von $R = R_V$	25
4.3.5 Vergleich der Kombinationen $\Delta\beta = 0,5 / W_{\Delta} = 0,85$ und $\Delta\beta = 1,0 / W_{\Delta} = 0,95$	29
5. Berücksichtigung von Vorinformation über $R_V$	30
5.1 Allgemeine Darstellung	30
5.2 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$	32
Schrifttum	33
Anhang: Tabellen zur Ermittlung von $K_s$ -Werten für die Bestimmung statistischer Schätzwerte von Quantilen aus Stichproben- ergebnissen bei Normalverteilung	35
von Dipl.-Ing. Marita Kersken-Bradley, München	



Zielpunkt der in [1] auf wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen basierenden Sicherheitsbeurteilung eines Bauteils ist der Bemessungswert der Zufallsgröße "Bauteilwiderstand". Kann man aber im Gegensatz zu den in [1] zugrunde liegenden Annahmen nur von den Ergebnissen weniger Bauteilversuche, gegebenenfalls einschließlich zugehöriger Materialuntersuchungen ausgehen, ist jeder Wert des Sicherheitsindex, also auch jeder Wert der Versagenswahrscheinlichkeit, mit einer Aussagewahrscheinlichkeit verknüpft. Für die Lage des sogenannten Sicherheitsniveaus muß ein zulässiger Bereich vereinbart werden. Es werden für diese Gegebenheiten die Grundlagen zur Ermittlung des Bemessungswertes oder des zu ihm führenden charakteristischen Wertes eines Bauteilwiderstandes sowie vereinfachende Näherungen zur praktischen Handhabung für häufig vorkommende Fälle beschrieben und durch Zahlenbeispiele ergänzt. Auch für die Berücksichtigung von Vorinformationen aus vorangegangenen Untersuchungen oder Erfahrungen werden Hinweise gegeben.

Die anregenden Diskussionen im Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken" des Normenausschusses Bauwesen (NABau) im Deutschen Institut für Normung (DIN) förderten wesentlich diese Arbeit.

Aiming point of the reflections about the probabilistic concept of structural safety in [1] is the design value of the random variable "structural element resistance". In opposition to the assumption mentioned in [1] it is often possible to start in the case of judgement of structural safety only from the results of few structural element tests. Then each value of the so-called safety index, that means also each value of probability of failure, is connected with a value of confidence. A safe region must be laid down for this safety grade line. The underlying principle of determining the design value directly or indirectly by the characteristic value of a structural element resistance as well as a simplifying approximation method for practical applications of the probabilistic concept are described for these conditions. It is also pointed out how to take into account prior information received from preceding tests or other experience.

Discussions in the working committee "Safety of Buildings" of the standard committee "Bauwesen" (NABau) of the Deutsches Institut für Normung (DIN) have been a valuable contribution to this paper.



## Verzeichnis der Bilder und Tabellen

	<u>Seite</u>
Bild 1 : Beziehungen zwischen dem vorhandenen Wert $\beta$ und dem angestrebten Wert $\beta_0$ des Sicherheitsindex, wenn Bemessungswert $r^*$ durch $r_{(i)}^*$ statistisch geschätzt wird; Fall $R' - S' = 0$	6
Bilder 2 und 3 : Erforderliche Anzahl $n_{\text{erf}}$ von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.20) bzw. (4.15) für $\Delta\beta = 0,5$ und $W_{\Delta} = 0,85$	11
Bilder 4 und 5 : Erforderliche Anzahl $n_{\text{erf}}$ von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.20) bzw. (4.15) für $\Delta\beta = 1,0$ und $W_{\Delta} = 0,95$	11
Bild 6 : Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus im Sonderfall $R' = R'_V$ und $\sigma'_R$ bekannt unter der Voraussetzung der Vereinbarungen nach Abschnitt 2	16
Bilder 7 und 8 : Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus im Sonderfall $R' = R'_V$ und $\sigma'_R$ unbekannt unter der Voraussetzung der Vereinbarungen nach Abschnitt 2	17
Bild 9 : Grenzen der Abweichung des mit konstanten $\tilde{\alpha}_{RV}$ und $\tilde{\alpha}_{R1}$ berechneten Näherungswertes $\tilde{r}^*$ vom Bemessungswert $r^*$ für den Bauteilwiderstand $R = R_V \cdot R_1$ bei log. Normalverteilung, $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R \leq 0,9$ ; $\beta \leq 5,2$ und $\kappa \cdot v_{R1} \approx \kappa \cdot \sigma'_{R1} \leq 0,5$	20

Tabelle 1 :	$C^{-1} = ((n-1)2)^{1/2} \Gamma((n-1)/\Gamma(n/2))$ zur Berechnung von $K_S$ nach (3.35) oder (4.20) für $n \geq n_{\text{erf}}$	10
Tabelle 2 :	Abschnittsweise konstante Näherungswerte $\tilde{\alpha}_{RV}$ und $\tilde{\alpha}_{R1}$ für $\alpha_{RV}^0$ und $\alpha_{R1}^0$ bei log. Normalverteilung von $R = R_V \cdot R_1^k$	20
Tabelle 3 :	$K_\sigma$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.32) für den charakte- ristischen Wert $r_{Vk}$ für bestimmte Kombina- tionen von $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$ und $\alpha_{RV}^0 = \tilde{\alpha}_{RV}$ bei $\Delta\beta =$ 0,5 und $W_\Delta = 0,85$	21
Tabelle 4 :	$K_S$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.33) für den charakte- ristischen Wert $r_{Vk}$ für bestimmte Kombina- tionen von $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$ und $\alpha_{RV}^0 = \tilde{\alpha}_{RV}$ bei $\Delta\beta =$ 0,5 und $W_\Delta = 0,85$	21
Tabelle 5 :	$K_\sigma$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.32) für den charakte- ristischen Wert $r_{Vk}$ für bestimmte Kombina- tionen von $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$ und $\alpha_{RV}^0 = \tilde{\alpha}_{RV}$ bei $\Delta\beta =$ 1,0 und $W_\Delta = 0,95$	22
Tabelle 6 :	$K_S$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.33) für den charakte- ristischen Wert $r_{Vk}$ für bestimmte Kombina- tionen von $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$ und $\alpha_{RV}^0 = \tilde{\alpha}_{RV}$ bei $\Delta\beta =$ 1,0 und $W_\Delta = 0,95$	22
Tabellen 7 bis 9 :	Verhältnis vom Mittelwert $\bar{r}$ der Versuchser- gebnisse zu dem in die Bemessung einzufüh- renden Wert $r_{(i)}^*$	26 bis 28

## Bezeichnungen

$C$	: Abkürzung für einen von $n$ abhängigen Zahlenwert, s. (3.34) und Tabelle 1
$D(\dots)$	: Standardabweichung der Zufallsgröße ...
$E(\dots)$	: Erwartungswert der Zufallsgröße ...
$f'$ oder $f''$	: Funktionszeichen für die Prior- bzw. Posterior-Verteilungsdichte
$\xi_R$ oder $\xi_S$	: Unabhängige Teilfunktionen der Grenzstandsgleichung für den resultierenden Widerstand bzw. für die resultierende Einwirkung
$(i)$	: Index zur Kennzeichnung eines aus Ergebnissen der Stichprobe $(i)$ ermittelten Schätzwertes
$k\dots$	: ...-Fraktile der standardisierten Normalverteilung
$K_p$	: Zufallsgröße, deren Realisationen $k_p$ -Werte sind
$K_S$ oder $K_\sigma$	: Faktoren zur statistischen Schätzung von Fraktile bei unbekannter bzw. bei bekannter Standardabweichung der Grundgesamtheit
$L$	: Funktionszeichen für die Likelihood-Funktion
$m\dots$	: Mittelwert (Erwartungswert) der Grundgesamtheit der Zufallsgröße ...
$n$	: Anzahl der Versuche (Stichprobenumfang)
$n_{\text{erf}}$	: Erforderlicher Stichprobenumfang zur Erfüllung beider zum Sicherheitsniveau vereinbarter Bedingungen, s. Abschnitt 2
$n'$ oder $n''$	: Parameter der Prior- bzw. Posterior-Verteilungsdichten
$p, p_j, p_V, p_1$ oder $p_0, p_{V0}$	: Unterschreitungswahrscheinlichkeit (Prozentwert) der Fraktile, der der vereinbarte charakteristische Wert einer Zufallsgröße $R, R_j, R_V, R_1$ entspricht bzw. entsprechen soll (Index $o$ )
$r\dots$	: Realisation der Zufallsgröße $R\dots$

- $r_{,1}$  bis  $r_{,n}$   
 oder  
 $r_{V,1}$  bis  $r_{V,n}$
- $r_{1,1}$  bis  $r_{1,n}$
- $\bar{r}$ ,  $\bar{r}_V$  oder  $\bar{r}_1$
- $\bar{r}'$  oder  $\bar{r}''$
- $r_k, r_{jk}, r_{Vk}$   
 oder  $r_{1k}$
- $r_{k(i)}$  oder  
 $r_{Vk(i)}$
- $(r_{k(i)})_{\min}$  oder  
 $(r_{Vk(i)})_{\min}$
- $r^*, r_j^*, r_V^*$   
 oder  $r_1^*$
- $r^*_{(\beta_0)}$
- $r^*(i)$  oder  $r^*_{V(i)}$
- $r^*(i), W_{\Delta}$
- $\tilde{r}^*$
- $R$
- $R_j$  z.B.  $R_1$
- $R_V$
- : In Bauteilversuchen ermittelte Werte von  $R$  bzw.  $R_V$
- : In Materialuntersuchungen ermittelte Werte von  $R_1$
- : Mittelwerte von  $r_{,1}$  bis  $r_{,n}$ ,  $r_{V,1}$  bis  $r_{V,n}$  bzw.  $r_{1,1}$  bis  $r_{1,n}$
- : Parameter der Prior- oder Posterior-Verteilungsdichten
- : Charakteristische Werte der Zufallsgröße  $R$ ,  $R_j$ ,  $R_V$  bzw.  $R_1$
- : Statistischer Schätzwert für  $r_k$  bzw.  $r_{Vk}$
- : Unterer Grenzwert für  $r_{k(i)}$  bzw.  $r_{Vk(i)}$  s. (4.54) bzw. (4.36)
- : Bemessungswerte der Zufallsgrößen  $R$ ,  $R_j$ ,  $R_V$  bzw.  $R_1$
- :  $r^*$ , berechnet mit  $\beta = \beta_0$
- : Statistischer Schätzwert für  $r^*$  bzw.  $r_V^*$
- :  $W_{\Delta}$ -Quantile der Zufallsgröße  $R^*(i)$
- : Näherungswert für  $r^*$ , berechnet mit abschnittsweise konstanten  $\alpha_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\alpha_{R1} = \tilde{\alpha}_{R1}$
- : Resultierender (gesamter) Bauteilwiderstand
- : Zufallsgrößen, z. B. maßgebende Materialeigenschaft, die  $R$  neben  $R_V$  beeinflussen
- : Zufallsgröße, die den nur durch Versuche ermittelbaren Anteil von  $R$  erfaßt



- $R_{(i)}^*$  : Zufallsgröße, deren Realisationen  $r_{(i)}^*$ -Werte sind
- $s'^2$  oder  $s''^2$  : Parameter der Prior- bzw. Posterior-Verteilungsdichten
- $s_R, s_{RV}$  oder  $s_{R1}$  : Statistische Schätzwerte für  $\sigma_R, \sigma_{RV}$  bzw.  $\sigma_{R1}$  berechnet aus  $r_{,1}$  bis  $r_{,n}, r_{V,1}$  bis  $r_{V,n}$  bzw.  $r_{1,1}$  bis  $r_{1,n}$
- $s_k$  : Charakteristischer Wert der Zufallsgröße  $S$
- $s^*$  : Bemessungswert der Zufallsgröße  $S$
- $s_1, s_2, \dots$  : Realisationen der Zufallsgrößen  $S_1, S_2, \dots$
- $S$  : Resultierende Einwirkung
- $S_1, S_2, \dots$  : Teileinflußgrößen der Einwirkung
- $s_{RV}$  : Zufallsgröße, deren Realisationen  $s_{RV}$ -Werte sind
- $t_{W\Delta}$  :  $W_\Delta$ -Quantile der nichtzentralen t-Verteilung
- $v_R, v_{Rj}, v_{RV}$  oder  $v_{R1}$  : Variationsquotienten von den Grundgesamtheiten der Zufallsgrößen  $R, R_j, R_V$  bzw.  $R_1$
- $(v_R)_{\max}$  oder  $(v_{RV})_{\max}$  : Obere Grenzwerte für  $v_R$  bzw.  $v_{RV}$
- $w(\dots)$  : Wahrscheinlichkeit, daß (...)
- $W$  : Konkreter Zahlenwert von  $w$
- $W_\Delta$  : Zahlenwert für  $w (B \geq B_0 - \Delta B)$
- $\alpha_R$  und  $\alpha_S$  : Linearfaktoren für  $R$  und  $S$ , mit deren Hilfe die Grenzzustandsgleichung in  $g_R$  und  $g_S$  entkoppelt werden kann, (s. [1] Anhang 2 (12))
- $\tilde{\alpha}_R$  und  $\tilde{\alpha}_S$  : Konstante Werte für  $\alpha_R$  und  $\alpha_S$ , (s. [1] Anhang 2, Tab. 1)

- $\overset{\circ}{\alpha}_{Rj}, \overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  oder  $\overset{\circ}{\alpha}_{R1}$  : Faktoren zur Linearisierung von  $g_R$ , zugeordnet  $R_j, R_V$  bzw.  $R_1$ , (s. (3.21))
- $\tilde{\alpha}_{Rj}, \tilde{\alpha}_{RV}$  oder  $\tilde{\alpha}_{R1}$  : Abschnittsweise konstante Werte für  $\overset{\circ}{\alpha}_{Rj}, \overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  bzw.  $\overset{\circ}{\alpha}_{R1}$
- $\beta$  : Wirklich vorhandener Wert des Sicherheitsindex (Realisation von B)
- $\beta_0$  : In [1] Tab. 3 festgelegter Wert des Sicherheitsindex
- $B$  : Zufallsgröße, deren Realisationen  $\beta$ -Werte sind
- $\Delta\beta$  : Differenz zwischen  $\beta_0$  und dem mit mindestens einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $W_\Delta$  vorhandenen Wert  $\beta$
- $\gamma_f, \gamma_{mj}, \gamma_{mV}$  oder  $\gamma_{m1}$  : Teilsicherheitsfaktoren für S,  $R_j, R_V$  bzw.  $R_1$
- $\delta$  : Nichtzentralitätsparameter der nichtzentralen t-Verteilung
- $\delta'_{Rj}$  oder  $\delta'_{RV}$  : Sicherheitsabstände zwischen  $r'_{jk}$  und  $r^*_{j'}$  bzw.  $r'_{Vk}$  und  $r^*_{V'}$
- $\kappa$  oder  $\kappa_j$  : Exponent für  $R_1$  bzw.  $R_j$  in  $g_R$
- $\sigma \dots$  : Standardabweichung der Grundgesamtheit der Zufallsgröße ...
- " " : Kennzeichen für auf Normalverteilung transformierte Zufallsgrößen
- " " : Kennzeichen für Vorinformation (Priorverteilung)
- " " : Kennzeichen für aktuelle Information und Vorinformation einschließende Information (Posterior-Verteilung)

## 0. Zusammenfassung

Bei der Sicherheitsbeurteilung eines Bauteils wird in [1] mit den Anhängen 1 bis 3 von der Kenntnis der Grundgesamtheit der Zufallsgröße "Bauteilwiderstand" ausgegangen. Stehen nur Informationen aus einer geringen Anzahl von Bauteilversuchen zur Verfügung, muß statt mit einem bestimmten Wert  $\beta_0$  des Sicherheitsindex ( $\hat{=}$  Versagenswahrscheinlichkeit) mit dem Sicherheitsniveau gearbeitet werden, in das die Unsicherheit der auf einer statistischen Schätzung beruhenden Aussage eingeht. Mit Hilfe des vorgelegten Berichtes soll die Lage des Sicherheitsniveaus mit den Erfahrungen aus der bisherigen Prüfpraxis verglichen werden können, Abschnitt 1. Das Sicherheitsniveau ist eine Funktion  $W(\beta)$ , die jedem Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex  $B$  eine Aussagewahrscheinlichkeit  $W$  in der Form  $w(B \geq \beta) = W$  zuordnet. Für die Lage des Sicherheitsniveaus muß ein zulässiger Bereich vereinbart werden, Abschnitt 2. Der Vereinbarung wird zugrundegelegt, daß im Mittel  $\beta = \beta_0$  und daß der Wert  $\beta - \Delta\beta$  noch mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit  $W_\Delta$  zu erwarten sein soll. Die Einhaltung dieser Vereinbarungen verlangt eine statistische Schätzung der Größe des Bauteilwiderstandes auf der Grundlage der Ergebnisse einer Stichprobe vom Mindestumfang  $n_{\text{erf}}$ . Beim Nachweisverfahren der Stufe II und einer global in zwei unabhängige Teilfunktionen für den resultierenden Widerstand und die resultierende Einwirkung aufgespaltenen Grenzzustandsgleichung (3.1) lassen sich die Bestimmungsgleichungen (3.12) und (3.17) für  $n_{\text{erf}}$  aus den Beziehungen entsprechend Bild 1 entwickeln, Abschnitt 3.1. Für einen Stichprobenumfang  $n < n_{\text{erf}}$  ist (3.17) die Ausgangsgleichung zur Bestimmung des statistischen Schätzwertes.

Wenn sich der auf Normalverteilung transformierte Bauteilwiderstand aus einer Summe von linearen Teilwiderständen zusammensetzt (3.18), ist bei bekannter oder unbekannter Standardabweichung von (3.30) und (3.24) oder von (3.31) bzw. den Bildern 2 bis 5 und (3.35) oder von (3.39) auszugehen. Für den Sonderfall logarithmischer Normalverteilung des Bauteilwiderstandes, d. h. bei multiplikativer Zusammensetzung des Bauteilwiderstandes aus seinen Teileinflüssen nach (3.41), sind im Abschnitt 3.2.3 Hinweise gegeben.

Während beim Nachweisverfahren der Stufe II nach [1] auf die Größe des Bemessungswertes des Bauteilwiderstandes direkt bezogen wird, muß beim Nachweisverfahren der Stufe I dieser über den charakteri-

stischen Wert des Bauteilwiderstandes mittels Sicherheitselemente ermittelt werden. Die Einhaltung der Vereinbarungen zum Sicherheitsniveau verlangt bei der statistischen Schätzung des charakteristischen Wertes auch hier einen Mindeststichprobenumfang  $n_{\text{erf}}$ , für den die Bestimmungsgleichungen durch (4.6) und (4.7) gegeben sind. Letztere ist auch Ausgangsgleichung zur Bestimmung des statistischen Schätzwertes bei  $n < n_{\text{erf}}$ .

Setzt sich der auf Normalverteilung transformierte Bauteilwiderstand aus einer Summe von linearen Teilwiderständen zusammen (4.8), so kann der charakteristische Wert seines durch Versuche zu bestimmenden Anteils über (4.14) oder (4.15) statistisch geschätzt werden. Dabei ist von (4.19) und (4.16) oder von (4.18) bzw. von den Bildern 2 bis 5 und (4.20) oder von (4.22) auszugehen je nachdem, ob man die Standardabweichung als bekannt oder als unbekannt ansehen muß. Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus in dem Sonderfall, daß der gesamte Bauteilwiderstand nur aus Bauteilversuchen bestimmbar ist, sind in den Bildern 6 bis 8 dargestellt. Für den Sonderfall logarithmischer Normalverteilung eines sich multiplikativ aus Teileinflüssen zusammensetzenden Bauteilwiderstandes können die charakteristischen Werte als physikalische Größe und die Sicherheitselemente als Teilsicherheitsfaktoren entsprechend Abschnitt 4.2.3 bestimmt werden.

Zur praktischen Handhabung ist es zweckmäßig, durch Einführung abschnittsweise konstanter Linearfaktoren, die gegenseitige Beeinflussung von Einwirkung und Widerstand und der Teilwiderstände unter sich zu entkoppeln, Abschnitt 4.3.1. Die Güte der vorgeschlagenen Näherung, Tab. 2, für den häufigen Fall, daß der Bauteilwiderstand durch zwei durch Multiplikation verknüpfte logarithmisch normalverteilte Teileinflüsse beschreibbar ist, Abschnitte 4.3.2 und 4.3.3, verdeutlicht Bild 9. In diesem Fall kann man zur Schätzung bestimmter charakteristischer Werte Zahlenangaben für  $K_G$  oder  $K_S$  den Tabellen 3 bis 6 entnehmen. Wenn sich der in Bauteilversuchen zu bestimmende Anteil des Bauteilwiderstandes nicht getrennt von den bei den Probekörpern gerade vorhandenen Werten der maßgebenden Materialeigenschaft ermitteln läßt, muß eine Transformation des statistischen Schätzwertes des charakteristischen Wertes des Bauteilwiderstandes auf den garantierten charakteristischen Wert der Materialeigenschaft entsprechend (4.48) vorgenommen werden.

In [1] wird auch beim Nachweisverfahren der Stufe I vorausgesetzt, daß die Standardabweichungen der auf Normalverteilung transformierten Zufallsgrößen bekannt sind. Nur dann können die Sicherheitselemente, die für einen bestimmten Wert des Sicherheitsindex gelten sollen, festgelegt werden. Wenn bei den hier zuletzt behandelten Fällen logarithmischer Normalverteilung der Variationsquotient des im Versuch ermittelbaren Anteiles des Bauteilwiderstandes nicht bekannt ist, kann im Sinne einer einfachen, auf der sicheren Seite liegenden ingenieurmäßigen Näherung bei der Bestimmung der Teilsicherheitsfaktoren mit einem oberen Grenzwert des Variationsquotienten gearbeitet werden, (4.34) bis (4.36). Zahlenbeispiele dafür sind in Abschnitt 4.3.4 erläutert und in den Tabellen 7 bis 9 zusammengestellt.

Dem Einfluß der zahlenmäßigen Festlegung von  $\Delta\beta$  und  $W_{\Delta}$  auf die  $K_{\sigma}$ - und  $K_s$ -Werte wird beispielhaft durch einen Vergleich der beiden Kombinationen  $\Delta\beta = 0,5$ ,  $W_{\Delta} = 0,85$  und  $\Delta\beta = 1,0$ ,  $W_{\Delta} = 0,95$  nachgegangen, Abschnitt 4.3.5.

Zur Berücksichtigung von Vorinformation wird das Bayes'sche Theorem herangezogen. Es können die gleichen Formeln wie vorher benutzt werden, wenn die Parameter von Vorinformation und aktueller Information zu Parametern einer fiktiven aktuellen Stichprobe zusammengefaßt werden, (5.4) bis (5.6). Dabei genügt es auch schon, wenn man quantitative Aussagen darüber machen kann, bei welchen Werten im Mittel und mit welchen mittleren Abweichungen Mittelwert und Variationsquotient der Grundgesamtheit der im Versuch zu bestimmenden Zufallsgröße zu erwarten sind, (5.7) bis (5.9) in Verbindung mit Abschnitt 5.2.



## 1. Vorbemerkung

Soll im Rahmen einer Sicherheitsbeurteilung der zulässige Wert einer bestimmten Art von Einwirkung auf eine bestimmte Bauteilart festgelegt werden und kann der dabei zum Vergleich heranzuziehende Bauteilwiderstand nicht über ein mechanisches Gedankenmodell aus den Eigenschaften der Baustoffe und Verbindungsmittel sowie den Abmessungen des Bauteils ermittelt werden, so muß er aus den Ergebnissen von Versuchen an bauteilgleichen oder zumindest bauteilähnlichen Probekörpern bestimmt werden. Wegen des oft hohen Aufwandes, der für solche Versuche erforderlich ist, bleibt die Anzahl der Versuche meist klein und damit die aktuell zur Verfügung stehende Information über den Widerstand der betrachteten Bauteilart auf eine Stichprobe kleinen Umfangs beschränkt. Deshalb müssen die in [1] mit den Anhängen 1 bis 3 beschriebenen auf der Wahrscheinlichkeitstheorie basierenden Überlegungen zur Sicherheitsbeurteilung von Bauteilen für diese Fälle ergänzt werden, da dort ein Informationsstand vorausgesetzt wird, der die Grundgesamtheit des Bauteilwiderstandes umfaßt.

Als Maß für die Sicherheit wird in [1] ein Zahlenwert des sog. Sicherheitsindex, der der Versagenswahrscheinlichkeit zuordenbar ist, benutzt. Im Fall eines auf Stichproben beschränkten Informationsumfanges muß aber mit einer Funktion des Sicherheitsindex, dem Sicherheitsniveau, gearbeitet werden. In die Lage dieses Sicherheitsniveaus geht die Unsicherheit der auf begrenzten Stichprobenumfangs basierenden Aussage ein, s. auch [2]. Die Angaben zur Größe des Bauteilwiderstandes können dann nur auf einer statistischen Schätzung beruhen. Die Art des statistischen Schätzverfahrens muß dabei so gewählt werden, daß das zugehörige Sicherheitsniveau immer in einem als zulässig zu vereinbarenden Bereich liegt.

Dafür ist ein Anhang 4 zu [1] vorgesehen, in dem die grundsätzlichen Überlegungen zu dem Problem erläutert und für häufig vorkommende Fälle konkrete Zahlenwerte zur praktischen Handhabung aufgeführt werden sollen. Der noch als zulässig anzusehende Bereich für die Lage des Sicherheitsniveaus kann jedoch nicht allein auf mathematischer Grundlage bestimmt werden. Seine Festlegung bleibt eine Ermessensentscheidung, die z. B. auf wirtschaftliche Überlegungen oder durch Kalibrieren an den Erfahrungen der bisherigen Prüfpraxis gestützt werden kann. Obwohl die Einbeziehung wirtschaftlicher Optimierung



formal zur eindeutigen Lösung des Problems führt, [3], sind die Grundlagen, von denen man dabei ausgehen muß, durch ihre Abhängigkeiten von örtlichen und zeitlichen Gegebenheiten und von moralischen Vorstellungen nicht eindeutig. Der Autor sieht deshalb für die absehbare Zukunft im Kalibrieren an der Erfahrung die geeignetere Entscheidungsunterlage zur Festlegung des zulässigen Bereiches für das Sicherheitsniveau. Dazu muß die Möglichkeit gegeben sein, den Einfluß zu treffender Vereinbarungen zahlenmäßig zu verfolgen. Der vorgelegte Bericht kann dafür als Handwerkzeug verwendet werden.

Um einen direkten Anschluß an [1] zu ermöglichen, sind hier dieselben Bezeichnungen verwendet worden, also auch  $m$  statt  $\mu$  für den Mittelwert (Erwartungswert) einer Grundgesamtheit. Grundsätzlich wird dabei davon ausgegangen, daß bei Sicherheitsbeurteilungen, für die Ergebnisse von Bauteilversuchen mit herangezogen werden, folgende Bedingungen zu beachten sind:

1. Die Probekörper und ihre Auflagerungs- oder Randbedingungen sowie die Art der Einwirkung müssen mit den wirklichen Gegebenheiten für das Bauteil im Bauwerk übereinstimmen.

Ist das nicht der Fall, so dürfen die Versuchsergebnisse der Sicherheitsbeurteilung nur zugrundegelegt werden, wenn auch die Einflüsse der günstig wirkenden Abweichungen berücksichtigt werden können, z. B. durch Einführung entsprechender Variablen in der den Gebrauchs- oder Bruchgrenzzustand definierenden Gleichung, und wenn auch die ungünstige Wirkung anderer Abweichungen nachweisbar ist.

2. Es muß ein Bericht (Prüfungszeugnis) über die durchgeführten Untersuchungen und Auswertungen vorgelegt werden, in dem die

Originalbauteile,

Art der Einwirkung und Gegebenheiten im Bauwerk,

Probekörper,

Versuchsanordnung, -durchführung, -ergebnisse sowie

Auswertung der Ergebnisse

so beschrieben sind, daß der Untersuchungsablauf auch in seinen einzelnen Stadien nachvollzogen und kontrolliert sowie die Erfüllung der 1. Bedingungen überprüft werden können.



## 2. Erläuterungen und Vereinbarungen zum Sicherheitsniveau

Für eine bestimmte Grundgesamtheit von Bauteilen einer Art soll der zulässige Wert für eine bestimmte Einwirkungsart festgelegt werden. Aus allen möglichen Grundgesamtheiten für die Einwirkungsart soll also diejenige herausgesucht werden, gegenüber der die betrachtete Bauteilart die Sicherheitsbedingungen gerade erfüllt. Da in [1] die Sicherheit durch den Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex zahlenmäßig ausgedrückt wird, heißt das also, daß  $\beta$  gerade gleich dem in [1] festgelegten Wert  $\beta_0$  sein soll. Wenn die Parameter der Grundgesamtheit des Bauteilwiderstandes aber nur aus den zufälligen Ergebnissen einer Stichprobe statistisch geschätzt werden können, ist der Zahlenwert, der als zulässiger Wert der Einwirkung durch Vergleich mit dem sog. Bemessungswert des Bauteilwiderstandes festgelegt wird, ebenfalls nur ein Zufallsergebnis.

Über den wirklichen Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex kann dann nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage gemacht werden in der Form, daß die Wahrscheinlichkeit, mit der der Sicherheitsindex  $B$  größer oder gleich einem Wert  $\beta$  ist, den Wert  $W$  hat

$$w(B \geq \beta) = W$$

Die Funktion  $W(\beta)$ , die jedem Zahlenwert  $\beta$  für den Sicherheitsindex den Zahlenwert  $W$  seiner Überschreitungswahrscheinlichkeit zuordnet, wird hier als Sicherheitsniveau bezeichnet.

Der Bemessungswert oder der charakteristische Wert des Bauteilwiderstandes sollen nun so statistisch geschätzt werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. Der Erwartungswert  $E(B)$  des Sicherheitsindex  $B$  soll mindestens dem Wert  $\beta_0$  der Tabelle 3 in [1] entsprechen, d. h.  $E(B) \geq \beta_0$  mit a.W. im Mittel soll  $\beta \geq \beta_0$  sein.
2. Der Wert  $\beta = \beta_0 - \Delta\beta$  soll noch mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit  $W = W_{\Delta}$  zu erwarten sein, d. h.  
 $w(B \geq \beta_0 - \Delta\beta) \geq W_{\Delta}$ .

Durch Einhalten der Bedingung 1. allein würde die als notwendig angesehene Zuverlässigkeit, d. h. der geforderte Wert  $\beta_0$  des Sicherheitsindex, nur im Mittel für die Gesamtheit der jeweils betrachteten Bauteilart erreicht werden. Im Einzelfall könnte der Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex auch viel kleiner sein als  $\beta_0$ . Durch die Bedingung 2

wird dagegen abgesichert. Wegen der Unsicherheit der Information (kleiner Stichprobenumfang) kann diese Absicherung nur durch eine Wahrscheinlichkeitsaussage quantifiziert werden. Die Vereinbarung zum Sicherheitsniveau muß also lauten:

Der Zahlenwert  $\beta$  des Sicherheitsindex soll bezogen auf die Gesamtheit der Bauteilart im Mittel (d. h. mit ca. 50 % Wahrscheinlichkeit) größer oder gleich  $\beta_0$  sein, er soll aber auch mit einer Wahrscheinlichkeit von  $W_\Delta$  ( $> 50$  %) im Einzelfall mindestens noch größer oder gleich  $\beta_0 - \Delta\beta$  sein.

Beide Bedingungen werden bei einem bestimmten Stichprobenumfang von  $n = n_{\text{erf}}$  gerade eingehalten. Für  $n > n_{\text{erf}}$  ist mit der 1. Bedingung automatisch auch die 2. Bedingung erfüllt.

Steht nur eine Stichprobe mit  $n < n_{\text{erf}}$  zur Verfügung, dann ist die statistische Schätzung des Bauteilwiderstandes so vorzunehmen, daß auf jeden Fall die 2. Bedingung erfüllt wird. Der Wert  $\beta = \beta_0$  ist dadurch dann automatisch mit einer größeren Wahrscheinlichkeit als im Fall  $n = n_{\text{erf}}$  zu erwarten.

Die Sicherheit ist also nicht durch ein bestimmtes Sicherheitsniveau festgelegt, sondern durch die vereinbarten Bedingungen wird ein Bereich für noch zulässige Sicherheitsniveaus abgegrenzt. Beispiele dazu für einen einfachen Sonderfall zeigen die Bilder 6 bis 8, s. auch Abschnitte 4.21 und 4.22.

Die folgenden Abschnitte erläutern, wie  $n_{\text{erf}}$  ermittelt werden kann und welche Zahlenwerte für  $n_{\text{erf}}$  in bestimmten Fällen zugrunde zu legen sind sowie auf welche Weise Bemessungswert oder charakteristischer Wert des Bauteilwiderstandes statistisch zu schätzen sind. Dabei wurde bei den Zahlenrechnungen entsprechend einem ersten Vorschlag im Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken" des Normenausschusses Bauwesen im DIN mit  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_\Delta = 0,85$  und zum Vergleich z. T. mit  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$  gerechnet. Das bedeutet, daß die nächst- oder übernächstniedrigere Sicherheitsklasse entsprechend [1] Tabelle 2 (Versagenswahrscheinlichkeit um ca. eine oder zwei Zehnerpotenzen größer) mindestens noch mit 85 % bzw. 95 % Wahrscheinlichkeit erreicht wird.

### 3. Nachweisverfahren der Stufe II

#### 3.1 Allgemeine Darstellung

Müssen bei der Beurteilung der Tragfähigkeit eines Bauteils zur Bestimmung des Bauteilwiderstandes  $R$  Versuchsergebnisse herangezogen werden, so geht man von derjenigen Zufallsgröße  $R_V$  aus, die den im Versuch ermittelbaren Anteil des Bauteilwiderstandes erfaßt. In der Grenzzustandsgleichung (s. [1] Anhang 1 (20)), die global in zwei unabhängige Teilfunktionen  $g_R$  für den resultierenden Widerstand und  $g_S$  für die resultierende Einwirkung  $S$  aufgespalten werden kann (s. [1] Anhang 2, Abschnitt 2), steht  $R_V$  als Zustandsvariable neben weiteren die Größe des Bauteilwiderstandes beeinflussenden Zufallsgrößen  $R_j$ . Der Gebrauchs- oder der Bruchgrenzzustand sind also definiert durch:

$$g_R(r_V, r_1, \dots) - g_S(s_1, s_2, \dots) = 0 \quad (3.1)$$

Zur einfacheren Darstellung wird mit den auf Normalverteilung transformierten Zufallsgrößen, Kennzeichnung durch "´", gearbeitet. Der Grenzzustand ist unter diesen Voraussetzungen bestimmt durch

$$R' - S' = 0 \quad \text{wobei mit} \quad (3.2)$$

$$R' = g_R(R'_V, R'_1, \dots) \quad (3.3)$$

der resultierende Widerstand des Bauteils und mit

$$S' = g_S(S'_1, S'_2, \dots) \quad (3.4)$$

die resultierende Einwirkung bezeichnet sein sollen.

Diejenigen Zahlenwerte  $r^*$  und  $s^*$  der Zufallsgrößen  $R'$  und  $S'$ , die zu einem bestimmten Zahlenwert  $\beta$  des Sicherheitsindex die Grenzzustandsgleichung, hier (3.2), erfüllen, werden als Bemessungswerte bezeichnet. Sie liegen in bestimmten Abständen von den zugehörigen Mittelwerten (Erwartungswerten)  $m_R$  und  $m_S$  nach der sicheren Seite hin, s. Bild 1 oben. Dabei soll  $\beta = \beta_0$  der die Versagenswahrscheinlichkeit und die Schadensfolgen berücksichtigende Wert des Sicherheitsindex entsprechend Tabellen 1 bis 3 in [1] sein. Die Linearfaktoren  $\alpha_S$  und  $\alpha_R$  berücksichtigen die Zuordnung von Einwirkung und Widerstand in der Grenzzustandsgleichung sowie das Verhältnis ihrer Standardabweichungen  $\sigma_S$  und  $\sigma_R$  zueinander. Für die Form (3.2) der Grenzzustandsgleichung erhält man sie zu

$$\alpha_S = -\sigma_S / (\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2}; \quad \alpha_R = \sigma_R / (\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2},$$

s. [1] Anhang 1 (14a und b), wobei  $\sigma_S$  und  $\sigma_R$  von den Standardabweichungen

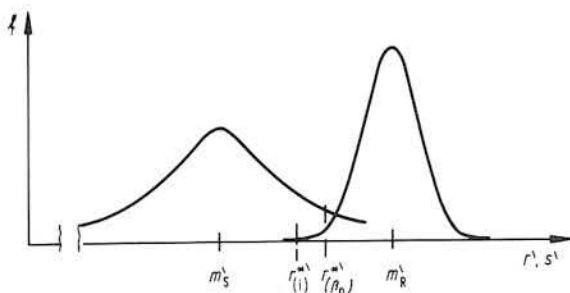
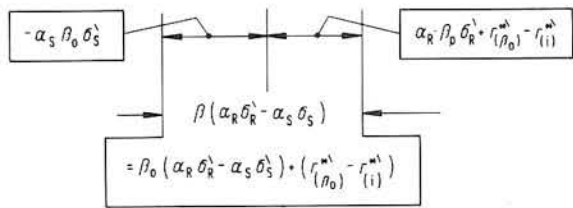
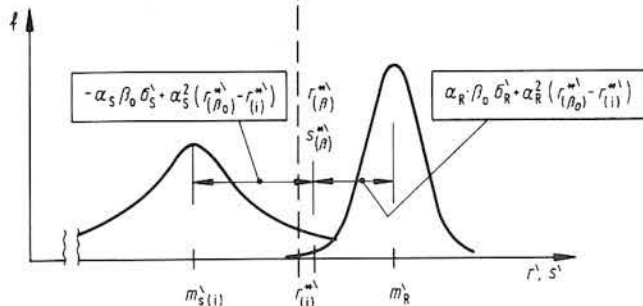
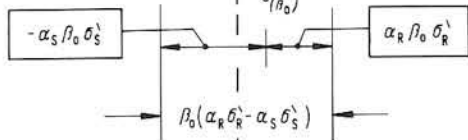


Bild 1  
 Beziehungen zwischen dem vorhandenen Wert  $\beta$  und dem angestrebten Wert  $\beta_0$  des Sicherheitsindex, wenn Bemessungswert  $r^*$  durch  $r_{(i)}^*$  statistisch geschätzt wird; Fall  $R^* - S^* = 0$



chungen der Einflußgrößen  $S_1, S_2 \dots$  und  $R_V, R_1, R_2 \dots$  entsprechend [1] Anhang 2 (7) und (8) abhängen.

Bei Kenntnis von  $m_S$  und  $m_R$  sowie von  $\sigma_S$  und  $\sigma_R$  der Grundgesamtheiten von  $S$  und  $R$  ergibt sich dann der Sicherheitsindex über  $s^* = r^*$ ; also

$$m_S - \alpha_S \cdot \beta_0 \cdot \sigma_S = m_R - \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot \sigma_R \quad \text{zu} \quad (3.5)$$

$$\beta_0 = (m_R - m_S) / (\alpha_R \sigma_R - \alpha_S \sigma_S) = (m_R - m_S) / (\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2} \quad (3.6)$$

Da über  $R_V$  nur eine beschränkte Information in Form von Versuchsergebnissen  $r_{V,1}^*, \dots, r_{V,n}^*$  vorliegt, kann der Bemessungswert  $r^*$  nicht nach [1] Anhang 1(29) berechnet, sondern nur mit einer Aussagewahrscheinlichkeit  $W$  als statistischer Schätzwert  $r_{(i)}^*$  ermittelt werden.

Statt mit (3.5) muß dann mit

$$s^* = r_{(i)}^* \quad (3.7)$$

gearbeitet werden, so daß zur Bestimmung des wirklichen Wertes  $\beta$  des Sicherheitsindex entsprechend (3.6) für den Abstand der Mittelwerte einzusetzen ist:

$$\beta(\alpha_R \cdot \sigma_R - \alpha_S \cdot \sigma_S) = \beta_0(\alpha_R \cdot \sigma_R - \alpha_S \cdot \sigma_S) + (r_{(\beta_0)}^* - r_{(i)}^*) \quad (\text{s. Bild 1}).$$

Der Schätzwert  $r_{(i)}^*$  entspricht einer p-Fraktile, also

$$r_{(i)}^* = m_R + k_p \sigma_R \quad (3.8)$$

und damit besteht unter Berücksichtigung von

$$r_{(\beta_0)}^* - r_{(i)}^* = -(\alpha_R \cdot \beta_0 + k_p) \sigma_R \quad (3.9)$$

zwischen dem wirklich vorhandenen Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex und seinem unter Annahme der Kenntnis der Grundgesamtheit zugrundegelegten Wert  $\beta_0$  die Beziehung

$$\beta = \beta_0 - \alpha_R(\alpha_R \cdot \beta_0 + k_p) \quad (3.10)$$

Der Schätzwert  $r_{(i)}^*$  ist die Realisation einer Zufallsgröße  $R_{(i)}^*$ , bedingt durch den zufälligen Ausfall der Stichprobenwerte  $r_{V,1}^* \dots r_{V,n}^*$ . Somit sind auch  $k_p$  und  $\beta$  Realisationen von Zufallsgrößen  $K_p$  und  $B$ .

Die 1. Bedingung zum vereinbarten Sicherheitsniveau (Abschnitt 2) fordert  $E(B) = \beta_0$ . Sie wird wegen

$$E(\beta_0 - \alpha_R(\alpha_R \beta_0 + K_p)) = \beta_0 - \alpha_R(\alpha_R \cdot \beta_0 + E(K_p)) \quad (3.11)$$

erfüllt, wenn

$$E(K_p) = -\alpha_R \cdot \beta_0 \quad (3.12)$$

Die 2. Bedingung fordert, daß die Zufallsgröße "Sicherheitsindex  $B$ " den Wert  $\beta = \beta_0 - \Delta\beta$  noch mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von  $W_\Delta$  erreicht

$$w(B \geq \beta_0 - \Delta\beta) \geq W_\Delta \quad (3.13)$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$B = \beta_0 - \alpha_R(\alpha_R \cdot \beta_0 + K_p) \quad \text{und} \quad (3.14)$$

$$K_p = (R_{(i)}^* - m_R) / \sigma_R \quad (3.15)$$

ist (3.13) gleichbedeutend mit

$$w(R_{(i)}^* \leq m_R - (\alpha_R \beta_0 - \Delta\beta / \alpha_R) \sigma_R) = W_\Delta \quad (3.16)$$

d. h. die  $W_\Delta$ -Fraktile des statistischen Schätzwertes  $R_{(i)}^*$  muß sein

$$r_{(i)}^*; W_\Delta = m_R - (\alpha_R \cdot \beta_0 - \Delta\beta / \alpha_R) \sigma_R \quad (3.17)$$

Die Bestimmungsgleichungen für den beide Bedingungen zum vereinbarten Sicherheitsniveau erfüllenden Stichprobenumfang  $n_{\text{erf}}$  sind also (3.12) und (3.17). Steht nur eine Stichprobe mit  $n < n_{\text{erf}}$  zur Verfügung, ist (3.17) die Ausgangsgleichung zur Bestimmung des Schätzwertes für den Bemessungswert.

Als physikalische Größe erhält man den statistischen Schätzwert für den Bemessungswert durch

$$r^*(i) = \text{Rücktransformation von } r^*(i)$$

$$3.2 \text{ Darstellung für den Fall } R' = R_V' + \sum_j \kappa_j \cdot R_j'$$

Setzt sich der Bauteilwiderstand  $R$  in der auf Normalverteilung transformierten Form  $R'$  aus einer Summe von linearen Teilwiderständen  $R_V'$  und  $R_j'$  zusammen

$$R' = R_V' + \sum_j \kappa_j \cdot R_j' \quad (3.18)$$

so kann als statistischer Schätzwert  $r^*(i)$  für den Bemessungswert  $r^*$

$$r^*(i) = \overline{r_V'} + \sum_j \kappa_j m_{R_j}' - K_\sigma \alpha_{RV}^0 \cdot \sigma_{RV}'^{-\alpha_R} \cdot \beta_0 \sum_j \alpha_{R_j}^0 \cdot \sigma_{R_j}' \quad (3.19)$$

oder

$$r^*(i) = \overline{r_V'} + \sum_j \kappa_j m_{R_j}' - K_s \alpha_{RV}^0 \cdot s_{RV}'^{-\alpha_R} \cdot \beta_0 \sum_j \alpha_{R_j}^0 \kappa_j \cdot \sigma_{R_j}' \quad (3.20)$$

verwendet werden, je nachdem, ob  $\sigma_{RV}'$  bekannt ist oder durch  $s_{RV}'$  statistisch geschätzt werden muß, mit

$\alpha_{RV}^0$  und  $\alpha_{R_j}^0$  analog [1] Anhang 2(28) zu

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{RV}^0 &= \sigma_{RV}' / (\sigma_{RV}'^2 + \sum (\kappa_j \sigma_{R_j}')^2)^{1/2} = \sigma_{RV}' / \sigma_R' \\ \alpha_{R_j}^0 &= \kappa_j \cdot \sigma_{R_j}' / (\sigma_{RV}'^2 + \sum (\kappa_j \sigma_{R_j}')^2)^{1/2} = \kappa_j \sigma_{R_j}' / \sigma_R' \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

und

$$\overline{r_V'} = \sum_{v=1}^n r_{V,v}' / n, \quad s_{RV}' = \left( \sum_{v=1}^n (r_{V,v}' - \overline{r_V'})^2 / (n-1) \right)^{1/2} \quad (3.22)$$

### 3.2.1 Fall $\sigma_{RV}'$ bekannt

Mit (3.15) und (3.19) ergibt unter Berücksichtigung von

$$m_R' = m_{RV}' + \sum_j \kappa_j \cdot m_{R_j}' \quad \text{und} \quad \sigma_R' = (\sigma_{RV}'^2 + \sum (\kappa_j \sigma_{R_j}')^2)^{1/2}$$

die Bedingung (3.12)



$$(-K_{\sigma} \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \sigma_{RV} - \alpha_R \cdot \beta_0 \sum_j \overset{\circ}{\alpha}_{Rj} \kappa_j \sigma_{Rj}) / \sigma_R = -\alpha_R \cdot \beta_0 \quad (3.23)$$

und daraus

$$K_{\sigma} = \alpha_R \cdot \beta_0 \quad \text{oder} \quad \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot K_{\sigma} = \alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot \beta_0 \quad (3.24)$$

Zur Erfüllung von (3.17) kann man die Tatsache benutzen, daß  $r_{(i)}^*$  nach (3.19) die Realisation einer normalverteilten Zufallsgröße  $R_{(i)}^*$  ist mit

$$E(R_{(i)}^*) = m_{RV} + \sum_j \kappa_j m_{Rj} - K_{\sigma} \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \sigma_{RV} - \alpha_R \cdot \beta_0 \sum_j \overset{\circ}{\alpha}_{Rj} \kappa_j \sigma_{Rj} \quad (3.25)$$

$$D(R_{(i)}^*) = \sigma_{RV}^2 / (n)^{1/2} \quad (3.26)$$

Damit ergibt (3.17)

$$-K_{\sigma} \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \sigma_{RV} - \alpha_R \cdot \beta_0 \sum_j \overset{\circ}{\alpha}_{Rj} \kappa_j \sigma_{Rj} + k_W \cdot \sigma_{RV} / (n)^{1/2} = -(\alpha_R \cdot \beta_0 - \Delta\beta / \alpha_R) \sigma_R \quad (3.27)$$

mit  $k_W$  als W-Fraktile der standardisierten Normalverteilung (z. B.  $k = u$  in [4]) und daraus erhält man

$$\overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot K_{\sigma} = (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot \beta_0 + k_W / (n)^{1/2} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV})) \quad \text{oder} \quad (3.28)$$

$$k_W = (\overset{\circ}{\alpha}_{RV} K_{\sigma} - \alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot \beta_0 + \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV})) \cdot n^{1/2} \quad (3.29)$$

Für  $n \geq n_{\text{erf}}$  ist  $K_{\sigma}$  nach (3.24) einzusetzen, und es muß  $k_W \geq k_{W\Delta}$  sein, so daß sich ergibt

$$n_{\text{erf}} \geq (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot k_{W\Delta} / \Delta\beta)^2 \quad (3.30)$$

Für  $n < n_{\text{erf}}$  ist nach (3.28)

$$\overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot K_{\sigma} = (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot \beta_0 + k_{W\Delta} / (n)^{1/2} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV})) \quad \text{mit} \quad (3.31)$$

$$\alpha_R = \sigma_R / (\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2} \quad \text{und} \quad (3.32)$$

$\overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  nach (3.21)

### 3.2.2 Fall $\sigma_{RV}$ unbekannt

mit (3.15) und (3.20) ergibt die Bedingung (3.12)

$$(-K_S \overset{\circ}{\alpha}_{RV} E(S_{RV}) - \alpha_R \cdot \beta_0 \sum_j \overset{\circ}{\alpha}_{Rj} \kappa_j \sigma_{Rj}) / \sigma_R = -\alpha_R \cdot \beta_0 \quad (3.33)$$

und daraus mit

$$E(S_{RV}) = \sigma_{RV} \cdot \Gamma(n/2) / (((n-1)/2)^{1/2} \cdot \Gamma((n-1)/2)) = \sigma_{RV} \cdot C \quad (3.34)$$

$$K_S = \alpha_R \cdot \beta_0 \cdot C^{-1} \quad \text{oder} \quad \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot K_S = \alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot \beta_0 \cdot C^{-1} \quad (3.35)$$

n	c <sup>-1</sup>	n	c <sup>-1</sup>	n	c <sup>-1</sup>	n	c <sup>-1</sup>
		11	1,025	21	1,013	35	1,007
2	1,253	12	1,023	22	1,012	40	1,006
3	1,128	13	1,021	23	1,011	45	1,006
4	1,085	14	1,019	24	1,011	50	1,005
5	1,064	15	1,018	25	1,010	55	1,005
6	1,051	16	1,017	26	1,010	60	1,004
7	1,042	17	1,016				
8	1,036	18	1,015				
9	1,032	19	1,014				
10	1,028	20	1,013	30	1,009		

Tabelle 1  
 $c^{-1} = ((n-1)/2)^{1/2} \Gamma((n-1)/2) / \Gamma(n/2)$   
 zur Berechnung von  $K_s$  nach (3.35)  
 oder (4.20) für  $n \geq n_{\text{erf}}$

Zahlenwerte für  $c^{-1}$  können Tabelle 1 entnommen werden.

Zur Erfüllung der Bedingung (3.13) wird (3.16) mit (3.20) umgeschrieben auf

$$w(R_V / \sigma_R - K_s \cdot \alpha_{RV} \cdot (\sigma_{RV} / \sigma_R)) (S_{RV} / \sigma_{RV}) - \alpha_R \cdot \beta_0 \sum_j \alpha_{Rj} \kappa_j \sigma_{Rj} / \sigma_R \leq$$

$$\leq m_{RV} / \sigma_R - \alpha_R \cdot \beta_0 + \Delta\beta / \alpha_R = W_\Delta \quad (3.36)$$

Unter Berücksichtigung von (3.21) geht diese Gleichung durch weiteres entsprechendes Umformen und Erweitern über in

$$w\left(\frac{n^{1/2}(\bar{R}_V - m_{RV}) / \sigma_{RV} + n^{1/2}(\alpha_R \cdot \alpha_{RV} \cdot \beta_0 - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \alpha_{RV}))}{(((n-1)S_{RV}^2 / \sigma_{RV}^2) / (n-1))^{1/2}} \leq \alpha_{RV} K_s n^{1/2}\right) = W_\Delta \quad (3.37)$$

Die linke Seite der Ungleichung in der Klammer ist nichtzentral t-verteilt, [5], mit dem Freiheitsgrad  $f = (n-1)$  und den Nicht-zentralitätsparametern

$$\delta = n^{1/2} (\alpha_R \cdot \alpha_{RV} \cdot \beta_0 - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \alpha_{RV})) \quad (3.38)$$

Damit ist

$$\alpha_{RV} \cdot K_s = t_{W_\Delta} / n^{1/2} \quad \text{mit} \quad (3.39)$$

$t_{W_\Delta}$  als  $W_\Delta$ -Quantile der vorstehend beschriebenen Verteilung.

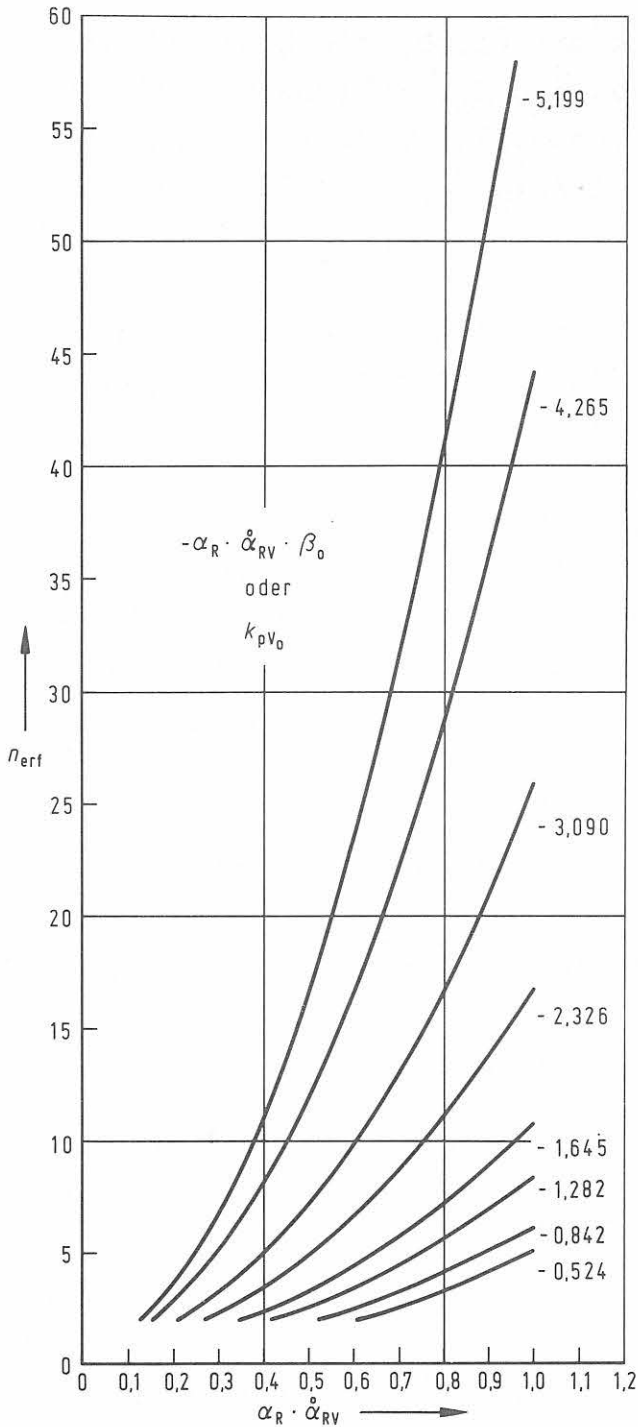
Das Produkt  $\alpha_{RV} \cdot K_s$  ist also eine Funktion

$$\alpha_{RV} \cdot K_s = f(\beta_0; \alpha_R \cdot \alpha_{RV}; \Delta\beta; n; W_\Delta) \quad (3.40)$$

Für  $\alpha_{RV} \cdot K_s$  nach (3.35) ist  $n_{\text{erf}}$  durch (3.40) für eine bestimmte Kombination nach  $\Delta\beta$  und  $W_\Delta$  festgelegt.

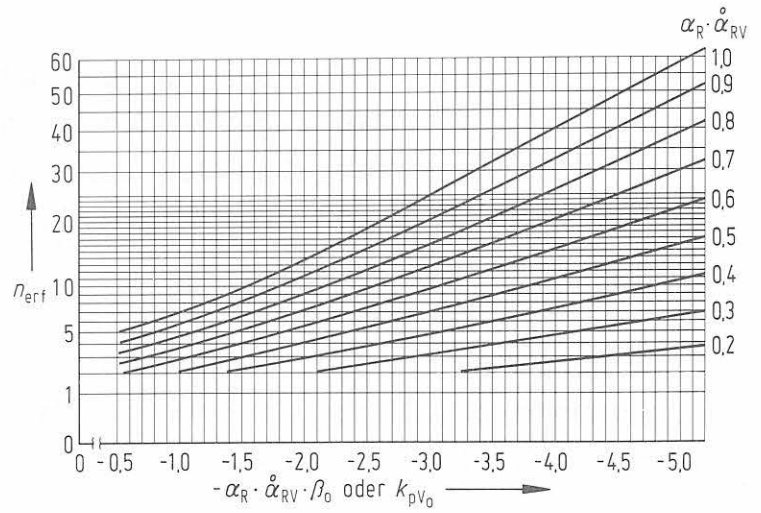
Für  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_\Delta = 0,85$  können Zahlenwerte dazu den Bildern 2 oder 3 entnommen werden. Zum Vergleich sind diese Abhängigkeiten auch für  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$  in den Bildern 4 und 5 aufgetragen.



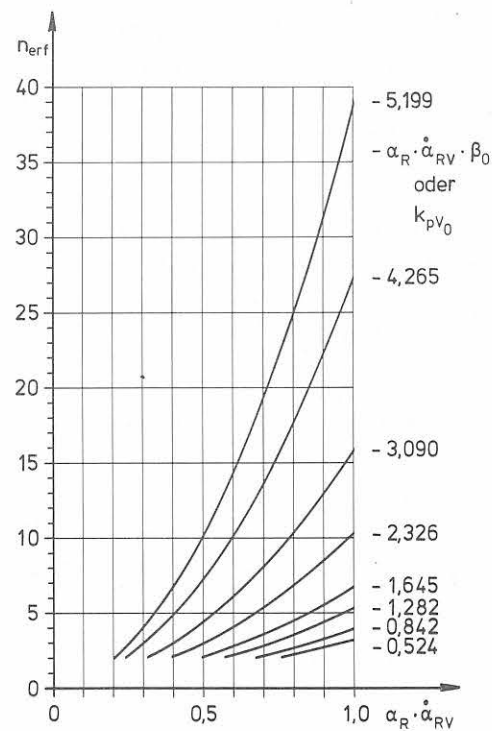


**Bild 2**  
Erforderliche Anzahl  $n_{erf}$  von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.20) bzw. (4.15) für  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$

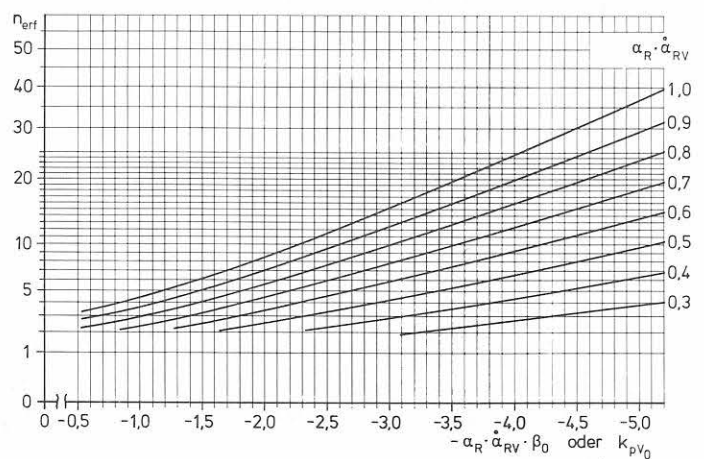
**Bild 5**  
Erforderliche Anzahl  $n_{erf}$  von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.20) bzw. (4.15) für  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_{\Delta} = 0,95$



**Bild 3**  
Erforderliche Anzahl  $n_{erf}$  von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.20) bzw. (4.15) für  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$



**Bild 4**  
Erforderliche Anzahl  $n_{erf}$  von Versuchen zur Erfüllung der Bedingungen 1. und 2. des vereinbarten Sicherheitsniveaus nach Abschnitt 2 bei der Bestimmung des Bemessungswertes oder des charakteristischen Wertes nach (3.30) bzw. (4.15) für  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_{\Delta} = 0,95$



Für  $n < n_{\text{erf}}$  ist (3.39) in Verbindung mit (3.38) die Bestimmungsgleichung für den zugehörigen Wert von  $\hat{\alpha}_{RV}^0 \cdot K_S$ . Zahlenwerte können mit Hilfe der Tabellen des Anhanges ermittelt werden. Hierbei entsprechen  $N \hat{=} n$  und  $KP \hat{=} - (\alpha_R \cdot \hat{\alpha}_{RV}^0 \cdot \beta_0 - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \hat{\alpha}_{RV}^0))$  sowie ...%-Quantile im Tabellenkopf  $\hat{=} W_\Delta$ .

Sind für  $R_V$  über die Information aus der Stichprobe vom Umfang  $n$  hinaus zusätzliche Informationen verfügbar, so können diese ggf. nach Abschnitt 5 berücksichtigt werden.

Bei dieser Betrachtungsweise ist grundsätzlich zu beachten, daß  $\hat{\alpha}_{RV}^0$  und  $\hat{\alpha}_{Rj}^0$  nach (3.21) von dem unbekanntem Wert  $\sigma_{RV}'$  abhängen. Ein auf der sicheren Seite liegender Grenzwert für  $\sigma_{RV}'$  kann im allgemeinen Fall der Abhängigkeit von  $R'$  nach (3.18) nicht angegeben werden, da er entscheidend von den Zahlenverhältnissen  $\sigma_{RV}' / (\kappa_j \sigma_{Rj})$  abhängig ist.

Im Sonderfall  $R = R_V$ , d. h. wenn der gesamte Bauteilwiderstand allein aus den Ergebnissen von Versuchen bestimmt werden muß, und  $\sigma_R'$  auf  $\sigma_R' \leq (\sigma_R')_{\text{max}}$  begrenzbar ist, kann  $\alpha_R$  mit  $(\sigma_R')_{\text{max}}$  bestimmt werden

### 3.2.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$ und $R_j$

Sind  $R_V$  und  $R_j$  logarithmisch normalverteilt, setzt sich der Bauteilwiderstand also multiplikativ zusammen nach

$$R = R_V \cdot \prod_j (R_j^{\kappa_j}) \quad (3.41)$$

erhält man den Schätzwert für den Bemessungswert als physikalische Größe durch entsprechende Transformation aus (3.19) oder (3.20) zu

$$r_V^*(i) = r_V^*(i) \cdot \prod_j (r_j^{\kappa_j}) \quad \text{mit} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} r_j^* &= m_{Rj} / ((1+v_{Rj}^2)^{1/2} \exp(\alpha_R \cdot \hat{\alpha}_{Rj}^0 \cdot \beta_0 (\ln(1+v_{Rj}^2))^{1/2})) \\ &\approx m_{Rj} / ((1+v_{Rj}^2)^{1/2} \exp(\alpha_R \cdot \hat{\alpha}_{Rj}^0 \cdot \beta_0 v_{Rj})) \quad \text{und} \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} r_V^*(i) &= \bar{r}_V / ((1+v_{RV}^2)^{1/2} \exp(\hat{\alpha}_{RV}^0 \cdot K_S (\ln(1+v_{RV}^2))^{1/2})) \\ &\approx \bar{r}_V / ((1+v_{RV}^2)^{1/2} \exp(\hat{\alpha}_{RV}^0 \cdot K_S \cdot v_{RV})) \quad \text{oder} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$r_V^*(i) = \bar{r}_V / ((1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2)^{1/2} \exp(\hat{\alpha}_{RV}^0 K_S (\ln(1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2))^{1/2}))$$

$$\approx \bar{r}_V / ((1 + (s_{RV}/\bar{r}_V)^2)^{1/2} \exp(\alpha_{RV}^0 \cdot K_S \cdot s_{RV}/\bar{r}_V)) \quad (3.45)$$

Dabei sind  $K_\sigma$  oder  $K_S$  nach Abschnitt 3.2.1 bzw. 3.2.2 zu bestimmen und

$$\bar{r}_V = \sum_{v=1}^n r_{V,v} / n ; s_{RV} = \left( \sum_{v=1}^n (r_{V,v} - \bar{r}_V)^2 / (n-1) \right)^{1/2} \quad (3.46)$$

mit  $r_{V,v}$  als Ergebnisse von  $n$  Versuchen (nicht auf Normalverteilung transformiert).

#### 4. Nachweisverfahren der Stufe I

##### 4.1 Allgemeine Darstellung

Die in Abschnitt 3.1 beschriebenen grundsätzlichen Überlegungen gelten auch für das Nachweisverfahren der Stufe I, nur daß hier der Bemessungswert  $r^*$  für den gesamten Bauteilwiderstand  $R$  nicht nach (3.5) direkt, sondern über zweckmäßig vereinbarte  $p_{V_0}$ - und  $p_j$ -Fraktile  $r_{V_k}$  und  $r_{j_k}$  des im Versuch ermittelbaren Anteiles  $R_V$  des Bauteilwiderstandes und der übrigen die Größe des Bauteilwiderstandes beeinflussenden Zufallsgrößen  $R_j$  in Verbindung mit entsprechenden Sicherheitsabständen  $\delta_{RV}$  und  $\delta_{Rj}$  ermittelt wird.

$$r^* = g_R((r_{V_k} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{Rj})) \quad (4.1)$$

Sein statistischer Schätzwert  $r_{(i)}^*$  wird dementsprechend auf dem Schätzwert  $r_{V_k(i)}$  der  $p_{V_0}$ -Fraktile von  $R_V$  aufgebaut.

$$r_{(i)}^* = g_R((r_{V_k(i)} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{Rj})) \quad (4.2)$$

Damit ändert sich (3.9) in

$$r_{(i)}^* - r_{(\beta_0)}^* = g_R((r_{V_k(i)} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{Rj})) - g_R((r_{V_k} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{Rj})) \quad (4.3)$$

und man erhält für die Beziehung zwischen dem wirklich vorhandenen Wert  $\beta$  des Sicherheitsindex und seinem unter Annahme der Kenntnis der Grundgesamtheiten zugrundegelegten Wert  $\beta_0$

$$\beta = \beta_0 - \alpha_R (r_{(i)}^* - r_{(\beta_0)}^*) / \sigma_R \quad (4.4)$$

mit  $(r_{(i)}^* - r_{(\beta_0)}^*)$  nach (4.3) und  $\alpha_R$  nach [1] Anhang 2 (12)

Der statistische Schätzwert  $r_{V_k(i)}$  ist die Realisation einer Zufallsgröße  $R_{V_k(i)}$ , bedingt durch den zufälligen Ausfall der Stichprobenwerte  $r_{V,1} \dots r_{V,n}$ .

Somit sind auch  $r_{(i)}^*$  und  $\beta$  Realisationen von Zufallsgrößen  $R_{(i)}^*$  und  $B$ .

Die 1. Bedingung zum vereinbarten Sicherheitsniveau (Abschnitt 2)  $E(B) = \beta_0$  wird erfüllt wegen

$$E(B) = \beta_0 - \alpha_R (E(R_{(i)}^*) - r_{(\beta_0)}^*) / \sigma_R \quad \text{durch} \quad (4.5)$$

$$E(g_R((R_{V_k(i)} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{R_j}))) = g_R((r_{V_k} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{R_j})) \quad (4.6)$$

Die 2. Bedingung zum vereinbarten Sicherheitsniveau

$$W(B \geq \beta_0 - \Delta\beta) \geq W_\Delta$$

ist unter Berücksichtigung von (4.3) und (4.4) gleichbedeutend mit

$$W(g_R((R_{V_k(i)} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{R_j}))) - g_R((r_{V_k} - \delta_{RV}); (r_{j_k} - \delta_{R_j})) \leq (\Delta\beta / \alpha_R) \sigma_R \geq W_\Delta \quad (4.7)$$

Die Bestimmungsgleichungen für  $n_{\text{erf}}$  sind also hier (4.6) und (4.7). Steht nur eine Stichprobe mit  $n < n_{\text{erf}}$  zur Verfügung, ist (4.7) die Ausgangsgleichung zur Bestimmung des Schätzwertes für den charakteristischen Wert.

Als physikalische Größe erhält man den statistischen Schätzwert für den charakteristischen Wert durch

$r_{V_k(i)}$  = Rücktransformation von  $r_{V_k(i)}$ .

#### 4.2 Darstellung für den Fall $R' = R_V + \sum_j \kappa_j \cdot R_j$

Setzt sich der Bauteilwiderstand  $R$  in der auf Normalverteilung transformierten Form  $R'$  aus einer Summe von linearen Teilwiderständen  $R_V$  und  $R_j$  zusammen

$$R' = R_V + \sum_j \kappa_j R_j \quad \text{erhält man für (4.4)} \quad (4.8)$$

$$\beta = \beta_0 - \alpha_R (r_{V_k(i)} - r_{V_k}) / \sigma_R \quad (4.9)$$

Der statistische Schätzwert  $r_{V_k(i)}$  entspricht einer  $p_V$ -Fraktile von  $R_V$  mit im allgemeinen  $p_V \neq p_{V_0}$

$$r_{V_k(i)} \hat{=} m_{RV} + k_{p_V} \cdot \sigma_{RV} \quad (4.10)$$

Mit (3.21) besteht dann die Beziehung

$$\beta = \beta_0 - \alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} (k_{pV} - k_{pV0}) \quad (4.11)$$

Die Bedingungen des vereinbarten Sicherheitsniveaus werden nach (4.6) und (4.7) erfüllt durch

$$E(R_{V_k(i)}) = r_{V_k} \quad \text{und} \quad (4.12)$$

$$w(R_{V_k(i)}) \leq m_{RV} + (k_{pV0} + \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV})) \cdot \sigma_{RV} = W_{\Delta} \quad (4.13)$$

mit  $\overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  nach (3.21)

Als Schätzwert für den charakteristischen Wert  $r_{V_k}$  wird zweckmäßigerweise angesetzt

$$r_{V_k(i)} = \overline{r_V} - K_{\sigma} \cdot \sigma_{RV} \quad \text{oder} \quad (4.14)$$

$$r_{V_k(i)} = \overline{r_V} - K_s \cdot s_{RV} \quad (4.15)$$

je nachdem, ob  $\sigma_{RV}$  bekannt ist oder durch  $s_{RV}$  nach (3.22) geschätzt werden muß.

#### 4.2.1 Fall $\sigma_{RV}$ bekannt

Für  $n \geq n_{\text{erf}}$  erhält man  $K_{\sigma}$  aus (4.12) mit (4.14) zu

$$K_{\sigma} = -k_{pV0} \quad (4.16)$$

Die Bedingung (4.13) ist erfüllt, wenn die rechte Seite der in der Klammer stehenden Ungleichung der  $W_{\Delta}$ -Quantilen des statistischen Schätzwertes nach (4.14) entspricht.

Daher ergibt sich analog zu Abschnitt 3.2.1

$$-K_{\sigma} \cdot \sigma_{RV} + k_{W_{\Delta}} \cdot \sigma_{RV} / n^{1/2} = (k_{pV0} + \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV})) \sigma_{RV} \quad (4.17)$$

und damit

$$K_{\sigma} = -k_{pV0} + k_{W_{\Delta}} / n^{1/2} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV}) \quad (4.18)$$

und wegen (4.16)

$$n_{\text{erf}} \geq (\alpha_R \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \cdot k_{W_{\Delta}} / \Delta\beta)^2 \quad (4.19)$$

Für  $n < n_{\text{erf}}$  ist  $K_{\sigma}$  unter Berücksichtigung des gegebenen  $n$  nach (4.18) zu berechnen.

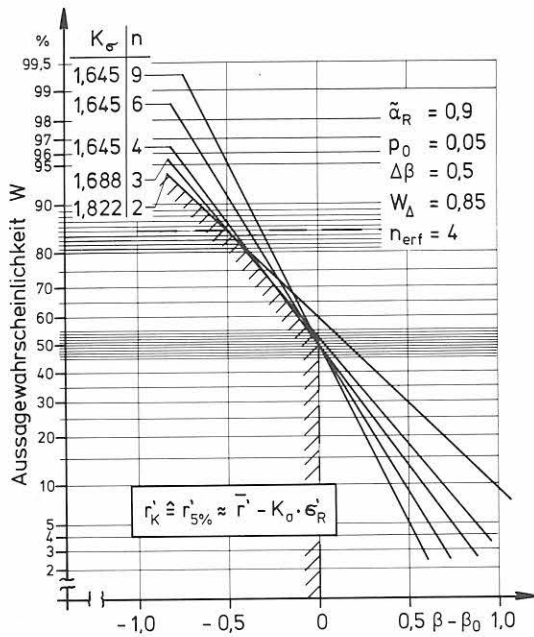


Bild 6  
Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus im Sonderfall  $R' = R'_V$  und  $\sigma'_R$  bekannt unter der Voraussetzung der Vereinbarungen nach Abschnitt 2

Für den Sonderfall  $R' = R'_V$ , d. h.  $\kappa_j = 0$ , sind in Bild 6 die Grenzen und einige Beispiele für die infolge der Vereinbarungen zum Sicherheitsniveau noch zulässigen Sicherheitsniveaus eingezeichnet. Dabei ist das Sicherheitsniveau in der Form  $w(B - \beta_0 \geq \beta - \beta_0) = W$ , d. h. mit einer Wahrscheinlichkeit  $W$  ist der Sicherheitsindex größer oder gleich dem Zahlenwert  $\beta$ , dargestellt. Man sieht deutlich, daß entsprechend der Vereinbarung bei  $\beta = \beta_0 - 0,5$  die Wahrscheinlichkeit  $W \geq 0,85$  und bei  $\beta = \beta_0$   $W \geq 0,5$  ist.

#### 4.2.2 Fall $\sigma'_{RV}$ unbekannt

Für  $n \geq n_{erf}$  erhält man  $K_S$  aus (4.12) mit (4.15) und (3.34) zu

$$K_S = -k_{pV0} \cdot \sigma'_{RV} / E(S'_{RV}) = -k_{pV0} \cdot C^{-1} \quad (4.20)$$

Zahlenwerte für  $C^{-1}$  können Tabelle 1 entnommen werden.

Zur Erfüllung der Bedingung (4.13) wird (4.15) eingesetzt, und eine entsprechende Umformung wie in Abschnitt 3.2.2 führt zu

$$w\left(\frac{m^{1/2}(\overline{R'_V} - m'_{RV}) / \sigma'_{RV} + n^{1/2}(-k_{pV0} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \alpha'_{RV}))}{(((n-1)S'^2_{RV} / \sigma'^2_{RV}) / (n-1))^{1/2}}\right) \leq K_S n^{1/2} \quad (4.21)$$

Daraus ergibt sich

$$K_S = t_{W\Delta} / n^{1/2} \quad \text{mit} \quad (4.22)$$

$t_{W_\Delta}$  als  $W_\Delta$ -Quantile der nichtzentralen t-Verteilung mit dem Freiheitsgrad  $f = (n-1)$  und dem Nichtzentralitätsparameter

$$\delta = n^{1/2} (-k_{pV0} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \tilde{\alpha}_{RV})) \quad (4.23)$$

$K_S$  ist also eine Funktion

$$K_S = f(k_{pV0}; \alpha_R \cdot \tilde{\alpha}_{RV}; \Delta\beta; n; W_\Delta) \quad (4.24)$$

Für  $K_S$  nach (4.20) ist durch (4.24)  $n_{\text{erf}}$  für eine bestimmte Kombination von  $\Delta\beta$  und  $W_\Delta$  festgelegt und kann für  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_\Delta = 0,85$  oder  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$  den Bildern 2 oder 3 bzw. 4 oder 5 entnommen werden.

Für  $n < n_{\text{erf}}$  ist (4.22) in Verbindung mit (4.23) die Bestimmungsgleichung für den zugehörigen Wert von  $K_S$ . Zahlenwerte können mit Hilfe der Tabellen des Anhanges ermittelt werden. Hierbei entsprechen  $N \hat{=} n$ ,  $KP \hat{=} -(-k_{pV0} - \Delta\beta / (\alpha_R \cdot \tilde{\alpha}_{RV}))$  und ... Quantile im Tabellenkopf  $\hat{=} W_\Delta$ .

Sind für  $R_V$  über die Information aus der Stichprobe vom Umfang  $n$  hinaus zusätzliche Informationen verfügbar, so können diese gegebenenfalls nach Abschnitt 5 berücksichtigt werden.

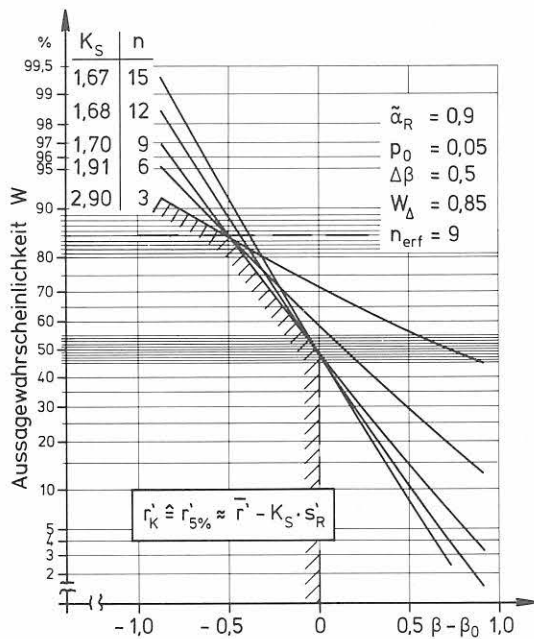


Bild 7  
Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus im Sonderfall  $R^1 = R_V^1$  und  $\tilde{0}_R^1$  unbekannt unter der Voraussetzung der Vereinbarungen nach Abschnitt 2

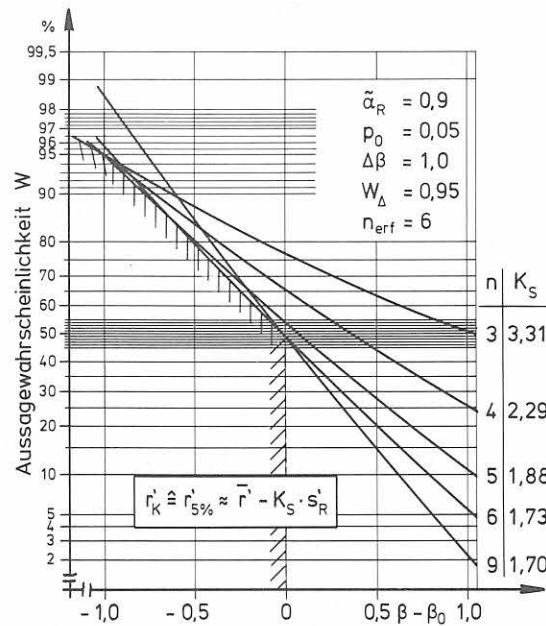


Bild 8  
Grenzen und Beispiele für die noch zulässigen Sicherheitsniveaus im Sonderfall  $R^1 = R_V^1$  und  $\tilde{0}_R^1$  unbekannt unter der Voraussetzung der Vereinbarungen nach Abschnitt 2



Wie bei dem Nachweisverfahren der Stufe II ist grundsätzlich zu beachten, daß  $\alpha_{RV}$  und  $\alpha_{Rj}$  nach (3.21) von dem unbekanntem Wert  $\sigma_{RV}$  abhängen. Es gelten damit sinngemäß die am Ende des Absatzes 3.22 gegebenen Hinweise.

Auch hier sind für den Sonderfall  $R' = R_V$  die Grenzen und einige Beispiele dargestellt, Bilder 7 und 8. Zur Art der Darstellung gilt die entsprechende Bemerkung in Abschnitt 4.2.1. Wegen der unsymmetrischen Form der nichtzentralen t-Verteilung fällt hier der Erwartungswert des Sicherheitsindex nicht mit seiner 50 %-Fraktile zusammen, so daß bei  $\beta = \beta_0$  W etwas kleiner als 0,5 ist.

#### 4.2.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$ und $R_j$

Sind  $R_V$  und  $R_j$  logarithmisch normalverteilt, setzt sich der Bauteilwiderstand als multiplikativ zusammen nach (3.41), erhält man den Schätzwert für den charakteristischen Wert als physikalische Größe durch entsprechende Transformation aus (4.14) oder (4.15) zu

$$\begin{aligned} r_{V_k(i)} &= \bar{r}_V / ((1+v_{RV}^2)^{1/2} \exp(K_\sigma \cdot (\ln(1+v_{RV}^2))^{1/2})) \\ &\approx \bar{r}_V / ((1+v_{RV}^2)^{1/2} \exp(K_\sigma \cdot v_{RV})) \quad \text{oder} \quad (4.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{V_k(i)} &= \bar{r}_V / ((1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2)^{1/2} \exp(K_s (\ln(1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2))^{1/2})) \\ &\approx \bar{r}_V / ((1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2)^{1/2} \exp(K_s \cdot s_{RV}/\bar{r}_V)) \quad (4.26) \end{aligned}$$

Dabei sind  $K_\sigma$  oder  $K_s$  nach Abschnitt 4.21 bzw. 4.22 und  $\bar{r}_V$  sowie  $s_{RV}$  nach (3.46) zu bestimmen.

Für die Sicherheitselemente, hier als Teilsicherheitsfaktoren, bestehen dann die Beziehungen

$$\begin{aligned} \gamma_{mV} &= \exp((\alpha_R \cdot \alpha_{RV} \cdot \beta_0 + k_{pV_0}) \ln(1+v_{RV}^2))^{1/2} \\ &\approx \exp((\alpha_R \cdot \alpha_{RV} \cdot \beta_0 + k_{pV_0}) v_{RV}) \quad \text{und} \quad (4.27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{mj} &= \exp((\alpha_R \cdot \alpha_{Rj} \cdot \beta_0 + k_{pj}) (\kappa^2 \ln(1+v_{Rj}^2))^{1/2}) \\ &\approx \exp((\alpha_R \cdot \alpha_{Rj} \cdot \beta_0 + k_{pj}) \kappa_j v_{Rj}) \quad (4.28) \end{aligned}$$



Damit erhält man den Schätzwert für den Bemessungswert zu

$$r_{(i)}^* = (r_{V_k(i)} / \gamma_{mV}) \cdot \prod_j (r_{j_k} / \gamma_{mj})^{\mu_j} \quad (4.29)$$

### 4.3 Vereinfachende Näherungen zur praktischen Handhabung

#### 4.3.1 Abschnittsweise konstante Linearfaktoren

Für die praktische Handhabung wird der gegenseitige Einfluß von Widerstand und Einwirkung infolge ihrer Zuordnung in der Grenzzustandsgleichung und ihrer Standardabweichungen durch die Festlegung von konstanten Werten  $\tilde{\alpha}_R$  für  $\alpha_R$  entkoppelt, s. [1] Anhang 2, Tab. 1.

Auch die Teileinflüsse  $R_V$  und  $R_j$  auf der Widerstandsseite werden zweckmäßigerweise durch Konstantsetzen der Linearfaktoren  $\overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  und  $\overset{\circ}{\alpha}_{Rj}$  entkoppelt. Dieses kann allerdings nicht so allgemein geschehen wie bei  $\alpha_R$ , da die Teilfunktion  $g_R$  den wirklichen Verhältnissen frei anpaßbar bleiben muß und die Kombinationen der Standardabweichungen  $\sigma'_{RV}$  und  $\sigma'_{Rj}$  nicht von vornherein auf bestimmte Bereiche begrenzt werden können. Die Abweichung des mit konstanten Werten  $\overset{\circ}{\alpha}_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\overset{\circ}{\alpha}_{Rj} = \tilde{\alpha}_{Rj}$  berechneten Näherungswertes  $\tilde{r}^*$  vom richtigen Bemessungswert  $r^*$  hängt aber entscheidend von der Form von  $g_R$  sowie von der Kombination von  $\sigma'_{RV}$  und  $\sigma'_{Rj}$  ab. Die Werte für  $\tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\tilde{\alpha}_{Rj}$  müssen deshalb für jede Art von  $g_R$  von Fall zu Fall für bestimmte Kombinationsbereiche von  $\sigma'_{RV}$  und  $\sigma'_{Rj}$  abschnittsweise konstant so festgelegt werden, daß  $\tilde{r}^*$  nur geringfügig von  $r^*$  abweicht, wie es beispielhaft in folgenden Abschnitten für einen häufig anwendbaren Sonderfall von  $g_R$  gezeigt wird.

Das abschnittsweise Konstantsetzen von  $\overset{\circ}{\alpha}_{RV}$  und  $\overset{\circ}{\alpha}_{Rj}$  hat bei unbekanntem  $\sigma'_{RV}$  außerdem den Vorteil, daß man dann mit Annahme eines oberen Grenzwertes  $(\sigma'_{RV})_{\max}$  für  $\sigma'_{RV}$  bei der Berechnung der Teilsicherheitsbeiwerte auf der sicheren Seite liegt.

#### 4.3.2 Sonderfall log. Normalverteilung von $R = R_V \cdot R_1^{\mu}$ und $R_V$ un- mittelbar im Versuch meßbar

Der resultierende Bauteilwiderstand  $R$  kann häufig durch Multiplikation seines im Versuch zu ermittelnden Anteils  $R_V$  mit nur einer weiteren Einflußgröße  $R_1$ , z. B. einer maßgebenden Materialeigenschaft, in der Form des Potenzansatzes  $R_1^{\mu}$  ( $\mu > 0$ ) ausreichend beschrieben werden.

Bei logarithmischer Normalverteilung erhält man dann seinen Bemessungswert zu

$$r^* = \exp(m_{RV} - \tilde{\alpha}_R \cdot \beta \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{RV} \sigma_{RV} + \kappa (m_{R1} - \tilde{\alpha}_R \cdot \beta \cdot \overset{\circ}{\alpha}_{R1} \cdot \sigma_{R1})) \quad (4.30)$$

und das Verhältnis des Näherungswertes  $\tilde{r}^*$  mit konstanten

$$\overset{\circ}{\alpha}_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV} \quad \text{und} \quad \overset{\circ}{\alpha}_{R1} = \tilde{\alpha}_{R1} \quad \text{zu} \quad r^* \quad \text{zu}$$

$$\tilde{r}^*/r^* = \exp(\tilde{\alpha}_R \beta (\sigma_{RV} (\overset{\circ}{\alpha}_{RV} - \tilde{\alpha}_{RV}) + \kappa \sigma_{R1} (\overset{\circ}{\alpha}_{R1} - \tilde{\alpha}_{R1}))) \quad (4.31)$$

	$\tilde{\alpha}_{RV}$	$\tilde{\alpha}_{R1}$	$\tilde{r}^*/r^* \quad 1)$
$0 \leq \frac{\sigma_{RV}}{\kappa \sigma_{R1}} \leq 0,2$	0	1,0	0 ... 1,05
$0,2 \leq \frac{\sigma_{RV}}{\kappa \sigma_{R1}} \leq 1,0$	0,5	0,9	1,05 ... 0,92 ... 1,03
$1,0 \geq \frac{\kappa \sigma_{R1}}{\sigma_{RV}} \geq 0,2$	0,9	0,5	1,03 ... 0,92 ... 1,05
$0,2 \geq \frac{\kappa \sigma_{R1}}{\sigma_{RV}} \geq 0$	1,0	0	1,05 ... 0

Tabelle 2  
Abschnittweise konstante Näherungswerte  $\tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\tilde{\alpha}_{R1}$  für  $\overset{\circ}{\alpha}_{R1}$  bei log. Normalverteilung von  $R = R_V \cdot R_1^K$

$$\sigma_{RV} = (\ln(1+v_{RV}^2))^{1/2} \approx v_{RV}$$

$$\sigma_{R1} = (\ln(1+v_{R1}^2))^{1/2} \approx v_{R1}$$

1) Zahlenangaben für  $\tilde{r}^*/r^*$  sind Extremwerte der Grenzen für die Abweichung der Näherung bei  $\tilde{\alpha}_R \leq 0,9$   $\beta \leq 5,2$  und  $\kappa \sigma_{R1} \leq 0,5$  bzw.  $\sigma_{RV} \leq 0,5$  (s. auch Bild 9).

Setzt man für  $\tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\tilde{\alpha}_{R1}$  die Werte wie in der Tabelle 2 an, dann sind im Parameterbereich von [1], also für  $\beta \leq 5,2$ ,  $\tilde{\alpha}_R \leq 0,9$  und  $\kappa \sigma_{R1} \leq 0,5$  bzw.  $\sigma_{RV} \leq 0,5$  (s. [1] Anhang 2, Tabelle E1), die Grenzen für die Abweichung der Näherung wie in Bild 9 gezeigt gegeben.

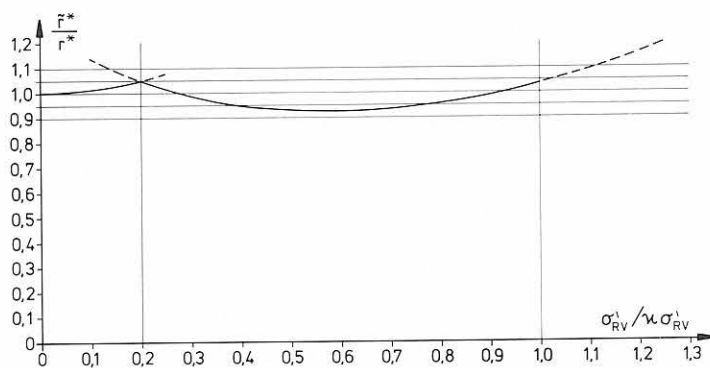


Bild 9  
Grenzen der Abweichung des mit konstanten  $\tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\tilde{\alpha}_{R1}$  berechneten Näherungswertes  $r^*$  vom Bemessungswert  $r^*$  für den Bauteilwiderstand  $R = R_V \cdot R_1^K$  bei log. Normalverteilung,  $\alpha_R = \alpha_R \leq 0,9$ ;  $\beta \leq 5,2$  und  $\kappa \cdot v_{R1} \approx \kappa \cdot \sigma_{R1} \leq 0,5$

Als Schätzwert für den charakteristischen Wert ergibt sich dann entsprechend Abschnitt 4.2.3

$$r_{Vk(i)} \approx \bar{r}_V / ((1+v_{RV}^2)^{1/2} \cdot \exp(K_\sigma v_{RV})) \quad \text{oder} \quad (4.32)$$

$$r_{Vk(i)} \approx \bar{r}_V / ((1+(s_{RV}/\bar{r}_V)^2)^{1/2} \cdot \exp(K_S \cdot s_{RV}/\bar{r}_V)) \quad (4.33)$$

je nachdem, ob der Variationsquotient  $v_{RV}$  bekannt ist oder durch  $s_{RV}/\bar{r}_V$  statistisch geschätzt werden muß.

$r_{VK}$ entspricht $p_{V0}$ -Fraktile:		$p_{V0} = 0,01$			$p_{V0} = 0,05$			$p_{V0} = 0,10$		
$\tilde{\alpha}_{RV} =$		0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0
Gebrauchsgrenzzustand $\beta = 2, 2,5$ oder $\bar{3}$	$\tilde{\alpha}_R =$	0,85			0,85			0,85		
	$n = 2$	2,33	2,41	2,47	1,65	1,72	1,79	1,28	1,36	1,43
	3	↓	2,33	2,34	↓	1,65	1,66	↓	1,28	1,29
	4	↓	↓	2,33	↓	↓	1,65	↓	↓	1,28
Bruchgrenzzustand $\beta = 4,2,$ $4,7$ oder $5,2$	$\tilde{\alpha}_R =$	0,9			0,9			0,9		
	$n = 2$	2,33	2,44	2,50	1,65	1,76	1,82	1,28	1,40	1,46
	3	↓	2,33	2,37	↓	1,65	1,69	↓	1,28	1,32
	4	↓	↓	2,33	↓	↓	1,65	↓	↓	1,28

Tabelle 3

$K_{\sigma}$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.32) für den charakteristischen Wert  $r_{VK}$  für bestimmte Kombinationen von  $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$  und  $\alpha_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  bei  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$

$r_{VK}$ entspricht $p_{V0}$ -Fraktile:		$p_{V0} = 0,01$			$p_{V0} = 0,05$			$p_{V0} = 0,10$		
$\tilde{\alpha}_{RV} =$		0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0
Gebrauchsgrenzzustand $\beta = 2, 2,5$ oder $\bar{3}$	$\tilde{\alpha}_R =$	0,85			0,85			0,85		
	$n = 2$	6,13	8,83	9,17	2,98	5,34	5,66	1,61	3,65	3,94
	3	3,10	4,32	4,47	1,85	2,74	2,88	1,45	1,95	2,09
	4	2,52	3,41	3,53	1,78	2,18	2,29	1,39	1,56	1,67
	5	2,47	3,02	3,12	1,75	1,93	2,03	1,36	1,38	1,48
	6	2,44	2,79	2,89	1,73	1,79	1,88	1,35	1,35	1,37
	7	2,42	2,65	2,74	1,71	1,71	1,78	1,34	1,34	1,34
	8	2,41	2,54	2,63	1,70	1,70	1,70	1,33	1,33	1,33
	9	2,40	2,46	2,55	1,70	1,70	1,70	1,32	1,32	1,32
	10	2,39	2,40	2,49	1,69	1,69	1,69	1,32	1,32	1,32
	11	2,38	2,38	2,44	1,69	1,69	1,69	1,31	1,31	1,31
	12	2,38	2,38	2,39	1,68	1,68	1,68	1,31	1,31	1,31
	13	2,37	2,37	2,37	1,68	1,68	1,68	1,31	1,31	1,31
	Bruchgrenzzustand $\beta = 4,2$ $4,7$ oder $5,2$	$\tilde{\alpha}_R =$	0,9			0,9			0,9	
$n = 2$		6,46	9,02	9,34	3,25	5,51	5,82	1,90	3,81	4,09
3		3,25	4,40	4,55	1,85	2,82	2,96	1,45	2,03	2,16
4		2,58	3,48	3,59	1,78	2,24	2,35	1,39	1,62	1,73
5		2,47	3,08	3,18	1,75	1,99	2,08	1,36	1,44	1,53
6		2,44	2,85	2,94	1,73	1,84	1,93	1,35	1,35	1,41
7		2,42	2,70	2,79	1,71	1,74	1,82	1,34	1,34	1,34
8		2,41	2,59	2,68	1,70	1,70	1,75	1,33	1,33	1,33
9		2,40	2,51	2,60	1,70	1,70	1,70	1,32	1,32	1,32
10		2,39	2,45	2,53	1,69	1,69	1,69	1,32	1,32	1,32
11		2,38	2,40	2,48	1,69	1,69	1,69	1,31	1,31	1,31
12		2,38	2,38	2,44	1,68	1,68	1,68	1,31	1,31	1,31
13		2,37	2,37	2,40	1,68	1,68	1,68	1,31	1,31	1,31
14		2,37	2,37	2,37	1,68	1,68	1,68	1,31	1,31	1,31
15	2,37	2,37	2,37	1,67	1,67	1,67	1,30	1,30	1,30	

Zahlenwerte oberhalb der Abtreppung  $\lceil \_ \rceil$  gelten für  $n < n_{erf}$

Tabelle 4

$K_s$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.33) für den charakteristischen Wert  $r_{VK}$  für bestimmte Kombinationen von  $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$  und  $\alpha_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  bei  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$

Wenn der charakteristische Wert einer 1 %-, 5 %- oder 10 %-Fraktile entspricht, können für  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$  die Werte von  $K_{\sigma}$  oder  $K_s$  den Tabellen 3 bzw. 4 entnommen werden. Für  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_{\Delta} = 0,95$  sind die entsprechenden Zahlenwerte in den Tabellen 5 und 6 aufgeführt. Dabei wurde der Fall  $\tilde{\alpha}_R = 0,85$  (Gebrauchsgrenz-

$r_{VK}$ entspricht $p_{Vo}$ -Fraktile:		$p_{Vo} = 0,01$			$p_{Vo} = 0,05$			$p_{Vo} = 0,10$		
		0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0
Bruch- grenz- zustand $\beta = 4.2,$ $4.7$ oder $5.2$	$\tilde{\alpha}_{RV} =$	0,9			0,9			0,9		
	$\tilde{\alpha}_R$	0,9			0,9			0,9		
	$n = 2$ $3$	2,33 ↓	2,33 ↓	2,38 2,33 ↓	1,65 ↓	1,65 ↓	1,70 1,65 ↓	1,28 ↓	1,28 ↓	1,33 1,28 ↓

Tabelle 5

$K_Q$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.32) für den charakteristischen Wert  $r_{VK}$  für bestimmte Kombinationen von  $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$  und  $\alpha_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  bei  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$

$r_{VK}$ entspricht $p_{Vo}$ -Fraktile :		$p_{Vo} = 0,01$			$p_{Vo} = 0,05$			$p_{Vo} = 0,10$		
		0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0	0,5	0,9	1,0
Bruch- grenzzustand $\beta = 4.2,$ $4.7$ oder $5.2$	$\tilde{\alpha}_{RV} =$	0,9			0,9			0,9		
	$\tilde{\alpha}_R =$	0,9			0,9			0,9		
	$n = 2$	5,36	17,71	19,58	2,06	8,50	9,96	1,61	4,87	5,98
	3	2,62	5,40	5,89	1,85	2,90	3,31	1,45	1,81	2,16
	4	2,52	3,66	3,99	1,78	2,01	2,29	1,39	1,39	1,50
	5	2,47	3,00	3,27	1,75	1,75	1,88	1,36	1,36	1,36
	6	2,44	2,65	2,88	1,73	1,73	1,73	1,36	1,35	1,35
	7	2,42	2,42	2,64	1,71	1,71	1,71	1,34	1,34	1,34
	8	2,41	2,41	2,47	1,70	1,70	1,70	1,33	1,33	1,33
	9	2,40	2,40	2,40	1,70	1,70	1,70	1,32	1,32	1,32
10	2,39	2,39	2,39	1,69	1,69	1,69	1,32	1,32	1,32	

Zahlenwerte oberhalb der Abtreppung  $\lceil \quad \rceil$  gelten für  $n < n_{erf}$

Tabelle 6

$K_S$ -Werte zur Berechnung des statistischen Schätzwertes nach (4.33) für den charakteristischen Wert  $r_{VK}$  für bestimmte Kombinationen von  $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$  und  $\alpha_{RV} = \tilde{\alpha}_{RV}$  bei  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$

zustand entsprechend [1] Anhang 2, Tabelle 1) nicht weiter verfolgt, da gegenüber  $\tilde{\alpha}_R = 0,9$  keine wesentlichen Abweichungen zu erwarten sind, wie man aus den Tabellen 5 und 6 ersehen kann. Ansonsten müssen sie nach Abschnitt 4.2.1 bzw. 4.2.2 bestimmt werden, wobei mit  $\alpha_R = \tilde{\alpha}_R$  und  $\alpha_{RV}^0 = \tilde{\alpha}_{RV}$  zu arbeiten ist. Kann man  $\tilde{\alpha}_{RV} = 0$  setzen, ist  $r_{VK(i)}$  gesondert nach (4.37) oder (4.38) zu berechnen.

Bei Unkenntnis von  $v_{RV}$  kann der Entscheidung, mit welchem  $\tilde{\alpha}_{RV}$  und  $\tilde{\alpha}_{R1}$  gearbeitet werden soll, bei Benutzung der Tabelle 2

$s_{RV}/\bar{r}_V$  statt  $v_{RV}$  und  
 $(n s_{R1}/\bar{r}_1)$  statt  $n v_{R1}$  zugrunde gelegt werden.

Die Teilsicherheitsfaktoren sind dann bestimmt durch

$$\gamma_{mV} \approx \exp((\tilde{\alpha}_R \cdot \beta_0 \cdot \tilde{\alpha}_{RV} + k_{pVo}) v_{RV}) \quad \text{und} \quad (4.34)$$

$$\gamma_{m1} \approx \exp((\tilde{\alpha}_R \cdot \beta_0 \cdot \tilde{\alpha}_{R1} + k_{p1}) n v_{R1}) \quad (4.35)$$

Ist  $v_{RV}$  nicht bekannt, muß zumindest ein oberer Grenzwert  $(v_{RV})_{\max}$  angebar sein, so daß  $v_{RV} \leq (v_{RV})_{\max}$ . Aus Sicherheitsgründen ist dann  $\gamma_{mV}$  nach (4.34) mit  $v_{RV} = (v_{RV})_{\max}$  zu berechnen. Erhält man für  $r_{V_k(i)}$  nach (4.35) einen Wert, der kleiner ist als

$$(r_{V_k(i)})_{\min} = \bar{r}_V / ((1 + (v_{RV})_{\max}^2)^{1/2} \cdot \exp(K_\sigma \cdot (v_{RV})_{\max})) \quad (4.36)$$

mit  $K_\sigma$ , z. B. nach Tabelle 3 bzw. 5, kann mit  $r_{V_k(i)} = (r_{V_k(i)})_{\min}$  weitergearbeitet werden.

Für den Fall, daß entsprechend Tabelle 2  $\tilde{\alpha}_{RV} = 0$  gesetzt werden kann, ist

$$r_{V_k(i)} \approx \bar{r}_V / ((1 + v_{RV}^2)^{1/2} \cdot \exp(-k_{pV0} \cdot v_{RV})) \quad \text{oder} \quad (4.37)$$

$$r_{V_k(i)} \approx \bar{r}_V / ((1 + (s_R / \bar{r}_V)^2)^{1/2} \cdot \exp(-k_{pV0} \cdot (v_{RV})_{\max})) \quad (4.38)$$

Der dem Bemessungswert  $s^*$  der Einwirkung gegenüberzustellende Schätzwert  $r^*(i)$  für den Bemessungswert  $r^*$  des Bauteilwiderstandes errechnet sich zu

$$r^*(i) = (r_{V_k(i)} / \gamma_{mV}) \cdot (r_{1k} / \gamma_{m1})^\kappa \quad (4.39)$$

#### 4.3.3 Sonderfall log. Normalverteilung von $R = R_V \cdot R_1^\kappa$ , aber $R_V$ nur mittelbar über $R$ und $R_1$ in Versuchen bestimmbar

Oft können die Werte für  $R_V$  nicht direkt im Versuch gemessen, sondern nur über Ergebnisse aus Versuchen zur Bestimmung von  $R$  und  $R_1$  indirekt ermittelt werden. Solche Fälle liegen z. B. vor, wenn es sich bei  $R_V$  um eine Widerstandsfunktion handelt, die nicht getrennt von der maßgebenden Materialeigenschaft  $R_1$ , wie Festigkeit oder Fließgrenze, im Versuch direkt meßbar ist, und wenn für die Grundgesamtheit von  $R_1$  ein charakteristischer Wert garantiert sowie  $v_{R1}$  bekannt sind. Zusätzlich zu den Bauteilversuchen mit den Versuchsergebnissen  $r_{,1} \dots r_{,n}$  müssen dann die Ergebnisse  $r_{1,1} \dots r_{1,n}$  einer Stichprobe von Materialuntersuchungen vorliegen, die der untersuchten Stichprobe von Bauteilen repräsentativ zuordenbar ist. Aus den Ergebnissen der Bauteilversuche und der Materialuntersuchungen sind die Werte  $\bar{r}$  und  $s_R$  sowie  $\bar{r}_1$  und  $s_{R1}$  zu berechnen.

Man muß dann, ausgehend von

$$m_R = m_{RV} + \kappa m_{R1} \quad \text{und} \quad (4.40)$$

$$\sigma_R'^2 = \sigma_{RV}'^2 + (\kappa \sigma_{R1}'^2) \quad , \quad (4.41)$$

die Formeln entsprechend Abschnitt 4.3.1 mit

$$\bar{r}_V = \bar{r} - \bar{r}_1 \quad \text{und} \quad (4.42)$$

$$s_{RV}' = (s_R'^2 - \kappa^2 s_{R1}'^2)^{1/2} \quad (4.43)$$

entwickeln und erhält

$$r_{Vk(i)} \approx (\bar{r}/\bar{r}_1^\kappa) \cdot ((1+v_R^2)/(1+v_{R1}^2)^\kappa)^{-1/2} \cdot \exp(-K_\sigma \cdot v_{RV}) \quad \text{oder} \quad (4.44)$$

$$r_{Vk(i)} \approx (\bar{r}/\bar{r}_1^\kappa) \cdot ((1+(s_R/\bar{r})^2)/(1+(s_{R1}/\bar{r}_1)^2)^\kappa)^{-1/2} \\ \cdot \exp(-K_s ((s_R/\bar{r})^2 - \kappa^2 (s_{R1}/\bar{r}_1)^2)^{1/2}) \quad (4.45)$$

je nachdem, ob  $v_{RV}$  direkt oder auch über

$$v_{RV} \approx (v_R^2 - (\kappa v_{R1})^2)^{1/2} \quad (4.46)$$

bekannt ist oder ob es statistisch über  $s_R/\bar{r}$  und  $s_{R1}/\bar{r}_1$  geschätzt werden muß.

Die Bestimmung von  $K_\sigma$  und  $K_s$  sowie von  $\gamma_{mV}$  und  $\gamma_{m1}$  erfolgt wie in Abschnitt 4.3.2 beschrieben, unter der Berücksichtigung, daß hier

$$s_{RV}/\bar{r}_V = ((s_R/\bar{r})^2 - \kappa^2 (s_{R1}/\bar{r}_1)^2)^{1/2} \quad \text{und}$$

$$(r_{Vk(i)})_{\min} = (\bar{r}/\bar{r}_1^\kappa) ((1+(v_R)_{\max}^2)/(1+v_{R1}^2)^\kappa)^{-1/2} \\ \cdot \exp(-K_\sigma (v_{RV})_{\max}) \quad (4.47)$$

$$\text{mit } (v_R)_{\max}^2 = (v_{RV})_{\max}^2 + \kappa^2 v_{R1}^2 \quad \text{ist.}$$

Der Schätzwert  $r_{k(i)}$  für den charakteristischen Wert  $r_k$  des Bauteilwiderstandes  $R$  erhält man mittels

$$r_{k(i)} = r_{Vk(i)} \cdot r_{1k}^\kappa \quad \text{mit} \quad (4.48)$$

$r_{Vk(i)}$  nach (4.44) oder (4.45) und

$r_{1k}$  als garantierter charakteristischer Wert ( $p_1$ -Fraktile) von  $R_1$ .

Der Schätzwert  $r_{(i)}^*$  für den Bemessungswert  $r^*$  errechnet sich nach (4.39) oder mittels

$$r_{(i)}^* = r_{k(i)}/\gamma_m \quad \text{mit} \quad (4.49)$$

$$\gamma_m = \gamma_{mV} \cdot \gamma_{m1}^\kappa \quad (4.50)$$



#### 4.3.4 Zahlenbeispiele für Sonderfall log. Normalverteilung von $R=R_V$

Für  $\kappa_j = 0$  und entsprechend  $\alpha_{RV}^0 = 1,0$  erhält man aus (4.25) bis (4.27)

$$r_{k(i)} = \bar{r} / ((1+v_R^2)^{1/2} \exp(K_\sigma \cdot (\ln(1+v_R^2))^{1/2})) \quad (4.51)$$

$$r_{k(i)} = \bar{r} / ((1+(s_R/\bar{r})^2)^{1/2} \exp(K_s (\ln(1+(s_R/\bar{r})^2))^{1/2})) \quad (4.52)$$

$$\gamma_m = \exp((\alpha_R \cdot \beta_0 + k_{p_0}) (\ln(1+v_R^2))^{1/2}) \quad (4.53)$$

und entsprechend (4.36)

$$(r_{k(i)})_{\min} = \bar{r} / ((1+(v_R)_{\max}^2)^{1/2} \cdot \exp(K_\sigma (v_R)_{\max})) \quad (4.54)$$

Um einen quantitativen Vergleich zur bisherigen Erfahrung zu ermöglichen, wird das Verhältnis  $\bar{r}/r_{(i)}^*$  berechnet. Dieses Verhältnis entspricht dem Teilsicherheitsfaktor des Bauteilwiderstandes gegenüber dem Mittelwert der Versuchsergebnisse, denn aus der Bemessungsbedingung  $s^* = r_{(i)}^*$  ergibt sich

$$\gamma_f \cdot s_k = \bar{r} / (\bar{r}/r_{(i)}^*) \quad (4.55)$$

Den einer bestimmten Quantile der Grundgesamtheit der Einwirkung  $S$  entsprechenden zulässigen Wert  $s_k$  der Einwirkung erhielte man also aus

$$s_k = \bar{r} / (\bar{r}/r_{(i)}^*) \cdot \gamma_f \quad (4.56)$$

Für den Fall, daß  $v_R$  unbekannt, aber nach oben durch  $v_R \leq (v_R)_{\max}$  abgrenzbar ist, sind in den Tabellen 7 und 8 bei einem charakteristischen Wert  $r_k$ , der einer 5 %-Fraktile ( $p_0 = 0,05$ ) entspricht und für den Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchsfähigkeit in der Sicherheitsklasse 2 ( $\beta_0 = 4,7$  bzw.  $2,5$  nach [1] Tab. 3 und  $\alpha_R = 0,9$  bzw.  $0,85$  nach [1] Anhang 2, Tab. 1) diese Art Teilsicherheitsfaktoren ( $\bar{r}/r_{(i)}^*$ ) für zwei Beispiele berechnet worden. Setzt man näherungsweise  $K_s = 1,73 \approx 1,70 = 1,7$ , dann gibt Tabelle 7 die Verhältnisse wieder für  $n \geq n_{\text{erf}}$  sowohl bei  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_\Delta = 0,85$  mit  $n = 9$  als auch bei  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$  mit  $n = 6$ , s. Tabellen 4 und 6 bei  $p_{V_0} = 0,05$  und  $\alpha_{RV} = 1,0$ . Für  $n = 3 < n_{\text{erf}}$  liefert Tabelle 8 bei  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_\Delta = 0,85$  Anhaltswerte für beide Grenzzustände, wenn man in erster Näherung  $K_s = 2,88 \approx 2,9$  und  $K_s = 2,96 \approx 2,9$  setzt, s. Tabelle 4. Für  $\Delta\beta = 1,0$  und  $W_\Delta = 0,95$  stehen in Tabelle 9 entsprechende Werte. Dabei wurde der Einfachheit halber auf der sicheren Seite liegend auch hier für den Gebrauchsgrenz-

Beispiel für  $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ ;  $\tilde{\alpha}_R = \frac{0,90}{0,85}$ ;  $p_0 = 0,05$ ;  $\Delta\beta = 0,5$  | = 1,0  
 $K_S = 1,7$   $W_0 = 0,49$ ;  $W_\Delta = 0,85$  | = 0,95  
n = 9 | = 6

$v_R \leq (v_R)_{\max} =$		0,075	0,150	0,225	0,300	0,375	0,450
für $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ ( $\gamma_m$ ) <sub>max</sub> =		1,21 1,04	1,47 1,07	1,78 1,11	2,14 1,15	2,55 1,19	3,04 1,23
$(\bar{r}/r_{K(i)})_{\max} =$		1,13	1,29	1,48	1,69	1,94	2,22
$s_R/\bar{r}$	$\bar{r}/r_{K(i)}$	$\bar{r}/r_{K(i)}$					
0,05	1,09	1,32 1,13 1,37 1,18	1,60 1,17	1,94 1,21	2,33 1,25	2,78 1,30	3,31 1,34
0,073	1,13	↓	1,68	2,03	2,44	2,91	3,47
0,075	1,14	↓	1,22	1,27	1,31	1,36	1,40
0,100	1,19	↓	1,75	2,12	2,55	3,03	3,62
0,125	1,24	↓	1,27	1,32	1,37	1,42	1,46
0,146	1,29	↓	1,82	2,21	2,65	3,16	3,77
0,150	1,30	↓	1,33	1,38	1,43	1,48	1,53
0,175	1,36	↓	1,90 1,38	2,31	2,78	3,31	3,95
0,200	1,43	↓	↓	1,44	1,49	1,55	1,60
0,218	1,48	↓	↓	2,42	2,91	3,47	4,13
0,225	1,50	↓	↓	1,51	1,56	1,62	1,67
0,250	1,57	↓	↓	2,54	3,06	3,65	4,34
0,275	1,64	↓	↓	1,55	1,64	1,70	1,76
0,291	1,69	↓	↓	2,63	3,21	3,83	4,65
0,300	1,72	↓	↓	1,64	1,72	1,78	1,84
0,325	1,80	↓	↓	↓	3,36	4,00	4,77
0,350	1,89	↓	↓	↓	1,80	1,87	1,93
0,364	1,94	↓	↓	↓	3,51	4,18	4,99
0,400	2,07	↓	↓	↓	1,89	1,95	2,02
0,425	2,17	↓	↓	↓	3,62	4,39	5,23
0,437	2,22	↓	↓	↓	1,94	2,05	2,11
0,450	2,50	↓	↓	↓	↓	4,59	5,47
		↓	↓	↓	↓	2,14	2,21
		↓	↓	↓	↓	2,25	2,32
		↓	↓	↓	↓	4,95	6,29
		↓	↓	↓	↓	2,31	2,55
		↓	↓	↓	↓	↓	6,59
		↓	↓	↓	↓	↓	2,67
		↓	↓	↓	↓	↓	6,75
		↓	↓	↓	↓	↓	2,73

Tabelle 7  
Verhältnis von Mittelwert  $\bar{r}$  der Versuchsergebnisse zu dem in die Bemessung einzuführenden Wert  $r_{K(i)}$

zustand derselbe Wert  $K_S = 3,3$  benutzt wie für den Bruchgrenzzustand.

In der 1. Zeile sind obere Grenzen für das unbekannte  $v_R$  gegeben. In der 2. Zeile stehen die damit (nach 4.53) berechneten, auf der sicheren Seite liegenden Werte für den auf  $r_k$  bezogenen Teilsicherheitsfaktor. Die 3. Zeile gibt die Größtwerte für das Verhältnis  $\bar{r}/r_{K(i)}$  nach (4.52) an, wenn man  $(r_{K(i)})_{\min}$  nach (4.54) berücksichtigt. Die 1. Spalte ist eine Skala für im Versuch ermittelte Werte von  $s_R/\bar{r}$ , wobei die Werte herausgerückt sind, bei denen  $(r_{K(i)})_{\min}$  zum Tragen kommt. In der 2. Spalte stehen die nach (4.52) berechneten Verhältniswerte  $\bar{r}/r_{K(i)}$ . Die Zahlenwerte der folgenden Spalten



Beispiel für  $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ ;  $\tilde{\alpha}_R = \frac{0,90}{0,85}$ ;  $p_0 = 0,05$ ;  $\Delta\beta = 0,5$   
 $K_S = 2,9$   $W_0 = 0,72$ ;  $W_\Delta = 0,85$   
 $n = 3$

$v_R \leq (v_R)_{\max} =$	0,075	0,150	0,225	0,300	0,375	0,450
für $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ $(\gamma_m)_{\max} =$	1,21 1,04	1,47 1,07	1,78 1,11	2,14 1,15	2,55 1,19	3,04 1,23
$(\bar{r}/r_{K(i)})_{\max} =$	1,14	1,30	1,49	1,71	1,97	2,26
$s_R/\bar{r}$	$\bar{r}/r_{K(i)}$	$\bar{r}/r^*(i)$				
0,044	1,14	1,38 1,19				
0,050	1,16	↓	1,70 1,24	2,06 1,29	2,48 1,33	2,96 1,38
0,075	1,25		1,84 1,34	2,22 1,39	2,68 1,44	3,19 1,49
0,089	1,30		1,91 1,39			
0,100	1,34		↓	2,38 1,49	2,87 1,54	3,42 1,59
0,125	1,45			2,58 1,61	3,10 1,67	3,70 1,73
0,135	1,49			2,65 1,65		
0,150	1,56			↓	3,34 1,79	3,98 1,86
0,175	1,68				3,59 1,93	4,28 2,00
0,181	1,71				3,66 1,97	
0,200	1,81				↓	4,62 2,15
0,225	1,95					4,97 2,32
0,228	1,97					5,02 2,34
0,250	2,10					↓
0,274	2,26					6,38 2,58
0,275	2,27					6,87 2,78

Tabelle 8  
 Verhältnis vom Mittel  $\bar{r}$  der Versuchsergebnisse zu dem in die Bemessung einzuführenden Wert  $r^*(i)$

mit den gesuchten  $\bar{r}/r^*(i)$  ergeben sich durch Multiplikation der Zahlenwerte der 2. Zeile mit der 2. Spalte. Die Pfeile dort sollen andeuten, daß man für größere Werte von  $s_R/\bar{r}$  ( $\bar{r}/r^*(i)$ ) nicht mehr zu vergrößern braucht, wenn man sich der oberen Grenze  $(v_R)_{\max}$  sicher ist.

Für den Fall, daß  $v_R$  bekannt ist, entspricht in den Tabellen 7 bis 9 ( $\bar{r}/r^*(i)$ ) den jeweils letzten Zahlen derjenigen Spalte, für die in der 1. Zeile  $v_R = (v_R)_{\max}$  ist.

Zur Erläuterung diene noch folgendes Beispiel:

Für eine Bauteilart soll der zulässige Wert der Einwirkung für die Sicherheitsklasse 2 gegenüber dem Grenzzustand der Tragfähigkeit ermittelt werden, d. h. es ist mit  $\beta_0 = 4,7$  und  $\tilde{\alpha}_R = 0,9$  zu arbeiten. Der Bauteilwiderstand kann nur in seiner Gesamtheit durch Ver-

Beispiel für  $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ ;  $\tilde{\alpha}_R = \frac{0,90}{0,85}$ ;  $p_0 = 0,05$ ;  $\Delta\beta = 1,0$   
 $K_S = 3,31$   $W_0 = 0,77$   $W_\Delta = 0,95$   
 $n = 3$

$v_R \leq (v_R)_{\max} =$	0,075	0,150	0,225	0,300	0,375	0,450
für $\beta_0 = \frac{4,7}{2,5}$ $(\gamma_m)_{\max} =$	1,21 1,04	1,47 1,07	1,78 1,11	2,14 1,15	2,55 1,19	3,04 1,23
$(\bar{r}/r_{K(i)})_{\max} =$	1,13	1,29	1,48	1,69	1,94	2,23
$s_R/\bar{r}$	$\bar{r}/r_{K(i)}$	$\bar{r}/r^*(i)$				
0,038	1,13	1,37 1,18				
0,050	1,18	↓	1,74 1,26	2,10 1,31	2,53 1,36	3,01 1,40
0,075	1,28	↓	1,89 1,38	2,29 1,43	2,75 1,48	3,28 1,53
0,077	1,29		1,90 1,38			
0,100	1,40		↓	2,49 1,55	2,99 1,61	3,56 1,66
0,116	1,48		↓	2,63 1,64		
0,125	1,52			↓	3,26 1,75	3,88 1,81
0,150	1,66			↓	3,55 1,91	4,22 1,97
0,156	1,69				3,62 1,95	
0,175	1,80				↓	4,60 2,15
0,197	1,94				↓	4,95 2,31
0,200	1,96					5,97 2,42
0,225	2,14					↓
0,237	2,23					6,50 2,63
0,250	2,33					6,77 2,74
						↓

Tabelle 9  
Verhältnis vom Mittelwert  $\bar{r}$  der Versuchsergebnisse zu dem in die Bemessung einzuführenden Wert  $r^*(i)$

suche ermittelt werden, d. h.  $R = R_V$ . Über den Variationsquotienten  $v_R$  des Bauteilwiderstandes liegen keine weiteren Informationen vor, als daß man sicher aus Erfahrung mit gleichartig gelagerten Fällen eine obere Grenze mit  $v_R < 0,3$  (oder  $v_R < 0,225$ ) angeben kann.

Als charakteristischer Wert des Bauteilwiderstandes sei die 5 %-Fraktile vereinbart, d. h.  $p_0 = 0,05$ .

Aus Tabelle 4 kann man dann bei  $\tilde{\alpha}_{RV} = 1,0$

$n_{\text{erf}} = 9$  zugehöriges  $K_S = 1,70$  oder für

$n = 3$  "  $K_S = 2,96 \approx 2,9$  entnehmen.

Aus den Versuchsergebnissen ergäbe sich als statistischer Schätzwert für den Variationsquotienten

$$s_R/\bar{r} = 0,15$$

Zum Vergleich wird angenommen, daß dieses sowohl bei 9 als auch bei 3 Versuchen der Fall sei.

Der zulässige Wert  $s_k$  der Einwirkung ist dann bestimmt bei  $n = 9$  durch

$$\gamma_f \cdot s_k = r_{(i)}^* = \bar{r}/2,78 \quad (\text{bzw. } \bar{r}/2,31)$$

bei  $n = 3$  durch

$$\gamma_f \cdot s_k = r_{(i)}^* = \bar{r}/3,34 \quad (\text{bzw. } \bar{r}/2,65),$$

wie man aus den Tabellen 7 und 8 ablesen kann.

Ist dagegen  $v_R$  tatsächlich bekannt und z. B. nur  $v_R = 0,15$  (oder aber  $v_R = 0,225$ ), dann kann man aus Tabelle 8 ablesen für  $n = 3$

$$\gamma_f \cdot s_k = r_{(i)}^* = \bar{r}/1,91 \quad (\text{bzw. } \bar{r}/2,65).$$

Eine Vergrößerung von  $n$  bringt in diesem Fall keinen Vorteil mehr, wie man Tabelle 7 entnehmen kann.

#### 4.3.5 Vergleich der Kombinationen $\Delta\beta = 0,5 / W_\Delta = 0,85$ und $\Delta\beta = 1,0 / W_\Delta = 0,95$

Ein Beispiel für die Auswirkung der zahlenmäßigen Vereinbarungen über  $\Delta\beta$  und  $W_\Delta$  auf die  $K_\sigma$ - und  $K_s$ -Werte und auf das Verhältnis Versuchsmittelwert zu Bemessungswert, s. Abschnitt 4.3.4, gibt der Vergleich der o.a. Kombinationen  $\Delta\beta/W_\Delta$ . Bei bekanntem  $\sigma$  sind die Unterschiede zwischen  $0,5/0,85$  und  $1,0/0,95$  nur gering mit der Tendenz, daß die Kombination  $1,0/0,95$  etwas günstigere  $K_\sigma$ -Werte liefert, vgl. Tabellen 3 und 5. Bei unbekanntem  $\sigma$  ergeben sich für die Kombination  $1,0/0,95$  ein kleineres  $n_{\text{erf}}$  und bis zum  $n_{\text{erf}}$  von  $0,5/0,85$  bei  $p_{V_0} = 0,01, 0,05$  oder  $0,10$  für  $n \geq 6, n \geq 4$  bzw.  $n \geq 3$  auch kleinere  $K_s$ -Werte, vgl. Tabellen 4 und 6, und damit auch kleinere zu den Sicherheitsfaktoren der traditionellen Prüfpraxis proportionale Verhältniswerte  $\bar{r}/r_{(i)}^*$ . Entsprechend verlangte die Vereinbarung  $\Delta\beta = 1,0 / W_\Delta = 0,95$  für  $n < 6, n < 4$  bzw.  $n < 3$  größere  $K_s$ -Werte, die für  $n = 2$  z. T. so groß werden, s. Tabelle 6, daß eine Beurteilung auf der Grundlage eines Stichprobenumfanges von  $n = 2$  und unbekanntem  $\sigma$  auch schon aus diesem Grunde unsinnig wird. Bei solch einem geringen Umfang der aktuellen Information sollte man auf jeden Fall Vorinformationen, z. B. nach Abschnitt 5, mit heranziehen. Die Kombination  $1,0/0,95$  erzieht zu einem solchen Verhalten. Außerdem erzwingt sie bei  $n = 3$  eine etwas bessere Absicherung auch im Einzelfall, s. auch Bilder 7 und 8. Die Festlegung des

zulässigen Bereiches für die Lage des Sicherheitsniveaus durch  $\Delta\beta = 1,0 / W_{\Delta} = 0,95$  statt durch  $\Delta\beta = 0,5$  und  $W_{\Delta} = 0,85$  ist daher durchaus erwägenswert.

## 5. Berücksichtigung von Vorinformation über $R_V$

### 5.1 Allgemeine Darstellung

Sind neben den aktuellen Informationen  $\bar{r}_V$  und  $s_{RV}$  aus einer Stichprobe vom Umfang  $n$  Vorinformationen aus vorangegangenen Untersuchungen bekannt, z. B.  $\bar{r}'_V$  und  $s'_{RV}$  aus einer Stichprobe vom Umfang  $n'$ , dann können diese mit Hilfe des Bayes'schen Theorems bei der statistischen Schätzung des Bemessungswertes  $r_V^*$  oder des charakteristischen Wertes  $r_{Vk}$  mit herangezogen werden, s. z. B. [6].

Die Wahrscheinlichkeitsaussage, daß eine bestimmte Kombination ( $m_{RV}$ ;  $\sigma_{RV}$ ) der Parameter der Grundgesamtheit von  $R_V$  gegeben ist, wenn vorstehend beschriebene Vorinformation vorliegt, kann durch eine sog. konjugierte Prior-Verteilungsdichte  $f'$  beschrieben werden. Der Einfachheit halber sind die Indizes  $R$  und  $V$  sowie die Kennzeichnung "'' für Normalverteilung weggelassen worden.

$$\begin{aligned}
 f'(m, \sigma | \bar{r}', s', n') &= 2 \cdot n'^{1/2} \cdot ((n'-1) \cdot s'^2 \cdot (2\pi)^{1/2})^{-1} \\
 &\quad \cdot \exp(-n' \cdot ((m-\bar{r}')/\sigma)^2/2) \\
 &\quad \cdot (2^{(n'-1)/2} \cdot \Gamma((n'-1)/2))^{-1} \cdot ((n'-1) \cdot s'^2/\sigma^2)^{(n'-1)/2+1} \\
 &\quad \cdot \exp(-((n'-1) \cdot s'^2/\sigma^2)/2) \qquad (5.1)
 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die aktuelle Stichprobe vom Umfang  $n$  mit  $\bar{r}$  und  $s$  aus einer Grundgesamtheit mit den Parametern  $m$  und  $\sigma$  stammt, ist gegeben durch die sog. Likelihood-Funktion

$$\begin{aligned}
 L(\bar{r}, s | n, m, \sigma) &= ((2\pi)^{(n-1)/2} \cdot (2\pi)^{1/2})^{-1} \\
 &\quad \cdot \exp(-(n^{1/2}(m-\bar{r})/\sigma)^2/2) \\
 &\quad \cdot (\sigma^2)^{-n/2} \cdot \exp(-((n-1) \cdot s^2/\sigma^2)/2) \qquad (5.2)
 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeitsaussage, daß eine bestimmte Kombination ( $m, \sigma$ ) der Parameter der normalverteilten Grundgesamtheit gegeben ist, wenn Vorinformation und aktuelle Information vorliegen, wird dann durch die sog. Posterior-Verteilungsdichte  $f''$  beschrieben.

$$f''(m, \sigma | \bar{r}', s', \bar{r}, s) = f' \cdot L / (\int f' \cdot L \, d(m, \sigma)) \qquad (5.3)$$

Die Posterior-Verteilungsdichte ergibt sich hierbei in der gleichen Form wie die Prior-Verteilungsdichte (5.1), nur daß statt der Parameter  $n'$ ,  $r'$  und  $s'^2$  die Parameter

$$n'' = n' + n \quad (5.4)$$

$$\bar{r}'' = (n' \cdot \bar{r}' + n \cdot \bar{r}) / n'' \quad (5.5)$$

$$s''^2 = ((n' - 1) \cdot s'^2 + n' \cdot \bar{r}'^2 + (n - 1) \cdot s^2 + n \cdot \bar{r}^2 - n'' \cdot \bar{r}''^2) / (n'' - 1) \quad (5.6)$$

einzusetzen sind.

Bei der Bestimmung der statistischen Schätzwerte  $r_{(i)}^*$  oder  $r_{V_k(i)}$  nach Abschnitt 3 oder 4 sind dann die nach (5.4) bis (5.6) berechneten Zahlenwerte für die dort mit  $n$ ,  $\bar{r}_V$  und  $s_{RV}$  bezeichneten Größen einzusetzen, d. h. man geht von einer fiktiven aktuellen Stichprobe vom Umfang  $n = n''$  und deren Ergebnisse  $\bar{r}_V = \bar{r}''$  und  $s_{RV} = s''$  aus.

Oft liegen aber als Vorinformation nicht die Ergebnisse einer konkreten Stichprobe vor, sondern man kann über die Erwartungswerte (Mittelwerte)  $E(m_{RV})$  und  $E(\sigma_{RV}^2)$  sowie über die Streuung (Varianz)  $D^2(m_{RV})$  der möglichen Werte für die Parameter  $m_{RV}$  und  $\sigma_{RV}$  quantitative Aussagen machen. Über die Randverteilungsdichten  $f'(m | \bar{r}', s', n')$  und  $f'(\sigma | \bar{r}', s', n')$  lassen sich die folgenden Beziehungen herstellen

$$n' = E(\sigma_{RV}^2) / D^2(m_{RV}) \quad (5.7)$$

$$\bar{r}' = E(m_{RV}) \quad (5.8)$$

$$s'^2 = (n' - 3) / (n' - 1) \cdot E(\sigma_{RV}^2) \quad (5.9)$$

Zu beachten ist dabei, daß Erwartungswert und Streuung einer auf Normalverteilung transformierten Größe nicht gleich den Transformationen von Erwartungswert und Streuung der ursprünglichen Größe sind, d. h. wenn

$R' = N(R)$  dann

$$E(R') \neq N(E(R)) \quad \text{und} \quad D^2(R') \neq N(D^2(R))$$

## 5.2 Sonderfall log. Normalverteilung von $R_V$

---

Bei logarithmischer Normalverteilung von  $R_V$ , d. h. wenn

$$R'_V = \ln(R_V/b) \quad (5.10)$$

mit  $b =$  Dimensionskonstante

$(m'_{RV}, \sigma'^2_{RV})$ -normalverteilt ist, bestehen zum Mittelwert  $m_{RV}$  und zum Variationsquotient  $v_{RV} = \sigma_{RV}/m_{RV}$  wegen

$$m'_{RV} = \ln((m_{RV}/b)/(1+v_{RV}^2)^{1/2}) \quad (5.11)$$

$$\sigma'^2_{RV} = \ln(1+v_{RV}^2) \quad (5.12)$$

in 1. Näherung die Beziehungen

$$E(m'_{RV}) \approx \ln((E(m_{RV})/b)/(1+E^2(v_{RV}))^{1/2}) \quad (5.13)$$

$$D^2(m'_{RV}) \approx D^2(m_{RV})/E^2(m_{RV}) + (E^2(v_{RV})/(1+E^2(v_{RV})))^2 \cdot D^2(v_{RV})/E^2(v_{RV}) \quad (5.14)$$

$$E(\sigma'^2_{RV}) \approx \ln(1+E^2(v_{RV})) \quad (5.15)$$

Es kann auf diese Weise als Vorinformation auch die Erfahrung darüber verwendet werden, bei welchen Werten im Mittel und mit welchen mittleren Abweichungen die Parameter  $m_{RV}$  und  $v_{RV}$  der Grundgesamtheit von  $R_V$  zu erwarten sind.

## Schrifttum

- [1] NABau-Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken":  
Grundlagen für die Festlegung von Sicherheitsanforderungen  
für bauliche Anlagen.  
Fassung November 1977\*  
mit  
Anhang 1: Nachweisverfahren der Stufe II  
Fassung April 1977  
Anhang 2: Nachweisverfahren der Stufe I  
Fassung April 1977  
Anhang 3: Beispiele  
Fassung Mai 1977
- [2] Struck, W.:  
"Zur Frage der Sicherheit bei der Beurteilung von Bauteilen  
nach Versuchsergebnissen"  
Die Bautechnik 48 (1971), S. 189-195
- [3] Rackwitz, R.:  
Statistische Beobachtungen, stochastische Modelle und  
Zuverlässigkeitstheorien für Bauwerke.  
Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke  
Heft 25/1978 S. 1-30  
Laboratorium für den Konstruktiven Ingenieurbau (LKI),  
Technische Universität München
- [4] Graf/Hennig/Stange:  
Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik.  
Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1966
- [5] Kühlmeyer, M.:  
Die nichtzentrale t-Verteilung. Lecture Notes in  
Operation Research and Mathematical Systems 31.  
Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1970
- [6] Struck, W.:  
Zur Berechnung von einseitigen unteren Grenzwerten  
bei der statistischen Auswertung von Meßergebnissen  
unter Berücksichtigung von Vorinformation mittels  
der Bayes'schen Methode.  
Die Bautechnik 55 (1978), S. 49-53





## Anhang

Tabellen zur Ermittlung von  $K_S$ -Werten für die Bestimmung statistischer Schätzwerte von Quantilen aus Stichprobenergebnissen bei Normalverteilung

von Dipl.-Ing. Marita Kersken-Bradley, München

Statistischer Schätzwert für p-Quantile von X

$$x_{p(i)} = \bar{x} - K_S \cdot s_x \quad \text{mit}$$

$$K_S = t_W / n^{1/2} \quad \text{wobei}$$

$t_W$  : W-Quantile der nichtzentralen t-Verteilung

n : Stichprobenumfang

In den Tabellen sind die  $K_S$ -Werte ausgedruckt für

W = 75 %, (5 %), 95 % und 99 %

in Abhängigkeit von

n = 2, (1), 30, (5), 60

und

p =  $10^{-6}$ , (0,1),  $10^{-2}$ , (0,025),  $10^{-1}$ , (0,05), 0,95

KS-WERTE, 75%-QUANTILE, NICHTZENT. T-VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	-1.248	-1.253	-1.281	-1.305	-1.326	-1.344	-1.358
.9000	1.28155	-.886	-.912	-.943	-.969	-.989	-1.006	-1.021
.8500	1.03643	-.632	-.675	-.710	-.737	-.758	-.775	-.789
.8000	.84162	-.424	-.481	-.520	-.549	-.570	-.588	-.602
.7500	.67449	-.236	-.309	-.353	-.384	-.407	-.425	-.439
.7000	.52440	-.059	-.149	-.199	-.232	-.257	-.275	-.291
.6500	.38532	.118	.005	-.052	-.088	-.115	-.135	-.151
.6000	.25335	.301	.157	.092	.052	.023	.002	-.015
.5500	.12566	.495	.312	.236	.191	.159	.136	.118
.5000	-.00000	.707	.471	.382	.331	.297	.271	.251
.4500	-.12566	.941	.639	.534	.476	.437	.409	.388
.4000	-.25335	1.203	.818	.694	.627	.583	.552	.528
.3500	-.38532	1.498	1.012	.864	.787	.738	.703	.677
.3000	-.52440	1.835	1.225	1.049	.960	.904	.865	.836
.2500	-.67449	2.225	1.464	1.255	1.152	1.088	1.043	1.010
.2000	-.84162	2.686	1.740	1.491	1.370	1.296	1.245	1.208
.1500	-1.03643	3.252	2.072	1.772	1.629	1.543	1.484	1.442
.1000	-1.28155	3.992	2.501	2.134	1.961	1.859	1.790	1.740
.0750	-1.43953	4.481	2.782	2.370	2.179	2.065	1.989	1.934
.0500	-1.64485	5.122	3.152	2.681	2.463	2.336	2.250	2.188
.0250	-1.95996	6.112	3.724	3.162	2.904	2.754	2.654	2.581
.0100	-2.32635	7.267	4.396	3.726	3.421	3.244	3.126	3.042
.0075	-2.43238	7.601	4.591	3.890	3.571	3.386	3.263	3.175
.0050	-2.57583	8.053	4.855	4.112	3.775	3.579	3.449	3.356
.0025	-2.80703	8.781	5.282	4.470	4.104	3.891	3.750	3.649
.0010	-3.09023	9.672	5.805	4.911	4.507	4.273	4.119	4.008
.1E-03	-3.71902	11.650	6.970	5.891	5.406	5.125	4.940	4.807
.1E-04	-4.26489	13.366	7.983	6.745	6.188	5.866	5.654	5.503
.1E-05	-4.75342	14.901	8.890	7.509	6.889	6.531	6.295	6.126
.1E-06	-5.19934	16.302	9.719	8.208	7.529	7.138	6.880	6.696

KS=WERTE, 75%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1.64485	=1.371	=1.382	=1.392	=1.401	=1.409	=1.416	=1.422
.9000	1.28155	=1.033	=1.043	=1.053	=1.061	=1.068	=1.075	=1.081
.8500	1.03643	=.801	=.811	=.820	=.828	=.836	=.842	=.848
.8000	.84162	=.614	=.625	=.634	=.641	=.649	=.655	=.661
.7500	.67449	=.452	=.462	=.471	=.479	=.486	=.493	=.498
.7000	.52440	=.303	=.314	=.323	=.332	=.339	=.345	=.351
.6500	.38532	=.164	=.175	=.185	=.193	=.200	=.207	=.213
.6000	.25335	=.029	=.041	=.051	=.060	=.067	=.074	=.080
.5500	.12566	.103	.091	.080	.071	.063	.056	.049
.5000	=.00000	.235	.222	.211	.201	.193	.185	.179
.4500	=.12566	.370	.356	.344	.334	.325	.317	.310
.4000	=.25335	.509	.494	.481	.470	.460	.452	.444
.3500	=.38532	.656	.639	.625	.613	.602	.593	.585
.3000	=.52440	.813	.794	.779	.765	.754	.744	.735
.2500	=.67449	.985	.964	.947	.932	.920	.909	.899
.2000	=.84162	1.179	1.156	1.136	1.120	1.106	1.094	1.084
.1500	=1.03643	1.408	1.382	1.360	1.342	1.326	1.313	1.301
.1000	=1.28155	1.701	1.671	1.645	1.624	1.606	1.591	1.577
.0750	=1.43953	1.892	1.858	1.831	1.808	1.788	1.771	1.757
.0500	=1.64485	2.141	2.104	2.073	2.048	2.026	2.007	1.991
.0250	=1.95996	2.526	2.483	2.447	2.418	2.393	2.371	2.352
.0100	=2.32635	2.977	2.927	2.885	2.851	2.822	2.797	2.775
.0075	=2.43238	3.108	3.056	3.013	2.977	2.947	2.920	2.898
.0050	=2.57583	3.286	3.230	3.185	3.147	3.115	3.088	3.064
.0025	=2.80703	3.572	3.512	3.463	3.422	3.388	3.358	3.332
.0010	=3.09023	3.924	3.858	3.804	3.760	3.722	3.690	3.661
.1E=03	=3.71902	4.707	4.628	4.564	4.511	4.466	4.427	4.394
.1E=04	=4.26489	5.388	5.298	5.225	5.164	5.113	5.069	5.031
.1E=05	=4.75342	5.999	5.898	5.817	5.750	5.693	5.644	5.601
.1E=06	=5.19934	6.556	6.447	6.358	6.285	6.223	6.169	6.123

KS=WFRTE,75%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1.64485	-1.428	-1.433	-1.439	-1.443	-1.448	-1.452	-1.455
.9000	1.28155	-1.086	-1.091	-1.096	-1.100	-1.104	-1.108	-1.112
.8500	1.03643	-.853	-.858	-.862	-.867	-.870	-.874	-.877
.8000	.84162	-.666	-.671	-.675	-.679	-.683	-.686	-.690
.7500	.67449	-.503	-.508	-.513	-.517	-.520	-.524	-.527
.7000	.52440	-.356	-.361	-.365	-.369	-.373	-.377	-.380
.6500	.38532	-.218	-.223	-.228	-.232	-.235	-.239	-.242
.6000	.25335	-.086	-.091	-.095	-.100	-.103	-.107	-.110
.5500	.12566	.044	.039	.034	.030	.025	.022	.018
.5000	-.00000	.173	.167	.162	.158	.154	.150	.146
.4500	-.12566	.303	.298	.292	.288	.283	.279	.276
.4000	-.25335	.438	.431	.426	.421	.416	.412	.408
.3500	-.38532	.578	.571	.565	.560	.555	.551	.546
.3000	-.52440	.727	.720	.714	.708	.703	.698	.694
.2500	-.67449	.891	.883	.876	.870	.864	.859	.854
.2000	-.84162	1.074	1.066	1.058	1.051	1.045	1.039	1.034
.1500	-1.03643	1.290	1.281	1.273	1.265	1.258	1.251	1.246
.1000	-1.28155	1.565	1.554	1.545	1.536	1.528	1.521	1.514
.0750	-1.43953	1.743	1.732	1.721	1.712	1.703	1.695	1.688
.0500	-1.64485	1.976	1.963	1.952	1.941	1.932	1.923	1.915
.0250	-1.95996	2.336	2.321	2.308	2.296	2.285	2.275	2.266
.0100	-2.32635	2.756	2.739	2.723	2.710	2.697	2.685	2.675
.0075	-2.43238	2.878	2.860	2.844	2.830	2.817	2.805	2.794
.0050	-2.57583	3.043	3.024	3.007	2.992	2.978	2.966	2.954
.0025	-2.80703	3.309	3.289	3.271	3.255	3.240	3.226	3.214
.0010	-3.09023	3.636	3.614	3.595	3.577	3.560	3.546	3.532
.1E=03	-3.71902	4.364	4.338	4.314	4.293	4.274	4.256	4.240
.1E=04	-4.26489	4.997	4.967	4.940	4.916	4.894	4.874	4.856
.1E=05	-4.75342	5.564	5.531	5.501	5.474	5.450	5.428	5.408
.1E=06	-5.19934	6.082	6.046	6.013	5.984	5.958	5.933	5.911

KS=WERTE,75%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	=1.459	=1.462	=1.466	=1.469	=1.472	=1.474	=1.477
.9000	1.28155	=1.115	=1.118	=1.121	=1.124	=1.126	=1.129	=1.131
.8500	1.03643	=.880	=.883	=.886	=.889	=.891	=.894	=.896
.8000	.84162	=.693	=.695	=.698	=.701	=.703	=.706	=.708
.7500	.67449	=.530	=.533	=.536	=.538	=.541	=.543	=.545
.7000	.52440	=.383	=.386	=.388	=.391	=.393	=.396	=.398
.6500	.38532	=.245	=.248	=.251	=.253	=.256	=.258	=.260
.6000	.25335	=.114	=.116	=.119	=.122	=.124	=.127	=.129
.5500	.12566	.015	.012	.009	.007	.004	.002	=.000
.5000	=.00000	.143	.140	.137	.134	.132	.129	.127
.4500	=.12566	.272	.269	.266	.263	.260	.258	.255
.4000	=.25335	.404	.401	.398	.395	.392	.389	.387
.3500	=.38532	.543	.539	.536	.532	.529	.527	.524
.3000	=.52440	.689	.686	.682	.678	.675	.672	.669
.2500	=.67449	.849	.845	.841	.838	.834	.831	.828
.2000	=.84162	1.029	1.024	1.020	1.016	1.012	1.009	1.006
.1500	=1.03643	1.240	1.235	1.230	1.226	1.222	1.218	1.214
.1000	=1.28155	1.508	1.502	1.497	1.492	1.487	1.483	1.478
.0750	=1.43953	1.681	1.675	1.669	1.664	1.659	1.654	1.650
.0500	=1.64485	1.908	1.901	1.895	1.889	1.883	1.878	1.873
.0250	=1.95996	2.257	2.249	2.242	2.235	2.229	2.223	2.218
.0100	=2.32635	2.665	2.656	2.648	2.640	2.633	2.626	2.620
.0075	=2.43238	2.783	2.774	2.766	2.757	2.750	2.743	2.736
.0050	=2.57583	2.944	2.934	2.925	2.916	2.908	2.901	2.894
.0025	=2.80703	3.202	3.192	3.182	3.173	3.164	3.156	3.149
.0010	=3.09023	3.520	3.508	3.497	3.487	3.478	3.469	3.461
.1E=03	=3.71902	4.225	4.212	4.199	4.187	4.176	4.166	4.156
.1E=04	=4.26489	4.839	4.823	4.809	4.796	4.783	4.771	4.760
.1E=05	=4.75342	5.389	5.372	5.356	5.341	5.327	5.314	5.301
.1E=06	=5.19934	5.891	5.872	5.855	5.838	5.823	5.809	5.796

KS=WERTE, 75%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	=1.479	=1.490	=1.499	=1.507	=1.513	=1.519	=1.523
.9000	1.28155	=1.133	=1.143	=1.151	=1.158	=1.164	=1.169	=1.173
.8500	1.03643	=.898	=.908	=.915	=.922	=.927	=.932	=.936
.8000	.84162	=.710	=.719	=.726	=.732	=.738	=.742	=.746
.7500	.67449	=.547	=.556	=.563	=.569	=.574	=.579	=.583
.7000	.52440	=.400	=.409	=.416	=.422	=.427	=.431	=.435
.6500	.38532	=.262	=.271	=.278	=.284	=.289	=.294	=.298
.6000	.25335	=.131	=.140	=.147	=.153	=.158	=.163	=.166
.5500	.12566	=.003	=.012	=.019	=.025	=.030	=.035	=.039
.5000	=.00000	.125	.115	.108	.101	.096	.092	.088
.4500	=.12566	.253	.243	.235	.229	.223	.219	.215
.4000	=.25335	.384	.374	.366	.359	.354	.349	.344
.3500	=.38532	.521	.511	.502	.495	.489	.484	.479
.3000	=.52440	.667	.655	.646	.639	.632	.627	.622
.2500	=.67449	.825	.813	.803	.795	.788	.782	.777
.2000	=.84162	1.002	.989	.978	.970	.962	.956	.951
.1500	=1.03643	1.211	1.196	1.184	1.175	1.167	1.160	1.154
.1000	=1.28155	1.475	1.458	1.445	1.434	1.425	1.418	1.411
.0750	=1.43953	1.646	1.628	1.614	1.602	1.593	1.585	1.578
.0500	=1.64485	1.869	1.849	1.834	1.821	1.811	1.802	1.795
.0250	=1.95996	2.212	2.190	2.173	2.158	2.147	2.137	2.128
.0100	=2.32635	2.614	2.588	2.568	2.552	2.538	2.527	2.517
.0075	=2.43238	2.730	2.703	2.683	2.666	2.652	2.640	2.630
.0050	=2.57583	2.887	2.860	2.838	2.820	2.805	2.793	2.783
.0025	=2.80703	3.142	3.112	3.088	3.069	3.053	3.040	3.029
.0010	=3.09023	3.453	3.421	3.395	3.375	3.357	3.343	3.331
.1E=03	=3.71902	4.147	4.108	4.078	4.054	4.033	4.016	4.002
.1E=04	=4.26489	4.750	4.706	4.671	4.644	4.621	4.601	4.585
.1E=05	=4.75342	5.290	5.241	5.203	5.172	5.147	5.126	5.107
.1E=06	=5.19934	5.785	5.730	5.689	5.655	5.627	5.604	5.584

KS=WERTE,80X=QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	=1.077	=1.126	=1.172	=1.209	=1.238	=1.261	=1.281
.9000	1.28155	=.737	=.799	=.847	=.883	=.910	=.933	=.952
.8500	1.03643	=.494	=.569	=.619	=.656	=.684	=.706	=.725
.8000	.84162	=.288	=.377	=.432	=.470	=.499	=.522	=.540
.7500	.67449	=.097	=.206	=.266	=.307	=.337	=.360	=.379
.7000	.52440	.091	=.043	=.111	=.155	=.187	=.211	=.231
.6500	.38532	.285	.116	.039	=.010	=.044	=.070	=.090
.6000	.25335	.493	.276	.187	.133	.096	.068	.046
.5500	.12566	.720	.440	.336	.276	.235	.204	.181
.5000	=.00000	.973	.612	.489	.421	.375	.342	.317
.4500	=.12566	1.257	.795	.649	.571	.520	.484	.456
.4000	=.25335	1.576	.991	.818	.729	.672	.631	.600
.3500	=.38532	1.940	1.205	1.000	.897	.832	.787	.753
.3000	=.52440	2.357	1.441	1.199	1.080	1.006	.955	.917
.2500	=.67449	2.842	1.708	1.421	1.282	1.199	1.141	1.098
.2000	=.84162	3.417	2.016	1.675	1.514	1.417	1.352	1.304
.1500	=1.03643	4.123	2.388	1.980	1.790	1.678	1.602	1.547
.1000	=1.28155	5.049	2.871	2.372	2.145	2.012	1.923	1.859
.0750	=1.43953	5.660	3.187	2.630	2.378	2.230	2.132	2.062
.0500	=1.64485	6.464	3.604	2.968	2.683	2.517	2.407	2.328
.0250	=1.95996	7.706	4.251	3.493	3.156	2.961	2.832	2.740
.0100	=2.32635	9.156	5.010	4.110	3.711	3.482	3.331	3.224
.0075	=2.43238	9.575	5.231	4.289	3.873	3.634	3.476	3.364
.0050	=2.57583	10.143	5.530	4.532	4.092	3.839	3.673	3.554
.0025	=2.80703	11.057	6.013	4.925	4.446	4.171	3.991	3.862
.0010	=3.09023	12.177	6.605	5.408	4.880	4.579	4.381	4.240
.1E=03	=3.71902	14.662	7.926	6.482	5.849	5.487	5.250	5.081
.1E=04	=4.26489	16.819	9.075	7.418	6.692	6.278	6.007	5.814
.1E=05	=4.75342	18.749	10.104	8.257	7.448	6.987	6.685	6.471
.1E=06	=5.19934	20.510	11.044	9.024	8.139	7.635	7.305	7.071



KS=WERTE, 80%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1.64485	=1.298	=1.313	=1.325	=1.337	=1.347	=1.356	=1.364
.9000	1.28155	=.968	=.981	=.993	=1.004	=1.013	=1.022	=1.029
.8500	1.03643	=.740	=.753	=.765	=.775	=.784	=.792	=.800
.8000	.84162	=.556	=.569	=.580	=.590	=.599	=.607	=.615
.7500	.67449	=.394	=.408	=.419	=.430	=.439	=.447	=.454
.7000	.52440	=.247	=.261	=.272	=.283	=.292	=.300	=.307
.6500	.38532	=.107	=.122	=.134	=.144	=.154	=.162	=.169
.6000	.25335	.028	.013	.000	=.011	=.020	=.029	=.037
.5500	.12566	.162	.146	.132	.121	.111	.102	.094
.5000	=.00000	.296	.279	.265	.253	.242	.233	.224
.4500	=.12566	.434	.415	.400	.387	.375	.365	.356
.4000	=.25335	.576	.556	.540	.525	.513	.502	.493
.3500	=.38532	.726	.705	.687	.671	.658	.646	.636
.3000	=.52440	.888	.864	.844	.827	.813	.800	.789
.2500	=.67449	1.065	1.039	1.017	.998	.982	.969	.956
.2000	=.84162	1.266	1.237	1.212	1.192	1.174	1.159	1.145
.1500	=1.03643	1.505	1.471	1.443	1.420	1.400	1.383	1.368
.1000	=1.28155	1.809	1.770	1.738	1.711	1.689	1.669	1.652
.0750	=1.43953	2.008	1.965	1.930	1.901	1.876	1.855	1.836
.0500	=1.64485	2.268	2.220	2.182	2.149	2.122	2.098	2.078
.0250	=1.95996	2.670	2.615	2.570	2.533	2.501	2.474	2.450
.0100	=2.32635	3.142	3.078	3.026	2.982	2.946	2.914	2.887
.0075	=2.43238	3.279	3.212	3.158	3.113	3.075	3.042	3.013
.0050	=2.57583	3.465	3.394	3.337	3.290	3.250	3.215	3.185
.0025	=2.80703	3.765	3.689	3.627	3.575	3.532	3.495	3.462
.0010	=3.09023	4.133	4.050	3.982	3.926	3.879	3.838	3.803
.1E=03	=3.71902	4.954	4.855	4.774	4.707	4.651	4.602	4.560
.1E=04	=4.26489	5.669	5.555	5.463	5.387	5.322	5.267	5.219
.1E=05	=4.75342	6.310	6.183	6.081	5.996	5.925	5.863	5.810
.1E=06	=5.19934	6.895	6.757	6.645	6.553	6.475	6.408	6.350



KS=WERTE, 80X=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1,64485	=1,372	=1,379	=1,385	=1,391	=1,397	=1,402	=1,407
.9000	1,28155	=1,036	=1,043	=1,049	=1,054	=1,059	=1,064	=1,068
.8500	1,03643	=,806	=,813	=,818	=,823	=,828	=,833	=,837
.8000	,84162	=,621	=,627	=,633	=,638	=,643	=,647	=,651
.7500	,67449	=,460	=,466	=,472	=,477	=,482	=,486	=,490
.7000	,52440	=,314	=,320	=,325	=,330	=,335	=,340	=,344
.6500	,38532	=,176	=,182	=,188	=,193	=,198	=,202	=,206
.6000	,25335	=,044	=,050	=,056	=,061	=,066	=,070	=,075
.5500	,12566	,087	,080	,074	,069	,064	,059	,055
.5000	=,00000	,217	,210	,203	,198	,192	,188	,183
.4500	=,12566	,348	,341	,335	,329	,323	,318	,313
.4000	=,25335	,484	,477	,470	,463	,458	,452	,447
.3500	=,38532	,627	,619	,611	,604	,598	,592	,587
.3000	=,52440	,779	,770	,762	,755	,748	,742	,736
.2500	=,67449	,946	,936	,927	,919	,912	,905	,899
.2000	=,84162	1,133	1,123	1,113	1,104	1,096	1,089	1,082
.1500	=1,03643	1,355	1,343	1,332	1,322	1,314	1,305	1,298
.1000	=1,28155	1,637	1,623	1,611	1,600	1,590	1,581	1,572
.0750	=1,43953	1,820	1,805	1,792	1,780	1,769	1,759	1,750
.0500	=1,64485	2,059	2,043	2,029	2,015	2,004	1,993	1,983
.0250	=1,95996	2,429	2,411	2,394	2,379	2,365	2,353	2,342
.0100	=2,32635	2,862	2,841	2,822	2,804	2,789	2,774	2,761
.0075	=2,43238	2,988	2,966	2,946	2,928	2,912	2,897	2,883
.0050	=2,57583	3,159	3,135	3,114	3,095	3,078	3,062	3,048
.0025	=2,80703	3,434	3,408	3,386	3,365	3,347	3,330	3,314
.0010	=3,09023	3,771	3,744	3,719	3,697	3,676	3,658	3,641
.1E=03	=3,71902	4,523	4,490	4,461	4,434	4,410	4,388	4,368
.1E=04	=4,26489	5,177	5,140	5,106	5,076	5,049	5,024	5,001
.1E=05	=4,75342	5,763	5,722	5,684	5,651	5,621	5,593	5,568
.1E=06	=5,19934	6,299	6,253	6,213	6,176	6,143	6,113	6,086

KS=WERTE,80%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	=1.412	=1.416	=1.420	=1.424	=1.427	=1.431	=1.434
.9000	1.28155	=1.072	=1.076	=1.080	=1.084	=1.087	=1.090	=1.093
.8500	1.03643	-.841	-.845	-.848	-.852	-.855	-.858	-.861
.8000	.84162	-.655	-.659	-.662	-.665	-.669	-.671	-.674
.7500	.67449	-.494	-.497	-.501	-.504	-.507	-.510	-.513
.7000	.52440	-.347	-.351	-.354	-.358	-.361	-.363	-.366
.6500	.38532	-.210	-.214	-.217	-.220	-.223	-.226	-.229
.6000	.25335	-.078	-.082	-.086	-.089	-.092	-.095	-.098
.5500	.12566	.051	.047	.043	.040	.037	.034	.031
.5000	-.00000	.179	.175	.171	.168	.165	.162	.159
.4500	-.12566	.309	.305	.301	.297	.294	.291	.288
.4000	-.25335	.443	.438	.434	.430	.427	.423	.420
.3500	-.38532	.582	.578	.573	.569	.566	.562	.559
.3000	-.52440	.731	.726	.722	.717	.713	.709	.706
.2500	-.67449	.893	.888	.883	.879	.874	.870	.866
.2000	-.84162	1.076	1.070	1.065	1.060	1.055	1.051	1.047
.1500	-1.03643	1.291	1.285	1.279	1.273	1.268	1.263	1.259
.1000	-1.28155	1.564	1.557	1.550	1.544	1.538	1.533	1.528
.0750	-1.43953	1.742	1.734	1.727	1.720	1.714	1.708	1.702
.0500	-1.64485	1.973	1.965	1.957	1.949	1.942	1.936	1.930
.0250	-1.95996	2.331	2.321	2.312	2.304	2.296	2.288	2.281
.0100	-2.32635	2.749	2.738	2.727	2.718	2.708	2.700	2.692
.0075	-2.43238	2.870	2.859	2.848	2.838	2.828	2.819	2.811
.0050	-2.57583	3.035	3.022	3.011	3.000	2.990	2.981	2.972
.0025	-2.80703	3.300	3.287	3.274	3.263	3.252	3.242	3.233
.0010	-3.09023	3.625	3.611	3.598	3.585	3.573	3.563	3.552
.1E=03	-3.71902	4.350	4.333	4.317	4.302	4.288	4.275	4.263
.1E=04	-4.26489	4.980	4.960	4.942	4.926	4.910	4.895	4.882
.1E=05	-4.75342	5.544	5.523	5.503	5.484	5.467	5.451	5.435
.1E=06	-5.19934	6.060	6.037	6.015	5.995	5.976	5.958	5.941

KS=WERTE, 80%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	=1.437	=1.451	=1.462	=1.472	=1.480	=1.487	=1.493
.9000	1.28155	=1.096	=1.108	=1.119	=1.127	=1.135	=1.141	=1.146
.8500	1.03643	=.863	=.875	=.885	=.893	=.900	=.906	=.911
.8000	.84162	=.677	=.688	=.697	=.705	=.712	=.718	=.723
.7500	.67449	=.515	=.526	=.535	=.543	=.549	=.555	=.560
.7000	.52440	=.369	=.380	=.389	=.396	=.403	=.408	=.413
.6500	.38532	=.232	=.243	=.252	=.259	=.266	=.271	=.276
.6000	.25335	=.100	=.111	=.121	=.128	=.134	=.140	=.145
.5500	.12566	.028	.017	.007	=.000	=.007	=.012	=.017
.5000	=.00000	.156	.144	.135	.127	.120	.114	.109
.4500	=.12566	.285	.273	.263	.255	.248	.242	.237
.4000	=.25335	.417	.404	.394	.386	.379	.372	.367
.3500	=.38532	.556	.542	.531	.522	.515	.508	.503
.3000	=.52440	.703	.688	.677	.667	.659	.653	.647
.2500	=.67449	.863	.847	.835	.825	.816	.809	.803
.2000	=.84162	1.043	1.026	1.012	1.002	.993	.985	.978
.1500	=1.03643	1.254	1.236	1.221	1.209	1.199	1.191	1.184
.1000	=1.28155	1.523	1.502	1.486	1.472	1.461	1.452	1.444
.0750	=1.43953	1.697	1.674	1.657	1.643	1.631	1.621	1.612
.0500	=1.64485	1.924	1.900	1.880	1.865	1.852	1.841	1.832
.0250	=1.95996	2.275	2.247	2.225	2.207	2.193	2.180	2.170
.0100	=2.32635	2.684	2.652	2.627	2.607	2.590	2.576	2.564
.0075	=2.43238	2.803	2.770	2.744	2.723	2.706	2.691	2.679
.0050	=2.57583	2.964	2.929	2.902	2.880	2.862	2.847	2.833
.0025	=2.80703	3.224	3.186	3.157	3.134	3.114	3.097	3.083
.0010	=3.09023	3.543	3.502	3.470	3.444	3.423	3.405	3.390
.1E=03	=3.71902	4.252	4.203	4.166	4.135	4.110	4.089	4.071
.1E=04	=4.26489	4.869	4.814	4.771	4.736	4.708	4.684	4.663
.1E=05	=4.75342	5.421	5.360	5.313	5.275	5.243	5.217	5.194
.1E=06	=5.19934	5.926	5.860	5.808	5.766	5.732	5.703	5.678

KS=WERTE,85%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	-.905	-.992	-1.056	-1.104	-1.141	-1.171	-1.196
.9000	1.28155	-.582	-.677	-.741	-.788	-.823	-.852	-.875
.8500	1.03643	-.342	-.451	-.518	-.565	-.601	-.629	-.652
.8000	.84162	-.131	-.260	-.333	-.382	-.418	-.447	-.470
.7500	.67449	.075	-.084	-.165	-.218	-.256	-.286	-.309
.7000	.52440	.288	.085	-.007	-.064	-.105	-.136	-.161
.6500	.38532	.519	.254	.148	.084	.040	.007	-.020
.6000	.25335	.775	.428	.303	.231	.183	.147	.119
.5500	.12566	1.062	.609	.461	.380	.326	.287	.256
.5000	-.00000	1.388	.800	.625	.532	.472	.429	.396
.4500	-.12566	1.757	1.006	.797	.691	.623	.575	.539
.4000	-.25335	2.176	1.228	.981	.858	.782	.729	.689
.3500	-.38532	2.656	1.472	1.179	1.038	.951	.892	.847
.3000	-.52440	3.208	1.743	1.397	1.234	1.136	1.068	1.019
.2500	-.67449	3.851	2.050	1.641	1.452	1.340	1.264	1.208
.2000	-.84162	4.616	2.406	1.922	1.702	1.573	1.486	1.424
.1500	-1.03643	5.557	2.837	2.259	2.001	1.851	1.752	1.680
.1000	-1.28155	6.793	3.397	2.695	2.387	2.210	2.093	2.009
.0750	-1.43953	7.608	3.765	2.982	2.640	2.444	2.315	2.223
.0500	-1.64485	8.682	4.251	3.359	2.972	2.752	2.608	2.505
.0250	-1.95996	10.343	5.005	3.945	3.489	3.231	3.062	2.942
.0100	-2.32635	12.281	5.891	4.634	4.096	3.793	3.595	3.456
.0075	-2.43238	12.842	6.149	4.834	4.273	3.956	3.751	3.605
.0050	-2.57583	13.602	6.498	5.106	4.512	4.178	3.961	3.807
.0025	-2.80703	14.826	7.063	5.546	4.900	4.537	4.301	4.134
.0010	-3.09023	16.325	7.756	6.086	5.376	4.977	4.719	4.536
.1E-03	-3.71902	19.652	9.300	7.289	6.437	5.959	5.650	5.432
.1E-04	-4.26489	22.540	10.645	8.338	7.362	6.815	6.462	6.212
.1E-05	-4.75342	25.125	11.850	9.279	8.191	7.582	7.189	6.912
.1E-06	-5.19934	27.483	12.951	10.138	8.949	8.284	7.855	7.552

KS=WERTE, 85%-QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1.64485	-1.217	-1.235	-1.251	-1.265	-1.278	-1.289	-1.300
.9000	1.28155	-.895	-.912	-.927	-.940	-.951	-.962	-.971
.8500	1.03643	-.671	-.688	-.702	-.715	-.726	-.736	-.745
.8000	.84162	-.489	-.506	-.520	-.532	-.544	-.554	-.563
.7500	.67449	-.329	-.346	-.360	-.373	-.384	-.394	-.403
.7000	.52440	-.181	-.199	-.213	-.226	-.238	-.248	-.257
.6500	.38532	-.041	-.059	-.074	-.088	-.099	-.110	-.119
.6000	.25335	.096	.077	.061	.047	.035	.024	.014
.5500	.12566	.232	.212	.195	.180	.167	.156	.146
.5000	-.00000	.369	.348	.330	.314	.300	.288	.278
.4500	-.12566	.510	.487	.467	.451	.436	.424	.412
.4000	-.25335	.657	.632	.611	.593	.577	.563	.551
.3500	-.38532	.813	.785	.762	.742	.725	.710	.697
.3000	-.52440	.981	.950	.924	.903	.884	.868	.854
.2500	-.67449	1.165	1.131	1.103	1.079	1.059	1.041	1.026
.2000	-.84162	1.375	1.337	1.306	1.279	1.257	1.237	1.220
.1500	-1.03643	1.625	1.582	1.546	1.516	1.491	1.469	1.450
.1000	-1.28155	1.945	1.895	1.853	1.819	1.790	1.765	1.743
.0750	-1.43953	2.154	2.099	2.054	2.017	1.985	1.958	1.934
.0500	-1.64485	2.428	2.366	2.317	2.276	2.241	2.211	2.185
.0250	-1.95996	2.852	2.781	2.724	2.676	2.636	2.601	2.571
.0100	-2.32635	3.350	3.268	3.201	3.146	3.100	3.060	3.025
.0075	-2.43238	3.495	3.410	3.340	3.283	3.234	3.193	3.156
.0050	-2.57583	3.692	3.601	3.528	3.468	3.417	3.373	3.335
.0025	-2.80703	4.009	3.911	3.832	3.767	3.712	3.664	3.623
.0010	-3.09023	4.399	4.292	4.206	4.134	4.074	4.022	3.977
.1E-03	-3.71902	5.269	5.141	5.038	4.953	4.881	4.820	4.766
.1E-04	-4.26489	6.026	5.880	5.763	5.665	5.584	5.514	5.453
.1E-05	-4.75342	6.705	6.543	6.412	6.305	6.214	6.136	6.069
.1E-06	-5.19934	7.325	7.149	7.006	6.889	6.790	6.705	6.631

KS=WERTE,85%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1.64485	-1.309	-1.318	-1.326	-1.333	-1.340	-1.346	-1.352
.9000	1.28155	-.980	-.988	-.995	-1.002	-1.008	-1.014	-1.019
.8500	1.03643	-.754	-.761	-.768	-.775	-.781	-.786	-.791
.8000	.84162	-.571	-.578	-.585	-.591	-.597	-.603	-.608
.7500	.67449	-.411	-.418	-.425	-.431	-.437	-.443	-.448
.7000	.52440	-.265	-.272	-.279	-.286	-.291	-.297	-.302
.6500	.38532	-.127	-.135	-.142	-.148	-.154	-.160	-.165
.6000	.25335	.006	-.002	-.009	-.016	-.022	-.027	-.033
.5500	.12566	.137	.129	.121	.114	.108	.102	.097
.5000	-.00000	.268	.260	.252	.245	.238	.232	.227
.4500	-.12566	.402	.393	.385	.377	.370	.364	.358
.4000	-.25335	.540	.531	.522	.514	.507	.500	.494
.3500	-.38532	.686	.675	.666	.658	.650	.642	.636
.3000	-.52440	.842	.830	.820	.811	.802	.795	.788
.2500	-.67449	1.012	1.000	.989	.979	.970	.961	.954
.2000	-.84162	1.205	1.192	1.180	1.169	1.158	1.149	1.141
.1500	-1.03643	1.433	1.418	1.405	1.392	1.381	1.371	1.362
.1000	-1.28155	1.724	1.707	1.692	1.678	1.665	1.654	1.643
.0750	-1.43953	1.914	1.895	1.878	1.863	1.850	1.837	1.826
.0500	-1.64485	2.161	2.141	2.123	2.106	2.091	2.077	2.065
.0250	-1.95996	2.545	2.521	2.500	2.481	2.464	2.448	2.434
.0100	-2.32635	2.994	2.967	2.943	2.921	2.901	2.883	2.866
.0075	-2.43238	3.125	3.096	3.071	3.049	3.028	3.009	2.992
.0050	-2.57583	3.302	3.272	3.245	3.222	3.200	3.180	3.162
.0025	-2.80703	3.587	3.555	3.527	3.501	3.478	3.456	3.437
.0010	-3.09023	3.938	3.903	3.872	3.844	3.818	3.795	3.774
.1E=03	-3.71902	4.720	4.678	4.641	4.608	4.577	4.550	4.525
.1E=04	-4.26489	5.400	5.353	5.310	5.273	5.238	5.207	5.178
.1E=05	-4.75342	6.010	5.957	5.911	5.869	5.830	5.796	5.764
.1E=06	-5.19934	6.567	6.510	6.459	6.413	6.372	6.334	6.299

KS-WERTE, 85%-QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	-1.358	-1.363	-1.368	-1.373	-1.377	-1.382	-1.386
.9000	1.28155	-1.025	-1.029	-1.034	-1.038	-1.042	-1.046	-1.050
.8500	1.03643	-.796	-.801	-.805	-.809	-.813	-.817	-.820
.8000	.84162	-.612	-.617	-.621	-.625	-.629	-.632	-.636
.7500	.67449	-.452	-.457	-.461	-.465	-.469	-.472	-.475
.7000	.52440	-.307	-.311	-.315	-.319	-.323	-.326	-.330
.6500	.38532	-.170	-.174	-.178	-.182	-.186	-.189	-.193
.6000	.25335	-.038	-.042	-.046	-.050	-.054	-.058	-.061
.5500	.12566	.092	.087	.083	.079	.075	.071	.068
.5000	-.00000	.221	.216	.212	.208	.203	.200	.196
.4500	-.12566	.353	.347	.343	.338	.334	.330	.326
.4000	-.25335	.488	.482	.477	.473	.468	.464	.460
.3500	-.38532	.630	.624	.619	.613	.609	.604	.600
.3000	-.52440	.781	.775	.769	.764	.759	.754	.749
.2500	-.67449	.946	.940	.934	.928	.922	.917	.912
.2000	-.84162	1.133	1.126	1.119	1.113	1.107	1.101	1.096
.1500	-1.03643	1.353	1.345	1.337	1.331	1.324	1.318	1.312
.1000	-1.28155	1.633	1.624	1.616	1.608	1.600	1.593	1.587
.0750	-1.43953	1.815	1.805	1.796	1.788	1.780	1.772	1.765
.0500	-1.64485	2.053	2.042	2.032	2.023	2.014	2.006	1.999
.0250	-1.95996	2.421	2.409	2.397	2.387	2.377	2.367	2.359
.0100	-2.32635	2.851	2.837	2.824	2.812	2.800	2.790	2.780
.0075	-2.43238	2.976	2.961	2.948	2.935	2.923	2.912	2.902
.0050	-2.57583	3.145	3.130	3.116	3.102	3.090	3.078	3.068
.0025	-2.80703	3.419	3.402	3.387	3.373	3.359	3.347	3.335
.0010	-3.09023	3.754	3.736	3.720	3.704	3.689	3.676	3.663
.1E=03	-3.71902	4.502	4.480	4.460	4.442	4.425	4.409	4.393
.1E=04	-4.26489	5.152	5.128	5.105	5.084	5.064	5.046	5.029
.1E=05	-4.75342	5.735	5.708	5.683	5.659	5.638	5.617	5.598
.1E=06	-5.19934	6.267	6.238	6.211	6.185	6.162	6.139	6.119



KS=WERTE,85%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	-1.390	-1.407	-1.420	-1.432	-1.442	-1.451	-1.458
.9000	1.28155	-1.053	-1.069	-1.081	-1.092	-1.101	-1.109	-1.115
.8500	1.03643	-.824	-.838	-.850	-.860	-.868	-.876	-.882
.8000	.84162	-.639	-.653	-.664	-.674	-.682	-.689	-.695
.7500	.67449	-.479	-.492	-.504	-.513	-.521	-.528	-.534
.7000	.52440	-.333	-.346	-.358	-.367	-.375	-.381	-.387
.6500	.38532	-.196	-.210	-.221	-.230	-.238	-.245	-.250
.6000	.25335	-.064	-.078	-.090	-.099	-.107	-.114	-.120
.5500	.12566	.064	.050	.039	.029	.021	.014	.008
.5000	-.00000	.193	.178	.166	.156	.148	.141	.135
.4500	-.12566	.323	.307	.295	.285	.276	.269	.263
.4000	-.25335	.456	.440	.427	.417	.408	.401	.394
.3500	-.38532	.596	.579	.566	.555	.545	.537	.531
.3000	-.52440	.745	.727	.713	.701	.691	.683	.676
.2500	-.67449	.908	.888	.873	.861	.850	.841	.834
.2000	-.84162	1.091	1.070	1.053	1.040	1.029	1.019	1.011
.1500	-1.03643	1.307	1.283	1.265	1.250	1.238	1.228	1.219
.1000	-1.28155	1.581	1.555	1.534	1.518	1.504	1.492	1.482
.0750	-1.43953	1.759	1.731	1.709	1.691	1.676	1.664	1.653
.0500	-1.64485	1.991	1.961	1.937	1.917	1.901	1.888	1.876
.0250	-1.95996	2.350	2.315	2.288	2.266	2.248	2.233	2.219
.0100	-2.32635	2.770	2.730	2.699	2.674	2.653	2.636	2.620
.0075	-2.43238	2.892	2.851	2.818	2.792	2.771	2.752	2.737
.0050	-2.57583	3.057	3.014	2.980	2.952	2.930	2.911	2.894
.0025	-2.80703	3.324	3.277	3.241	3.211	3.187	3.166	3.148
.0010	-3.09023	3.651	3.600	3.560	3.528	3.502	3.479	3.460
.1E-03	-3.71902	4.379	4.319	4.272	4.234	4.203	4.177	4.154
.1E-04	-4.26489	5.013	4.944	4.891	4.848	4.813	4.783	4.757
.1E-05	-4.75342	5.581	5.505	5.446	5.398	5.359	5.326	5.297
.1E-06	-5.19934	6.099	6.017	5.952	5.901	5.858	5.822	5.791

KS=WERTE, 90%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	-.717	-.840	-.922	-.982	-1.028	-1.065	-1.096
.9000	1.28155	-.403	-.535	-.617	-.675	-.719	-.755	-.783
.8500	1.03643	-.153	-.309	-.396	-.456	-.501	-.536	-.564
.8000	.84162	.084	-.112	-.209	-.272	-.319	-.355	-.384
.7500	.67449	.333	.075	-.036	-.106	-.155	-.193	-.223
.7000	.52440	.609	.261	.130	.052	-.001	-.041	-.073
.6500	.38532	.924	.451	.295	.207	.148	.105	.071
.6000	.25335	1.286	.650	.463	.363	.297	.249	.213
.5500	.12566	1.701	.862	.637	.521	.448	.395	.355
.5000	-.00000	2.176	1.089	.819	.686	.603	.544	.500
.4500	-.12566	2.720	1.334	1.012	.858	.764	.699	.650
.4000	-.25335	3.343	1.602	1.219	1.042	.935	.862	.808
.3500	-.38532	4.056	1.898	1.445	1.239	1.118	1.036	.976
.3000	-.52440	4.881	2.228	1.693	1.456	1.318	1.225	1.158
.2500	-.67449	5.842	2.603	1.972	1.698	1.540	1.435	1.360
.2000	-.84162	6.987	3.039	2.295	1.976	1.795	1.676	1.590
.1500	-1.03643	8.398	3.569	2.684	2.310	2.100	1.963	1.865
.1000	-1.28155	10.253	4.258	3.188	2.742	2.494	2.333	2.219
.0750	-1.43953	11.478	4.713	3.520	3.026	2.752	2.575	2.450
.0500	-1.64485	13.090	5.311	3.957	3.400	3.092	2.894	2.754
.0250	-1.95996	15.586	6.244	4.637	3.981	3.620	3.389	3.227
.0100	-2.32635	18.500	7.340	5.438	4.666	4.243	3.972	3.783
.0075	-2.43238	19.344	7.659	5.672	4.865	4.424	4.142	3.944
.0050	-2.57583	20.486	8.092	5.988	5.136	4.669	4.372	4.164
.0025	-2.80703	22.327	8.792	6.500	5.573	5.067	4.744	4.518
.0010	-3.09023	24.582	9.651	7.129	6.111	5.555	5.202	4.955
.1E-03	-3.71902	29.587	11.566	8.533	7.311	6.646	6.222	5.927
.1E-04	-4.26489	33.932	13.234	9.756	8.358	7.596	7.113	6.775
.1E-05	-4.75342	37.821	14.729	10.854	9.296	8.449	7.911	7.536
.1E-06	-5.19934	41.370	16.096	11.857	10.154	9.229	8.641	8.232

KS=WERTE, 90%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1.64485	=1.122	=1.144	=1.163	=1.180	=1.196	=1.210	=1.222
.9000	1.28155	=.808	=.828	=.846	=.862	=.877	=.890	=.901
.8500	1.03643	=.588	=.608	=.626	=.642	=.656	=.668	=.679
.8000	.84162	=.408	=.428	=.446	=.461	=.475	=.487	=.498
.7500	.67449	=.248	=.269	=.287	=.302	=.316	=.329	=.340
.7000	.52440	=.099	=.121	=.139	=.156	=.170	=.182	=.194
.6500	.38532	.043	.021	.001	-.016	-.030	-.044	-.055
.6000	.25335	.183	.159	.138	.121	.105	.092	.080
.5500	.12566	.323	.297	.275	.256	.240	.226	.213
.5000	=.00000	.466	.437	.414	.394	.376	.361	.347
.4500	-.12566	.612	.582	.556	.534	.516	.499	.485
.4000	-.25335	.766	.732	.705	.681	.661	.643	.628
.3500	-.38532	.930	.893	.862	.836	.814	.795	.778
.3000	-.52440	1.107	1.066	1.032	1.004	.980	.959	.940
.2500	-.67449	1.302	1.257	1.219	1.188	1.162	1.139	1.119
.2000	-.84162	1.525	1.474	1.433	1.398	1.368	1.343	1.321
.1500	-1.03643	1.791	1.733	1.686	1.647	1.614	1.585	1.560
.1000	-1.28155	2.133	2.066	2.011	1.966	1.928	1.895	1.867
.0750	-1.43953	2.356	2.283	2.224	2.175	2.133	2.098	2.067
.0500	-1.64485	2.650	2.568	2.503	2.448	2.402	2.363	2.329
.0250	-1.95996	3.106	3.011	2.935	2.872	2.820	2.774	2.735
.0100	-2.32635	3.641	3.532	3.443	3.371	3.309	3.257	3.212
.0075	-2.43238	3.797	3.683	3.591	3.516	3.452	3.398	3.350
.0050	-2.57583	4.009	3.888	3.792	3.712	3.645	3.588	3.538
.0025	-2.80703	4.351	4.220	4.116	4.030	3.957	3.895	3.842
.0010	-3.09023	4.771	4.628	4.514	4.420	4.341	4.273	4.215
.1E=03	-3.71902	5.708	5.539	5.402	5.290	5.196	5.116	5.047
.1E=04	-4.26489	6.525	6.332	6.176	6.049	5.941	5.850	5.771
.1E=05	-4.75342	7.258	7.043	6.871	6.729	6.610	6.508	6.421
.1E=06	-5.19934	7.928	7.693	7.505	7.351	7.221	7.110	7.014

KS=WERTE, 90%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1.64485	=1.234	=1.244	=1.254	=1.263	=1.271	=1.279	=1.286
.9000	1.28155	=.912	=.921	=.930	=.939	=.946	=.953	=.960
.8500	1.03643	=.689	=.699	=.707	=.715	=.722	=.729	=.736
.8000	.84162	=.508	=.518	=.526	=.534	=.541	=.548	=.554
.7500	.67449	=.350	=.359	=.367	=.375	=.382	=.389	=.395
.7000	.52440	=.204	=.213	=.222	=.230	=.237	=.243	=.250
.6500	.38532	=.066	=.075	=.084	=.092	=.099	=.106	=.113
.6000	.25335	.069	.059	.050	.041	.034	.027	.020
.5500	.12566	.201	.191	.182	.173	.165	.158	.151
.5000	=.00000	.335	.324	.314	.305	.297	.289	.282
.4500	=.12566	.472	.460	.450	.440	.431	.423	.416
.4000	=.25335	.614	.601	.590	.580	.570	.562	.554
.3500	=.38532	.763	.750	.738	.727	.717	.708	.699
.3000	=.52440	.924	.910	.896	.885	.874	.864	.855
.2500	=.67449	1.101	1.085	1.071	1.058	1.046	1.035	1.025
.2000	=.84162	1.301	1.283	1.268	1.254	1.241	1.229	1.218
.1500	=1.03643	1.538	1.519	1.501	1.485	1.471	1.458	1.446
.1000	=1.28155	1.842	1.819	1.799	1.782	1.765	1.750	1.737
.0750	=1.43953	2.040	2.016	1.994	1.974	1.957	1.941	1.926
.0500	=1.64485	2.299	2.272	2.249	2.227	2.208	2.190	2.174
.0250	=1.95996	2.701	2.670	2.643	2.618	2.596	2.576	2.557
.0100	=2.32635	3.172	3.137	3.105	3.077	3.052	3.028	3.007
.0075	=2.43238	3.309	3.273	3.240	3.210	3.184	3.160	3.138
.0050	=2.57583	3.495	3.456	3.422	3.391	3.363	3.338	3.315
.0025	=2.80703	3.795	3.754	3.716	3.683	3.653	3.626	3.600
.0010	=3.09023	4.164	4.119	4.078	4.042	4.009	3.979	3.952
.1E=03	=3.71902	4.986	4.932	4.884	4.841	4.802	4.767	4.734
.1E=04	=4.26489	5.702	5.641	5.586	5.537	5.493	5.452	5.416
.1E=05	=4.75342	6.344	6.276	6.215	6.161	6.112	6.067	6.026
.1E=06	=5.19934	6.931	6.857	6.791	6.732	6.678	6.629	6.585

KS=WERTE, 90%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	-1.293	-1.300	-1.306	-1.311	-1.317	-1.322	-1.327
.9000	1.28155	-.966	-.972	-.978	-.983	-.988	-.993	-.997
.8500	1.03643	-.742	-.747	-.753	-.757	-.762	-.767	-.771
.8000	.84162	-.560	-.565	-.570	-.575	-.580	-.584	-.588
.7500	.67449	-.401	-.406	-.411	-.416	-.421	-.425	-.429
.7000	.52440	-.256	-.261	-.266	-.271	-.276	-.280	-.284
.6500	.38532	-.118	-.124	-.129	-.134	-.139	-.143	-.147
.6000	.25335	.014	.008	.003	-.002	-.007	-.011	-.015
.5500	.12566	.145	.139	.133	.128	.123	.118	.114
.5000	-.00000	.275	.269	.264	.258	.253	.248	.244
.4500	-.12566	.409	.402	.396	.390	.385	.380	.375
.4000	-.25335	.546	.540	.533	.527	.522	.516	.511
.3500	-.38532	.691	.684	.677	.671	.665	.659	.654
.3000	-.52440	.846	.838	.831	.824	.818	.812	.806
.2500	-.67449	1.016	1.007	1.000	.992	.985	.979	.973
.2000	-.84162	1.208	1.199	1.190	1.182	1.174	1.167	1.160
.1500	-1.03643	1.435	1.424	1.415	1.406	1.397	1.390	1.382
.1000	-1.28155	1.724	1.712	1.702	1.691	1.682	1.673	1.665
.0750	-1.43953	1.912	1.900	1.888	1.877	1.867	1.858	1.849
.0500	-1.64485	2.159	2.145	2.132	2.120	2.109	2.099	2.089
.0250	-1.95996	2.540	2.525	2.510	2.496	2.484	2.472	2.461
.0100	-2.32635	2.987	2.969	2.952	2.937	2.922	2.909	2.896
.0075	-2.43238	3.117	3.098	3.081	3.065	3.050	3.035	3.022
.0050	-2.57583	3.293	3.273	3.255	3.238	3.222	3.207	3.193
.0025	-2.80703	3.577	3.556	3.536	3.518	3.501	3.485	3.470
.0010	-3.09023	3.927	3.903	3.882	3.862	3.843	3.826	3.810
.1E=03	-3.71902	4.704	4.677	4.652	4.628	4.606	4.585	4.566
.1E=04	-4.26489	5.382	5.350	5.322	5.295	5.270	5.246	5.224
.1E=05	-4.75342	5.989	5.954	5.922	5.893	5.865	5.839	5.815
.1E=06	-5.19934	6.544	6.506	6.471	6.439	6.409	6.380	6.354

KS-WERTE, 90%-QUANTILE, NICHTZENT, T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	-1.332	-1.352	-1.369	-1.383	-1.396	-1.406	-1.415
.9000	1.28155	-1.002	-1.020	-1.036	-1.048	-1.059	-1.069	-1.077
.8500	1.03643	-.775	-.793	-.807	-.820	-.830	-.839	-.847
.8000	.84162	-.592	-.610	-.624	-.635	-.645	-.654	-.661
.7500	.67449	-.433	-.450	-.464	-.475	-.485	-.494	-.501
.7000	.52440	-.288	-.305	-.319	-.330	-.340	-.348	-.355
.6500	.38532	-.151	-.168	-.182	-.194	-.203	-.212	-.219
.6000	.25335	-.020	-.037	-.051	-.062	-.072	-.081	-.088
.5500	.12566	.110	.092	.078	.066	.056	.047	.040
.5000	-.00000	.239	.221	.206	.194	.184	.175	.167
.4500	-.12566	.371	.352	.336	.324	.313	.304	.296
.4000	-.25335	.506	.486	.470	.457	.446	.436	.428
.3500	-.38532	.649	.627	.610	.596	.585	.575	.566
.3000	-.52440	.801	.778	.760	.745	.732	.722	.713
.2500	-.67449	.967	.942	.923	.907	.894	.882	.873
.2000	-.84162	1.154	1.127	1.106	1.089	1.075	1.063	1.052
.1500	-1.03643	1.375	1.346	1.323	1.304	1.288	1.275	1.264
.1000	-1.28155	1.657	1.624	1.598	1.577	1.559	1.545	1.532
.0750	-1.43953	1.840	1.805	1.777	1.754	1.735	1.720	1.706
.0500	-1.64485	2.080	2.041	2.010	1.986	1.965	1.948	1.933
.0250	-1.95996	2.450	2.406	2.371	2.343	2.320	2.301	2.284
.0100	-2.32635	2.884	2.833	2.793	2.761	2.735	2.713	2.693
.0075	-2.43238	3.010	2.957	2.916	2.883	2.855	2.832	2.812
.0050	-2.57583	3.180	3.125	3.082	3.047	3.018	2.994	2.973
.0025	-2.80703	3.456	3.396	3.350	3.312	3.282	3.256	3.233
.0010	-3.09023	3.794	3.729	3.679	3.638	3.605	3.576	3.552
.1E=03	-3.71902	4.548	4.471	4.411	4.363	4.324	4.291	4.262
.1E=04	-4.26489	5.204	5.116	5.049	4.994	4.950	4.912	4.879
.1E=05	-4.75342	5.792	5.695	5.620	5.560	5.510	5.468	5.433
.1E=06	-5.19934	6.329	6.224	6.142	6.077	6.022	5.977	5.938



KS=WERTE,95%-QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	-.475	-.639	-.743	-.818	-.875	-.920	-.958
.9000	1.28155	-.138	-.335	-.444	-.519	-.575	-.619	-.655
.8500	1.03643	.174	-.095	-.219	-.299	-.358	-.403	-.439
.8000	.84162	.521	.127	-.021	-.110	-.173	-.220	-.258
.7500	.67449	.935	.349	.168	.066	-.003	-.055	-.095
.7000	.52440	1.431	.580	.355	.237	.160	.103	.060
.6500	.38532	2.022	.826	.547	.408	.320	.258	.210
.6000	.25335	2.718	1.090	.745	.583	.483	.413	.361
.5500	.12566	3.528	1.375	.955	.764	.649	.571	.513
.5000	-.00000	4.464	1.686	1.177	.953	.823	.734	.670
.4500	-.12566	5.541	2.025	1.415	1.154	1.005	.905	.833
.4000	-.25335	6.778	2.399	1.672	1.370	1.199	1.087	1.006
.3500	-.38532	8.200	2.813	1.953	1.603	1.408	1.282	1.191
.3000	-.52440	9.843	3.277	2.265	1.861	1.638	1.495	1.393
.2500	-.67449	11.763	3.806	2.618	2.150	1.895	1.732	1.618
.2000	-.84162	14.051	4.424	3.026	2.483	2.191	2.005	1.875
.1500	-1.03643	16.871	5.175	3.520	2.885	2.546	2.332	2.184
.1000	-1.28155	20.581	6.155	4.162	3.407	3.006	2.755	2.582
.0750	-1.43953	23.033	6.802	4.585	3.750	3.309	3.033	2.843
.0500	-1.64485	26.260	7.656	5.144	4.203	3.708	3.399	3.187
.0250	-1.95996	31.257	8.986	6.015	4.909	4.329	3.970	3.723
.0100	-2.32635	37.093	10.553	7.042	5.741	5.062	4.642	4.354
.0075	-2.43238	38.784	11.009	7.342	5.984	5.276	4.838	4.538
.0050	-2.57583	41.072	11.627	7.748	6.313	5.566	5.103	4.787
.0025	-2.80703	44.759	12.628	8.405	6.846	6.035	5.534	5.191
.0010	-3.09023	49.276	13.857	9.214	7.502	6.612	6.063	5.688
.1E=03	-3.71902	59.304	16.598	11.019	8.966	7.900	7.244	6.796
.1E=04	-4.26489	68.009	18.986	12.593	10.243	9.025	8.275	7.763
.1E=05	-4.75342	75.801	21.127	14.005	11.390	10.034	9.200	8.632
.1E=06	-5.19934	82.912	23.084	15.297	12.438	10.957	10.046	9.426



KS=WERTE, 95%-QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1,64485	-,990	=1,017	=1,041	=1,062	=1,081	=1,098	=1,114
.9000	1,28155	-,686	-,712	-,734	-,754	-,772	-,788	-,802
.8500	1,03643	-,470	-,495	-,518	-,537	-,555	-,570	-,584
.8000	.84162	-,290	-,316	-,339	-,359	-,376	-,392	-,406
.7500	.67449	-,128	-,155	-,179	-,199	-,217	-,233	-,247
.7000	.52440	.025	-,004	-,029	-,050	-,069	-,086	-,100
.6500	.38532	.173	.141	.115	.093	.073	.056	.040
.6000	.25335	.319	.286	.258	.233	.213	.194	.178
.5500	.12566	.468	.431	.401	.375	.352	.333	.315
.5000	-,00000	.620	.580	.546	.518	.494	.473	.455
.4500	-,12566	.778	.734	.697	.667	.641	.618	.598
.4000	-,25335	.945	.896	.856	.823	.794	.769	.748
.3500	-,38532	1,123	1,069	1,025	.988	.957	.930	.907
.3000	-,52440	1,317	1,257	1,208	1,168	1,133	1,104	1,078
.2500	-,67449	1,532	1,465	1,411	1,366	1,328	1,296	1,268
.2000	-,84162	1,779	1,704	1,643	1,593	1,551	1,514	1,483
.1500	=1,03643	2,074	1,988	1,919	1,863	1,815	1,775	1,739
.1000	=1,28155	2,454	2,355	2,275	2,210	2,155	2,109	2,068
.0750	=1,43953	2,703	2,595	2,508	2,437	2,378	2,327	2,283
.0500	=1,64485	3,031	2,911	2,815	2,736	2,670	2,614	2,566
.0250	=1,95996	3,542	3,402	3,291	3,201	3,125	3,060	3,005
.0100	=2,32635	4,143	3,981	3,852	3,747	3,659	3,584	3,520
.0075	=2,43238	4,318	4,150	4,016	3,906	3,815	3,737	3,670
.0050	=2,57583	4,556	4,378	4,237	4,122	4,026	3,944	3,874
.0025	=2,80703	4,940	4,748	4,596	4,471	4,367	4,279	4,203
.0010	=3,09023	5,413	5,203	5,036	4,900	4,787	4,690	4,607
.1E=03	=3,71902	6,469	6,219	6,020	5,858	5,723	5,609	5,510
.1E=04	=4,26489	7,390	7,105	6,878	6,693	6,540	6,409	6,297
.1E=05	=4,75342	8,217	7,900	7,648	7,443	7,272	7,128	7,003
.1E=06	=5,19934	8,973	8,627	8,352	8,129	7,942	7,784	7,649

KS=WERTE, 95%-QUANTILE, NICHTZENT, T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1,64485	-1,128	-1,141	-1,153	-1,164	-1,175	-1,184	-1,193
.9000	1,28155	-,815	-,828	-,839	-,849	-,858	-,867	-,876
.8500	1,03643	-,597	-,609	-,620	-,630	-,639	-,648	-,656
.8000	,84162	-,418	-,430	-,441	-,451	-,460	-,468	-,476
.7500	,67449	-,260	-,272	-,283	-,293	-,302	-,310	-,318
.7000	,52440	-,114	-,126	-,137	-,147	-,156	-,165	-,173
.6500	,38532	,026	,014	,002	-,008	-,018	-,027	-,035
.6000	,25335	,163	,150	,138	,127	,117	,108	,099
.5500	,12566	,300	,286	,273	,262	,251	,242	,233
.5000	-,00000	,438	,423	,410	,398	,387	,376	,367
.4500	-,12566	,580	,565	,550	,537	,525	,514	,504
.4000	-,25335	,729	,712	,696	,682	,669	,658	,647
.3500	-,38532	,886	,867	,851	,836	,822	,809	,798
.3000	-,52440	1,056	1,035	1,017	1,001	,986	,972	,960
.2500	-,67449	1,243	1,220	1,201	1,183	1,166	1,152	1,138
.2000	-,84162	1,455	1,431	1,409	1,389	1,371	1,355	1,340
.1500	-1,03643	1,708	1,681	1,657	1,634	1,615	1,596	1,580
.1000	-1,28155	2,033	2,002	1,974	1,949	1,926	1,905	1,886
.0750	-1,43953	2,245	2,211	2,181	2,154	2,129	2,107	2,087
.0500	-1,64485	2,524	2,486	2,453	2,423	2,396	2,371	2,349
.0250	-1,95996	2,956	2,913	2,875	2,841	2,810	2,781	2,756
.0100	-2,32635	3,464	3,414	3,370	3,331	3,295	3,263	3,233
.0075	-2,43238	3,612	3,560	3,515	3,473	3,436	3,403	3,372
.0050	-2,57583	3,812	3,758	3,710	3,667	3,628	3,593	3,560
.0025	-2,80703	4,136	4,078	4,026	3,980	3,938	3,900	3,865
.0010	-3,09023	4,535	4,471	4,415	4,364	4,318	4,277	4,239
.1E=03	-3,71902	5,424	5,348	5,281	5,221	5,167	5,118	5,073
.1E=04	-4,26489	6,199	6,113	6,037	5,968	5,906	5,850	5,799
.1E=05	-4,75342	6,894	6,799	6,714	6,638	6,570	6,508	6,451
.1E=06	-5,19934	7,530	7,426	7,334	7,251	7,176	7,109	7,047

KS=WERTE, 95%=QUANTILE, NICHTZENT, T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	=1.202	=1.210	=1.217	=1.225	=1.231	=1.238	=1.244
.9000	1.28155	=.884	=.891	=.898	=.904	=.911	=.917	=.922
.8500	1.03643	=.663	=.670	=.677	=.683	=.689	=.695	=.700
.8000	.84162	=.484	=.491	=.497	=.503	=.509	=.515	=.520
.7500	.67449	=.326	=.333	=.339	=.345	=.351	=.357	=.362
.7000	.52440	=.181	=.188	=.194	=.200	=.206	=.212	=.217
.6500	.38532	=.043	=.050	=.057	=.063	=.069	=.075	=.080
.6000	.25335	.091	.084	.077	.070	.064	.058	.053
.5500	.12566	.224	.216	.209	.202	.196	.190	.184
.5000	=.00000	.358	.350	.342	.335	.328	.322	.316
.4500	=.12566	.495	.486	.478	.471	.463	.457	.450
.4000	=.25335	.637	.628	.619	.611	.603	.596	.590
.3500	=.38532	.787	.777	.768	.759	.751	.743	.736
.3000	=.52440	.948	.937	.928	.918	.909	.901	.894
.2500	=.67449	1.125	1.114	1.103	1.093	1.083	1.075	1.066
.2000	=.84162	1.326	1.313	1.302	1.291	1.280	1.271	1.262
.1500	=1.03643	1.564	1.550	1.537	1.525	1.513	1.503	1.493
.1000	=1.28155	1.869	1.853	1.838	1.824	1.811	1.799	1.788
.0750	=1.43953	2.068	2.050	2.034	2.019	2.006	1.993	1.980
.0500	=1.64485	2.328	2.309	2.292	2.275	2.260	2.246	2.232
.0250	=1.95996	2.732	2.710	2.690	2.672	2.654	2.638	2.623
.0100	=2.32635	3.206	3.181	3.158	3.136	3.116	3.098	3.080
.0075	=2.43238	3.344	3.318	3.294	3.272	3.251	3.232	3.213
.0050	=2.57583	3.531	3.504	3.478	3.455	3.433	3.413	3.394
.0025	=2.80703	3.833	3.803	3.776	3.751	3.728	3.706	3.685
.0010	=3.09023	4.204	4.172	4.142	4.115	4.089	4.066	4.043
.1E=03	=3.71902	5.031	4.994	4.958	4.926	4.896	4.867	4.841
.1E=04	=4.26489	5.752	5.709	5.670	5.633	5.598	5.566	5.536
.1E=05	=4.75342	6.399	6.351	6.307	6.266	6.228	6.193	6.159
.1E=06	=5.19934	6.990	6.938	6.890	6.846	6.804	6.765	6.729

KS=WERTE, 95%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	-1.250	-1.276	-1.297	-1.314	-1.329	-1.343	-1.354
.9000	1.28155	-.928	-.951	-.970	-.986	-1.000	-1.012	-1.022
.8500	1.03643	-.705	-.728	-.746	-.761	-.774	-.785	-.795
.8000	.84162	-.525	-.547	-.565	-.579	-.592	-.603	-.612
.7500	.67449	-.367	-.389	-.406	-.421	-.433	-.444	-.453
.7000	.52440	-.222	-.244	-.261	-.276	-.288	-.299	-.308
.6500	.38532	-.085	-.107	-.125	-.140	-.152	-.163	-.172
.6000	.25335	.048	.025	.007	-.008	-.021	-.032	-.041
.5500	.12566	.179	.155	.137	.121	.108	.097	.087
.5000	-.00000	.310	.286	.266	.250	.237	.226	.216
.4500	-.12566	.444	.419	.398	.382	.368	.356	.346
.4000	-.25335	.583	.556	.535	.517	.503	.490	.480
.3500	-.38532	.730	.701	.678	.660	.644	.631	.620
.3000	-.52440	.886	.856	.831	.812	.795	.781	.769
.2500	-.67449	1.058	1.025	.999	.978	.960	.945	.933
.2000	-.84162	1.253	1.217	1.188	1.165	1.146	1.130	1.117
.1500	-1.03643	1.483	1.443	1.412	1.387	1.366	1.348	1.333
.1000	-1.28155	1.777	1.732	1.697	1.669	1.646	1.626	1.609
.0750	-1.43953	1.969	1.920	1.883	1.852	1.827	1.806	1.788
.0500	-1.64485	2.220	2.167	2.125	2.092	2.065	2.042	2.022
.0250	-1.95996	2.608	2.548	2.501	2.463	2.432	2.406	2.384
.0100	-2.32635	3.064	2.995	2.941	2.898	2.862	2.833	2.807
.0075	-2.43238	3.196	3.124	3.069	3.024	2.987	2.956	2.930
.0050	-2.57583	3.376	3.300	3.242	3.195	3.157	3.124	3.096
.0025	-2.80703	3.666	3.585	3.522	3.471	3.430	3.395	3.365
.0010	-3.09023	4.022	3.934	3.865	3.811	3.766	3.728	3.695
.1E=03	-3.71902	4.816	4.712	4.631	4.566	4.513	4.468	4.430
.1E=04	-4.26489	5.508	5.389	5.298	5.224	5.164	5.113	5.070
.1E=05	-4.75342	6.128	5.997	5.895	5.814	5.747	5.691	5.643
.1E=06	-5.19934	6.695	6.552	6.441	6.353	6.280	6.219	6.167

KS=WERTE, 99%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 2	N= 3	N= 4	N= 5	N= 6	N= 7	N= 8
.9500	1.64485	.000	-.295	-.443	-.543	-.618	-.678	-.727
.9000	1.28155	.707	.072	-.123	-.238	-.319	-.381	-.431
.8500	1.03643	1.748	.420	.145	.004	-.089	-.157	-.211
.8000	.84162	3.204	.792	.405	.227	.117	.040	-.020
.7500	.67449	5.110	1.204	.670	.447	.316	.226	.159
.7000	.52440	7.494	1.662	.949	.670	.513	.409	.333
.6500	.38532	10.386	2.169	1.246	.902	.715	.594	.508
.6000	.25335	13.820	2.728	1.563	1.145	.924	.784	.685
.5500	.12566	17.841	3.343	1.903	1.402	1.143	.981	.868
.5000	-.00000	22.501	4.021	2.270	1.676	1.374	1.188	1.060
.4500	-.12566	27.869	4.768	2.668	1.969	1.620	1.407	1.262
.4000	-.25335	34.038	5.593	3.102	2.287	1.885	1.642	1.478
.3500	-.38532	41.136	6.513	3.580	2.635	2.172	1.896	1.711
.3000	-.52440	49.344	7.547	4.112	3.019	2.490	2.176	1.967
.2500	-.67449	58.939	8.728	4.715	3.454	2.848	2.491	2.253
.2000	-.84162	70.376	10.111	5.417	3.958	3.262	2.854	2.584
.1500	-1.03643	84.477	11.794	6.269	4.568	3.761	3.291	2.981
.1000	-1.28155	103.028	13.995	7.380	5.362	4.411	3.859	3.497
.0750	-1.43953	115.288	15.450	8.114	5.886	4.840	4.233	3.837
.0500	-1.64485	131.426	17.370	9.083	6.578	5.405	4.728	4.285
.0250	-1.95996	156.424	20.365	10.598	7.660	6.290	5.500	4.985
.0100	-2.32635	185.617	23.896	12.387	8.939	7.335	6.412	5.812
.0075	-2.43238	194.072	24.924	12.909	9.312	7.640	6.678	6.053
.0050	-2.57583	205.515	26.319	13.618	9.819	8.054	7.040	6.381
.0025	-2.80703	223.962	28.575	14.764	10.639	8.724	7.625	6.911
.0010	-3.09023	246.557	31.348	16.176	11.649	9.550	8.346	7.564
.1E=03	-3.71902	296.726	37.532	19.327	13.906	11.395	9.957	9.024
.1E=04	-4.26489	340.279	42.922	22.078	15.877	13.007	11.364	10.299
.1E=05	-4.75342	379.258	47.757	24.547	17.647	14.455	12.628	11.444
.1E=06	-5.19934	414.835	52.175	26.805	19.266	15.779	13.784	12.492

KS=WERTE,99%=QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N= 9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15
.9500	1.64485	-.768	-.804	-.835	-.862	-.887	-.909	-.929
.9000	1.28155	-.472	-.508	-.538	-.565	-.589	-.610	-.629
.8500	1.03643	-.255	-.292	-.323	-.350	-.375	-.396	-.415
.8000	.84162	-.067	-.107	-.140	-.169	-.194	-.216	-.236
.7500	.67449	.107	.064	.028	-.003	-.030	-.053	-.074
.7000	.52440	.275	.227	.188	.155	.126	.101	.079
.6500	.38532	.442	.389	.346	.310	.278	.251	.227
.6000	.25335	.611	.552	.504	.464	.430	.401	.375
.5500	.12566	.785	.719	.666	.622	.585	.552	.524
.5000	-.00000	.965	.892	.833	.785	.744	.708	.678
.4500	-.12566	1.156	1.074	1.008	.954	.909	.870	.837
.4000	-.25335	1.358	1.267	1.194	1.134	1.084	1.041	1.005
.3500	-.38532	1.576	1.474	1.393	1.327	1.271	1.224	1.184
.3000	-.52440	1.816	1.701	1.610	1.537	1.475	1.423	1.379
.2500	-.67449	2.083	1.954	1.853	1.771	1.703	1.645	1.595
.2000	-.84162	2.391	2.245	2.131	2.039	1.963	1.898	1.843
.1500	-1.03643	2.761	2.595	2.466	2.361	2.274	2.202	2.139
.1000	-1.28155	3.240	3.048	2.898	2.777	2.677	2.593	2.521
.0750	-1.43953	3.556	3.346	3.182	3.050	2.941	2.850	2.772
.0500	-1.64485	3.972	3.738	3.556	3.410	3.290	3.189	3.102
.0250	-1.95996	4.622	4.351	4.140	3.971	3.832	3.716	3.616
.0100	-2.32635	5.389	5.074	4.829	4.633	4.472	4.337	4.222
.0075	-2.43238	5.613	5.285	5.030	4.826	4.659	4.518	4.399
.0050	-2.57583	5.917	5.571	5.303	5.088	4.912	4.764	4.639
.0025	-2.80703	6.409	6.035	5.745	5.512	5.322	5.162	5.027
.0010	-3.09023	7.014	6.605	6.288	6.035	5.826	5.652	5.504
.1E=03	-3.71902	8.368	7.881	7.503	7.201	6.954	6.747	6.571
.1E=04	-4.26489	9.551	8.995	8.564	8.220	7.938	7.702	7.502
.1E=05	-4.75342	10.613	9.995	9.517	9.135	8.822	8.560	8.338
.1E=06	-5.19934	11.585	10.911	10.389	9.972	9.631	9.345	9.102

KS=WERTE, 99%=QUANTILE, NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=16	N=17	N=18	N=19	N=20	N=21	N=22
.9500	1,64485	-,948	-,965	-,980	-,995	=1,008	=1,021	=1,033
.9000	1,28155	-,647	-,663	-,678	-,692	-,705	-,716	-,728
.8500	1,03643	-,433	-,449	-,464	-,477	-,490	-,502	-,513
.8000	.84162	-,254	-,271	-,286	-,299	-,312	-,324	-,335
.7500	.67449	-,093	-,110	-,126	-,140	-,153	-,165	-,177
.7000	.52440	.059	.041	.024	.009	-,004	-,017	-,029
.6500	.38532	.206	.187	.169	.154	.139	.126	.114
.6000	.25335	.352	.332	.313	.296	.281	.267	.254
.5500	.12566	.500	.477	.457	.439	.423	.408	.394
.5000	-,00000	.651	.627	.605	.586	.568	.552	.537
.4500	-,12566	.807	.781	.758	.737	.718	.700	.684
.4000	-,25335	.972	.944	.918	.895	.875	.856	.838
.3500	-,38532	1,148	1,117	1,089	1,064	1,042	1,021	1,002
.3000	-,52440	1,340	1,306	1,275	1,248	1,223	1,200	1,180
.2500	-,67449	1,552	1,514	1,481	1,450	1,423	1,399	1,376
.2000	-,84162	1,795	1,753	1,715	1,682	1,652	1,625	1,600
.1500	-1,03643	2,085	2,038	1,996	1,958	1,925	1,894	1,866
.1000	-1,28155	2,459	2,405	2,357	2,314	2,276	2,241	2,209
.0750	-1,43953	2,705	2,646	2,594	2,547	2,506	2,468	2,434
.0500	-1,64485	3,028	2,963	2,905	2,854	2,808	2,766	2,729
.0250	-1,95996	3,531	3,456	3,390	3,331	3,278	3,230	3,187
.0100	-2,32635	4,123	4,037	3,960	3,892	3,832	3,777	3,727
.0075	-2,43238	4,296	4,206	4,127	4,056	3,993	3,936	3,884
.0050	-2,57583	4,530	4,436	4,352	4,278	4,212	4,152	4,097
.0025	-2,80703	4,910	4,808	4,718	4,637	4,566	4,501	4,442
.0010	-3,09023	5,376	5,265	5,167	5,079	5,001	4,931	4,867
.1E=03	-3,71902	6,419	6,287	6,170	6,066	5,974	5,890	5,814
.1E=04	-4,26489	7,329	7,178	7,046	6,928	6,822	6,727	6,641
.1E=05	-4,75342	8,146	7,979	7,832	7,701	7,584	7,478	7,382
.1E=06	-5,19934	8,893	8,711	8,551	8,408	8,280	8,165	8,061



## KS-WERTE, 99%-QUANTILE, NICHTZENT, T=VERT.

P	KP	N=23	N=24	N=25	N=26	N=27	N=28	N=29
.9500	1.64485	-1.044	-1.054	-1.064	-1.074	-1.083	-1.091	-1.099
.9000	1.28155	-.738	-.748	-.757	-.766	-.774	-.782	-.790
.8500	1.03643	-.523	-.533	-.542	-.550	-.558	-.566	-.573
.8000	.84162	-.345	-.355	-.364	-.373	-.381	-.388	-.396
.7500	.67449	-.187	-.197	-.206	-.215	-.223	-.231	-.238
.7000	.52440	-.040	-.050	-.059	-.068	-.077	-.085	-.092
.6500	.38532	.102	.092	.082	.072	.063	.055	.047
.6000	.25335	.242	.230	.220	.210	.201	.192	.184
.5500	.12566	.381	.369	.358	.348	.338	.329	.320
.5000	-.00000	.523	.510	.498	.487	.477	.467	.458
.4500	-.12566	.669	.656	.643	.631	.620	.610	.600
.4000	-.25335	.822	.808	.794	.781	.769	.758	.748
.3500	-.38532	.985	.969	.954	.941	.928	.916	.904
.3000	-.52440	1.161	1.144	1.128	1.113	1.099	1.086	1.073
.2500	-.67449	1.355	1.336	1.319	1.303	1.287	1.273	1.260
.2000	-.84162	1.577	1.556	1.537	1.519	1.502	1.486	1.472
.1500	-1.03643	1.841	1.818	1.796	1.776	1.757	1.740	1.724
.1000	-1.28155	2.180	2.154	2.129	2.106	2.085	2.065	2.047
.0750	-1.43953	2.402	2.373	2.347	2.322	2.299	2.278	2.258
.0500	-1.64485	2.694	2.662	2.633	2.606	2.581	2.558	2.536
.0250	-1.95996	3.147	3.111	3.078	3.047	3.018	2.992	2.967
.0100	-2.32635	3.681	3.639	3.601	3.566	3.533	3.502	3.473
.0075	-2.43238	3.837	3.793	3.753	3.717	3.682	3.650	3.621
.0050	-2.57583	4.048	4.002	3.960	3.921	3.885	3.852	3.821
.0025	-2.80703	4.389	4.340	4.294	4.253	4.214	4.178	4.144
.0010	-3.09023	4.808	4.755	4.706	4.660	4.618	4.579	4.542
.1E=03	-3.71902	5.745	5.681	5.623	5.569	5.519	5.473	5.429
.1E=04	-4.26489	6.562	6.490	6.423	6.362	6.305	6.253	6.203
.1E=05	-4.75342	7.295	7.215	7.142	7.074	7.011	6.952	6.898
.1E=06	-5.19934	7.966	7.879	7.799	7.725	7.656	7.592	7.533

KS=WERTE,99%=QUANTILE,NICHTZENT. T=VERT.

P	KP	N=30	N=35	N=40	N=45	N=50	N=55	N=60
.9500	1.64485	=1.107	=1.141	=1.169	=1.192	=1.212	=1.230	=1.245
.9000	1.28155	=.797	=.828	=.854	=.876	=.894	=.910	=.924
.8500	1.03643	=.580	=.611	=.636	=.656	=.674	=.689	=.703
.8000	.84162	=.403	=.433	=.457	=.478	=.495	=.510	=.523
.7500	.67449	=.245	=.276	=.300	=.320	=.338	=.353	=.366
.7000	.52440	=.099	=.130	=.155	=.176	=.193	=.208	=.221
.6500	.38532	.040	.008	=.018	=.039	=.056	=.072	=.085
.6000	.25335	.176	.143	.116	.095	.076	.061	.047
.5500	.12566	.312	.277	.249	.227	.208	.192	.178
.5000	=.00000	.449	.413	.384	.360	.340	.323	.309
.4500	=.12566	.591	.552	.521	.496	.475	.457	.442
.4000	=.25335	.738	.696	.663	.637	.615	.596	.580
.3500	=.38532	.894	.849	.814	.786	.762	.742	.725
.3000	=.52440	1.062	1.013	.976	.945	.920	.899	.881
.2500	=.67449	1.247	1.195	1.154	1.121	1.094	1.071	1.052
.2000	=.84162	1.458	1.400	1.356	1.320	1.291	1.266	1.245
.1500	=1.03643	1.709	1.645	1.595	1.556	1.523	1.496	1.473
.1000	=1.28155	2.030	1.957	1.902	1.857	1.821	1.790	1.764
.0750	=1.43953	2.240	2.162	2.102	2.054	2.015	1.982	1.954
.0500	=1.64485	2.515	2.430	2.364	2.312	2.269	2.233	2.202
.0250	=1.95996	2.943	2.846	2.771	2.711	2.663	2.622	2.587
.0100	=2.32635	3.446	3.334	3.249	3.180	3.125	3.078	3.038
.0075	=2.43238	3.593	3.477	3.387	3.317	3.259	3.211	3.169
.0050	=2.57583	3.792	3.669	3.576	3.502	3.441	3.390	3.347
.0025	=2.80703	4.113	3.981	3.881	3.801	3.735	3.681	3.634
.0010	=3.09023	4.508	4.364	4.255	4.168	4.097	4.038	3.987
.1E=03	=3.71902	5.389	5.219	5.090	4.987	4.903	4.833	4.774
.1E=04	=4.26489	6.157	5.965	5.818	5.701	5.606	5.527	5.459
.1E=05	=4.75342	6.847	6.633	6.470	6.341	6.236	6.148	6.073
.1E=06	=5.19934	7.477	7.245	7.067	6.927	6.812	6.716	6.635



