

ISSN 0172-7613

Forschungsbericht 61

BUNDESANSTALT FÜR
MATERIALPRÜFUNG (BAM)

BERLIN

Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems

von Dr. Klaus Richter

Dezember 1979

97 Seiten, 108 Abbildungen, 40 Tabellen

Herausgegeben von der
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45
Telefon 030/8104-1
Telex 01-083 261 bamb d

Vorwort	VII
Symbole, [Einheiten], Größen und ihre Bedeutung	IX
Teil 1: Gegenfarbensystem und Farbumstimmung	1
1. Einführung	1
1.1 Empfindungsgemäße Einteilung der Farben	1
1.2 Grundannahmen über den Mechanismus des Farbensehens	2
1.3 Bestimmung der Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$	3
1.4 Die Farbumstimmungsapparatur und ihre Kalibrierung	5
1.5 Gleichheitseinstellungen von Infeldfarben F_w und F_b in den Umfeldern W und B	7
1.51 Grundsätzliches über Gleichheitseinstellungen	7
1.52 Auswahl der Infeldfarben F_w	7
1.53 Ausgleich der Meßwerte	8
1.6 Beschreibung der Farbumstimmung durch die Gegenfarbentheorie	9
1.61 Bisherige Bunt- und Sättigungsspektralwerte für verschiedene Farbumstimmungen	9
1.62 Neuer Zusammenhang zwischen den Sättigungswerten bei unbunten und bunten Umfeldern	10
1.63 Umstimmungsgleichungen für ein Umfeld der Normlichtart C	12
1.64 Darstellung der Farbumstimmungsgleichungen	13
1.65 Überlegenheit der GS2L- gegenüber der CIE-Farbumstimmungsformel	15
1.66 Farbumstimmungsgleichungen für beliebige Umfeldkombinationen	18
1.67 Die lineare Differenzform der Farbumstimmungsgleichungen	20
1.7 Erste Ergebnisse über Farbumstimmung als Funktion des Infeldhellbezugswertes $Y(F_w)$	21
1.8 Binokulare Wechselwirkungen in der haploskopischen Versuchstechnik	23
Teil 2: Gegenfarbensystem und Farbstufung	25
2.01 Die Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller zur Stufung der Lautheit beim Gehör	25
2.02 Einige mathematische Eigenschaften der Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller	26
2.1 Farbstufung in Hell-Dunkel-Richtung des Farbenraumes	26
2.11 Beschreibung der Hell-Dunkel-Stufung im Munsell-Farbsystem	26
2.12 Modellrechnung zur Helligkeitsstufung bei Verschiebung des Nullpunktes der Helligkeit nach Mittelgrau	27
2.13 Helligkeitsstufung bei verschiedener Nullpunktwahl der Helligkeit $V(F_c)$	28
2.14 Helligkeitsstufung bei verschiedener Nullpunktwahl des Hellbezugswertes $Y(F_c)$	29
2.15 Helligkeitsstufung bei gleichzeitiger Änderung des Nullpunktes der Helligkeit $V'(F_c)$ und des Hellbezugswertes $Y(F_c)$	30
2.16 Helligkeitsstufung als Differenz von Infeld- und Umfeldhelligkeit	30
2.2 Stufung der Buntheit $C_r(F_c, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$	31
2.21 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C)=2$ in der Farbtafel (p,q)	31
2.22 Farben kleiner Buntheit $C_r(F_c, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$	33
2.23 Farben beliebiger Buntheit $C_r(F_c, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$	33

2.3	Fundamentale Eigenschaften der Sättigungsstufungsfunktionen S_{yb} und S_{rg}	35
2.31	Beschreibung der Buntheitsstufung im Munsell-System mit Nullpunkt der Stufungs- koordinaten bei Unbunt	36
2.32	Beschreibung der Buntheitsstufung im Munsell-Farbsystem bei Trennung von In- und Umfeldsignalen	38
2.33	Basisrauschen und Helligkeitsrauschen	40
2.4	Das Linienelement der Höheren Farbmatrik	43
2.41	Empfindungsgemäß gleichabständige Farbarttafeln (p', q')	43
2.42	Das Auge zählt Schwellen	46
2.43	Das Linienelement für Farbabstände	48
2.5	Farben gleicher Farbmerkmale	51
2.51	Die Koordinaten der Farben gleichen Farbtons	51
2.52	Die Koordinaten der Farben gleicher Buntheit	57
2.53	Die Koordinaten der Farben gleicher Sättigung	59
2.54	Über die Anzahl empfindungsgemäßer Farbmerkmale	61
2.55	Die Grundideen zur Verknüpfung der Farbmerkmale Bunt-, Hell- und Graueit	61
2.56	Verschiedene Funktionen zur Beschreibung der Buntheit	64
2.57	Die Koordinaten der Farben gleicher Graueit	65
2.58	Die Koordinaten der Farben gleicher Hellheit	69
Teil 3: Gegenfarbensystem und Zusammenhang zwischen Farbumstimmung und Farbstufung		71
3.01 Anwendungsbeispiele für Farberscheinungsgleichungen		71
3.1	Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farbstimmung	73
3.11	Die Gleichungen der Farbumstimmung	73
3.12	Die Gleichungen der Farbstufung	74
3.13	Die Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farbstimmung	75
3.2	Anwendung der Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farbstimmung	79
3.21	Farben gleichen Farbtons bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung	79
3.22	Farben gleicher Buntheit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung	81
3.23	Farben gleicher Sättigung bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung	81
3.24	Farben gleicher Graueit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung	82
3.25	Farben gleicher Hellheit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung	83
3.3	Anwendungsgrenzen der Farberscheinungsgleichungen und ihre mögliche Erweiterung	84
4. Literaturverzeichnis		85
5. Anhang 1: Übersicht Terminologie		87
6. Anhang 2: Daten der Farbumstimmungsexperimente		90

Kurzfassung:

Beschreibung von Problemen der höheren Farbmometrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems

Die Farbumstimmung des menschlichen Auges wurde durch psychophysikalische Experimente in haploskopischer Technik untersucht und die Ergebnisse werden im Gegenfarbensystem dargestellt. Die Koordinaten des Gegenfarbensystems werden zugleich zur Beschreibung empfindungsgemäß gleich großer Farbstufen und der Farbempfindungsmerkmale Farbton, Buntheit, Sättigung, Vergrautheit und Eindruckshelligkeit verwendet. Weiter werden die Zusammenhänge zwischen Farbumstimmung und Farbstufung behandelt und Farberscheinungsgleichungen für Infeldfarben in Umfeldern beliebiger Farbart mit Gesichtsfeldleuchtdichten von etwa 200 cd/m^2 hergeleitet.

Abstract:

Description of problems in higher color metrics with the opponent color system

The chromatic adaptation of the human eye was studied by psychophysical experiments and the results are shown in the opponent color system. The coordinates of the opponent color system are in addition used to describe perceived colors which are equally scaled and perceived color attributes hue, chroma, saturation, greyness and lightness. Further the relationships between chromatic adaptation and color scaling are studied. Color appearance equations for central field colors in surrounds of any chromaticity and luminances of the visual field of approximately 200 cd/m^2 are developed.

Vorwort

Vorbild für diesen Forschungsbericht ist das von Zwicker und Feldtkeller [57] in bisher 2 Auflagen (1956 und 1967) herausgegebene Buch „Das Ohr als Nachrichtenempfänger“.

Sowohl beim Hören wie beim Sehen wird gefragt, ob es Empfindungen gibt, die unabhängig von der Versuchsperson allgemein gültigen Gesetzen gehorchen. Diese Frage ist berechtigt, denn oft wird angenommen, jeder Mensch empfinde individuell und ganz persönlich. Experimente zeigen jedoch, daß ganz verschieden veranlagte Versuchspersonen über bestimmte Sinnesempfindungen übereinstimmende und damit vorhersagbare Aussagen machen.

Die niedere Farbmetrik oder Farbvalenzmetrik liefert die Begründung für das von der Farbumstimmung unabhängige System der Farbmessung. Die niedere Farbmetrik kann Farbreize beschreiben, die – trotz unterschiedlicher spektraler Zusammensetzung – zu *gleichen* Farbvalenzen und damit *gleich* aussehenden Farben führen. Für viele farbenormalsichtige Personen sehen Farbreize trotz unterschiedlicher spektraler Zusammensetzung gleich aus, und daher ist es möglich, einen Normalbeobachter zu definieren.

Deshalb besitzen viele Versuchspersonen nicht ganz individuelle und ganz persönliche Farbeigenschaften, sondern einen weitgehend übereinstimmenden Farbsehmechanismus.

Die niedere Farbmetrik, wie sie Schrödinger [45] beschreibt, baut ausschließlich auf *Gleichheitsurteilen* auf, aber sie liefert erfahrungsgemäß keine Aussagen über *Unterschiede* von Farben. Hierzu dient nach Schrödinger die höhere Farbmetrik, welche auf Grund von subjektiven Urteilen über *Unterschiede* von Farben und ihrer Merkmale versucht, den Zusammenhang zwischen Farbunterschiedsempfindung und Farbreiz zu beschreiben. Farbunterschiede und Farbmerkmale sind von der jeweiligen Farbstimmung abhängig.

Im ersten Teil dieses Berichtes werden Gesetzmäßigkeiten der Farbumstimmung auf der Basis von mehrjährigen Experimenten analytisch formuliert. Die Ergebnisse gelten zunächst nur für Infeldfarben mit Leuchtdichten mit $40 < L < 200 \text{ cd/m}^2$ bei einer für die Praxis wichtigen Adaptationsleuchtdichte des Umfeldes von etwa 200 cd/m^2 .

Im zweiten Teil werden die bei Farbumstimmung experimentell gefundenen Unabhängigkeiten eines „Rot-Grün-“ und eines „Gelb-Blau-Farbsehmechanismus“ ausgenutzt, um die Farbunterschiede im Munsell-Farbsystem und dessen Farbmerkmale Buntheit (Chroma) und Farbton (Hue) durch genau zwei Gegenfarben-Farbsehmechanismen zu beschreiben.

Im dritten Teil werden die Zusammenhänge zwischen Farbstufung und Farbumstimmung sowie die Farbmerkmale bei verschiedener Farbstimmung diskutiert. Es werden Farberscheinungsgleichungen entwickelt, welche die visuelle Erscheinung von Farben in ihrer jeweiligen Umgebung zu beschreiben versuchen.

Bemerkenswert ist die einheitliche Beschreibung der Empfindungsstufung der Helligkeit als Funktion des Hellbezugswertes und der Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheit als Funktionen der entsprechenden Sättigungswerte mit einem Funktionstyp, der von Zwicker und Feldtkeller zur Stufung der Lautheit als Funktion des Schallpegels verwendet wurde. In diesem Punkt zeigt sich eine besondere Beziehung zwischen verschiedenen Sinnesempfindungen.

An der Erforschung der Zusammenhänge zwischen Farbstufung sowie Farbmerkmalen bei verschiedener Farbstimmung und dem Farbreiz haben die Reproduktionstechniken, z.B. Farbphotographie, Mehrfarbendruck, Farbfernsehen sowie die Nachrichten- und Speichertechnik, soweit sie die Farbinformation übertragen oder speichern, ein legitimes Interesse. Die Übertragung einschließlich Reproduktion oder Speicherung kann wirtschaftlich sinnvoll nur geschehen, wenn bei der Entwicklung der Übertragungssysteme nicht die absolute Vollkommenheit angestrebt wird, sondern von allen Ersparnismöglichkeiten Gebrauch gemacht wird, welche der begrenzte Zweck des Systems und vor allem die Eigenschaften des Auges gestatten.

Nach unseren Untersuchungen verbesserte sich die Korrelation von visuellen und farbmetrischen Farbwiedergabekennzeichnungen in der Farbphotographie mit den hier entwickelten Farbstands- und Farbumstimmungsformeln GS2VPQ erheblich gegenüber den in DIN 6169 empfohlenen Formeln des Systems CIEUVW (Abkürzungen siehe Symbole). Dies ist ein Beispiel dafür, daß das hier vorgeschlagene Gegenfarbensystem GS2VPQ, welches nicht nur die Farbumstimmung, sondern auch Farbabstände und empfindungsgemäße Farbmerkmale beschreibt, sowohl für die Kenn-

zeichnung der Farbwiedergabe von Farbfilmmaterialien als auch für die Entwicklung neuer Farbfilme von besonderer Bedeutung ist.

Mit der getroffenen Stoffauswahl und der speziellen Form der Darstellung möchten wir vier Leserkreise ansprechen:

Den Techniker, der sich mit der Übertragung, einschließlich Reproduktion oder Speicherung, von Farbe beschäftigt und sich zum Beispiel die Aufgabe stellt, zweckmäßige Übertragungssysteme zu entwickeln. Er möge dem Bericht entnehmen, was das Auge einerseits als Empfangsorgan, andererseits aber auch als Meßgerät zu leisten imstande ist. Er möge weiter dem Bericht entnehmen, was das Auge an Mängeln der Übertragung hinnimmt bzw. gar nicht bemerkt und dieses Wissen bei der Dimensionierung der Übertragungssysteme ausnutzen.

Dem Farbmetriker oder Sinnesphysiologen möchten wir die mathematischen und physikalischen Grundlagen näherbringen, mit deren Hilfe er die dargestellten Ergebnisse selbst interpretieren kann. Insbesondere von dieser Gruppe erwarten wir Anregungen und weitere Forschungsergebnisse, welche die hier dargestellte Gegenfarbentheorie verbessern helfen, aber auch ihre Mängel aufzeigen.

Beim Farbgestalter möchten wir Interesse für farbmetriche Zusammenhänge wecken. Farbsysteme und ihre Farbmerkmale bilden für eine systematische Farbgestaltung – insbesondere bei verschiedener Farbstimmung – eine besondere Hilfe.

Den in der Forschung tätigen Sinnesphysiologen möchten wir anregen, unsere an farbennormal-sichtigen Augen vorgenommenen Untersuchungen und Ergebnisse an farbenfehlsichtigen Personen zu wiederholen, um neue Methoden der Diagnose zu erarbeiten.

Der vorliegende Bericht setzt Grundkenntnisse über das Gebiet der Farbmetrik voraus. Für Leser, die sich bisher nicht mit Farbmetrik befaßt haben oder solche, die ihre Kenntnisse vertiefen möchten, wird die von M. Richter 1976 [43] herausgegebene Einführung in die Farbmetrik empfohlen.

Teil I dieses Berichtes beruht auf Experimenten, die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert wurden. Ihr, sowie meinen Mitarbeitern Herrn Dipl.-Physiker A. Nicolaisen und Herrn Ing. W. Blatt möchte ich besonders danken.

Besondere Mühe haben wir auf eine geeignete Terminologie gelegt. Der Begriff Buntheit, der bisher von K. Richter [41] und anderen zur Beschreibung des Buntfarbabstandes vom Unbunt mit gleichem Hellbezugswert benutzt wurde, und der dem Farbmerkmal Chroma des Munsell-Farbsystems entspricht, soll in die Neuherausgabe der Norm DIN 5033 „Farbmessung“ [7] aufgenommen werden. Die hier neu definierten Begriffe Hellheit und Grauheit scheinen uns für die Terminologie ebenso wichtig. Besonders Herrn Prof. Dr. M. Richter möchte ich sehr für seine Anregungen zur Terminologie danken.

Berlin, Frühjahr 1977

K. Richter

Anmerkung:

Zusammenfassende Darstellungen und Weiterentwicklungen von Teilen dieses Forschungsberichtes sind seit Fertigstellung dieser Arbeit (1977) und dem Druck (1979) erschienen oder werden in Kürze erscheinen in:

K. Richter, Kritik, Modifikation und Erweiterung des Farbenraums CIELAB 1976, Farbe + Design, Nr. 11 (1979), S. 3–11

K. Richter, Farbenräume, Farbumstimmung und Farbensehen, Die Farbe 27 (1978), im Druck

K. Richter, Cube-root color spaces and chromatic adaptation, Color, Research and Application 5 (1980), Nr. 1, im Druck

Symbole, [Einheiten], Größen und ihre Bedeutung

A	Normlichtart
A	Umfeld mit Farbort der Normlichtart A
A1' bis A5'	Konstanten der Helligkeitsstufung mit $V'=0$ für Mittelgrau
A1 bis A5	Konstanten der Helligkeitsstufung mit $V = 0$ für Schwarz
$A_r(F_b)$	radialer Buntfarbwert einer Infeldfarbe F_c im unbunten Umfeld C
$A_{rg}(F_b)$	Rot-Grün-Farbwerte einer Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B
$A_{rg}(F_c)$	Rot-Grün-Farbwerte einer Infeldfarbe F_c im unbunten Umfeld C
$A_r(F_c, C)$	radiale Buntfarbwertdifferenz des Gegenfarbensystems bei Farbumstimmung C
$A_{rg}(F_c, C)$	Rot-Grün-Farbwertdifferenz des Gegenfarbensystems bei Farbstimmung C
$A_{rg}(\lambda_b)$	Rot-Grün-Spektralwerte von Infeldfarben λ_b im bunten Umfeld B
$A_{rg}(\lambda_c)$	Rot-Grün-Spektralwerte von Infeldfarben λ_c im unbunten Umfeld C
$A_{ws}(F_b)$	Weiß-Schwarz-Farbwerte einer Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B
$A_{ws}(F_c)$	Weiß-Schwarz-Farbwerte einer Infeldfarbe F_c im unbunten Umfeld C
$A_{ws}(\lambda_b)$	Weiß-Schwarz-Spektralwerte von Infeldfarben λ_b im bunten Umfeld B
$A_{ws}(\lambda_c)$	Weiß-Schwarz-Spektralwerte von Infeldfarben λ_c im unbunten Umfeld C (identisch mit spektraler Hellempfindlichkeit $\bar{y}(\lambda)$)
$A_{yb}(F_b)$	Gelb-Blau-Farbwerte einer Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B
$A_{yb}(F_c)$	Gelb-Blau-Farbwerte einer Infeldfarbe F_c im unbunten Umfeld C
$A_{yb}(F_c, C)$	Gelb-Blau-Farbwertdifferenz einer Infeldfarbe F_c bei Farbstimmung C
$A_{yb}(\lambda_b)$	Gelb-Blau-Spektralwerte von Infeldfarben λ_b im bunten Umfeld B
$A_{yb}(\lambda_c)$	Gelb-Blau-Spektralwerte von Infeldfarben λ_c im unbunten Umfeld C
B	buntes Umfeld B
B1 bis B5	Konstanten für Helligkeitsstufung mit $V=0$ für Schwarz und $Y'=Y+Y_0$
C	Normlichtart C oder Umfeld mit Farbort der Normlichtart C
C1' bis C3'	Konstanten für Helligkeitsstufung mit $V'=0$ für Mittelgrau und $D2'=0$
C1 bis C3	Konstanten für Helligkeitsstufung mit $V = 0$ für Schwarz und $B2=0$
CIE	Internationale Beleuchtungskommission
CIELAB	Farbenraum oder Farbabstandsformel Nr. 1 der CIE von 1976
CIELUV	Farbenraum oder Farbabstandsformel Nr. 2 der CIE von 1976
CIEUVW	Farbenraum oder Farbabstandsformel der CIE von 1964
C_{0w}	C_{0w} -Farben an der Buntschwelle mit radialer Buntheit $C_r(F_b, B)=0$
$C_r(F_c, C)$	radiale Buntheit = Chroma (subjektiv ermittelt) von Infeldfarben F_c
$C_{rg}(F_c, C)$	Rot-Grün-Buntheit (subjektiv ermittelt) von Infeldfarben F_c
$C_{yb}(F_c, C)$	Gelb-Blau-Buntheit (subjektiv ermittelt) von Infeldfarben F_c
D1' bis D5'	Konstanten der Helligkeitsstufung mit $V'=0$ für Mittelgrau und $Y'=Y+Y_0$
D65	Umfeld mit Farbort der Normlichtart D65
$D_{rg}(B, U)$	Transformationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswertdifferenzen von den Farbstimmungen U nach B in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen
$D_{yb}(B, U)$	Transformationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenzen von den Farbstimmungen U nach B in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen
E	Erregungsgröße (Schallpegel)
E	Lichtart konstanter spektraler Spektraldichte
E_0	Bezugserregungsgröße
E_s	Erregung an der Schwelle
F, F_1, F_2	Infeldfarbe, Infeldfarbe Nr. 1, Infeldfarbe Nr. 2
F_a	Infeldfarbe im Umfeld mit der Farbort der Normlichtart A
$F_b:7:8$	Infeldfarbe F_b des Farbtones 7 und der Sättigungsstufe 8 im bunten Umfeld B
F_b	Infeldfarbe im bunten Umfeld B
F_c	Infeldfarbe im Umfeld mit der Farbort der Normlichtart C
$C_{0w}F_c$	Infeldfarbe F_c an der Buntschwelle mit der Buntheit $C_r(F_c, C)=0$ bezogen auf Weiß
$G_{0w}F_c$	Infeldfarbe F_c mit der Graueit $V_{Gw}[Y(F_c)]=0$ bezogen auf Weiß
$L_{10w}F_b$	Infeldfarbe F_c mit der Helligkeit $V_{Lw}[Y(F_c)]=10$ bezogen auf Weiß

F_u	Infeldfarbe im unbunten Umfeld U
$F_{W:7:8}$	Infeldfarbe F_W des Farbtons 7 und der Sättigungsstufe 8 im weißen Umfeld W
F_W	Infeldfarbe im weißen Umfeld W
F_{wb}	Im Umfeld W als unbunt empfundene Infeldfarbe bei binokularer Wechselwirkung mit buntem Umfeld B
F_{wm}	Im Umfeld W als unbunt empfundene Infeldfarbe bei binokularer Wechselwirkung mit mittlerem unbuntem Umfeld M (W oder S)
$(G_{bwi j})$	Umstimmungsmatrix im Gegenfarbensystem (GS); transformiert Buntfarbenwerte von buntem nach weißem Umfeld entsprechend der CIE- oder GS2L-Farbumstimmungsformel
$(G_{wbi j})$	Kehrmatrix der Umstimmungsmatrix $(G_{wbi j})$; transformiert Buntfarbwerte von weißem nach buntem Umfeld entsprechend der CIE- oder GS2L-Farbumstimmungsformel
GS	Gegenfarbensystem, Gegenfarbentheorie
GS1	Gegenfarbensystem: Farbabstands- oder Farbumstimmungsformel Nr. 1
GS2	Gegenfarbensystem: Farbabstands- oder Farbumstimmungsformel Nr. 2
GS2L	Gegenfarbensystem: Farbumstimmungsgleichungen in linearer Form
GS2LD	Farbabstands-, Farbumstimmungs- oder Farberscheinungsgleichungen Nr. 2 des Gegenfarbensystems in linearer Differenzform (LD)
GS2N	Gegenfarbensystem: Farbumstimmungsgleichungen in nichtlinearer Form
GS2ND	Farbabstands-, Farbumstimmungs- oder Farberscheinungsgleichungen
G_{0W} -Farben	Infeldfarben F_b der Graueit $V_{G_W}(F_b)=0$ bezogen auf Weiß
G_{1W} -Farben	Infeldfarben F_b der Graueit $V_{G_W}(F_b)=1$ bezogen auf Weiß
GS2VPQ	Farbenraum oder Farbabstandsformel Nr. 2 des Gegenfarbensystems
$V_L(F_b)$	Hellheit einer Infeldfarbe F_b
H	Farbton (Hue)
K_r, K_{rg}, K_{yb}	radiale, Rot-Grün- und Gelb-Blau-Konstante der Buntheitsstufung
$K_d(B,W)$	Transformationskoeffizient der Normfarbwerte von den Farbstimmungen W nach B mit der CIE-Farbumstimmungsformel
$K_p(B,W)$	Transformationskoeffizient der Normfarbwerte von den Farbstimmungen W nach B mit der CIE-Farbumstimmungsformel
$K_t(B,W)$	Transformationskoeffizient der Normfarbwerte von den Farbstimmungen W nach B mit der CIE-Farbumstimmungsformel
$K_{rg}(B,U)$	Translationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen U nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$K_{yb}(B,U)$	Translationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen U nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$L(F_w)[cd/m^2]$	Leuchtdichte einer Infeldfarbe im weißen Umfeld
$L(W)[cd/m^2]$	Leuchtdichte einer weißen Umweltfarbe
$L[cd/m^2]$	Leuchtdichte in candela pro Quadratmeter
L^*, a^*, b^*	Koordinaten des CIELAB-Farbenraumes von 1976
L^*, u^*, v^*	Koordinaten des CIELUV-Farbenraumes von 1976
L, LD	lineare Form, lineare Differenzform
L_{10W} -Farben	Infeldfarben der Hellheit $V_{L_W}(F_b)=10$ bezogen auf Weiß
L_{9W} -Farben	Infeldfarben der Hellheit $V_{L_W}(F_b)=9$ bezogen auf Weiß
M_{oc}	als unbunt empfundene Infeldfarbe F_c , deren Farbort mit der Helligkeit V variiert
M_{vb}	als unbunt empfundene Infeldfarbe F_b , deren Farbort mit der Helligkeit V variiert
$M_{rg}(B,U)$	Transformationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen U nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$M_{yb}(B,U)$	Transformationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen U nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$M_r(F_c, C)$	radialer Buntmomentwert
$M_{rg}(F_c, C)$	Rot-Grün-Buntmomentwert
$M_{yb}(F_c, C)$	Gelb-Blau-Buntmomentwert
N [sone]	Lautheit (subjektiv gemessen)
ND	nichtlineare Differenzform
Na	asymptotische Lautheitskonstante

$(N_{bwi j})$	Umstimmungsmatrix im Normvalenzsystem (NS); transformiert Normfarbwerte von buntem nach weißem Umfeld mit den CIE- oder GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$(N_{wbi j})$	Kehrmatrix der Umstimmungsmatrix $(N_{bwi j})$; transformiert Normfarbwerte von weißem nach buntem Umfeld mit den CIE- oder GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
No	Lautheit an der Hörschwelle
P0' bis P5'	Konstanten für Rot-Grün-Buntheitsstufung mit $C_{rg}=0$ für Unbunt
$P_r^*(F_c)$	radiale Buntheitszahl einer Infeldfarbe F_c
$P^*(F_c)$	Rot-Grün-Buntheitszahl einer Infeldfarbe F_c
$Q^*(F_c)$	Gelb-Blau-Buntheitszahl einer Infeldfarbe F_c
Q0' bis Q5'	Konstanten für Gelb-Blau-Buntheitsstufung mit $C_{yb}=0$ für Unbunt
$S_r(F_c, C)$	radiale Sättigung von Infeldfarben F_c im Umfeld C
$S_{rg}(F_c, C)$	Rot-Grün-Sättigung von Infeldfarben F_c im Umfeld C
$S_{yb}(F_c, C)$	Gelb-Blau-Sättigung von Infeldfarben F_c im Umfeld C
$S_{rg}'[. . .]$	Rot-Grün-Sättigungsstufungsfunktion für $P2'=0$
$S_{rg}[. . .]$	Rot-Grün-Sättigungsstufungsfunktion
$S_{yb}'[. . .]$	Gelb-Blau-Sättigungsstufungsfunktion für $Q2'=0$
$S_{yb}[. . .]$	Gelb-Blau-Sättigungsstufungsfunktion
S_{rg0}, S_{yb0}	Sättigungszahlschwellen ($=100 \cdot s_{rg0}, 100 \cdot s_{yb0}$) in Rot-Grün- und Gelb-Blau-Richtung (globale Ausgleichsrechnung)
S_{rgv}, S_{ybv}	helligkeitsabhängige Sättigungszahlschwellen ($=100 \cdot s_{rgv}, 100 \cdot s_{ybv}$) in Rot-Grün- und Gelb-Blau-Richtung (globale Ausgleichsrechnung)
S_{rgk}, S_{ybk}	Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungszahl im Umfeld der zu kennzeichnenden Lichtart K
S_{rgr}, S_{ybr}	Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungszahl im Umfeld der Bezugslichtart R (r=reference)
T_{nk}, T_{nr}	ähnlichste Farbtemperatur im Umfeld der zu kennzeichnenden Lichtart K bzw. der Bezugslichtart R (r=reference)
T_{rg0}, T_{yb0}	Sättigungszahlschwellen ($=100 \cdot t_{rg0}, 100 \cdot t_{yb0}$) in Rot-Grün- bzw. Gelb-Blau-Richtung (regionale Ausgleichsrechnung)
T_{rgv}, T_{ybv}	helligkeitsabhängige Sättigungszahlschwellen ($=100 \cdot t_{rgv}, 100 \cdot t_{ybv}$) in Rot-Grün- bzw. Gelb-Blau-Richtung (regionale Ausgleichsrechnung)
U^*, V^*, W^*	Koordinaten des CIEUVW-Farbenraumes von 1964
U	unbuntes Umfeld U (z.B. C, D65, A)
V'	Helligkeit mit $V'=0$ für Mittelgrau
V	Helligkeit (Munsell-Value) mit $V=0$ für Schwarz
$V_G(F_b)$	Graueitszahl einer Infeldfarbe F_b
$V_{Gw}(F_b, B)$	Graueit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Weiß
$V_{Gg}(F_b, B)$	Graueit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Mittelgrau
$V_{Gs}(F_b, B)$	Graueit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Schwarz
$V_L(F_b)$	Hellheitszahl einer Infeldfarbe F_b
$V_{Lw}(F_b, B)$	Hellheit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Weiß
$V_{Lg}(F_b, B)$	Hellheit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Mittelgrau
$V_{Ls}(F_b, B)$	Hellheit einer Infeldfarbe F_b bezogen auf Schwarz
V_a'	asymptotische Helligkeitskonstante mit $V=0$ für Mittelgrau
V_a	asymptotische Helligkeitskonstante mit $V=0$ für Schwarz
$V_k(F_k), V_r(F_r)$	Helligkeitsstufungsfunktion im Umfeld der zu kennzeichnenden Lichtart K bzw. der Bezugslichtart R
$V_n(F_c)$	Näherung für die Stufung der Helligkeit $V(F_c)$
V_o'	Helligkeit an der Schwelle mit $V'=0$ für Mittelgrau
V_o	Helligkeit an der Schwelle mit $V=0$ für Schwarz
V_u	Helligkeit des unbunten Umfeldes mit $V=0$ für Schwarz
W	weißes Umfeld W (Normfarbwertanteile $x_w=0,345; y_w=0,357$)
$X(F_b)$	Normfarbwert X der Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B
$X(F_w)$	Normfarbwert X der Infeldfarbe F_w im weißen Umfeld W
Y'	Hellbezugswert (Nullpunktswahl $Y'=Y+Y_o$)
$Y(F_b)$	Normfarbwert Y der Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B

$Y(F_w)$	Normfarbwert Y der Infeldfarbe F_w im weißen Umfeld W
Y	Hellbezugswert
$Y_G(F_b)$	Grauwert der Infeldfarbe F_b
$Y_G(F_b, B)$	Grauwertdifferenz zwischen der Infeldfarbe F_b und dem Umfeld B
$Y_L(F_b)$	Hellwert der Infeldfarbe F_b
$Y_L(F_b, B)$	Hellwertdifferenz zwischen der Infeldfarbe F_b und dem Umfeld B
Y_o	Hellbezugswerttranslation
Y_s'	Hellbezugswertschwelle mit $V'=0$ für Mittelgrau
Y_s	Hellbezugswertschwelle mit $V=0$ für Schwarz
Y_u	Hellbezugswert des unbunten Umfeldes U
$Z(F_b)$	Normfarbwert Z der Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B
$Z(F_w)$	Normfarbwert Z der Infeldfarbe F_w im weißen Umfeld W
a'	Rot-Grün-Sättigungszahl in der Farbarttafel (a', b')
alpha	Fehlerquadratsumme der Buntheitsstufung
$(a_i j)$	Transformiert Buntfarbwerte auf Normfarbwerte
$a_{rg}(W, B)$	Rot-Grün-Umstimmungsgrad beim Übergang von Farbstimmungen W auf B
$a_{yb}(W, B)$	Gelb-Blau-Umstimmungsgrad beim Übergang von Farbstimmungen W auf B
b'	Gelb-Blau-Sättigungszahl in der Farbarttafel (a', b')
$\bar{b}(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R, G, B)
$\bar{b}'(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R', G', B')
$(b_i j)$	Transformiert Normfarbwerte auf Buntfarbwerte
$\bar{c}(\lambda_c)$	Konstante zur hyperbolischen Buntheitsstufung
cos	Winkelfunktion cosinus
ΔE	Farbabstand
ΔX	Abweichung im Normfarbwert X
ΔY	Abweichung im Normfarbwert Y
ΔZ	Abweichung im Normfarbwert Z
Δx	Abweichung im Normfarbwertanteil x
Δy	Abweichung im Normfarbwertanteil y
$d_{rg}(B, C)$	Transformationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswertdifferenzen von den Farbstimmungen C nach B in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen
$d_{yb}(B, C)$	Transformationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenzen von den Farbstimmungen C nach B in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen
$\bar{g}(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R, G, B)
$\bar{g}'(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R', G', B')
$\bar{k}(\lambda_c)$	Konstante zur hyperbolischen Buntheitsstufung
$k_{rg}(B, W)$	Translationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$k_{yb}(B, W)$	Translationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$\bar{k}_{rg}(B, W)$	Translationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B (gemittelt über 3 Beobachter und 2 Hellbezugswerte)
$\bar{k}_{yb}(B, W)$	Translationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B (gemittelt über 3 Beobachter und 2 Hellbezugswerte)
$\lambda(B)$	farbtongleiche Wellenlänge der spektralen Urfarbe Blau B
$\lambda(G)$	farbtongleiche Wellenlänge der spektralen Urfarbe Grün G
$\lambda(R)$	farbtongleiche Wellenlänge der spektral gesättigten Urfarbe Rot R
$\lambda(Y)$	farbtongleiche Wellenlänge der spektralen Urfarbe Gelb Y
λ	Wellenlänge lambda in nm [Nanometer]
$m_{rg}(B, W)$	Transformationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$m_{yb}(B, W)$	Transformationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B in den GS2L-Farbumstimmungsgleichungen
$\bar{m}_{rg}(B, W)$	Transformationskoeffizient der Rot-Grün-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B (gemittelt über 3 Beobachter und 2 Hellbezugswerte)

$\bar{m}_{yb}(B,W)$	Transformationskoeffizient der Gelb-Blau-Sättigungswerte von den Farbstimmungen W nach B (gemittelt über 3 Beobachter und 2 Hellbezugswerte)
n	Potenzfaktor (bei Lautheits-, Helligkeits- oder Buntheitsstufung)
p'	Rot-Grün-Sättigungszahl in der Farbarttafel (p',q')
$p'_R(F_C)$	radiale Sättigungszahl einer Infeldfarbe F_C im unbunten Umfeld C
p'	Rot-Grün-Sättigungswert (Nullpunktswahl $p'=p-p_0$)
$p(F_C)=p_{rg}(F_C)$	Rot-Grün-Sättigungswert einer Infeldfarbe F_C im Umfeld mit Farbart der Normlichtart C
$p=p_{rg}$	Rot-Grün-Sättigungswert (Nullpunkt bei spektral gesättigten Urfarben Gelb und Blau)
p^+	Rot-Grün-Ursättigungszahl im symmetrischen Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
$p^+(F_C)$	Rot-Grün-Ursättigungszahl einer Infeldfarbe F_C im symmetrischen Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
p_m	minimaler Rot-Grün-Sättigungswert (numerischer Wert $-7,57$)
p_0	Rot-Grün-Sättigungswerttranslation
$p_R(F_C, M_{vc})$	radiale Sättigungswertdifferenz zwischen der Infeldfarbe F_C und der als unbunt empfundenen Infeldfarbe M_{vc} in der Farbarttafel (p,q)
$p'_R(F_C, C)$	radiale Sättigungszahldifferenz zwischen Infeldfarben F_C und Umfeld C in der Farbarttafel (p',q')
$p_R^+(F_C, C)$	radiale Ursättigungszahldifferenz zwischen Infeldfarben F_C und Umfeld C im Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
$p_{rg}(\lambda_b)$	Rot-Grün-Sättigungsspektralwerte von Infeldfarben λ_b im bunten Umfeld B
$p_{rg}(\lambda_c)$	Rot-Grün-Sättigungsspektralwerte von Infeldfarben λ_c in unbuntem Umfeld C
$p_{yb}(\lambda_b)$	Gelb-Blau-Sättigungsspektralwerte von Infeldfarben λ_b im bunten Umfeld B
$p_{yb}(\lambda_c)$	Gelb-Blau-Sättigungsspektralwerte von Infeldfarben λ_c im unbunten Umfeld C
p_s	Rot-Grün-Sättigungsschwelle
q'	Gelb-Blau-Sättigungszahl in der Farbarttafel (p',q')
$q'(F_C)$	Gelb-Blau-Sättigungszahl einer Infeldfarbe F_C im unbunten Umfeld C
q'	Gelb-Blau-Sättigungswert (Nullpunktswahl $q'=q+q_0$)
$q(F_C)=p_{yb}(F_C)$	Gelb-Blau-Sättigungswert einer Infeldfarbe F_C im unbunten Umfeld C
$q=p_{yb}$	Gelb-Blau-Sättigungswert (Nullpunkt bei spektral gesättigten Urfarben Rot und Grün)
q^+	Gelb-Blau-Ursättigungszahl im symmetrischen Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
$q^+(F_C)$	Gelb-Blau-Ursättigungszahl einer Infeldfarbe F_C im symmetrischen Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
q_m	maximaler Gelb-Blau-Sättigungswert (numerischer Wert $1,28$)
q_0	Gelb-Blau-Sättigungswerttranslation
q_s	Gelb-Blau-Sättigungswertschwelle
$\bar{r}(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R,G,B)
$\bar{r}'(\lambda)$	Spektralwerte für reelles Primärvalenzsystem (R',G',B')
s	Schwellenfaktor bei Lautheits-, Helligkeits- oder Buntheitsschwelle
s_{rgo}, s_{ybo}	Sättigungszahlschwelle in der Farbarttafel (p',q') in Rot-Grün- und Gelb-Blau-Richtung (globale Ausgleichsrechnung)
\sin	Winkelfunktion sinus
t_{rgo}, t_{ybo}	Sättigungszahlschwelle in der Farbarttafel (p',q') in Rot-Grün- und Gelb-Blau-Richtung (regionale Ausgleichsrechnung)
τ	Farbtonwert in der Farbarttafel (p,q)
τ'	Farbtonzahl in der Farbarttafel (p',q')
τ^+	Urfarbtonzahl im Urfarbdiagramm (p^+,q^+)
u'	Rot-Grün-Farbwertanteil in der Farbarttafel (u',v')
$\bar{u}_{rg}(C), \bar{u}_{yb}(C)$	Rot-Grün- und Gelb-Blau-Konstante in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen bei den Farbstimmungen B und C
$\bar{u}_{rg}(U), \bar{u}_{yb}(U)$	Rot-Grün- und Gelb-Blau-Konstante in den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen bei den Farbstimmungen B und U
v'	Gelb-Blau-Farbwertanteil in der Farbarttafel (u',v')
$\bar{v}(U^*, V^*, W^*)$	mittlerer Fehler im CIEUVW-Farbenraum von 1964
$\bar{v}(X, Y, Z)$	mittlerer Fehler im Farbenraum (X,Y,Z)
$x(F)$	Normfarbwertanteil von Infeldfarben F
x	Normfarbwertanteil der Normfarbarttafel (x,y)

$\bar{x}(\lambda)$	Normspektralwerte
$y(F)$	Normfarbwertanteil von Infeldfarben F
y	Normfarbwertanteil der Normfarbtafel (x,y)
$\bar{y}(\lambda)$	Normspektralwerte
$\bar{z}(\lambda)$	Normspektralwerte

Teil 1: Gegenfarbensystem und Farbumstimmung

1. Einführung

Man kann innerhalb der Mannigfaltigkeit der Körperfarben nach Judd [22] etwa 10 Millionen Farbnuancen unterscheiden. Diese lassen sich auf nur wenige Grundfarben zurückführen. Als erster erkannte dies wahrscheinlich Leonardo da Vinci um 1500, steht doch in einer seiner nachgelassenen Schriften [29], S. 85 unter „Wesen von Farben“: „Der einfachen Farben sind sechs . . . Das Weiß sei . . . unter den einfachen Farben die erste, Gelb die zweite, Grün die dritte, Rot die vierte, Blau die fünfte und Schwarz die sechste“. Mit der Sicherheit eines Genies erkannte er im Gegensatz zu noch heute in weiten Kreisen vertretenen Ansichten, Weiß und Schwarz als Farben und auch Grün als einfache Empfindung, obwohl er es als Maler gewohnt war, Grün aus Gelb und Blau auf seiner Palette zu ermischen.

Viel später hat der Physiologe Hering [18] den Mechanismus des Farbensehens durch einen Weiß-Schwarz-, Gelb-Blau- und Rot-Grün-Prozess gedeutet und beschrieben. Er gilt als Begründer der „Gegenfarbentheorie“, die im Kontrast zur „Dreikomponententheorie“ von Young [56] und Helmholtz [17] entwickelt wurde. Die scheinbar unüberbrückbaren Gegensätze beider Theorien wurden später durch von Kries [26] in einer „Zonentheorie“ entschärft. Einen Überblick über die moderneren Vorstellungen der Verbindung der Dreikomponenten- und der Gegenfarbentheorie findet man z.B. bei Walraven [53].

Der vorliegende Bericht geht davon aus, daß in der Netzhaut des Auges drei Rezeptoren vorhanden sind, deren Absorptionsmaxima bei den Wellenlängen 448 nm, 528 nm und 567 nm liegen. Der spektrale Verlauf wurde inzwischen von verschiedenen Autoren, auch unter Berücksichtigung farbmetrischer Daten, berechnet und angegeben. Die von Jameson und Hurvich [21] angegebenen Rezeptorempfindlichkeiten haben die oben angegebenen Absorptionsmaxima.

Die Rezeptorsignale werden in einer höheren Stufe in antagonistische Signale umgewandelt. Nach De Valois [11] sind die Signale im Laterale Geniculus Nucleus (LGN) von Affen antagonistisch verschlüsselt. Die Umwandlung in antagonistische Signale geschieht wahrscheinlich schon in den Horizontalzellen der Netzhaut (vergl. z.B. Valberg [52]). Wenn die Umwandlung in primäre antagonistische Signale schon bereits in der Netzhaut stattfindet, so können die Gegenfarbensignale *lineare* Funktionen der *lineareren* Rezeptorsignale sein. Ein solches System wurde quantitativ zuerst von Schroedinger [46], später von Luther [30], von Hurvich und Jameson [19] und von K. Richter [37] entwickelt. Eine Reihe anderer Theorien nimmt an, daß die primären Gegenfarbensignale lineare Funktionen der nichtlinearen Rezeptorsignale sind. Hier sind z.B. diejenigen von Adams [1] und Shklover [47] zu nennen.

Wir werden im folgenden in Übereinstimmung mit Schroedinger [46] die primären antagonistischen Signale als lineare Funktionen der linearen Rezeptorsignale beschreiben. Die antagonistischen Funktionen werden wie bei Hurvich und Jameson [19] als Lineartransformationen der Normspektralwerte dargestellt. Die Empfindungskoordinaten, z.B. die Koordinaten zur Beschreibung des Farbmerkmals Buntheit, ergeben sich als einfache *nichtlineare* Funktionen der primären antagonistischen Unbunt- und Buntsignale.

Wir werden zunächst die mathematischen Grundlagen zur Definition der Koordinaten des Gegenfarbensystems erarbei-

ten und anschließend die Farbumstimmung, die Farbstufung und die visuelle Erscheinung von Farben mit diesen Koordinaten zu beschreiben versuchen.

1.1 Empfindungsgemäße Einteilung der Farben

Versucht man die Farben zu ordnen, so gelangt man zunächst zur Einteilung in bunte und unbunte Farben. Die weitere Einteilung führt auf sechs „einfache“ Farben, ein unbuntes Paar Weiß-Schwarz und zwei bunte Farbpaare Gelb-Blau und Rot-Grün. Diese Einteilung kann durch ein „Doppelkegelmodell“ veranschaulicht werden. Auf seiner senkrechten Achse liegen die unbunten Farben, auf seiner größten Umgrenzung die einfachen bunten und ihre Übergänge (vergleiche *Abbildung (1.10;A1)*).

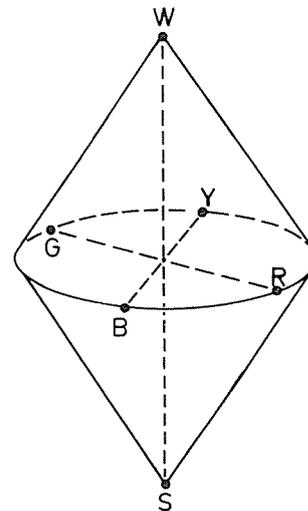


Abbildung (1.10;A1)
Doppelkegelmodell zur Veranschaulichung der empfindungsgemäßen Einteilung der Farben in sechs „einfache“ Farben, einem unbunten Paar „Weiß-Schwarz“ und zwei bunten Farbpaaren „Rot-Grün“ und „Gelb-Blau“

Die einfachen bunten Farben und ihre Übergänge ergeben einen Farbtonkreis, der alle Farbtöne in kontinuierlicher Folge enthält. Man nennt den Farbtonkreis symmetrisch, wenn die sogenannten „Weder-Noch“-Farben oder „Urfarben“ (engl. unique hues) Blau-Gelb und Rot-Grün paarweise gegenüberliegen. Der Farbton der „Weder-Noch“-Farbe Gelb ist dadurch ausgezeichnet, daß an dieser Stelle des kontinuierlichen Farbtonkreises die bunte Farbe weder grünlich noch rötlich erscheint. Es ergibt sich rein empfindungsmäßig, daß man aus einem Farbkreis genau vier Weder-Noch-Farben auswählen kann: Gelb, Rot, Blau und Grün. Die dazwischen liegenden Farben z.B. Orange bezeichnet man als „Sowohl-als-auch“-Farben (sowohl rötlich als auch gelblich).

Weiter ergibt sich, daß keine bunte Farbe die Empfindung gelblich *und zugleich* bläulich und keine bunte Farbe die Empfindung rötlich *und zugleich* grünlich hervorruft. Jede bunte Farbe kann entweder bläulich oder gelblich, aber niemals zugleich bläulich und gelblich empfunden werden. Das Farbpaar Blau-Gelb und das Farbpaar Rot-Grün sind daher antagonistische Pole der Ordnung bunter Farben.

Mathematisch können wir die einfachen bunten Farben durch zwei Koordinaten beschreiben. Wir ordnen den Farben Gelb-Blau die Koordinaten (0,1) und (0,-1) zu. Entsprechend erhalten die einfachen bunten Farben Rot-Grün die Koordinaten (1,0) und (-1,0). Die *Abbildung (1.10;A2)* veranschaulicht diese Zuordnung.

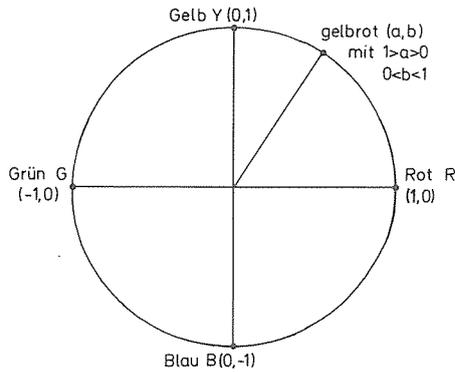


Abbildung (1.10;A2)
 Koordinatenzuordnung für die bunten Farbpaare „Rot-Grün“ und „Gelb-Blau“ in einem symmetrischen Urfarbkreis. In einem symmetrischen Urfarbkreis liegen die Farben Rot und Grün bzw. Gelb und Blau paarweise gegenüber

Folgerichtig müssen den gelbroten Farben Koordinaten (a,b) zugeordnet werden, die einen Übergang zwischen den Koordinaten von Rot (1,0) und Gelb (0,1) bilden. Es gilt also $1 > a > 0$ und $0 < b < 1$. Entsprechende Zuordnungen sind für blaurote, blaugüne und gelbgüne Farben möglich.

Der Physiologe De Valois [11] und andere haben im Sehmechanismus von Affen eine Farbreizverarbeitung im Gegenfarbenmodus nachgewiesen. Es liegt deshalb nahe, anzunehmen, daß in unserem visuellen Farbsehensystem beim Farbsehen Signale in einem Kanal Gelb-Blau und einem Kanal Rot-Grün erzeugt werden. Sie können in jedem Kanal positiv oder negativ oder Null sein.

Sind die Signale im Blau-Gelb-Kanal Null, so liegt eine rote oder grüne oder unbunte Farbe vor.

Sind die Signale im Rot-Grün-Kanal Null, so liegt eine gelbe oder blaue oder unbunte Farbe vor.

Für alle Übergangsformen der „einfachen“ oder Urfarben im Farbkreis sind sowohl die Signale im Gelb-Blau-Kanal als auch im Rot-Grün-Kanal verschieden von Null. Zum Beispiel sind für gelbrot die Signale in beiden Kanälen größer Null.

Wir wissen heute, daß die in der Netzhaut durch Lichtreiz primär entstehenden Signale elektrische Impulse gleicher Amplitude sind. Durch Frequenzmodulation, das heißt durch Erhöhen oder Erniedrigen der wellenlängen- und strahllichtabhängigen Impulsfrequenz gegenüber einer Ruhefrequenz, wird die Farbinformation zum kortikalen Sehzentrum weitergeleitet (vergl. z.B. De Valois [11]).

Wenn es eine physiologische Erklärung für die Einteilung in vier bunte Urfarben und ihre Übergänge gibt, so könnte eine Frequenz-Erhöpfung oder Erniedrigung gegenüber einer Ruhefrequenz in zwei Kanälen der empfindungsgemäßen Einteilung entsprechen. Die erhöhte Impulsfrequenz könnte ein positives oder negatives Potential im Gehirn gegenüber dem Ruhepotential aufbauen. Positive oder negative Potentiale würden der Einteilung in zwei Farbpaare Blau-Gelb und Rot-Grün entsprechen.

Wesentliche Unterstützung für die Hypothese von zwei unabhängigen Kanälen mit Rot-Grün- und Gelb-Blau-Signalen ergeben sich aus den in den nächsten Abschnitten zu beschreibenden Farbumstimmungsexperimenten. Die beiden Kanäle scheinen nämlich unter dem Einfluß der Farbumstimmung entkoppelt zu sein. Die Gelb-Blau-Signale hängen z.B. bei be-

liebiger Farbumstimmung nur von den ursprünglich Gelb-Blau-Signalen und nicht zusätzlich von den Rot-Grün-Signalen ab. Wegen dieser experimentell ermittelten Eigenschaft lassen sich Farbumstimmung (Teil 1) und Farbstufung (Teil 2) überraschend einfach durch je einen Rot-Grün- und einen Blau-Gelb-Mechanismus beschreiben.

Ein Hauptziel, nämlich auch den urfarbigen Farbtönen Nullkoordinaten zuzuordnen, wird erst in Abschnitt (2.51) erfolgen können. Eine der Hauptschwierigkeiten liegt in der experimentellen Tatsache, daß durch additive anteilige Mischung von Rot (Koordinate 1,0) und Grün (Koordinate -1,0) zwar ein Farbton erzeugt werden kann, der weder rot noch grün empfunden wird, doch ist diese Mischfarbe nicht Unbunt (Koordinate 0,0), sondern ausgesprochen gelblich (Koordinate 0,b>0). Wir werden versuchen, diesen scheinbaren Widerspruch aufzulösen durch eine nichtlineare Beschreibung des Farbtons. Diese Beschreibung wird der Schlüssel zu einer mit den Experimenten näherungsweise übereinstimmenden Beschreibung der Farbtonempfindung, also der Krümmung der Farbflächen im valenzmetrischen Farbenraum sein.

1.2 Grundannahmen über den Mechanismus des Farbsehens

Die im folgenden zu entwickelnde Theorie des Farbsehens beruht auf folgenden Annahmen:

Annahme 1:

Im Auge entstehen für Farben der Strahldichte $S(\lambda)$ im Intervall $\Delta\lambda$ Signale A_{ws} , A_{rg} , A_{yb} der Größe

$$A_{ws}(F) = \int [A_{ws}(\lambda) \cdot S(\lambda) \cdot \Delta\lambda]$$

$$A_{rg}(F) = \int [A_{rg}(\lambda) \cdot S(\lambda) \cdot \Delta\lambda]$$

$$A_{yb}(F) = \int [A_{yb}(\lambda) \cdot S(\lambda) \cdot \Delta\lambda]$$

Erläuterung 1:

Die Spektralempfindlichkeiten unseres Auges für Farbreize der Strahldichte $S(\lambda)$ im Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$ lassen sich durch die Unbunt- und Buntspektralwerte $A_{ws}(\lambda)$, $A_{rg}(\lambda)$, $A_{yb}(\lambda)$ darstellen.

Erläuterung 2:

Die Unbunt- und Buntspektralwerte sind Lineartransformationen der Normspektralwerte $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$.

Erläuterung 3:

Die Unbuntspektralwerte $A_{ws}(\lambda)$ werden als identisch mit den Normspektralwerten $\bar{y}(\lambda)$ bzw. der spektralen Hellempfindlichkeit beim Tagessehen angenommen.

Annahme 2:

Die Farbbeimpfungsmerkmale (Helligkeit, Farbton, Bunttheit, Hellheit, Sättigung, Grauheit) sind einfache Funktionen dieser Signale. Sie hängen bei einfachen Sehsituationen von den Signalen der Infeldfarbe F und der Umfeldfarbe U ab. Die Farbbeimpfungsmerkmale sind daher Funktionen von sechs Farbwerten $A_{ws}(F)$, $A_{rg}(F)$, $A_{yb}(F)$, $A_{ws}(U)$, $A_{rg}(U)$ und $A_{yb}(U)$.

Annahme 3:

Die experimentell visuell ermittelbaren spektralen Urfarben in einer bestimmten Infeld-Umfeld-Situation sind die Nullstellen der Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$.

Anm.: $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$ werden in Abschnitt (1.30) berechnet.

Bei nicht zu verschiedenen Umfeldern (z.B. Farbarten E, C oder D65) bleibt experimentell die Lage der spektralen Urfarben nahezu invariant. Wir können daher annehmen, daß

bei „weißen“ Umfeldern die Empfindlichkeitsfunktionen $A_{WS}(\lambda)$, $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ dieselben sind.

Die spektralen Urfarben, die von Burnham, Hanes und Bartleson [3] in Abschnitt 3.1.2a.1 angegeben sind, und die an den Wellenlängen $[\lambda(B), \lambda(G), \lambda(Y), \lambda(R)] = [474 \text{ nm}, 506 \text{ nm}, 571 \text{ nm}, 495 \text{ nm}]$ liegen, sind nach den Autoren näherungsweise identisch mit den Spektralfarben, die keine Änderung der Farbtonempfindung hervorrufen, wenn sie in ihrer Leuchtdichte bei Neutralstimmung um mehrere Zehnerpotenzen geändert werden (Bezold-Brücke-Effekt ohne Umfeld).

Wir halten es aus diesem Grunde für möglich, daß die Empfindlichkeiten $A_{WS}(\lambda)$, $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ im Bereich des Tagessehens angenähert *invariant* sind und für *alle* Infeld- und Umfeldfarben gelten.

In diesem Fall ist es berechtigt, die Empfindlichkeiten als Urempfindlichkeiten zu bezeichnen, die mit den Grundempfindlichkeiten (vergl. z.B. Terstiege [50]) in einem entsprechenden Verhältnis stehen wie die Gegenfarbentheorie und die Dreikomponententheorie.

Unsere experimentellen Ergebnisse über Farbumstimmung im folgenden lassen die Deutung zu, daß die Empfindlichkeitsänderungen bei den Buntspektralwerten (Urempfindlichkeiten) nicht wirklich eintreten. Sie können allein durch Umfeldeinfluß vorgetäuscht sein, der auch bei lichtlosem Umfeld wegen der Existenz von auf Licht- und Dunkelheit reagierenden rezeptiven Feldern eintritt (vergl. z.B. Valberg [52]). Mit dieser Gegenfarben-Farbumstimmungshypothese werden die Buntsignale von Infeldfarben durch Umfeldeinfluß geändert, und eine Änderung der Buntspektralwerte mit neuen Nullstellen an den durch Umfeldeinfluß geänderten spektralen Urfarben tritt nicht wirklich ein.

Die hier entwickelte Gegenfarben-Farbumstimmungshypothese steht im Widerspruch zur von Kries-Farbumstimmungshypothese [27], [28], nach der sich die Rezeptorempfindlichkeiten als Funktion der Farbumstimmung bzw. des Umfeldes ändern sollen. Da der Mechanismus der v. Kries-Farbumstimmungshypothese bis heute nicht bestätigt werden konnte, erscheint das hier entwickelte Alternativmodell wegen seiner Einfachheit (konstante Empfindlichkeiten) vorteilhafter. Eine eingehende Überprüfung der hier entwickelten Gegenfarben-Farbumstimmungshypothese mit den *verschiedensten* Experimenten über Farbumstimmung steht jedoch noch aus. Die folgenden Farbumstimmungsexperimente stehen in Übereinstimmung mit unserer Hypothese.

1.3 Bestimmung der Buntspektralwerte $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$

Die Unbuntspektralwerte $A_{WS}(\lambda)$ sind nach Annahme 1 von Abschnitt 1.2 identisch mit den Normspektralwerten $\bar{y}(\lambda)$ bzw. der spektralen Hellempfindlichkeit $V(\lambda)$ beim Tagessehen.

Die Buntspektralwerte sind nach Annahme 1 Lineartransformationen der Normspektralwerte $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ und $\bar{z}(\lambda)$. Wir behaupten, daß aus den bekannten experimentellen Daten:

- 1) Spektralwerte $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$
- 2) Urfarblagen im Spektrum

die Buntspektralwerte $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ berechenbar sind.

Der Rechengang findet sich wahrscheinlich erstmals bei Schroedinger [46]. Wegen seiner grundsätzlichen Bedeutung für diesen Bericht möchten wir ihn in moderner Form noch-

mals vorführen. Der Beweis unserer Behauptung zerfällt in drei Teile. Wir wollen zeigen:

Teil A:

Es lassen sich mit den Daten 1) und 2) zwei Buntspektralwerte $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ als Lineartransformationen der Spektralwerte berechnen

Teil B:

Die Transformation ist eindeutig bestimmt.

Teil C:

Die Buntspektralwerte $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ sind unabhängig vom Primärvalenzsystem, das zur Messung der Spektralwerte gewählt wurde.

Beweis:

Teil A: Die gesuchte lineare Transformation zwischen den Spektralwerten $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ und den Buntspektralwerten $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ hat die Form

$$A_{RG}(\lambda) = c_{21} \cdot \bar{r}(\lambda) + c_{22} \cdot \bar{g}(\lambda) + c_{23} \cdot \bar{b}(\lambda) \quad (1.30;1)$$

$$A_{YB}(\lambda) = c_{31} \cdot \bar{r}(\lambda) + c_{32} \cdot \bar{g}(\lambda) + c_{33} \cdot \bar{b}(\lambda)$$

Die Transformationskoeffizienten sind durch Vorgabe der Funktionswerte $A_{RG}(\lambda)$, $A_{YB}(\lambda)$, $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$ und $\bar{b}(\lambda)$ an drei Spektralstellen (etwa $\lambda(R)$, $\lambda(G)$, $\lambda(Y)$) festgelegt. Wir bestimmen die c_{2j} ($j=1,2,3$) aus den Gleichungen an den Spektralstellen $\lambda(Y)$, $\lambda(B)$ und $\lambda(G)$

$$0 = c_{21} \cdot \bar{r}(\lambda(Y)) + c_{22} \cdot \bar{g}(\lambda(Y)) + c_{23} \cdot \bar{b}(\lambda(Y))$$

$$0 = c_{21} \cdot \bar{r}(\lambda(B)) + c_{22} \cdot \bar{g}(\lambda(B)) + c_{23} \cdot \bar{b}(\lambda(B))$$

$$-2,8 = c_{21} \cdot \bar{r}(\lambda(G)) + c_{22} \cdot \bar{g}(\lambda(G)) + c_{23} \cdot \bar{b}(\lambda(G)) \quad (1.30;2)$$

und die c_{3j} aus den Gleichungen an den Spektralstellen $\lambda(Y)$, $\lambda(R)$ und $\lambda(G)$

$$1 = c_{31} \cdot \bar{r}(\lambda(Y)) + c_{32} \cdot \bar{g}(\lambda(Y)) + c_{33} \cdot \bar{b}(\lambda(Y))$$

$$0 = c_{31} \cdot \bar{r}(\lambda(R)) + c_{32} \cdot \bar{g}(\lambda(R)) + c_{33} \cdot \bar{b}(\lambda(R))$$

$$0 = c_{31} \cdot \bar{r}(\lambda(G)) + c_{32} \cdot \bar{g}(\lambda(G)) + c_{33} \cdot \bar{b}(\lambda(G)) \quad (1.30;3)$$

Teil B: Da die Farbvalenzen der Urfarben Gelb, Rot, Blau und Grün nicht in einer Ebene liegen, so sind die Determinanten

$$\det(Y,R,G) = \begin{vmatrix} \bar{r}(\lambda(Y)) & \bar{g}(\lambda(Y)) & \bar{b}(\lambda(Y)) \\ \bar{r}(\lambda(R)) & \bar{g}(\lambda(R)) & \bar{b}(\lambda(R)) \\ \bar{r}(\lambda(G)) & \bar{g}(\lambda(G)) & \bar{b}(\lambda(G)) \end{vmatrix} \quad (1.30;4)$$

und entsprechend $\det(Y,B,G)$ verschieden von Null. Deshalb sind die Transformationskoeffizienten c_{2j} und c_{3j} ($j=1,2,3$) zwischen den Spektralwerten $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ und den Buntspektralwerten $A_{RG}(\lambda)$ und $A_{YB}(\lambda)$ eindeutig festgelegt.

Teil C: Zwei Funktionsdupel $A_{RG}(\lambda)$, $A_{YB}(\lambda)$ sowie $A_{RG}'(\lambda)$, $A_{YB}'(\lambda)$ gewonnen durch lineare Transformation der Spektralwerte $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ oder $\bar{r}'(\lambda)$, $\bar{g}'(\lambda)$, $\bar{b}'(\lambda)$ stimmen an drei Stellen überein. Wegen der GRASSMANNschen Gesetze gilt:

$$\bar{r}(\lambda) = e_{11} \cdot \bar{r}'(\lambda) + e_{12} \cdot \bar{g}'(\lambda) + e_{13} \cdot \bar{b}'(\lambda)$$

$$\bar{g}(\lambda) = e_{21} \cdot \bar{r}'(\lambda) + e_{22} \cdot \bar{g}'(\lambda) + e_{23} \cdot \bar{b}'(\lambda)$$

$$\bar{b}(\lambda) = e_{31} \cdot \bar{r}'(\lambda) + e_{32} \cdot \bar{g}'(\lambda) + e_{33} \cdot \bar{b}'(\lambda) \quad (1.30;5)$$

Daher stimmen die Funktionen $A_{RG}(\lambda)$, $A_{YB}(\lambda)$ und $A_{RG}'(\lambda)$, $A_{YB}'(\lambda)$ an allen anderen Stellen überein. Die Transformationskoeffizienten ergeben sich für jedes Spektralwertsystem

so, daß die Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{rg}'(\lambda)$ sowie $A_{yb}(\lambda)$ und $A_{yb}'(\lambda)$ für alle Wellenlängen identisch ausfallen. Die Buntspektralwerte sind daher unabhängig vom Primärvalenzsystem, das zur Messung der Spektralwerte gewählt wurde.

Wir wählen daher im folgenden zur Bestimmung der Buntspektralwerte als Primärvalenzsystem das Normvalenzsystem. Wir bestimmen aus den experimentell ermittelten Urfarbspektralstellen $\lambda(Y)$, $\lambda(R)$, $\lambda(B)$ und $\lambda(G)$ die Transformationskoeffizienten der Gleichungen

$$\begin{aligned} A_{rg}(\lambda) &= b_{21} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{22} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{23} \cdot \bar{z}(\lambda) \\ A_{yb}(\lambda) &= b_{31} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{32} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{33} \cdot \bar{z}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;6)$$

Hierzu benutzen wir die von Judd [23] modifizierten Daten des 2-Grad-Normalbeobachters. Wir haben die von Judd hauptsächlich im Bereich unter 460nm korrigierten Daten benutzt, weil mit diesen Daten verschiedene visuelle Experimente (z.B. die spektrale Hellempfindlichkeit) besser beschrieben werden. Auch Walraven [53] und andere benutzen diese Daten. Die Normspektralwerte sowie die für A_{rg} und A_{yb} an den 4 spektralen Urfarben geforderten Normierungen enthält *Tabelle (1.30;T1)*.

Farbe	Wellenlänge	Normspektralwerte			Buntspektralwerte	
		$\bar{x}(\lambda)$	$\bar{y}(\lambda)$	$\bar{z}(\lambda)$	$A_{rg}(\lambda)$	$A_{yb}(\lambda)$
Gelb Y	574nm	0,8267	0,9339	0,0017	1,0000	0,0000
Rot R	-494nm	0,0107	0,0038	0,0005	0,0000	-
Blau B	475nm	0,1304	0,1124	0,9281	-	0,0000
Grün G	503nm	0,0028	0,3701	0,2238	0,0000	-2,8000

Tabelle (1.30;T1)
Experimentelle spektrale Urfarben, siehe K. Richter [36], Seite 80, sowie Normspektralwerte und Buntspektralwerte dieser spektralen Urfarben. Anm.: Die für A_{rg} bei Urgrün geforderte Normierung auf -2,8 an Stelle der ebenfalls möglichen Normierung auf -1,0 bringt Farben von Chroma 2 des Munsell-Farbsystems auf Kreise in Farbtabelle (p_{rg} , p_{yb}), d.h. die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntspektralwerte stehen in einem sinnvollen Verhältnis (vergl. Abbildung (2.21;A1)).

Aus den Tabellendaten haben wir die Transformationskoeffizienten b_{ij} ($i=2,3, j=1,2,3$) zwischen den Normspektralwerten $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ und den Buntspektralwerten $A_{rg}(\lambda)$, $A_{yb}(\lambda)$ ermittelt. Zusammen mit der Annahme Nr. 1 von Abschnitt (1.2) über die Identität der Unbuntspektralwerte $A_{ws}(\lambda)$ mit $\bar{y}(\lambda)$ erhalten wir für die Unbunt- und Buntspektralwerte des Gegenfarbensystems (GS):

$$\begin{aligned} A_{ws}(\lambda) &= b_{11} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{12} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{13} \cdot \bar{z}(\lambda) \\ A_{rg}(\lambda) &= b_{21} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{22} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{23} \cdot \bar{z}(\lambda) \\ A_{yb}(\lambda) &= b_{31} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{32} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{33} \cdot \bar{z}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;7)$$

mit

$$(b_{ij}) = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 8,3432 & -7,4655 & -0,2689 \\ -0,4139 & 1,4571 & -2,4046 \end{vmatrix} \quad (1.30;8)$$

Die Umkehrung lautet

$$\begin{aligned} \bar{x}(\lambda) &= a_{11} \cdot A_{ws}(\lambda) + a_{12} \cdot A_{rg}(\lambda) + a_{13} \cdot A_{yb}(\lambda) \\ \bar{y}(\lambda) &= a_{21} \cdot A_{ws}(\lambda) + a_{22} \cdot A_{rg}(\lambda) + a_{23} \cdot A_{yb}(\lambda) \\ \bar{z}(\lambda) &= a_{31} \cdot A_{ws}(\lambda) + a_{32} \cdot A_{rg}(\lambda) + a_{33} \cdot A_{yb}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;9)$$

mit

$$(a_{ij}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,9093 & 0,1192 & -0,0133 \\ 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,4494 & -0,0205 & -0,4136 \end{vmatrix} \quad (1.30;10)$$

Wir definieren nun die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungswerte p_{rg} und p_{yb} durch folgende Gleichungen

$$\begin{aligned} p_{rg}(\lambda) &= A_{rg}(\lambda)/A_{ws}(\lambda) \\ p_{yb}(\lambda) &= A_{yb}(\lambda)/A_{ws}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;11)$$

und erhalten für den Zusammenhang zwischen den Normfarbwertanteilen

$$\begin{aligned} x(\lambda) &= \bar{x}(\lambda)/[\bar{x}(\lambda) + \bar{y}(\lambda) + \bar{z}(\lambda)] \\ y(\lambda) &= \bar{y}(\lambda)/[\bar{x}(\lambda) + \bar{y}(\lambda) + \bar{z}(\lambda)] \end{aligned} \quad (1.30;12)$$

die Gleichungen

$$\begin{aligned} p_{rg}(\lambda) &= [8,6120 \cdot x(\lambda) - 7,1966 \cdot y(\lambda) - 0,2688]/y(\lambda) \\ p_{yb}(\lambda) &= [1,9907 \cdot x(\lambda) + 3,8617 \cdot y(\lambda) - 2,4046]/y(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;13)$$

Die Umkehrung lautet

$$\begin{aligned} y(\lambda) &= 1,0000/[2,3587 - 0,4269 \cdot p_{yb}(\lambda) + 0,0987 \cdot p_{rg}(\lambda)] \\ x(\lambda) &= [0,9093 - 0,0133 \cdot p_{yb}(\lambda) + 0,1192 \cdot p_{rg}(\lambda)] \cdot y(\lambda) \end{aligned} \quad (1.30;14)$$

Unsere am Anfang dieses Abschnittes aufgestellte Behauptung, daß sich die Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$ aus den Spektralwerten $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$ und $\bar{b}(\lambda)$ sowie der Urfarblage im Spektrum berechnen lassen, haben wir damit bewiesen. Wir haben ein Verfahren angegeben, das die Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$ aus den Normspektralwerten $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ und $\bar{z}(\lambda)$ zu berechnen gestattet, wenn die Wellenlängen der Urfarben Y, R, B und G bekannt sind. Urrot kann auf der Purpurgeraden liegen und wird in diesem Fall durch die auf Lichtart E bezogene kompensative Wellenlänge -594nm beschrieben.

Wir haben in den *Tabellen (1.30;T2)* die Normspektralwerte des 2-Grad-Normalbeobachters von Judd [23] angegeben und die Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$ und $A_{yb}(\lambda)$ nach Gleichung (1.30;7) und (1.30;8) berechnet.

Well. λ	Normspektralwerte			Buntspektralwerte		
	$\bar{x}(\lambda)$	$\bar{y}(\lambda)$	$\bar{z}(\lambda)$	$A_{ws}(\lambda)$	$A_{rg}(\lambda)$	$A_{yb}(\lambda)$
400	0,0611	0,0045	0,2799	0,0045	0,4009	-0,6918
410	0,1267	0,0093	0,5835	0,0093	0,8308	-1,4420
420	0,2285	0,0175	1,0622	0,0175	1,4901	-2,6232
430	0,3081	0,0273	1,4526	0,0273	1,9761	-3,5807
440	0,3312	0,0379	1,6064	0,0379	2,0484	-3,9446
450	0,2888	0,0468	1,4717	0,0468	1,6644	-3,5902
460	0,2323	0,0600	1,2880	0,0600	1,1439	-3,1058
470	0,1745	0,0910	1,1133	0,0910	0,4772	-2,6167
480	0,0920	0,1390	0,7552	0,1390	-0,4732	-1,6515
490	0,0318	0,2080	0,4461	0,2080	-1,4075	-0,7828
500	0,0048	0,3230	0,2644	0,3230	-2,4424	-0,1671
510	0,0093	0,5030	0,1541	0,5030	-3,7190	0,3585
520	0,0636	0,7100	0,0763	0,7100	-4,7904	0,8247
530	0,1668	0,8620	0,0412	0,8620	-5,0547	1,0879
540	0,2926	0,9540	0,0200	0,9540	-4,6862	1,2209
550	0,4364	0,9950	0,0088	0,9950	-3,7896	1,2480
560	0,5970	0,9950	0,0039	0,9950	-2,4483	1,1933
570	0,7642	0,9520	0,0020	0,9520	-0,7318	1,0660

580	0,9159	0,8700	0,0016	0,8700	1,1461	0,8847
590	1,0225	0,7570	0,0011	0,7570	2,8792	0,6772
600	1,0544	0,6310	0,0007	0,6310	4,0862	0,4813
610	0,9922	0,5030	0,0003	0,5030	4,5229	0,3215
620	0,8432	0,3810	0,0002	0,3810	4,1906	0,2057
630	0,6327	0,2650	0,0001	0,2650	3,3004	0,1240
640	0,4404	0,1750	0,0	0,1750	2,3679	0,0727
650	0,2787	0,1070	0,0	0,1070	1,5264	0,0406
660	0,1619	0,0610	0,0	0,0610	0,8954	0,0219
670	0,0858	0,0320	0,0	0,0320	0,4770	0,0111
680	0,0459	0,0170	0,0	0,0170	0,2560	0,0058
690	0,0222	0,0082	0,0	0,0082	0,1240	0,0028
700	0,0113	0,0041	0,0	0,0041	0,0637	0,0013
-500	0,0123	0,0041	0,0056	0,0041	0,0705	-0,0127
-510	0,0132	0,0041	0,0105	0,0041	0,0763	-0,0247
-520	0,0137	0,0041	0,0135	0,0041	0,0799	-0,0321
-530	0,0141	0,0041	0,0160	0,0041	0,0829	-0,0382
-540	0,0147	0,0041	0,0190	0,0041	0,0866	-0,0458
-550	0,0157	0,0041	0,0245	0,0041	0,0932	-0,0594
-560	0,0183	0,0042	0,0394	0,0042	0,1111	-0,0963

Tabelle (1.30;T2)

Normspektralwerte $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ und Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$, $A_{yb}(\lambda)$ des 2-Grad-Normalbeobachters modifiziert von Judd [23]. Für die zu Lichtart E kompensativen Farben -500nm, -510nm, ... -560nm, ermisch aus Spektralanfang (400nm) und Spektralende (700nm), wurden die Normspektralwerte $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ und Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda)$, $A_{yb}(\lambda)$ ergänzt.

In den Tabellen (1.30;T3) haben wir die Normfarbwertanteile $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ und die nach den Gleichungen (1.30;11) berechneten Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungsspektralwerte $p_{rg}(\lambda)$ und $p_{yb}(\lambda)$ tabelliert. Alle Daten gelten für den von Judd korrigierten Normalbeobachter. Die entsprechenden Daten für den 2-Grad-Normalbeobachter (CIE 1931) und den 10-Grad-Normalbeobachter (CIE 1964) befinden sich in Tabelle (2.31;T2). Die Daten unterscheiden sich hauptsächlich am kurzwelligeren Spektralende, weil hier die wahrscheinlich fehlerhafte Hellempfindlichkeit zwischen 400 und 460 nm von Judd korrigiert wurde, um bessere Übereinstimmung mit visuellen Ergebnissen über das Farbsehen herzustellen.

580	0,5124	0,4867	1,3175	1,0169	0,2764	-0,0587
590	0,5742	0,4251	3,8036	0,8945	0,2970	-0,0624
600	0,6253	0,3742	6,4758	0,7628	0,3163	-0,0660
610	0,6635	0,3363	8,9919	0,6392	0,3326	-0,0691
620	0,6887	0,3112	10,9990	0,5398	0,3445	-0,0713
630	0,7047	0,2952	12,4543	0,4680	0,3527	-0,0729
640	0,7156	0,2844	13,5309	0,4155	0,3585	-0,0740
650	0,7226	0,2774	14,2659	0,3790	0,3623	-0,0747
660	0,7263	0,2737	14,6783	0,3586	0,3644	-0,0751
670	0,7284	0,2716	14,9048	0,3473	0,3656	-0,0753
680	0,7297	0,2703	15,0612	0,3396	0,3664	-0,0755
690	0,7303	0,2697	15,1223	0,3365	0,3667	-0,0756
700	0,7338	0,2662	15,5293	0,3164	0,3688	-0,0760
-500	0,5580	0,1863	17,1525	-3,0824	0,3767	-0,1165
-510	0,4741	0,1482	18,5442	-5,9967	0,3833	-0,1369
-520	0,4375	0,1315	19,4045	-7,7979	0,3872	-0,1469
-530	0,4132	0,1205	20,1069	-9,2687	0,3904	-0,1541
-540	0,3881	0,1091	20,9833	-11,1038	0,3942	-0,1624
-550	0,3535	0,0934	22,5367	-14,3565	0,4009	-0,1752
-560	0,2960	0,0672	26,7401	-23,1580	0,4180	-0,2028

Tabelle (1.30;T3)

Normfarbwertanteile $x(\lambda)$, $y(\lambda)$ und zugehörige Sättigungsspektralwerte $p_{rg}(\lambda)$, $p_{yb}(\lambda)$ für den 1931-CIE-2-Grad-Normalbeobachter modifiziert von Judd [23]. Für die zu Lichtart E kompensativen Farben spektraler Sättigung -500nm, -510nm, ... -560nm wurden die Daten ergänzt. Die Sättigungsspektralwerte $p_{rg}(\lambda)$, $p_{yb}(\lambda)$ gelten für das Urfarbssystem (574nm, -494nm, 475nm, 503nm). Zusätzlich sind die Sättigungszahlen der Farbarttafel (p' , q') (vergl. Abschnitt (2.51)) angegeben.

1.4 Die Farbumstimmungsapparatur und ihre Kalibrierung

Zur Bestimmung der Farbumstimmung in der Gestalt des Simultanskontrastes wird im allgemeinen nach der Änderung des Aussehens eines Farbfeldes gefragt, wenn dieses mit verschiedenen benachbarten Feldern in Wechselwirkung steht. Wir haben eine Situation untersucht, in der ein halbkreisförmiges Infeld F_w von 2-Grad Durchmesser durch ein quadratisches Umfeld W von 10-Grad Durchmesser beeinflusst wird.

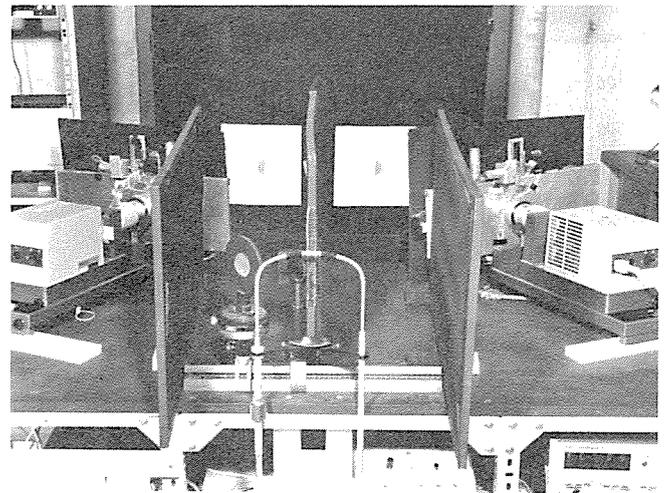


Abbildung (1.40;A1)

Farbumstimmungsapparatur: Die Infeldfarben entstehen durch zwei Projektoren, die Umfeldfarben durch rückseitige Beleuchtung von Mattscheiben. Im Vordergrund Kopfstütze, Spiegelanordnung und darunter Steuerpult für den Beobachter, der mit jedem Auge nur eine Infeld-Umfeld-Anordnung sieht.

Well. λ	Normspektralwertanteile		Sättigungsspektralwerte		Sättigungszahlen	
	$x(\lambda)$	$y(\lambda)$	$p_{rg}(\lambda)$	$p_{yb}(\lambda)$	$p'(\lambda)$	$q'(\lambda)$
400	0,1768	0,0130	89,0974	-153,7289	0,5852	-0,3740
410	0,1761	0,0129	89,3345	-155,0510	0,5856	-0,3750
420	0,1747	0,0134	85,1576	-149,8996	0,5772	-0,3709
430	0,1723	0,0153	72,3910	-131,1599	0,5499	-0,3549
440	0,1677	0,0192	54,0509	-104,0794	0,5050	-0,3290
450	0,1598	0,0259	35,5671	-76,7135	0,4499	-0,2977
460	0,1470	0,0380	19,0664	-51,7641	0,3857	-0,2619
470	0,1266	0,0660	5,2449	-28,7546	0,3077	-0,2171
480	0,0933	0,1409	-3,4037	-11,8813	0,2256	-0,1656
490	0,0464	0,3033	-6,7664	-3,7634	0,1665	-0,1219
500	0,0081	0,5454	-7,5614	-0,5174	0,1440	-0,0896
510	0,0140	0,7548	-7,3935	0,7128	0,1493	-0,0673
520	0,0748	0,8354	-6,7469	1,1616	0,1669	-0,0535
530	0,1559	0,8056	-5,8638	1,2621	0,1862	-0,0493
540	0,2310	0,7532	-4,9121	1,2797	0,2032	-0,0485
550	0,3030	0,6909	-3,8085	1,2543	0,2200	-0,0496
560	0,3741	0,6235	-2,4605	1,1993	0,2375	-0,0520
570	0,4448	0,5541	-0,7686	1,1198	0,2564	-0,0551

Die *Abbildung (1.40;A1)* zeigt die verwendete experimentelle Anordnung. Dem linken Auge wurde nur ein Infeld F_w und ein weißes Umfeld W , dem rechten Auge ein Infeld F_b und ein im allgemeinen buntes Umfeld B dargeboten. Über zwei im Strahlengang des linken Auges befindliche Spiegel erscheinen die beiden Infelder aneinander grenzend und die beiden Umfelder überlagert. Wir haben diese Sehsituation in *Abbildung (1.40;A2)* schematisch dargestellt.

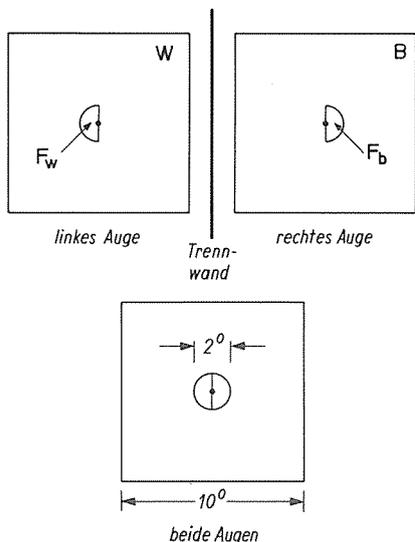


Abbildung (1.40;A2)
Sehsituation bei Farbumstimmungsexperimenten. Jedes Auge sieht eine Infeld-Umfeld-Anordnung. Die beiden Infelder F_w und F_b scheinen aneinander grenzend und die beiden getrennt als unbunt empfundene Umfelder W und B überlagert.

Im Grenzfall völliger Farbumstimmung, der bei stark bunten Umfeldern B nicht erreicht wird, adaptieren sich beide Augen getrennt an die zugehörigen Umfelder. Man empfindet beide Umfelder als gleich und unbunt. Infeldfarben von gleicher Farbvalenz sehen bei verschiedenen Umfeldern unter-

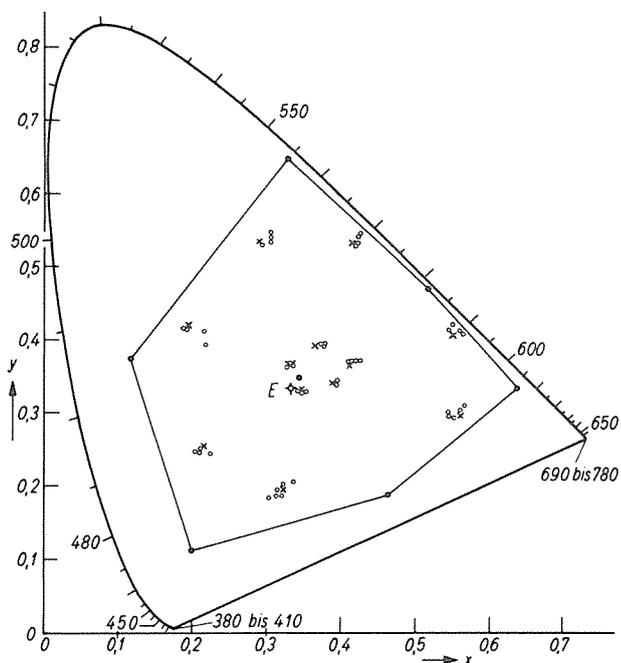


Abbildung (1.40;A3)
Farbörter der 7 bunten und unbunten Primärfarben (—o—). Haplokopische Nachstellungen (o) von 12 vorgegebenen Infeldfarben (x). Infeldleuchtdichten zwischen 70 cd/m^2 und 420 cd/m^2 . Umfeldleuchtdichte 300 cd/m^2 .

schiedlich aus. Der Beobachter änderte im allgemeinen die Infeldfarbe F_b im bunten Umfeld B , bis eine empfundene Gleichheit mit dem vorgegebenen Infeld erreicht wurde.

Die *Infeldfarben* erzeugten wir durch vorderseitige Projektion von Licht auf die halbkreisförmigen weißen Infeldflächen. Die Projektionsfarben entstanden durch eine additive 3-Filter-Farbmischung mit handelsüblichen Projektoren (LEITZ, PRADO) nach einem von A. Valberg [51] angegebenen Verfahren.

Die Filterrahmen in der Objektivenebene der Projektoren enthielten 7 Filter (6 bunte, ein unbuntes), die eine kontinuierliche Mischung aller Farben innerhalb eines Sechsecks der Primärvalenzen von *Abbildung (1.40;A3)* gestatteten.

Die Primärvalenzen und einige Mischfarben wurden spektralphotometrisch für jede neue Projektorlampe – und auch während ihrer Alterung mehrmals – mit dem Farbmeßgerät DMC 25 von ZEISS gemessen und die Apparatur neu kalibriert.

Der Filterrahmen konnte in horizontaler und vertikaler Richtung durch Gleichstrommotore bewegt werden. Bei weißem Umfeld änderten sich die Infeldfarben in ihrer farbtongleichen Wellenlänge bei horizontaler und in ihrer Sättigung bei vertikaler Bewegung. Durch geeichte Potentiometer konnten die Positionen des Filterrahmens, der zusätzlich eine vertikale Schablone für die Regulierung der Helligkeit enthielt, elektrisch gemessen, über einen A/D-Wandler digitalisiert und auf Lochstreifen gestanzt werden.

Aus der jeweiligen Position des Filterrahmens, beziehungsweise aus den ausgestanzten Digitalwerten berechneten wir die Normfarbwerte. Die durch mechanisches Spiel und begrenzte Auflösung der Potentiometer bedingte Ungenauigkeit der berechneten Meßwerte wurde gegenüber direkten Messungen mit dem DMC 25 zu $\Delta x = |0,006|$ und $\Delta y = |0,007|$ ermittelt. Diese Ungenauigkeit lag unter der visuellen Einstellungsgenauigkeit bei z.B. gleichen weißen Umfeldern.

Die *Abbildung (1.40;A3)* zeigt wiederholte Einstellungen bei gleichen weißen Umfeldern und bei Variation der Infeldleuchtdichte zwischen 70 cd/m^2 und 420 cd/m^2 bei einer Umfeldleuchtdichte von 300 cd/m^2 . Diese Gleichheitseinstellungen bei gleichen weißen Umfeldern stellten sicher, daß die Apparatur die Genauigkeitsbedingungen erfüllt und die Beobachter keine wesentlich unterschiedlichen Pigmentierungen in beiden Augen aufwiesen. Durch Verwendung gleicher Primärfilter in beiden Projektoren war außerdem die Metamerie der Infelder minimal.

Die *Umfeldfarben* erzeugten wir durch rückseitige Beleuchtung von Mattscheiben mit unbunten und bunten Leuchtstofflampen. Jede Leuchtstofflampe konnte in ihrer Leuchtdichte durch Phasenanschnittsteuerung einzeln geregelt werden. Ausgewählte Umfelder blieben in ihrer Farbart während einer Versuchsserie konstant. Die Leuchtdichte variierte bei allen Umfeldern nicht mehr als zwischen 100 cd/m^2 und 223 cd/m^2 .

Die Farbart der Umfelder wurde sowohl visuell mit gleich aussehenden Infeldfarben als auch mit einem OSRAM-Farbmeßgerät nach dem Dreibereichsverfahren gemessen. Die Unterschiede beider Verfahren betragen $\Delta x = |0,006|$ und $\Delta y = |0,007|$. Eine Ausnahme bildete das gesättigte grüne Umfeld G1 mit $\Delta y = |0,027|$.

Das gesättigte blaue Umfeld B1 lag außerhalb des durch die Projektorprimärvalenzen bestimmten Sechsecks. Seine Farbart wurde allein mit dem OSRAM-Farbmeßgerät bestimmt. Die *Tabelle (1.40;T1)* enthält die Leuchtdichte, die Farbart und die im folgenden benötigten Sättigungswerte nach der Gegenfarbentheorie für 8 bunte Umfelder B und das weiße Umfeld W .

Eine vorgegebene Infeldfarbe F_W mit der Bezeichnung $F_W:7:8$ ist eine blaugrüne Farbe unserer Farbtonbezeichnung 7 und der Sättigungsstufe 8. Ihr entsprechen nachgestellte Infeldfarben F_b mit der Bezeichnung $F_b:7:8$. Der Buchstabe b kennzeichnet die zugehörige Nachstellung, die wir soweit physikalisch und apparativ möglich für *alle Umfelder, alle Beobachter* und für *zwei* verschiedene vorgegebene Hellbezugswerte $Y_i(F_W)=30$ und $Y_i(F_W)=90$ experimentell ermittelt haben.

Den Umfeldern W und B ordneten wir die Hellbezugswerte $Y(W) = Y(B) = 100$ zu. Eine Vorgabefarbe mit dem Hellbezugswert $Y_i(F_W)=30$ im weißen Umfeld W mit $L(W)=223 \text{ cd/m}^2$ hat daher die Leuchtdichte $L(F_W)=0,3 \cdot 223 \text{ cd/m}^2 = 67 \text{ cd/m}^2$. Eine Nachstellung in einem Umfeld gleicher oder anderer Leuchtdichte $L(B)$ erfordert im allgemeinen nicht genau die Leuchtdichte $L(F_b)=0,3 \cdot L(B)$, sondern es entstehen systematische Abweichungen je nach Farbort von In- und Umfeldern sowie dem Leuchtdichteverhältnis der Umfeldern.

1.53 Ausgleich der Meßwerte

Die Messungen lieferten zu einer vorgegebenen Infeldfarbe F_W , zum Beispiel $F_W:7:8$: nicht nur 2 bis 4 nachgestellte Infeldfarben F_b , sondern eventuell noch weitere Meßwerte bei Wiederholungen an verschiedenen Tagen. Unser Ziel bestand darin, der Vorgabefarbe $F_W:7:8$ möglichst eine einzige nachgestellte Farbe $F_b:7:8$ zuzuordnen. Dieses Ziel wurde durch *regionale* Ausgleichsrechnung erreicht.

Eine Region definieren wir im Farbenraum als den Bereich, der den Meßpunkt $F_W:7:8$ und 14 weitere benachbarte Meßpunkte enthält, zum Beispiel $F_W:7:4$ $F_W:7:5$ $F_W:7:6$ $F_W:7:7$ $F_W:7:9$ $F_W:8:8$ $F_W:6:7$ jeweils zwei mal wiederholt. Aus den 2 bis 5 Nachstellungen bildeten wir vorab einen Mittelwert. Ein Meßpunkt ist daher der Mittelwert verschiedener Nachstellungen, Meßwerte an verschiedenen Tagen ergeben verschiedene Meßpunkte.

Die Ausgleichsrechnung bestand darin, für den Meßpunkt $F_W:7:8$ eine lineare Transformationsmatrix zu finden, die die Nachstellung $F_b:7:8$ zu berechnen gestattet. Diese lineare Transformationsmatrix wurde durch Ausgleichsrechnung im Farbenraum für den Meßpunkt zusammen mit 14 weiteren regionalen Meßwerten bestimmt. Es wurde also gefordert:

$$\sum_{i=1,15} [(\Delta X_i)^2 + (\Delta Y_i)^2 + (\Delta Z_i)^2] = \text{Min} \quad (1.53;1)$$

mit

$$\Delta X_i = X_i(F_W) - [N_{bw11} \cdot X_i(F_b) + N_{bw12} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw13} \cdot Z_i(F_b)]$$

$$\Delta Y_i = Y_i(F_W) - [N_{bw21} \cdot X_i(F_b) + N_{bw22} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw23} \cdot Z_i(F_b)]$$

$$\Delta Z_i = Z_i(F_W) - [N_{bw31} \cdot X_i(F_b) + N_{bw32} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw33} \cdot Z_i(F_b)] \quad (1.53;2)$$

Hierin sind die $X_i(F_W)$, $Y_i(F_W)$, $Z_i(F_W)$ die Normfarbwerte der Vorgabefarben im weißen Umfeld W und $X_i(F_b)$, $Y_i(F_b)$, $Z_i(F_b)$ die Normfarbwerte der Nachstellungen im bunten Umfeld B. Die neun Koeffizienten N_{bwij} mit $i=1,2,3$ und $j=1,2,3$ transformieren die Nachstellungen auf die Vorgabefarben. Die Kehrmatrix (N_{wbij}) dient zur regionalen Berechnung der Normfarbwerte von zum Beispiel $F_b:7:8$ aus $F_W:7:8$;

Zum Ausgleich der Meßwerte des Nachbarpunktes $F_W:7:7$ benutzen wir für die regionale Ausgleichsrechnung normalerweise andere Meßpunkte. Es könnten hier die Meßpunkte $F_W:7:4$ $F_W:7:5$ $F_W:7:6$ $F_W:7:8$ $F_W:8:7$ $F_W:6:6$ $F_W:6:7$ sein. Durch die veränderte Auswahl der Meßpunkte ergibt sich eine etwas andere Transformationsmatrix (N_{bwij}) , nämlich die zum Punkt $F_W:7:7$ gehörige.

Zu jeder physikalischen und apparativ bei einer vorgegebenen Umfeldkombination nachstellbaren Infeldfarbe F_W berechneten wir die entsprechenden Nachstellungen F_b durch regionale Ausgleichsrechnung. Die Auswahl der für die regionale Ausgleichsrechnung erforderlichen 14 Meßpunkte bestimmten wir durch Berechnung der Farbabstände zwischen *allen* Meßpunkten und den Vorgabefarben. Nach Sortierung dieser Farbabstände benutzen wir für die regionale Ausgleichsrechnung nur die Vorgabefarben mit den 14 kleinsten Farbabständen.

Die *Abbildungen (1.53;A1), (1.53;A2) und (1.53;A3)* zeigen die durch regionale Ausgleichsrechnung ermittelten Meßwerte bei verschiedenen Umfeldern, Hellbezugswerten und Beobachtern. Die vorgegebenen und nachgestellten Farben wurden jeweils nur bis zu den physikalisch und apparativ möglichen Einstellungsgrenzen angegeben, die von Umfeld zu Umfeld variieren.

Für die in den *Abbildungen (1.53;A1), (1.53;A2) und (1.53;A3)* einander entsprechenden Infeldfarben F_W und Infeldfarben F_b liegen die durch regionale Ausgleichsrechnung ermittelten Normfarbwerte $X_i(F_W)$, $Y_i(F_W)$, $Z_i(F_W)$ bei weißem Umfeld W und die Normfarbwerte $X_i(F_b)$, $Y_i(F_b)$, $Z_i(F_b)$ bei bunten Umfeldern B in Tabellenform vor. Diese Tabellen sind im Anhang für den Beobachter A.N., 2 Umfeldern B und für zwei Hellbezugswerte $Y_i(F_W)=30$ und $Y_i(F_W)=90$ angegeben. Für die Beobachter K.R. und W.B. liegen entsprechende Tabellen vor, die wir auf Wunsch zur Verfügung stellen. Im folgenden benutzen wir alle Tabellenwerte zur Beschreibung der Farbumstimmung und Entwicklung einer Farbumstimmungsformel.

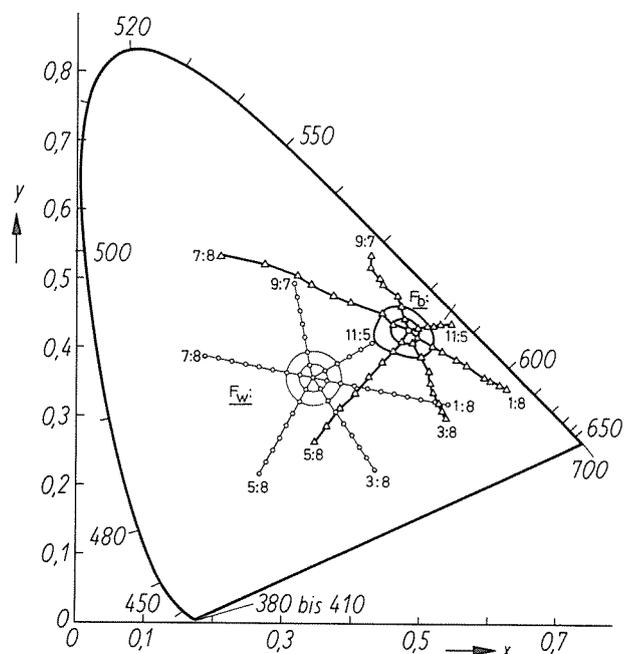


Abbildung (1.53;A1)
Vorgegebene Infeldfarben $F_W(o)$ und zugehörige ausgeglichene nachgestellte Infeldfarben $F_b(\Delta)$. Beobachter A.N., Hellbezugswerte $Y_i(F_W) = 30$, Umfeldkombination W und Y2

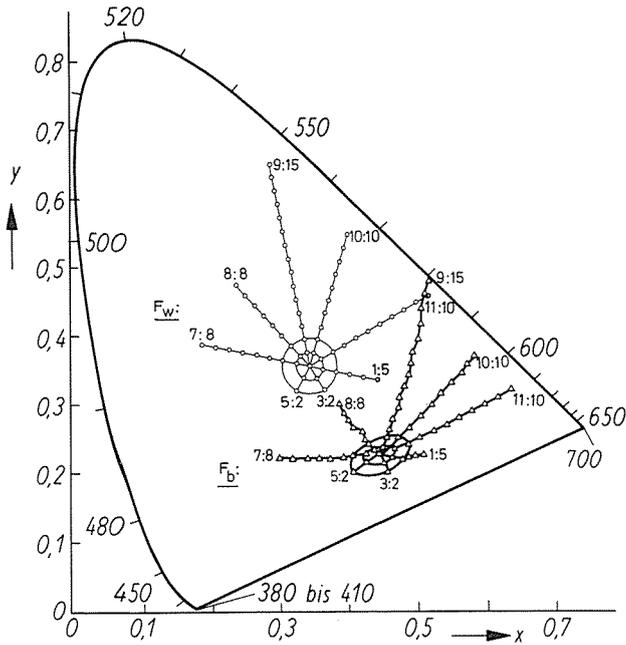


Abbildung (1.53;A2)
 Vorgegebene Infeldfarben $F_w(o)$ und zugehörige ausgeglichene nachgestellte Infeldfarben $F_b(\Delta)$. Beobachter A.N., Hellbezugswerte $Y_i(F_w) = 30$, Umfeldkombination W und P1

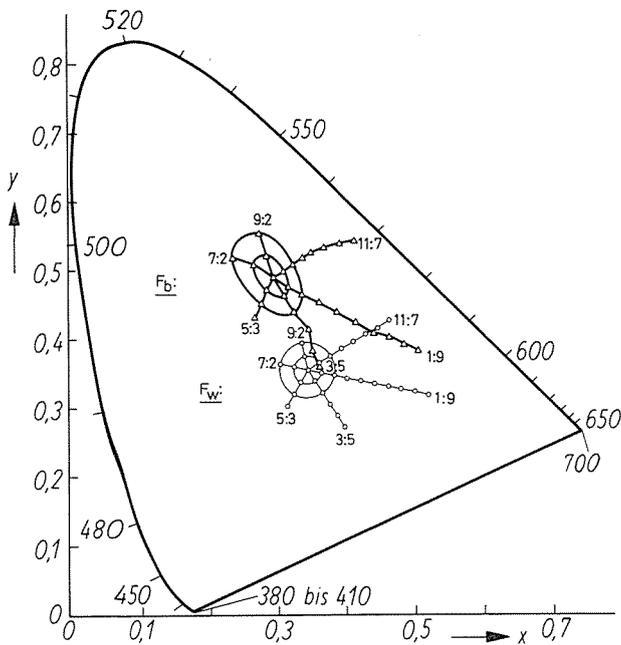


Abbildung (1.53;A3)
 Vorgegebene Infeldfarben $F_w(o)$ und zugehörige ausgeglichene nachgestellte Infeldfarben $F_b(\Delta)$. Beobachter W.B., Hellbezugswerte $Y_i(F_w) = 90$, Umfeldkombination W und G2

1.6 Beschreibung der Farbumstimmung durch die Gegenfarbentheorie

1.61 Bisherige Bunt- und Sättigungsspektralwerte für verschiedene Farbumstimmungen

Das in Abschnitt (1.30) entwickelte Gegenfarbensystem, welches früher in [36] ausführlich hergeleitet wurde, benutzt eine besondere Linearkombination der Spektralwerte mit Transformationskoeffizienten, die sich aus den bei unbuntem Umfeld der Normlichtart C gemessenen vier spektralen

gesättigten Urfarben ergeben. Die farbtongleichen Wellenlängen dieser spektralen Urfarben liegen im Sonderfall gleicher Helligkeit mit dem mittelgrauen Umfeld in der Nähe von

$$[\lambda(Y), \lambda(R), \lambda(B), \lambda(G)] = [574\text{nm}, -494\text{nm}, 475\text{nm}, 503\text{nm}] \quad (1.61;1)$$

Für jedes gemessene Urfarbquadrupel lassen sich die Transformationskoeffizienten zwischen den Normspektralwerten und den Buntspektralwerten *eindeutig* berechnen. Für das oben angegebene Urfarbquadrupel erhält man nach den Gleichungen (1.30;7) bis (1.30;8)

$$\begin{aligned} A_{ws}(\lambda_c) &= b_{11} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{12} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{13} \cdot \bar{z}(\lambda) \\ A_{rg}(\lambda_c) &= b_{21} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{22} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{23} \cdot \bar{z}(\lambda) \\ A_{yb}(\lambda_c) &= b_{31} \cdot \bar{x}(\lambda) + b_{32} \cdot \bar{y}(\lambda) + b_{33} \cdot \bar{z}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.61;2)$$

mit

$$(b_{ij}) = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 8,3432 & -7,4655 & -0,2689 \\ -0,4139 & 1,4571 & -2,4046 \end{vmatrix} \quad (1.61;3)$$

Die Unbuntspektralwerte $A_{ws}(\lambda_c)$ sind wie üblich mit der spektralen Hellempfindlichkeit $\bar{y}(\lambda)$ identisch.

Die Rot-Grün-Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda_c)$ und die Gelb-Blau-Buntspektralwerte $A_{yb}(\lambda_c)$ sind in der *Abbildung (1.61;A1)* als ausgezogene Kurven dargestellt. Die Nullstellen dieser Funktionen liegen an den Urfarben und sollen wie z.B. Urgelb mit $\lambda(Y) = 574\text{nm}$ die Qualität des Farbtons Urgelb als weder rötlich noch grünlich durch einen Vorzeichenwechsel der Rot-Grün-Buntspektralwerte anzeigen.

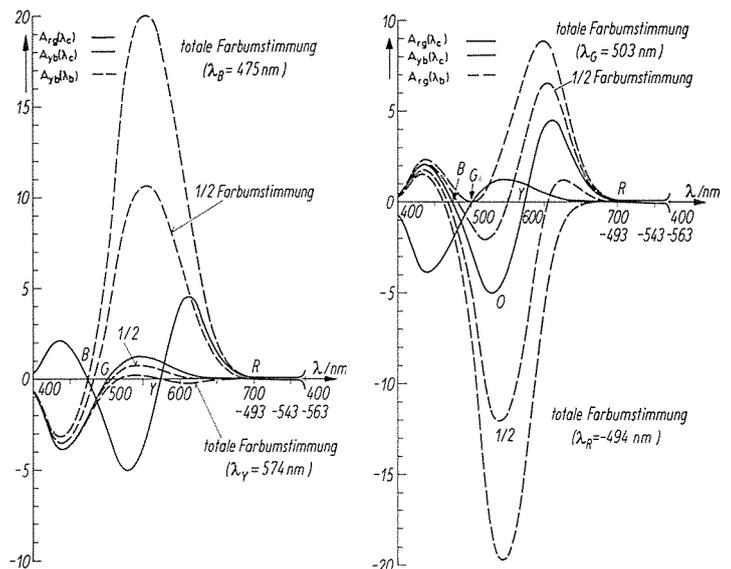


Abbildung (1.61;A1)
 Rot-Grün- bzw. Gelb-Blau-Spektralwerte $A_{rg}(\lambda_c)$ bzw. $A_{yb}(\lambda_c)$ von Infeldfarben λ_c in einem Umfeld der Normlichtart C (ausgezogene Kurve —) sowie bei teilweiser und völliger Farbumstimmung an verschiedene Umfeldern (unterbrochene Linie - -) entsprechend den Gleichungen (1.61;4) und (1.61;5)

Für verschiedene bunte Umfeldern B stellten wir die Änderung der Lage der Urfarben bei verschiedener Umstimmung mit den Umstimmungsgraden $0 < a_{rg} < 1$ und $0 < a_{yb} < 1$ durch folgende Gleichung in einer früheren Veröffentlichung [41] dar.

$$\begin{aligned}
 A_{ws}(\lambda_b) &= A_{ws}(\lambda_c) \\
 A_{rg}(\lambda_b) &= d_{rg}(B,C) \cdot A_{ws}(\lambda_c) + A_{rg}(\lambda_c) \\
 A_{yb}(\lambda_b) &= d_{yb}(B,C) \cdot A_{ws}(\lambda_c) + A_{yb}(\lambda_c) \quad (1.61;4)
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 d_{rg}(B,C) &= -a_{rg} \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] / [p_{rg}(\lambda_f(B)) - p_{rg}(C)] \cdot p_{rg}(\lambda_f(B)) \\
 d_{yb}(B,C) &= -a_{yb} \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] / [p_{yb}(\lambda_f(B)) - p_{yb}(C)] \cdot p_{yb}(\lambda_f(B)) \quad (1.61;5)
 \end{aligned}$$

Wir wollen diese Gleichung Farbumstimmungshypothese des Gegenfarbensystems Nr. 1 (GS1-Farbumstimmungsformel) nennen. Hierbei ist $\lambda_f(B)$ die farbtongleiche Wellenlänge des bunten Umfeldes B in bezug auf das unbunte Umfeld der Normlichtart C. Nach Gleichung (1.61;4) ändern sich die Buntspektralwerte bei Normlichtart C $A_{rg}(\lambda_c)$ und $A_{yb}(\lambda_c)$ nur um additive Beträge der spektralen Hellempfindlichkeit $A_{ws}(\lambda_c) = \bar{y}(\lambda)$ für alle Umfeldler. Diese Eigenschaft ist für verschiedene Umstimmungsgrade $a_{rg} = 0, 1/2$ und 1 sowie $a_{yb} = 0, 1/2$ und 1 in Abbildung (1.61;A1) dargestellt.

Die durch Gleichung (1.61;4) aus dem Studium der Lage der spektralen Urfarben bei verschiedener Farbumstimmung abgeleitete Farbumstimmungshypothese prüfen wir im folgenden an unseren experimentellen Umstimmungsdaten. Hierzu benutzen wir zusätzlich die Definition der Sättigungsspektralwerte $p_{rg}(\lambda_c)$ und $p_{yb}(\lambda_c)$ als Quotient der Buntspektralwerte $A_{rg}(\lambda_c)$ bzw. $A_{yb}(\lambda_c)$ und der Unbuntspektralwerte $A_{ws}(\lambda_c)$ (vergleiche Gleichung (1.30;11)). Es gilt

$$\begin{aligned}
 p_{rg}(\lambda_c) &= A_{rg}(\lambda_c) / A_{ws}(\lambda_c) \\
 p_{yb}(\lambda_c) &= A_{yb}(\lambda_c) / A_{ws}(\lambda_c) \quad (1.61;6)
 \end{aligned}$$

Aus Gleichung (1.61;4) folgt mit diesen Definitionen der Sättigungsspektralwerte wegen $A_{ws}(\lambda_c) = A_{ws}(\lambda_b)$

$$\begin{aligned}
 p_{rg}(\lambda_b) &= d_{rg}(B,C) + p_{rg}(\lambda_c) \\
 p_{yb}(\lambda_b) &= d_{yb}(B,C) + p_{yb}(\lambda_c) \quad (1.61;7)
 \end{aligned}$$

Diese Darstellung ist eine der GS1-Farbumstimmungsformel, Gleichung (1.61;4), äquivalente Darstellung unter Benutzung der Sättigungsspektralwerte. Wir vermuten daher für beliebige Farben F_b im bunten Umfeld B als Funktion von Farben F_w in weißem Umfeld W

$$\begin{aligned}
 p_{rg}(F_b) &= m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(B,W) \\
 p_{yb}(F_b) &= m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(B,W) \quad (1.61;8)
 \end{aligned}$$

Wir wollen diese Gleichung Farbumstimmungshypothese des Gegenfarbensystems Nr. 2 (GS2-Farbumstimmungsformel) nennen. Die Konstanten $m_{rg}(B,W)$ bzw. $m_{yb}(B,W)$, die nach der GS1-Formel gleich 1 sind, dürfen jetzt verschieden von 1 sein.

1.62 Neuer Zusammenhang zwischen den Sättigungswerten bei unbunten und bunten Umfeldern

In den Abbildungen (1.62;A1) und (1.62;A2) haben wir die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ bei den bunten Umfeldern Y2 und P1 als Funktion der Sättigungswerte $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_w)$ der Infelder F_w im weißen Umfeld W dargestellt.

Die Sättigungswerte $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_w)$ der Infeldfarben

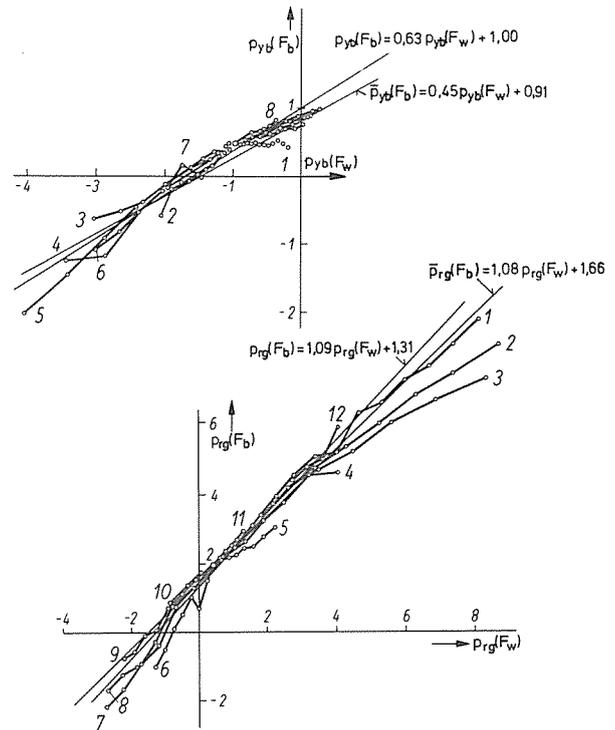


Abbildung (1.62;A1)
Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ als Funktion von $p_{rg}(F_w)$ und Sättigungswerte $p_{yb}(F_b)$ als Funktion von $p_{yb}(F_w)$. Alle 12 Farbtöne und alle Sättigungsstufen, Beobachter A.N., Hellbezugswert $Y_i(F_w) = 30$, Umfeldkombination W und B = Y2

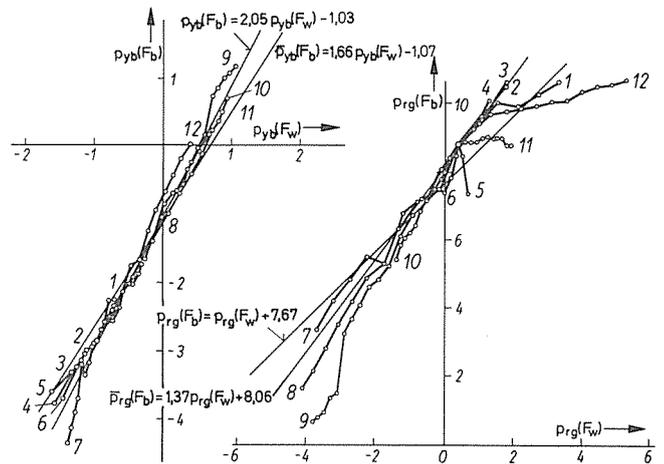


Abbildung (1.62;A2)
Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ als Funktion von $p_{rg}(F_w)$ und Sättigungswerte $p_{yb}(F_b)$ als Funktion von $p_{yb}(F_w)$. Alle 12 Farbtöne und alle Sättigungsstufen, Beobachter A.N., Hellbezugswert $Y_i(F_w) = 30$, Umfeldkombination W und B = P1

F_w in weißem Umfeld W sowie die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ in buntem Umfeld B lassen sich aus den Normfarbwertanteilen entsprechend Gleichung (1.30;13) berechnen. Es gilt

$$\begin{aligned}
 p_{rg}(F_w) &= [8,6120 \cdot x(F_w) - 7,1966 \cdot y(F_w) - 0,2688] / y(F_w) \\
 p_{yb}(F_w) &= [1,9907 \cdot x(F_w) + 3,8617 \cdot y(F_w) - 2,4046] / y(F_w) \quad (1.62;1)
 \end{aligned}$$

und

$$p_{rg}(F_b) = [8,6120 \cdot x(F_b) - 7,1966 \cdot y(F_b) - 0,2688] / y(F_b)$$

$$p_{yb}(F_b) = [1,9907 \cdot x(F_b) + 3,8617 \cdot y(F_b) - 2,4046] / y(F_b) \quad (1.62;2)$$

Die Abbildung (1.62;A1) zeigt zugehörige Meßwerte $p_{rg}(F_b)$ und $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ und $p_{yb}(F_w)$ für alle Farbtöne Nr. 1 bis 12 und alle Sättigungsstufen bei einem Hellbezugswert $Y_i(F_w)=30$ für den Beobachter A.N. und das weiße Umfeld W sowie das bunte Umfeld Y2 (vergleiche Tabelle (1.40; T1)). Die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Geraden haben für den Beobachter A.N. die Form

$$p_{rg}(F_b) = m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(B,W) = 1,09 \cdot p_{rg}(F_w) + 1,31$$

$$p_{yb}(F_b) = m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(B,W) = 0,63 \cdot p_{yb}(F_w) + 1,00 \quad (1.62;3)$$

Zum Vergleich sind die für 12 Farbtöne, alle Sättigungsstufen, drei Beobachter und zwei Hellbezugswerte $Y_i(F_w)=30$ und $Y_i(F_w)=90$ sich ergebenden mittleren Ausgleichsgeraden \bar{p}_{rg} und \bar{p}_{yb} nach Gleichung (1.62;6) eingetragen. Man berechnet nach dieser Gleichung

$$\bar{p}_{rg}(F_b) = 1,08 \cdot p_{rg}(F_w) + 1,66$$

$$\bar{p}_{yb}(F_b) = 0,45 \cdot p_{yb}(F_w) + 0,91 \quad (1.62;4)$$

Die Abbildung (1.62;A2) zeigt entsprechende Geraden und mittlere Geraden für den Hellbezugswert $Y_i(F_w)=30$, den Beobachter A.N. und die Umfeldkombination W und P1.

Bei allen 8 Umfeldern, bei den 3 Beobachtern und 2 Hellbezugswerten lassen sich alle Experimente angenähert durch Geraden beschreiben. Systematische Beobachterdifferenzen und Differenzen der Konstanten bei den 2 Hellbezugswerten sollen hier nicht im einzelnen diskutiert werden. Die Tabelle (1.62;T1) gibt einen Eindruck von diesen Unterschieden bei der Umfeldkombination W und Y2. Insbesondere die geringen systematischen Änderungen von $k_{rg}(B,W)$ und $k_{yb}(B,W)$ mit dem Hellbezugswert Y sind auffallend und müssen in einer verbesserten Theorie berücksichtigt werden.

Beobachter	Hellbezugswert $Y_i(F_w)$	$m_{rg}(B,W)$	$k_{rg}(B,W)$	$m_{yb}(B,W)$	$k_{yb}(B,W)$
A.N.	30	1,09	1,31	0,63	1,00
A.N.	90	1,05	1,45	0,56	0,80
W.B.	30	1,06	1,26	0,70	0,97
W.B.	90	1,05	1,85	0,82	0,87
K.R.	30	0,89	1,35	0,51	0,90
K.R.	90	0,81	1,43	0,50	0,80
ausgeglichenes Mittel 3 Beobachter Hellbezugswerte 30 u. 90		1,00	1,52	0,65	0,85
nach neuer Farbumstimmungsformel Gleichung (1.62;6)		1,08	1,66	0,45	0,91

Tabelle (1.62;T1)

Konstanten $m_{rg}(B,W)$, $k_{rg}(B,W)$, $m_{yb}(B,W)$ und $k_{yb}(B,W)$ für das Umfeld $B=Y2$, drei Beobachter und zwei Hellbezugswerte berechnet durch Ausgleichsrechnung mit einem Ansatz nach Gleichung (1.61;8) d.h.

$$p_{rg}(F_b) = m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(B,W) \quad (1.62;8)$$

$$p_{yb}(F_b) = m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(B,W)$$

In der Tabelle (1.62;T2) haben wir die über alle Beobachter und Hellbezugswerte gemittelten Konstanten $\bar{m}_{rg}(B,W)$ und $\bar{m}_{yb}(B,W)$ bzw. $\bar{k}_{rg}(B,W)$ und $\bar{k}_{yb}(B,W)$ getrennt für alle Umfeldfelder tabelliert. Wegen der nicht völligen Farbumstimmung an die bunten Umfeldfelder müssen wir die experimentellen Werte \bar{m}_{rg} , \bar{k}_{rg} , \bar{m}_{yb} und \bar{k}_{yb} mit Hilfe der experimentellen Umstimmungsgrade a_{rg} und a_{yb} etwas korrigieren und erhalten die entsprechenden Werte m_{rg} , m_{yb} , k_{rg} und k_{yb} für völlige Farbumstimmung. Die Umstimmungsgrade a_{rg} und a_{yb} und die Konstanten m_{rg} , k_{rg} , m_{yb} und k_{yb} sind ebenfalls in Tabelle (1.62;T2) angegeben.

Umfeld	\bar{m}_{rg}	\bar{k}_{rg}	\bar{m}_{yb}	\bar{k}_{yb}	a_{rg}	a_{yb}	m_{rg}	k_{rg}	m_{yb}	k_{yb}
Y1	1,06	1,84	0,33	1,21	0,96	0,99	1,06	1,91	0,32	1,24
Y2	1,00	1,52	0,65	0,85	0,84	0,83	1,00	1,82	0,57	1,03
Y3	1,03	0,98	0,79	0,66	0,66	1,02	1,05	1,48	0,80	0,65
R2	1,16	4,69	0,68	0,19	0,86	1,02	1,19	5,45	0,69	0,18
P1	1,90	7,53	1,85	-0,96	0,91	0,90	1,99	8,31	1,94	-1,06
B1	1,34	-1,84	2,27	-0,94	2,11	0,38	1,16	-0,87	4,30	-2,43
G1	1,24	-4,24	0,66	1,12	0,89	0,83	1,26	-4,66	0,62	1,26
G2	1,24	-3,25	0,79	0,73	0,98	0,95	1,25	-3,33	0,78	0,76

Tabelle (1.62;T2)

Konstanten \bar{m}_{rg} , \bar{k}_{rg} , \bar{m}_{yb} , \bar{k}_{yb} sowie m_{rg} , k_{rg} , m_{yb} , k_{yb} für teilweise bzw. völlige Farbumstimmung bei allen Umfeldern sowie Umstimmungsgrade a_{rg} und a_{yb} . Alle Daten sind Mittelwerte für drei Beobachter und zwei Hellbezugswerte, nämlich $Y_i(F_w)=30$ und $Y_i(F_w)=90$

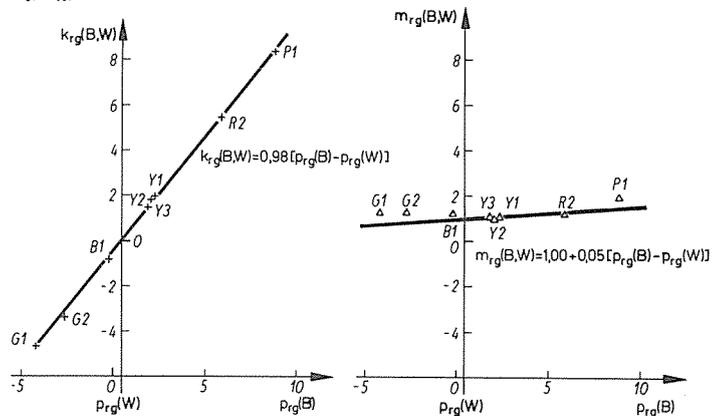


Abbildung (1.62;A3)

Zusammenhang zwischen den durch Ausgleichsrechnung für völlige Farbumstimmung ermittelten Transformationskoeffizienten $m_{rg}(B,W)$ bzw. $k_{rg}(B,W)$ der Sättigungswerte (vergl. Tabelle (1.62;T2)) und den Sättigungswerten $p_{rg}(B)$

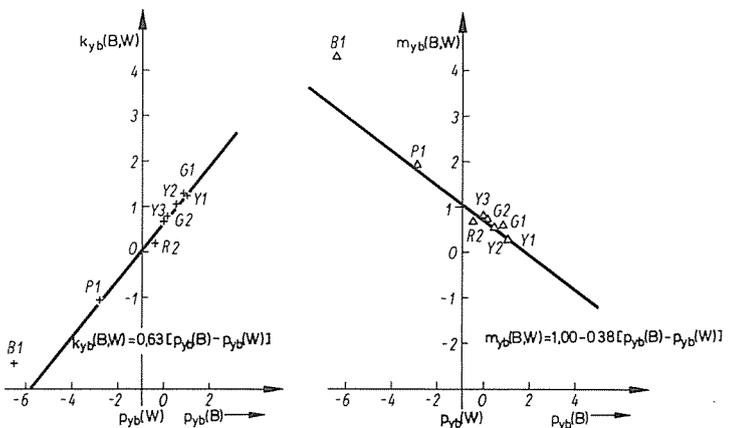


Abbildung (1.62;A4)

Zusammenhang zwischen den durch Ausgleichsrechnung für völlige Farbumstimmung ermittelten Transformationskoeffizienten $m_{yb}(B,W)$ bzw. $k_{yb}(B,W)$ der Sättigungswerte (vergl. Tabelle (1.62;T2)) und den Sättigungswerten $p_{yb}(B)$

In den *Abbildungen (1.62;A3)* und *(1.62;A4)* haben wir die Konstanten $m_{rg}(B,W)$, $k_{rg}(B,W)$ als Funktion von $p_{rg}(B)$ sowie $m_{yb}(B,W)$, $k_{yb}(B,W)$ als Funktion von $p_{yb}(B)$ dargestellt. Es gilt angenähert

$$\begin{aligned} m_{rg}(B,W) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \\ k_{rg}(B,W) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \\ m_{yb}(B,W) &= 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \\ k_{yb}(B,W) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \end{aligned} \quad (1.62;5)$$

Damit sind die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ in Gleichung (1.61;8) für *beliebige* Farbumstimmung bei einem bunten Umfeld B im Vergleich zu den Sättigungswerten $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_w)$ bei weißem Umfeld W berechnet. Es gilt

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_b) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] + \llbracket 1,00 + 0,05 \cdot \\ &\quad \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \rrbracket \cdot p_{rg}(F_w) \\ p_{yb}(F_b) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] + \llbracket 1,00 - 0,38 \cdot \\ &\quad \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \rrbracket \cdot p_{yb}(F_w) \end{aligned} \quad (1.62;6)$$

Entsprechend gilt für die Buntfarbwerte

$$\begin{aligned} A_{ws}(F_b) &= A_{ws}(F_w) \quad (1.62;7) \\ A_{rg}(F_b) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \cdot A_{ws}(F_w) + \\ &\quad + \llbracket 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \rrbracket \cdot A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_b) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \cdot A_{ws}(F_w) + \\ &\quad + \llbracket 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \rrbracket \cdot A_{yb}(F_w) \end{aligned}$$

Die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntfarbwerte $A_{rg}(F_w)$ bzw. $A_{yb}(F_w)$ ändern sich nach dieser Gleichung wie vorhergesagt [41] nur um Beträge der Unbuntfarbwerte $A_{ws}(F_w)$. Abweichend von unserer in [41] aufgestellten Farbumstimmungshypothese muß jedoch je nach Umfeld auch $A_{rg}(F_w)$ bzw. $A_{yb}(F_w)$ mit einem von 1 verschiedenen Faktor multipliziert werden. Die Konsequenzen dieses wichtigen Ergebnisses werden wir im folgenden diskutieren.

1.63 Umstimmungsgleichungen für ein Umfeld der Normlichtart C

Bei Gleichungen (1.62;6) beschreiben die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ für beliebige Infeldfarben bei bunten Umfeldern als Funktion der Sättigungswerte $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_w)$ im von uns verwendeten weißen Umfeld W (vergl. Tabelle (1.40;T1)).

Wir fragen jetzt nach den Sättigungswerten $p_{rg}(F_c)$ bzw. $p_{yb}(F_c)$ für ein Umfeld der Normlichtart C im Vergleich zu den Sättigungswerten $p_{rg}(F_w)$ bzw. $p_{yb}(F_w)$ beim Umfeld W. Es gilt nach Gleichung (1.62;6)

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_c) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(C) - p_{rg}(W)] + \llbracket 1,00 + 0,05 \cdot \\ &\quad \cdot [p_{rg}(C) - p_{rg}(W)] \rrbracket \cdot p_{rg}(F_w) \\ p_{yb}(F_c) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(C) - p_{yb}(W)] + \llbracket 1,00 - 0,38 \cdot \\ &\quad \cdot [p_{yb}(C) - p_{yb}(W)] \rrbracket \cdot p_{yb}(F_w) \end{aligned} \quad (1.63;1)$$

Einsetzen der Werte von Tabelle (1.40;T1) ergibt mit $[p_{rg}(C), p_{yb}(C)] = [0,40; -1,79]$ und $[p_{rg}(W), p_{yb}(W)] = [0,37; -0,95]$

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_c) &= 1,00 \cdot p_{rg}(F_w) + 0,03 \\ p_{yb}(F_c) &= 1,32 \cdot p_{yb}(F_w) - 0,53 \end{aligned} \quad (1.63;2)$$

Für die Umkehrung folgt

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_w) &= 1,00 \cdot p_{rg}(F_c) - 0,03 \\ p_{yb}(F_w) &= 0,76 \cdot p_{yb}(F_c) + 0,40 \end{aligned} \quad (1.63;3)$$

Diese Gleichungen erlauben es uns, die für das Umfeld der Lichtart W ermittelten Umstimmungsgleichungen auf Normlichtart C umzurechnen (Eine Korrektur auf Normlichtart D65 wird zunächst wegen des Vergleichs mit dem Munsell-Farbsystem in Teil 2 dieser Arbeit nicht angestrebt).

Wir fragen daher im folgenden nach den Sättigungswerten $p_{rg}(F_b)$ und $p_{yb}(F_b)$ als Funktion der Sättigungswerte $p_{rg}(F_c)$ und $p_{yb}(F_c)$. Nach den Gleichungen (1.62;5) und (1.62;6) gilt

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_b) &= m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(B,W) \quad (1.63;4) \\ p_{yb}(F_b) &= m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(B,W) \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} m_{rg}(B,W) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \\ k_{rg}(B,W) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \quad (1.63;5) \\ m_{yb}(B,W) &= 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \\ k_{yb}(B,W) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \end{aligned}$$

Mit den entsprechenden Abkürzungen

$$\begin{aligned} m_{rg}(C,W) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(C) - p_{rg}(W)] \\ k_{rg}(C,W) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(C) - p_{rg}(W)] \quad (1.63;6) \\ m_{yb}(C,W) &= 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(C) - p_{yb}(W)] \\ k_{yb}(C,W) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(C) - p_{yb}(W)] \end{aligned}$$

folgt aus Gleichung (1.63;1)

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_w) &= [p_{rg}(F_c) - k_{rg}(C,W)]/m_{rg}(C,W) \quad (1.63;7) \\ p_{yb}(F_w) &= [p_{yb}(F_c) - k_{yb}(C,W)]/m_{yb}(C,W) \end{aligned}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (1.63;4) folgt

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_b) &= m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_c)/m_{rg}(C,W) - m_{rg}(B,W) \cdot \\ &\quad \cdot k_{rg}(C,W)/m_{rg}(C,W) + k_{rg}(B,W) \\ p_{yb}(F_b) &= m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_c)/m_{yb}(C,W) - m_{yb}(B,W) \cdot \\ &\quad \cdot k_{yb}(C,W)/m_{yb}(C,W) + k_{yb}(B,W) \end{aligned} \quad (1.63;8)$$

Wir setzen

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,C) &= m_{rg}(B,W)/m_{rg}(C,W) \\ K_{rg}(B,C) &= k_{rg}(B,W) - m_{rg}(B,W) \cdot k_{rg}(C,W)/m_{rg}(C,W) \\ M_{yb}(B,C) &= m_{yb}(B,W)/m_{yb}(C,W) \quad (1.63;9) \\ K_{yb}(B,C) &= k_{yb}(B,W) - m_{yb}(B,W) \cdot k_{yb}(C,W)/m_{yb}(C,W) \end{aligned}$$

und erhalten aus Gleichung (1.63;8)

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_b) &= M_{rg}(B,C) \cdot p_{rg}(F_c) + K_{rg}(B,C) \quad (1.63;10) \\ p_{yb}(F_b) &= M_{yb}(B,C) \cdot p_{yb}(F_c) + K_{yb}(B,C) \end{aligned}$$

Wegen

$$k_{rg}(B,W) = k_{rg}(B,C) + k_{rg}(C,W) \quad (1.63;11)$$

$$m_{rg}(B,W) = m_{rg}(B,C) + m_{rg}(C,W) - 1,00$$

folgt für $M_{rg}(B,C)$, $K_{rg}(B,C)$, $M_{yb}(B,C)$ und $K_{yb}(B,C)$ durch Einsetzen in Gleichung (1.63;9)

$$M_{rg}(B,C) = \frac{m_{rg}(B,C)}{m_{rg}(C,W)} + \frac{[m_{rg}(C,W) - 1]}{m_{rg}(C,W)} \quad (1.63;12)$$

$$= \frac{[m_{rg}(B,C) - 1]}{m_{rg}(C,W)} + 1$$

$$K_{rg}(B,C) = k_{rg}(B,C) + k_{rg}(C,W) - [m_{rg}(B,C) + m_{rg}(C,W) - 1] \cdot k_{rg}(C,W)/m_{rg}(C,W)$$

$$= k_{rg}(B,C) + [1 - m_{rg}(B,C)] \cdot k_{rg}(C,W)/m_{rg}(C,W)$$

$$= k_{rg}(B,C) \cdot [1 - 0,05/0,98 \cdot k_{rg}(C,W)/m_{rg}(C,W)]$$

$$M_{yb}(B,C) = \frac{m_{yb}(B,C)}{m_{yb}(C,W)} + \frac{[m_{yb}(C,W) - 1]}{m_{yb}(C,W)} = \frac{[m_{yb}(B,C) - 1]}{m_{yb}(C,W)} + 1$$

$$K_{yb}(B,C) = k_{yb}(B,C) + k_{yb}(C,W) - [m_{yb}(B,C) + m_{yb}(C,W) - 1] \cdot k_{yb}(C,W)/m_{yb}(C,W) = k_{yb}(B,C) + [1 - m_{yb}(B,C)] \cdot k_{yb}(C,W)/m_{yb}(C,W)$$

$$= k_{yb}(B,C) \cdot [1 + 0,38/0,63 \cdot k_{yb}(C,W)/m_{yb}(C,W)]$$

Mit den Werten berechnet nach Gleichung (1.63;6)

$$[m_{rg}(C,W) ; k_{rg}(C,W) ; m_{yb}(C,W) ; k_{yb}(C,W)] = [1,00 ; 0,03 ; 1,32 ; -0,53] \quad (1.63;13)$$

erhalten wir durch Einsetzen in Gleichung (1.63;12)

$$M_{rg}(B,C) = 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]$$

$$K_{rg}(B,C) = 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \quad (1.63;14)$$

$$M_{yb}(B,C) = 1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]$$

$$K_{yb}(B,C) = 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]$$

Durch Einsetzen in Gleichung (1.63;10) erhalten wir für die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ im bunten Umfeld B aus den Sättigungswerten $p_{rg}(F_c)$ bzw. $p_{yb}(F_c)$ im weißen Umfeld der Normlichtart C die Gleichungen

$$p_{rg}(F_b) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot p_{rg}(F_c) + 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]$$

$$p_{yb}(F_b) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot p_{yb}(F_c) + 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.63;15)$$

1.64 Darstellung der Farbumstimmungsgleichungen

Wir haben die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ im bunten Umfeld B als Funktion der Sättigungswerte $p_{rg}(F_c)$ bzw. $p_{yb}(F_c)$ im weißen Umfeld der Normlichtart C in den *Abbildungen (1.64;A1) und (1.64;A2)* dargestellt. Parameter sind die Differenzen der Sättigungswerte $p_{rg}(B) - p_{rg}(C)$ bzw. $p_{yb}(B) - p_{yb}(C)$.

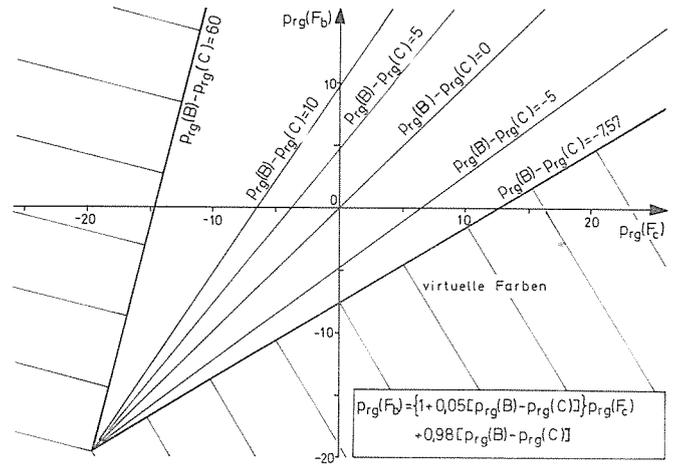


Abbildung (1.64;A1)
Rot-Grün-Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ der Infeldfarben F_b im bunten Umfeld B als Funktion der Rot-Grün-Sättigungswerte $p_{rg}(F_c)$ im unbunten Umfeld C. Parameter ist die Rot-Grün-Sättigungswertdifferenz $p_{rg}(B) - p_{rg}(C)$

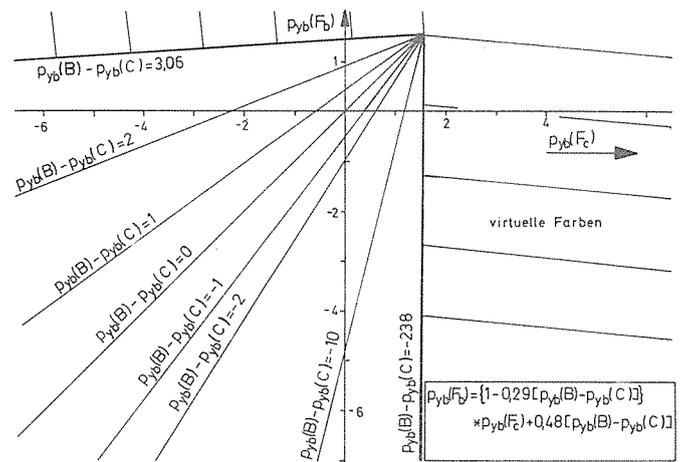


Abbildung (1.64;A2)
Gelb-Blau-Sättigungswerte $p_{yb}(F_b)$ der Infeldfarben F_b im bunten Umfeld B als Funktion der Gelb-Blau-Sättigungswerte $p_{yb}(F_c)$ im unbunten Umfeld C. Parameter ist die Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenz $p_{yb}(B) - p_{yb}(C)$

In den *Abbildungen (1.64;A3) und (1.64;A4)* haben wir die Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ im bunten Umfeld B als Funktion der Sättigungsdifferenzen $p_{rg}(B) - p_{rg}(C)$ bzw. $p_{yb}(B) - p_{yb}(C)$ der Umfelder B und C dargestellt. Parameter sind die Sättigungswerte $p_{rg}(F_c)$ bzw. $p_{yb}(F_c)$.

Die vier *Abbildungen (1.64;A1) bis (1.64;A4)* basieren auf den aus Experimenten ermittelten Gleichungen (1.63;15)

$$p_{rg}(F_b) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot p_{rg}(F_c) + 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]$$

$$p_{yb}(F_b) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot p_{yb}(F_c) + 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.64;1)$$

Die *Abbildungen (1.64;A1) bis (1.64;A2)* erlauben es, bei gegebener Sättigungswertdifferenz $p_{rg}(B) - p_{rg}(C)$ bzw. $p_{yb}(B) - p_{yb}(C)$ für jeden Sättigungswert $p_{rg}(F_c)$ bzw. $p_{yb}(F_c)$ den zugehörigen Sättigungswert $p_{rg}(F_b)$ bzw. $p_{yb}(F_b)$ abzulesen.

Wegen des linear und umkehrbar eindeutigen Zusammenhangs

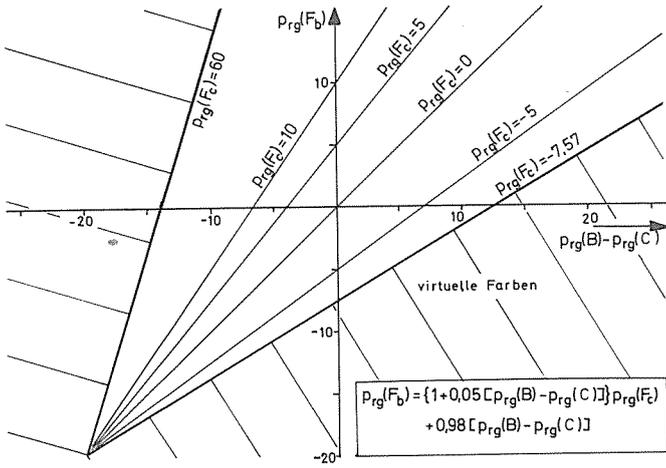


Abbildung (1.64;A3)
 Rot-Grün-Sättigungswerte $p_{rg}(F_b)$ der Infeldfarben F_b im bunten Umfeld B als Funktion der Rot-Grün-Sättigungswertdifferenz $p_{rg}(B) - p_{rg}(C)$. Parameter sind die Rot-Grün-Sättigungswerte $p_{rg}(F_c)$ im unbunten Umfeld C

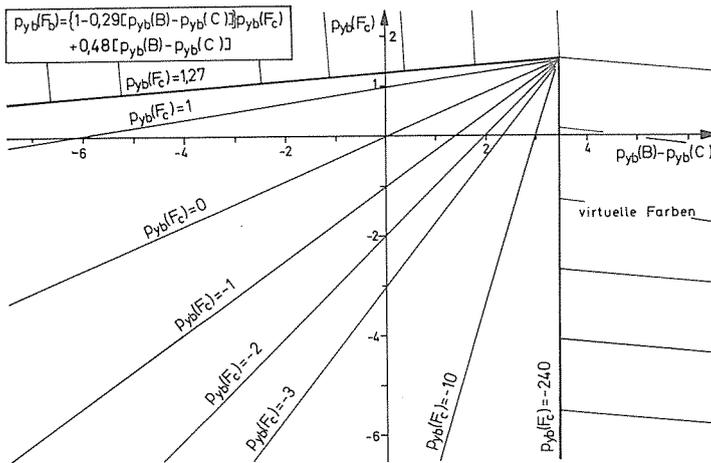


Abbildung (1.64;A4)
 Gelb-Blau-Sättigungswerte $p_{yb}(F_b)$ der Infeldfarben F_b im bunten Umfeld B als Funktion der Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenz $p_{yb}(B) - p_{yb}(C)$. Parameter sind die Gelb-Blau-Sättigungswerte $p_{yb}(F_c)$ im unbunten Umfeld C

zwischen den Normfarbwertanteilen x, y und Sättigungswerten p_{rg}, p_{yb} nach den Gleichungen (1.30;13) und (1.30;14) gilt

$$p_{rg}(F) = [8,6120 \cdot x(F) - 7,1966 \cdot y(F) - 0,2688] / y(F)$$

$$p_{yb}(F) = [1,9907 \cdot x(F) + 3,8617 \cdot y(F) - 2,4046] / y(F)$$

und die Umkehrung

$$y(F) = 1,0000 / [2,3587 - 0,4269 \cdot p_{yb}(F) + 0,0987 \cdot p_{rg}(F)]$$

$$x(F) = [0,9093 - 0,0133 \cdot p_{yb}(F) + 0,1192 \cdot p_{rg}(F)] \cdot y(F)$$

Mit diesen Gleichungen können einander entsprechende Normfarbwertanteile $x(F_b), y(F_b)$ bei gegebener Normfarbwertanteldifferenz $x(B) - x(C)$ bzw. $y(B) - y(C)$ aus den Normfarbwertanteilen $x(F_c)$ bzw. $y(F_c)$ berechnet werden.

Um die Abweichungen zwischen unseren Experimenten und

den Umstimmungsgleichungen (1.63;1) zu diskutieren, haben wir in *Abbildung (1.64;A5) bis (1.64;A6)* die im Umfeld W jeweils vorgegebenen Infeldfarben F_w und in 7 bunten Umfeldern nachgestellten Infeldfarben F_b sowohl in der Normfarbtabelle (x, y) als auch in der Farbarteitabelle (p', q') dargestellt. Die Farbörter der Spektralfarben und Farbörter der Infeldfarben ergeben sich in der Farbarteitabelle (p', q') entsprechend den bei *Abbildung (1.64;A6)* angegebenen Gleichungen.

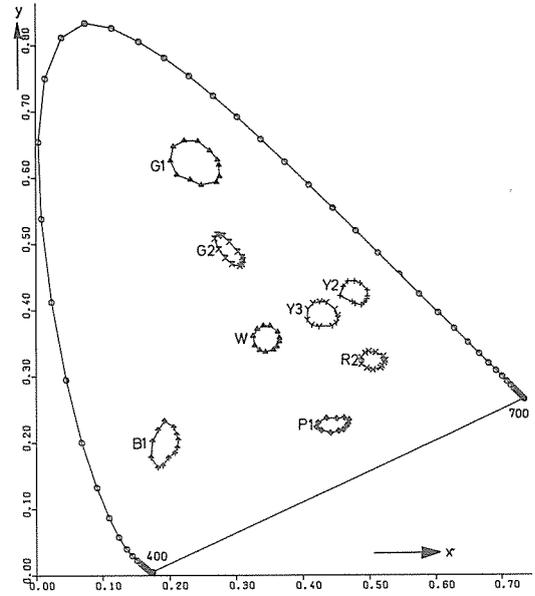


Abbildung (1.64;A5)
 Im Umfeld W vorgegebene Infeldfarben F_w und in 7 verschiedenen Umfeldern B nachgestellte Umfeldfarben F_b in der Normfarbtabelle (x, y), Beobachter A.N., Hellbezugswerte $Y_i(F_w) = 30$

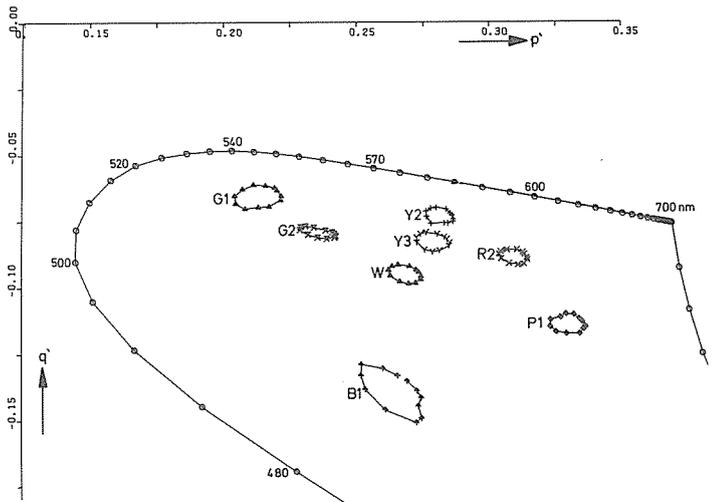


Abbildung (1.64;A6)
 Im Umfeld W vorgegebene Infeldfarben F_w und in 7 verschiedenen Umfeldern B nachgestellte Umfeldfarben F_b in der Farbarteitabelle (p', q'), Beobachter A.N., Hellbezugswerte $Y_i(F_w) = 30$. Einander entsprechende Farben liegen, insbesondere im Gelbbereich, auf annähernd gleich großen Ellipsen. Für die Sättigungszahlen p' und q' der Farbarteitabelle (p', q') gilt (vergl. Abschnitt (2.41)):

$$p' = 0,1269 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,8255 \cdot y - 0,2688) / y]^{1/3}$$

$$q' = -0,0696 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,2443 \cdot y + 2,4046) / y]^{1/3}$$

Gemäß den Umstimmungsgleichungen (1.63;1) für das Umfeld W haben wir weiter für die in Tabelle (1.40;T1) angegebenen 8 bunten Umfeldern die vorgegebenen und nachzustellenden Soll-Farbörter berechnet und in den *Abbildungen (1.64;*

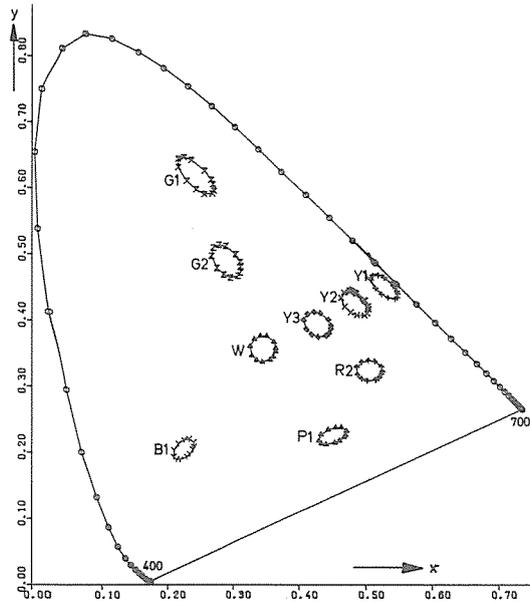


Abbildung (1.64;A7)
Im Umfeld W vorgegebene Infeldfarben F_w und in 8 verschiedenen Umfeldern B entsprechend Gleichung (1.63;1) nachzustellende Infeldfarben F_b in der Normfarbtafel (x,y). Berechnet für die experimentellen Umstimmungsgrade des Beobachters A.N.

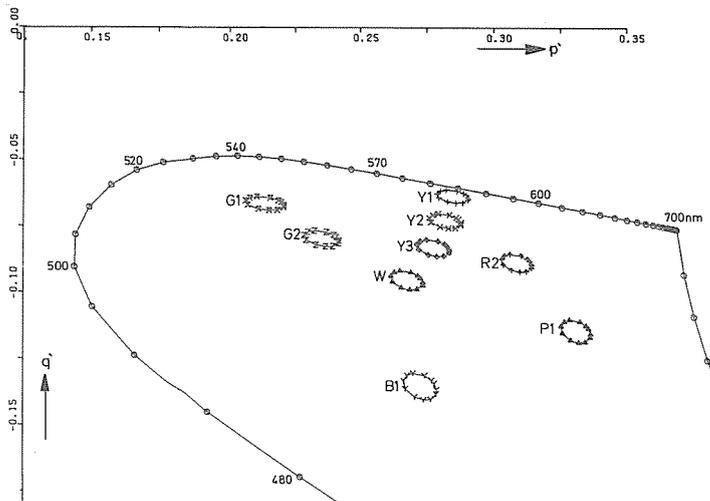


Abbildung (1.64;A8)
Im Umfeld W vorgegebene Infeldfarben F_w und in 8 verschiedenen Umfeldern B entsprechend Gleichung (1.63;1) nachzustellende Infeldfarben F_b in der Farbtafel (p',q'). Berechnet für die experimentellen Umstimmungsgrade des Beobachters A.N. Einander entsprechende Farben liegen, insbesondere im Gelbbereich, auf annähernd gleich großen Ellipsen. Für die Sättigungszahlen p' und q' der Farbtafel (p',q') gilt (vergl. Abschnitt (2.41)):

$$p' = 0,1269 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,8255 \cdot y - 0,2688) / y]^{1/3}$$

$$q' = -0,0696 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,2443 \cdot y + 2,4046) / y]^{1/3}$$

A7) und (1.64;A8) für völlige Farbumstimmung dargestellt. Die Abweichungen beim Umfeld Blau B1, die sich durch Vergleich der experimentellen und theoretischen Umstimmungsellipsen ergeben, sind hauptsächlich durch die nur teilweise Umstimmung an das blaue Umfeld B1 bedingt.

1.65 Überlegenheit der GS2L- gegenüber der CIE-Farbumstimmungsformel

Unsere Untersuchungen hatten unter anderem das Ziel, die von der CIE empfohlene Farbumstimmungsformel [5] zu

überprüfen. Diese basiert auf der von Kries-Hypothese und benutzt die von Judd [24] hergeleiteten Grundvalenzen. Es gilt bei völliger Farbumstimmung nach CIE für unsere experimentellen Umfelder B und W.

$$\begin{pmatrix} X(F_b) \\ Y(F_b) \\ Z(F_b) \end{pmatrix} = (N_{wbij}) \cdot \begin{pmatrix} X(F_w) \\ Y(F_w) \\ Z(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.65;1)$$

mit

$$(N_{wbij}) = \begin{pmatrix} K_d(B,W) & 2,954 \cdot (K_p - K_d) & 0,220 \cdot (K_t - K_d) \\ 0 & K_p(B,W) & 0 \\ 0 & 0 & K_t(B,W) \end{pmatrix} \quad (1.65;2)$$

wobei

$$K_d(B,W) = [-0,460 \cdot X(B) + 1,359 \cdot Y(B) + 0,101 \cdot Z(B)] / [-0,460 \cdot X(W) + 1,359 \cdot Y(W) + 0,101 \cdot Z(W)]$$

$$K_p(B,W) = Y(B) / Y(W)$$

$$K_t(B,W) = Z(B) / Z(W) \quad (1.65;3)$$

Hierin sind $X(F_w)$, $Y(F_w)$, $Z(F_w)$ die Normfarbwerte beim Umfeld W und $X(F_b)$, $Y(F_b)$, $Z(F_b)$ die Normfarbwerte beim Umfeld B. Bei teilweiser Farbumstimmung haben wir die effektiven Umfeldnormfarbwerte $X(B)$, $Y(B)$, $Z(B)$ benutzt, die wir aus den Umstimmungsgraden a_{rg} und a_{yb} berechneten.

Eine entsprechende Umstimmungsgleichung können wir für das Gegenfarbensystem herleiten. Dazu benötigen wir die Gleichungen (1.30;9) bis (1.30;10)

$$X(F_b) = a_{11} \cdot A_{ws}(F_b) + a_{12} \cdot A_{rg}(F_b) + a_{13} \cdot A_{yb}(F_b)$$

$$Y(F_b) = a_{21} \cdot A_{ws}(F_b) + a_{22} \cdot A_{rg}(F_b) + a_{23} \cdot A_{yb}(F_b)$$

$$Z(F_b) = a_{31} \cdot A_{ws}(F_b) + a_{32} \cdot A_{rg}(F_b) + a_{33} \cdot A_{yb}(F_b) \quad (1.65;4)$$

mit

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9093 & 0,1192 & -0,0133 \\ 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,4494 & -0,0205 & -0,4136 \end{pmatrix} \quad (1.65;5)$$

und die Gleichungen (1.30;7) bis (1.30;8)

$$A_{ws}(F_b) = b_{11} \cdot X(F_b) + b_{12} \cdot Y(F_b) + b_{13} \cdot Z(F_b)$$

$$A_{rg}(F_b) = b_{21} \cdot X(F_b) + b_{22} \cdot Y(F_b) + b_{23} \cdot Z(F_b)$$

$$A_{yb}(F_b) = b_{31} \cdot X(F_b) + b_{32} \cdot Y(F_b) + b_{33} \cdot Z(F_b) \quad (1.65;6)$$

mit

$$(b_{ij}) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 8,3432 & -7,4655 & -0,2689 \\ -0,4139 & 1,4571 & -2,4046 \end{pmatrix} \quad (1.65;7)$$

Mit den Transformationskoeffizienten a_{ij} der Gleichungen (1.65;4) erhält man aus (1.62;7) zusammen mit der Gleichung (1.65;6)

$$\begin{pmatrix} X(F_b) \\ Y(F_b) \\ Z(F_b) \end{pmatrix} = (N_{wbij}) \cdot \begin{pmatrix} X(F_w) \\ Y(F_w) \\ Z(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.65;8)$$

mit

$$(N_{wbij}) = (a_{ij}) \cdot \begin{vmatrix} 1,00 & 0,00 & 0,00 \\ k_{rg}(B,W) & m_{rg}(B,W) & 0,00 \\ k_{yb}(B,W) & 0,00 & m_{yb}(B,W) \end{vmatrix} \cdot (b_{ij}) \quad (1.65;9)$$

oder

$$(N_{wbij}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 1 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1,00 & 0,00 & 0,00 \\ k_{rg} & m_{rg} & 0,00 \\ k_{yb} & 0,00 & m_{yb} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \quad (1.65;10)$$

oder

$$(N_{wbij}) = \begin{vmatrix} a_{12} \cdot b_{21} \cdot m_{rg} & a_{11} + a_{12} \cdot k_{rg} + a_{13} \cdot k_{yb} \\ + a_{13} \cdot b_{31} \cdot m_{yb} & + a_{12} \cdot b_{22} \cdot m_{rg} + a_{13} \cdot b_{32} \cdot m_{yb} \\ 0 & 1 \\ a_{32} \cdot b_{21} \cdot m_{rg} & a_{31} + a_{32} \cdot k_{rg} + a_{33} \cdot k_{yb} \\ + a_{33} \cdot b_{31} \cdot m_{yb} & + a_{32} \cdot b_{22} \cdot m_{rg} + a_{33} \cdot b_{32} \cdot m_{yb} \\ a_{12} \cdot b_{23} \cdot m_{rg} \\ + a_{13} \cdot b_{33} \cdot m_{yb} \\ 0 \\ a_{32} \cdot b_{23} \cdot m_{rg} \\ + a_{33} \cdot b_{33} \cdot m_{yb} \end{vmatrix} \quad (1.65;11)$$

Die Matrix (b_{ij}) ist die Kehrmatrix der Matrix (a_{ij}) , d. h. es folgt aus Gleichung (1.65;9)

$$(N_{wbij}) = (a_{ij}) \cdot \begin{vmatrix} 1,00 & 0,00 & 0,00 \\ k_{rg}(B,W) & m_{rg}(B,W) & 0,00 \\ k_{yb}(B,W) & 0,00 & m_{yb}(B,W) \end{vmatrix} \cdot (a_{ij})^{-1} \quad (1.65;12)$$

Diese Formulierung der Farbumstimmung kann mit der von Kries-Hypothese (siehe [55]) verglichen werden. Nach der von Kries-Hypothese gilt

$$(N_{wbij}) = (c_{ij}) \cdot \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{vmatrix} \cdot (c_{ij})^{-1} \quad (1.65;13)$$

wobei (c_{ij}) die Matrix zur Bestimmung der Grundvalenzen und (d_{ij}) eine Diagonalmatrix darstellen.

Die Gleichungen (1.65;1) und (1.65;8) bezeichnen wir im folgenden als CIE- und GS2L-Umstimmungsgleichungen. Diese gelten für den Spezialfall bunter Umfelder B und des Umfeldes W.

Um die Güte der beiden Farbumstimmungsformeln nach CIE und unserer Gegenfarbentheorie (GS) zu vergleichen, haben wir beide Formeln an allen experimentellen Daten für alle Umfelder überprüft. An Hand der mittleren quadratischen Fehler im XYZ- und $U^* V^* W^*$ -Farbenraum ergibt sich insbesondere bei rötlichgelben, für die Farbwiedergabekennzeichnung wichtigen Umfeldern, eine deutliche Überlegenheit der GS2L- gegenüber der CIE-Farbumstimmungsformel.

Tabelle (1.65;T1) enthält für alle Umfelder die durch Ausgleichsrechnung über drei Beobachter und zwei Hellbezugswerte gemittelten optimalen Matrixkoeffizienten, die wir entsprechend den Gleichungen (1.53;1) und (1.53;2) berechneten. Wir benutzen für die Ausgleichsrechnung

$$\sum_{i=1,n} [(\Delta X_i)^2 + (\Delta Y_i)^2 + (\Delta Z_i)^2] = \text{Min} \quad (1.65;14)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta X_i &= X_i(F_w) - [N_{bw11} \cdot X_i(F_b) + \\ &\quad + N_{bw12} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw13} \cdot Z_i(F_b)] \\ \Delta Y_i &= Y_i(F_w) - [N_{bw21} \cdot X_i(F_b) + \\ &\quad + N_{bw22} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw23} \cdot Z_i(F_b)] \\ \Delta Z_i &= Z_i(F_w) - [N_{bw31} \cdot X_i(F_b) + \\ &\quad + N_{bw32} \cdot Y_i(F_b) + N_{bw33} \cdot Z_i(F_b)] \end{aligned} \quad (1.65;15)$$

Die Ausgleichsrechnung führten wir für mehrere hundert Meßpunkte n bei jedem Umfeld durch. Als mittleren Fehler $\bar{v}(X,Y,Z)$ definierten wir bei n Meßpunkten

$$\bar{v}(X,Y,Z) = 1/(n-1) \cdot \sum_{i=1,n} [(\Delta X_i)^2 + (\Delta Y_i)^2 + (\Delta Z_i)^2]^{1/2} \quad (1.65;16)$$

Umfeld	Formel	G_{wbij}								
		11	12	13	21	22	23	31	32	33
Y1	opt.	0,99	0,00	0,02	1,14	0,27	0,04	2,11	0,30	1,14
	CIE	1	0	0	0,92	0,02	-0,04	2,41	0,51	0,85
	GS2L	1	0	0	1,15	0,29	0	1,87	0	1
Y2	opt.	1,07	0,03	0,01	0,86	0,65	-0,01	1,71	0,33	1,03
	CIE	1	0	0	0,59	0,36	-0,03	1,75	0,33	0,89
	GS2L	1	0	0	0,75	0,54	0	1,41	0	1
Y3	opt.	1,08	0,06	0,00	0,70	0,82	-0,02	1,13	0,18	1,04
	CIE	1	0	0	0,43	0,53	-0,02	1,23	0,24	0,92
	GS2L	1	0	0	0,55	0,66	0	0,98	0	1
R2	opt.	1,03	0,08	0,04	0,17	0,65	-0,02	4,73	0,13	1,32
	CIE	1	0	0	0,15	0,63	0,00	4,89	0,05	0,71
	GS2L	1	0	0	0,31	0,81	0	4,72	0	1
P1	opt.	1,11	0,08	-0,01	-1,01	1,72	-0,05	7,63	0,26	1,78
	CIE	1	0	0	-1,06	1,68	0,05	7,19	-0,66	0,59
	GS2L	1	0	0	-1,07	1,66	0	7,67	0	1
B1	opt.	1,10	0,08	-0,01	-1,07	2,15	0,04	-2,41	-1,10	1,40
	CIE	1	0	0	-1,09	2,12	0,05	-1,84	-0,61	1,12
	GS2L	1	0	0	-1,35	1,83	0	-1,21	0	1
G1	opt.	0,92	0,03	-0,01	1,23	0,64	-0,05	-4,09	0,20	1,26
	CIE	1	0	0	0,91	0,31	-0,04	-3,74	0,55	1,21
	GS2L	1	0	0	0,98	0,40	0	-4,18	0	1
G2	opt.	0,93	0,02	0,04	0,77	0,72	-0,05	-2,27	0,76	1,10
	CIE	1	0	0	0,60	0,55	-0,03	-2,69	0,37	1,15
	GS2L	1	0	0	0,64	0,60	0	-2,96	0	1

Tabelle (1.65;T1)
Umstimmungsmatrix (G_{wbij}) ($i=1,2,3; j=1,2,3$) im Gegenfarbensystem für 8 verschiedene Umfelder B jeweils kombiniert mit dem Umfeld W. Die optimierte Matrix wurde durch Ausgleichsrechnung nach den Gleichungen (1.65;14) bis (1.65;15), die Matrix der CIE-Formel aus den Gleichungen (1.65;1) bis (1.65;3) und die Matrix der GS2L-Formel aus den Gleichungen (1.65;8) bis (1.65;10) berechnet.

Die zugehörigen Fehler $\bar{v}(U^* V^* W^*)$ im $U^* V^* W^*$ -Farbenraum wurden ebenfalls berechnet. Wir sahen wegen zu langer Rechenzeiten ab von einer Optimalisierung bei einer Minimumsbedingung entsprechend Gleichung (1.65;14) im $U^* V^* W^*$ -Farbenraum. Testrechnungen reduzierten die Fehler im $U^* V^* W^*$ -Farbenraum um ca. 20 % bei entsprechender Zunahme im XYZ-Farbenraum.

Umfeld	Formel	N_{wbij}								
		11	12	13	21	22	23	31	32	33
Y1	opt.	1,32	0,00	-0,13	0,22	0,80	-0,01	-0,06	-0,14	0,28
	CIE	0,83	0,51	-0,17	0	1	0	0	0	0,05
	GS2L	1,00	0,22	-0,02	0	1	0	-0,12	-0,09	0,29
Y2	opt.	1,05	0,29	-0,16	0,05	1,06	-0,06	-0,02	-0,18	0,64
	CIE	0,88	0,36	-0,11	0	1	0	0	0	0,38
	GS2L	0,99	0,17	-0,01	0	1	0	-0,08	-0,06	0,54
Y3	opt.	1,02	0,27	-0,18	-0,02	1,16	-0,14	0,01	-0,18	0,77
	CIE	0,91	0,26	-0,08	0	1	0	0	0	0,55
	GS2L	1,00	0,12	-0,01	0	1	0	-0,06	-0,04	0,66
R2	opt.	1,61	-0,14	-0,24	0,33	0,82	-0,20	0,10	-0,05	0,57
	CIE	0,71	0,85	-0,02	0	1	0	0	0	0,64
	GS2L	1,00	0,56	-0,01	0	1	0	-0,03	-0,11	0,81
P1	opt.	1,70	-0,50	-0,26	-0,08	1,27	-0,20	0,11	-0,08	1,63
	CIE	0,62	1,11	0,23	0	1	0	0	0	1,65
	GS2L	1,00	0,92	0,02	0	1	0	0,11	-0,11	1,66
B1	opt.	1,33	-0,56	0,16	-0,13	1,30	-0,20	-0,08	0,16	2,00
	CIE	1,15	-0,43	0,21	0	1	0	0	0	2,09
	GS2L	1,00	-0,14	0,03	0	1	0	0,14	0,08	1,83
G1	opt.	1,20	-0,69	-0,15	-0,06	1,00	-0,08	0,06	-0,34	0,61
	CIE	1,18	-0,54	-0,19	0	1	0	0	0	0,34
	GS2L	1,00	-0,50	-0,92	0	1	0	-0,10	0,05	0,40
G2	opt.	1,34	-0,53	-0,27	0,30	0,67	-0,05	0,24	-0,40	0,73
	CIE	1,13	-0,39	-0,12	0	1	0	0	0	0,57
	GS2L	1,00	-0,35	-0,01	0	1	0	-0,07	0,03	0,60

Tabelle (1.65;T2)

Umstimmungsmatrix (N_{wbij}) ($i=1,2,3; j=1,2,3$) im Normvalenzsystem für acht verschiedene Umfelder B jeweils kombiniert mit dem Umfeld W. Die optimalisierte Matrix wurde durch Ausgleichsrechnung nach den Gleichungen (1.65;14) bis (1.65;15), die Matrix der CIE-Formel aus den Gleichungen (1.65;1) bis (1.65;3) und die Matrix der GS2L-Formel aus den Gleichungen (1.65;8) bis (1.65;10) berechnet.

Die in den Tabellen (1.65;T1) bis (1.65;T2) angegebenen Matrizen zur Beschreibung der Farbumstimmung für die acht verwendeten Umfelder und Fehler basieren auf den folgenden Gleichungen. Für die Matrixkoeffizienten G_{wbij} im Gegenfarbensystem und die Matrixkoeffizienten N_{wbij} im Normvalenzsystem gelten

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = (G_{wbij}) \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.65;17)$$

Aus den Gleichungen (1.65;6) bis (1.65;7)

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = (b_{ij}) \cdot \begin{pmatrix} X(F_b) \\ Y(F_b) \\ Z(F_b) \end{pmatrix} \quad (1.65;18)$$

folgt mit (1.65;8)

Umfeld	Formel	Umstimmungsgrade			mittlerer Fehler		Abweichung	
		a_{yb}	a_{rg}	a_r	XYZ	U^*, V^*, W^*	XYZ	U^*, V^*, W^*
Y1	opt.	0,98	0,96	0,97	11,1	12,0		
	CIE	0,98	0,96	0,97	56,9	39,9	412 %	232 %
	GS2L	0,98	0,96	0,97	13,0	13,7	17 %	14 %
Y2	opt.	0,83	0,84	0,83	12,0	17,7		
	CIE	0,83	0,84	0,83	18,8	20,9	56 %	22 %
	GS2L	0,83	0,84	0,83	14,6	19,6	22 %	15 %
Y3	opt.	1,02	0,66	0,77	5,9	9,2		
	CIE	1,02	0,66	0,77	8,6	14,2	46 %	54 %
	GS2L	1,02	0,66	0,77	7,1	10,9	20 %	18 %
R2	opt.	1,02	0,86	0,86	12,5	15,6		
	CIE	1,02	0,86	0,86	18,7	34,3	50 %	119 %
	GS2L	1,02	0,86	0,86	15,6	18,4	25 %	18 %
P1	opt.	0,90	0,91	0,91	8,8	18,8		
	CIE	0,90	0,91	0,91	23,4	74,4	165 %	295 %
	GS2L	0,90	0,91	0,91	14,2	40,5	61 %	115 %
B1	opt.	0,39	2,11	0,44	19,1	20,2		
	CIE	0,39	2,11	0,44	20,3	24,9	6 %	23 %
	GS2L	0,39	2,11	0,44	21,3	34,5	12 %	71 %
G1	opt.	0,89	0,91	0,91	12,6	10,1		
	CIE	0,89	0,91	0,91	22,6	20,8	79 %	106 %
	GS2L	0,89	0,91	0,91	19,4	23,6	54 %	134 %
G2	opt.	0,95	0,98	0,97	14,4	25,1		
	CIE	0,95	0,98	0,97	18,6	25,7	29 %	2 %
	GS2L	0,95	0,98	0,97	20,7	26,3	44 %	5 %
mittlere Abweichung CIE							92 %	94 %
mittlere Abweichung GS2L							24 %	49 %

Tabelle (1.65;T3)

Rot-Grün- und Gelb-Blau- sowie Gesamt-Umstimmungsgrad a_{rg} , a_{yb} und a_r für acht verschiedene Umfelder B jeweils kombiniert mit dem Umfeld W. Mittlerer Fehler in Einheiten des XYZ-Farbenraumes und des U^*, V^*, W^* -Farbenraumes sowie prozentuale Abweichung der CIE- und GS2L-Farbumstimmungsformel gegenüber der durch Ausgleichsrechnung optimalisierten Matrix (Werte siehe Tabelle (1.65;T1) und (1.65;T2)) für acht verschiedene Umfelder jeweils kombiniert mit dem Umfeld W

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = (b_{ij}) \cdot (N_{wbij}) \cdot \begin{pmatrix} X(F_w) \\ Y(F_w) \\ Z(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.65;19)$$

und weiter mit (1.30;9)

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = (b_{ij}) \cdot (N_{wbij}) \cdot (a_{ij}) \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.65;20)$$

Durch Vergleich mit (1.65;17) erhalten wir für die Matrix (G_{wbij}) und ihren Zusammenhang mit (N_{wbij})

$$(G_{wbij}) = (b_{ij}) \cdot (N_{wbij}) \cdot (a_{ij}) \quad (1.65;21)$$

Für die Umkehrung folgt

$$(N_{wbij}) = (a_{ij}) \cdot (G_{wbij}) \cdot (b_{ij}) \quad (1.65;22)$$

Die Matrizen (b_{ij}) und (a_{ij}) sind nach den Gleichungen (1.30;8) und (1.30;10) bekannt. Die Matrizen (N_{wbij}) erge-

ben sich für die optimalisierte Matrix direkt durch Ausgleichsrechnung gemäß Gleichung (1.65;15). Für die CIE- und GS2L-Farbumstimmungsformel haben wir die Matrizen (N_{wbij}) entsprechend den Gleichungen (1.65;1) bis (1.65;3) bzw. den Gleichungen (1.65;8) bis (1.65;10) für alle Umfelder berechnet. Die Umrechnungen auf die Matrix (G_{wbij}) erfolgten mit Gleichung (1.65;21). Die Matrizen (G_{wbij}) sind in Tabelle (1.65;T1) und die Matrizen (N_{wbij}) in Tabelle (1.65;T2) angegeben.

Um einen Überblick über die Güte der Beschreibung der Experimente zu erhalten, haben wir die Fehler bei der Optimierung gleich 100 % gesetzt und die darüber hinausgehenden Abweichungen nach der CIE- und GS2L-Farbumstimmungsformel berechnet und in Tabelle (1.65;T3) angegeben.

Im XYZ-Farbenraum berechnet man als mittlere Abweichung nach der CIE-Formel 92 % und nach der GS2L-Formel 24 %. Entsprechend erhalten wir im $U^* V^* W^*$ -Farbenraum nach der CIE-Formel 94 % und nach der GS2L-Formel 49 % Abweichung. Da beide Formeln gleich viel Konstanten benutzen, scheint ein derartiger Vergleich möglich.

Wir erkennen, daß die GS2L-Farbumstimmungsformel der CIE-Formel deutlich in der Beschreibung unserer Experimente bei nahezu allen Umfeldern überlegen ist. Eine besonders große Verbesserung ergibt sich für die wichtigen Anwendungsfälle beim Übergang von Tageslicht zu Kunstlicht (Umfelder W, Y2, Y3) und umgekehrt.

Da nach hier nicht mitgeteilten Daten für diese Anwendungsfälle auch unsere frühere hypothetische Farbumstimmungsformel (Gleichungen (1.61;4) bis (1.61;5), siehe [41]) der CIE-Formel deutlich überlegen ist, wird erkennbar, warum schon die einfache GS1-Formel die Farbwiedergabe von Farbfilmen besser beschrieb als die CIE-Formel [41].

1.66 Farbumstimmungsgleichungen für beliebige Umfeldkombinationen

Wir haben die Farbumstimmungsgleichungen in Abschnitt (1.62) zunächst für die Umfeldkombinationen B und W angegeben. B und W waren die in unseren Experimenten verwendeten bunten Umfelder und ein spezielles weißes Umfeld. Es gilt für genau diese Umfeldkombinationen nach Gleichung (1.62;5) bis (1.62;7) für die Sättigungswerte

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_b) &= m_{rg}(B,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(B,W) \\ p_{yb}(F_b) &= m_{yb}(B,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(B,W) \end{aligned} \quad (1.66;1)$$

oder für die Weiß-Schwarz- und Buntfarbwerte

$$\begin{aligned} A_{ws}(F_b) &= A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_b) &= k_{rg}(B,W) \cdot A_{ws}(F_w) + m_{rg}(B,W) \cdot A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_b) &= k_{yb}(B,W) \cdot A_{ws}(F_w) + m_{yb}(B,W) \cdot A_{yb}(F_w) \end{aligned} \quad (1.66;2)$$

mit

$$\begin{aligned} m_{rg}(B,W) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \\ k_{rg}(B,W) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(W)] \\ m_{yb}(B,W) &= 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \\ k_{yb}(B,W) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(W)] \end{aligned} \quad (1.66;3)$$

Um nun die Umstimmungsgleichungen für ein *beliebiges* unbuntes Umfeld U, zum Beispiel Normlichtart C, D65 oder A, jeweils kombiniert mit einem bunten Umfeld B anzugeben, verwenden wir obige Gleichungen zunächst für ein Umfeld $B = U$. Dann gilt für die Sättigungswerte

$$\begin{aligned} p_{rg}(F_u) &= m_{rg}(U,W) \cdot p_{rg}(F_w) + k_{rg}(U,W) \\ p_{yb}(F_u) &= m_{yb}(U,W) \cdot p_{yb}(F_w) + k_{yb}(U,W) \end{aligned} \quad (1.66;4)$$

oder für die Weiß-Schwarz- und Buntfarbwerte

$$\begin{aligned} A_{ws}(F_u) &= A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_u) &= k_{rg}(U,W) \cdot A_{ws}(F_w) + m_{rg}(U,W) \cdot A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_u) &= k_{yb}(U,W) \cdot A_{ws}(F_w) + m_{yb}(U,W) \cdot A_{yb}(F_w) \end{aligned} \quad (1.66;5)$$

mit

$$\begin{aligned} m_{rg}(U,W) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(W)] \\ k_{rg}(U,W) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(W)] \\ m_{yb}(U,W) &= 1,00 - 0,38 \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(W)] \\ k_{yb}(U,W) &= 0,63 \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(W)] \end{aligned} \quad (1.66;6)$$

Wir schreiben die Gleichungen (1.66;2) und (1.66;5) in Matrizenform. Es gilt für die Weiß-Schwarz- und Buntfarbwerte im bunten Umfeld B

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k_{rg}(B,W) & m_{rg}(B,W) & 0 \\ k_{yb}(B,W) & 0 & m_{yb}(B,W) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.66;7)$$

und entsprechend für die Weiß-Schwarz- und Buntfarbwerte im unbunten Umfeld U

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_u) \\ A_{rg}(F_u) \\ A_{yb}(F_u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k_{rg}(U,W) & m_{rg}(U,W) & 0 \\ k_{yb}(U,W) & 0 & m_{yb}(U,W) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_w) \end{pmatrix} \quad (1.66;8)$$

Für die Umkehrung von Gleichung (1.66;8) erhält man

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_w) \\ A_{rg}(F_w) \\ A_{yb}(F_w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k_{rg}(U,W)/m_{rg}(U,W) & 1/m_{rg}(U,W) \\ -k_{yb}(U,W)/m_{yb}(U,W) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_u) \\ A_{rg}(F_u) \\ A_{yb}(F_u) \end{pmatrix} \quad (1.66;9)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (1.66;9) in (1.66;7) erhalten wir für die Weiß-Schwarz- und Buntfarbwerte im bunten Umfeld B

$$\begin{pmatrix} A_{ws}(F_b) \\ A_{rg}(F_b) \\ A_{yb}(F_b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ K_{rg}(B,U) & M_{rg}(B,U) & 0 \\ K_{yb}(B,U) & 0 & M_{yb}(B,U) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{ws}(F_u) \\ A_{rg}(F_u) \\ A_{yb}(F_u) \end{pmatrix} \quad (1.66;10a)$$

oder entsprechend für die Sättigungswerte im bunten Umfeld B

$$\begin{vmatrix} p_{rg}(F_b) \\ p_{yb}(F_b) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{rg}(B,U) & M_{rg}(B,U) \\ K_{yb}(B,U) & M_{yb}(B,U) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_{rg}(F_u) \\ p_{yb}(F_u) \end{vmatrix} \quad (1.66;10b)$$

Die Gleichungen (1.66;10a,b) in Farbwert- oder Sättigungswertform nennen wir GS2L-Farbumstimmungsgleichungen (L = lineare Form). Für die Transformationskoeffizienten gilt nach Gleichung (1.63;9)

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,U) &= m_{rg}(B,W)/m_{rg}(U,W) \\ K_{rg}(B,U) &= k_{rg}(B,W) - m_{rg}(B,W) \cdot k_{rg}(U,W)/m_{rg}(U,W) \\ M_{yb}(B,U) &= m_{yb}(B,W)/m_{yb}(U,W) \\ K_{yb}(B,U) &= k_{yb}(B,W) - m_{yb}(B,W) \cdot k_{yb}(U,W)/m_{yb}(U,W) \end{aligned} \quad (1.66;11)$$

Die in den Gleichungen (1.66;10a,b) vorkommende Matrix nennen wir Umstimmungsmatrix des Gegenfarbensystems (GS). Wir definieren

$$(G_{ubij}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ K_{rg}(B,U) & M_{rg}(B,U) & 0 \\ K_{yb}(B,U) & 0 & M_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \quad (1.66;12)$$

Entsprechend den Gleichungen (1.63;11) und (1.63;12) lassen sich die Gleichungen (1.66;11) umformen. Es gilt

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,U) &= [m_{rg}(B,U) - 1]/m_{rg}(U,W) + 1 \\ K_{rg}(B,U) &= k_{rg}(B,U) \cdot [1 - 0,05/0,98 \cdot k_{rg}(U,W) / m_{rg}(U,W)] \\ M_{yb}(B,U) &= [m_{yb}(B,U) - 1]/m_{yb}(U,W) + 1 \\ K_{yb}(B,U) &= k_{yb}(B,U) \cdot [1 + 0,38/0,63 \cdot k_{yb}(U,W) / m_{yb}(U,W)] \end{aligned} \quad (1.66;13)$$

Für ausgewählte Umfeldkombinationen bunter Umfelder B und unbunter Umfelder U erhalten wir:

1. Für B und Normlichtart C folgt durch Einsetzen in Gleichung (1.66;6)

$$[m_{rg}(C,W); k_{rg}(C,W); m_{yb}(C,W); k_{yb}(C,W)] = [1,00; 0,03; 1,32; -0,53] \quad (1.66;14)$$

und mit Gleichung (1.66;13) ergibt sich

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,C) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ K_{rg}(B,C) &= 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ M_{yb}(B,C) &= 1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \\ K_{yb}(B,C) &= 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \end{aligned} \quad (1.66;15)$$

2. Für B und Normlichtart D65 folgt durch Einsetzen in (1.66;6)

$$[m_{rg}(D65,W); k_{rg}(D65,W); m_{yb}(D65,W); k_{yb}(D65,W)] = [0,99; -0,20; 1,23; -0,38] \quad (1.66;16)$$

und mit Gleichung (1.66;13) ergibt sich

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,D65) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(D65)] \\ K_{rg}(B,D65) &= 0,97 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(D65)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{yb}(B,D65) &= 1,00 - 0,31 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(D65)] \\ K_{yb}(B,D65) &= 0,51 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(D65)] \end{aligned} \quad (1.66;17)$$

3. Für B und Normlichtart A folgt durch Einsetzen in Gleichung (1.66;6)

$$[m_{rg}(A,W); k_{rg}(A,W); m_{yb}(A,W); k_{yb}(A,W)] = [1,06; 1,21; 0,58; 0,69] \quad (1.66;18)$$

und mit Gleichung (1.66;13) ergibt sich

$$\begin{aligned} M_{rg}(B,A) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(A)] \\ K_{rg}(B,A) &= 0,92 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(A)] \\ M_{yb}(B,A) &= 1,00 - 0,66 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(A)] \\ K_{yb}(B,A) &= 1,08 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(A)] \end{aligned} \quad (1.66;19)$$

Gleichung (1.66;12) beschreibt die Umstimmungsmatrix (G_{ubij}) im Gegenfarbensystem (GS). Ist die Umstimmungsmatrix (N_{ubij}) im Normvalenzsystem (NS) gesucht, so gilt entsprechend Gleichung (1.65;8)

$$\begin{vmatrix} X(F_b) \\ Y(F_b) \\ Z(F_b) \end{vmatrix} = (N_{ubij}) \cdot \begin{vmatrix} X(F_u) \\ Y(F_u) \\ Z(F_u) \end{vmatrix} \quad (1.66;20)$$

mit analog den Gleichungen (1.65;11) und (1.65;12)

$$(N_{ubij}) = \begin{vmatrix} a_{12} \cdot b_{21} \cdot M_{rg}(B,U) & a_{11} + a_{12} \cdot K_{rg}(B,U) \\ + a_{13} \cdot b_{31} \cdot M_{yb}(B,U) & + a_{13} \cdot K_{yb}(B,U) \\ & + a_{12} \cdot b_{22} \cdot M_{rg}(B,U) \\ & + a_{13} \cdot b_{32} \cdot M_{yb}(B,U) \\ & 0 & 1 \\ a_{32} \cdot b_{21} \cdot M_{rg}(B,U) & a_{31} + a_{32} \cdot K_{rg}(B,U) \\ + a_{33} \cdot b_{31} \cdot M_{yb}(B,U) & + a_{33} \cdot K_{yb}(B,U) \\ & + a_{32} \cdot b_{22} \cdot M_{rg}(B,U) \\ & + a_{33} \cdot b_{33} \cdot M_{yb}(B,U) \\ a_{12} \cdot b_{23} \cdot M_{rg}(B,U) \\ + a_{13} \cdot b_{33} \cdot M_{yb}(B,U) \\ & 0 \\ a_{32} \cdot b_{23} \cdot M_{rg}(B,U) \\ + a_{33} \cdot b_{33} \cdot M_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \quad (1.66;21)$$

oder

$$(N_{ubij}) = (a_{ij}) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ K_{rg}(B,U) & M_{rg}(B,U) & 0 \\ K_{yb}(B,U) & 0 & M_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \cdot (a_{ij})^{-1} \quad (1.66;22)$$

Bei gegebenen Umfeldkombinationen B und U, zum Beispiel B und C oder B und D65 oder B und A ist die Matrix (N_{ubij}) aus den Gleichungen (1.66;15) oder (1.66;17) oder (1.66;19) eindeutig berechenbar. Die Umstimmungsmatrizen können daher sowohl im Gegenfarbensystem mit der Matrix (G_{ubij}) als auch im Normvalenzsystem mit der Matrix (N_{ubij}) für beliebige Umfeldkombinationen, zum Beispiel B=A und U=C

aus den Gleichungen (1.66;13) und (1.66;21) berechnet werden.

Beispiel: Für B=A und C=U gilt

$$(G_{caij}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1,1806 & 1,0602 & 0 \\ 0,9250 & 0 & 0,4421 \end{vmatrix} \quad (1.66;23)$$

und

$$(N_{caij}) = (a_{ij}) \cdot (G_{caij}) \cdot (a_{ij})^{-1} \quad (1.66;24)$$

oder

$$(N_{caij}) = \begin{vmatrix} 1,0568 & 0,0857 & -0,0198 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,1057 & -0,0615 & 0,4455 \end{vmatrix} \quad (1.66;25)$$

Man überzeugt sich leicht durch Einsetzen, daß für eine Infeldfarbe F_u mit dem Farbort der Normlichtart C angenähert eine Infeldfarbe F_b mit dem Farbort der Normlichtart A erhalten wird. Ganz geringe Abweichungen können auf die nur 2stellige Angabe der numerischen experimentellen Konstanten 0,05 und 0,98 für den Rot-Grün-Prozeß bzw. -0,38 und 0,63 für den Gelb-Blau-Prozeß der Umstimmungsgleichungen (1.66;3) zurückgeführt werden. Wir erhalten aus Gleichung (1.66;25) zum Beispiel für

$$[X(F_c), Y(F_c), Z(F_c)] = [X(C), Y(C), Z(C)] \\ = [98,07; 100,00; 118,22]$$

die Nachstellung

$$[X(F_a), Y(F_a), Z(F_a)] = [109,87; 100,00; 36,15]$$

Die Abweichung gegenüber den Normfarbwerten für Normlichtart A

$$[X(A), Y(A), Z(A)] = [109,85; 100,00; 35,58]$$

ist vernachlässigbar gering.

Eine exakte Übereinstimmung kann durch eine geringfügige numerische Anpassung der voneinander abhängigen numerischen Werte "0,05" und "0,98" bzw. "-0,38" und "0,63" in Gleichung (1.66;3) auf Grund von theoretischen Überlegungen erreicht werden.

1.67 Die lineare Differenzform der Farbumstimmungsgleichungen

Die in Abschnitt (1.63) ermittelten Farbumstimmungsgleichungen (1.63;14) bis (1.63;15) für eine Umfeldkombination von unbuntem Umfeld C und buntem Umfeld B bei völliger Farbumstimmung lauten

$$p_{rg}(F_b) = M_{rg}(B,C) \cdot p_{rg}(F_c) + K_{rg}(B,C) \\ p_{yb}(F_b) = M_{yb}(B,C) \cdot p_{yb}(F_c) + K_{yb}(B,C) \quad (1.67;1)$$

mit

$$M_{rg}(B,C) = 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ K_{rg}(B,C) = 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ M_{yb}(B,C) = 1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \\ K_{yb}(B,C) = 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.67;2)$$

Durch Einsetzen von (1.67;2) in (1.67;1) erhalten wir

$$p_{rg}(F_b) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot$$

$$\cdot p_{rg}(F_c) + 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ p_{yb}(F_b) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot \\ \cdot p_{yb}(F_c) + 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.67;3)$$

und durch Umformen

$$p_{rg}(F_b) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{rg}(F_c) - p_{rg}(C)] + \\ + [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot \\ \cdot p_{rg}(C) + 0,98 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ p_{yb}(F_b) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{yb}(F_c) - p_{yb}(C)] + \\ + [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot \\ \cdot p_{yb}(C) + 0,48 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.67;4)$$

Durch Einsetzen von $p_{rg}(C) = 0,3992$ und $p_{yb}(C) = -1,7907$ ergibt sich

$$p_{rg}(F_b) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{rg}(F_c) - p_{rg}(C)] + \\ + p_{rg}(C) + 0,02 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] + 0,98 \cdot \\ \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ p_{yb}(F_b) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{yb}(F_c) - p_{yb}(C)] + \\ + p_{yb}(C) + 0,52 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] + 0,48 \cdot \\ \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \quad (1.67;5)$$

oder

$$p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B) = [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{rg}(F_c) - p_{rg}(C)] \\ p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B) = [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]] \cdot \\ \cdot [p_{yb}(F_c) - p_{yb}(C)] \quad (1.67;6)$$

Wir wollen diese Gleichung GS2LD-Farbumstimmungsgleichung nennen. Es liegt hier die lineare Differenzform (LD) für beliebige Umfeld B und einem Umfeld von der Farbart der Normlichtart C vor.

Die Gleichungen (1.67;6) bilden eine weitere Formulierung der Farbumstimmungsgleichungen (1.67;1) bis (1.67;2) mit einer sehr anschaulichen Deutung:

In der Farbtabelle (p_{rg} , p_{yb}) werden die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenzen der Infeldfarben F_c und Umfeldfarben C bei beliebiger Farbumstimmung *proportional* den Sättigungswertdifferenzen der Umfeld B und C geändert. Die Proportionalitätsfaktoren "+0,05" und "-0,29" sind für den Rot-Grün- und Gelb-Blau-Mechanismus verschieden.

Die lineare Differenzform, (1.67;6) der Farbumstimmungsgleichungen können wir auch in Matrixform schreiben. Wir erhalten

$$\begin{vmatrix} p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B) \\ p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_{rg}(B,C) & 0 \\ 0 & d_{yb}(B,C) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_{rg}(F_c) - p_{rg}(C) \\ p_{yb}(F_c) - p_{yb}(C) \end{vmatrix} \quad (1.67;7)$$

mit

$$\begin{aligned} d_{rg}(B,C) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)] \\ d_{yb}(B,C) &= 1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)] \end{aligned} \quad (1.67;8)$$

Wir suchen im folgenden die lineare Differenzform der Umstimmungsgleichungen für ein *beliebiges* unbuntes Umfeld U, zum Beispiel Normlichtart C, D65 oder A, jeweils kombiniert mit einem bunten Umfeld B:

Entsprechend der in Abschnitt (1.66) ab Gleichung (1.66;4) angewendeten Methode ergibt sich die lineare Differenzform der Umstimmungsgleichungen für *beliebige* Umfeldkombinationen U und B

$$\begin{vmatrix} p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B) \\ p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B,U) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_{rg}(F_u) - p_{rg}(U) \\ p_{yb}(F_u) - p_{yb}(U) \end{vmatrix} \quad (1.67;9)$$

mit

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= d_{rg}(B,C)/d_{rg}(U,C) \\ D_{yb}(B,U) &= d_{yb}(B,C)/d_{yb}(U,C) \end{aligned} \quad (1.67;10)$$

Diese Gleichungen nennen wir GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen. Es liegt hier die lineare Differenzform (LD) für beliebige Umfeldkombinationen B und U vor.

Durch Einsetzen von (1.67;8) erhalten wir

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= \frac{[1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(C)]]}{[1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]]} \\ D_{yb}(B,U) &= \frac{[1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(C)]]}{[1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(C)]]} \end{aligned} \quad (1.67;11)$$

oder

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= \frac{[1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(U)] + 0,05 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]]}{[1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]]} \\ D_{yb}(B,U) &= \frac{[1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(U)] - 0,29 \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(C)]]}{[1,00 - 0,29 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]]} \end{aligned} \quad (1.67;12)$$

oder

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= 1,00 + 0,05 / [1,00 + 0,05 \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]] \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(U)] \\ D_{yb}(B,U) &= 1,00 - 0,29 / [1,00 - 0,29 \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(C)]] \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(U)] \end{aligned} \quad (1.67;13)$$

oder

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{rg}(U) \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(U)] \\ D_{yb}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{yb}(U) \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(U)] \end{aligned} \quad (1.67;14)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(C) &= 0,05 \\ \bar{u}_{yb}(C) &= -0,29 \end{aligned} \quad (1.67;15)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(U) &= \bar{u}_{rg}(C) / [1,00 + \bar{u}_{rg}(C) \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]] \\ \bar{u}_{yb}(U) &= \bar{u}_{yb}(C) / [1,00 + \bar{u}_{yb}(C) \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(C)]] \end{aligned} \quad (1.67;16)$$

Beispiel: Für eine Umfeldkombination bunter Umfeld B und dem unbunten Umfeld U=A ergibt sich nach Gleichung (1.67;9)

$$\begin{vmatrix} p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B) \\ p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B,A) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B,A) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_{rg}(F_a) - p_{rg}(A) \\ p_{yb}(F_a) - p_{yb}(A) \end{vmatrix} \quad (1.67;17)$$

mit

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,A) &= 1,00 + \bar{u}_{rg}(A) \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(A)] \\ D_{yb}(B,A) &= 1,00 + \bar{u}_{yb}(A) \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(A)] \end{aligned} \quad (1.67;18)$$

Es ergibt sich nach Gleichung (1.67;16)

$$\bar{u}_{rg}(A) = 0,05 \quad \bar{u}_{yb}(A) = -0,66 \quad (1.67;19)$$

Die hier entwickelte lineare Differenzform der Umstimmungsgleichungen für *beliebige* Umfeldkombinationen, Gleichung (1.67;9) bis (1.67;10), wird uns in den Abschnitten (3.11) und (3.13) weiter beschäftigen.

1.7 Erste Ergebnisse über Farbumstimmung als Funktion des Infeldbezugswertes $Y(F_w)$

Alle bisherigen Experimente von Teil 1 dieses Berichtes wurden bei den beiden Infeldhellbezugswerten $Y(F_w) = 30$ und $Y(F_w) = 90$ durchgeführt. Den weiß erscheinenden Umfeldern mit einer Leuchtdichte um $L(B) = L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$ ordneten wir den Hellbezugswert $Y(B) = Y(W) = 100$ zu (vergl. *Tabellen im Anhang*).

Einige spezielle Experimente wurden durchgeführt, um erste Anhaltspunkte über den Mechanismus der Farbumstimmung als Funktion der Infeldhellbezugswerte $Y(F_w)$ bzw. $Y(F_b)$ zu ermitteln. Während der Grad der binokularen Wechselwirkung der mit dem rechten und linken Auge gesehenen In- und Umfeldern bei Infeldhellbezugswerten $30 < Y(F_w), Y(F_b) < 100$ nach Abschnitt (1.80) zwischen 10 % für $Y(F_w) \cong 30$ und 3 % für $Y(F_w) \cong 100$ beträgt und relativ gering ist, so wird der Einfluß eines rechten hellen Umfeldes auf ein linkes dunkles Infeld bzw. eines linken hellen Umfeldes auf ein rechtes dunkles Infeld mit abnehmenden Infeldhellbezugswerten $Y(F_w)$ bzw. $Y(F_b)$ immer bedeutsamer.

Die Experimente zur Ermittlung der Farbumstimmung als Funktion der Infeldhellbezugswerte $Y(F_w)$ bzw. $Y(F_b)$ wurden mit der in Abschnitt (1.51) beschriebenen Methode und

der in Abbildung (1.40;A2) angegebenen Sehsituation durchgeführt.

Hellbezugswerte		Normfarbwertanteile		Sättigungswerte		Sättigungszahlen		Buntheitszahlen	
$Y(F_b)$	$Y(F_w)$	$x(F_w)$	$y(F_w)$	$p(F_w)$	$q(F_w)$	$p'(F_w)$	$q'(F_w)$	$P^*(F_w)$	$Q^*(F_w)$
15,17	13,85	0,2712	0,1809	4,228	-6,447	0,300	-0,140	38,83	-51,34
27,70	34,54	0,2994	0,2474	2,319	-3,448	0,284	-0,119	26,13	-37,88
48,21	47,18	0,3162	0,2876	1,337	-2,311	0,277	-0,110	16,42	-24,48
56,30	59,59	0,3183	0,2850	1,479	-2,353	0,278	-0,110	20,19	-27,22
107,70	105,14	0,3366	0,3259	0,087	-1,461	0,272	-0,101	11,55	-11,75
186,30	177,35	0,3611	0,3574	0,075	-0,855	0,271	-0,094	10,63	6,03

Tabelle (1.70;T1)

Vorgegebene Infeldfarben F_b der Farbart $x(F_b) = 0,5392$
 $y(F_b) = 0,4512$; $p'(F_b) = 0,287$ $q'(F_b) = -0,061$ im Um-
 feld B mit $x(B) = 0,5439$ $y(B) = 0,4550$; $p'(B) = 0,287$
 $q'(B) = -0,061$ und nachgestellte Infeldfarben F_w im Um-
 feld W mit $x(W) = 0,3406$ $y(W) = 0,3530$; $p'(W) = 0,267$
 $q'(W) = -0,096$ Umfeldleuchtdichten $L(B) = L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$;
 Beobachter A. N.; Die Daten dieser Tabelle sind Grundlage
 für die Abbildungen (1.70;A1) bis (1.70;A4)

In den in Tabelle (1.70;T1) angegebenen Ergebnissen des Beobachters A.N. wurden Infeldfarben F_b im sehr gesättigten gelben Umfeld $B=Y1$ mit gleicher Farbart wie das Umfeld vorgegeben und gleichaussehende Infeldfarben F_w im weißen Umfeld W nachgestellt. Die Abbildungen (1.70;A1) und (1.70;A2) zeigen die experimentellen Ergebnisse in der Normfarbtafel (x,y) und der Farbtafel (p',q'). Die Farbörter der Infeldfarben liegen angenähert auf einer Geraden und wandern von Gelbgrün nach Blaurot. Der Farbort des Umfeldes liegt angenähert auch auf dieser Geraden.

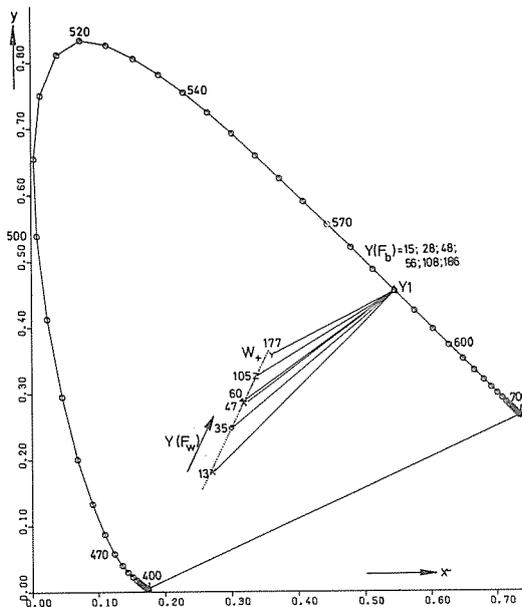


Abbildung (1.70;A1)

Im gelben Umfeld $B = Y1$ vorgegebene Infeldfarben F_b von gleicher Farbart wie das Umfeld B und im Umfeld W nachgestellte Infeldfarben F_w . Umfeldleuchtdichten $L(Y1) = L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$, Beobachter A.N., Parameter Infeldhellbezugswerte mit $13 < Y(F_w), Y(F_b) < 186$. Darstellung der Farbörter der gleichaussehenden Infeldfarben sowie der Umfeldern Y1 und W in der Normfarbtafel (x,y)

Die Sättigungszahlen p' und q' lassen sich als Funktion der Infeldhellbezugswerte $Y(F_w) \cong Y(F_b)$ beschreiben. Die Abbildungen (1.70;A3) und (1.70;A4) zeigen, daß für die Kombination der Umfeldern Y1 und W einfache Gesetzmäßigkeiten zu bestehen scheinen. Es gilt für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Sättigungszahlen

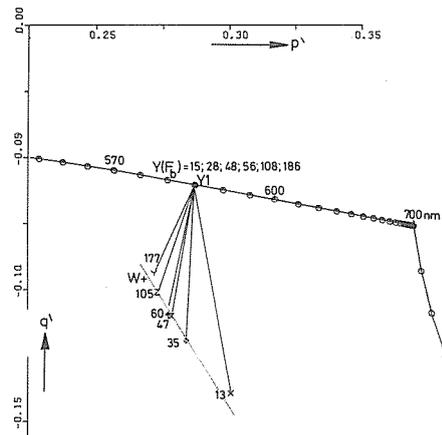


Abbildung (1.70;A2)

Im gelben Umfeld $B = Y1$ vorgegebene Infeldfarben F_b von gleicher Farbart wie das Umfeld B und im Umfeld W nachgestellte Infeldfarben F_w . Umfeldleuchtdichten $L(Y1) = L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$, Beobachter A.N., Parameter Infeldhellbezugswerte mit $13 < Y(F_w), Y(F_b) < 186$. Darstellung der Farbörter der gleichaussehenden Infeldfarben sowie der Umfeldern Y1 und W in der Farbtafel (p',q'). Für die Sättigungszahlen p' und q' der Farbtafel (p',q') gilt (vergl. Abschnitt (2.41)):

$$p' = 0,1269 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,8255 \cdot y - 0,2688) / y]^{1/3}$$

$$q' = -0,0696 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,2443 \cdot y + 2,4046) / y]^{1/3}$$

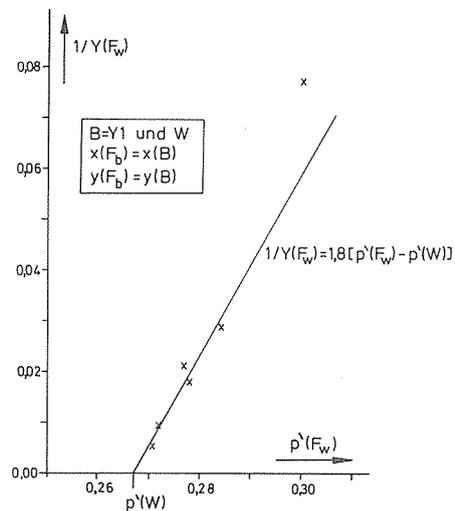


Abbildung (1.70;A3)

Hellbezugswerte $Y(F_w)$ der in Tabelle (1.70;T1) angegebenen und in den Abbildungen (1.70;A1) und (1.70;A2) dargestellten haploskopischen Gleichheitseinstellungen in den Umfeldern Y1 und W als Funktion der Sättigungszahlen $p'(F_w)$. Die Definition der Sättigungszahlen p' kann aus dem Text von Abbildung (1.70;A2) entnommen werden

$$1,8 \cdot [p'(F_w) - p'(W)] \cdot Y(F_w) = 1 \quad (1.70;1)$$

$$-1,5 \cdot [q'(F_w) - q'(W)] \cdot Y(F_w) = 1 \quad (1.70;2)$$

Man muß streng darauf achten, daß dieses Ergebnis die binokulare Wechselwirkung bei unseren haploskopischen Gleichheitseinstellungen beinhaltet. Will man den "reinen" Umstimmungsmechanismus ermitteln, so muß man diese Ergebnisse um die binokulare Wechselwirkung korrigieren, deren Eigenschaften wir zum Teil im nächsten Abschnitt ermitteln werden.

Uns ist bisher unbekannt, ob für andere Umfeldkombinationen ähnlich einfache Beziehungen wie die Gleichungen (1.70;1) und (1.70;2) bestehen.

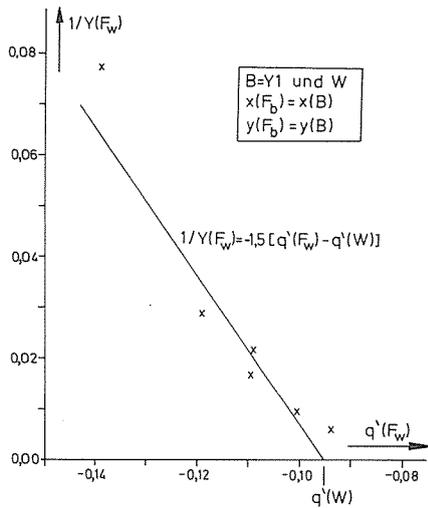


Abbildung (1.70;A4)

Hellbezugswerte $Y(F_W)$ der in Tabelle (1.70;T1) angegebenen und in den Abbildungen (1.70;A1) und (1.70;A2) dargestellten haploskopischen Gleichheitseinstellungen in den Umfeldern Y1 und W als Funktion der Sättigungszahlen $q'(F_W)$. Die Definition der Sättigungszahlen q' kann aus dem Text von Abbildung (1.70;A2) entnommen werden

1.8 Binokulare Wechselwirkungen in der haploskopischen Versuchstechnik

Die Abbildungen (1.70;A1) und (1.70;A2) zeigten eine Verschiebung der Farbörter der im Umfeld W nachgestellten Farben als Funktion der Infeldhellbezugswerte $Y(F_W) \cong Y(F_B)$. Diese Verschiebung wird durch die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (1.67;9) nicht beschrieben, und ihre Gültigkeit wird zunächst in Frage gestellt. Betrachtet man die stets erwähnte Einschränkung $30 < Y(F_W) < 100$, so erscheint der Fehler der GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen zwar geringer, jedoch noch immer beachtlich.

Ebenso wird durch die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (1.67;9) nicht beschrieben, daß die Farbörter der Infeldfarben F_W für $Y(F_W) \cong 100$ zwischen den Farbörtern der Umfeldern Y1 und W liegen, und zwar nur bis auf etwa 5 % an W heran.

Es entsteht die Frage, ob und in welcher Weise diese experimentellen Ergebnisse unserer haploskopischen Gleichheitseinstellungen beeinflusst werden durch binokulare Wechselwirkung der rechten und linken Umfeldern auf die Infelder der jeweils anderen Seite.

Zur Klärung dieser Frage haben wir mit dem linken Auge als unbunt empfundene Infeldfarben F_W als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_W)$ im Umfeld W mit der Leuchtdichte $L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$ eingestellt, nachdem das rechte Auge sich zunächst mindestens vier Minuten an ein weißes Umfeld W ($L(W) = 223 \text{ cd/m}^2$) bzw. schwarzes Umfeld S ($L(S) = 0,1 \text{ cd/m}^2$) eingestimmt hatte. Die Versuchsanordnung ist in Abbildung (1.80;A1) dargestellt.

Die Einstellung von Unbunt im Infeld links ergab relativ geringe Unterschiede, meist innerhalb der Einstellunsicherheiten beim Wechsel des Umfeldes rechts von Weiß W nach Schwarz S. Wir waren daher berechtigt, einen "mittleren" Farbort und ein "mittleres" Moment von unbunten Farben links bei den unbunten Umfeldern W und S rechts zu definieren. Mit abnehmendem Infeldhellbezugswert $Y(F_W)$ zeigte sich eine Tendenz zur Verschiebung des Farbortes von Grün

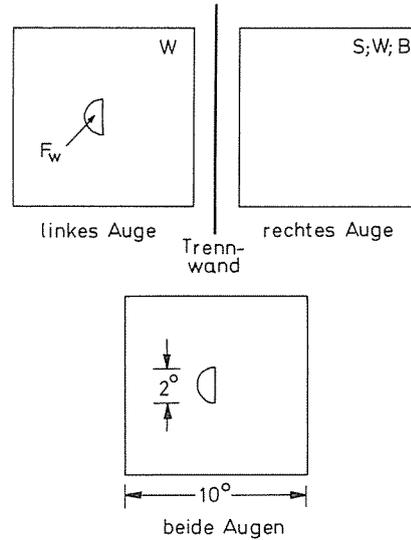


Abbildung (1.80;A1)

Sehsituation in Farbumstimmungsexperimenten zur Messung der binokularen Wechselwirkung. Das linke Auge sieht stets eine auf empfindungsgemäß unbunt einzustellende Infeldfarbe F_W im Umfeld W. Das rechte Auge sieht ein einheitliches Umfeld. Entweder sieht es unbunte Umfeldern schwarz S bzw. Weiß W oder bunte Umfeldern $B = Y1, Y2, P1, B1, G1$

nach Rot, das heißt als unbunt empfundene Infeldfarben ändern ihren Farbort als Funktion ihres Hellbezugswertes $Y(F_W)$. Diese Eigenschaft wird in den Abschnitten (2.51) und (2.52) bei der Beschreibung des empfindungsgemäßen Farbtons und der Buntheit von besonderer Bedeutung sein.

In einer zweiten Stufe haben wir dann die zunächst unbunten Umfeldern rechts (W oder S) nacheinander durch bunte Umfeldern $B = Y1, Y2, P1, B1$ und $G1$ rechts ersetzt und uns jeweils mindestens vier Minuten an diese adaptiert. Die Daten für alle hier verwendeten Umfeldern sind in den Tabellen (1.80;T1) und (1.80;T2) angegeben.

Bezeichnung Umfeld	Leuchtdichte L/cd/m ²	Normfarbwertanteile		Sättigungswerte		Sättigungszahlen	
		x(B)	y(B)	p(B)	q(B)	p'(B)	q'(B)
Purpur P1	100 – 155	0,450	0,225	8,832	-2,844	0,3316	-0,1145
Gelb 1 Y1	223	0,545	0,455	2,528	0,961	0,2868	-0,0605
Gelb 2 Y2	200	0,488	0,425	2,059	0,490	0,2829	-0,0724
Grün 1 G1	223	0,240	0,650	-4,430	0,897	0,2351	-0,0624
Blau 1 B1	223	0,186	0,194	-0,326	-6,625	0,2677	-0,1405

Bezeichnung Umfeld	Leuchtdichte L/cd/m ²	Normfarbwertanteile		Sättigungswerte		Sättigungszahlen	
		x(W)	y(W)	p(W)	q(W)	p'(W)	q'(W)
Weiß W	223	0,345	0,357	0,373	-0,950	0,2677	-0,0953

Tabelle (1.80;T1)

Bezeichnung, Leuchtdichte, Normfarbwertanteile, Sättigungswerte und Sättigungszahlen der in den Abbildungen (1.80;A2) bis (1.80;A4) dargestellten Experimente über binokulare Wechselwirkung

Die Abbildungen (1.80;A2) und (1.80;A3) zeigen, daß sich der radiale Buntmomentwert $M_r(F_W, W)$ mit

$$M_r(F_W, W) = \left[[p_{rg}(F_W) - p_{rg}(W)]^2 + [p_{yb}(F_W) - p_{yb}(W)]^2 \right]^{1/2} \cdot Y(F_W) \quad (1.80;1)$$

der als unbunt empfundenen Farben links ändert, wenn das Umfeld B rechts bunt ist.

Bezeichnung	Buntmomentwerte der Umfelder B relativ zu W			Umfeldkombination	Buntmomentwertänderung für $Y(F_w) = 50$	
	$M_{rg}(B,W)$	$M_{yb}(B,W)$	$M_r(B,W)$		$\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$	% von $M_r(B,W)$
Purpur P1	844	-186	864	P1; S oder W	7	1 %
Gelb 1 Y1	215	189	286	Y1; S oder W	8	3 %
Gelb 2 Y2	146	146	207	Y2; S oder W	4	2 %
Grün 1 G1	-489	190	524	G1; S oder W	21	4 %
Blau 1 B1	-73	-544	550	B1; S oder W	27	5 %
Weiß W	0	0	0	W; W	0	0 %
Schwarz S	0	0	0	S; W	0	0 %

Tabelle (1.80;T2)

Buntmomentwerte und Buntmomentwertänderung der in den Abbildungen (1.80;A2) bis (1.80;A4) dargestellten Experimente über binokulare Wechselwirkung. Die Buntmomentwertänderung wurde relativ zu einem experimentellen Mittelwert M der beiden Umfelder S oder W ermittelt. Sie beträgt nur wenige Prozent des Buntmomentwertes der Umfelder B, das heißt die binokulare Wechselwirkung ist gering

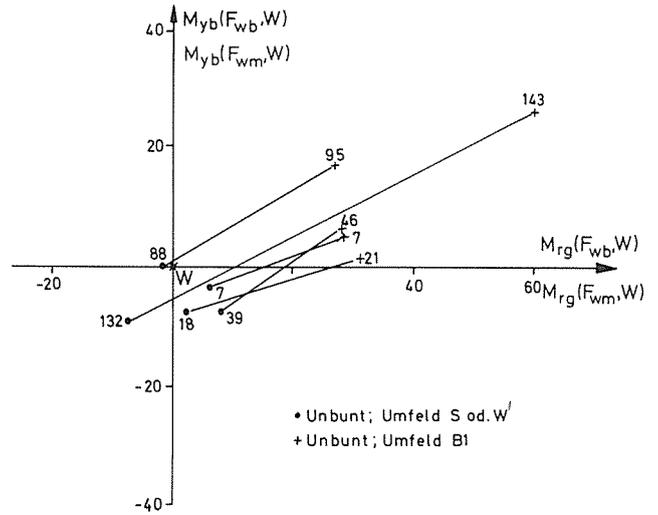


Abbildung (1.80;A3)

Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ im Buntmomentwertdiagramm zwischen den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wb} bei buntem Umfeld B rechts und den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wm} bei unbuntem Umfeld M (S oder W) rechts. Die Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ ist eine Funktion der Hellbezugswerte $Y(F_w)$. Sie ist für $10 < Y(F_w) < 100$ nahezu konstant und nimmt für $Y(F_w) > 100$ rasch zu. Die Infeldfarben verschieben sich im Buntmomentwertdiagramm (M_{rg}, M_{yb}) im Sonderfall blaues Umfeld B1 mehr in Richtung Rot als die „Kompensativregel“ voraussagt

Der Index wb soll andeuten, daß wir als unbunt empfundene Infeldfarben links beim bunten Umfeld B rechts ermittelten, und der Index wm soll beschreiben, daß wir als unbunt empfundene Infeldfarben links bei „mittlerem“ unbuntem Umfeld M (S oder W) rechts einstellten.

In Abbildung (1.80;A4) sind die Buntmomentwertänderun-

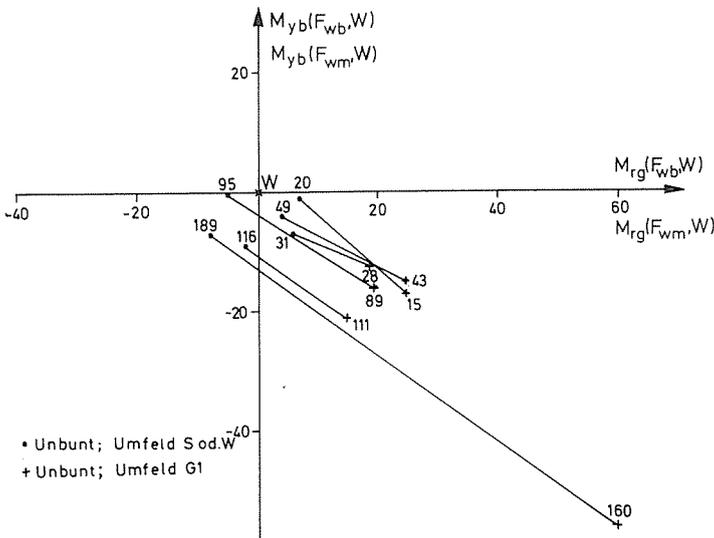


Abbildung (1.80;A2)

Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ im Buntmomentwertdiagramm zwischen den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wb} bei unbuntem Umfeld B rechts und den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wm} bei unbuntem Umfeld M (S oder W) rechts. Die Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ ist eine Funktion der Hellbezugswerte $Y(F_w)$. Sie ist für $10 < Y(F_w) < 100$ nahezu konstant und nimmt für $Y(F_w) > 100$ rasch zu. Die Infeldfarben verschieben sich im Buntmomentwertdiagramm (M_{rg}, M_{yb}) in Richtung der zum Umfeld G1 kompensativen Farben

Die Buntmomentwerte der als unbunt empfundenen Infeldfarben F_w verschieben sich näherungsweise in Richtung Kompensativfarbe im Vergleich zu den Umfeldern B. Diese Aussage wird beim Umfeld G1 besonders deutlich (vergl. Abbildung (1.80;A2)) und ist auch bei den Umfeldern Y1, Y2 und P1 näherungsweise erfüllt. Beim Umfeld B1 verschiebt sich der Buntmomentwert mehr in Richtung Rot, als die „Kompensativregel“ erwarten läßt (vergl. Abbildung (1.80;A3)).

Wir haben die Buntmomentwertänderung ΔM_r der als unbunt empfundenen Farben F_w im Umfeld W zwischen buntem Umfeld B rechts und „mittlerem“ unbuntem Umfeld rechts (S oder W) berechnet. Wir definierten

$$\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm}) = \left[[p_{rg}(F_{wb}) - p_{rg}(F_{wm})]^2 + [p_{yb}(F_{wb}) - p_{yb}(F_{wm})]^2 \right]^{1/2} \cdot Y(F_w) \quad (1.80;2)$$

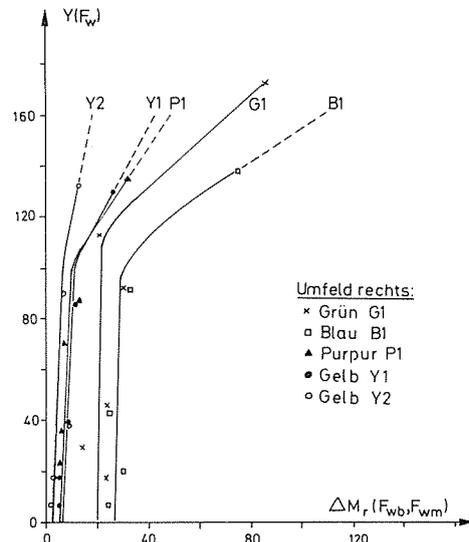


Abbildung (1.80;A4)

Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ im Hellbezugswert-Buntmomentwertdiagramm zwischen den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wb} bei buntem Umfeld B rechts und den als unbunt empfundenen Infeldfarben F_{wm} bei unbuntem Umfeld M (S oder W) rechts. Die Daten für die Umfelder G1 und B1 sind aus den Abbildungen (1.80;A2) und (1.80;A3) entnommen. Die Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ ist für $10 < Y(F_w) < 100$ angenähert konstant. Die Buntmomentwerte werden näherungsweise um eine Buntschwelle $\Delta M_r = 10$ geändert (vergl. Abbildung (2.57;A7) und (2.57;A8) sowie Abschnitt (2.57))

gen $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ für den Beobachter A. N. als Funktion des Infeldhellbezugswertes $Y(F_w)$ dargestellt. Für alle Infeldhellbezugswerte $Y(F_w) < 100$ scheint die Buntmomentwertänderung der Infeldfarben F_w konstant zu sein. Der Mittelwert der Buntmomentwertänderung liegt bei etwa $\Delta M_r = 10$ für alle Umfelder.

Wir haben die mittlere Buntmomentwertänderung $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ für als unbunt empfundene Infeldfarben bei verschiedenen Umfeldern B berechnet und zusammen mit den Buntmomentwerten der Umfelder B in Tabelle (1.80;A2) angegeben. Man stellt fest, daß die Buntmomentwertänderung im Mittel etwa 3 % des Buntmomentwertes der Umfelder B rechts beträgt. Damit ist gesichert, daß die *binokulare Wechselwirkung* der Umfelder B auf die Infelder F_w in unseren Experimenten *gering* ist und vernachlässigt werden kann.

Das in Abbildung (1.80;A4) dargestellte Ergebnis scheint von besonderer Bedeutung im Vergleich mit den von Evans und Swenholt 1967 in [13] gemessenen Farben an der Buntschwelle (vergl. Abschnitt (2.57)). Die C_{0w} -Farben, das sind die Farben an der Buntschwelle, liegen entsprechend den Abbildungen (2.57;A7) und (2.57;A8) auf Parallelen in einem Hellbezugswert-Buntmomentwertdiagramm. Da der Mittelwert der Buntmomentwertverschiebung ΔM_r aller von uns benutzten Umfelder etwa zehn Buntmomentwerteinheiten beträgt und die Buntschwelle ebenfalls eine Verschiebung um zehn Buntmomentwerteinheiten erfordert, so kann die binokulare Wechselwirkung als eine *Zumischung einer Buntschwelle* zu allen Infeldfarben F_w der Hellbezugswerte $10 < Y(F_w) < 100$ gedeutet werden.

Wenn diese Deutung zutrifft und $\Delta M_r(F_{wb}, F_{wm})$ konstant ist, so folgt aus Gleichung (1.80;2) mit $\Delta M_r \cong 10$

$$\left[[p_{rg}(F_{wb}) - p_{rg}(F_{wm})]^2 + [p_{yb}(F_{wb}) - p_{yb}(F_{wm})]^2 \right]^{1/2} = 10/Y(F_w) \quad (1.80;3)$$

Für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntmomentwertänderungen ΔM_{rg} und ΔM_{yb} gilt

$$\Delta M_{rg}(F_{wb}, F_{wm}) = [p_{rg}(F_{wb}) - p_{rg}(F_{wm})] \cdot Y(F_w) = 10 \quad (1.80;4)$$

$$\Delta M_{yb}(F_{wb}, F_{wm}) = [p_{yb}(F_{wb}) - p_{yb}(F_{wm})] \cdot Y(F_w) = 10 \quad (1.80;5)$$

Die Farbortdifferenz in der Farbtafel (p_{rg}, p_{yb}) und damit auch in der Normfarbtafel (x, y) erreicht nach diesen Gleichungen bei $Y(F_w) = 10$ eine 10mal größere Verschiebung als bei $Y(F_w) = 100$ allein auf Grund der binokularen Wechselwirkungen. Diese Farbänderung kann daher für kleine Infeldhellbezugswerte $Y(F_w)$, das heißt dunkle Infeldfarben, die Größenordnung der Farbortänderung der Farbumstimmung erreichen.

Bei genauer Kenntnis der Eigenschaften der binokularen Wechselwirkung, die wir hier in groben Zügen skizziert haben, kann man die Meßergebnisse von haploskopischen Gleichheitseinstellungen um die binokulare Wechselwirkung korrigieren. Dies müßte unter anderem mit den in Abschnitt (1.70) vorgestellten Umstimmungsdaten durchgeführt werden, welche besonders bei kleinen Infeldhellbezugswerten $Y(F_w) < 30$ um die binokulare Wechselwirkung verfälscht sind. Eine genaue Korrektur erfordert neben dem hier durchgeführten Studium der chromatischen binokularen Wechselwirkung auch Kenntnisse über die achromatische Wechselwirkung.

Weder unsere bisherigen wenigen Meßreihen über binokulare Wechselwirkung noch über Farbumstimmung bei kleinen Infeldhellbezugswerten reichen aus, um die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (1.67;9) für Infeldhellbezugswerte $Y(F_w) < 30$ erweitern zu können.

Im später folgenden Teil 3 dieses Berichtes werden GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20) aus dem Studium der Farbstufung im Munsell-Farbsystem entwickelt, aus denen die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (1.67;9) durch mathematische Entwicklung hervorgehen. Die GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20) gelten wahrscheinlich auch für Infeldhellbezugswerte $Y(F_w) < 30$. Ihre Prüfung an Hand von Experimenten, zum Beispiel der Daten von Abschnitt (1.70) nach Korrektur um die binokulare Wechselwirkung steht noch aus.

Teil 2: Gegenfarbensystem und Farbstufung

2.01 Die Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller zur Stufung der Lautheit beim Gehör

Zwicker und Feldtkeller [57] haben für das Gehör die Lautheit (Empfindungsgröße) als Funktion der Erregung (Reizgröße) abgeleitet. Sie gehen davon aus, daß die Erregung E und die Lautheit N dem Weber-Fechnerschen Gesetz genügen. Daher soll gelten:

$$(\Delta N)/N = n \cdot (\Delta E)/E \quad (2.01;1)$$

Diese Beziehung verliert ihre Gültigkeit in der Nähe der Hörschwelle. Dann gilt:

$$(\Delta N)/(N + N_0) = n \cdot (\Delta E)/(E + E_0) \quad (2.01;2)$$

wobei E_0 die Grunderregung an der Hörschwelle sein soll. Diese Grunderregung denken sie sich durch Fluktuationen der Basismembran, spontane Muskelbewegungen und ähnliches hervorgerufen. Ihr entspricht die aus Gewöhnung nicht wahrgenommene Lautheit N_0 . Integration der Gleichung (2.01;1) führt auf ein Potenzgesetz

$$N + N_0 = \text{const} \cdot (E + E_0)^n \quad (2.01;3)$$

Aus der Forderung $E = 0$ für $N = 0$ erhalten sie:

$$N = N_0 \cdot [(1 + E/E_0)^n - 1] \quad (2.01;4)$$

Experimente legen es nahe, daß die Erregung E an der Hörschwelle um den Schwellenfaktor s kleiner ist als die Grunderregung E_0 . Dann folgt:

$$N = N_0 \cdot [(1 + s \cdot E/E_0)^n - 1] \quad (2.01;5)$$

Der Schwellenfaktor s liegt nach Zwicker und Feldtkeller in der Größenordnung von 0,5. Für tiefe Frequenzen wird $s = 0,65$, für hohe $s = 0,25$ angegeben.

Für sehr kleine Werte von E muß die Lautheit bei der Hörschwelle asymptotisch gegen den Wert $N = 0$ gehen. Das wird durch eine geringfügige Änderung ($1 - s$ statt 1) in Gleichung (2.01;5) erreicht. Dann folgt:

$$N = N_0 \cdot [(1 - s + s \cdot E/E_0)^n - 1] \quad (2.01;6)$$

In den nächsten Abschnitten werden wir diese Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller für die Farbstufung in Hell-Dunkel-, Gelb-Blau- und Rot-Grün-Richtung des Farbenraumes anwenden. Es wird sich ergeben, daß die Stufungsfunktion (2.01;6) nicht nur für die Stufung der Lautheit beim Ge-

hör, sondern auch zur Farbstufung in allen drei Richtungen des Farbenraumes anwendbar ist. Auf diese Weise gelingt eine einheitliche Beschreibung der Empfindungsgrößen als Funktion der Reizgrößen für die Sinnesempfindungen Hören und Sehen.

Die *Abbildung (2.01;A1)* zeigt die mit der Stufungsfunktion, Gleichung (2.01;6), berechnete Lautheit N als Funktion des Erregungspegels L_E für $s = 0,5$ und verschiedene Erregungsschwellen als Parameter. Der Erregungspegel ist durch $L_E = 10 \cdot \log(E/E_0)$ definiert.

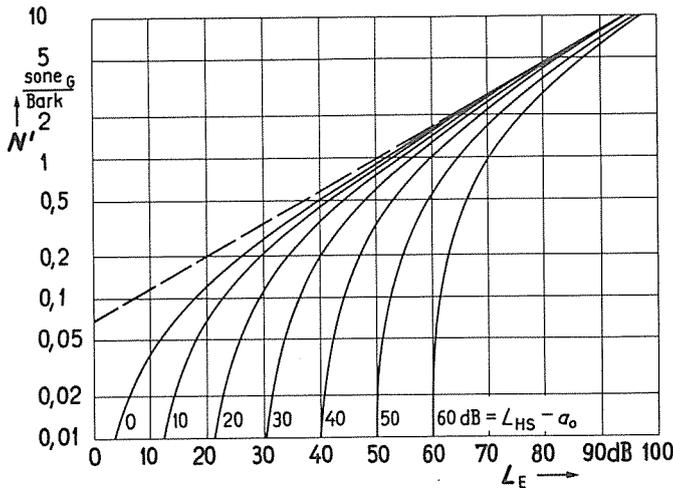


Abbildung (2.01;A1)
Stufungsfunktion der Lautheit N als Funktion des Erregungspegels $L_E = 10 \cdot \log(E/E_0)$ berechnet nach Gleichung (2.01;6). Die Berechnungen wurden für $s = 0,5$ und verschiedene Erregungsschwellen als Parameter durchgeführt (vergl. [57])

2.02 Einige mathematische Eigenschaften der Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller

Die von Zwicker und Feldtkeller abgeleitete Stufungsfunktion

$$N = N_0 \cdot [(1 - s + s \cdot E/E_s)^n - 1] \quad (2.02;1)$$

beschreibt den Zusammenhang zwischen der Empfindungsgröße N und der Reizgröße E .

Entwicklung für kleine physikalische Reize

Zur Ermittlung der Stufung für kleine Reize, E nur wenig größer als E_s , setzen wir $n = p/q$ und $x = s \cdot (E - E_s)/E_s$. Dann können wir für $E_s < E < E_s/s + E_s$ mit $s < 1$ entwickeln und erhalten

$$N = N_0 \cdot [(1 + p/q \cdot x - p \cdot (q-p)/(2 \cdot q^2) \cdot x^2 + \dots - 1] \quad (2.02;2)$$

$$= N_0 \cdot [p/q \cdot x / (1 + (q-p)/2q \cdot x)] \quad (2.02;3)$$

$$= N_0 \cdot [2 \cdot p / (q-p)] / [1 + 2 \cdot q / (q-p) \cdot (1/x)] \quad (2.02;4)$$

$$= N_0 \cdot [2 \cdot n / (1-n)] / [1 + 2 \cdot E_s / [(1-n) \cdot s \cdot (E - E_s)]] \quad (2.02;5)$$

Entwicklung für große physikalische Reize

Die Gleichung (2.02;1) geht für große Reize, d. h. für E viel größer als E_s , über in

$$N = N_0 \cdot [(s/E_s)^n] \cdot E^n \quad (2.02;6)$$

Mit der asymptotischen Konstante

$$N_a = N_0 \cdot (s/E_s)^n \quad (2.02;7)$$

ergibt sich

$$N = N_a \cdot E^n \quad (2.02;8)$$

Exponent n :

Beim Gehör ergibt sich nach Zwicker und Feldtkeller stets der Exponent $n = 0,23$. Beim Sehen wurde für die Hell-Dunkel-Stufung in zahlreichen Arbeiten von Stevens und Mitarbeitern [48] immer wieder der Exponent $n = 1/3$ gefunden. Wir werden im folgenden diesen Exponenten nicht nur bei der Hell-Dunkel-, sondern auch bei der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Farbstufung bevorzugen.

2.1 Farbstufung in Hell-Dunkel-Richtung des Farbenraumes

Zur Farbstufung in Hell-Dunkel-Richtung benutzen wir die Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller [57], die wir in Gleichung (2.02;1) aufgeführt und deren mathematische Eigenschaften wir bereits im Abschnitt (2.02) diskutiert haben.

2.1.1 Beschreibung der Hell-Dunkel-Stufung im Munsell-Farbsystem

In *Tabelle (2.11;T2)* haben wir die Stufungsfunktion von Zwicker und Feldtkeller benutzt, um die Empfindungsgröße Helligkeit $V(F_c)$ (Value) als Funktion der Farbreizgröße Hellbezugswert $Y(F_c)$ für drei verschiedene Exponenten anzunähern.

Hellbezugswert $Y(F_c)$				Helligkeit $V(F_c)$	
experimentell [32]	experimentell [33]	Gleichung		Gleichung	
		(2.11;1)	(2.11;2)	(2.11;1)	(2.11;2)
1,12	1,22	1,21	1,18	1,00	1,00
2,90	3,14	3,13	3,05	2,00	2,00
5,95	6,45	6,56	6,39	3,00	3,00
11,05	12,0	12,00	11,70	4,00	4,00
18,0	19,6	19,77	19,28	5,00	5,00
27,3	29,6	30,05	29,30	6,00	6,00
38,9	42,2	43,06	41,98	7,00	7,00
53,6	58,2	59,10	57,62	8,00	8,00
72,8	79,0	78,66	76,69	9,00	9,00
100,0	102,56	102,56	100,00	10,00	10,00

Tabelle (2.11;T1)
Hellbezugswerte $Y(F_c)$ verschiedener Untersuchungen zum Munsell-System und Beschreibung des Zusammenhanges von Hellbezugswert $Y(F_c)$ als Funktion von Helligkeit $V(F_c)$ durch die Gleichungen (2.11;1) und (2.11;2)

Die experimentellen Hellbezugswerte des ursprünglichen Munsell-Farbsystems [32], Spalte 1 von *Tabelle (2.11;T1)*, wurden 1943 durch das Renotationsystem [33], Spalte 2 der gleichen *Tabelle*, experimentell korrigiert und durch das sogenannte Value-Polynom 5. Grades, Spalte 3 der gleichen *Tabelle*, mit der Farbempfindungsgröße $V(F_c)$ verknüpft.

Die in [33] gewählte Normierung der Hellbezugswerte auf den Wert $Y(F_c) = 100$ für Magnesiumoxyd entspricht nicht der heute üblichen Normierung auf 100 für Absolutweiß. Da-

her sind in der Spalte 4 von Tabelle (2.11;T1) zusätzlich die um den Faktor 1/1,0256 reduzierten Hellbezugswerte angegeben.

Die Hellbezugswerte in Spalte 3 der Tabelle (2.11;T1) werden durch das Value-Polynom beschrieben

$$Y(F_c) = 1,2219 \cdot V(F_c) - 0,23111 \cdot V(F_c)^2 + 0,23951 \cdot V(F_c)^3 - 0,021009 \cdot V(F_c)^4 + 0,0008404 \cdot V(F_c)^5 \quad (2.11;1)$$

Die der Spalte 4 durch das um den Faktor 1/1,0256 korrigierte Value-Polynom

$$Y(F_c) = 1,1914 \cdot V(F_c) - 0,22534 \cdot V(F_c)^2 + 0,23353 \cdot V(F_c)^3 - 0,020485 \cdot V(F_c)^4 + 0,0008194 \cdot V(F_c)^5 \quad (2.11;2)$$

Die Hellbezugswerte $Y(F_c)$ nach Spalte 3 in Tabelle (2.11;T1) führen mit dem Value-Polynom von Gleichung (2.11;1) und die Hellbezugswerte $Y(F_c)$ von Spalte 4 mit der Gleichung (2.11;2) auf die in Spalte 5 bzw. 6 angegebenen ganzzahligen Value-Werte.

In den Tabellen (2.11;T2) und (2.11;T3) wurden die Helligkeiten $V(F_c)$ aus den Hellbezugswerten $Y(F_c)$ von Spalte 3 bzw. 4 der Tabelle (2.11;T1) für drei verschiedene Exponenten n in Hell-Dunkel-Richtung des Farbenraumes mit der folgenden Farbstufungsfunktion berechnet

$$V(F_c) = V_0 \cdot \left[\left[1 + s \cdot (Y(F_c) - Y_s) / Y_s \right]^n - 1 \right] \quad (2.11;3)$$

Hellbezugswerte $Y(F_c)$	Helligkeit $V(F_c)$ Gleichung (2.11;1)	Helligkeit $V(F_c)$			
		$n = 0,3000$	$n = 0,3333$	$n = 0,3600$	$n = 0,3759$
		Gleichung (2.11;3)			
1,210	1,00	1,05	1,03	1,01	1,00
3,126	2,00	1,93	1,96	1,99	2,00
6,555	3,00	2,93	2,96	2,98	2,99
12,00	4,00	3,98	3,99	4,00	4,00
19,77	5,00	5,03	5,02	5,01	5,01
25,30	5,57	5,61	5,60	5,59	5,58
30,05	6,00	6,05	6,03	6,02	6,01
43,06	7,00	7,04	7,03	7,01	7,00
59,10	8,00	8,01	8,00	7,99	7,99
78,66	9,00	8,98	8,98	8,98	8,99
102,56	10,00	9,95	9,97	10,00	10,01
Schwellenfaktor s		-0,1066	0,4291	2,0576	5,3298
Hellbezugsschwelle Y_s		-0,0741	0,1563	0,3514	0,4729
asymptotische Konst. V_a		3,1841	2,5124	2,0987	1,8928

Tabelle (2.11;T2)
Hellbezugswerte $Y(F_c)$ mit zugehöriger Helligkeit $V(F_c)$ nach dem Value-Polynom, Gleichung (2.11;1) und mit zugehöriger Helligkeit $V(F_c)$ für verschiedene Exponenten n mit der Farbstufungsfunktion, Gleichung (2.11;3)

Diese Farbstufungsfunktion besitzt die von Zwicker und Feldtkeller zur Stufung der Lautheit verwendete Form. Der Schwellenfaktor s , der Hellbezugswert an der Schwelle Y_s sowie die asymptotische Konstante

$$V_a = V_0 \cdot (s/Y_s)^n \quad (2.11;4)$$

Hellbezugswerte $Y(F_c)$	Helligkeit $V(F_c)$ Gleichung (2.11;2)	Helligkeit $V(F_c)$			
		$n = 0,3000$	$n = 0,3333$	$n = 0,3600$	$n = 0,3759$
		Gleichung (2.11;3)			
1,1798	1,00	1,05	1,03	1,01	1,00
3,0480	2,00	1,93	1,96	1,99	2,00
6,3914	3,00	2,93	2,96	2,98	2,99
11,7005	4,00	3,98	3,99	4,00	4,00
19,2765	5,00	5,03	5,02	5,01	5,01
24,6685	5,57	5,61	5,60	5,59	5,58
29,2999	6,00	6,05	6,03	6,02	6,01
41,9852	7,00	7,04	7,03	7,01	7,00
57,6248	8,00	8,01	8,00	7,99	7,99
76,6966	9,00	8,98	8,98	8,98	8,99
100,0000	10,00	9,94	9,97	10,00	10,01
Schwellenfaktor s		-0,1066	0,4291	2,0576	5,3298
Hellbezugsschwelle Y_s		-0,0723	0,1524	0,3427	0,4611
asymptotische Konst. V_a		3,2084	2,5337	2,1179	1,9109

Tabelle (2.11;T3)
Hellbezugswerte $Y(F_c)$ mit zugehöriger Helligkeit $V(F_c)$ nach dem Value-Polynom, Gleichung (2.11;2), und mit zugehöriger Helligkeit $V(F_c)$ für verschiedene Exponenten n mit der Farbstufungsfunktion, Gleichung (2.11;3)

sind ebenfalls in den Tabellen (2.11;T2) und (2.11;T3) für verschiedene Exponenten n angegeben.

Die Abbildung (2.11;A1) zeigt die mit der Stufungsfunktion, Gleichung (2.11;3) berechnete Helligkeit $V(F_c)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ für $s = 0,4291$, $n = 0,3333$, $V_a = 2,5124$ (vergl. Tabelle (2.11;T2)) und verschiedene Hellbezugswerte Y_s als Parameter. Die experimentelle Munsell-Stufung (vergl. [33]) wird innerhalb ihrer Streubreiten durch die Hellbezugswertschwelle $Y_s = 0,1563$ beschrieben.

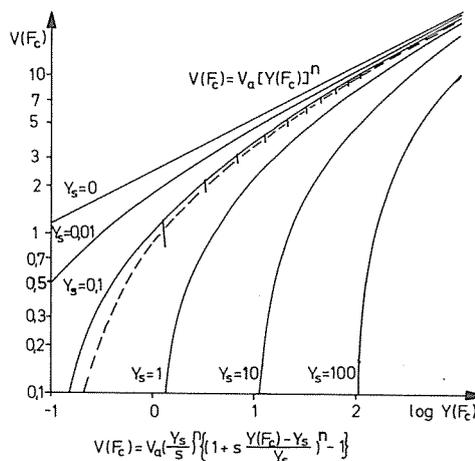


Abbildung (2.11;A1)
Stufungsfunktion der Helligkeit $V(F_c)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ berechnet nach Gleichung (2.11;3). Die Berechnungen wurden für $s = 0,4291$, $n = 0,3333$, $V_a = 2,5124$ und verschiedene Hellbezugswertschwellen Y_s als Parameter durchgeführt. Die Kurve mit $Y_s = 0,1563$ approximiert die experimentelle Munsell-Helligkeitsstufung (vergl. Tabelle (2.11;T1)) innerhalb ihrer Streubreiten

2.12 Modellrechnung zur Helligkeitsstufung bei Verschiebung des Nullpunktes der Helligkeit nach Mittelgrau

Aus der Tabelle (2.11;T2) geht hervor, daß sich der Hellbezugswert Y_s an der Schwelle als Funktion des Exponenten n ändert.

Wir wollen im folgenden die Frage diskutieren, ob und wie sich Y_s genauer bestimmen läßt. Hierzu werden wir zunächst die Frage stellen, wie sich Y_s ändert, wenn wir z. B. die Helligkeit $V(F_{\odot})$ für das mittelgraue Umfeld zu Null definieren, wie es in vielen Fällen üblich ist.

Entsprechend Tabelle (2.11;T2) muß jetzt für den in den Munsell-Experimenten verwendeten Hellbezugswert des mittelgrauen Umfeldes $Y(F_{\odot}) = 25,30$ die Helligkeit $V'(F_{\odot}) = 0$ werden. Mit der Stufungsfunktion

$$V'(F_{\odot}) = V_o' \cdot [(1 + s' \cdot (Y(F_{\odot}) - Y_{s'})/Y_{s'})^n - 1] \quad (2.12;1)$$

ergeben sich die in *Tabelle (2.12;T1)* für verschiedene Exponenten n angegebenen Werte durch Ausgleichsrechnung.

Hellbezugswerte $Y(F_{\odot})$	Helligkeit $V' = V - 5,57$ Gleichung (2.11;1)	Helligkeit $V'(F_{\odot})$			
		$n = 0,3000$	$n = 0,3333$	$n = 0,3600$	$n = 0,3759$
		Gleichung (2.12;1)			
1,210	-4,57	-4,52	-4,54	-4,56	-4,57
3,126	-3,57	-3,64	-3,61	-3,58	-3,57
6,555	-2,57	-2,64	-2,61	-2,59	-2,58
12,00	-1,57	-1,59	-1,58	-1,57	-1,57
19,77	-0,57	-0,54	-0,55	-0,56	-0,56
25,30	0,00	0,04	0,03	0,02	0,01
30,05	0,43	0,48	0,46	0,45	0,44
43,06	1,43	1,47	1,46	1,44	1,43
59,10	2,43	2,44	2,43	2,42	2,42
78,66	3,43	3,41	3,41	3,41	3,42
102,56	4,43	4,38	4,40	4,43	4,44
Schwellenfaktor s'		0,9700	0,9917	1,0072	1,0155
Hellbezugsschwelle $Y_{s'}$		24,8510	24,9822	25,1203	25,2191
asymptotische Konst. V_a'		3,1841	2,5124	2,0987	1,8923

Tabelle (2.12;T1)
Hellbezugswerte $Y(F_{\odot})$ mit zugehöriger Helligkeit V' nach dem Value-Polynom, Gleichung (2.11;1), und mit zugehöriger Helligkeit $V'(F_{\odot})$ für verschiedene Exponenten n mit der Farbstufungsfunktion, Gleichung (2.12;1)

Die Tabelle (2.12;T1) zeigt, daß für den „Schwellenfaktor“ s' und die „Hellbezugswertschwelle“ $Y_{s'}$ im hier gewählten Beispiel weder s' ungefähr gleich 0,5 noch $Y_{s'}$ klein im Vergleich zur Umfeldhelligkeit sind, wie wir es zunächst entsprechend den von Zwicker und Feldtkeller beim Hören definierten Begriffen erwarten.

Wir fassen zusammen und stellen fest, daß die Größe der Schwellenfaktoren s und der Hellbezugswertschwelle Y_s nicht nur vom Exponenten n , sondern auch von der Nullpunktswahl der Helligkeitsstufung abhängen.

2.13 Helligkeitsstufung bei verschiedener Nullpunktswahl der Helligkeit $V(F_{\odot})$

Die Farbstufungsfunktion, Gleichung (2.11;3),

$$V(F_{\odot}) = V_o \cdot [(1 + s \cdot (Y(F_{\odot}) - Y_s)/Y_s)^n - 1] \quad (2.13;1)$$

läßt sich auf die folgende Form bringen

$$V(F_{\odot}) = A_1 \cdot [(A_2 + A_3 \cdot Y(F_{\odot}))^{A_4} + A_5] \quad (2.13;2)$$

wobei allgemein und mit den Werten von Tabelle (2.11;T2) für $n = 0,3333$ gilt (vergl. auch Tabelle (2.13;T1))

$$\begin{aligned} A_1 = V_o &= 1,7942 \\ A_2 = 1 - s &= 0,5709 \\ A_3 = s/Y_s &= 2,7461 \\ A_4 = n &= 0,3333 \\ A_5 = -1 &= -1,0000 \end{aligned} \quad (2.13;3)$$

Die im Abschnitt (2.12) durchgeführte Änderung der Nullpunktswahl von $V(F_{\odot})$ nach $V'(F_{\odot})$ ergab

$$V'(F_{\odot}) = V_o' \cdot [(1 + s' \cdot (Y(F_{\odot}) - Y_{s'})/Y_{s'})^n - 1] \quad (2.13;4)$$

Diese Gleichung können wir entsprechend in der folgenden Form schreiben

$$V'(F_{\odot}) = A_1' \cdot [(A_2' + A_3' \cdot Y(F_{\odot}))^{A_4'} + A_5'] \quad (2.13;5)$$

wobei allgemein und mit den Werten von Tabelle (2.12;T1) für $n = 0,3333$ gilt (vergl. auch Tabelle (2.13;T3))

$$\begin{aligned} A_1' = V_o' &= 7,3642 \\ A_2' = 1 - s' &= 0,0083 \\ A_3' = s'/Y_{s'} &= 0,0397 \\ A_4' = n &= 0,3333 \\ A_5' = -1 &= -1,0000 \end{aligned} \quad (2.13;6)$$

Der Zusammenhang der Werte A_i und A_i' ($i = 1, 2, \dots, 5$) muß sich aus der Gleichung

$$V'(F_{\odot}) = V(F_{\odot}) - V_u = V(F_{\odot}) - 5,57 \quad (2.13;7)$$

ergeben, wobei V_u die experimentelle Helligkeit des Umfeldes darstellt, die sich näherungsweise für $Y_u = 25,30$ nach Gleichung (2.13;1) ergibt (vergl. auch Tabelle (2.11;T2)).

Wir berechnen den Zusammenhang zwischen den Werten A_i und A_i' ($i = 1, 2, \dots, 5$) unter Berücksichtigung von $A_5 = -1$ aus

$$\begin{aligned} V'(F_{\odot}) &= A_1 \cdot [(A_2 + A_3 \cdot Y(F_{\odot}))^{A_4} + A_5] - V_u \\ &= (A_1 + V_u) \cdot \left[\frac{A_1}{(A_1 + V_u)} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [A_2 + A_3 \cdot Y(F_{\odot})]^{A_4} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.13;8)$$

Wir setzen

$$A_u = [A_1/(A_1 + V_u)]^{1/A_4} \quad (2.13;9)$$

und erhalten

$$V'(F_{\odot}) = (A_1 + V_u) \cdot [(A_2 \cdot A_u + A_3 \cdot A_u \cdot Y(F_{\odot}))^{A_4} - 1] \quad (2.13;10)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung (2.13;5) ergibt sich

$$\begin{aligned} A_1' &= A_1 + V_u \\ A_2' &= A_2 \cdot A_u = A_2 \cdot [A_1/(A_1 + V_u)]^{1/A_4} \\ A_3' &= A_3 \cdot A_u = A_3 \cdot [A_1/(A_1 + V_u)]^{1/A_4} \\ A_4' &= n = A_4 \\ A_5' &= -1 = A_5 \end{aligned} \quad (2.13;11)$$

Eine Umkehrung lautet unter Berücksichtigung von

$$A_u = [A_1/(A_1 + V_u)]^{1/A_4} = [(A_1' - V_u)/A_1']^{1/A_4'} \quad (2.13;12)$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= A_1' - V_u \\
A_2 &= A_2'/A_u = A_2' \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]^{1/A_4} \\
A_3 &= A_3'/A_u = A_3' \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]^{1/A_4} \quad (2.13;13) \\
A_4 &= n = A_4' \\
A_5 &= -1 = A_5'
\end{aligned}$$

Eine Schwierigkeit zur Bestimmung der A_i aus den A_i' liegt darin, daß die Helligkeit V_u – hier die experimentelle Helligkeit bei der Stufung von Schwarz aus – in der Regel unbekannt ist. Daher sind die A_1 bis A_3 unbestimmt oder nur näherungsweise bestimmbar. Für das Verhältnis A_2/A_3 ergibt sich aus den Gleichungen (2.13;13) die von V_u unabhängige Gleichung

$$A_2/A_3 = A_2'/A_3' \quad (2.13;14)$$

Die Tabellen (2.13;T1) bis (2.13;T3) enthalten die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten A_1 bis A_5 von

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Hellbezugswert Y_0	Fehler alpha
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5		
2,8549	1,1066	1,4388	0,3000	-1,0000	0,0000	0,0231
1,7942	0,5709	2,7461	0,3333	-1,0000	0,0000	0,0089
1,1108	-1,0576	5,8548	0,3600	-1,0000	0,0000	0,0021
0,7615	-4,3298	11,2713	0,3759	-1,0000	0,0000	0,0008

Tabelle (2.13;T1)

Konstanten A_1 bis A_5 der Helligkeitsstufung mit Nullpunkt der Helligkeit bei Schwarz nach Gleichung (2.13;2) für verschiedene Exponenten $n = A_4$. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Helligkeit variiert mit dem Exponenten n und ist für $n = A_4 = 0,3759$ am geringsten. Die Hellbezugswerte sind für Absolutweiß auf $Y(F_\odot) = 102,56$ normiert

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Hellbezugswert Y_0	Fehler alpha
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5		
2,8549	1,1066	1,4756	0,3000	-1,0000	0,0000	0,0231
1,7942	0,5709	2,8164	0,3333	-1,0000	0,0000	0,0089
1,1108	-1,0576	6,0047	0,3600	-1,0000	0,0000	0,0021
0,7615	-4,3298	11,5598	0,3759	-1,0000	0,0000	0,0008

Tabelle (2.13;T2)

Konstanten A_1 bis A_5 der Helligkeitsstufung mit Nullpunkt der Helligkeit bei Schwarz nach Gleichung (2.13;2) für verschiedene Exponenten $n = A_4$. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Helligkeit variiert mit dem Exponenten n und ist für $n = A_4 = 0,3759$ am geringsten. Die Hellbezugswerte sind für Absolutweiß auf $Y(F_\odot) = 100,00$ normiert

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Hellbezugswert Y_0	Fehler alpha
A_1'	A_2'	A_3'	A_4'	A_5'		
8,4249	0,0300	0,0309	0,3000	-1,0000	0,0000	0,0231
7,3642	0,0083	0,0397	0,3333	-1,0000	0,0000	0,0089
6,6808	-0,0072	0,0401	0,3600	-1,0000	0,0000	0,0021
6,3307	-0,0155	0,0403	0,3759	-1,0000	0,0000	0,0008

Tabelle (2.13;T3)

Konstanten A_1' bis A_5' der Helligkeitsstufung mit Nullpunkt der Helligkeit beim mittelgrauen Umfeld nach Gleichung (2.13;5) für verschiedene Exponenten $n = A_4'$. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Helligkeit variiert mit dem Exponenten n und ist für $n = 0,3759$ am geringsten. Die Hellbezugswerte sind für Absolutweiß auf $Y(F_\odot) = 102,56$ normiert

Gleichung (2.13;2) und A_1' bis A_5' von Gleichung (2.13;5) für vier verschiedene Exponenten $n = A_4 = A_4'$ mit $V_u = 5,57$. Die ersten beiden dieser Tabellen unterschieden sich nur durch die Normierung des Hellbezugswertes auf $Y(F_\odot) = 102,56$ bzw. $100,00$ (vergl. Tabellen (2.11;T2) und (2.11;T3)). Die mittlere Fehlerquadratsumme der Helligkeit zwischen Experiment und Theorie variiert mit dem Exponenten n und ist für $n = 0,3759$ am geringsten.

2.14 Helligkeitsstufung bei verschiedener Nullpunktwahl des Hellbezugswertes $Y(F_\odot)$

Zwicker und Feldtkeller [57] nehmen an, daß die Empfindungsgröße Null wird, wenn die Reizgröße einen Betrag verschieden Null besitzt. Beim Gehör wird durch Fluktuationen der Basismembran, spontane Muskelbewegungen und ähnliches, sowie durch Gewöhnung die Lautheit N für eine von Null verschiedene Erregung E gleich Null.

Entsprechendes erwarten wir bei der Empfindungsgröße Helligkeit $V(F_\odot)$ als Funktion der Reizgröße Hellbezugswert $Y(F_\odot)$. Wir benutzen daher die Koordinatentransformation

$$Y' = Y + Y_0 \quad (2.14;1)$$

und fragen nach dem Zusammenhang zwischen Gleichung (2.13;2)

$$V(F_\odot) = A_1 \cdot [(A_2 + A_3 \cdot Y(F_\odot))^{A_4} + A_5] \quad (2.14;2)$$

und

$$V(F_\odot) = B_1 \cdot [(B_2 + B_3 \cdot Y'(F_\odot))^{B_4} + B_5] \quad (2.14;3)$$

Wegen

$$\begin{aligned}
A_2 + A_3 \cdot Y(F_\odot) &= A_2 + A_3 \cdot [Y'(F_\odot) - Y_0] = \\
&= A_2 - A_3 \cdot Y_0 + A_3 \cdot Y'(F_\odot)
\end{aligned} \quad (2.14;4)$$

folgt durch Koeffizientenvergleich von (2.14;2) und (2.14;3), daß gilt

$$\begin{aligned}
B_1 &= A_1 \\
B_2 &= A_2 - A_3 \cdot Y_0 \\
B_3 &= A_3 \\
B_4 &= A_4 \\
B_5 &= A_5
\end{aligned} \quad (2.14;5)$$

Eine Koordinatentransformation der Form $Y' = Y + Y_0$, d. h. eine Änderung des Nullpunktes der Hellbezugswerte Y , läßt daher die numerischen Werte für A_1 bis A_5 außer für A_2 ungeändert. Da weiter gilt

$$\begin{aligned}
s &= 1 - B_2 = 1 - A_2 + A_3 \cdot Y_0 \\
Y_s &= s/B_3 = (1 - A_2 + A_3 \cdot Y_0)/A_3
\end{aligned} \quad (2.14;6)$$

ändern sich mit der Koordinatentransformation von Y um Y_0 auch der Schwellenfaktor s und die Hellbezugswertschwelle Y_s .

Von besonderem Interesse ist der Sonderfall, wenn gilt

$$B_2 = A_2 - A_3 \cdot Y_0 = 0 \quad (2.14;7)$$

In diesem Sonderfall sind

$$\begin{aligned}
Y_0 &= A_2/A_3 \\
s &= 1 \\
Y_s &= 1/A_3
\end{aligned} \quad (2.14;8)$$

Für den von Zwicker und Feldtkeller beim Gehör mittleren Schwellenfaktor $s = 0,5$ würde entsprechend diesen Gleichungen $Y_0 = 0,5/A_3 = 0,5 \cdot Y_s$ gelten.

Im Sonderfall $B_2 = 0$ reduziert sich Gleichung (2.14;3) auf die einfache Form

$$V(F_{\varnothing}) = B_1 \cdot [B_3 B_4 \cdot Y'(F_{\varnothing})^{B_4} + B_5] \quad (2.14;9)$$

$$= C_1 \cdot [Y'(F_{\varnothing})^{C_2} + C_3] \quad (2.14;10)$$

mit

$$C_1 = B_1 \cdot B_3 B_4 = A_1 \cdot A_3 A_4$$

$$C_2 = B_4 = A_4 \quad (2.14;11)$$

$$C_3 = B_5/B_3 B_4 = A_5/A_3 A_4$$

2.15 Helligkeitsstufung bei gleichzeitiger Änderung des Nullpunktes der Helligkeit $V'(F_{\varnothing})$ und des Hellbezugswertes $Y'(F_{\varnothing})$

Entsprechend Abschnitt (2.13) gilt bei Änderung der Nullpunktwahl der Helligkeit von

$$V(F_{\varnothing}) = A_1 \cdot [(A_2 + A_3 \cdot Y(F_{\varnothing}))^{A_4} + A_5] \quad (2.15;1)$$

nach $V'(F_{\varnothing}) = V(F_{\varnothing}) - V_u$

$$V'(F_{\varnothing}) = A_1' \cdot [(A_2' + A_3' \cdot Y(F_{\varnothing}))^{A_4'} + A_5'] \quad (2.15;2)$$

mit

$$A_1' = A_1 - V_u$$

$$A_2' = A_2 \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]^{1/A_4}$$

$$A_3' = A_3 \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]^{1/A_4} \quad (2.15;3)$$

$$A_4' = A_4$$

$$A_5' = A_5$$

und nach Abschnitt (2.14) gilt bei Änderung der Nullpunktwahl des Hellbezugswertes Y nach $Y' = Y + Y_0$

$$V(F_{\varnothing}) = B_1 \cdot [(B_2 + B_3 \cdot Y'(F_{\varnothing}))^{B_4} + B_5] \quad (2.15;4)$$

mit

$$B_1 = A_1$$

$$B_2 = A_2 - A_3 \cdot Y_0$$

$$B_3 = A_3 \quad (2.15;5)$$

$$B_4 = A_4$$

$$B_5 = A_5$$

Bei gleichzeitiger Änderung von Nullpunktwahl der Helligkeit V und des Hellbezugswertes Y werden wir daher aus (2.15;2) und mit $Y' = Y + Y_0$ erhalten

$$V'(F_{\varnothing}) = D_1' \cdot [D_2' + D_3' \cdot Y'(F_{\varnothing})^{D_4'} + D_5'] \quad (2.15;6)$$

mit

$$D_1' = A_1 - V_u$$

$$D_2' = (A_2 - A_3 \cdot Y_0) \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]^{1/A_4}$$

$$D_3' = A_3 \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]^{1/A_4} \quad (2.15;7)$$

$$D_4' = A_4$$

$$D_5' = A_5$$

Sollte $V'(F_{\varnothing})$ vorgegeben sein, d. h. eine Stufung mit dem Nullpunkt der Helligkeit in der Nähe des mittelgrauen Umfeldes, und ist $V(F_{\varnothing})$ gesucht, so gilt entsprechend

$$V(F_{\varnothing}) = D_1 \cdot [(D_2 + D_3 \cdot Y'(F_{\varnothing}))^{D_4} + D_5] \quad (2.15;8)$$

mit

$$D_1 = A_1' - V_u$$

$$D_2 = (A_2' - A_3' \cdot Y_0) \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]^{1/A_4}$$

$$D_3 = A_3' \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]^{1/A_4} \quad (2.15;9)$$

$$D_4 = A_4'$$

$$D_5 = A_5'$$

Es ergibt sich einerseits mit der Gleichung (2.13;14), daß $Y_0 = A_2/A_3 = A_2'/A_3'$ invariant gegenüber Änderungen des Nullpunktes der Helligkeit ausfällt. Durch genau diese Wahl von Y_0 werden andererseits D_2 bzw. D_2' gleich Null. Damit erhält Gleichung (2.15;6) eine vereinfachte Form entsprechend Gleichung (2.14;10)

$$V'(F_{\varnothing}) = D_1' \cdot [D_3' D_4' \cdot Y'(F_{\varnothing})^{D_4'} + D_5'] = C_1' \cdot [Y'(F_{\varnothing})^{C_2'} + C_3'] \quad (2.15;10)$$

mit

$$C_1' = D_1' \cdot D_3' D_4' = (A_1 - V_u) \cdot A_3 A_4 \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]$$

$$C_2' = D_4' = A_4$$

$$C_3' = D_5'/D_3' D_4' = A_5 / [A_3 A_4 \cdot [A_1/(A_1 - V_u)]] \quad (2.15;11)$$

Entsprechend ergibt sich für den umgekehrten Fall der Vorgabe von $V'(F_{\varnothing})$ und der Suche von $V(F_{\varnothing})$

$$V(F_{\varnothing}) = D_1 \cdot [D_3 \cdot Y'(F_{\varnothing})^{D_4} + D_5] = C_1 \cdot [Y'^{C_2} + C_3] \quad (2.15;12)$$

mit

$$C_1 = D_1 \cdot D_3 D_4 = (A_1' - V_u) \cdot A_3' A_4' \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]$$

$$C_2 = D_4 = A_4'$$

$$C_3 = D_5/D_3 D_4 = A_5' / [A_3' A_4' \cdot [A_1'/(A_1' - V_u)]] \quad (2.15;13)$$

Die in diesem Abschnitt entwickelten Gleichungen mit dem Nullpunkt der Stufung beim Umfeld werden wir vorzugsweise zur Stufung der Buntheit in Gelb-Blau- und Rot-Grün-Richtung verwenden. In diesem Fall ist zusätzlich der Nullpunkt der Reizgrößen Sättigungswert p bzw. q noch frei wählbar, d. h. wir müssen zusätzlich eine Transformation vom Typ $p' = p + p_0$ bzw. $q' = q + q_0$ durchführen, um einen Sättigungswertnullpunkt zu definieren.

Für die Stufung der Helligkeit werden wir vorzugsweise, wie beim Value-Polynom, den Nullpunkt der Stufung bei Schwarz wählen. Da außerdem die Reizgröße Hellbezugswert Y für den ideal schwarzen Körper in der Meßtechnik gleich Null definiert wird, werden wir eine Transformation $Y' = Y + Y_0$ nur in Ausnahmefällen benutzen.

2.16 Helligkeitsstufung als Differenz von Infeld- und Umfeldhelligkeit

Die Helligkeitsstufung, Gleichung (2.13;5), mit dem Nullpunkt der Helligkeit beim mittelgrauen Umfeld

$$V'(F_{\varnothing}, C) = A_1' \cdot [(A_2' + A_3' \cdot Y(F_{\varnothing}))^{A_4'} + A_5'] \quad (2.16;1)$$

kann gedeutet werden als Differenz von Infeldhelligkeit $V(F_{\varnothing})$ und Umfeldhelligkeit $V(C)$. Wir definieren

$$V'(F_{\varnothing}, C) = V(F_{\varnothing}) - V(C) + V_d \quad (2.16;2)$$

mit

$$V(F_{\odot}) = A1 \cdot [(A2 + A3 \cdot Y(F_{\odot}))^{A4} + A5] \quad (2.16;3)$$

$$V(C) = A1 \cdot [(A2 + A3 \cdot Y(C))^{A4} + A5] \quad (2.16;4)$$

$$V_d = V'(C,C) = A1' \cdot [(A2' + A3' \cdot Y(C))^{A4'} + A5'] \quad (2.16;5)$$

Die Konstanten A1' bis A5' haben wir durch Ausgleichsrechnung ermittelt (vergl. Tabelle (2.13;T3)). Die Konstanten A1 bis A5 sowie Vu wollen wir aus den Konstanten A1' bis A5' berechnen.

Nach den Gleichungen (2.13;13) gilt

$$\begin{aligned} A1 &= A1' - Vu \\ A2 &= A2'/Au = A2' \cdot [A1'/(A1' - Vu)]^{1/A4'} \\ A3 &= A3'/Au = A3' \cdot [A1'/(A1' - Vu)]^{1/A4'} \\ A4 &= n = A4' \\ A5 &= -1 = A5' \end{aligned} \quad (2.16;6)$$

mit

$$Au = [(A1' - Vu)/A1']^{1/A4'} \quad (2.16;7)$$

Weiter gilt

$$A2/A3 = A2'/A3' \quad (2.16;8)$$

Da die experimentelle Helligkeit Vu mit der Stufung von Schwarz aus in der Regel unbekannt ist, so setzen wir willkürlich den Schwellenfaktor $s = 0,5$, der für das Gehör nach Zwicker und Feldtkeller [57] einen guten Mittelwert darstellt. Für diesen Schwellenfaktor berechnen wir Vu. Es gilt nach Gleichung (2.13;3)

$$s = 1 - A2 = 0,5 \quad (2.16;9)$$

Daraus folgt

$$A2 = 0,5 \quad (2.16;10)$$

und mit Gleichung (2.16;8)

$$A3 = A2 \cdot A3'/A2' = 0,5 \cdot A3'/A2' \quad (2.16;11)$$

Für Vu folgt aus

$$A2 = 0,5 = A2' \cdot [(A1'/(A1' - Vu)]^{1/A4'} \quad (2.16;12)$$

$$Vu = A1' \cdot [1 - (2 \cdot A2')^{A4'}] \quad (2.16;13)$$

und für Ys aus

$$Ys = (1 - A2)/A3 = 0,5/A3 = A2'/A3' \quad (2.16;14)$$

und für A1 aus

$$A1 = A1' - Vu = A1' \cdot (2 \cdot A2')^{A4'} \quad (2.16;15)$$

Beispiel:

Für $n = 0,3333$ ergibt sich aus den Konstanten A1' bis A5' aus Tabelle (2.13;T3)

$$\begin{aligned} A1 &= A1' \cdot (2 \cdot A2')^{A4'} = 1,8830 \\ A2 &= 0,5 = 0,5000 \\ A3 &= A2 \cdot A3'/A2' = 2,3761 \\ A4 &= A4' = 0,3333 \\ A5 &= A5' = -1,0000 \end{aligned} \quad (2.16;16)$$

$$\begin{aligned} Vu &= A1' - A1 = 5,4832 \\ s &= 1 - A2 = 0,5000 \\ Ys &= s/A3 = A2'/A3' = 0,2103 \end{aligned}$$

Die Helligkeitsstufung von Schwarz aus hat daher für $n = 0,3333$ die Form

$$\begin{aligned} V(F_{\odot}) &= A1 \cdot \llbracket [A2 + A3 \cdot Y(F_{\odot})]^{A4} + A5 \rrbracket = \\ &= 1,8830 \cdot \llbracket [0,5000 + 2,3761 \cdot Y(F_{\odot})]^{1/3} - 1,0000 \rrbracket \end{aligned} \quad (2.16;17)$$

Die Konstanten sind geringfügig verschieden im Vergleich zu den in Tabelle (2.13;T1) angegebenen Werten A1 bis A5. Die Differenz resultiert aus der Annahme, daß Vu unbekannt ist und wir willkürlich $s = 0,5$ gesetzt haben, um Vu zu berechnen.

Die letzte Gleichung können wir auf die von Zwicker und Feldtkeller angegebene psychophysikalische Gleichung (2.13;1) umformen

$$\begin{aligned} V(F_{\odot}) &= Vo \cdot \llbracket [1 + s \cdot (Y(F_{\odot}) - Ys)/Ys]^n - 1 \rrbracket = \\ &= 1,8830 \cdot \llbracket [1 + 0,5 \cdot (Y(F_{\odot}) - 0,2103) / 0,2103]^{1/3} - 1 \rrbracket \end{aligned} \quad (2.16;18)$$

Einsetzen in Gleichung (2.16;2) unter Berücksichtigung von Gleichung (2.16;4) und (2.16;5) ergibt mit $n = 0,3333$

$$\begin{aligned} V'(F_{\odot}, C) &= Vo \cdot [(1 + s \cdot (Y(F_{\odot}) - Ys)/Ys)^n - 1] \\ &\quad - Vo \cdot [(1 + s \cdot (Y(C) - Ys)/Ys)^n - 1] + V_d \end{aligned} \quad (2.16;19)$$

Die Gleichungen (2.16;2) bzw. die äquivalente Form der Gleichung (2.16;19) zeigen die gewünschte Trennung von Infeld- und Umfeldhelligkeit. Der im Verhältnis zur Umfeldhelligkeit $V(C) = V[Y(C) = 25,3] = 5,57$ kleine Term $Vo = 0,0308$ kann als Hell-Dunkel-Rauschen gedeutet werden. Die Gleichung (2.16;19) läßt die bemerkenswerte Eigenschaft erkennen, daß die Helligkeit $V(F_{\odot})$ durch *Zählung* der Hellbezugswertschwellen Ys entsteht. Entsprechende Gleichungen werden sich in Abschnitt (2.42) für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheitsstufung ergeben.

2.2 Stufung der Buntheit $C_T(F_{\odot}, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_{\odot})$

Die Farben gleicher Buntheit (gleiches Chroma) des Munsell-Farbsystems liegen für *kleine* Buntheit und für die Helligkeiten $V(F_{\odot}) = 1,2$, bis 9 in der Normfarbtafel (x,y) mit guter Näherung auf Ellipsen. Die Größe der Ellipsen ändert sich als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_{\odot})$ bzw. der Helligkeit $V(F_{\odot})$. Wir wollen im folgenden versuchen, den funktionellen Zusammenhang von Ellipsengröße und Hellbezugswert $Y(F_{\odot})$ für die Farben der Buntheit $C_T(F_{\odot}, M_{V\odot}) = 2$ zu ermitteln. Es wird sich ergeben, daß die Ellipsenachsen umgekehrt proportional zur Kubikwurzel der Hellbezugswerte $Y(F_{\odot})$ sind (vergl. [36]).

2.21 Farben der Buntheit $C_T(F_{\odot}, C) = 2$ in der Farbtafel (p,q)

Die Farben der Buntheit $C_T(F_{\odot}, C) = 2$ des Munsell-Farbsystems liegen näherungsweise für jeweils konstante Hellbezugswerte $Y(F_{\odot})$ (konstante Helligkeiten $V(F_{\odot})$) in der Normfarbtafel auf Ellipsen. Die Ellipsengröße nimmt mit wachsendem Hellbezugswert ab.

In der Farbtafel (p,q) mit

$$p = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689)/y$$

$$q = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046)/y \quad (2.21;1)$$

liegen die Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ Munsell-Farbsystems für jeweils konstante Hellbezugswerte $Y(F_c)$ (konstante Helligkeiten $V(F_c)$) näherungsweise auf Kreisen. In *Abbildung (2.21;A1)* haben wir die Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ in der Farbtafel (p,q) für die Helligkeiten $V(F_c) = 1, 2, 5, 8$ und 9 dargestellt.

Buntheit	Helligkeit	Farbton	Normfarbwertanteile		Hellbezugswert	Sättigungswerte	
$C_r(F_c, C)$	$V(F_c)$	$H(F_c)$	$x(F_c)$	$y(F_c)$	$Y(F_c)$	$p(F_c)$	$q(F_c)$
2,00	2,00	5,0 PB	0,2638	0,2624	3,13	0,44	-3,30
2,00	2,00	5,0 B	0,2559	0,2874	3,13	-0,46	-2,73
2,00	2,00	5,0 BG	0,2697	0,3175	3,13	-0,73	-2,02
2,00	2,00	5,0 G	0,2918	0,3450	3,13	-0,69	-1,42
2,00	2,00	5,0 GY	0,3309	0,3743	3,13	-0,30	-0,80
2,00	2,00	5,0 Y	0,3757	0,3839	3,13	0,53	-0,45
2,00	2,00	5,0 YR	0,3880	0,3476	3,13	1,64	-0,83
2,00	2,00	5,0 R	0,3692	0,3111	3,13	2,16	-1,51
2,00	2,00	5,0 RP	0,3383	0,2829	3,13	2,15	-2,26
2,00	2,00	5,0 P	0,2984	0,2612	3,13	1,61	-3,07
2,00	5,00	5,0 PB	0,2882	0,2923	19,77	0,37	-2,40
2,00	5,00	5,0 B	0,2794	0,3032	19,77	-0,15	-2,23
2,00	5,00	5,0 BG	0,2841	0,3210	19,77	-0,41	-1,87
2,00	5,00	5,0 G	0,2978	0,3392	19,77	-0,43	-1,48
2,00	5,00	5,0 GY	0,3289	0,3612	19,77	-0,10	-0,98
2,00	5,00	5,0 Y	0,3500	0,3620	19,77	0,39	-0,86
2,00	5,00	5,0 YR	0,3530	0,3395	19,77	0,97	-1,15
2,00	5,00	5,0 R	0,3392	0,3192	19,77	1,11	-1,56
2,00	5,00	5,0 RP	0,3256	0,3065	19,77	1,07	-1,87
2,00	5,00	5,0 P	0,3045	0,2928	19,77	0,84	-2,28
2,00	8,00	5,0 PB	0,2974	0,3039	59,10	0,35	-2,10
2,00	8,00	5,0 B	0,2908	0,3096	59,10	0,02	-2,04
2,00	8,00	5,0 BG	0,2919	0,3228	59,10	-0,24	-1,79
2,00	8,00	5,0 G	0,3009	0,3359	59,10	-0,28	-1,51
2,00	8,00	5,0 GY	0,3284	0,3542	59,10	0,03	-1,08
2,00	8,00	5,0 Y	0,3394	0,3518	59,10	0,35	-1,05
2,00	8,00	5,0 YR	0,3373	0,3330	59,10	0,72	-1,34
2,00	8,00	5,0 R	0,3254	0,3186	59,10	0,76	-1,65
2,00	8,00	5,0 RP	0,3180	0,3120	59,10	0,72	-1,82
2,00	8,00	5,0 P	0,3065	0,3047	59,10	0,58	-2,03

Tabelle (2.21;T1)
Normfarbwertanteile (x,y) und Sättigungswerte (p,q) für Farben der Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$ und der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ als Funktion des Farbtons $H(F_c)$. Diese Daten dienen für *Abbildung (2.21;A1)*. Normfarbwertanteile und Helligkeiten gehören zu Munsell-Farben [33].

Die radialen Sättigungswertdifferenzen $p_r(F_c, C)$ werden mit zunehmender Helligkeit kleiner. Den funktionellen Zusammenhang zwischen radialen Sättigungswertdifferenzen und Helligkeit bzw. Hellbezugswert werden wir im nächsten Abschnitt beschreiben.

Die Kreismittelpunkte $[p(M_{V_c}), q(M_{V_c})]$ verschieben sich längs einer Geraden, auf der der experimentelle Umfeldfarbort [32] ($x = 0,3140$; $y = 0,3244$; $Y = 25,30$; $p = 0,310$; $q = -1,623$) liegt. Der Farbort der Normlichtart C ($x = 0,3101$; $y = 0,3162$; $p = 0,3990$; $q = -1,7907$), der 1943 [33] für das Munsell-Farbsystem als Unbunt festgelegt wurde, liegt etwas abseits dieser Geraden.

Die Verschiebung der Kreismittelpunkte $[p(M_{V_c}), q(M_{V_c})]$ wird in Abschnitt (2.51) auf die Datenverarbeitung beim Farbsehen, hier auf eine Differenzbildung von nichtlinearen In- und Umfeldsignalen, zurückgeführt.

Buntheit	Helligkeit	Farbton	Normfarbwertanteile		Hellbezugswert	Sättigungswerte	
$C_{yb}(F_c, C)$	$V(F_c)$	$H(F_c)$	$x(F_c)$	$y(F_c)$	$Y(F_c)$	$p(F_c)$	$q(F_c)$
2,00	2,00	5,0 Y	0,3757	0,3839	3,13	0,53	-0,45
4,00	2,00	5,0 Y	0,4543	0,4573	3,13	0,77	0,58
2,00	5,00	5,0 Y	0,3500	0,3620	19,77	0,39	-0,86
4,00	5,00	5,0 Y	0,3925	0,4057	19,77	0,47	-0,14
6,00	5,00	5,0 Y	0,4302	0,4435	19,77	0,55	0,37
8,00	5,00	5,0 Y	0,4579	0,4692	19,77	0,63	0,68
10,00	5,00	5,0 Y	0,4777	0,4876	19,77	0,69	0,88
12,00	5,00	5,0 Y	0,4932	0,5019	19,77	0,73	1,03
2,00	8,00	5,0 Y	0,3394	0,3518	59,10	0,35	-1,05
4,00	8,00	5,0 Y	0,3650	0,3826	59,10	0,32	-0,52
6,00	8,00	5,0 Y	0,3913	0,4117	59,10	0,34	-0,09
8,00	8,00	5,0 Y	0,4158	0,4378	59,10	0,37	0,26
10,00	8,00	5,0 Y	0,4376	0,4601	59,10	0,41	0,53
12,00	8,00	5,0 Y	0,4562	0,4788	59,10	0,45	0,74
14,00	8,00	5,0 Y	0,4699	0,4920	59,10	0,48	0,88
16,00	8,00	5,0 Y	0,4791	0,5012	59,10	0,50	0,97
18,00	8,00	5,0 Y	0,4847	0,5069	59,10	0,51	1,02
-2,00	2,00	5,0 PB	0,2638	0,2624	3,13	0,44	-3,30
-4,00	2,00	5,0 PB	0,2263	0,2192	3,13	0,47	-5,05
-6,00	2,00	5,0 PB	0,1942	0,1811	3,13	0,55	-7,28
-8,00	2,00	5,0 PB	0,1685	0,1491	3,13	0,73	-10,02
-10,00	2,00	5,0 PB	0,1500	0,1240	3,13	1,05	-13,12
-12,00	2,00	5,0 PB	0,1363	0,1048	3,13	1,44	-16,49
-14,00	2,00	5,0 PB	0,1253	0,0873	3,13	2,08	-20,83
-2,00	5,00	5,0 PB	0,2882	0,2923	19,77	0,37	-2,40
-4,00	5,00	5,0 PB	0,2662	0,2687	19,77	0,33	-3,12
-6,00	5,00	5,0 PB	0,2447	0,2449	19,77	0,31	-3,97
-8,00	5,00	5,0 PB	0,2255	0,2239	19,77	0,28	-4,87
-10,00	5,00	5,0 PB	0,2080	0,2041	19,77	0,26	-5,89
-12,00	5,00	5,0 PB	0,1918	0,1858	19,77	0,25	-7,03
-14,00	5,00	5,0 PB	0,1773	0,1689	19,77	0,25	-8,29
-16,00	5,00	5,0 PB	0,1638	0,1521	19,77	0,31	-9,80
-18,00	5,00	5,0 PB	0,1518	0,1365	19,77	0,41	-11,54
-2,00	8,00	5,0 PB	0,2974	0,3039	59,10	0,35	-2,10
-4,00	8,00	5,0 PB	0,2798	0,2861	59,10	0,29	-2,60
-6,00	8,00	5,0 PB	0,2614	0,2670	59,10	0,23	-3,20

Tabelle (2.21;T2)
Normfarbwertanteile (x,y) und Sättigungswerte (p,q) für Farben der Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$ sowie die Farbtöne 5,0 Y und 5,0 PB als Funktion der Buntheit $C_{yb}(F_c, C)$. Normwertanteile aus [33].

Buntheit	Helligkeit	Farbton	Normfarbwertanteile		Hellbezugswert	Sättigungswerte	
$C_{rg}(F_c, C)$	$V(F_c)$	$H(F_c)$	$x(F_c)$	$y(F_c)$	$Y(F_c)$	$p(F_c)$	$q(F_c)$
2,00	2,00	5,0 R	0,3692	0,3111	3,13	2,16	-1,51
4,00	2,00	5,0 R	0,4184	0,3032	3,13	3,80	-1,32
6,00	2,00	5,0 R	0,4642	0,2934	3,13	5,51	-1,18
8,00	2,00	5,0 R	0,5143	0,2800	3,13	7,66	-1,07
10,00	2,00	5,0 R	0,5557	0,2633	3,13	9,96	-1,07
12,00	2,00	5,0 R	0,5930	0,2465	3,13	12,43	-1,10
14,00	2,00	5,0 R	0,6302	0,2287	3,13	15,36	-1,17
2,00	5,00	5,0 R	0,3392	0,3192	19,77	1,11	-1,56
4,00	5,00	5,0 R	0,3740	0,3220	19,77	1,97	-1,29
6,00	5,00	5,0 R	0,4078	0,3238	19,77	2,82	-1,06
8,00	5,00	5,0 R	0,4413	0,3240	19,77	3,70	-0,85
10,00	5,00	5,0 R	0,4747	0,3227	19,77	4,64	-0,66
12,00	5,00	5,0 R	0,5071	0,3194	19,77	5,63	-0,51
14,00	5,00	5,0 R	0,5341	0,3158	19,77	6,52	-0,39
16,00	5,00	5,0 R	0,5637	0,3102	19,77	7,59	-0,27
18,00	5,00	5,0 R	0,5918	0,3038	19,77	8,69	-0,18
20,00	5,00	5,0 R	0,6142	0,2970	19,77	9,71	-0,12
2,00	8,00	5,0 R	0,3254	0,3186	59,10	0,76	-1,65
4,00	8,00	5,0 R	0,3510	0,3224	59,10	1,35	-1,43
6,00	8,00	5,0 R	0,3743	0,3248	59,10	1,90	-1,25
8,00	8,00	5,0 R	0,4001	0,3263	59,10	2,54	-1,07
10,00	8,00	5,0 R	0,4249	0,3270	59,10	3,17	-0,91
-2,00	2,00	5,0 G	0,2918	0,3450	3,13	-0,69	-1,42
-4,00	2,00	5,0 G	0,2640	0,3845	3,13	-1,98	-1,03
-6,00	2,00	5,0 G	0,2318	0,4231	3,13	-3,11	-0,73
-8,00	2,00	5,0 G	0,1979	0,4583	3,13	-4,06	-0,53
-10,00	2,00	5,0 G	0,1560	0,4981	3,13	-5,04	-0,34

-12,00	2,00	5,0 G	0,1120	0,5358	3,13	-5,90	-0,21
-14,00	2,00	5,0 G	0,0688	0,5691	3,13	-6,63	-0,12
-16,00	2,00	5,0 G	0,0277	0,5986	3,13	-7,25	-0,06
-2,00	5,00	5,0 G	0,2978	0,3392	19,77	-0,43	-1,48
-4,00	5,00	5,0 G	0,2841	0,3628	19,77	-1,19	-1,21
-6,00	5,00	5,0 G	0,2690	0,3860	19,77	-1,89	-0,98
-8,00	5,00	5,0 G	0,2511	0,4107	19,77	-2,59	-0,78
-10,00	5,00	5,0 G	0,2329	0,4331	19,77	-3,19	-0,62
-12,00	5,00	5,0 G	0,2104	0,4578	19,77	-3,83	-0,48
-14,00	5,00	5,0 G	0,1912	0,4773	19,77	-4,31	-0,38
-16,00	5,00	5,0 G	0,1695	0,4981	19,77	-4,81	-0,29
-18,00	5,00	5,0 G	0,1489	0,5171	19,77	-5,24	-0,22
-20,00	5,00	5,0 G	0,1318	0,5321	19,77	-5,57	-0,16
-22,00	5,00	5,0 G	0,1144	0,5463	19,77	-5,89	-0,12
-24,00	5,00	5,0 G	0,0953	0,5628	19,77	-6,22	-0,07
-26,00	5,00	5,0 G	0,0784	0,5761	19,77	-6,49	-0,04
-28,00	5,00	5,0 G	0,0609	0,5898	19,77	-6,76	-0,01
-2,00	8,00	5,0 G	0,3009	0,3359	59,10	-0,28	-1,51
-4,00	8,00	5,0 G	0,2924	0,3523	59,10	-0,81	-1,31
-6,00	8,00	5,0 G	0,2822	0,3702	59,10	-1,36	-1,12
-8,00	8,00	5,0 G	0,2723	0,3865	59,10	-1,82	-0,96
-10,00	8,00	5,0 G	0,2613	0,4026	59,10	-2,28	-0,82
-12,00	8,00	5,0 G	0,2489	0,4191	59,10	-2,72	-0,69
-14,00	8,00	5,0 G	0,2368	0,4348	59,10	-3,12	-0,58
-16,00	8,00	5,0 G	0,2240	0,4500	59,10	-3,51	-0,49
-18,00	8,00	5,0 G	0,2103	0,4652	59,10	-3,88	-0,41
-20,00	8,00	5,0 G	0,1956	0,4806	59,10	-4,25	-0,33
-22,00	8,00	5,0 G	0,1821	0,4940	59,10	-4,57	-0,27

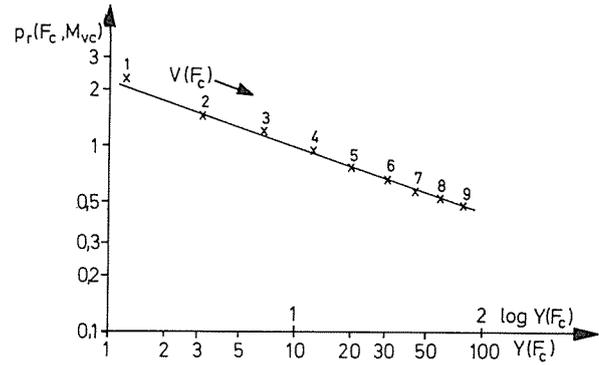


Abbildung (2.22;A1)
 Radiale Sättigungswerte $p_r(F_c, M_{vc})$ für die Farben der radialen Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ bzw. der Helligkeit $V(F_c)$ (doppelt logarithmische Darstellung)

führt haben, als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ auf beiden Achsen logarithmisch dar. Die radialen Sättigungswertdifferenzen $p_r(F_c, M_{vc})$ sind entsprechend Abbildung (2.22;A1) in guter Näherung proportional $Y(F_c)^{-1/3}$, d. h. es gilt

$$p_r(F_c, M_{vc}) = \text{const} \cdot Y(F_c)^{-1/3} \quad (2.22;1)$$

Hieraus folgt für die radiale Buntheit bei kleiner Buntheit $C_r(F_c, M_{vc})$

$$C_r(F_c, M_{vc}) = K_r \cdot p_r(F_c, M_{vc}) \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.22;2)$$

Tabelle (2.21;T3)

Normfarbwertanteile (x, y) und Sättigungswerte (p, q) für Farben der Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$ sowie die Farbtöne 5,0 R und 5,0 G als Funktion der Buntheit $C_r(F_c, C)$. Normfarbwertanteile aus [33].

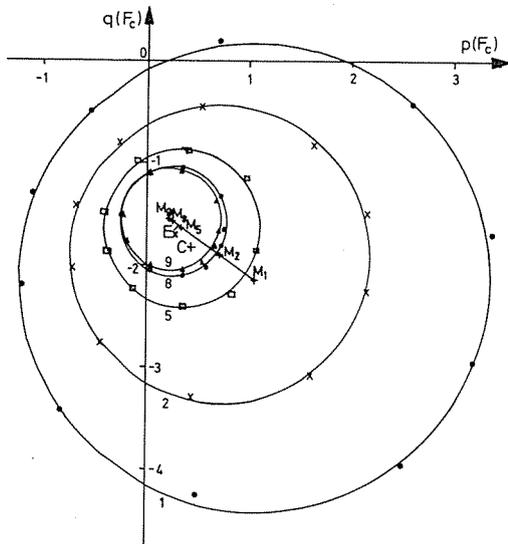


Abbildung (2.21;A1)

Farbtonkreise der radialen Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 1, 2, 5, 8$ und 9 in der Sättigungswertfarbtafel (p, q) . Die Farben jedes Farbtonkreises liegen näherungsweise auf Kreisen, die Sättigungswerte der Kreismittelpunkte (vergl. Tabelle (2.22;T1)) verschoben sich längs einer Geraden

2.22 Farben kleiner Buntheit $C_r(F_c, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$

Der Zusammenhang zwischen Buntheit $C_r(F_c, C)$ und Hellbezugswert $Y(F_c)$ wird durch Darstellung der radialen Sättigungswertdifferenzen $p_r(F_c, M_{vc})$ der Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ sichtbar.

Wir stellen die radialen Sättigungswertdifferenzen $p_r(F_c, M_{vc})$ der Abbildung (2.22;A1), die wir in Tabelle (2.22;T1) aufge-

Hellbezugswert	Helligkeit	Sättigungswerte der Kreismittelpunkte		$p_r(F_c, M_{vc})$ für $C_r(F_c, C) = 2$	Normfarbwertanteile		Sättigungszahl	
$Y(F_c)$	$V(F_c)$	$p(M_{vc})$	$q(M_{vc})$		$x(M_{vc})$	$y(M_{vc})$	$p'(M_{vc})$	$q'(M_{vc})$
1,210	1,00	1,060	-2,130	2,29	0,3155	0,2965	27,41	-10,81
3,126	2,00	0,720	-1,900	1,46	0,3149	0,3086	27,10	-10,58
6,555	3,00	0,560	-1,780	1,24	0,3153	0,3154	26,95	-10,46
12,00	4,00	0,430	-1,690	0,98	0,3148	0,3202	26,83	-10,37
19,77	5,00	0,340	-1,640	0,78	0,3142	0,3234	26,74	-10,31
25,30	5,57	0,310	-1,623	(Umfeld)	0,3140	0,3244	26,71	-10,30
30,05	6,00	0,300	-1,610	0,69	0,3142	0,3251	26,70	-10,28
43,06	7,00	0,270	-1,590	0,60	0,3142	0,3264	26,67	-10,26
59,10	8,00	0,250	-1,570	0,54	0,3144	0,3275	26,66	-10,24
78,66	9,00	0,230	-1,550	0,50	0,3146	0,3286	26,64	-10,22
102,56	10,00	-	-	-	-	-	-	-

Tabelle (2.22;T1)

Sättigungswerte der Kreismittelpunkte $[p(M_{vc}), q(M_{vc})]$, radiale Sättigungswertdifferenz $p_r(F_c, M_{vc})$, Normfarbwertanteile $[x(M_{vc}), y(M_{vc})]$ und Sättigungszahlen $[p'(M_{vc}), q'(M_{vc})]$ für die Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ bzw. der Helligkeit $V(F_c)$. Der experimentelle Farbort des Umfeldes Ex [$x(Ex) = 0,3140$, $y(Ex) = 0,3244$, $p(Ex) = 0,3100$, $q(Ex) = -1,6230$] liegt auf der Geraden, die durch die Punkte $[p(M_{vc}), q(M_{vc})]$ gebildet wird

2.23 Farben beliebiger Buntheit $C_r(F_c, C)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$

Wir vermuten, daß der einfache Zusammenhang zwischen Buntheit $C_r(F_c, C)$, den Sättigungswerten $p(F_c)$ bzw. $q(F_c)$ und dem Hellbezugswert $Y(F_c)$

$$C_r(F_c, C) = K_r \cdot \left[[p(F_c) - p(M_{vc})]^2 + [q(F_c) - q(M_{vc})]^2 \right]^{1/2} \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.23;1)$$

nicht nur auf kleine Buntheit beschränkt ist, sondern allgemein gilt. Wir denken uns die radiale Buntheit $C_r(F_c, C)$ zusammengesetzt aus den Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten $C_{yb}(F_c, C)$ und $C_{rg}(F_c, C)$ mit

$$C_r(F_c, C) = [C_{yb}(F_c, C)^2 + C_{rg}(F_c, C)^2]^{1/2} \quad (2.23;2)$$

Dann gilt für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten entsprechend Gleichung (2.23;1)

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= K_{rg} \cdot [p(F_c) - p(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ C_{yb}(F_c, C) &= K_{yb} \cdot [q(F_c) - q(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.23;3)$$

oder allgemeiner

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3} &= S_{yb}[q(F_c) - q(M_{vc})] \\ C_{rg}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3} &= S_{rg}[p(F_c) - p(M_{vc})] \end{aligned} \quad (2.23;4)$$

Die Gleichungen (2.23;4) sagen aus, daß die Sättigungsstufungsfunktionen S_{yb} und S_{rg} näherungsweise *unabhängig* vom Hellbezugswert $Y(F_c)$ sind. Die sehr geringe Abhängig-

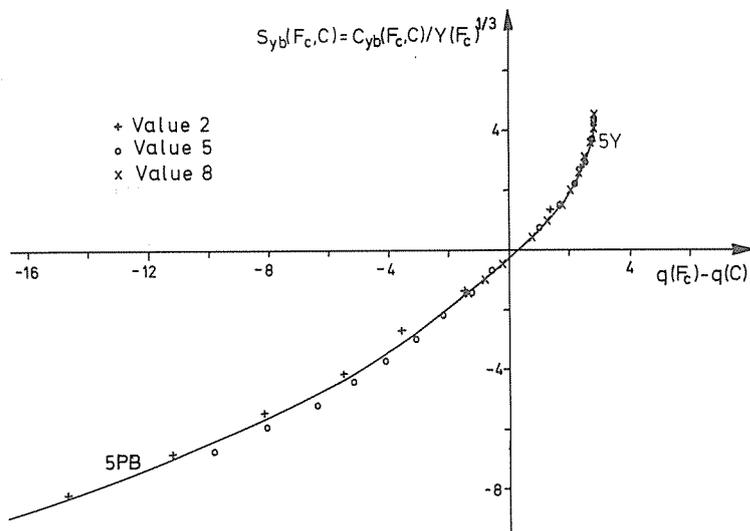


Abbildung (2.23;A1)
Zusammenhang zwischen den Gelb-Blau-Buntheiten $C_{yb}(F_c, C)$, dividiert durch den Hellbezugswert $Y(F_c)^{1/3}$, und den Sättigungswertdifferenzen $q(F_c) - q(C)$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5$ und 8 und für die Farbtöne 5.0Y und 5.0PB

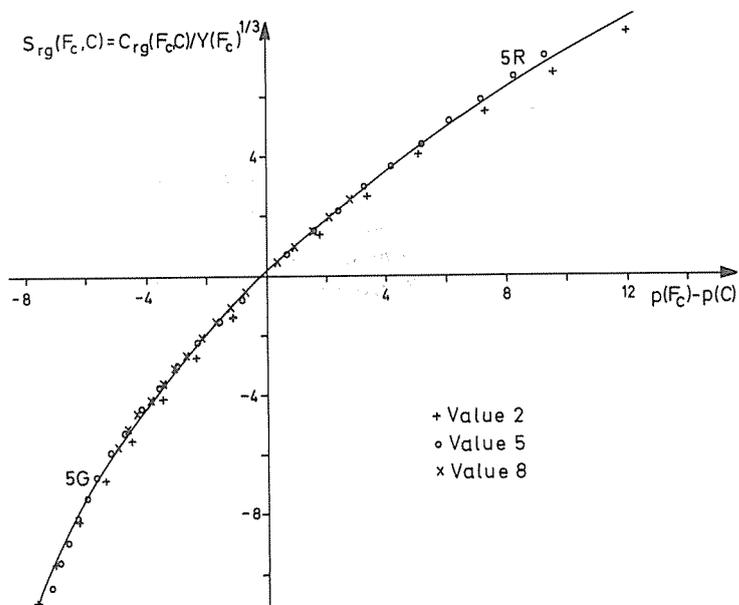


Abbildung (2.23;A2)
Zusammenhang zwischen den Rot-Grün-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$, dividiert durch den Hellbezugswert $Y(F_c)^{1/3}$, und den Sättigungswertdifferenzen $p(F_c) - p(C)$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5$ und 8 und für die Farbtöne 5.0R und 5.0G

keit von $q(M_{vc})$ bzw. $p(M_{vc})$ vom Hellbezugswert $Y(F_c)$ ist für große Buntheit vernachlässigbar. Die Darstellung von $C_{yb}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3}$ als Funktion von $q(F_c) - q(M_{vc})$ bzw. der Näherung $q(F_c) - q(C)$ für das Umfeld der Normlichtart C muß für alle Hellbezugswerte $Y(F_c)$ bzw. Helligkeiten $V(F_c)$ denselben funktionellen Zusammenhang liefern. Entsprechendes gilt für den Rot-Grün-Prozeß beim Farbsehen.

Die Abbildungen (2.23;A1) und (2.23;A2) bestätigen diese unsere Vermutung. Wir haben in diesen Abbildungen $C_{yb}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3}$ bzw. $C_{rg}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3}$ als Funktion der Sättigungswertdifferenzen $q(F_c) - q(C)$ bzw. $p(F_c) - p(C)$ dargestellt. Die für *kleine* Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$ gültigen *linearen* Beziehungen

$$\begin{aligned} S_{yb}[q(F_c) - q(C)] &= K_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ S_{rg}[p(F_c) - p(C)] &= K_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (2.23;5)$$

ändern sich für große Buntheit $C_r(F_c, C)$ in *nichtlineare*. Die funktionelle genaue Beschreibung wird uns im folgenden beschäftigen.

Von wesentlicher Bedeutung zur einfachen Beschreibung der Buntheit $C_r(F_c, C)$ bzw. ihrer Komponenten $C_{yb}(F_c, C)$ und $C_{rg}(F_c, C)$ ist die hier gezeigte Eigenschaft, daß der Quotient $C_r(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3}$ näherungsweise allein eine Funktion der Sättigungswertdifferenzen $p(F_c) - p(C)$ bzw. $q(F_c) - q(C)$ und damit unabhängig vom Hellbezugswert $Y(F_c)$ ist.

Buntheit	Helligkeit	Farbton	Normfarbwerte		Hellbezugswert	Quotient	Sättigungswertdifferenz	
$C_{yb}(F_c, C)$	$V(F_c)$	$H(F_c)$	$x(F_c)$	$y(F_c)$	$Y(F_c)$	$C_{yb}(F_c) / Y^{1/3}$	$p(F_c) - p(C)$	$q(F_c) - q(C)$
2,00	2,00	5,0 Y	0,3757	0,3839	3,13	1,37	0,13	1,34
4,00	2,00	5,0 Y	0,4543	0,4573	3,13	2,73	0,37	2,37
2,00	5,00	5,0 Y	0,3500	0,3620	19,77	0,74	-0,01	0,93
4,00	5,00	5,0 Y	0,3925	0,4057	19,77	1,48	0,07	1,65
6,00	5,00	5,0 Y	0,4302	0,4435	19,77	2,22	0,15	2,16
8,00	5,00	5,0 Y	0,4579	0,4692	19,77	2,96	0,24	2,47
10,00	5,00	5,0 Y	0,4777	0,4876	19,77	3,70	0,29	2,67
12,00	5,00	5,0 Y	0,4932	0,5019	19,77	4,44	0,33	2,82
2,00	8,00	5,0 Y	0,3394	0,3518	59,10	0,51	-0,05	0,74
4,00	8,00	5,0 Y	0,3650	0,3826	59,10	1,03	-0,08	1,27
6,00	8,00	5,0 Y	0,3913	0,4117	59,10	1,54	-0,06	1,70
8,00	8,00	5,0 Y	0,4158	0,4378	59,10	2,05	-0,03	2,05
10,00	8,00	5,0 Y	0,4376	0,4601	59,10	2,57	0,01	2,32
12,00	8,00	5,0 Y	0,4562	0,4788	59,10	3,08	0,05	2,53
14,00	8,00	5,0 Y	0,4699	0,4920	59,10	3,59	0,08	2,67
16,00	8,00	5,0 Y	0,4791	0,5012	59,10	4,11	0,10	2,76
18,00	8,00	5,0 Y	0,4847	0,5069	59,10	4,62	0,11	2,81
- 2,00	2,00	5,0 PB	0,2638	0,2624	3,13	-1,37	0,04	- 1,51
- 4,00	2,00	5,0 PB	0,2263	0,2193	3,13	-2,73	0,07	- 3,26
- 6,00	2,00	5,0 PB	0,1942	0,1811	3,13	-4,10	0,15	- 5,49
- 8,00	2,00	5,0 PB	0,1685	0,1491	3,13	-5,47	0,33	- 8,23
-10,00	2,00	5,0 PB	0,1500	0,1240	3,13	-6,84	0,65	-11,33
-12,00	2,00	5,0 PB	0,1363	0,1048	3,13	-8,20	1,04	-14,70
-14,00	2,00	5,0 PB	0,1253	0,0873	3,13	-9,57	1,68	-19,03
- 2,00	5,00	5,0 PB	0,2882	0,2923	19,77	-0,74	-0,02	- 0,61
- 4,00	5,00	5,0 PB	0,2662	0,2687	19,77	-1,48	-0,06	- 1,32
- 6,00	5,00	5,0 PB	0,2447	0,2449	19,77	-2,22	-0,09	- 2,18
- 8,00	5,00	5,0 PB	0,2255	0,2239	19,77	-2,96	-0,12	- 3,08
-10,00	5,00	5,0 PB	0,2080	0,2041	19,77	-3,70	-0,14	- 4,10
-12,00	5,00	5,0 PB	0,1918	0,1858	19,77	-4,44	-0,15	- 5,23
-14,00	5,00	5,0 PB	0,1773	0,1689	19,77	-5,18	-0,15	- 6,49
-16,00	5,00	5,0 PB	0,1638	0,1521	19,77	-5,92	-0,09	- 8,01
-18,00	5,00	5,0 PB	0,1518	0,1365	19,77	-6,66	0,01	- 9,75
- 2,00	8,00	5,0 PB	0,2974	0,3039	59,10	-0,51	-0,05	- 0,31
- 4,00	8,00	5,0 PB	0,2798	0,2861	59,10	-1,03	-0,11	- 0,81
- 6,00	8,00	5,0 PB	0,2614	0,2670	59,10	-1,54	-0,17	- 1,40

Tabelle (2.23;T1)
Zusammenhang zwischen den Gelb-Blau-Buntheiten $C_{yb}(F_c, C)$ dividiert durch $Y(F_c)^{1/3}$ und den Gelb-Blau-Sättigungswertdifferenzen $q(F_c) - q(C)$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5$ und 8 und die Farbtöne 5,0Y und 5,0PB unter Benutzung der Näherung $p(M_{vc}) \approx p(C) = 0,3990$

Buntheit	Helligkeit	Farbton	Normfarbwertanteile		Hellbezugswert	Quotient	Sättigungswertdifferenz	
			x(F _c)	y(F _c)			p(F _c)	q(F _c)
C _{rg} (F _c ,C)	V(F _c)	H(F _c)	x(F _c)	y(F _c)	Y(F _c)	C _{rg} (F _c) / Y ^{1/3}	-p(C)	-q(C)
2,00	2,00	5,0 R	0,3692	0,3111	3,13	1,37	1,76	0,29
4,00	2,00	5,0 R	0,4184	0,3032	3,13	2,73	3,40	0,47
6,00	2,00	5,0 R	0,4642	0,2934	3,13	4,10	5,11	0,61
8,00	2,00	5,0 R	0,5143	0,2800	3,13	5,47	7,26	0,72
10,00	2,00	5,0 R	0,5557	0,2633	3,13	6,84	9,56	0,72
12,00	2,00	5,0 R	0,5930	0,2465	3,13	8,20	12,03	0,69
14,00	2,00	5,0 R	0,6302	0,2287	3,13	9,57	14,96	0,62
2,00	5,00	5,0 R	0,3392	0,3192	19,77	0,74	0,71	0,23
4,00	5,00	5,0 R	0,3740	0,3220	19,77	1,48	1,57	0,50
6,00	5,00	5,0 R	0,4078	0,3238	19,77	2,22	2,42	0,73
8,00	5,00	5,0 R	0,4413	0,3240	19,77	2,96	3,30	0,94
10,00	5,00	5,0 R	0,4747	0,3227	19,77	3,70	4,24	1,13
12,00	5,00	5,0 R	0,5071	0,3194	19,77	4,44	5,24	1,28
14,00	5,00	5,0 R	0,5341	0,3158	19,77	5,18	6,12	1,40
16,00	5,00	5,0 R	0,5637	0,3102	19,77	5,92	7,19	1,52
18,00	5,00	5,0 R	0,5918	0,3038	19,77	6,66	8,30	1,62
20,00	5,00	5,0 R	0,6142	0,2970	19,77	7,40	9,31	1,67
2,00	8,00	5,0 R	0,3254	0,3186	59,10	0,51	0,36	0,14
4,00	8,00	5,0 R	0,3510	0,3224	59,10	1,03	0,95	0,36
6,00	8,00	5,0 R	0,3743	0,3248	59,10	1,54	1,50	0,54
8,00	8,00	5,0 R	0,4001	0,3263	59,10	2,05	2,14	0,72
10,00	8,00	5,0 R	0,4249	0,3270	59,10	2,57	2,77	0,89
- 2,00	2,00	5,0 G	0,2918	0,3450	3,13	- 1,37	- 1,09	0,37
- 4,00	2,00	5,0 G	0,2640	0,3845	3,13	- 2,73	- 2,38	0,77
- 6,00	2,00	5,0 G	0,2318	0,4231	3,13	- 4,10	- 3,51	1,06
- 8,00	2,00	5,0 G	0,1979	0,4583	3,13	- 5,47	- 4,46	1,27
- 10,00	2,00	5,0 G	0,1560	0,4981	3,13	- 6,84	- 5,44	1,45
- 12,00	2,00	5,0 G	0,1120	0,5358	3,13	- 8,20	- 6,30	1,58
- 14,00	2,00	5,0 G	0,0688	0,5691	3,13	- 9,57	- 7,03	1,67
- 16,00	2,00	5,0 G	0,0277	0,5986	3,13	- 10,94	- 7,65	1,73
- 2,00	5,00	5,0 G	0,2978	0,3392	19,77	- 0,74	- 0,83	0,31
- 4,00	5,00	5,0 G	0,2841	0,3628	19,77	- 1,48	- 1,59	0,58
- 6,00	5,00	5,0 G	0,2690	0,3860	19,77	- 2,22	- 2,29	0,81
- 8,00	5,00	5,0 G	0,2511	0,4107	19,77	- 2,96	- 2,99	1,01
- 10,00	5,00	5,0 G	0,2329	0,4331	19,77	- 3,70	- 3,59	1,17
- 12,00	5,00	5,0 G	0,2104	0,4578	19,77	- 4,44	- 4,22	1,31
- 14,00	5,00	5,0 G	0,1912	0,4773	19,77	- 5,18	- 4,71	1,41
- 16,00	5,00	5,0 G	0,1695	0,4981	19,77	- 5,92	- 5,20	1,50
- 18,00	5,00	5,0 G	0,1489	0,5171	19,77	- 6,66	- 5,64	1,58
- 20,00	5,00	5,0 G	0,1318	0,5321	19,77	- 7,40	- 5,97	1,63
- 22,00	5,00	5,0 G	0,1144	0,5463	19,77	- 8,14	- 6,28	1,67
- 24,00	5,00	5,0 G	0,0953	0,5628	19,77	- 8,88	- 6,62	1,72
- 26,00	5,00	5,0 G	0,0784	0,5761	19,77	- 9,62	- 6,89	1,75
- 28,00	5,00	5,0 G	0,0609	0,5898	19,77	- 10,36	- 7,16	1,78
- 2,00	8,00	5,0 G	0,3009	0,3359	59,10	- 0,51	- 0,68	0,28
- 4,00	8,00	5,0 G	0,2924	0,3523	59,10	- 1,03	- 1,21	0,48
- 6,00	8,00	5,0 G	0,2822	0,3702	59,10	- 1,54	- 1,76	0,67
- 8,00	8,00	5,0 G	0,2723	0,3865	59,10	- 2,05	- 2,22	0,83
- 10,00	8,00	5,0 G	0,2613	0,4026	59,10	- 2,57	- 2,67	0,97
- 12,00	8,00	5,0 G	0,2489	0,4191	59,10	- 3,08	- 3,12	1,10
- 14,00	8,00	5,0 G	0,2368	0,4348	59,10	- 3,59	- 3,52	1,21
- 16,00	8,00	5,0 G	0,2240	0,4500	59,10	- 4,11	- 3,91	1,30
- 18,00	8,00	5,0 G	0,2103	0,4652	59,10	- 4,62	- 4,28	1,38
- 20,00	8,00	5,0 G	0,1956	0,4806	59,10	- 5,14	- 4,65	1,46
- 22,00	8,00	5,0 G	0,1821	0,4940	59,10	- 5,65	- 4,97	1,52

Tabelle (2.23;T2)

Zusammenhang zwischen Rot-Grün-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ dividiert durch $Y(F_c)^{1/3}$ und den Rot-Grün-Sättigungswertdifferenzen $p(F_c) - p(C)$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5$ und 8 und die Farbtöne $5,0R$ und $5,0G$ unter Benutzung der Näherung $q(M_{vc}) \cong q(C) = -1,7907$

2.3 Fundamentale Eigenschaften der Sättigungsstufungsfunktionen S_{rg} und S_{yb}

Nach den im letzten Abschnitt ermittelten Gleichungen (2.23;4) gilt für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$ als Funktion der Sättigungswertdifferenzen $p(F_c) - p(C)$ bzw. $q(F_c) - q(C)$

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3} &= S_{rg}[q(F_c) - q(C)] \\ C_{yb}(F_c, C)/Y(F_c)^{1/3} &= S_{yb}[p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (2.30;1)$$

Wir stellen uns in diesem Abschnitt die Aufgabe, erste fundamentale Eigenschaften der Sättigungsstufungsfunktionen S_{yb} bzw. S_{rg} zu ermitteln. Wir können uns im folgenden auf die

Diskussion der Eigenschaften von S_{yb} beschränken, denn entsprechendes gilt auch für S_{rg} .

Es ist uns nach Abschnitt (2.23) bereits bekannt, daß für kleine Buntheit die Funktion S_{yb} eine lineare Funktion der Sättigungswertdifferenz $q(F_c) - q(M_{vc})$ bzw. der Näherung $q(F_c) - q(C)$ ist. Es gilt für kleine $C_{yb}(F_c, C)$

$$S_{yb}[q(F_c) - q(C)] = K_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] \quad (2.30;2)$$

Die Funktion S_{yb} hat die wesentliche Eigenschaft, daß nur die Sättigungswertdifferenz von In- und Umfeldsättigungswerten auftritt. Hier wird das in vielen physiologischen Experimenten (vergl. [52]) gefundene Ergebnis beschrieben, das oft eine einfache Subtraktion von elektrophysiologisch mit Mikrosonden meßbaren In- und Umfeldsignalen eintritt.

In der Regel wird angenommen, daß sowohl die Infeld- als auch die Umfeldsignale nichtlineare Funktionen der Reizgrößen (hier z. B. vom Sättigungswert q) sind. Gleichung (2.30;2) besagt, daß für den Sonderfall kleiner Buntheit näherungsweise ein linearer Zusammenhang mit dem Reiz besteht. Die geringe Abhängigkeit des Umfeldsättigungswertes $q(M_{vc}) \cong q(C)$ vom Hellbezugswert $Y(F_c)$ deutet darauf hin, daß geringe Nichtlinearitäten bestehen.

Für zwei Farben F_1 und F_2 mit $Y(F_1) = Y(F_2) = Y(F_c)$ gilt für ein Adaptationsumfeld der Normlichtart C nach Abschnitt (2.23)

$$\begin{aligned} [C_{yb}(F_1, C) - C_{yb}(F_2, C)]/Y(F_c)^{1/3} &= \\ &= S_{yb}[q(F_1) - q(C)] - S_{yb}[q(F_2) - q(C)] \end{aligned} \quad (2.30;3)$$

Nach Pointer [35] bleibt bei einem Adaptationsumfeld der Normlichtart A der Farbabstand ungeändert, d. h. es gilt zusätzlich

$$\begin{aligned} [C_{yb}(F_1, A) - C_{yb}(F_2, A)]/Y(F_c)^{1/3} &= \\ &= S_{yb}[q(F_1) - q(A)] - S_{yb}[q(F_2) - q(A)] \end{aligned} \quad (2.30;4)$$

Die experimentell gefundene Unabhängigkeit des Farbabstandes vom Adaptationsumfeld wird nur erreicht, wenn die Sättigungsstufungsfunktion folgende wesentliche Eigenschaften besitzt

$$\begin{aligned} S_{yb}[q(F_1) - q(C)] &= S_{yb}[q(F_1)] - S_{yb}[q(C)] \\ S_{yb}[q(F_1) - q(A)] &= S_{yb}[q(F_1)] - S_{yb}[q(A)] \end{aligned} \quad (2.30;5)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.30;5) in Gleichung (2.30;3) und Gleichung (2.30;4) folgt

$$\begin{aligned} [C_{yb}(F_1, C) - C_{yb}(F_2, C)]/Y(F_c)^{1/3} &= \\ &= S_{yb}[q(F_1)] - S_{yb}[q(F_2)] \\ [C_{yb}(F_1, A) - C_{yb}(F_2, A)]/Y(F_c)^{1/3} &= \\ &= S_{yb}[q(F_1)] - S_{yb}[q(F_2)] \end{aligned} \quad (2.30;6)$$

d. h. die Glieder $S_{yb}[q(C)]$ bzw. $S_{yb}[q(A)]$ entfallen.

Gleichung (2.30;6) beschreibt die Eigenschaft, daß die Gelb-Blau-Buntheitsdifferenz von zwei Farben F_1 und F_2 mit gleichem Hellbezugswert $Y(F_1) = Y(F_2)$ unabhängig vom Adaptationsumfeld ist. Entsprechende Gleichungen gelten für die Rot-Grün- und radiale Buntheitsdifferenz. Durch Einsetzen von Gleichung (2.30;5) für eine Infeldfarbe F_c in Gleichung (2.30;1) folgt

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C)/Y(F_\rho)^{1/3} &= S_{rg}[p(F_\rho)] - S_{rg}[p(C)] \\ C_{yb}(F_c, C)/Y(F_\rho)^{1/3} &= S_{yb}[q(F_c)] - S_{yb}[q(C)] \end{aligned} \quad (2.30;7)$$

Wir fassen zusammen und stellen fest: Neben der am Munsell-System sichtbaren Abstandsproportionalität der Sättigungsstufungsfunktion für kleine Buntheiten als Funktion der Sättigungswertdifferenzen von In- und Umfeld, die wir durch Gleichung (2.30;2) beschrieben haben, können wir aus farbmetrischen Experimenten über Farbabstände von Pointer [35] auf die durch die Gleichungen (2.30;6) festgelegte *Unabhängigkeit* des Buntheitsabstandes von *allen* Adaptationsumfeldern schließen.

2.31 Beschreibung der Buntheitsstufung im Munsell-System mit Nullpunkt der Stufungskoordinaten bei Unbunt

Nach Abschnitt (2.30) gilt für die Stufung der Buntheit nach Gleichung (2.30;7) und bei gleichzeitiger Zulassung der linearen Sättigungswerttranslationen $p' = p - p_0$ und $q' = q_0 - q$

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C)/Y(F_\rho)^{1/3} &= S_{rg}[p'(F_\rho)] - S_{yb}[p'(C)] \\ C_{yb}(F_c, C)/Y(F_\rho)^{1/3} &= S_{yb}[q'(F_\rho)] - S_{yb}[q'(C)] \end{aligned} \quad (2.31;1)$$

Wir verwenden für die Sättigungsstufung im folgenden die von Zwicker und Feldtkeller benutzten Potenzfunktionen zur Beschreibung der Empfindungsgröße als Funktion der Reizgröße. Empfindungsgröße ist in unserem Fall z. B. die Gelb-Blau-Buntheit $C_{yb}(F_c)$, die sich entsprechend Gleichung (2.31;1) ergibt, und Reizgröße ist der Sättigungswert $q'(F_\rho)$. Es gilt

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= [S_{rg}[p'(F_\rho)] - S_{rg}[p'(C)]] \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \\ C_{yb}(F_c, C) &= [S_{yb}[q'(F_\rho)] - S_{yb}[q'(C)]] \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.31;2)$$

Wir verwenden die Ansätze entsprechend Gleichung (2.15;6)

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_\rho))^{P4'} + P5'] \\ &\quad \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \\ C_{yb}(F_c, C) &= Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(F_\rho))^{Q4'} + Q5'] \\ &\quad \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.31;3)$$

mit

$$\begin{aligned} p' &= p - p_0 \\ q' &= q_0 - q \end{aligned} \quad (2.31;4)$$

Die Benutzung der Gleichung (2.15;6) bzw. deren Analogie hat folgende Gründe:

1.: Die Munsell-Buntheitsstufung ist so festgelegt, daß für das unbunte Umfeld die Buntheit gleich Null wird. Wir benutzen für die Helligkeitsstufung in Abschnitt (2.13), als nämlich die Helligkeit für das mittelgraue Umfeld gleich Null werden sollte

$$V'(F_\rho) = A1' \cdot [(A2' + A3' \cdot Y(F_\rho))^{A4'} + A5'] \quad (2.13;5)$$

und müssen jetzt entsprechend verwenden

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= A1' \cdot [(A2' + A3' \cdot q'(F_\rho))^{A4'} + A5'] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \\ C_{rg}(F_c, C) &= A1' \cdot [(A2' + A3' \cdot p'(F_\rho))^{A4'} + A5'] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_\rho)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.31;5)$$

2.: Die Nullpunkte der Sättigungswerte p bzw. q sind noch offen. Anders als bei der Nullpunktswahl des Hellbezugswertes Y , wo wir vorzugsweise den meßtechnisch definierten als Nullpunkt verwendeten, müssen wir jetzt erst die meßtechnisch sinnvollen Sättigungswertnullpunkte definieren. Natürlich können wir auch die bisher verwendeten Definitionen der Sättigungswerte p bzw. q benutzen, die ihre Nullpunkte bei den spektralen Urfarben der Wellenlängen [475 nm, 503 nm, 574 nm, - 494 nm] haben.

Der im Abschnitt (2.14) verwendeten Transformation

$$Y' = Y + Y_0 \quad (2.14;1)$$

entsprechen jetzt die Transformationen

$$\begin{aligned} p' &= p - p_0 \\ q' &= q_0 - q \end{aligned} \quad (2.31;6)$$

Die Konstanten $A1'$ bis $A5'$ ändern sich beim Übergang von p nach p' bzw. q nach q' . In Abschnitt (2.15) haben wir die Konstanten $D1'$ bis $D5'$ genannt, jetzt nennen wir sie $Q1'$ bis $Q5'$ bzw. $P1'$ bis $P5'$.

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslation q_0	Fehler alpha
Q1'	Q2'	Q3'	Q4'	Q5'		
-9,9037	0,1986	0,3377	0,3333	-1,0000	1,0100	15,9688
-9,9037	0,1310	0,3377	0,3333	-1,0000	1,2100	15,9688
-9,9037	0,0635	0,3377	0,3333	-1,0000	1,4100	15,9688
-9,9037	-0,0040	0,3377	0,3333	-1,0000	1,6100	15,9688
-7,2610	0,1144	0,3756	0,4000	-1,0000	1,0100	13,1401
-7,2610	0,0393	0,3756	0,4000	-1,0000	1,2100	13,1401
-7,2610	-0,0358	0,3756	0,4000	-1,0000	1,4100	13,1401
-5,9101	0,0558	0,4011	0,4500	-1,0000	1,0100	10,6560
-5,9101	-0,0244	0,4011	0,4500	-1,0000	1,2100	10,6560
-5,9101	-0,0645	0,4011	0,4500	-1,0000	1,3100	10,6560
-5,0124	0,0163	0,4138	0,5000	-1,0000	1,0100	8,2714
-5,0124	0,0665	0,4138	0,5000	-1,0000	1,2100	8,2714
-5,0124	-0,1078	0,4138	0,5000	-1,0000	1,3100	8,2714
-4,7709	0,0099	0,4110	0,5223	-1,0000	1,0100	7,8739
-4,7708	-0,0724	0,4111	0,5223	-1,0000	1,2100	7,8739
-4,7708	-0,1135	0,4111	0,5223	-1,0000	1,3100	7,8739
-9,9037	0,5396	0,3377	0,3333	-1,0000	0,0	15,9688
-7,2571	0,4937	0,3758	0,4000	-1,0000	0,0	13,1402
-5,9101	0,4609	0,4011	0,4500	-1,0000	0,0	10,6560
-5,0124	0,4343	0,4138	0,5000	-1,0000	0,0	8,2714
-4,7708	0,4250	0,4111	0,5223	-1,0000	0,0	7,8739
-9,9037	0,1074	0,3377	0,3333	-1,0000	1,2800	15,9688
-7,2610	0,0130	0,3756	0,4000	-1,0000	1,2800	13,1401
-5,9101	-0,0525	0,4011	0,4500	-1,0000	1,2800	10,6560
-5,0124	-0,0954	0,4138	0,5000	-1,0000	1,2800	8,2714
-4,7717	-0,1011	0,4110	0,5223	-1,0000	1,2800	7,8740
-9,9037	0,0021	0,3377	0,3333	-1,0000	1,5917	15,9688
-7,2566	0,0014	0,3758	0,4000	-1,0000	1,3098	13,1402
-5,9101	0,0016	0,4011	0,4500	-1,0000	1,1452	10,6560
-5,0124	0,0016	0,4138	0,5000	-1,0000	1,0455	8,2714
-4,7709	0,0016	0,4111	0,5223	-1,0000	1,0302	7,8739

Tabelle (2.31;T1)

Konstanten $Q1'$ bis $Q5'$ der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.31;3), für verschiedene Exponenten $n = Q4'$ und Sättigungswerttranslationen q_0 als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = Q4' = 0,5223$ erreicht

3.: Entsprechend Abschnitt (2.15) gilt für eine Helligkeitsstufe mit Nullpunkt der Helligkeit bei mittelgrauem Umfeld Gleichung (2.13;5) = (2.15;2) und bei gleichzeitiger Änderung des Hellbezugswertes Y nach $Y' = Y + Y_0$ die Gleichung (2.16;6). Genau diese haben wir als entsprechende Basis der jetzt benutzten Gleichungen (2.31;3) und (2.31;4) verwendet.

Die *Tabelle (2.31;T1)* enthält die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten $Q1'$ bis $Q5'$ von Gleichung (2.31;3) für verschiedene Exponenten $Q4'$ und verschiedene q_0 als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit zwischen Experiment und Theorie ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen q_0 für jeden festen Exponenten $n = Q4'$ konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = Q4' = 0,5223$ erreicht.

Die *Abbildung (2.31;A1)* enthält eine Darstellung von $Q2'$ als Funktion von q_0 für verschiedene Exponenten $n = Q4'$. Zusätzlich sind die Fehler in der Beschreibung der Buntheit sowie die physikalisch auftretenden maximalen Sättigungswerte q_m angegeben. Der maximale physikalische Sättigungswert $q_m = 1,28$ wird für die Wellenlänge 540 nm erreicht. Die Sättigungswerte p und q sind für alle Wellenlängen sowohl für den 2-Grad- als auch für den 10-Grad-Beobachter in *Tabelle (2.31;T2)* aufgeführt.

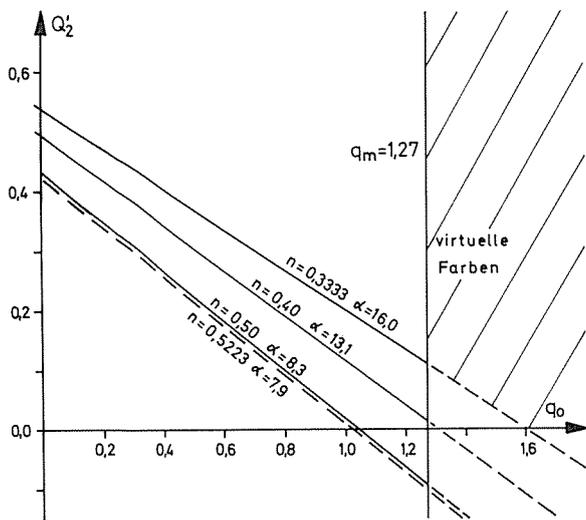


Abbildung (2.31;A1)
Konstanten $Q2'$ als Funktion der Sättigungswerttranslationen q_0 für verschiedene Exponenten $n = Q4'$. Die Werte $Q2'$ wurden für verschiedene q_0 und n mit den Gleichungen (2.31;3) und (2.31;4) durch Ausgleichsrechnung ermittelt. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Gelb-Blau-Buntheiten, die für den Exponenten $n = 0,5223$ ein Minimum erreicht, ist als zusätzlicher Parameter angegeben

Die Konstanten $Q2'$ genügen für verschiedene q_0 und jeweils feste Exponenten $n = Q4'$ und $Q3' = Q30$ der Gleichung

$$Q2' = Q20' - Q3' \cdot q_0 \quad (2.31;7)$$

Der numerische Wert von $Q20'$ für $q_0 = 0$ variiert mit dem Exponenten $n = Q4'$ und ist als $Q2'$ in *Tabelle (2.31;T1)* tabelliert. Wir unterscheiden drei Hauptfälle für die Wahl von q_0 :

Fall 1: $q_0 = 0$, d. h. $Q2' = Q20'$
Der Nullpunkt von q liegt bei den spektralen Urfarben der Wellenlängen [475 nm, 503 nm, 574 nm, - 493 nm]

Wellenlänge [nm]	2-Grad-Beobachter				10-Grad-Beobachter			
	Normspektralwertanteile		Sättigungsspektralwerte		Normspektralwertanteile		Sättigungsspektralwerte	
λ	$x(\lambda)$	$y(\lambda)$	$p(\lambda)$	$q(\lambda)$	$x_{10}(\lambda)$	$y_{10}(\lambda)$	$p_{10}(\lambda)$	$q_{10}(\lambda)$
380	0,1741	0,0050	240,71	- 410,75	0,1814	0,0197	58,51	- 99,98
385	0,1740	0,0050	239,70	- 409,39	0,1809	0,0195	58,76	- 100,76
390	0,1738	0,0049	242,60	- 414,95	0,1804	0,0194	59,18	- 101,85
395	0,1736	0,0049	241,79	- 414,38	0,1795	0,0190	59,84	- 103,63
400	0,1733	0,0048	247,95	- 425,50	0,1784	0,0187	60,55	- 105,69
405	0,1730	0,0048	248,54	- 427,58	0,1771	0,0184	61,08	- 107,64
410	0,1726	0,0048	246,45	- 425,59	0,1755	0,0181	61,32	- 109,49
415	0,1721	0,0048	243,83	- 422,84	0,1732	0,0178	61,44	- 111,79
420	0,1714	0,0051	229,46	- 400,55	0,1706	0,0178	60,07	- 111,83
425	0,1703	0,0058	199,75	- 353,00	0,1679	0,0187	55,71	- 106,80
430	0,1689	0,0069	164,61	- 295,90	0,1650	0,0203	49,61	- 98,49
435	0,1669	0,0086	129,37	- 238,37	0,1622	0,0225	42,95	- 88,72
440	0,1644	0,0109	98,45	- 187,47	0,1590	0,0257	35,58	- 77,30
445	0,1611	0,0138	73,91	- 147,22	0,1554	0,0300	28,43	- 65,94
450	0,1566	0,0177	53,81	- 114,34	0,1510	0,0364	21,11	- 53,88
455	0,1510	0,0227	38,16	- 88,66	0,1460	0,0452	14,65	- 42,87
460	0,1440	0,0297	25,49	- 67,44	0,1389	0,0589	8,55	- 32,26
465	0,1355	0,0399	15,32	- 49,67	0,1295	0,0779	3,67	- 23,70
470	0,1241	0,0578	6,65	- 33,46	0,1152	0,1090	- 0,57	- 16,09
475	0,1096	0,0868	0,58	- 21,32	0,0957	0,1591	- 3,71	- 10,06
480	0,0913	0,1327	- 3,30	- 12,89	0,0728	0,2293	- 5,64	- 6,00
485	0,0687	0,2007	- 5,59	- 7,44	0,0452	0,3275	- 6,83	- 3,20
490	0,0454	0,2949	- 6,78	- 3,98	0,0210	0,4401	- 7,40	- 1,51
495	0,0235	0,4127	- 7,36	- 1,85	0,0073	0,5625	- 7,56	- 0,39
500	0,0082	0,5384	- 7,57	- 0,57	0,0056	0,6746	- 7,52	0,31
505	0,0039	0,6548	- 7,56	0,20	0,0219	0,7526	- 7,30	0,72
510	0,0139	0,7502	- 7,40	0,69	0,0495	0,8023	- 7,00	0,99
515	0,0389	0,8120	- 7,12	1,00	0,0850	0,8170	- 6,63	1,13
520	0,0743	0,8338	- 6,75	1,16	0,1252	0,8102	- 6,20	1,20
525	0,1142	0,8262	- 6,33	1,23	0,1665	0,7921	- 5,73	1,24
530	0,1547	0,8059	- 5,88	1,26	0,2071	0,7663	- 5,22	1,26
535	0,1928	0,7817	- 5,42	1,28	0,2436	0,7399	- 4,72	1,27
540	0,2296	0,7543	- 4,93	1,28	0,2786	0,7113	- 4,20	1,26
545	0,2658	0,7243	- 4,41	1,27	0,3132	0,6813	- 3,63	1,25
550	0,3016	0,6923	- 3,83	1,26	0,3473	0,6501	- 3,01	1,23
555	0,3374	0,6588	- 3,19	1,23	0,3812	0,6181	- 2,32	1,20
560	0,3731	0,6245	- 2,48	1,20	0,4142	0,5858	- 1,57	1,16
565	0,4087	0,5896	- 1,68	1,16	0,4469	0,5531	- 0,72	1,12
570	0,4441	0,5547	- 0,79	1,12	0,4791	0,5209	0,21	1,08
575	0,4788	0,5202	0,21	1,07	0,5096	0,4904	1,21	1,03
580	0,5125	0,4866	1,32	1,02	0,5386	0,4614	2,27	0,97
585	0,5448	0,4544	2,54	0,96	0,5655	0,4345	3,39	0,92
590	0,5752	0,4242	3,85	0,89	0,5900	0,4100	4,54	0,86
595	0,6029	0,3965	5,22	0,82	0,6116	0,3884	5,67	0,81
600	0,6270	0,3725	6,58	0,76	0,6306	0,3694	6,78	0,75
605	0,6482	0,3514	7,93	0,69	0,6471	0,3529	7,83	0,70
610	0,6658	0,3340	9,16	0,63	0,6612	0,3388	8,82	0,65
615	0,6801	0,3197	10,28	0,58	0,6731	0,3269	9,71	0,61
620	0,6915	0,3084	11,24	0,53	0,6826	0,3174	10,48	0,57
625	0,7006	0,2993	12,06	0,49	0,6898	0,3102	11,09	0,54
630	0,7079	0,2920	12,76	0,45	0,6955	0,3045	11,59	0,51
635	0,7140	0,2859	13,37	0,42	0,7010	0,2990	12,10	0,49
640	0,7190	0,2809	13,89	0,40	0,7059	0,2941	12,56	0,46
645	0,7230	0,2769	14,32	0,38	0,7103	0,2897	12,99	0,44
650	0,7260	0,2740	14,64	0,36	0,7138	0,2862	13,34	0,43
655	0,7283	0,2717	14,90	0,35	0,7156	0,2844	13,53	0,42
660	0,7300	0,2700	15,09	0,34	0,7168	0,2832	13,66	0,41
665	0,7311	0,2689	15,22	0,33	0,7179	0,2821	13,76	0,40
670	0,7320	0,2680	15,32	0,33	0,7187	0,2813	13,85	0,40
675	0,7327	0,2673	15,41	0,32	0,7194	0,2806	13,92	0,40
680	0,7334	0,2666	15,49	0,32	0,7198	0,2802	13,97	0,39
685	0,7340	0,2660	15,56	0,31	0,7205	0,2795	14,05	0,39
690	0,7344	0,2656	15,60	0,31	0,7201	0,2799	14,00	0,39
695	0,7346	0,2654	15,63	0,31	0,7203	0,2797	14,02	0,39
700	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7203	0,2797	14,03	0,39
705	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7203	0,2797	14,02	0,39
710	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7203	0,2797	14,02	0,39
715	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7202	0,2798	14,01	0,39
720	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7199	0,2801	13,98	0,39
725	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7197	0,2803	13,96	0,39
730	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7195	0,2805	13,93	0,40
735	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7192	0,2808	13,90	0,40
740	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7190	0,2810	13,88	0,40
745	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7187	0,2813	13,85	0,40
750	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7183	0,2817	13,81	0,40
755	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7179	0,2821	13,77	0,40
760	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7176	0,2824	13,74	0,41
765	0,7347	0,2653	15,64	0,31	0,7172	0,2828	13,70	0,41

Tabelle (2.31;T2)
Normspektralwertanteile $[x(\lambda), y(\lambda)]$ und Sättigungsspektralwerte $[p(\lambda), q(\lambda)]$ für den 2-Grad- und 10-Grad-Beobachter. Für den 2-Grad-Beobachter betragen der maximale Sättigungswert $q_m = 1,28$ bei 540 nm sowie der minimale Sättigungswert $p_m = - 7,57$ bei 500 nm

Fall 2: $q_0 = 1,28$, d. h. $Q_2' = Q_2o' - Q_3' \cdot 1,28$
 Der Nullpunkt von q liegt in diesem Fall bei der Wellenlänge mit dem maximalen Sättigungswert, d. h. bei 540 nm

Fall 3: $q_0 = Q_2o'/Q_3'$, d. h. $Q_2' = Q_2o' - Q_3' \cdot Q_2o'/Q_3' = 0$
 Der Nullpunkt von q wird so gelegt, daß die Sättigungsstufungsfunktion eine einfache Form mit $Q_2' = 0$ erhält

In der Tabelle (2.31;T1) haben wir für diese drei Sonderfälle die Konstanten Q_1' bis Q_5' sowie die Fehlerquadratsumme bei der Beschreibung der Buntheit zusätzlich tabelliert.

Die Tabelle (2.31;T3) enthält die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten P_1' bis P_5' von Gleichung (2.31;3) für verschiedene Exponenten P_4' und verschiedene p_0 als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit zwischen Experiment und Theorie ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen p_0 für jeden festen Exponenten $n = P_4'$ konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = P_4' = 0,3863$ erreicht.

Die Abbildung (2.31;A2) enthält eine Darstellung von P_2' als Funktion von p_0 für verschiedene Exponenten $n = P_4'$. Zu-

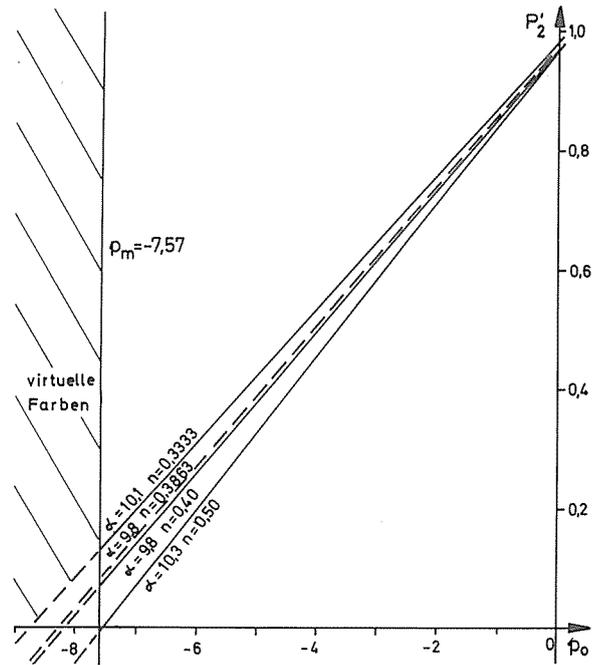


Abbildung (2.31;A2)
 Konstanten P_2' als Funktion der Sättigungswerttranslationen p_0 für verschiedene Exponenten $n = P_4'$. Die Werte P_2' wurden für verschiedene p_0 und n mit den Gleichungen (2.31;3) und (2.31;4) durch Ausgleichsrechnung ermittelt. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Rot-Grün-Buntheiten, die für den Exponenten $n = 0,3863$ ein Minimum erreicht, ist als zusätzlicher Parameter angegeben

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslation p_0	Fehler alpha
P_1'	P_2'	P_3'	P_4'	P_5'		
25,5675	0,1844	0,1120	0,3333	-1,0000	-7,1000	10,0175
25,5675	0,0724	0,1120	0,3333	-1,0000	-8,1000	10,0175
25,5675	-0,0396	0,1120	0,3333	-1,0000	-9,1000	10,0175
20,9151	0,1412	0,1176	0,3863	-1,0000	-7,1000	9,7904
20,9151	0,0235	0,1176	0,3863	-1,0000	-8,1000	9,7904
20,9151	-0,0941	0,1176	0,3863	-1,0000	-9,1000	9,7904
19,9339	0,1300	0,1191	0,4000	-1,0000	-7,1000	9,8056
19,9339	0,0109	0,1191	0,4000	-1,0000	-8,1000	9,8056
19,9339	-0,0486	0,1191	0,4000	-1,0000	-8,6000	9,8056
16,9479	0,0903	0,1241	0,4500	-1,0000	-7,1000	10,3056
16,9479	0,0283	0,1241	0,4500	-1,000	-7,6000	10,3056
16,9479	-0,0338	0,1241	0,4500	-1,000	-8,1000	10,3056
14,7384	0,0558	0,1283	0,5000	-1,0000	-7,1000	12,0678
14,7384	-0,0083	0,1283	0,5000	-1,0000	-7,6000	12,0678
14,7384	-0,0724	0,1283	0,5000	-1,0000	-8,1000	12,0678
25,5675	0,9795	0,1120	0,3333	-1,0000	0,0	10,0175
20,9151	0,9764	0,1176	0,3863	-1,0000	0,0	9,7904
19,9339	0,9755	0,1191	0,4000	-1,0000	0,0	9,8056
16,9479	0,9716	0,1241	0,4500	-1,0000	0,0	10,3056
14,7384	0,9665	0,1283	0,5000	-1,0000	0,0	12,0678
25,5675	0,1318	0,1120	0,3333	-1,0000	-7,5700	10,0175
20,9151	0,0859	0,1176	0,3863	-1,0000	-7,5700	9,7904
19,9339	0,0740	0,1191	0,4000	-1,0000	-7,5700	9,8056
16,9479	0,0320	0,1241	0,4500	-1,0000	-7,5700	10,3056
14,7384	-0,0045	0,1283	0,5000	-1,0000	-7,5700	12,0678
25,5675	0,0003	0,1120	0,3333	-1,0000	-8,7438	10,0175
20,9151	0,0004	0,1176	0,3863	-1,0000	-8,2971	9,7904
19,9339	0,0003	0,1191	0,4000	-1,0000	-8,1890	9,8056
16,9479	0,0003	0,1241	0,4500	-1,0000	-7,8254	10,3056
14,7384	0,0003	0,1283	0,5000	-1,0000	-7,5326	12,0678

Tabelle (2.31;T3)
 Konstanten P_1' bis P_5' der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.31;3), für verschiedene Exponenten $n = P_4'$ und Sättigungswerttranslationen p_0 als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = P_4' = 0,3863$ erreicht

ätzlich sind die Fehler in der Beschreibung der Buntheit, sowie der physikalisch auftretende maximale Sättigungswert $p_m = -7,57$, der bei der Wellenlänge 500 nm erreicht wird, angegeben.

2.32 Beschreibung der Buntheitsstufung im Munsell-Farbsystem bei Trennung von In- und Umfeldsignalen

Im letzten Abschnitt haben wir die Buntheitsstufung für eine Infeldfarbe F_c im Umfeld der Normlichtart C einerseits dargestellt durch

$$C_{yb}(F_c, C) = [S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)]] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, C) = [S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)]] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.32;1)$$

Andererseits haben wir die Buntheitsstufung nach Gleichung (2.31;3) approximiert

$$C_{yb}(F_c, C) = Q_1' \cdot [(Q_2' + Q_3' \cdot q'(F_c))^{Q_4'} + Q_5'] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, C) = P_1' \cdot [(P_2' + P_3' \cdot p'(F_c))^{P_4'} + P_5'] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.32;2)$$

Wir beschränken uns hier auf den einfachen Fall mit $q_0 = p_0 = 0$. In diesem Fall ist $p'(F_c) = p(F_c)$ und $q'(F_c) = -q(F_c)$. Diese Beschränkung bedeutet nach Abschnitt (2.31) keine Einschränkung zur Minimalisierung des Fehlers bei der Ausgleichsrechnung. Wir haben in Abschnitt (2.31) gezeigt, daß für alle verschiedenen Sättigungswerttranslationen p_0 bzw. q_0 der Fehler konstant bleibt.

Wir berechneten im letzten Abschnitt für verschiedene feste

Exponenten $n = Q4' = P4'$ die Fehlerquadratsummen, die die Unterschiede zwischen den Experimenten des Munsell-Farbsystems und den sich aus den Gleichungen (2.32;2) ergebenden Werten beschreiben. Für die Exponenten zwischen $n = 1/3$ und $n = 1/2$ liegen der mittlere Fehler in der Größenordnung 0,50 und 0,25 Chroma-Stufen des Munsell-Farbsystems. Die beste Beschreibung wird bei der Gelb-Blau-Buntheitsstufung für den Exponenten $n = 0,5223$ und für die Rot-Grün-Buntheitsstufung für den Exponenten $n = 0,3863$ erreicht.

Zwei Chroma-Stufen des Munsell-Farbsystems entsprechen etwa einer Value-Stufe und zugleich 30 Farbunterschiedsschwellen. Der Fehler in der Beschreibung der Buntheit liegt bei 0,25 Chroma-Stufen und damit in der Größenordnung 4 Farbunterschiedsschwellen. Da die Buntheitsstufung, z. B. bei der Helligkeit $V(F_c) = 5$, von + 12 Chroma-Stufen bis - 18 Chroma-Stufen reicht, das sind insgesamt 450 Farbunterschiedsschwellen, so liegt der mittlere Fehler der Buntheit für alle hier gewählten Exponenten unter 2 %. Dies entspricht 8 von insgesamt 450 Farbunterschiedsschwellen bei der Helligkeit $V(F_c) = 5$.

Im folgenden wollen wir die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten der Gleichung (2.32;2), die nach Abschnitt (2.13) den von Zwicker und Feldtkeller angegebenen Typ zur Stufung der Empfindungsgrößen als Funktion der Reizgrößen besitzt, physikalisch interpretieren. Dabei streben wir eine Trennung der Stufung von In- und Umfeldfarbreiz entsprechend Gleichung (2.32;1) an.

Hierzu formen wir die Gleichung (2.32;2) um und erhalten mit $P5' = -1$

$$C_{yb}(F_c, C) = \left[Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(F_c))^{Q4'} - 1 + (Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'} - (Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'}] \right] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, C) = \left[P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_c))^{P4'} - 1 + (P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'} - (P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'}] \right] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

(2.32;3)

Wir setzen:

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(F_c))^{Q4'} - 1]$$

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_c))^{P4'} - 1]$$

(2.32;4)

$$S_{yb}[q'(C)] = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'} - 1]$$

$$S_{rg}[p'(C)] = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'} - 1]$$

(2.32;5)

$$S_{ybo}[q'(C)] = S_{yb}[q'(C)] - Q1' = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'} - 1] - Q1'$$

$$S_{rgo}[p'(C)] = S_{rg}[p'(C)] - P1' = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'} - 1] - P1'$$

(2.32;6)

Da entsprechend unserem Ansatz (2.32;2) die Buntheit für Farben F_c im Umfeld der Normlichtart C näherungsweise Null wird, so gilt für $Y(F_c) = Y(C)$ und $q'(F_c) = q'(C)$ bzw. $p'(F_c) = p'(C)$

$$C_{yb}(C, C) = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'} - 1] \cdot Y(F_c)^{1/3} = S_{ybo}[q'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(C, C) = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'} - 1] \cdot Y(F_c)^{1/3} = S_{rgo}[p'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

(2.32;7)

Da $C_{yb}(C, C)$ bzw. $C_{rg}(C, C)$ näherungsweise Null sind, so müssen auch $S_{ybo}[q'(C)]$ bzw. $S_{rgo}[p'(C)]$ näherungsweise den Betrag Null besitzen. Mit den Abkürzungen der Gleichungen (2.32;4) bis (2.32;6) erhält unser Ansatz, Gleichung (2.32;2) die Form

$$C_{yb}(F_c, C) = \left[S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}[q'(C)] \right] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, C) = \left[S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}[p'(C)] \right] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

(2.32;8)

Im Grenzfall $S_{ybo}[q'(C)]$ bzw. $S_{rgo}[p'(C)]$ gleich Null ergibt sich unmittelbar Gleichung (2.32;1). Damit ist die angestrebte Trennung von In- und Umfeldsignalen erreicht.

Konstanten		Sättigungswerttranslation	Fehler	Sättigungszahlenschwellen	
Q4'	Q0'	qo(Q4')	alpha	$S_{ybo}/Q1'$	$100 \cdot s_{ybo} = S_{ybo}$
0,3333	—	0,0	15,9688	0,0460	-0,4551
0,4000	—	0,0	13,1402	0,0636	-0,4615
0,4500	—	0,0	10,6560	0,0769	-0,4548
0,5000	—	0,0	8,2714	0,0841	-0,4215
0,5223	—	0,0	7,8739	0,0811	-0,3871
0,3333	—	1,2800	15,9688	0,0460	-0,4551
0,4000	—	1,2800	13,1401	0,0636	-0,4615
0,4500	—	1,2800	10,6560	0,0769	-0,4548
0,5000	—	1,2800	8,2714	0,0841	-0,4215
0,5223	—	1,2800	7,8740	0,0811	-0,3871
0,3333	-6,8968	1,5917	15,9688	0,0460	-0,4551
0,4000	-4,9060	1,3098	13,1402	0,0636	-0,4615
0,4500	-3,9178	1,1452	10,6560	0,0769	-0,4548
0,5000	-3,2244	1,0455	8,2714	0,0841	-0,4215
0,5223	-2,9987	1,0302	7,8739	0,0811	-0,3871

Tabelle (2.32;T1)

Konstanten der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.32;8) bis (2.32;15), für verschiedene Exponenten $n = Q4'$ und Sättigungswerttranslationen qo als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = Q4' = 0,5223$ erreicht. Die Konstanten $Q0' = Q1' \cdot Q3' \cdot Q4'$ von Gleichung (2.32;12) sind nur sinnvoll für den Sonderfall $Q2' = 0$ (vgl. Tabelle (2.31;T1)), also ganz bestimmte $qo(Q4')$.

Die Tabellen (2.32;T1) und (2.32;T2) enthalten für den Gelb-Blau- und Rot-Grün-Prozeß neben den Konstanten $Q0'$ und $Q4'$ bzw. $P0'$ und $P4'$ die numerischen Werte $S_{ybo}[q'(C)]$ bzw. $S_{rgo}[p'(C)]$, die im Vergleich zu den um $Q1'$ bzw. $P1'$ größeren Werten $S_{yb}[q'(C)]$ bzw. $S_{rg}[p'(C)]$ in der Größenordnung 0 % bis 9 % liegen.

Die Abweichungen der Werte S_{ybo} bzw. S_{rgo} vom Betrag Null können folgende Gründe haben:

1. Das experimentelle Umfeld Ex zur Stufung von Munsell-Chroma $\llbracket x(Ex), y(Ex), p(Ex), q(Ex) \rrbracket = \llbracket 0,3140, 0,3244, 0,3100, -1,6230 \rrbracket$ hatte nur angenähert den Farbort der Normlichtart C $\llbracket x(C), y(C), p(C), q(C) \rrbracket = \llbracket 0,3101, 0,3162, 0,3990, -1,7907 \rrbracket$
2. S_{ybo} bzw. S_{rgo} sind nicht nur Funktionen der Sättigungswerte p bzw. q , sondern auch abhängig vom Hellbezugswert $Y(F_c)$. Diese Möglichkeit wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Konstanten		Sättigungswerttranslation	Fehler	Sättigungszahlschwellen	
P4'	P0'	po(Q4')	alpha	S _{rgo} /P1'	100 · s _{rgo} = S _{rgo}
0,3333	—	0,0	10,0175	0,0080	0,2043
0,3863	—	0,0	9,7904	0,0090	0,1876
0,4000	—	0,0	9,8056	0,0092	0,1825
0,4500	—	0,0	10,3056	0,0094	0,1601
0,5000	—	0,0	12,0678	0,0088	0,1295
0,3333	—	-7,5700	10,0175	0,0080	0,2043
0,3863	—	-7,5700	9,7904	0,0090	0,1876
0,4000	—	-7,5700	9,8056	0,0092	0,1876
0,4500	—	-7,5700	10,3056	0,0094	0,1601
0,5000	—	-7,5700	12,0678	0,0088	0,1295
0,3333	12,3246	-8,7438	10,0175	0,0080	0,2043
0,3863	9,1500	-8,2971	9,7904	0,0090	0,1876
0,4000	8,5102	-8,1890	9,8056	0,0092	0,1825
0,4500	6,6274	-7,8254	10,3056	0,0094	0,1601
0,5000	5,2783	-7,5326	12,0678	0,0088	0,1295

Tabelle (2.32;T2)

Konstanten der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.32;8) bis (2.32;15), für verschiedene Exponenten $n = P4'$ und Sättigungswerttranslationen po als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = P4' = 0,3863$ erreicht. Die Konstanten $P0' = P1' \cdot P3'^{P4'}$ von Gleichung (2.32;12) sind nur sinnvoll für den Sonderfall $P2' = 0$ (vergl. Tabelle (2.31;T3)), also ganz bestimmte po ($Q4'$).

Eine besonders einfache Form erhält die Buntheitsstufung, wenn $q'(F_c) = -[q(F_c) - q_0]$ bzw. $p'(F_c) = p(F_c) - po$ so gewählt werden, daß die Konstanten $Q2'$ bzw. $P2'$ in den Gleichungen (2.32;4) bis (2.32;6) gleich Null werden. Die Sättigungswerttranslation q_0 ist eine Funktion des Exponenten $n = Q4'$. Mit $Q2' = P2' = 0$ erhalten die Gleichungen (2.32;4) bis (2.32;6) die einfachere Form

$$\begin{aligned} S_{yb}[q'(F_c)] &= Q_0' \cdot q'(F_c)^{Q4'} \\ S_{rg}[p'(F_c)] &= P_0' \cdot p'(F_c)^{P4'} \end{aligned} \quad (2.32;9)$$

$$\begin{aligned} S_{yb}[q'(C)] &= Q_0' \cdot q'(C)^{Q4'} \\ S_{rg}[p'(C)] &= P_0' \cdot p'(C)^{P4'} \end{aligned} \quad (2.32;10)$$

$$\begin{aligned} S_{ybo}[q'(C)] &= Q_0' \cdot [q'(C)^{Q4'} - 1] \\ S_{rgo}[p'(C)] &= P_0' \cdot [p'(C)^{P4'} - 1] \end{aligned} \quad (2.32;11)$$

Die Konstanten Q_0' bzw. P_0' und die zugehörigen Sättigungswerttranslationen q_0 bzw. po sind in den Tabellen (2.32;T1) bzw. (2.32;T2) angegeben. Zusammen mit den Werten S_{ybo} bzw. S_{rgo} ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= [Q_0' \cdot q'(F_c)^{Q4'} - Q_0' \cdot q'(C)^{Q4'} + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ C_{rg}(F_c, C) &= [P_0' \cdot p'(F_c)^{P4'} - P_0' \cdot p'(C)^{P4'} + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.32;12)$$

Wir definieren die Sättigungszahlen p' und q' :

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q_0' \cdot q^{Q4'} \\ &= 0,01 \cdot Q_0' \cdot [-q + q_0(Q4')]^{Q4'} \\ &= 0,01 \cdot Q_0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + q_0(Q4')]^{Q4'} \end{aligned} \quad (2.32;13)$$

$$\begin{aligned} p' &= 0,01 \cdot P_0' \cdot p^{P4'} \\ &= 0,01 \cdot P_0' \cdot [p - po(P4')]^{P4'} \\ &= 0,01 \cdot P_0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - po(P4')]^{P4'} \end{aligned} \quad (2.32;14)$$

Die Sättigungswerttranslationen $q_0(Q4')$ bzw. $po(P4')$ sind für verschiedene Exponenten $n = Q4' = P4'$ in den Tabellen (2.32;T1) bzw. (2.32;T2) angegeben. Durch Einsetzen der Sättigungszahlen p' und q' der Gleichungen (2.32;13) und (2.32;14) in Gleichung (2.32;12) erhält man

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ C_{rg}(F_c, C) &= 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.32;15)$$

2.33 Basisrauschen und Helligkeitsrauschen

Im letzten Abschnitt haben wir die Buntheitsstufung für eine Infeldfarbe F_c im Umfeld der Normlichtart C nach Gleichung (2.32;8) beschrieben

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= [S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ C_{yb}(F_c, C) &= [S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.33;1)$$

Sowohl für den Gelb-Blau- als auch für den Rot-Grün-Prozeß enthalten die Gleichungen (2.33;1) die angestrebte Trennung zwischen den Infeldsignalen, z. B. $S_{yb}[q'(F_c)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$ und Umfeldsignalen $S_{yb}[q'(C)] \cdot Y(C)^{1/3}$.

Der im Vergleich zum Umfeldsignal kleine Term $S_{ybo} \cdot Y(F_c)^{1/3}$ kann nach Zwicker und Feldtkeller als Basisfluktuation gedeutet werden [57]; wir wollen im folgenden von *Basisrauschen* sprechen.

In unseren Berechnungen haben sich große numerische Werte für S_{ybo} bzw. S_{rgo} ergeben, die auf die bereits beschriebenen Abweichungen der Farbörter von experimentellem Umfeld Ex und der Normlichtart C bei der Chroma-Stufung des Munsell-Farbsystems zurückgeführt werden können. Die hierbei begangenen Fehler schätzen wir durch Berechnung der Sättigungsstufung für das experimentelle Umfeld Ex und das der Normlichtart C ab. Es gilt

$$\begin{aligned} -S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}[p'(C)] &= -S_{rg}[p'(Ex)] + S_{rgo}[p'(Ex)] \\ -S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}[q'(C)] &= -S_{yb}[q'(Ex)] + S_{ybo}[q'(Ex)] \end{aligned} \quad (2.33;2)$$

oder

$$\begin{aligned} S_{rgo}[p'(Ex)] &= S_{rg}[p'(Ex)] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}[p'(C)] \\ S_{ybo}[q'(Ex)] &= S_{yb}[q'(Ex)] - S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}[q'(C)] \end{aligned} \quad (2.33;3)$$

und mit Gleichung (2.32;6)

$$\begin{aligned} S_{rgo}[p'(Ex)] &= P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(Ex))^{P4'} - 1] \\ S_{ybo}[q'(Ex)] &= Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(Ex))^{Q4'} - 1] \end{aligned} \quad (2.33;4)$$

Für $n = P4' = Q4' = 0,3333$ ergibt sich (vergl. Tabellen (2.31;T1) und (2.31;T3))

$$S_{rgo}[p'(Ex)] = 25,5675 \cdot [(0,9795 + 0,1120 \cdot 0,3100)^{1/3} - 1]$$

$$\begin{aligned}
& -1,000] = 0,1206 \\
S_{ybo}[q'(Ex) &= -9,9037 \cdot [(0,5396 + 0,3377 \cdot 1,6230)]^{1/3} \\
& -1,000] = -0,2813
\end{aligned}
\tag{2.33;5}$$

Ein Vergleich von (2.33;5) mit (2.32;T1) und (2.32;T2) zeigt Änderungen von $S_{ybo} = -0,4551$ auf $S_{ybo} = -0,2818$ bzw. von $S_{rgo} = 0,2043$ auf $S_{rgo} = 0,1206$, wenn man die Abweichungen der Farbörter des experimentellen Umfeldes Ex von dem der Normlichtart C berücksichtigt.

In Abschnitt (2.21) haben wir in Abbildung (2.21;A1) dargestellt, daß sich der Mittelpunkt der Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ in der Farbtafel (p, q) als Funktion der Helligkeit verschiebt. Die Verschiebung des Mittelpunktes als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ diskutierten wir in Abschnitt (2.22). In der Tabelle (2.22;T1) sind die Koordinaten der Mittelpunkte M_{vc} als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ bzw. der Helligkeit $V(F_c)$ angegeben. K. Richter hat in [36], Seite 99 ff. gezeigt, daß sich der Mittelpunkt proportional zum Quotienten Helligkeit $V(F_c)$ dividiert durch $Y(F_c)^{1/3}$ verschiebt. Wir versuchen daher den Ansatz

$$\begin{aligned}
C_{rg}(F_c, C) &= [S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\
& + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\
C_{yb}(F_c, C) &= [S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\
& + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]
\end{aligned}
\tag{2.33;6}$$

In den Gleichungen (2.33;6) bedeuten $V(F_c)$ die Helligkeit der Infeldfarbe F_c und $V(C)$ die Helligkeit des mittelgrauen Umfeldes der Normlichtart C. Der Term $S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$ wird für mit dem Umfeld gleichhelle Infeldfarben Null.

Für In- und Umfeldfarben mit gleichen Hellbezugswerten werden die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ bzw. $C_{yb}(F_c, C)$ gleich Null, wenn für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungen der Infeldfarben $F_c = M_{oc}$ und des Umfeldes C gilt

$$\begin{aligned}
S_{rg}[p'(M_{oc})] &= S_{rg}[p'(C)] - S_{rgo} \\
S_{yb}[q'(M_{oc})] &= S_{yb}[q'(C)] - S_{ybo}
\end{aligned}
\tag{2.33;7}$$

Nach den Gleichungen (2.33;5) sind die Terme S_{ybo} und S_{rgo} auch noch verschieden von Null, wenn die Unterschiede zwischen den Farbörtern des experimentellen Umfeldes Ex und dem der Normlichtart C berücksichtigt werden. Wir müssen daher annehmen, daß die Differenzbildung von In- und Umfeldsignalen zu Null nur bis auf ein Basisrauschen erfolgt, das durch S_{ybo} und S_{rgo} beschrieben wird.

Aufgrund dieses Basisrauschens liegen die Farbörter der Farben mit der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ *exzentrisch* um den Farbort der Normlichtart C. Wir halten es für wahrscheinlich, daß der Farbort der Normlichtart C nicht die Buntheit $C_r(F_c, C) = 0$ besitzt, sondern ein hiervon abweichender Farbort M_{oc} (vergl. Tabelle (2.22;T1)), zu dem alle Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ den gleichen Farbabstand besitzen. Über die Zusammenhänge des Farbmerkmals Buntheit und der Farbabstände werden wir in Abschnitt (2.42) noch genauer diskutieren.

Für Infeldfarben F_c mit Hellbezugswerten $Y(F_c) > Y(C)$ und $Y(F_c) < Y(C)$ im Vergleich zum Umfeld der Normlichtart C verschiebt sich der Farbort von Unbunt M_{oc} proportional zu der Helligkeitsdifferenz von In- und Umfeld. Es gilt

$$\begin{aligned}
& [S_{rg}[p'(M_{vc})] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot \\
& \cdot [V(F_c) - V(C)] = 0 \\
& [S_{yb}[q'(M_{vc})] - S_{yb}[q'(C)] + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot \\
& \cdot [Y(F_c) - V(C)] = 0
\end{aligned}
\tag{2.33;8}$$

oder

$$\begin{aligned}
S_{rg}[p'(M_{vc})] &= -S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]/Y(F_c)^{1/3} + \\
& + S_{rg}[p'(C)] - S_{rgo} \\
S_{yb}[q'(M_{vc})] &= -S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]/Y(F_c)^{1/3} + \\
& + S_{yb}[q'(C)] - S_{ybo}
\end{aligned}
\tag{2.33;9}$$

oder

$$\begin{aligned}
S_{rg}[p'(M_{vc})] - S_{rg}[p'(M_{oc})] &= -S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\
& /Y(F_c)^{1/3} \\
S_{yb}[q'(M_{vc})] - S_{yb}[q'(M_{oc})] &= -S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\
& /Y(F_c)^{1/3}
\end{aligned}
\tag{2.33;10}$$

Für kleine Farbortunterschiede gilt nach den Gleichungen (2.30;2) und (2.30;5)

$$\begin{aligned}
S_{rg}[p'(M_{vc})] - S_{rg}[p'(M_{oc})] &= K_{rg} \cdot [p'(M_{vc}) - p'(M_{oc})] \\
S_{yb}[q'(M_{vc})] - S_{yb}[q'(M_{oc})] &= K_{yb} \cdot [q'(M_{vc}) - q'(M_{oc})]
\end{aligned}
\tag{2.33;11}$$

Einsetzen von Gleichung (2.33;11) in (2.33;10) ergibt in Übereinstimmung mit der von K. Richter in [36], Seite 99 ff. entwickelten Gleichung

$$\begin{aligned}
K_{rg} \cdot [p'(M_{vc}) - p'(M_{oc})] &= -S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\
& /Y(F_c)^{1/3} \\
K_{yb} \cdot [q'(M_{vc}) - q'(M_{oc})] &= -S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\
& /Y(F_c)^{1/3}
\end{aligned}
\tag{2.33;12}$$

Wir müssen daher annehmen, daß die Differenzbildung von In- und Umfeldsignalen zu Null nur bis auf ein Basisrauschen und ein *Helligkeitsrauschen* erfolgt. Das Basisrauschen wird durch S_{ybo} bzw. S_{rgo} , das Helligkeitsrauschen durch S_{ybv} bzw. S_{rgv} beschrieben. Aufgrund von Basisrauschen und Helligkeitsrauschen liegen die Farbörter von Unbunt M_{vc} nicht im Farbort der Normlichtart C bzw. des experimentellen Umfeldes Ex. Weiter liegen die Farbörter von Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ exzentrisch um den Farbort der Normlichtart C. Der Farbort von Unbunt M_{vc} ändert sich zusätzlich mit der Helligkeit $V(F_c)$ der Infeldfarbe F_c . Die Infeldfarben des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ besitzen für genau diesen Farbort M_{vc} die Buntheit $C_r(F_c, C) = 0$ und die Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ besitzen von einer Farbe mit dem Farbort M_{vc} gleichen Farbabstand.

Die Zusammenhänge zwischen dem Farbmerkmal Buntheit und den Farbabständen werden wir in Abschnitt (2.42) eingehender behandeln. Um die Buntheitsstufung unter Berücksichtigung der Helligkeitsabhängigkeit von Unbunt M_{vc} zu berechnen, haben wir den im letzten Abschnitt für die Buntheitsstufung benutzten Ansatz erweitert. Wir erhalten aus Gleichung (2.32;2)

$$C_{rg}(F_c, C) = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_c))^{P4'} + P5'] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = Q1' \cdot [Q2' + Q3' \cdot q'(F_c)]^{Q4'} + Q5' \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.33;13)$$

Entsprechend den Gleichungen (2.32;4) bis (2.32;6) gilt

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_c))^{P4'}] \quad (2.33;14)$$

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(F_c))^{Q4'}]$$

$$S_{rg}[p'(C)] = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'}] \quad (2.33;15)$$

$$S_{yb}[q'(C)] = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'}]$$

$$S_{rgo}[p'(C)] = S_{rg}[p'(C)] - P1' = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(C))^{P4'} - 1]$$

$$S_{ybo}[q'(C)] = S_{yb}[q'(C)] - Q1' = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(C))^{Q4'} - 1] \quad (2.33;16)$$

Die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten Q1' bis Q5' bzw. P1' bis P5' sind in den Tabellen (2.33;T1) und (2.33;T2) für verschiedene Exponenten n = Q4' bzw. n = P4' und verschiedene Sättigungswerttranslationen qo bzw. po als Parameter angegeben. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit zwischen Experiment und Theorie ist für die verschiedenen Sättigungswerttranslationen qo bzw. po für jeden festen Exponenten n = Q4' bzw. n = P4' konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für die Gelb-Blau-Buntheitsstufung für den Exponenten n = Q4' = 0,5295 und für die Rot-Grün-Buntheitsstufung für den Exponenten n = P4' = 0,4246 erreicht. Vergleicht man die Fehler in der Beschreibung der Buntheit in den Tabellen (2.33;T1) und (2.33;T2) mit den Fehlern zur Beschreibung der Buntheit in den Tabellen (2.31;T1) und (2.31;T3), so ergibt sich eine Verkleinerung von bis 1 % beim Gelb-Blau-Prozeß und von rund 24 % beim Rot-Grün-Prozeß. Die Verbesserung in der Beschreibung der Buntheit durch Hinzufügung eines Terms für das Helligkeitsrauschen ist beim Rot-Grün-Prozeß wesentlich größer als die Variation für verschiedene Exponenten n ohne

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslationen qo	Fehler alpha
Q1'	Q2'	Q3'	Q4'	Q5'		
-10,0235	0,5409	0,3344	0,3333	-1,0000	0,0	15,8541
-7,3480	0,4946	0,3722	0,4000	-1,0000	0,0	13,0001
-5,9810	0,4612	0,3979	0,4500	-1,0000	0,0	10,4609
-5,0719	0,4337	0,4114	0,5000	-1,0000	0,0	7,8943
-4,7657	0,4211	0,4076	0,5295	-1,0000	0,0	7,2609
-10,0235	0,1129	0,3344	0,3333	-1,0000	1,2800	15,8541
-7,3480	0,0182	0,3722	0,4000	-1,0000	1,2800	13,0001
-5,9810	-0,0481	0,3979	0,4500	-1,0000	1,2800	10,4609
-5,0719	-0,0929	0,4114	0,5000	-1,0000	1,2800	7,8943
-4,7659	-0,1006	0,4076	0,5295	-1,0000	1,2800	7,2607
-10,0236	0,0000	0,3344	0,3333	-1,0000	1,6174	15,8541
-7,3480	0,0000	0,3722	0,4000	-1,0000	1,3288	13,0001
-5,9811	0,0000	0,3979	0,4500	-1,0000	1,1590	10,4609
-5,0719	0,0	0,4114	0,5000	-1,0000	1,0541	7,8943
-4,7691	0,0003	0,4073	0,5295	-1,0000	1,0330	7,2597

Tabelle (2.33;T1)

Konstanten Q1' bis Q5' der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.33;4), für verschiedene Exponenten n = Q4' und Sättigungswerttranslationen qo als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = Q4' = 0,5295 erreicht

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslationen po	Fehler alpha
P1'	P2'	P3'	P4'	P5'		
26,6207	0,9771	0,1083	0,3333	-1,0000	0,0	7,6479
20,6912	0,9732	0,1155	0,4000	-1,0000	0,0	7,1153
19,0269	0,9715	0,1182	0,4246	-1,0000	0,0	7,0590
17,5361	0,9694	0,1208	0,4500	-1,0000	0,0	7,1345
15,1737	0,9645	0,1254	0,5000	-1,0000	0,0	7,9337
26,6207	0,1575	0,1083	0,3333	-1,0000	-7,5700	7,6479
20,6912	0,0987	0,1155	0,4000	-1,0000	-7,5700	7,1153
19,0269	0,0769	0,1182	0,4246	-1,0000	-7,5700	7,0590
17,5361	0,0550	0,1208	0,4500	-1,0000	-7,5700	7,1345
15,1737	0,0151	0,1254	0,5000	-1,0000	-7,5700	7,9337
26,6207	0,0003	0,1083	0,3333	-1,0000	-9,0221	7,6479
20,6912	-0,0002	0,1155	0,4000	-1,0000	-8,4259	7,1153
19,0269	0,0003	0,1182	0,4246	-1,0000	-8,2190	7,0590
17,5360	0,0006	0,1208	0,4500	-1,0000	-8,0247	7,1345
15,1738	-0,0002	0,1254	0,5000	-1,0000	-7,6913	7,9337

Tabelle (2.33;T2)

Konstanten P1' bis P5' der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.33;4), für verschiedene Exponenten n = P4' und Sättigungswerttranslationen po als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = P4' = 0,4246 erreicht

Berücksichtigung des Helligkeitsrauschens (vergl. Abschnitte (2.31) oder (2.32)).

Wegen der unserer Ansicht nach grundsätzlichen Bedeutung des Helligkeitsrauschens für das Verständnis des Mechanismus des Farbsehens wollen wir im folgenden sowohl die Terme für das Basisrauschen S_{ybo} bzw. S_{rgo} als auch die Terme für das Helligkeitsrauschen S_{ybv} bzw. S_{rgv} berücksichtigen.

Eine besonders einfache Form erhält die Buntheitsstufung, wenn $q'(F_c) = -[q(F_c) - qo]$ bzw. $p'(F_c) = p(F_c) - po$ so gewählt werden, daß die Konstanten Q2' bzw. P2' in (2.33;14) bis (2.33;16) gleich Null werden. Die Sättigungswerttranslation qo ist eine Funktion des Exponenten n = Q4'. Mit $q'(F_c)$ bzw. $p'(F_c)$ erhalten die Gleichungen (2.33;14) bis (2.33;16) die einfachere Form

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P0' \cdot p'(F_c)^{P4'} \quad (2.33;17)$$

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q0' \cdot q'(F_c)^{Q4'}$$

$$S_{rg}[p'(C)] = P0' \cdot p'(C)^{P4'} \quad (2.33;18)$$

$$S_{yb}[q'(C)] = Q0' \cdot q'(C)^{Q4'}$$

$$S_{rgo}[p'(C)] = P0' \cdot [p'(C)^{P4'} - 1] \quad (2.33;19)$$

$$S_{ybo}[q'(C)] = Q0' \cdot [q'(C)^{Q4'} - 1]$$

Die Konstanten Q0', P0' und die zugehörigen Sättigungswerttranslationen qo bzw. po sind in den Tabellen (2.33;T1) bzw. (2.33;T2) angegeben. Zusammen mit den Werten S_{ybo} bzw. S_{rgo} ergeben sich die Gleichungen

$$C_{rg}(F_c, C) = [P0' \cdot p'(F_c)^{P4'} - P0' \cdot p'(C)^{P4'} + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = [Q0' \cdot q'(F_c)^{Q4'} - Q0' \cdot q'(C)^{Q4'} + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.33;20)$$

Wir definieren die Sättigungszahlen p' und q':

$$p' = 0,01 \cdot P0' \cdot p^{P4'}$$

$$= 0,01 \cdot P0' \cdot [p - po(P4')]^{P4'}$$

Konstanten		Sättigungswerttranslationen	Fehler	Sättigungszahlschwellen		
Q4'	Q0'			qo	alpha	100 · s _{ybo} = S _{ybo} /Q1'
0,3333	—	0,0	15,8541	0,0445	-0,4464	-0,0301
0,4000	—	0,0	13,0001	0,0616	-0,4527	-0,0331
0,4500	—	0,0	10,4609	0,0747	-0,4470	-0,0387
0,5000	—	0,0	7,8943	0,0818	-0,4149	-0,0531
0,5295	—	0,0	7,2597	0,0771	-0,3675	-0,0728
0,3333	—	1,2800	15,8541	0,0445	-0,4464	-0,0301
0,4000	—	1,2800	13,0001	0,0616	-0,4527	-0,0331
0,4500	—	1,2800	10,4609	0,0747	-0,4470	-0,0387
0,5000	—	1,2800	7,8943	0,0818	-0,4149	-0,0531
0,5295	—	1,2800	7,2597	0,0771	-0,3675	-0,0728
0,3333	-6,9575	1,6174	15,8541	0,0445	-0,4464	-0,0301
0,4000	-4,9488	1,3288	13,0001	0,0616	-0,4527	-0,0331
0,4500	-3,9507	1,1590	10,4609	0,0747	-0,4470	-0,0387
0,5000	-3,2531	1,0541	7,8943	0,0818	-0,4149	-0,0531
0,5295	-2,9642	1,0330	7,2597	0,0771	-0,3675	-0,6728

Tabelle (2.33;T3)
Konstanten der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.33;17) bis (2.33;23), für verschiedene Exponenten $n = Q4'$ und Sättigungswerttranslationen qo als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = P4' = 0,5295$ erreicht. Die Konstanten $Q0' = Q1' \cdot 0,5 \cdot Q4'$ von Gleichung (2.33;20) sind nur sinnvoll für den Sonderfall $Q2' = 0$ (vergl. Tabelle (2.33;T1)), also ganz bestimmte qo ($Q4'$).

Konstanten		Sättigungswerttranslationen	Fehler	Sättigungszahlschwellen		
P4'	P0'			po	alpha	S _{rgo} /P1' = S _{rgo}
0,3333	—	0,0	7,6479	0,0067	0,1790	0,1029
0,4000	—	0,0	7,1153	0,0077	0,1590	0,1085
0,4246	—	0,0	7,0590	0,0079	0,1496	0,1118
0,4500	—	0,0	7,1345	0,0079	0,1383	0,1163
0,5000	—	0,0	7,9337	0,0073	0,1101	0,1301
0,3333	—	-7,5700	7,6479	0,0067	0,1790	0,1029
0,4000	—	-7,5700	7,1153	0,0077	0,1590	0,1085
0,4246	—	-7,5700	7,0590	0,0079	0,1496	0,1118
0,4500	—	-7,5700	7,1345	0,0079	0,1383	0,1163
0,5000	—	-7,5700	7,9337	0,0073	0,1101	0,1301
0,3333	12,6888	-9,0221	7,6479	0,0067	0,1790	0,1029
0,4000	8,7269	-8,4259	7,1153	0,0077	0,1590	0,1085
0,4246	7,6833	-8,2190	7,0590	0,0079	0,1496	0,1118
0,4500	6,7743	-8,0247	7,1345	0,0079	0,1383	0,1163
0,5000	5,3738	-7,6913	7,9337	0,0073	0,1101	0,1301

Tabelle (2.33;T4)
Konstanten der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.33;17) bis (2.33;23), für verschiedene Exponenten $n = P4'$ und Sättigungswerttranslationen po als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten $n = P4' = 0,4246$ erreicht. Die Konstanten $P0' = P1' \cdot P3 \cdot P4'$ von Gleichung (2.33;20) sind nur sinnvoll für den Sonderfall $P2' = 0$ (vergl. Tabelle (2.33;T2)), also ganz bestimmte po ($P4'$).

$$= 0,01 \cdot P0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - po(P4')]^{P4'} \quad (2.33;21)$$

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot q^{Q4'} = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-q + qo(Q4')]^{Q4'} = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + qo(Q4')]^{Q4'} \quad (2.33;22)$$

Die Sättigungswerttranslationen $qo(Q4')$ bzw. $po(P4')$ sind für verschiedene Exponenten $n = Q4' = P4'$ in den Tabellen (2.33;T1) bzw. (2.33;T2) angegeben. Durch Einsetzen der Sättigungszahlen p' und q' in Gleichung (2.33;20) erhält man

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.33;23)$$

2.4 Das Linienelement der Höheren Farbmatrik

Als Höhere Farbmatrik bezeichnet man die sich mit Farbabständen und empfindungsgemäß gleichen Farbmerkmalen beschäftigende Farbmatrik. Während die niedere Farbmatrik ausschließlich auf Gleichheitsurteilen aufbaut und erfahrungsgemäß keine Aussagen über Farbunterschiede ergibt, benutzt die höhere Farbmatrik die Experimente zur Stufung gleichabständiger Farbreihen, um dann anschließend auch Aussagen über Farbabstände liefern zu können.

Die Beschreibung von Farben mit empfindungsgemäß gleichen Farbmerkmalen, z. B. von Farben mit gleicher Buntheit, oder mit gleichem Farbton, oder mit gleicher Hellheit oder mit gleicher Graueit sind weitere Aufgaben der höheren Farbmatrik. Schließlich muß die höhere Farbmatrik die Farbabstände und Farbmerkmale zusätzlich für beliebige Farbstimmungen beschreiben. Die nächsten Abschnitte sollen einen Beitrag zur Lösung dieser vielen noch ungelösten Probleme liefern und den Mechanismus des Farbensehens nach und nach aufklären helfen.

2.4.1 Empfindungsgemäß gleichabständige Farbtafeln (p', q')

Die Gleichungen (2.33;23) bilden die Basis für die Beschreibung der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.41;1)$$

mit den Sättigungszahlen

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + qo(Q4')]^{Q4'}$$

$$p' = 0,01 \cdot PQ' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - po(P4')]^{P4'} \quad (2.41;2)$$

In diesen Gleichungen stellen x und y die Normfarbwertanteile dar. Die numerischen Werte der in den Gleichungen (2.41;2) auftretenden Konstanten sind durch die spektralen Urfarben mit den Wellenlängen 475 nm, 503 nm, 574 nm, - 494 nm festgelegt (vergl. [36]). Die Konstanten $Q0'$, $Q4'$, s_{ybo} , s_{ybv} bzw. $P0'$, $P4'$, s_{rgo} und s_{rgv} sind in den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4) für verschiedene $Q4'$ bzw. $P4'$ angegeben. Die Sättigungszahlen $q'(F_c)$, $q'(C)$ und die Gelb-Blau-Buntheit $C_{yb}(F_c, C)$ bzw. die Sättigungszahlen $p'(F_c)$, $p'(C)$ für die Rot-Grün-Buntheit $C_{rg}(F_c, C)$ sind mit diesen Tabel-

lenangaben für jede beliebige Infeldfarbe F_C in einem Umfeld der Normlichtart C berechenbar. Für jedes fest gewählte $n = Q4' = P4'$ ergibt sich eine etwas unterschiedliche Approximation der Farben verschiedener Buntheit und Helligkeit des Munsell-Farbsystems.

Betrachten wir zwei Farben F_1 und F_2 der Gelb-Blau-Farb-
stufungsreihe, so folgt für ihre Buntheitsdifferenz im Sonderfall gleicher Hellbezugswerte $Y(F_1) = Y(F_2) = Y(F_C)$ aus Gleichung (2.41;1)

$$C_{yb}(F_1, C) - C_{yb}(F_2, C) = 100 \cdot [q'(F_1) - q'(F_2)] \cdot Y(F_C)^{1/3} \quad (2.41;3)$$

Da im Sonderfall $Y(F_1) = Y(F_2) = Y(F_C)$ auch die Potenz $Y(F_C)^{1/3}$ konstant ist, so ist die Buntheitsdifferenz proportional der Sättigungszahldifferenz $q'(F_1) - q'(F_2)$. Eine gleichabständige Farbreihe von zum Beispiel -12 Chroma-Stufen bis +18 Chroma-Stufen des Munsell Farbsystems zeigt in Gelb-Blau-Richtung des Farbenraumes bei Value $V(F_C) = 5$ in den q' -Sättigungszahlen gleiche Differenzen. Entsprechendes gilt für eine gleichabständige Farbreihe in Rot-Grün-Richtung des Farbenraumes und zusätzlich für alle Komponenten in Gelb-Blau- und Rot-Grün-Richtung für jede gleichabständige Farbreihe in jeder Richtung des Farbenraumes bei gleichen Hellbezugswerten der Farbmuster.

Die p' - und q' -Sättigungszahlen eignen sich daher in besonderer Weise für die Definition einer *Farbarttafel* (p', q'), das ist eine empfindungsgemäß gleichabständige Farbarttafel.

In jeder Farbarttafel, z. B. (p', q') oder (a', b'), gelten nicht mehr die *linearen* Mischbeziehungen der Farbttafel, d. h. der Farbort einer Mischfarbe von zwei Farbvalenzen liegt nur angenähert auf der Verbindungslinie der Mischvalenzen. Farben gleicher *Farbart* liegen jedoch weiterhin im gleichen Farbort, und es gibt deshalb einen Spektralfarbenzug im Gegensatz zu Farbdiagrammen, z. B. (P^*, Q^*), (a^*, b^*), (u^*, v^*), wo auch diese Eigenschaft entfällt.

Die numerischen Werte der Sättigungszahlen p' und q' haben wir durch Faktoren 0,01 bei der Definition von p' und q' in Gleichung (2.33;21) so gewählt, daß die Koordinaten der Farbarttafel (p', q') wie in der traditionellen Farbmtrik fast immer kleiner 1 ausfallen. Daher wird eine Verwechslung mit den Farbwerten, deren numerische Werte meist zwischen 1 und 100 liegen, weitgehend vermieden. Die Definitionen der Sättigungszahlen der Farbarttafel (p', q') lauten:

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + q0(Q4')]^{Q4'}$$

$$p' = 0,01 \cdot P0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - p0(P4')]^{P4'}$$

(2.41;4)

In den Farbarttafeln (p', q') haben die Farbreihen des Munsell-Farbsystems für jeweils gleiche Helligkeit (gleiches Value $V(F_C)$) nahezu gleiche geometrische Abstände. Die Farben gleicher Buntheit liegen nahezu auf Kreisen, deren Durchmesser bei hellkeitsgleichen Farbmustern proportional zur Buntheit anwächst. Die *Abbildungen* (2.41;A1) bis (2.41;A3) zeigen die Farben von gleichem Munsell-Chroma in den Farbarttafeln (p', q') für die Helligkeiten $V(F_C) = 2, 5, 8$ für $n = 0,3333$ und die *Abbildungen* (2.41;A4) bis (2.41;A6) entsprechend für $n = 0,4000$.

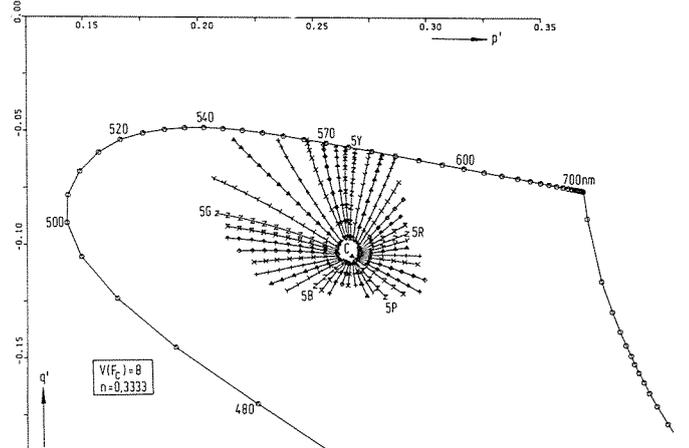
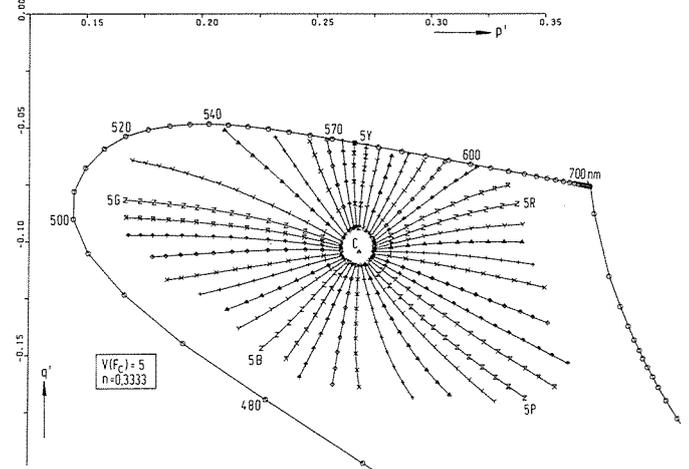
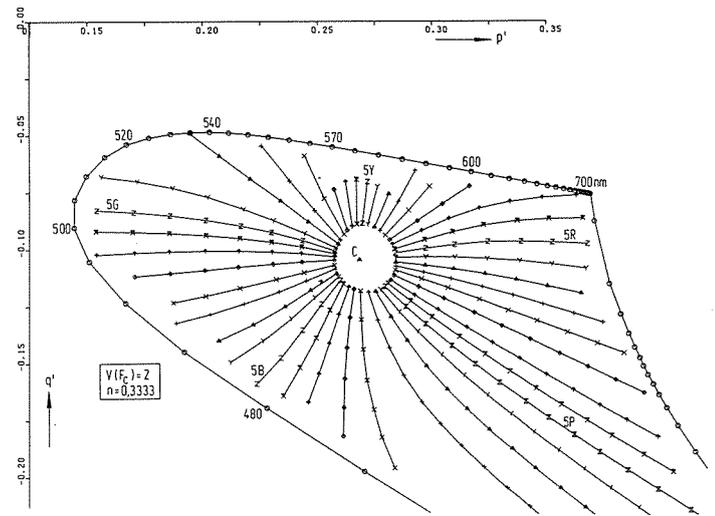


Abbildung (2.41;A1) bis (2.41;A3) Farben der Helligkeit $V(F_C) = 2, 5, 8$ in der Farbarttafel (p', q') mit $n = P4' = Q4' = 0,3333$. Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Farbempfindungsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für jeweils feste Helligkeiten. Für die Sättigungszahlen p' und q' der Farbarttafel (p', q') gilt für $n = 0,3333$:

$$p' = 0,12688 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,8255 \cdot y - 0,2688) / y]^{1/3}$$

$$q' = -0,06958 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,2443 \cdot y + 2,4046) / y]^{1/3}$$

Die etwas bessere Korrelation zwischen Empfindungs- und geometrischen Abständen wird für $n = 0,4000$ erreicht. Die Korrelation ist um eine Größenordnung besser, als in der von der CIE (internationale Beleuchtungskommission) 1976

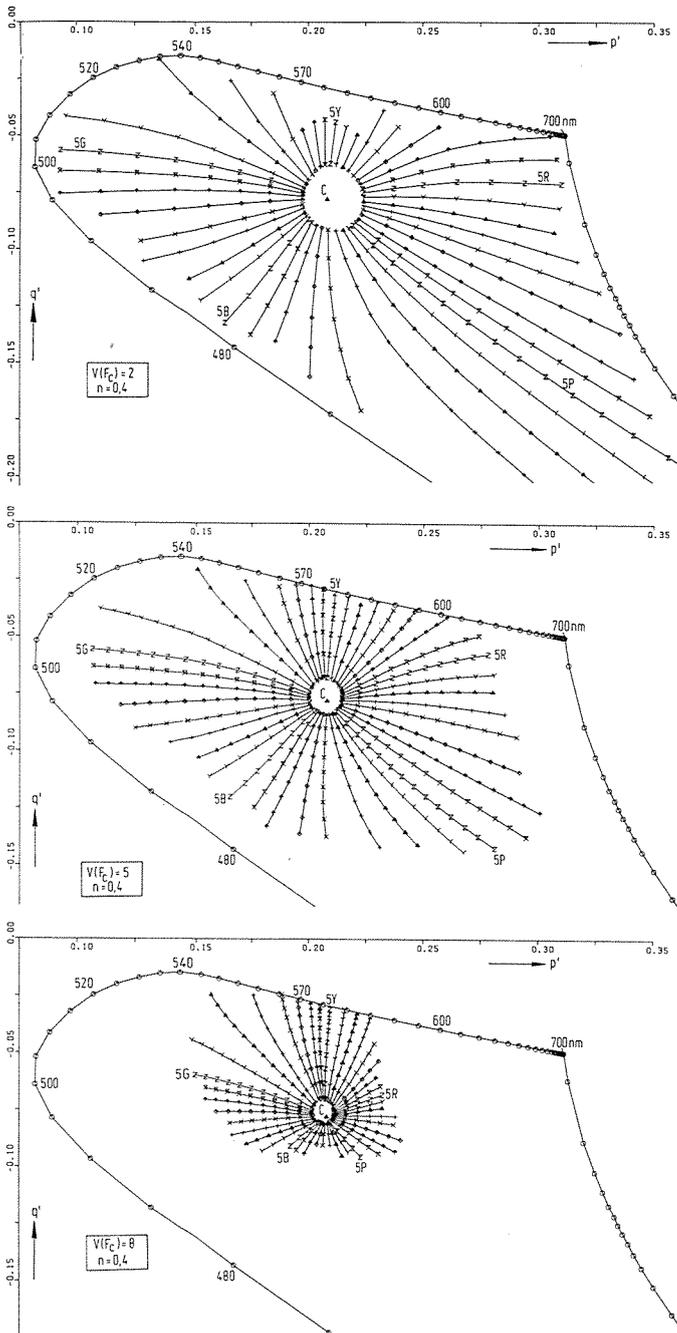


Abbildung (2.41;A4) bis (2.41;A6)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ in der Farbtafel (p', q') mit $n = p'q' = q'q' = 0,4000$. Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Farbhelligkeitsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für jeweils feste Helligkeiten. Für die Sättigungszahlen p' und q' der Farbtafel (p', q') gilt für $n = 0,4000$:

$$p' = 0,08727 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,2293 \cdot y - 0,2688) / y]^{2/5}$$

$$q' = -0,04949 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,5329 \cdot y + 2,4046) / y]^{2/5}$$

vorgeschlagenen Farbtafel (u', v') , die eine Änderung der 1960 von der CIE empfohlenen Farbtafel (u, v) darstellt, und ebenfalls das Ziel verfolgt, die Farben des Munsell-Farbsystems equidistanter wiederzugeben. Die Abbildungen (2.41; A7) bis (2.41;A9) zeigen, daß die Farbtafel (u', v') in Rot-Grün-Richtung noch geometrische Abstandsunterschiede von etwa 1 : 6 aufweist, während in den Farbtafeln (p', q') höchstens Unterschiede vom Faktor 1 : 1,5 auftreten.

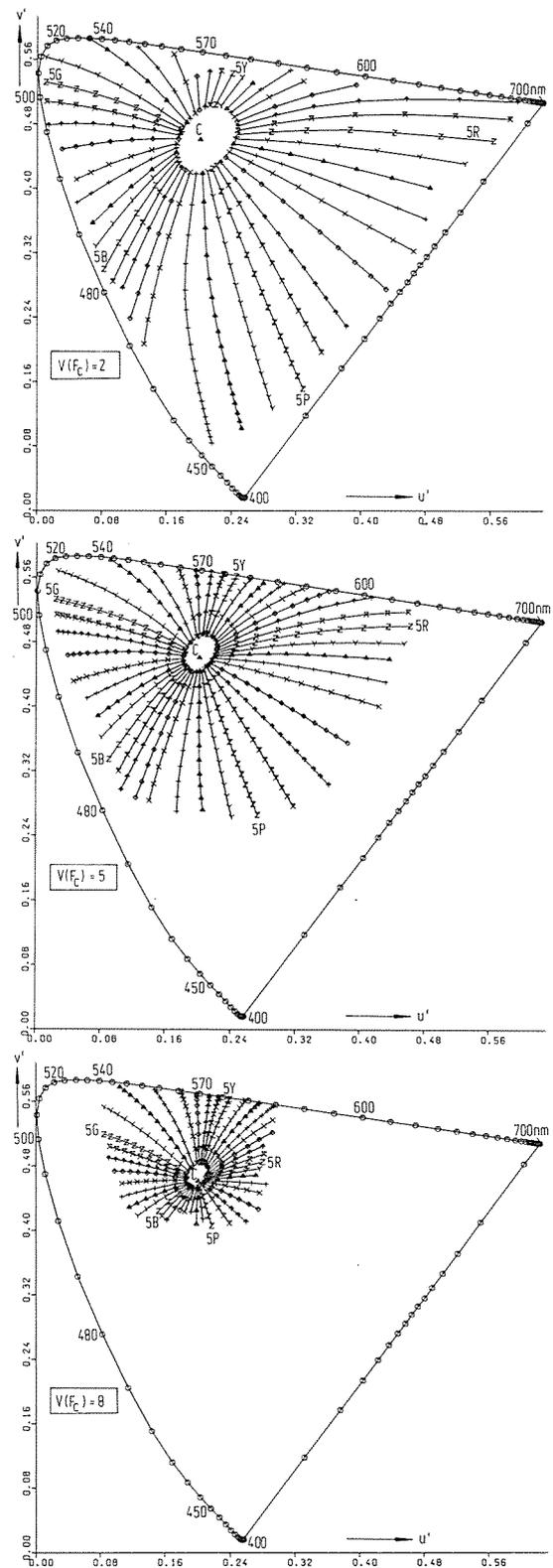


Abbildung (2.41;A7) bis (2.41;A9)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ in der Farbtafel (u', v') . Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen nur grob auf Kreisen, die Farben gleichen Farbtons nur grob auf Geraden und den Farben gleicher Farbabstände entsprechen weit weniger gleiche geometrische Abstände als in den Farbtafeln (p', q') , die in den Abbildungen (2.41;A1) bis (2.41;A6) die gleichen Daten des Munsell-Farbsystems zeigen. Für die Farbwertanteile der Farbtafel (u', v') gilt:

$$u' = 4 \cdot X / (X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z) = 4 \cdot x / (-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3)$$

$$v' = 9 \cdot Y / (X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z) = 9 \cdot y / (-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3)$$

Die Farbtafel (u', v') gehört zum Farbenraum CIELUV (Empfehlung CIE 1976)

Diese Vorteile und außerdem die Eigenschaft, daß die Farben von empfindungsgemäß gleichem Farbton, anders als in der Farbtabelle (u',v'), nahezu auf Geraden liegen, führen zu einer besonderen Vorzugsstellung der Farbarttafeln (p',q').

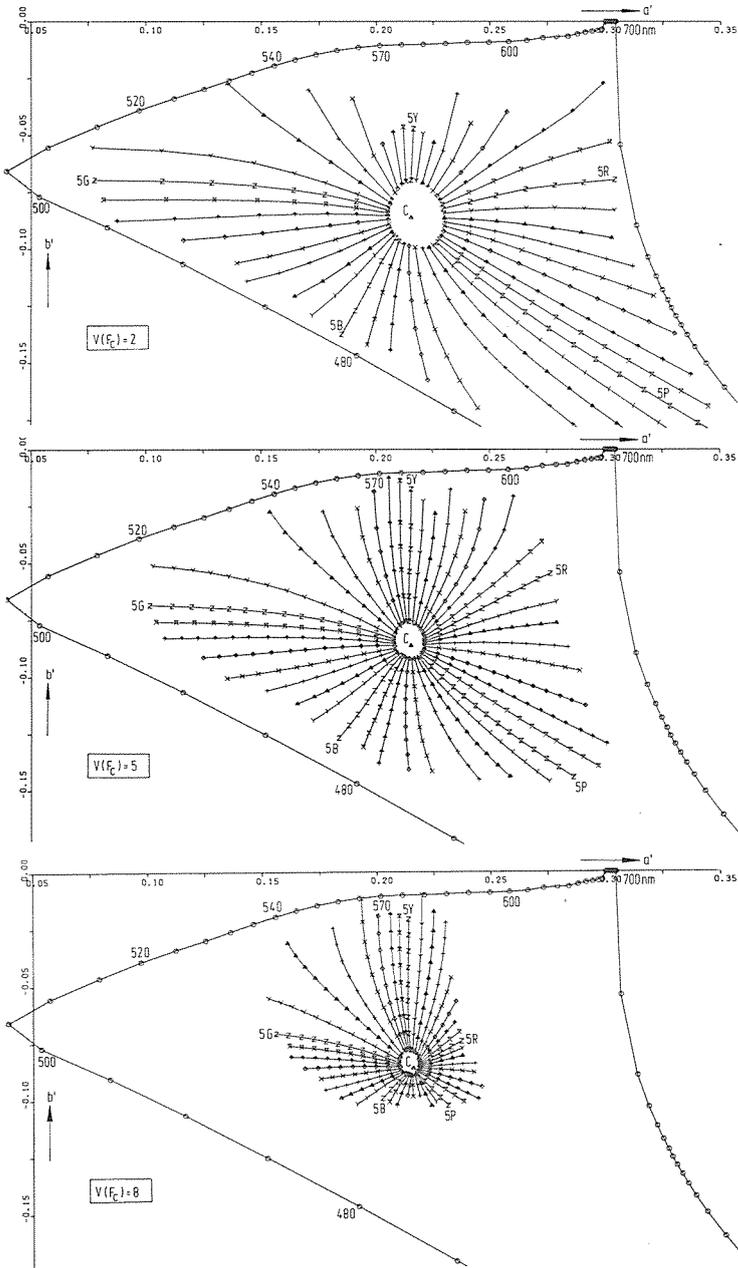


Abbildung (2.41;A10) bis (2.41;A12)
 Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ in der Farbarttafel (a',b') (Die von der CIE 1976 empfohlenen Koordinaten a^*b^* wurden analog wie P^*Q^* umgerechnet.). Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Farbempfindungsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für jeweils feste Helligkeiten. Die Farbarttafel (a',b') ist den Farbarttafeln (p',q') ähnlich. Für die Sättigungszahlen a' und b' der Farbarttafel (a',b') gilt:

$$a' = [(1/X(C))]^{1/3} \cdot [(x/y)^{1/3}] = 0,2168 \cdot (x/y)^{1/3}$$

$$b' = -0,4 \cdot [(1/Z(C))]^{1/3} \cdot [(z/y)^{1/3}] = -0,08151 \cdot (z/y)^{1/3}$$

Die Farbtabelle (a',b') gehört zum Farbenraum CIELAB (Empfehlung CIE 1976) für Normlichtart C

2.42 Das Auge zählt Schwellen

Die Buntheitsstufungen mit dem Nullpunkt der Buntheit beim mittelgrauen Umfeld haben wir durch Gleichung (2.41; 1) beschrieben

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.42;1)$$

mit (vergl. (2.33;21) bis (2.33;22))

$$q'(F_c) = 0,01 \cdot Q0' \cdot q'(F_c)^{Q4'}$$

$$q'(C) = 0,01 \cdot Q0' \cdot q'(C)^{Q4'}$$

$$p'(F_c) = 0,01 \cdot P0' \cdot p'(F_c)^{P4'}$$

$$p'(C) = 0,01 \cdot P0' \cdot p'(C)^{P4'} \quad (2.42;2)$$

Diese einfache Form für (p',q') gilt nur, wenn die q_0 bzw. p_0 in

$$q' = q_0 - q = -(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + q_0$$

$$p' = p - p_0 = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - p_0$$

besonders gewählt werden, nämlich so daß die Konstanten $Q2'$ und $P2'$ in den folgenden Gleichungen Null werden (vergl. Abschnitt (2.33))

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1' \cdot [(Q2' + Q3' \cdot q'(F_c))^{Q4'}]$$

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1' \cdot [(P2' + P3' \cdot p'(F_c))^{P4'}] \quad (2.42;3)$$

Allgemein gilt für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$C_{yb}(F_c, C) = [S_{yb}[p'(F_c)] - S_{yb}[p'(C)] + S_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = [S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)] + S_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.42;4)$$

Die Konstanten $Q1'$ bis $Q4'$ bzw. $P1'$ bis $P4'$ sind in den Tabellen (2.33;T1) und (2.33;T2) angegeben. Als psychophysikalisch sinnvollste Wahl der Sättigungswerttranslationen q_0 bzw. p_0 sehen wir die Extremsättigungswerte $q_0 = q_m = 1,28$ und $p_0 = p_m = -7,57$ an. Genau dann sind für die Wellenlänge 540 nm die Sättigungswerte $q'(F_c)$ gleich Null und für alle anderen Farbreste werden die Sättigungswerte $q'(F_c)$ größer Null. Entsprechend ist $p'(F_c)$ für die Wellenlänge 500 nm gleich Null und für alle anderen Farbreste größer Null. Wir benutzen den in Abschnitt (2.16) erprobten Formalismus zur Trennung von Infeld- und Umfeldsignalen und definieren

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1 \cdot [Q2 + Q3 \cdot q'(F_c)]^{Q4}$$

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1 \cdot [P2 + P3 \cdot p'(F_c)]^{P4} \quad (2.42;5)$$

Mit dem Schwellenfaktor $s = Q2 = P2 = 0,5$, d. h. dem bei der Helligkeitsstufung (vergl. Abschnitt (2.16)) und dem bei dem Gehör nach Zwicker und Feldtkeller [57] sich als Mittelwert ergebenden Schwellenfaktor erhält man die Konstanten $Q1$ bis $Q4$ bzw. $P1$ bis $P4$ in den Tabellen (2.42;T1) und (2.42;T2). Wir haben weiter in den Tabellen (2.42;T3) und

(2.42;T4) die zu den verschiedenen Exponenten Q4 bzw. P4 gehörigen Konstanten der folgenden äquivalenten psychophysikalischen Gleichung angeben.

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslation qo	Fehler alpha
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5		
-10,2896	0,5000	0,3091	0,3333	-0,9741	0,0	15,8541
-7,3164	0,5000	0,3763	0,4000	-1,0043	0,0	13,0001
-5,7675	0,5000	0,4314	0,4500	-1,0370	0,0	10,4609
-4,7234	0,5000	0,4743	0,5000	-1,0738	0,0	7,8943
-4,3513	0,5000	0,4840	0,5295	-1,0952	0,0	7,2609
-6,1035	0,5000	1,4813	0,3333	-1,6423	1,2800	15,8541
-1,9514	0,5000	10,2419	0,4000	-3,7655	1,2800	13,0001
-2,0856	-0,5000	4,1357	0,4500	-2,8678	1,2800	10,4609
-2,1865	-0,5000	2,2136	0,5000	-2,3196	1,2800	7,8943
-2,0389	-0,5000	2,0257	0,5295	-2,3375	1,2800	7,2607
-0,4633	0,5000	*****	0,3333	-21,6374	1,6174	15,8541
-0,1002	0,5000	*****	0,4000	-73,3188	1,3288	13,0001
-0,0889	0,5000	*****	0,4500	-67,2680	1,1590	10,4609
-0,0219	0,5000	*****	0,5000	*****	1,0541	7,8943
-0,0908	0,5000	723,2035	0,5295	-52,5416	1,0330	7,2597

Tabelle (2.42;T1)

Konstanten Q1 bis Q5 der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.42;5), für verschiedene Exponenten n = Q4 und Sättigungswerttranslationen qo als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = Q4 = 0,5295 erreicht (** = Formatüberlauf)

Konstanten der Ausgleichsrechnung					Sättigungswerttranslation po	Fehler alpha
P1	P2	P3	P4	P5		
33,2813	0,5000	0,0554	0,3333	-0,7999	0,0	7,6479
27,0074	0,5000	0,0594	0,4000	-0,7661	0,0	7,1153
25,2259	0,5000	0,0608	0,4246	-0,7543	0,0	7,0590
23,6225	0,5000	0,0623	0,4500	-0,7423	0,0	7,1345
21,0749	0,5000	0,0650	0,5000	-0,7200	0,0	7,9337
18,1135	0,5000	0,3437	0,3333	-1,4697	-7,5700	7,6479
10,8119	0,5000	0,5853	0,4000	-1,9137	-7,5700	7,1153
8,5954	0,5000	0,7678	0,4246	-2,2136	-7,5700	7,0590
6,4925	0,5000	1,0990	0,4500	-2,7010	-7,5700	7,1345
2,6333	0,5000	4,1644	0,5000	-5,7622	-7,5700	7,9337
2,1852	0,5000	195,8951	0,3333	-12,1823	-9,0221	7,6479
0,8897	-0,5000	301,3289	0,4000	-23,2564	-8,4259	7,1153
0,7661	0,5000	228,0958	0,4246	-24,8357	-8,2190	7,0590
0,2005	0,5000	*****	0,4500	-87,4798	-8,0247	7,1345
0,2657	-0,5000	409,0865	0,5000	-57,1105	-7,6913	7,9337

Tabelle (2.42;T2)

Konstanten P1 bis P5 der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.42;5), für verschiedene Exponenten n = P4 und Sättigungswerttranslationen po als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = P4 = 0,4246 erreicht (** = Formatüberlauf)

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1 \cdot [1 + s \cdot (q'(F_c) - qs) / qs]^n$$

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1 \cdot [1 + s \cdot (p'(F_c) - ps) / ps]^n \quad (2.42;6)$$

mit

$$\begin{aligned} s &= 1 - Q2 & s &= 1 - P2 \\ qs &= s / Q3 & ps &= s / P3 \\ n &= Q4 & n &= P4 \end{aligned} \quad (2.42;7)$$

Beispiel: Für n = 0,3333 und s = 0,5 erhält man mit qo = 1,28 (bei der Wellenlänge 540 nm) und po = -7,57 (bei der Wellenlänge 500 nm) (vergl. Tabellen (2.42;T3) und (2.42;T4))

Konstanten der Ausgleichsrechnung		Sättigungswerttranslation qo	Schwellenfaktor s	Sättigungswertschwelle qs	Sättigungsstufungsfunktion unbuntes Umfeld C	
n = Q4	Q1				S _{yb} [q'(C)]	S _{yb} [q'(C)]
0,3333	-10,2896	0,0	0,5000	1,6174	?	-0,4464
0,4000	-7,3164	0,0	0,5000	1,3288	?	-0,4527
0,4500	-5,7675	0,0	0,5000	1,1590	?	-0,4470
0,5000	-4,7234	0,0	0,5000	1,0541	?	-0,4149
0,5295	-4,3513	0,0	0,5000	1,0330	?	-0,3675
0,3333	-6,1035	1,2800	0,5000	0,3374	?	-0,4464
0,4000	-1,9514	1,2800	0,5000	0,0488	?	-0,4527
0,4500	-2,0856	1,2800	1,5000	-0,1210	?	-0,4470
0,5000	-2,1865	1,2800	1,5000	-0,2159	?	-0,4149
0,5295	-2,0389	1,2800	1,5000	-0,2470	?	-0,3675
0,3333	-0,4633	1,6174	0,5000	0,0000	?	-0,4464
0,4000	-0,1002	1,3288	0,5000	0,0000	?	-0,4527
0,4500	-0,0889	1,1541	0,5000	0,0000	?	-0,4470
0,5000	-0,0219	1,0541	0,5000	0,0000	?	-0,4149
0,5295	-0,0908	1,0330	0,5000	0,0003	?	-0,3675

Tabelle (2.42;T3)

Konstanten der Gelb-Blau-Buntheitsstufung, Gleichung (2.42;6) bis (2.42;13), für verschiedene Exponenten n = Q4 und Sättigungswerttranslationen qo als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = Q4 = 0,5295 erreicht

Konstanten der Ausgleichsrechnung		Sättigungswerttranslation po	Schwellenfaktor s	Sättigungswertschwelle ps	Sättigungsstufungsfunktion unbuntes Umfeld C	
n = P4	P1				S _{rg} [p'(C)]	S _{rg} [p'(C)]
0,3333	33,2813	0,0	0,5000	9,0221	?	0,1790
0,4000	27,0074	0,0	0,5000	8,4259	?	0,1590
0,4246	25,2259	0,0	0,5000	8,2190	?	0,1496
0,4500	23,6225	0,0	0,5000	8,0247	?	0,1383
0,5000	21,0749	0,0	0,5000	7,6913	?	0,1101
0,3333	18,1135	-7,5700	0,5000	1,4521	?	0,1790
0,4000	10,8119	-7,5700	0,5000	0,8559	?	0,1590
0,4246	8,5954	-7,5700	0,5000	0,6490	?	0,1496
0,4500	6,4925	-7,5700	0,5000	0,4547	?	0,1383
0,5000	2,6333	-7,5700	0,5000	0,1213	?	0,1101
0,3333	2,1852	-9,0221	0,5000	0,0002	?	0,1790
0,4000	0,8897	-8,4259	0,5000	0,0003	?	0,1590
0,4246	0,7661	-8,2190	0,5000	0,0027	?	0,1496
0,4500	0,2005	-8,0247	0,5000	0,0003	?	0,1383
0,5000	0,2657	-7,6913	0,5000	0,0001	?	0,1101

Tabelle (2.42;T4)

Konstanten der Rot-Grün-Buntheitsstufung, Gleichung (2.42;6) bis (2.42;13), für verschiedene Exponenten n = P4 und Sättigungswerttranslationen po als Parameter. Die mittlere Fehlerquadratsumme der Buntheit ist bei verschiedenen Sättigungswerttranslationen für jeden festen Exponenten n konstant. Die kleinste Fehlerquadratsumme wird für den Exponenten n = P4 = 0,4246 erreicht

$$S_{yb}[q'(F_c)] = Q1 \cdot [1 + s \cdot [p'(F_c) - ps] / ps]^n$$

$$= -6,1035 \cdot [1 + 0,5 \cdot [q'(F_c) - 0,3374] / 0,3374]^{1/3} \quad (2.42;8)$$

$$S_{rg}[p'(F_c)] = P1 \cdot [1 + s \cdot [p'(F_c) - ps] / ps]^n$$

$$= 18,1135 \cdot [1 + 0,5 \cdot [p'(F_c) - 1,4521] / 1,4521]^{1/3} \quad (2.42;9)$$

Die in den Gleichungen (2.42;1) vorkommende Differenz q'(F_c) - q'(C) bzw. p'(F_c) - p'(C) können wir daher in folgender Form schreiben

$$q'(F_c) - q'(C) = 0,01 \cdot [S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)]]$$

$$= 0,01 \cdot [S_{yb}[q'(F_c)] - S_{yb}[q'(C)]] \quad (2.42;10)$$

$$\begin{aligned} p'(F_c) - p'(C) &= 0,01 \cdot \left[S_{rg}'[p'(F_c)] - S_{rg}'[p'(C)] \right] \\ &= 0,01 \cdot \left[S_{rg}[p'(F_c)] - S_{rg}[p'(C)] \right] \end{aligned} \quad (2.42;11)$$

Einsetzen von Gleichung (2.42;6) in (2.42;10) und (2.42;11) ergibt

$$\begin{aligned} q'(F_c) - q'(C) &= 0,01 \cdot Q1 \cdot \left[[1 + s \cdot (q'(F_c) - qs) / qs]^n \right. \\ &\quad \left. - [1 + s \cdot (q'(C) - qs) / qs]^n \right] \\ p'(F_c) - p'(C) &= 0,01 \cdot P1 \cdot \left[[1 + s \cdot (p'(F_c) - ps) / ps]^n \right. \\ &\quad \left. - [1 + s \cdot (p'(C) - ps) / ps]^n \right] \end{aligned} \quad (2.42;12)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.42;12) in Gleichung (2.42;1) folgt für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= \left[Q1 \cdot [1 + s \cdot (q'(F_c) - qs) / qs]^n - Q1 \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [1 + s \cdot (q'(C) - qs) / qs]^n + S_{ybo} \right] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\ C_{rg}(F_c, C) &= \left[P1 \cdot [1 + s \cdot (p'(F_c) - ps) / ps]^n - P1 \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [1 + s \cdot (p'(C) - ps) / ps]^n + S_{rgo} \right] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.42;13)$$

Diese Gleichung (2.42;13) läßt die besondere Eigenschaft erkennen, daß die Gelb-Blau-Buntheit $C_{yb}(F_c, C)$ und die Rot-Grün-Buntheit $C_{rg}(F_c, C)$ einer Infeldfarbe F_c im Umfeld der Normlichtart C im wesentlichen durch *Zählung* der Sättigungswertschwellen qs bzw. ps entsteht.

Eine entsprechende Gleichung, die eine Zählung der Hellbezugswertschwellen Ys beschreibt, haben wir in Abschnitt (2.16) bei der Stufung der Helligkeit entwickelt. Die Gleichungen (2.16;19) und (2.42;13) sagen daher *gemeinsam* aus, daß das *Auge Schwellen zählt*, und zwar sowohl in Hell-Dunkel- als auch in Gelb-Blau- und Rot-Grün-Richtung des Farbenraumes.

2.43 Das Linienelement für Farbabstände

Die Helligkeitsstufung, Gleichung (2.16;18), und die Buntheitsstufungen, Gleichung (2.42;13), können einerseits in der psychophysikalisch sinnvollen Form

$$V(F_c) = V_o \cdot [(1 + s \cdot (Y(F_c) - Y_s) / Y_s)^n - 1] \quad (2.43;1)$$

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= \left[Q1 \cdot [1 + s \cdot (q'(F_c) - qs) / qs]^n - Q1 \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [1 + s \cdot (q'(C) - qs) / qs]^n + S_{ybo} \right] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.43;2)$$

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= \left[P1 \cdot [1 + s \cdot (p'(F_c) - ps) / ps]^n - P1 \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot [1 + s \cdot (p'(C) - ps) / ps]^n + S_{rgo} \right] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.43;3)$$

geschrieben werden. Andererseits ist für numerische Berechnungen die einfachere folgende Form vorzuziehen

$$V(F_c) = A1 \cdot [(A2 + A3 \cdot Y(F_c))^{A4} + A5] \quad (2.43;4)$$

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\ &\quad + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.43;5)$$

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) &= 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\ &\quad + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.43;6)$$

mit den Sättigungszahlen

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) \\ &\quad / y + qo(Q4')]^{Q4'} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) \\ &\quad / y - po(P4')]^{P4'} \end{aligned} \quad (2.43;7)$$

Die Konstanten A1 bis A5 für die Helligkeitsstufung befinden sich für verschiedene Exponenten $n = A4$ in den Tabellen (2.13;T1) bzw. (2.13;T2). Die Konstanten $Q0'$, $Q4'$, s_{ybo} und s_{ybv} sowie die Konstanten $P0'$, $P4'$, s_{rgo} und s_{rgv} befinden sich für verschiedene Exponenten $Q4'$ und $P4'$ in den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4).

Zwei Chroma-Stufen entsprechen einer Value-Stufe und einer Value-Stufe entsprechen 10 Farbabstandseinheiten (vergl. [34]). Daher folgt für den Farbabstand ΔE von zwei Farben F_1 und F_2 aus den Gleichungen (2.43;4) bis (2.43;7)

$$\begin{aligned} \Delta E(F_1, F_2) &= 10 \cdot \left[[V(F_1) - V(F_2)]^2 + [0,5 \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot C_{yb}(F_1, C) - 0,5 \cdot C_{yb}(F_2, C)]^2 + \right. \\ &\quad \left. + [0,5 \cdot C_{rg}(F_1, C) - 0,5 \cdot C_{rg}(F_2, C)]^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.43;8)$$

Diese Gleichung wollen wir GS2-Farbabstandsformel nennen. Sie ist eine Weiterentwicklung der von K. Richter in [38] veröffentlichten Farbabstandsformel GS1, die auf dem Gegenfarbensystem (GS) beruht. Die GS2-Farbabstandsformel ist für Farben F_1 und F_2 mit beliebigen Hellbezugswerten gültig. Die frühere Farbabstandsformel GS1 [38] des Gegenfarbensystems wurde von Jaekel [20] mit seinen veröffentlichten Korrelationsmethoden untersucht und für nahezu gleich gut wie die Adams-Nickerson-Farbabstandsformel gefunden, die 1976 von der CIE als eine der Formeln zur Beschreibung der Farbabstände international empfohlen werden soll. Es ist zu erwarten, daß sich mit der Adams-Nickerson-, der GS1- und der GS2-Farbabstandsformel vergleichbare Farbabstandsbeschreibungen ergeben, denn alle drei Formeln beschreiben das Munsell-Farbsystem.

Für Farben F_1 und F_2 mit gleichem Hellbezugswert $Y(F_1) = Y(F_2) = Y(F_c)$ erhält man als besonders einfache Form für die GS2-Farbabstandsformel

$$\begin{aligned} \Delta E(F_1, F_2) &= 10 \cdot \left[[V(F_1) - V(F_2)]^2 + \right. \\ &\quad \left. + [50 \cdot q'(F_1) \cdot Y(F_1)^{1/3} - 50 \cdot q'(F_2) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot Y(F_2)^{1/3}]^2 + \right. \\ &\quad \left. + [50 \cdot p'(F_1) \cdot Y(F_1)^{1/3} - 50 \cdot p'(F_2) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot Y(F_2)^{1/3}]^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.43;9)$$

Wenn wir den Farbenraum GS2VPQ mit den folgenden Koordinaten $V^*P^*Q^*$ definieren und hierzu die Gleichungen (2.41;4) mit verwenden, so erhalten wir

$$\begin{aligned} V^*(F_c) &= 10 \cdot V(F_c) \\ Q^*(F_c) &= 500 \cdot q'(F_c) \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ P^*(F_c) &= 500 \cdot p'(F_c) \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.43;10)$$

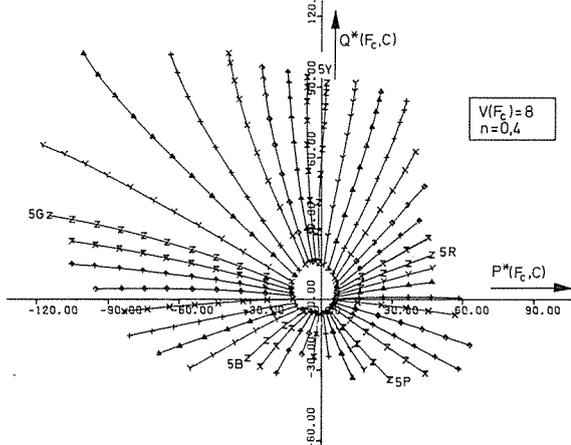
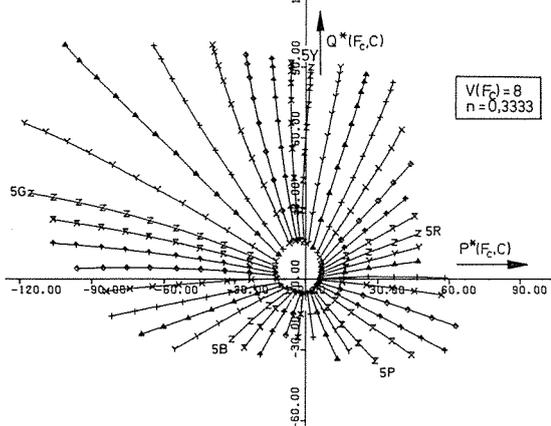
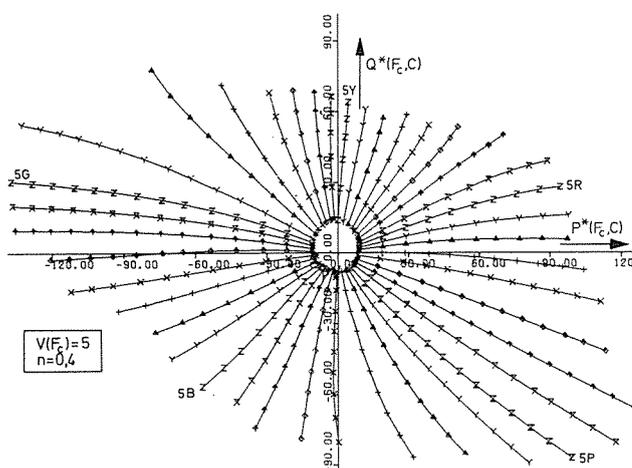
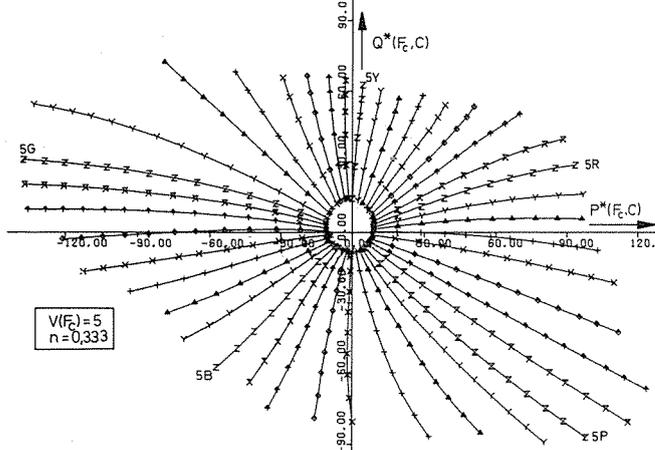
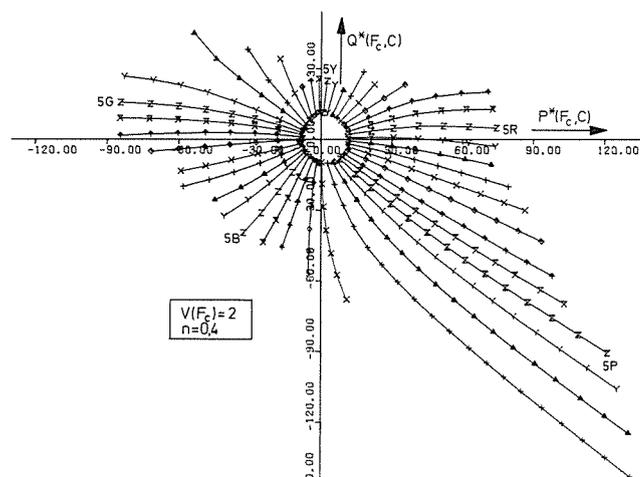
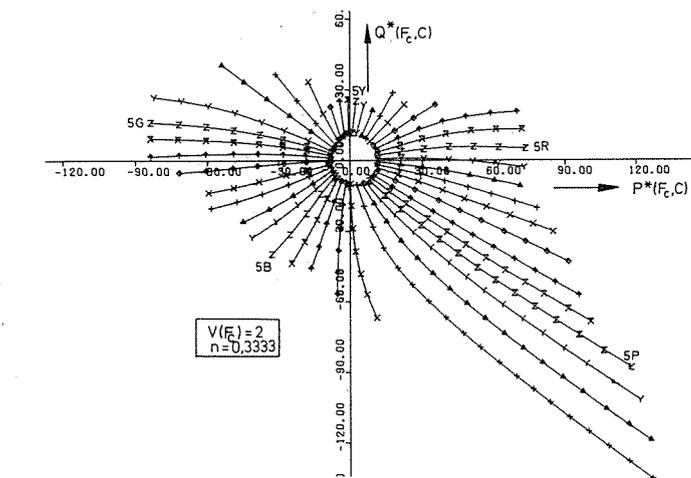


Abbildung (2.43;A1) bis (2.43;A3)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) mit $n = P_4' = Q_4' = 0,3333$. Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Buntheitsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für alle In-feldhelligkeiten. Für die Helligkeit $V(F_c)$ sowie die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $P^*(F_c, C)$ bzw. $Q^*(F_c, C)$ und Sättigungszahlen p' und q' gilt für $n = 0,3333$:

$$V^*(F_c) = 17,9420 \cdot \left[\left[0,5709 + 2,8164 \cdot Y(F_c) \right]^{1/3} - 1 \right]$$

$$P^*(F_c, C) = 500 \cdot [p'(F_c) - p'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$Q^*(F_c, C) = 500 \cdot [q'(F_c) - q'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

mit

$$p' = 0,1269 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,8255 \cdot y - 0,2688) / y]^{1/3}$$

$$q' = -0,06958 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,2443 \cdot y + 2,4046) / y]^{1/3}$$

Abbildung (2.43;A4) bis (2.43;A6)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) mit $n = P_4' = Q_4' = 0,4000$. Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Geraden und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Buntheitsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für alle In-feldhelligkeiten. Für die Helligkeit $V(F_c)$ sowie die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $P^*(F_c, C)$ bzw. $Q^*(F_c, C)$ und Sättigungszahlen p' und q' gilt für $n = 0,4000$:

$$V^*(F_c) = 17,9420 \cdot \left[\left[0,5709 + 2,8164 \cdot Y(F_c) \right]^{1/3} - 1 \right]$$

$$P^*(F_c, C) = 500 \cdot [p'(F_c) - p'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$Q^*(F_c, C) = 500 \cdot [q'(F_c) - q'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

mit

$$p' = 0,08727 \cdot [(8,6120 \cdot x + 1,2293 \cdot y - 0,2688) / y]^{2/5}$$

$$q' = -0,04949 \cdot [(-1,9907 \cdot x - 2,5329 \cdot y + 2,4046) / y]^{2/5}$$

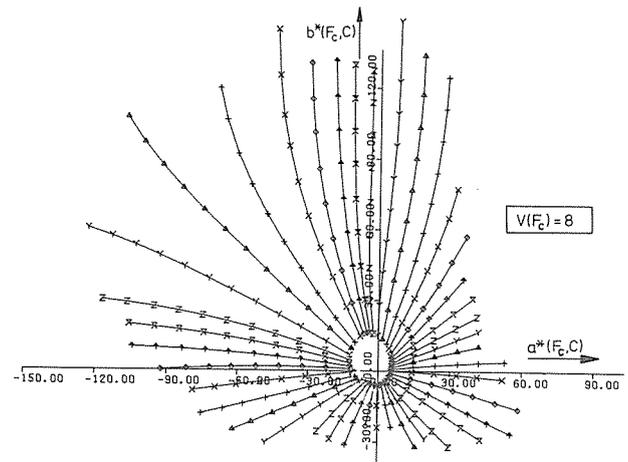
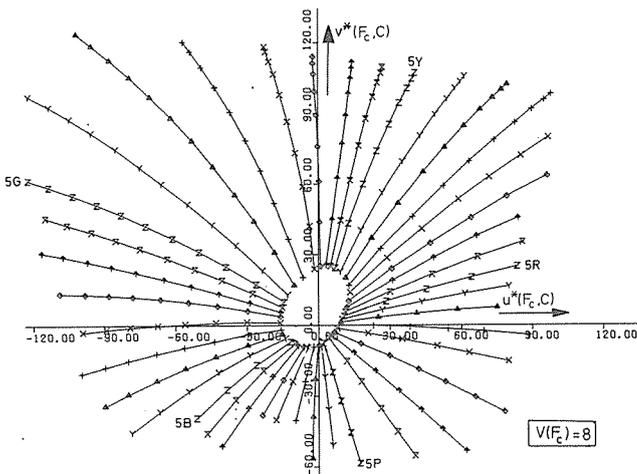
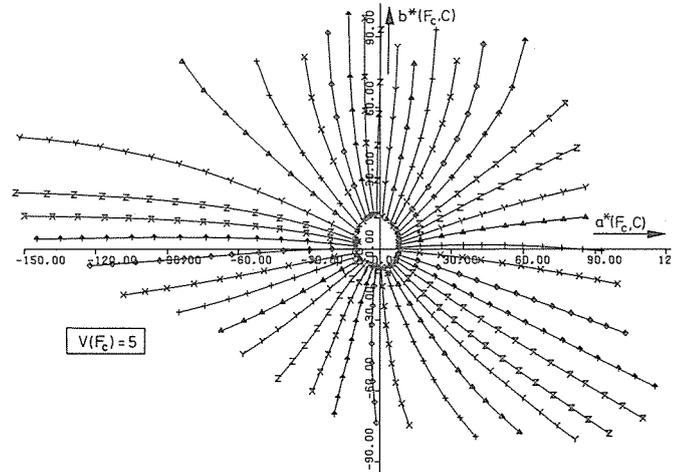
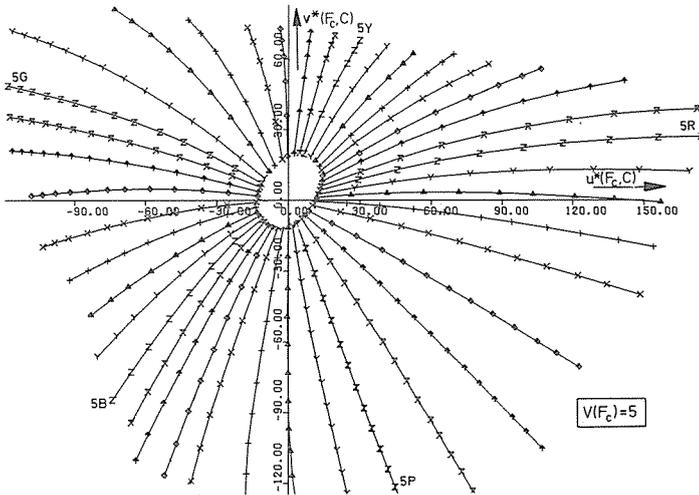
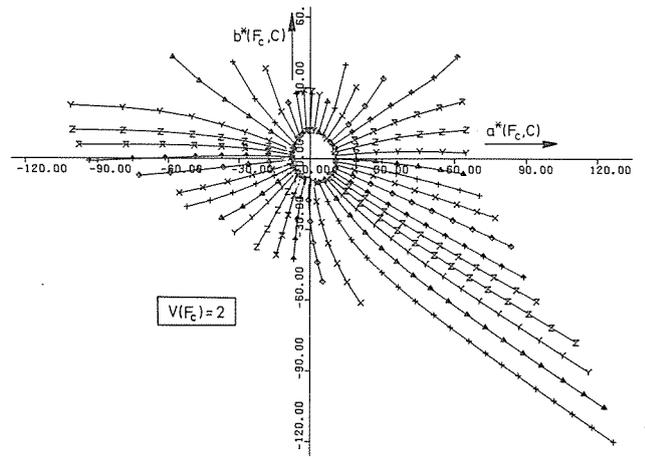
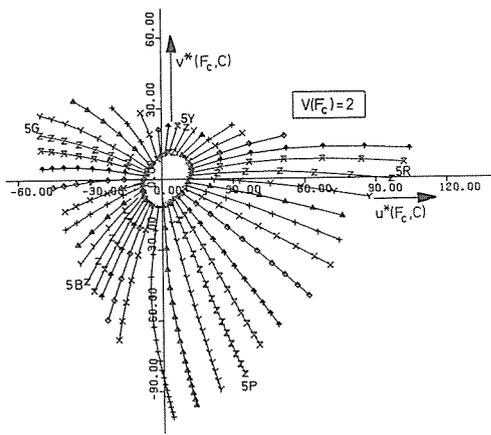


Abbildung (2.43;A7) bis (2.43;A9)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ im Buntheitsdiagramm (u^*, v^*) (Empfehlung CIE 1976). Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nicht auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nur grob auf Geraden. Das System (u^*, v^*) weicht von den Systemen (a^*, b^*) und (P^*, Q^*) deutlich ab. Für die Helligkeit $V(F_c)$ sowie die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $u^*(F_c, C)$ bzw. $v^*(F_c, C)$ und Farbwertanteile u' und v' gilt:

$$L^*(F_c) = 116 \cdot [Y(F_c) / Y(C)]^{1/3} - 16$$

$$u^*(F_c, C) = 13 \cdot L^*(F_c) \cdot [u'(F_c) - u'(C)]$$

$$v^*(F_c, C) = 13 \cdot L^*(F_c) \cdot [v'(F_c) - v'(C)]$$

mit

$$u' = 4 \cdot X / (X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z) = 4 \cdot x / (-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3)$$

$$v' = 9 \cdot Y / (X + 15 \cdot Y + 3 \cdot Z) = 9 \cdot y / (-2 \cdot x + 12 \cdot y + 3)$$

Abbildung (2.43;A10) bis (2.43;A12)

Farben der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5, 8$ im Buntheitsdiagramm (a^*, b^*) (Empfehlung CIE 1976). Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen für alle Helligkeiten nahezu auf Kreisen und die Farben gleichen Farbtons nahezu auf Geraden. Gleichen Buntheitsabständen entsprechen angenähert gleiche geometrische Abstände für alle Infeldhelligkeiten. Das System (a^*, b^*) ist den Systemen (P^*, Q^*) sehr ähnlich. Für die Helligkeit $V(F_c)$ sowie die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $a^*(F_c, C)$ bzw. $b^*(F_c, C)$ und Sättigungszahlen a' und b' gilt:

$$L^*(F_c) = 116 \cdot [Y(F_c) / Y(C)]^{1/3} - 16$$

$$a^*(F_c, C) = 500 \cdot [a'(F_c) - a'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$b^*(F_c, C) = 500 \cdot [b'(F_c) - b'(C)] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

mit

$$a' = [(1 / X(C))^{1/3}] \cdot [(x / y)^{1/3}] = 0,2168 \cdot (x / y)^{1/3}$$

$$b' = -0,4 \cdot [(1 / Z(C))^{1/3}] \cdot [(z / y)^{1/3}] = -0,08151 \cdot (z / y)^{1/3}$$

$$\Delta E(F_1, F_2) = ([V^*(F_1) - V^*(F_2)]^2 + [Q^*(F_1) - Q^*(F_2)]^2 + [P^*(F_1) - P^*(F_2)]^2)^{1/2} \quad (2.43;11)$$

Die Gleichung (2.43;11) ist die GS2-Farbabstandsformel für Farben mit näherungsweise gleichen Hellbezugswerten $Y(F_1) \cong Y(F_2)$.

In den *Abbildungen (2.43;A1) bis (2.43;A3)* sind die Farben der Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$ des Munsell-Farbsystems im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) mit $n = P_4' = Q_4' = 0,3333$ dargestellt. Wir vergleichen diese Abbildungen mit den Abbildungen (2.41;A1) bis (2.41;A3), in denen die gleichen Daten in den Farbartafeln (p', q') dargestellt sind, und stellen fest, daß jetzt Farben von gleicher Buntheit für alle Helligkeiten auf nahezu gleich großen Kreisen liegen. Gleichen Buntheitsabständen entsprechen daher im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) nahezu *gleiche* geometrische Abstände für *alle* Infeldhellbezugswerte $Y(F_c)$.

Die früher definierte Farbabstandseinheit GS1 [38] liegt nach Untersuchungen von K. Witt [54] zwischen der CIE-1964 und AN-Farbabstandseinheit. Einen festen Umrechnungsfaktor gibt es nicht; für die Muster der DIN-Farbenkarte DIN 6164 erhielt K. Witt als mittleres Farbabstandsverhältnis zwischen Soll- und Ist-Wert:

$$\Delta E(\text{CIE64}) : \Delta E(\text{GS1}) : \Delta E(\text{AN}) = 3,23 : 3,10 : 2,84 \quad (2.43;12)$$

Die Farbabstandseinheit der Farbabstandsformel GS2 liegt in der gleichen Größenordnung wie die der Farbabstandsformel GS1. Für alle Farbabstände, die im Rahmen von Farbtoranzen zu beurteilen sind, dürfte die Gleichung (2.43;11) genügen. Sie stellt eine Näherung von Gleichung (2.43;8) für kleine Hellbezugswertdifferenzen $Y(F_1) - Y(F_2)$ dar. Bei der Beurteilung von großen Farbabständen, wie sie zum Beispiel bei der Beurteilung der Farbwiedergabe im Farbfilm anfallen, sollte man die genauere Form, Gleichung (2.43;8) verwenden.

2.5 Farben gleicher Farbmerkmale

Mit Hilfe der Höheren Farbmatrik versucht man, Farben mit empfindungsgemäß gleichen Farbmerkmalen durch geeignete Koordinaten zu beschreiben. Unter anderem sind den Farben von gleichem Farbton oder von gleicher Buntheit oder von gleicher Helligkeit oder von gleicher Graueit jeweils *konstante* Koordinaten für *alle* Infeldhellbezugswerte zuzuordnen. In einer höheren Stufe möchte man Farben gleicher Farbmerkmale nicht nur bei unbunten Umfeldern, sondern auch bei bunten Umfeldern, sowohl bei teilweiser wie völliger Farbumstimmung an das jeweilige Umfeld beschreiben. Diese Fälle schließen den im Bereich der Kunst wesentlichen Simultankontrast ein, der sowohl ein Helligkeitskontrast wie auch ein Buntheitskontrast darstellen kann und zusätzlich von den Feldgrößenverhältnissen von In- und Umfeld abhängt.

2.51 Die Koordinaten der Farben gleichen Farbtons

Farben von empfindungsgemäß gleichem Farbton liegen in der Normfarbtafel (x, y) auf Kurven. Diese Kurven bilden nur angenähert Geraden, die im Farbort des unbunten Umfeldfarbortes, zum Beispiel dem Farbort der Normlichtart C, ihren Ursprung haben.

Die im Munsell-Farbsystem [33] numerisch festgelegte Be-

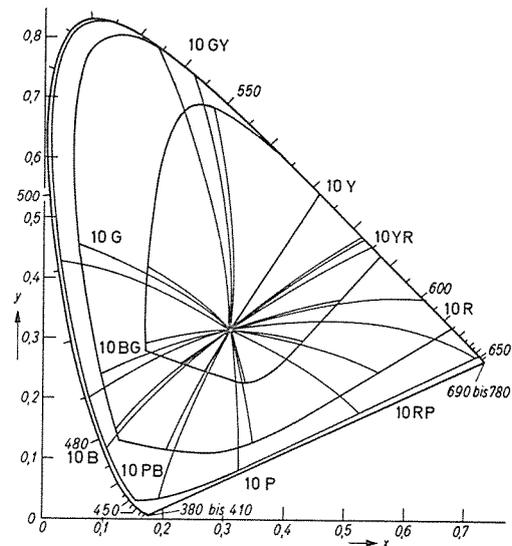


Abbildung (2.51;A1)

Empfindungsgemäß farbtongleiche Farben im Munsell-Farbsystem als Funktion der Sättigung für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Die Normfarbörter (x, y) der Farbtöne 10Y, 10YR usw. sind bis hin zu den entsprechenden Optimalfarbgrenzen angegeben

schreibung des empfindungsgemäßen Farbtons als Funktion der Normfarbwertanteile (x, y) und des Hellbezugswertes Y für die Muster F_c im Umfeld C wird in *Abbildung (2.51;A1)* für die Farbtöne 10Y, 10YR usw. in den Value-Ebenen 2, 5 und 8 gezeigt. Es ergibt sich:

1. Die Farbtöne 10Y ($\lambda_f = 572 \text{ nm}$) und 5P ($\lambda_k = -562 \text{ nm}$) liegen als einzige auf Geraden
2. Die gleichen Farbtöne ändern sich als einzige nicht mit dem Hellbezugswert $Y(F_c)$
3. Rote und grüne Farben werden bei konstanter Farbart mit wachsendem Hellbezugswert $Y(F_c)$ blauer empfunden
4. Die Farbortänderung ist für empfindungsgemäß farbtongleiche Farben zwischen Value 5 und Value 8 geringer als zwischen Value 2 und 5

Es gibt eine große Zahl von Veröffentlichungen, die den empfindungsgemäßen Farbton mit unterschiedlichem Erfolg beschreiben. Als Beispiel wollen wir die Untersuchungen von Stiles [49] nennen. Hier und in anderen Arbeiten wurde die Farbtonbeschreibung weitgehend mit der Dreikomponententheorie entwickelt, und es gibt daher *drei* oder *vier* Bereiche in der Farbtafel mit einer Farbtonbeschreibung durch Geraden. Diese Beschreibungen stehen im Widerspruch zur Farbtonermittlung im Munsell-Farbsystem, wo nach Punkt 1 nur *zwei* Geraden auftreten.

Eine Beschreibung des empfindungsgemäßen Farbtons mit Hilfe des Gegenfarbensystems unter Verwendung der Munsell-Farbtonermittlung wurde 1970 von K. Richter in [39] durchgeführt. Einige Aspekte dieser Arbeit, zum Beispiel den Formalismus zur Beschreibung der Urfarbtöne und ihrer Nullkoordinaten werden wir auch im folgenden verwenden. Die neu zu entwickelnde Beschreibung der Urfarben erfüllt insbesondere die Forderung nach einer leichten Berechenbarkeit der Urfarbanteile.

Eine zentrale Bedeutung für eine gute Beschreibung des empfindungsgemäßen Farbtons bildet die experimentelle Bestimmung der als unbunt empfundenen Infeldfarben F_c im Umfeld der Normlichtart C. Man hat bisher stets angenommen,

daß eine Infeldfarbe F_c mit gleicher Farbart wie das Umfeld C als unbunt empfunden oder wenigstens als unbunt akzeptiert wird. Diese Annahme wird durch das Munsell-Farbsystem erschüttert, wenn man die Farbreihen der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ auf verschiedenen Helligkeitsebenen studiert.

Die Farben gleicher Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ mit den Helligkeiten $V(F_c) = 1, 2, 3, \dots, 9$ liegen in der Farbtafel (p,q) auf Kreisen und die mit großer Wahrscheinlichkeit als unbunt empfundenen Farben M_{vc} *verschoben* sich für die Infeldhelligkeiten $V(F_c) = 1, 2, \dots, 9$ längs einer Geraden. Die Farbörter der als unbunt empfundenen Farben sind in Abbildung (2.21;A1) dargestellt und mit M_1, M_2, M_5, M_8 und M_9 bezeichnet. Die Farbörter $[x(M_{vc}), y(M_{vc})], [p(M_{vc}), q(M_{vc})]$ und Sättigungszahlen $[p'(M_{vc}), q'(M_{vc})]$ dieser Farben hatten wir bereits in Tabelle (2.22;T1) tabelliert. Der Farbort des experimentellen Umfeldes Ex ($x = 0,3140; y = 0,3244; p = 0,3100; q = -1,6230$), das für die Munsell-Stufungsexperimente benutzt wurde, liegt angenähert ebenfalls auf dieser Geraden.

Unser erstes Teilziel besteht darin, den Farbörtern M_{vc} ($V = 1, 2, \dots, 9$) die Buntheit $C_r(F_c, C) = 0$ zuzuordnen, damit die Farbtonstrahlen von diesen Farbörtern ausgehen. Nach den Gleichungen (2.43;5) bis (2.43;6) gilt für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\ &\quad + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\ C_{rg}(F_c, C) &= 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + \\ &\quad + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.51;1)$$

mit den Sättigungszahlen

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [-(1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + q0(Q4')]^{Q4'} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - p0(P4')]^{P4'} \end{aligned} \quad (2.51;2)$$

Die Konstanten $Q0', Q4', s_{ybo}, s_{ybv}, q0$ sowie die Konstanten $P0', P4', s_{rgo}, s_{rgv}$ und $p0$ befinden sich für verschiedene Exponenten $Q4'$ und $P4'$ in den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4). Die Konstanten s_{ybo}, s_{ybv} sowie s_{rgo} und s_{rgv} sind wegen der „globalen“ Ausgleichsrechnung über einen großen Bereich von Buntheiten auch in der Nähe von Unbunt mit Fehlern behaftet. Durch genaues Studium der als unbunt empfundenen Farben können wir diese in der Nähe von Unbunt besonders wichtigen Konstanten genauer ermitteln. Für unbunte Farben $F_c = M_{vc}$ ist die Buntheit gleich Null und daher gilt nach den Gleichungen (2.51;1)

$$\begin{aligned} C_{yb}(M_{vc}, C) = 0 &= 100 \cdot [q'(M_{vc}) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\ C_{rg}(M_{vc}, C) = 0 &= 100 \cdot [p'(M_{vc}) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot \\ &\quad \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (2.51;3)$$

Hieraus folgt für die Sättigungszahlen von Unbunt

$$\begin{aligned} q'(M_{vc}) &= -s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + q'(C) - s_{ybo} \\ p'(M_{vc}) &= -s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + p'(C) - s_{rgo} \end{aligned} \quad (2.51;4)$$

Für jede Helligkeit $V(F_c)$ bzw. jeden Hellbezugswert $Y(F_c)$ läßt sich mit Gleichung (2.51;4) der Farbort der unbunten Farbe M_{vc} berechnen. Die so berechneten unbunten Farben weichen von denen der Tabelle (2.22;T1) nach entsprechender Umrechnung von $[p'(M_{vc}), q'(M_{vc})]$ in $[p(M_{vc}), q(M_{vc})]$ noch merklich ab. Die Farbtonbeschreibung wird daher in der Nähe von Unbunt ungenau.

Um die Farbtonbeschreibung in der Nähe von Unbunt zu verbessern, sind wir den umgekehrten Weg gegangen und haben die Konstanten $s_{rgo}, s_{rgv}, s_{ybo}, s_{ybv}$ durch *Farbtonausgleichsrechnung* genauer bestimmt. Hierzu haben wir die Farbörter $[p(M_{vc}), q(M_{vc})]$ von Tabelle (2.22;T1) in $[p'(M_{vc}), q'(M_{vc})]$ umgerechnet. Es gilt

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [-q + q0]^{Q4'} = 0,01 \cdot Q0' \cdot q^{Q4'} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [p - p0]^{P4'} = 0,01 \cdot P0' \cdot p^{P4'} \end{aligned} \quad (2.51;5)$$

Durch Ausgleichsrechnung ermittelten wir die in der Nähe von Unbunt besseren Konstanten $t_{rgo}, t_{rgv}, t_{ybo}$ und t_{ybv} der Gleichung

$$\begin{aligned} q'(M_{vc}) &= -t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + q'(C) \\ &\quad - t_{ybo} \\ p'(M_{vc}) &= -t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + p'(C) \\ &\quad - t_{rgo} \end{aligned} \quad (2.51;6)$$

mit den Sättigungszahlschwellen

$$\begin{aligned} t_{ybv} &= -0,001155 & t_{rgv} &= 0,001537 \\ t_{ybo} &= -0,001708 & t_{rgo} &= 0,0006668 \end{aligned} \quad (2.51;7)$$

Die mit diesen Konstanten berechneten Farbörter können wir mit folgenden Gleichungen in das Buntheitszahlendiagramm (P^*, Q^*) und die Farbtafeln (p,q) sowie die Normfarbtafel (x,y) umrechnen. Für das Buntheitszahlendiagramm (P^*, Q^*) gilt nach (2.43;10)

$$\begin{aligned} Q^* &= 500 \cdot q' \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ P^* &= 500 \cdot p' \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.51;8)$$

Für die Farbtafel (p,q) folgt durch Auflösen von (2.51;5)

$$\begin{aligned} q &= q0 - [100 \cdot q' / Q0']^{1/Q4'} \\ p &= p0 + [100 \cdot p' / P0']^{1/P4'} \end{aligned} \quad (2.51;9)$$

Für die Normfarbtafel (x,y) folgt weiter (vergl. Abschnitt (1.30))

$$\begin{aligned} y &= 1,0000 / [2,3587 - 0,4269 \cdot q + 0,0987 \cdot p] \\ x &= [0,9093 - 0,0133 \cdot q + 0,1192 \cdot p] \cdot y \end{aligned} \quad (2.51;10)$$

Mit den Gleichungen (2.51;6) bis (2.51;10) haben wir die Farbörter der mit hoher Wahrscheinlichkeit als unbunt empfundenen Farben M_{vc} berechnet und in *Tabelle (2.51;T1)* angegeben. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Werten in Tabelle (2.22;T1) ist wegen der Farbtonausgleichsrechnung, welche die Konstanten $t_{ybv}, t_{ybo}, t_{rgv}$ und t_{rgo} ergab, von sehr hoher Güte.

Für die Beschreibung des empfindungsgemäßen Farbtons und der Buntheit (vergl. Abschnitt (2.52)) verwenden wir daher einheitlich die gegenüber (2.51;1) in der Nähe von Unbunt verbesserten Farbstufungsgleichungen

Hellbezugswert Y(F _c)	Helligkeit V(F _c)	Normfarbwertanteile		Sättigungswerte		Sättigungszahlen		Buntheitszahlen	
		x(M _{vc})	y(M _{vc})	p(M _{vc})	q(M _{vc})	p'(M _{vc})	q'(M _{vc})	P*(M _{vc})	Q*(M _{vc})
1,210	1,00	0,3154	0,2971	1,041	-2,118	0,2739	-1,079	29,19	-11,50
3,130	2,00	0,3151	0,3084	0,731	-1,900	0,2711	-1,058	39,65	-15,48
6,560	3,00	0,3149	0,3152	0,555	-1,779	0,2694	-1,046	50,44	-19,58
12,000	4,00	0,3147	0,3196	0,443	-1,702	0,2684	-1,038	61,44	-23,76
19,770	5,00	0,3146	0,3227	0,366	-1,650	0,2677	-1,032	72,37	-27,91
30,050	6,00	0,3144	0,3250	0,309	-1,612	0,2671	-1,028	83,05	-31,97
43,060	7,00	0,3143	0,3268	0,266	-1,582	0,2667	-1,025	93,48	-35,93
59,100	8,00	0,3143	0,3282	0,231	-1,559	0,2664	-1,023	103,76	-39,84
78,660	9,00	0,3142	0,3294	0,203	-1,540	0,2661	-1,021	114,02	-43,73
102,560	10,00	0,3141	0,3303	0,180	-1,524	0,2659	-1,019	124,45	-47,70

Tabelle (2.51;T1)

Normfarbwertanteile, Sättigungswerte, Sättigungs- und Buntheitszahlen für Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = C_r(M_{vc}, C) = 0$ als Funktion der Helligkeit $V(F_c)$ bzw. des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ in den Farbtafeln (x, y) , (p, q) , der Farbtafel (p', q') und im Buntheitszahlendiagramm (P^*, Q^*) . Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$ nach den Gleichungen (2.51;8) bis (2.51;12)

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + t_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

(2.51;11)

mit den Sättigungszahlschwellen

$$t_{ybv} = -0,001155 \quad t_{rgv} = 0,001537$$

$$t_{ybo} = -0,001708 \quad t_{rgo} = 0,0006668$$

(2.51;12)

Für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten folgt mit (2.51;6)

$$C_{yb}(F_c, M_{vc}) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, M_{vc}) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

(2.51;13)

Wir definieren als radiale Sättigung $p'_r(F_c, C)$

$$p'_r(F_c, M_{vc}) = 0,01 \cdot C_r(F_c, M_{vc}) / Y(F_c)^{1/3}$$

$$= \left[\left[[q'(F_c) - q'(M_{vc})]^2 + [p'(F_c) - p'(M_{vc})]^2 \right]^{1/2} \right]^{1/2}$$

(2.51;14)

wobei

$$C_r(F_c, M_{vc}) = [C_{yb}(F_c, M_{vc})^2 + C_{rg}(F_c, M_{vc})^2]^{1/2}$$

(2.51;15)

Durch Vergleich von (2.51;13) und (2.51;15) ergibt sich für die Farbtonzahl τ' in den Farbtafeln (p', q') mit Gleichung (2.41;4)

$$\sin \tau' = [q'(F_c) - q'(M_{vc})] / p'_r(F_c, M_{vc})$$

$$\cos \tau' = [p'(F_c) - p'(M_{vc})] / p'_r(F_c, M_{vc})$$

(2.51;16)

oder

$$q'(F_c) = \sin \tau' \cdot p'_r(F_c, M_{vc}) + q'(M_{vc})$$

$$p'(F_c) = \cos \tau' \cdot p'_r(F_c, M_{vc}) + p'(M_{vc})$$

(2.51;17)

Weder die Farbtonzahl τ' in der Farbtafel (p', q') noch der Farbtonwert τ in der Farbtafel (p, q) noch ein in der Normfarbtafel (x, y) definierter Farbtonwinkel beschreibt den empfindungsgemäßen Farbton. Zur Beschreibung des empfindungsgemäßen Farbtons ist allein die Urfarbtonzahl τ^+

im Urfarbdiagramm (p^+, q^+) fähig. Wir müssen uns daher im folgenden zunächst mit den Urfarben beschäftigen, um die Ursättigungszahlen p^+ und q^+ des Urfarbdiagramms (p^+, q^+) definieren zu können.

Unter den Farben von empfindungsgemäß gleichem Farbton nehmen die vier Urfarben Gelb, Rot, Blau und Grün eine Sonderstellung ein. Man nimmt an, daß ihrem Weder-Noch-Charakter, zum Beispiel Gelb als weder rötlich noch grünlich, Nullpotentiale im Rot-Grün- bzw. Gelb-Blau-Farbempfindungszentrum im Gehirn entsprechen.

Es ist deshalb unser Ziel, Ursättigungszahlen zu definieren, die für die Urfarbtöne Null werden. Solche Koordinaten bilden die Farbtöne auf einem symmetrischen Urfarbtonkreis ab, in dem die Urfarben Gelb-Blau und Rot-Grün paarweise gegenüberliegen (vergl. Abbildung (1.10;A2)). Im Farbenraum liegen dann die Urfarben auch in dem in Abbildung (1.10;A1) gezeigten schematischen Doppelkegelmodell, das die empfindungsgemäße Einteilung der Farben veranschaulicht, paarweise gegenüber. Wir definieren die Ursättigungszahlen $p^+(F_c)$ und $q^+(F_c)$

$$q^+(F_c) = q'(F_c) - hp[p'(F_c), p'(M_{vc})] \cdot q'(M_{vc})$$

$$p^+(F_c) = p'(F_c) - hq[q'(F_c), q'(M_{vc})] \cdot p'(M_{vc})$$

(2.51;18)

mit

$$hp[p'(F_c), p'(M_{vc})] = 1 - \tau_p \cdot |p'(F_c) - p'(M_{vc})|^{n_p}$$

$$hq[q'(F_c), q'(M_{vc})] = 1 - \tau_q \cdot |q'(F_c) - q'(M_{vc})|^{n_q}$$

(2.51;19)

Die Funktionen hp und hq bzw. die Konstanten τ_p, τ_q, n_p und n_q haben wir durch Ausgleichsrechnung so bestimmt, daß die Ursättigungszahlen $q^+(F_c)$ bzw. $p^+(F_c)$ für die Urfarbtöne Null werden. Wie im folgenden noch weiter erläutert wird, ergibt sich für die Konstanten

$$\tau_p = 0,0426 \quad \tau_q = 0,0000 \quad n_p = n_q = 0,6666$$

(2.51;20)

Der Exponent n_q ist wegen der Kleinheit von τ_q weitgehend unbestimmt und daher wurde τ_q willkürlich für $n_q = 0,6666$ berechnet. Das Optimum von n_p liegt bei 0,68.

Durch Vergleich der Ur- und Mittelfarbtöne im symmetrischen Urfarbtonkreis von Miescher [31], die von 28 Beobachtern ermittelt wurden, kann man die Klassifikation der Ur- und Mittelfarben im Munsell-Farbsystem bestimmen. Nach K. Richter (1969) [36] haben vier Beobachter die in der Tabelle (2.51;T2) angegebenen Ur- und Mittelfarben von Miescher auf die Klassifikation des Munsell-Farbsystems übertragen.

Farbtonzeichen mit Nr.	Normfarbwerte			Normfarbwertanteile		Sättigungszahlen		Ursättigungszahlen	
	X(F _c)	Y(F _c)	Z(F _c)	x(F _c)	y(F _c)	p'(M _{vc})	q'(F _c)	p ⁺ (F _c)	q ⁺ (F _c)
Y 02	70,52	77,82	10,18	0,4449	0,4909	0,265	-0,066	0,001	0,035
YR 05	60,31	45,44	5,55	0,5419	0,4083	0,295	-0,070	0,029	0,024
R 08	32,53	18,11	5,32	0,5813	0,3236	0,323	-0,082	0,055	0,008
BR 11	16,15	8,47	30,90	0,2909	0,1526	0,323	-0,148	0,054	-0,058
B 14	11,92	9,35	48,79	0,1701	0,1355	0,280	-0,165	0,011	-0,065
BG 17	8,83	14,56	31,55	0,1607	0,2650	0,231	-0,124	-0,037	-0,035
G 20	8,51	20,24	16,28	0,1890	0,4495	0,215	-0,091	-0,053	-0,001
YG 23	25,23	45,15	14,00	0,2990	0,5351	0,232	-0,073	-0,034	0,025

Tabelle (2.51;T2)

Farbtonbezeichnung, Normfarbwerte, Normfarbwertanteile, Sättigungs- und Ursättigungszahlen der Ur- und Mittelfarben des symmetrischen Urfarbtonkreises nach Miescher (vergl. [36], S. 79). Die Ursättigungszahlen wurden nach Gleichung (2.51;18) bis (2.51;20) berechnet

Die auf diese Weise ermittelten Ur- und Mittelfarben des Munsell-Farbsystems sind in der *Tabelle (2.51;T3)* für vier Einzelbeobachter sowie gemittelt angegeben. Nach dieser Tabelle entsprechen den Urfarben Gelb, Rot, Blau und Grün angenähert die Farbtöne 7.5Y, 5.0R, 5.0PB und 5.0G im Munsell-Farbsystem. Wir haben genau diese Farbtöne benutzt, um die Konstanten τ_p , τ_q , n_p und n_q der Gleichungen (2.51; 18) bis (2.51;19) unter der Nebenbedingung $q^+(F_c) = p^+(F_c) = 0$ zu bestimmen.

Farbe (Farbton)	Klassifikation der Ur- und Mittelfarben von Miescher im Munsell-Farbsystem mit farbtongleicher Wellenlänge				
	Beobachter				Mittel über 4 Beob. Bezeichnung und λ_f
	K.R.	G.W.	A.V.	K.M.	
Urgelb Y 02	7.5Y 575	8.5Y 574	10Y 572	10Y 572	8.5Y 574
Gelbrot YR 05	3.8YR 592	4.2YR 591	3.5YR 593	3.7YR 592	3.7YR 592
Urrot R 08	6.5R 700	5.8R -494	6R -494	5.8R -494	6R -494
Blaurot BR 11	7.5P -558	7.5P -558	7P -560	7.5P -558	7.4P -559
Urblau B 14	5.6PB 472	5PB 475	5.1PB 474	5PB 474	5.3PB 474
Blaugrün BG 17	7.5BG 489	8.8BG 488	8BG 488	10BG 487	8.5BG 488
Urgrün G 20	6G 503	5G 504	6G 503	6.7G 502	5.9G 503
Gelbgrün GY 23	10GY 542	8.8GY 550	9GY 548	0.5G 536	9.5GY 544

Tabelle (2.51;T3)
Ur- und Mittelfarben des Miescher-Urfarbkreises in der Klassifikation des Munsell-Farbsystems mit Angabe der spektralen empfindungsgemäß farbtongleichen Wellenlänge. Diese weicht wegen der Krümmung der Farbörter von empfindungsgemäß farbtongleichen Farben in der Normfarbtafel (x,y) etwas von der farbtongleichen Wellenlänge ab und lässt sich zum Beispiel in *Abbildung (2.51;A4)* ablesen

Wir erhielten die bereits in Gleichung (2.51;20) angegebenen Werte. Die *Abbildungen (2.51;A2) bis (2.51;A4)* zeigen die Urfarbtöne des Munsell-Farbsystems, welche die Farbtonbezeichnung 7.5Y, 5R, 5PB und 5G tragen, für Value 2, 5 und 8 der Reihe nach in der Normfarbtafel (x,y), der Farbtafel (p',q') und im Urfarbdigramm (p⁺,q⁺). Die Urfarbtöne liegen wie gewünscht angenähert auf den symmetrischen Koordinatenachsen im Urfarbdigramm (p⁺,q⁺). Den Urfarbtönen werden angenähert Nullkoordinaten zugeordnet. Auch die Mittelfarbtöne 5.0YR, 7.5P, 10.0BG und 10GY liegen angenähert auf den vier 45-Grad-Diagonalen. Die Ursättigungszahlen p⁺ und q⁺ beschreiben daher auch die Urfarbtonzahlen τ^+ mit hoher Güte.

Auf den von einer großen Personenzahl geschätzten Urfarbtonzahlen τ^+ basiert die Farbtonbezeichnung im schwedischen NCS-Farbsystem [16], das 1969 von Hard vorgestellt wurde. Die Farbtonzahlen τ^+ , zum Beispiel 85 % Gelb und 15 % Rot, lassen sich leicht aus dem Urfarbdigramm (p⁺, q⁺) berechnen. Es gilt für die radiale Ursättigung $p_r^+(F_c, M_{vc})$ nach Gleichung (2.51;18)

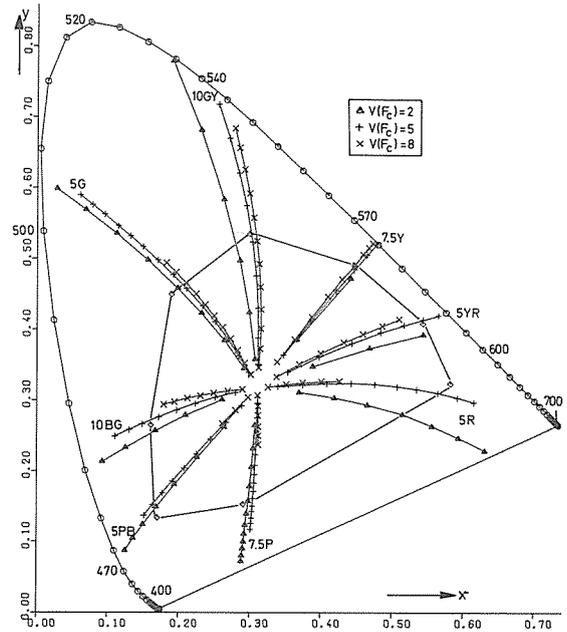


Abbildung (2.51;A2)
Ur- und Mittelfarbtöne des Munsell-Farbsystems (Farbtonbezeichnung 7.5Y, 5.0YR, 5R, 7.5P, 5PB, 10.0BG, 5G, 10GY) für die Heligkeitswerte $V(F_c) = 2, 5, 8$ in der Normfarbtafel (x,y)

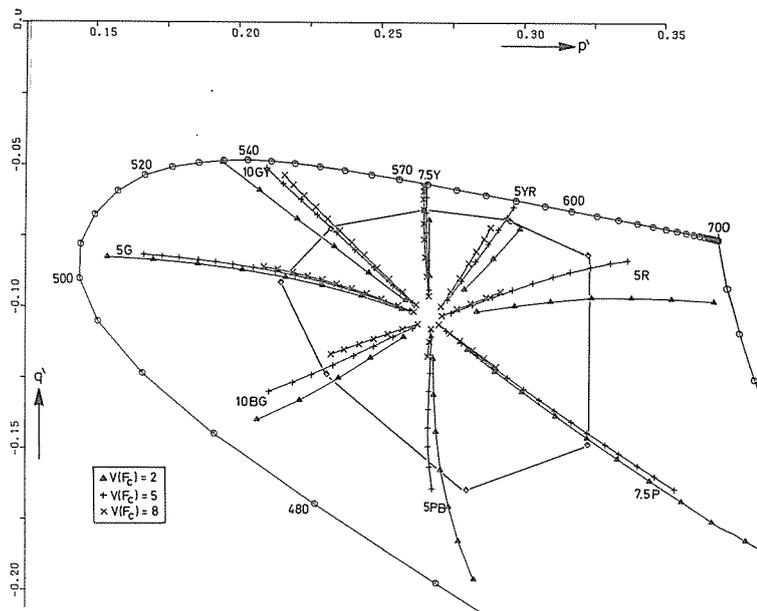


Abbildung (2.51;A3)
Ur- und Mittelfarbtöne des Munsell-Farbsystems (Farbtonbezeichnung 7.5Y, 5.0YR, 5R, 7.5P, 5PB, 10.0BG, 5G, 10GY) für die Heligkeitswerte $V(F_c) = 2, 5, 8$ in der Farbtafel (p',q')

$$p_r^+(F_c, M_{vc}) = [p^+(F_c, M_{vc})^2 + q^+(F_c, M_{vc})^2]^{1/2} \quad (2.51;21)$$

und für die Urfarbtonzahlen τ^+

$$\begin{aligned} \sin \tau^+ &= q^+(F_c, M_{vc}) / p_r^+(F_c, M_{vc}) \\ \cos \tau^+ &= p^+(F_c, M_{vc}) / p_r^+(F_c, M_{vc}) \end{aligned} \quad (2.51;22)$$

Der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Urfarbtanteil lässt sich in % angeben und aus den Urfarbtonzahlen τ^+ berechnen. Es gilt Gelb-Urfarbtanteil in % = $[[1 - |1 - \tau^+ / 90|]] \cdot 100\%$

$$\text{für } 0 < \tau^+ < 180 \text{ Grad} \quad (2.51;23)$$

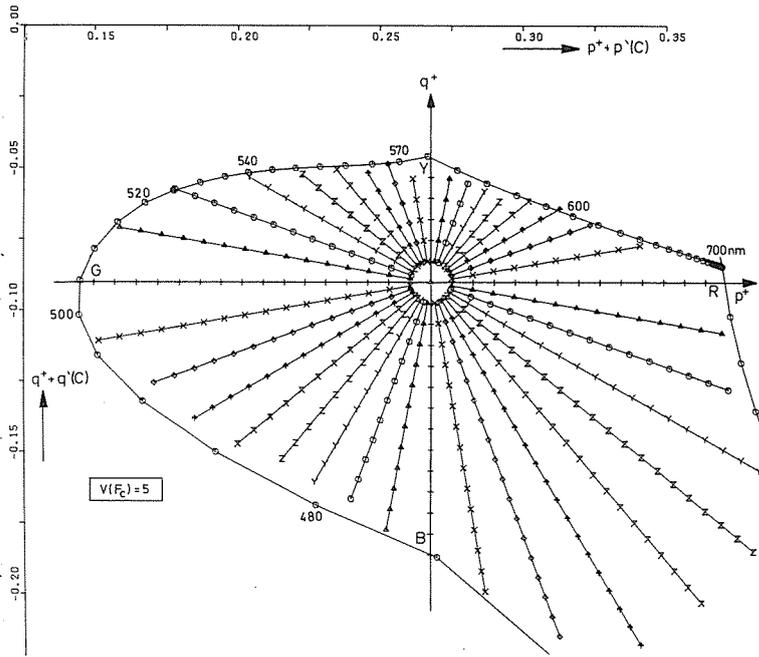


Abbildung (2.51;A7)
 Farbtongleiche Farben für die Helligkeit $V(F_c) = 5$ und die Urfarbtanzahlen τ^+ zwischen 0 und 360 Grad in Abständen von 10 Grad im Urfarbdiaagramm (p^+, q^+) . Berechnet nach den Gleichungen (2.51;18) bis (2.51;20)

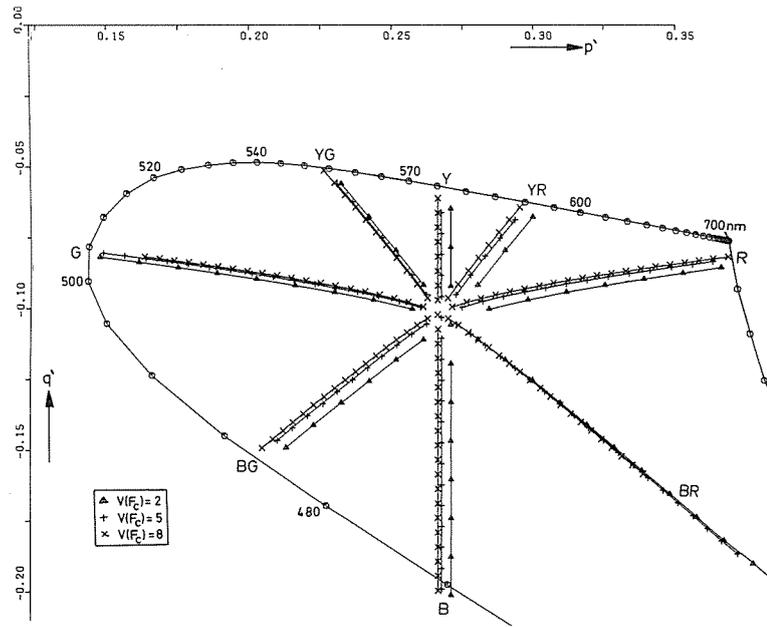


Abbildung (2.51;A9)
 Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtanzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad in der Farbartafel (p', q') . Berechnet nach den Gleichungen (2.51;22) und (2.51;18) bis (2.51;19) für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Die Berechnungen können mit der Abbildung (2.51;A3) verglichen werden, die auf Experimenten beruht.

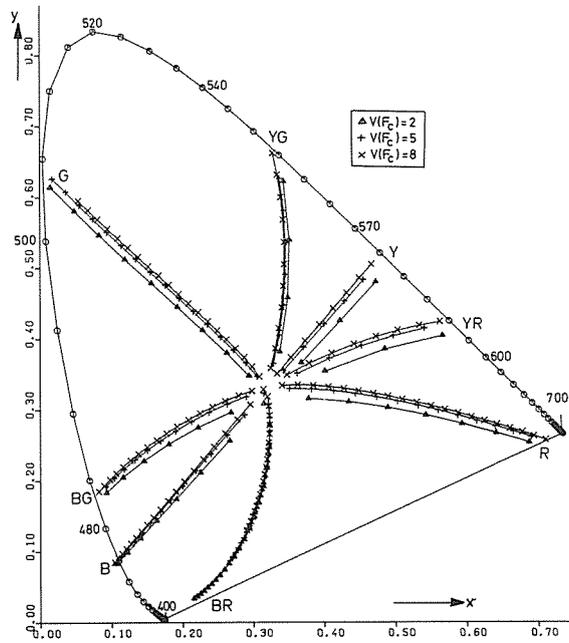


Abbildung (2.51;A8)
 Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtanzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad in der Normfarbtafel (x, y) . Berechnet nach den Gleichungen (2.51;22) und (2.51;18) bis (2.51;19) für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Die Transformation von der Farbartafel (p', q') zur Normfarbtafel (x, y) wurde mit den Gleichungen (2.51;9) und (2.51;10) durchgeführt. Die Berechnungen können mit der Abbildung (2.51;A2) verglichen werden, die auf Experimenten beruht

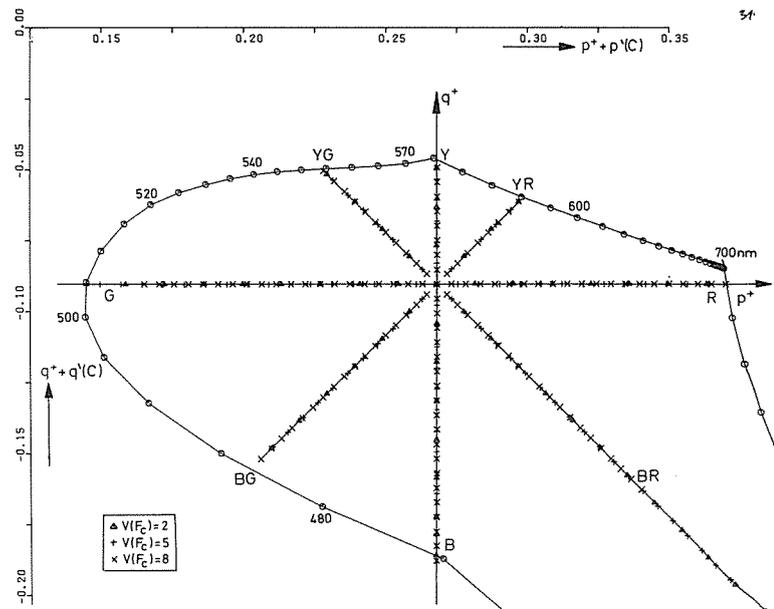


Abbildung (2.51;A10)
 Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtanzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad im Urfarbdiaagramm (p^+, q^+) . Berechnet nach Gleichung (2.51;22). Die Berechnungen können mit Abbildung (2.51;A4) verglichen werden, die auf Experimenten beruht

2.52 Die Koordinaten für Farben gleicher Buntheit

Die Farben mit dem Farbmerkmal „gleiche Buntheit“ besitzen eine konstante radiale Buntheit $C_r(F_c, C)$, die sich aus den Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten berechnet. Es gilt

$$C_r(F_c, C) = [C_{yb}(F_c, C)^2 + C_{rg}(F_c, C)^2]^{1/2} \quad (2.52;1)$$

wobei nach den Gleichungen (2.51;11) die folgenden GS2ND-Farbstufungsgleichungen gelten

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.52;2)$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + t_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.52;3)$$

mit den Sättigungszahlen

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot [- (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y + q0(Q4')]^{Q4'} \quad (2.52;4)$$

$$p' = 0,01 \cdot P0' \cdot [(8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y - p0(P4')]^{P4'} \quad (2.52;5)$$

Die Konstanten $Q0'$, $Q4'$ und $q0$ sowie die Konstanten $P0'$, $P4'$ und $p0$ befinden sich für verschiedene Exponenten $Q4'$ und $P4'$ in den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4). Die Konstanten t_{ybo} , t_{ybv} , t_{rgo} und t_{rgv} sind in Gleichung (2.51;12) angegeben.

Im folgenden wollen wir Farben gleicher Buntheit berechnen und sie in der Farbarttafel (p', q'), den Farbtafeln (p, q) und (x, y) sowie im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) darstellen. Hierzu benutzen wir die Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;5). Die berechnete Buntheit werden wir anschließend mit der experimentellen vergleichen.

Im ersten Schritt berechnen wir Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Wir wissen, daß sich der Farbort für unbunte Farben F_c als Funktion der Helligkeit $V(F_c)$ bzw. des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ verschiebt. Es gilt für unbunte Farben mit $F_c = M_{vc}$

$$C_{yb}(M_{vc}, C) = 0 = 100 \cdot [q'(M_{vc}) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(M_{vc}, C) = 0 = 100 \cdot [p'(M_{vc}) - p'(C) + t_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (2.52;6)$$

Hieraus folgt für die Sättigungszahlen von Unbunt

$$q'(M_{vc}) = -t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + q'(C) - t_{ybo}$$

$$p'(M_{vc}) = -t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] / Y(F_c)^{1/3} + p'(C) - t_{rgo} \quad (2.52;7)$$

Für jede Helligkeit $V(F_c)$ bzw. jeden Hellbezugswert $Y(F_c)$ läßt sich mit Gleichung (2.52;7) der Farbort der unbunten Farbe M_{vc} berechnen. Tabelle (2.51;T1) enthält die Sätti-

gungszahlen (p', q'), die Sättigungswerte (p, q), die Normfarbwertanteile (x, y) und die Buntheitszahlen (P^*, Q^*) für die unbunten Farben M_{vc} . Sie können mit den experimentellen Werten in Tabelle (2.22;T1) verglichen werden.

Die Werte in Tabelle (2.51;T1) wurden mit den Konstanten für $n = Q4' = P4' = 0,3333$ aus den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4) berechnet. Es gilt

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-q + q0]^{Q4'} = 0,01 \cdot Q0' \cdot q \cdot Q4'$$

$$p' = 0,01 \cdot P0' \cdot [p - p0]^{P4'} = 0,01 \cdot P0' \cdot p \cdot P4' \quad (2.52;8)$$

Auflösen dieser Gleichungen nach q und p ergibt

$$q = q0 - [100 \cdot q' / Q0']^{1/Q4'}$$

$$p = p0 + [100 \cdot p' / P0']^{1/P4'} \quad (2.52;9)$$

Mit den Gleichungen

$$q = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y \quad (2.52;10)$$

$$p = (8,6120 \cdot x + 7,1966 \cdot y - 0,2688) / y$$

bzw. der Umkehrung

$$y = 1,0000 / [2,3587 - 0,4269 \cdot q + 0,0987 \cdot p]$$

$$x = [0,9093 - 0,0133 \cdot q + 0,1192 \cdot p] \cdot y \quad (2.52;11)$$

ergeben sich die Normfarbwertanteile $[x(M_{vc}), y(M_{vc})]$, falls die Sättigungszahlen $[p'(M_{vc}), q'(M_{vc})]$ bekannt oder berechnet sind. Die Gleichungen (2.52;8) bis (2.52;11) haben wir zur Berechnung der im folgenden zu diskutierenden *Abbildungen (2.52;A1) bis (2.52;A8)* benutzt.

Für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, M_{vc})$ und $C_{yb}(F_c, M_{vc})$ folgt aus den Gleichungen (2.52;2) bis (2.52;3) mit (2.52;7)

$$C_{yb}(F_c, M_{vc}) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{rg}(F_c, M_{vc}) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(M_{vc})] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.52;12)$$

Wir definieren als radiale Sättigung $p_r'(F_c, M_{vc})$

$$p_r'(F_c, M_{vc}) = 0,01 \cdot C_r(F_c, M_{vc}) / Y(F_c)^{1/3} \quad (2.52;13)$$

Dann folgt mit Gleichung (2.51;16) für die Farbtonzahl τ' in der Farbarttafel (p', q')

$$\sin \tau' = [q'(F_c) - q'(M_{vc})] / p_r'(F_c, M_{vc})$$

$$\cos \tau' = [p'(F_c) - p'(M_{vc})] / p_r'(F_c, M_{vc}) \quad (2.52;14)$$

oder

$$q'(F_c) = \sin \tau' \cdot p_r'(F_c, M_{vc}) + q'(M_{vc})$$

$$p'(F_c) = \cos \tau' \cdot p_r'(F_c, M_{vc}) + p'(M_{vc}) \quad (2.52;15)$$

Mit diesen Gleichungen haben wir für die Farbtonzahlen $\tau' = 0$ bis 360 Grad in Abständen von 10 Grad die Sättigungszahlen $[p'(F_c), q'(F_c)]$ für Farben der Buntheit $C_r(F_c, M_{vc}) = 2$ und für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5$ und 8 bzw. den entsprechenden Hellbezugswerten $Y(F_c)$ berechnet und in Abbildung (2.52;A1) dargestellt.

Die Abbildungen (2.52;A2) bis (2.52;A4) zeigen die gleichen Farben mit $C_r(F_c, M_{vc}) = 2$ der Reihe nach in den Farbtafeln (p', q') und (x, y) sowie im Buntheitszahlendiagramm (P^*, Q^*). Diese Abbildungen beschreiben theoretisch die in Abbildung

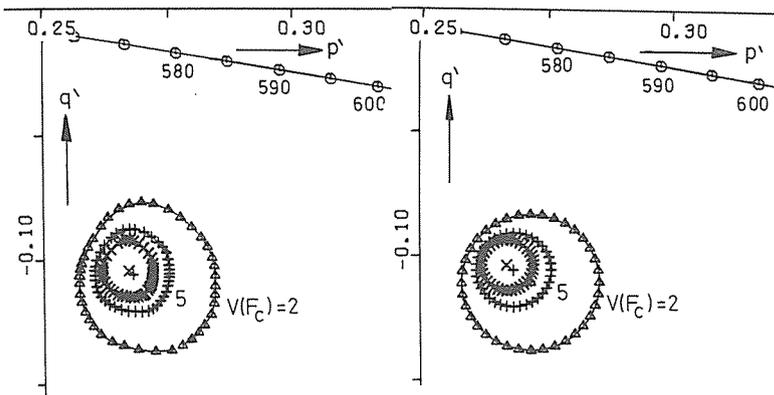


Abbildung (2.52;A1)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ und von Unbunt M_{vc} in der Farbtafel (p', q') für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$. Experimentell und theoretisch nach den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.52;7)

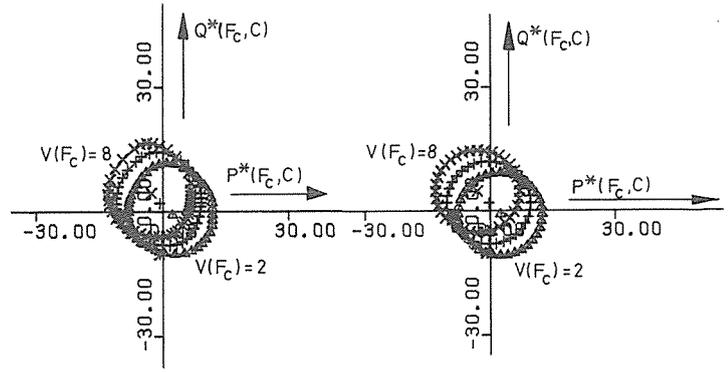


Abbildung (2.52;A4)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ und von Unbunt M_{vc} im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$. Experimentell und theoretisch nach den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.43;10)

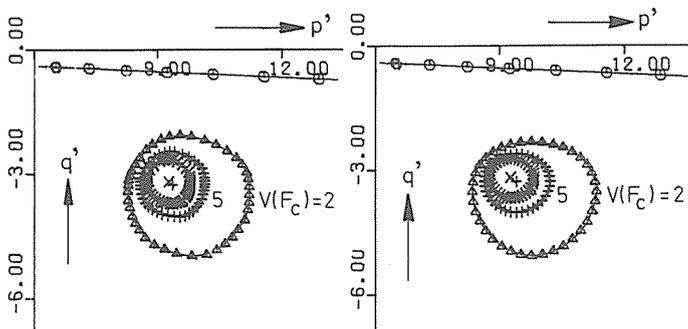


Abbildung (2.52;A2)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C)$ und von Unbunt M_{vc} in der Farbtafel (p', q') für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$. Experimentell und theoretisch nach den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.52;8)

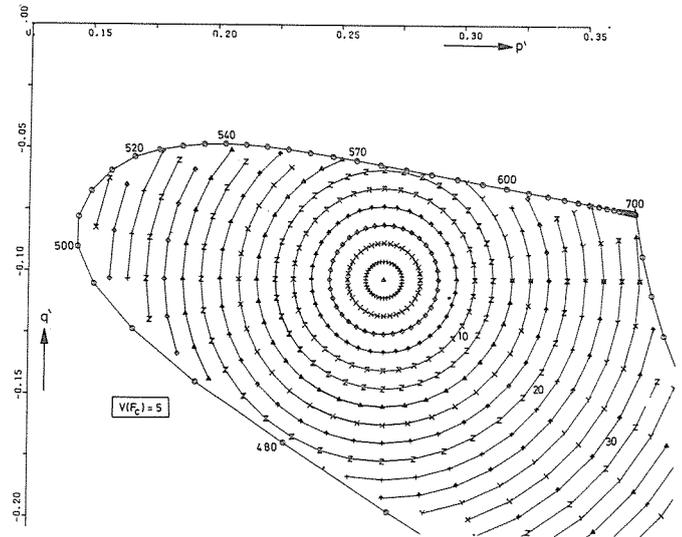


Abbildung (2.52;A5)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{vc} in der Farbtafel (p', q') für die Helligkeit $V(F_c) = 5$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$ und den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.52;7)

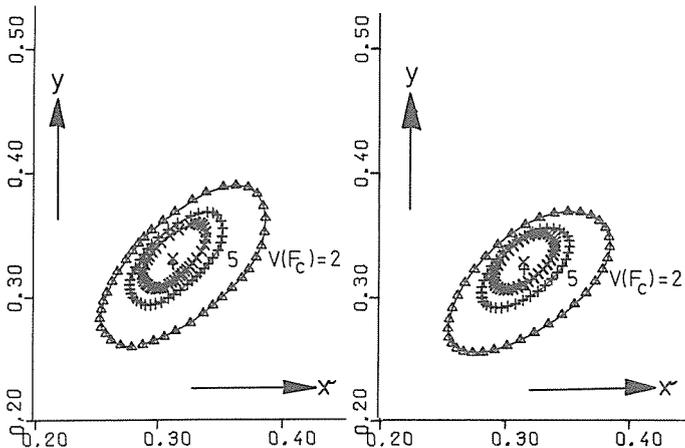


Abbildung (2.52;A3)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2$ und von Unbunt M_{vc} in der Normfarbtafel (x, y) für die Helligkeiten $V(F_c) = 2, 5, 8$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$. Experimentell und theoretisch nach den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.52;9) bis (2.52;11)

(2.21;A1) dargestellten Daten des Munsell-Farbsystems, und zwar insbesondere die Verschiebung der Farbörter von Unbunt sowie die radialen Sättigungswerte $p_r(F_c, M_{vc})$ der buntheitsgleichen Farben nach Richtung und Größe in weitgehender Übereinstimmung mit den Experimenten.

Weiter haben wir Farben der Buntheiten $C_r(F_c, M_{vc}) = 2, 4, 6, \dots$ berechnet und in den Abbildungen (2.52;A5) bis

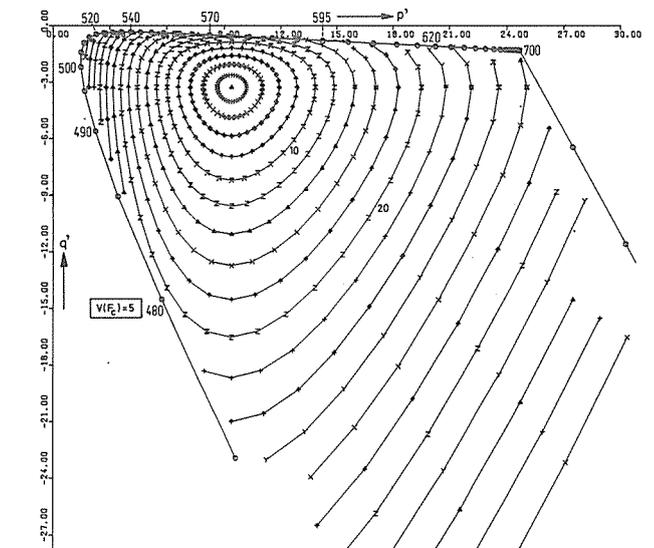


Abbildung (2.52;A6)
 Farben der Buntheit $C_r(F_c, C) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{vc} in der Farbtafel (p', q') für die Helligkeit $V(F_c) = 5$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$ und den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.52;8)

(2.52;A8), ausschließlich für die Helligkeit $V(F_C) = 5$ dargestellt, und zwar in der Farbtafel (p',q') , den Farbtafeln (p',q') und (x,y) sowie im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) . Auch hier beschreiben die Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) die Experimente mit einer Güte, die nach unseren Kenntnissen von keinem anderen Modell des Farbsehens erreicht wird.

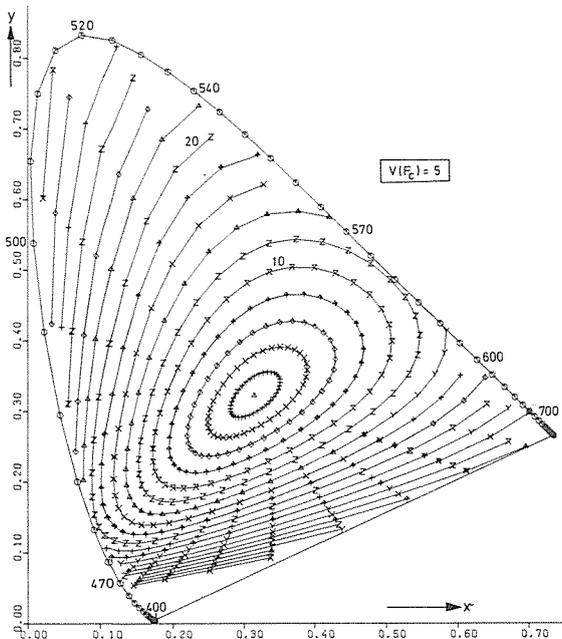


Abbildung (2.52;A7)
Farben der Buntheit $C_r(F_C, C) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{yC} in der Normfarbtafel (x,y) für die Helligkeit $V(F_C) = 5$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$ und den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.43;10)

2.53 Die Koordinaten der Farben gleicher Sättigung

Farben gleicher Sättigung besitzen einerseits für einen festen Hellbezugswert $Y(F_C)$ gleichen Farbabstand vom Unbunt mit gleichem Hellbezugswert. Farben gleicher Sättigung liegen daher in den Farbtafeln (p',q') auf Kreisen um den Farbort von Unbunt. Diese Eigenschaft haben die Farben gleicher Sättigung mit den Farben gleicher Buntheit (vergl. Abbildungen (2.52;A1) bis (2.52;A8)) gemeinsam.

Farben von gleicher Sättigung und von gleichem Farbton sind andererseits Schattenreihen, das heißt sie entstehen, wenn auf eine Farbe teilweise die Sonne und teilweise der Schatten eines undurchsichtigen Objektes fällt, das sich zwischen Sonne und Farbfläche befindet. Solche Schattenreihen finden sich vielfältig in der Natur und wahrscheinlich ordnen wir mit aufgrund unserer Erfahrung allen Farben einer Schattenreihe das gemeinsame Farbmerkmal Sättigung zu. Jede Schattenreihe von Farben besitzt den gleichen Farbort in der Normfarbtafel (x,y) , also auch in der Farbtafel (p',q') . Farben mit gleichem Farbort, die sich nur in ihrem Hellbezugswert unterscheiden, heißen nach DIN 5033 Teil 1 [07], Farben gleicher Farbort.

Farben von gleicher Sättigung und von gleichem Farbton sind daher einerseits Farben gleicher Farbort und andererseits muß für einen bestimmten Hellbezugswert der Buntheitsabstand zum gleichhellen Unbunt gleich groß sein. *Abbildung (2.53;A1)* zeigt schematisch, daß in einem Farbenraum mit der Näherung $V_n(F_C) = 10 \cdot [Y(F_C) / 100]^{1/3}$ für die Helligkeit $V(F_C)$ und mit der radialen Buntheit $C_r(F_C, C)$ die Farben gleicher radialer Sättigung auf einem Kreiskegelmantel liegen, der die Farbtafel (p',q') in einem Kreis um den Farbort von Unbunt schneidet. Es gilt für die radiale Sättigung

$$S_r(F_C, C) = C_r(F_C, C) / Y(F_C)^{1/3} \quad (2.53;1)$$

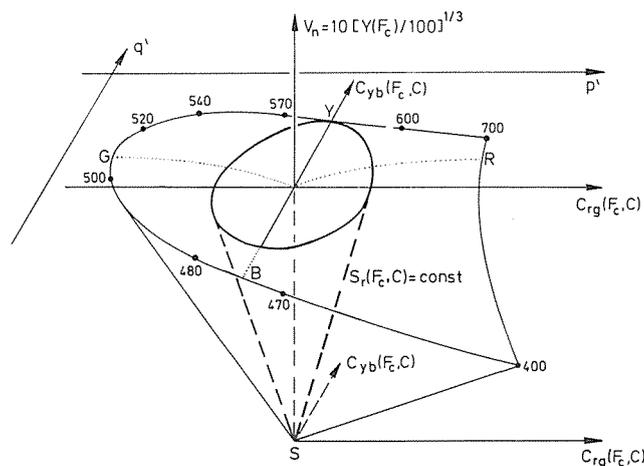


Abbildung (2.53;A1)
Schematische Darstellung der Farben gleicher radialer Sättigung im Farbenraum mit den Koordinaten $V_n(F_C) = 10 \cdot [Y(F_C) / 100]^{1/3}$ (angenähert Helligkeit) und der radialen Buntheit $C_r(F_C, C)$. Die Farben gleicher radialer Sättigung liegen auf einem Kreiskegelmantel, der die Farbtafel (p',q') in einem Kreis um den Farbort von Unbunt schneidet

Wegen der Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) zur Beschreibung der radialen, Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten

$$C_r(F_C, C) = \sqrt{C_{rg}(F_C, C)^2 + C_{yb}(F_C, C)^2}^{1/2} \quad (2.53;2)$$

Abbildung (2.52;A8)
Farben der Buntheit $C_r(F_C, C) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{yC} im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) für die Helligkeit $V(F_C) = 5$. Berechnet mit den Konstanten für $n = 0,3333$ und den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;3) sowie (2.43;10)

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + t_{rg0}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

(2.53;3)

folgt für die radiale Sättigung $S_r(F_c, C)$, wenn wir die kleinen Terme t_{rg0} , t_{rgv} , t_{ybo} und t_{ybv} vernachlässigen

$$S_r(F_c, C) = 100 \cdot \left[[p'(F_c) - p'(C)]^2 + [q'(F_c) - q'(C)]^2 \right]^{1/2}$$

(2.53;4)

Die Farben gleicher radialer Sättigung liegen nach dieser Gleichung auf gleich großen Kreisen um Unbunt in der Farbtafel (p', q'), und zwar *unabhängig* von ihrem Hellbezugswert.

Für Farben gleicher radialer Buntheit, die auf *Zylindern* um die Helligkeitsachse $V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / 100]^{1/3}$ liegen, gilt

$$C_r(F_c, C) = S_r(F_c, C) \cdot Y(F_c)^{1/3} = 100 \cdot \left[[p'(F_c) - p'(C)]^2 + [q'(F_c) - q'(C)]^2 \right]^{1/2} \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

(2.53;5)

Farben gleicher radialer Buntheit ergeben sich angenähert durch das Produkt von radialer Sättigung und der Kubikwurzel aus dem Hellbezugswert $Y(F_c)$. Farben gleicher Buntheit $C_r(F_c, C)$ und von verschiedenem Hellbezugswert $Y(F_c)$ liegen in der Farbtafel auf Kreisen, deren Radius sich proportional $V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / 100]^{1/3}$ ändert. Den Zusammenhang zwischen Farben gleicher Buntheit und Farben gleicher Sättigung haben wir in *Abbildung (2.53;A2)* schematisch dargestellt.

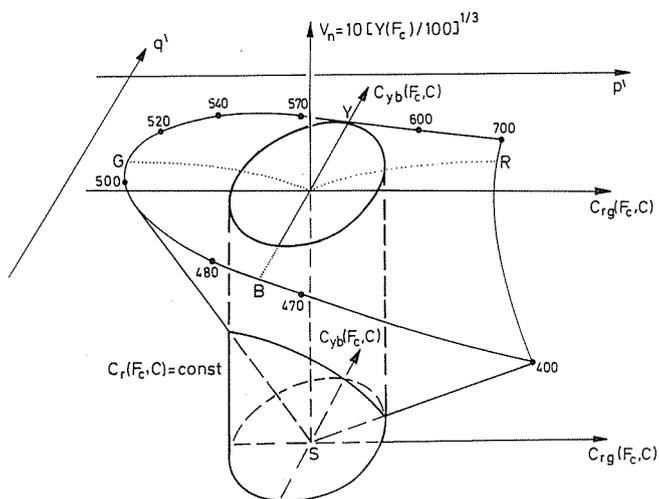


Abbildung (2.53;A2)

Schematische Darstellung der Farben gleicher radialer Buntheit im Farbenraum mit den Koordinaten $V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / 100]^{1/3}$ (angenähert Helligkeit) und der radialen Buntheit $C_r(F_c, C)$. Die Farben gleicher radialer Buntheit liegen auf einem Kreiszyylinder, der die Farbtafel (p', q') in einem Kreis um den Farbort von Unbunt schneidet

Im DIN-Farbsystem [42] wird die Sättigung neben Farbton und Dunkelstufe als eine der Empfindungskordinaten benutzt. *Abbildung (2.53;A3)* zeigt die Farben gleicher Sättigung

des DIN-Farbsystems, die für gleiche Dunkelstufe unterschiedliche Hellbezugswerte besitzen, in der Farbtafel (p', q'). Man erwartet, daß die Infeldfarben F_c des DIN-Basis-Sättigungsfarbkreises $S = 6$, die als gleich bunt ermittelt wurden, auf einem Kreis um den Farbort von Unbunt im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*) liegen.

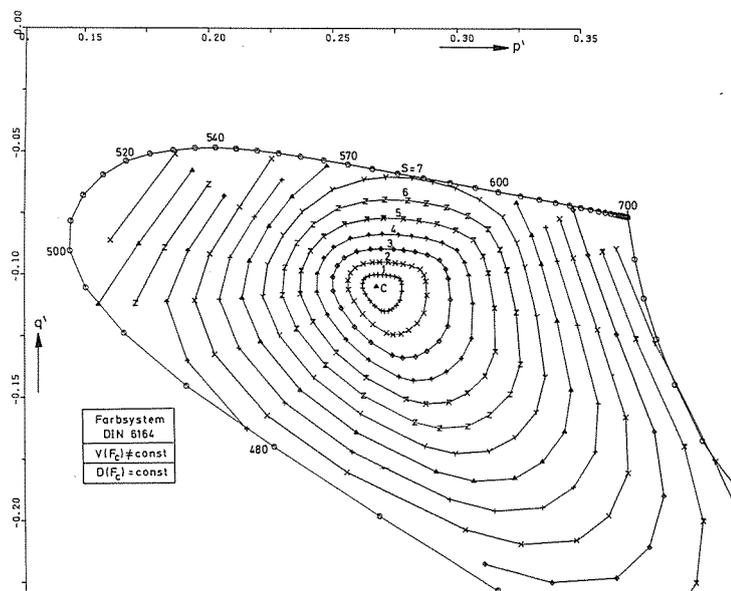


Abbildung (2.53;A3)

Farben gleicher radialer Sättigung bei konstanter Dunkelstufe im Farbsystem DIN 6164, dargestellt in der Farbtafel (p', q'). Die Farben gleicher DIN-Sättigung besitzen unterschiedliche Hellbezugswerte $Y(F_c)$ für konstante Dunkelstufe D

Die Abweichungen von der Kreisform, gekennzeichnet durch das Verhältnis der kleinsten zur größten radialen Buntheit $P_r^*(F_c, C)$ beträgt angenähert 1 : 1,7 wie aus *Abbildung (2.53;A4)* zu entnehmen ist. Die hier sichtbaren Unterschiede zwischen DIN- und Munsell-Farbsystem liegen wahrscheinlich noch innerhalb der visuellen Unterschiede farbennormal-sichtiger Beobachter. Wir können vermuten, daß die Unterschiede auch auf verschiedenen Versuchsbedingungen bei der Ermittlung von Farben gleicher Sättigung bzw. Buntheit beruhen.

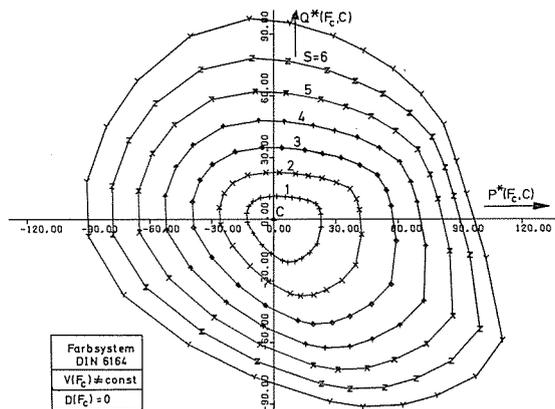


Abbildung (2.53;A4)

Farben gleicher radialer Sättigung bei konstanter Dunkelstufe im Farbsystem DIN 6164, dargestellt im Buntheitsdiagramm (P^*, Q^*). Die Farben des DIN-Sättigungsfarbkreises $S = 6$, die angenähert gleiche Buntheit besitzen [42], und die anderer Sättigungsfarbkreise liegen nur angenähert auf Kreisen

Während zum Beispiel die Buntheit im Munsell-Farbsystem durch den Farbabstand zum Unbunt mit gleichem Hellbe-

zugswert, das nur in Sonderfällen gleich hell empfunden wird, ermittelt wurden, wird die Sättigung im DIN-Farbsystem durch den Farbabstand zum „gleich hellen Unbunt“ angegeben. Wegen Verwendung unterschiedlicher Helligkeitsbegriffe (vergl. auch Abschnitte (2.57) und (2.58)) können die Unterschiede zwischen Sättigung bzw. Buntheit im DIN- und Munsell-Farbsystem auch auf diesen beruhen.

Während Abweichungen um den Faktor 1 : 1,7 in Kenntnis der unterschiedlichen Entstehung beider Systeme nicht überraschend sind, so steht die Definition der Sättigung bei niedrigen Sättigungsstufen, z. B. $S = 1$, und ihre größere Abweichung von der Kreisform im Buntheitsdiagramm (P^* , Q^*) im Widerspruch zu unseren Analysen der Farbstufung im Munsell-Farbsystem und unserer Beschreibung der Buntheit. Dies gilt insbesondere, weil ein nach den Umstimmungsexperimenten wahrscheinlicher Farbsehmechanismus aus zwei separaten Mechanismen in Rot-Grün- und Gelb-Blau-Richtung bei kleinen radialen Sättigungen zunächst nur Abweichungen des Farbsehmechanismus einzelner farbennormalsichtiger Versuchspersonen in Ellipsenform im Buntheitsdiagramm (P^* , Q^*) zuzulassen scheint. Die in Abbildung (2.53;A4) für $S = 1$ sichtbaren „dreieckförmigen“ Kurvenzüge stehen daher im Widerspruch mit der bisher entwickelten Gegenfarbentheorie des Farbensehens.

2.54 Über die Anzahl empfindungsgemäßer Farbmerkmale

Eine Farbe ist durch drei voneinander unabhängige empfindungsgemäße Farbmerkmale eindeutig bestimmt. Die Anzahl der empfindungsgemäßen Farbmerkmale ist jedoch nicht auf die Zahl drei beschränkt. Man unterscheidet mindestens *fünf* empfindungsgemäße Farbmerkmale, nämlich Farbton (engl. hue), Buntheit (chroma), Sättigung (saturation), Graueit (greyness) und Helligkeit (Helligkeit = lightness). R. M. Evans [12] nennt das Farbmerkmal Buntheit auch Farbkraft (chromatic strength) und das Farbmerkmal Graueit unter Einschluß der negativ vergrauten leuchtenden Farben, das sind unter den Körperfarben meist nur fluoreszierende, Leuchtkraft (brilliance).

Zwischen mehreren der fünf Farbmerkmale müssen wegen der Dreidimensionalität des Farbenraumes analytische Beziehungen bestehen. Einen ersten Versuch, einen Zusammenhang zwischen den Farbmerkmalen Buntheit, Graueit und Helligkeit herzustellen, bildet die von K. Richter (1971) in [40] hergeleitete Gleichung

$$C_r(F_c, C) = co \cdot \left[\frac{Y(C)/Y(G_{0w}F_c) - 1}{Y(L_{10w}F_c)} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.54;1)$$

Die Hellbezugswerte $Y(C)$, $Y(F_c)$, $Y(G_{0w}F_c)$, $Y(L_{10w}F_c)$ gehören zum Umfeld C , zur Infeldfarbe F_c im Umfeld C , zur Infeldfarbe F_c mit der gleichen Graueit wie das Umfeld C und zur Infeldfarbe F_c mit der gleichen Helligkeit wie das Umfeld C . Einer Infeldfarbe F_c von gleicher Graueit wie das weiße Umfeld, das als nicht vergraut empfunden wird, ordnet man zweckmäßigerweise die Graueit $V_{Gw}[Y(F_c)] = 0$ zu. Einer Infeldfarbe F_c von gleicher Helligkeit wie das weiße Umfeld, das man gewöhnlich durch die Helligkeit $V(F_c) = 10$ beschreibt, ordnet man entsprechend die Helligkeit $V_{Lw}[Y(F_c)] = 10$ zu. Die mit dem Umfeld in der Graueit übereinstimmenden Infeldfarben heißen dann am besten G_{0w} -Farben, und die in der Helligkeit übereinstimmenden L_{10w} -Farben ($L = \text{lightness}$). Die um eine Stufe im Vergleich zum Umfeld graueren bzw. dunkleren Infeldfarben F_c kann man nach diesem Schema G_{1w} - bzw. L_{9w} -Farben nennen. Eine

Tabelle der Farbmerkmale Buntheit, Sättigung, Helligkeit, Graueit und ihren Zusammenhang mit valenzmetrischen Größen findet man im Anhang Nr. 1.

$C_r(F_c, C)$ beschreibt die radiale Buntheit einer Infeldfarbe F_c im Umfeld der Normlichtart C . Da weiter das Farbmerkmal radiale Sättigung $S_r(F_c, C)$ durch die Gleichung (2.53;1) beschrieben wird

$$S_r(F_c, C) = C_r(F_c, C) / Y(F_c)^{1/3} \quad (2.54;2)$$

so folgt durch Einsetzen in (2.54;1)

$$S_r(F_c, C) = co \cdot \left[\frac{Y(C) / Y(G_{0w}F_c) - 1}{Y(L_{10w}F_c)} \right] / Y(C) \quad (2.54;3)$$

und wir haben zwischen vier der fünf Farbmerkmale analytische Beziehungen ermittelt, die wir in den folgenden Abschnitten noch diskutieren und mit Experimenten vergleichen werden. Je nach praktischen Bedürfnissen ist es zweckmäßig, aus den *fünf drei* geeignete auszuwählen. Von den *fünf* genannten Farbmerkmalen waren bei der Entwicklung des Munsell-, DIN- und NCS-Farbsystems jeweils mehrere von besonderer Bedeutung.

Im Munsell-Farbsystem [33] wurden neben dem empfindungsgemäßen Farbton (Hue) die Buntheit (Chroma) benutzt. Die Helligkeit „Value“ basiert allein auf dem Hellbezugswert $Y(F_c)$. Wir zeigen in Abschnitt (2.58), daß die so definierte Helligkeit ein Sonderfall des Farbmerkmals Helligkeit ist und bei bunten Farben den Helligkeitseindruck nur grob beschreibt.

Im DIN-Farbsystem [42] ist das Farbmerkmal Farbton eine Annäherung an den in (2.51) definierten empfindungsgemäßen Farbton, das Farbmerkmal Sättigung, zumindest für den Farbkreis $S = 6$ eine Annäherung an die durch Gleichung (2.54;2) definierte radiale Sättigung. Das Farbmerkmal Dunkelstufe liefert wahrscheinlich bis hin zu mittleren Sättigungsstufen ($S \approx 6$) eine erste Annäherung an das Farbmerkmal Helligkeit.

Im NCS-Farbsystem [16] ist das Farbmerkmal Farbton eine Annäherung an den in Abschnitt (2.51) definierten Urfarbton, das Farbmerkmal Schwarzgehalt dürfte eine Annäherung an die in Abschnitt (2.57) zu definierende Graueit und das Farbmerkmal Buntanteil eine Annäherung an die radiale Buntheit $C_r(F_c, C)$ sein.

2.55 Die Grundideen zur Verknüpfung der Farbmerkmale Bunt-, Hell- und Graueit

Die von K. Richter (1971) in [40] hergeleitete Gleichung (2.54;1)

$$C_r(F_c, C) = co \cdot \left[\frac{Y(C) / Y(G_{0w}F_c) - 1}{Y(L_{10w}F_c)} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.55;1)$$

beruhte auf drei verschiedenen Ergebnissen.

1.: K. Richter hat 1969 in [38] eine Beschreibung von Munsell-Chroma entwickelt. Es gilt nach [38], Gleichung (9) und (10)

$$C_r(F_c, C) = k(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C) / [1 + c(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C)] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.55;2)$$

Die Konstanten $k(\lambda_{F_c})$ bzw. $c(\lambda_{F_c})$ wurden durch Annäherung der Chroma-Stufung mittels Ausgleichsrechnung als Funktion der Wellenlänge ermittelt und sind in [38], Tabelle 1 angegeben. Die mit den von der farbtongleichen Wellenlänge abhängigen Konstanten $k(\lambda_{F_c})$ und $c(\lambda_{F_c})$ erreichte Annäherung an Munsell-Chroma zeigt für die Helligkeit $V(F_c) = 5$ *Abbildung (2.55;A1)*.

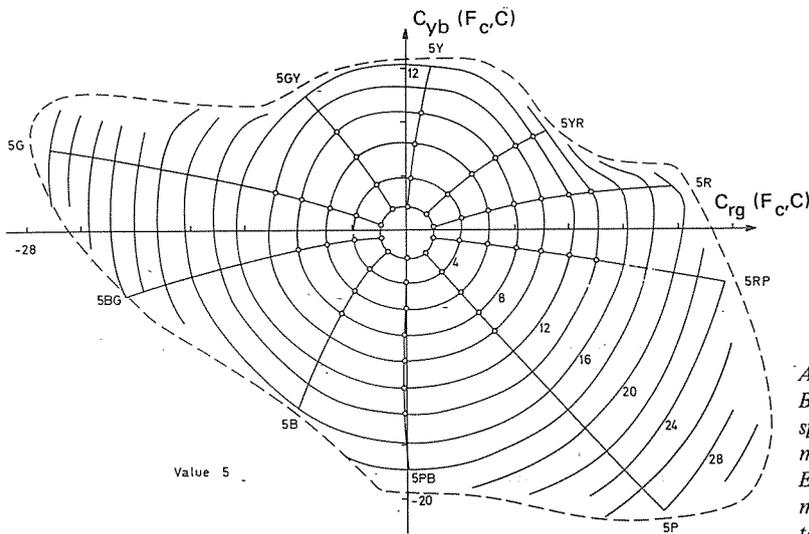


Abbildung (2.55;A1)

Annäherung der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten $C_{yb}(F_c, C)$ und $C_{rg}(F_c, C)$ für Farben des Munsell-Farbsystems mit der Helligkeit $V(F_c) = 5$ mit einem Ansatz der Form

$$C_{rg}(F_c, C) = k(\lambda_{F_c}) \cdot [p(F_c) - p(C)] / [1 + c(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C)] Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{yb}(F_c, C) = k(\lambda_{F_c}) \cdot [q(F_c) - q(C)] / [1 + c(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C)] Y(F_c)^{1/3}$$

Die von der farbtongleichen Wellenlänge abhängigen Konstanten $k(\lambda_{F_c})$ bzw. $c(\lambda_{F_c})$ wurden in [38] als Tabelle veröffentlicht. Diese *Abbildung* ist aus [38] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

2.: K. Richter hat 1971 in [40] gezeigt, daß sich die durch Evans und Swenholt 1967 in [13] ermittelten G_{0W} -Farben durch die Gleichungen

$$Y(C) / Y(G_{0W} F_c) - 1 = \bar{k}(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C) \quad (2.55;3)$$

mit

$$\bar{k}(\lambda_{F_c}) = p_r(\lambda_{F_c}, C) / [1 + p_r(\lambda_{F_c}, C)] \quad (2.55;4)$$

beschreiben lassen und $\bar{k}(\lambda_{F_c})$ von Gleichung (2.55;4) angenähert mit $k(\lambda_{F_c})$ von Gleichung (2.55;2) übereinstimmt. Die durch die Gleichungen (2.55;3) und (2.55;4) erzielte Annäherung an die Evans-Swenholt-Experimente ist für spektral gesättigte Infeldfarben ($F_c = \lambda_c$) sehr hoch und in *Abbildung (2.55;A2)* dargestellt.

3.: K. Richter hat 1971 in [40] gezeigt, daß sich die 1969 von Kowaliski [25] ermittelten L_{10W} -Farben gleicher Helligkeit durch die Gleichungen

$$Y(C) / Y(L_{10W} F_c) = 1 + \bar{c}(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C) \quad (2.55;5)$$

mit

$$\bar{c}(\lambda_{F_c}) = 0,5 \cdot [p_r(\lambda_{F_c}, 0) / 7,5 - 1] / p_r(\lambda_{F_c}, C) \quad (2.55;6)$$

beschreiben lassen und $\bar{c}(\lambda_{F_c})$ von Gleichung (2.55;6) angenähert mit $c(\lambda_{F_c})$ von Gleichung (2.55;2) übereinstimmt.

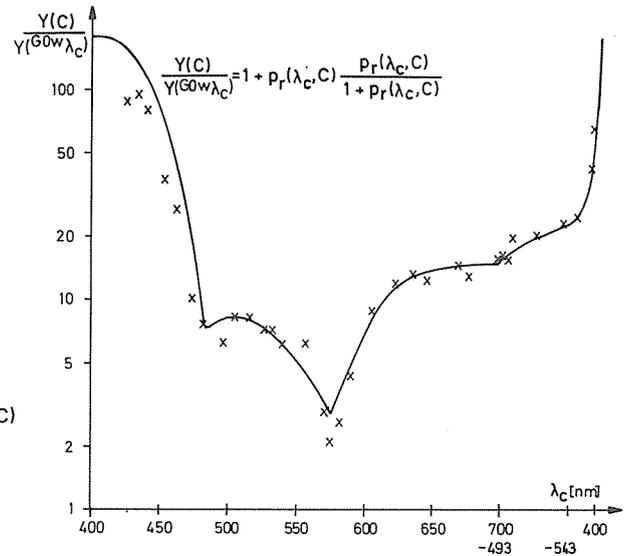


Abbildung (2.55;A2)

Beschreibung der G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$ Vergleich der Berechnungen mit den Gleichungen (2.55;3) und (2.55;4) mit Experimenten von Evans und Swenholt [13]. Diese *Abbildung* ist aus [40] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

Die durch die Gleichungen (2.55;5) und (2.55;6) erzielte Annäherung an die Kowaliski-Experimente konnte für spektral gesättigte Infeldfarben ($F_c = \lambda_c$) nicht ganz befriedigen und ist in *Abbildung (2.55;A3)* dargestellt.

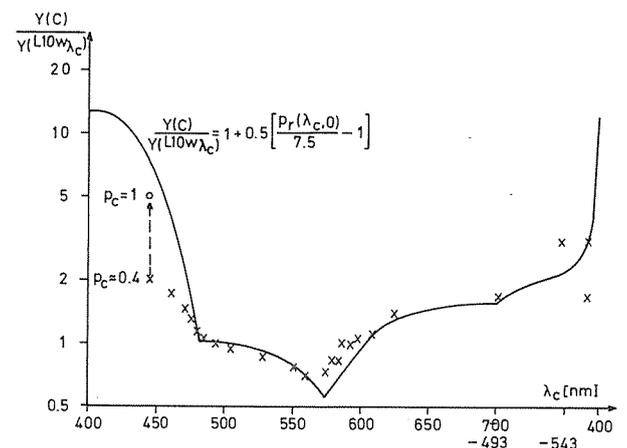


Abbildung (2.55;A3)

Beschreibung der L_{10W} -Farben der Helligkeit $V_{L_{10W}}[Y(F_c)] = 10$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$ Vergleich der Berechnungen mit den Gleichungen (2.55;5) und (2.55;6) mit Experimenten von Kowaliski [25]. Diese *Abbildung* ist aus [40] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

Die Güte der Annäherung der theoretischen Funktionen $\bar{k}(\lambda_{F_c})$ und $\bar{c}(\lambda_{F_c})$ an die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Funktionen $k(\lambda_{F_c})$ bzw. $c(\lambda_{F_c})$ ist in *Abbildung (2.55;A4)* angegeben. Vom theoretischen Standpunkt aus war nicht nur der durch Probieren gefundene relativ komplizierte Ansatz für $\bar{c}(\lambda_{F_c})$, sondern auch die *Invarianz* der Konstanten auf jedem Farbtonstrahl als Funktion des Sättigungsreizes unbefriedigend.

Für die G_{0W} -Farben konnte die *Invarianz* der Konstanten $\bar{k}(\lambda_{F_c})$ auf jedem Farbtonstrahl durch eine *dynamische* Veränderung als Funktion der radialen Sättigungswertdifferenz

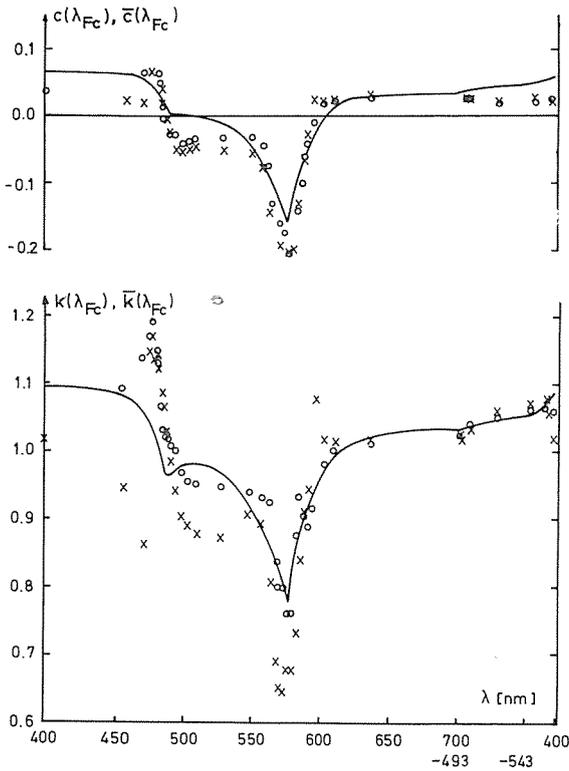


Abbildung (2.55;A4)
Annäherung der theoretischen Funktionen $\bar{k}(\lambda_{F_c})$ bzw. $\bar{c}(\lambda_{F_c})$ an die durch Ausgleichsrechnung ermittelten Konstanten $k(\lambda_{F_c})$ bzw. $c(\lambda_{F_c})$ zur Annäherung der Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$ im Munsell-Farbsystem. Diese Abbildung ist aus [40] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

$p_r(F_c, C)$ ersetzt werden. Wir definierten in [40] als 2. Möglichkeit

$$Y(C) / Y(G0wF_c) = 1 + p_r(F_c, C) \cdot \bar{k}(F_c) \quad (2.55;7)$$

mit

$$\bar{k}(F_c) = p_r(F_c, C) / [1 + p_r(F_c, C)] \quad (2.55;8)$$

Für spektral gesättigte Farben ($F_c = \lambda_c$) sind die Ansätze (2.55;7) bis (2.55;8) mit denen von Gleichung (2.55;3) bis (2.55;4) identisch. Die mit den Gleichungen (2.55;7) bis (2.55;8) ermittelten G_{0w} -Farben zeigt *Abbildung (2.55;A5)* in der Normfarbtafel (x, y).

Die nach Gleichung (2.55;5) bis (2.55;6) berechneten L_{10w} -Farben zeigt *Abbildung (2.55;A6)* in der Normfarbtafel (x, y). Die Beschreibung der L_{10w} -Farben ist bisher einerseits unbefriedigend wegen der *Invarianz* der Konstanten $\bar{c}(\lambda_{F_c})$ auf jedem Farbtonstrahl, andererseits wegen der relativen Kompliziertheit des Ansatzes für $\bar{c}(\lambda_{F_c})$. Schließlich sind die Experimente von Kowaliski, die im Bereich $\lambda_{F_c} = 510 \text{ nm}$ bis $\lambda_{F_c} = 600 \text{ nm}$ einen Hellbezugswert für Infeldfarben fordern, der größer als der des Umfeldes ist, von Wyszecki und MacAdam angezweifelt worden (siehe Diskussion in [40]).

Alle diese Schwierigkeiten werden wir in Abschnitt (2.58) zu überwinden versuchen. Wir unternehmen diesen Versuch, obwohl wir uns bewußt sind, daß die Beschreibung der Hellheit wegen der Abstützung auf Experimente von nur wenigen Autoren zum Teil spekulativ ist.

Ein neuer Schlüssel zur Beschreibung der Hellheit wird durch die – zugegeben ebenfalls spekulative – Gleichung (2.55;1)

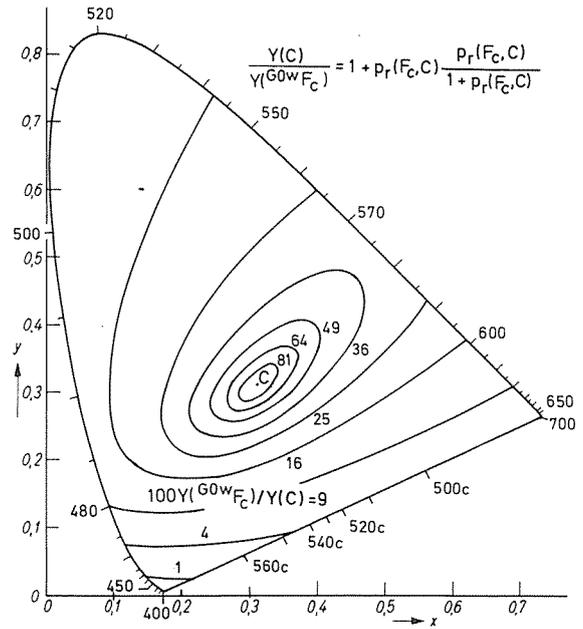


Abbildung (2.55;A5)
 G_{0w} -Farben der Graueit $V_{Gw}[Y(F_c)] = 0$ für Infeldfarben F_c beliebiger Farbart in der Normfarbtafel (x, y). Für spektral gesättigte Farben $F_c = \lambda_c$ ergeben sich die in *Abbildung (2.55;A2)* gezeigten Hellbezugswerte $Y(C) / Y(G0wF_c = \lambda_c)$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (2.55;7) und (2.55;8) durchgeführt. Diese Abbildung ist aus [40] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

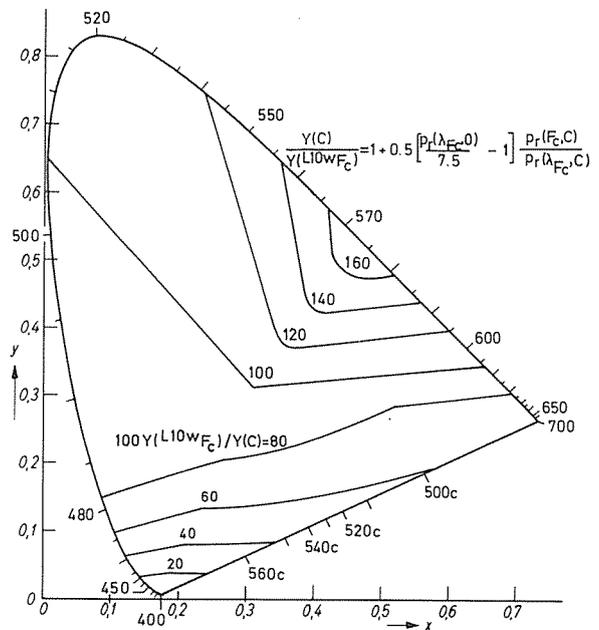


Abbildung (2.55;A6)
 L_{10w} -Farben der Hellheit $V_{Lw}[Y(F_c)] = 0$ für Infeldfarben F_c beliebiger Farbart in der Normfarbtafel (x, y). Für spektral gesättigte Farben $F_c = \lambda_c$ ergeben sich die in *Abbildung (2.55;A3)* gezeigten Hellbezugswerte $Y(C) / Y(L10wF_c = \lambda_c)$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (2.55;5) und (2.55;6) durchgeführt. Diese Abbildung ist aus [40] übernommen mit den teilweise geänderten Bezeichnungen des vorliegenden Berichtes

geliefert, die einen Zusammenhang zwischen Buntheit, Graueit und Hellheit herstellt. Mit der in Abschnitt (2.52) entwickelten Beschreibung der radialen Buntheit des Munsell-Farbsystems von sehr hoher Güte und der bereits in [40] entwickelten und in der *Abbildung (2.55;A2)* sichtbaren gu-

ten Beschreibung der G_{0w} -Farben ist eine *indirekte* Beschreibung der Helligkeit möglich und wir werden diesen Weg in Abschnitt (2.58) benutzen.

Eine gute Beschreibung der Helligkeit besitzt eine besondere Bedeutung für eine neue Definition lichttechnischer Größen, deren Basis die spektrale Hellempfindlichkeit ist, wie zum Beispiel die Leuchtdichte. Für unbunte Farben wird die bisherige Leuchtdichte in die neu zu definierende übergehen, für bunte und natürlich auch spektral gesättigte Farben werden durch die Einbeziehung farbmetrischer Gesichtspunkte Änderungen notwendig, die zu einer Definition der Helligkeit führen werden.

Die Helligkeit wird gegenüber der Helligkeit für kurzwellige Spektralfarben zwischen 400 und 450 nm um etwa den Faktor 9, für langwellige zwischen 650 und 700 nm um etwa den Faktor 3 erhöht. Die Konsequenzen für die Berechnung lichttechnischer Größen, zum Beispiel der industriell wichtigen Lichtausbeute oder den Helligkeitseindruck und damit die Erkennbarkeit von Verkehrszeichen sind vielfältig.

2.56 Verschiedene Funktionen zur Beschreibung der Bunttheit

Die Beschreibung der radialen Bunttheit $C_r(F_c, C)$ wurde von K. Richter sowohl in [38] als auch in Abschnitt (2.52) durch eine pythagoreische Addition der Rot-Grün- und einer Gelb-Blau-Bunttheit erzielt. Wir definierten stets

$$C_r(F_c, C) = [C_{rg}(F_c, C)^2 + C_{yb}(F_c, C)^2]^{1/2} \quad (2.56;1)$$

Der 1969 in [38] benutzte Ansatz in *hyperbolischer* Form

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) / Y(F_c) &= k(\lambda_{F_c}) \cdot [p(F_c) - p(C)] \\ & / [1 + c(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C)] \\ C_{yb}(F_c, C) / Y(F_c) &= k(\lambda_{F_c}) \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ & / [1 + c(\lambda_{F_c}) \cdot p_r(F_c, C)] \end{aligned} \quad (2.56;2)$$

unterscheidet sich von dem aus den Gleichungen (2.52;2) bis (2.52;3) und (2.52;8) ergebenden Ansatz in *Potenzform*

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) / Y(F_c) &= P0' \cdot \frac{[p(F_c) - p0]^{P4'}}{[p(C) - p0]^{P4'}} \\ C_{yb}(F_c, C) / Y(F_c) &= Q0' \cdot \frac{[-q(F_c) + q0]^{Q4'}}{[-q(C) + q0]^{Q4'}} \end{aligned} \quad (2.56;3)$$

In den Gleichungen (2.56;3) haben wir die kleinen Terme t_{rg0} , t_{rgv} , t_{yb0} und t_{ybv} vernachlässigt.

Die Konstanten $c(\lambda_{F_c})$ und $k(\lambda_{F_c})$ der Gleichungen (2.56;2) müssen je nach farbtongleicher Wellenlänge der Farbe F_c einer Tabelle entnommen werden (vergl. [38], Tabelle 1). Die Konstanten der Gleichungen (2.56;3) lauten für $P4' = Q4' = 0,3333$

$$\begin{aligned} Q0' &= -6,9575 & p0 &= -9,0221 \\ P0' &= 12,6888 & q0 &= 1,6174 \end{aligned} \quad (2.56;4)$$

Im folgenden wollen wir aus Gleichung (2.56;3) durch mathematische Entwicklung möglichst einen Ansatz in *hyperbolischer* Form wie in Gleichung (2.56;2) ermitteln, jedoch mit von der farbtongleichen Wellenlänge λ_{F_c} *unabhängigen*

Konstanten, die sich jeweils aus zwei Komponenten k_{rg} und k_{yb} bzw. c_{rg} und c_{yb} ergeben dürfen. Wir forderten

$$k(\lambda_{F_c}) = [k_{rg}^2 + k_{yb}^2]^{1/2} \quad (2.56;5)$$

$$c(\lambda_{F_c}) = [c_{rg}^2 + c_{yb}^2]^{1/2} \quad (2.56;6)$$

und hofften, daß sich die Farben gleicher Graueit bzw. Helligkeit mit den so definierten Konstanten der Gleichungen (2.55;1) und (2.55;2) einfacher beschreiben ließen als in [40].

Da $c(\lambda_{F_c})$ für gelbgrüne Farben mit hoher Wahrscheinlichkeit bei stets positivem $p_r(F_c, C)$ negativ sein muß, denn der Hellbezugswert der L_{10w} -Farben ist in diesem Bereich nach Kowaliski [25] *größer* als der des Umfeldes, steht die Forderung (2.56;6) im Widerspruch zu Experimenten.

Das von Kowaliski [25] ermittelte *antagonistische* Verhalten der Hellbezugswerte von Infeldfarben F_c , nämlich

1. Hellbezugswerte $Y(F_c) > Y(C)$ für grüne Farben
Hellbezugswerte $Y(F_c) < Y(C)$ für rote Farben
2. Hellbezugswerte $Y(F_c) > Y(C)$ für gelbe Farben
Hellbezugswerte $Y(F_c) < Y(C)$ für blaue Farben,

zur Erzeugung von Infeldfarben F_c gleicher Helligkeit, erlaubt nur einen Ansatz in der *hyperbolischen* Potenzform folgender Art

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_c, C) / Y(F_c) &= k_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)] / \frac{[1 + c_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)]]^{n_{rg}}}{[1 + c_{rg} \cdot [p(C) - p0]]^{n_{rg}}} \\ C_{yb}(F_c, C) / Y(F_c) &= k_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] / \frac{[1 + c_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)]]^{n_{yb}}}{[1 + c_{yb} \cdot [q(C) - q0]]^{n_{yb}}} \end{aligned} \quad (2.56;7)$$

Wegen des Vorzeichenwechsels von $p(F_c) - p(C)$ bzw. $q(F_c) - q(C)$ bei Unbunt, wird durch diesen Ansatz das antagonistische Verhalten der Hellbezugswerte zur Erzeugung gleicher Helligkeit automatisch mitbeschrieben. Die Potenzfaktoren n_{rg} bzw. n_{yb} haben wir eingeführt, weil die Annäherungen an die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Bunttheiten $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$ für $n_{rg} = n_{yb} = 1$ im Vergleich zum Ansatz in Potenzform um etwa den Faktor 3 schlechter (vergl. *Tabelle (2.56;T1)*) beschrieben werden. Es ist bemerkenswert, daß der Ansatz (2.56;7) wie bei der Beschreibung der Farbumstimmung (vergl. Abschnitt (1.67)) und wie bei der Beschreibung der Buntheitsstufungen (vergl. Abschnitt (2.52)) ein *entkoppeltes* System darstellt mit je nur rg - bzw. yb -Termen.

Die mathematische Entwicklung der Gleichungen (2.56;3) liefert bei kleinen Sättigungswertdifferenzen $p(F_c) - p(C)$ bzw. $q(F_c) - q(C)$ für die Konstanten k_{rg} , k_{yb} , c_{rg} und c_{yb} unter der Annahme $n_{rg} = n_{yb} = 1$

$$\begin{aligned} k_{rg} &= -P0' \cdot [p(C) - p0]^{1/3} / [3 \cdot [p(C) - p0]] \\ c_{rg} &= 0,3333 / [p0 - p(C)] \\ k_{yb} &= -Q0' \cdot [q(C) - q0]^{1/3} / [3 \cdot [q(C) - q0]] \\ c_{yb} &= 0,3333 / [q0 - q(C)] \end{aligned} \quad (2.56;8)$$

Die sich aus (2.56;8) ergebenden und zu Gleichung (2.56;7) gehörenden Werte sind zusammen mit den durch Ausgleichsrechnung ermittelten Daten in *Tabelle (2.56;T1)* zusammengestellt. Die Fehler reduzieren sich für n_{rg} bzw. n_{yb} verschie-

Ansatz	Konstanten						Fehler alpha
Potenzform Ausgl.-R. P4' = Q4' = 0,3333	P0' = 12,6888	po = -9,0221	P4' = 0,3333	S _{rgo} = 0,1790	S _{rgv} = 0,1029		7,65
	Q0' = -6,9575	qo = 1,6174	Q4' = 0,3333	S _{ybo} = -0,4464	S _{ybv} = -0,0301		15,85
Potenzform Ausgl.-R. Optimum	P0' = 7,6833	po = -8,2190	P4' = 0,5295	S _{rgo} = 0,1496	S _{rgv} = 0,1118		7,06
	Q0' = -2,9648	qo = 1,0330	Q4' = 0,4246	S _{ybo} = -0,3675	S _{ybv} = -0,0728		7,26
hyperb.-F. Gleichung (2.56;8) n _{rg} = n _{yb} = 1	k _{rg} = 0,9481	c _{rg} = 0,0354	n _{rg} = 1,0000	S _{rgo} = 0,1790	S _{rgv} = 0,1029		> 19
	k _{yb} = 1,0240	c _{yb} = -0,0978	n _{yb} = 1,0000	S _{ybo} = -0,4464	S _{ybv} = -0,0301		> 33
hyperb.-F. Ausgl.-R. n _{rg} = n _{yb} = 1	k _{rg} = 0,9855	c _{rg} = 0,0394	n _{rg} = 1,0000	S _{rgo} = 0,2384	S _{rgv} = 0,1137		18,9
	k _{yb} = 1,1370	c _{yb} = -0,0799	n _{yb} = 1,0000	S _{ybo} = -0,2526	S _{ybv} = -0,0330		32,9
hyperb.-P. Ausgl.-R. n _{rg} = n _{yb} = 0,3333	k _{rg} = 0,9382	c _{rg} = 0,0994	n _{rg} = 0,3333	S _{rgo} = 0,1529	S _{rgv} = 0,1218		6,95
	k _{yb} = 0,9646	c _{yb} = -0,2887	n _{yb} = 0,3333	S _{ybo} = -0,4565	S _{ybv} = -0,0568		12,61
hyperb.-P. Ausgl.-R. Optimum	k _{rg} = 0,9384	c _{rg} = 0,0990	n _{rg} = 0,3356	S _{rgo} = 0,1546	S _{rgv} = 0,1213		6,95
	k _{yb} = 0,9241	c _{yb} = -0,3202	n _{yb} = 0,2693	S _{ybo} = -0,4256	S _{ybv} = -0,0868		10,94

Tabelle (2.56;T1)
Konstanten und Fehler für verschiedene Ansätze zur Beschreibung der Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$.
Ansatz in Potenzform:

$$C_{rg}(F_c, C) = \left[P0' \cdot [p(F_c) - po]^{P4'} - P0' \cdot [p(C) - po]^{P4'} + S_{rgo} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = \left[Q0' \cdot [qo - q(F_c)]^{Q4'} - Q0' \cdot [qo - q(C)]^{Q4'} + S_{ybo} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

(2.56;9)

Ansatz in hyperbolischer Form ($n_{rg} = n_{yb} = 1$) bzw. hyperbolischer Potenzform (n_{rg} und $n_{yb} = 1$):

$$C_{rg}(F_c, C) = \left[k_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)] / [1 + c_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)]]^{n_{rg}} + S_{rgo} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{yb}(F_c, C) = \left[k_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] / [1 + c_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)]]^{n_{yb}} + S_{ybo} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} + S_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

(2.56;10)

Anmerkung: Der in den Abschnitten (2.51) und (2.52) vorgenommene Ersatz der Konstanten $S_{rgo} = 100 \cdot s_{rgo}$, S_{rgv} , S_{ybo} und S_{ybv} durch $T_{rg} = 100 \cdot t_{rgo}$, T_{rgv} , T_{ybo} und T_{ybv} zur Verbesserung der Farbton- und Buntheitsbeschreibung im Nahbereich von Unbunt ist in der Tabelle (2.56;T1) nicht berücksichtigt. Bei der Ausgleichsrechnung wurden die Konstanten S_{rgo} , S_{rgv} , S_{ybo} und S_{ybv} stets optimiert. Die Benutzung der festen Konstanten T_{rgo} , T_{rgv} , T_{ybo} und T_{ybv} aus Abschnitt (2.51) würde zu etwas größeren Fehlern alpha führen

den von 1 erheblich. Es wird die beste Annäherung in der Nähe der Exponenten $n_{rg} = n_{yb} = 0,3333$ erzielt. Die Annäherung an $C_{rg}(F_c, C)$ bzw. $C_{yb}(F_c, C)$ ist mit der hyperbolischen Potenzform, Gleichung (2.56;7), für $n_{rg} = n_{yb} = 0,3333$ im Mittel um etwa 15 % besser als mit der Potenzform, Gleichung (2.56;3).

Die hier ermittelte hyperbolische Potenzform zur Beschreibung der Buntheitskomponenten bildet die Basis zur Beschreibung der G_{0W} - und L_{10W} -Farben in den Abschnitten (2.57) und (2.58).

2.57 Die Koordinaten der Farben gleicher Graueit

Unter den Farben gleicher Graueit nehmen die 1967 von Evans und Swenholt gemessenen G_{0W} -Infeldfarben [13] eine Sonderstellung ein. Die G_{0W} -Infeldfarben F_c sind gleich vergraut wie das weiße Umfeld und besitzen die Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$.

Die G_{0W} -Infeldfarben lassen sich leicht bestimmen, indem man die Farbart der Infeldfarbe konstant hält und ihren Hellbezugswert solange variiert, bis die Infeldfarbe weder vergraut noch nicht vergraut, d. h. leuchtend empfunden wird. Das Umfeld muß in diesen Experimenten konstant sein und man ordnet diesem den Hellbezugswert $Y(C) = 100$ bzw. die Hellheit $V_{L_{10W}}[Y(C)] = 10$ zu. Evans und Swenholt beschreiben in ihren Arbeiten die Einzelheiten [13] und berichten insbesondere, daß die so eingestellten G_{0W} -Infeldfarben stets dunkler als das Umfeld erscheinen. Sie unterscheiden sich deshalb von den im nächsten Abschnitt zu besprechenden L_{10W} -Infeldfarben, die weder dunkler noch heller als das Umfeld empfunden werden und daher gleiche Hellheit wie das Umfeld besitzen. Einzig für unbunte Infeldfarben, die in ihrer Farbart angenähert mit der des Umfeldes übereinstimmen, fallen die G_{0W} - und L_{10W} -Infeldfarben zusammen.

In Abbildung (2.57;A1) wiederholen wir eine von Evans und Swenholt [14] veröffentlichte Abbildung, welche die G_{0W} -Farben in einem Helligkeits-Buntheitsdiagramm (Value-Chroma-Diagramm) zeigt. Man entnimmt dem Diagramm die Beziehung

$$V(G_{0W}F_c) \cong 10 - 0,25 \cdot C_r(G_{0W}F_c, C) \quad (2.57;1)$$

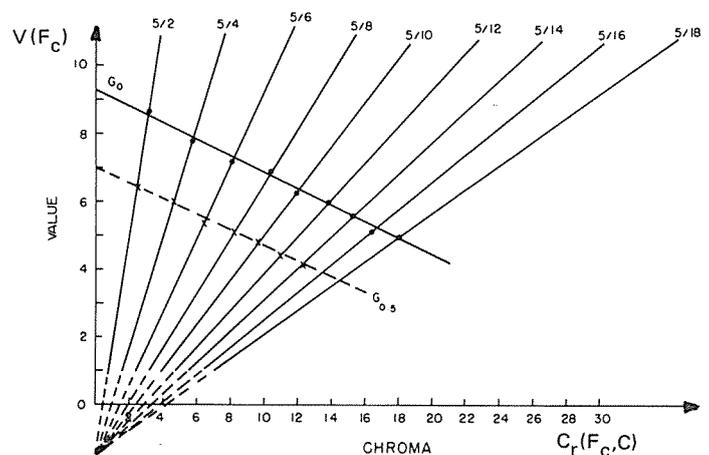


Abbildung (2.57;A1)
 G_{0W} -Farben mit der Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$ im Helligkeits-Buntheitsdiagramm (Value-Chroma-Diagramm). Die Farben gleicher Graueit liegen angenähert auf einer Geraden, welche – abgesehen von einer Schwelle – die Helligkeitsachse bei der Helligkeit $V(F_c) = 10$ schneidet. Die Steigung der „ G_{0W} -Geraden“ ist nach Evans und Swenholt (1968) [14] für alle Farbtöne angenähert konstant. Diese Abbildung wurde von Evans und Swenholt (1968) in [14] veröffentlicht

In dieser Gleichung haben wir die G_{0W} -Schwelle von etwa 0,7-Helligkeitseinheiten V vernachlässigt. Da für die dargestellten Helligkeiten $5 < V(G_{0W}F_c) < 10$ gilt, und für diese Helligkeiten die Value-Funktion sehr gut angenähert wird (vergl. Abbildung (2.11;A1)) durch

$$V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / Y(C)]^{1/3} \quad (2.57;2)$$

so folgt

$$[Y(G_{0W}F_c) / Y(C)]^{1/3} = 1 - 0,025 \cdot C_r(G_{0W}F_c, C) \quad (2.57;3)$$

Mit der im letzten Abschnitt hergeleiteten hyperbolischen Potenzform der Buntheitsbeschreibung, den Gleichungen (2.56;1) und (2.56;7)

$$C_r(F_c, C) = [C_{rg}(F_c, C)^2 + C_{yb}(F_c, C)^2]^{1/2} \quad (2.57;4)$$

mit

$$C_{rg}(F_c, C) = \llbracket k_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)] / \llbracket 1 + c_{rg} \cdot [p(F_c) - p(C)] \rrbracket^{nrg} \rrbracket \cdot Y(F_c)^{1/3}$$

$$C_{yb}(F_c, C) = \llbracket k_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] / \llbracket 1 + c_{yb} \cdot [q(F_c) - q(C)] \rrbracket^{nyb} \rrbracket \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.57;5)$$

folgt zunächst durch Einsetzen von $C_{rg}(F_c, C)$ und $C_{yb}(F_c, C)$ in $C_r(F_c, C)$

$$C_r(F_c, C) = \llbracket p_r(F_c, C) \cdot L[p_r(F_c, C); \tau] \rrbracket \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.57;6)$$

wobei die Funktion $L[p_r(F_c, C); \tau]$ definiert ist durch

$$L[p_r(F_c, C); \tau] = \llbracket (k_{rg} \cdot \cos \tau)^2 / [1 + c_{rg} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \cos \tau]^{2/3} + (k_{yb} \cdot \sin \tau)^2 / [1 + c_{yb} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \sin \tau]^{2/3} \rrbracket^{1/2} \quad (2.57;7)$$

mit

$$\cos \tau = [p(F_c) - p(C)] / p_r(F_c, C) \quad (2.57;8)$$

$$\sin \tau = [q(F_c) - q(C)] / p_r(F_c, C)$$

$$p_r(F_c, C) = \llbracket [p(F_c) - p(C)]^2 + [q(F_c) - q(C)]^2 \rrbracket^{1/2} \quad (2.57;9)$$

Die Funktion $L[p_r(F_c, C); \tau]$, die zur Beschreibung der L_{10W} -Farben (vergl. Abschnitt (2.57)) besondere Bedeutung besitzt, wollen wir L-Funktion nennen. Die Funktion $1/L$ ist in Abbildung (2.58;A1) als Funktion der Wellenlänge λ bzw. als Funktion des Farbtonwertes τ dargestellt. Wir benutzen Gleichung (2.57;6), die für beliebige Infeldfarben F_c im Umfeld C gilt, speziell für die G_{0W} -Farben. Es gilt

$$C_r(G_{0W}F_c, C) = \llbracket p_r(F_c, C) \cdot L[p_r(F_c, C); \tau] \rrbracket \cdot Y(G_{0W}F_c, C)^{1/3} \quad (2.57;10)$$

Durch Einsetzen in (2.57;3) folgt

$$[Y(C) / Y(G_{0W}F_c)]^{1/3} = 1 + \llbracket 0,025 \cdot Y(C)^{1/3} \rrbracket \cdot p_r(F_c, C) \cdot L[p_r(F_c, C); \tau] \quad (2.57;11)$$

Bei Bezug auf ein weißes Umfeld mit $Y(C) = 100$ folgt

$$[Y(C) / Y(G_{0W}F_c)]^{1/3} = 1 + 0,11 \cdot p_r(F_c, C) \cdot L[p_r(F_c, C); \tau] \quad (2.57;12)$$

Diese Gleichung erlaubt durch mathematische Entwicklung das Verhalten von $Y(C) / Y(G_{0W}F_c)$ für *kleine* $p_r(F_c, C)$ zu ermitteln. Es gilt wegen $L[p_r(F_c, C); \tau] \approx 1$ für $p_r(F_c, C) \ll 1$

$$\begin{aligned} Y(C) / Y(G_{0W}F_c) &\approx [1 + 0,11 \cdot p_r(F_c, C)]^3 \\ &\approx 1 + 0,33 \cdot p_r(F_c, C) \\ &= 1 + \text{so} \cdot p_r(F_c, C) \end{aligned} \quad (2.57;13)$$

Für große $p_r(F_c, C)$ mit $p_r(F_c, C) > 10$ gilt nach Gleichung (2.55;3) bis (2.55;4) in sehr guter Näherung (vergl. auch Abbildung (2.55;A2))

$$Y(C) / Y(G_{0W}F_c) \approx p_r(F_c, C) \quad (2.57;14)$$

Eine einfache Möglichkeit zur Beschreibung der G_{0W} -Farben, sowohl für kleine als auch für große $p_r(F_c, C)$ liefert die Funktion

$$Y(C) / Y(G_{0W}F_c) = 1 + p_r(F_c, C) \cdot \bar{k}(F_c) \quad (2.57;15)$$

mit

$$\bar{k}(F_c) = [eo \cdot do + p_r(F_c, C)] / [do + p_r(F_c, C)] \quad (2.57;16)$$

Diese für $F_c = \lambda_c$ in Abbildung (2.57;A2) dargestellte Funktion unterscheidet sich für $eo = 1/3$ und $do = 3$ nur wenig von der durch Gleichung (2.55;8) beschriebenen und in Abbildung (2.55;A4) dargestellten Funktion.

Die mit den Gleichungen (2.57;15) bis (2.57;16) berechneten G_{0W} -Farben sind für spektrale Sättigung $F_c = \lambda_c$ in der Abbildung (2.57;A3) im Vergleich zu den Evans-Swenholt-Experimenten von 1967 [13] dargestellt. Die Abbildung (2.57;A4) enthält die ebenso berechneten G_{0W} -Farben für alle Farbarten in der Normfarbtafel. Die Änderungen gegenüber den Abbildungen (2.55;A2) und (2.55;A5) sind gering, so daß die schon früher gute Beschreibung der G_{0W} -Farben erhalten bleibt.

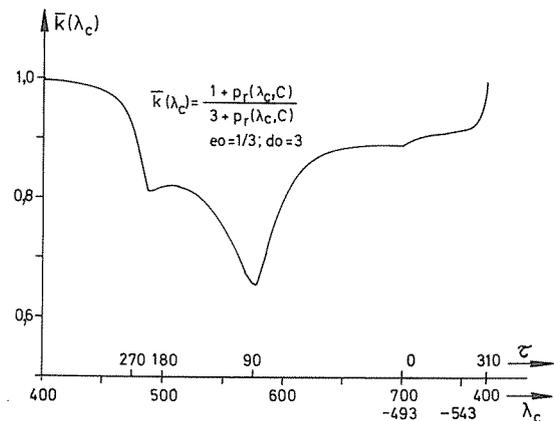


Abbildung (2.57;A2)
Verlauf der Funktion $\bar{k}(\lambda_c)$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$, die für die Beschreibung der G_{0W} -Farben besondere Bedeutung besitzt, als Funktion der Wellenlänge λ_c bzw. des Farbtonwertes τ . Parameter sind die Konstanten $do = 3$ und $eo = 1/3$ von Gleichung (2.57;16)

Die von Evans und Swenolt 1968 in [14] gewählte Darstellung der G_{0W} -Farben in einem Helligkeits-Buntheitsdiagramm, die wir in Abbildung (2.57;A1) wiederholt haben, erleichtert die Vorstellung über ihre Lage im Farbenraum und wir wollen deshalb auch unsere Ergebnisse in einem Helligkeits-Buntheitsdiagramm eintragen.

Wir haben die nach Gleichung (2.57;13) bis (2.57;14) berechneten G_{0W} -Farben in den Abbildungen (2.57;A5) und (2.57;A6) für die farbtongleichen Wellenlängen $\lambda_f = 700$ nm und $\lambda_f = 575$ nm dargestellt. Als Ordinate haben wir absicht-

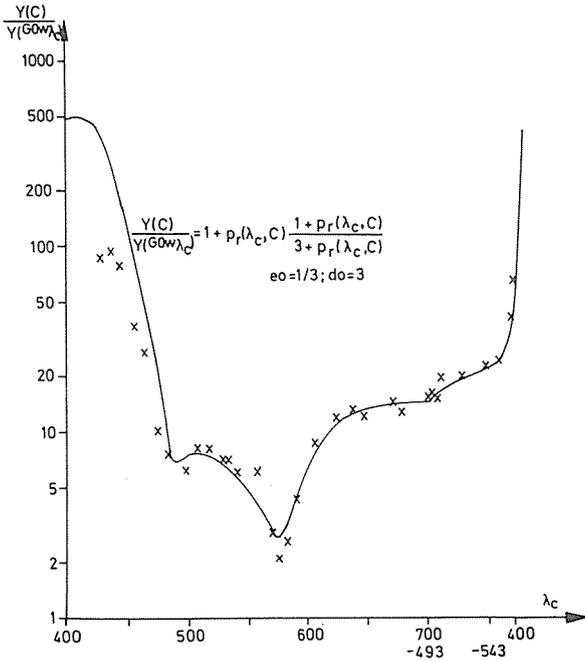


Abbildung (2.57;A3)
 G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$. Vergleich der Berechnungen mit den Gleichungen (2.57;15) bis (2.57;16) mit Experimenten von Evans und Swenolt (1967) [13]. Gegenüber Abbildung (2.55;A2) ist im Gelb-Bereich eine leichte Verbesserung eingetreten

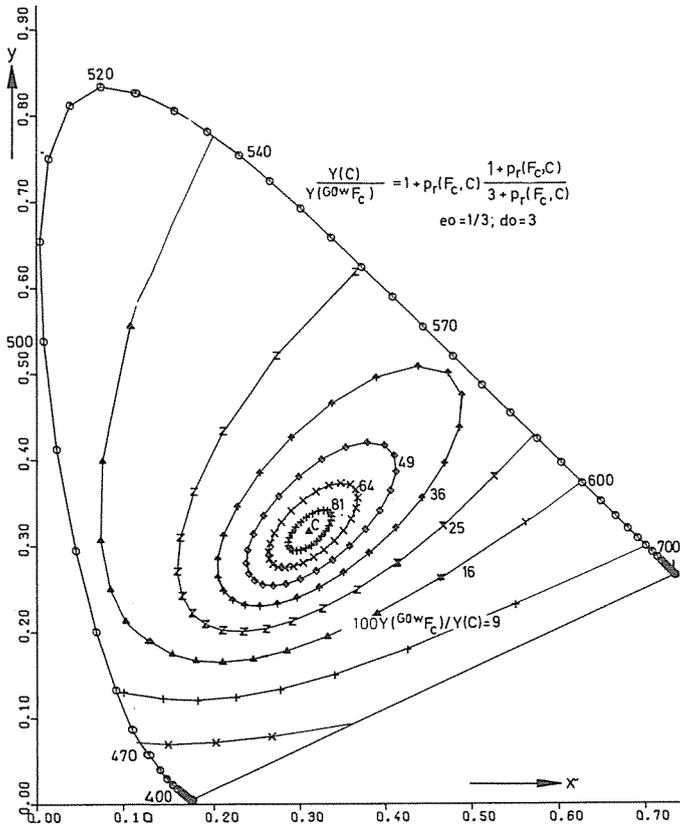


Abbildung (2.57;A4)
 G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$ für Infeldfarben beliebiger Farbart in der Normfarbtafel (x, y) . Für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$ ergeben sich die in Abbildung (2.57;A3) gezeigten Hellbezugswerte $Y(C) / Y(G_{0W} F_c = \lambda_c)$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (2.57;15) bis (2.57;16) durchgeführt.

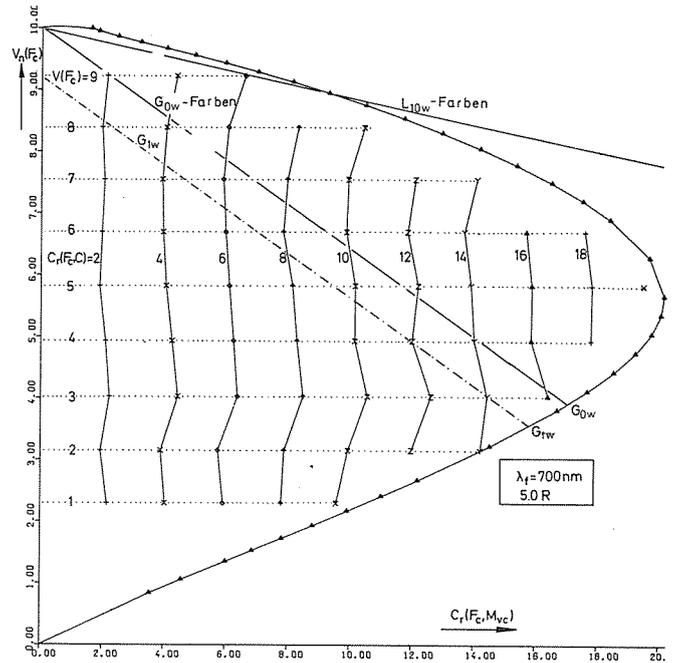


Abbildung (2.57;A5)
 G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_{0W}}[Y(F_c)] = 0$ und L_{10W} -Farben der Hellheit $V_{L_{10W}}[Y(F_c)] = 10$ im Helligkeits-Buntheits-Diagramm. Als Ordinate wurde absichtlich (vergl. Text) nicht die Helligkeit $V(F_c)$, sondern die Näherung $V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / Y(C)]^{1/3}$ gewählt. Die G_{0W} -Farben wurden nach Gleichung (2.57;15) bis (2.57;16) berechnet. Für die durch $[x, y, Y]$ festgelegten Farbgitterpunkte des Farbtons 5.0R im Munsell-Farbsystem wurden $V_n(F_c)$ und $C_r(F_c, C)$ nach den Gleichungen (2.52;1) bis (2.52;5) berechnet und eingezeichnet. Ebenso wurden die Optimalfarben mit der farnton-gleichen Wellenlänge $\lambda_f = 700$ nm, die im Mittel dem Farbtone 5.0R entsprechen, berechnet und eingetragen. Weiter sind die G_{1W} -Farben der Graueit $V_{G_{1W}}[Y(F_c)] = 1$ dargestellt

lich $V_n(F_c) = 10 \cdot [Y(F_c) / Y(C)]^{1/3}$ gewählt, weil dann die Farben mit konstantem Sättigungswert $[p_r(F_c, C) = \text{const}]$ auf Geraden liegen, die sich im Schwarzpunkt treffen. Bei Verwendung der Helligkeit $V(F_c)$ als Ordinate treffen sie sich unterhalb bei $V(F_c) = -1,5$ (vergl. Abbildung (2.57;A1)). Durch zusätzliches Eintragen der Farbmuster des Munsell-Farbsystems mit den Farbtönen 5.0R und 5.0Y, den Optimalfarben und den in Abschnitt (2.58) zu beschreibenden L_{10W} -Farben wird das Bild von der Lage der G_{0W} -Farben im Farbenraum vervollständigt.

Die G_{1W} -Farben, das sind die um eine Helligkeitsstufe graueren G_{0W} -Farben, liegen entsprechend der Abbildung (2.57;A5) parallel zur Geraden der G_{0W} -Farben ebenfalls ange-nähert auf einer Geraden, jedoch mit Schnittpunkt der Graueit bei der Helligkeit $V(F_c) = 9$.

Für die Weiterentwicklung der Theorie der G_{0W} - und L_{10W} -Farben unter Berücksichtigung des Verhaltens an der Farbschwelle ist ihre Darstellung in einem linearen Hellbezugswert-Buntheitwertdiagramm von Bedeutung. K. Richter hat 1971 in [40] für die G_{0W} , L_{10W} - und C_{0W} -Farben, das sind die Farben an der Buntschwelle, berechnet:

$$Y(G_{0W} F_c) / Y(C) = 1 - \bar{k}(F_c) / Y(C) \cdot M_I(G_{0W} F_c) \quad (2.57;17)$$

$$Y(L_{10W} F_c) / Y(C) = 1 - \bar{c}(F_c) / Y(C) \cdot M_I(L_{10W} F_c) \quad (2.57;18)$$

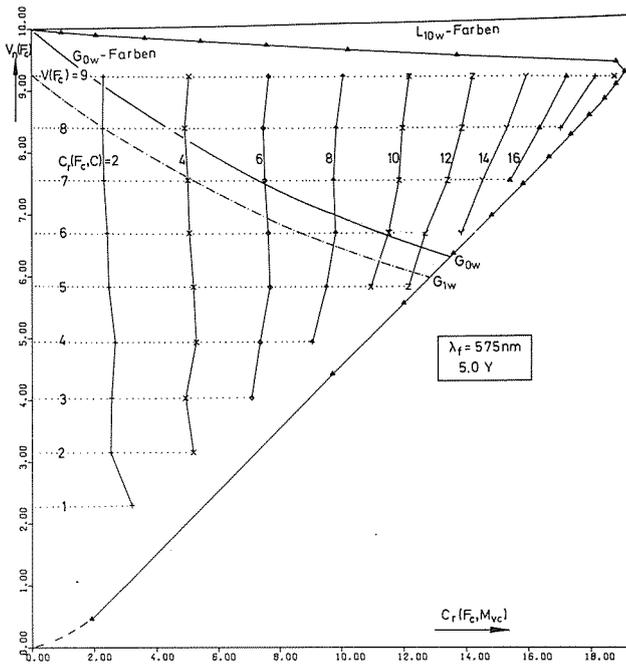


Abbildung (2.57;A6)

G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_W}[Y(F_C)] = 0$ und L_{10W} -Farben der Hellheit $V_{L_W}[Y(F_C)] = 10$ im Helligkeits-Buntheits-Diagramm. Als Ordinate wurde absichtlich (vergl. Text) nicht die Helligkeit $V(F_C)$, sondern die Näherung $V_n(F_C) = 10 \cdot [Y(F_C) / Y(C)]^{1/3}$ gewählt. Die G_{0W} -Farben wurden nach Gleichung (2.57;15) bis (2.57;16) berechnet. Für die durch $[x, y, Y]$ festgelegten Farbmitterpunkte des Farbtönen 5.0Y im Munsell-Farbsystem wurden $V_n(F_C)$ und $C_r(F_C, C)$ nach den Gleichungen (2.51;1) bis (2.51;5) berechnet und eingezeichnet. Ebenso wurden die Optimalfarben der farbtongleichen Wellenlänge $\lambda_f = 575$ nm, die im Mittel dem Farbtönen 5.0Y entsprechen, berechnet und eingetragen. Weiter sind die G_{1W} -Farben der Graueit $V_{G_W}[Y(F_C)] = 1$ dargestellt

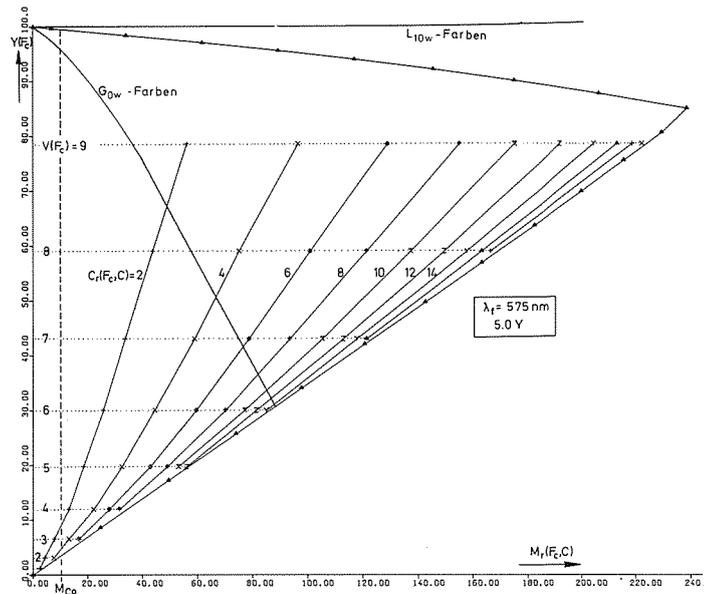


Abbildung (2.57;A8)

G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_W}[Y(F_C)] = 0$ und L_{10W} -Farben der Hellheit $V_{L_W}[Y(F_C)] = 10$ im Hellbezugswert-Buntmomentwert-Diagramm. Die G_{0W} -Farben wurden nach Gleichung (2.57;15) bis (2.57;18), die L_{10W} -Farben nach Gleichung (2.58;8) bis (2.58;13) berechnet. Für die durch $[x, y, Y]$ festgelegten Farbmitterpunkte des Farbtönen 5.0Y im Munsell-Farbsystem wurden die Buntmomentwerte $M_T(F_C, C)$ nach Gleichung (2.57;20) berechnet und eingezeichnet. Ebenso wurden die Optimalfarben mit der farbtongleichen Wellenlänge $\lambda_f = 575$ nm, die im Mittel dem Farbtönen 5.0Y entsprechen, berechnet und dargestellt. Weiter sind die C_{0W} -Farben, das sind die Farben an der Buntschwelle, eingetragen

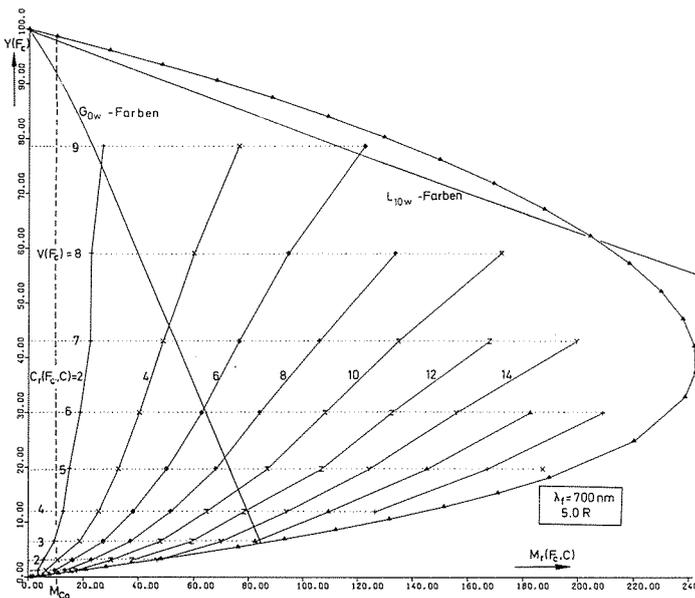


Abbildung (2.57;A7)

G_{0W} -Farben der Graueit $V_{G_W}[Y(F_C)] = 0$ und L_{10W} -Farben der Hellheit $V_{L_W}[Y(F_C)] = 10$ im Hellbezugswert-Buntmomentwert-Diagramm. Die G_{0W} -Farben wurden nach Gleichung (2.57;15) bis (2.57;18), die L_{10W} -Farben nach Gleichung (2.58;8) bis (2.58;13) berechnet. Für die durch $[x, y, Y]$ festgelegten Farbmitterpunkte des Farbtönen 5.0R im Munsell-Farbsystem wurden die Buntmomentwerte $M_T(F_C, C)$ nach Gleichung (2.57;20) berechnet und eingezeichnet. Ebenso wurden die Optimalfarben mit der farbtongleichen Wellenlänge $\lambda_f = 700$ nm, die im Mittel dem Farbtönen 5.0R entsprechen, berechnet und dargestellt. Weiter sind die C_{0W} -Farben, das sind die Farben an der Buntschwelle, eingetragen

$$Y(C_{0W}F_C) / Y(C) = p_s / p_T(F_C, C) = 0,1 / p_T(F_C, C) \quad (2.57;19)$$

Die mit diesen Gleichungen berechneten G_{0W} -, L_{10W} - und C_{0W} -Farben sind in den Abbildungen (2.57;A7) bis (2.57;A8) im Hellbezugswert-Buntmomentwertdiagramm dargestellt. Der Buntmomentwert $M_T(F_C, C)$ ist ähnlich wie das Luther-Nyberg-Buntmoment [30] definiert. Es gilt

$$M_T(F_C, C) = p_T(F_C, C) \cdot Y(F_C) = \left[[p(F_C) - p(C)]^2 + [q(F_C) - q(C)]^2 \right]^{1/2} \cdot Y(F_C) \quad (2.57;20)$$

Dieser Buntmomentwert wird für die unbunten Infeldfarben wegen $p(F_C) = p(C)$ und $q(F_C) = q(C)$ Null. Durch Einsetzen von (2.57;20) in (2.57;19) lassen sich die Farben an der Buntschwelle deshalb durch die folgende Gleichung für $Y(C) = 100$ beschreiben

$$M_T(C_{0W}F_C, C) = 10 \quad (2.57;21)$$

Diese Gleichung stellt eine Parallele zur Helligkeitsachse dar, auf der die Farben an der Buntschwelle liegen. Die Gleichung sagt aus, daß gleiche Mengen von Spektralfarbe zu einer Infeldfarbe am Weiß- und Schwarzpunkt hinzuprojiert werden müssen, um die Infeldfarbe gerade als bunt zu empfinden.

Die C_{0W} -Farben wurden 1971 von K. Richter in [40] für alle Farbarten berechnet und in der Normfarbtafel dargestellt. Systematische Experimente über C_{0W} -Farben sind uns nicht

bekannt. Eine Weiterentwicklung der Theorie der G_{0W} - und L_{10W} -Farben sollte möglichst auch die Buntschwelle berücksichtigen, um die G_{0W} - und L_{10W} -Schwellen, zum Beispiel am Weißpunkt, angeben zu können.

2.58 Die Koordinaten der Farben gleicher Helligkeit

Eine Beschreibung der Koordinaten der Farben gleicher Helligkeit hat nach Abschnitt (2.55) besondere Bedeutung für eine Neudefinition lichttechnischer Größen, deren Basis die spektrale Hellempfindlichkeit ist, wie zum Beispiel die Leuchtdichte.

Der Schlüssel zur Beschreibung der Helligkeit wird durch unsere – bisher spekulative – Gleichung (2.55;1) geliefert

$$C_r(F_c, C) = co \cdot \left[\frac{Y(C) / Y(G_{0W}F_c) - 1}{Y(C) / Y(L_{10W}F_c)} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.58;1)$$

Für die Farben gleicher Helligkeit folgt

$$Y(C) / Y(L_{10W}F_c) = co \cdot \left[\frac{Y(C) / Y(G_{0W}F_c) - 1}{C_r(F_c, C)} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.58;2)$$

Mit dieser Gleichung ermitteln wir die Farben gleicher Helligkeit *indirekt*. Bei strenger Gültigkeit der bisher spekulativen Gleichung (2.58;2) erwarten wir eine gute Beschreibung der L_{10W} -Farben, weil die G_{0W} -Farben und die Farben gleicher radialer Buntheit im Vergleich zu den Experimenten besonders gut beschrieben werden.

Für die G_{0W} -Farben gilt nach den Gleichungen (2.57;15) bis (2.57;16)

$$Y(C) / Y(G_{0W}F_c) = 1 + p_r(F_c, C) \cdot \bar{k}(F_c) \quad (2.58;3)$$

mit

$$\bar{k}(F_c) = [eo \cdot do + p_r(F_c, C)] / [do + p_r(F_c, C)] \quad (2.58;4)$$

Die schon bei der Beschreibung der G_{0W} -Farben verwendete hyperbolische Potenzform zur Berechnung der radialen Buntheit, Gleichungen (2.57;6) bis (2.57;7) lauten

$$C_r(F_c, C) = \left[p_r(F_c, C) \cdot L[p_r(F_c, C); \tau] \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (2.58;5)$$

mit

$$L[p_r(F_c, C); \tau] = \left[\frac{(k_{rg} \cdot \cos \tau)^2 / [1 + c_{rg} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \cos \tau]^{2/3} + (k_{yb} \cdot \sin \tau)^2 / [1 + c_{yb} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \sin \tau]^{2/3}}{p_r(F_c, C) \cdot \sin \tau} \right]^{1/2} \quad (2.58;6)$$

wobei τ der Farbtonwert in der Farbtabelle (p,q) und k_{rg} , k_{yb} , c_{rg} und c_{yb} aus der Buntheitsstufung experimentell ermittelte Konstanten darstellen (vergl. Tabelle (2.56;T1)).

Einsetzen von (2.58;5) und (2.58;3) in (2.58;2) ergibt

$$Y(C) / Y(L_{10W}F_c) = co \cdot \bar{k}(F_c) / L[p_r(F_c, C); \tau] \quad (2.58;7)$$

Die L_{10W} -Farben werden durch das Produkt zweier Funktionen beschrieben, nämlich einer Funktion $\bar{k}(F_c)$, die wir bei der Beschreibung der G_{0W} -Farben kennengelernt, und einer Funktion $1 / L[p_r(F_c, C); \tau]$, die wir bei der Beschreibung der Buntheit ermittelt haben. Die Funktionen $\bar{k}(F_c)$ bzw.

$1 / L[p_r(F_c, C); \tau]$ sind für $F_c = \lambda_c$ in den Abbildungen (2.57; A2) bzw. (2.58;A1) dargestellt. Für $p_r(F_c, C)$ gegen Null strebt die Funktion $\bar{k}(F_c)$ dem Wert eo und $L[p_r(F_c, C); \tau]$ dem Wert 1 zu. Da aus theoretischen Gründen für $p_r(F_c, C) \cong 0$ $Y(C) / Y(L_{10W}F_c) \cong 1$ sein muß, so gilt $co = 1/eo$.

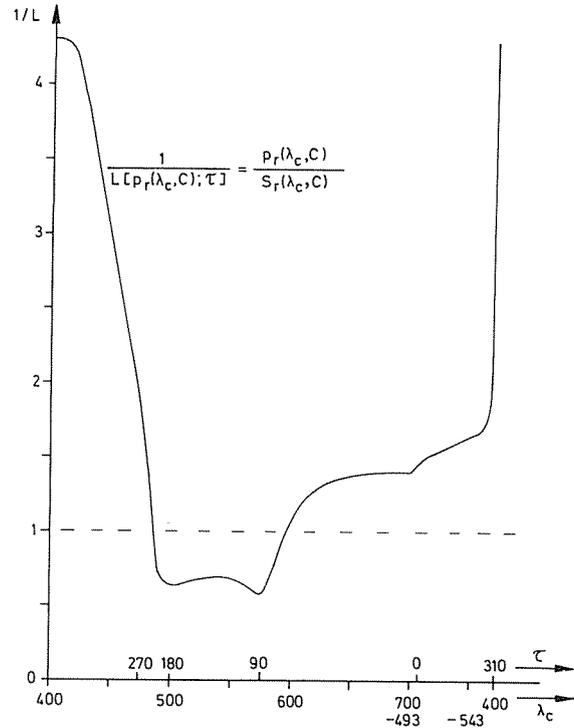


Abbildung (2.58;A1)

Verlauf der Funktion $L[p_r(F_c, C); \tau]$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$, die für die Beschreibung der L_{10W} -Farben besondere Bedeutung besitzt, als Funktion der Wellenlänge λ bzw. des Farbtonwertes τ

Die in diesem Abschnitt ermittelten Gleichungen zur Beschreibung der L_{10W} -Farben stellen wir noch einmal zusammen. Es gilt

$$Y(C) / Y(L_{10W}F_c) = co \cdot \bar{k}(F_c) / L[p_r(F_c, C); \tau] \quad (2.58;8)$$

mit

$$co = 1 / eo \quad eo = 0,5 \quad do = 2 \quad (2.58;9)$$

$$\bar{k}(F_c) = [eo \cdot do + p_r(F_c, C)] / [do + p_r(F_c, C)] \quad (2.58;10)$$

$$L[p_r(F_c, C); \tau] = \left[\frac{(k_{rg} \cdot \cos \tau)^2 / [1 + c_{rg} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \cos \tau]^{2/3} + (k_{yb} \cdot \sin \tau)^2 / [1 + c_{yb} \cdot p_r(F_c, C) \cdot \sin \tau]^{2/3}}{p_r(F_c, C) \cdot \sin \tau} \right]^{1/2} \quad (2.58;11)$$

$$\cos \tau = [p(F_c) - p(C)] / p_r(F_c, C) \quad (2.58;12)$$

$$\sin \tau = [q(F_c) - q(C)] / p_r(F_c, C)$$

$$p_r(F_c, C) = \left[[p(F_c) - p(C)]^2 + [q(F_c) - q(C)]^2 \right]^{1/2} \quad (2.58;13)$$

Die mit diesen Gleichungen berechneten L_{10W} -Farben sind für spektrale Sättigung in den Abbildungen (2.58;A2) im Vergleich zu Experimenten von Kowaliski dargestellt. Der relative funktionelle Verlauf in Abhängigkeit von der Wellenlänge stimmt qualitativ mit diesen Experimenten überein,

doch wird der Quotient $Y(C) / Y(L_{10w}F_b)$ stets höher berechnet. Da die Experimente von Kowaliski [25] auch im Vergleich zu anderen Experimenten, zum Beispiel von Sanders und Wyszecki (1958) [44] abweichen, scheinen unsere Berechnungen durchaus vernünftig zu sein. Wahrscheinlich spielen die Unterschiede der Infeldgrößen, die bei Evans und Swenholt 1 Grad und bei Kowaliski 10 Grad betragen, eine Rolle. Mit abnehmender Infeldgröße wird nämlich in das Infeld zunehmend mehr „Graueit“ bzw. „Dunkelheit“ induziert. Wir messen der sich hier ergebenden Abweichung in der absoluten Größe der Hellheit für Spektralfarben eine untergeordnete Bedeutung bei. Wichtig für die Neudefinition lichttechnischer Größen, die auf einer Erscheinungshellempfindlichkeit aufbauen werden, ist der *relative* spektrale Verlauf.

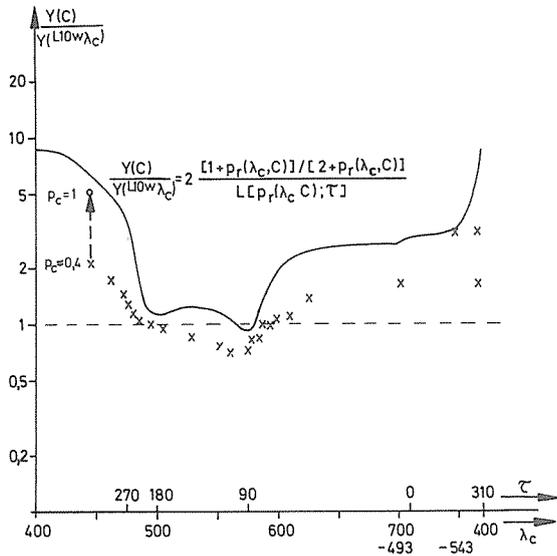


Abbildung (2.58;A2)
 L_{10w} -Farben $L_{10w}F_c$ mit der Hellheit $V_{Lw}[Y(F_c)] = 10$ für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$. Vergleich der Berechnungen mit den Gleichungen (2.58;8) bis (2.58;13) mit Experimenten von Kowaliski (1969) [25]. Gegenüber den Experimenten von Kowaliski wird der Quotient $Y(C) / Y(L_{10w}F_c)$ bei einem spektral ähnlichen Verlauf stets höher berechnet (Diskussion siehe Text)

Der durch Gleichung (2.58;8) ermittelbare relative spektrale Verlauf ergibt für Spektralfarben $F_c = \lambda_c$ im Umfeld der Normlichtart C die in *Abbildung (2.58;A3)* dargestellte relative spektrale Erscheinungshellempfindlichkeit $L(\lambda_c)$. Ein Vergleich mit der relativen spektralen Hellempfindlichkeit $V(\lambda)$ ergibt zwischen $\lambda = 400$ und 450 nm eine Erhöhung um etwa den Faktor 8,5 (!), zwischen $\lambda = 650$ und 700 nm noch eine Erhöhung um den Faktor 2,5. Die hier dargestellte spektrale Erscheinungshellempfindlichkeit ist von besonderer Bedeutung für das Komitee TC 1.4 „Tages-, Dämmerungs- und Nachtsehen“ der Internationalen Beleuchtungskommission (CIE), das unter Leitung von S. Kinney [4] diesen Problembereich behandelt.

Die *Abbildung (2.58;A4)* enthält die mit den Gleichungen (2.58;8) bis (2.58;13) berechneten L_{10w} -Farben in der Normfarbtafel (x,y). Es ist zu ergänzen, daß für die L_{9w} -Farben, die L_{8w} -Farben, usw., die um eine, zwei oder mehr Helligkeitsstufen V dunkler sind, geometrisch ähnliche Kurvenscharen maßgebend sind, weil der *relative* spektrale Verlauf der Eindruckshellempfindlichkeit nach Experimenten von Kowaliski [25] über mehrere Zehnerpotenzen des Infeldbezugswertes und der Umfeldleuchtdichte konstant bleibt.

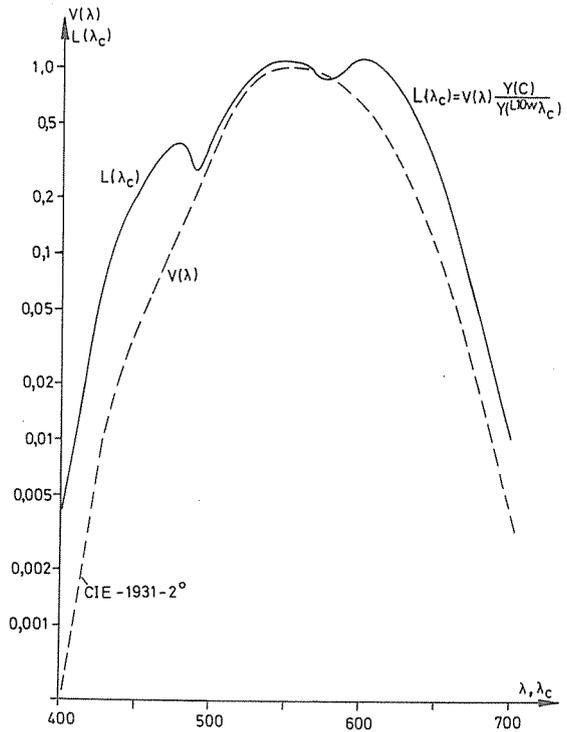


Abbildung (2.58;A3)
 Relative spektrale Erscheinungshellempfindlichkeit $L(\lambda_c)$ für ein etwa 1 Grad großes Testinfeld F_c im unbunten Umfeld C im Vergleich zur relativen spektralen Hellempfindlichkeit $V(\lambda)$. Die relative spektrale Erscheinungshellempfindlichkeit wurde nach den Gleichungen (2.58;8) bis (2.58;13) berechnet.

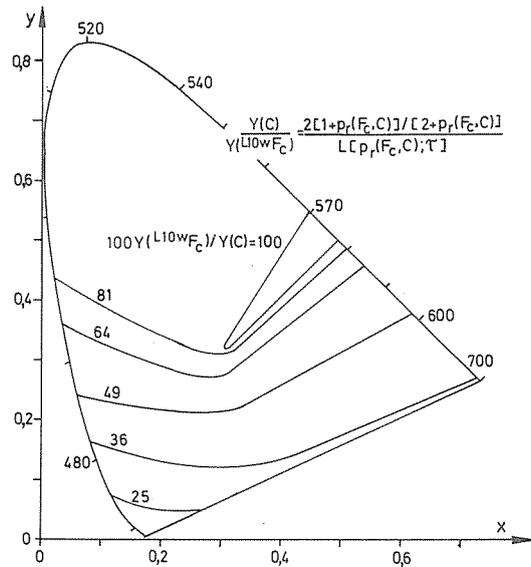


Abbildung (2.58;A4)
 L_{10w} -Farben $L_{10w}F_c$ mit der Hellheit $V_{Lw}[Y(F_c)] = 10$ für Infeldfarben beliebiger Farbart in der Normfarbtafel (x,y). Für spektral gesättigte Infeldfarben $F_c = \lambda_c$ ergeben sich die in *Abbildung (2.58;A2)* gezeigten Hellbezugswerte $Y(C) / Y(L_{10w}F_c)$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (2.58;8) bis (2.58;13) durchgeführt

Durch *Abbildung (2.58;A5)* wird demonstriert, daß die in *Abbildung (2.58;A4)* berechneten L_{10w} -Farben nur qualitativ mit Experimenten von Sanders und Wyszecki (1958) [44] übereinstimmen. Entsprechendes gilt für die Übereinstimmung mit Experimenten von Breneman (1958) [02] in *Abbildung (2.58;A6)*.

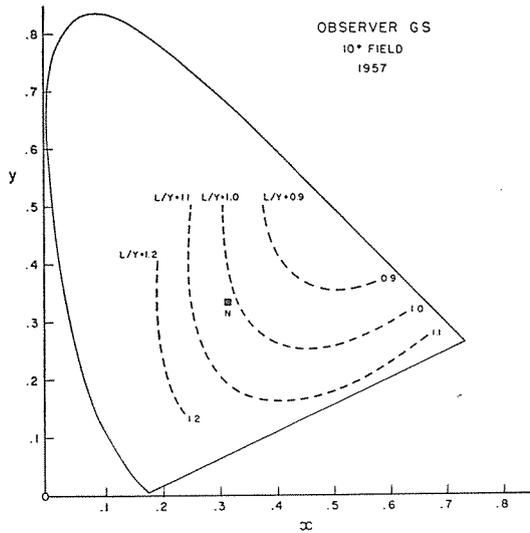


Abbildung (2.58;A5)
 L_{10W} -Farben L_{10WF_C} mit der Helligkeit $V_{LW}[Y(F_C)] = 10$ für Infeldfarben F_C verschiedener Farbart in der Normfarbtafel (x,y) nach Sanders und Wyszecki (1958) [44]. Sie stimmen nur qualitativ mit unseren Berechnungen in Abbildung (2.58;A4) überein

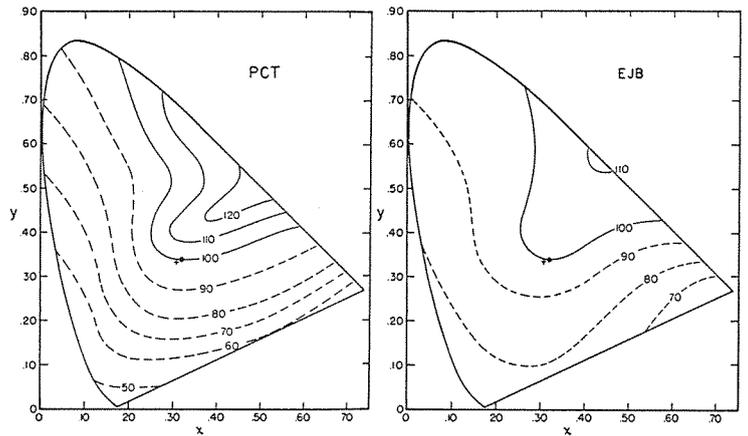


Abbildung (2.58;A6)
 L_{10W} -Farben L_{10WF_C} mit der Helligkeit $V_{LW}[Y(F_C)] = 10$ für Infeldfarben F_C verschiedener Farbart für zwei Beobachter in der Normfarbtafel (x,y) nach Breneman (1958) [2]. Sie stimmen nur qualitativ mit unseren Berechnungen in Abbildung (2.58;A4) überein

Die Klärung der Unterschiede der Experimente von Kowaliski (1969) [25] (Ergebnisse in etwa in Abbildung (2.55;A6)) und von Sanders und Wyszecki (1958) [44] (Abbildung (2.58;A5)) und die Verbindung zu unserer Theorie (Abbildung (2.58;A4)) kann nur durch neue Experimente erfolgen.

Eine mögliche Hilfe können die in unseren Umstimmungsexperimenten eingestellten unterschiedlichen Hellbezugswerte $Y(F_b)$ für gleichaussehende Farben in verschiedenen Umfeldern B sein. Die sich in den Tabellen im Anhang ergebenden Unterschiede der Hellbezugswerte $Y(F_b)$ in verschiedenen Umfeldern B wurden bisher nicht analysiert, könnten jedoch zu einer Theorie der Helligkeit bei verschiedenen Umfeldern und damit zu neuen Erkenntnissen über die Helligkeit bei unbuntem Umfeld der Normlichtart C führen.

Teil 3: Gegenfarbensystem und Zusammenhang zwischen Farbumstimmung und Farbstufung

3.01 Anwendungsbeispiele für Farberscheinungsgleichungen

Eine zusammenfassende Theorie von Farbumstimmung und Farbstufung und ihre Zusammenfassung in „Farberscheinungsgleichungen“ für beliebige Farbumstimmung ist für die Kennzeichnung der Farbwiedergabe von entscheidender Bedeutung. Nach DIN 6169 Teil 1 [09] muß zur Kennzeichnung der Farbwiedergabe die Farbpfindung im Originalzustand mit der Farbpfindung im Wiedergabezustand verglichen werden. Die Farbpfindung wird durch die visuelle Erscheinung einer Farbe bestimmt und hängt nicht nur ab von ihren Normfarbwerten, sondern auch von denen ihrer Umgebung sowie den Leuchtdichten und Feldgrößen von In- und Umfeld.

Wir wollen an zwei einfachen Beispielen erläutern, welche Reproduktionsbedingungen erfüllt sein müssen, damit die visuelle Erscheinung einer Farbe im Original- und Wiedergabezustand übereinstimmt.

Beispiel 1:

Photographische Reproduktion einer gleichabständigen Graureihe:

Der Helligkeitseindruck einer gleichabständigen Graureihe im Originalzustand (Aufsichtsvorlage) stimmt mit dem Helligkeitseindruck im Wiedergabezustand (Projektion, zum

Beispiel Diapositiv) überein, wenn die in Abbildung (3.01; A1) gezeigten subjektiv gemessenen Helligkeiten $V_r(F_r)$ (r = Original- oder Bezugszustand) und $V_k(F_k)$ (k = zu kennzeichnender oder Wiedergabezustand) übereinstimmen. Es muß gelten

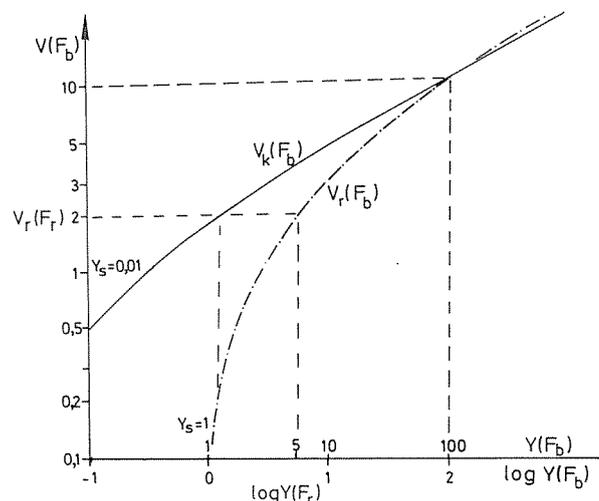


Abbildung (3.01;A1)
Helligkeit $V(F_b)$ als Funktion des Hellbezugswertes $Y(F_b)$ in doppelt logarithmischer Darstellung. Der Parameter Y_s der Helligkeitsstufungsfunktion $V(F_b)$ nimmt bei Wechsel der Sehsituation von Aufsichtsvorlagen ($Y_s > 1$) zu Filmprojektionen ($Y_s < 0,01$) ab. Die zu beiden Sehsituationen gehörigen Helligkeitsstufungen $V_r(F_b)$ (r = Bezugs- oder Originalzustand) und $V_k(F_b)$ (k = zu kennzeichnender oder Wiedergabezustand) und deren Parameter Y_s sind nur qualitativ gültig und müssen für spezielle Sehsituationen noch experimentell bestimmt werden

$$V_r(F_r, R) = V_k(F_k, K) \quad (3.01;1)$$

Diese Bedingung kann für jede Farbe F_r nur erfüllt werden, wenn für den Original- und Wiedergabezustand die Helligkeiten V als Funktion der Hellbezugswerte bekannt sind.

Wir wissen, daß die Hellbezugswertschwelle Y_s nach Abschnitt (2.11) in der Projektion wesentlich kleiner ist als im Original. Die Helligkeit V als Funktion der Hellbezugswerte wird (qualitativ) für beide Zustände durch die in Abbildung (3.01;A1) angegebenen Funktionen beschrieben. Diese Funktionen sind der Abbildung (2.11;A1) entnommen.

Nach den in Abbildung (3.01;A1) dargestellten Helligkeitsstufungen stimmen die subjektiven Helligkeiten V zum Beispiel überein, wenn ein Dunkelgrau der Helligkeit $V = 2$ mit dem Hellbezugswert $Y_r(F_r) = 5$ im Original als Dunkelgrau der Helligkeit $V = 2$ mit dem Hellbezugswert $Y_k(F_k) \approx 1$ in der Projektion wiedergegeben wird (vergl. Abbildung (3.01;A1)).

Eine valenzmetrisch exakte Farbwiedergabe mit $Y_r(F_r) = Y_k(F_k)$ für alle Original- und Wiedergabefarben wäre unerwünscht, da so die visuelle Erscheinung des Originals in der Wiedergabe verfälscht würde.

Beispiel 2:

Photographische Reproduktion einer Tageslichtszone ($T_{nr} = 5500 \text{ K}$) bei Kunstlichtprojektion ($T_{nk} = 3200 \text{ K}$):

Neben der subjektiven Übereinstimmung der Helligkeiten $V_r(F_r, R)$ im Originalzustand und $V_k(F_k, K)$ im Wiedergabezustand entsprechend Beispiel 1 müssen die subjektiv ermittelten Gelb-Blau- und Rot-Grün-Sättigungen im Original- und Wiedergabezustand übereinstimmen. Es muß gelten

$$V_r(F_r, R) = V_k(F_k, K) \quad (3.01;2)$$

$$S_{rgr}(F_r, R) = S_{rgk}(F_k, K) \quad (3.01;3)$$

$$S_{ybr}(F_r, R) = S_{ybk}(F_k, K) \quad (3.01;4)$$

Wegen der Farbumstimmung des Beobachters werden Farben im Originalzustand mit Normfarbwertanteilen $x(R), y(R)$ der Farbtemperatur $T_{nr} = 5500 \text{ K}$ als unbunt und in der Projektion Farben mit den Normfarbwertanteilen $x(K), y(K)$ der Farbtemperatur $T_{nk} = 3200 \text{ K}$ als unbunt empfunden. Diese Verhältnisse haben wir in Abbildung (3.01;A2) durch zwei Sättigungstufungsfunktionen $S_{ybr}(F_r, R)$ im Originalzustand (rechte Skala) und $S_{ybk}(F_k, K)$ im Wiedergabezustand (linke Skala) angedeutet. Ihre Nullpunkte und damit Unbunt liegen bei $q^*[F_r(T_{nr} = 5500 \text{ K})]$ bzw. $q^*[F_k(T_{nk} = 3200 \text{ K})]$.

Sonderfall gleiche Umfeldleuchtdichte:

Unsere Umstimmungsexperimente lassen vermuten, daß die Gelb-Blau-Sättigungstufungsfunktion S_{yb} im Sonderfall gleicher Umfeldleuchtdichte im Originalzustand ($T_{nr} = 5500 \text{ K}$) und Wiedergabezustand ($T_{nk} = 3200 \text{ K}$) übereinstimmt, das heißt, es gilt $S_{ybr} = S_{ybk} = S_{yb}$. Die Sättigungen von Infeldfarben F_r unter Tageslicht und F_k unter Kunstlicht berechnen sich in diesem Fall aus

$$S_{ybr}(F_r, R) = S_{yb}(F_r) - S_{yb}(R) \quad (3.01;5)$$

$$S_{ybk}(F_k, K) = S_{yb}(F_k) - S_{yb}(K) \quad (3.01;6)$$

In beiden Fällen haben wir die gleichen Sättigungstufungsfunktionen $S_{ybk} = S_{ybr} = S_{yb}$ benutzt. Die Gelb-Blau-Sättigungen ergeben sich aus der Sättigungszahldifferenz $S_{yb}(F_r) - S_{yb}(R)$ bzw. $S_{yb}(F_k) - S_{yb}(K)$.

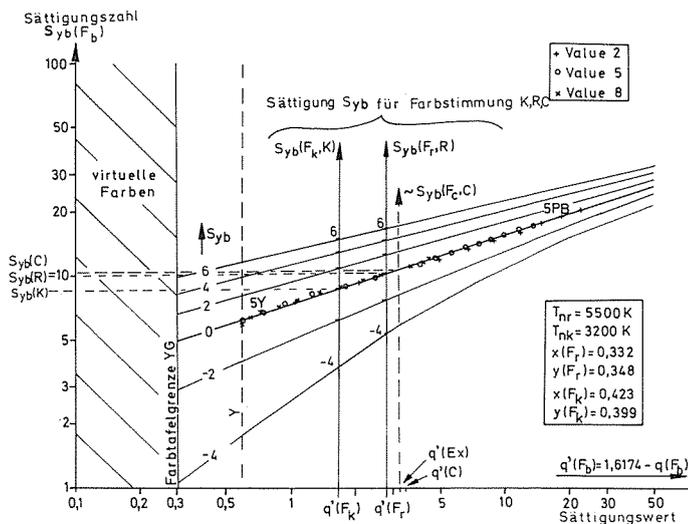


Abbildung (3.01;A2)

Gelb-Blau-Sättigungszahl $S_{yb}(F_b)$ als Funktion des Sättigungswertes $q_0 - q(F_b) = 1,62 - q(F_b)$ für die Munsell-Farbmuster der Helligkeiten $V(F_b) = 2; 5$ und 8 in doppelt logarithmischer Darstellung. Für alle Farbmuster liegen die Punkte auf einer Geraden der Steigerung $1/3$ und unabhängig vom Hellbezugswert $Y(F_b)$ (vergl. auch Abbildung (2.23;A1)). Für konstante Helligkeit $V(F_b) = 5$ (Hellbezugswert $Y \approx 20$) wurden die Gelb-Blau-Sättigungen für die Farbstimmungen $B = C, K$ oder R berechnet und als Funktion des Sättigungswertes $q - q(F_b)$ angegeben. Wir vermuten, daß die hier für die Farbtemperaturen $T_{nr} = 5500 \text{ K}$ und $T_{nk} = 3200 \text{ K}$ berechneten Zusammenhänge auch für unterschiedliche Umfeldleuchtdichten gelten, wenn man die Hellbezugswerte auf die als mittelgraue empfundene Farbe normiert (vergl. Text)

Anwendungsfall verschiedene effektive Umfeldleuchtdichte:

Im Beispiel 2 ist jedoch zusätzlich die Umfeldleuchtdichte im Wiedergabezustand (Projektion) vermindert gegenüber dem Originalzustand. Die schon in Abbildung (3.01;A1) sichtbare Eigenschaft

„Ein Schwarz(Dunkelgrau) mit dem Hellbezugswert $Y_r(F_r) = 5$ wird bei abnehmender Umfeldleuchtdichte, das heißt Übergang zur Projektionssituation, immer weniger als Schwarz (Dunkelgrau) empfunden, sondern heller“

läßt auch Änderungen der Buntheiten und Sättigungen bei verschiedenen Umfeldleuchtdichten vermuten. Die Farbstufung wird im Sonderfall gleicher Farbstimmung (Umfelder mit gleichem Farbort) sowohl durch die Beleuchtungsstärke oder Leuchtdichte des Motivs als auch die Leuchtdichte der Motivumgebung verändert, die bei Aufsicht-, Fernseh- und Diabetrachtung stark variiert.

Es ist eine experimentelle Erfahrung, daß die bunten Körperfarben eines Motivs mit zunehmender Beleuchtungsstärke des Motivs und seiner Umgebung bunter empfunden werden.

Die erwünschte gleiche visuelle Erscheinung von Original- und Wiedergabe wird daher bei Erhöhung der absoluten Beleuchtungsstärke erfordern, daß sich die Steigung der in Abbildung (3.01;A2) dargestellten Sättigungstufungsfunktion erhöht. Die Änderungen der Steigung als Funktion der Beleuchtungsstärke sind bisher unbekannt. Wahrscheinlich ist die Änderung bei Beobachtungsbedingungen in Büros mit Beleuchtungsstärken zwischen ca. 300 und 1500 lux ver-

nachlässigbar, wenn der Hellbezugswert $Y(F_c)$ einer vollkommen mattweisen Fläche stets entsprechend der Norm „Farbmessung“ bei allen Beleuchtungsstärken auf 100 normiert wird.

Die in Abbildung (3.01;A2) gezeigte Gelb-Blau-Sättigungsstufenfunktion $S_{yb}(F_c)$ ist für die Munsell-Farbmuster der Helligkeit $V(F_c) = 2, 5$ und 8 bzw. der Hellbezugswerte $Y(F_c) = 3,13; 19,77$ und $59,10$ *unabhängig* vom Hellbezugswert. Diese wesentliche Eigenschaft wurde bereits in Abbildung (2.23;A1) für die Gelb-Blau-Stufung sichtbar und gilt angenähert auch für die Rot-Grün-Sättigungsstufung.

Wir vermuten, daß die Gelb-Blau-Stufungsfunktion $S_{yb}(F_c)$ angenähert unabhängig von der Umfeldleuchtdichte ausfällt, wenn man die Hellbezugswerte $Y_k(F_c)$ nicht auf 100 für das leere Bildfenster, sondern auf $Y_k(F_c) = 20$ für die als mittelgrau *empfundene* Farbe normiert. Nach Abbildung (3.01;A1) entsprechen sich $Y_r(F_c) = 20$ und $Y_k(F_c) = 7$.

Wird die Normierung von $Y_k(F_c)$ durch Multiplikation mit dem Faktor $Y_r(\text{Grau}) / Y_k(\text{Grau}) = 20 / 7$ vorgenommen, so sind mit unserer Hypothese der Konstanz von $S_{yb}(F_c)$ als Funktion der Umfeldleuchtdichte wegen $S_{yb}(F_c) = C_{yb}(F_c) / (20 \cdot Y_k(F_c) / 7)^{1/3} = \text{const}$ in der Projektion größere Gelb-Blau-Buntheiten $C_{yb}(F_k, K)$ als im Original möglich. In der Praxis wird diese Möglichkeit im Gelb wegen des geringeren Sättigungswertumfangs $q(\lambda_{Fr}) - q(K)$ gegenüber $q(\lambda_{Fr}) - q(R)$ für $\lambda = 575 \text{ nm}$ teilweise wieder eingeschränkt.

Unsere hier dargestellten zwei Beispiele sollten verdeutlichen, daß eine *analytische* Formulierung der Farbumstimmung *und* Farbstufung unter Einschluß der Umfeldleuchtdichten in „Farberscheinungsgleichungen“ – besonders im Bereich Farbphotographie – eine zentrale Bedeutung besitzt.

Mit den gesuchten Farberscheinungsgleichungen kann zum Beispiel die bisher in DIN 6169 Teil 4 [10] „Verfahren zur Kennzeichnung der Farbwiedergabe in der Farbphotographie“ geforderte „valenzmetrisch treue Reproduktion“ einer Graureihe (!) durch eine in der „visuellen Erscheinung getreue Reproduktion“ ersetzt werden. Dadurch wird das Kennzeichnungsverfahren in DIN 6169 schrittweise weiter an die visuelle Beurteilung angeglichen.

Im folgenden wollen wir einen ersten Versuch unternehmen, die Eigenschaften des visuellen Farbsystems, die durch Farbumstimmungsgleichungen (Teil 1 dieses Berichtes) beschrieben werden, in gemeinsamen *Farberscheinungsgleichungen* zusammenfassen.

3.1 Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farbstimmung

3.1.1 Die Gleichungen der Farbumstimmung

Als allgemein gültige Form der Farbumstimmungsgleichungen haben wir in Abschnitt (1.67) für Infeldfarben F_b und F_u in beliebigen bunten Umfeldern B und unbunten Umfeldern U die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (1.67;9) und (1.67;14) bis (1.67;16) entwickelt

$$\begin{vmatrix} p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B) \\ p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B,U) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_{rg}(F_u) - p_{rg}(U) \\ p_{yb}(F_u) - p_{yb}(U) \end{vmatrix} \quad (3.11;1)$$

— GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen —
— lineare Differenzform(LD) —
— beliebige Umfeldkombinationen —

mit

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{rg}(U) \cdot [p_{rg}(B) - p_{rg}(U)] \\ D_{yb}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{yb}(U) \cdot [p_{yb}(B) - p_{yb}(U)] \end{aligned} \quad (3.11;2)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(C) &= 0,05 \\ \bar{u}_{yb}(C) &= -0,29 \end{aligned} \quad (3.11;3)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(U) &= \bar{u}_{rg}(C) / [1,00 + \bar{u}_{rg}(C) \cdot [p_{rg}(U) - p_{rg}(C)]] \\ \bar{u}_{yb}(U) &= \bar{u}_{yb}(C) / [1,00 + \bar{u}_{yb}(C) \cdot [p_{yb}(U) - p_{yb}(C)]] \end{aligned} \quad (3.11;4)$$

In Teil 2 dieses Forschungsberichtes haben wir für p_{rg} die Abkürzung p und für p_{yb} die Abkürzung q verwendet. Die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.11;1) bis (3.11;4) lauten mit diesen Abkürzungen

$$\begin{vmatrix} p(F_b) - p(B) \\ q(F_b) - q(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B,U) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B,U) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p(F_u) - p(U) \\ q(F_u) - q(U) \end{vmatrix} \quad (3.11;5)$$

— GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen —
— lineare Differenzform(LD) —
— beliebige Umfeldkombinationen —

mit

$$\begin{aligned} D_{rg}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{rg}(U) \cdot [p(B) - p(U)] \\ D_{yb}(B,U) &= 1,00 + \bar{u}_{yb}(U) \cdot [q(B) - q(U)] \end{aligned} \quad (3.11;6)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(C) &= 0,05 \\ \bar{u}_{yb}(C) &= -0,29 \end{aligned} \quad (3.11;7)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(U) &= \bar{u}_{rg}(C) / [1,00 + \bar{u}_{rg}(C) \cdot [p(U) - p(C)]] \\ \bar{u}_{yb}(U) &= \bar{u}_{yb}(C) / [1,00 + \bar{u}_{yb}(C) \cdot [q(U) - q(C)]] \end{aligned} \quad (3.11;8)$$

Die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Sättigungswerte $q = p_{yb}$ und $p = p_{rg}$ sind einfache Funktionen der Normfarbwertanteile x und y. Es gilt

$$\begin{aligned} p &= p_{rg} = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y \\ q &= p_{yb} = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y \end{aligned} \quad (3.11;9)$$

Die hier zusammengestellten Gleichungen werden wir in Abschnitt (3.13) zur Entwicklung der Farberscheinungsgleichungen benötigen.

3.12 Die Gleichungen der Farbstufung

Die Gleichungen (2.33;23) bilden die Basis für die Beschreibung der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten.

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + s_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + s_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot s_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \quad (3.12;1)$$

mit den Sättigungszahlen

$$q' = 0,01 \cdot Q0' \cdot [-q + qo(Q4')]^{Q4'}$$

$$p' = 0,01 \cdot P0' \cdot [p - po(P4')]^{P4'} \quad (3.12;2)$$

Die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Sättigungswerte q und p sind einfache Funktionen der Normfarbwertanteile x und y . Es gilt

$$p = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y$$

$$q = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y \quad (3.12;3)$$

Die Konstanten s_{ybo} , s_{ybv} , $Q0'$, $qo(Q4')$, $Q4'$ sowie s_{rgo} , s_{rgv} , $P0'$, $po(P4')$, $P4'$ sind in den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4) für verschiedene Exponenten $Q4'$ bzw. $P4'$ angegeben. Wir haben im allgemeinen den Exponenten $Q4' = P4' = 0,3333$ bevorzugt, obwohl der Exponent $Q4' = P4' = 0,4000$ eine etwas günstigere Anpassung an die Munsell-Stufungsexperimente ergab. In *Tabelle (3.12;T1)* haben wir alle Konstanten für drei wichtige Exponenten $n = P4' = Q4'$ nochmals zusammengestellt.

$P4' = Q4'$	$Q0'$	qo	$100 \cdot s_{ybo}$	$100 \cdot s_{ybv}$	$P0'$	po	$100 \cdot s_{rgo}$	$100 \cdot s_{rgv}$
0,3333	-6,9575	1,6174	-0,4464	-0,0301	12,6888	-9,0221	0,1790	0,1029
0,4000	-4,8488	1,3288	-0,4527	-0,0331	8,7269	-8,4259	0,1590	0,1085
0,5000	-3,2531	1,0541	-0,4149	-0,0531	5,3738	-7,6913	0,1101	0,1301

Tabelle (3.12;T1)
Konstanten für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheitsstufung nach Gleichung (3.12;1). Die Konstanten wurden aus den Tabellen (2.33;T3) und (2.33;T4) für drei wichtige Exponenten $n = P4' = Q4'$ zusammengestellt

In den Abschnitten (2.51) und (2.52) haben wir die Farbton- und Buntheitsbeschreibung im Nahbereich von Unbunt verbessert. Die im Unbuntbereich besonders wichtigen Konstanten s_{rgo} , s_{rgv} , s_{ybo} und s_{ybv} mußten zur Verbesserung der Farbton- und Buntheitsbeschreibung in t_{rgo} , t_{rgv} , t_{ybo} und t_{ybv} geändert werden. Es gilt im Unbuntbereich *und* global nach den Gleichungen (2.51;11) bis (2.51;12)

$$C_{yb}(F_c, C) = 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [Y(F_c) - V(C)]$$

$$C_{rg}(F_c, C) = 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + t_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [Y(F_c) - V(C)] \quad (3.12;4)$$

mit den Sättigungszahlschwellen

$$t_{ybv} = -0,001155 \quad t_{rgv} = 0,001537$$

$$t_{ybo} = -0,001708 \quad t_{rgo} = 0,0006668 \quad (3.12;5)$$

Für die verschiedenen Exponenten $P4' = Q4'$ können die gleichen Konstanten t_{rgo} , t_{rgv} , t_{ybo} und t_{ybv} verwendet werden.

Man kann die Gleichungen (3.12;4) auch mit den Koordinaten $p'(Ex)$, $q'(Ex)$ des bei der Munsell-Stufung benutzten experimentellen Umfeldes aufschreiben. Wir setzen

$$p'(Ex) = p'(C) - t_{rgo} + e_{rgo}$$

$$q'(Ex) = q'(C) - t_{ybo} + e_{ybo} \quad (3.12;6)$$

und erhalten durch Einsetzen in Gleichung (3.12;4)

$$C_{yb}(Fex, Ex) = 100 \cdot [q'(Fex) - q'(Ex) + e_{ybo}] \cdot Y(Fex)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(Fex) - V(Ex)]$$

$$C_{rg}(Fex, Ex) = 100 \cdot [p'(Fex) - p'(Ex) + e_{rgo}] \cdot Y(Fex)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(Fex) - V(Ex)] \quad (3.12;7)$$

mit den Sättigungszahlschwellen

$$t_{ybv} = -0,001155 \quad t_{rgv} = 0,001537$$

$$e_{ybo} = -0,000009 \quad e_{rgo} = -0,000230 \quad (3.12;8)$$

Die als „Basisrauschen“ (vergl. Abschnitt (2.33)) zu deutenden Konstanten e_{rgo} und e_{ybo} sind derart klein, daß wir für sie den Wert Null ansetzen können. Für Infeldgleich Umfeldhelligkeit [$V(Fex) = V(Ex)$] ist daher bei der Munsell-Farbstufung *vollständige* Farbumstimmung eingetreten, das heißt die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Sättigungen sind allein gegeben durch die Sättigungszahldifferenz von In- und Umfeld. Es gilt für $V(Fex) = V(Ex)$ angenähert

$$S_{yb}(Fex, Ex) = C_{yb}(Fex, Ex) / Y(Fex)^{1/3} \cong 100 \cdot [q'(Fex) - q'(Ex)]$$

$$S_{rg}(Fex, Ex) = C_{rg}(Fex, Ex) / Y(Fex)^{1/3} \cong 100 \cdot [p'(Fex) - p'(Ex)] \quad (3.12;9)$$

Für die Helligkeit $V(F_c)$ gilt nach Tabelle (2.13;T1) bei der zur Zeit der Entstehung des Munsell-Systems üblichen Normierung des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ auf 102,56 für die vollkommen mattweiße Fläche und Nullpunkt von $V(F_c)$ bei Schwarz

$$V(F_c) = 1,7942 \cdot \llbracket [0,5709 + 2,7461 \cdot Y(F_c)]^{1/3} - 1 \rrbracket \quad (3.12;10)$$

Mit der heute üblichen Normierung des Hellbezugswertes $Y(F_c)$ (vergl. DIN 5033, „Farbmessung“ [08]) auf 100,00 für die vollkommen mattweiße Fläche gilt nach Tabelle (2.13;T2)

$$V(F_c) = 1,7942 \cdot \llbracket [0,5709 + 2,8164 \cdot Y(F_c)]^{1/3} - 1 \rrbracket \quad (3.12;11)$$

— GS2NF-Helligkeitsstufung —
— nichtlineare Form(NF) —
— gültig für Infeldfarben F_c im Umfeld C —

Die Buntheitsstufungen, Gleichungen (3.12;4) bis (3.12;5) sowie die Helligkeitsstufung, Gleichung (3.12;11), definieren die GS2-Farbabstandsformel. Es gilt für den Farbabstand

von zwei Farben F_1 und F_2 im Umfeld der Normlichtart C nach Gleichung (2.43;8)

$$\Delta E(F_1, F_2) = 10 \cdot \left[[V(F_1) - V(F_2)]^2 + [0,5 \cdot C_{rg}(F_1, C) - 0,5 \cdot C_{rg}(F_2, C)]^2 + [0,5 \cdot C_{yb}(F_1, C) - 0,5 \cdot C_{yb}(F_2, C)]^2 \right]^{1/2} \quad (3.12;12)$$

— GS2-Farbabstandsformel —
— allgemein gültige Form —
— Umfeld Normlichtart C —

Mit den Abkürzungen (2.43;10)

$$\begin{aligned} V^*(F_c) &= 10 \cdot V(F_c) \\ Q^*(F_c) &= 500 \cdot q'(F_c) \cdot Y(F_c)^{1/3} \\ P^*(F_c) &= 500 \cdot p'(F_c) \cdot Y(F_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.12;13)$$

erhält man aus (3.12;12) für etwa gleich helle Farben F_1 und F_2 die Farbabstandsformel (vergl. Abschnitt (2.43))

$$\Delta E(F_1, F_2) = \left[[V^*(F_2) - V^*(F_1)]^2 + [P^*(F_2) - P^*(F_1)]^2 + [Q^*(F_2) - Q^*(F_1)]^2 \right]^{1/2} \quad (3.12;14)$$

— GS2-Farbabstandsformel —
— Näherung f. etwa gleich helle Farben F_1 u. F_2 —
— Umfeld Normlichtart C —

3.13 Die Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farb- stimmung

Zur Entwicklung der Farberscheinungsgleichungen dienen drei verschiedene Arten von Gleichungen

1.: Die lineare Differenzform der Farbumstimmungsgleichungen (3.11;5) bis (3.11;8)

$$\begin{vmatrix} p(F_b) - p(B) \\ q(F_b) - q(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B, U) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B, U) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p(F_u) - p(U) \\ q(F_u) - q(U) \end{vmatrix} \quad (3.13;1)$$

— GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen —
— lineare Differenzform (LD) —
— beliebige Umfeldkombinationen —

mit

$$\begin{aligned} D_{rg}(B, U) &= 1,00 + \bar{u}_{rg}(U) \cdot [p(B) - p(U)] \\ D_{yb}(B, U) &= 1,00 + \bar{u}_{yb}(U) \cdot [q(B) - q(U)] \end{aligned} \quad (3.13;2)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(C) &= 0,05 \\ \bar{u}_{yb}(C) &= -0,29 \\ \bar{u}_{rg}(U) &= \bar{u}_{rg}(C) / [1,00 + \bar{u}_{rg}(C) \cdot [p(U) - p(C)]] \\ \bar{u}_{yb}(U) &= \bar{u}_{yb}(C) / [1,00 + \bar{u}_{yb}(C) \cdot [q(U) - q(C)]] \end{aligned} \quad (3.13;4)$$

2.: Die nichtlineare Differenzform der Farbstufungsgleichungen (3.12;4) bis (3.12;5) zur Stufung der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= 100 \cdot [q'(F_c) - q'(C) + t_{ybo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \\ C_{rg}(F_c, C) &= 100 \cdot [p'(F_c) - p'(C) + t_{rgo}] \cdot Y(F_c)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_c) - V(C)] \end{aligned} \quad (3.13;5)$$

— GS2ND-Farbstufungsgleichungen —
— nichtlineare Differenzform (ND) —
— gültig für Infeldfarben F_c im Umfeld C —

mit den Sättigungszahlschwellen

$$\begin{aligned} t_{ybv} &= -0,001155 & t_{rgv} &= 0,001537 \\ t_{ybo} &= -0,001708 & t_{rgo} &= 0,0006668 \end{aligned} \quad (3.13;6)$$

und den Sättigungszahlen

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [-q + q0]^{Q4'} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [p - p0]^{P4'} \end{aligned} \quad (3.13;7)$$

3.: Die nichtlineare Form der Helligkeitsstufungsgleichung (3.12;11)

$$\begin{aligned} V(F_c) &= A1 \cdot [A2 + A3 \cdot Y(F_c)]^{A4} + A5 \\ &= 1,7942 \cdot [0,5709 + 2,8164 \cdot Y(F_c)^{1/3} - 1] \end{aligned} \quad (3.13;8)$$

— GS2NF-Helligkeitsstufung —
— nichtlineare Form (NF) —
— gültig für Infeldfarben F_c im Umfeld C —

Die im folgenden herzuleitenden GS2ND-Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farb-
stimmung beruhen auf folgenden *Annahme*:

Bei der haploskopischen *Gleichheits*-Einstellungen in Farbumstimmungsexperimenten sind die Buntheitskomponenten und Helligkeiten der Infeldfarben F_b im Umfeld B mit denen der Infeldfarben F_c im Umfeld C gleich, das heißt es gilt

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_c, C) &= C_{yb}(F_b, B) \\ C_{rg}(F_c, C) &= C_{rg}(F_b, B) \\ V(F_c) &= V(F_b) \end{aligned} \quad (3.13;9)$$

Bei *vollständiger* Farbumstimmung an das Umfeld mit der Farb-
art der Normlichtart C und das Umfeld B folgen aus (3.13;5) und (3.13;9) für Farben F_c und F_b mit gleichem Hellbezugswert wie das Umfeld, das heißt unter den Nebenbedingungen $V(F_c) = V(C)$ und $V(F_b) = V(B)$, die GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen

$$\begin{aligned} q'(F_c) - q'(C) &= q'(F_b) - q'(B) \\ p'(F_c) - p'(C) &= p'(F_b) - p'(B) \end{aligned} \quad (3.13;10)$$

— GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen —
— nichtlineare Differenzform (ND) —
— Umfeldkombinationen B und C —

Einsetzen von (3.13;7) in (3.13;10) ergibt für $Q4' = P4' = 0,3333$

$$\begin{aligned} [q_0 - q(F_c)]^{1/3} - [q_0 - q(C)]^{1/3} &= [q_0 - q(F_b)]^{1/3} - [q_0 - q(B)]^{1/3} \\ [p(F_c) - p_0]^{1/3} - [p(C) - p_0]^{1/3} &= [p(F_b) - p_0]^{1/3} - [p(B) - p_0]^{1/3} \end{aligned} \quad (3.13;11)$$

oder

$$\begin{aligned} [q_0 - q(C)]^{1/3} \cdot \left[\frac{1 + (q(C) - q(F_c)) / (q_0 - q(C))}{1} \right] &= [q_0 - q(B)]^{1/3} \cdot \left[\frac{1 + (q(B) - q(F_b)) / (q_0 - q(B))}{1} \right] \\ [p(C) - p_0]^{1/3} \cdot \left[\frac{1 + (p(F_c) - p(C)) / (p(C) - p_0)}{1} \right] &= [p(B) - p_0]^{1/3} \cdot \left[\frac{1 + (p(F_b) - p(B)) / (p(B) - p_0)}{1} \right] \end{aligned} \quad (3.13;12)$$

Die mathematischen Entwicklungen von Gleichung (3.13;12) ergeben für kleine $p(F_c) - p(C)$ und $p(F_b) - p(B)$ bzw. $q(F_c) - q(C)$ und $q(F_b) - q(B)$

$$\begin{aligned} [q_0 - q(C)]^{1/3} \cdot [q(C) - q(F_c)] / [3 \cdot [q_0 - q(C)]] &= [q_0 - q(B)]^{1/3} \cdot [q(B) - q(F_b)] / [3 \cdot [q_0 - q(B)]] \\ [p(C) - p_0]^{1/3} \cdot [p(F_c) - p(C)] / [3 \cdot [p(C) - p_0]] &= [p(B) - p_0]^{1/3} \cdot [p(F_b) - p(B)] / [3 \cdot [p(B) - p_0]] \end{aligned} \quad (3.13;13)$$

oder

$$\begin{aligned} q(F_b) - q(B) &= [q_0 - q(B)]^{2/3} / [q_0 - q(C)]^{2/3} \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ p(F_b) - p(B) &= [p(B) - p_0]^{2/3} / [p(C) - p_0]^{2/3} \cdot [p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (3.13;14)$$

oder

$$\begin{aligned} q(F_b) - q(B) &= \left[\frac{1 - [q(B) - q(C)] / [q_0 - q(C)]}{1} \right]^{2/3} \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ p(F_b) - p(B) &= \left[\frac{1 + [p(B) - p(C)] / [p(C) - p_0]}{1} \right]^{2/3} \cdot [p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (3.13;15)$$

Erneute mathematische Entwicklung für kleine $p(B) - p(C)$ bzw. $q(B) - q(C)$ ergibt

$$\begin{aligned} q(F_b) - q(B) &= \left[\frac{1 - (2/3) \cdot [q(B) - q(C)] / [q_0 - q(C)]}{1} \right] \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ p(F_b) - p(B) &= \left[\frac{1 + (2/3) \cdot [p(B) - p(C)] / [p(C) - p_0]}{1} \right] \cdot [p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (3.13;16)$$

oder

$$\begin{aligned} q(F_b) - q(B) &= \left[\frac{1 + \bar{u}_{yb}(C) \cdot [q(B) - q(C)]}{1} \right] \cdot [q(F_c) - q(C)] \\ p(F_b) - p(B) &= \left[\frac{1 + \bar{u}_{rg}(C) \cdot [p(B) - p(C)]}{1} \right] \cdot [p(F_c) - p(C)] \end{aligned} \quad (3.13;17)$$

—GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen—
—lineare Differenzform(LD)—
—Umfeldkombination B und C—
—mathematische Entwicklung der GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen—

mit

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rg}(C) &= (2/3) / [q(C) - q_0] \\ \bar{u}_{yb}(C) &= (2/3) / [p(C) - p_0] \end{aligned} \quad (3.13;18)$$

Zu der hier für $n = P4' = Q4' = 0,3333$ durchgeführten Entwicklung gehören die Konstanten $p_0 = -9,0221$ und $q_0 = 1,6174$ (vergl. Tabelle (3.12;T1)). Zusammen mit den Konstanten $p(C) = 0,3992$ und $q(C) = -1,7907$ ergeben sich

$$\bar{u}_{rg}(C) = 0,07 \quad \bar{u}_{yb}(C) = -0,20 \quad (3.13;19)$$

Wir vergleichen die experimentellen Konstanten \bar{u}_{rg} und \bar{u}_{yb} in der linearen Differenzform der Farbumstimmungsgleichungen (3.11;5) bis (3.11;9) mit den hier ermittelten theoretischen Konstanten \bar{u}_{rg} und \bar{u}_{yb} , die sich aus den GS2ND-Farbstufungsgleichungen nach (3.13;18) für verschiedene Umfeldkombinationen ergeben. *Tabelle (3.13;T1)* enthält unsere experimentellen und die aus der Munsell-Farbstufung abgeleiteten theoretischen Werte für eine Kombination bunter Umfeld B mit den Umfeldern C, D65, W und A.

Umfeldkombination buntes Umfeld B und unbuntes Umfeld U der Lichtart:	U = C	U = D65	U = W	U = A
nach (3.13;4)				
$\bar{u}_{rg}(U)$	0,05	0,05	0,05	0,05
$\bar{u}_{yb}(U)$	-0,29	-0,31	-0,38	-0,66
nach (3.13;18)				
$\bar{u}_{rg}(U)$	0,07	0,07	0,07	0,07
$\bar{u}_{yb}(U)$	-0,20	-0,21	-0,26	-0,45

Tabelle (3.13;T1)

Experimentelle Konstanten \bar{u}_{rg} bzw. \bar{u}_{yb} , berechnet aus den GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;1) nach Gleichung (3.13;4) und theoretische Konstanten \bar{u}_{rg} bzw. \bar{u}_{yb} , berechnet aus den GS2ND-Farbstufungsgleichungen (3.13;5) nach Gleichung (3.13;18)

Die hier aus den Farbstufungsgleichungen entwickelten Gleichungen (3.13;17) bis (3.13;18) zeigen im Aufbau und bezüglich der Konstanten größte Ähnlichkeit mit der linearen Differenzform der Farbumstimmungsgleichungen (3.13;1) bis (3.13;4). Die aus den Farbstufungsgleichungen berechneten Konstanten $\bar{u}_{rg}(C) = 0,07$ und $\bar{u}_{yb}(C) = -0,20$ ergeben sich nach unseren Umstimmungsexperimenten zu $\bar{u}_{rg}(C) = 0,05$ und $\bar{u}_{yb}(C) = -0,29$. Diese relativ gute Übereinstimmung ergibt sich aus der einfachen Annahme, daß die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten der Infeldfarben F_c im

Umfeld C mit denen der Infeldfarben F_b im Umfeld B in haploskopischen Gleichheitseinstellungen in unseren Umstimmungsexperimenten übereinstimmen.

Diese leidliche Übereinstimmung der Konstanten $\bar{u}_{rg}(C)$ und $\bar{u}_{yb}(C)$ aus unseren Farbumstimmungsexperimenten mit deren Herleitung aus den Farbstufungsexperimenten des Munsell-Farbsystems erlaubt die Formulierung von Farberscheinungsgleichungen. Hierbei gehen wir davon aus, daß die aus den Munsell-Stufungsexperimenten hergeleiteten Konstanten etwas genauer sind, weil das Munsell-Farbsystem auf einer größeren Beobachterzahl beruht, als wir sie in unseren Umstimmungsexperimenten verwenden konnten.

Die theoretischen GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;17) bis (3.13;18) sind mathematische Entwicklungen der GS2ND-Farbumstimmungsgleichung (3.13;10). Wegen der relativ guten Bestätigung der Gleichungen (3.13;17) bis (3.13;18) in unseren Umstimmungsexperimenten wird auch die GS2ND-Farbumstimmungsgleichung (3.13;10) bestätigt.

Daher gilt allgemein für beliebige Umfeldkombinationen

$$\begin{aligned} p'(F_b) - p'(B) &= p'(F_c) - p'(C) = p'(F_u) - p'(U) \\ q'(F_b) - q'(B) &= q'(F_c) - q'(C) = q'(F_u) - q'(U) \end{aligned} \quad (3.13;20)$$

— GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen —
— nichtlineare Differenzform(ND) —
— Umfeldkombinationen B und U —

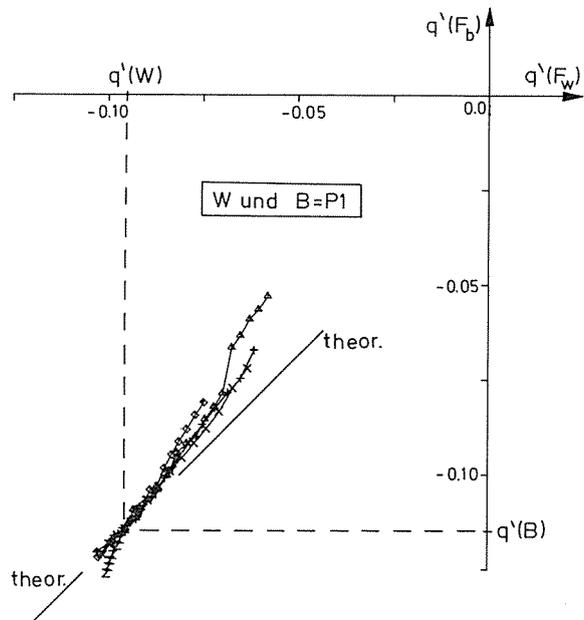
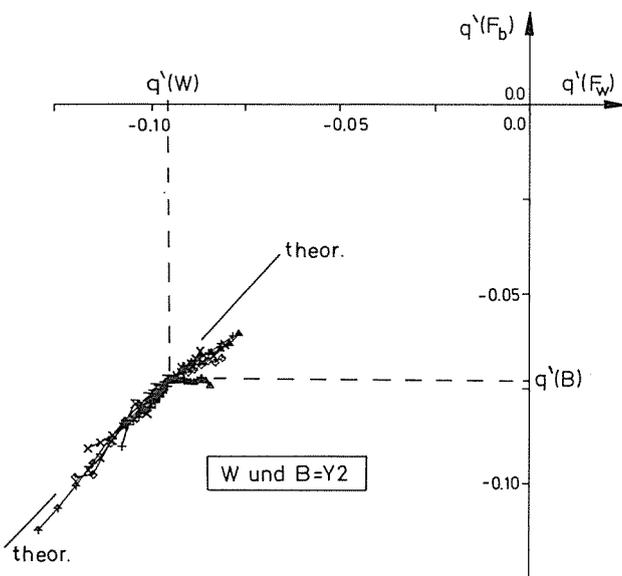
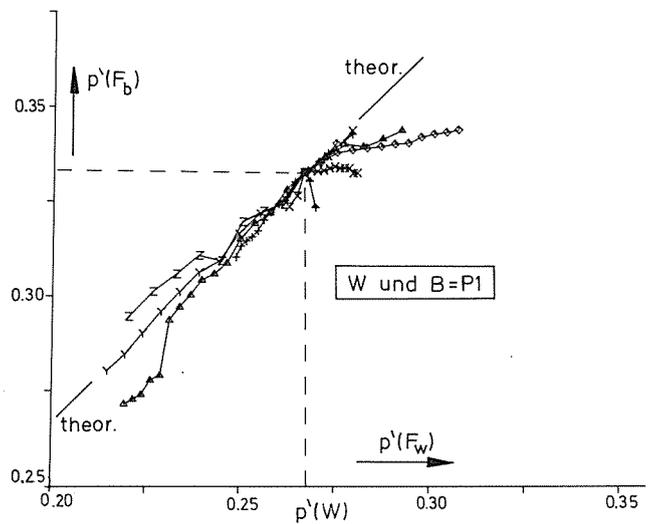
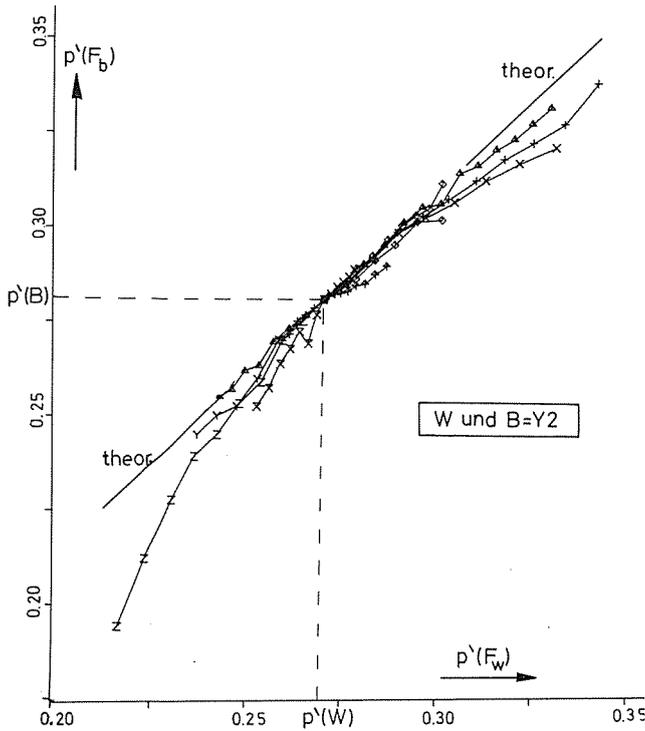


Abbildung (3.13;A1)
Sättigungszahlen $p'(F_b)$ der Infeldfarben F_b als Funktion der Sättigungszahl $p'(F_w)$ der Infeldfarben F_w bzw. $q'(F_b)$ als Funktion von $q'(F_w)$ für die Umfeldkombination W und B = Y2. Beobachter A.N., Hellbezugswert $Y_i(F_w) = 30$. Die gleichen Experimente wurden bereits in Abbildung (1.53;A1) und (1.62;A1) dargestellt

Abbildung (3.13;A2)
Sättigungszahlen $p'(F_b)$ der Infeldfarben F_b als Funktion der Sättigungszahlen $p'(F_w)$ der Infeldfarben F_w bzw. $q'(F_b)$ als Funktion von $q'(F_w)$ für die Umfeldkombination W und B = P1. Beobachter A.N., Hellbezugswert $Y_i(F_w) = 30$. Die gleichen Experimente wurden bereits in Abbildung (1.53;A2) und (1.62;A2) dargestellt

Die Abbildungen (3.13;A1) und (3.13;A2) bestätigen, daß diese GS2ND-Umstimmungsgleichungen näherungsweise für $(B,U) = (Y2,W)$ und $(P1,W)$ gelten. Die Gültigkeit der GS2ND-Farbumstimmungsgleichung (3.13;10) erfordert zugleich die Gültigkeit von Gleichung (3.13;9), das heißt wir können die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheiten jetzt nicht nur für Infeldfarben F_c im Umfeld der Normlichtart C, sondern auch für Infeldfarben F_b in beliebigen bunten Umfeldern B berechnen. Es gelten analog den Gleichungen (3.13;5) bis (3.13;7) mit großer Wahrscheinlichkeit die folgenden GS2ND-Farberscheinungsgleichungen

$$C_{yb}(F_b, B) = 100 \cdot [q'(F_b) - q'(B) + t_{ybo}] \cdot Y(F_b)^{1/3} + 100 \cdot t_{ybv} \cdot [V(F_b) - V(B)]$$

$$C_{rg}(F_b, B) = 100 \cdot [p'(F_b) - p'(B) + t_{rgo}] \cdot Y(F_b)^{1/3} + 100 \cdot t_{rgv} \cdot [V(F_b) - V(B)] \quad (3.13;21)$$

— GS2ND-Farberscheinungsgleichungen —
 — nichtlineare Differenzform(ND) —
 — gültig für beliebige Infeldfarben F_b im Umfeld B —

mit

$$t_{ybv} = -0,001155 \quad t_{rgv} = 0,001537 \quad (3.13;22)$$

$$t_{ybo} = -0,001708 \quad t_{rgo} = 0,0006668$$

und den Sättigungszahlen

$$q' = 0,01 \cdot Q_0' \cdot [q_0 - q]^{Q_4'} = -0,06958 \cdot [1,6174 - q]^{1/3}$$

$$p' = 0,01 \cdot P_0' \cdot [p - p_0]^{P_4'} = 0,1269 \cdot [p + 9,0221]^{1/3} \quad (3.13;23)$$

und den Sättigungswerten

$$p = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2688) / y \quad (3.13;24)$$

$$q = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y$$

sowie der Helligkeitszahl

$$V = A_1 \cdot \llbracket [A_2 + A_3 \cdot Y]^{A_4} + A_5 \rrbracket$$

$$= 1,7942 \cdot \llbracket [0,5709 + 2,8164 \cdot Y]^{1/3} - 1 \rrbracket \quad (3.13;25)$$

Die Konstanten t_{rgo} und t_{ybo} sind bei vollständiger Farbumstimmung an ein Umfeld jeder Lichtart B wahrscheinlich gleich Null (vergl. die Werte $e_{rgo} \cong 0$ und $e_{ybo} \cong 0$ bei der Munsell-Farbstufung im Umfeld Ex nach Gleichung (3.12;8)). Bei teilweiser Farbumstimmung sind die Konstanten t_{rgo} und t_{ybo} verschieden von Null. Die Konstanten t_{rgv} und t_{ybv} können sich je nach Umfeld B ändern, wir schließen jedoch eine Änderung bis zu einer experimentellen Klärung vorläufig aus. Dann können wir den empfindungsgemäßen Farbton entsprechend Abschnitt (2.51) für beliebige Umfeldern B berechnen. Es gilt für Unbunt im Umfeld B

$$q'(M_{vb}) = -t_{ybv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + q'(B) - t_{ybo}$$

$$p'(M_{yb}) = -t_{rgv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + p'(B) - t_{rgo} \quad (3.13;26)$$

und für die Rot-Grün-, die Gelb-Blau- und radialen Ursätti-

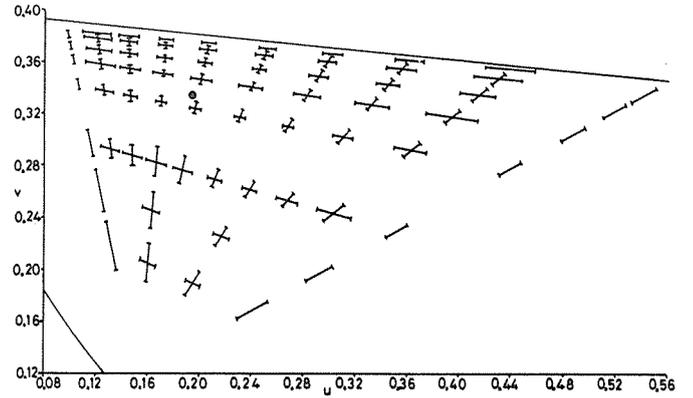


Abbildung (3.13;A3)

Gerade unterscheidbare Farbdifferenzen nach Pointer [35] in der (u,v) -Farbtafel des Farbsystems CIEUVW von 1964 bei Farbstimmung an die Normlichtart D65. Adaptionsleuchtdichte 3400 cd/m^2 ; Infeldgröße 1,6 Grad; Umfeldgröße 15 Grad. Ein Vergleich mit Abbildung (3.13;A4) bestätigt die Unabhängigkeit der Farbdifferenzen von der Farbstimmung in Übereinstimmung mit der GS2-Farbabstandsformel (3.13;30)

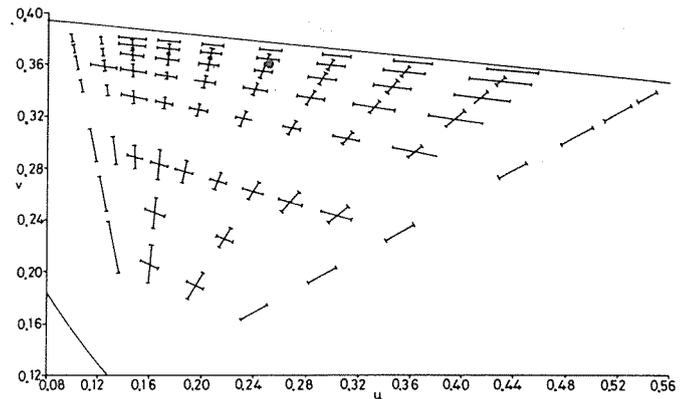


Abbildung (3.13;A4)

Gerade unterscheidbare Farbdifferenzen nach Pointer [35] in der (u,v) -Farbtafel des Farbsystems CIEUVW von 1964 bei Farbstimmung an die Normlichtart A. Adaptionsleuchtdichte 3400 cd/m^2 ; Infeldgröße 1,6 Grad; Umfeldgröße 15 Grad. Ein Vergleich mit Abbildung (3.13;A3) bestätigt die Unabhängigkeit der Farbdifferenzen von der Farbstimmung in Übereinstimmung mit der GS2-Farbabstandsformel (3.13;30)

gungszahlen p^+ und q^+ im Urfarbdiagramm (p^+, q^+) entsprechend den Gleichungen (2.51;18) bis (2.51;20)

$$p^+(F_b, M_{vb}) = p'(F_b) - p'(M_{vb})$$

$$q^+(F_b, M_{vb}) = q'(F_b) - q'(M_{vb}) \cdot \llbracket 1 - 0,0426 \cdot |p'(F_b) - p'(M_{vb})|^{2/3} \rrbracket \quad (3.13;27)$$

$$p_r^+(F_b, M_{vb}) = [p^+(F_b, M_{vb})^2 + q^+(F_b, M_{vb})^2]^{1/2} \quad (3.13;28)$$

Es folgt für die Urfarbtonzahl τ^+

$$\sin \tau^+ = q^+(F_b, M_{vb}) / p_r^+(F_b, M_{vb}) \quad (3.13;29)$$

$$\cos \tau^+ = p^+(F_b, M_{vb}) / p_r^+(F_b, M_{vb})$$

und für den Gelb-, Rot-, Blau- und Grün-Urfarbanteil gelten die Gleichungen (2.51;23) bis (2.51;26).

Die Buntheitsstufungen, Gleichungen (3.12;7) bis (3.12;8),

sowie die Helligkeitsstufung, Gleichung (3.12;11), definieren die GS2-Farbabstandsformel. Es gilt für den Farbabstand von zwei Farben F_1 und F_2 im Umfeld jeder Lichtart B nach Gleichung (2.43;8)

$$\Delta E(F_1, F_2) = 10 \cdot \left[[V(F_1) - V(F_2)]^2 + [0,5 \cdot C_{rg}(F_1, B) - 0,5 \cdot C_{rg}(F_2, B)]^2 + [0,5 \cdot C_{yb}(F_1, B) - 0,5 \cdot C_{yb}(F_2, B)]^2 \right]^{1/2} \quad (3.13;30)$$

— GS2-Farbabstandsformel —
— allgemein gültige Form —
— Umfeld beliebige Lichtart B —

Mit den Abkürzungen (2.43;10)

$$\begin{aligned} V^*(F_b) &= 10 \cdot V(F_b) \\ Q^*(F_b) &= 500 \cdot q'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3} \\ P^*(F_b) &= 500 \cdot p'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.13;31)$$

erhält man aus (3.13;30) für Farben F_1 und F_2 mit angenähert gleichen Hellbezugswerten $Y(F_1) = Y(F_2)$ die Farbabstandsformel (vergl. Abschnitt (2.41))

$$\Delta E(F_1, F_2) = \left[[V^*(F_2) - V^*(F_1)]^2 + [P^*(F_2) - P^*(F_1)]^2 + [Q^*(F_2) - Q^*(F_1)]^2 \right]^{1/2} \quad (3.13;32)$$

— GS2-Farbabstandsformel —
— Näherung für Farben F_1 und F_2 mit $Y(F_1) \cong Y(F_2)$ —
— Umfeld beliebige Lichtart B —

Die Farbabstände sind in Übereinstimmung mit Experimenten von Pointer [35], der für Farben mit gleichem Hellbezugswert näherungsweise gleiche Farbunterschiede bei den Farbstimmungen der Normlichtart D65 und A gefunden hat (vergl. Abbildungen (3.13;A3) und (3.13;A4)), *unabhängig* von der Farbstimmung. Es entfallen nämlich in der GS2-Farbabstandsformel (3.13;30) wegen des linear additiven Aufbaus der Buntheit $C_{yb}(F_b, B)$ bzw. $C_{yb}(F_b, B)$ aus der *Differenz* von Infeld- und Umfeldsättigungszahlen $p'(F_b) - p'(B)$ bzw. $q'(F_b) - q'(B)$ die Umfeldsättigungszahlen $p'(B)$ und $q'(B)$ bei Bildung der Farbabstände von *zwei* Farben F_1 und F_2 .

Wir fassen zusammen:

Die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21) beinhalten die Gesetzmäßigkeiten der Farbumstimmung (GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20)) und Farbstufung (GS2ND-Farbstufungsgleichungen (3.13;5)) für beliebige Umfeld B bei vollständiger Umstimmung an diese. Die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen können wahrscheinlich auch für teilweise Farbumstimmung angewendet werden, wenn die Konstanten t_{rg0} und t_{yb0} in jedem Einzelfall ermittelt sind.

Unsere experimentellen GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;1) sind nach Gleichung (3.13;17) mathematische Entwicklungen der GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20) und gehen damit ebenfalls aus den GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21) hervor.

3.2 Anwendung der Farberscheinungsgleichungen für beliebige Farbstimmung

Wir haben in Abschnitt 2.5 die Ziele der höheren Farbmetrik dargestellt. Die höhere Farbmetrik versucht, Farben mit empfindungsgemäß gleichen Farbmerkmalen bei unbunten und bunten Umfeldern, sowohl bei teilweiser wie völliger Farbumstimmung an das jeweilige Umfeld zu beschreiben. Während wir in Teil 2 dieses Berichtes nur die empfindungsgemäßen Farbmerkmale bei einem unbunten Umfeld der Normlichtart C beschreiben konnten, erlauben es nun die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21), die empfindungsgemäßen Farbmerkmale bei beliebigen (bunten) Umfeldern U, zum Beispiel von der Farbart der Normlichtart A zu beschreiben.

Wir wollen uns im folgenden ausschließlich mit dem Grenzfall *völliger* Farbumstimmung an das jeweilige Umfeld U beschäftigen. Den Spezialfall teilweiser Farbumstimmung, der bei stark gesättigten Umfeldern eine größere Rolle spielt, klammern wir vorerst aus, bis eine experimentelle Klärung der Größe der jeweiligen Umstimmungsgrade in verschiedenen Sehsituationen erfolgt ist.

3.21 Farben gleichen Farbtons bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung

Für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit folgt aus den GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21) bis (3.13;25)

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_b, B) &= 100 \cdot [q'(F_b) - q'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3} \\ C_{rg}(F_b, B) &= 100 \cdot [p'(F_b) - p'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.21;1)$$

mit den Sättigungszahlen

$$\begin{aligned} q'(M_{vb}) &= -t_{ybv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + q'(B) - t_{ybo} \\ p'(M_{vb}) &= -t_{rgv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + p'(B) - t_{rgo} \end{aligned} \quad (3.21;2)$$

und den Sättigungszahlschwellen

$$\begin{aligned} t_{ybv} &= -0,001155 & t_{rgv} &= 0,001537 \\ t_{ybo} &= -0,001708 & t_{rgo} &= 0,0006668 \end{aligned} \quad (3.21;3)$$

Für den Zusammenhang der Sättigungszahlen und Sättigungswerte gilt

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [q_0 - q]^{Q4'} = -0,06958 \cdot [1,6174 - q]^{1/3} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [p - p_0]^{P4'} = 0,1269 \cdot [p + 9,0221]^{1/3} \end{aligned} \quad (3.21;4)$$

und für den mit den Normfarbwertanteilen

$$\begin{aligned} p &= (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2668) / y \\ q &= (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y \end{aligned} \quad (3.21;5)$$

Für die Helligkeitszahl V gilt

$$V = 1,7942 \cdot \left[[0,5709 + 2,8164 \cdot Y]^{1/3} - 1 \right] \quad (3.21;6)$$

Die Ursättigungszahlen des Urfarbdigramms (p^+, q^+) und die Urfarbtonzahl τ^+ ergeben sich aus den Gleichungen (3.13;27) bis (3.13;29)

$$p^+(F_b, M_{vb}) = p'(F_b) - p'(M_{vb}) \quad (3.21;7)$$

$$q^+(F_b, M_{vb}) = q'(F_b) - q'(M_{vb}) \cdot \left[1 - 0,0426 \cdot |p'(F_b) - p'(M_{vb})|^{2/3} \right]$$

$$p_r^+(F_b, M_{vb}) = [p^+(F_b, M_{vb})^2 + q^+(F_b, M_{vb})^2]^{1/2} \quad (3.21;8)$$

Es folgt für die Urfarbtonzahl τ^+

$$\sin \tau^+ = q^+(F_b, M_{vb}) / p_r^+(F_b, M_{vb}) \quad (3.21;9)$$

$$\cos \tau^+ = p^+(F_b, M_{vb}) / p_r^+(F_b, M_{vb})$$

Für den Gelb-, Rot-, Blau- und Grün-Urfarbtonanteil gelten die Gleichungen (2.51;23) bis (2.51;26)

$$\text{Gelb-Urfarbtonanteil in \%} = \left[1 - |1 - \tau^+ / 90| \right] \cdot 100\% \quad \text{für } 0 < \tau^+ < 180 \text{ Grad} \quad (3.21;10)$$

$$\text{Rot-Urfarbtonanteil in \%} = \left[1 - |\tau^+ / 90| \right] \cdot 100\% \quad \text{für } -90 < \tau^+ < 90 \text{ Grad} \quad (3.21;11)$$

$$\text{Blau-Urfarbtonanteil in \%} = \left[1 - |3 - \tau^+ / 90| \right] \cdot 100\% \quad \text{für } 180 < \tau^+ < 360 \text{ Grad} \quad (3.21;12)$$

$$\text{Grün-Urfarbtonanteil in \%} = \left[1 - |2 - \tau^+ / 90| \right] \cdot 100\% \quad \text{für } 90 < \tau^+ < 270 \text{ Grad} \quad (3.21;13)$$

Mit den Gleichungen (3.21;1) bis (3.21;13) haben wir bei völliger Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A die Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtonzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad und für die Helligkeiten $V(F_a) = 2, 5$ und 8 berechnet. Die so berechneten Farben von gleichem empfindungsgemäßen Farbton sind in den Abbildungen (3.21;A1) bis (3.21;A3) in der Normfarbtafel (x,y), der Farbtafel (p',q') und im Urfarbdigramm (p⁺,q⁺) an-

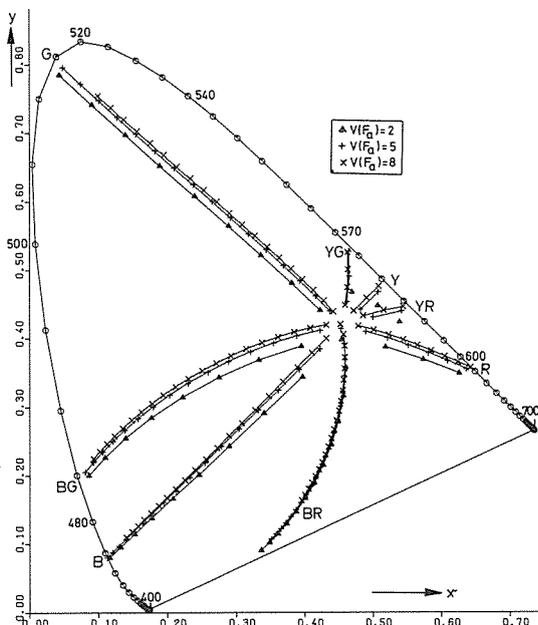


Abbildung (3.21;A1)
Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtonzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad in der Normfarbtafel (x,y) für völlige Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A für die Helligkeiten $V(F_a) = 2, 5, 8$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (3.21;1) bis (3.21;13) durchgeführt

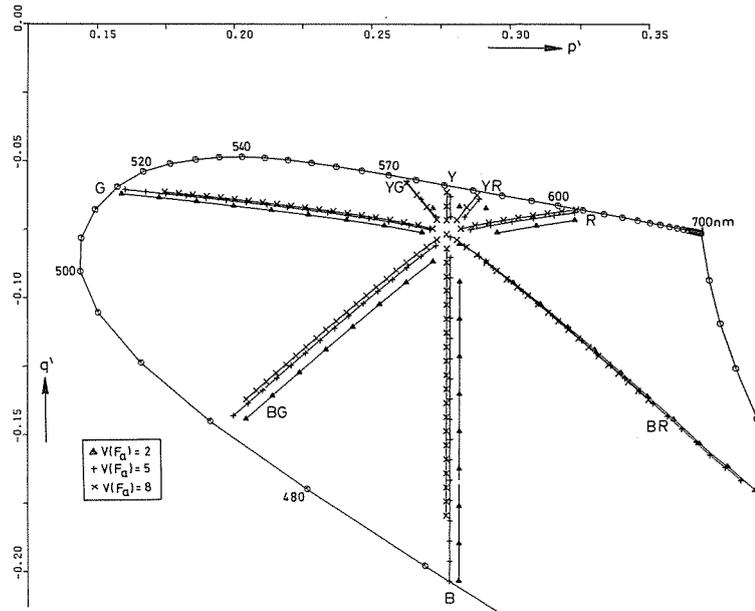


Abbildung (3.21;A2)
Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtonzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad in der Farbtafel (p',q') für völlige Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A für die Helligkeiten $V(F_a) = 2, 5, 8$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (3.21;1) bis (3.21;13) durchgeführt. Diese Abbildung kann mit der Abbildung (2.51;A9) für Normlichtart C verglichen werden

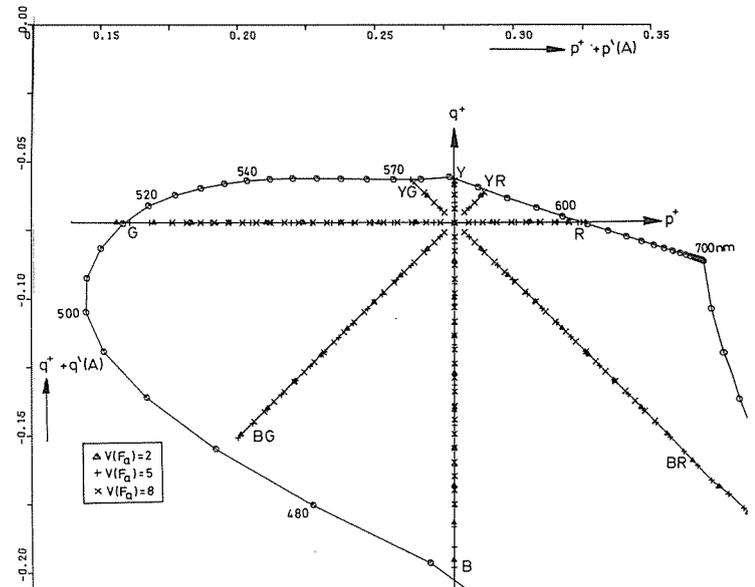


Abbildung (3.21;A3)
Ur- und Mittelfarbtöne für die Urfarbtonzahlen $\tau^+ = 0, 45, \dots, 315$ Grad im Urfarbdigramm (p⁺,q⁺) für völlige Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A für die Helligkeiten $V(F_a) = 2, 5, 8$. Die Berechnungen wurden mit den Gleichungen (3.21;1) bis (3.21;13) durchgeführt. Diese Abbildung kann mit der Abbildung (2.51;A10) für Normlichtart C verglichen werden

gegeben. Für den Farbort der Normlichtart A gilt nach Tabelle (1.40;T1)

$$\begin{aligned} x(A) &= 0,4476 & p(A) &= 1,6054 \\ y(A) &= 0,4074 & q(A) &= 0,1465 \\ p'(A) &= 0,2789 & q'(A) &= -0,0791 \end{aligned} \quad (3.21;14)$$

Die Abbildungen (3.21;A1) bis (3.21;A3) für Normlichtart A entsprechen den Abbildungen (2.51;A8) bis (2.51;A10) für Normlichtart C.

3.22 Farben gleicher Buntheit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung

Für die Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit folgt aus den GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21) bis (3.13;25)

$$\begin{aligned} C_{yb}(F_b, B) &= 100 \cdot [q'(F_b) - q'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3} \\ C_{rg}(F_b, B) &= 100 \cdot [p'(F_b) - p'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.22;1)$$

mit den Sättigungszahlen

$$\begin{aligned} q'(M_{vb}) &= -t_{ybv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + q'(B) - t_{ybo} \\ p'(M_{vb}) &= -t_{rgv} \cdot [V(F_b) - V(B)] / Y(F_b)^{1/3} + p'(B) - t_{rgo} \end{aligned} \quad (3.22;2)$$

und den Sättigungszahlenschwellen

$$\begin{aligned} t_{ybv} &= -0,001155 & t_{rgv} &= 0,001537 \\ t_{ybo} &= -0,001708 & t_{rgo} &= 0,0006668 \end{aligned} \quad (3.22;3)$$

Für den Zusammenhang der Sättigungszahlen und Sättigungswerte gilt

$$\begin{aligned} q' &= 0,01 \cdot Q0' \cdot [q0 - q]^{Q4'} = -0,06958 \cdot [1,6174 - q]^{1/3} \\ p' &= 0,01 \cdot P0' \cdot [p - p0]^{P4'} = 0,1269 \cdot [p + 9,0221]^{1/3} \end{aligned} \quad (3.22;4)$$

und für den mit den Normfarbwertanteilen

$$\begin{aligned} p &= (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2688) / y \\ q &= (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y \end{aligned} \quad (3.22;5)$$

Für die Helligkeitszahl V gilt

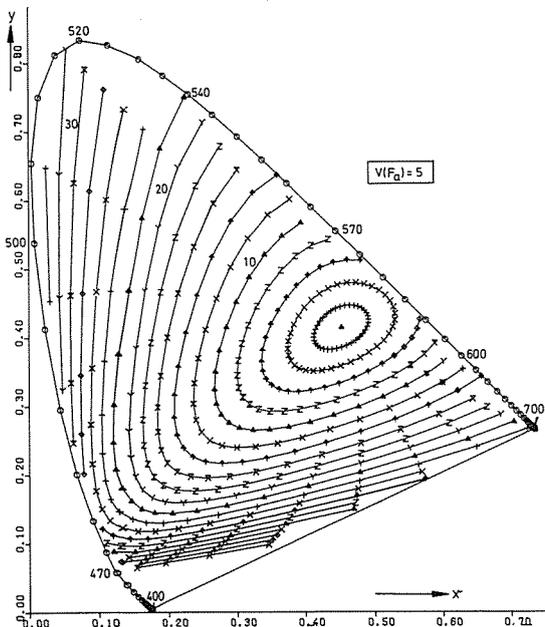


Abbildung (3.22;A1)
Farben der radialen Buntheit $C_r(F_a, A) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{va} in der Normfarbtafel (x, y) für die Helligkeit $V(F_a) = 5$ bei völliger Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A. Diese Abbildung wurde mit den Gleichungen (3.22;1) bis (3.22;8) berechnet und kann mit der Abbildung (2.52;A7) für ein Umfeld mit der Farbart C verglichen werden

$$V = 1,7942 \cdot \left[\left[0,5709 + 2,8164 \cdot Y \right]^{1/3} - 1 \right] \quad (3.22;6)$$

Wir definieren als radiale Sättigungszahl $p_r'(F_b, M_{vb})$

$$p_r'(F_b, M_{vb}) = \left[\left[p'(F_b) - p'(M_{vb}) \right]^2 + \left[q'(F_b) - q'(M_{vb}) \right]^2 \right]^{1/2} \quad (3.22;7)$$

Dann folgt für die Farbtonzahl τ' in der Farbtafel (p', q')

$$\begin{aligned} \cos \tau' &= [q'(F_b) - q'(M_{vb})] / p_r'(F_b, M_{vb}) \\ \sin \tau' &= [p'(F_b) - p'(M_{vb})] / p_r'(F_b, M_{vb}) \end{aligned} \quad (3.22;8)$$

Mit den Gleichungen (3.22;1) bis (3.22;8) haben wir die Farben der Buntheiten $C_r(F_b, M_{vb}) = 2, 4, 6, \dots$ für vollständige Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A berechnet. Die Abbildungen (3.22;A1) bis (3.22;A2) zeigen die Farben gleicher Buntheit für die Helligkeit $V(F_a) = 5$ in der Normfarbtafel (x, y) und der Farbtafel (p', q') . Die Abbildungen (3.22;A1) und (3.22;A2) für Normlichtart A entsprechen den Abbildungen (2.52;A7) und (2.52;A5) für Normlichtart C. Man beachte, daß die „Sättigungskreise“ in der Farbtafel (p', q') nur um die Farbtondifferenzen $p'(A) - p'(C)$ bzw. $q'(A) - q'(C)$ der Umfelder A und C entsprechend den GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20) verschoben sind.

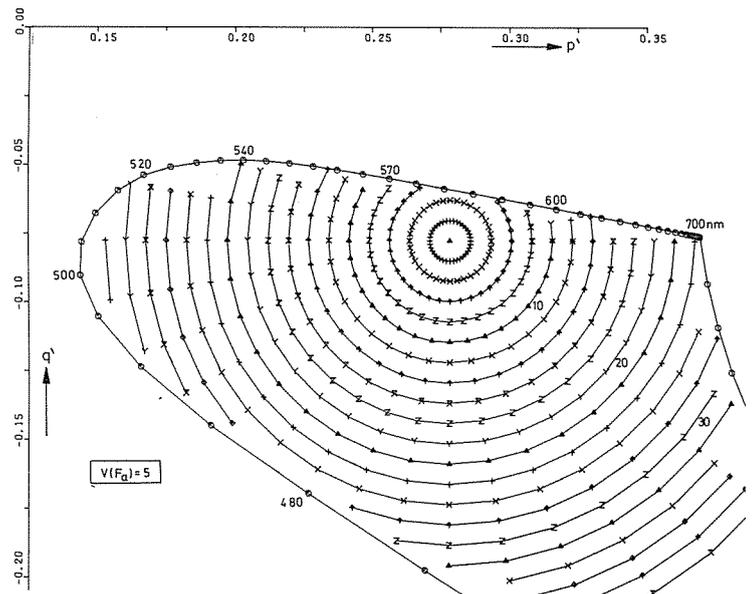


Abbildung (3.22;A2)
Farben der radialen Buntheit $C_r(F_a, A) = 2, 4, 6, \dots$ und von Unbunt M_{va} in der Farbtafel (p', q') für die Helligkeit $V(F_a) = 5$ bei völliger Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A. Diese Abbildung wurde mit den Gleichungen (3.22;1) bis (3.22;8) berechnet und kann mit der Abbildung (2.52;A5) für ein Umfeld mit der Farbart C verglichen werden

3.23 Farben gleicher Sättigung bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung

Für Farben der radialen Sättigung gilt entsprechend Gleichung (2.53;1)

$$S_r(F_b, B) = C_r(F_b, B) / Y(F_b)^{1/3} \quad (3.23;1)$$

Wegen der Gleichungen für die radiale Buntheit

$$C_r(F_b, B) = \left[C_{rg}(F_b, B)^2 + C_{yb}(F_b, B)^2 \right]^{1/2} \quad (3.23;2)$$

folgt mit (3.21;1) für die Rot-Grün- und Gelb-Blau-Buntheiten

$$C_{rg}(F_b, B) = 100 \cdot [p'(F_b) - p'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3}$$

$$C_{yb}(F_b, B) = 100 \cdot [q'(F_b) - q'(M_{vb})] \cdot Y(F_b)^{1/3} \quad (3.23;3)$$

Wir verwenden wie in Abschnitt (2.53) die Näherungen

$$p'(B) \cong p'(M_{vb}) \quad (3.23;4)$$

$$q'(B) \cong q'(M_{vb})$$

und erhalten durch Einsetzen in (3.23;3) mit (3.23;1)

$$S_r(F_b, B) = 100 \cdot \left\{ [p'(F_b) - p'(B)]^2 + [q'(F_b) - q'(B)]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.23;5)$$

Farben gleicher Sättigung liegen daher bei vollständiger Farbumstimmung auf gleich großen *Kreisen* um den Farbort von B in der Farborttafel (p', q') *unabhängig* von ihrem Hellbezugswert $Y(F_b)$.

3.24 Farben gleicher Graueit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung

Evans und Swenholt haben 1969 in [15] die Farben gleicher Graueit $V_{Gw}[Y(F_b)] = 0$ bei Farbumstimmung an ausgewählte bunte Umfelder experimentell bestimmt. *Abbildung (3.24;A1)* zeigt die Evans-Swenholt-Experimente, die für drei gesättigte Umfelder B mit den farbtongleichen Wellenlängen 475 nm, 526 nm und 608 nm durchgeführt wurden. Die G_{0w} -Infeldfarben hatten ebenfalls nahezu spektrale Sättigung.

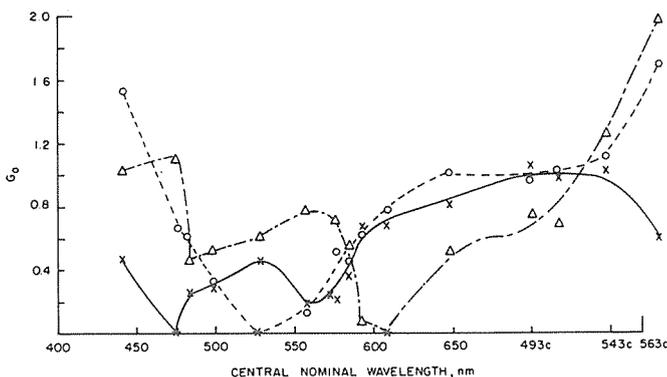


Abbildung (3.24;A1)
 G_{0w} -Farben $G_{0w}F_b$ bei Farbumstimmung an ausgewählte spektral gesättigte Umfelder ($\lambda_b = 475 \text{ nm}, 528 \text{ nm}, 608 \text{ nm}$) für Infeldfarben $F_b = \lambda_b$ von nahezu spektraler Sättigung nach Evans und Swenholt [15]. Unsere theoretische Beschreibung dieser Experimente erfolgt durch *Abbildung (3.24;A2)*

Versucht man, die Beschreibung der G_{0w} -Infeldfarben bei einem Umfeld der Normlichtart C, die durch die Gleichungen (2.57;15) bis (2.57;16) definiert ist,

$$Y(C) / Y(G_{0w}F_c) = 1 + p_r(F_c, C) \cdot \bar{k}(F_c) \quad (3.24;1)$$

$$\bar{k}(F_c) = [eo \cdot do + p_r(F_c, C)] / [do + p_r(F_c, C)] \quad (3.24;2)$$

auf beliebige Umfelder der Lichtart B zu übertragen, so wird man die GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.11;5) bis (3.11;8) für $U = C$ verwenden müssen.

Es gilt

$$\begin{vmatrix} p(F_b) - p(B) \\ q(F_b) - q(B) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{rg}(B, C) & 0 \\ 0 & D_{yb}(B, C) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p(F_c) - p(C) \\ q(F_c) - q(C) \end{vmatrix} \quad (3.24;3)$$

— GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen —
— lineare Differenzform (LD) —
— Umfeldkombination B und C —

mit

$$D_{rg}(B, C) = 1,00 + 0,05 \cdot [p(B) - p(C)] \quad (3.24;4)$$

$$D_{yb}(B, C) = 1,00 - 0,29 \cdot [q(B) - q(C)]$$

Hiernach entsprechen sich

$$\hat{p}_r(F_b, B) = \left\{ [p(F_b) - p(B)] / D_{rg}(B, C) \right\}^2 + \left\{ [q(F_b) - q(B)] / D_{yb}(B, C) \right\}^2 \Bigg\}^{1/2} = \left\{ [p(F_c) - p(C)]^2 + [q(F_c) - q(C)]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.24;5)$$

Wahrscheinlich gilt für die G_{0w} -Farben in beliebigen bunten Umfeldern B

$$Y(B) / Y(G_{0w}F_b) = 1 + \hat{p}_r(F_b, B) \cdot \bar{k}(F_b) \quad (3.24;6)$$

mit

$$\bar{k}(F_b) = [eo \cdot do + \hat{p}_r(F_b, B)] / [do + \hat{p}_r(F_b, B)] \quad (3.24;7)$$

und $\hat{p}_r(F_b, B)$ von Gleichung (3.24;5).

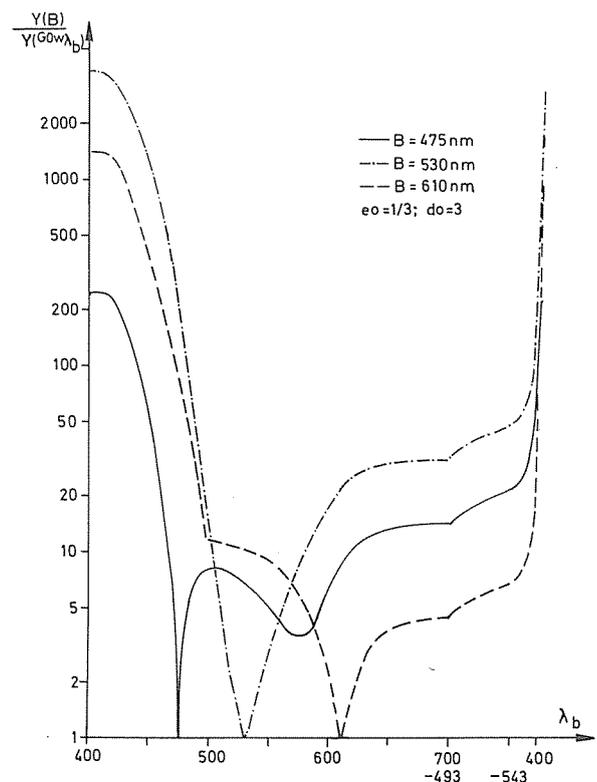


Abbildung (3.24;A2)
 G_{0w} -Farben $G_{0w}F_b$ bei Farbumstimmung an ausgewählte spektral gesättigte Umfelder ($\lambda_b = 475 \text{ nm}, 530 \text{ nm}, 610 \text{ nm}$) für Infeldfarben $F_b = \lambda_b$, berechnet mit den Gleichungen (3.24;3) bis (3.24;7). Diese *Abbildung* kann mit der *Abbildung (3.24;A1)* verglichen werden, die Experimente von Evans und Swenholt zeigt

Wir haben die G_{0W} -Infeldfarben in den von Evans und Swenholt verwendeten Umfeldern B bei vollständiger Farbumstimmung an diese nach Gleichung (3.24;4) bis (3.24;7) berechnet. Für spektral gesättigte Infeldfarben $F_a = \lambda_a$ haben wir die Ergebnisse in *Abbildung (3.24;A2)* dargestellt. *Abbildung (3.24;A3)* zeigt die G_{0W} -Infeldfarben für ein Umfeld der Normlichtart A bei vollständiger Farbumstimmung an dieses in der Normfarbtabelle (x, y).

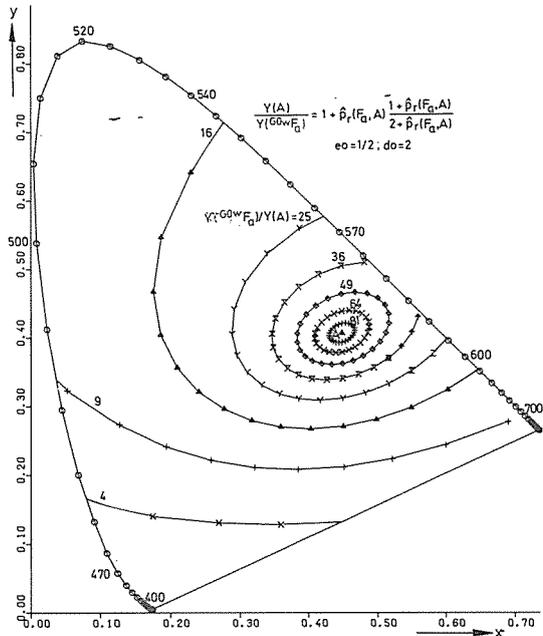


Abbildung (3.24;A3)
 G_{0W} -Farben $G_{0W}F_a$ bei Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbarte der Normlichtart A in der Normfarbtabelle (x, y). Berechnet mit den Gleichungen (3.24;3) bis (3.24;7). Diese Abbildung kann mit der Abbildung (2.55;A5) verglichen werden, welche G_{0W} -Farben F_c im Umfeld mit der Farbarte der Normlichtart C zeigt

Vergleicht man die auf den Evans-Swenholt-Experimenten beruhende Abbildung (3.24;A1) mit der entsprechenden Abbildung (3.24;A2), die wir mit aus unseren GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen herleiteten, so stellt man eine qualitative Übereinstimmung fest. Wir vermuten, daß die Unterschiede zwischen Theorie und Evans-Swenholt-Experimenten zum Teil auf den im Experiment unbekanntem Grad der Farbumstimmung an die stark gesättigten Umfeldler, zum Teil auch auf die nicht spektral gesättigten Infelder zurückzuführen sind.

3.25 Farben gleicher Hellheit bei beliebiger vollständiger Farbumstimmung

Man kann versuchen, die indirekte Beschreibung der L_{10W} -Infeldfarben bei einem Umfeld der Normlichtart C, welche durch die Gleichung (2.58;2) definiert ist

$$Y(C) / Y(L_{10W}F_c) = co \cdot \left[\frac{Y(C) / Y(G_{0W}F_c) - 1}{C_r(F_c, C)} \right] \cdot Y(F_c)^{1/3} \quad (3.25;1)$$

auf beliebige Umfeldler der Lichtart B zu übertragen.

Für die G_{0W} -Farben gilt bei beliebigen Umfeldern B nach Gleichung (3.24;4) bis (3.24;7)

$$Y(B) / Y(G_{0W}F_b) = 1 + \hat{p}_r(F_b, B) \cdot \bar{k}(F_b) \quad (3.25;2)$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{p}_r(F_b, B) &= \left[\left[\frac{p(F_b) - p(B)}{D_{rg}(B, C)} \right]^2 + \left[\frac{q(F_b) - q(B)}{D_{yb}(B, C)} \right]^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[\left[\frac{p(F_c) - p(C)}{D_{rg}(B, C)} \right]^2 + \left[\frac{q(F_c) - q(C)}{D_{yb}(B, C)} \right]^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.25;3)$$

und

$$\begin{aligned} D_{rg}(B, C) &= 1,00 + 0,05 \cdot [p(B) - p(C)] \\ D_{yb}(B, C) &= 1,00 - 0,29 \cdot [q(B) - q(C)] \end{aligned} \quad (3.25;4)$$

und

$$\bar{k}(F_b) = [eo \cdot do + \hat{p}_r(F_b, B)] / [do + \hat{p}_r(F_b, B)] \quad (3.25;5)$$

Für die radiale Buntheit $C_r(F_b, B)$ von Infeldfarben F_b in beliebigen Umfeldern B gilt bei vollständiger Farbumstimmung nach Gleichung (3.22;1) unter Benutzung der Näherung $p'(M_{yb}) \approx p'(B)$ und $q'(M_{yb}) \approx q'(B)$

$$C_r(F_b, B) = \left[C_{rg}(F_b, B)^2 + C_{yb}(F_b, B)^2 \right]^{1/2} \quad (3.25;6)$$

mit der Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheit

$$\begin{aligned} C_{rg}(F_b, B) &= 100 \cdot [p'(F_b) - p'(B)] \cdot Y(F_b)^{1/3} \\ C_{yb}(F_b, B) &= 100 \cdot [q'(F_b) - q'(B)] \cdot Y(F_b)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.25;7)$$

Wahrscheinlich gilt daher für L_{10W} -Farben in beliebigen Umfeldern B

$$Y(B) / Y(L_{10W}F_b) = co \cdot \left[\frac{Y(B) / Y(G_{0W}F_b) - 1}{C_r(F_b, B)} \right] \cdot Y(F_b)^{1/3} \quad (3.25;8)$$

mit $[Y(B) / Y(G_{0W}F_b) - 1]$ nach den Gleichungen (3.25;2) bis (3.25;5) und $C_r(F_b, B)$ nach den Gleichungen (3.25;6) bis (3.25;7).

Experimente, an denen wir die Voraussagen von Gleichung (3.25;8) überprüfen könnten, sind uns unbekannt. Wir nehmen an, daß eine bisher nicht durchgeführte Analyse der Hellbezugswerte unserer Umstimmungsdaten im Anhang Nr. 2, die zu gleichaussehenden Farben gleicher Hellheit in verschiedenen Umfeldern gehören, erste Anhaltspunkte über die Gültigkeit von Gleichung (3.25;8) liefern kann.

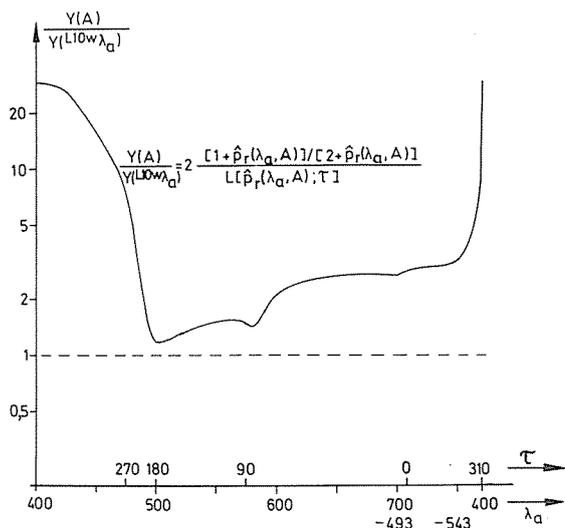


Abbildung (3.25;A1)
 L_{10W} -Farben $L_{10W}F_a$ bei Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbarte der Normlichtart A als Funktion der Wellenlänge λ_b . Berechnet mit den Gleichungen (3.25;2) bis (3.25;8). Diese Abbildung kann mit der Abbildung (2.58;A2) verglichen werden, welche L_{10W} -Infeldfarben F_c im Umfeld mit der Farbarte der Normlichtart C zeigt

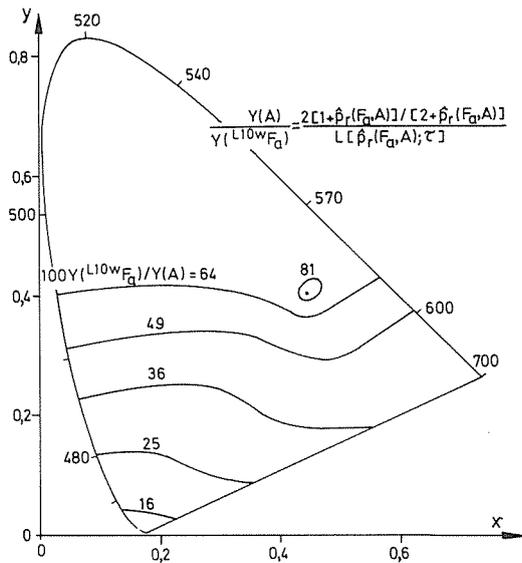


Abbildung (3.25;A2)
 L_{10w} -Farben $L_{10w}F_a$ bei Farbumstimmung an ein Umfeld mit der Farbart der Normlichtart A in der Normfarbtafel (x,y) . Berechnet mit den Gleichungen (3.25;2) bis (3.25;8). Diese Abbildung kann mit der Abbildung (2.58;A4) verglichen werden, welche L_{10w} -Farben F_c im Umfeld mit der Farbart der Normlichtart C zeigt

Die Abbildungen (3.25;A1) bzw. (3.25;A2) zeigen die mit Gleichung (3.25;8) berechneten Farben gleicher Hellheit im Umfeld der Normlichtart A für spektral gesättigte Infeldfarben $F_a = \lambda_a$ als Funktion der Wellenlänge λ_a bzw. Infeldfarben beliebiger Farbart in der Normfarbtafel (x,y) .

3.3 Anwendungsgrenzen der Farberscheinungsgleichungen und ihre mögliche Erweiterung

Die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen (3.13;21) bis (3.13;28) beinhalten die Gesetzmäßigkeiten der Farbumstimmung (GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;20)) und Farbstufung (GS2ND-Farbstufungsgleichungen (3.13;5))

für beliebige Umfelder B bei vollständiger Farbumstimmung an diese.

Der in den GS2ND-Farberscheinungsgleichungen enthaltene Umstimmungsmechanismus (GS2LD-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;1) oder GS2ND-Farbumstimmungsgleichungen (3.13;17)) wurde bisher in unseren Experimenten nur für Infeldhellbezugswerte $30 < Y(F_c), Y(F_b) < 100$ überprüft. Wahrscheinlich gelten die Farberscheinungsgleichungen aber auch angenähert für Infeldhellbezugswerte $Y(F_c), Y(F_b) < 30$, da sie ja auch mit den Farbstufungen im Munsell-Farbsystem in Übereinstimmung sind, die für Hellbezugswerte $0,2 < Y(F_c) < 100$ gelten.

Eine noch fällige Erweiterung der GS2ND-Farberscheinungsgleichungen muß die Gesetzmäßigkeiten der Farbumstimmung und Farbstufung zusätzlich als Funktion der Umfeldleuchtdichte und der Feldgrößenverhältnisse von In- und Umfeld erfassen. Es ist geplant, diese Erweiterung GS3ND-Farberscheinungsgleichungen zu nennen.

Unterschiedliche Umfeldleuchtdichten besitzen besondere Bedeutung bei der Farbwiedergabekennzeichnung in der Farbphotographie. Wir wissen bereits, daß sich bei der Filmprojektion die Hellbezugswertschwelle Y_s (vergl. Abschnitt (2.13)) in der Helligkeitsstufungsfunktion $V(F_c)$ verkleinert und vermuten, daß sich entsprechend die Sättigungswertschwellen p_s und q_s (vergl. Abschnitt (2.42)) in den Gelb-Blau- und Rot-Grün-Buntheitsstufungsfunktionen $C_{yb}(F_c, C)$ und $C_{rg}(F_c, C)$ erniedrigen.

Eine experimentelle Klärung der Änderung von Y_s , p_s und q_s als Funktion der Umfeldleuchtdichte wird uns eine verbesserte Berechnung der Farbwiedergabe in den so unterschiedlichen Bereichen Mehrfarbendruck, Farbfernsehen und Farbphotographie ermöglichen. In diesen Bereichen liegen sehr unterschiedliche Sehbedingungen vor, die durch die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen erfaßt werden müssen. Vorerst sind die GS2ND-Farberscheinungsgleichungen auf etwa konstante Umfeldleuchtdichte über 200 cd/m^2 und großem hellen Gesamtgesichtsfeld (keine Filmprojektion) beschränkt.

4. Literaturverzeichnis

- [1] Adams, E. Q.:
X-Z-planes in the 1931 I.C.I. system of colorimetry.
J. opt. Soc. Amer. 32 (1942), S. 168 – 173
- [2] Breneman, E. J.:
Dependence of luminance required for constant brightness upon chromaticity and chromatic adaptation.
J. opt. Soc. Amer. 48 (1958), S. 228 – 232
- [3] Burnham, R. W., R. M. Hanes und C. J. Bartleson:
Color: A guide to basic facts and concepts.
Wiley, New York, 1963, 249 S.
- [4] Commission International de l'Eclairage (CIE):
Publikation Nr. 36, (1974), S. Kinney, Fortschrittsbericht TC 1.4 „Tages-, Dämmerungs- und Nachtsehen“, S. 200 – 204
- [5] Commission International de l'Eclairage (CIE):
Verfahren zur Messung und Kennzeichnung der Farbwiedergabeeigenschaften von Lichtquellen.
CIE-Publikation Nr. 13.2 (Technisches Komitee 3.2), Paris 1974
- [6] Commission International de l'Eclairage (CIE):
Official recommendations on color spaces, color difference equations and metric color terms.
Supplement No. 2 for CIE-Publikation No. 15, Colorimetry (E-1.3.1) 1971, Entwurf Mai 1976
- [7] DIN 5033 Teil 1 (1970):
Farbmessung, Begriffe der Farbmessung.
- [8] DIN 5033 Teil 7 (1972):
Farbmessung, Meßbedingungen für Körperfarben.
- [9] DIN 6169 Teil 1 (1976):
Farbwiedergabe, Allgemeine Begriffe.
- [10] DIN 6169 Teil 4 (1976):
Farbwiedergabe, Verfahren zur Kennzeichnung der Farbwiedergabe in der Farbphotographie.
- [11] De Valois:
Physiological basis of color vision.
Tag.-Ber. Intern. Farbtagung „Color 69“, Stockholm 1969, S. 29 – 48
- [12] Evans, R. M.:
The perception of color.
Wiley, New York (1974), 248 S.
- [13] Evans, R. M. und S. B. Swenholt:
Chromatic Strength of colors; Dominant Wavelength and Purity.
J. opt. Soc. Amer. 57 (1967), S. 1319 – 1324
- [14] Evans, R. M. und S. B. Swenholt:
Chromatic Strength of Colors, Part II, The Munsell-System.
J. opt. Soc. Amer. 58 (1968), S. 580 – 584
- [15] Evans, R. M. und S. B. Swenholt:
Chromatic Strength of Colors, III. Chromatic surrounds and discussion.
J. opt. Soc. Amer. 59 (1969), S. 628 – 634
- [16] Hard, A.:
Qualitative attributes of colour perception.
Tagungsber. Internationale Farbtagung „Color 69“, Stockholm 1969, Muster-Schmidt, Göttingen, S. 351 bis 368
- [17] Helmholtz, H. von:
Handbuch der physiologischen Optik, 2. Auflage.
Hamburg Leipzig: Voss 1896, 1. Auflage 1866
- [18] Hering, E.:
Grundzüge der Lehre vom Lichtsinn.
In: Gräfe-Sämisch, Handbuch der Augenheilkunde. I.
Leipzig: Engelmann 1905
- [19] Hurvich, L. M. und D. Jameson:
Some quantitative aspects of an opponent-colors-theory. I. Chromatic responses and spectral saturation. II. Brightness, saturation and hue in normal and dichromatic vision.
J. opt. Soc. Amer. 45 (1955), S. 546 – 552 und 602 – 616
- [20] Jäckel, S. M.:
The utility of color-difference formulae for match-acceptability decisions.
S. 266 – 285 in „Color metrics“, herausgegeben von J. J. Vos, L. F. C. Frieis und P. L. Walraven, Soesterberg 1972, 398 S.
- [21] Jameson, D. und L. M. Hurvich:
Opponent-response functions related to measured cone pigments.
J. opt. Soc. Amer. 58(1968), S. 429 – 430
- [22] Judd, D. B.:
Color in Business, Science and Industry.
New York: Wiley, 1952
- [23] Judd, D. B.:
Report of U.S. Secretariat committee on colorimetry and artificial daylight.
CIE-Fortschrittsbericht, Volume I, Teil 7, S. 11, Stockholm 1951 (Tabelle auch in [55], S. 436)
- [24] Judd, D. B.:
Standard response functions for protanopic and deuteranopic vision.
J. opt. Soc. Amer. 35 (1945), S. 199 – 221
- [25] Kowaliski, P.:
Equivalent luminances of colors.
J. opt. Soc. Amer. 59 (1969), S. 125 – 130
- [26] Kries, J. von:
Beitrag zur Physiologie der visuellen Empfindung.
In: Archiv für Anatomie und Physiologie, Physiologischer Teil, 2 (1878), S. 505 – 524
- [27] Kries, J. von:
Theoretische Studien über die Umstimmung des Sehorgans.
Festschrift der Albrechts-Ludwigs-Universität Freiburg, 1902, S. 144 – 158
- [28] Kries, J. von:
Die Gesichtsempfindungen.
In: Die Physiologie der Sinne, Bd. 3, hrsg. v. W. Nagel.
Braunschweig: Vieweg 1904, S. 109 – 282
- [29] Leonardo da Vinci:
Traktat von der Malerei.
Jena: Diederichs 1925

- [30] Luther, R.:
Aus dem Gebiet der Farbreiz-Metrik.
Z. techn. Physik 8 (1927), S. 540 – 558
- [31] Miescher, K.:
Neuermittlung der Urfarben und deren Bedeutung für die Farbordnung.
Helv. Physiol. Acta 6 (1948), C12 – C13
- [32] Munsell, A. E. O., L. L. Sloan und I. H. Godlove:
Neutral value scales. I. Munsell neutral value scale.
J. opt. Soc. Amer. 23 (1933), S. 394 – 411, Tabelle VIII
- [33] Newhall, S. M., D. Nickerson und D. B. Judd:
Final report of the O.S.A. subcommittee on the spacing of the Munsell colors.
J. opt. Soc. Amer. 33 (1943), S. 385 – 418, insbes. S. 417
- [34] Nickerson, D.:
The Munsell-color-system.
Illum. Engg. 41 (1946), S. 549 – 560
- [35] Pointer, M. R.:
Color discrimination as a function of observer adaptation.
J. opt. Soc. Amer. 64 (1974), Nr. 6, S. 750 – 759
- [36] Richter, K.:
Antagonistische Signale beim Farbsehen und ihr Zusammenhang mit der empfindungsgemäßen Farbordnung.
Dissertation Universität Basel (1969), 152 Seiten.
- [37] Richter, K.:
New opponent colour concept.
Tag.-Ber. Intern. Farbtagung „Colour 69“, Stockholm 1969, S. 403 – 417
- [38] Richter, K.:
Farbdifferenzformel des Gegenfarbensystems.
Die Farbe 18 (1969), Nr. 1/6, S. 207 – 220
- [39] Richter, K.:
Der empfindungsgemäße Farbton als Funktion von Sättigung und Helligkeit.
Die Farbe 19 (1970), S. 277 – 282
- [40] Richter, K.:
Description of colour attributes and colour differences.
In color metrics, AIC-Symposium, Driebergen, Holland 1971, Soesterberg, 1972, S. 134 – 146
- [41] Richter, K.:
Beschreibung der Farbumstimmung und Anwendung zur Berechnung der Farbwiedergabe.
Die Farbe 22 (1973), Nr. 1/6, S. 45 – 57
- [42] Richter, M.:
Verfeinerte Bestimmung der Farbmaßzahlen im Farbsystem DIN 6164.
Die Farbe 10 (1961), S. 263 – 304
- [43] Richter, M.:
Einführung in die Farbmetrik.
Walter de Gruyter, Berlin – New York, 1976; Sammlung Göschen, Band 2608
- [44] Sanders, C. L. und G. Wyszecki:
L/Y ratios in terms of CIE-chromaticity coordinates.
J. opt. Soc. Amer. 48 (1958), S. 389 – 392
- [45] Schrödinger, E.:
Grundlinien einer Theorie der Farbmetrik im Tagessehen.
Ann. Physik (IV) 63 (1920), S. 397 – 456; 489 – 520
- [46] Schrödinger, E.:
Über das Verhältnis der Vierfarben- zur Dreifarben-Theorie.
Sitz.-Ber. Wiener Akad. d. Wissenschaften IIa 134 (1925), S. 471 – 490
- [47] Shklover, D. A.:
A new uniform color space.
Tag.-Ber. Intern. Farbtagung „Colour 69“, Stockholm 1969, S. 312 – 319
- [48] Stevens, J. C. und S. S. Stevens:
Brightness function: Effects of adaptation.
J. opt. Soc. Amer. 53 (1963), S. 375 – 385
- [49] Stiles, W. S.:
A modified Helmholtz line element in lightness-color space.
Proc. Phys. Soc. (London) 58 (1946), S. 41; siehe auch [55], S. 515 – 528
- [50] Terstiege, H.:
Untersuchungen zum Persistenz- und Koeffizientensatz.
Die Farbe 16 (1967), S. 1 – 120 (= Diss. TU Berlin (1967))
- [51] Valberg, A.:
A tristimulus projection colorimeter.
Appl. Optics 10 (1971), S. 8 – 13
- [52] Valberg, A.:
Lateral interactions between large retinal stimuli and symmetric receptive fields.
Acta Physica Norwegica 7 (1974), Nr. 4, S. 227 – 235
- [53] Walraven, P. L.:
Theoretical models of the color vision network.
Tag.-Ber. Intern. Farbtagung „Colour 73“, York 1973, Adam Hilger, London, S. 11 – 20
- [54] Witt, K.:
Farbmetrische Untersuchungen an der DIN-Farbkarte DIN 6164.
Die Farbe 22 (1973), S. 301 – 307
- [55] Wyszecki, G. und W. S. Stiles:
Color Science.
New York, 1967, 628 S. Abschnitt 5.6 Farbumstimmung, S. 435 – 445
- [56] Young, T.:
On the theory of light and colors.
Philosophical transactions of the Royal Society of London 92 (1802), S. 20 – 71
- [57] Zwicker, E. und R. Feldtkeller:
Das Ohr als Nachrichtenempfänger.
Hirzel-Verlag, Stuttgart 1967, 232 S., insbes. S. 133 bis 139

5. Anhang Nr. 1: Übersicht Terminologie

Wir unterscheiden zwischen farbvalemtrischen dem Reiz zugeordneten Größen, meist mit der Endung „wert“, und Empfindungsgrößen, meist mit der Endung „heit“ oder „keit“. Die Empfindungsgrößen sind nur *relativ* zu einer Umgebung sinnvoll und ergeben sich deshalb aus *Differenzen* von Empfindungszahlen, die meist die Endung „heitszahlen“ oder „keitszahlen“ tragen. Die einander entsprechenden

Farbvalemtrische- und Empfindungsgrößen, z. B. „Grauwert – Graueheit“, „Hellwert – Hellheit“ sind sprachliche Neuschöpfungen. Die Empfindungsgröße „Buntheit“ soll demnächst in DIN 5033 „Farbmessung“ [7] aufgenommen werden. Die der Buntheit entsprechende Farbvalemtrischegröße „Buntmomentwert“ ist dem bisher in der Farbmessung verwendeten Buntmoment von Luther-Nyberg [30] ähnlich.

Farbvalemtrische Größen	Bezeichnung und Zusammenhang mit anderen Größen	Bemerkungen
Hellbezugswert (nach DIN 5033 auch $A = Y$)	$Y(F_b) = A_{ws}(F_b)$	dient für Berechnung der Helligkeit
Hellbezugswertdifferenz	$Y(F_b, B) = Y(F_b) - Y(B)$	
Grauwert	$Y_G(F_b) \cong Y(F_b) \cdot [1 + p_r(F_b, B)]$	dient für Berechnung der Graueheit
Grauwertdifferenz	$Y_G(F_b, B) \cong Y(F_b) \cdot [1 + p_r(F_b, B)] - Y(B)$	
Hellwert	$Y_L(F_b) \cong Y(F_b) \cdot p_r(F_b, B) \cdot 0,01 / p_r'(F_b, B)$	dient für Berechnung der Hellheit
Hellwertdifferenz	$Y_L(F_b, B) \cong Y(F_b) \cdot p_r(F_b, B) \cdot 0,01 / p_r'(F_b, B) - Y(B)$	
Buntfarbwert radialer Rot-Grün Gelb-Blau	$A_r(F_b) = [A_{rg}(F_b)^2 + A_{yb}(F_b)^2]^{1/2}$ $A_{rg}(F_b) = 8,3432 \cdot X(F_b) - 7,4655 \cdot Y(F_b) - 0,2689 \cdot Z(F_b)$ $A_{yb}(F_b) = -0,4139 \cdot X(F_b) + 1,4571 \cdot Y(F_b) - 2,4046 \cdot Z(F_b)$	vergleiche Gleichung (1.30;8)
Sättigungswert radialer Rot-Grün Gelb-Blau	$p_r(F_b) = [p_{rg}(F_b)^2 + p_{yb}(F_b)^2]^{1/2}$ $p_{rg}(F_b) = A_{rg}(F_b) / A_{ws}(F_b)$ $= [8,6120 \cdot x(F_b) - 7,1966 \cdot y(F_b) - 0,2688] / y(F_b)$ $p_{yb}(F_b) = A_{yb}(F_b) / A_{ws}(F_b)$ $= [1,9907 \cdot x(F_b) + 3,8617 \cdot y(F_b) - 2,4046] / y(F_b)$	vergleiche Gleichung (1.30;13)
Sättigungswertdifferenz radiale Rot-Grün Gelb-Blau	$p_r(F_b, B) = [p_{rg}(F_b, B)^2 + p_{yb}(F_b, B)^2]^{1/2}$ $p_{rg}(F_b, B) = p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B)$ $p_{yb}(F_b, B) = p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B)$	
Buntmomentwert(differenz) radialer Rot-Grün Gelb-Blau	$M_r(F_b, B) = p_r(F_b, B) \cdot Y(F_b)$ $M_{rg}(F_b, B) = [p_{rg}(F_b) - p_{rg}(B)] \cdot Y(F_b)$ $M_{yb}(F_b, B) = [p_{yb}(F_b) - p_{yb}(B)] \cdot Y(F_b)$	ähnlich Luther-Nyberg [30] Buntmoment

Farbempfindungsgrößen	Bezeichnung und Zusammenhang mit anderen Größen	Bemerkungen
Hellheitszahl	$V_L(F_b) = V[Y_L(F_b)]$	
Hellheit	$V_L(F_b, B) = V[Y_L(F_b)] - V[Y_L(B)]$ $= V_L(F_b) - V_L(B)$	für unbunte Farben:
bezogen auf Weiß	$V_{Lw}(F_b, B) = V_L(F_b) + 10$	
bezogen auf Grau	$V_{Lg}(F_b, B) = V_L(F_b) + 5$	
bezogen auf Schwarz	$V_{Ls}(F_b, B) = V_L(F_b)$	identisch Helligkeit $V(F_b)$
Graueitszahl	$V_G(F_b) = V[Y_G(F_b)]$	
Graueit	$V_G(F_b, B) = V[Y_G(F_b)] - V[Y_G(B)]$ $= V_G(F_b) - V_G(B)$	für unbunte Farben:
bezogen auf Weiß	$V_{Gw}(F_b, B) = 10 - V_G(F_b)$	identisch Vergrauheit $10 - V(F_b)$
bezogen auf Grau	$V_{Gg}(F_b, B) = 5 - V_G(F_b)$	
bezogen auf Schwarz	$V_{Gs}(F_b, B) = -V_G(F_b)$	
Sättigungszahl radiale	$p_r'(F_b) = [p'(F_b)^2 + q'(F_b)^2]^{1/2}$	
Rot-Grün	$p'(F_b) = 0,01 \cdot P_0' \cdot [p(F_b) - p_0]^{1/3}$ $= 0,1269 \cdot [(8,6120 \cdot x(F_b) + 1,8255 \cdot y(F_b) - 0,2688) / y]^{1/3}$	
Gelb-Blau	$q'(F_b) = 0,01 \cdot Q_0' \cdot [q_0 - q(F_b)]^{1/3}$ $= -0,06959 \cdot [(-1,9907 \cdot x(F_b) - 2,2443 \cdot y(F_b) + 2,4046) / y]^{1/3}$	
Sättigungszahldifferenz radiale	$p_r'(F_b, B) = [p'(F_b, B)^2 + q'(F_b, B)^2]^{1/2}$	
Rot-Grün	$p'(F_b, B) = p'(F_b) - p'(B)$	
Gelb-Blau	$q'(F_b, B) = q'(F_b) - q'(B)$	
Sättigung radiale	$S_r(F_b, B) = 100 \cdot p_r'(F_b, B)$	identisch $C_r(F_b, B) / Y(F_b)^{1/3}$
Rot-Grün	$S_{rg}(F_b, B) = 100 \cdot [p'(F_b) - p'(B)]$	
Gelb-Blau	$S_{yb}(F_b, B) = 100 \cdot [q'(F_b) - q'(B)]$	
Sättigung radiale	$S_r^*(F_b, B) = 500 \cdot p_r(F_b, B)$	neue Einheit CIE 1976 um Faktor 5 größer als S_r, S_{rg}, S_{yb}
Rot-Grün	$S_{rg}^*(F_b, B) = 500 \cdot [p'(F_b) - p'(B)]$	
Gelb-Blau	$S_{yb}^*(F_b, B) = 500 \cdot [q'(F_b) - q'(B)]$	
Buntheitszahl radiale	$C_r(F_b) = 100 \cdot p_r'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	in Einheiten von „Chroma“ des Munsell-Farbsystems
Rot-Grün	$C_{rg}(F_b) = 100 \cdot p'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	
Gelb-Blau	$C_{yb}(F_b) = 100 \cdot q'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	
Buntheitszahl radiale	$P_r^*(F_b) = 500 \cdot p_r'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	neue Einheit CIE 1976 um Faktor 5 größer als C_r, C_{rg}, C_{yb}
Rot-Grün	$P^*(F_b) = 500 \cdot p'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	
Gelb-Blau	$Q^*(F_b) = 500 \cdot q'(F_b) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	

Buntheit radiale	$C_r(F_b, B) = 100 \cdot p'_r(F_b, B) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	in Einheiten von „Chroma“ des Munsell-Farbsystems
Rot-Grün	$C_{rg}(F_b, B) = 100 \cdot p'_{rg}(F_b, B) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	
Gelb-Blau	$C_{yb}(F_b, B) = 100 \cdot q'_{yb}(F_b, B) \cdot Y(F_b)^{1/3}$	
Buntheit radiale	$P_r^*(F_b, B) = [P^*(F_b, B)^2 + Q^*(F_b, B)^2]^{1/2}$	in Einheiten CIE 1976; $P^*(F_b, B)$, $Q^*(F_b, B)$ entspricht $a^*(F_b, B)$, $b^*(F_b, B)$
Rot-Grün	$P^*(F_b, B) = P^*(F_b) - P^*(B)$	
Gelb-Blau	$Q^*(F_b, B) = Q^*(F_b) - Q^*(B)$	

Für die Funktion $V(F_b) = V[Y(F_b)]$, die für die Berechnung der Hellheits- und Graueitszahlen benötigt wird, gilt:

$$V(F_b) = V[Y(F_b)] = 1,7942 \cdot \left[[0,5709 + 2,8164 \cdot Y(F_b)]^{1/3} - 1 \right]$$

6. Anhang Nr. 2: Daten der BAM-Farbumstimmungsexperimente

Farbmetrische Daten der BAM-Umstimmungsexperimente für acht Umfeldler B, zwei Hellbezugswerte $Y(F_w)$ und drei Beobachter O:

1. acht Testumfelder: $B = Y2; P1$ (im folgenden tabelliert)
 $B = R2; B1; G2; Y1; Y3; G1$ *)
2. zwei Hellbezugswerte: $Y(F_w) = 30$ (im folgenden tabelliert)
 $Y(F_w) = 90$ *)
3. drei Beobachter: $O = A.N.$ (im folgenden tabelliert)
 $O = W.B.; K.R.$ *)

*) Diese Daten werden auf Wunsch zugesandt

Die Bezeichnungen, die Leuchtdichten, die Farbörter, die Sättigungswerte und Sättigungszahlen der in den BAM-Umstimmungsexperimenten verwendeten Umfeldler sind mit

den Daten für ausgewählte Normlichtarten vorangestellt (vergl. Tabelle (1.40;T1)).

Es folgen die Farbörter der vorgegebenen Infeldfarben F_w im weißen Umfeld W, die für alle acht bunten Umfeldler B, für die zwei Hellbezugswerte $Y(F_w) = 30$ und $Y(F_w) = 90$ sowie die drei Beobachter konstant waren.

Anschließend sind die zugehörigen Farbörter und Hellbezugswerte der nachgestellten Infeldfarben F_b in den acht Testumfeldern B für zwei Infeldhellbezugswerte $Y(F_w)$ und drei Beobachter tabelliert. In den hier vorliegenden gekürzten Tabellen sind die Daten nur für die oben angegebenen Testumfelder, Beobachter und Hellbezugswerte angegeben.

Für die Sättigungswerte und Sättigungszahlen im Gegenfarbensystem gilt (vergl. Abschnitt (2.41)):

$$p = (8,6120 \cdot x - 7,1966 \cdot y - 0,2689) / y$$

$$q = (1,9907 \cdot x + 3,8617 \cdot y - 2,4046) / y$$

$$p' = 0,12688 \cdot (p + 9,0221)^{1/3}$$

$$q' = -0,06958 \cdot (-q + 1,6174)^{1/3}$$

Bezeichnung	Leuchtdichte	Normfarbwerte		Sättigungswerte		Sättigungszahlen	
Umfeld	$L/cd/m^2$	$x(B)$	$y(B)$	$p(B)$	$q(B)$	$p'(B)$	$q'(B)$
Purpur P1	100-155	0,450	0,225	8,832	-2,844	0,3316	-0,1145
Gelb 1 Y1	223	0,545	0,455	2,528	0,961	0,2868	-0,0605
Gelb 2 Y2	200	0,488	0,425	2,059	0,490	0,2829	-0,0724
Gelb 3 Y3	209	0,435	0,390	1,720	-0,084	0,3121	-0,0831
Rot 2 R2	155-192	0,515	0,319	5,864	-0,462	0,2109	-0,0888
Grün 1 G1	223	0,240	0,650	-4,430	0,897	0,2351	-0,0624
Grün 2 G2	209-213	0,289	0,489	-2,657	0,121	0,2609	-0,0796
Blau 1 B1	223	0,186	0,194	-0,326	-6,625	0,2677	-0,1405
Bezeichnung	Leuchtdichte	Normfarbwerte		Sättigungswerte		Sättigungszahlen	
Umfeld	$L/cd/m^2$	$x(W)$	$y(W)$	$p(W)$	$q(W)$	$p'(W)$	$q'(W)$
Weiss W	223	0,345	0,357	0,373	-0,950	0,2677	-0,0953
Normlicht.C	-	0,3101	0,3162	0,3992	-1,7907	0,2680	-0,1047
Norml. D65	-	0,3127	0,3290	0,1717	-1,5550	0,2658	-0,1022
Normlicht.A	-	0,4476	0,4074	1,6054	0,1465	0,2789	-0,0791

Referenzumfeld: W
 Beobachter: ALLE
 Infeldhellbezugswert: $Y(F_w) = 30.00$ oder 90.00

Farb- ton- Nr.	Sätt- stufe Nr.	Normfarbwert- anteile		Hellbe- zugsw.		Sättigungs- werte		Sättigungs- zahlen	
		$x(F_w)$	$y(F_w)$	$Y(F_w)$		$p(F_w)$	$q(F_w)$	$p'(F_w)$	$q'(F_w)$
0	0	0.3450	0.3570	30	90	0.373	-0.950	0.2677	-0.0953
1	1	0.3646	0.3531	30	90	0.934	-0.893	0.2729	-0.0946
1	2	0.3842	0.3492	30	90	1.509	-0.834	0.2781	-0.0938
1	3	0.4038	0.3452	30	90	2.098	-0.775	0.2832	-0.0931
1	4	0.4234	0.3413	30	90	2.699	-0.714	0.2882	-0.0923
1	5	0.4431	0.3374	30	90	3.316	-0.651	0.2932	-0.0914
1	6	0.4627	0.3335	30	90	3.945	-0.587	0.2981	-0.0905
1	7	0.4823	0.3295	30	90	4.593	-0.522	0.3029	-0.0897
1	8	0.5019	0.3256	30	90	5.253	-0.455	0.3078	-0.0887
1	9	0.5215	0.3217	30	90	5.928	-0.386	0.3125	-0.0877
1	10	0.5411	0.3178	30	90	6.620	-0.315	0.3173	-0.0867
1	11	0.5607	0.3139	30	90	7.330	-0.243	0.3220	-0.0856
1	12	0.5803	0.3099	30	90	8.062	-0.170	0.3268	-0.0844
1	13	0.6000	0.3060	30	90	8.811	-0.093	0.3315	-0.0832
1	14	0.6196	0.3021	30	90	9.576	-0.015	0.3361	-0.0819
2	1	0.3610	0.3450	30	90	1.035	-1.025	0.2739	-0.0962
2	2	0.3770	0.3330	30	90	1.746	-1.106	0.2802	-0.0972
2	3	0.3930	0.3210	30	90	2.509	-1.192	0.2866	-0.0982
2	4	0.4090	0.3090	30	90	3.332	-1.285	0.2933	-0.0993
2	5	0.4250	0.2970	30	90	4.222	-1.386	0.3002	-0.1004
2	6	0.4410	0.2850	30	90	5.186	-1.495	0.3073	-0.1016
2	7	0.4570	0.2730	30	90	6.235	-1.614	0.3147	-0.1029
2	8	0.4730	0.2610	30	90	7.380	-1.744	0.3223	-0.1042
2	9	0.4890	0.2490	30	90	8.636	-1.886	0.3304	-0.1057
2	10	0.5050	0.2370	30	90	10.019	-2.043	0.3388	-0.1072
2	11	0.5210	0.2250	30	90	11.550	-2.216	0.3476	-0.1089
2	12	0.5370	0.2130	30	90	13.253	-2.409	0.3570	-0.1107
2	13	0.5530	0.2010	30	90	15.159	-2.625	0.3669	-0.1126
2	14	0.5690	0.1890	30	90	17.308	-2.868	0.3774	-0.1147
3	1	0.3561	0.3404	30	90	1.023	-1.120	0.2737	-0.0973
3	2	0.3672	0.3237	30	90	1.742	-1.309	0.2801	-0.0995
3	3	0.3783	0.3071	30	90	2.536	-1.516	0.2869	-0.1018
3	4	0.3894	0.2904	30	90	3.425	-1.749	0.2940	-0.1043
3	5	0.4005	0.2738	30	90	4.418	-2.009	0.3016	-0.1069
3	6	0.4116	0.2572	30	90	5.540	-2.302	0.3098	-0.1097
3	7	0.4227	0.2405	30	90	6.822	-2.638	0.3186	-0.1127
3	8	0.4338	0.2239	30	90	8.288	-3.021	0.3282	-0.1160
3	9	0.4448	0.2072	30	90	9.993	-3.470	0.3386	-0.1197
3	10	0.4559	0.1906	30	90	11.992	-3.993	0.3501	-0.1236
3	11	0.4670	0.1739	30	90	14.384	-4.620	0.3629	-0.1281
3	12	0.4781	0.1573	30	90	17.269	-5.374	0.3772	-0.1330
3	13	0.4892	0.1407	30	90	20.835	-6.307	0.3936	-0.1387
3	14	0.5003	0.1240	30	90	25.381	-7.498	0.4126	-0.1453
4	1	0.3440	0.3370	30	90	0.796	-1.242	0.2717	-0.0988
4	2	0.3430	0.3170	30	90	1.273	-1.570	0.2760	-0.1024
4	3	0.3420	0.2971	30	90	1.812	-1.940	0.2807	-0.1062
4	4	0.3410	0.2771	30	90	2.431	-2.366	0.2860	-0.1103
4	5	0.3400	0.2571	30	90	3.146	-2.858	0.2918	-0.1147

4	6	∅.339∅	∅.2371	3∅	9∅	3.983	-3.434	∅.2983	-∅.1194
4	7	∅.338∅	∅.2172	3∅	9∅	4.967	-4.111	∅.3∅57	-∅.1245
4	8	∅.337∅	∅.1972	3∅	9∅	6.157	-4.93∅	∅.3141	-∅.13∅2
4	9	∅.336∅	∅.1772	3∅	9∅	7.616	-5.934	∅.3239	-∅.1365
4	1∅	∅.335∅	∅.1572	3∅	9∅	9.445	-7.192	∅.3353	-∅.1437
4	11	∅.334∅	∅.1373	3∅	9∅	11.795	-8.8∅9	∅.349∅	-∅.152∅
4	12	∅.333∅	∅.1173	3∅	9∅	14.959	-1∅.987	∅.3659	-∅.1619
4	13	∅.332∅	∅.∅973	3∅	9∅	19.425	-14.∅59	∅.3873	-∅.1741
4	14	∅.331∅	∅.∅773	3∅	9∅	26.2∅1	-18.721	∅.4159	-∅.1899
<hr/>									
5	1	∅.3353	∅.3395	3∅	9∅	∅.517	-1.255	∅.2691	-∅.∅989
5	2	∅.3256	∅.322∅	3∅	9∅	∅.677	-1.593	∅.27∅6	-∅.1∅26
5	3	∅.3159	∅.3∅46	3∅	9∅	∅.852	-1.968	∅.2722	-∅.1∅65
5	4	∅.3∅61	∅.2871	3∅	9∅	1.∅49	-2.391	∅.274∅	-∅.11∅5
5	5	∅.2964	∅.2696	3∅	9∅	1.274	-2.869	∅.276∅	-∅.1148
5	6	∅.2867	∅.2521	3∅	9∅	1.531	-3.413	∅.2783	-∅.1192
5	7	∅.277∅	∅.2346	3∅	9∅	1.826	-4.∅38	∅.28∅8	-∅.124∅
5	8	∅.2673	∅.2171	3∅	9∅	2.168	-4.763	∅.2838	-∅.129∅
5	9	∅.2576	∅.1997	3∅	9∅	2.566	-5.611	∅.2871	-∅.1345
5	1∅	∅.2479	∅.1822	3∅	9∅	3.∅45	-6.627	∅.291∅	-∅.14∅6
5	11	∅.2382	∅.1647	3∅	9∅	3.626	-7.859	∅.2956	-∅.1472
5	12	∅.2284	∅.1472	3∅	9∅	4.339	-9.385	∅.3∅11	-∅.1547
5	13	∅.2187	∅.1297	3∅	9∅	5.252	-11.321	∅.3∅78	-∅.1633
5	14	∅.2∅9∅	∅.1122	3∅	9∅	6.449	-13.862	∅.3161	-∅.1734
<hr/>									
6	1	∅.3279	∅.3467	3∅	9∅	∅.173	-1.191	∅.2658	-∅.∅982
6	2	∅.31∅7	∅.3364	3∅	9∅	-∅.∅42	-1.448	∅.2637	-∅.1∅11
6	3	∅.2936	∅.3261	3∅	9∅	-∅.267	-1.72∅	∅.2615	-∅.1∅4∅
6	4	∅.2764	∅.3158	3∅	9∅	-∅.511	-2.∅1∅	∅.259∅	-∅.1∅69
6	5	∅.2593	∅.3∅56	3∅	9∅	-∅.769	-2.318	∅.2564	-∅.1∅98
6	6	∅.2421	∅.2953	3∅	9∅	-1.∅47	-2.649	∅.2535	-∅.1128
6	7	∅.225∅	∅.285∅	3∅	9∅	-1.341	-3.∅∅4	∅.25∅3	-∅.1159
6	8	∅.2∅78	∅.2747	3∅	9∅	-1.661	-3.386	∅.2468	-∅.119∅
6	9	∅.19∅7	∅.2644	3∅	9∅	-2.∅∅2	-3.797	∅.2429	-∅.1222
6	1∅	∅.1735	∅.2541	3∅	9∅	-2.375	-4.242	∅.2386	-∅.1254
6	11	∅.1564	∅.2438	3∅	9∅	-2.775	-4.724	∅.2337	-∅.1288
6	12	∅.1392	∅.2335	3∅	9∅	-3.214	-5.25∅	∅.2281	-∅.1322
6	13	∅.1221	∅.2232	3∅	9∅	-3.69∅	-5.823	∅.2216	-∅.1358
6	14	∅.1∅49	∅.2129	3∅	9∅	-4.216	-6.452	∅.2141	-∅.1396
<hr/>									
7	1	∅.3254	∅.36∅9	3∅	9∅	-∅.177	-1.∅∅6	∅.2624	-∅.∅96∅
7	2	∅.3∅58	∅.3648	3∅	9∅	-∅.715	-1.∅61	∅.257∅	-∅.∅966
7	3	∅.2862	∅.3688	3∅	9∅	-1.243	-1.114	∅.2514	-∅.∅973
7	4	∅.2666	∅.3727	3∅	9∅	-1.758	-1.166	∅.2457	-∅.∅979
7	5	∅.2469	∅.3766	3∅	9∅	-2.265	-1.218	∅.2399	-∅.∅985
7	6	∅.2273	∅.38∅5	3∅	9∅	-2.759	-1.269	∅.2339	-∅.∅991
7	7	∅.2∅77	∅.3845	3∅	9∅	-3.244	-1.317	∅.2277	-∅.∅996
7	8	∅.1881	∅.3884	3∅	9∅	-3.718	-1.365	∅.2213	-∅.1∅∅2
7	9	∅.1685	∅.3923	3∅	9∅	-4.183	-1.413	∅.2146	-∅.1∅∅7
7	1∅	∅.1489	∅.3962	3∅	9∅	-4.639	-1.459	∅.2∅76	-∅.1∅12
7	11	∅.1293	∅.4∅∅1	3∅	9∅	-5.∅86	-1.5∅5	∅.2∅∅3	-∅.1∅17
7	12	∅.1∅97	∅.4∅41	3∅	9∅	-5.524	-1.548	∅.1926	-∅.1∅22
7	13	∅.∅9∅∅	∅.4∅8∅	3∅	9∅	-5.956	-1.593	∅.1843	-∅.1∅26
7	14	∅.∅7∅4	∅.4119	3∅	9∅	-6.378	-1.636	∅.1755	-∅.1∅31
<hr/>									
8	1	∅.3315	∅.3718	3∅	9∅	-∅.241	-∅.831	∅.2617	-∅.∅938
8	2	∅.3181	∅.3866	3∅	9∅	-∅.8∅6	-∅.72∅	∅.256∅	-∅.∅923
8	3	∅.3∅46	∅.4∅14	3∅	9∅	-1.331	-∅.618	∅.25∅4	-∅.∅91∅
8	4	∅.2912	∅.4162	3∅	9∅	-1.817	-∅.523	∅.245∅	-∅.∅897
8	5	∅.2777	∅.431∅	3∅	9∅	-2.272	-∅.435	∅.2398	-∅.∅884
8	6	∅.2643	∅.4458	3∅	9∅	-2.694	-∅.352	∅.2347	-∅.∅872

8	7	0.2508	0.4606	30	90	-3.091	-0.275	0.2297	-0.0861
8	8	0.2374	0.4754	30	90	-3.462	-0.202	0.2248	-0.0849
8	9	0.2239	0.4902	30	90	-3.812	-0.134	0.2200	-0.0839
8	10	0.2105	0.5050	30	90	-4.139	-0.070	0.2152	-0.0828
8	11	0.1970	0.5198	30	90	-4.450	-0.010	0.2106	-0.0818
8	12	0.1836	0.5346	30	90	-4.742	0.047	0.2060	-0.0809
8	13	0.1701	0.5494	30	90	-5.020	0.101	0.2014	-0.0799
8	14	0.1567	0.5642	30	90	-5.281	0.153	0.1970	-0.0790
<hr/>									
9	1	0.3411	0.3766	30	90	-0.110	-0.720	0.2630	-0.0923
9	2	0.3372	0.3962	30	90	-0.546	-0.513	0.2587	-0.0895
9	3	0.3332	0.4158	30	90	-0.942	-0.326	0.2546	-0.0868
9	4	0.3293	0.4354	30	90	-1.301	-0.155	0.2508	-0.0842
9	5	0.3254	0.4551	30	90	-1.630	0.001	0.2471	-0.0817
9	6	0.3215	0.4747	30	90	-1.930	0.144	0.2438	-0.0792
9	7	0.3175	0.4943	30	90	-2.209	0.276	0.2405	-0.0767
9	8	0.3136	0.5139	30	90	-2.465	0.397	0.2375	-0.0743
9	9	0.3097	0.5335	30	90	-2.701	0.510	0.2346	-0.0720
9	10	0.3058	0.5531	30	90	-2.921	0.615	0.2318	-0.0696
9	11	0.3019	0.5727	30	90	-3.126	0.712	0.2292	-0.0673
9	12	0.2979	0.5923	30	90	-3.319	0.803	0.2267	-0.0650
9	13	0.2940	0.6120	30	90	-3.499	0.889	0.2243	-0.0626
9	14	0.2901	0.6316	30	90	-3.667	0.969	0.2220	-0.0602
<hr/>									
10	1	0.3505	0.3762	30	90	0.112	-0.675	0.2652	-0.0917
10	2	0.3560	0.3955	30	90	-0.125	-0.426	0.2629	-0.0883
10	3	0.3615	0.4147	30	90	-0.338	-0.201	0.2608	-0.0849
10	4	0.3670	0.4339	30	90	-0.532	0.004	0.2588	-0.0816
10	5	0.3725	0.4532	30	90	-0.711	0.192	0.2570	-0.0783
10	6	0.3780	0.4724	30	90	-0.875	0.364	0.2553	-0.0750
10	7	0.3835	0.4916	30	90	-1.025	0.523	0.2537	-0.0717
10	8	0.3890	0.5108	30	90	-1.165	0.670	0.2522	-0.0683
10	9	0.3944	0.5301	30	90	-1.296	0.807	0.2508	-0.0649
10	10	0.3999	0.5493	30	90	-1.416	0.933	0.2495	-0.0613
10	11	0.4054	0.5685	30	90	-1.528	1.052	0.2483	-0.0576
10	12	0.4109	0.5878	30	90	-1.634	1.162	0.2471	-0.0535
10	13	0.4164	0.6070	30	90	-1.732	1.266	0.2460	-0.0491
10	14	0.4219	0.6262	30	90	-1.824	1.363	0.2450	-0.0441
<hr/>									
11	1	0.3621	0.3673	30	90	0.561	-0.722	0.2695	-0.0924
11	2	0.3793	0.3776	30	90	0.742	-0.507	0.2712	-0.0894
11	3	0.3964	0.3879	30	90	0.911	-0.303	0.2727	-0.0865
11	4	0.4136	0.3982	30	90	1.073	-0.109	0.2742	-0.0835
11	5	0.4307	0.4084	30	90	1.227	0.073	0.2756	-0.0804
11	6	0.4479	0.4187	30	90	1.374	0.248	0.2769	-0.0773
11	7	0.4650	0.4290	30	90	1.511	0.414	0.2781	-0.0740
11	8	0.4822	0.4393	30	90	1.644	0.573	0.2793	-0.0706
11	9	0.4993	0.4496	30	90	1.769	0.724	0.2804	-0.0670
11	10	0.5165	0.4599	30	90	1.891	0.869	0.2814	-0.0632
11	11	0.5336	0.4702	30	90	2.005	1.007	0.2824	-0.0590
11	12	0.5508	0.4805	30	90	2.116	1.139	0.2833	-0.0544
11	13	0.5679	0.4908	30	90	2.220	1.266	0.2842	-0.0491
11	14	0.5851	0.5011	30	90	2.322	1.387	0.2851	-0.0426
<hr/>									
12	1	0.3650	0.3580	30	90	0.833	-0.825	0.2720	-0.0937
12	2	0.3850	0.3590	30	90	1.290	-0.701	0.2761	-0.0921
12	3	0.4049	0.3600	30	90	1.743	-0.579	0.2801	-0.0904
12	4	0.4249	0.3610	30	90	2.195	-0.456	0.2840	-0.0887
12	5	0.4449	0.3620	30	90	2.645	-0.334	0.2877	-0.0870
12	6	0.4649	0.3630	30	90	3.092	-0.213	0.2914	-0.0851
12	7	0.4848	0.3640	30	90	3.535	-0.093	0.2949	-0.0832

12	8	0.5048	0.3650	30	90	3.977	0.027	0.2983	-0.0812
12	9	0.5248	0.3660	30	90	4.417	0.146	0.3016	-0.0791
12	10	0.5448	0.3670	30	90	4.855	0.265	0.3049	-0.0769
12	11	0.5647	0.3680	30	90	5.288	0.382	0.3080	-0.0747
12	12	0.5847	0.3690	30	90	5.721	0.500	0.3111	-0.0722
12	13	0.6047	0.3700	30	90	6.151	0.616	0.3141	-0.0696
12	14	0.6247	0.3710	30	90	6.580	0.732	0.3170	-0.0668

Umfeldkombination: W und Y2
 Beobachter: A.N.
 Infelldhellbezugswert: $Y(F_w) = 30.00$

Farbton-Nr.	Saettstufe-Nr.	Normfarbwerte $x(F_b)$ $y(F_b)$		Hellbezugsw. $Y(F_b)$	Saettigungs- werte $p(F_b)$ $q(F_b)$		Saettigungs- zahlen $p^*(F_b)$ $q^*(F_b)$	
0	0	0.4838	0.4265	30.92	1.942	0.482	0.2818	-0.0726
1	1	0.4957	0.4170	34.28	2.396	0.462	0.2857	-0.0730
1	2	0.5157	0.4061	33.14	3.077	0.468	0.2913	-0.0729
1	3	0.5325	0.3957	32.90	3.713	0.464	0.2963	-0.0730
1	4	0.5532	0.3837	31.09	4.519	0.465	0.3024	-0.0730
1	5	0.5675	0.3763	31.63	5.077	0.474	0.3065	-0.0728
1	6	0.5683	0.3729	31.96	5.207	0.447	0.3074	-0.0733
1	7	0.5944	0.3576	31.43	6.366	0.446	0.3156	-0.0733
1	8	0.6007	0.3535	32.49	6.677	0.442	0.3177	-0.0734
1	9	0.6159	0.3472	33.18	7.306	0.467	0.3219	-0.0729
1	10	0.6266	0.3435	32.11	7.730	0.493	0.3246	-0.0724
1	11	0.6365	0.3345	33.40	8.387	0.461	0.3288	-0.0730
1	12	0.6441	0.3241	32.84	9.089	0.399	0.3332	-0.0743
2	1	0.4913	0.4111	32.03	2.441	0.392	0.2861	-0.0745
2	2	0.5108	0.3937	32.56	3.294	0.337	0.2930	-0.0756
2	3	0.5265	0.3749	31.58	4.181	0.243	0.2999	-0.0774
2	4	0.5347	0.3627	31.87	4.758	0.167	0.3042	-0.0788
2	5	0.5442	0.3512	32.56	5.382	0.100	0.3087	-0.0800
2	6	0.5532	0.3384	33.40	6.087	0.010	0.3136	-0.0815
2	7	0.5662	0.3263	33.93	6.923	-0.053	0.3193	-0.0826
2	8	0.5747	0.3165	35.04	7.591	-0.121	0.3237	-0.0837
2	9	0.5858	0.3065	35.15	8.386	-0.179	0.3288	-0.0846
2	10	0.5905	0.2771	35.34	10.185	-0.574	0.3398	-0.0904
3	1	0.4873	0.4081	31.48	2.428	0.347	0.2860	-0.0754
3	2	0.5017	0.3877	31.79	3.254	0.236	0.2927	-0.0775
3	3	0.5146	0.3663	30.73	4.168	0.094	0.2998	-0.0801
3	4	0.5143	0.3498	31.64	4.697	-0.086	0.3037	-0.0831
3	5	0.5185	0.3369	32.43	5.259	-0.212	0.3078	-0.0851
3	6	0.5263	0.3209	33.47	6.090	-0.367	0.3137	-0.0874
3	7	0.5316	0.3087	34.56	6.763	-0.500	0.3182	-0.0893
3	8	0.5375	0.2985	37.08	7.410	-0.609	0.3225	-0.0909
4	1	0.4780	0.4095	31.34	2.199	0.313	0.2840	-0.0760
4	2	0.4720	0.3875	28.90	2.599	0.081	0.2874	-0.0803
4	3	0.4722	0.3644	30.13	3.225	-0.157	0.2924	-0.0842
4	4	0.4623	0.3396	29.67	3.735	-0.509	0.2964	-0.0895
4	5	0.4444	0.3029	29.71	4.551	-1.156	0.3026	-0.0978
4	6	0.4431	0.3001	29.51	4.623	-1.212	0.3032	-0.0984

5	1	0.4737	0.4125	29.89	2.041	0.318	0.2827	-0.0759
5	2	0.4609	0.3984	29.34	2.091	0.129	0.2831	-0.0794
5	3	0.4443	0.3814	29.18	2.131	-0.124	0.2835	-0.0837
5	4	0.4249	0.3612	28.16	2.190	-0.454	0.2840	-0.0887
5	5	0.4044	0.3355	28.46	2.383	-0.906	0.2856	-0.0947
5	6	0.3806	0.3123	27.46	2.438	-1.412	0.2860	-0.1007
5	7	0.3635	0.2879	27.62	2.743	-1.977	0.2885	-0.1066
5	8	0.3465	0.2657	26.72	3.022	-2.592	0.2908	-0.1123
6	1	0.4551	0.4215	24.31	1.464	0.306	0.2777	-0.0762
6	2	0.4060	0.4129	17.42	0.620	-0.005	0.2700	-0.0818
6	3	0.4273	0.4185	28.66	0.954	0.149	0.2731	-0.0791
6	4	0.3875	0.4005	28.36	0.464	-0.216	0.2686	-0.0852
6	5	0.3597	0.3905	28.75	0.048	-0.462	0.2646	-0.0888
6	6	0.3214	0.3788	27.73	-0.599	-0.797	0.2581	-0.0933
6	7	0.2943	0.3698	27.45	-1.070	-1.056	0.2532	-0.0966
7	1	0.4597	0.4358	29.93	1.271	0.444	0.2760	-0.0734
7	2	0.4446	0.4507	30.39	0.702	0.490	0.2708	-0.0724
7	3	0.3971	0.4667	29.75	-0.445	0.403	0.2597	-0.0742
7	4	0.3734	0.4753	30.63	-0.997	0.366	0.2540	-0.0750
7	5	0.3416	0.4912	29.50	-1.755	0.351	0.2457	-0.0753
7	6	0.3216	0.5064	29.00	-2.258	0.378	0.2399	-0.0747
7	7	0.2735	0.5213	27.95	-3.194	0.293	0.2283	-0.0764
7	8	0.2103	0.5336	28.30	-4.306	0.140	0.2128	-0.0792
7	9	0.1519	0.5816	28.38	-5.410	0.247	0.1947	-0.0773
8	1	0.4666	0.4437	30.90	1.254	0.536	0.2758	-0.0714
8	2	0.4567	0.4627	31.89	0.723	0.630	0.2710	-0.0693
8	3	0.4186	0.4877	31.48	-0.356	0.640	0.2606	-0.0691
8	4	0.3925	0.5081	31.26	-1.073	0.667	0.2532	-0.0684
8	5	0.3871	0.5202	31.54	-1.305	0.721	0.2507	-0.0671
8	6	0.3732	0.5424	31.16	-1.767	0.798	0.2456	-0.0651
9	1	0.4771	0.4439	31.83	1.454	0.584	0.2776	-0.0703
9	2	0.4720	0.4603	32.48	1.050	0.679	0.2740	-0.0681
9	3	0.4657	0.4765	33.51	0.656	0.761	0.2704	-0.0661
9	4	0.4436	0.4938	32.57	-0.005	0.780	0.2641	-0.0656
9	5	0.4414	0.5012	32.33	-0.149	0.817	0.2627	-0.0646
9	6	0.4266	0.5196	32.90	-0.644	0.868	0.2577	-0.0632
9	7	0.4275	0.5353	32.53	-0.821	0.959	0.2558	-0.0605
10	1	0.4854	0.4407	29.66	1.679	0.598	0.2796	-0.0700
10	2	0.4869	0.4532	33.66	1.462	0.695	0.2777	-0.0677
10	3	0.4885	0.4648	34.79	1.276	0.780	0.2760	-0.0656
10	4	0.4837	0.4819	35.00	0.890	0.870	0.2725	-0.0631
10	5	0.4836	0.4932	35.74	0.703	0.938	0.2708	-0.0612
11	1	0.4965	0.4300	33.19	2.122	0.568	0.2834	-0.0707
11	2	0.5087	0.4310	33.52	2.344	0.632	0.2853	-0.0692
11	3	0.5185	0.4325	34.77	2.506	0.688	0.2866	-0.0679
11	4	0.5289	0.4342	35.05	2.674	0.749	0.2880	-0.0664
11	5	0.5460	0.4386	34.80	2.911	0.857	0.2899	-0.0635
12	1	0.4967	0.4210	34.10	2.325	0.499	0.2851	-0.0722
12	2	0.5204	0.4162	33.16	2.925	0.573	0.2900	-0.0706
12	3	0.5318	0.4085	33.43	3.357	0.567	0.2935	-0.0707
12	4	0.5493	0.4017	32.67	3.910	0.598	0.2978	-0.0700
12	5	0.5666	0.3973	32.06	4.408	0.648	0.3016	-0.0689
12	6	0.5799	0.3945	32.58	4.781	0.693	0.3043	-0.0678
12	7	0.5847	0.3897	31.39	5.035	0.678	0.3062	-0.0681
12	8	0.6105	0.3792	30.79	5.959	0.725	0.3128	-0.0670

Umfeldkombination: W und p1
 Beobachter: A.N.
 Infeldhelligkeitswert: $Y(F_w) = 30.000$

Farbton-Nr.	Sättigungs-Nr.	Normfarbwerte		Helligkeitswert $Y(F_b)$	Sättigungswerte		Sättigungszahlen	
		$x(F_b)$	$y(F_b)$		$p(F_b)$	$q(F_b)$	$p^*(F_b)$	$q^*(F_b)$
0	0	0.4488	0.2250	31.67	8.786	-2.855	0.3313	-0.1146
1	1	0.4651	0.2253	34.54	9.388	-2.702	0.3350	-0.1133
1	2	0.4806	0.2251	37.15	9.996	-2.570	0.3386	-0.1121
1	3	0.4920	0.2324	34.40	9.878	-2.271	0.3379	-0.1094
1	4	0.4979	0.2306	31.57	10.232	-2.268	0.3400	-0.1094
1	5	0.5067	0.2299	30.63	10.615	-2.210	0.3423	-0.1088
2	1	0.4595	0.2195	34.95	9.607	-2.926	0.3363	-0.1152
2	2	0.4700	0.2141	38.16	10.453	-2.999	0.3413	-0.1159
3	1	0.4528	0.2178	33.91	9.473	-3.040	0.3355	-0.1162
3	2	0.4595	0.2072	38.10	10.604	-3.329	0.3422	-0.1185
4	1	0.4406	0.2148	31.81	9.217	-3.250	0.3340	-0.1179
4	2	0.4344	0.2014	34.06	10.043	-3.784	0.3389	-0.1221
5	1	0.4272	0.2186	29.84	8.403	-3.248	0.3289	-0.1179
5	2	0.3957	0.2164	25.29	7.308	-3.610	0.3219	-0.1208
6	1	0.4199	0.2232	28.70	7.800	-3.167	0.3251	-0.1172
6	2	0.3933	0.2144	28.68	7.347	-3.702	0.3221	-0.1215
7	1	0.4227	0.2301	28.79	7.455	-2.932	0.3228	-0.1153
7	2	0.4086	0.2260	28.38	7.184	-3.179	0.3211	-0.1173
7	3	0.3938	0.2237	27.39	6.762	-3.383	0.3182	-0.1190
7	4	0.3731	0.2359	28.38	5.284	-3.183	0.3080	-0.1174
7	5	0.3597	0.2232	25.97	5.477	-3.703	0.3094	-0.1215
7	6	0.3409	0.2223	25.33	4.800	-3.902	0.3045	-0.1230
7	7	0.3227	0.2206	24.41	4.182	-4.127	0.2999	-0.1246
7	8	0.2998	0.2197	23.68	3.331	-4.367	0.2933	-0.1263
8	1	0.4351	0.2371	28.78	7.473	-2.627	0.3230	-0.1127
8	2	0.4310	0.2411	28.83	7.083	-2.553	0.3204	-0.1120
8	3	0.4233	0.2503	27.61	6.293	-2.379	0.3151	-0.1104
8	4	0.4181	0.2678	28.27	5.245	-2.009	0.3077	-0.1069
8	5	0.4093	0.2700	26.21	4.863	-2.026	0.3049	-0.1071
8	6	0.4012	0.2804	26.11	4.167	-1.866	0.2997	-0.1055
8	7	0.3958	0.2936	25.84	3.497	-1.645	0.2946	-0.1032
8	8	0.3884	0.3080	25.05	2.790	-1.435	0.2889	-0.1009
8	9	0.3765	0.3193	24.65	2.116	-1.322	0.2833	-0.0997
8	10	0.3656	0.3268	24.71	1.615	-1.269	0.2790	-0.0991
9	1	0.4496	0.2363	30.22	8.051	-2.527	0.3267	-0.1118
9	2	0.4551	0.2553	29.01	7.102	-2.008	0.3205	-0.1069
9	3	0.4604	0.2663	29.21	6.683	-1.726	0.3177	-0.1040
9	4	0.4655	0.2815	29.16	6.089	-1.388	0.3137	-0.1004
9	5	0.4744	0.3082	30.31	5.187	-0.876	0.3073	-0.0944
9	6	0.4768	0.3199	29.29	4.799	-0.688	0.3045	-0.0919
9	7	0.4801	0.3283	28.10	4.578	-0.552	0.3028	-0.0901
9	8	0.4880	0.3495	28.42	4.059	-0.239	0.2989	-0.0855

9	9	0.4918	0.3659	28.47	3.644	-0.034	0.2957	-0.0822
9	10	0.4957	0.3844	28.09	3.209	0.173	0.2923	-0.0786
9	11	0.4911	0.4571	29.62	1.468	0.740	0.2777	-0.0666
9	12	0.4975	0.4713	29.05	1.324	0.861	0.2764	-0.0634
9	13	0.4972	0.4953	31.04	0.906	1.005	0.2727	-0.0591
9	14	0.4999	0.5070	30.29	0.764	1.082	0.2714	-0.0565
9	15	0.5050	0.5209	29.90	0.636	1.175	0.2702	-0.0530
10	1	0.4611	0.2377	30.35	8.378	-2.393	0.3288	-0.1105
10	2	0.4719	0.2538	30.11	7.757	-1.911	0.3248	-0.1059
10	3	0.4896	0.2692	31.31	7.467	-1.450	0.3229	-0.1011
10	4	0.5070	0.2859	31.93	7.135	-1.019	0.3207	-0.0961
10	5	0.5230	0.3022	32.03	6.818	-0.650	0.3186	-0.0914
10	6	0.5355	0.3192	31.81	6.409	-0.332	0.3159	-0.0869
10	7	0.5503	0.3343	32.24	6.175	-0.054	0.3143	-0.0826
10	8	0.5649	0.3478	33.09	6.018	0.181	0.3132	-0.0785
10	9	0.5767	0.3608	32.93	5.823	0.379	0.3118	-0.0747
10	10	0.5968	0.3864	33.87	5.409	0.713	0.3089	-0.0673
11	1	0.4685	0.2346	32.56	8.855	-2.413	0.3317	-0.1107
11	2	0.4862	0.2448	33.74	8.809	-2.007	0.3314	-0.1069
11	3	0.5047	0.2541	34.55	8.851	-1.648	0.3317	-0.1032
11	4	0.5259	0.2639	35.53	8.946	-1.283	0.3323	-0.0992
11	5	0.5439	0.2724	36.07	9.012	-0.991	0.3327	-0.0958
11	6	0.5618	0.2829	36.95	8.955	-0.685	0.3323	-0.0919
11	7	0.5806	0.2928	37.26	8.962	-0.403	0.3324	-0.0880
11	8	0.6012	0.3041	36.96	8.945	-0.110	0.3323	-0.0835
11	9	0.6248	0.3208	34.24	8.738	0.243	0.3310	-0.0774
11	10	0.6472	0.3327	36.74	8.748	0.507	0.3311	-0.0721
12	1	0.4669	0.2287	34.13	9.209	-2.588	0.3339	-0.1123
12	2	0.4844	0.2318	36.19	9.640	-2.352	0.3365	-0.1102
12	3	0.4964	0.2365	37.07	9.742	-2.127	0.3371	-0.1080
12	4	0.5166	0.2456	35.64	9.823	-1.742	0.3376	-0.1042
12	5	0.5216	0.2470	33.08	9.901	-1.670	0.3381	-0.1035
12	6	0.5479	0.2585	33.67	10.017	-1.221	0.3388	-0.0985
12	7	0.5659	0.2670	33.46	10.049	-0.925	0.3390	-0.0950
12	8	0.5874	0.2734	35.45	10.323	-0.656	0.3406	-0.0915
12	9	0.6058	0.2801	36.96	10.469	-0.418	0.3414	-0.0882
12	10	0.6245	0.2882	38.75	10.532	-0.168	0.3418	-0.0844
12	11	0.6415	0.2946	40.29	10.644	0.034	0.3424	-0.0811

Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

Nr. 1/September 1968

Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft

Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)

Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitergebern
von Dr.-Ing. Götz Andreae

Nr. 3/September 1970 (vergriffen)

Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile
von Dr.-Ing. Josef Ziebs

Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)

Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren
von Dr. rer. nat. Arno Burmester

Nr. 5/März 1971

Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken
von Dr. rer. nat. Norbert Steiner

Nr. 6/April 1971

Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen
von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider

Nr. 7/Juli 1971

Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz

Nr. 8/November 1971

Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Helmut Veith

Nr. 9/November 1971

Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller

Nr. 10/Januar 1972

Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode
von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin

Nr. 11/Februar 1972

Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütewerte beim Brennschneiden
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause

Nr. 12/Mai 1972

Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren
von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg

Nr. 13/Juni 1972

Festkörperlreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und $2 \cdot 10^{-7}$ Torr
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer

Nr. 14/Juli 1972

Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz
von Eberhard Fischer

Nr. 15/August 1972

Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl

Nr. 16/August 1972

Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer
von Dr.-Ing. Erwin Knublauch

Nr. 17/August 1972

Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen
von Dr.-Ing. Peter Reimers

Nr. 18/Januar 1973

Das Sprödbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches
von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 19/Januar 1973

Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos

Nr. 20/April 1973

Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 21/Juli 1973

Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig

Nr. 22/Juli 1973

Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi und Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 23/November 1973

**Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin
Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen**
von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske

Nr. 24/November 1973

Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung
von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 25/Dezember 1973

Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen
von Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 26/August 1974

Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —
von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise

Nr. 27/August 1974

Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall
von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg

Nr. 28/August 1974

Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern
von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich

Nr. 29/August 1974

Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall
von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider

Nr. 30/September 1974 (vergriffen)

The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology
von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon

Nr. 31/August 1975

Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung
von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann

Nr. 32/September 1975

Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen
von Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher

Nr. 33/November 1975

Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens
von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi

Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)

Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen
von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe

Nr. 35/Januar 1976

Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —
von Dipl.-Ing. Ernst Limberger

Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)

Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles

von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt

Nr. 37/Februar 1976

**Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen —
Vorschlag für ein Prüfverfahren —**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 38/Juni 1976

Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionitriertem Stahl 42 CrMo 4

von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig

Nr. 39/Juni 1976

**Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newtonschem Fließverhalten) insbesondere bei
höherer Scherbeanspruchung**

von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf

Nr. 40/Juni 1976

Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren

von Dr. rer. nat. H. Hantsche

Nr. 41/Okttober 1976

Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten

von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher

Nr. 42/Okttober 1976

Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft

von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen

Nr. 43/Okttober 1976

**Das Sprödbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der
Methode des Temperaturvergleiches**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 44/November 1976

**Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind,
unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“**

von Dipl.-Ing. W. Matthees

Nr. 45/Dezember 1976

Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten

von Dr.-Ing. W. Paatsch

Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)

Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung

Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses

von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler

Nr. 47/Juni 1977

Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen

von Dr.-Ing. Arno Plank

Nr. 48/Okttober 1977

Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn

von Dr.-Ing. U. Holzlöhner

Nr. 49/Dezember 1977

Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung

von Dr.-Ing. Günther Wittig

Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)

Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern

von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz
Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski

Nr. 51/Juni 1978

**Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von
Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen**

von Dr. rer. nat. J. Sickfeld

Nr. 52/August 1978

Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung

von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov

Nr. 53/Okttober 1978

Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge

von Rolf Günter Rohrmann und Reinald Rudolphi

Nr. 54 /Oktober 1978

Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung

von Dr.-Ing. Harro Sander

Nr. 55 /November 1978

Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %-Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung

von Dr.-Ing. Dieter Klaffke

Nr. 56 /Januar 1979

Stabilität von Sandwichbauteilen

von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langli

Nr. 57 /März 1979

**Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung
Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing**

von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus

Nr. 58 /März 1979

Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 59 /Juli 1979

Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl

von Dr.-Ing. Günther Plauk

Nr. 60 /August 1979

Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feiblechen beim Strecken

von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs

Nr. 61 /Dezember 1979

Beschreibung von Problemen der höheren Farbmimetrie mit Hilfe des Gegenfarbensystems

von Dr. Klaus Richter

Nr. 62 /Dezember 1979

Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle

von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker

Nr. 63 /Dezember 1979

Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase

von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig