

ISSN 0172-7613

**Forschungsbericht 64** BUNDESANSTALT FÜR  
MATERIALPRÜFUNG (BAM)  
BERLIN

**Ermittlung der Schwingungserregung beim  
Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in  
Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses  
einzelner Parameter auf die Ausbreitung von  
Erschütterungen im Tunnel und dessen  
Umgebung**

von Dr.-Ing. Werner Rücker

---

Februar 1980

166 Seiten, 157 Abbildungen, 8 Tabellen

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon 030/8104 - 1  
Telex 01 - 83 261 bamb d

## Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung der Ausbreitung von Erschütterungen im Boden, deren Ursache der Betrieb von schienengebundenen Fahrzeugen in Tunneln ist. Es wird ein Verfahren angegeben, mit dem die zunächst unbekannteren Erregerprozesse, die als Zufallsprozesse betrachtet werden können, aus gemessenen Antwortprozessen errechnet werden können. Das Wahrscheinlichkeitsverhalten der Erreger- und Antwortprozesse wird hierbei durch Gaußverteilungsdichten beschrieben, deren Gültigkeit für das behandelte Problem nachgewiesen wird. Ein auf der Methode der finiten Elemente basierendes Ersatzsystem für das reale System 'Tunnel im Boden' wird vorgestellt, seine mathematische Beschreibung unter Berücksichtigung der Energieabstrahlung ins Unendliche dargelegt sowie seine Eignung durch Versuche, die an einem Rohbautunnel durchgeführt wurden, nachgewiesen. Die Anwendung des Verfahrens wird am Beispiel von U-Bahn-Erschütterungen demonstriert. Für dieses Verkehrsmittel werden errechnete Erregerleistungsdichten und Normalverteilungen angegeben und die auftretenden Frequenzbereiche ihren physikalischen Ursachen zugeordnet. Der Einfluß einzelner Parameter auf die Ausbreitung der Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung wird untersucht, indem die Tiefenlage eines rechteckigen Tunnelquerschnitts, die Querschnittsform (Rechteckquerschnitt mit und ohne Mittelstütze, runder Querschnitt) sowie die Materialeigenschaften einschließlich Grundwasser des umgebenden Erdreichs variiert werden. Die Auswirkungen der einzelnen Systemparameter auf das Frequenz- und Amplitudenverhalten des Tunnels und des umgebenden Erdreichs werden diskutiert und die Art der Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden in prinzipieller Weise aufzeigt.

## Abstract

Subject of this work is the investigation of vibrations induced by subway traffic. A method is developed by which the unknown random excitation processes can be calculated from measured field response data. The probability density functions of the excitation and response processes are introduced as Gaussian distribution whose availability is proved. For the real system 'tunnel in soil' an equivalent discrete model based on the finite element method is given. The mathematical description of the model is shown and the model is proved by measurements made at a real subway structure. The application of the method is demonstrated by means of vibrations caused by subway traffic. For the excitation processes caused by subway traffic power spectra and Gaussian distributions are calculated. The frequency content of the power spectra are discussed and the relation to the physical phenomena are shown. The influence of some parameters to the propagation of the vibrations in the tunnel and the surrounding soil is investigated by varying the deepness of the tunnel structure, the cross-section of the tunnel (rectangular cross-section, circular cross-section), the material properties and the water table of the surrounding soil. The effects of the parameters with respect to frequencies and amplitudes of the tunnel and the surrounding soil are discussed and the propagation of the vibrations is shown in principle way.



<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>Seite</b>
<b>1. Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Einleitung	1
1.2 Existierende Methoden	1
1.3 Ziel und Methoden der Untersuchung	4
1.3.1 Ziel	4
1.3.2 Methoden der Untersuchung	4
1.3.2.1 Theoretische Untersuchungen	5
1.3.2.2 Experimentelle Untersuchungen	6
<b>2. Konkretisierung der Problemstellung</b>	<b>7</b>
2.1 Systembeschreibung	7
2.2 Ursachen der Erregung	8
2.3 Annahmen und Voraussetzungen bezüglich Rechenmodell, Systemparametern und Erregung	9
2.3.1 Rechenmodell	9
2.3.1.1 Voraussetzungen hinsichtlich des Systems	9
2.3.1.2 Voraussetzungen bezüglich des Stoffgesetzes	12
2.3.2 Erregung	13
2.4 Beschreibung der in den Untersuchungen variierten Parameter	15
2.4.1 Geometrie, Querschnittsform und Tiefenlage des Tunnels	15
2.4.2 Materialeigenschaften	16
2.5 Zusammenfassung	16
<b>3. Berechnung der Antwort- und Erregerprozesse eines stationär stochastisch belasteten Systems</b>	<b>17</b>
3.1 Vorbemerkung	17
3.2 Beschreibung von Zufallsfunktionen	18
3.3 Berechnung mittlerer stochastischer Antwortprozesse	18
3.3.1 Zielsetzung	18
3.3.2 Das Verfahren	19
3.3.3 Fehlerabschätzung	20
3.4 Wahrscheinlichkeitsdichten der Antwortprozesse	21
3.4.1 Verteilungsdichten	22
3.4.2 Verteilungsdichten für Maxima	23
3.5 Eingangs-Ausgangsbeziehungen linearer Systeme unter stochastischer Belastung	26
3.5.1 Beziehungen im Zeitbereich	26
3.5.2 Beziehungen im Frequenzbereich	27
3.5.2.1 Ein Eingang – Ein Ausgang	27
3.5.2.2 Mehrere Eingänge – Mehrere Ausgänge	28
3.6 Berechnung der Erregerleistungsdichten	29
3.6.1 Berechnungsverfahren	29
3.6.2 Lösungsverfahren	31
3.6.3 Fehlerbetrachtung infolge der Reduzierung auf einen einzigen Erregerprozeß	35
<b>4. Entwicklung, Lösung und Überprüfung eines Rechenmodells</b>	<b>37</b>
4.1 Allgemeine Darstellung	37
4.2 Beschreibung des Ersatzsystems	38
4.3 Lösungsverfahren	39
4.3.1 Teilbereich I	39
4.3.1.1 Darstellung der Berechnungsmethode	39
4.3.1.2 Lösung bei Wegerregung	41
4.3.1.3 Elementtyp	42
4.3.2 Bereiche L und R	44
4.3.3 Untere Systembegrenzung U	51
4.3.4 Gesamtsteifigkeitsbeziehung	54
4.3.5 Optimierung	56

	Seite
4.4 Ermittlung der Materialkennwerte	57
4.4.1 Schubmodul und Poissonzahl vom Boden	57
4.4.1.1 Einflüsse und theoretische Grundlagen	57
4.4.1.2 Bestimmung Schubmodul und Poissonzahl aus Feldmessungen	59
4.4.2 Materialdämpfung	62
4.4.2.1 Einflüsse und Grundlagen	62
4.4.2.2 Dämpfungsermittlung	63
4.4.2.3 Ansatz der Materialdämpfung im Rechenmodell	63
4.5 Versuche zur Überprüfung des Rechenmodells	66
4.5.1 Versuchsbeschreibung	66
4.5.2 Versuchsaufbau	69
4.5.3 Auswertung	71
4.6 Vergleich Meß- mit Rechenergebnissen	75
<b>5. Bestimmung der Erregung</b>	<b>78</b>
5.1 Messung der Systemantworten bei U-Bahn-Betrieb	78
5.1.1 Durchführung der Messungen	78
5.1.2 Auswertung	80
5.1.3 Ergebnisse der Messung	81
5.2 Ermittlung der Erregung infolge U-Bahn-Betrieb	88
5.2.1 FE-Rechnung	88
5.2.2 Ergebnisse, betreffend die Übertragungsfunktionen	88
5.2.3 Ergebnisse, betreffend die Erregung infolge U-Bahn-Betrieb	89
5.2.3.1 Darstellung	89
5.2.3.2 Einfluß der Fahrgeschwindigkeit	90
5.2.3.3 Normerregung	94
5.2.4 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	94
<b>6. Untersuchung des Einflusses verschiedener Systemparameter</b>	<b>97</b>
6.1 Art der Untersuchung	97
6.1.1 Beschreibung der Rechnungen	97
6.1.2 Darstellung der Ergebnisse	98
6.2 Ergebnisse	100
6.2.1 Spektrale Leistungsdichten	100
6.2.1.1 Einfluß der Tiefenlage	100
6.2.1.2 Einfluß einer Mittelstütze	103
6.2.1.3 Einfluß der Querschnittsform	104
6.2.1.4 Einfluß der Steifigkeit des umgebenden Bodens	106
6.2.1.5 Einfluß von Grundwasser	107
6.2.2 Wahrscheinlichkeitsdichten	109
6.2.2.1 Gaußverteilungsdichten	109
6.2.2.2 Maximalwertverteilungen	110
6.2.3 Wellenfeld	112
6.2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse	117
<b>7. Zusammenfassung der Arbeit</b>	<b>119</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>122</b>
<b>Anhang A</b>	<b>129</b>
<b>Anhang B</b>	<b>136</b>

## Vorwort der Projektleiter

Der vorliegende Bericht schließt ein dreijähriges Forschungsvorhaben ab, das die Vorhersage der Erschütterungen, die von U-Bahnen ausgehen, zum Ziele hatte. Die Arbeit gehört in den größeren Rahmen baugrunddynamischer Probleme, die die Fachgruppe Tiefbau schwerpunktmäßig bearbeitet.

Bei mehreren Gutachten für den Senat von Berlin hatte sich herausgestellt, daß in Archiven zwar viele Meßaufzeichnungen von U-Bahn-Erschütterungen lagen, eine systematische Auswertung dieser Messungen aber mangels einer umfassenden theoretischen Grundlage nicht möglich war. Sie konnten daher auch nicht zur Vorausberechnung für Planungs- und Entwurfzwecke genutzt werden.

Mit dieser Arbeit liegt nun ein Verfahren vor, statistisch gesicherte Kennfunktionen für die dynamischen Erregerkräfte an der Sohle des Gleises zu gewinnen. Für die in Berlin benutzten U-Bahn-Züge werden solche Funktionen angegeben. Ferner liegt ein auf der Methode der finiten Elemente beruhendes Rechenverfahren vor, mit dem die Schwingungen in der Umgebung des Tunnels infolge dieser Erregerkräfte berechnet werden können. Es werden konstruktive Hinweise für die Verminderung der Schwingungen gegeben. Die Verfahren können für beliebige Verkehrsmittel und für beliebige geometrische Formen der Fahrbahn benutzt werden, also auch für oberirdischen Verkehr. Dies gilt, solange man ebene Schwingungsausbreitung voraussetzen kann.

Die Forschungsarbeit wurde von Herrn Dr.-Ing. Werner Rücker mit außerordentlichem Engagement angegangen und mit einem Ergebnis abgeschlossen, das in seiner Aussagekraft zu Beginn nicht erhofft werden konnte. Er wurde bei der Messung und Auswertung von vielen Mitarbeitern, vor allem aber von den Herren N. Semrau und M. Manjock tatkräftig unterstützt. Ihnen allen, auch den ungenannten Herren, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Desweiteren gilt unser besonderer Dank dem

Senator für Bau- und Wohnungswesen und den Berliner Verkehrsbetrieben (BVG), die uns einen Tunnelrohbau und eine U-Bahn-Strecke unter Betrieb bereitwillig zur Verfügung gestellt haben und uns bei den Messungen großzügige Hilfe gewährten.

Der Senator für Wirtschaft von Berlin hat das Vorhaben aus ERP-Mitteln gefördert und in diesem Umfang erst ermöglicht. Die für diese Arbeit notwendigen Rechnungen wurden am Großrechenzentrum (GRZ), Berlin, durchgeführt.

## 1. Einführung

### 1.1 Einleitung

Die starke Zunahme des Verkehrs und der Bautätigkeit in unseren Städten belastet Gebäude und die darin befindlichen Menschen in immer größer werdendem Maße. Insbesondere im U-Bahn-Bau, der in den letzten Jahren eine großzügige Förderung erfahren hat, läßt es sich bisweilen nicht vermeiden, daß die Trasse infolge beengter Raumverhältnisse sehr dicht an bestehende Gebäude herangeführt und teilweise sogar unter bestehende Gebäude gelegt werden muß. Die von den in Tunneln fahrenden U-Bahn-Zügen erzeugten Schwingungen werden dann von den Menschen in den Gebäuden als störend empfunden, beeinträchtigen die Funktionsweise empfindlicher Apparate oder stellen gar die Standsicherheit von Bauwerken in Frage. Es müssen dann nachträglich bauliche Maßnahmen, mit oft sehr großem wirtschaftlichen Aufwand, zur Abschirmung oder Minderung der Erschütterungen getroffen werden.

Der Planer von ober- und unterirdischen Verkehrswegen muß deshalb vor Beginn der Erstellung eines Bauwerkes in der Lage sein zu entscheiden, ob auftretende Erschütterungen eine Größe erreichen, die hingenommen werden kann oder nicht.

Die Voraussage von Erschütterungen beinhaltet die Kenntnis der dynamischen Erregung, die Möglichkeit einer genauen Bestimmung aller Materialkennwerte, die das Übertragungsverhalten eines dynamisch belasteten Systems charakterisieren, die Auswahl eines geeigneten Rechenmodells zur Abbildung der realen Struktur und letztendlich ein Rechenverfahren zur Lösung der das Rechenmodell beschreibenden mathematischen Beziehungen.

Für die eventuelle Auswahl bestimmter konstruktiver Maßnahmen zur Schwingungsabwehr muß der Grad des Einflusses der Parameter, die das Schwingungsverhalten des Systems "Tunnel im Boden" bestimmen, bekannt sein.

### 1.2 Existierende Methoden

Der derzeitige Kenntnisstand auf dem Gebiet der Schwingungsabwehr von U-Bahn-Erschütterungen ist durch eine Vielzahl von experimentellen Untersuchungen gekennzeichnet. KOCH und OELKERS

[ 46 ] (1965) untersuchen die Schwingungen in der Nachbarschaft von U-Bahn-Tunneln. In dieser Untersuchung werden die durch eine Terzfilteranalyse ermittelten Frequenzspektren verschiedener Meßpunkte im Tunnel und in benachbarten Gebäuden angegeben. In weiteren Arbeiten der genannten Autoren [ 45 ], [ 57 ] werden verschiedene Oberbauarten experimentell untersucht und deren schwingungstechnisches Verhalten verglichen und beurteilt. Eine sehr gute Zusammenfassung über Erschütterungsmessungen an unterirdischen Schienenbahnen ist von HAUCK, WILLENBRINK, STÜBER in [ 35 ] (1972) zu finden. Diese Autoren untersuchen den Einfluß verschiedener Oberbauarten, Schotterbettungen unterschiedlicher Höhe, des Zustandes der Radlaufflächen sowie den Einfluß der Fahrgeschwindigkeit auf die Körperschallanregung des Tunnelbauwerkes.

KAZAMAKI, T. [ 40 ] (1977) teilt verschiedene Meßergebnisse über Schwingungen aus Tunneln mit. In dieser Arbeit werden verschiedene Oberbauarten hinsichtlich ihrer Emissionen beurteilt. Interessant ist hier, daß ein Schotterbett auf federnder Unterlage, die aus alten Autoreifen hergestellt wird (Ballast-Mat), eine überraschend gute Schwingungsisolierung ergibt.

Die DEUTSCHE BUNDESBahn [ 20 ] hat zahlreiche Messungen bei klassischen und neu entwickelten Oberbauarten ausgeführt.

Für die Ausbreitung der Wellen im Untergrund liegen dagegen Messungen und Untersuchungen nur in geringem Umfange vor.

KOBAYASKI [ 42 ], [ 43 ], [ 44 ] vergleicht anhand von Messungen die dynamischen Einwirkungen auf den Untergrund im Bereich von ebenerdigen Streckenabschnitten, Brücken und Einschnitten. JELLINEK und SCHUBERT [ 39 ] (1974) untersuchen die Ausbreitung von Schwingungen in torfigem und sandigem Untergrund. Neben dem Gleiskörper wurden Frequenzen registriert, die linear mit der Zuggeschwindigkeit zunehmen, in größerer Entfernung ergaben sich Frequenzen, die möglicherweise im Bereich der 'Eigenfrequenzen' des Untergrundes liegen.

MORII [ 55 ] (1977) untersucht die Wellenausbreitung im Untergrund bei Zügen mit hoher Geschwindigkeit in Abhängigkeit von den Untergrundverhältnissen und der Oberbauart. Dabei wird aus umfangreichen Messungen die Tatsache bestätigt, daß Wellen mit

höheren Frequenzen eine geringere Reichweite als Wellen mit niedrigen Frequenzen besitzen.

Theoretische Analysen des Systems "Tunnel im Boden" unter dynamischer Erregung durch U-Bahn-Verkehr sind sehr selten und beschränken sich meist auf das Tunnelbauwerk selbst. Bei diesen Untersuchungen (KOCH, KUEST u.a. [ 47 ] (1966), STEINBEISSER [ 73 ] (1967) ) wird der Tunnel als Feder-Masse-System bzw. ebenes Stabwerkssystem betrachtet und der umgebende Boden durch masselose Federelemente ersetzt.

Diese Art der Modellabbildung erlaubt zwar die näherungsweise Berechnung von Eigenfrequenzen und -formen für das Tunnelbauwerk selbst, die Wechselwirkung zwischen umgebendem Boden und Tunnelbauwerk, die eventuell zur Folge haben kann, daß der Tunnel nicht als Ganzes, sondern einzelne Bauteile für sich schwingen sowie die Art der Schwingungsausbreitung in das umgebende Erdreich kann mit diesen Methoden nicht erfaßt werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß eine Vielzahl experimenteller Untersuchungen und auch Rechenmodelle [ 38 ], [ 66 ], [ 67 ] für verschiedene Oberbauarten vorliegen, daß aber bisher kein Rechenmodell existiert, das die Berechnung der Erschütterungen im Tunnelbauwerk selbst sowie im umgebenden Erdreich gestattet.

Für die Größenordnung und den Frequenzinhalt der Erregung, deren Kenntnis zur Vorausberechnung unerlässlich ist, werden von einigen Autoren [ 57 ], [ 35 ], [ 73 ] eine Anzahl von Einflußfaktoren, wie z.B. Konstruktion der Fahrzeuge, Zustand des Radreifens und der Schiene, Fahrgeschwindigkeit, Aufbau und Beschaffenheit des Oberbaus, als wesentlichste genannt.

SATOH und TOYODA (1966) teilen in [ 66 ] Meßergebnisse über den Einfluß einer Rad-Flachstelle auf die Spannungszunahme in der Schiene mit. Demnach wirken sich Flachstellen bis zu einer Zuggeschwindigkeit von etwa 60 km/h sehr ungünstig aus.

In [ 73 ] ist eine Abschätzung der vermutlich auftretenden Frequenzen aus den Eigenschwingungen der abgefederten Zugmasse aus dem Überrollvorgang des Rades zwischen den Schienenstützpunkten sowie der Frequenzen, die infolge Riffelbildung erzeugt

werden, zu finden. Eine qualitative Angabe über den Betrag und den gesamten Frequenzinhalt der Erregung im interessierenden Bereich von ca. 0 bis 80 Hz fehlt jedoch bislang völlig.

### 1.3 Ziel und Methoden der Untersuchung

#### 1.3.1 Ziel

Das Ziel dieser Arbeit besteht aus den Teilen:

1. Beschreibung der Beziehungen zwischen stochastischen Erregungs- und Antwortprozessen

2. Entwicklung, Lösung und Überprüfung eines Rechenmodells für das Kontinuum "Tunnel im Boden"

3. Bestimmung der Systemparameter

4. Bestimmung der Erregungsprozesse (Wahrscheinlichkeitsdichten und spektrale Leistungsdichten) im praktisch interessierenden Frequenzbereich (0 bis 80 Hz) in Abhängigkeit des Parameters der Zuggeschwindigkeit (30 km/h bis 70 km/h)

5. Untersuchung des Einflusses maßgebender Systemparameter hinsichtlich des Schwingungsverhaltens des Systems

Mit der Behandlung dieser 5 Punkte ist dann die Grundlage zur Lösung des eigentlichen Problems - das ist die Vorhersage der zu erwartenden Erschütterungen in umliegenden Gebäuden - geschaffen. Da aber bereits von RÜCKER in [ 64 ] gezeigt wurde, wie das Schwingungsverhalten von Gebäuden bei Kenntnis der sogenannten Freifelderregung berechnet werden kann, bietet die Untersuchung dieses Punktes nichts Neues und wird deshalb im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt.

#### 1.3.2 Methoden der Untersuchung

Die notwendigen Untersuchungen werden sowohl theoretisch als auch experimentell durchgeführt.

### 1.3.2.1 Theoretische Untersuchungen

Bisherige Untersuchungen, z.B. HAUCK, WILLENBRINK, STÜBER [ 35 ] haben gezeigt, daß die durch Bahnverkehr ausgelösten Erschütterungen stets zufälligen Schwankungen unterworfen sind. Bei einer deterministischen Betrachtungsweise sind dann Voraussetzungen über die mögliche Erschütterungsbelastung auf die Umgebung mit erheblicher Unsicherheit behaftet. In dieser Arbeit werden deshalb die Erreger- und Antwortprozesse als Zufallsprozesse betrachtet. Damit ist dann die Möglichkeit gegeben, die zu erwartenden Schwingungsgrößen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu belegen.

Die Erregerprozesse, als Eingangsgrößen einer Vorausberechnung von zu erwartenden U-Bahn-Erschütterungen, können nicht direkt bestimmt bzw. gemessen werden, da in den Meßgrößen immer die Systemeigenschaften des jeweilig betrachteten Systems enthalten sind.

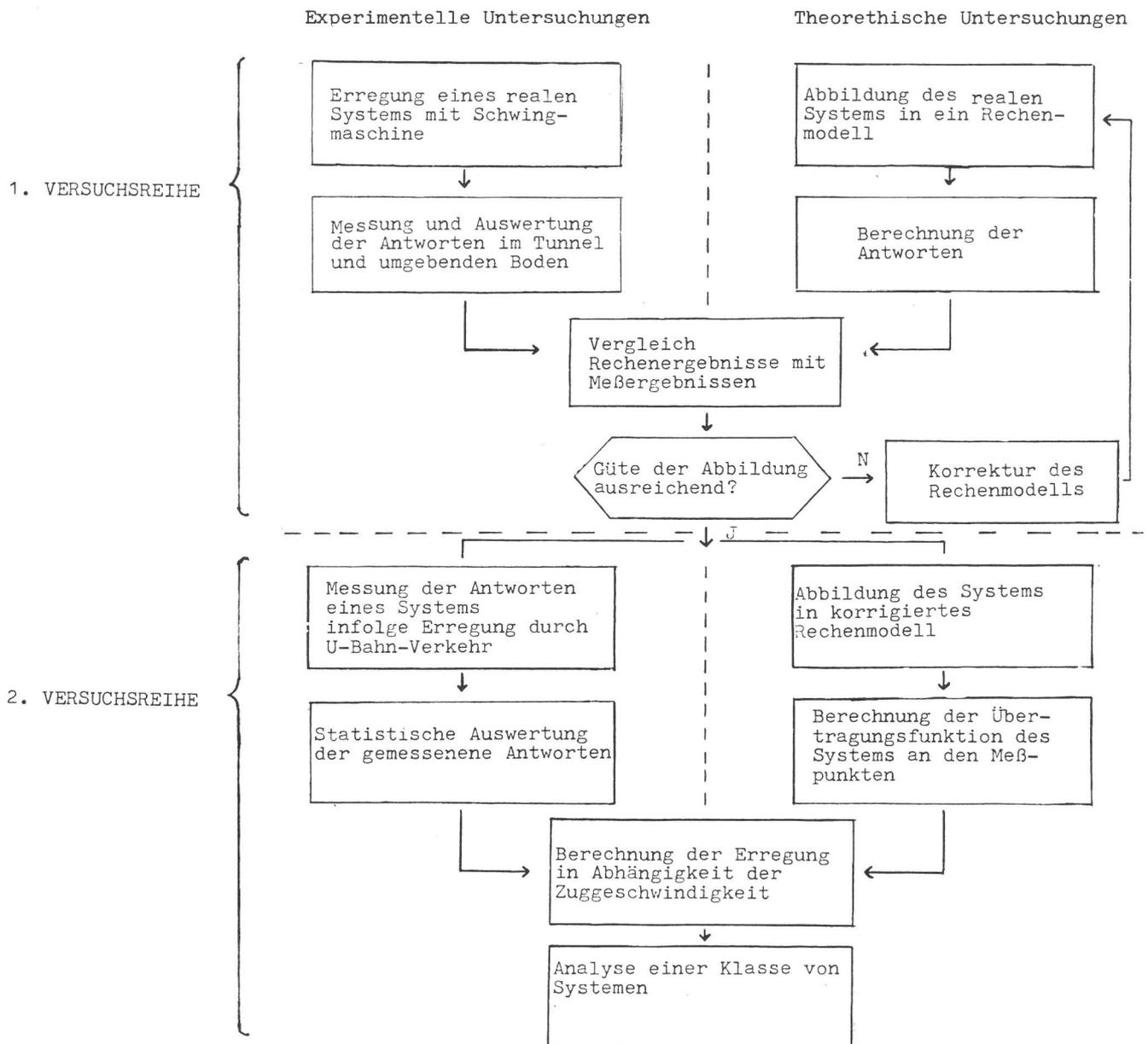
Zur Bestimmung von Erregerprozessen, die unabhängig von dem jeweilig betrachteten System sind, wird deshalb ein spezielles Verfahren entwickelt, mit dem die Erregerprozesse bei Kenntnis der Übertragungseigenschaften des Systems aus gemessenen Antwortprozessen errechnet werden können. Vorausgesetzt wird dabei ein stationärer Prozeß, der real infolge der großen Anzahl der Schwingungen während der Vorbeifahrt eines Zuges in erster Näherung immer gegeben ist.

Die Vorausberechnung der zu erwartenden Erschütterungen erfolgt in einem Rechenmodell der realen Situation. Die vorliegende Situation ist nun aber geometrisch so kompliziert, daß mit analytischen Modellen keine befriedigende Lösung erzielt werden kann. Zur Lösung wird deshalb ein numerisches Verfahren, die Methode der Finiten Elemente, angewendet, die sich sehr gut zur Lösung von Problemen mit geometrisch komplexen Randbedingungen eignet. Hinsichtlich der Wellenausbreitung wird ein ebenes Dehnungsproblem betrachtet, das Rechenmodell ist linear.

### 1.3.2.2 Experimentelle Untersuchungen

Bei der Abbildung des realen Systems in ein Rechenmodell muß streng idealisiert werden. Infolge der Komplexität des Problems lassen sich jedoch die Auswirkungen notwendiger Vereinfachungen auf das Ergebnis nicht von vornherein abschätzen. Es ist deshalb unumgänglich, die Brauchbarkeit des Modells durch Versuche zu belegen. Dies wird im Rahmen einer 1. Versuchsreihe durch Messungen und Vergleich mit der Rechnung an einem mit definierter Erregung belasteten realen Tunnelsystem durchgeführt.

Tabelle 1  
Übersicht über die experimentellen und theoretischen Untersuchungen



Die zweite Versuchsreihe hat zum Ziel, die Erregerprozesse infolge U-Bahn-Verkehr aus gemessenen Antwortprozessen zu bestimmen. Hierzu werden die Antworten eines anderen Tunnelsystems an mehreren als repräsentativ und geeignet ausgesuchten Meßpunkten im Tunnel und umgebenden Boden gemessen. Die Erregerprozesse werden dann durch Rückrechnung mit einem speziell entwickelten Verfahren bestimmt. Eine Übersicht über die Art und Reihenfolge dieser Untersuchungen ist in Tabelle 1 zusammengestellt.

## 2. Konkretisierung der Problemstellung

### 2.1 Systembeschreibung

Die Voraussage möglicher Erschütterungen beinhaltet neben der Kenntnis der Erregungsprozesse die mathematische Beschreibung der Struktur durch ein geeignetes Rechenmodell.

Das gesamte schwingungsfähige System besteht aus den Komponenten Gleis, Oberbau, Tunnel und umgebender Boden. Die vom Zug in Wechselwirkung mit der Fahrbahn erzeugten Erschütterungen werden über die Schienen und die Stützkonstruktion (im allg. Schwellen) in das Schotterbett und von dort auf das Tunnelbauwerk übertragen.

Die Art der dynamischen Reaktion der Tunnelkonstruktion wird neben den Materialeigenschaften des Baustoffes Beton von der Geometrie des Tunnels, d.h. dem Verhältnis der

Tunnelbreite / Tunnelhöhe  
von den Decken- und Wandstärken  
von der Anordnung von Mittelstützen  
von der Wahl eines Rechteck- oder Kreisprofils

bestimmt.

Im weiteren wird nach [ 35 ] das Schwingungsverhalten des Systems von der relativen Tiefenlage des Tunnels in bezug auf die Geländeoberfläche, d.h. von der auf der Tunneldecke aufliegenden Bodenmasse sowie von der Größe des Erddrucks auf

Tunnelwände und Tunnelsohle beeinflusst. Die Art der Schwingungsübertragung zwischen Tunnel und Boden ist von dem Verhältnis ihrer Steifigkeiten abhängig. Wie sich die Schwingungen im Boden ausbreiten, insbesondere welche Schwingungen mit welcher Frequenz bevorzugt übertragen werden, wird neben den geometrischen Eigenschaften des umgebenden Bodens (z.B. Schichtung, Einbauten) von den Materialeigenschaften bestimmt. Die Materialeigenschaften wiederum sind ebenfalls einer Vielzahl von Einflußparametern unterworfen (s. Kap. 4.4). Als weitere wichtigste Einflußgrößen auf die jeweils aktuellen Werte werden in [ 33 ] die sogenannte effektive Oktaedernormalspannung sowie der Porengehalt und das Vorhandensein von Grundwasser genannt.

## 2.2 Ursachen der Erregung

Die Entstehungsursachen der dynamischen Belastung bei dem betrachteten Problem sind sehr kompliziert. Neben den Unwuchten der Antriebsmaschinen des Zuges, die im allgemeinen zumindest näherungsweise bestimmbar sind, tragen zufällige Einflüsse, wie Flachstellen der Radreifen, Oberflächenrauheit des Schienenkopfes, ungleichmäßige Lagerung der Schienen in der Schwellenebene sowie Schwerpunktverlagerungen der Drehgestelle und des Fahrzeuges beim Lauf im Gleis wesentlich zum Aufbau des Erregungsprozesses bei. Beim Abrollvorgang des Rades auf der Schiene entsteht dann eine zeitlich veränderliche Kraft, die sich aus einer zufälligen Folge von Kraftimpulsen unterschiedlicher Dauer und Stärke zusammensetzt. Zu diesen Erregerprozessen kann in manchen Fällen noch ein periodischer Anteil hinzukommen, wenn sich auf der Schienenlaufläche in etwa gleichbleibenden Abständen von wenigen Zentimetern eine Anzahl von Riffeln in Millimetergröße bilden. Infolge des Zufallscharakters der genannten Parameter ist es nicht gerechtfertigt, die Erregerprozesse als determiniert zu betrachten. Eine wirklichkeitsnahe Beschreibung dieser Vorgänge kann nur mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie erfolgen.

## 2.3 Annahmen und Voraussetzungen bezüglich Rechenmodell, Systemparametern und Erregung

### 2.3.1 Rechenmodell

Das schwingungsfähige System "Tunnel im Halbraum" besteht aus dem Gleiskörper mit Oberbau und der Tunnelkonstruktion, die in einen Halbraum, der oft noch in irgendeiner Weise geschichtet ist, eingebettet ist. Dieses räumlich ausgedehnte System ist in der Lage, sehr komplizierte dreidimensionale Schwingungen auszuführen. Die das Schwingungsverhalten des Systems beeinflussenden Faktoren sind

- Art der Oberbaukonstruktion
- Geometrie des Tunnels
- Tiefenlage des Tunnels im Erdreich
- Art des umgebenden Bodens
- Inhomogenitäten, wie z.B. Schichtung des umgebenden Bodens
- Lage des Tunnelbauwerkes im Grundwasser
- Einbauten im Boden, die die Schwingungsausbreitung beeinflussen.

Bei der Analyse wird das wirkliche System durch Diskretisierungen in ein berechenbares Modell abgebildet. Diese Modell muß sehr sorgfältig ermittelt werden, da von der Güte des Modells die Brauchbarkeit der Ergebnisse abhängt.

Das Modell muß bezüglich der Geometrie, der Massenverteilung und der Materialeigenschaften allen wesentlichen Einflüssen gerecht werden, wobei jedoch darauf zu achten ist, daß das Schwingungsverhalten des Modells mit einem Minimum an Aufwand berechnet und interpretiert werden kann. Es ist deshalb notwendig, zu Beginn einige sinnvolle einschränkende Voraussetzungen festzulegen und deren Gültigkeit und Auswirkungen auf das Ergebnis zu diskutieren.

#### 2.3.1.1 Voraussetzungen hinsichtlich des Systems

Bewegt sich der U-Bahnzug mit einer bestimmten Geschwindigkeit längs der Schienen, so entstehen in der Berührungsebene zwischen Rad und Schiene eine Folge von regellosen Impulsen unter-

schiedlicher Stärke, die im allgemeinen nicht synchron wirken. Das hierdurch entstehende Wellenfeld ist dann räumlich. Sind jedoch die Anzahl der einzelnen Impulse und die dadurch erzeugten Schwingungen sehr groß, so kann entsprechend dem Huygensschen Prinzip, nach dem jeder Punkt einer Welle als Zentrum sekundärer Wellen betrachtet werden kann, angenommen werden, daß sich die einzelnen Schwingungen in einiger Entfernung vom Erregerort zu einer quasi-ebenen Welle superponieren. Daß diese Annahme in sehr guter Näherung zutrifft, haben RÜCKER/HOLZLÖHNER in [ 63 ] durch Messungen im Wellenfeld seitlich eines U-Bahntunnels nachgewiesen.

Für das Tunnelbauwerk selbst ist von STEINBEISSER in [ 73 ] gezeigt worden, daß eine Reduktion des dreidimensionalen Tunnelbauwerks auf ein zweidimensionales Ersatzmodell für die meisten praktischen Fälle nur sehr geringen Einfluß auf das Ergebnis besitzt.

Für das Schotterbett wird in erster Näherung ebenfalls ebene Schwingungsausbreitung angenommen. Das Schienenschwellensystem kann jedoch in einem ebenen Ersatzsystem nicht explizit berücksichtigt werden, da dessen Schwingungsverhalten überwiegend räumlich ist [ 73 ]. Für das hier angestrebte Ziel, die Schwingungsausbreitung in der Umgebung des Tunnels zu berechnen, ist es jedoch möglich, das Schienenschwellensystem indirekt zu berücksichtigen, indem das dynamische Verhalten dieses Teilsystems der zu berechnenden Erregung als eine ihrer Ursachen zugeschlagen wird.

Die Diskretisierung des nun als eben betrachteten realen Systems in ein berechenbares Ersatzsystem wird im weiteren in der Weise durchgeführt, daß das zu untersuchende System in drei Teilbereiche aufgeteilt wird (s. Bild 4.1):

1. In einen inneren Bereich I, der das unmittelbare Nahfeld mit dem Tunnel und dem darin befindlichen Schotterbett sowie das darüber und darunter befindliche Erdreich bis zu einer gewissen Tiefe umfaßt. Die Geometrie ist in diesem Gebiet keinen Beschränkungen unterworfen. Dieser Bereich wird mit der Methode der finiten Elemente berechnet.

2. In zwei äußere Bereiche L und R, die das an den inneren Bereich anschließende Erdreich beschreiben und in horizontaler Richtung unendliche Ausdehnung besitzen. Diese Bereiche müssen horizontale Schichtung aufweisen, vertikale Schichtgrenzen werden hier nicht zugelassen. Ein Rechenverfahren für diese Bereiche ist von WAAS [ 80 ] entwickelt worden und wird hier verwendet.
3. In einen aus Dämpferelementen bestehenden unteren Bereich U, der das System zum unendlich gedachten Halbraum nach unten begrenzt. Ist der Winkel zwischen Fortpflanzungsrichtung der Wellenfront und dieser Systembegrenzung nicht kleiner als  $20^{\circ} - 30^{\circ}$ , so absorbieren die Dämpferelemente nach LYSMER/KUHLEMEYER [ 53 ] vollständig die Energie der einfallenden Wellenfront.

Geometrische Beschränkungen sind damit nur für die beiden äußeren Bereiche L und R gegeben, d.h. die Methode ist ohne Einschränkungen anwendbar, solange horizontale Schichtung des umgebenden Bodens vorliegt. Sind jedoch in dem interessierenden Bereich, in dem die Erschütterungen berechnet werden sollen, geneigte Schichtgrenzen vorhanden, so muß dieses Gebiet vollständig in dem inneren Bereich I liegen. Die beiden äußeren Bereiche L und R haben dann nur die Aufgabe, ähnlich wie der untere Bereich U, dafür zu sorgen, daß an den Begrenzungsflächen zwischen dem Bereich I und den Bereichen L und R keine Reflexionen stattfinden.

Das Schwingungsverhalten von in der Umgebung des Tunnels befindlichen Gebäuden wird hier nicht behandelt. HOLZLÖHNER [ 36 ] und RÜCKER [ 64 ] haben gezeigt, wie das Schwingungsverhalten von Gebäuden bei Kenntnis der in dieser Arbeit berechneten Freifeldschwingung (das ist die von Gebäuden unbeeinflusste Schwingung) berechnet werden kann.

Desweiteren wird das Schwingungsverhalten des Systems als determiniert betrachtet. Determiniertes Systemverhalten bedeutet, daß die Materialeigenschaften und Systemabmessungen keinen zufälligen Schwankungen unterworfen sind. Tatsächlich treten jedoch immer Zufälligkeiten auf. Diese Zufälligkeiten sind aber klein im

Vergleich mit dem zufälligen Charakter der Erregerprozesse.

### 2.3.1.2 Voraussetzungen bezüglich des Stoffgesetzes

Aufgrund systematischer Laborversuche an Bodenproben mit dem sog. "Resonant Column Gerät" haben HARDIN/BLACK [ 31 ] und DRNEVICH/HALL/RICHARTS [ 22 ] erkannt, daß das dynamische Verhalten von Sand sehr gut durch ein elastisches Stoffgesetz beschrieben werden kann, unter der Voraussetzung, daß die Scherdehnung einen Betrag von kleiner  $10^{-4}$  besitzt.

Bei U-Bahn-Erschütterungen ist zu beobachten, daß maximale Amplituden der Schwinggeschwindigkeit im Bereich um 0.2 mm/s liegen. Legt man Scherwellenausbreitungsgeschwindigkeiten von 100 m/s bis 300 m/s zugrunde - solche Werte werden üblicherweise gemessen -, so erhält man mit der oben genannten Schwinggeschwindigkeitsamplitude Scherdehnungen im Bereich von  $10^{-6}$  bis  $10^{-7}$ . Diese Scherdehnungen liegen um Größenordnungen unter der oben angegebenen Grenzscherdehnung. Für das zu untersuchende Problem ist es deshalb gerechtfertigt, das Materialverhalten des Bodens durch ein linear elastisches Stoffgesetz zu beschreiben.

Unterwirft man ein Bodenelement zyklischer Beanspruchung, so wird in jedem Zyklus infolge innerer Reibung und anderer noch nicht vollständig geklärter Vorgänge Energie dissipiert. Ein Maß für die in einem Zyklus dissipierte Energie erhält man aus der Spannungs-Dehnungsbeziehung, die für einen vollen Zyklus eine Hysteresisschleife ergibt. In [ 33 ] wird nachgewiesen, daß für Scherdehnungsamplituden in der hier betrachteten Größenordnung von  $10^{-6}$  und für Frequenzen kleiner als 2.500 Hz die Materialdämpfung als frequenz- und dehnungsunabhängige hysteretische Dämpfung beschrieben werden kann. Wie in [ 75 ] dargelegt, gelten die gleichen Sachverhalte für Beton.

Aus diesen Gründen werden die Stoffe Beton und Boden (hierzu zählt auch Schotter) als linear elastische, mit hysteretischer Dämpfung versehene Materialien betrachtet.

### 2.3.2 Erregung

Die durch den U-Bahn-Verkehr ausgelösten Erregerprozesse besitzen ein breitbandiges Frequenzspektrum, sind an sich nichtstationär und entstehen aus einer Vielzahl von zufälligen Prozessen. Der die Erregungsvorgänge beschreibende Zufallsprozeß  $x(t)$  ist zunächst nicht bekannt, da nur einzelne Realisierungen  $x_j(t)$  des Prozesses  $x(t)$  auftreten. Zudem sind die einzelnen Realisierungen einer direkten Messung nicht zugänglich, da immer nur die Antworten  $y_j(t)$  eines Systems gemessen werden können. Zur Lösung des Problems, der Ermittlung der Erregerprozesse, müssen folgende wesentliche Fragen behandelt werden:

Wie kann aus einer Vielzahl von einzelnen Realisierungen  $x_j(t)$  der Verlauf des gesamten Zufallsprozesses  $x(t)$  approximiert werden?

Welche Wahrscheinlichkeitsdichte ist zur statistischen Beschreibung der Erregungs- und Antwortprozesse als gültig anzusehen?

Wie können aus gemessenen Antwortprozessen eines Systems die Erregerprozesse bestimmt werden?

Im allgemeinen wirkt die Erregung nicht nur in einer Ebene des Querschnitts als zeitliche horizontale und vertikale Belastung auf den Schienenkopf, sondern auch in Längsrichtung der Gleise. Desweiteren muß angenommen werden, daß die horizontale und vertikale Belastung nicht gleichzeitig mit vollem Betrag auf beide Schienenköpfe einwirkt, sondern daß in jeder Belastungsrichtung unterschiedliche Phasenlage vorhanden ist. Zudem kann die Belastungsintensität in jeder Belastungsrichtung und auf jeden Schienenkopf verschieden sein.

Diese komplexen Vorgänge sind einer rationalen Behandlung nicht mehr zugänglich. Es müssen deshalb einige einschränkende Annahmen zur rechnerischen Behandlung des Problems vereinbart werden.

Die Erregerprozesse werden im interessierenden Bereich wegen der großen Schwingungszahl während der Vorbeifahrt eines Zuges als stationär betrachtet. Diese Annahme wird durch die Literatur [ 35 ] und durch eigene Messungen bestätigt, bei denen sich zeigte, daß sich nach kurzer Einwirkzeit stationäres Verhalten einstellt.

Desweiteren wird angenommen, daß die vertikale Belastung in dem untersuchten Geschwindigkeitsbereich von (30 bis 70) km/h den bedeutendsten Teil der Erregung darstellt. Die Begründung für diese Annahme liegt einerseits darin, daß aus Messungen der DEUTSCHEN BUNDESBAHN [ 20 ] bekannt ist, daß der Einfluß einer seitlichen Belastung erst im höheren Geschwindigkeitsbereich und dann insbesondere für das Fahrzeug selbst, das zu Schlingerbewegungen angeregt wird, von Bedeutung ist, andererseits darin, daß ein Großteil der horizontalen Kräfte durch das Gleissystem selbst aufgenommen wird. Durch die elastische Lagerung des Gleissystems in Querrichtung werden höherfrequente Anteile des Erregerspektrums nicht auf das Tunnelsystem übertragen und spielen deshalb keine Rolle auf die Erschütterungsausbreitung in die Umgebung des U-Bahn-Tunnels. Diese Annahme wird durch durchgeführte Messungen am Gleissystem bestätigt.

Wie in Kap. 2.3.1.1 beschrieben, wird das Gleis als mechanisches Teilsystem in dem Ersatzsystem nicht berücksichtigt, sondern sein dynamisches Verhalten der zu berechnenden Erregung als eine ihrer Ursachen zugeschlagen. Für die zu berechnende Ersatzerregung, deren Angriffspunkt nunmehr in der Schnittfläche zwischen Schwellenunter- und Schotteroberkante liegt, gilt jetzt zu klären, ob eine Kraft- oder Wegerregung anzunehmen ist.

Von JELLINEK [ 39 ] sind Versuche mit dem Ziel durchgeführt worden, die Spannungsverteilung unter einer Eisenbahnschwelle unter Zugbelastung zu bestimmen. Dabei hat es sich gezeigt, daß die Spannungsverteilung einer Schwelle, die auf einem Schotterbett ruht, der eines starren Fundamentes entspricht. Die zugehörige Randbedingung eines starren Fundamentes ist eine Verschiebungsrandbedingung. Demzufolge wird gemäß Punkt 4 der Zielsetzungen die zu bestimmende Erregung als Wegerregung an der Schotteroberkante definiert, die als rein vertikal wirkend angenommen wird. Im Gegensatz hierzu wird den Versuchen zur Überprüfung des Rechenmodells gemäß Punkt 2 der Zielsetzung eine Krafterregung

zugrunde gelegt. Der alleinige Grund hierfür ist ausschließlich in der besseren Realisierung im Versuch zu sehen.

## 2.4 Beschreibung der in den Untersuchungen variierten Parameter

### 2.4.1 Geometrie, Querschnittsform und Tiefenlage des Tunnels

Eine Auswahl zu untersuchender Querschnitte, insbesondere der geometrischen Außenabmessungen der Tunnelkonstruktionen muß sich nach den in der Baupraxis üblichen Querschnitten orientieren. Aus einer Arbeit von KEGEL [ 41 ], in der sämtliche zur Zeit ausgeführten Querschnittsformen beschrieben werden, folgt, daß die Abmessungen der Querschnitte in sehr engen Grenzen variieren. Es ist deshalb gerechtfertigt, aus dem Ensemble der Querschnitte einen Normquerschnitt auszuwählen, der im weiteren allen Berechnungen zugrunde gelegt wird.

Aus der Vielzahl der möglichen Querschnittsformen werden hier die in der Praxis üblichen Rechteck- und Kreisprofile ausgewählt. Aus einer Arbeit von KOCH u.a. [ 47 ], in der die Eigenfrequenzen verschiedener Tunnelbauwerke ohne Berücksichtigung des umgebenden Bodens untersucht wurden, ist zu ersehen, daß eine Variation der Tunnelwandstärken nur geringen Einfluß auf die Lage der Eigenfrequenzen des Tunnelbauwerkes besitzt. Dagegen kann die Anordnung einer Mittelstütze in einigen Fällen eine erhebliche Verschiebung der Eigenfrequenzen bewirken. Berücksichtigt man dieses Ergebnis, so ist es sinnvoll, die Abmessungen des ausgewählten Normquerschnittes nicht zu variieren, jedoch ebenfalls ein System mit Mittelstütze zu betrachten.

Auf den wesentlichen Einfluß der Tiefenlage der Tunnelkonstruktion auf die Schwingungsausbreitung wird in [ 35 ] hingewiesen. Um den qualitativen und quantitativen Einfluß dieser Größe auf die Schwingungsausbreitung in der Tunnelkonstruktion und im umgebenden Boden zu untersuchen, wird deshalb die Tiefenlage in für die Praxis wichtigen Grenzen variiert. Zur Betrachtung kommt hier eine Überdeckung des Tunnelbauwerkes von 1,50 m, 3,50 m und 7,00 m.

## 2.4.2 Materialeigenschaften

Die Übertragungseigenschaften eines Systems, Betrag der Amplituden und vorherrschende Frequenzen werden in bedeutendem Maße von den Materialeigenschaften der Systembaustoffe bestimmt. Auf eine wirklichkeitsnahe Ermittlung der die Materialeigenschaften kennzeichnenden Größen des Schubmoduls  $G$ , der Poissonzahl  $\nu$  und der Materialdämpfung  $D$  ist deshalb größtes Gewicht zu legen.

Während für den Baustoff 'Beton' die Materialkennwerte im allgemeinen in engen Grenzen schwanken, streuen die entsprechenden Werte für das 'Material' Boden oft erheblich. Bei der vorliegenden Untersuchung werden deshalb die im Rahmen der 1. Versuchsreihe experimentell ermittelten Materialkennwerte des Baustoffes 'Beton' als gültig für alle zu analysierenden Systeme betrachtet. Für den Baustoff 'Boden' dagegen werden diejenigen Fälle in die Untersuchung mit einbezogen, die für die Mehrzahl der vorkommenden Verhältnisse als repräsentativ angesehen werden können.

Fall 1 gilt für die häufig auftretenden Verhältnisse von mitteldichten Böden. Die Materialkennwerte für diesen Fall werden hier aus Messungen im Felde ermittelt.

Fall 2 gilt für verfestigten Boden mit relativ hoher Steifigkeit. Hier werden die für den Fall 1 ermittelten Werte um den Faktor 10 erhöht.

Fall 3 berücksichtigt den Einfluß eines Grundwasserhorizonts im Boden. Für dieses System werden die Materialkennwerte des Bodens aus Feldmessungen und theoretischen Überlegungen ermittelt.

In allen Fällen wird entsprechend den realen Verhältnissen eine Zunahme des Schubmoduls  $G$  und eine Abnahme der Materialdämpfung  $D$  mit der Tiefe angenommen.

## 2.5 Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist, ein Verfahren zu entwickeln, mit dem die Erschütterungen infolge U-Bahn-Verkehr vorausberechnet werden können. Die notwendigen Arbeiten werden sowohl theoretisch als auch experimentell durchgeführt.

Im theoretischen Teil wird ein ebenes Ersatzsystem für das reale System 'Tunnel im Halbraum' angegeben. Die Stoffe Beton und Boden (hierzu zählt auch der Schotter) werden als linear elastische mit hysteretischer Dämpfung versehene Materialien betrachtet.

Entsprechend den realen Gegebenheiten werden die Erregerprozesse und Antwortprozesse als Zufallsprozesse betrachtet. Die zunächst unbekannte Erregung des Systems wird als Wegerregung an der Schotteroberkante definiert, die mit einem speziell entwickelten Verfahren aus gemessenen Antworten des Systems berechnet wird.

Im experimentellen Teil werden Versuche durchgeführt mit dem Ziel

- a) das Ersatzsystem zu überprüfen
- b) die Erregerprozesse aus gemessenen Antwortprozessen zu bestimmen.

Aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit werden diese Versuche nicht zusammenhängend, sondern bei den jeweiligen Teilaufgaben beschrieben. Eine allgemeine Versuchsbeschreibung ist in Kapitel 4 zu finden.

### 3. Berechnung der Antwort- und Erregerprozesse eines stationär stochastisch belasteten Systems

#### 3.1 Vorbemerkung

In diesem Kapitel wird ein Verfahren angegeben, mit dem die stochastischen Erregerprozesse  $x(t)$  aus gemessenen Antwortprozessen  $y(t)$  berechnet werden können.

Zur Bestimmung der Erregerprozesse müssen zunächst die Art der Beschreibung einer Zufallsfunktion, die Art der Ermittlung der Zufallsprozesse  $y(t)$  der Systemantworten und die Übertragungsbeziehungen zwischen Eingang und Ausgang linearer Systeme unter stochastischer Belastung bekannt sein. Diese Fragen werden im nachfolgenden behandelt.

### 3.2 Beschreibung von Zufallsfunktionen

Die Art der Beschreibung von zeitabhängigen Vorgängen  $x(t)$  mit Zufallscharakter sind in vielen Arbeiten, z.B. [ 6 ], [ 9 ], [ 10 ], [ 50 ], [ 76 ] behandelt worden. Die Definition stochastischer Prozesse und die Grundlagen für stationäre stochastische Schwingungen sind, soweit sie hier benötigt werden, in Tabelle 2 zusammengestellt.

Wichtig im Rahmen dieser Arbeit sind nur die angegebenen Gleichungen für die Zeitmittelung. Der Vollständigkeit halber sind jedoch auch die entsprechenden Gleichungen für die Ensemblemittelung angegeben.

### 3.3 Berechnung mittlerer stochastischer Antwortprozesse

#### 3.3.1 Zielsetzung

Da die Erregerprozesse, wie unter 3.1 beschrieben, Zufallscharakter besitzen, müssen die Antwortprozesse ebenfalls zufälligen Schwankungen unterworfen sein.

Tabelle 2  
Erwartungswerte aus der Zeit- und Ensemblemittelung für eine stationäre Zufallsfunktion  $x(t)$

	aus Ensemblemittelung		aus Zeitmittelung	
Verteilungen	$p(x, t_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} [\text{Anzahl } x_k(t_i) \leq x]$	(3.1)	$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{2T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T \Delta x} \sum_i \Delta t p_i$	(3.2)
linearer Mittelwert	$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx$	(3.3)	$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$	(3.4)
quadrat. Mittelwert	$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx$	(3.5)	$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \phi_{xx}(\tau=0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xx}(\omega) d\omega$	(3.6)
Varianz	$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx$	(3.7)	$\overline{x^2} - \bar{x}^2$	(3.8)
Auto-korrelationsfunktion	$\phi_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt$	(3.9)	$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt$	(3.11)
	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xx}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$	(3.10)	$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xx}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$	(3.12)
Kreuz-korrelationsfunktion	$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau) dt$	(3.13)	$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau) dt$	(3.15)
	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xy}(i\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$	(3.14)	$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{xy}(i\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$	(3.16)
Auto-leistungsdichte	$G_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$	(3.17)	$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{X_T(i\omega)^* X_T(i\omega)}{2T}$ $X_T(i\omega) = \int_{-T}^T x(t) e^{-i\omega t} dt, X_T^*(i\omega) = X_T(-i\omega)$	(3.18)
Kreuz-leistungsdichte	$G_{xy}(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$	(3.19)	$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{X_T^*(i\omega) \cdot Y_T(i\omega)}{2T}$	(3.20)

Ein Zufallsprozeß  $y(t)$  wird nun immer durch eine unendliche Folge von einzelnen Realisierungen  $y_k(t)$ ,  $k = 1 \dots n \dots \infty$  beschrieben. Erst wenn alle Realisierungen  $y_k(t)$  beobachtet worden sind, ist der gesamte Zufallsprozeß  $y(t)$  bekannt. Bei der praktischen Beschreibung eines Zufallsprozesses ist man jedoch immer auf die Beobachtung einer endlichen Zahl von Realisierungen angewiesen. Um die Erregerprozesse  $x(t)$  aus gemessenen Antwortprozessen  $y(t)$  ermitteln zu können, gilt es deshalb, zunächst zu klären, wie der gesamte Zufallsprozeß  $y(t)$  einer Systemantwort mit genügender Genauigkeit aus einem Ensemble von einzelnen Realisierungen  $y_k(t)$  konstruiert werden kann.

### 3.3.2 Das Verfahren

Betrachtet wird zunächst der spezielle Teilprozeß  $y_{kT}(t)$  einer Realisierung  $y_k(t)$ , der dargestellt wird durch

$$y_{kT}(t) = \begin{cases} y_k(t) & -T \leq t \leq T \\ 0 & |t| > T \end{cases} \quad (3.21)$$

Damit existiert nach [ 50 ] die Fouriertransformierte (FT) dieses Teilprozesses zu

$$y_{kT}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{kT}(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.22)$$

mit

$$Y_{kT}(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{kT}(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (3.23)$$

Verwendet man zur Beschreibung des Teilprozesses  $y_{kT}(t)$  die spektrale Leistungsdichte, so gilt nach [ 50 ]:

$$G_{y_k y_k}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |Y_{kT}(i\omega)|^2 \quad (3.24)$$

Die zu erwartende spektrale Leistungsdichte des gesamten Ensembles wird im weiteren bestimmt, indem der Operator  $E$  des linearen Mittelwertes auf die einzelnen spektralen Leistungsdichten  $G_{y_k y_k}(\omega)$ ,  $k = 1 \dots n$  angewendet wird.

Dadurch ergibt sich:

$$E[G_{yy}(\omega)] = \overline{G_{yy}(\omega)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \frac{1}{2T} \sum_{k=1}^n |Y_{kT}(i\omega)|^2 \quad (3.25)$$

$\overline{G_{yy}(\omega)}$  kann als linearer Mittelwert der spektralen Leistungsdichte des Zufallsprozesses  $y(t)$  definiert werden, wobei für  $n \rightarrow \infty$  die exakte Leistungsdichte realisiert wird. Für den durch die Leistungsdichte  $\overline{G_{yy}(\omega)}$  dargestellten Prozeß  $y(t)$  gelten die gleichen Beziehungen der Gl. 3.12, 3.18 und 3.6, wobei  $G_{yy}(\omega)$  durch  $\overline{G_{yy}(\omega)}$  und  $\phi_{yy}(\tau)$  durch  $\overline{\phi_{yy}(\tau)}$  ersetzt werden müssen:

$$\overline{\phi_{yy}(\tau)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{G_{yy}(\omega)} e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.26)$$

$$\overline{G_{yy}(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\phi_{yy}(\tau)} e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.27)$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{G_{yy}(\omega)} d\omega. \quad (3.28)$$

### 3.3.3 Fehlerabschätzung

Für den Fall  $n \rightarrow \infty$  ergibt sich aus Gl. 3.25 die exakte Leistungsdichte  $G_{yy}(\omega)$  des Zufallsprozesses  $y(t)$ .

Tatsächlich ist man jedoch immer gezwungen, eine begrenzte Anzahl von Mittelungen durchzuführen. Eine Abschätzung über den Grad der Genauigkeit kann erreicht werden, wenn die mittlere Leistungsdichte  $\overline{G_{yy}(\omega)}$  selbst als Zufallsvariable betrachtet wird. Ist der Zufallsprozeß  $y(t)$  ein normaler Prozeß, dann sind die reelle Komponente  $A_{k_T}(\omega)$  und imaginäre Komponente  $B_{k_T}$  der Fouriertransformierten  $Y_{k_T}(i\omega)$  des Zufallsteilprozesses  $y_{k_T}(t)$

$$Y_{k_T}(i\omega) = A_{k_T}(\omega) + iB_{k_T}(\omega) \quad (3.29)$$

ebenfalls normal verteilt, da sie durch lineare Operationen gewonnen werden.

Bei der Berechnung der Leistungsdichte wird der Ausdruck  $Y_{k_T}(i\omega) = A_{k_T}(\omega) + iB_{k_T}(\omega)$  konjugiert komplex mit sich multipliziert. Dadurch erhält man einen quadratischen Ausdruck der Form

$$\left| Y_{k_T}(i\omega) \right|^2 = A_{k_T}^2(\omega) + B_{k_T}^2(\omega). \quad (3.30)$$

Die zugehörige statistische Verteilung eines Prozesses der aus der Summe von quadratischen Zufallsvariablen mit dem Stichprobenumfang  $n$  als Parameter entsteht, ist nach [ 50 ] die  $\chi^2$ -Verteilung.

Die Standardabweichung  $\bar{\sigma}(n)$  als Erwartungswert jeder Spektrallinie der spektralen Leistungsdichte ist dann nach der  $\chi^2$ -Verteilung

$$\bar{\sigma}(n) = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot 100 \text{ [ \% ]}. \quad (3.31)$$

Mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  wird dann ein  $(1-\alpha)$  Konfidenzintervall der spektralen Leistungsdichte durch

$$\frac{m \cdot \overline{G_{yy}(\omega)}}{\chi^2_{m; \alpha/2}} \leq G_{yy}(\omega) < \frac{m \cdot \overline{G_{yy}(\omega)}}{\chi^2_{m; 1-\alpha/2}} \quad (3.31a)$$

beschrieben. Hierin ist  $m$  die Anzahl der Freiheitsgrade der  $\chi^2$ -Verteilung:

$$m = 2 \cdot \frac{T}{T_e} \quad (3.31b)$$

$T_e$  ist die Zeitdauer einer Realisierung des Zufallsprozesses und  $T$  die gesamte beobachtete Zeitdauer. Unter der Voraussetzung, daß die gesamte Zeitdauer  $T$  gleich

$$T = n \cdot T_e \quad (3.31c)$$

ist, wobei  $n$  die Anzahl der beobachteten Realisierungen (Zugvorbeifahrten) darstellt, ergibt sich eine lineare Abhängigkeit der Anzahl der Freiheitsgrade der  $\chi^2$ -Verteilung von der Anzahl der Realisierungen, die durch

$$m = 2 \cdot n \quad (3.31d)$$

beschrieben wird.

### 3.4 Wahrscheinlichkeitsdichten der Antwortprozesse

Ein Zufallsprozeß ist erst dann im Rahmen der Korrelationsanalyse vollständig beschrieben, wenn neben den Leistungsdichten, die das Frequenzverhalten beschreiben oder den Korrelations-

funktionen, die das Zeitverhalten des Zufallsprozesses angeben, eine Wahrscheinlichkeitsfunktion bestimmt werden kann, die die Amplitudeneigenschaften des Zufallsprozesses charakterisiert.

Neben den Verteilungsdichten ist in manchen Fällen, etwa wenn sichere obere Grenzen für die Erschütterungsbelastung gefordert werden, eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für maximale Amplituden erforderlich.

Im nachfolgenden werden die notwendigen Beziehungen zur Beschreibung der Amplituden und maximalen Amplitudeneigenschaften eines Zufallsprozesses angegeben.

### 3.4.1 Verteilungsdichten

Bei der dargestellten Methode zur Bestimmung der mittleren Leistungsdichte eines Zufallsprozesses  $y(t)$  nach (Gl. 3.25) ist die Ermittlung der Verteilungen nicht möglich. Für Wahrscheinlichkeitsaussagen muß jedoch die Form der Verteilung bekannt sein, da die aus den spektralen Leistungsdichten ermittelten statistischen Kenngrößen einer unendlichen Anzahl von Verteilungsdichten zugehören.

Aus dem zentralen Grenzwertsatz kann gefolgert werden, daß ein Zufallsprozeß, der aus einer Summe von statistisch unabhängigen Zufallsprozessen mit willkürlicher Verteilungsfunktion entsteht (wobei die Zufallsprozesse jeweils den Mittelwert  $\bar{y} = 0$  besitzen), in der Grenze gegen eine Normalverteilung, beschrieben durch

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp(-y^2/2\sigma_y^2) \quad (3.32)$$

mit

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{yy}(\omega) d\omega \quad (3.33)$$

konvergiert.

Die Wahrscheinlichkeit, daß  $y(t)$  Werte im Bereich  $\pm a$  annimmt, wobei  $a$  eine beliebige positive Zahl ist, wird dann berechnet aus

$$P [-a \leq y(t) \leq a] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \int_{-a}^a p(y) dy. \quad (3.34)$$

Bei U-Bahn-Erschütterungen setzt sich der Erregerprozeß aus einer Vielzahl statistisch unabhängiger Variabler, wie Ungleichmäßigkeit der Schienenlagerung in der Schwellenebene, Riffeln, zufällige Flachstellen der Radreifen, Oberflächenrauheit des Schienenkopfes und Zugbesetzung zusammen, so daß eine Normalverteilung als gültig angesehen werden kann. Die Überprüfung dieser Annahme erfolgt in Kapitel 5. Dort werden Histogramme angegeben, die aus gemessenen zeitlichen Antwortverläufen ermittelt wurden. Die Histogramme einzelner Realisierungen der Zufallsprozesse können als Approximation der tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsdichten angesehen werden.

### 3.4.2 Verteilungsdichten für Maxima

Zur Ermittlung wird ein stationärer gaußverteilter Prozeß mit dem linearen Mittelwert  $\bar{y} = 0$  vorausgesetzt. Für das Auftreten eines positiven oder negativen Maximums (Bilder 3.1 und 3.2) im Zeitintervall  $(t, t+dt)$  sind in [ 18 ], [ 50 ], [ 51 ] die Bedingungen

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &> 0 \\ \ddot{y}(t) &< 0 \\ 0 < \dot{y}(t) &< |\ddot{y}(t)| dt \end{aligned} \quad (3.35)$$

angegeben.

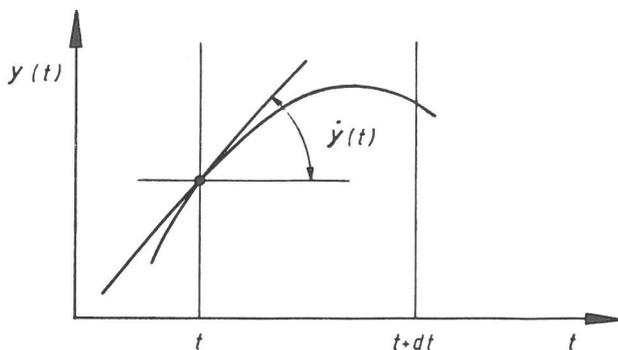


Bild 3.1  
Positives Maximum im Zeitintervall  $(t, t+dt)$

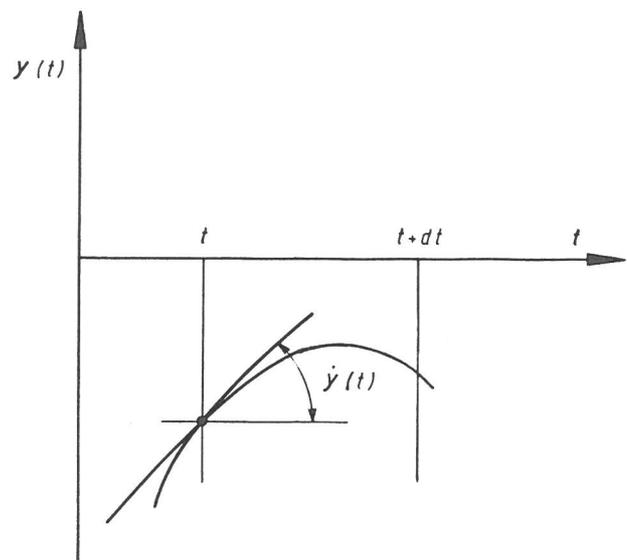


Bild 3.2  
Negatives Maximum im Zeitintervall  $(t, t+dt)$

Die Wahrscheinlichkeit  $P_{y_{\max}}$  für das Auftreten eines positiven oder negativen Maximums  $y_{\max}$  wird in üblicher Weise definiert als das Verhältnis

$$P_{y_{\max}} = \frac{\text{Anzahl günstiger Maxima}}{\text{Anzahl aller möglichen Maxima}} \quad (3.36)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß im Intervall  $(y, y+dy)$  und dem Zeitintervall  $(t, t+dt)$  ein Maximum auftritt (Anzahl günstiger Maxima) kann bestimmt werden durch

$$P(y)dydt = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} p(y, \dot{y}, \ddot{y}) \dot{y} \ddot{y} d\ddot{y} \right] dy dt. \quad (3.37)$$

Hierin ist  $p(y, \dot{y}, \ddot{y})$  die dreidimensionale Verteilungsdichte der Zufallsvariablen  $y, \dot{y}, \ddot{y}$ , die nach [ 76 ] durch

$$p(y, \dot{y}, \ddot{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |\Lambda|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \{y\}^T [\Lambda]^{-1} \{y\}\right) \quad (3.38)$$

beschrieben wird.

$\{y\}^T = \{y, \dot{y}, \ddot{y}\}$  ist der transponierte Vektor der Zufallsvariablen und

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & -\lambda_{13} \\ 0 & \lambda_{22} & 0 \\ -\lambda_{13} & 0 & \lambda_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

die sog. Kovarianzmatrix, deren Elemente  $\lambda_{ik}$  nach VANMARCKE [ 76 ] aus den spektralen Leistungsdichten errechnet werden können zu

$$\lambda_{11} = \sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{yy}(\omega) d\omega \quad (3.40)$$

$$\lambda_{13} = \lambda_{22} = \sigma_{\dot{y}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_{yy}(\omega) d\omega \quad (3.41)$$

$$\lambda_{33} = \sigma_{\ddot{y}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 G_{yy}(\omega) d\omega. \quad (3.42)$$

Die Gleichungen 3.39 - 3.42 in Gl. 3.38 eingesetzt, ergeben

$$p(y, \dot{y} = 0, \ddot{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} (\sigma_y^2 \sigma_{\ddot{y}}^2 - \sigma_{\dot{y}}^4)^{1/2} \sigma_{\dot{y}}^2} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{y}^2}{\sigma_{\dot{y}}^2} + \frac{\sigma_{\ddot{y}}^2}{\sigma_y^2 \sigma_{\ddot{y}}^2 - \sigma_{\dot{y}}^4} y^2 + 2 \frac{\sigma_{\dot{y}}^2}{\sigma_y^2 \sigma_{\ddot{y}}^2 - \sigma_{\dot{y}}^4} y \ddot{y} + \sigma_y^2 \cdot \ddot{y}^2 \right) \right] \quad (3.43)$$

Die Anzahl  $N$  aller möglichen Maxima im Intervall  $-\infty < y < \infty$  ergibt sich nach RICE [ 60 ] zu

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^0 p(y, 0, \ddot{y}) \ddot{y} d\ddot{y} \right] dy = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\ddot{y}}}{\sigma_{\dot{y}}} \quad (3.44)$$

Mit den Gleichungen 3.37, 3.43, 3.44 und den Bedingungen der Gl. 3.35 folgt nunmehr die Wahrscheinlichkeitsdichte für Maxima zu

$$p(z) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} (\delta \exp(-z^2/2\delta^2) + (1-\delta^2)^{1/2} z \exp(-z^2/2) \int_{-\infty}^{z(1-\delta^2)^{1/2}/\delta} \exp(-x^2/2) dx) \quad (3.45)$$

Hierin ist

$$z = y_{\max}/\sigma_y \quad (3.46)$$

die auf die zugehörige Standardabweichung  $\sigma_y$  bezogene Zufallsvariable  $y_{\max}$  und

$$\delta = \sqrt{1 - (\sigma_{\dot{y}}^4 / \sigma_y^2 \sigma_{\ddot{y}}^2)} \quad (3.47)$$

der von LONGUET - HIGGINS in [ 51 ] eingeführte Breitbandigkeitsparameter, der ein Maß für den im Zufallsprozeß  $y(t)$  enthaltenen Frequenzinhalt darstellt.

Die BUNJAKOWSKI-SCHWARZsche Ungleichung auf Gl.3.47 angewandt, läßt erkennen, daß  $\delta$  immer positiv ist und in den Grenzen  $0 \leq \delta \leq 1$  liegt. Es ist leicht zu zeigen, daß der Fall  $\delta = 0$  eintritt, wenn der Zufallsprozeß aus einer einzigen harmonischen Schwingung mit dem Phasenwinkel als Zufallsvariable besteht. Die Maximalwertverteilungsdichte geht für diesen Fall in die Rayleighverteilung

$$p(z) = z \exp(-z^2/2) \quad (3.48)$$

über.

Im anderen Grenzfall,  $\delta \rightarrow 1$ , strebt die Maximalwertverteilung gegen die Gaußverteilung

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2). \quad (3.49)$$

Die für die Antwortprozesse  $y(t)$  angegebenen Beziehungen gelten in gleicher Weise für die Erregerprozesse  $x(t)$ , da nach [ 50 ] die Art der Wahrscheinlichkeitsdichte von Prozessen beim Durchgang durch ein lineares System nicht verändert wird.

### 3.5 Eingangs- Ausgangsbeziehungen linearer Systeme unter stochastischer Belastung

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die Ermittlung und Beschreibung stochastischer Antwortsignale linearer Systeme dargelegt. Für die Berechnung der Erregerprozesse  $x(t)$  müssen jedoch auch die Beziehungen zwischen Eingang  $x(t)$  und Ausgang  $y(t)$  linearer Systeme, die durch stochastische Prozesse belastet sind, bekannt sein.

Diese Beziehungen werden im nachfolgenden angegeben, wobei das Schwergewicht auf der Beschreibung der Eingangs- und Ausgangsbeziehungen im Frequenzbereich liegt.

Die angegebenen Beziehungen stellen dann die Grundlage zur Ermittlung der Erregerprozesse  $x(t)$  dar.

#### 3.5.1 Beziehungen im Zeitbereich

Die Beziehungen zwischen Eingang  $x(t)$  und Ausgang  $y(t)$  eines linearen Systems unter beliebiger deterministischer oder stochastischer Belastung werden durch das Faltungsintegral beschrieben.

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \quad (3.50)$$

Hierin ist  $h(t)$  die als Stoßübergangsfunktion bezeichnete

Antwort des Systems auf einen Einheitsimpuls (DIRAC-Impuls)  $\delta(t)$ . Der Stern \* in Gl. 3.50 bedeutet Faltung.

Anschaulich ist Gl. 3.50 mit einer in infinitesimale Impulse  $x(\tau) d\tau$  aufgelösten Belastung gleichzusetzen. Die Gesamtantwort des Systems ergibt sich dann aus einer Superposition der einzelnen freien Schwingungen. Wird das System durch eine beliebige Wegerregung  $x(t)$  belastet, so geht Gl. 3.50 in das Duhamel-Integral über. Es gilt jetzt:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\partial x(\tau)}{\partial \tau} h_s(t-\tau) d\tau \quad (3.50a)$$

$h_s(t)$  ist hier die sogenannte Sprungübergangsfunktion und  $\frac{\partial x(\tau)}{\partial \tau} d\tau$  ist der Betrag des zur Zeit  $t = \tau$  vorhandenen Sprungs der Erregung  $x(t)$ . Die Gl. 3.50 und 3.50a gelten für dieselben Anfangsbedingungen, für die die Übergangsfunktionen  $h(t)$  und  $h_s(t)$  berechnet werden. Es ist zu setzen:

Sprungübergangsfunktion:  $y(t=0) = 0$   
 $\dot{y}(t=0) = 0$

Stoßübergangsfunktion :  $y(t=0) = 0$   
 $\dot{y}(t=0) \neq 0$

In vorliegender Arbeit kann der Zufallsprozeß  $x(t)$  der Erregung jedoch nicht explizit angegeben werden. Gl. 3.50 und Gl. 3.50a verlieren damit ihren Sinn. Physikalisch sinnvolle Erregungsprozesse sind hier im Zeitbereich die Korrelationsfunktionen und im Frequenzbereich die spektralen Leistungsdichten.

### 3.5.2 Beziehungen im Frequenzbereich

#### 3.5.2.1 Ein Eingang - Ein Ausgang

Nach [ 50 ] gilt für stochastische Prozesse die Beziehung

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{Y_T(i\omega) Y_T(i\omega)^*}{2T} = \lim_{T \rightarrow \infty} H(i\omega) H(i\omega)^* \frac{X_T(i\omega) X_T(i\omega)^*}{2T} \quad (3.51)$$

Beachtet man die Definition der spektralen Leistungsdichte entsprechend Tabelle 2, so erhält man für Gl. 3.51

$$G_{yy}(\omega) = |H(i\omega)|^2 G_{xx}(\omega) . \quad (3.52)$$

Hierin ist  $G_{yy}(\omega)$  die spektrale Leistungsdichte der Systemantwort,  $G_{xx}(\omega)$  die spektrale Leistungsdichte der Erregung,  $H(i\omega)$  die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich (Frequenzgang) und  $|H(i\omega)|$  der Amplitudengang.

### 3.5.2.2 Mehrere Eingänge - Mehrere Ausgänge

Die in Gl. 3.52 angegebene Übertragungsbeziehung gilt für einen linearen Ein-Massenschwinger, der durch einen einzigen stochastischen Prozeß  $x(t)$  belastet ist.

Reale diskretisierte Systeme werden jedoch im allgemeinen durch  $r$  verschiedene Zufallsprozesse  $x_j(t)$ ,  $j = 1 \dots r$  belastet und besitzen entsprechend der Diskretisierung maximal  $s$  Antwortprozesse  $y_k(t)$ ,  $k = 1 \dots s$ .

Nach [ 50 ] oder [ 76 ] berechnet sich die spektrale Leistungsdichte  $G_{y_o y_p}(i\omega)$  des  $o$ -ten und  $p$ -ten Ausgangs eines linearen Diskontinuums zu

$$G_{y_o y_p}(i\omega) = \sum_{n=1}^r \sum_{m=1}^r H_{on}^*(i\omega) G_{x_n x_m}(\omega) H_{pm}(i\omega), \quad (3.53)$$

d.h. die gesamte Systemantwort ergibt sich aus der Summation von einzelnen Teilantworten über die Anzahl der Erregungen. Die gesamten  $s$  Antwortprozesse des Systems errechnen sich dann nach den Regeln der Matrizenrechnung aus

$$[G_{yy}]_{s,s} = [H]_{s,r}^* [G_{xx}]_{r,r} [H]_{r,s}^T, \quad (3.54)$$

wobei Gl. 3.53 jeweils ein Element der Matrix  $[G_{yy}]_{s,s}$  ergibt.

In Gl. 3.54 ist

$[G_{yy}]_{s,s}$  die  $s \times s$  Matrix der spektralen Auto- und Kreuzleistungsdichten der Antwortprozesse  $y_k(t)$ ,  $k = 1 \dots s$   
 $[H]_{s,r}^*$  die  $s \times r$  Matrix der konjugiert komplexen Übertra-

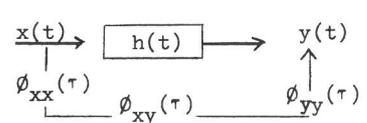
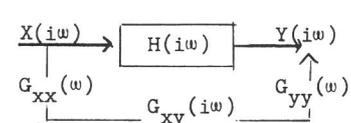
gungsfunktionen der Ausgänge  $k$ ,  $k = 1 \dots s$  infolge der Eingänge  $x_j(t)$ ,  $j = 1 \dots r$

$[H]_{r,s}^T$  die  $r \times s$  transponierte Übertragungsmatrix

$[G_{xx}]_{r,r}$  die  $r \times r$  Matrix der Auto- und Kreuzleistungsdichten der Eingänge  $x_j(t)$ ,  $j = 1 \dots r$ .

Zur besseren Übersichtlichkeit und zum Vergleich zwischen deterministischer und stochastischer Rechnung sind die angegebenen Beziehungen in Tab. 3 nochmals zusammengefaßt.

Tabelle 3  
Übertragungsbeziehungen für ein lineares System

Erregungsart	Zeitbereich		Frequenzbereich
			
deterministisch	$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau$	$\Rightarrow$ FT $\Leftarrow$ IFT	$Y(i\omega) = H(i\omega) X(i\omega)$
stochastisch 1 Eingang 1 Ausgang	$\begin{aligned} \phi_{xy}(\tau) &= h(t) * \phi_{xx}(\tau) \\ &= \int_{-\infty}^{\tau} \phi_{xx}(\tau_1) h(\tau - \tau_1) d\tau_1 \end{aligned}$	$\Rightarrow$ FT $\Leftarrow$ IFT	$\begin{aligned} G_{xy}(i\omega) &= H(i\omega) G_{xx}(\omega) \\ G_{yy}(\omega) &=  H(i\omega) ^2 G_{xx}(\omega) \end{aligned}$
r Eingänge s Ausgänge	$\begin{aligned} \phi_{y_o y_p}(\tau) &= \sum_{n=1}^r \sum_{m=1}^r \int_{-\infty}^{\infty} h_{on}(\tau_1) h_{pm}(\tau_2) \cdot \\ &\cdot \phi_{x_n x_m}(\tau + \tau_1 - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 \end{aligned}$	$\Rightarrow$ FT $\Leftarrow$ IFT	$\begin{aligned} G_{y_o y_p}(i\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{y_o y_p}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \sum_{n=1}^r \sum_{m=1}^r H_{on}^* G_{x_n x_m} H_{pm} \\ [G_{yy}] &= [H]^* [G_{xx}] [H]^T \end{aligned}$

### 3.6 Berechnung der Erregerleistungsdichten

#### 3.6.1 Berechnungsverfahren

Die grundlegende Beziehung zur Berechnung der Leistungsdichten der Erregerprozesse ist die Matrixgleichung (3.54)

$$[G_{yy}]_{s,s} = [H]_{s,r}^* [G_{xx}]_{r,r} [H]_{r,s}^T$$

Reduziert man die Matrizen  $[G_{yy}]_{s,s}$ ,  $[H]_{s,r}^*$  und  $[H]_{r,s}^T$  auf den Rang von  $[G_{xx}]_{r,r}$  und multipliziert man die Matrixgleichung von links mit der Inversen komplex konjugierten reduzierten

Übertragungsmatrix  $[H]_{r,r}^{*-1}$  und von rechts mit der Inversen transponierten reduzierten Übertragungsmatrix  $[H]_{r,r}^{-T}$ , so ergibt sich die Matrixgleichung

$$[G_{xx}]_{r,r} = [H]_{r,r}^{*-1} [G_{yy}]_{r,r} [H]_{r,r}^{-T} \quad (3.56)$$

zur Berechnung der unbekanntenen spektralen Leistungsdichten  $[G_{xx}]_{r,r}$  der  $r$  Erregerprozesse.

Die Reduzierung der Matrizen  $[G_{yy}]_{s,s}$ ,  $[H]_{s,r}^*$  und  $[H]_{r,r}^T$  auf den Rang  $r$  der Matrix der Erregerprozesse ist nötig, um die Inversenbildung der Übertragungsmatrizen durchführen zu können. Bei der notwendigen Reduzierung können zunächst aus einem System mit  $s$  Freiheitsgraden und  $r$  Erregerprozessen ( $s \geq r$ ) die Übertragungsfunktionen und spektralen Antwortleistungsdichten von  $r$  willkürlich ausgewählten Freiheitsgraden benutzt werden, um die spektralen Leistungsdichten der Erregerprozesse zu bestimmen. Wählt man aus den  $s$  möglichen Übertragungsfunktionen und Antwortleistungsdichten eine andere Kombination von  $r$  Übertragungsfunktionen und Antwortleistungsdichten aus, so ergibt sich theoretisch die gleiche Matrix der Erregerleistungsdichten.

In der vorliegenden Arbeit besteht nun die Erregung aus einem einzigen Prozeß  $x(t)$ . Zur Ermittlung würde deshalb die Messung einer einzigen Systemantwort genügen, um die spektrale Leistungsdichte des Erregerprozesses mit Hilfe der Übertragungsfunktionen, die sich aus dem Ersatzsystem ergeben, zu berechnen. Da jedoch einerseits das Ersatzsystem die Wirklichkeit nicht exakt abbildet und andererseits bei den Messungen zur Ermittlung der spektralen Leistungsdichten der Systemantworten Ungenauigkeiten infolge örtlicher Inhomogenitäten des Bodens auftreten, dürfte eine derart ermittelte Erregungsleistungsdichte mit Unsicherheiten behaftet sein, die in keiner Weise quantifizierbar sind. Verwendet man jedoch zur Berechnung der Erregerleistungsdichte die Antwortleistungsdichten und Übertragungsfunktionen einer Anzahl von Systempunkten, die die Anzahl der Erregungen in signifikanter Weise übersteigt, so kann ein Verfahren entwickelt werden, mit dem die Leistungsdichten der Erregerprozesse mit beliebiger Genauigkeit berechnet werden können.

Hierzu wird Gl. 3.56 in der Form

$$[H]_{s,r}^* [G_{xx}]_{r,r} [H]_{r,s}^T = [G_{yy}]_{s,s}$$

betrachtet, wobei jetzt der Rang der Matrizen  $[H]_{s,r}^*$ ,  $[H]_{r,s}^T$  und  $[G_{yy}]_{s,s}$  nicht durch Streichung von Spalten und Zeilen

auf den Rang der Matrix  $[G_{xx}]_{r,r}$  reduziert wird. Obige Matrixgleichung kann dann als lineares überbestimmtes Gleichungssystem zur Berechnung der Matrix der Erregerleistungsdichte  $[G_{xx}]$  interpretiert werden. Der Rang  $r_g$  der Überbestimmtheit ermittelt sich aus der Anzahl  $s$  der gewählten Freiheitsgrade minus der Anzahl  $r$  der Erregungen:

$$r_g = s - r . \quad (3.57)$$

Dieses um  $r_g$  Gleichungen überbestimmte lineare Gleichungssystem wird mit einer linearen Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst. Mit diesem Verfahren können die oben genannten Ungenauigkeiten weitgehend eliminiert werden. Insbesondere ist zu bemerken, daß die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate zur Lösung des überbestimmten linearen Gleichungssystems die beste lineare Approximation für einen eventuell vorhandenen nichtlinearen Erregerprozeß darstellt.

### 3.6.2 Lösungsverfahren

Die in dieser Arbeit zu ermittelnde Erregung besteht aus einem einzigen Prozeß  $x_1(t)$  mit der spektralen Leistungsdichte  $G_{x_1 x_1}$ . Im Sinne einer vollständigen Darstellung des Lösungsverfahrens wird jedoch im folgenden angenommen, daß  $r$  Erregerprozesse existieren. Obgleich zur Vereinfachung im weiteren vorausgesetzt wird, daß die Erregerprozesse vollständig korreliert bzw. vollständig unkorreliert sind, ist das Verfahren jedoch auch für den allgemeinen Fall mit beliebiger Korrelation zwischen den spektralen Erregerleistungsdichten gültig und anwendbar. Für den Fall der vollständigen Unkorreliertheit verschwinden die Nebendiagonalelemente (Kreuzleistungsdichten) der Matrix  $[G_{xx}]$ . Die Erregermatrix ist dann eine einfache Diagonalmatrix, die zu dem Vektor  $\{g_{xx}\}$  mit der Dimension  $r$  zusammengefaßt wird:

$$\{g_{xx}\}^T = \{G_{x_1 x_1}, G_{x_j x_j}, \dots, G_{x_r x_r}\} \quad (3.58)$$

Für den Fall der vollständigen Korreliertheit sind die Kreuzleistungsdichten der Erregerprozesse gleich den Autoleistungsdichten. Dieser Fall kann durch eine einfache Multiplikation mit der Anzahl  $r$  der Erregungen berücksichtigt werden (siehe Kap. 3.6.3) und wird deshalb hier nicht weiter verfolgt.

Desweiteren werden die Matrizen  $[H]^*$  und  $[H]^T$  der Gl. 3.54 zu einer neuen  $m \times r$  Matrix  $[A]$  so zusammengefaßt, daß für einen Spaltenvektor  $\{a\}_i$ ,  $i = 1 \dots r$ , der Matrix  $[A]$  gilt:

$$\{a\}_i = \left\{ \begin{array}{c} \{h^*\}_i \quad h_{1i} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \{h^*\}_i \quad h_{ji} \end{array} \right\} \quad j = 1 \dots s \quad (3.59)$$

Hierin ist  $\{h^*\}_i$  der  $i$ -te Spaltenvektor der Matrix  $[H]^*$ .

Die Dimension  $m$  des Vektors  $\{a\}_i$  der Matrix  $[A]$  ist aus Gl. 3.59 abzulesen als

$$m = s \times s . \quad (3.60)$$

In ähnlicher Weise werden die Spaltenvektoren  $\{g_{yy}\}_k$ ,  $k = 1 \dots s$ , der Matrix  $[G_{yy}]$  zu einem Vektor  $\{b\}$  zusammengefaßt:

$$\{b\} = \left\{ \begin{array}{c} \{g_{yy}\}_1 \\ \vdots \\ \{g_{yy}\}_k \\ \vdots \\ \{g_{yy}\}_s \end{array} \right\} . \quad (3.61)$$

Das Problem ist nun die Bestimmung des Lösungsvektors  $\{g_{xx}\}$  der Dimension  $r$  so, daß gilt:

$$\|\{b\} - [A] \cdot \{g_{xx}\}\| = \|f\| = \min, \quad (3.62)$$

wobei  $\|f\|$  die Euklidische Norm des Spaltenvektors  $\{f\}$  mit den Elementen  $f_i$  ( $i = 1 \dots m$ ) ist:

$$\|f\| = \sqrt{\sum_{i=1}^m f_i^2} . \quad (3.63)$$

Die Minimierung der Fehlerquadrate  $f_i^2$  erfolgt durch eine sogenannte Gaußtransformation. Hierzu wird zunächst die Fehlerquadratsumme

$$R = \{f\}^T \{f\} = \left( \{b\}^T - \{g_{xx}\}^T \cdot [A]^T \right) \cdot \left( \{b\} - [A] \cdot \{g_{xx}\} \right) \quad (3.63a)$$

gebildet und danach im Sinne des Extremalprinzips (Methode der kleinsten Quadrate) nach den Unbekannten  $\{g_{xx}\}$  variiert:

$$\frac{\partial R}{\partial \{g_{xx}\}} = 0 \quad (3.63b)$$

Die Durchführung der in den Gl. 3.63a und 3.63b angegebenen Operationen ergibt ein bestimmtes, lineares symmetrisches Gleichungssystem der Form

$$[A]^T \cdot \{b\} - [A]^T [A] \cdot \{g_{xx}\} = \{0\} \quad (3.63c)$$

zur Berechnung der spektralen Leistungsdichten  $\{g_{xx}\}$  der Erregung. Zur Lösung der Gl. 3.63c wird hier ein Verfahren gewählt, das sich durch große numerische Stabilität auszeichnet. Ausgangspunkt des Verfahrens ist das bekannte Prinzip, daß bei Transformation eines Vektors  $\{f\}$  durch eine orthogonale Matrix  $[Q]$  die Norm  $\|f\|$  nicht verändert wird:

$$\| [Q] \cdot \{f\} \| = \|f\| \quad (3.64)$$

Die orthogonale Matrix  $[Q]$  wird hier aus der oberen Dreiecksmatrix der Matrix  $[C] = [A]^T [A]$  bestimmt, d.h.  $[C]$  wird so transformiert, daß gilt

$$c_{ik} = 0 \quad \text{für } i > k \quad (3.65)$$

Nach GOLUB [ 24 ] kann diese Dreieckszerlegung durch eine Householder Transformation durchgeführt werden, wobei der Algorithmus zur Bestimmung der oberen Dreiecksmatrix ein rekursives n-Schrittverfahren ist, das durch die Rekursionsformeln

$$\begin{aligned} [C]^{(1)} &= [C] \\ [C]^{(k+1)} &= [P]^{(k)} \cdot [A]^{(k)} \quad (k = 1, \dots, r) \end{aligned} \quad (3.66)$$

beschrieben wird.

Bei der Bestimmung der oberen Dreiecksmatrix  $[C]^{(k+1)}$  muß für die Matrix  $[P]^{(k)}$  Symmetrie und Orthogonalität gefordert werden. Desweiteren müssen alle Elemente des k-ten Spaltenvektors von  $[C]^{(k)}$  unterhalb der Hauptdiagonalen zu Null werden. Diese Bedingungen können befriedigt werden durch (siehe GOLUB)

$$[P]^{(k)} = [I] - \beta_k \{u\}^{(k)} \{u\}^{(k)T} \quad (3.67)$$

$$\beta_k = \frac{1}{\sigma_k (\sigma_k + c_{kk}^{(k)})} \quad (3.68)$$

$$\sigma_k = \pm \sqrt{\sum_{i=k}^m c_{ik}^2} \quad (3.69)$$

$[I]$  ist die Einheitsmatrix.

Dabei gilt für den Spaltenvektor  $\{u\}^{(k)}$  in Gl. 3.67

$$\begin{aligned} u_i^{(k)} &= 0 && \text{für } i < k \\ u_k^{(k)} &= \sigma_k + c_{kk}^{(k)} && \\ u_i^{(k)} &= c_{ik}^{(k)} && \text{für } i > k \end{aligned} \quad (3.70)$$

Die Matrix  $[Q]$  berechnet sich dann zu:

$$[Q] = [P]^{(k)} [P]^{(k-1)} \dots [P]^1 \quad (3.71)$$

Weder die Matrizen  $[P]^k$  ( $k = 1, 2, \dots, r$ ) noch die Matrix  $[Q]$  brauchen jedoch explizit berechnet zu werden, da nach (3.66) und (3.67) gilt

$$[C]^{(k+1)} = [C]^{(k)} - \{u\}^k \{y^{(k)}\}^T \quad (3.72)$$

mit

$$\{y^{(k)}\}^T = \beta_k \cdot \{u^{(k)}\}^T [C]^k \quad (3.73)$$

Für die Komponenten des Zeilenvektors  $\{y^{(k)}\}^T$  läßt sich dann schreiben

$$\begin{aligned}
y_j^{(k)} &= 0 & j < k \\
y_k^{(k)} &= 1 \\
y_j^{(k)} &= \beta_k \cdot \sum_{i=k}^m u_i^{(k)} \cdot c_{ij}^{(k)} & j > k .
\end{aligned} \tag{3.74}$$

Mit den Gl. 3.72 und 3.74 gilt für die neuen Elemente der Matrix  $[C]^{(k)}$

$$\begin{aligned}
c_{kk}^{(k+1)} &= -\sigma_k \\
c_{ik}^{(k+1)} &= 0 & (i = k+1, k+2, \dots, m) \\
c_{ij}^{(k+1)} &= c_{ij}^{(k)} - u_i^{(k)} \cdot y_j^{(k)} \\
&& (j = k+1, k+2, \dots, r \\
&& i = k, k+1, \dots, m \text{ für einen festen Wert } j)
\end{aligned} \tag{3.75}$$

Das gleiche Verfahren wird auf  $[A]^T \{b\}$  angewendet. Danach erfolgt die Berechnung des Vektors  $\{g_{xx}\}$  der spektralen Leistungsdichten der Erregungen durch einfache Rückwärtsauflösung.

### 3.6.3 Fehlerbetrachtung infolge der Reduzierung auf einen einzigen Erregerprozeß

Die Erregung wird in dieser Arbeit als Wegerregung angesetzt (siehe 2.3.1.1), wobei angenommen wird, daß die Erregung mit gleichem Betrag über die Länge einer Schwellenbreite auf das System einwirkt. Dies bedeutet, daß die Erregung durch einen einzigen Zufallsprozeß  $x(t)$  dargestellt wird. Tatsächlich jedoch wird das System durch zwei Zufallsprozesse  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  belastet.

Die unten angegebene Erregung ist damit ein Näherungsansatz, der, wie folgende Überlegungen zeigen, dann mit der Wirklichkeit übereinstimmt, wenn beide Zufallsprozesse identisch sind.

Für die nachfolgende Betrachtung wird das System gleichzeitig an allen  $r$  Angriffspunkten der Erregung mit konstanter Leistungsdichte  $G_{x_j x_j} = 1$ ,  $j = 1 \dots r$ , belastet gedacht. Die Matrix der Erregung besteht dann aus der

Diagonalmatrix

$$[G_{xx}] = \text{Diag}(G_{x_j x_j}) = [I]. \quad (3.76)$$

Die Summe aller auf das System einwirkenden Erregungen folgt mit Gl. 3.76 zu

$$\sum_{j=1}^r G_{x_j x_j} = \sum_{j=1}^r [I] = r. \quad (3.77)$$

Faßt man die Gesamtheit der Erregungen entsprechend Gl. 3.77 als eine Lastgruppe auf, so ergibt sich zunächst nach Tab. 3 der Vektor der Summe der Kreuzleistungsdichten  $\left\{ \sum_r G_{xy}(i\omega) \right\}$ , der bei Einheitserregung mit dem Vektor der Summe der Übertragungsfunktionen identisch ist, zu

$$\left\{ \sum_r G_{xy}(i\omega) \right\} = \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}. \quad (3.78)$$

Mit Gl. 3.77 und Gl. 3.78 wird nun eine durchschnittliche Übertragungsfunktion  $\overline{H(i\omega)}$  derart gebildet, daß gilt:

$$\left\{ \overline{H(i\omega)} \right\} = \frac{\left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}}{\sum_r G_{x_j x_j}} = \frac{1}{r} \cdot \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}. \quad (3.79)$$

Im weiteren erhält man die Matrix der Systemantworten  $[G_{yy}(\omega)]$ , indem der Betrag der durchschnittlichen Übertragungsfunktion  $\overline{H(i\omega)}$  zum Quadrat erhoben und mit der Summe der Leistungsdichten der Erregungen  $\sum_r G_{x_j x_j}$  multipliziert wird. Da nun die Erregungen an allen  $r$  Angriffspunkten als identisch angenommen wurden, sind die Kreuzleistungsdichten  $G_{x_j x_k}$  gleich den Autoleistungsdichten  $G_{x_j x_j}$ . Die Mitwirkung der Kreuzleistungsdichten am Aufbau der Systemantworten kann somit durch Multiplikation mit der Anzahl  $r$  der Erregungen berücksichtigt werden. Damit gilt endgültig:

$$\begin{aligned} [G_{yy}(\omega)] &= \frac{1}{r^2} \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}^* r \sum_j G_{x_j x_j}(\omega) \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}^T \\ &= \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}^* \frac{1}{r} \sum_j G_{x_j x_j}(\omega) \left\{ \sum_r H(i\omega) \right\}^T. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Wie nun der Vergleich mit Gl. 3.53 zeigt, ist die in dieser

Arbeit errechnete Erregung dann die wirkliche Erregung, wenn die Zufallsprozesse  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  identisch sind. Ist dies nicht der Fall, so stellt die berechnete Lösung einen linearen Mittelwert beider Zufallsprozesse dar.

#### 4. Entwicklung, Lösung und Überprüfung eines Rechenmodells

##### 4.1 Allgemeine Darstellung

Das zu untersuchende System stellt schwingungstechnisch ein unendlich ausgedehnt gedachtes Kontinuum unterschiedlicher Materialien dar, das durch den U-Bahn-Verkehr zu mechanischen Schwingungen angeregt wird.

Für die Berechnung des Schwingungsverhaltens eines solchen Systems können keine analytischen Methoden angewendet werden, da damit bereits bei verhältnismäßig einfachen Problemen mit entsprechend einfachen Randbedingungen keine befriedigenden Lösungen zu erhalten sind. Aus diesem Grunde wird hier ein numerisches Verfahren verwendet. Für das im folgenden dargestellte Rechenmodell gelten die in Kap. 2 genannten und begründeten Restriktionen:

das Gleis (Schienen mit Schwellen) ist nicht im Rechenmodell enthalten,

die Systembaustoffe Beton und Boden sind linear elastische, mit hysteretischer Dämpfung versehene Materialien,

das System ist eben.

Zur Überprüfung des Rechenmodells werden Versuche durchgeführt. Dazu wird ein reales Tunnelsystem mit einem mechanischen Unwuchterreger harmonisch belastet und die Systemantworten an als repräsentativ ausgewählten Stellen gemessen. Aus dem Vergleich der Meßergebnisse mit den aus dem Ersatzsystem errechneten Ergebnissen läßt sich dann ein Eindruck über die dem Rechenmodell innewohnenden Fehler, die infolge der notwendigen Idealisierungen entstehen, vermitteln.

## 4.2 Beschreibung des Ersatzsystems

Das zu analysierende System wird für die Berechnung in drei Teilbereiche aufgeteilt.

Eine prinzipielle Darstellung des Rechenmodells ist in Bild 4.1 gegeben.

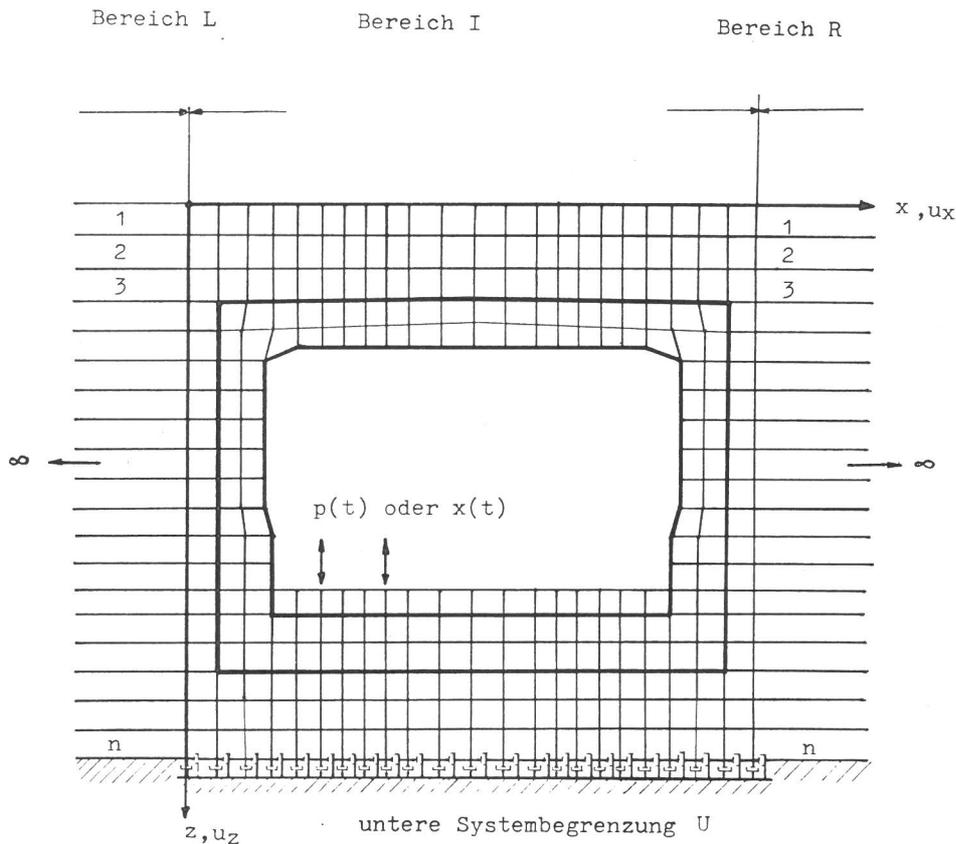


Bild 4.1  
Rechenmodell eines typischen Querschnittes

Im inneren Teilbereich I, der keinen geometrischen Beschränkungen unterworfen ist, befindet sich das Tunnelbauwerk mit dem Schotterbett sowie der über und unter dem Tunnelbauwerk befindliche Boden bis zu einer gewissen Tiefe. Dieser Bereich wird mit der Methode der finiten Elemente berechnet.

An den inneren Bereich schließen sich rechts und links zwei als horizontal geschichtet, bis ins Unendliche ausgedehnt gedachte Bereiche L und R an. Diese Bereiche können nicht mit der Methode der finiten Elemente berechnet werden, da die unendliche Ausdehnung eine unendliche Anzahl von finiten Elementen zur Folge haben würde. Diese Bereiche werden mit einer von WAAS [ 80 ] entwickelten Methode berechnet. Bei dieser "Finiten-Streifen-Methode" werden die beiden äußeren Bereiche nur in vertikaler Richtung diskretisiert, in horizontaler Richtung dagegen als unendlich ausgedehntes Kontinuum betrachtet.

An der unteren Systembegrenzung  $U$  werden frequenzabhängige viskose Dämpferelemente angeordnet. Ist der Winkel zwischen Fortpflanzungsrichtung der Wellenfront und der unteren Systembegrenzung größer als  $20^\circ - 30^\circ$ , so absorbieren die Dämpferelemente vollständig die Energie der einfallenden Wellenfront. Durch die Einführung der viskosen Dämpferelemente werden an dieser Systembegrenzung das Ergebnis verfälschende Reflexionen vermieden.

### 4.3 Lösungsverfahren

Für die analytische Beschreibung des Rechenmodells wird zunächst ein karthesisches Koordinatensystem (s. Bild 4.2) eingeführt. Die  $x$ - $y$ -Ebene liegt in der Halbraumoberfläche, die  $z$ -Achse weist ins Innere des Halbraums.

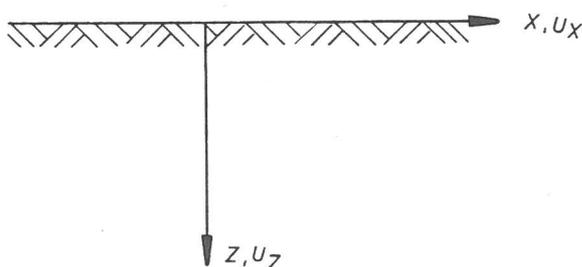


Bild 4.2  
Koordinatensystem in der  $x$ - $z$ -Ebene

Entsprechend der Vereinbarung eines ebenen Dehnungsproblems existieren nur Verschiebungen  $u_x$  und  $u_z$  in der  $x$ - $z$ -Ebene.

#### 4.3.1 Teilbereich I

##### 4.3.1.1 Darstellung der Berechnungsmethode

Dieser Bereich wird nach der Methode der finiten Elemente berechnet. Die Finite-Element-Methode ist ein Verfahren zur Berechnung angenäherter Lösungen für komplexe Randwertaufgaben. Da diese Methode in den letzten Jahren große Anwendung erfahren hat, werden hier nur die wichtigsten Schritte dargelegt. Insoweit Besonderheiten vorhanden sind, dies betrifft den verwendeten Elementtyp, wird an der betreffenden Stelle näher darauf eingegangen. Für eine grundlegende Darstellung der Methode siehe ZIENKIEWICZ [ 90 ] und WILSON [ 86 ].

Für die Analyse wird der Teilbereich I in eine Anzahl finiter Elemente eingeteilt, deren Form grundsätzlich beliebig gewählt werden kann. Die Elemente sind durch eine diskrete Anzahl von Knotenpunkten auf den Elementrändern miteinander verbunden. In jedem Element wird eine Verschiebungsfunktion vorgegeben, die den Verformungszustand bzw. Verzerrungszustand innerhalb des Elements und auf den Elementrändern festlegt. Die Verschiebungsfunktionen müssen dabei derart beschaffen sein, daß an den Elementrändern keine Klaffungen bzw. Überschneidungen auftreten.

Zusammen mit einem Stoffgesetz, das hier linear ist, beschreiben die aus den Verschiebungen abgeleiteten Verzerrungen den Spannungszustand innerhalb eines Elements und auf den Elementrändern.

Die Freiheitsgrade des Elements sind bei dem hier betrachteten ebenen Dehnungsproblem die Knotenpunktverschiebungen  $u_{x_i}$  in x-Richtung und  $u_{z_i}$  in z-Richtung.

Die Impulsbilanz in jedem Freiheitsgrad wird mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen formuliert. Mit den hier getroffenen Voraussetzungen eines linearen, hysteretisch gedämpften Materials - hysteretische Dämpfung kann im Vorgriff auf Kap. 4.4 durch die Einführung von komplexen Größen für den Schubmodul  $G$  und die Lamesche Konstante  $\lambda$  berücksichtigt werden - und stationärer, harmonischer Erregung, üblicherweise dargestellt durch den komplexen Ansatz für die Knotenpunktverschiebungen  $\{\tilde{u}\}$  und Knotenpunktkräfte  $\{\tilde{p}\}$

$$\{\tilde{u}\} = \{\hat{u}\} \cdot e^{i\omega t} \quad (4.1)$$

$$\{\tilde{p}\} = \{\hat{p}\} \cdot e^{i\omega t} \quad (4.2)$$

führt das Prinzip der virtuellen Verrückungen zu einem linearen, symmetrischen komplexen Gleichungssystem für die Knotenpunktverschiebungen

$$\left( [\tilde{K}] - \omega^2 [M] \right) \cdot \{\hat{u}\} = \{\hat{p}\} \quad (4.3)$$

$[\tilde{K}]$  ist die komplexe Steifigkeitsmatrix und  $[M]$  die reelle Massenmatrix, die hier als "consistent-mass-matrix" (siehe ZIENKIEWICZ [ 90 ]) eingeführt wird. In den komplexen Vektoren  $\{\hat{u}\}$  und  $\{\hat{p}\}$  sind die Amplituden der unbekannteren Knoten-

punktverschiebungen und der äußeren Knotenkräfte angeordnet. Die Komplexität der Steifigkeitsmatrix  $[\tilde{K}]$  folgt aus der Stoffmatrix  $[\tilde{D}]$

$$[\tilde{D}] = \begin{bmatrix} \tilde{\lambda} + 2\tilde{G} & \tilde{\lambda} & 0 \\ \tilde{\lambda} & \tilde{\lambda} + 2\tilde{G} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

die durch die Einführung komplexer Werte für den Schubmodul  $G$  und die Lamesche Konstante  $\lambda$  komplex wird. Die Tilde  $\sim$  bezeichnet eine komplexe Größe, das Dach  $\wedge$  wird zur Kennzeichnung von Amplituden eingeführt.

Für die Generierung der Systemsteifigkeits- und Systemmassenmatrix wird das sogenannte "direkte Steifigkeitsverfahren" (siehe z.B. ZIENKIEWICZ) verwendet. Bei diesem Verfahren werden an jedem Knoten eines jeden Elementes innere Knotenkräfte eingeführt (equivalent nodal forces), die zu jeder Zeit mit dem Element einen Gleichgewichtszustand im d'Alembertschen Sinne bilden. Aus der Formulierung der Impulsbilanz mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen zwischen inneren und äußeren Knotenkräften an jedem Knoten des Systems entsteht dann die Systemsteifigkeitsmatrix und Systemmassenmatrix, die Bandstruktur besitzt, wobei die Bandbreite, die proportional der maximalen Knotendifferenz eines Elementes ist, durch geschickte Knotennumerierung minimiert werden kann.

#### 4.3.1.2 Lösung bei Wegerregung

Als Erregung wird entsprechend Kap. 2 eine Wegerregung des Systems angenommen. Die Verschiebungen an einer Systemstelle, nämlich an der Schotteroberkante über die Länge einer Schwelle, sind damit vorgegeben. Die Einführung einer Verschiebungsrandbedingung ist gleichbedeutend mit einer Reduzierung der Freiheitsgrade, da die Verschiebungen an vorgegebenen Stellen des Systems bekannt sind. Unbekannt sind hier die zugeordneten Knotenkräfte.

Zur Beschreibung, wie eine Wegerregung in dem Gleichungssystem 4.3 berücksichtigt wird, werden zunächst zur einfacheren Dar-

stellung die Steifigkeitsmatrix  $[\tilde{K}]$  und die Massenmatrix  $[M]$  zu einer Systemmatrix

$$[\tilde{S}] = [\tilde{K}] - \omega^2 [M] \quad (4.5)$$

zusammengefaßt.

Die Systemmatrix  $[\tilde{S}]$  wird nun in der Weise in Untermatrizen aufgeteilt, daß gilt

$$\begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{12}^T & \tilde{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_f \\ \hat{u}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{p}_f \\ \hat{p}_e \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

In den komplexen Vektoren  $\{\hat{u}_f\}$  und  $\{\hat{p}_f\}$  sind die unbekanntenen Amplituden der freien Knotenpunktverschiebungen und die zugeordneten äußeren Knotenpunktkräfte und in den Vektoren  $\{\hat{u}_e\}$  und  $\{\hat{p}_e\}$  die eingepprägten Amplituden der Knotenpunktverschiebungen und die zugeordneten, jetzt unbekanntenen äußeren Knotenpunktkräfte angeordnet.

Die unbekanntenen Amplituden der freien Knotenpunktverschiebungen  $\{\hat{u}_f\}$  ermitteln sich dann aus:

$$[\tilde{S}_{11}] \cdot \{\hat{u}_f\} = \{\hat{p}_f\} - [\tilde{S}_{12}] \cdot \{\hat{u}_e\} \quad (4.7)$$

$[\tilde{S}_{12}]\{\hat{u}_e\}$  kann dabei als fiktiver Lastvektor interpretiert werden, der am Restsystem die eingepprägten Knotenpunktverschiebungen simuliert.

Die unbekanntenen Knotenkräfte  $\{\hat{p}_e\}$  an den Stellen der vorgegebenen Verschiebung können nach Ermittlung der freien Knotenpunktverschiebungen  $\{\hat{u}_f\}$  berechnet werden zu

$$\{\hat{p}_e\} = [\tilde{S}_{12}]^T \cdot \{\hat{u}_f\} + [\tilde{S}_{22}] \cdot \{\hat{u}_e\} \quad (4.7a)$$

Im Rahmen dieser Arbeit ist die Ermittlung dieser Kräfte aber ohne Interesse und wird deshalb auch nicht durchgeführt.

#### 4.3.1.3 Elementtyp

Durch die stückweise Approximation des Verschiebungsfeldes des Systems durch endliche Elementverschiebungsansätze mit den

Knotenpunktverschiebungen als Stützwerte kann nicht erwartet werden, daß die wahre Systemverformung exakt wiedergegeben wird. Die Approximation wird jedoch umso besser, je feiner das Elementnetz ist, d.h. je mehr Freiheitsgrade dem System gegeben werden. Die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems werden durch die Wahl einer bestimmten Elementanzahl und durch die Wahl einer bestimmten Elementknotenanzahl festgelegt. Durch die Elementanzahl ist die Größe des einzelnen Elements und durch die Elementknotenanzahl ist der Grad der Verschiebungsfunktion innerhalb des Elements festgelegt.

Bei dynamischen Problemen müssen die Abmessungen eines Elements so gewählt werden, daß eine auftretende Wellenlänge noch ausreichend genau dargestellt werden kann. Von LYSMER/KUHLEMEYER [ 53 ] wird eine maximale Elementlänge von  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{12}$  der Wellenlänge der Scherwelle vorgeschlagen. Das diesem Vorschlag zugrunde liegende Element war ein rechteckiges 4-Knotenelement mit linearem Verschiebungsansatz. Durch die Wahl eines Verschiebungsansatzes werden dem Element Verformungsbeschränkungen auferlegt. Dies bedeutet, daß in der Rechnung das System "steifer" als in Wirklichkeit ist. Die errechneten Ergebnisse weichen deshalb mehr oder weniger vom "richtigen" Ergebnis ab. Wie folgende Überlegungen zeigen, kann jedoch durch die Entwicklung eines speziellen Elements eine verbesserte Annäherung an das "wahre" Systemverhalten erreicht werden.

Bei der Ermittlung der Elementsteifigkeitsmatrizen und -massenmatrizen wird das Prinzip der virtuellen Verrückungen angewendet. Dieses Prinzip ist dem Minimum des kinetischen Potentials des einzelnen Elements bei Variation der Knotenpunktverschiebungen äquivalent, d.h. die wahre Systemsteifigkeit wird umso besser approximiert werden, je "besser" das einzelne finite Element das Prinzip vom Minimum des kinetischen Potentials erfüllt. Dem Verfasser ist keine Untersuchung bekannt, nach der ein bestimmter Elementtyp hinsichtlich des genannten Kriteriums auszuwählen ist. Deshalb wurde eine Anzahl finiter Elemente verschiedener Form, Größe und Grad der Verschiebungsfunktion untersucht und das "beste" Element im Sinne eines Energieminimums ausgewählt (Zur Durchführung der Untersuchung s. Anhang A). Bei dem ausgewählten Element handelt es sich um ein isoparametrisches 4-Knotenelement (s. Bild 4.3) mit linearem Verschie-

bungsansatz an den Elementrändern und quadratischem Verschiebungsansatz im Elementinnern. Desweiteren werden bei diesem Element nur konstante Schubverzerrungen zugelassen, d.h. für die Schubverzerrungen ist die Ansatzfunktion unvollständig. Diese Maßnahme bewirkt, daß das Element "weicher" und damit das "wahre" Systemverhalten besser approximiert wird.

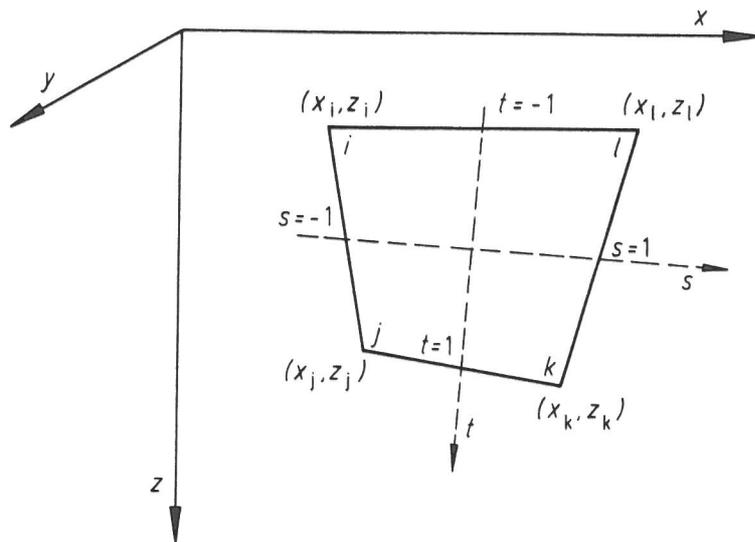


Bild 4.3  
Isoparametrisches Element

#### 4.3.2 Bereiche L und R

Bei der Analyse werden die Bereiche L und R im Sinne des Schnittprinzips von dem inneren Bereich I getrennt.

Die Lösung der dynamischen Reaktion der seitlichen Bereiche auf harmonische Erregung besteht in der Berechnung einer frequenzabhängigen komplexen dynamischen Steifigkeitsmatrix für die unendlich ausgedehnten Bereiche L und R. Nach der Berechnung der dynamischen Steifigkeitsmatrix werden die durch den Schnitt freigewordenen Schnittkräfte in Abhängigkeit der Verschiebungen an der Schnittfläche bestimmt. Danach werden die Schnittkräfte als äußere Belastung auf den inneren Bereich I aufgebracht. Damit ist die Impulsbilanz erfüllt und der innere Bereich kann mit dem Verfahren der finiten Elemente berechnet werden.

Der Berechnung liegt das auf Seite 39 genannte Koordinatensystem  $x$ - $z$ - $y$  zugrunde. Die angegebenen Beziehungen folgen im wesentlichen denen von WAAS in [ 80 ].

Für das hier behandelte ebene Dehnungsproblem und freie harmonische Bewegung (keine äußere Belastung) werden die Bewegungen des linear elastisch/viskosen Kontinuums L bzw. R durch das partielle Differentialgleichungssystem 4.8 und 4.9 beschrieben:

$$G\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + (\lambda + G)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z}\right) + \rho \omega^2 u_x = 0 \quad (4.8)$$

$$G\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) + (\lambda + G)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) + \rho \omega^2 u_z = 0 \quad (4.9)$$

Hierin sind

$u_x(x, z, t)$ ,  $u_z(x, z, t)$  die reellen oder komplexen Verschiebungen eines Massenpunktes in x- bzw. z-Richtung für ein elastisches bzw. elastisch/viskoses Material

$\rho$  die Materialdichte  
 $G$  der reelle oder komplexe Schubmodul  
 $\lambda$  die reelle oder komplexe Lamesche Konstante  
 $\omega$  die Kreisfrequenz.

Da harmonische Bewegung vorausgesetzt wird, können die Verschiebungen  $u_x(x, z, t)$ ,  $u_z(x, z, t)$  in üblicher Weise in komplexer Form

$$u_x(x, z, t) = \hat{u}_x(x, z) \exp(i\omega t) \quad (4.10)$$

$$u_z(x, z, t) = \hat{u}_z(x, z) \exp(i\omega t) \quad (4.11)$$

dargestellt werden.

Die Realteile der Gleichungen 4.10 und 4.11 stellen dabei die eigentliche physikalische Lösung dar. Es gilt also:

$$u_x(x, z, t) = \operatorname{Re}(\hat{u}_x(x, z) \cdot \exp(i\omega t))$$

$$u_z(x, z, t) = \operatorname{Re}(\hat{u}_z(x, z) \cdot \exp(i\omega t)) \quad .$$

Ogleich diese Bezeichnung zur Vereinfachung im weiteren weggelassen wird, seien alle folgenden Beziehungen im obigen Sinne verstanden.

Im weiteren wird für die Amplituden  $\hat{u}_x(x, z)$ ,  $\hat{u}_z(x, z)$  ein Produktansatz der Form

$$\hat{\tilde{u}}_x(x,z) = \hat{\tilde{u}}(z) \cdot \hat{\tilde{g}}(x) \quad (4.12)$$

$$\hat{\tilde{u}}_z(x,z) = \hat{\tilde{w}}(z) \cdot \hat{\tilde{g}}(x) \quad (4.13)$$

gewählt.

Da im folgenden durchweg mit komplexen Größen, gekennzeichnet durch  $\sim$ , und mit Amplituden, gekennzeichnet durch  $\hat{\phantom{x}}$ , gearbeitet wird, werden diese Bezeichnungen zur vereinfachten Schreibweise ab jetzt ebenfalls weggelassen. Sie werden nur dort wieder eingeführt, wo sie zum Verständnis nötig sind.

Einsetzen der Gl. 4.10 - 4.13 in Gl. 4.8 und Gl. 4.9 liefert zwei gewöhnliche Differentialgleichungen für  $u(z)$  und  $w(z)$  und eine dritte einfache Differentialgleichung für  $g(x)$  mit der Lösung

$$g(x) = \exp(-ikx) \quad (4.14)$$

$$k = \omega/c, \quad (4.15)$$

wobei  $c$  die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in horizontaler Richtung ist.

Mit Gl. 4.14 gilt für die Gl. 4.10 und 4.11

$$u_x(x,z,t) = u(z) \cdot \exp(i\omega t - ikx) \quad (4.16)$$

$$u_z(x,z,t) = w(z) \cdot \exp(i\omega t - ikx) . \quad (4.17)$$

Diskretisiert man nun die seitlichen Bereiche L und R in der Art, daß der gesamte Bereich in dünne horizontale Schichten der Dicke  $h_j$ ,  $j = 1 \dots n$  aufgeteilt wird, nimmt weiter lineare Variation der horizontalen Verschiebungen  $u(z)$  und vertikalen Verschiebungen  $w(z)$  über die Dicke  $h_j$  der einzelnen Schicht an, dann können die Verschiebungen  $u(z)$  und  $w(z)$  als Funktionen der diskreten Verschiebungen  $v_j$  an den Schichtbegrenzungen erklärt werden (Bild 4.4).

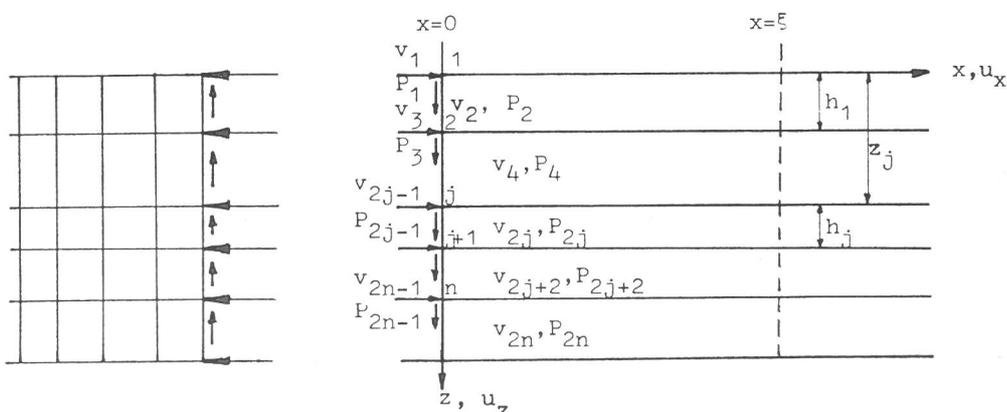


Bild 4.4  
Typischer Querschnitt der Bereiche L und R

Für eine Schicht  $j$  gilt:

$$u(z) = (z_{j+1}-z)/h_j v_{2j-1} + (z-z_j)/h_j v_{2j+1} \quad (4.18)$$

$$w(z) = (z_{j+1}-z)/h_j v_{2j} + (z-z_j)/h_j v_{2j+2} \quad (4.19)$$

Die diskreten Verschiebungen  $v_j$  sind dabei so zu einem Vektor  $\{v\}$  zusammengefaßt, daß gilt

$$\{u(z_j)\}^T = \langle v_1, v_3, \dots, v_{2j-1}, \dots, v_{2j+1}, \dots \rangle$$

die diskreten horizontalen Verschiebungen an den Schichtbegrenzungen

$$\{w(z_j)\}^T = \langle v_2, v_4, \dots, v_{2j}, \dots, v_{2j+2}, \dots \rangle$$

die diskreten vertikalen Verschiebungen an den Schichtbegrenzungen.

Mit den Beziehungen der Gl. 4.14 - 4.19 erhält man dann nach den Regeln der Elastizitätstheorie unter Kürzung des gemeinsamen Zeitfaktors  $\exp(i\omega t)$

für die Schichtverzerrungen:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x(x,z)}{\partial x} = -iku_x(x,z) \quad (4.20)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial u_z(x,z)}{\partial z} = (-v_{2j} + v_{2j+2})/h_j \exp(-ikx) \quad (4.21)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_x(x,z)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x,z)}{\partial x} = (-v_{2j-1} + v_{2j+1})/h_j \exp(-ikx) - iku_z(x,z), \quad (4.22)$$

für die Schichtspannungen:

$$\sigma_x = (\lambda_j + 2G_j) \epsilon_x + \lambda_j \epsilon_z \quad (4.23)$$

$$\sigma_z = (\lambda_j + 2G_j) \epsilon_z + \lambda_j \epsilon_x \quad (4.24)$$

$$\tau = G_j \gamma_{xz}, \quad (4.25)$$

und für die Schichtmassenkräfte:

$$f_x = \omega^2 \rho_j u_x(x, z) \quad (4.26)$$

$$f_z = \omega^2 \rho_j u_z(x, z). \quad (4.27)$$

Formulierung der Impulsbilanz mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen ergibt für jede Schicht j:

$$\int_{x=0}^{\infty} \int_{z=z_n}^{z_{n+1}} (\delta \epsilon_x \sigma_x + \delta \epsilon_z \sigma_z + \delta \nu_{xz} \tau - \delta u_x f_x - \delta u_z f_z) dz dx = \quad (4.28)$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{z=z_n}^{z_{n+1}} (-\delta u_x(0, z) \sigma_x(0, z) - \delta u_z(0, z) \tau(0, z) + \delta u_x(\xi, z) \sigma_x(\xi, z) + \delta u_z(\xi, z) \tau(\xi, z)) dz.$$

Das Symbol  $\delta$  bedeutet die entsprechende Variation. Unter dem Integral auf der linken Seite der Gl. 4.28 stehen die Arbeitsanteile der inneren Spannungen der in x-Richtung unendlich ausgedehnten Schicht, auf der rechten Seite stehen die Arbeitsanteile der freigeschnittenen Oberflächenkräfte in der Ebene zwischen dem Bereich I und den Bereichen L bzw. R ( $x = 0$ ) und die Arbeitsanteile der Oberflächenkräfte in einem unendlich entfernt gedachten Schnitt  $\xi$ ,  $\xi \rightarrow \infty$ .

Werden die Gl. 4.16 - 4.27 in Gl. 4.28 eingesetzt, der Grenzübergang  $\lim_{\xi \rightarrow \infty}$  durchgeführt, entsteht für die n Schichten der Bereiche L bzw. R ein homogenes quadratisches Eigenwertproblem der Form

$$(k^2 [A] - ik [D] + ik [D]^T + [G] - \omega^2 [M]) \{v\} = \{0\} \quad (4.29)$$

Die Kompatibilität der Verschiebungen angrenzender Schichten ist durch Berücksichtigung der Arbeitsanteile angrenzender Schichten direkt gewährleistet. Das zugehörige Schema der Assemblierung der Systemmatrizen  $[A]$ ,  $[D]$ ,  $[G]$ ,  $[M]$  vom Rang  $2n \times 2n$  ( $n$  ist die Anzahl der Schichten) aus den einzelnen Submatrizen  $[A]_j$ ,  $[D]_j$ ,  $[G]_j$ ,  $[M]_j$  jeder Schicht  $j$  ist in Bild 4.5 zu ersehen.

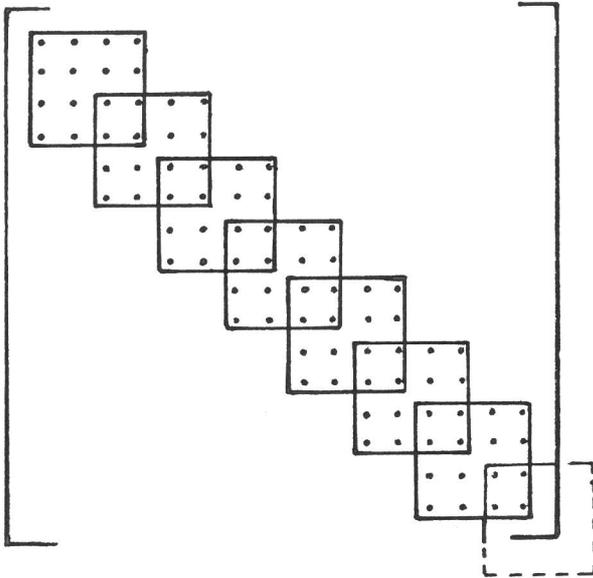


Bild 4.5  
Assemblierung der Submatrizen der Bereiche L  
und R zur Gesamtmatrix

$$[A]_j = \frac{1}{6} h_j \begin{bmatrix} 2(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ (2G_j + \lambda_j) & 0 & 2(2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{bmatrix} \quad j=1, \dots, n$$

$$[D]_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \end{bmatrix} \quad j=1, \dots, n$$

$$[G]_j = \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 & -(2G_j + \lambda_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) \end{bmatrix} \quad j=1, \dots, n$$

$$[M]_j = \rho_j h_j \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/6 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \quad j=1, \dots, n$$

Im ungedämpften Fall sind die Matrizen  $[A]$ ,  $[D]$ ,  $[G]$  reell ( $G$  und  $\lambda$  reell), im gedämpften Fall komplex. Matrix  $[M]$  ist eine konsistente Massenmatrix und immer reell.

Die Matrixgleichung 4.29 definiert ein Eigenwertproblem mit dem zugehörigen charakteristischen Polynom vom Grade  $4n$ . Die Lösung der Gl. 4.29 erfolgt mit einem Vektoriterationsverfahren mit Hilfe des Rayleigh-Quotienten und ergibt  $4n$ , im allgemeinen komplexe Eigenwerte  $k_s$ ,  $s = 1 \dots 4n$  mit den zugehörigen komplexen Eigenvektoren  $\{v\}_s$ ,  $s = 1 \dots 4n$ .

Da dem System  $2n$  Freiheitsgrade (horizontale und vertikale Verschiebungen an jeder Schichtbegrenzung) gegeben wurden, rechnerisch sich aber  $4n$  Lösungen ergeben, müssen aus den  $4n$  möglichen Lösungen die physikalisch sinnvollen  $2n$  Lösungen aussortiert werden. Das Auswahlkriterium ist, diejenigen Eigenwerte und Eigenvektoren auszuwählen, die eingesetzt in die Wellengleichungen 4.16 und 4.17, Wellen ergeben, die von der Störungsquelle weglaufen und deren Amplituden mit zunehmender Entfernung  $x$  von der Störungsquelle abnehmen.

Die Gesamtheit aller möglichen Lösungen für das Schwingungsfeld ergibt sich durch Linearkombinationen der  $2n$  möglichen Einzelösungen, die das Schwingungsfeld der äußeren Regionen im Rahmen der gewählten  $2n$  Freiheitsgraden vollständig beschreiben.

$$u_{x,z}(x,z,t) = \sum_{s=1}^{2n} \alpha_s \{v\}_s \exp(i\omega t - ik_s x). \quad (4.30)$$

Speziell ist an der Grenzfläche  $x = 0$  zwischen dem Teilbereich I und den Bereichen L bzw. R unter Weglassung des Zeitfaktors  $\exp(i\omega t)$

$$u_{x,z}(0,z) = \{u\}^R = \sum_{s=1}^{2n} \{v\}_s \alpha_s = [V]\{\alpha\} \quad (4.31)$$

Hierin ist  $[V]$  die  $2n \times 2n$  Modalmatrix, die die Eigenvektoren  $\{v\}_s$  spaltenweise enthält.

Die Inverse der Gl. 4.31 liefert den Vektor der Beteiligungsfaktoren  $\{\alpha\}$  jedes Eigenvektors  $\{v\}_s$  zu

$$\{\alpha\} = [V]^{-1} \{u\}^R. \quad (4.32)$$

Mit Gl. 4.32 kann aus Gl. 4.30 die Schwingungsausbreitung in den seitlichen Bereichen L bzw. R berechnet werden.

Die gesuchten Kräfte an der Grenzfläche  $x = 0$  zwischen dem Teilbereich I und den seitlichen Regionen ergeben sich, wenn die über die Grenzfläche verteilten Normalspannungen  $\sigma_x$  und Schubspannungen  $\tau_{xz}$  zu konzentrierten Knotenkräften  $\{p\}^R$  zusammengefaßt werden (Bild 4.6). Der Vektor  $\{p\}^R$  der Knotenkräfte errechnet sich dann zu:

$$\{p\}^R = (i [A] [V] [K] + [D] [V]) \{\alpha\} \quad (4.33)$$

mit der  $2n \times 2n$  Diagonalmatrix  $[K]$ , die die Eigenwerte  $k_s$ ,  $s = 1 \dots 2n$  spaltenweise enthält.

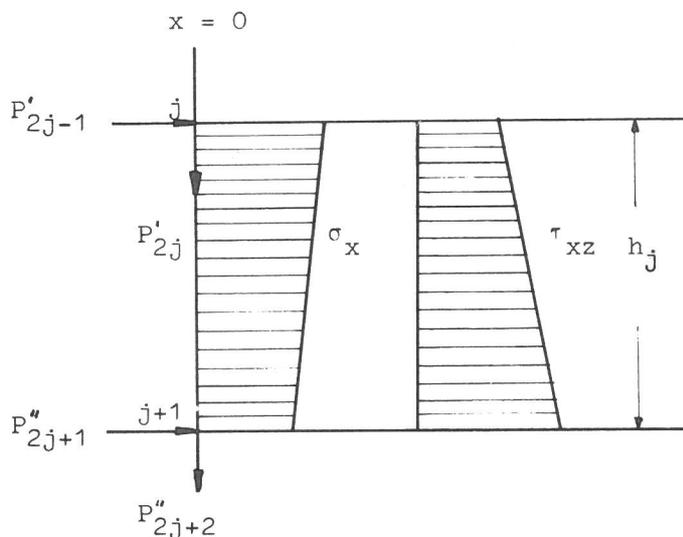


Bild 4.6  
Zusammenfassung der Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xz}$  zu konzentrierten Knotenkräften

Wird Gl. 4.32 in Gl. 4.33 eingesetzt, erhält man die Knotenkräfte in Abhängigkeit der Randverschiebungen  $\{u\}^R$

$$\{p\}^R = (i [A] [V] [K] [V]^{-1} + [D]) \{u\}^R = [R] \{u\}^R. \quad (4.34)$$

Die  $2n \times 2n$  Matrix  $[R]$  ist die dynamische Steifigkeitsmatrix der seitlichen Bereiche L und R. Mit dieser Matrix sind die dynamischen Eigenschaften der unendlich ausgedehnten Regionen L und R vollständig beschrieben.

#### 4.3.3 Untere Systembegrenzung U

Bisher wurde die Berechnung des inneren Bereichs I sowie der beiden äußeren Bereiche L bzw. R behandelt. Damit bleibt als letzter zu klärender Punkt die Frage nach der sinnvollsten Be-

grenzung am unteren Systemrand. Wählt man eine starre Systembegrenzung, so werden an dieser Systemgrenze das Ergebnis verfälschende Reflexionen auftreten. Da nun im Gegensatz zu den seitlichen Bereichen L und R die Verschiebungen unterhalb der Systembegrenzung ohne Interesse sind, kann für diese Systembegrenzung ein Ansatz gewählt werden, der der Bedingung genügt, daß an dieser Stelle keine Reflexionen auftreten. Dies kann durch die Anbringung von viskosen Dämpferelementen erreicht werden.

Für die Entwicklung der Dämpferelemente gilt zunächst nach LYSMER/KUHLEMEYER [ 53 ] der Ansatz

$$\sigma = a(\alpha) \rho v_p \dot{u}_z \quad (4.35)$$

$$\tau = b(\alpha) \rho v_s \dot{u}_x . \quad (4.36)$$

Dieser Ansatz besagt, daß Phasengleichheit der Normalspannungen  $\sigma$  und Schubspannungen  $\tau$  zu den zugeordneten Knotenpunktgeschwindigkeiten  $\dot{u}_z$  (vertikale Geschwindigkeit des Knotenpunktes) und  $\dot{u}_x$  (horizontale Geschwindigkeit des Knotenpunktes) besteht.

$a(\alpha)$ ,  $b(\alpha)$  sind vom Welleneinfallswinkel  $\alpha$  abhängige Konstante,  $v_p$  und  $v_s$  sind die Geschwindigkeiten der Kompressionswellen respektive der Scherwellen.

Aus einer Betrachtung über das Verhältnis der reflektierten Welle zur einfallenden Welle mit der Bedingung, daß keine Reflexionen auftreten sollen, ergibt sich  $a = b = 1$ , wenn der Einfallswinkel  $\alpha$  zwischen Fortpflanzungsrichtung der Wellenfront und der unteren Systembegrenzung größer als  $20^\circ - 30^\circ$  ist. Unter dieser Voraussetzung gilt vereinfachend für die Gleichungen 4.35 und 4.36

$$\sigma = \rho v_p \dot{u}_z \quad (4.37)$$

$$\tau = \rho v_s \dot{u}_x . \quad (4.38)$$

Mit Hilfe der Gl. 4.37 und 4.38 lassen sich die an den Knotenpunkten angreifenden Dämpfungskräfte jetzt aus einer Integration über das Volumen der angrenzenden Elemente ermitteln.

Für ein ebenes Problem gilt:

$$P_{\sigma} = \int_V \sigma \, dV = \rho \, v_p \int_1 \dot{u}_z(x) \, dx \quad (4.39)$$

$$P_{\tau} = \int_V \tau \, dV = \rho \, v_s \int_1 \dot{u}_x(x) \, dx \quad (4.40)$$

Für lineare Variation der Knotenpunktgeschwindigkeit zwischen den Knoten erhält man zunächst nach Bild 4.7

$$\dot{u}_z(x) = \dot{u}_{zi}(x-x_{i-1})/(x_i-x_{i-1}) \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i \quad (4.41)$$

$$\dot{u}_z(x) = \dot{u}_{zi}(x-x_i)/(x_{i+1}-x_i) \quad x_i \leq x \leq x_{i+1} \quad (4.42)$$

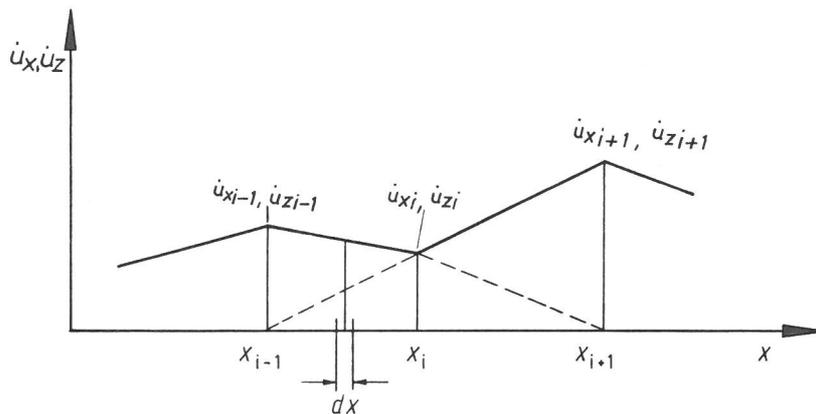


Bild 4.7  
Verteilung der Knotenpunktgeschwindigkeiten  $\dot{u}_x$ ,  $\dot{u}_z$  an der unteren Systembegrenzung

Die Dämpfungskräfte  $P_{\sigma_i}$  und  $P_{\tau_i}$  berechnen sich dann aus den Anteilen links und rechts des betrachteten Knotenpunktes  $i$  zu:

$$P_{\sigma_i} = P_{\sigma_i}^{(1)} + P_{\sigma_i}^{(2)} \quad (4.43)$$

$$P_{\tau_i} = P_{\tau_i}^{(1)} + P_{\tau_i}^{(2)} \quad (4.44)$$

$$P_{\sigma_i}^{(1)} = \rho \, v_p \int_{x_{i-1}}^{x_i} \dot{u}_{zi}(x-x_{i-1})/(x_i-x_{i-1}) \, dx = \rho \, v_p \, \dot{u}_{zi}(x_i-x_{i-1})/2$$

$$P_{\sigma_i}^{(2)} = \rho \, v_p \int_{x_i}^{x_{i+1}} \dot{u}_{zi}(x-x_i)/(x_{i+1}-x_i) \, dx = \rho \, v_p \, \dot{u}_{zi}(x_{i+1}-x_i)/2$$

$$P_{\sigma_i} = P_{\sigma_i}^{(1)} + P_{\sigma_i}^{(2)} = \rho \, v_p \, \dot{u}_{zi}(x_{i+1}-x_{i-1})/2 = \rho \, v_p \, \dot{u}_{zi} \, A \quad (4.45)$$

Entsprechend gilt für

$$P_{\tau_i} = \rho v_s \dot{u}_{xi} (x_{i+1} - x_{i-1}) / 2 = \rho v_s \dot{u}_{xi} A. \quad (4.46)$$

Da harmonische Erregung betrachtet wird, kann für die zeitlichen Verschiebungen  $u_x(t)$ ,  $u_z(t)$  in üblicher Weise geschrieben werden:

$$u_x(t) = \hat{u}_x \cdot e^{i\omega t} \quad (4.47)$$

$$u_z(t) = \hat{u}_z \cdot e^{i\omega t}. \quad (4.48)$$

Hieraus ergeben sich die Knotenpunktgeschwindigkeiten  $\dot{u}_x$ ,  $\dot{u}_z$  zu:

$$\dot{u}_x = i\omega \hat{u}_x \cdot e^{i\omega t} \quad (4.49)$$

$$\dot{u}_z = i\omega \hat{u}_z \cdot e^{i\omega t} \quad (4.50)$$

Für die Dämpfungskräfte gilt dann mit den Gl. 4.45 und 4.46:

$$P_\sigma = \rho v_p A i\omega \hat{u}_z = C_\sigma \cdot i\omega \hat{u}_z \quad (4.51)$$

$$P_\tau = \rho v_s A i\omega \hat{u}_x = C_\tau \cdot i\omega \hat{u}_x \quad (4.52)$$

mit

$$C_\sigma = \rho v_p A \quad (4.53)$$

$$C_\tau = \rho v_s A. \quad (4.54)$$

#### 4.3.4 Gesamtsteifigkeitsbeziehung

Zur Erlangung der Impulsbilanz des Gesamtgebietes müssen die als äußere Belastung aufgebrachten Kräfte der seitlichen Regionen (Gl. 4.34) und die durch die Gl. 4.51, 4.52 beschriebenen viskosen Dämpfungskräfte zu Gl. 4.3 hinzugefügt werden. Die endgültige Steifigkeitsbeziehung für das gesamte System wird dann durch

$$([\tilde{K}] + i\omega [\tilde{C}] - \omega^2 [M] - [\tilde{R}]_R - [\tilde{R}]_L) \{\hat{u}\} = \{\hat{p}\}. \quad (4.55)$$

beschrieben.

Die Matrizen  $[\tilde{R}]_R$  und  $[\tilde{R}]_L$  entstehen aus den Matrizen der Gl. 4.34 durch Addition von Nullelementen und eventuellen Spalten und Zeilenaustausch entsprechend der Knotennumerierung des inneren Bereiches I. In der Diagonalmatrix  $[\tilde{C}]$  befinden sich die Elemente der Gl. 4.51 bis 4.52, wobei vorausgesetzt wird, daß alle Terme Null sind außer den Termen, die den Knotenpunkten der unteren Systembegrenzung zugeordnet sind.

Im Bild 4.8 ist in schematischer Form die Assemblierung der Steifigkeitsbeziehungen aller drei Teilbereiche dargestellt. Dabei gelten folgende Vereinbarungen:

1. Die Knotenanzahl des FE-Gebietes ist  $k$ , die Anzahl der Freiheitsgrade ist  $2k$ .
2. Die linken und rechten geschichteten Bereiche seien geometrisch identisch und besitzen  $2n$  Freiheitsgrade.
3. Der linke Rand des FE-Gebietes besitze anfangend an der Bodenoberfläche die Knotennummern 1 bis  $n$  (Freiheitsgrade 1 bis  $2n$ ), der rechte Rand die Knotennummern  $k - n + 1$  bis  $k$  (Freiheitsgrade  $2k - 2n + 1$  bis  $2k$ ).

Das FE-Gebiet wird damit durch die symmetrische Bandmatrix  $([\tilde{K}] - \omega^2 [M])$  der Dimension  $2k \times 2k$  beschrieben. Unter der oben genannten Voraussetzung, daß die Knotennumerierung am linken oberen Rand des FE-Gebietes beginnend in vertikaler Richtung erfolgt und am rechten unteren Rand endet, sind die Elemente der Matrizen  $[\tilde{R}]_L$  bzw.  $[\tilde{R}]_R$  auf den Positionen 1 bis  $2n$  bzw.  $2k - 2n + 1$  bis  $2k$  zu denjenigen der Bandmatrix hinzuzufügen. Die durch die Gl. 4.51 und 4.52 beschriebenen Terme der Matrix  $[\tilde{C}]$  der unteren Systembegrenzung werden im weiteren zu den Diagonalelementen der Bandmatrix  $[\tilde{K}] - \omega^2 [M]$  addiert. Hier ist zu beachten, daß nur diejenigen Terme von Null verschieden sind, die mit der Knotennumerierung der unteren Systembegrenzung koindizieren.

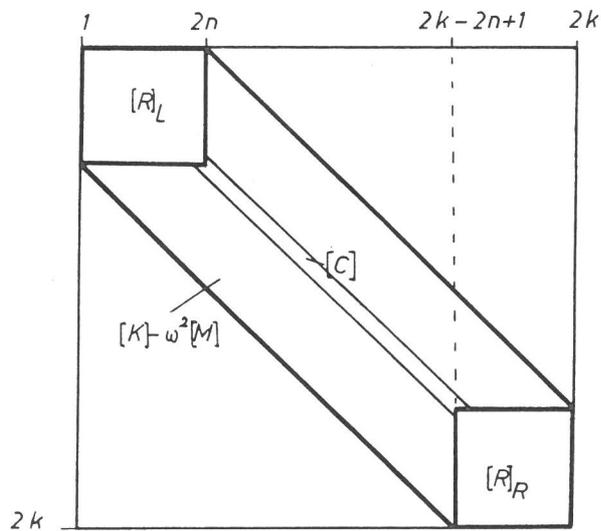


Bild 4.8  
Assemblierung der Steifigkeitsmatrizen der Teilbereiche I, R, L und U in die Gesamtsteifigkeitsmatrix

#### 4.3.5 Optimierung

Das komplexe Gleichungssystem der Gl. 4.55 ist linear, symmetrisch und besitzt Bandstruktur, wobei die Bandbreite proportional der maximalen Knotennummerdifferenz ist.

Für die Berechnung eines Systems muß dieses Gleichungssystem für jede betrachtete Frequenz gelöst werden. In dieser Arbeit wurde mit Frequenzschritten von  $f = 1,6$  Hz gearbeitet, die höchste berechnete Frequenz  $f_{\max}$  war 80 Hz. Dadurch muß das Gleichungssystem pro System bis zu 51 mal gelöst werden. Der größte Teil der für die Berechnung notwendigen Zeit wird für diesen Bearbeitungsschritt benötigt. Im Sinne einer wirtschaftlichen Anwendung dieses in FORTRAN IV programmierten Verfahrens werden deshalb einige Optimierungsmaßnahmen berücksichtigt.

1. Bei der Aufstellung der Systemsteifigkeitsmatrix und -massenmatrix wird von der Symmetrie und Bandstruktur Gebrauch gemacht. Abgespeichert werden nur die Werte, die sich ab der Diagonalen in der oberen Hälfte des Bandes befinden.
2. Die Gleichungsauflösung erfolgt mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren, wobei ein Gleichungslöser verwendet wird, der die Gesamtsteifigkeits- und Massenmatrix blockweise abarbeitet. Im Kernspeicher des Rechners befindet sich dann nur eine quadratische Matrix von der Dimension der Band-

breite; die restlichen Teile der Gesamtmatrizen werden jeweils dann von einem Hintergrundspeicher nachgeladen, wenn sie benötigt werden.

3. Bei der Gleichungsauflösung wird mit einer variablen Bandbreite gearbeitet (Skylinetechnik).
4. Mehrdimensionale Felder können im gleichen Programmteil als eindimensionale Felder angesprochen werden. Dadurch wird die zur Indexberechnung nötige Zeit eingespart.

#### 4.4 Ermittlung der Materialkennwerte

Die Übertragungseigenschaften eines Systems werden in entscheidendem Maße von den Materialeigenschaften der Systembaustoffe bestimmt.

Zur Erlangung realistischer Ergebnisse ist deshalb auf eine wirklichkeitsnahe Ermittlung der die Materialeigenschaften kennzeichnenden Größen des Schubmoduls  $G$ , der Poissonzahl  $\nu$  und der Materialdämpfung  $D$  größter Wert zu legen. Diese Werte können sowohl aus Messungen im Felde als auch im Labor bestimmt werden. Da es in dieser Arbeit wesentlich auf die exakte Ermittlung der am Versuchsort gegebenen Materialkennwerte ankommt, werden diese aus Feldmessungen bestimmt.

Im weiteren werden zunächst diejenigen Einflüsse, die die Größe der Materialkennwerte bestimmen, dargelegt, die theoretischen Grundlagen zur Ermittlung der Materialkennwerte aus Feldmessungen beschrieben und danach der Ansatz der Materialdämpfung im Rechenmodell diskutiert.

##### 4.4.1 Schubmodul und Poissonzahl vom Boden

###### 4.4.1.1 Einflüsse und theoretische Grundlagen

Materialgesetze von Böden sind sehr kompliziert und bis heute existiert noch kein Stoffgesetz, das alle Phänomene ausreichend beschreibt. Es existieren jedoch experimentelle Unter-

suchungen, z. B. [ 22 ], [ 23 ], [ 27 ], [ 29 ], [ 31 ], [ 32 ], [ 33 ], [ 34 ], deren Autoren eine Vielzahl von Einflüssen untersuchen, die die Größe des Schubmoduls  $G$  und der Poissonzahl  $\nu$  bestimmen. Nach [ 33 ] ist der Schubmodul  $G$  eine Funktion der Größen

$$G = f(\bar{\sigma}_0, e, H, s, \tau_0, c, A, f, t, T). \quad (4.56)$$

Hierin sind

- $\bar{\sigma}_0$  = effektive Oktaedernormalspannung
- $e$  = Porenzahl
- $H$  = Spannungs- bzw. Schwingungsgeschichte
- $s$  = Saturationsgrad
- $\tau_0$  = Oktaederschubspannung
- $c$  = Korncharakteristik, Kornform, Korngröße, Kornverteilung
- $A$  = Dehnungsamplitude
- $f$  = Frequenz
- $t$  = zeitliche Effekte zweiten Grades und der Belastung
- $T$  = Temperatur.

In [ 33 ] ist beschrieben, daß für Schubverzerrungsamplituden von kleiner als  $10^{-4}$  - diese Verhältnisse sind bei U-Bahn-Erschütterungen gegeben - der Schubmodul im wesentlichen nur noch eine Funktion von

$$G = f(\bar{\sigma}_0, e, f) \quad (4.57)$$

ist.

Aus experimentellen Untersuchungen von HARDIN [ 63 ] und RICHART [ 64 ] ist desweiteren bekannt, daß Frequenzen bis ca. 2500 Hz keinen meßbaren Einfluß auf die Größe des Schubmoduls besitzen. Gl. 4.57 reduziert sich dann auf

$$G = f(\bar{\sigma}_0, e) \quad (4.58)$$

Die effektive Spannung  $\bar{\sigma}_0$  in Gl. 4.58 ist gegeben durch

$$\bar{\sigma}_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \quad (4.59)$$

mit

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z \quad (4.60)$$

$$\sigma_z = \nu \cdot z \quad (4.61)$$

$\gamma$  [kN/m<sup>3</sup>] ist die Materialwichte des Bodens,  $z$  ist die Tiefenlage des betrachteten Partikels unterhalb der Geländeoberfläche. Der funktionale Zusammenhang der Gl. 4.58 für Sandböden ist in [ 33 ] als Potenzgesetz

$$G(z) = a(e) \bar{\sigma}_0^{0.5} \quad (4.62)$$

angegeben.

$a(e)$  ist eine von der Porenzahl abhängige Konstante [ 33 ]. Entsprechend Gl. 4.62 wird im weiteren für den Boden ein mit der Tiefe  $z$  veränderlicher Schubmodul  $G(z)$  angenommen, dessen Verlauf aus Feldmessungen bestimmt wird.

#### 4.4.1.2 Bestimmung Schubmodul und Poissonzahl aus Feldmessungen

Die Grundlage zur Ermittlung der Materialkennwerte im Felde bilden die Gesetze der allgemeinen Wellenlehre für linear elastische Stoffe.

Bei der Theorie der Wellenausbreitung im homogenen isotropen linear elastischen Halbraum wird von einem Volumenelement mit den infinitesimalen Abmessungen  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  im kartesischen Koordinatensystem  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ausgegangen. Unter Vernachlässigung der Gravitationskräfte am Volumenelement und unter Anwendung des Hookeschen Gesetzes gelangt man durch Aufstellen der Impulsbilanz am Volumenelement zu den Bewegungsgleichungen

$$(\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u_x = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (4.63)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 u_y = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (4.64)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 u_z = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (4.65)$$

Hierin ist  $\rho$  die Materialdichte und  $\lambda$  die Lamesche Konstante die über

$$\lambda = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \quad (4.66)$$

mit dem Schubmodul  $G$  und der Poissonzahl  $\nu$  verknüpft ist.

$$\bar{\epsilon} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (4.67)$$

ist die Volumendilatation und  $\nabla^2$  der Laplace Operator.

Setzt man in die Gl. 4.63 - 4.65 die Randbedingungen für volumentreue Scherverformung bzw. reine Volumenverformung ein, (KOLSKY [ 48 ]) so ergeben sich die Scherwellengeschwindigkeit  $v_s$  und Kompressionswellengeschwindigkeit  $v_p$  zu:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4.68)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{G}{\rho} \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (4.69)$$

Zu einem dritten Wellentyp, der Rayleighwelle, gelangt man, wenn man die Randbedingungen der Spannungsfreiheit an der Halbraumoberfläche in den Bewegungsgleichungen ansetzt. Die Geschwindigkeit  $v_R$  der Rayleighwelle ergibt sich in Abhängigkeit der Materialdichte  $\rho$ , des Schubmoduls  $G$  und der Poissonzahl  $\nu$  zu

$$K^6 - 8K^4 + (24 - 16\nu) K^2 + 16(\nu^2 - 1) = 0 \quad (4.70)$$

wobei

$$K^2 = \frac{v_R^2}{v_s^2} \quad (4.71)$$

und

$$\alpha^2 = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \quad (4.72)$$

ist.

Unter der Voraussetzung, daß die Materialdichte  $\rho$  bekannt ist - diese wird im allgemeinen im Labor aus "ungestörten" Bodenproben ermittelt -, ergeben sich die Materialkennwerte  $G$  und  $\nu$  aus den Gl. 4.68 und 4.69 zu:

$$G = v_s^2 \rho \quad (4.73)$$

$$\nu = (2 - v_p^2/v_s^2) / (1 - 2v_p^2/v_s^2) \quad (4.74)$$

Bei der Durchführung im Felde wird das auszumessende System durch einen Hammerschlag impulsförmig angeregt (Seismische Erregung). Die Antworten des in nichtstationäre Schwingungen versetzten Systems werden dann an mehreren Stellen an der Erdoberfläche und in Bohrlöchern mit Schwingungsaufnehmern erfaßt und registriert. Aus der gemessenen Entfernung zwischen zwei Aufnehmern und den aus den Aufzeichnungen ermittelten Laufzeiten der Kompressionswelle und Scherwelle werden dann Schubmodul und Poissonzahl nach den Gl. 4.73 - 4.74 errechnet. Die Bestimmung der Laufzeiten aus den Aufzeichnungen ist jedoch oft mit Schwierigkeiten verbunden, da bei der hier verwendeten seismischen Erregung alle drei im Halbraum möglichen Wellenarten (siehe oben) erzeugt werden. Zwar kann der erste am Meßpunkt ankommende Impuls der Kompressionswelle zugeordnet werden, der nachfolgende Einsatz der Scherwelle und Rayleighwelle ist jedoch außerordentlich schwierig zu bestimmen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wird bei den Messungen (s. Kap. 4.5 und Kap. 5.1) eine einfache Methode angewendet mit dem Ziel, nur Scherwellen zu erzeugen. Bei dieser Methode wird ein Holzbalken plan auf die Erdoberfläche gelegt. Danach wird auf die Stirnseite des Balkens mit einem Gummihammer ein leichter Schlag aufgebracht, der im Baugrund nur Scherwellen erzeugt. Vorausgesetzt werden muß bei dieser Methode, daß zwischen Balkenunterseite und Bodenoberfläche keine Bewegung eintritt, denn ein Überwinden der Reibungskräfte erzeugt immer leichte Stöße, die sich in Form von Kompressionswellen ausbreiten. Eine unbewegliche Lage des Balkens wird durch entsprechende vertikale Belastung erreicht. Diese Methode wurde bei einer Vielzahl von Messungen angewandt und ergab gute Reproduzierbarkeit in allen Versuchen. Zudem ist bei dieser Methode infolge der Kleinheit der Erregerkräfte sichergestellt, daß die erzeugten Amplituden tatsächlich im linearen Bereich des Materials liegen. Lineares Materialverhalten ist eine notwendige Voraussetzung zur Anwendung dieses Verfahrens. Versuche dieser Art werden im Rahmen der 1. und 2. Versuchsreihe(s. Kap. 1) durchgeführt.

Bei der 1. Versuchsreihe werden die Laufzeiten der Kompressions- und Scherwelle in Bohrlöchern in mehreren Tiefen gemessen, ein Tiefenprofil der Wellengeschwindigkeiten gezeichnet und daraus der Schubmodulverlauf  $G(z)$  errechnet. Die Be-

stimmung der Materialkennwerte des Betons erfolgt ebenfalls durch eine Laufzeitmessung, wobei die Erregung durch einen Hammerschlag auf die Stirnfläche einer Tunnelwand in das System eingeleitet wird. Bei den Messungen wurde darauf geachtet, daß sich keine Dehnfugen im Bereich der Meßstrecke befinden. Sicherlich vorhandene Arbeitsfugen sind für diese Messungen dynamisch nicht relevant (s. Kap. 4.5).

In der 2. Versuchsreihe, die zur Ermittlung der Erregung aus gemessenen zeitlichen Antwortverläufen dient, ist es notwendig, zusätzlich zu dem Schubmodulverlauf  $G(z)$  des Bodens die Materialkennwerte des Schotters zu bestimmen. Diese werden am Versuchsort auf die prinzipiell gleiche Weise wie diejenigen des umgebenden Bodens ermittelt. Da in der Literatur bisher kaum Vergleichswerte für Schotter vorliegen, werden zur Absicherung dieser Meßergebnisse zusätzliche Messungen auf einer Schotterhalde der BVG (Berliner Verkehrsbetriebe) durchgeführt (s. Kap. 5.1).

#### 4.4.2 Materialdämpfung

##### 4.4.2.1 Einflüsse und Grundlagen

Ähnlich wie der Schubmodul  $G$  ist auch die Materialdämpfung einer Vielzahl von Einflüssen unterworfen. HARDING und DRNEVICH [ 34 ] nennen als wichtigste Parameter die Dehnungsamplitude  $A$ , die effektive Spannung  $\bar{\sigma}_0$ , die Porenzahl  $e$  und die Anzahl der Belastungszyklen  $n$ . Von diesen wiederum ist der Einfluß der Dehnungsamplitude  $A$  am bedeutendsten. Bild 4.9 zeigt den Einfluß dieser Parameter.

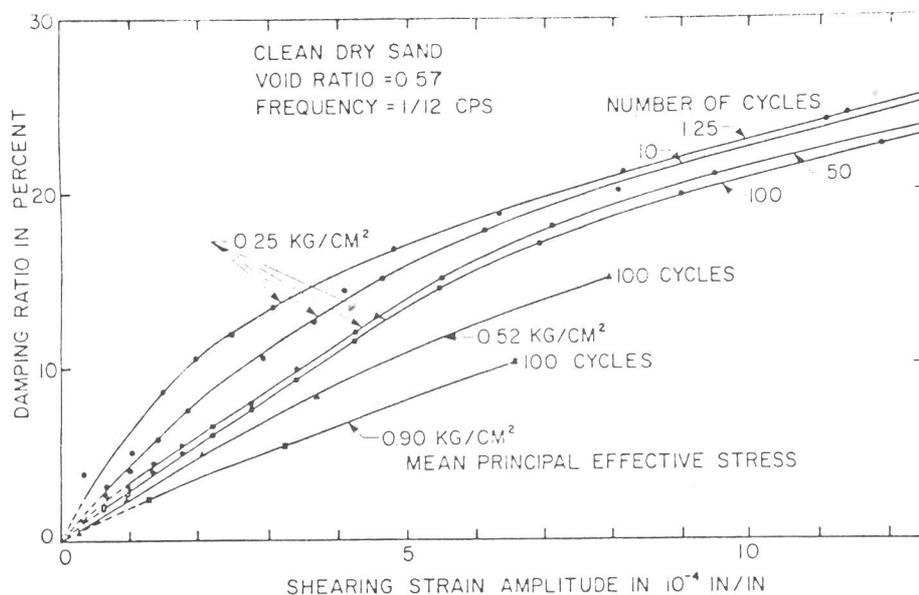


Bild 4.9  
Dämpfungsverhältnis als Funktion  
der Scherdehnung für trockenen  
Sand nach [34]

#### 4.4.2.2 Dämpfungsermittlung

Die einzelnen existierenden Methoden zur Bestimmung der Materialdämpfung sowie die entsprechenden Ansätze in der mathematischen Beschreibung der Struktur sind sehr unterschiedlich und nur bedingt mit tatsächlichen physikalischen Phänomenen in Einklang zu bringen. Den meisten Methoden liegt die Vorstellung eines Ein-Massenschwingers zugrunde. Diese Vorstellung wird auch hier auf das einzelne finite Element angewendet, wobei für die Ermittlung die sogenannte Hysteresedämpfung zugrunde gelegt wird. Zu der Hysteresedämpfung gelangt man, wenn die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen eines Belastungszyklus betrachtet werden. Die Hysteresedämpfung (Bild 4.10), auch als "Dämpfungsmaß D" bezeichnet, ergibt sich aus dem Verhältnis der Fläche  $\Delta F$ , die von der Hystereseschleife eingeschlossen wird, zu der gesamten Fläche  $F$

$$D = \frac{\Delta F}{F} \cdot 100 \% \quad (4.75)$$

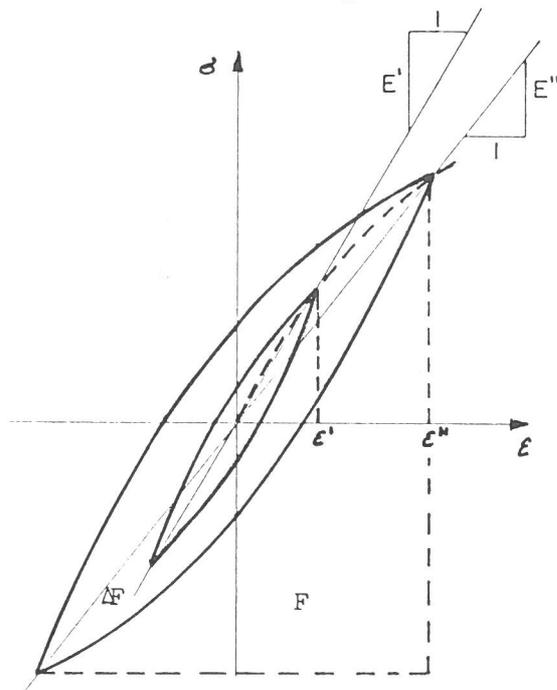


Bild 4.10  
Hystereseschleife

#### 4.4.2.3 Ansatz der Materialdämpfung im Rechenmodell

Der Ansatz der Materialdämpfung im Rechenmodell wird aus der Hysteresedämpfung entwickelt. Für harmonische Belastung kann die Spannungs-Dehnungs-Beziehung in komplexer Schreibweise dargestellt werden als

$$\tilde{\sigma} \exp(i\omega t) = \tilde{E} \tilde{\epsilon} \exp(i\omega t) \quad (4.76)$$

wobei

$$\tilde{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2 \quad \text{die komplexen Spannungen} \quad (4.77)$$

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + i\epsilon_2 \quad \text{die komplexen Dehnungen} \quad (4.78)$$

$$\tilde{E} = E_1 + iE_2 \quad \text{der komplexe Elastizitätsmodul} \quad (4.79)$$

sind.

Die physikalischen Dehnungen und Spannungen sind hierbei als die Realteile der komplexen Dehnungen und Spannungen erklärt.  $E_1$  ist der physikalische E-Modul.

$$\epsilon = \text{Re} [\tilde{\epsilon} \exp(i\omega t)] = \epsilon_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.80)$$

$$\epsilon_0 = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

$$\sigma = \text{Re} [\tilde{\sigma} \exp(i\omega t)] = \sigma_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (4.81)$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

bzw. mit Gl. 4.76

$$\sigma = \text{Re} [\tilde{E} \tilde{\epsilon} \exp(i\omega t)] = E_1 \epsilon_0 (\cos(\omega t + \varphi) - \frac{E_2}{E_1} \sin(\omega t + \varphi)). \quad (4.82)$$

Setzt man kleine Dehnungen voraus, so stellt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für ein Element unter harmonischer Belastung näherungsweise eine Ellipse dar. Die Gleichung für diese Ellipse in Mittelpunktlage lautet:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \pm \frac{E_2}{E_1} \sqrt{1 - (\epsilon/\epsilon_0)^2}. \quad (4.83)$$

Wendet man Gl. 4.75 mit Gl. 4.83 an, so ergibt sich die Fläche  $\Delta F$  der Ellipse zu

$$\Delta F = \oint \sigma d\epsilon = 2E_2 \epsilon_0 \int_{-\epsilon_0}^{\epsilon_0} \sqrt{1 - (\epsilon/\epsilon_0)^2} d\epsilon = E_2 \pi \epsilon_0^2. \quad (4.84)$$

Die Gesamtfläche  $F$  ist

$$F = E_1 \epsilon_0^2 / 2 . \quad (4.85)$$

Aus den Gl. 4.75, 4.84 und 4.85 folgt damit für das Dämpfungsmaß

$$D = 2\pi E_2 / E_1 . \quad (4.86)$$

Unter Beachtung von Gl. 4.79 ergibt sich somit für das die Materialdämpfung beinhaltende komplexe Materialgesetz:

$$\tilde{E} = E_1 (1 + iD/2\pi) . \quad (4.87)$$

Für den Schubmodul  $\tilde{G}$ , die Poissonzahl  $\tilde{\nu}$  und die Lamesche Konstante  $\tilde{\lambda}$  gelten analog die gleichen Beziehungen:

$$\tilde{\nu} = \nu_1 + i\nu_2 = \nu_1 (1 + iD/2\pi) \quad (4.88)$$

$$\tilde{G} = G_1 + iG_2 = G_1 (1 + iD/2\pi) \quad (4.89)$$

$$\tilde{\lambda} = \lambda_1 + i\lambda_2 = \lambda_1 (1 + iD/2\pi) \quad (4.90)$$

$E_1$ ,  $\nu_1$ ,  $G_1$ ,  $\lambda_1$  sind hierbei die jeweiligen reellen Werte für ein rein elastisches Material.

Mit den Gl. 4.88 - 4.90 kann die im Kap. 4.2.1 ausgeführte Steifigkeitsmatrix  $[\tilde{K}]$  wie eine reelle Steifigkeitsmatrix generiert werden. Der einzige Unterschied besteht darin, daß komplexe Moduli anstatt reeller Moduli verwendet werden. Die in den Rechnungen aktuell anzusetzenden Werte der Materialdämpfung für die Stoffe Boden, Beton und Schotter werden experimentell durch Ausschwingversuche bestimmt. Bei einem Ausschwingversuch wird die Materialdämpfung durch das sogenannte logarithmische Dekrement  $\delta$  beschrieben, das unter der Voraussetzung kleiner Dehnungen ( $< 10^{-4}$ ) und damit kleiner Dämpfungswerte (s. Bild 4.9) nach [ 75 ] durch  $D \cong \delta/2$  mit dem Dämpfungsmaß  $D$  verknüpft ist. Die ermittelten Werte der Materialdämpfung der einzelnen Stoffe sind in Kap. 4.5 und in Kap. 5.1 angegeben.

## 4.5 Versuche zur Überprüfung des Rechenmodells

### 4.5.1 Versuchsbeschreibung

Das Ziel dieser Versuche ist eine Überprüfung des Rechenmodells durch Vergleich von Meßergebnissen mit Rechenergebnissen. Dazu wurde ein reales Tunnelsystem (Bild 4.11) an der Tunnelsohle mit einem mechanischen Unwuchterreger - im folgenden Schwinger genannt - harmonisch in vertikaler Richtung erregt. Bei dem realen Tunnelsystem handelt es sich um einen Rohbautunnel in Berlin-Charlottenburg-Nord, der im Zuge der Erweiterung der Linie 7 erstellt wurde. In dem Tunnel war zum Zeitpunkt der Messungen noch kein Schotterbett eingebracht, so daß auf der Tunnelsohle erregt werden mußte. Die Erregerkraft, die bei diesem Schwinger dem Quadrat der Erregerfrequenz proportional ist, wurde zusätzlich durch die Wahl von vier verschiedenen Unwuchtmassen verändert. Als Kriterium für die Wahl der Unwuchtmassen diente, Schwinggeschwindigkeitsamplituden in einem Bereich zu erzeugen, der dem von fahrenden U-Bahn-Zügen entspricht. Die Erregerfrequenz wurde im Bereich von 15 - 80 Hz in Abständen von im allgemeinen 5 Hz variiert. Die Wahl dieses Frequenzbereiches ist einerseits durch die Bauart des Schwingers bedingt, andererseits ist aus eigenen früheren Messungen bekannt, RÜCKER [ 64 ], daß U-Bahn-Erschütterungen mit Frequenzen größer als 80 Hz für die Erschütterungsbelastung der Umgebung ohne wesentlichen Einfluß sind. In Tab. 4 sind die durchgeführten Meßreihen mit den variierten Größen aufgeführt. Als Meßreihe wird ein Versuch verstanden, bei dem die Frequenzen variiert wurden und das Massenmoment konstant blieb. Obgleich die zu berechnende Erregung oben als Wegerregung definiert wurde, wird bei den hier beschriebenen Versuchen zur Überprüfung des Rechenmodells eine Krafterregung verwendet. Der alleinige Grund hierfür ist ausschließlich in der besseren Realisierung im Versuch zu sehen.

Die auf die Tunnelsohle wirkende dynamische Sohlflächenkraft, die nur mittelbar gewählt werden kann, wurde aus den Meßgrößen der Schwinggeschwindigkeitsamplitude des Schwingers und des Phasenwinkels zwischen Erregerkraft errechnet.

Bei der Ausführung der Versuche wurde der Schwinger auf eine konstante Frequenz eingestellt und die Antworten des Systems nach Erreichen eines stationären Zustandes gemessen. Gemessen

Meßreihe	Erregungsrichtung	Schwingerstandpunkte	Gesamtgewicht Schwinger [kN]	Massenmoment $m_0 \cdot r$ [Ncm]	untersuchte Frequenzen [Hz]
1	Vertikal	bei allen Meßreihen $y_1 = 0,0$ m	4,163	10	15,20,30,40,45, 50,55,60,65,70, 80
2	Vertikal	$y_2 = 2,0$ m $y_3 = 4,0$ m	4,163	20	15,20,30,40,45, 50,55,60,65
3	Vertikal	$y_4 = 6,0$ m	4,163	40	15,20,25,30,35, 40,45
4	Vertikal		7,865	80	15,20,25,30,35, 40,45

Tabelle 4  
Durchgeführte Meßreihen

wurden sowohl die horizontalen als auch die vertikalen Komponenten der Schwinggeschwindigkeit an jedem Meßpunkt.

Die Aufnehmer zur Messung der Schwinggeschwindigkeit wurden an den gewählten Meßpunkten im Tunnel (Bild 4.11) mit einem schnell abbindenden Klebstoff kraftschlüssig an den Beton angeklebt. Für die Messung im umgebenden Boden wurden an 3 Stellen mit einem Spiralbohrer Löcher von 16 cm Durchmesser gebohrt. Nach Egalisierung der Bohrsohle wurden die Meßaufnehmer mit einem speziell entwickelten Greifgestänge auf die Bohrsohle hinabgelassen und dort abgesetzt. Hierbei wurde auf genaue Ausrichtung der Aufnehmer in horizontaler und vertikaler Richtung geachtet. Danach wurde das Bohrloch mit dem Bohrmaterial verfüllt. Die erreichte Verdichtung wurde durch Volumenmessung bestimmt. Die aus den Bohrungen erhaltenen Bohrprofile sind in Bild 4.12 dargestellt.

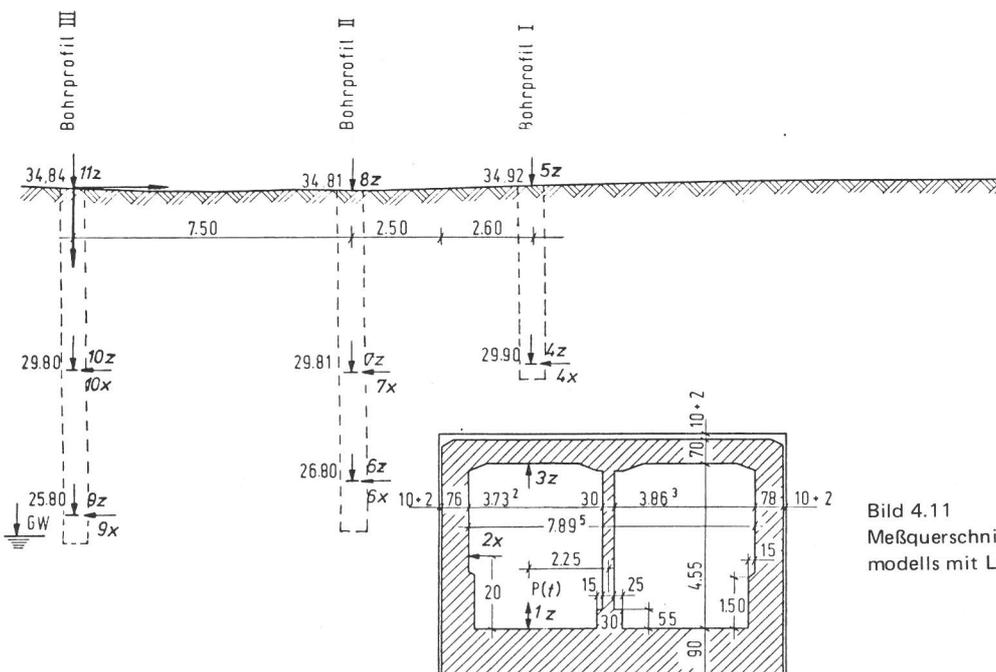


Bild 4.11  
Meßquerschnitt zur Prüfung des Rechenmodells mit Lage der Meßaufnehmer

Bohrprofile

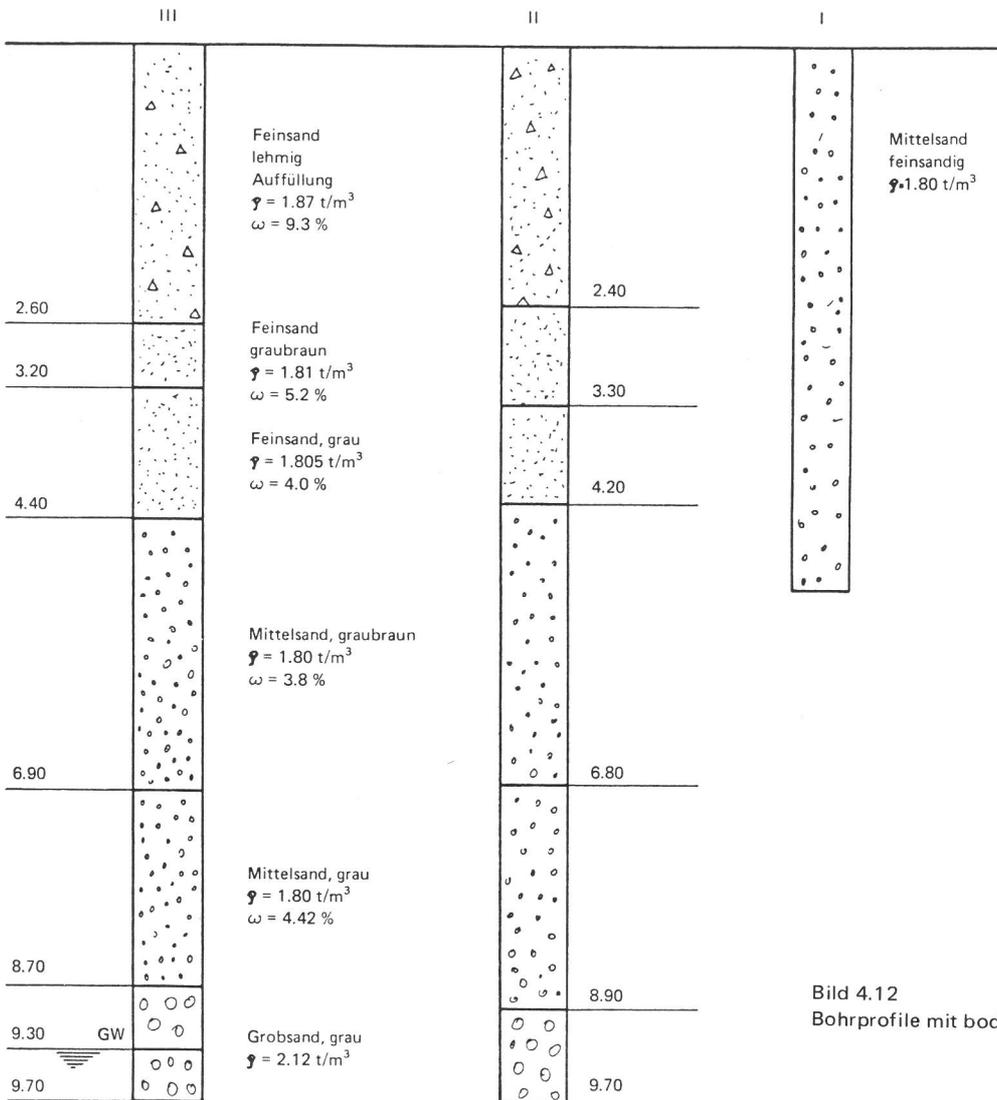


Bild 4.12  
Bohrprofile mit bodenmechanischen Kennwerten

Da mit dem Rechenmodell nur ebene Probleme behandelt werden können, die gewählte Art der Erregung aber punktförmig am System angreift und damit die Wellenausbreitung räumlich ist, wurde versucht, durch eine sinnvolle Anordnung des Schwingers ebene Wellenausbreitung in der x-z-Ebene (Bild 4.11) zu simulieren. Hierzu wurde der Schwinger zunächst auf die Tunnelsohle mit der festgelegten Koordinate  $y = 0$  gesetzt und die Meßreihen 1 bis 4 (s. Tab. 4) durchgeführt. Die Antworten des Systems wurden dabei in derselben x-z-Ebene mit  $y = 0$  gemessen. Danach wurde der Schwinger längs der Tunnelachse in Abständen von  $\Delta y = 2.0 \text{ m}$  versetzt und die Meßreihen wiederholt. Gemessen wurden dabei wiederum die Antworten des Systems in der y-z-Ebene mit der Koordinate  $y = 0$ .

Unter der Voraussetzung von Linearität und nach dem Reziprozitätssatz erhält man als Ergebnis dieser Versuche eine Ein-

flußlinie der Schwinggeschwindigkeit jedes Meßpunktes, aus der durch phasengerechte Superponierung diejenigen Schwinggeschwindigkeiten ermittelt werden können, die sich bei ebener Erregung ergeben würden.

Im weiteren wurden die am Versuchsort gegebenen Materialeigenschaften, beschrieben durch den Schubmodul und die Poissonzahl, durch eine Laufzeitmessung bestimmt (siehe Kap. 4.4).

#### 4.5.2 Versuchsaufbau

##### Schwingungserreger

Der benutzte Schwingungserreger ist ein mechanischer Unwuchterreger. Der Unwuchterreger besteht aus zwei gegenläufig drehenden Wellen, an deren Enden austauschbare Exzentermassen so angebracht sind, daß nur vertikal gerichtete Kräfte erzeugt werden. Die erzeugbare vertikale Erregerkraft ist dem Quadrat der Erregerfrequenz proportional. Die maximal mögliche Erregerfrequenz ist durch die Bauart des Schwingers und durch die Bedingung, daß die dynamische Sohlspannung die statische Sohlspannung nicht überschreiten darf, um ein Abheben des Schwingers zu vermeiden, auf 100 Hz beschränkt.

Durch auf den Schwinger aufspannbare Ballastplatten ist die maximal mögliche dynamische Sohlkraft auf 20 kN begrenzt. Bei den Versuchen wurde zunächst die Sohlplatte des Schwingers, die bei allen Versuchen eine Fläche von  $2000 \text{ cm}^2$  besaß, auf eine wässrige Gipslösung gesetzt und waagrecht einnivelliert. Nachdem die Gipslösung abgebunden hatte, wurde der Schwinger mit den Ballastplatten auf die Sohlfläche montiert und der Motor mit Getriebe angefügt. Dieser Aufbau wurde während der Versuche am jeweiligen Erregungsort nicht mehr verändert.

Zur Berechnung der auf die Tunnelsohle wirkenden dynamischen Sohlkraft, die nicht mit der Erregerkraft identisch ist, wurde die absolute Schwinggeschwindigkeit des Schwingers sowie die Phase zwischen Erregerkraft und Schwingerverschiebung aufgezeichnet. Dies geschah auf indirekte Weise, indem an eine Schwingerwelle ein Dynamo angeschlossen wurde, der eine

Sinusschwingung erzeugt. Der Nulldurchgang der Sinusschwingung entsprach dabei einer bestimmten Stellung der Unwuchten. Unter Berücksichtigung, daß die Schwinggeschwindigkeit dem Schwingweg um  $90^\circ$  voreilt, wurde die Phase zwischen Erregung und Verschiebung des Schwingers aus dem Vergleich der Sinusschwingung des Dynamos und der Schwinggeschwindigkeit des Schwingers errechnet.

#### Aufnehmer

Die verwendeten Aufnehmer waren Schwinggeschwindigkeitsaufnehmer HS1 (Geophone) der Fa. Geo Space mit einem Gewicht von ca. 1,6 N. Die Geophone sind tiefabgestimmt mit einer Eigenfrequenz von 4,5 Hz. Vor jedem Einsatz wurden die Geophone im Labor mit Hilfe eines elektrodynamischen Erregers geeicht. Hierzu wurde das Geophon fußpunkterregt und der Amplitudenfrequenzverlauf sowie der Phasengang festgehalten. Bild 4.13 zeigt einen gemessenen Amplitudenfrequenzverlauf eines Geophons.

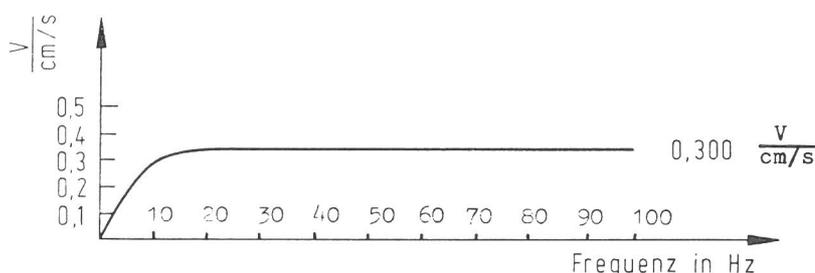


Bild 4.13  
Übertragungsfunktion Geophon HS1

Wird ein Aufnehmer an einem auszumessenden Objekt befestigt, so stellt dies grundsätzlich infolge der trägen Masse des Aufnehmers eine Störung der erregenden Schwingung dar. Aus der elementaren Schwingungslehre eines Ein-Massen-Schwingers kann aber leicht gezeigt werden, daß infolge der im allgemeinen großen Steifigkeit des auszumessenden Objekts und der geringen Masse des Geophons die Störung als vernachlässigbar betrachtet werden kann. Um eine verzerrte Wiedergabe von Schwingungen zu vermeiden, dessen Frequenzen in der Nähe der Eigenfrequenz des Geophons liegen, wurden bei der Auswertung die aus den Eichmessungen ermittelten Amplitudenfrequenzkurven verwendet.

#### Elektronische Meßeinrichtung

Die von den Aufnehmern abgegebene, der Schwinggeschwindigkeit

proportionale Meßspannung wurde mit einem Meßverstärker verstärkt und danach mit einem PCM-Magnetbandsystem aufgezeichnet. Dieses System gestattet bei der gewählten Bandgeschwindigkeit von 76 cm/s Schwingungen bis zu einem Frequenzinhalt von 450 Hz aufzuzeichnen, wobei die Schwingungen pro Kanal mit einer Abtastrate von 1904 Punkten pro Sekunde digitalisiert werden. Zur Kennzeichnung der einzelnen Aufnahmen, auch im Hinblick auf die spätere rechnergestützte Auswertung, wurden mit Hilfe eines Zeitcodegenerators gleichzeitig mit den Daten Echtzeitmarken im Abstand von 10 ms auf jede verwendete Bandspur geschrieben. Im Labor wurden danach die auf Magnetband gespeicherten Daten über einen PCM-Demodulator geleitet und für die Auswertung auf einen Rechner übertragen. Die Ausgabe der Ergebnisse konnte wahlweise als Druck oder Plot erfolgen.

Bild 4.14 zeigt in einem Blockschaltbild die gesamte Meß- und Auswertekette.

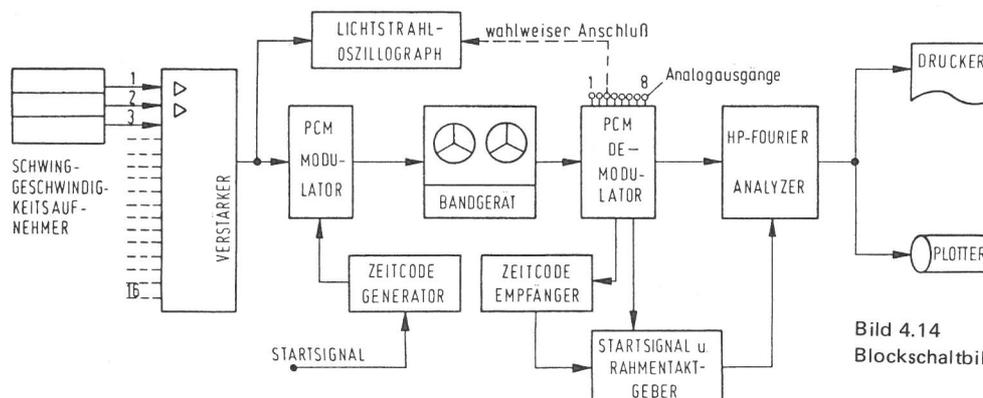


Bild 4.14  
Blockschaltbild der Meß- und Auswertekette

### 4.5.3 Auswertung

#### Dynamische Sohlflächenkraft

Wird der Unwuchterreger mit der gewählten Erregerkreisfrequenz  $\omega$  betrieben, so entsteht die Zentrifugalkraft

$$Z = m_0 \cdot r \omega^2 \quad (4.91)$$

$m_0 \cdot r$  ist hierin das sogenannte Exzenter-Massenmoment.

Die Zentrifugalkraft versetzt den Erreger, der die Masse  $m$  besitzt, in vertikale Schwingungen mit der Schwingwegamplitude  $\hat{u}_z$ . Dabei entsteht die Trägheitskraft

$$T = m\hat{u}_z \omega^2 \quad (4.92)$$

Aus der Zentrifugalkraft und der Trägheitskraft kann die resultierende dynamische Sohlflächenkraft nach LORENZ [ 52 ] berechnet werden zu

$$P_{dyn} = \sqrt{m_o^2 r^2 \omega^4 + m^2 \hat{u}_z^2 \omega^4 + 2mm_o r \hat{u}_z \omega^4 \cos\varphi} \quad (4.93)$$

Aus Gl. 4.93 ist zu ersehen, daß die dynamische Sohlflächenkraft neben den Kräften Z und T auch vom Phasenwinkel  $\varphi$  abhängig ist, um den die Verschiebung der Erregerkraft nacheilt (siehe Bild 4.15a).

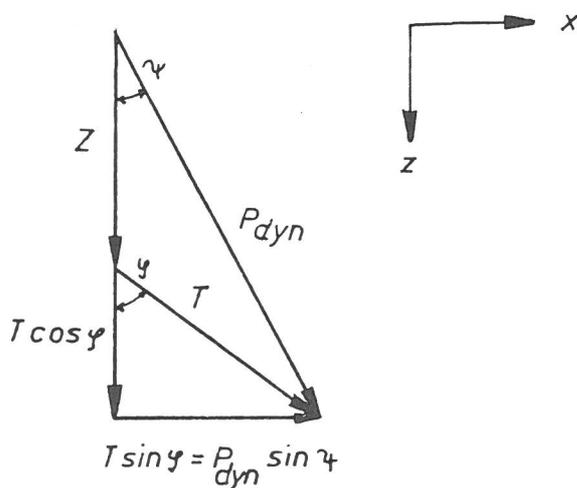


Bild 4.15a  
Vektordiagramm der Kräfte Z, T;  $P_{dyn}$

In Bild 4.15b sind die nach Gl. 4.93 berechneten dynamischen Sohlflächenkräfte für die vier verwendeten Erregermassenmomente (siehe Tab. 4) über den Erregerfrequenzen aufgetragen.

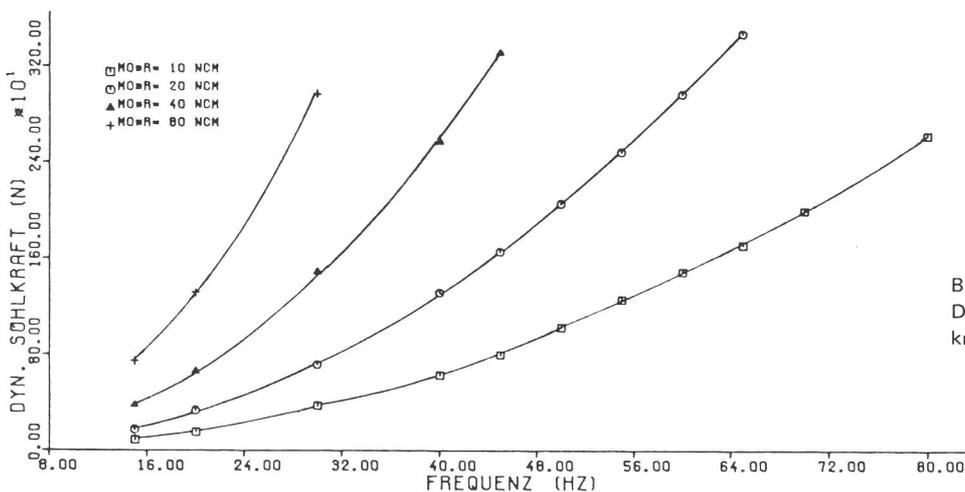


Bild 4.15b  
Dynamischer Sohlflächenkraftverlauf

### Superposition der Amplituden

Um die Meßergebnisse mit den Rechenergebnissen vergleichbar zu machen - gemessen wurde eine räumliche Wellenausbreitung,

das Rechenmodell ist eben - , ist es erforderlich, durch eine geeignete Superponierung diejenigen Amplituden zu bestimmen, die sich bei ebener Erregung ergeben würden. Für die Superponierung wurden zunächst punktweise Einflußlinien für die Schwinggeschwindigkeiten jedes Meßpunktes ermittelt, indem die Antworten des in harmonische Schwingungen versetzten Systems an den Meßpunkten in der x-z-Ebene mit  $y = 0$  gemessen wurden, während der Angriffspunkt der Erregung zeitlich nacheinander längs der Tunnelachse in Abständen von  $\Delta y = 2,0$  m variiert wurde.

In Bild 4.16 ist die so ermittelte Einflußlinie für den Meßpunkt 1 z (siehe Bild 4.11), der sich in Tunnelsohlenmitte befindet, aufgetragen.

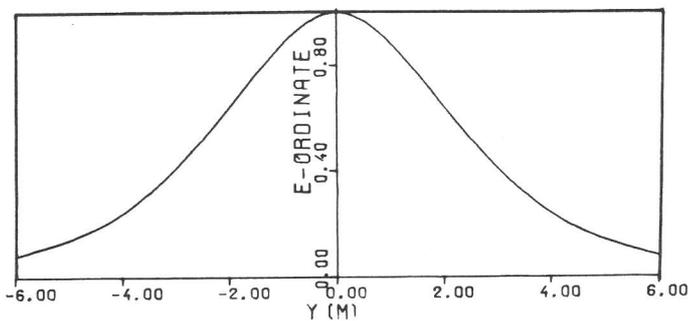


Bild 4.16  
Einflußlinie für den Meßpunkt 1z

Man erkennt, daß der Einflußbereich sehr schnell abklingt; so ist z.B. der Einfluß einer Belastung, die sich in 6 m Entfernung vom Meßpunkt befindet, nur nach ca. 10 % einer solchen Belastung, die sich unmittelbar am Meßpunkt befindet ( $y = 0$ ). Die Schwinggeschwindigkeiten an einem Meßpunkt, die sich bei ebener Erregung einstellen würden, ergeben sich dann, indem die Ordinaten der Einflußlinie mit derjenigen Schwinggeschwindigkeit multipliziert werden, die bei einer Erregung an der Stelle  $y = 0$  gemessen wurden und danach über die Einflußlinie integriert wird. Bei der Auswertung wurde der Beitrag der Einflußlinie, der außerhalb  $y = \pm 6$  m liegt, nicht berücksichtigt. Eine Abschätzung unter der Annahme exponentiellen Abklingverhaltens ergab, daß dadurch ein Fehler in den Amplituden zu erwarten ist, der im Bereich von 3,5 - 5 % liegt.

#### Materialkennwerte

#### Boden

Aus mehreren Laufzeitmessungen (zur Durchführung s. Kap. 4.4)

ergab sich das in Bild 4.17 mit den Symbolen  $\square$  versehene Scherwellenprofil  $v_s$

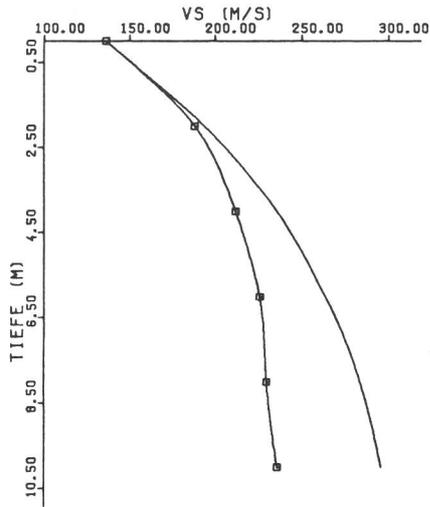


Bild 4.17  
Gemessener  $v_s$ -Verlauf

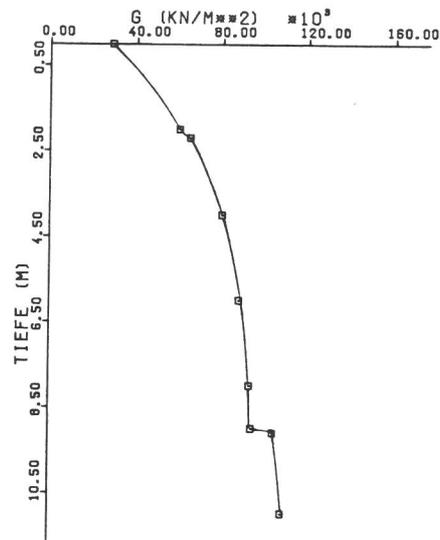


Bild 4.18  
Ermittelter Schubmodulverlauf

Zum Vergleich ist der nach RICHART/HALL/WOODS [ 61 ] entsprechenden Gl. 4.62 ermittelte  $v_s$ -Verlauf eingetragen. Aus dem Scherwellengeschwindigkeitsprofil  $v_s$  und der Materialdichte  $\rho$ , im Labor aus "ungestörten" Bodenproben ermittelt, wurde danach das Schubmodulprofil  $G(z)$  errechnet (Bild 4.18). Die Materialdichte ergab sich im Mittel zu  $\rho = 1.81 \text{ t/m}^3$ . Für die Kompressionswellengeschwindigkeit  $v_p$  wurde ein mittlerer Wert von  $v_p \approx 345 \text{ m/s}$  gemessen. Hieraus errechnet sich zusammen mit den Werten für die Scherwellengeschwindigkeiten  $v_s$  ein mittlerer Wert der Poissonzahl von  $\nu \approx 0.26$ . Das über einen Ausschwingversuch ermittelte Dämpfungsmaß  $D$  (s. Kap. 4.4) wurde zu  $D = 2 \%$  bestimmt.

Beton

Für den Beton wurden Ausbreitungsgeschwindigkeiten von

$$v_s = 2225 \text{ m/s}$$

$$v_p = 3530 \text{ m/s}$$

gemessen.

Mit einer mittleren Materialdichte von  $\rho = 2.54 \text{ t/m}^3$  errechnen sich hieraus die elastischen Materialkonstanten zu

$$G = 1261.4 \quad \text{kN/cm}^2$$

$$E = 2926.34 \quad \text{kN/cm}^2$$

$$\nu = 0.16$$

Diese Werte stimmen sehr gut mit aus der Literatur bekannten Ergebnissen überein.

Das Dämpfungsmaß, das hier ebenfalls durch einen Ausschwingversuch bestimmt wurde, hat einen Wert von  $D = 1 \%$ .

#### 4.6 Vergleich Meß- mit Rechenergebnissen

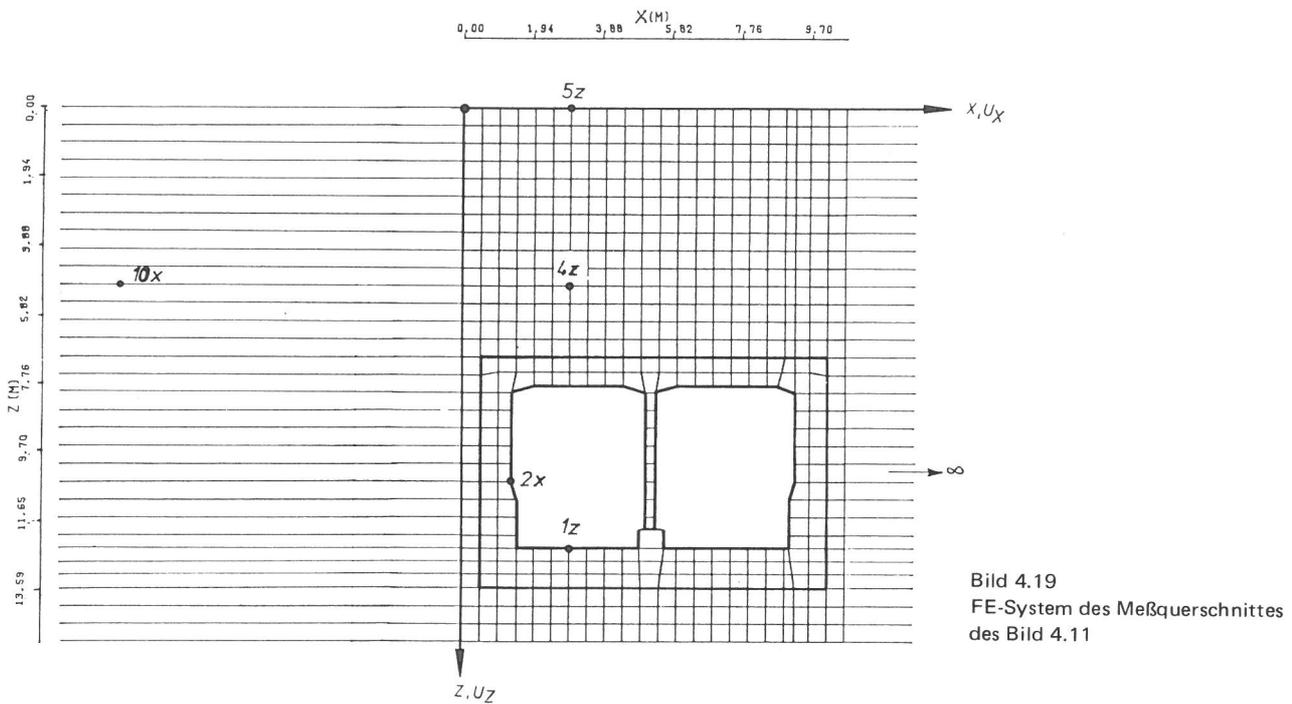
Der Vergleich der Meßergebnisse mit Rechenergebnissen ist notwendig, um einen Eindruck über die Größe des Fehlers zu gewinnen, der dem Rechenmodell infolge der getroffenen Idealisierungen anhaftet. Hierzu wurde das Meßsystem (Bild 4.11) in ein FE-System (Bild 4.19) abgebildet. Verwendet wurden 548 Elemente mit 634 Knoten. Das zu lösende Gleichungssystem umfaßt dann 1258 komplexe Unbekannte.

Die Belastung des Systems ist durch Bild 4.15b gegeben. Für die im folgenden dargestellten Ergebnisse wurde der Belastungsverlauf infolge eines Massenmoments des Unwuchterregers von  $m_0 \cdot r = 10 \text{ Ncm}$  verwendet. Die Materialeigenschaften der Stoffe Beton und Boden werden durch die in Kap. 4.5 genannten, experimentell ermittelten Größen beschrieben, wobei für den Boden der von der Tiefe  $z$  abhängige Schubmodulverlauf  $G(z)$  des Bildes 4.18 angesetzt wurde.

Der Vergleich der Meß- mit den Rechenergebnissen wird dargestellt an den Punkten

- 1z Tunnelsohle
- 2z Tunnelwand
- 4z 5 m unter Geländeoberfläche  
senkrecht über Erreger
- 5z Geländeoberfläche senkrecht  
über Erreger
- 10z 5 m unter Geländeoberfläche,  
10 m Entfernung von Tunnelaußenwand.

Gezeigt wird der Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Amplitudenfrequenzgängen. Damit ist ein direkter Vergleich über das Amplituden- und Frequenzverhalten des Rechenmodells möglich.



In den Bildern 4.20 - 4.24 ist dieser Vergleich aufgetragen. Für die Meßpunkte im Tunnel (Bilder 4.20 - 4.21) ist gute, teils sehr gute Übereinstimmung über den gesamten betrachteten Frequenzbereich festzustellen. Für die Meßpunkte im umgebenden Boden (Bilder 4.22 - 4.24) treten gelegentlich größere Abweichungen, und hier insbesondere im Frequenzbereich größer als 70 Hz, auf. Ein erster Grund für diese Abweichungen ist in nicht genau erfaßbaren örtlichen Inhomogenitäten des Bodens zu sehen. Ein zweiter Grund liegt in dem Verfahren der finiten Elemente selbst. Das Verfahren der finiten Elemente ist in der obigen Formulierung dem Verfahren nach RAYLEIGH-RITZ [ 90 ] äquivalent. In [ 85 ] ist ausgeführt, daß die Eigenfrequenzen eines schwingungsfähigen Systems, die mit einem Ansatz nach Rayleigh-Ritz berechnet werden, immer größer als die tatsächlichen Eigenwerte sind und daß die Eigenwerte umso ungenauer berechnet werden, je höher ihre Ordnung ist. Auf das Verfahren der finiten Elemente übertragen bedeutet dies, daß die Antworten eines schwingungsfähigen System mit wachsender Frequenz zunehmend ungenauer wiedergegeben werden. Ein weiterer Grund ergibt sich daraus, daß bei der Superponierung der einzelnen Teilantworten zur Simulation eines ebenen Problems die Phasen mitberücksichtigt werden müssen. Ungenauigkeiten in der Phasenmessung wirken sich bei niedrigen Frequenzen infolge der damit vorhandenen relativ großen Wellenlängen weniger gravierend auf das Ergebnis aus als bei höheren Frequenzen mit entsprechend kleineren Wellenlängen. Diese

letzte Art der Erklärung der Abweichungen im höheren Frequenzbereich wird durch die Ergebnisse des Bildes 4.20 untermauert. Für diesen Systempunkt ist infolge der großen Wellenlängen die Phase von untergeordneter Bedeutung, und damit treten auch keine wesentlichen Abweichungen im höheren Frequenzbereich auf.

Zusammenfassend kann aufgrund der dargestellten Ergebnisse davon ausgegangen werden, daß die mit dem Rechenmodell ermittelten Ergebnisse die wahren Verhältnisse bis auf für die Praxis vernachlässigbare Abweichungen wiedergeben.

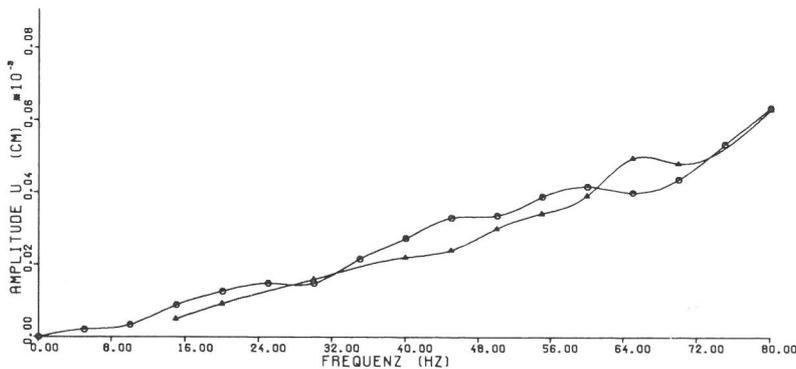


Bild 4.20  
Vergleich Meßergebnisse  $\triangle$  mit Rechen-  
ergebnissen  $\circ$ , Meßpunkt 1z

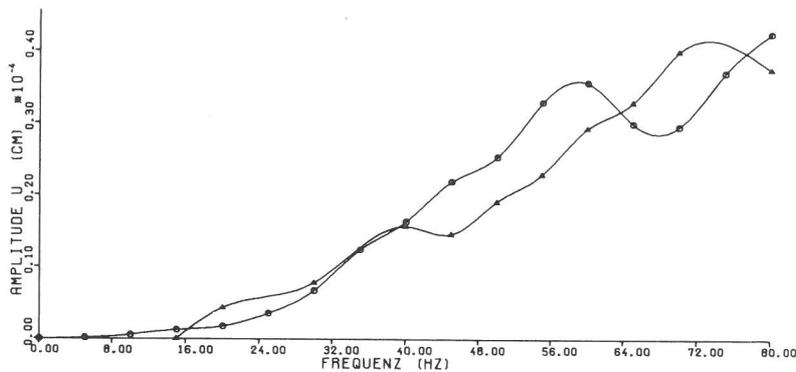


Bild 4.21  
Vergleich Meßergebnisse  $\triangle$  mit Rechen-  
ergebnissen  $\circ$ , Meßpunkt 2z

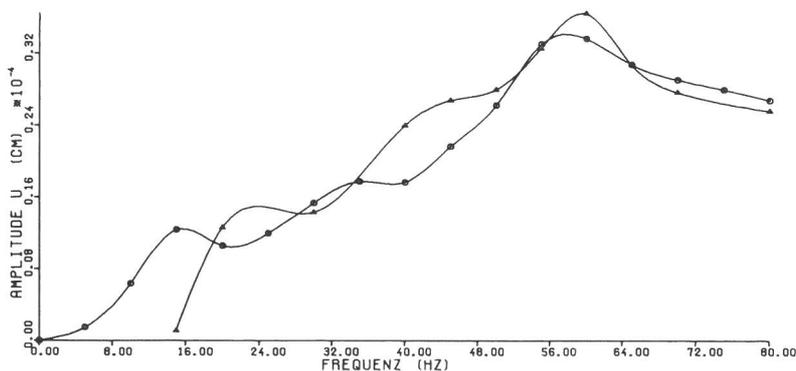


Bild 4.22  
Vergleich Meßergebnisse  $\triangle$  mit Rechen-  
ergebnissen  $\circ$ , Meßpunkt 4z

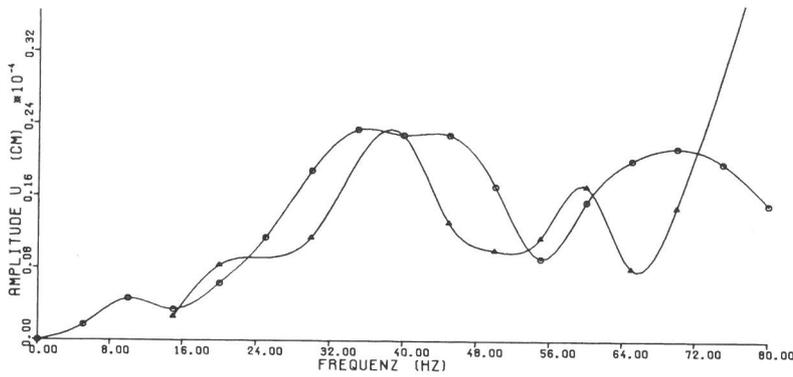


Bild 4.23  
Vergleich Meßergebnisse  $\triangle$  mit Rechen-  
ergebnissen  $\circ$ , Meßpunkt 5z

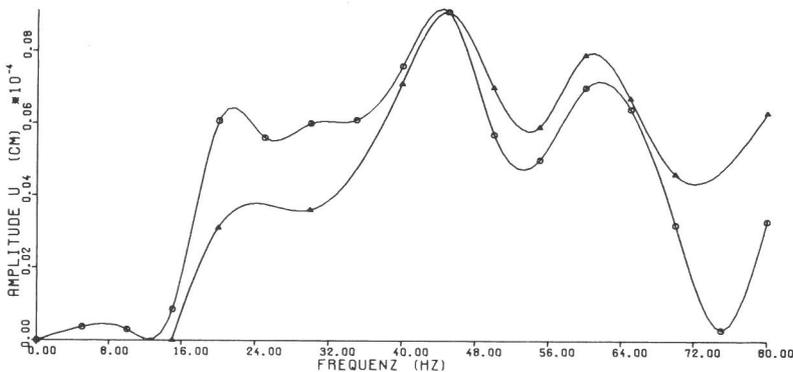


Bild 4.24  
Vergleich Meßergebnisse  $\triangle$  mit Rechen-  
ergebnissen  $\circ$ , Meßpunkt 10z

## 5. Bestimmung der Erregung

### 5.1 Messung der Systemantworten bei U-Bahn-Betrieb

#### 5.1.1 Durchführung der Messungen

Die Erregung wird aus gemessenen Systemantworten, die sich unter U-Bahn-Betrieb einstellen, nach der in Kap. 3.6 beschriebenen Methode berechnet.

Zur Ermittlung der Systemantworten wurden an einem zweiten Tunnelsystem Messungen unter U-Bahn-Betrieb durchgeführt. Bild 5.1 zeigt den Meßquerschnitt mit den eingezeichneten Meßpunkten 1 bis 11. Der Meßquerschnitt befindet sich in Berlin-Rudow zwischen den U-Bahnhöfen Johannisthaler Chaussee und Lipschitzallee (Streckenkilometer 18.0 - 18.1, Linie 7). Die in Bild 5.1 eingezeichneten Meßpunkte 1 und 2 an den Schienen sind für diese Arbeit unmittelbar nicht von Interesse, da die Schienen und Schwellen nicht im Rechenmodell enthalten sind. Messungen an diesen Stellen dienen nur zur Abrundung der Versuche.

Während der normalen Betriebszeiten war es nicht möglich, die Zuggeschwindigkeit in dem gewünschten Bereich von 30 bis 70 km/h zu variieren. Um den Einfluß der Zuggeschwindigkeit auf die Er-

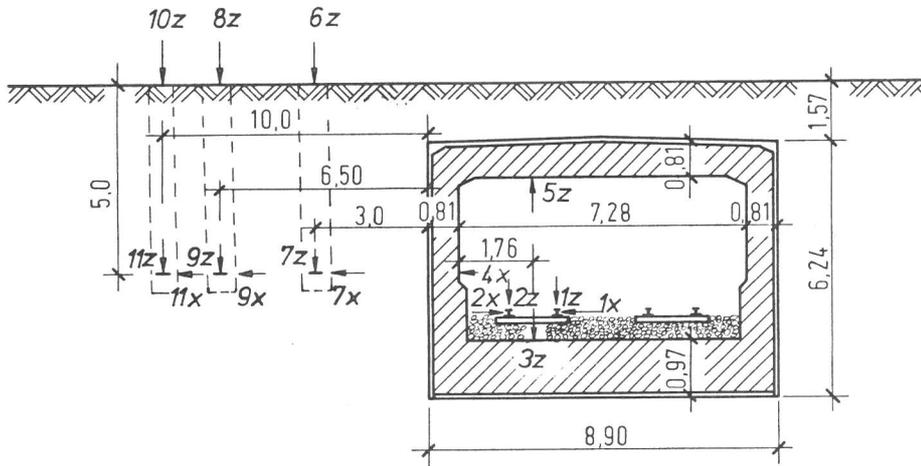


Bild 5.1  
Meßquerschnitt mit Lage und Richtung  
der Meßaufnehmer

regung bestimmen zu können, wurden deshalb Messungen außerhalb der Betriebszeit durchgeführt. Während dieser Messungen wurde immer der gleiche aus zwei Einheiten bestehende Zug (Typ DL mit 8 Achsen je Einheit und Leergewicht von 363 kN) verwendet, so daß Zufälligkeiten, die aus Zugeigenschaften und Zugbelegung resultieren, ausgeschaltet wurden. Da unter diesen definierten Versuchsbedingungen die Zufälligkeiten klein sind und hier nur der Einfluß der Zuggeschwindigkeit auf die Erregung bestimmt werden soll, wurden sechs Meßfahrten pro Geschwindigkeit als ausreichend für die Bestimmung mittlerer Systemantworten angenommen.

Zur Ermittlung statistisch gesicherter Systemantworten, die darüber hinaus diejenigen Zufälligkeiten beinhalten, die infolge Zugeigenschaften und Zugbelegung entstehen, wurde während der normalen Betriebszeit gemessen. Die Geschwindigkeit der Züge lag bei diesen Messungen zwischen (67 bis 72 km/h), die Züge bestanden aus zwei Einheiten, die Zugbelegung war zufällig. Für die statistische Sicherheit der Systemantworten wurde eine 95%-ige Wahrscheinlichkeit gefordert. Aus der  $\chi^2$ -Verteilung errechnet sich dann eine Anzahl von 400 Meßfahrten, um die geforderte statistische Sicherheit zu erreichen.

Bei den Messungen wurde das gleiche Meßprinzip wie bei den Messungen zur Überprüfung des Rechenmodells verwendet (siehe Kap. 4.5). Der einzige Unterschied ergab sich aus der Messung der Zuggeschwindigkeit. Zur Messung der Zuggeschwindigkeit wurden an zwei vorher bestimmten Stellen, deren Entfernung gemessen wurde, Lichtschranken installiert. Wurde die erste Lichtschranke durch die erste Zugachse unterbrochen, so lief der dazwischengeschaltete Zeitcodegenerator an und gleichzei-

tig wurde das Magnetbandgerät zur Aufzeichnung der Systemantworten gestartet. Nach Durchlauf der ersten Zugachse durch die zweite Lichtschranke wurde der Kontakt unterbrochen, das Magnetbandgerät abgeschaltet und die Zeit der Durchfahrt der Meßstrecke konnte am Zeitcodegenerator abgelesen werden. Gleichzeitig zählte die erste Lichtschranke mit Hilfe eines digitalen Zählwerkes die Anzahl der Achsen des vorbeifahrenden Zuges. Durch die Messung der Zuggeschwindigkeit und durch den, durch die Unterbrechung der ersten Lichtschranke definierten Startzeitpunkt der Aufzeichnung, wurde sichergestellt, daß aus dem gesamten aufgezeichneten zeitlichen Verlauf immer der gleiche als stationär definierte Bereich analysiert wurde.

### 5.1.2 Auswertung

Aus den gemessenen zeitlichen Schwinggeschwindigkeiten jedes Meßpunktes wurden zunächst die spektralen Leistungsdichten nach Gl. 3.24 errechnet. Der Berechnung wurde ein mittlerer Bereich des zeitlichen Verlaufs zugrunde gelegt, dessen Verhalten als stationär bestimmt wurde. Die Auswahl des stationären Bereiches erfolgte, indem zunächst aus dem gesamten zeitlichen Verlauf ein bestimmter zeitlicher Startpunkt und die Zeitdauer des zu analysierenden Bereichs festgelegt und die Analyse dieses Bereiches durchgeführt wurde. Danach wurde der zeitliche Startpunkt verschoben und die Analyse wiederholt. Ausgewählt wurde dann dieser Bereich, bei dem die Wahl des Startzeitpunktes keinen Einfluß auf das Ergebnis hatte. Die Zeitdauer der Analyse war bei allen Auswertungen 2.15 sec. Dies entspricht einer Grundfrequenz von 0.46 Hz. Diese Grundfrequenz wurde als ausreichend für die Analyse angesehen, da eine feinere Frequenzunterteilung für das hier behandelte Problem ohne praktische Bedeutung ist.

Die spektralen Leistungsdichten jedes Meßpunktes wurden danach entsprechend Gl. 3.25 gemittelt. Dabei existierte in dem Auswerteprogramm ein Abfragemechanismus, der die Mittelung dann stoppte, wenn sich die Spektrallinien jeder neuen Mittelung nicht mehr als 5 % von der vorhergehenden Mittelung unterschieden. Wurde dies erreicht, so wurden noch 50 weitere Mittelungen durchgeführt und die so erhaltene endgültige mittlere Leistungsdichte jedes Meßpunktes mit einem Plotter gezeichnet. Desweiter-

ren wurden die Ergebnisse zur weiteren Auswertung für die Berechnung der Erregung auf Magnetband gesichert. Bei der Auswertung ergab sich, daß nach ca. 76 Mittelungen die 5 %-ige Abweichungsgrenze erreicht war, obwohl nach der  $\chi^2$ -Verteilung 400 Mittelungen nötig gewesen wären. Die Erklärung liegt darin, daß bei den hier vorliegenden Verhältnissen die Zufälligkeiten eingeschränkt sind.

### Histogramme

Die Histogrammbildung wurde mit dem Ziel durchgeführt, die Annahme einer Normalverteilung zur Beschreibung des Amplitudenverhaltens zu überprüfen. Die Histogramme können als Approximation der wahren Verteilungsdichte angesehen werden. Zur Berechnung wurde der zeitliche Verlauf der Schwinggeschwindigkeit in 4096 Ordinatenabschnitte eingeteilt und die Anzahl gezählt, wie oft der Augenblickswert der Schwinggeschwindigkeit kleiner oder gleich einem bestimmten Ordinatenabschnitt war.

Da hier nur die Form des Histogramms von Bedeutung ist, wurde auf die Bestimmung der absoluten Größen der Augenblickswerte und der Häufigkeiten verzichtet.

### Materialkennwerte

Die Materialkennwerte des Bodens, des Betons und des Schotters wurden auch hier durch eine Laufzeitmessung bestimmt. Zur Versuchsdurchführung siehe Kap. 4.4.

### 5.1.3 Ergebnisse der Messung

#### Leistungsdichten der Schwinggeschwindigkeiten

Dargestellt werden in den Bildern 5.2 - 5.12 nur die Leistungsdichten der Schwinggeschwindigkeiten, die sich aus den Messungen während der normalen Betriebszeit ergaben. Die Ergebnisse der Messungen unter definierten Versuchsbedingungen folgen im Frequenzverlauf im wesentlichen den gezeigten Ergebnissen und werden deshalb nicht gesondert aufgeführt. Spezifische Unterschiede liegen nur in den Frequenzen, die unmittelbar von der

Zuggeschwindigkeit abhängen und in den Beträgen der Spektrallinien. Bild 5.2 zeigt die spektrale Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Schiene. Hauptantworten liegen hier in den Frequenzbereichen 2 - 10 Hz und zwischen 50 - 60 Hz. Nach MORITZEN [ 56 ] entstehen Frequenzen im Bereich von 2 - 10 Hz aus Starrkörperschwingungen - den sogenannten Tauch-, Nick- und Wankschwingungen - des Zuges. In dem Bereich zwischen 50 - 60 Hz liegen nach SPANG [ 74 ] Eigenfrequenzen der Räder und -achsen des Zuges. Hieraus folgt, daß die Anregung in diesem Bereich ebenfalls durch Zugeigenschaften erklärt werden kann.

Bei der Tunnelkonstruktion ergeben sich Hauptantworten in unterschiedlichen Frequenzbereichen. So liegt z.B. die Hauptantwort der Tunnelsohle (Bild 5.3) im Frequenzbereich 50 - 60 Hz. Die Tunneldecke (Bild 5.4) schwingt dagegen überwiegend mit einer Frequenz von 15 Hz. Für die horizontale Schwinggeschwindigkeit der Tunnelwand ergeben sich maximale Spektralwerte im Bereich zwischen 12 - 25 Hz und zwischen 55 - 75 Hz. Die Folgerung aus dieser Beobachtung ist, daß Erregerfrequenzen im gesamten betrachteten Frequenzbereich von 0 - 80 Hz vorhanden sein müssen. Desweiteren ist zu folgern, daß die Tunnelkonstruktion nicht im Gesamten in einer bestimmten Eigenform schwingt, sondern daß vielmehr die einzelnen Bauteile für sich zu Eigenschwingungen in derjenigen Frequenz angeregt werden, die das Schwingungsverhalten des jeweiligen Bauteils bestimmt.

Diese Ergebnisse machen auch in überzeugender Weise klar, daß es nicht genügt, als Erregung die Antworten eines in der Nähe der Erregung befindlichen Meßpunktes anzusehen, da die Erregung durch das Eigenschwingverhalten des betrachteten Systempunktes überdeckt wird.

Für das Schwingungsverhalten des umgebenden Bodens (Bilder 5.6 - 5.12) ist folgendes festzustellen: In einer Tiefenlage von 5 m unter Geländeoberfläche und in unmittelbarer Tunnelnähe (3 m Abstand von Tunnelwand) treten Spektrallinien mit vorherrschenden Frequenzen im Bereich 55 - 65 Hz auf. Dies entspricht dem Frequenzbereich, mit dem die Tunnelsohle schwingt. Darüber hinaus tritt eine weitere Frequenz von  $f \approx 30$  Hz auf, die im Antwortverhalten des Tunnels nur sehr schwach und bei der Schiene überhaupt nicht vorhanden ist.

Diese Frequenz ist von der Fahrgeschwindigkeit und dem Schwellenabstand abhängig, wie folgende Rechnung zeigt: Die Fahrgeschwindigkeit des Zuges ist 70 km/h, der Schwellenabstand am Versuchsort 0.66 m. Hieraus errechnet sich die oben genannten Frequenz von

$$f = \frac{70}{3,6 \cdot 0,66} = 29,5 \approx 30 \text{ Hz}$$

An der Bodenoberfläche, sowohl in unmittelbarer Nähe des Tunnels als auch mit größer werdendem Abstand sind dann im Spektrum Frequenzen vorhanden, die alle bisher diskutierten Bereiche aufweisen. Für das Abstrahlverhalten des Tunnels in das umgebende Erdreich lassen sich dabei folgende Verhältnisse beobachten: In unmittelbarer Tunnelnähe und in einem Tiefenbereich ab Tunnelwandmitte wird das Schwingungsverhalten des Bodens von dem Schwingungsverhalten der Tunnelsohle beeinflusst. Der Einfluß der Abstrahlung der Tunneldecke und der Tunnelwand ist hier von untergeordneter Bedeutung. An der Bodenoberfläche jedoch und mit größer werdender Entfernung vom Tunnel sind dann Schwingungen vorhanden, deren Frequenzen vom Frequenzverhalten des gesamten Tunnelbauwerks beeinflusst werden. Dies deutet darauf hin, daß der Größtteil der vom Tunnelbauwerk abgestrahlten Schwingungen sich in oberflächennahen Bereichen ausbreiten.

Über die Art der Abnahme der Schwingungen mit der Entfernung läßt sich aufgrund der nur punktwisen Messung im Wellenfeld keine gesicherte Aussage ableiten. Die Art der Abnahme ist auch nicht Gegenstand der Untersuchung, zumal ein eventuell ermittelter Abklingfaktor nur für den betrachteten Fall gelten würde. Allgemein kann nur die bereits aus anderen Untersuchungen [ 55 ] vorliegende Tatsache bestätigt werden, daß Schwingungen mit höherer Frequenz schneller abklingen als Schwingungen mit niedriger Frequenz.

### Histogramme

In den Bildern 5.13 - 5.22 sind die errechneten Histogramme der Schwinggeschwindigkeiten obiger Meßpunkte aufgetragen. Aus diesen Bildern ist zu erkennen, daß die einzelnen Histogramme sehr gut durch eine Gaußverteilung zu approximieren sind. Die Annahme einer Gaußverteilung zur Beschreibung des Amplitudenverhaltens findet damit ihre experimentelle Bestätigung.

## Materialkennwerte

### Boden

In Bild 5.23 ist das ermittelte Schubmodulprofil  $G(z)$  aufgetragen, das sich aus der Messung der Laufzeiten in verschiedenen Tiefen ergab. Die Poissonzahl wurde zu  $\nu = 0.35$ , die Dämpfung zu  $D = 2 \%$  und die Materialdichte zu  $\rho = 1.84 \text{ t/m}^3$  bestimmt (Zur Versuchsdurchführung siehe Kap. 4.4).

### Beton

Für den Beton wurden die gleichen Werte wie beim ersten Meßsystem festgestellt. Die ermittelten Abweichungen lagen in der Meßgenauigkeit des Meßsystems ( $1/2000 \text{ sec}$  in der Laufzeit).

### Schotter

Zur Bestimmung der Materialkennwerte für Schotter wurden am Versuchsort ebenfalls Laufzeitmessungen durchgeführt. Es ergaben sich Werte von  $G = 65500 \text{ kN/m}^2$  und  $\nu = 0.27$ . Die Materialdämpfung wurde zu  $D = 5 \%$  bestimmt. Da für dieses Material bisher keine zuverlässigen Vergleichswerte aus der Literatur vorliegen, wurde zusätzlich auf einer Schotterhalde gemessen. Der Vergleich dieser Meßwerte mit denjenigen am Versuchsort

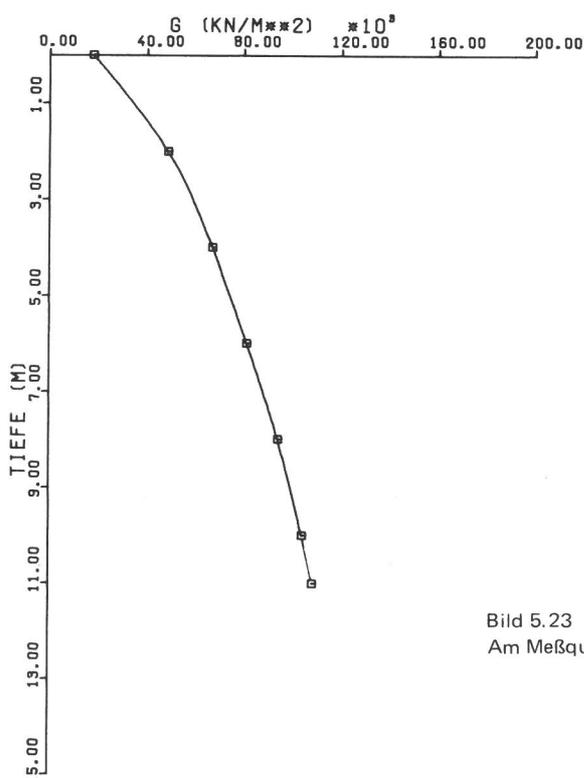


Bild 5.23  
Am Meßquerschnitt (Bild 5.1) ermitteltes Schubmodul-Profil

und mit der von HARDIN in [ 30 ] angegebenen empirischen Formel für ein "angular grained material" ergab gute Übereinstimmung.

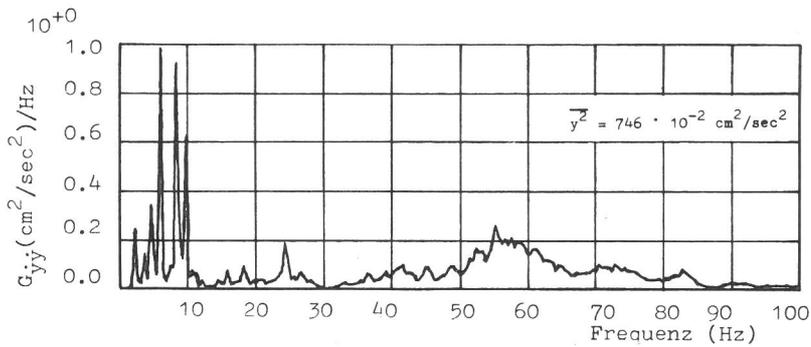


Bild 5.2  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Schiene, Meßpunkt 1z

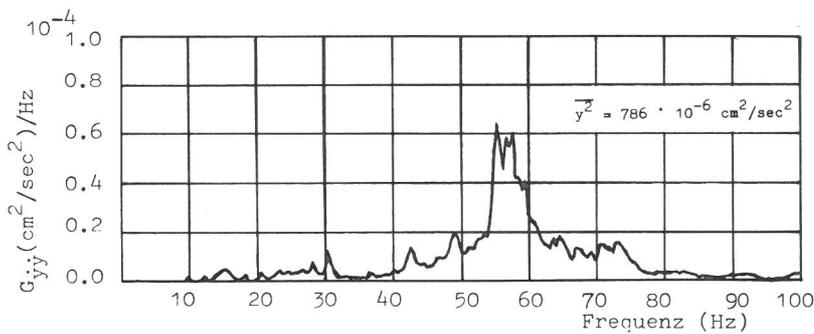


Bild 5.3  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Tunnelsohle, Meßpunkt 3z

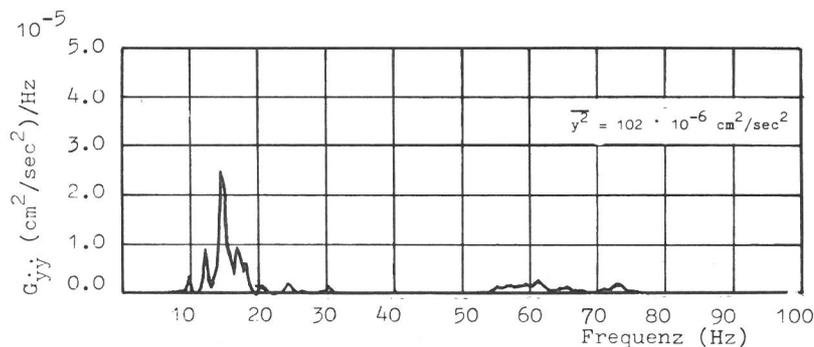


Bild 5.4  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Tunneldecke, Meßpunkt 5z

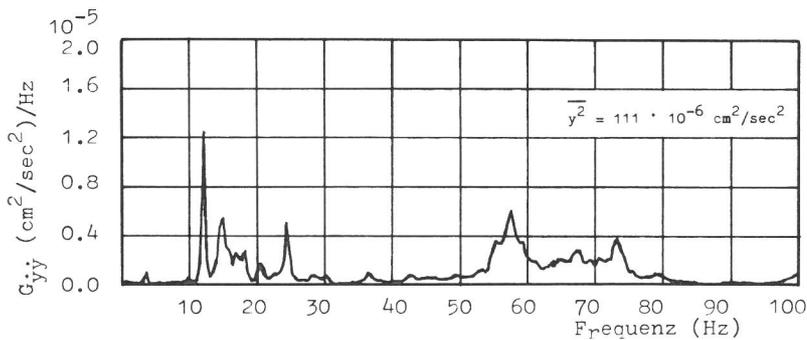


Bild 5.5  
Leistungsdichte der horizontalen Schwinggeschwindigkeit der Tunnelwand, Meßpunkt 4x

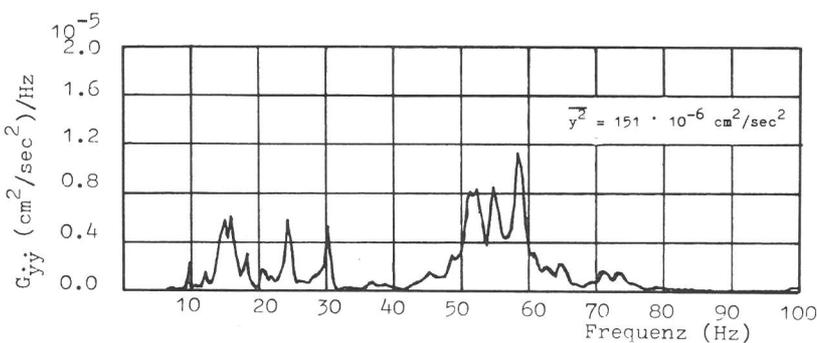


Bild 5.6  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit, Bodenoberfläche 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 6z

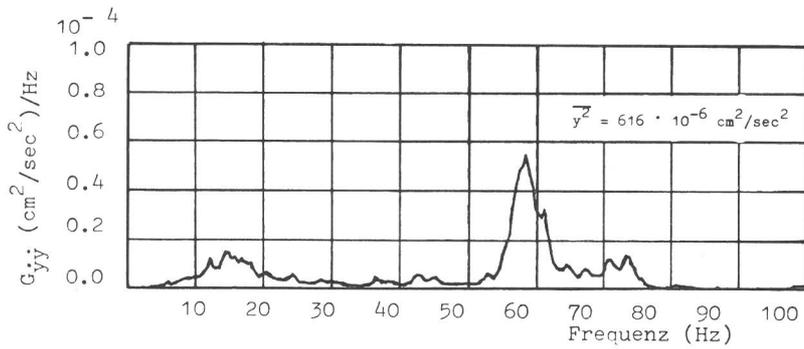


Bild 5.7  
Leistungsdichte der horizontalen Schwinggeschwindigkeit, 5 m unter Geländeoberfläche, 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 7x

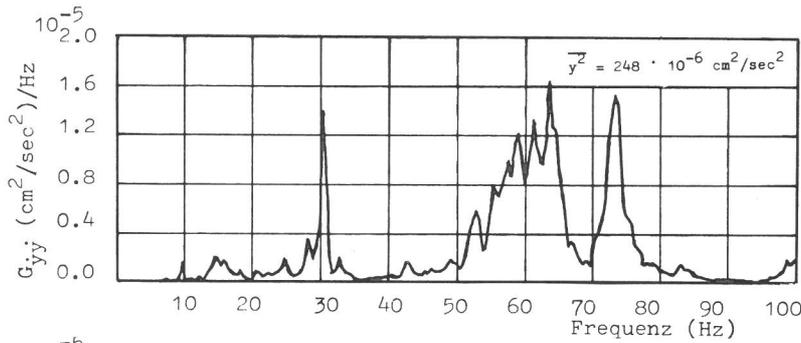


Bild 5.8  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit, 5 m unter Geländeoberfläche, 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 7z

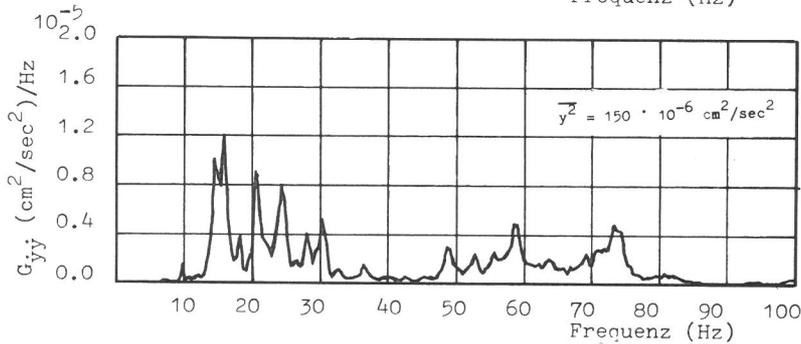


Bild 5.9  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit, Bodenoberfläche 6,5 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 8z

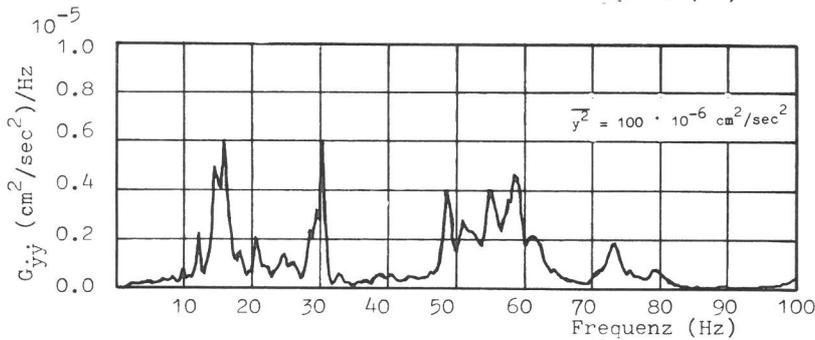


Bild 5.10  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit, Bodenoberfläche, 10 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 10z

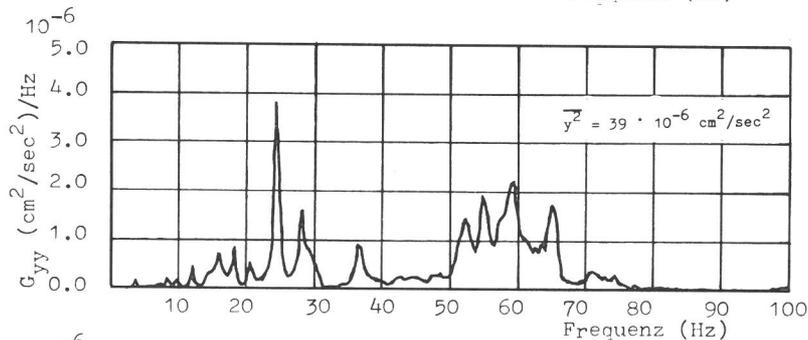


Bild 5.11  
Leistungsdichte der horizontalen Schwinggeschwindigkeit, 5 m unter Geländeoberfläche, 10 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 11x

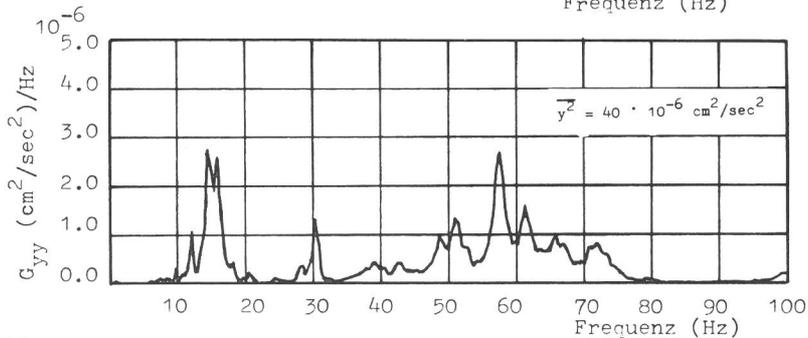


Bild 5.12  
Leistungsdichte der vertikalen Schwinggeschwindigkeit, 5 m unter Geländeoberfläche, 10 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 11z

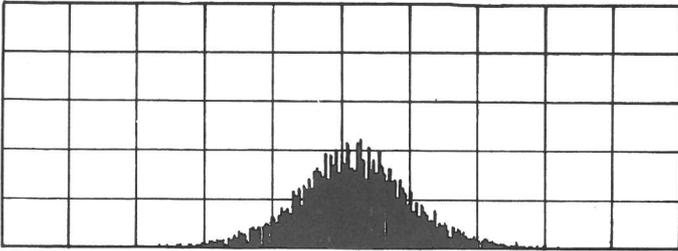


Bild 5.13  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Schiene, Meßpunkt 1z

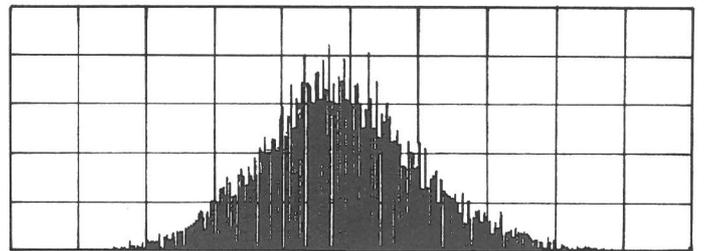


Bild 5.18  
Histogramm der horizontalen Schwinggeschwindigkeit 5 m unter Geländeoberfläche, 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 7x

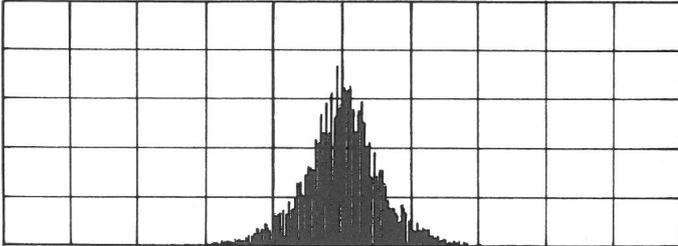


Bild 5.14  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Tunnelsohle, Meßpunkt 3z

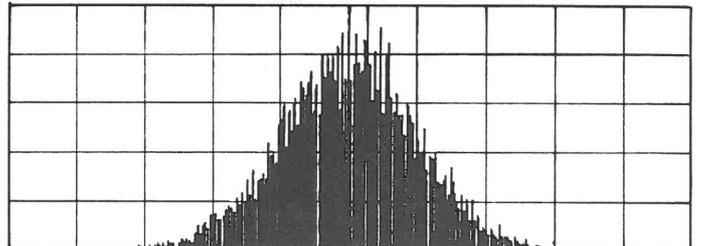


Bild 5.19  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit 5 m unter Geländeoberfläche, 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 7z

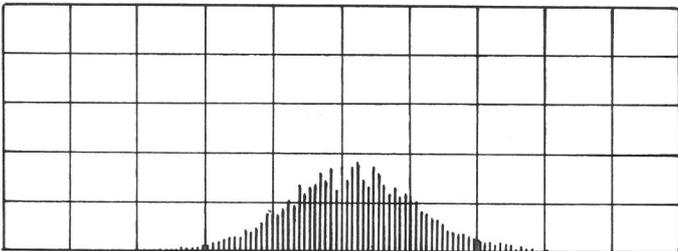


Bild 5.15  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit der Tunneldecke, Meßpunkt 5z

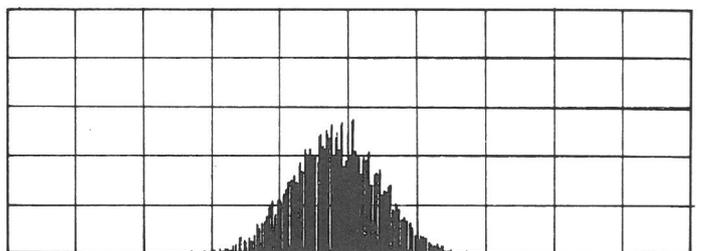


Bild 5.20  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit an der Geländeoberfläche, 6,5 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 8z

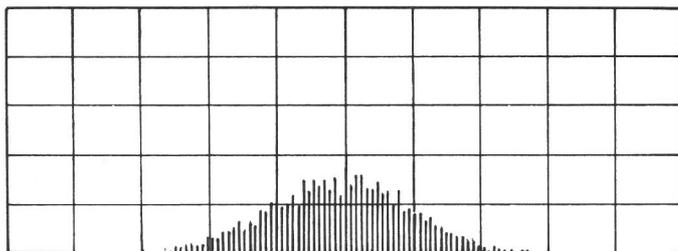


Bild 5.16  
Histogramm der horizontalen Schwinggeschwindigkeit der Tunnelwand, Meßpunkt 4x

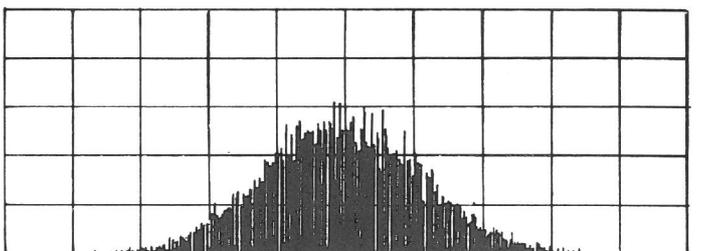


Bild 5.21  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit an der Bodenoberfläche, 10 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 10z

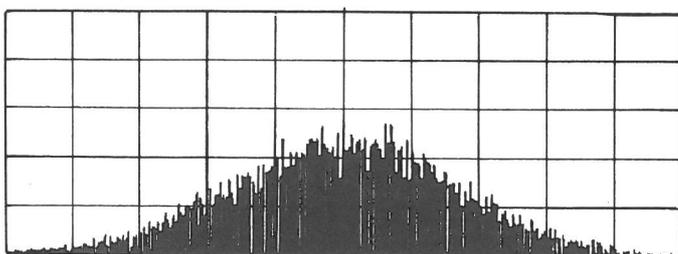


Bild 5.17  
Histogramm der vertikalen Schwinggeschwindigkeit an der Bodenoberfläche, 3 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 6z

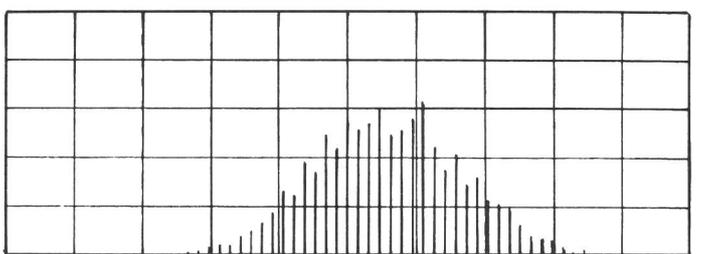


Bild 5.22  
Histogramm der horizontalen Schwinggeschwindigkeit 5 m unter Geländeoberfläche, 10 m Entfernung vom Tunnel, Meßpunkt 11x

## 5.2 Ermittlung der Erregung infolge U-Bahn-Betrieb

### 5.2.1 FE-Rechnung

Zur Ermittlung der Erregung müssen neben den gemessenen Systemantworten die Übertragungsfunktionen des Systems an den Meßpunkten bekannt sein. Diese werden mit Hilfe des Rechenmodells berechnet. Dazu wird das Meßsystem (Bild 5.1) in ein FE-System mit 290 Elementen und 355 Knotenpunkten eingeteilt. Rechts und links des FE-Bereiches (siehe Bild 6.1), dessen vertikale Begrenzung in einem Abstand von 0.5 m von der Tunnelwand angenommen wird, schließen sich die geschichteten Bereiche L und R an. Für die untere Systembegrenzung werden die viskosen Dämpferelemente angesetzt. Die Elementgröße in dem FE-Bereich wird so gewählt, daß bei der höchsten berechneten Frequenz von 80 Hz eine Scherwelle noch durch fünf Knotenpunkte dargestellt werden kann.

Der Schubmodulverlauf über die Tiefe entspricht dem des Bildes 5.23. Als Erregung wird in einem Bereich, der der Schwellenbreite entspricht, vertikale Einheitswegerregung mit der spektralen Leistungsdichte  $G_{u_z u_z} = 1$  angesetzt.

Die Berechnung der Erregung erfolgt dann mit dem in Kap. 3.6 beschriebenen Verfahren, wobei für die Ausgleichsrechnung die Leistungsdichten aller Meßpunkte im Tunnel und Boden, mit Ausnahme derjenigen der Schienen, verwendet werden.

### 5.2.2 Ergebnisse betreffend die Übertragungsfunktionen

Das Rechenmodell des zur Bestimmung der Erregung untersuchten Meßquerschnitts (Bild 5.1) ist mit dem FE-System Nr. 1 in Kap. 6 (Untersuchung über den Einfluß verschiedener Systemparameter) identisch (siehe Bild 6.1). Die sich aus dem Rechenmodell ergebenden Übertragungsfunktionen sind ebenfalls in Kap. 6 (siehe z.B. Bild 6.10) aufgeführt, da sie dort zur Diskussion der Ergebnisse benötigt werden. Auf eine Darstellung in diesem Kapitel wird deshalb verzichtet.

## 5.2.3 Ergebnisse betreffend die Erregung infolge U-Bahnbetrieb

### 5.2.3.1 Darstellung

Die berechneten Erregungen werden in Form spektraler Leistungsdichten angegeben, wobei als physikalische Größe sowohl der Schwingweg als auch die Schwinggeschwindigkeit benutzt wird. Die Leistungsdichte der Schwinggeschwindigkeit ergibt sich, indem die Spektralwerte der Leistungsdichte der Schwingwege mit der quadratischen Kreisfrequenz  $\omega^2$  multipliziert werden.

Für die Diskussion werden jedoch nur die Leistungsdichten der Schwingwege herangezogen, da bei der Darstellung der Leistungsdichten der Schwinggeschwindigkeiten infolge der Multiplikation mit  $\omega^2$  Unterschiede in der Größenordnung der Spektrallinien bis zu dem Faktor  $10^5$  auftreten, deren zeichentechnische Darstellung bei dem hier gewählten linearen Maßstab unbefriedigend ist.

Aus den Messungen unter definierten Versuchsbedingungen werden diejenigen Erregerleistungsdichten bestimmt, die nur den Einfluß der Zuggeschwindigkeit beschreiben. Die Erregerleistungsdichte, die darüber hinaus diejenigen Zufälligkeiten enthält, die infolge Zugeigenschaften und Zugbelegung entstehen, aber nur für eine Zuggeschwindigkeit von 70 km/h gilt, wird aus den Messungen während der normalen Betriebszeit ermittelt. Diese Erregung wird im folgenden als Normerregung bezeichnet.

Zusätzlich zu den spektralen Leistungsdichten werden die Normalverteilungen der Erregerprozesse berechnet und gezeichnet. In den Zeichnungen der spektralen Leistungsdichten und Normalverteilungen werden jeweils am oberen rechten Rand die Zuggeschwindigkeiten - dort als VZ bezeichnet - und die Varianzen  $\sigma_x^2$  der Schwingwege bzw.  $\sigma_{\dot{x}}^2$  der Schwinggeschwindigkeiten angegeben. Die Dimensionen der Varianzen sind  $\text{cm}^2$  bei den Schwingwegen und  $\text{cm}^2/\text{s}^2$  bei den Schwinggeschwindigkeiten.

### 5.2.3.2 Einfluß der Fahrgeschwindigkeit

Bei allen untersuchten Geschwindigkeiten von 30 km/h bis 70 km/h existieren vier Hauptfrequenzbereiche der Erregung.

Der erste Bereich umfaßt Erregerfrequenzen von 2 - 4 Hz. Diese Frequenzen treten bei allen Geschwindigkeiten auf, wobei die Spektralwerte im Mittel linear von der Zuggeschwindigkeit abhängen. Die Ursache des Auftretens dieser Erregerfrequenzen wird mit den ersten Eigenfrequenzen des Wagenkastens des Zuges in Zusammenhang gebracht, da in [ 56 ] gezeigt wird, daß für einen als starr angenommenen Wagenkasten sogenannte Tauch-, Nick- und Wankschwingungen existieren, deren erste Eigenfrequenzen, je nach Massebelegung des Zuges, in dem Bereich 2 - 4 Hz liegen. Damit kann für diesen Bereich eine Übereinstimmung mit bekannten Ergebnissen festgestellt werden.

Der zweite Bereich umfaßt Erregerfrequenzen zwischen 15 - 17 Hz. Die Ursache dieses Teils des Spektrums kann erkannt werden, wenn der dritte Bereich, das sind die von der Zuggeschwindigkeit und dem Schwellenabstand linear abhängigen Erregerfrequenzen, betrachtet wird. Aus dem gegebenen Schwellenabstand von 0,66 m lassen sich folgende Frequenzen für die verschiedenen Geschwindigkeiten errechnen:

$v = 70 \text{ km/h}$	$f = 29.5 \text{ Hz}$
$v = 60 \text{ km/h}$	$f = 25.2 \text{ Hz}$
$v = 50 \text{ km/h}$	$f = 21.0 \text{ Hz}$
$v = 40 \text{ km/h}$	$f = 16.8 \text{ Hz}$
$v = 30 \text{ km/h}$	$f = 12.6 \text{ Hz}$

Wie aus Bild 5.24 zu ersehen ist, sind diese Erregerfrequenzen bei allen untersuchten Zuggeschwindigkeiten an der "richtigen" Stelle im Spektrum vorhanden, wobei die Spektrallinien, mit Ausnahme der Zuggeschwindigkeit von 40 km/h - dies ist der noch näher zu diskutierende Sonderfall -, nahezu gleiche Beträge aufweisen. Die weitgehende Unabhängigkeit dieser Spektralwerte von der Zuggeschwindigkeit deuten darauf hin, daß die Beträge der Spektrallinien nur vom Zuggewicht und vom Schienenschwellensystem beeinflußt werden.

Die Ausnahme, die bei einer Zuggeschwindigkeit von 40 km/h auf-

tritt, liefert die Erklärung für die Ursache des zweiten Frequenzbereiches von 15 - 17 Hz. Bei dieser Zuggeschwindigkeit fällt die, von der Zuggeschwindigkeit und dem Schwellenabstand abhängige Frequenz, in diesen zweiten Frequenzbereich, wobei ein starkes Ansteigen des zugehörigen Spektralwertes zu verzeichnen ist. Dieses starke Ansteigen kann nur auftreten, wenn Resonanz eines Systemteils vorliegt. Das einzige Systemteil, das durch die von der Zuggeschwindigkeit und dem Schwellenabstand abhängige Frequenz erregt werden kann, ist das Schienenschwellensystem. Hieraus folgt, daß der zweite Hauptfrequenzbereich von 15 - 17 Hz dem Schienenschwellensystem zugeordnet werden muß. Die Beträge der Spektrallinien dieses Bereiches sind stark geschwindigkeitsabhängig, wobei aus Bild 5.24 abzulesen ist, daß minimale Werte bei Zuggeschwindigkeiten von 60 km/h und 30 km/h auftreten.

Der vierte Bereich umfaßt die Erregerfrequenzen zwischen 48 - 72 Hz. Hier treten eine Vielzahl einzelner Spitzen auf. Wie bereits bei den Messungen besprochen, ist aus einer Untersuchung von SPANG [ 74 ] bekannt, daß die Räder und Achsen von Zügen in diesem Frequenzbereich Eigenfrequenzen besitzen. Aus diesem Grunde wird deshalb dieser Frequenzbereich der Erregung aus Eigenschwingungen der Räder und Achsen erklärt.

Aus den berechneten Gaußverteilungen (Bilder 5.26 und 5.27) ist abzulesen, daß für alle untersuchten Geschwindigkeiten nahezu derselbe Verlauf vorhanden ist. Dies bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer bestimmten Amplitude bei allen Geschwindigkeiten nahezu gleich ist. Interpretiert man die Varianz, die hier mit dem quadratischen Mittelwert identisch ist, als mittlere Energie pro Zeiteinheit, so bedeutet dies auch (Bild 5.28), daß die in das System eingeleitete Energie nur schwach von der Geschwindigkeit abhängig ist.

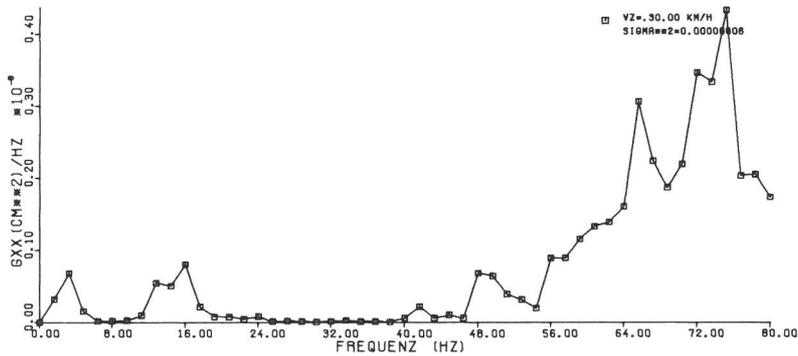
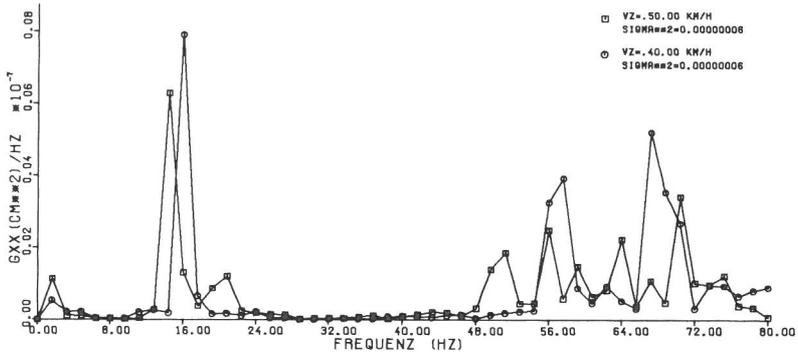
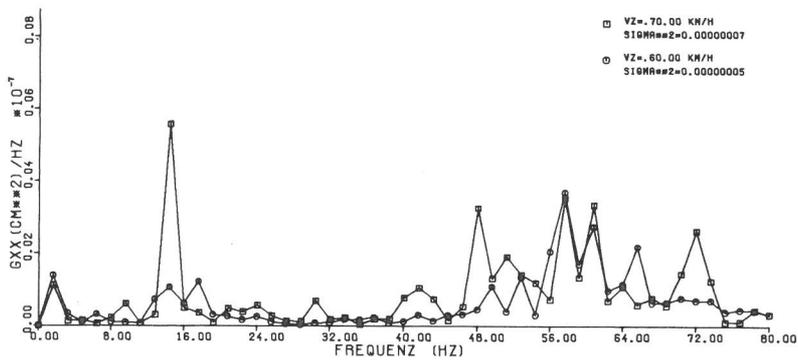


Bild 5.24  
Leistungsdichten der Erregung für V = 30-70 km/h  
(Schwingwege)

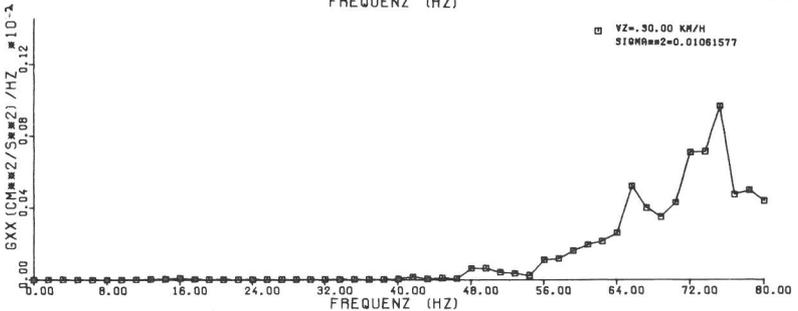
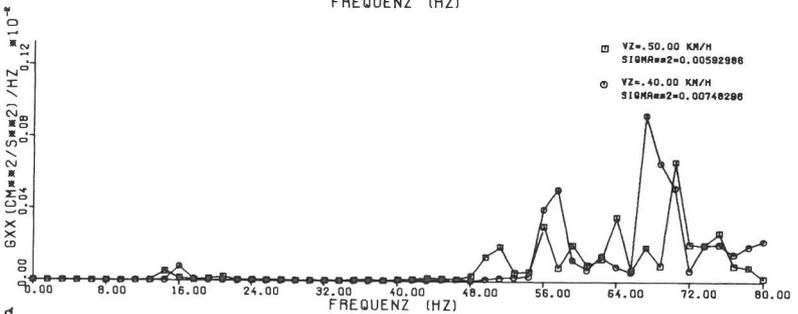
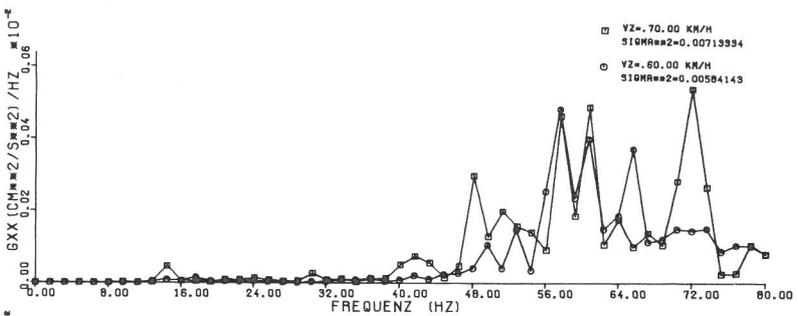


Bild 5.25  
Leistungsdichten der Erregung für V = 30-70 km/h  
(Schwinggeschwindigkeiten)

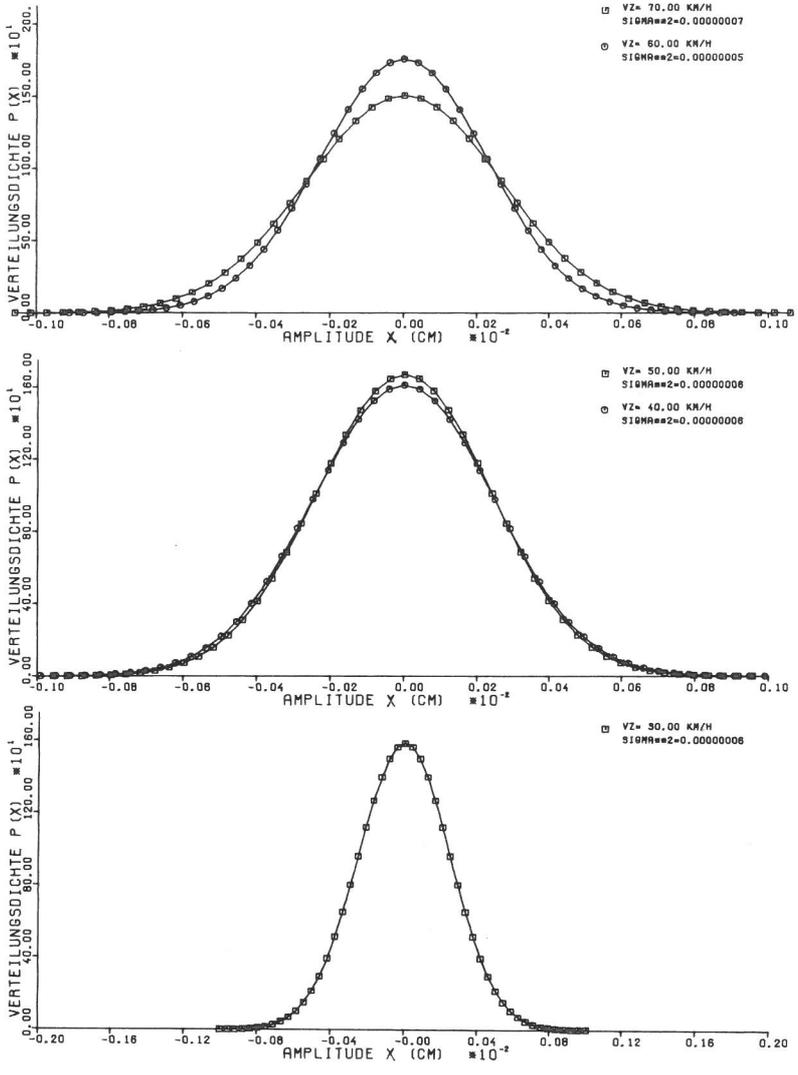


Bild 5.26  
Gaußverteilungsdichten der Erregung für V = 30-70 km/h (Schwingwege)

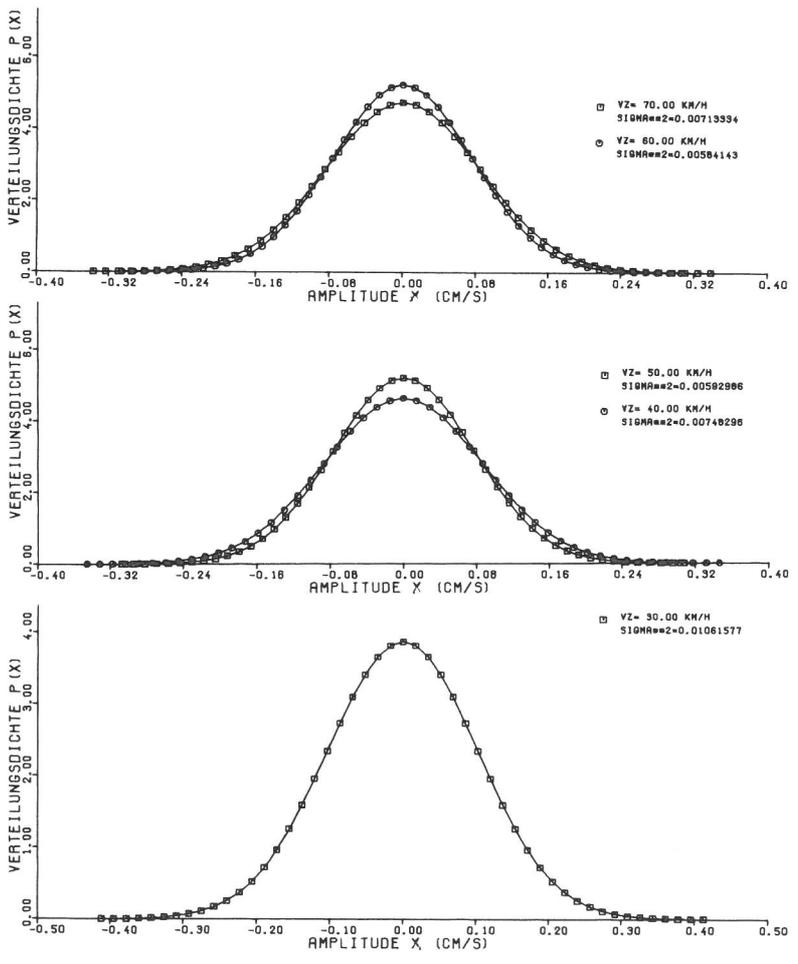


Bild 5.27  
Gaußverteilungsdichten der Erregung für V = 30-70 km/h (Schwinggeschwindigkeiten)

### 5.2.3.3 Normerregung

Hier wird diejenige Erregerleistungsdichte angegeben, die sich aus den Messungen während der normalen Betriebszeit ergab. Aus dem Vergleich dieser als "Normerregung" bezeichneten Erregerleistungsdichte (Bild 5.29) mit der entsprechenden Leistungsdichte, die sich aus den definierten Versuchen ergab (Bild 5.24) ist zu erkennen, daß prinzipiell der gleiche Spektralverlauf gegeben ist. Der Unterschied der Normerregung zu derjenigen aus Bild 5.24 ist, daß hier die Einflüsse der zufälligen Zugbelegung und der zufälligen Zugeigenschaften mit enthalten sind. Man erkennt, daß der Einfluß dieser Parameter nur Auswirkungen auf die Beträge der Spektrallinien besitzt, die unmittelbar mit den dynamischen Eigenschaften des Zuges zusammenhängen. Es sind dies Spektrallinien mit einer Frequenz von 2 - 4 Hz und Frequenzen, die im Bereich 48 - 72 Hz liegen. Die Werte der Spektrallinien, die dem Schienenschwellensystem und dem Schwellenabstand zuzuordnen sind, werden dagegen von diesen zufälligen Einflüssen nur gering beeinflußt. Aus dieser weitgehenden Unabhängigkeit von den Zugeigenschaften ist zu folgern, daß diese Bereiche echte Systemeigenschaften des Schienenschwellensystems beschreiben.

Während bei der spektralen Leistungsdichte der Erregung nach Bild 5.24 im Bereich 48 - 72 Hz eine Vielzahl von Spitzen vorhanden sind, ist hier eine dominante Spitze bei 54 - 56 Hz zu beobachten. Dies soll hier nur festgestellt werden, die Ursache ist aus maschinendynamischen Überlegungen zu klären.

### 5.2.4 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Es gibt vier Hauptfrequenzbereiche der Erregung, deren Entstehung aus Starrkörperschwingungen (2 - 4 Hz), aus Systemeigenschaften des Schienenschwellensystems (15 - 17 Hz) und aus den Eigenschwingungen der Räder und Achsen (48 - 72 Hz) erklärt werden.

Der vierte Bereich sind die von der Fahrgeschwindigkeit und dem Schwellenabstand abhängigen Frequenzen. Der Vergleich mit bisher bekannten Ergebnissen ergibt sehr gute Übereinstimmung hinsichtlich der auftretenden Frequenzbereiche. Aus dem Ver-

gleich mit den Meßergebnissen wird klar, daß es unmöglich ist, die diskutierten Ursachen der Erregung aus den Meßergebnissen abzuleiten, da bestimmte Teile des Erregerspektrums im Spektrum des jeweiligen Meßpunktes infolge Eigenschwingverhaltens unterdrückt bzw. verstärkt werden.

Mit der Angabe der berechneten Erregerleistungsdichten ist es erstmals möglich, bestimmte Frequenzbereiche ihren physikalischen Ursachen zuzuordnen. Als Folgerung können Maßnahmen entwickelt werden, um bestimmte störende Frequenzbereiche direkt am Entstehungsort zu unterdrücken. Eine Möglichkeit zeigt folgendes Beispiel:

Wird ein Gebäude durch U-Bahn-Erschütterungen dynamisch erregt, so ist für die Beeinträchtigung des Wohlfühlens der in den Gebäuden befindlichen Menschen im wesentlichen die Deckenschwingung von Bedeutung. RÜCKER hat in [ 64 ] gezeigt, daß das Schwingungsverhalten von Gebäudedecken mit im Wohnungsbau üblichen Spannweiten und Abmessungen in dominanter Weise von Erregerfrequenzen bestimmt wird, die im Bereich um 15 Hz liegen, da in diesem Bereich erste Eigenfrequenzen der Decken vorhanden sind. Fällt nun die dem Schienenschwellensystem zugeordnete Erregerfrequenz von 15 - 17 Hz mit einer Deckeneigenfrequenz zusammen, so ergeben sich in ungünstigen Fällen Deckenschwingamplituden, die das 10 - 20-fache der Erregeramplitude sind. Als Maßnahmen zur Verringerung ergeben sich dann zwei Möglichkeiten:

1. Wie aus den berechneten Erregerleistungsdichten abzulesen ist, könnte durch eine geringfügige Änderung der Fahrgeschwindigkeit von 70 km/h auf 60 km/h ein rapider Abfall der Erregungsamplitude in diesem Frequenzbereich erreicht werden.
2. Durch konstruktive Maßnahmen am Schienen-Schwellen-System könnten die Eigenfrequenzen von 15 - 17 Hz auf einen weniger störenden Bereich verschoben werden.

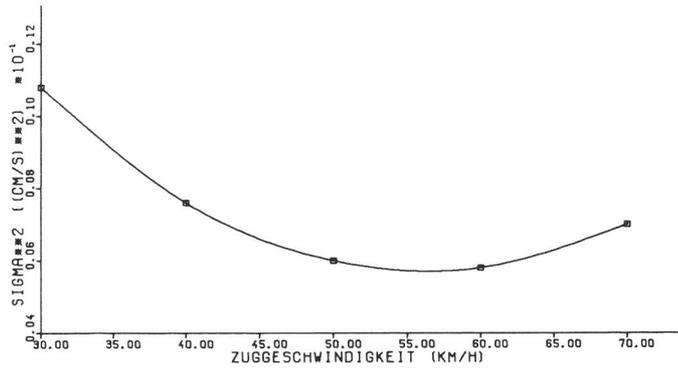


Bild 5.28  
 Varianzen  $\sigma_x^2$  in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit

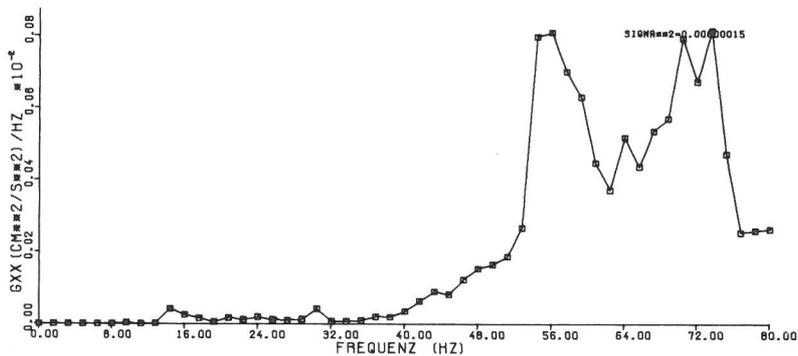
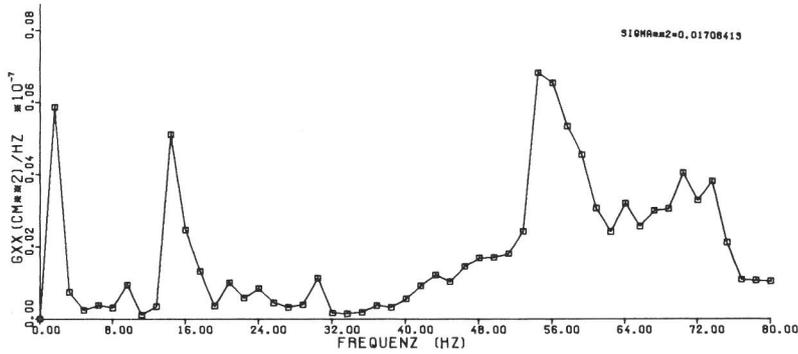


Bild 5.29  
 Leistungsdichten der Normerregung, V = 70 km/h  
 (Schwingwege und Schwinggeschwindigkeiten)

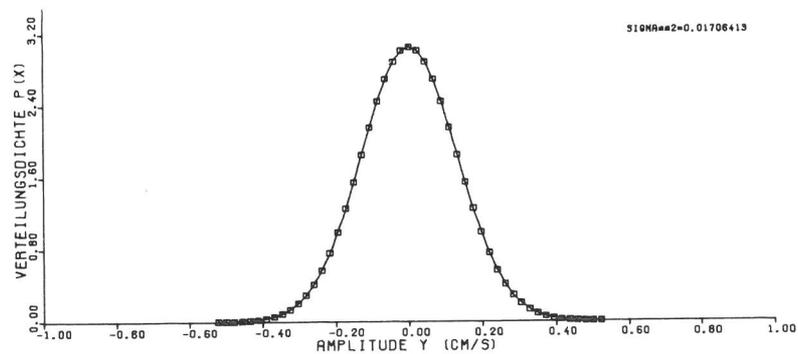
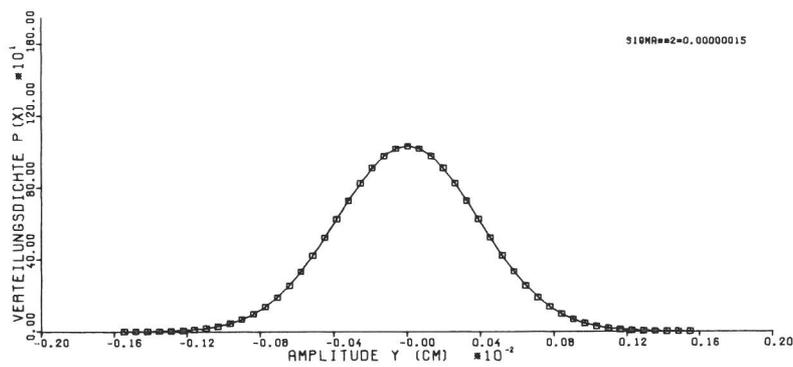


Bild 5.30  
 Gaußverteilungsdichten der Normerregung für V = 70 km/h  
 (Schwingwege und Schwinggeschwindigkeiten)

## 6. Untersuchung des Einflusses verschiedener Systemparameter

### 6.1 Art der Untersuchung

#### 6.1.1 Beschreibung der Rechnungen

In Kap. 2 wurden die wichtigsten, das Systemverhalten bestimmenden Parameter, aufgeführt. Es sind dies die Tiefenlage des Tunnels relativ zur Geländeoberfläche, die Art des Tunnelquerschnitts (rechteckig, rund, mit und ohne Mittelstütze), das Verhältnis der Bodensteifigkeit zu der Tunnelsteifigkeit, Lage des Tunnelquerschnittes im Grundwasser.

Aufgrund der Vielzahl der möglichen Kombinationen dieser Parameter und weil in der Praxis im allgemeinen die Bodenverhältnisse aus der gegebenen Situation und die Tunnelabmessungen aus statischen Gesichtspunkten festliegen, wird hier bewußt auf eine systematische Variation der Systemparameter verzichtet. Das angestrebte Ziel ist hier, das Schwingungsverhalten des Systems "Tunnel im Halbraum" für diejenigen Fälle zu analysieren, die für die meisten vorkommenden praktischen Gegebenheiten relevant sind. Zu diesem Zwecke werden insgesamt sieben Systeme berechnet, wobei dem rechteckigen Tunnelquerschnitt immer die gleiche Geometrie zugrunde liegt. Die Variation der Systemparameter ist aus Tab. 5 zu ersehen.

Für die Berechnung werden die zu untersuchenden Systeme in FE-Netze eingeteilt (siehe Bilder 6.1 - 6.6 im Anhang B). Die Elementabmessungen werden so gewählt, daß eine bei einer Frequenz von 80 Hz auftretende Scherwellenlänge noch durch fünf Elementknoten dargestellt werden kann. Für den Beton werden bei allen Systemen die gleichen Materialkennwerte gewählt, die aus einer Laufzeitmessung bestimmt werden (siehe Kap. 5). Dies gilt auch für das Schotterbett. Der Schubmodulverlauf des Bodens variiert für alle untersuchten Systeme entsprechend Bild 5.23 über die Tiefe. Die Poissonzahl, die Materialdichte und die Materialdämpfung sind konstant über die Tiefe und entsprechen für die Systeme 1 - 5 den in Kap. 5 angegebenen Werten. Verfestigter Boden (System 6) bewirkt eine Erhöhung des Schubmoduls. Bei der Berechnung dieses Systems wird entsprechend den realen Verhältnissen der Schubmodulverlauf des Bil-

System Parameter	1	2	3	4	5	6	7
Überdeckung [m]	1.50	3.50	7.00	3.50	1.50	3.50	3.50
Querschnitt	Rechteck	Rechteck	Rechteck	Rechteck	Kreis	Rechteck	Rechteck
Lage im Grundwasser	kein GW	kein GW	Grundwasser bis 1.0 m unter Ge- ländeoberfläche				
Mittelstütze	keine	keine	keine	eine	keine	keine	keine
Bodenart	mittel- dicht	mittel- dicht	mittel- dicht	mittel- dicht	mittel- dicht	verfestigt	mittel- dicht

Tabelle 5  
Variation der unter-  
suchten Systeme

des 5.23 verwendet, wobei jedoch die Werte um den Faktor 10 erhöht sind. Alle anderen Materialkennwerte bleiben unverändert.

Wasser ist ein inkompressibler Stoff und kann sich deshalb nur volumentreu verformen. Diese Eigenschaft wird in den Materialkennwerten durch eine Poissonzahl von  $\nu = 0.5$  beschrieben. Der Schubmodulverlauf des Bodens wird durch das Vorhandensein von Wasser nicht beeinflusst. Dies wird von RICHART/HALL/WOODS [ 61 ] durch Messungen bestätigt. Bei der Materialdichte tritt durch das zusätzliche Gewicht des Wassers eine Erhöhung ein, die vom Porenvolumen abhängig ist. Unter Berücksichtigung, daß es sich hier um ein Boden-Wasser-Gemisch handelt, wird demzufolge der Einfluß von Grundwasser im Stoffgesetz durch eine Poissonzahl von  $\nu = 0.48$  (siehe [61]) und eine Materialdichte von  $\rho = 2.1 \text{ t/m}^3$  beschrieben. Der Schubmodulverlauf bleibt unverändert.

Als Erregerverlauf wird die in Kap. 5 errechnete Leistungsdichte der "Normerregung" angesetzt. Diese Erregung gilt nur für eine Zuggeschwindigkeit von 70 km/h.

### 6.1.2 Darstellung der Ergebnisse

Das Verhalten eines dynamisch belasteten Systems ist vollständig durch die Angabe des Frequenzverhaltens und des Amplitudenverhaltens beschrieben. Das Frequenzverhalten kann entweder durch die Übertragungsfunktionen des Systems oder durch die spektralen Leistungsdichten der Systemantworten darge-

stellt werden. Hier werden die spektralen Leistungsdichten der Systemantworten gewählt, da deren Verlauf für die Beurteilung der zu erwartenden Erschütterungsbelastung von in der Nähe befindlichen Gebäuden maßgebend ist. Dargestellt werden die spektralen Leistungsdichten der Schwinggeschwindigkeiten in der Dimension  $\text{cm}^2/\text{s}^2$ . Die Übertragungsfunktionen werden nur dort angegeben, wo sie zur Diskussion der Veränderung des Systemverhaltens infolge der untersuchten Systemparameter nötig und sinnvoll sind.

Das Amplitudenverhalten wird durch Gaußverteilungsdichten beschrieben. Aus den Gaußverteilungsdichten können Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten gewisser Amplituden der Schwinggeschwindigkeit, bzw. bei Vorgabe einer Wahrscheinlichkeit die zu erwartenden Schwinggeschwindigkeitsamplituden errechnet werden. Zudem zeigt der relative Vergleich der Gaußverteilungsdichten verschiedener Systeme, bei welchem System mit gleicher Wahrscheinlichkeit größere oder kleinere Amplituden zu erwarten sind. Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit maximaler Amplituden, dies ist wichtig zur Erlangung sicherer oberer Grenzen der Erschütterungsbelastung, werden Wahrscheinlichkeitsdichten für Maxima angegeben.

Zur Demonstration der gegenseitigen Beeinflussung des Tunnels und des umgebenden Bodens und zur Klärung der Art der Ausbreitung der Erschütterungen im umgebenden Boden werden die Wellenfelder des Tunnels und des umgebenden Bodens dargestellt. Die Darstellung erfolgt für zwei typische Systeme (System 2, Rechteckquerschnitt ohne Mittelstütze mit 3,50 m Überdeckung und System 7, Rechteckquerschnitt ohne Mittelstütze mit 3,50 m Überdeckung und Grundwasser bis 1,0 m unter Geländeoberfläche) und für Erregerfrequenzen von 14,4 Hz und 56 Hz. Das Wellenfeld der anderen Systeme folgt prinzipiell dem gleichen Verlauf und bietet deshalb keine weiteren Informationen.

Um die folgende Darstellung nicht unübersichtlich werden zu lassen, sind sämtliche Bilder der Rechnungen im Anhang B zusammengefaßt.

In den Bildern der Leistungsdichten, Gaußverteilungsdichten und Maximalwertverteilungsdichten ist jeweils am oberen rechten

Rand die geometrische Lage der betrachteten Systempunkte angegeben. Im Tunnel sind die betrachteten Systempunkte mit Nummern bezeichnet, deren Zuordnung aus den FE-Netzen der Bilder 6.1 - 6.6 entnommen werden kann. Die geometrische Lage der betrachteten Punkte im umgebenden Boden ist in einem x-z-Koordinatensystem festgelegt, dessen Ursprung in der linken oberen Ecke des FE-Netzes liegt. Weiter werden die Varianzen  $\sigma_y^2$  in der Dimension  $\text{cm}^2/\text{s}$  und die Breitbandigkeit  $\delta$  (siehe Kap. 3) aufgeführt. Die Darstellung der horizontalen und vertikalen Komponenten des Wellenfeldes erfolgt in dimensionsloser Form, d.h. die Systemantworten werden auf die Erregung bezogen. Dies bedeutet nur eine Änderung des Maßstabfaktors. Hier ist jedoch zu beachten, daß das Koordinatensystem aus zeichentechnischen Gründen auf einen Punkt mit den Koordinaten  $x = -15.0 \text{ m}$ ,  $z = 0.0 \text{ m}$  verschoben wurde, d.h. die linke Tunnelaußenwand, die in den Bildern gestrichelt eingetragen ist, befindet sich bei  $x = 15.5 \text{ m}$ .

## 6.2 Ergebnisse

### 6.2.1 Spektrale Leistungsdichten

#### 6.2.1.1 Einfluß der Tiefenlage

In den Bildern 6.7 - 6.9 ist das Antwortverhalten der Tunnelsohle für eine zunehmende Tiefenlage des Tunnels dargestellt. Unabhängig von der Tiefenlage liegt die Antwort der Tunnelsohle bei 56 Hz, wobei der Verlauf im wesentlichen dem Spektralverlauf der Erregung in diesem Bereich folgt. Dies bedeutet, daß die Steifigkeit des Bodens keinen Einfluß auf das Frequenzverhalten der Tunnelsohle besitzt und daß in diesem Bereich keine Eigenfrequenzen der Tunnelsohle liegen. Aus den, in den Bildern 6.10 - 6.12 dargestellten Amplitudenfrequenzgängen, ist zu erkennen, daß eine erste "Eigenfrequenz" bei ungefähr 8 Hz auftritt, danach tritt eine nahezu kontinuierliche Abnahme der Amplituden mit der Frequenz ein. Dieses Verhalten entspricht dem eines massebehafteten Fundaments auf dem Halbraum (siehe z.B. RICHART/HALL/WOODS [ 61 ]).

Daß die errechneten Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle sehr gut mit den Meßergebnissen in Einklang stehen, folgt aus

Bild 4.20. Dividiert man die dort dargestellte Antwort der Tunnelsohle durch die in das System eingeleitete Erregung (Bild 4.15), so erhält man einen Verlauf der dem errechneten Amplitudenfrequenzgang der Tunnelsohle völlig entspricht. Dies ist ebenfalls ein Beweis dafür, daß das Rechenmodell gut geeignet ist, die realen Verhältnisse wiederzugeben. Aus dem Verlauf der Antworten der Tunnelsohle ist weiter zu erkennen, daß die Spektralwerte mit zunehmender Tiefenlage des Tunnels abnehmen. Dies ist zu erwarten, da die Bodensteifigkeit mit der Tiefe zunimmt. Zu beachten ist jedoch, daß die Spektralwerte mit zunehmender Tiefenlage schwächer abnehmen. Zur Erklärung dieses Verhaltens vergegenwärtige man sich folgendes: Die, die Bodensteifigkeit kennzeichnende Größe des Schubmoduls wächst nach Bild 5.23 proportional mit  $\sqrt{z}$  ( $z$  ist die Tiefenordinate). Die, der schwingenden Tunnelsohle entgegenwirkende Bodensteifigkeit erzwingt dann bei größerer Tiefe der Tunnelsohle kleinere Amplituden. Ein Vergleich des Grades der Abnahme der Amplituden der Tunnelsohle mit dem Grad der Zunahme der Steifigkeit des Bodens in der Tunnelsohle zeigt, daß die Abnahme schwächer ist als die Zunahme der Steifigkeit. Hieraus ist zu folgern, daß die, die Tunnelwände umgebende Bodensteifigkeit, Einfluß auf das Schwingungsverhalten der Tunnelsohle besitzt. Der Grad des Einflusses auf die Amplitudenabnahme muß aber infolge der mit der Wurzel der Tiefe zunehmenden Bodensteifigkeit relativ von Tiefenlage zu Tiefenlage schwächer werden. Ist diese Erklärung richtig, so muß die Tunnelwand das gleiche Verhalten zeigen. Dies wird durch das dargestellte Antwortverhalten der Tunnelwände (Bilder 6.13 - 6.15) und durch die Parallelität in den Amplitudenfrequenzgängen (Bilder 6.10 - 6.12) bestätigt.

Für die Tunneldecke ergibt sich aus einer einfachen Abschätzung unter Zugrundelegung des Systems eines eingespannten Balkens, daß eine erste Eigenfrequenz im Bereich 10 - 12 Hz liegt. Aus den dargestellten Amplitudenfrequenzgängen (Bilder 6.10 - 6.12) ist diese Eigenfrequenz auch deutlich zu erkennen. Die benachbarte Lage der Eigenfrequenz zu der aus dem Schienenschwellensystem entstehenden Erregerfrequenz im Bereich von 15 - 17 Hz bewirkt nun im Antwortverhalten der Tunneldecke eine überaus große Resonanzerhöhung (Bilder 6.13 - 6.15). Aus diesen Bildern ist weiter zu erkennen, daß die Re-

sonanzspitze mit zunehmender Tiefenlage des Tunnels nahezu verschwindet. Die Erklärung liegt in einem Abwandern der Tunneldeckeneigenfrequenz mit zunehmender Tiefenlage des Tunnels in "tiefere" Frequenzbereiche (siehe Bilder 6.10 - 6.12). Dieses Absinken der Tunneldeckeneigenfrequenz kann nur durch die auf der Tunneldecke aufliegende, mit der Tiefe zunehmenden Bodenmasse, bewirkt werden, da die zunehmende Steifigkeit entsprechend dem Verhalten der Tunnelsohle keinen wesentlichen Einfluß auf das Frequenzverhalten besitzt. Zudem müßte sich eine zunehmende Bodensteifigkeit in einer Erhöhung der Eigenfrequenz bemerkbar machen. Festzuhalten ist hier noch, daß diese "mitschwingende Bodenmasse" nur in den Fällen wirksam wird, bei denen die im Boden auftretenden Wellenlängen größer als die Wellenlänge der Tunneldecke sind (siehe Kap. 6.2.3).

Für das Schwingungsverhalten des umgebenden Bodens ergibt sich aus den Bildern 6.16 - 6.33, daß die horizontalen Schwinggeschwindigkeiten in der Nähe der Bodenoberfläche und in Tunnelnähe im wesentlichen durch das Schwingverhalten der Tunnelwand bestimmt werden. Mit größer werdender Entfernung vom Tunnel treten dann im Spektrum der horizontalen Komponente Frequenzen auf, die der Tunneldecke entsprechen. Die vertikalen Schwinggeschwindigkeiten in der Nähe der Bodenoberfläche zeigen ein Frequenzverhalten, das dem der gesamten Tunnelkonstruktion entspricht. Mit größer werdender Tiefe ist das Frequenzverhalten der horizontalen und vertikalen Schwinggeschwindigkeiten fast ausschließlich von dem der Tunnelsohle abhängig.

Hieraus folgt, daß für die Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden, unabhängig von der Tiefenlage des Tunnels, in einen oberflächennahen und einen tiefen Bereich unterschieden werden kann. Der oberflächennahe Bereich unterscheidet sich von dem tiefen Bereich dadurch, daß das Schwingungsverhalten des oberflächennahen Bereiches von dem Frequenzverhalten des gesamten Tunnelbauwerks beeinflusst wird, während sich im tiefen Bereich im wesentlichen nur der Einfluß der Tunnelsohle auswirkt.

Aus den Rechnungen folgt weiter, daß bei den gegebenen Bodenverhältnissen die Grenze zwischen oberflächennahem Bereich und tiefem Bereich bei ungefähr 6 m liegt. Wie später bei der Diskussion des Wellenfeldes (siehe Kap. 6.2.3) gezeigt wird, entspricht die Tiefe von 6 m der Eindringtiefe einer Rayleighwel-

le mit einer Frequenz von ca. 15 Hz. Die Eindringtiefe der Rayleighwelle ist durch ihre halbe Wellenlänge gekennzeichnet, (siehe KOLSKY [ 48 ] oder auch RICHART/HALL/WOODS [ 61 ]). Damit kann die Grenze zwischen oberflächennahem Bereich und tiefem Bereich durch eine halbe Rayleighwellenlänge beschrieben werden.

Zusammenfassend ergibt sich für den Einfluß einer zunehmenden Tiefenlage des Tunnels: Das Schwingungsverhalten des Tunnels wird durch die mit der Tiefe zunehmenden Steifigkeit des umgebenden Bodens in der Weise beeinflusst, daß die Amplituden abnehmen, wobei der Einfluß relativ von Tiefenlage zu Tiefenlage schwächer wird. Die auf der Tunneldecke aufliegende Bodenmasse äußert sich bei niedrigen Frequenzen in einer "mitschwingenden Bodenmasse", die ein Absinken der Tunneldeckeneigenfrequenz mit zunehmender Tiefenlage bewirkt. Die Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden erfolgt in zwei Bereichen, wobei die Eindringtiefe des oberen Bereiches der Eindringtiefe einer Rayleighwelle entspricht. Der oberflächennahe Bereich wird von dem Frequenzverhalten des gesamten Tunnelbauwerks beeinflusst, der tiefe Bereich zeigt im wesentlichen nur das Frequenzverhalten der Tunnelsohle. Desweiteren gilt, daß die Schwingungsamplituden im Boden mit zunehmender Tiefenlage des Tunnels abnehmen, wobei die Abnahme derjenigen des Tunnels entspricht.

#### 6.2.1.2 Einfluß einer Mittelstütze

Aus dem Vergleich des Amplitudenfrequenzganges der Tunnelsohle (Bild 6.34) mit dem Amplitudenfrequenzgang des entsprechenden Systems 2 ohne Mittelstütze (Bild 6.11) ist zu erkennen, daß sich der Einfluß einer Mittelstütze nur unwesentlich auf das Frequenzverhalten der Tunnelsohle auswirkt. Erwartungsgemäß sind jedoch infolge der größeren Steifigkeit des Systems etwas kleinere Amplituden festzustellen (Bild 6.35). Das bestätigt die oben getroffene Feststellung, daß die Tunnelsohle weitgehend unabhängig von der Tunnelkonstruktion wie ein Fundament schwingt. Für die Tunnelwand und die Tunneldecke ist aus den Amplitudenfrequenzgängen (Bild 6.34) und aus den Leistungsdichten (Bild 6.38) zu ersehen, daß ein ähnliches Antwortverhalten wie bei dem System ohne Mittelstütze vorliegt,

wobei hier jedoch infolge der größeren Steifigkeit des Systems verstärkt Antworten im Bereich um 56 Hz auftreten. Für diesen Frequenzbereich ist eine Vergrößerung um den Faktor 2.5 - 3 relativ zu dem System ohne Mittelstütze festzustellen. Daß hier ein relativ ähnliches Schwingungsverhalten wie bei einem System ohne Mittelstütze auftritt, folgt daraus, daß:

- a) die Tunnelsohle nahezu unbeeinflusst von den übrigen Tunnelbauteilen wie ein Einzelfundament schwingt
- b) die Hauptantwort der Tunneldecke in der ersten Eigenform erfolgt, bei der die Mittelstütze ohne wesentlichen Einfluß ist.

Die Ausbreitung der Schwingungen im umgebenden Boden (Bilder 6.37 - 6.42) folgt den gleichen Gegebenheiten, wie sie beim Einfluß der Tiefenlage des Tunnelquerschnitts diskutiert wurden. Dies ist zu erwarten, da gleiche Bedingungen hinsichtlich der Geometrie und den Materialeigenschaften vorliegen.

Zusammenfassend gilt, daß ein Querschnitt mit Mittelstütze kein wesentlich anderes Frequenzverhalten wie ein Querschnitt ohne Mittelstütze besitzt. Infolge der Versteifung durch die Mittelstütze treten jedoch größere Amplituden im höheren Frequenzbereich um 56 Hz auf.

#### 6.2.1.3 Einfluß der Querschnittsform

Der Einfluß der Querschnittsform auf das Antwortverhalten des Tunnels und des umgebenden Bodens wird durch die Berechnung eines Tunnels mit Kreisquerschnitt untersucht. Zunächst wurde erwartet, daß das Schwingungsverhalten des Tunnels und des umgebenden Bodens infolge der besonderen geometrischen Verhältnisse in charakteristischer Weise von dem eines Rechteckquerschnittes abweicht. Aus dem Amplitudenfrequenzgang der "Tunnelsohle" (Bild 6.43) verglichen mit demjenigen des Rechteckquerschnittes (Bild 6.10) folgt jedoch, daß dies nur für den unteren Frequenzbereich bis ca. 32 Hz zutrifft. In diesem Bereich ist kein resonanzähnliches Verhalten wie bei Bild 6.10 festzustellen. Für die Antworten der Tunnelsohle (Bild 6.44)

ist dieser Bereich aber auch ohne Interesse, da die Erregerfrequenzen von 14 - 17 Hz nur in geringem Maße zur Antwort an dieser Systemstelle beitragen. Die Hauptantwort wird hier überwiegend durch die Erregerfrequenz um 56 Hz festgelegt. Hier treten auch die maßgebenden Veränderungen, nämlich eine Vergrößerung der Spektralwerte relativ zu dem entsprechenden Rechteckquerschnitt (Bild 6.7), aber keine Änderung des Frequenzverhaltens auf. Die Erklärung hierfür liegt in der Geometrie des Systems und der Bodensteifigkeit, da die "Tunnelsohle" infolge der runden Form in Bodenbereiche mit geringerer Steifigkeit gelangt, womit der, der Tunnelverformung entgegenwirkende Widerstand des Bodens geringer wird.

Der Amplitudenfrequenzgang der Tunnelwand und der Tunneldecke (Bild 6.43) zeigt keinen prinzipiellen Unterschied im Vergleich mit einem Rechteckquerschnitt. Der Unterschied für die Tunnelwand liegt nur darin, daß Vergrößerung der Werte des Amplitudenfrequenzganges im Bereich zwischen 32 - 45 Hz und für die Tunneldecke eine Verkleinerung der Amplitudenwerte bei der Resonanzfrequenz von 11 Hz festzustellen ist. Dies wird auch durch die spektralen Leistungsdichten der Antworten (Bild 6.45) deutlich.

Da nach den Rechenergebnissen ein Kreisquerschnitt keine wesentlich anderen Amplitudenfrequenzgänge als ein Rechteckquerschnitt aufweist - unter der Voraussetzung gleicher umgebender Bodenstruktur -, infolge der geometrischen Form aber ein anderes Schwingungsverhalten erwartet werden kann (siehe KOCH [47]), ist zu folgern, daß der umgebende Boden einen beherrschenden Einfluß auf das Schwingungsverhalten des Tunnels besitzt. Dieser Einfluß äußert sich teils in einer den Tunnel versteifenden Federung, die hauptsächlich auf die Tunnelsohle und die Tunnelwände wirkt, teils in einer, auf die Tunneldecke wirkenden "mitschwingenden Bodenmasse".

Auf die Art der Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden ist jedoch die Form des Tunnelquerschnitts von Bedeutung, wie die Bilder 6.46 - 6.51 zeigen. Hier herrschen Schwingungen in horizontaler Richtung vor, die durch die Schwingungsabstrahlung des runden Tunnelquerschnitts plausibel erklärt werden können. Verglichen mit den Werten, die beim Rechteckquerschnitt auftreten, ist hier eine Vergrößerung um den Faktor 2 festzustellen. Vertikale Schwinggeschwindigkeiten sind erst in größerer

Tiefe, bedingt durch das Abstrahlverhalten der Tunnelsohle, von größerem Einfluß.

#### 6.2.1.4 Einfluß der Steifigkeit des umgebenden Bodens

Aus den Ergebnissen der Berechnung der Systeme 1 bis 3 (Einfluß der Tiefenlage des Tunnels) konnte gezeigt werden, daß mit zunehmender Tiefenlage des Tunnels, die mit einer Zunahme der Steifigkeit des umgebenden Bodens verbunden ist, die Antworten des Tunnels relativ von Tiefenlage zu Tiefenlage kleiner werden. Eine Auswirkung auf das Frequenzverhalten infolge der zunehmenden Bodensteifigkeit wurde nicht festgestellt. Bei der Berechnung des Einflusses der Tiefenlage lag die relative Zunahme der Steifigkeit jedoch nur bei ca. 30 %, so daß daraus eine Nichtbeeinflussung der Bodensteifigkeit auf das Frequenzverhalten des Tunnels in allgemeiner Form nicht abgeleitet werden kann.

Der hier zu untersuchende Fall von verfestigtem Boden, der durch eine Verzehnfachung des für die anderen untersuchten Systeme geltenden Schubmodulverlaufs dargestellt wird, stellt einen oberen Grenzwert für die Steifigkeit des umgebenden Bodens dar. Mit der Berechnung dieses Systems zusammen mit System 2, dem mittlere Bodenverhältnisse zugrunde gelegt wurden, sind dann alle für die Praxis wichtigen, den Boden betreffende Eigenschaften, die Auswirkungen auf das Frequenz- und Amplitudenverhalten besitzen können, erfaßt.

In Bild 6.32 sind die Amplitudenfrequenzgänge für die Tunnelsohle, Tunnelwand und Tunneldecke dargestellt. Aus dem Vergleich mit Bild 6.11 (System 2) folgt für die Tunnelsohle, daß sich eine erhöhte Bodensteifigkeit in einer Reduzierung der Amplitudenwerte und in einer Unterdrückung von Resonanzerscheinungen bemerkbar macht.

Betrachtet man die Tunnelsohle als ein in den Halbraum eingebettetes Fundament, so kann die Reduzierung der Amplituden plausibel mit der Erhöhung der Bodensteifigkeit erklärt werden. Die Vermeidung von Resonanzerscheinungen tritt jedoch nach RICHART/HALL/WOODS [ 61 ] nur dann auf, wenn das Ver-

hältnis aus der Masse der Tunnelsohle und einer äquivalenten Bodenmasse nahe Null ist. Da hier jedoch nur die Bodensteifigkeit, aber nicht das Massenverhältnis verändert wurde, ist zu folgern, daß die bei System 2 vorhandene Resonanz-erhöhung bei 8 Hz keine wirkliche Resonanz ist, sondern aus dem Resonanzverhalten der Tunneldecke zu erklären ist. Dieser "Mitzieheffekt" bei Resonanz eines Systembauteiles ist besonders deutlich aus dem Amplitudenfrequenzgang der Tunnelwand (Bild 6.52) abzulesen.

Für die Tunneldecke ist hier eine Resonanzverschiebung von 10 Hz (Bild 6.11) auf 24 Hz festzustellen. Da die aufliegende Bodenmasse nicht verändert wurde, dies würde sich auch nur in einer Resonanzfrequenzverschiebung nach "unten" bemerkbar machen, ist dies der größeren Bodensteifigkeit zuzuschreiben, die hier eine Versteifung des Tunnels bewirkt. Die Versteifung des Systems wird auch dadurch ausgedrückt, daß die außerhalb des Resonanzbereiches auftretenden Systemantworten (Bild 6.54) um ca. den Faktor 10 kleiner sind als die entsprechenden Werte des Systems 2 (Bild 6.14).

Für das Frequenzverhalten der Schwingungen im umgebenden Boden (Bilder 6.55 - 6.60) wird wieder der Einfluß der verschiedenen Tunnelbauteile deutlich. Im gesamten umgebenden Boden treten für die horizontale Schwinggeschwindigkeit Größtwerte bei einer Frequenz von 14 Hz auf. Dies entspricht der Hauptantwortfrequenz der Tunnelwand. Die Hauptantwort der vertikalen Komponenten ist im Bereich um 56 Hz, entsprechend den Hauptantwortfrequenzen der Tunneldecke und der Tunnelsohle. Desweiteren ist festzustellen, daß die hier auftretende relativ große Abnahme der Antworten des Tunnels in dem Frequenzbereich um 56 Hz einhergeht mit einer entsprechend großen Abnahme der Schwingamplitude im umgebenden Boden. Dies ist ebenfalls ein Hinweis dahin, daß das Antwortverhalten des Bodens im wesentlichen durch das Antwortverhalten des Tunnels bestimmt wird.

#### 6.2.1.5 Einfluß von Grundwasser

Ein Material, das aus einem Boden-Wasser-Gemisch besteht, zeigt infolge der Inkompressibilität des Wassers einen hohen

Widerstand gegenüber Normalverformungen. Die Scherverformungen bleiben dagegen von dem Vorhandensein von Grundwasser unbeeinflusst, da sie ausschließlich von den Eigenschaften des Bodens bestimmt werden (siehe 6.1.1 und [ 61 ]). Hieraus ist zu folgern, daß die Antworten des Tunnels und des umgebenden Bodens infolge der behinderten Normalverformung kleiner als bei dem entsprechenden System 2 ohne Grundwasser sein werden und daß die Ausbreitung der Erschütterungen im umgebenden Boden vorwiegend durch Scherwellen erfolgt.

Aus dem Vergleich des Amplitudenfrequenzganges der Tunnelsohle (Bild 6.61) mit dem Amplitudenfrequenzgang der Tunnelsohle des Systems 2 (Bild 6.11) ist zu ersehen, daß das vermutete Verhalten tatsächlich eintritt. Dabei ist eine größere Reduzierung der Amplituden im niedrigen Frequenzbereich (hier bis ca. 40 Hz) festzustellen. Das gleiche Verhalten zeigt ein auf der Bodenoberfläche gegründetes Fundament. Für die Tunnelwand ist die Abminderung geringer. Dies resultiert jedoch aus der allgemein geringeren Verformung der Tunnelwand, wodurch der Einfluß der behinderten Normalverformung an Bedeutung verliert.

Für die Tunneldecke wirkt sich die behinderte Normalverformung ähnlich wie eine größere Bodensteifigkeit (System 6) in einer Erhöhung der Tunneldeckeneigenfrequenz aus. Gleichzeitig wird jedoch die Resonanzhöhung im Vergleich mit Bild 6.11 stark abgemindert. Im Antwortverhalten des Tunnels (Bilder 6.62 - 6.63) ist dieses Ergebnis ebenfalls abzulesen. Im umgebenden Boden wird wieder, wie bei allen anderen Systemen die Beeinflussung der einzelnen Tunnelbauteile auf die Art der Schwingungsausbreitung deutlich. Das heißt, daß das Frequenzverhalten der horizontalen Komponente durch die Tunnelwand und das Frequenzverhalten der vertikalen Komponente überwiegend durch die Tunneldecke und -sohle bestimmt wird.

Die größere Steifigkeit des Bodens infolge der behinderten Normalverformung bewirkt jedoch, daß mit zunehmender Entfernung und Tiefe ein rapider Abfall beider Schwingkomponenten auftritt (Bilder 6.67 - 6.69). Daß dies insbesondere mit zunehmender Tiefe festzustellen ist, ist durch das vorherrschende Auftreten von Raumwellen in diesem Bereich zu erklären (siehe auch Kap. 6.2.3).

## 6.2.2 Wahrscheinlichkeitsdichten

### 6.2.2.1 Gaußverteilungsdichten

Das Amplitudenverhalten der zu erwartenden Erschütterungen wird hier durch eine Gaußverteilung beschrieben. Eine Gaußverteilung ist immer dann zu erwarten, wenn das stochastische Phänomen das Ergebnis kumulativer Wirkungen einer großen Anzahl von voneinander unabhängigen Ursachen ist (siehe CRANDALL [ 16 ]). Daß sich das Amplitudenverhalten der Erschütterungen infolge Erregung durch U-Bahn-Verkehr durch eine Gaußverteilung beschreiben läßt, wurde durch die in Kap. 5 dargestellten Histogramme, die als Approximation des tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsverhaltens angesehen werden können, bewiesen. Mit der für diese Arbeit geltenden Voraussetzungen, daß der lineare Mittelwert den Wert Null besitzt ( $\bar{y} = 0$ ), wird dann die Wahrscheinlichkeit, daß die Schwinggeschwindigkeit  $\dot{y}(t)$  einen bestimmten Wert annimmt, vollständig durch die Varianz  $\sigma_{\dot{y}}^2$  beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit, daß  $\dot{y}(t)$  zwischen  $\pm \alpha \cdot \sigma_{\dot{y}}$  liegt, wobei  $\alpha$  eine beliebige positive Zahl sein kann, wird entsprechend Gl. 3.34 (siehe Kap. 3) aus dem Integral über die Verteilungsdichte ermittelt zu

$$P[-\alpha \cdot \sigma_{\dot{y}} < \dot{y}(t) < \alpha \cdot \sigma_{\dot{y}}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{\dot{y}}^2}} \cdot \int_{-\alpha \sigma_{\dot{y}}}^{\alpha \sigma_{\dot{y}}} \exp(-\dot{y}^2 / 2\sigma_{\dot{y}}^2) dy$$

Da das Wahrscheinlichkeitsverhalten vollständig durch die Varianz  $\sigma_{\dot{y}}^2$  beschrieben wird, sind damit diese Werte allein für sich geeignet, Aufschluß über die zu erwartenden Schwinggeschwindigkeitsamplituden zu geben. Aus diesem Grunde sind in den Bildern 6.70 - 6.72 auch nur die Gaußverteilungsdichten für die betrachteten Punkte im Tunnel und für einige Punkte an der Bodenoberfläche angegeben. In Tabelle 6 sind die aus einer Frequenzintegration über die spektrale Leistungsdichte (siehe Kap. 3) ermittelten Varianzen  $\sigma_{\dot{y}}^2$  der Systeme 2 bis 7 für die betrachteten Punkte im Tunnel und im umgebenden Boden angegeben. Da bei Vorgabe einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein relativ größerer Wert für die Varianz gleichbedeutend mit der Erwartung relativ größerer Amplituden ist - zahlenmäßig beschrieben durch die Wurzel aus dem Verhältnis der Varianzen -, kann das Wahrscheinlichkeitsverhalten der Amplituden der einzelnen

Systeme direkt aus Tabelle 6 abgelesen werden und bedarf keiner weiteren Erläuterung.

System Ort	$u_x$ $u_z$					
Tunnelwand	9.1		7.1		17.8	
Tunneldecke		4.80		2.8		11.4
Tunnelsohle		25.3		24.7		17.2
						120.4
						8.7
						16.4
z=0.0	x= - 0.5	14.9 9.9	4.5 11.1	15.2 14.8	16.8 14.0	0.5 2.4
	x= - 1.5	15.8 7.0	5.1 11.3	16.5 10.5	21.4 12.9	0.8 1.9
	x= - 3.5	11.8 15.8	6.1 9.2	14.7 20.2	27.4 14.8	1.8 1.0
	x= - 7.5	9.8 16.4	9.2 5.0	22.3 18.9	33.0 5.8	2.1 1.1
	x= -15.5	15.6 7.2	15.1 2.2	13.5 9.6	23.2 4.3	1.2 1.1
z=1.0	x= - 0.5	6.0 4.6	2.2 2.4	5.6 6.0	2.8 6.8	0.4 2.4
	x= - 1.5	4.9 3.7	2.1 2.1	5.0 5.4	3.2 6.9	0.4 2.0
	x= - 3.5	1.7 2.9	1.2 1.4	2.8 4.9	9.1 2.1	0.6 1.1
	x= - 7.5	2.7 2.9	2.1 0.9	5.3 5.0	7.2 2.0	0.9 1.1
	x= -15.5	8.1 2.7	3.4 0.8	9.5 4.8	4.5 1.7	0.8 1.0
z=2.0	x= - 0.5	4.5 8.0	2.3 3.2	4.6 10.6	2.8 8.4	0.4 1.8
	x= - 1.5	2.9 4.4	2.8 3.0	2.6 6.6	4.0 4.4	0.4 1.6
	x= - 3.5	3.7 4.8	3.0 4.7	4.5 7.5	1.9 3.0	0.4 1.0
	x= - 7.5	5.7 5.2	1.7 1.8	5.8 8.3	7.3 6.1	0.4 0.8
	x= -15.5	1.2 3.0	2.1 2.1	1.8 4.6	3.2 1.8	0.3 0.8
z=3.0	x= - 0.5	3.4 11.8	1.7 4.9	6.3 14.6	5.3 5.4	0.4 1.1
	x= - 1.5	5.3 7.2	1.3 3.8	8.5 11.7	6.3 5.4	0.4 1.0
	x= - 3.5	4.8 4.0	1.4 2.4	6.5 6.9	4.2 5.8	0.6 0.8
	x= - 7.5	2.2 4.5	2.4 1.5	4.7 8.5	2.3 3.0	0.4 0.4
	x= -15.5	2.3 4.3	2.3 2.5	4.2 6.2	1.8 2.1	0.2 0.5
z=4.0	x= - 0.5	1.6 8.2	1.3 3.2	1.0 7.6	5.0 4.8	0.4 0.8
	x= - 1.5	1.9 4.1	2.1 3.0	3.0 6.5	4.5 5.6	0.5 0.7
	x= - 3.5	3.5 4.6	3.3 2.2	7.2 7.3	4.0 6.8	0.7 0.6
	x= - 7.5	2.9 2.3	1.7 1.2	5.8 4.1	2.2 1.9	0.6 0.3
	x= -15.5	2.2 3.3	3.0 2.1	3.3 4.1	1.5 2.1	0.2 0.3
z=7.0	x= - 0.5	6.4 6.5	0.8 9.1	14.5 7.8	1.9 12.6	0.4 0.6
	x= - 1.5	5.0 10.1	1.3 5.9	10.5 12.0	1.6 15.4	0.2 0.4
	x= - 3.5	1.6 12.5	2.0 2.0	2.6 12.7	1.8 6.8	0.2 0.3
	x= - 7.5	3.8 5.7	1.3 1.7	4.8 5.3	1.3 2.3	0.3 0.2
	x= -15.5	2.4 1.3	1.6 3.7	3.3 2.1	1.4 1.8	0.2 0.1

Tabelle 6  
Varianzen  $\sigma_y^2 \cdot 10^{-5} \text{ (cm}^2/\text{s}^2)$  der Antworten der Systeme 2 - 7

### 6.2.2.2 Maximalwertverteilungen

Die Berechnung der Maximalwertverteilung ist dann wichtig (siehe DIN 4150), wenn z.B. für in Gebäuden befindliche empfindliche Maschinen sichere obere Grenzen der Erschütterungsbelastung gefordert werden. Wie in Kap. 3 aufgeführt, sind bei der Maximalwertverteilung zwei Grenzfälle denkbar, die durch die Breitbandigkeit  $\delta$  beschrieben werden. In [ 78 ] wird gezeigt, daß für  $\delta = 0$  der Zufallsprozeß aus einer einzigen harmonischen Schwingung besteht, wobei der Phasenwinkel  $\varphi$  die Zufallsvariable mit gleichförmiger Verteilungsdichte im Bereich  $0 < \varphi < 2\pi$  dargestellt. Aus Gl. 3.45 (siehe Kap. 3) folgt dann, daß die Maximalwertverteilung für diesen Fall gegen die Rayleighverteilung strebt. Der zweite Grenzfall wird durch  $\delta \rightarrow 1$  dargestellt, die Maximalwertverteilung geht hierfür in eine Gaußverteilung über (siehe Gl. 3.49).

Bei der Berechnung der Breitbandigkeitsfaktoren  $\delta$  ergibt sich, daß mit Ausnahme der vertikalen Komponente des Systems 8 alle betrachteten Punkte des Tunnels und des umgebenden Bodens,  $\delta$ -Werte aufweisen, die in engen Grenzen schwanken und nahe bei dem Wert 1 liegen. Aus Tabelle 7 können die gemittelten Breitbandigkeitsfaktoren  $\delta_x$  der horizontalen Schwingrichtung und  $\delta_z$  der vertikalen Schwingrichtung der einzelnen untersuchten Systeme entnommen werden zu:

System	1	2	3	4	5	6	7
$\delta_x$	0.77	0.75	0.81	0.76	0.76	0.85	0.75
$\delta_z$	0.84	0.87	0.90	0.78	0.82	-	0.85
$\sigma(\delta_x)$	0.07	0.07	0.06	0.09	0.06	0.06	0.06
$\sigma(\delta_z)$	0.07	0.04	0.04	0.03	0.07	-	0.07

Tabelle 7  
 $\delta_x, \delta_z$ -Werte und die Standardabweichungen für die Systeme 1 - 7;

In den Bildern 6.73 - 6.75 sind die berechneten Maximalwertverteilungen für den Tunnel und für einige Punkte an der Bodenoberfläche dargestellt. Die Verteilung ist dabei auf die Streuung normiert. Wie aus den Bildern zu ersehen ist, entspricht der Verlauf der Maximalwertverteilungen nahezu einer Gaußverteilung. Aus dieser Annäherung an eine Gaußverteilung folgt nun, daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines bestimmten Maximums nahezu übereinstimmt mit der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer bestimmten Amplitude. Das wiederum kann nur bedeuten, daß die Zufallsprozesse aus einer vorherrschenden Schwingung bestehen, der ein zweiter Prozeß überlagert ist. Der zweite Prozeß muß dabei folgende Eigenschaften besitzen:

Die Amplituden müssen in bezug auf die Amplitude der vorherrschenden Schwingung klein sein,  
 der Frequenzbereich muß groß sein, bzw. falls nur eine Frequenz oder ein schmales Frequenzband vorhanden ist, muß die Mittenfrequenz wesentlich größer sein als die Frequenz der vorherrschenden Schwingung.

Damit gilt zusammenfassend, daß die Zufallsprozesse dargestellt werden können aus einer, aus den mechanischen Eigenschaften der betrachteten Systemstelle resultierenden Schwin-

gung, der ein bandbegrenzter Rauschprozeß überlagert ist, dessen spektrale Leistungsdichte klein in bezug auf die Hauptschwingung ist. Die "Kleinheit" wird hierbei beschrieben aus der Differenz der zu erwartenden Maximalwerte und der zu erwartenden Amplituden für eine bestimmte vorgegebene Wahrscheinlichkeit.

### 6.2.3 Wellenfeld

Das Wellenfeld des Tunnels und des umgebenden Bodens wird für zwei Hauptfrequenzen der Erregung (14.4 Hz, 56 Hz) und für zwei Systeme (System 2, Rechteckquerschnitt ohne Mittelstütze mit 3.50 m Überdeckung; System 7, Rechteckquerschnitt ohne Mittelstütze mit 3.50 m Überdeckung und Grundwasser bis 1.0 m unter Geländeoberfläche) dargestellt. Diese beiden Systeme unterscheiden sich hinsichtlich der Art des umgebenden Bodens. Die Schwingungsausbreitung der anderen Systeme folgt prinzipiell derjenigen des hier betrachteten Systems 2, da jeweils die gleichen Bodenverhältnisse vorliegen und wird deshalb nicht weiter verfolgt.

#### System 2

Aus der Darstellung des Wellenfeldes für die vertikale Komponente mit einer Frequenz von 14.4 Hz (Bilder 6.76 - 6.78) ist deutlich zu erkennen, daß die Tunneldecke und der darüber befindliche Boden in Phase schwingen. Diese "mitschwingende Bodenmasse" bewirkt, wie bereits bei der Diskussion der spektralen Leistungsdichte dargestellt, daß die Eigenfrequenzen der Tunneldecke mit zunehmender Tiefenlage abnehmen. Wie sich später jedoch zeigen wird, tritt dieses Phänomen aber nur dann auf, wenn die im Boden auftretenden Wellenlängen größer sind als die Wellenlänge der Tunneldecke.

Im umgebenden Boden zeichnen sich bei der Ausbreitung der Schwingungen folgende Verhältnisse ab:

Die Phasenlage der vertikalen Komponente ist nahezu konstant bis zu einer Tiefe, die hier zwischen 6 - 7 m liegt.

Dies bedeutet, daß die Ausbreitung dieser Welle bis zu dieser Tiefe parallel zur Oberfläche gerichtet ist. Die hier auftretende Wellenlänge der vertikalen und horizontalen Komponente ist

$\lambda = 12.75$  m. Daraus ist zu erkennen, daß der oben genannte Einwirkungsbereich von 6 - 7 m,  $\lambda/2$  entspricht. Aus dem Vergleich der vertikalen Komponenten (Bild 6.78) mit den horizontalen Komponenten (Bild 6.79) folgt, daß Maxima der vertikalen Komponenten Minima der horizontalen Komponenten entsprechen und umgekehrt. Dieses für den oberflächennahen Bereich beschriebene Verhalten ist das typische Bild einer Rayleighwelle, da nach KOLSKY [ 48 ] oder nach RICHART/HALL/WOODS [ 61 ] eine Rayleighwelle folgende Eigenschaften aufweist: Für einen linear elastischen Halbraum ist die Phasenlage der vertikalen Komponente der Rayleighwelle konstant über ihre Eindringtiefe, wobei die Eindringtiefe  $\lambda/2$  ist. Dies gilt näherungsweise auch für das hier betrachtete linear elastische, mit hysteretischer Dämpfung versehene Material, solange die Dämpfung klein ist. Desweiteren ist für das Auftreten eines Rayleighwellenfeldes charakteristisch, daß eine  $90^\circ$ -Phasenlage zwischen den horizontalen und vertikalen Schwingkomponenten besteht. Dabei tritt die Phasenbeziehung in der Art auf, daß bezogen auf die Ausbreitungsrichtung die horizontale Komponente der vertikalen Komponente um  $90^\circ$  nacheilt. Die Bewegung eines materiellen Punktes kann dann durch eine senkrecht stehende Ellipse dargestellt werden, die an der Bodenoberfläche gegen den Uhrzeigersinn und ab einer gewissen Tiefe, die von der Poissonzahl und der Wellenlänge abhängt, mit dem Uhrzeigersinn durchlaufen wird. Daß dieses, für eine Rayleighwelle typisches Verhalten hier gegeben ist, kann sehr schön aus den Bildern 6.76 und 6.79 erkannt werden.

Eine weitere wichtige Eigenschaft der Rayleighwelle geht aus der nach der Rechnung sich ergebenden konstanten Phasenlage der vertikalen Komponente hervor. Die konstante Phasenlage gilt nach KOLSKY u.a. zunächst nur für den homogenen Halbraum. Ein homogener Halbraum liegt hier nicht vor, da der Schubmodul des Bodens mit der Tiefe zunimmt. Trotzdem ist die Phasenlage und die Wellenlänge über die Eindringtiefe von  $\lambda/2$  nahezu konstant.

Dies bedeutet, daß die Rayleighwelle die Materialeigenschaften über ihre Eindringtiefe "integriert". Die Rayleighwelle breitet sich dann mit einer mittleren Geschwindigkeit, die hier 183.6 m/s beträgt, aus (siehe hierzu auch das Scherwellenprofil in Bild 4.17).

In Bild 6.78 ist zu erkennen, daß für die Ausbreitung in dem Bereich tiefer als  $\lambda/2$  andere Verhältnisse vorliegen. Die Wellenzüge klingen mit zunehmender Tiefe und Entfernung sehr rasch ab. Zudem sind leichte Interferenzerscheinungen, die noch besser bei einer Frequenz von 56 Hz zu beobachten sind, festzustellen. Die rasche Abnahme und die Interferenzerscheinungen deuten darauf hin, daß die Abstrahlung hier überwiegend durch Kompressions- und Scherwellen erfolgt.

Die berechneten Wellenzüge für eine Frequenz von 56 Hz sind in den Bildern 6.80 - 6.85 dargestellt. Für den Bereich über der Tunneldecke ist aus den Bildern 6.80 und 6.81 zu erkennen, daß dieser Bereich nicht mehr wie eine "mitschwingende Bodenmasse" wirkt. Dies ist durch die Änderung der Schwingungsform der Tunneldecke zu begründen, der der Boden nur mit einer Phasenverschiebung zu folgen vermag.

Im umgebenden Boden ist nur dicht an der Oberfläche eine Rayleighwelle zu erkennen. Die Wellenlänge kann aus Bild 6.80 zu  $\lambda_R = 1.87$  m ermittelt werden. Entsprechend gering ist die Eindringtiefe, nämlich  $\lambda_R/2 = 0.93$  m.

Im nachfolgenden treten dann Wellenzüge auf, deren Wellenlängen mit zunehmender Tiefe größer werden und die ein ausgeprägtes Interferenzmuster besitzen. Daß diese Interferenz sich aus einer Überlagerung von Kompressions- und Scherwellen ausbildet, ist besonders deutlich in den Bildern 6.81 und 6.82 zu sehen. Aus Bild 6.82 z.B. kann eine mittlere Wellenlänge von 6.67 m entnommen werden. Dies entspricht einer mittleren Ausbreitungsgeschwindigkeit von 373 m/s. Aus den angegebenen Materialkennwerten (siehe Bild 5.23) kann man errechnen, daß in den Tiefen  $z = 7.0$  m bis  $z = 10.7$  m, für das Bild 6.82 gilt, die Scherwellengeschwindigkeiten zwischen 219 m/s und 244 m/s und die Kompressionswellengeschwindigkeiten zwischen 456 m/s und 507 m/s liegen. Die hier auftretende mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit von 373 m/s entspricht nahezu dem linearen Mittelwert aus diesen vier Geschwindigkeiten. Daraus ergibt sich, daß die Ausbreitung in diesem Bereich durch eine Überlagerung von Scher- und Kompressionswellen erfolgt. Im Gegensatz zu der Bodenoberfläche (Bild 6.80) ist hier ebenfalls die für Raumwellen typische, relativ große Abnahme der Wellen mit zunehmender Entfernung und Tiefe festzustellen.

In den Bildern 6.80 - 6.82 sind noch weitere Einzelheiten zu erkennen. An der Bodenoberfläche tritt bis zu der Eindringtiefe der Rayleighwelle ( $\lambda/2$ ) keine Phase der vertikalen Komponente auf. Dies bedeutet, die Ausbreitungsrichtung ist hier parallel zur Bodenoberfläche. Im weiteren ist zunächst ein Voreilen der Wellenzüge zu beobachten, später tritt dann ein Nacheilen ein. Für die Ausbreitungsrichtung der Wellen ist hieraus zu folgern, daß im oberflächennahen Bereich unterhalb der Eindringtiefe der Rayleighwelle die Abstrahlung zu der Bodenoberfläche hin erfolgt. Danach ist die Ausbreitungsrichtung senkrecht zum Tunnel und im unteren Bereich in das Innere des Halbraums gerichtet.

### System 7

Bei diesem System wurde der Einfluß von Grundwasser auf die Ausbreitung der Erschütterungen untersucht. In der Absicht, reale Verhältnisse zu untersuchen, wird angenommen, daß sich der Grundwasserhorizont 1,0 m unter Geländeoberfläche befindet.

In den Bildern 6.86 - 6.88 ist das Verhalten der vertikalen Komponente und in Bild 6.89 das Verhalten der horizontalen Komponente für eine Frequenz von 14,4 Hz dargestellt. Ähnlich wie bei System 2 folgt auch hier der Boden über der Tunneldecke der Schwingungsform des Tunnels. Im Gegensatz zu System 2 ist hier jedoch eine Abnahme der Amplituden zur Bodenoberfläche hin festzustellen. Dies ist aus den eingeschränkten Verformungsmöglichkeiten infolge der Inkompressibilität des Wassers zu erklären.

Im umgebenden Boden ist für die vertikale Komponente im oberflächennahen Bereich (Bilder 6.86 - 6.87) zunächst ein ähnliches Verhalten wie bei System 2 festzustellen. Es tritt die für eine Rayleighwelle typische Phasenkonstanz bis zu einer Tiefe, die der Eindringtiefe ( $\lambda/2$ ) entspricht, auf. Daß hier trotzdem ein besonderer Verlauf der Rayleighwelle auftritt, ist aus den Bildern 6.86 - 6.89 zu erkennen. Eine Rayleighwelle, die sich parallel zur Erdoberfläche ausbreitet, ist dadurch gekennzeichnet, daß eine  $90^\circ$ -Phasenlage zwischen vertikaler und horizontaler Komponente besteht. Dies ist hier jedoch nicht der Fall. Hieraus ist zu folgern, daß die Bewegung eines materiellen Punkts nicht mehr durch eine senkrecht ste-

hende Ellipse dargestellt wird, sondern die Hauptachsen der Ellipse sind geneigt in bezug auf das gewählte Koordinatensystem. Dies bedeutet wiederum, daß sich die Rayleighwelle nicht parallel, sondern unter einem bestimmten Winkel in bezug auf die x-Achse ausbreitet. Dieses Verhalten ist durch die Eindringtiefe der Rayleighwelle begründet. Durch die Eindringtiefe von einer halben Wellenlänge gelangen Teile des Bodens in den Einflußbereich der Rayleighwelle, die sehr unterschiedliches Verhalten zeigen. An der Bodenoberfläche bis zu einer Tiefe von  $z = 1.0$  m herrschen "normale" Bedingungen. Der folgende im Grundwasser befindliche Bereich ist nun gekennzeichnet durch eine Scherwellengeschwindigkeit wie sie ohne Grundwasser auftritt und durch eine Kompressionswellengeschwindigkeit, die für eine Poissonzahl von  $\nu = 0.5$  theoretisch unendlich groß ist. Durch diese im Grenzfall unendliche große Kompressionswellengeschwindigkeit versucht der untere Teil der Rayleighwelle dem oberen Teil vorzueilen und damit entsteht die oben beschriebene Drehung der Hauptachsen der Bewegungsellipse eines materiellen Punktes.

Daß die Rayleighwelle durch das Vorhandensein von Grundwasser beeinflusst wird, ist ebenfalls aus Bild 6.90 zu erkennen. Die Frequenz ist hier 56 Hz. Mit den gegebenen Materialkennwerten beträgt die Eindringtiefe der Rayleighwelle dann ca. 1.1 m und gelangt damit in den Grundwasserhorizont. Hier ist nun zu erkennen, daß die vertikale Komponente der Rayleighwelle starke Interferenzerscheinungen aufweist, die durch Reflexionen an dem Grundwasserhorizont entstehen (Zum Vergleich des Verlaufs ohne Grundwasser betrachte man Bild 6.80). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist die der Scherwelle (143 m/s). Die horizontale Komponente dagegen (Bild 6.93) breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 274 m/s aus. Dies entspricht der Kompressionswellengeschwindigkeit in dem Bereich bei  $z = 1.0$  m. Aus Bild 6.90 ist desweiteren abzulesen, daß bei Erreichen des Grundwasserhorizonts ( $z = 1.0$  m) ein Wechsel in der Schwingungsform auftritt. Eine vorherrschende Wellenlänge kann in diesem Bereich nicht bestimmt werden, da ebenfalls Interferenzerscheinungen vorhanden sind. Mit zunehmender Tiefe bilden sich dann jedoch klarere Wellenzüge aus. Dabei ist festzustellen, daß sich die vertikalen Komponenten (Bilder 6.91 und 6.92) mit Scherwellengeschwindigkeit und die hori-

zontalen Komponenten im mittleren Bereich von  $z = 3.0 - 6.0$  m (Bild 6.94) mit einer Geschwindigkeit, die ca. das 1,3-fache der Scherwellengeschwindigkeit ist, ausbreiten. Da aber infolge der Inkompressibilität des Wassers die Ausbreitung mit Scherwellengeschwindigkeit erfolgen muß, handelt es sich hier um eine scheinbare Ausbreitungsgeschwindigkeit, d.h. die echte Ausbreitungsgeschwindigkeit und damit die echte mittlere Ausbreitungsrichtung wird durch  $\cos\alpha = 1./1.3$  festgelegt.

Für den Bereich von  $z = 7.0$  m bis  $z = 10.7$  m ist für die vertikale Komponente (Bild 6.82) die für Raumwellen typische große Abnahme mit der Entfernung festzustellen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist hier 222 m/s und entspricht wiederum der Scherwellengeschwindigkeit in diesem Bereich. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der horizontalen Komponente (Bild 6.95) ist in einer Tiefe um  $z = 7.0$  m noch das 1,3-fache der Scherwellengeschwindigkeit festzustellen. In einer Tiefe von  $z = 10.7$  m ist dann die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit wie bei vertikalen Komponenten, nämlich 222 m/s, vorhanden. Dadurch wird bewiesen, daß es sich in dem oberen Bereich tatsächlich um eine scheinbare Ausbreitungsgeschwindigkeit handelt, da eine Abnahme der Scherwellengeschwindigkeit unvereinbar ist, mit der Zunahme des Schubmoduls.

#### 6.2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Der Einfluß einer zunehmenden Tiefenlage des Tunnels ist dadurch gekennzeichnet, daß die Antworten des Tunnels infolge der zunehmenden Bodensteifigkeit abnehmen und daß durch die, auf der Tunneldecke aufliegende "mitschwingende Bodenmasse" eine Verschiebung der Erregerfrequenz der Tunneldecke nach "unten" bewirkt wird. Ein System mit Mittelstütze verhält sich hinsichtlich der auftretenden Frequenzen grundsätzlich nicht anders als ein System ohne Mittelstütze, jedoch treten infolge des steiferen Tunnelquerschnitts größere Amplituden im höheren Frequenzbereich um 56 Hz auf. Die Untersuchung des Einflusses der Querschnittsform, durchgeführt durch die Berechnung eines Tunnels mit Kreisquerschnitt, ergibt, daß der Kreisquerschnitt kein wesentlich anderes Frequenzverhalten als ein Rechteckquerschnitt aufweist. Die Erklärung liegt in dem beherrschenden Einfluß des umgebenden Bodens, der sich teils in einer versteifenden Federung, teils in einer mitschwingenden Bodenmasse äußert. Der Unterschied zu einem Rechteckquerschnitt liegt jedoch

darin, daß bei einem Kreisquerschnitt im umgebenden Boden Schwingungen in horizontaler Richtung vorherrschen. Eine große Bodensteifigkeit bewirkt für die Tunnelsohle eine Reduzierung der Amplituden, aber keine grundsätzliche Veränderung des Frequenzverhaltens. Bei der Tunneldecke jedoch wird eine Eigenfrequenzverschiebung von 10 Hz nach 24 Hz festgestellt. Dies ist auf den versteifenden Einfluß des Bodens zurückzuführen. Der Einfluß von Grundwasser äußert sich ähnlich wie eine große Bodensteifigkeit in einer allgemeinen Reduzierung der Tunnelantworten und in einer Erhöhung der Tunneldeckeneigenfrequenz. Zusätzlich ist im umgebenden Boden eine sehr große Abnahme der Amplituden mit wachsender Entfernung und Tiefe vorhanden. Dies ist durch das vorherrschende Auftreten von Scherwellen, bedingt durch die Inkompressibilität des Wassers, erklärbar. Für die Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden kann unterteilt werden in einen oberflächennahen Bereich und einen tiefen Bereich. Die Schwingungsausbreitung im oberflächennahen Bereich, dessen Tiefe mit einer halben Rayleighwellenlänge angegeben werden kann, erfolgt in Form von Rayleighwellen, wobei dieser Bereich vom Frequenzverhalten des gesamten Tunnelbauwerks beeinflußt ist. Das Vorhandensein von Grundwasser wirkt sich in diesem Bereich in der Gestalt aus, daß die im allgemeinen zur Bodenoberfläche parallele Ausbreitung der Rayleighwelle hier unter einem bestimmten Winkel geneigt in bezug auf die x-Achse ist. Die Bewegung eines materiellen Punktes wird dann nicht mehr durch eine senkrecht stehende Ellipse dargestellt, sondern die Hauptachsen der Ellipse sind für diesen Fall geneigt.

Der tiefe Bereich, größer als eine halbe Rayleighwellenlänge, zeigt im wesentlichen das Frequenzverhalten der Tunnelsohle. In diesem Bereich erfolgt die Ausbreitung für die Fälle ohne Grundwasser durch eine Überlagerung von Scher- und Kompressionswellen, mit Grundwasser fast ausschließlich durch Scherwellen.

Bei der Analyse des Wahrscheinlichkeitsverhaltens ergibt sich, daß die Zufallsprozesse der Systemantworten dargestellt werden können, durch eine aus den mechanischen Eigenschaften der betrachteten Systemstelle resultierenden Hauptschwingung, der ein bandbegrenzter Rauschprozeß überlagert ist, dessen spektrale Leistungsdichte "klein" in bezug auf die Hauptschwingung ist.

## 7. Zusammenfassung der Arbeit

Es existiert bisher kein Verfahren, mit dem die Erschütterungen infolge U-Bahn-Verkehr vorausberechnet werden können, da einerseits kein nachgewiesenes geeignetes Rechenmodell für das System "Tunnel im Boden" vorliegt und andererseits die Erregung bislang unbekannt ist. Gegenstand dieser Arbeit ist daher die Entwicklung, Lösung und Überprüfung eines Rechenmodells für das System "Tunnel im Boden" sowie die Berechnung von Erregerprozessen mit dem Ziel, die Erschütterungen infolge U-Bahn-Verkehr vorauszuberechnen. Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Analyse einer Klasse von typischen Systemen, wobei das Frequenz- und Amplitudenverhalten sowie die Art der Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden untersucht wird.

Das Rechenmodell ist ein ebenes Kontinuumsmodell nach der Methode der finiten Elemente. Die Berechnung der Schwingungsausbreitung seitlich des FE-Gebietes erfolgt mit einem von WAAS [ 80 ] entwickelten Verfahren. Für die untere Berandung des FE-Gebietes werden viskose Dämpferelemente angesetzt, die Reflexionen an dieser Systemgrenze vermeiden (siehe LYSMER/KUHLEMEYER [ 53 ]). Das verwendete finite Element, von dessen Verhalten die Genauigkeit der Ergebnisse in entscheidender Weise abhängt, ist ein isoparametrisches, nichtkompatibles Viereckselement, mit linearem Verschiebungsfeld an den Elementrändern und quadratischem Verschiebungsfeld im Elementinnern. Dieses Element erwies sich in einer Untersuchung mehrerer Elemente als geeignetstes im Sinne eines Energieminimums. Für das Materialverhalten wird ein linear-viskoelastisches Stoffgesetz zugrunde gelegt, wobei die Materialdämpfung durch einen komplexen Schubmodul berücksichtigt wird, dessen Größen experimentell bestimmt werden. Innerhalb des FE-Gebietes sind die Geometrie und die Materialeigenschaften beliebig. Die seitlichen Bereiche werden als horizontal geschichtet angenommen. Durch Messungen an einem realen Tunnelsystem, das durch einen mechanischen Unwuchterreger harmonisch erregt wird, wird das Rechenmodell überprüft und dessen Eignung nachgewiesen. Um die Meßergebnisse mit den Rechenergebnissen vergleichbar zu machen, wird durch eine sinnvolle Versuchsanordnung ebene Erregung simuliert.

Entsprechend den realen Gegebenheiten wird die Erregung als stationär stochastischer Prozeß betrachtet. Die Übertragungsbeziehungen eines linearen Systems mit endlich vielen Freiheitsgraden, das durch stationär stochastische Prozesse erregt wird, werden angegeben. Das Wahrscheinlichkeitsverhalten der Erreger- und Antwortprozesse wird durch Gaußverteilungsdichten beschrieben und deren Gültigkeit durch Histogramme nachgewiesen, die aus gemessenen zeitlichen Antwortverläufen berechnet werden.

Es wird ein Verfahren entwickelt, mit dem die Erregerprozesse aus gemessenen zeitlichen Antwortverläufen und aus den Übertragungsfunktionen des Systems berechnet werden. Die Übertragungsfunktionen werden mit Hilfe des Rechenmodells berechnet. Den Antwortprozessen wird eine 95 %-ige statistische Sicherheit zugrunde gelegt, die durch Mittelung einer entsprechenden Anzahl von Antwortprozessen erreicht wird. Die Erregung wird in Form spektraler Leistungsdichten angegeben, wobei als Parameter die Zuggeschwindigkeit von 30 - 70 km/h eingeführt wird. Aus den berechneten spektralen Leistungsdichten der Erregerprozesse wird gezeigt, daß es vier Hauptfrequenzbereiche der Erregung gibt, deren Ursachen aus Zugeigenschaften (Nicken, Tauchen, Wanken des Wagenkastens, Biegeschwingungen der Achsen und Räder), aus Eigenschaften des Schienen-Schwellen-Systems und aus dem Schwellenabstand im Zusammenhang mit der Fahrgeschwindigkeit erklärt werden.

Bei der Analyse typischer Systeme wird der Einfluß der Tiefenlage des Tunnels, der Einfluß der Querschnittsform (Rechteckquerschnitt ohne und mit Mittelstütze, runder Querschnitt), der Einfluß eines verfestigten Bodens sowie die Lage des Tunnels in Grundwasser untersucht. Die Auswirkung dieser Einflüsse auf das Frequenz- und Amplitudenverhalten des Tunnels und des umgebenden Bodens wird diskutiert. Hier wird insbesondere gezeigt, daß sich der Boden in bezug auf den Tunnel, teils in einer versteifenden Federung, die eine Reduzierung der Tunnelamplituden nach sich zieht, teils für einen bestimmten Frequenzbereich in einer "mitschwingenden Bodenmasse" äußert, die eine Verschiebung der Resonanzfrequenz der Tunneldecke bewirkt. Die Art der Schwingungsausbreitung im umgebenden Boden wird in prinzipieller Weise geklärt. Es wird gezeigt, daß es einen "oberflächennahen Bereich" gibt, dessen Frequenzverhalten vom

Frequenzverhalten des gesamten Tunnelbauwerks beeinflusst wird. Die Abstrahlung erfolgt hier in Form von Rayleighwellen. Der nachfolgende "tiefe Bereich" wird vorwiegend vom Frequenzverhalten der Tunnelsohle bestimmt. Die Ausbreitung erfolgt hier in Form von Kompressions- und Scherwellen, bzw. beim Vorhandensein von Grundwasser fast ausschließlich in Form von Scherwellen.

Die Anwendung dieses Verfahrens für eine reale Situation stellt sich folgendermaßen dar:

Das gegebene System wird hinsichtlich der Geometrie und den Materialeigenschaften des Tunnels und des umgebenden Bodens analysiert und in ein FE-Netz aufgeteilt. Als Erregung werden für eine bestimmte Geschwindigkeit im Bereich von 30 - 70 km/h die in dieser Arbeit errechneten spektralen Leistungsdichten angesetzt und danach die Antworten des Systems an beliebigen Punkten berechnet. Für die Analyse des Schwingungsverhaltens eines in der Nähe befindlichen Gebäudes werden die Antworten insbesondere an den Fundamenten benötigt. Diese dort berechneten Antworten werden dann als Eingangsgrößen in eine nachfolgende Berechnung des Schwingungsverhaltens des Gebäudes benutzt. Diese Art der nachfolgenden Berechnung wurde bereits von RÜCKER in [ 64 ] gezeigt. Zusätzlich zu der dort angegebenen Methode folgt hier die Berechnung des Wahrscheinlichkeitsverhaltens der Antworten des Gebäudes.

## Literaturverzeichnis

- [ 1 ] Archer, J.S.: Consistent Mass Matrix for Distributed Mass Systems, Jour. Struct. Div., ASCE, vol. 89, no. ST4, pp. 161-178, 1963.
- [ 2 ] Arnold, R.N., Bycroft, G.N. an G.B. Warburton: Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid, Jour. Appl. Mech., vol. 77, pp. 391-401, 1955.
- [ 3 ] Awojobi, A.O. and P. Grootenhuis: Vibration of Rigid Bodies on Semi-infinite Elastic Media, Proc., Royal Soc. London, vol. 287, ser. A, pp. 27-63, 1965.
- [ 4 ] Awojobi, A.O.: Torsional Vibration of a Rigid Circular Body on an Infinite Elastic Stratum, Int. Jour. Solids Structures, vol. 5, pp. 369-378, 1969.
- [ 5 ] Barkan, D.D.: Dynamics of Bases and Foundations, McGraw-Hill, New York, 1962.
- [ 6 ] Bycroft, G.N.: White noise representation of earthquakes. J.Eng.Mech.Div., Proc. ASCE, 86 (EM2), pp. 1-16, 1960.
- [ 7 ] Cartwright, D.E. and M.S. Longuet-Higgins: The Statistical Distributions of the Maxima of a Random Function, Proc.R. Soc., ser. A, vol. 237, pp. 212-232, 1956.
- [ 8 ] Clough, R.W.: The Finite Element Method in Plane Stress Analysis, Proc. 2nd ASCE Conf. on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa., 1960.
- [ 9 ] Clough, R.W.: Earthquake response of structures. In: R.L. Wiegel (Editor), Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., Chapter 12, 1970.
- [ 10 ] Clough, R.W. and J. Penzien: Dynamics of Structures. McGraw-Hill, New York, 1975.
- [ 11 ] Corotis, R. and E.H. Vanmarcke: On the time-dependent frequency content of oscillator frequency content. J. Eng.Mech. Div., Proc. ASCE, 101 (EM5), 1975.
- [ 12 ] Corotis, R., Vanmarcke, E.H. and C.A. Cornell: First passage of nonstationary random processes. J.Eng.Mech. Div., Proc. ASCE, 98 (EM2), pp. 401-414, 1972.
- [ 13 ] Crandall, S.H., Chandiramani, K.L. and R.G. Cook: Some first passage problems in random vibrations. J.Appl. Mech., 33 (Ser.E), pp. 532 ff, 1966.
- [ 14 ] Crandall, S.H.: First-crossing probabilities of the linear oscillator. J.Sound Vib., 12, pp. 285-300, 1970.
- [ 15 ] Crandall, S.H.: Nonlinearities in structural dynamics. Shock Vib. Dig., 1974.

- [ 16 ] Crandall, S.H. and W.D. Mark: Random Vibration in Mechanical Systems. Academic Press, New York, 1963.
- [ 17 ] Damrath, R.: Stochastisches Modell zur seismischen Analyse von Bauwerken mit Anwendung auf Kernkraftwerke. Diss. TU-Berlin, 1974.
- [ 18 ] Davenport, A.G.: Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proc. Inst. Civ. Eng., vol. 28, pp. 187-196, 1964.
- [ 19 ] Di Maggio, F.L., H.H. Bleich: An Application of an Dynamic Reciprocal Theorem, Jour. Appl.Mech. ASME, vol. 29, pp. 678-679, 1959.
- [ 20 ] Deutsche Bundesbahn:  
 NN (1959), Deutsche Bundesbahn: Oberbaummessungen an der Meßbasis Pölling bei km 69,4 im Gleis Regensburg - Nürnberg, Versuchsanstalt Minden, VW 05/50 Iov 502.  
 NN (1973), Deutsche Bundesbahn: Einsenkungsmessungen im Abschnitt mit schotterlosem Oberbau im Bf Oelde (Gleis 5), Versuchsanstalt Minden, L 6/L 610 Iov 608.  
 NN (1973), Deutsche Bundesbahn: Versuche zur Körperschall- und Luftschallminderung bei unterirdischen und oberirdischen Eisenbahnstrecken, BZA München, P/Eeark.  
 NN (1975), Deutsche Bundesbahn, Berichtsvermerk: Rad-aufstandskräfte Q auf verschiedenen Oberbauarten, v = 160 - 250 km/h, Versuchsanstalt Minden, L 1 - Iov 55 107.  
 NN (1976), Deutsche Bundesbahn: Messungen der vertikalen Bewegungen der Betontragplatte gegenüber der Styroporbetontragschicht unter fahrenden Zügen am Versuchsoberbau im Bf. Oelde und Rheda, Versuchsanstalt Minden, L 6/L 631 Iov 55 620.
- [ 21 ] Dolling, H.J.: Die Abschirmung von Erschütterungen durch Bodenschlitze, Die Bautechnik, vol. 47, pp. 151-158, pp. 193-204, 1970.
- [ 22 ] Drnevich, V.P., Hall, J.R. an F.E. Richart Jr.: Effects of Amplitude of Vibration on the Shear Modulus of Sand, Proceedings, of the International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Albuquerque, N.M., pp. 189-199, 1967.
- [ 23 ] Drnevich, V.P. and F.E. Richart Jr.: Dynamic Pre-straining of Dry Sand, J. of the Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, No. SM2 March, pp. 453-469, 1970.
- [ 24 ] Golup, G.: Numerical Method for Solving Linear Least Squares Problems, Numerische Mathematik Vol. 7, Nr. 3, pp. 206-216, 1965.

- [ 25 ] Hall, J.R., Jr.: Effect of Amplitude on Damping and Wave Propagation in Granular Materials, Thesis presented to the Univ. of Florida, at Gainesville, Fla., in 1961 in partial fulfillment of the requirements for the degree Doctor of Philosophy.
- [ 26 ] Hall, J.F., Jr. and F.E. Richart, Jr.: Dissipation of Elastic Wave Energy in Granular Soils, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No. SM6, Proc. Paper 3698, pp. 27-56, Nov. 1963.
- [ 27 ] Hardin, Bobby O. and F.E. Richart, Jr.: Elastic Wave Velocities in Granular Soils, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No. SM1, Proc. Paper 3407, pp. 33-65, Febr. 1963.
- [ 28 ] Hardin, Bobby O.: The Nature of Damping in Sands, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 91, No. SM1, Proc. Paper 4206, pp. 63-97, Jan. 1965.
- [ 29 ] Hardin, Bobby O.: Dynamic Versus Static Shear Modulus for Dry Sand, Materials, Research and Standards, ASTM, Vol. 5, No. 5, pp. 232-235, May 1965.
- [ 30 ] Hardin, Bobby O. and William L. Black: Sand Stiffness Under Various Triaxial Stresses, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 92, No. SM2, Proc. Paper 4712, pp. 27-42, March 1966.
- [ 31 ] Hardin, Bobby O. and William L. Black: Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 94, No. SM2, Proc. Paper 5833, pp. 353-369, March 1968.
- [ 32 ] Hardin, Bobby O. and William L. Black: J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 95, No. SM6, pp. 1531-1537, Nov. 1969, Schluß von Ref. [ 31 ].
- [ 33 ] Hardin, Bobby O. and V.P. Drnevich: Shear Modulus and Damping in Sands-I. Measurement and Parameter Effects, submitted for publication in the J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1970.
- [ 34 ] Hardin, Bobby O. and V.P. Drnevich: Shear Modulus and Damping in Sands, II. Design Equations and Curves, Companion paper submitted to J. of Mechanics and Foundations Division, ASCE
- [ 35 ] Hauck, G., Willenbrink, L. und C. Stüber: Körperschall- und Luftschallmessungen an unterirdischen Schienenbahnen, ETR-Eisenbahntechnische Rundschau, H. 7/8, S. 289-300, 1972.
- [ 36 ] Holzlöhner, U.: A Contribution to Soil-Structure Interaction, CREST Specialist Meeting on Antiseismic Design of Nuclear Power Plants, 10 S., Pisa 1972.
- [ 37 ] Holzlöhner, U.: A Finite Element Analysis for Time-Dependent Problems, Int. J. Num. Methods in Eng., 8, S. 55-69, 1974.

- [ 38 ] Ikemori, M. and Y. Itagaki: Some Statistical Characteristic of Track Irregularities, Quarterly Reports der Japanischen Staatsbahnen, S. 38, 1976.
- [ 39 ] Jellinek, Schubert: Abschlußbericht des Forschungsvorhabens: Dynamische Beanspruchung des Untergrundes von Gleisen bei Fahrgeschwindigkeiten bis zu 300 km/h und Achslasten bis zu 25 Mp, Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Universität München.
- [ 40 ] Kazamaki, T.: Subway vibration control, Japan Railway Civil Engineering Association, S. 38, 1977.
- [ 41 ] Kegel, Fritz: U-Bahnen in Deutschland, Alba Buchverlag, Düsseldorf, 1971.
- [ 42 ] Kobayashi, Y. and J. Kawamata: An Experimental Study on the Attenuation of the Ground Vibrations by a Trench, Quarterly Reports der Japanischen Staatsbahnen, pp. 30, 1965.
- [ 43 ] Kobayashi, Y., Ubukata, T. and K. Kumagai: Ground Vibration Due to Running Trains on an Elevated Railroad Bridge, Quarterly Reports, Vol. 12, No. 1, pp. 7-11, 1971.
- [ 44 ] Kobayashi, Y.: Vibration Nuisance Caused by Running Trains Its Countermeasures, Quarterly Reports der Japanischen Staatsbahnen, pp. 19, 1974.
- [ 45 ] Koch, H.W., Oelkers, H.D. und D. Uderstädt: Tiefabgestimmte Gleislagerung für U-Bahnen zur Schwingungs- und Körperschalldämmung bei Gebäudeunterfahrungen, Straße-Brücke-Tunnel, 22, S. 57-63, 1971.
- [ 46 ] Koch, H.W. und H.D. Oelkers: Schwingungen in der Nachbarschaft von U-Bahntunneln, VDI-Berichte, Nr. 88, S. 43-45, 1965.
- [ 47 ] Koch, H.W. et al: Untersuchungen dynamischer Vorgänge bei U-Bahntunneln und in deren Umgebung, Schriftenreihe für Verkehr und Technik, Heft 27, 1966.
- [ 48 ] Kolsky, H.: Stress Waves in Solids, Dover Publications, Ins., New York, 1963.
- [ 49 ] Kuhlemeyer, R.: Vertical Vibrations of Footings Embedded in Layered Media, Ph. D. Dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1969.
- [ 50 ] Lin, Y.K.: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, New York, 1967.
- [ 51 ] Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the height of sea waves, J. Marine Res. II, pp. 245-266, 1952.
- [ 52 ] Lorenz, H.: Grundbaudynamik, Springer-Verlag, 1960.
- [ 53 ] Lysmer, J. and R.L. Kuhlemeyer: Finite Dynamic Model for Infinite Media, J. Engineering Mech. Div. ASCE, Vol. 95, no. EM4, pp. 859-877, 1969.

- [ 54 ] Lysmer, J.: Lumped Mass Method for Rayleigh Waves, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 60, pp. 89-104, 1970.
- [ 55 ] Morii, T.: Development of Shinkansen Vibrations-Isolation techniques, Japan Railway Civil Engineering Association, pp. 11, 1977.
- [ 56 ] Moritzen, P.: Untersuchung der Möglichkeit einer fahrdynamisch optimalen Trassierung mit Hilfe eines geeigneten mathematischen Modells, Diplomarbeit TU-Berlin, 1977.
- [ 57 ] Oelkers, H.D. und H.W. Koch: Ergebnisse von Schallmessungen bei verschiedenen Oberbauarten des Nahverkehrs, VDI-Bericht Nr. 170, S. 19-27, 1971.
- [ 58 ] Ostrowski, A.M.: On the Convergence of the Rayleigh Quotient Iteration for the Computation of the Characteristic Roots and Vectors, I-VI, Arch. Rat. Mech. Anal., vol. 3,4,5, 1958-59.
- [ 59 ] Resch, F.J. und R. Abel: Spectral Analysis using Fourier Transform Techniques, Int. J. f. Num. Methods in Eng., Vol. 9, pp. 869-902, 1975.
- [ 60 ] Rice, S.O.: Mathematical Analysis of Random Noise, Bell System Techn. J., Part I, Vol. 23, pp. 282-332, 1944. Part II, Vol. 24, pp. 46-156, 1945.
- [ 61 ] Richart, F.E., Jr., Hall, J.R., Jr. and R.D. Woods: Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
- [ 62 ] Richart, F.E., Jr. Hall, J.R., Jr. and R.D. Woods: Behaviour of Dynamically Loaded Soils, Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 151-170, 1970.
- [ 63 ] Rücker, W., U. Holzlöhner: Structures Subjected to Traffic Induced vibrations, erscheint in Kürze.
- [ 64 ] Rücker, W.: Auswirkung von U-Bahn-Erschütterungen auf geplante Gebäude, Die Bautechnik, S. 218-226, 7/1978.
- [ 65 ] Roesset, J.M., Whitman, R.V. and R. Dobry: Modal analysis with foundation interaction, J.Struct. Div., Proc. ASCE, 99 (ST3), 1973.
- [ 66 ] Satoh, Y. and M. Toyoda: Deformation of Railway Track under High-Speed Train, Measurements on the Test-Run Section of the New Tokaido Line, Quarterly Reports der Japanischen Staatsbahnen, S. 20, 1966.
- [ 67 ] Sato, Y., Usami, T. and Y. Satoh: Development of Ballast-Mat., Quarterly Reports der Japanischen Staatsbahnen, S. 125, 1974.
- [ 68 ] Sarrazin, M., Roesset, J.M. and R.V. Whitman: Dynamic soil-structure interaction, J. Struct. Div. Proc. ASCE, 98 (ST7), 1972.

- [ 69 ] Seed, H.B.: Site-Dependent Spectra for Earthquake, Resistant Design Report Nr. EERC 74-112, University of California, Berkeley, 1974.
- [ 70 ] Seed, H.B. and I.M. Idriss: Influence of soil conditions on ground motions during earthquakes, J. Soil Mech. Found. Div., Proc. ASCE, 95 (SM1), pp. 99-137, 1969.
- [ 71 ] Seed, H.B. and I.M. Idriss: Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses, Report No. EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1970.
- [ 72 ] Silver, M.L.: Noise and Vibration Control in New Rapid Transit, Transportation Engineering J. Proc. of the American Society of Civil Engineers, TE4, pp. 891-908, Nov. 1972.
- [ 73 ] Steinbeisser, L.: Ein Beitrag zur Schwingungsabwehr bei Untergrundbahnen mit oberbautechnischen Mitteln, Lärmbekämpfung, S. 9-13, 1970.
- [ 74 ] Spang, J.: Verformungen des Untergrunds von Eisenbahngleisen und seine Stabilisierung, Rundschau, Heft 10, S. 376-384, 1972.
- [ 75 ] Teichen, K.T.: Über die innere Dämpfung von Beton, Mitteilung Otto-Graf-Institut, Stuttgart, Heft 38, 1968.
- [ 76 ] Vanmarcke, E.H.: Properties of spectral moments with applications to random vibration, J. Eng. Mech. Div., ASCE, 98, pp. 425, 1972.
- [ 77 ] Vanmarcke, E.H.: On the distribution of the first-passage time for normal stationary random processes, J. Appl. Mech., 42 (Ser. E), pp. 215-220, 1975.
- [ 78 ] Vanmarcke, E.H. and C.A. Cornell: Seismic risk and design response spectra, Proc. ASCE Specialty Conf. on Safety and Reliability of Metal, pp. 1-25, 1972.
- [ 79 ] Vanmarcke, E.H. and D. Veneziano: Probabilistic seismic response of simple inelastic systems, Proc. 5th WCEE, Rome, 1973.
- [ 80 ] Waas, G.: Analysis Method for Footing Vibrations through layered Media, US-Army-Engineer-Waterways Experiment Station, Sept. 1972.
- [ 81 ] Weding, W.: Zufallsschwingungen, VDI-Berichte Nr. 221, S. 85-97, 1974.
- [ 82 ] Whitman, R.V. and F.E. Richart, Jr.: Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 93, No. SM6, pp. 169-193, Nov. 1967.
- [ 83 ] Whitman, R.V.: The Current Status of Soil Dynamics, Applied Mechanics Reviews, Vol. 22, No. 1, pp. 1-8, 1969.

- [ 84 ] Whitman, R.V.: The Response of Soils to Dynamic Loadings, Report No. 26, Contract Report No. 3-26, US-Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi, Mai 1970.
- [ 85 ] Wilkinson, J.H.: The Algebraic Eigenvalue Problem, Clarendon Press, Oxford, 1965.
- [ 86 ] Wilson, E.L.: Finite Element Analysis of Two-Dimensional Structures, Structural Engineering Laboratory Report No. 63-2, Univ. of California, Berkeley, 1963.
- [ 87 ] Wilson, E.L.: Structural Analysis of Axisymmetric Solids, J. Am. Institute of Aeronautics and Astronautics, Vol. 3, No. 12, 1965.
- [ 88 ] Winkel, G.: Zur Berechnung des dynamischen Verhaltens von Tragwerkssystemen bei deterministischen und stochastischen Belastungseinflüssen, Diss. 74, TU-Bochum.
- [ 89 ] Woods, R.D.: Screening of Surface Waves in Soils, J. Soil.Mech.Found. Div., ASCE, Vol. 94, No. SM4, pp. 951-979, 1968.
- [ 90 ] Zienkiewicz, O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, 1971.
- [ 91 ] Noise and vibration characteristics of high speed transit vehicles, Ost-Ona, Berkeley, Cal, June 1971.

## Anhang A – Untersuchung zur Auswahl eines geeigneten Elementtyps

### A1 Elemente

Zur Betrachtung kommen hier nur ebene Spannungs- oder Formänderungszustände. Eines der einfachsten Elemente, die für diesen Zweck zur Verfügung stehen, ist ein rechteckiges 4-Knoten-Element (R4) mit der Verschiebungsfunktion

$$\begin{aligned} u_x(x,y) &= a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot xz \\ u_z(x,y) &= b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot xz \end{aligned} \quad (A1)$$

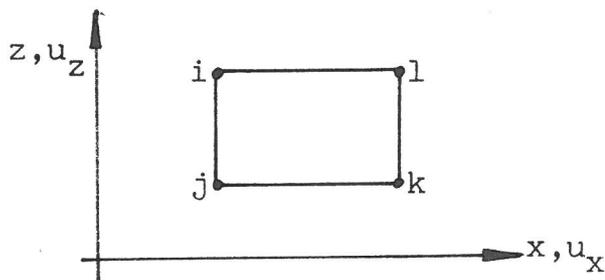


Bild A1  
R 4-Element

Durch Einführung von Eigenkoordinaten,  $s$ ,  $t$ , die auf die Grenzen  $s, t = \pm 1$  normiert sind, erhält man ein sogenanntes isoparametrisches Element (Q4) mit dem linearen Verschiebungsansatz

$$\begin{aligned} u_x(s,t) &= a_0 + a_1 \cdot s + a_2 \cdot t + a_3 \cdot st \\ u_z(s,t) &= b_0 + b_1 \cdot s + b_2 \cdot t + b_3 \cdot st \end{aligned} \quad (A2)$$

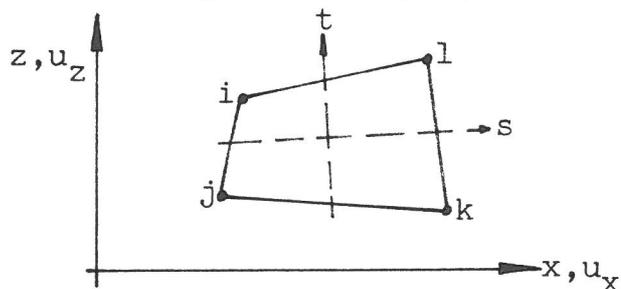


Bild A2  
Q 4-Element

Durch Hinzufügung eines "inneren" Freiheitsgrades gewinnt man ein Element mit linearen Verschiebungen an den Elementrändern und quadratischem Verschiebungsfeld im Elementinnern. Die Verschiebungsfunktionen für dieses Q5-Element lauten:

$$\begin{aligned} u_x(s,t) &= a_0 + a_1 s + a_2 t + a_3 s t + a_4 (1-s^2) (1-t^2) \\ u_z(s,t) &= b_0 + b_1 s + b_2 t + b_3 s t + b_4 (1-s^2) (1-t^2) \end{aligned} \quad (A3)$$

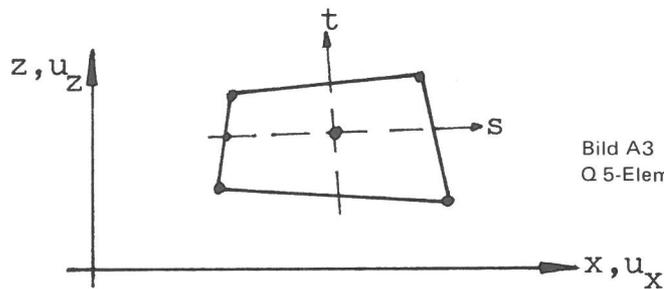


Bild A3  
Q 5-Element

Ein quadratisches Verschiebungsfeld über das ganze Element erhält man durch das 8-KnotenElement Q8 mit dem Verschiebungsansatz

$$\begin{aligned} u(s,t) &= a_0 + a_1 s + a_2 t + a_3 st + a_4 s^2 t + a_5 s t^2 + a_6 s^2 + a_7 t^2 \\ v(s,t) &= b_0 + b_1 s + b_2 t + b_3 st + b_4 s^2 t + b_5 s t^2 + b_6 s^2 + b_7 t^2 \end{aligned} \quad (A4)$$

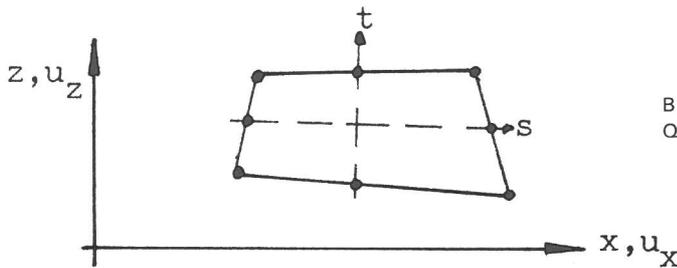


Bild A4  
Q 8-Element

Ein besonderes Element, das "weicher" ist und damit der "wahren" Systemsteifigkeit näher kommt, kann aus dem Q4 bzw. Q5 Element entwickelt werden.

Geht man zunächst von dem Verschiebungsansatz für das Q4-Element aus und betrachtet die, den Basisfunktionen 1, s, t, st zugehörigen Elementverschiebungen, so erkennt man, daß die Funktionen

$$\begin{aligned} \langle u_x, u_z \rangle &= 1 && \text{Starrkörperverschiebungen} \\ u_x &= s; u_z = t && \text{konstanten Normalkraftverzerrungen} \\ u_x &= t; u_z = s && \text{konstanten Schubkraftverzerrungen} \end{aligned}$$

entsprechen.

Diese 3 Basisfunktionen sind in der Lage, einen beliebigen Verzerrungszustand vollkommen zu beschreiben. Übrig bleiben noch die Basisfunktionen

$$\begin{aligned} u_x &= s \cdot t \\ u_z &= s \cdot t \end{aligned} \quad (A5)$$

denen lineare Schubkraftverzerrungen entsprechen. Vergleicht man nun ein Balkenelement, das nach der Bernoulli-Euler-

Theorie verformt ist (ebene Querschnitte sind nach der Verformung eben) mit der Verformung nach den Basisfunktionen, so stellt man fest, daß das Q4-Element mit dem Ansatz nach Gl. A2 steifer ist, als das Balkenelement. Entfernt man die zu der Basisfunktion  $\langle s \cdot t \rangle$  zugehörigen linearen Schubkraftverzerrungen von dem Element, so ist ein verbessertes Verhalten des Elements auf Biegebeanspruchung zu erwarten. Dies bedeutet, daß die Normalkraftverzerrungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_z$  mit Gl. A2 berechnet werden, die Schubkraftverzerrungen  $\nu_{xz}$  aber nach

$$\begin{aligned} u_x(s,t) &= a_0 + a_1 \cdot s + a_2 \cdot t \\ u_z(s,t) &= b_0 + b_1 \cdot s + b_2 \cdot t \end{aligned} \quad (A6)$$

Dieses so konzipierte Element wird als QM4 bzw. bei Ansatz des inneren Freiheitsgrades als QM5 bezeichnet.

Für die weitere Untersuchung werden nur die Q4, Q5, QM4, QM5 und Q8-Elemente verwendet, da das R4-Element in dem Q4-Element enthalten ist. Desweiteren soll hier erwähnt werden, daß aus den Viereckselementen ein Dreieckselement konstruiert werden kann, indem man 2 Knotenpunkte zusammenfallen läßt.

## A2 Untersuchungsmethode

Für harmonische Erregung in der Frequenz  $\omega$  kann der Bewegungszustand eines diskretisierten Kontinuums durch

$$([K] - \omega^2 [M])\{\hat{u}\} = \{\hat{p}\} \quad (A7)$$

beschrieben werden (siehe [ 90 ]).

$[K]$  ist die Systemsteifigkeitsmatrix,  $[M]$  die Systemmassenmatrix,  $\{\hat{u}\}$ ,  $\{\hat{p}\}$  sind die Vektoren der Amplituden der Knotenpunktverschiebungen bzw. der Knotenpunktkräfte.

Die Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrizen  $[K]_e$  und Elementmassenmatrizen  $[M]_e$  erfolgt derart, daß mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen Impulsbilanz in jedem Freiheitsgrad aufgestellt wird [ 90 ]. Dieses Prinzip ist einem Minimum des kinetischen Potentials bei Variation der Knotenpunktverschiebungen äquivalent. Diese Forderung nach

einem Energieminimum wird nun je nach Elementtyp mehr oder weniger gut erfüllt. Welches Element dieses Prinzip relativ am besten erfüllt, kann durch die Lösung des Eigenwertproblems

$$\left( [K]_e - \omega^2 [M]_e \right) \{u\}_e = \{0\} \quad (A8)$$

ermittelt werden.

Da ab jetzt nur Elementmatrizen und Vektoren betrachtet werden, wird der Index e im weiteren weggelassen. Führt man  $\omega^2 = \lambda$  ein, folgt aus Gl. A8 das allgemeine Eigenwertproblem

$$[K]\{u\} = \lambda [M]\{u\}. \quad (A9)$$

Unter der Voraussetzung, daß  $[M]$  nicht singulär ist, kann Gl. A9 durch Linksmultiplikation mit  $[M]^{-1}$  auf das spezielle Eigenwertproblem zurückgeführt werden.

$$[A]\{u\} = \lambda \{u\} \quad (A10)$$

mit

$$[A] = [M]^{-1} [K]. \quad (A11)$$

$[K]$  und  $[M]$  sind in dem betrachteten Fall symmetrische Matrizen. Für  $[A]$  gilt das im allgemeinen nicht mehr. Da im folgenden jedoch von der Symmetrie von  $[M]$  Gebrauch gemacht wird, wird eine Ähnlichkeitstransformation durchgeführt, durch die die Eigenwerte  $\lambda$  nicht verändert werden.

Nach Durchführung der Ähnlichkeitstransformation erhält man:

$$[A] z = \lambda \{z\} \quad (A12)$$

mit

$$[A] = [L]^{-1} [K] [L]^{-T} \quad (A13)$$

und

$$[M] = [L] [L]^T. \quad (A14)$$

Aus der nun symmetrischen Matrix  $[A]$  folgt, daß  $n$  orthogonale Eigenvektoren  $\{z\}_i$  mit den zugehörigen Eigenwerten  $\lambda_i$  auftreten. Mit der Orthogonalitätsbedingung läßt sich Gl. A12 nach  $\lambda$  auflösen, wobei für den  $i$ -ten Eigenvektor  $\lambda_i$  gilt:

$$\lambda_i = \{z\}_i^T [A] \{z\}_i. \quad (A15)$$

Bei dieser sogenannten quadratischen Form der Gl. A15 stellt  $\lambda_i$  ein Maß für die Energie dar, die mit dem i-ten Eigenvektor  $\{z\}_i$  auftritt.

Die Forderung nach einem Minimum des kinetischen Potentials wird dann von demjenigen Element am besten erfüllt, bei dem gilt

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i = \min \quad (\text{A16})$$

### A3 Auswahl der Elementparameter

#### A3.1 Elementgröße

Bei der praktischen Berechnung von kontinuierlichen Systemen wird man versuchen, die Elemente aus Gründen der Rechenzeitersparnis so groß wie möglich zu wählen. Diesem Anspruch sind jedoch Grenzen gesetzt durch die Forderung nach Darstellbarkeit einer Schwingungsperiode und durch die Genauigkeit des Ergebnisses. Von KUHLEMEYER [ 49 ] wurde gezeigt, daß 8 - 12 Knotenpunkte pro Wellenlänge ausreichen, um befriedigende Ergebnisse zu erhalten. Um die Tendenz im Verhalten des einzelnen finiten Elements bei Vergrößerung oder Verkleinerung sichtbar werden zu lassen, werden deshalb drei verschiedene Elementgrößen in der Analyse berücksichtigt.

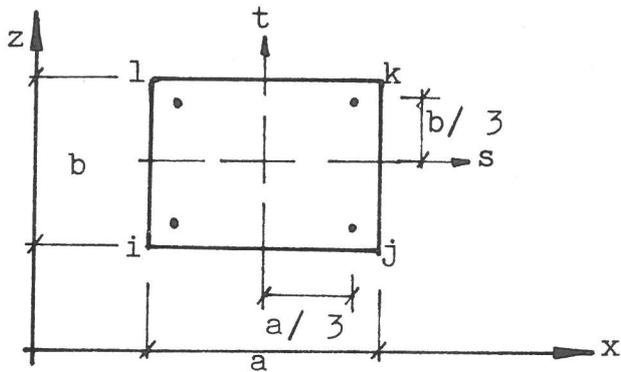
#### A3.2 Elementform

Die Abhängigkeit der Güte des Ergebnisses von der Elementform unterliegt im allgemeinen keinen Gesetzmäßigkeiten, vielmehr wird der Einfluß der Art der Belastung und der dadurch hervorgerufenen Spannungen und Verzerrungen bestimmend sein. Untersucht werden soll deshalb nur ein Element mit den Seitenverhältnissen 1:1, 1:2 bzw. 2:1.

### A4 Ergebnis

Die ausgewählten Elemente sind in der Lage, ebene Deformations- oder ebene Spannungszustände zu beschreiben. Hier werden nur ebene Deformationszustände untersucht.

Die erforderlichen Integrationen, die zur Bestimmung der Elementsteifigkeits- und Elementmassenmatrix durchzuführen sind, erfolgen numerisch durch die Gaußsche Kubatorformel mit vier Stützstellen.



Materialkennwerte

$$G = 1 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$E = 2.5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0.25$$

$$\rho = 2.5 \text{ t/m}^3$$

Bild A5  
Element mit Lage der Integrationspunkte

Nach Durchführung der Rechnungen ergab sich folgendes Ergebnis (siehe Tab. A1):

1. Das beste Element im Sinne eines Energieminimums ist das QM5-Element.
2. Im Gegensatz zu statischer Beanspruchung ist bei dynamischer Beanspruchung eine Verkleinerung des Elements mit einer Vergrößerung der Eigenwerte verbunden. Hier wird der Einfluß der Massenmatrix deutlich. Vergleicht man die Zeilen 1, 5 und 9 der Tabelle A1, so ist zu ersehen, daß bei einer Verkleinerung der Elementseiten um die Hälfte die Eigenwerte um das Doppelte zunehmen. Praktisch bedeutet dies, daß die einzelnen Elemente umso steifer werden, je kleiner die Elementgröße gewählt ist. Für das ganze System jedoch wird ein gewisser Ausgleich stattfinden, da eine Verkleinerung des Elements eine Zunahme der Freiheitsgrade (Knotenpunkte) des Gesamtsystems zur Folge hat.
3. Als beste Elementform empfiehlt sich ein quadratisches Element. Jedoch zeigt die Eigenwertanalyse, daß bei einem Elementseitenverhältnis von 2:1 die Summe der Energie  $E = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  näher bei demjenigen des Seitenverhältnisses 1:1 liegt als bei 2:2.
4. Die Anwendung eines 8-Knoten-Elements mit quadratischem Verschiebungsansatz ergibt keine Verbesserung der Genauigkeit gegenüber dem QM5-Element.

5. Aus durchgeführten Proberechnungen unter Zugrundelegung des Systems eines eingespannten Balkens, der am Kragarmende durch ein Moment harmonisch belastet wurde, ergab sich, daß bei Verwendung des QM5-Elements ein ausreichend genaues Ergebnis bei der Darstellung einer Schwingungsperiode durch 5 - 6 Knotenpunkte erreicht werden kann. Eine Erhöhung der Knotenzahl pro Periode ergab keine Verbesserung im Ergebnis. Die Erklärung für dieses Ergebnis liegt darin, daß bei Verkleinerung des Elements (größere Knotenanzahl pro Periode) das einzelne Element steifer wird. Dieser negative Einfluß wird aber durch die größere Anzahl der Freiheitsgrade wieder ausgeglichen.

Tabelle A1  
Eigenwerte der untersuchten Elemente

Seiten- verhältnis a/b	Element	Eigenwerte $\lambda_i$									
		1	2	3	4	5	6	7	8		
0.5/0.5	Q 4	27713	27713	27713	19596	19596	0	0	0		
	QM 4	27713	24000	24000	19596	19596	0	0	0		
	Q 5	27713	24000	22627	19596	19596	0	0	0		
	QM 5	27713	22627	22627	19596	19596	0	0	0		
1.0/1.0	Q 4	13856	13856	13856	9798	9798	0	0	0		
	QM 4	13856	12000	12000	9798	9798	0	0	0		
	Q 5	13856	12000	11313	9798	9798	0	0	0		
	QM 5	13856	11313	11313	9798	9798	0	0	0		
2.0/2.0	Q 4	6928	6928	6928	4899	4899	0	0	0		
	QM 4	6928	6000	6000	4899	4899	0	0	0		
	Q 5	6928	6000	5656	4899	4899	0	0	0		
	QM 5	6928	5656	5656	4899	4899	0	0	0		
1.0/2.0 2.0/1.0	Q 4	12490	12210	9165	7746	5559	0	0	0		
	QM 4	12210	12000	7745	6000	5559	0	0	0		
	Q 5	12210	11314	8320	7746	5559	0	0	0		
	QM 5	12210	11314	7745	5657	5559	0	0	0		
a/b	Element	1-7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2.0/2.0	Q 8	> 10 <sup>14</sup>	4202 i	6928	5657	5657	4899	4899	0	0	0

Anhang B – Bilder zu Kapitel 6

SYSTEM 1 Normquerschnitt Tiefenlage 1.50 m

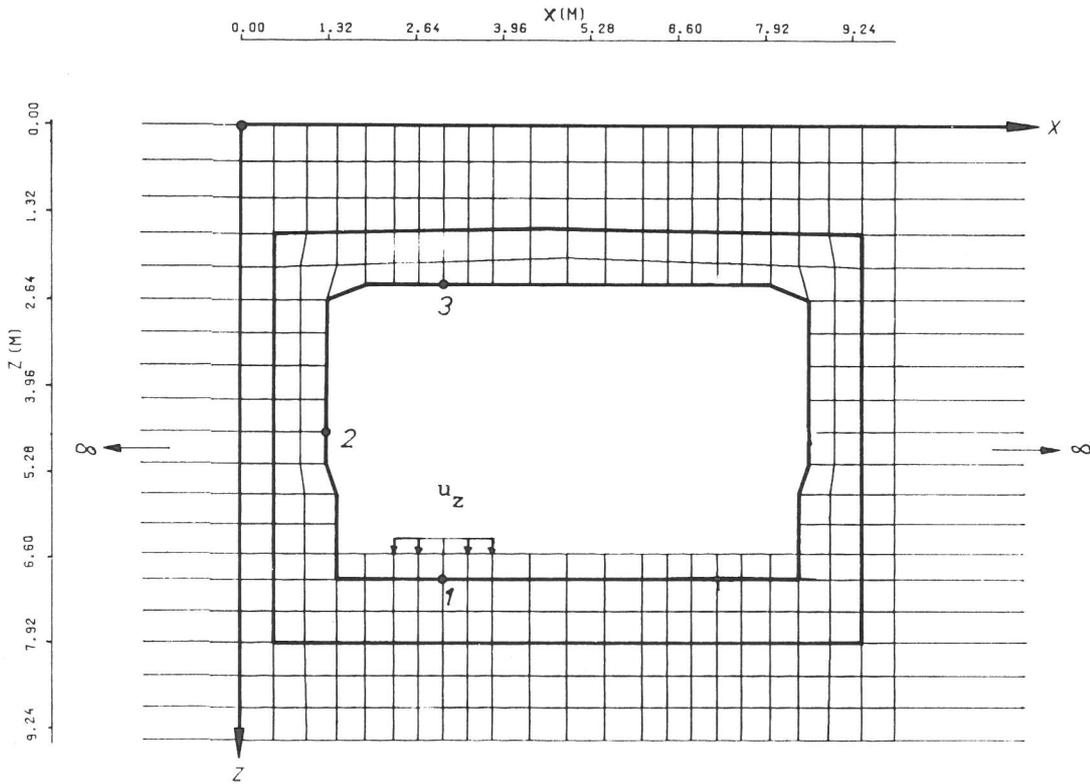


Bild 6.1  
Fe-Netz System 1

SYSTEM 2 NORMQUERSCHNITT TIEFENLAGE 3.50 M

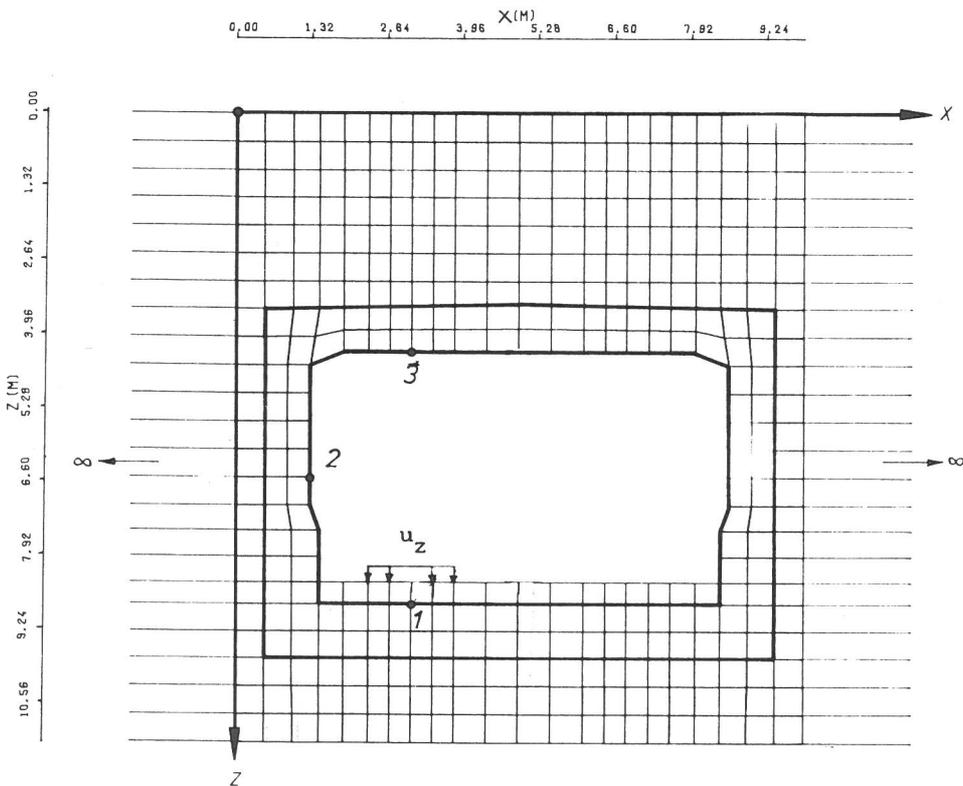


Bild 6.2  
Fe-Netz System 2

SYSTEM 3 NORMQUERSCHNITT TIEFENLAGE 7.00 M

X (M) 0,00 1,98 3,96 5,94 7,92 9,90

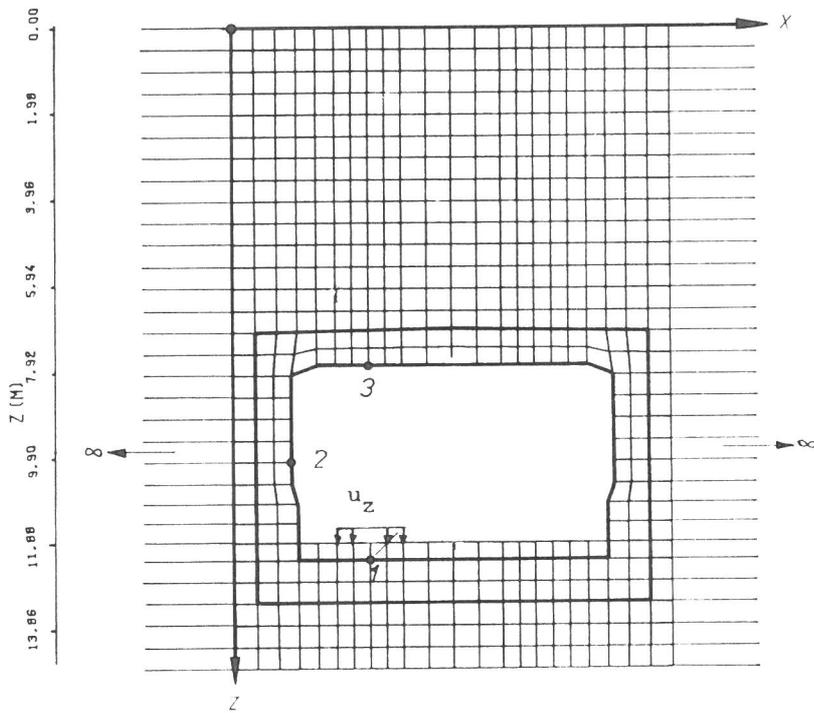


Bild 6.3  
FE-Netz System 3

SYSTEM 4 NORMQUERSCHNITT MIT MITTELSTUETZE TIEFENLAGE 3.50 M

X (M) 0,00 1,32 2,64 3,96 5,28 6,60 7,92 9,24

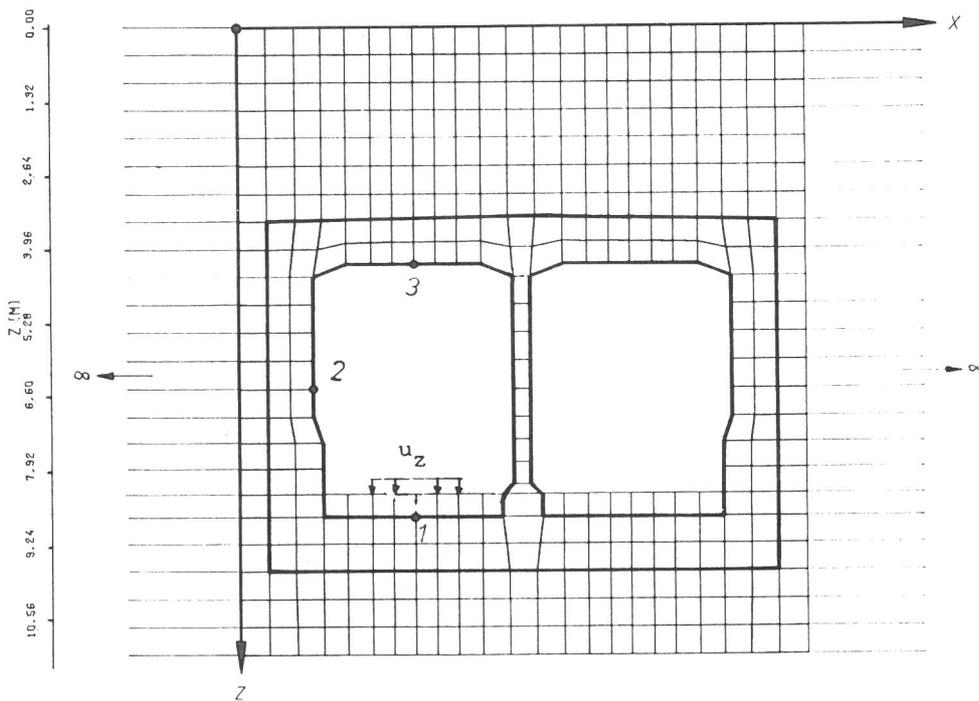


Bild 6.4  
FE-Netz System 4

SYSTEM 5 NORMQUERSCHNITT RUND TIEFENLAGE 1.50 M

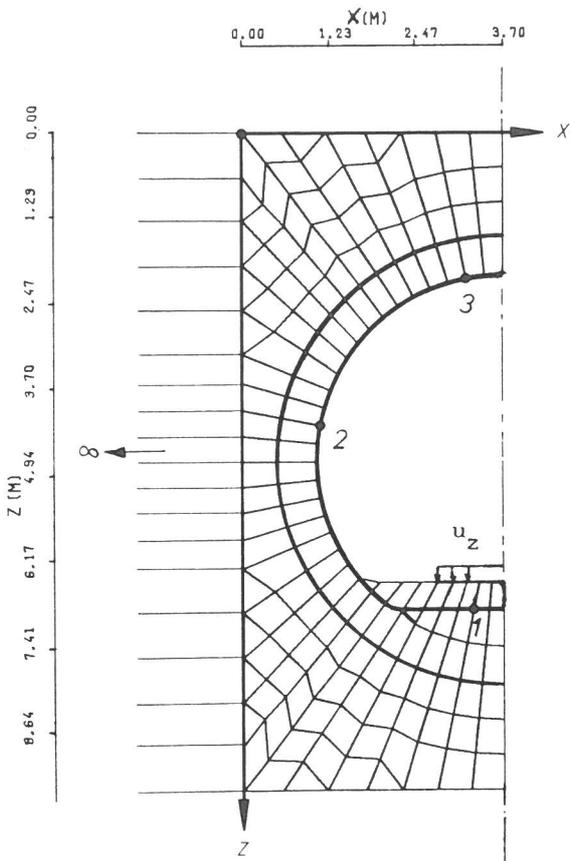


Bild 6.5  
FE-Netz System 5

SYSTEM 6 NORMQUERSCHNITT TIEFENLAGE 3.50 M

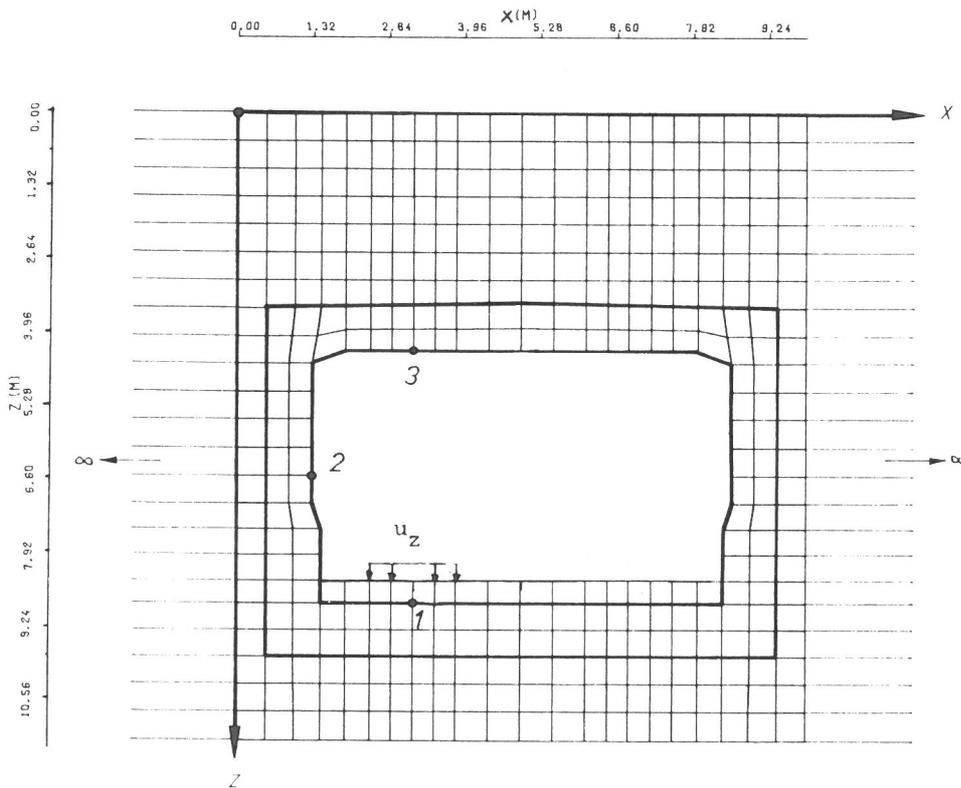


Bild 6.6  
FE-Netz System 6 und System 7

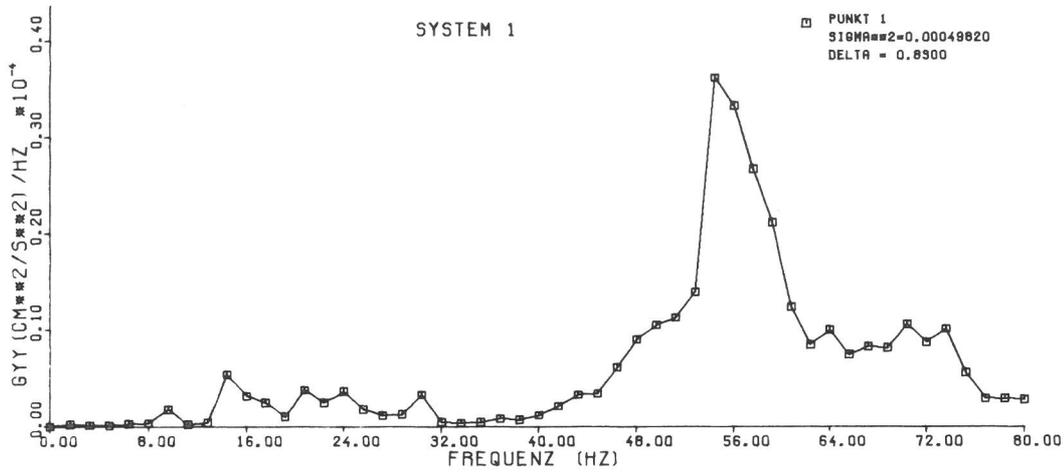


Bild 6.7  
 Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 1

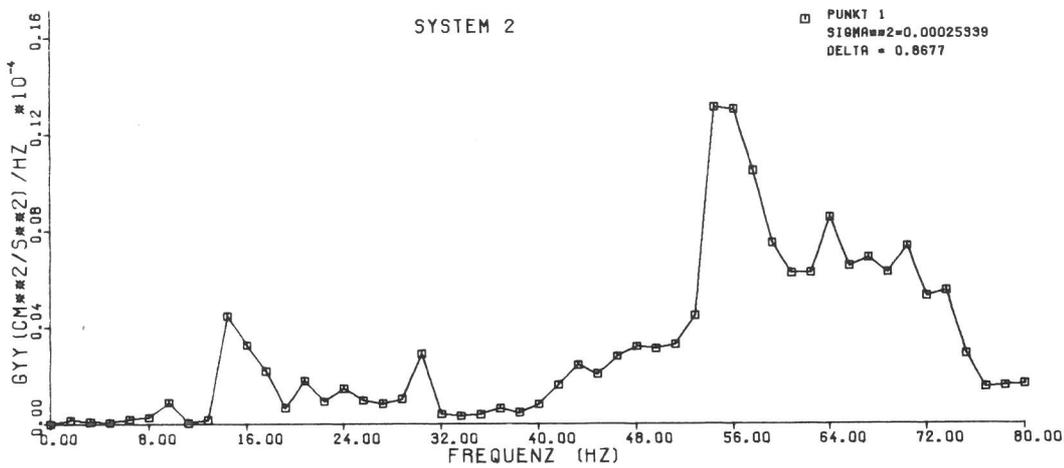


Bild 6.8  
 Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 2

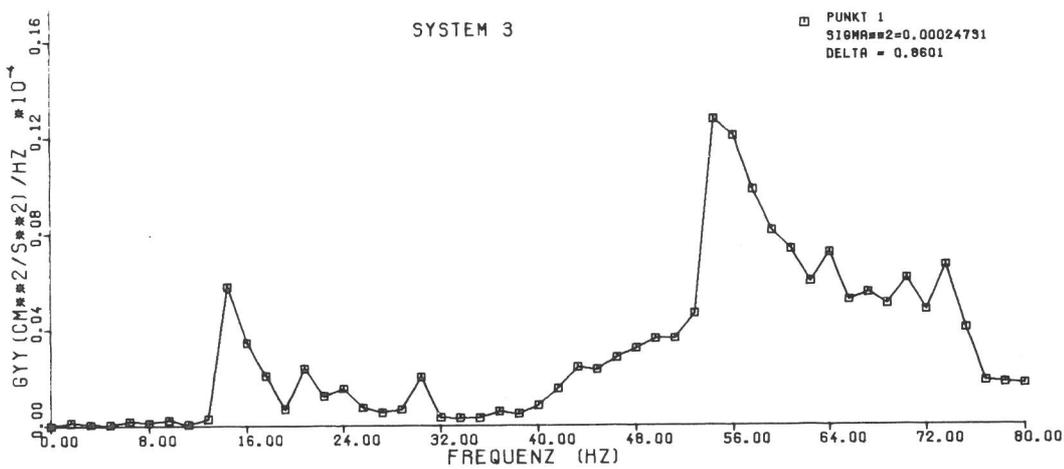


Bild 6.9  
 Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 3

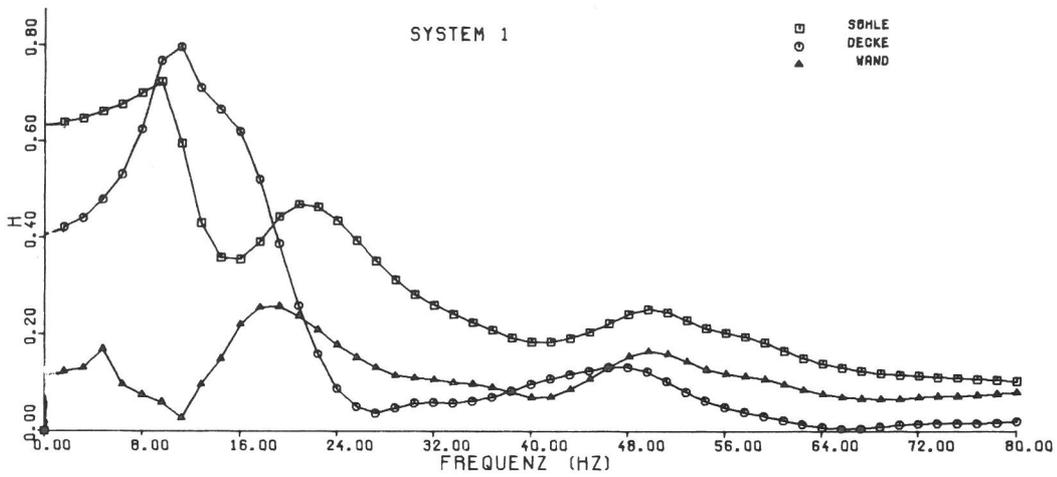


Bild 6.10  
 Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 1

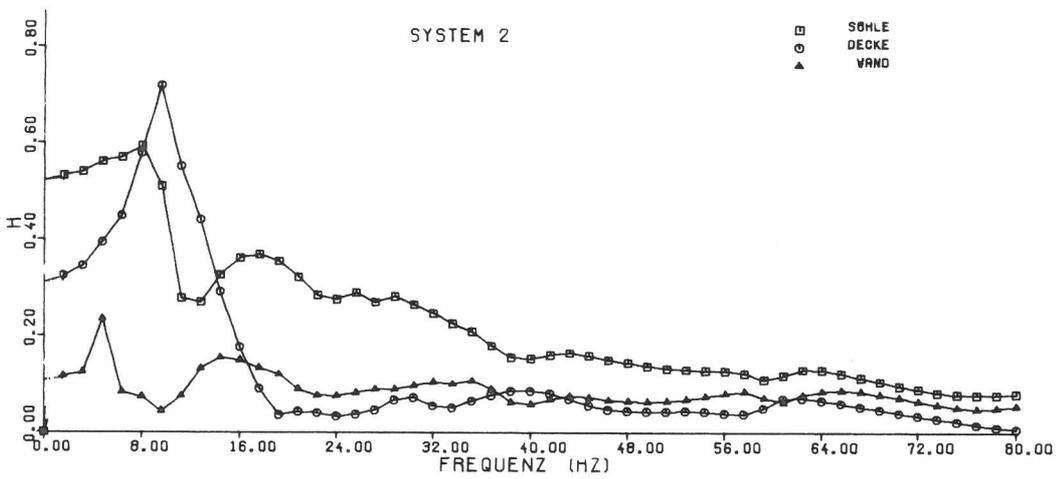


Bild 6.11  
 Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 2

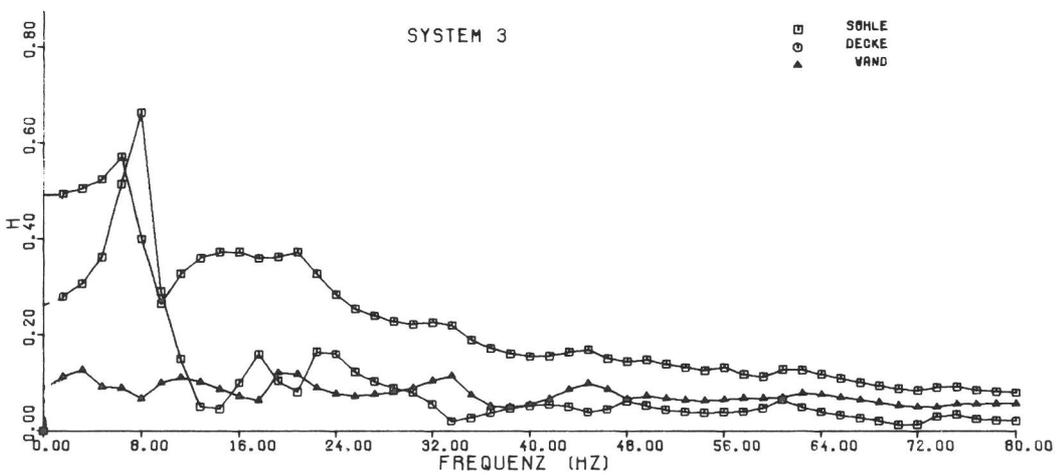


Bild 6.12  
 Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 3

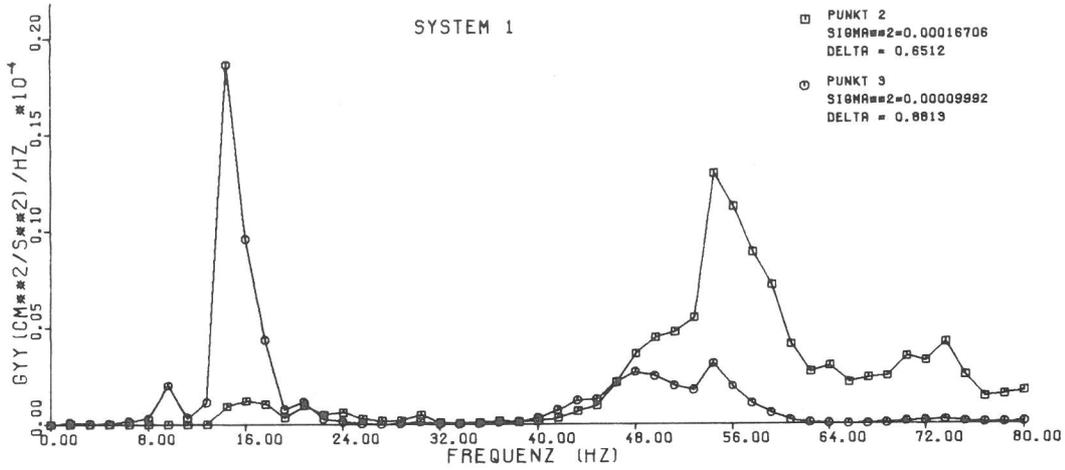


Bild 6.13  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke) System 1

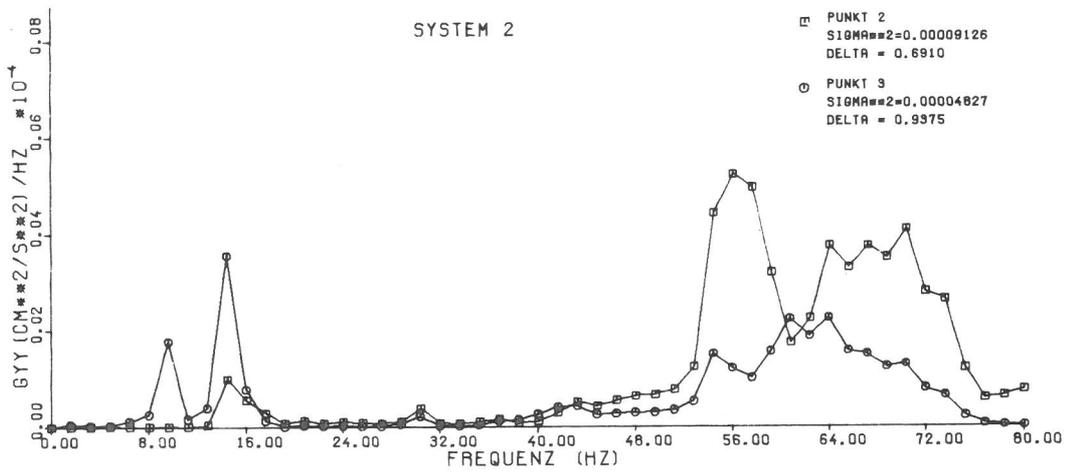


Bild 6.14  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke) System 2

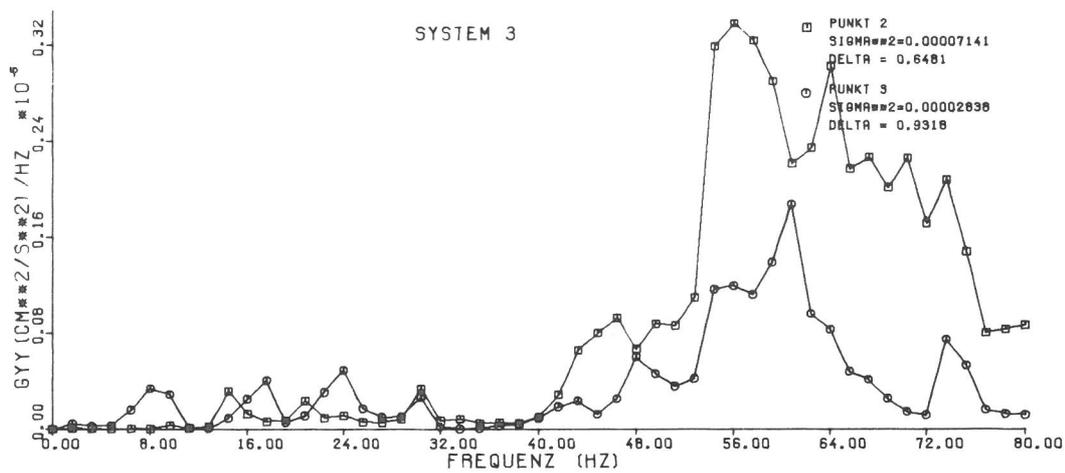


Bild 6.15  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke) System 3

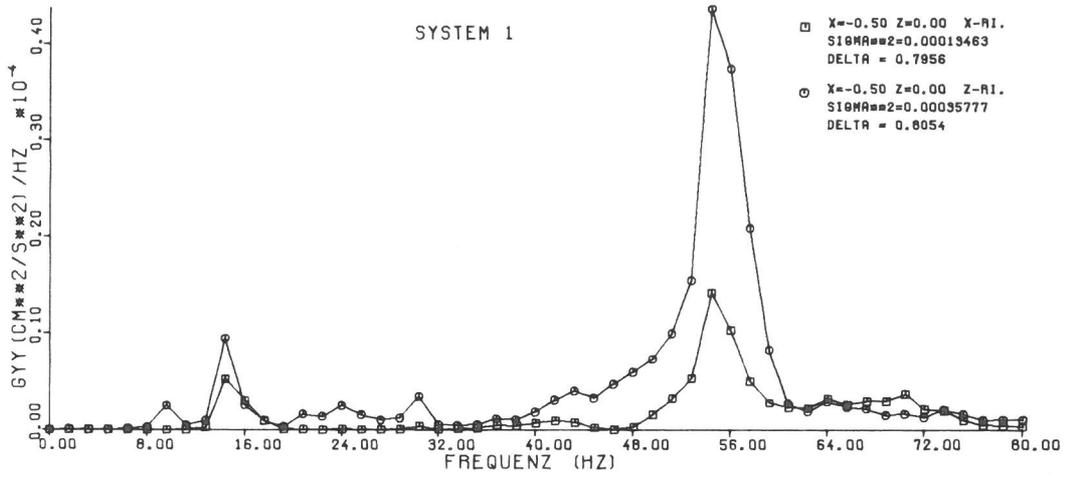


Bild 6.16

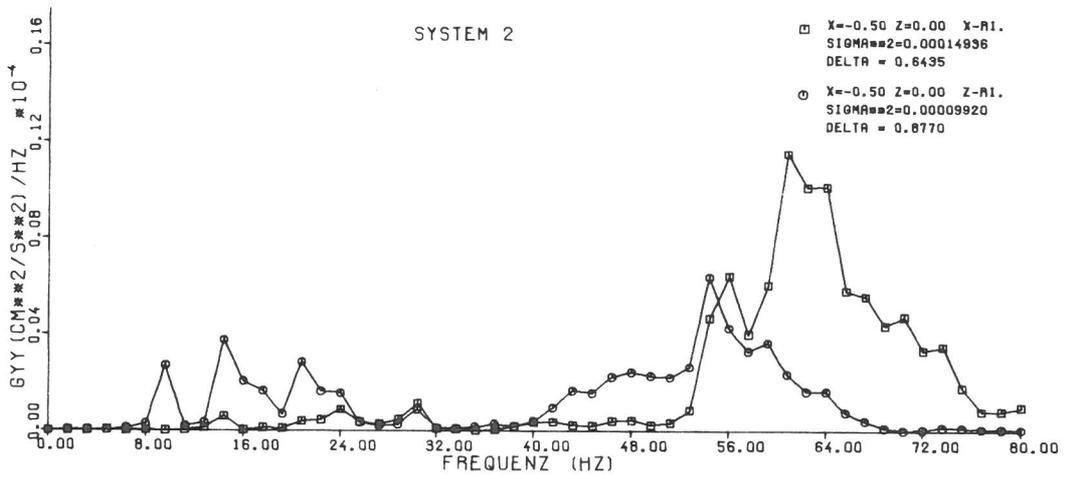


Bild 6.17

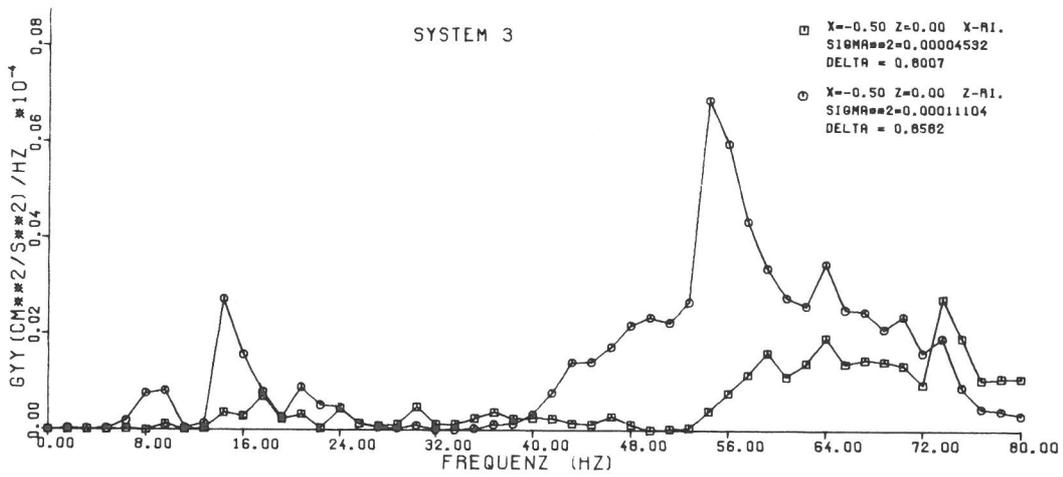


Bild 6.18

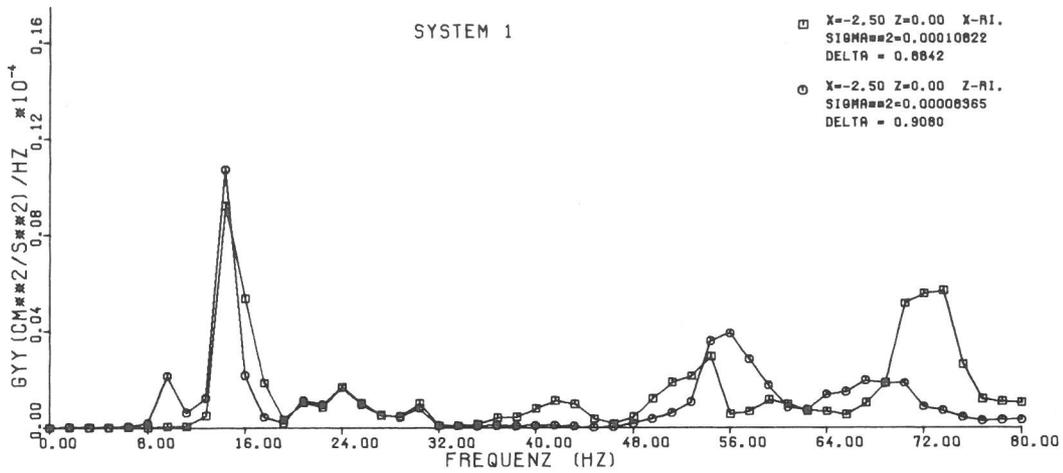


Bild 6.19

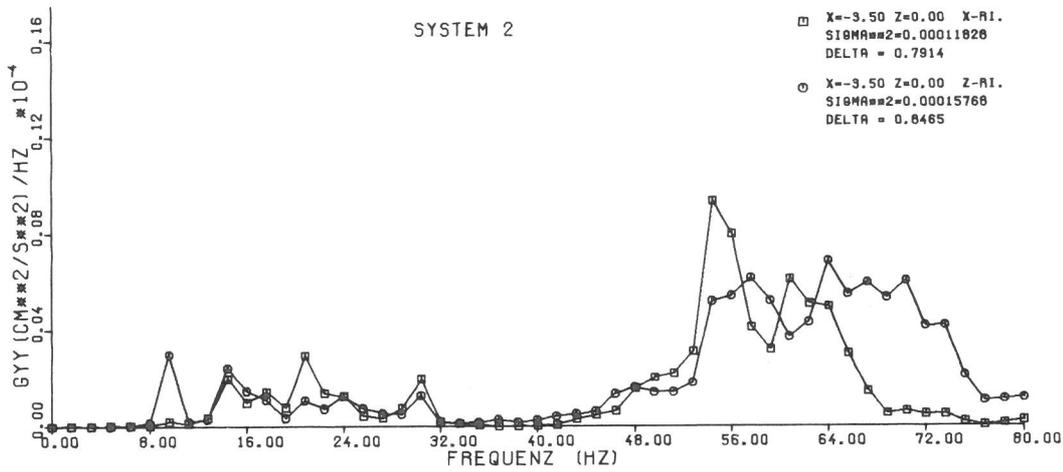


Bild 6.20

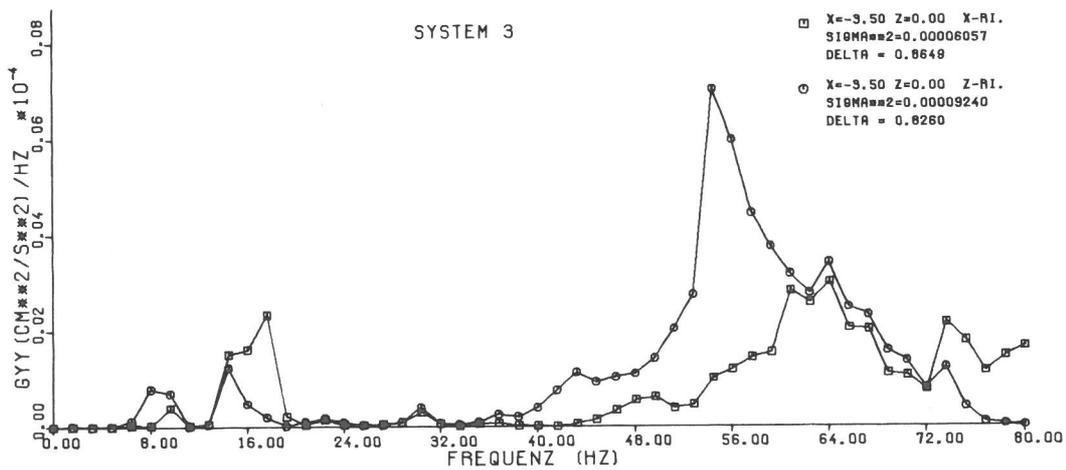


Bild 6.21

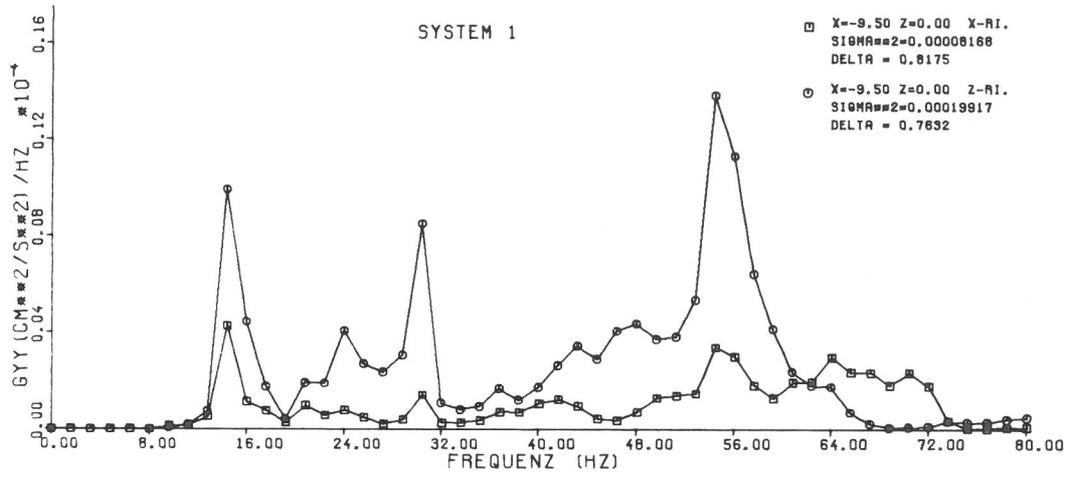


Bild 6.22

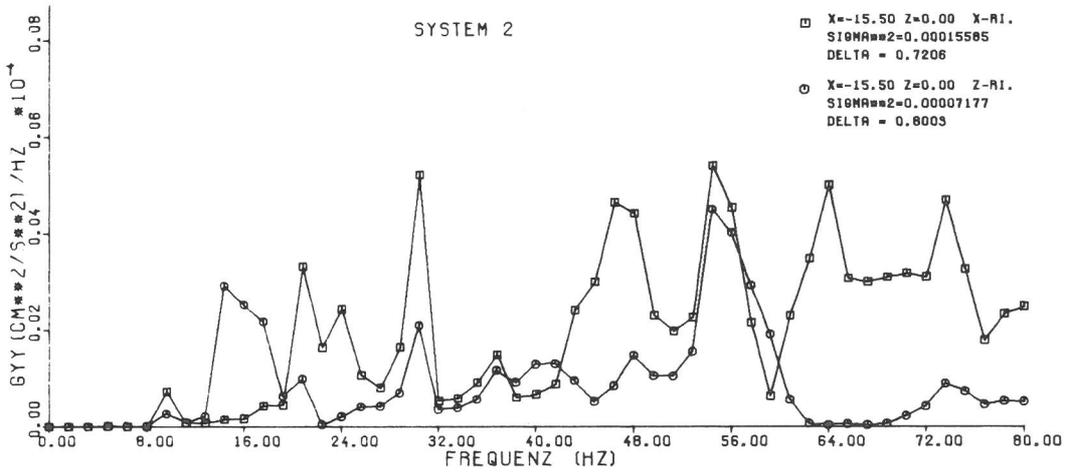


Bild 6.23

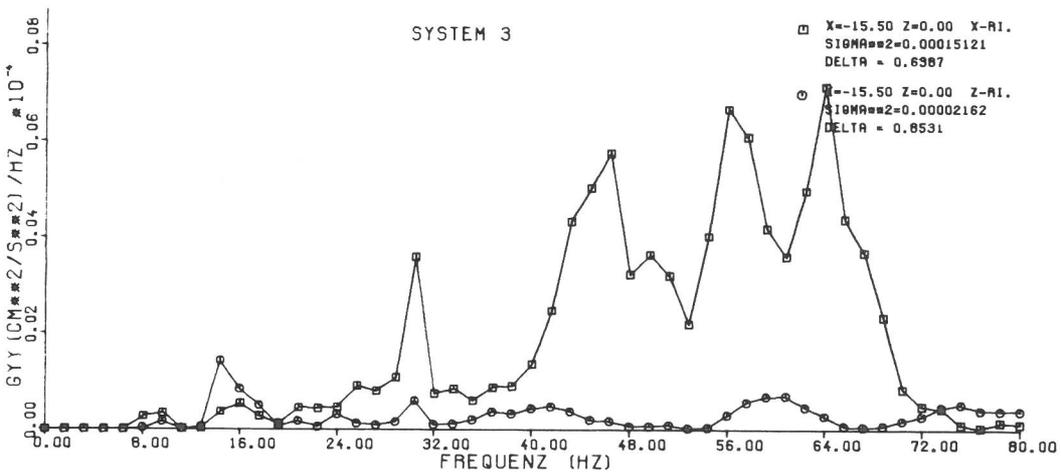


Bild 6.24

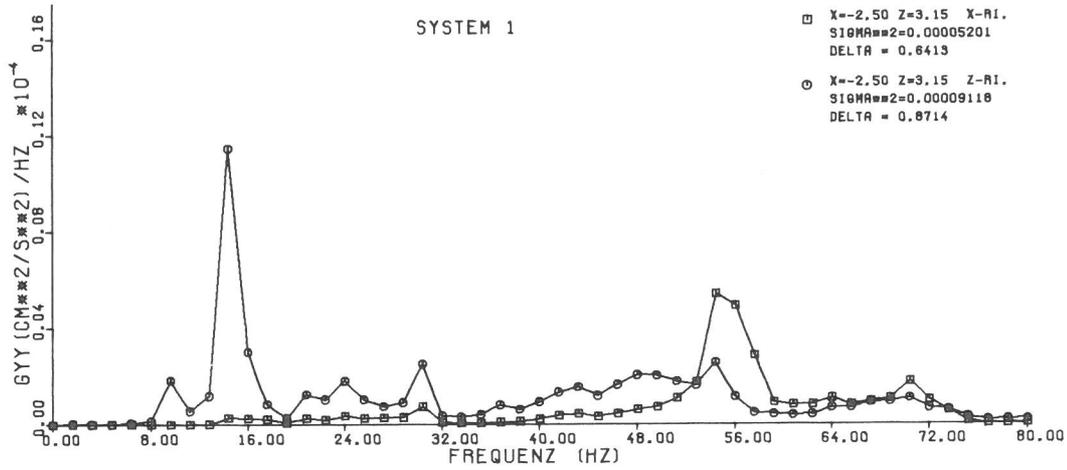


Bild 6.25

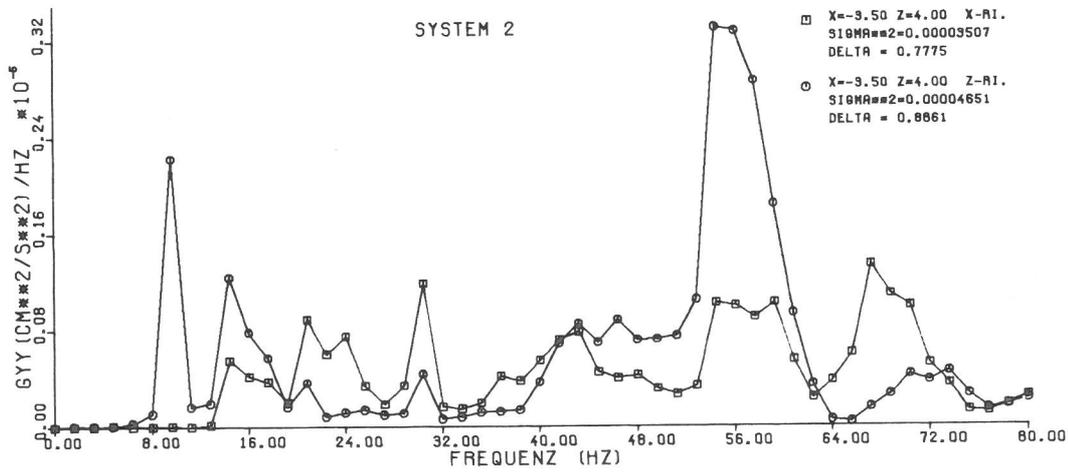


Bild 6.26

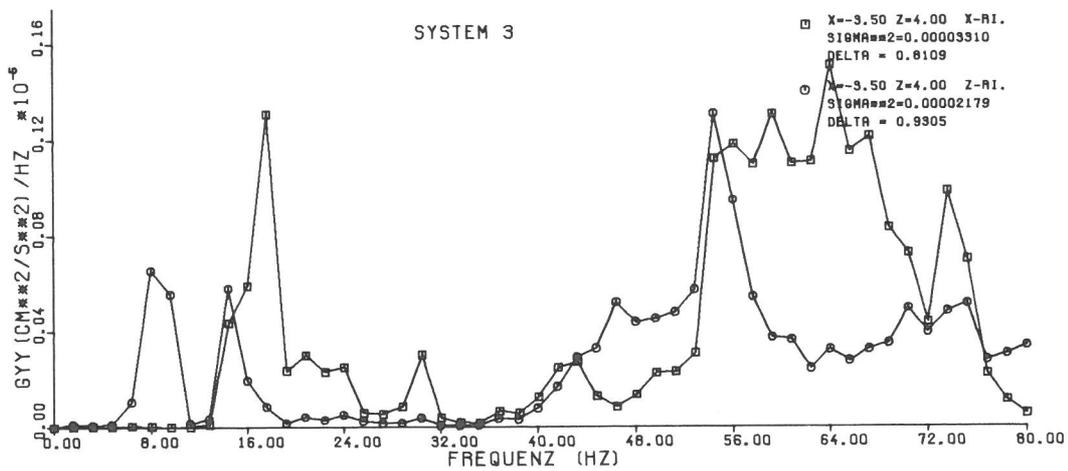


Bild 6.27

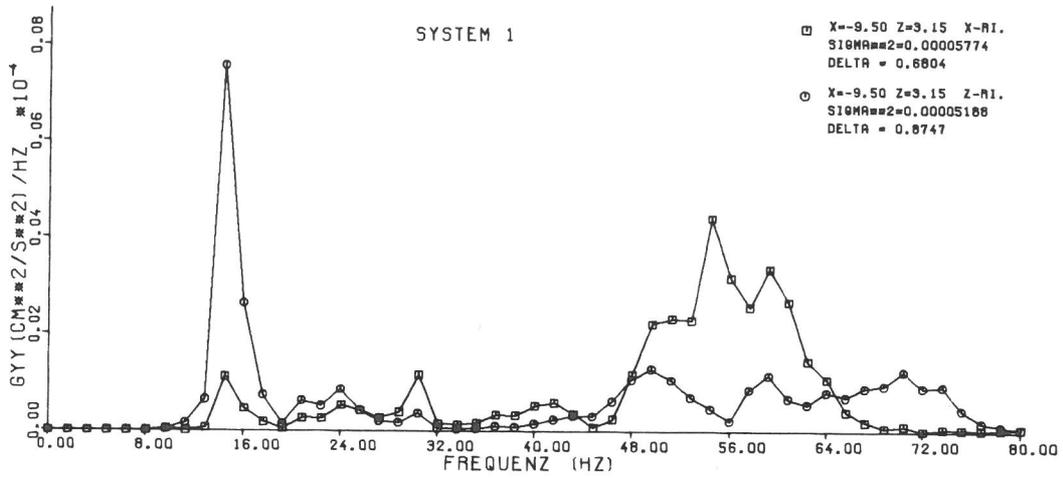


Bild 6.28

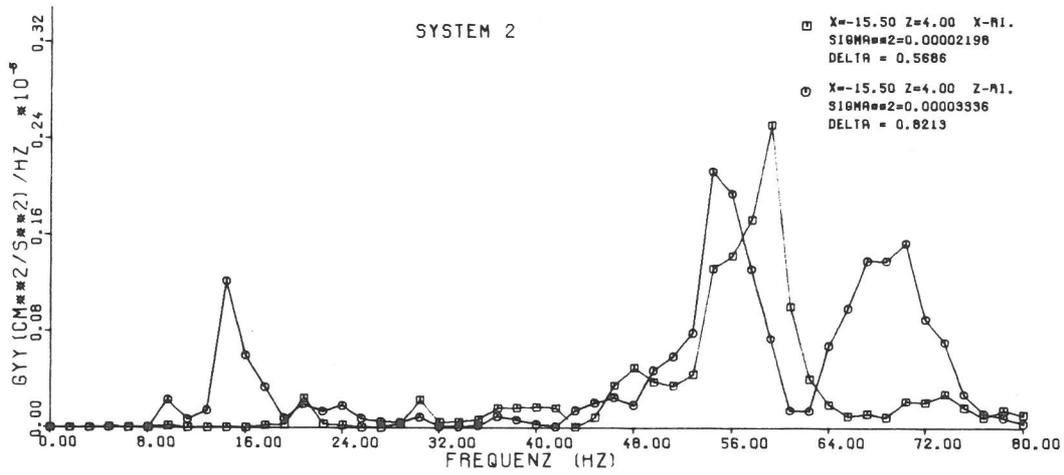


Bild 6.29

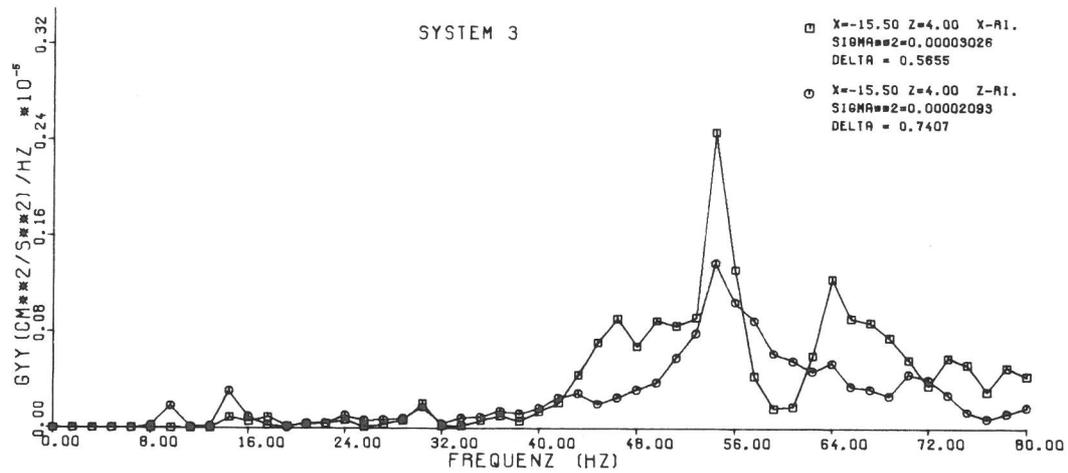


Bild 6.30

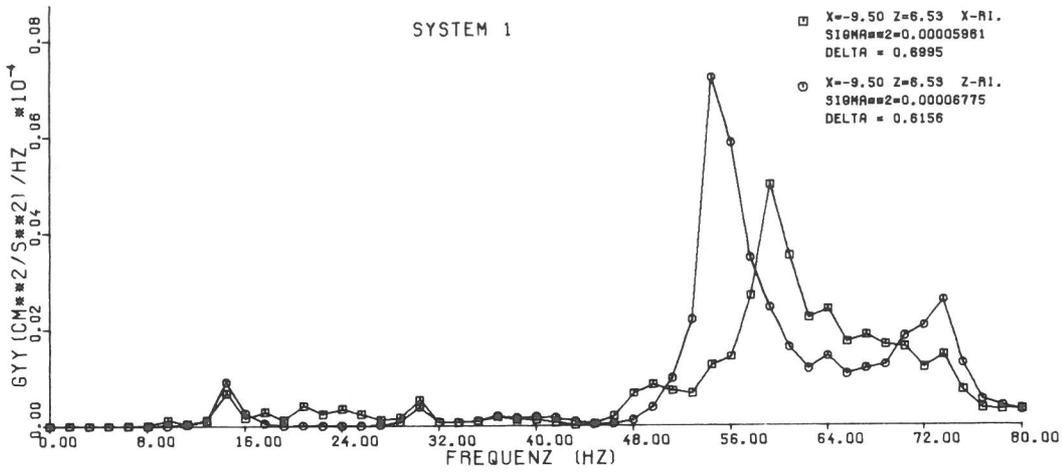


Bild 6.31

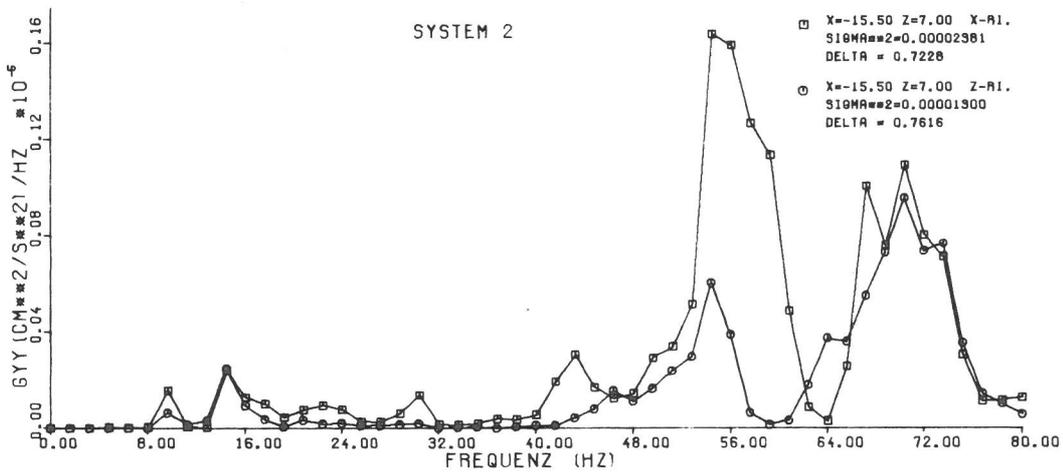


Bild 6.32

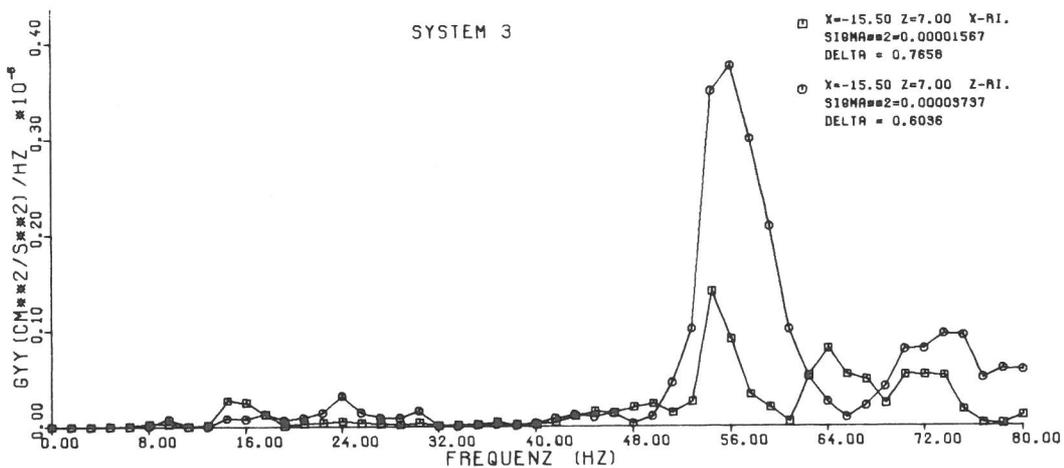


Bild 6.33

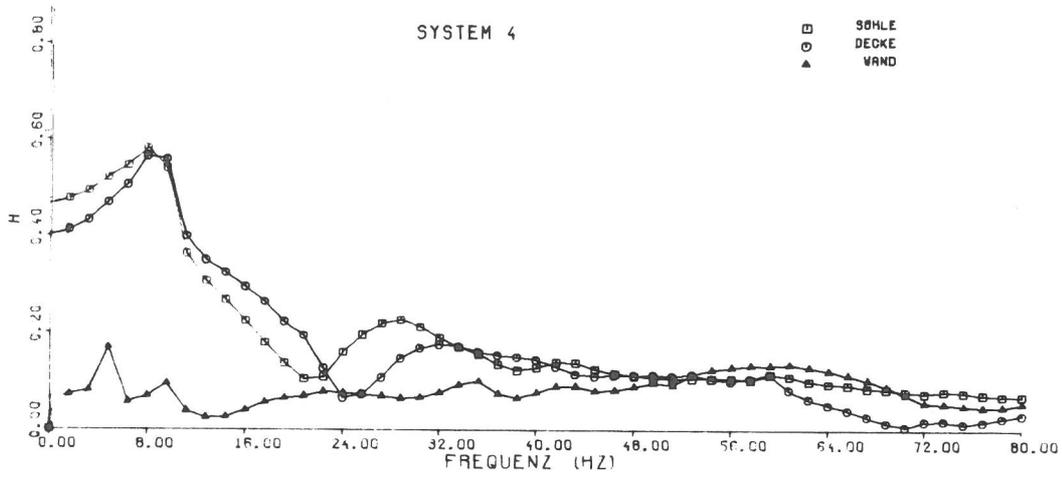


Bild 6.34  
Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 4

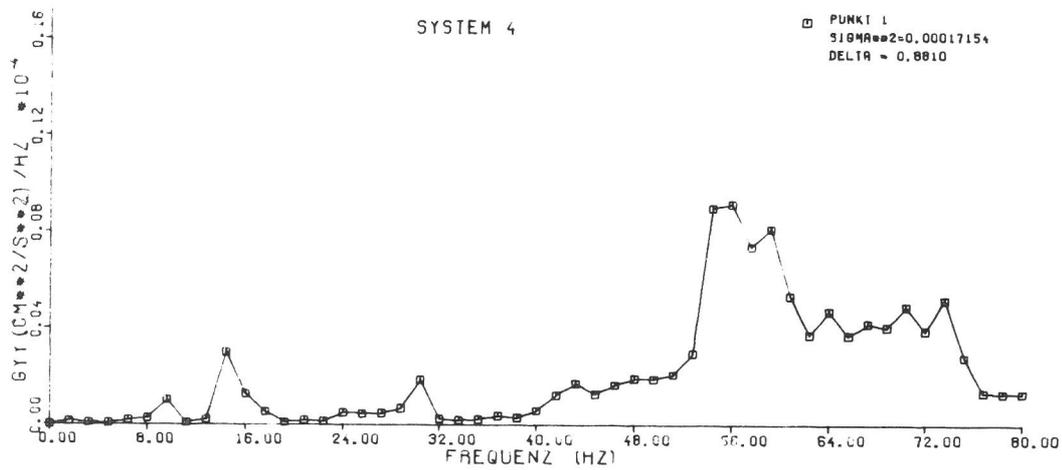


Bild 6.35  
Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 4

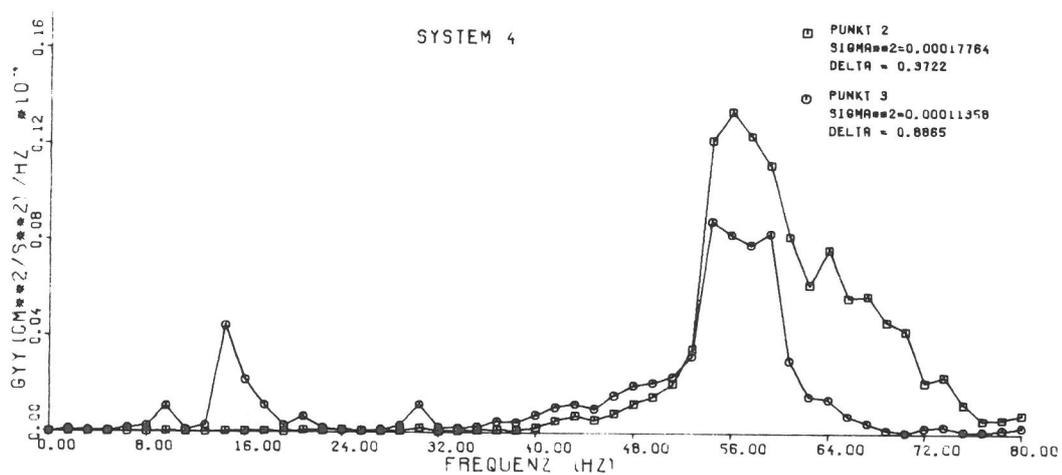


Bild 6.36  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke) System 4

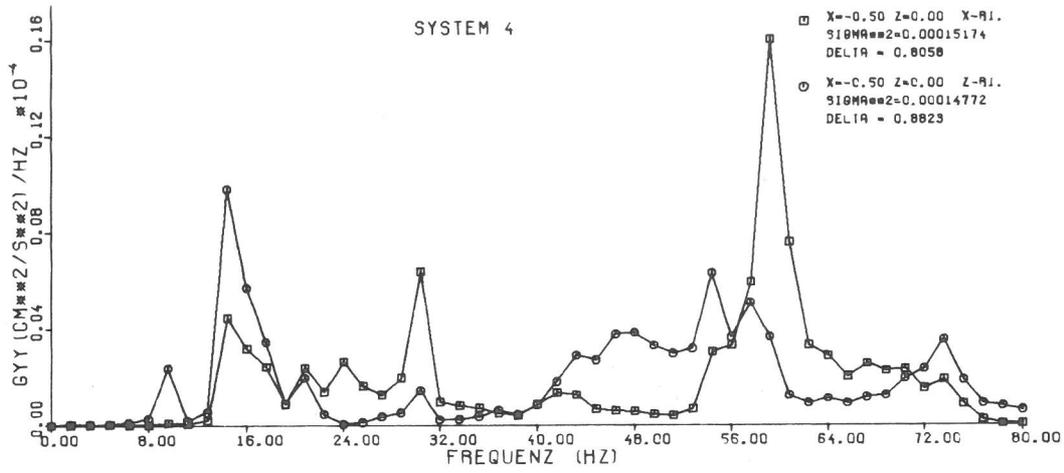


Bild 6.37

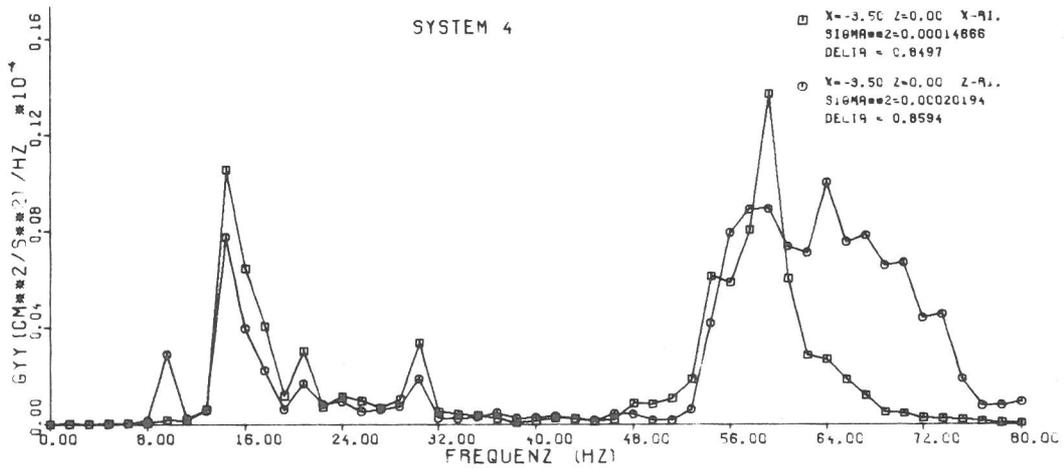


Bild 6.38

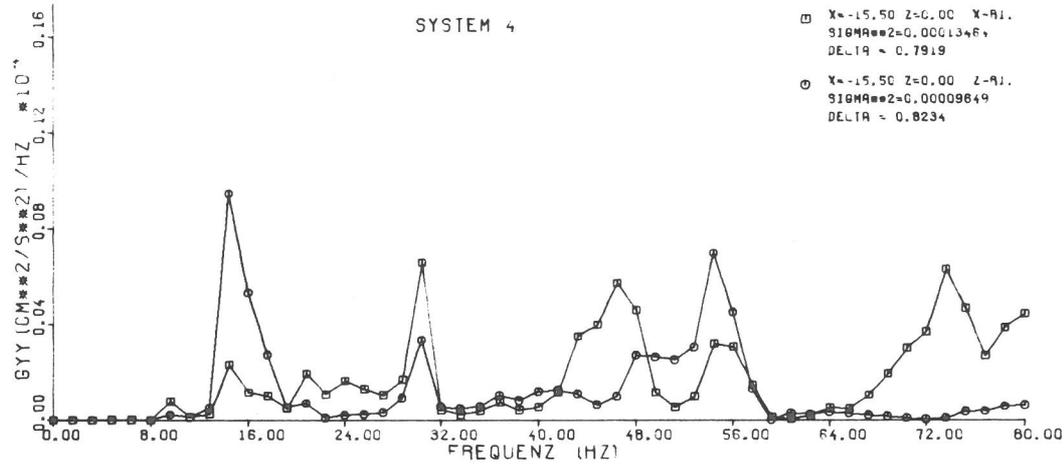


Bild 6.39

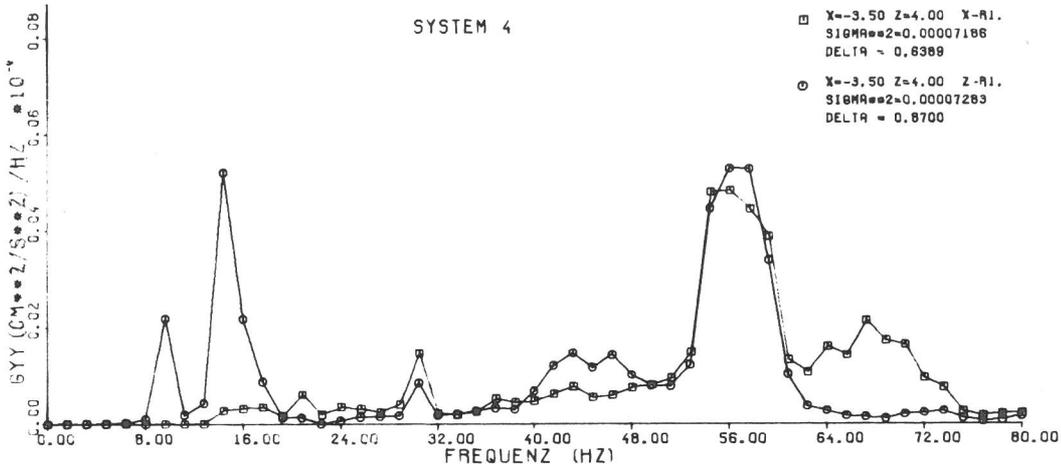


Bild 6.40

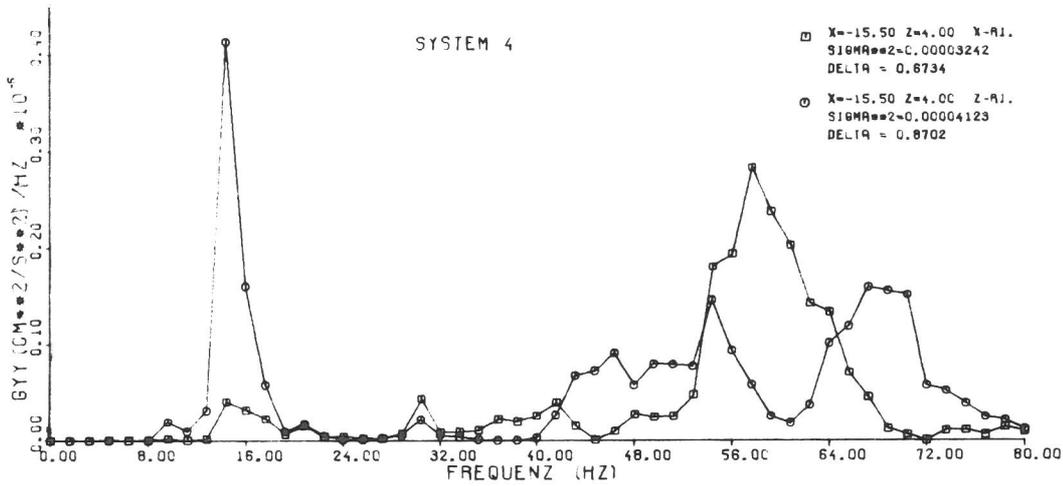


Bild 6.41

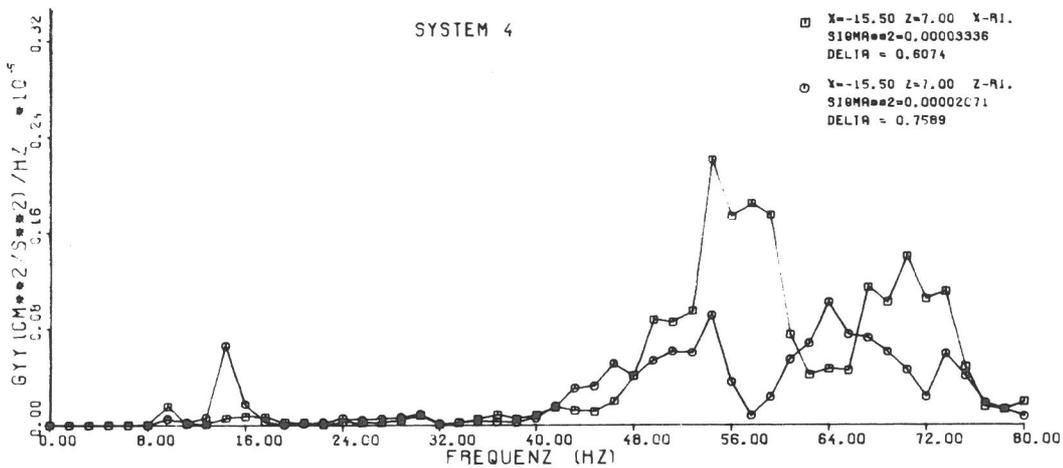


Bild 6.42

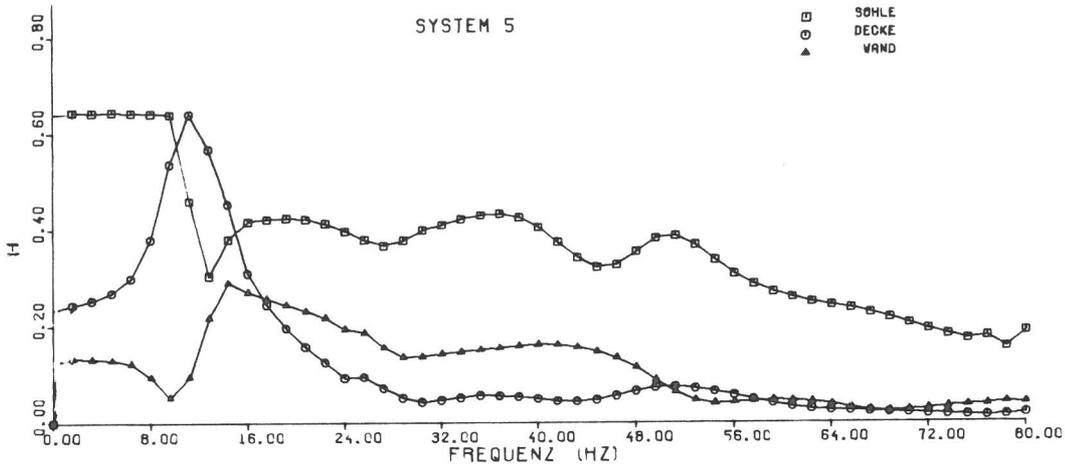


Bild 6.43  
Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 5

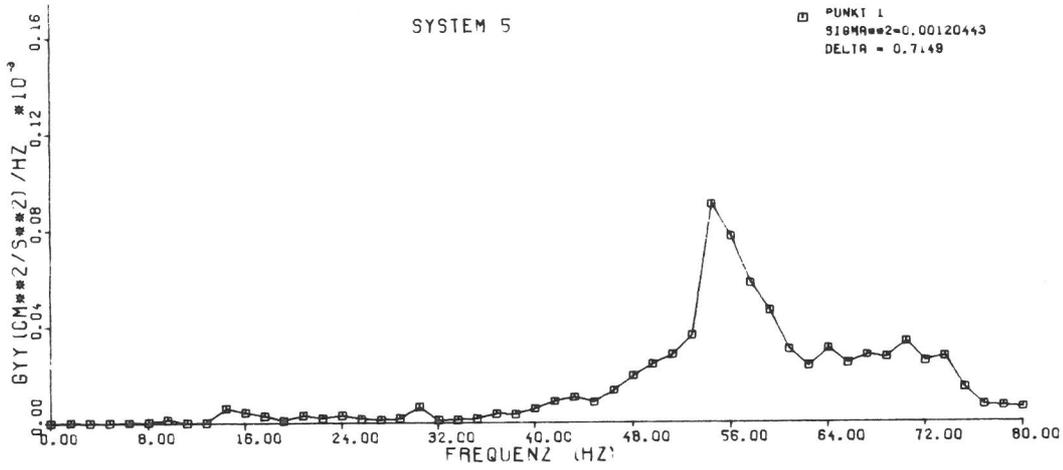


Bild 6.44  
Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 5

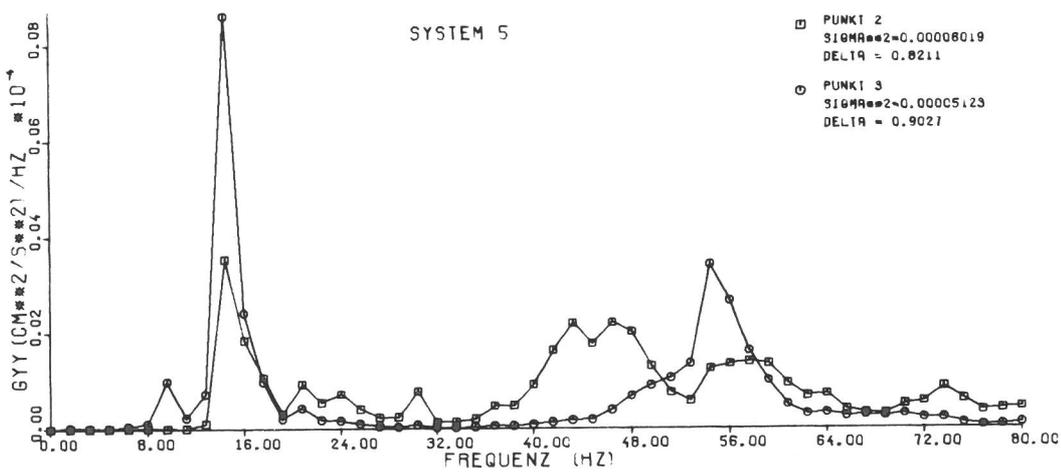


Bild 6.45  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke), System 5

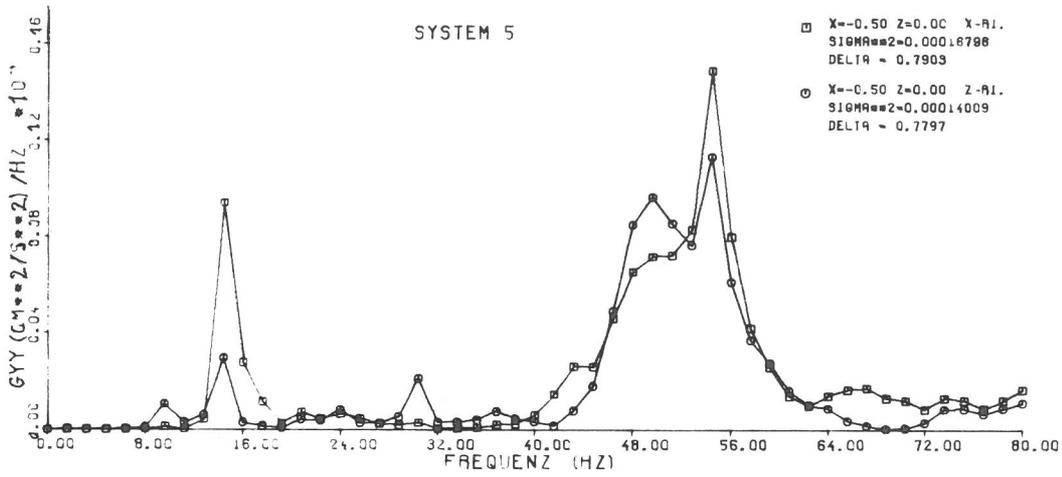


Bild 6.46

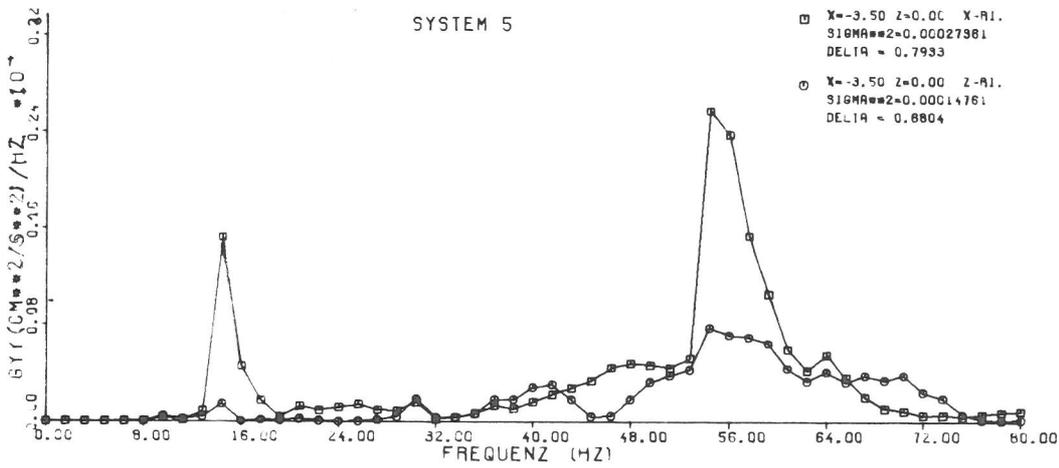


Bild 6.47

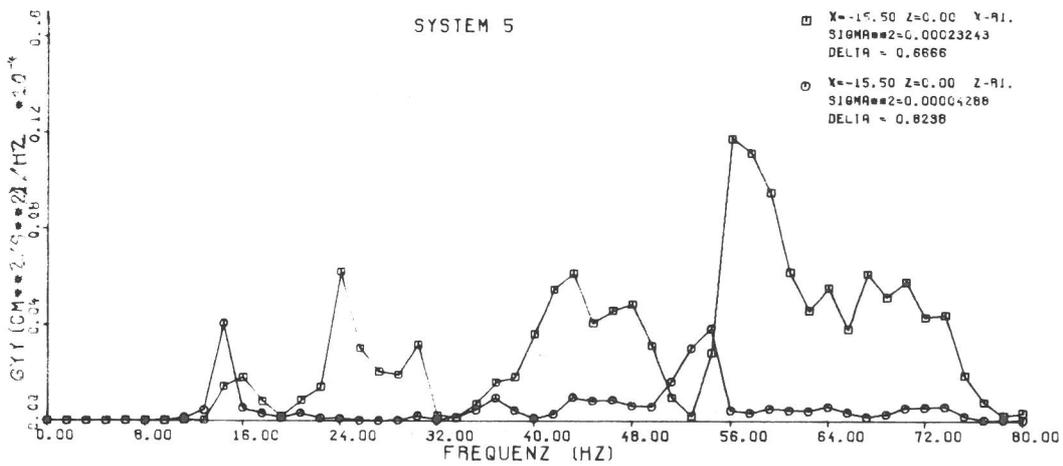
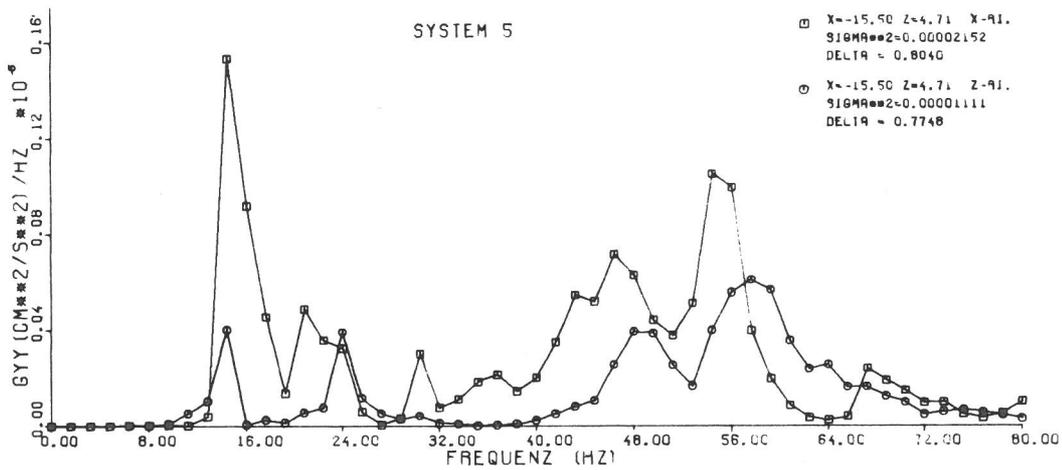
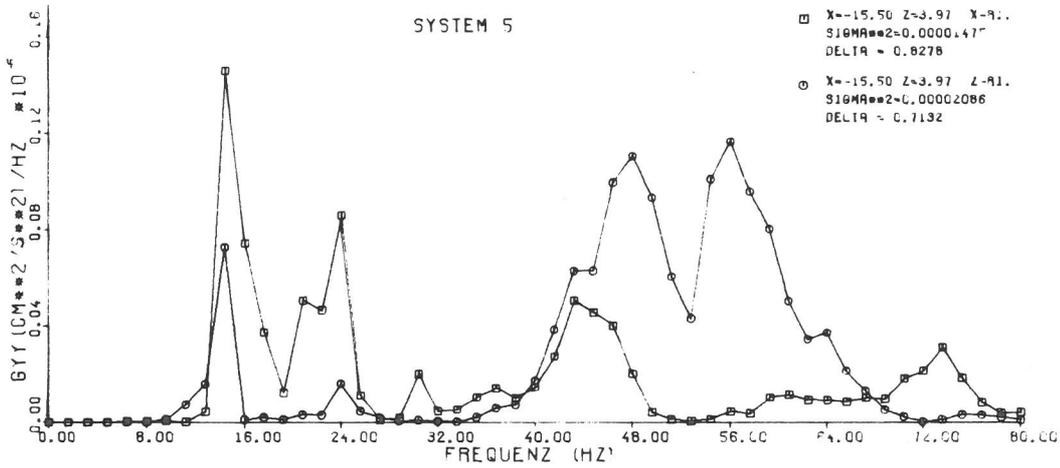
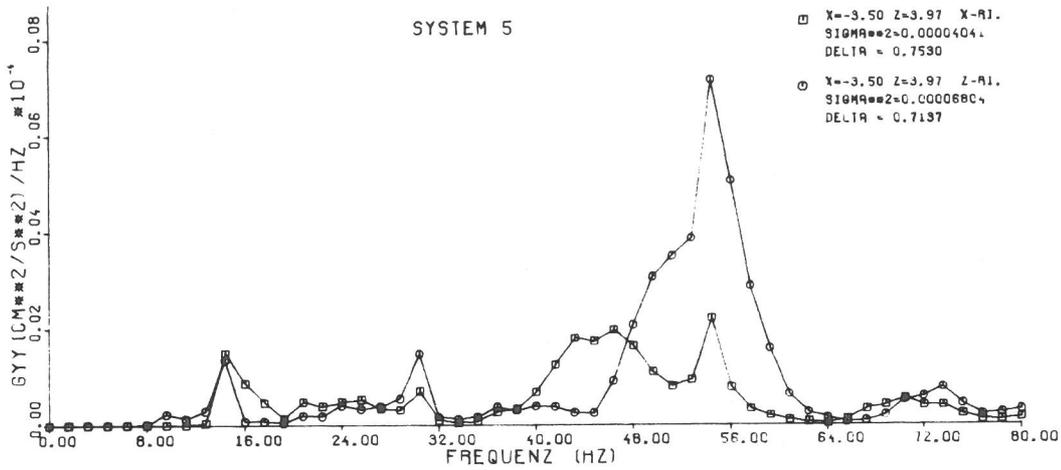


Bild 6.48



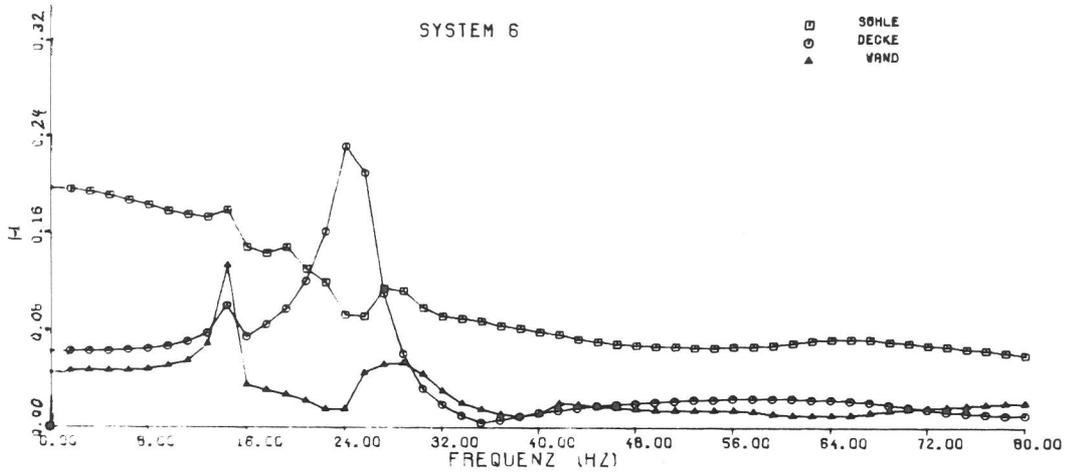


Bild 6.52  
 Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 6

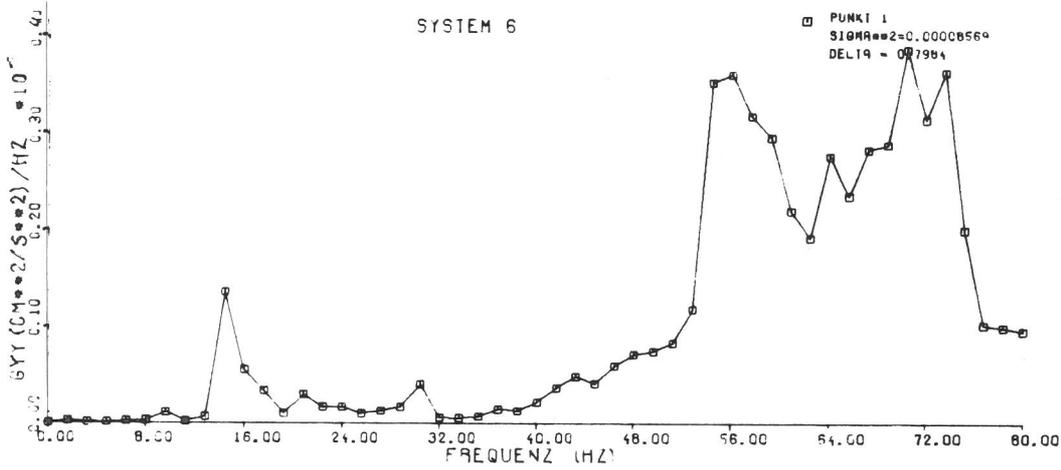


Bild 6.53  
 Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelwand), System 6

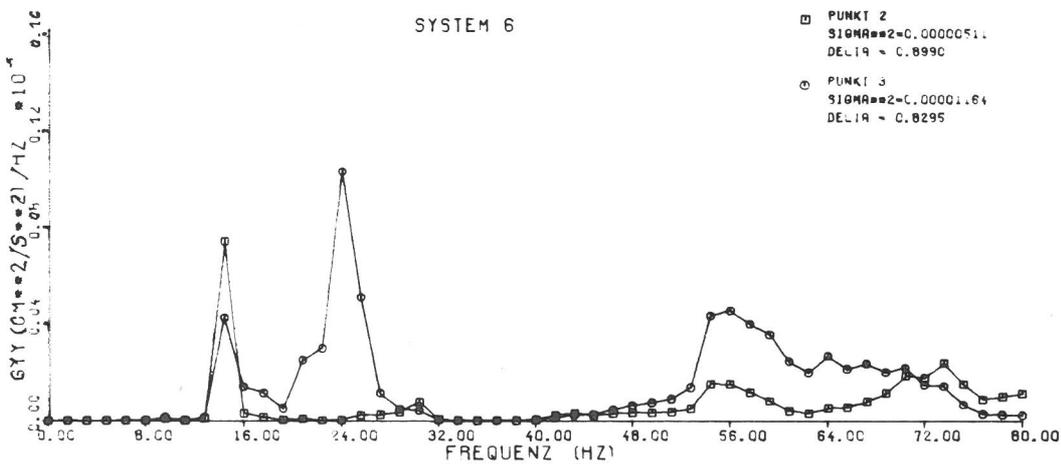


Bild 6.54  
 Leistungsdichte Punkt 1 und 2 (Tunnelwand, -decke) System 6

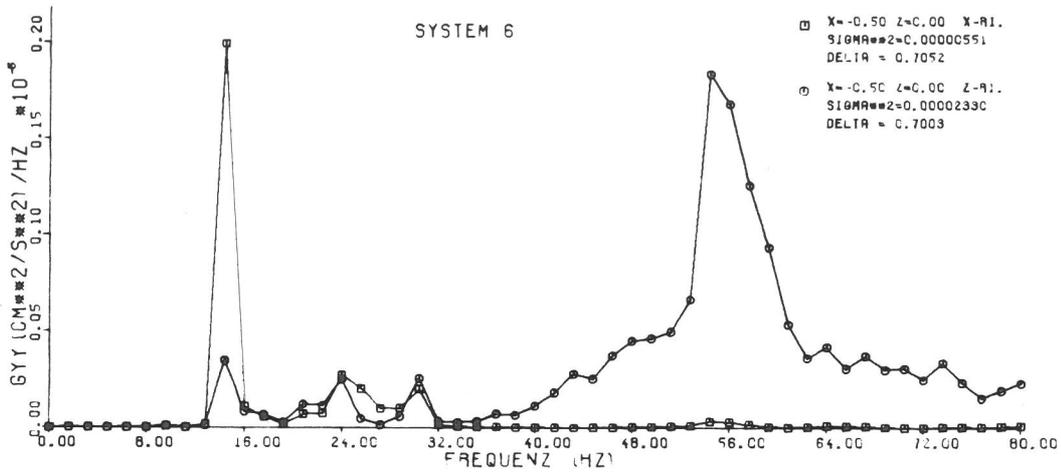


Bild 6.55

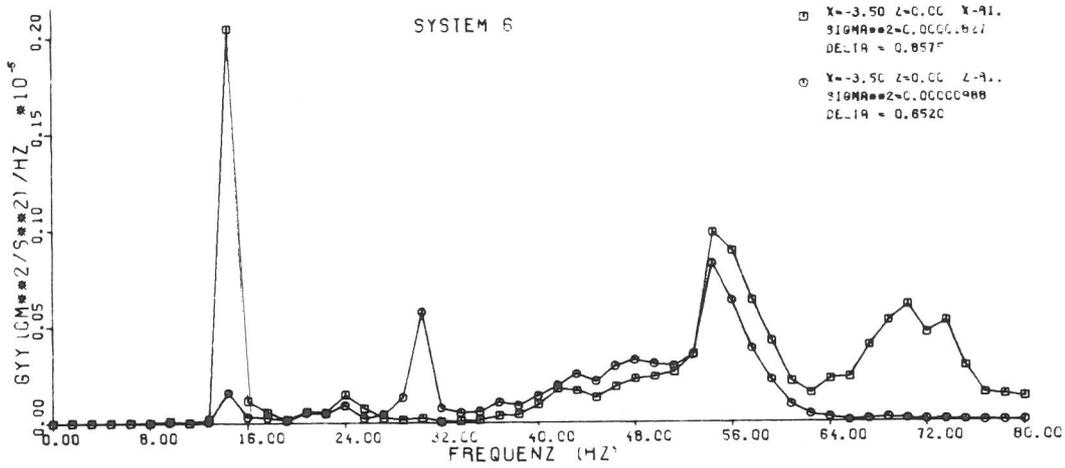


Bild 6.56

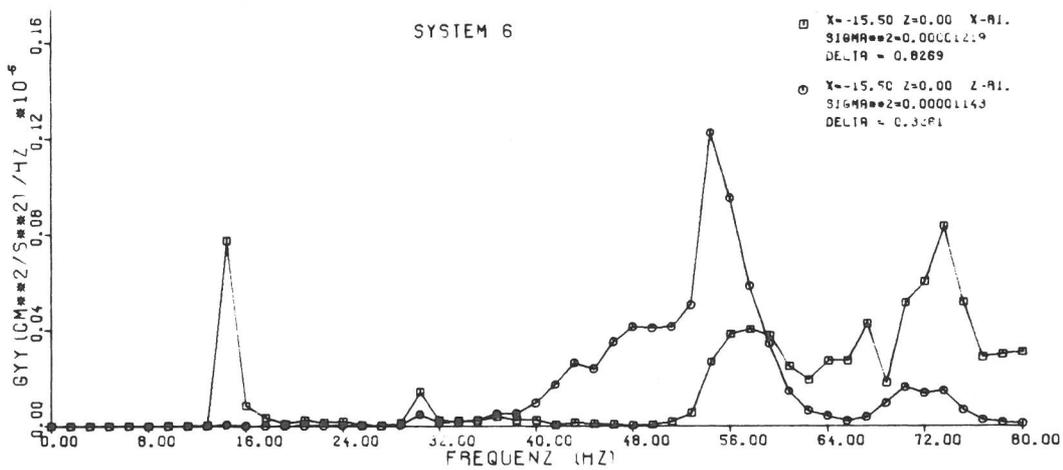


Bild 6.57

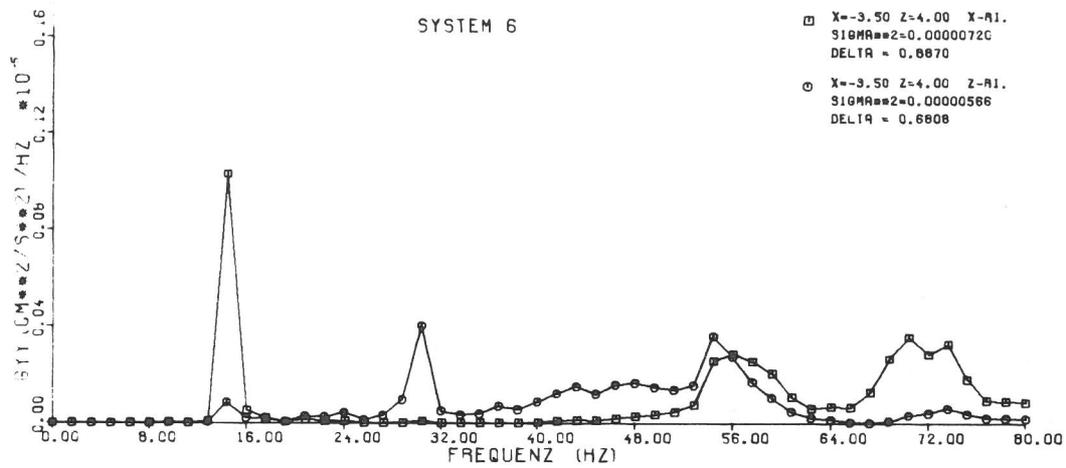


Bild 6.58

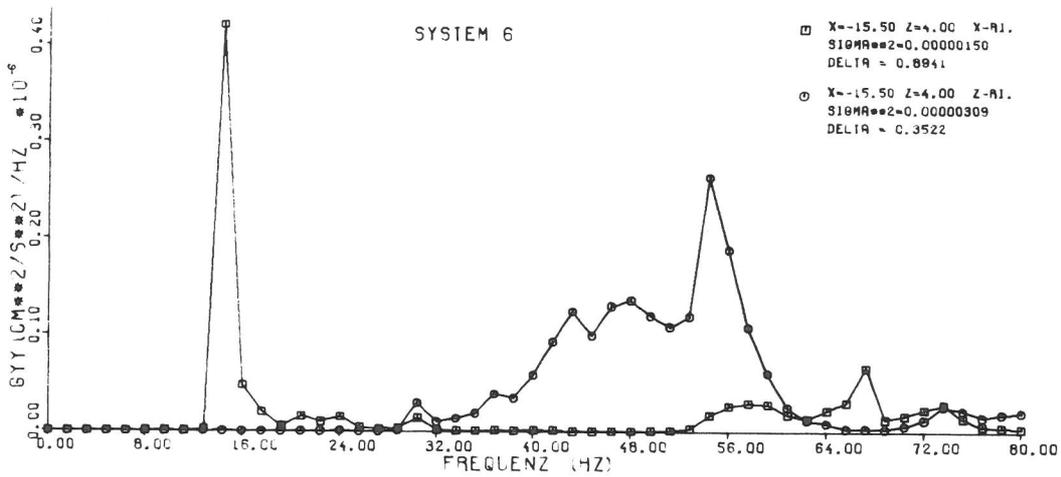


Bild 6.59

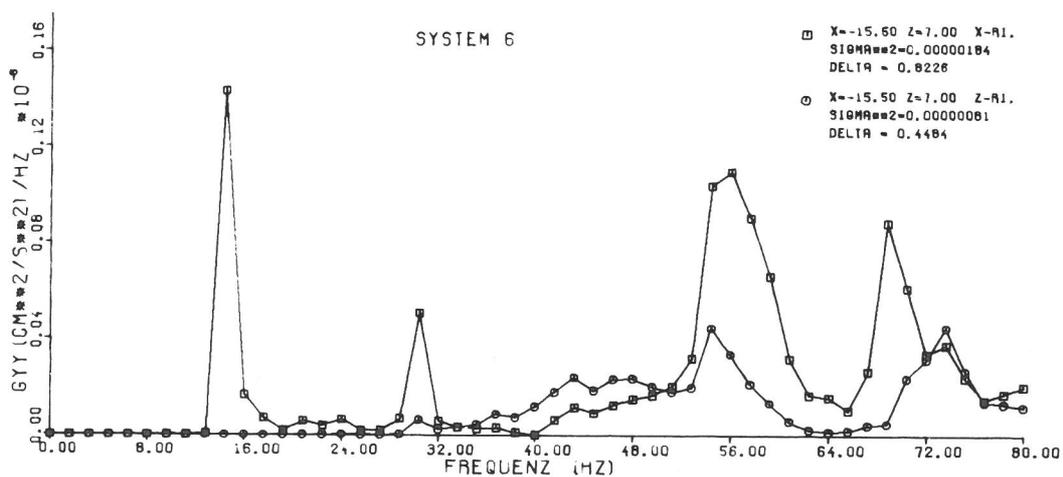


Bild 6.60

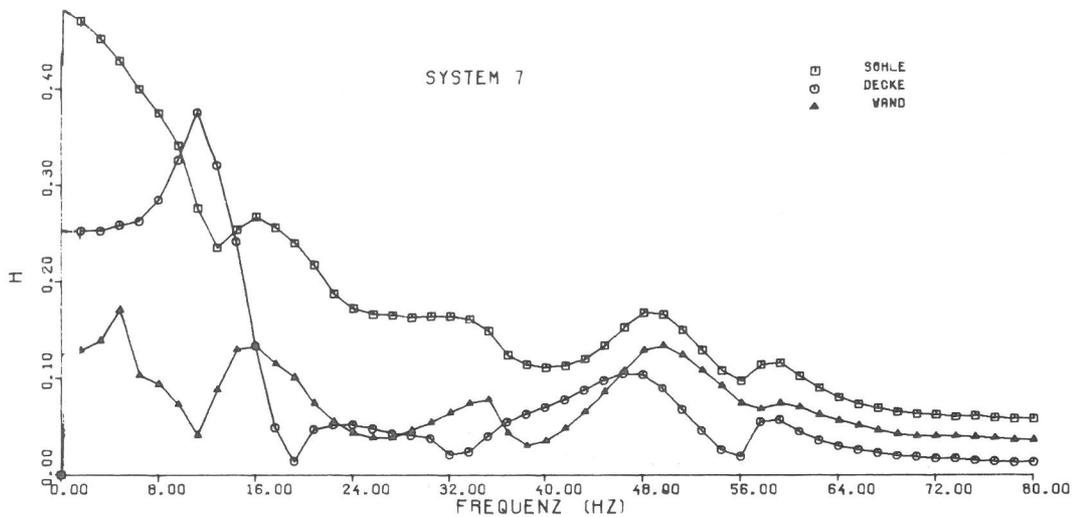


Bild 6.61  
Amplitudenfrequenzgänge der Tunnelsohle, -wand und -decke, System 7

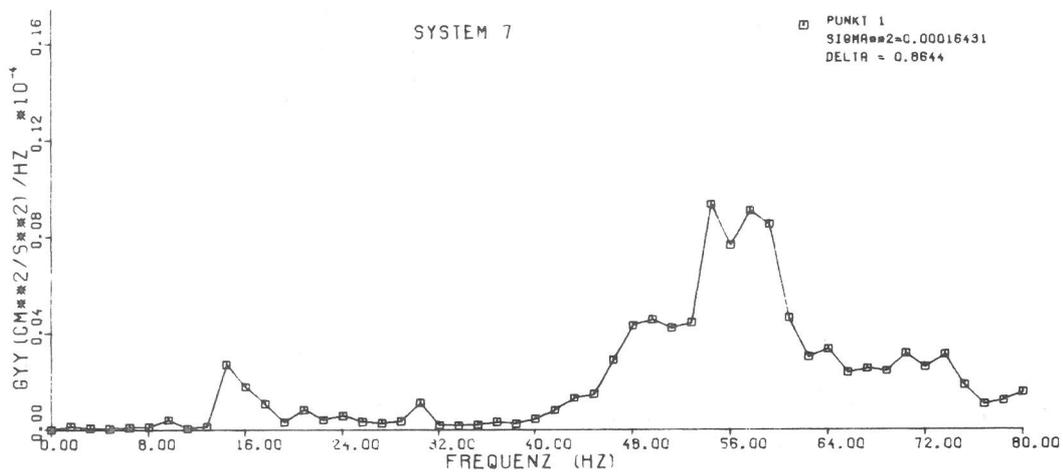


Bild 6.62  
Leistungsdichte Punkt 1 (Tunnelsohle), System 7

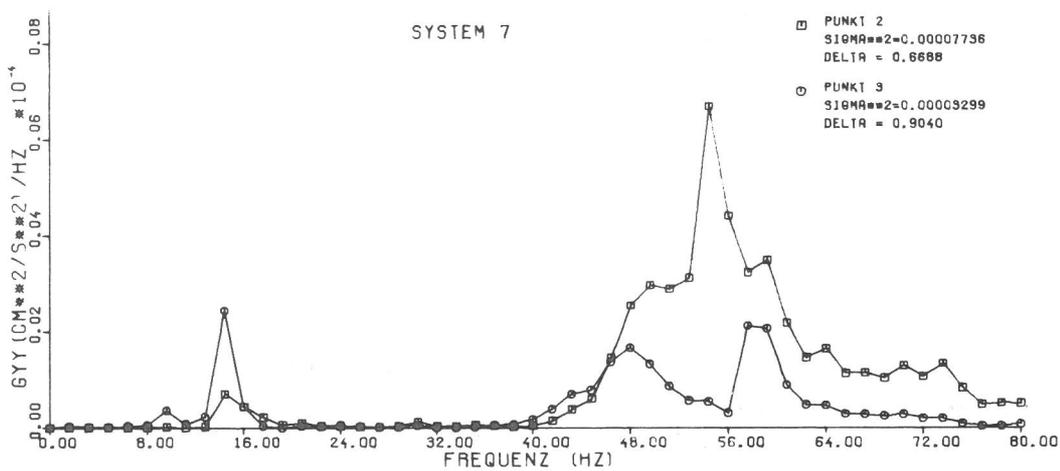


Bild 6.63  
Leistungsdichte Punkt 2 und 3 (Tunnelwand, -decke), System 7

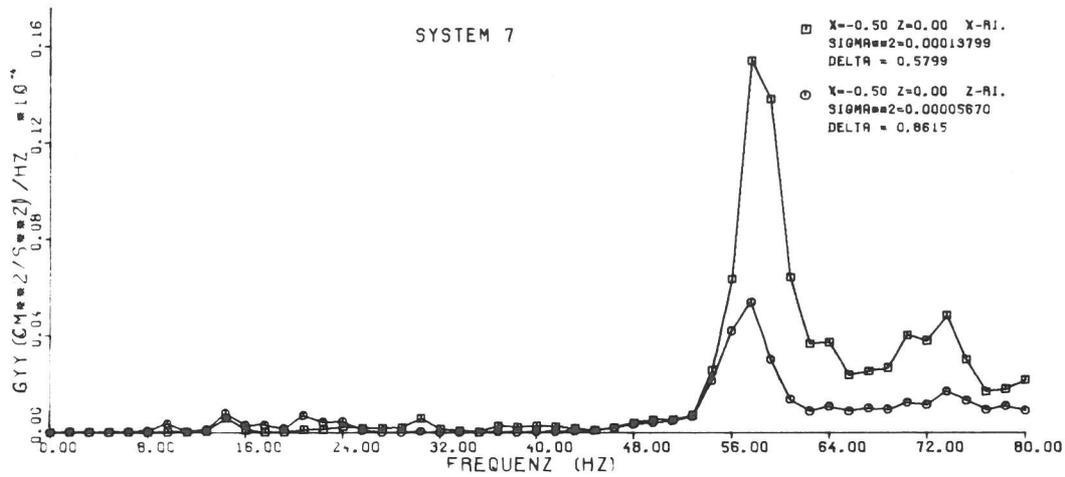


Bild 6.64

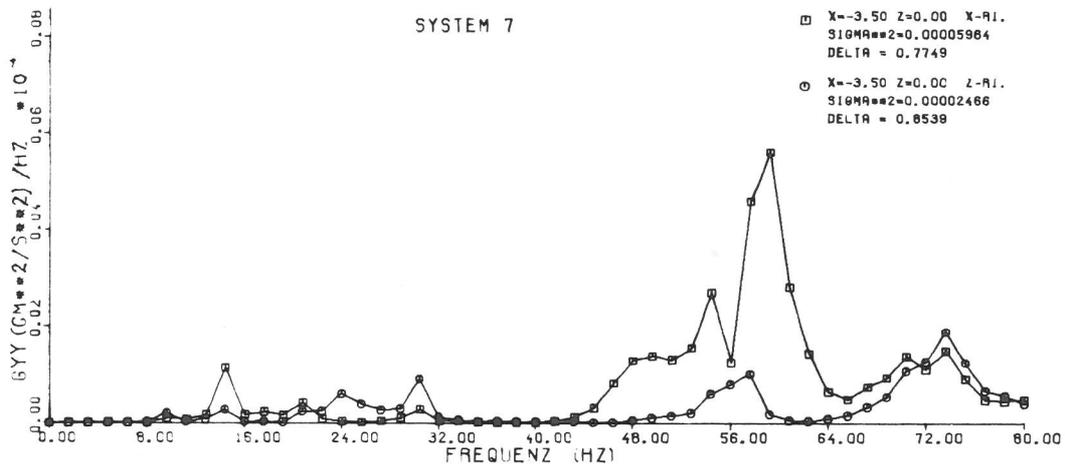


Bild 6.65

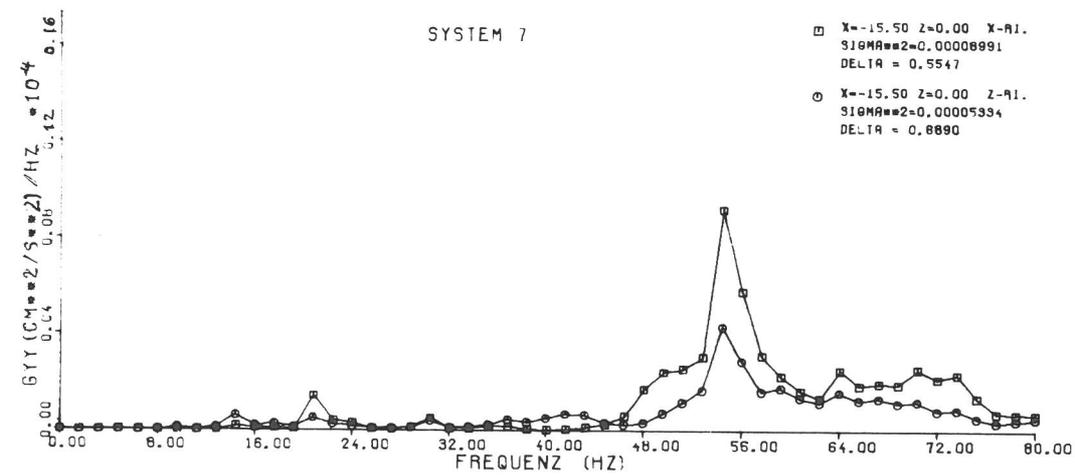


Bild 6.66

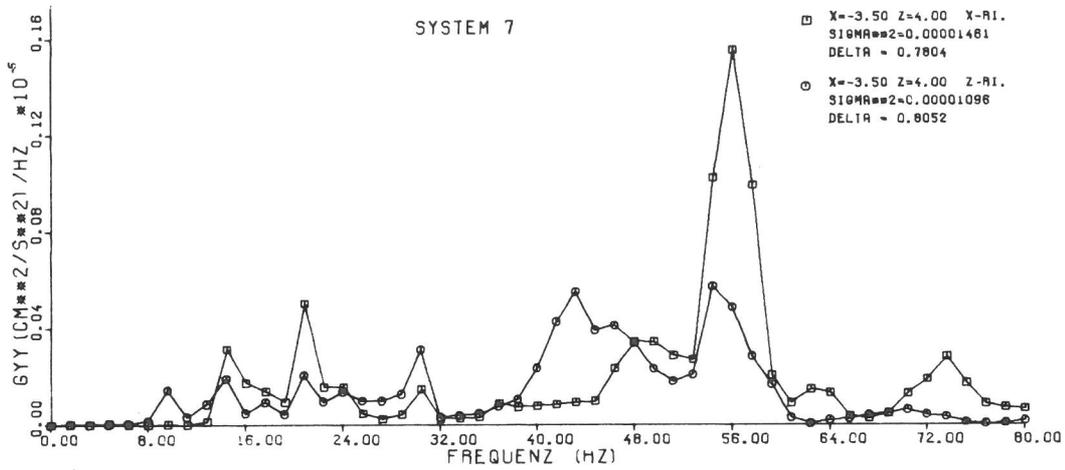


Bild 6.67

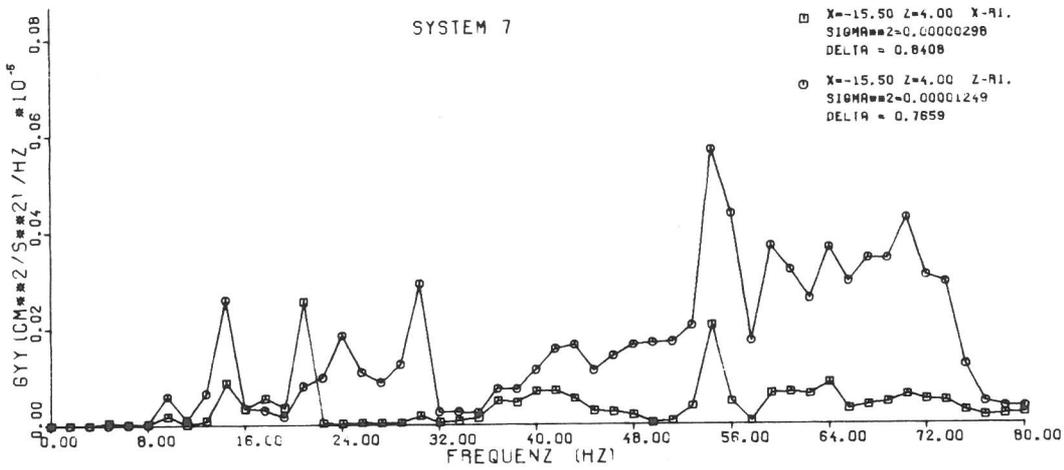


Bild 6.68

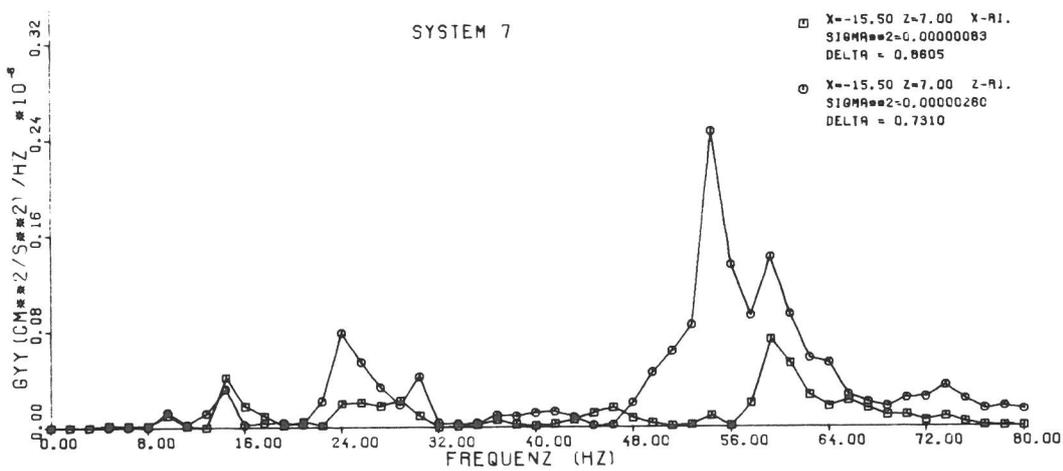


Bild 6.69

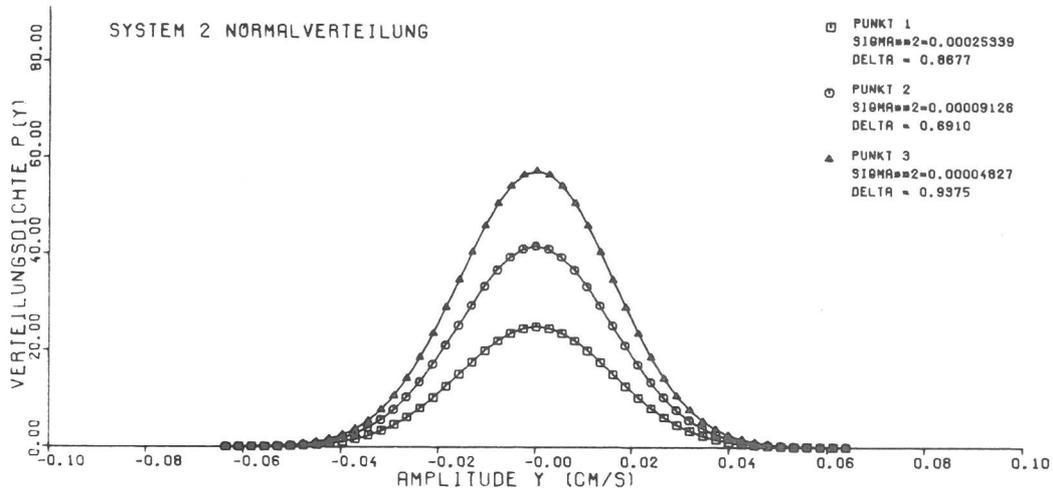


Bild 6.70  
Normalverteilungsdichte Tunnelsohle, -wand und -decke, System 2

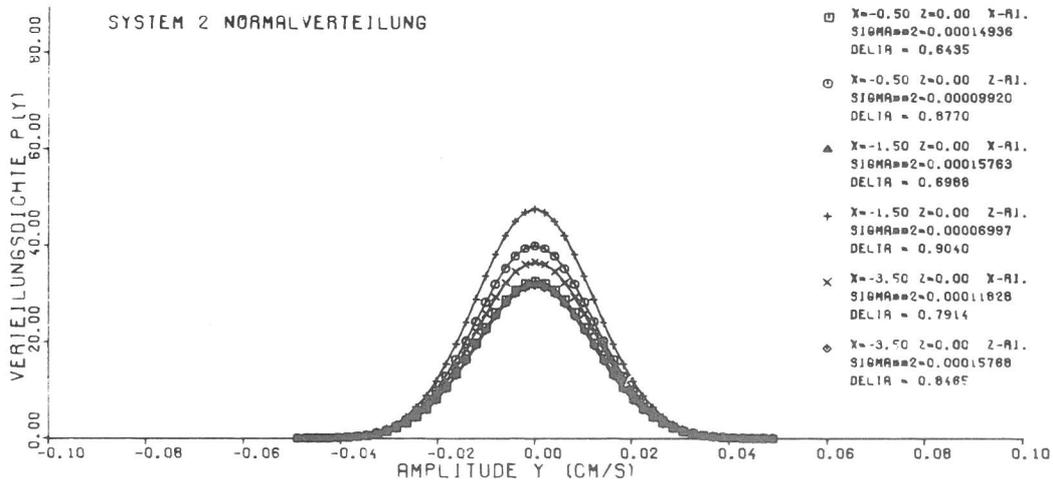


Bild 6.71  
Normalverteilungsdichte einiger Punkte im Boden, System 2

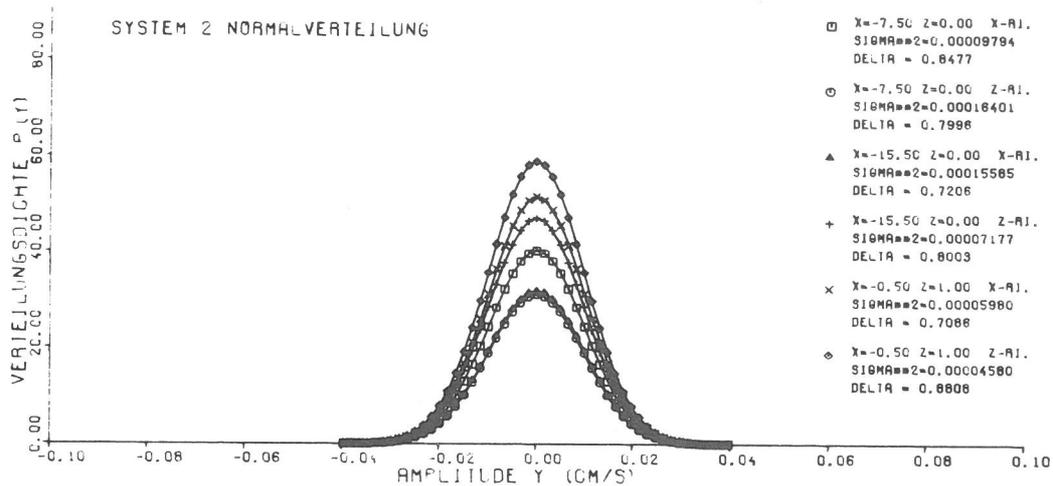


Bild 6.72  
Normalverteilungsdichte einiger Punkte im Boden, System 2

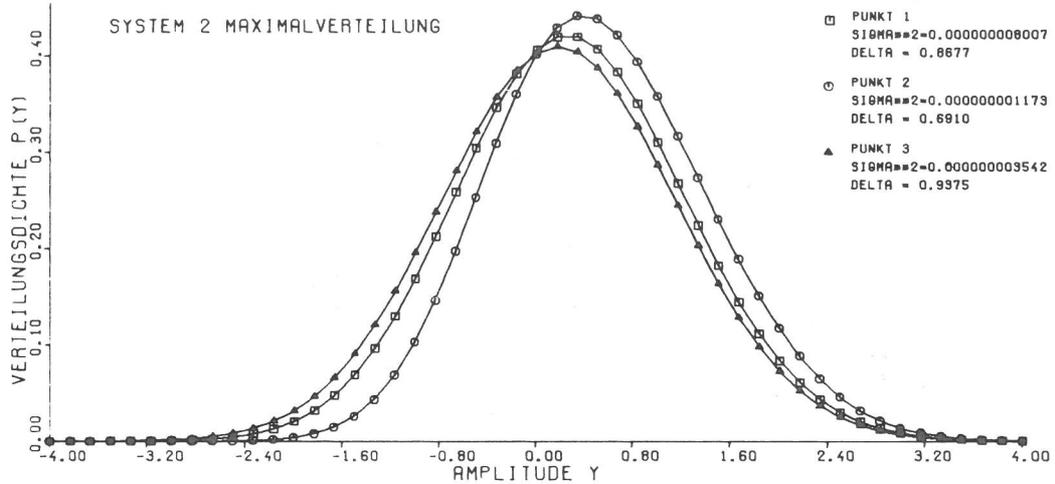


Bild 6.73  
Maximalwertverteilungsdichte Tunnelsohle, -wand und -decke, System 2

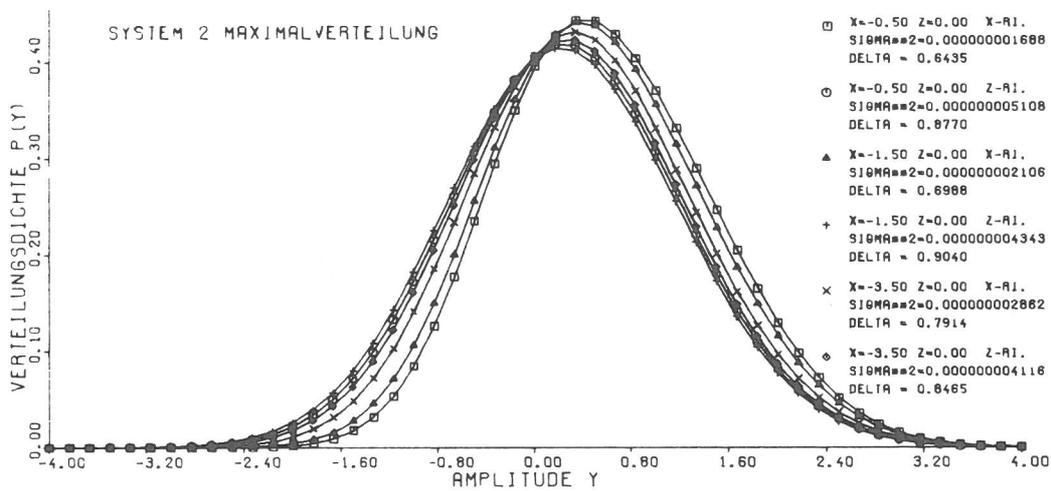


Bild 6.74  
Maximalwertverteilungsdichte einiger Punkte im Boden, System 2

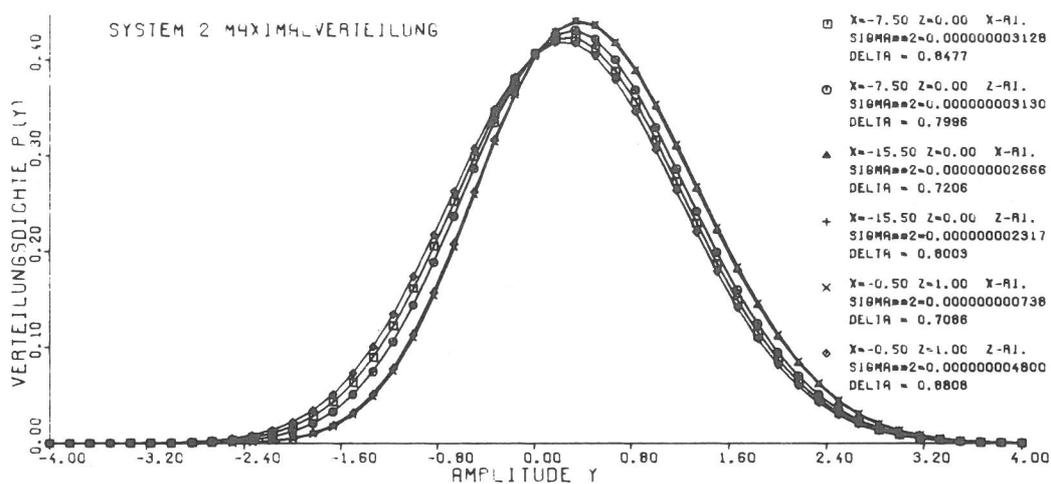


Bild 6.75  
Maximalverteilungsdichte einiger Punkte im Boden, System 2

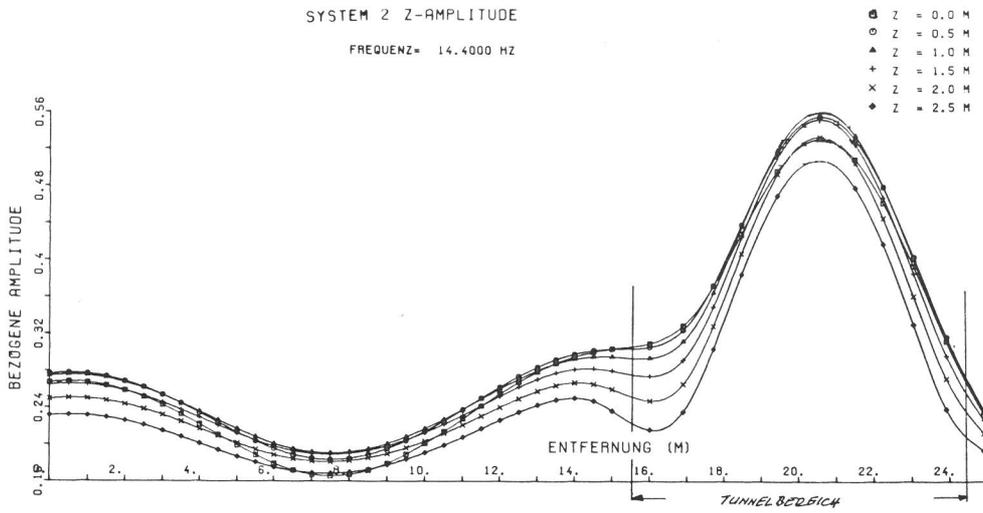


Bild 6.76

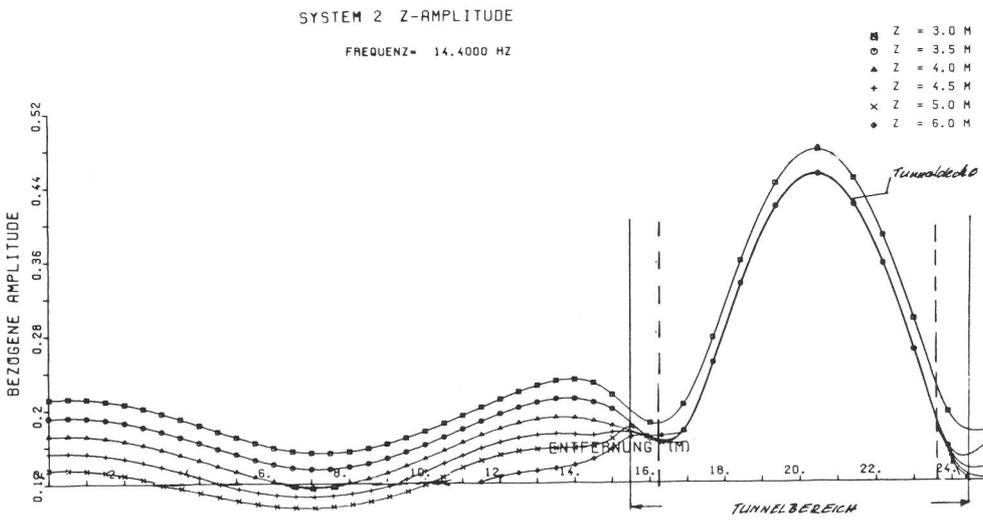


Bild 6.77

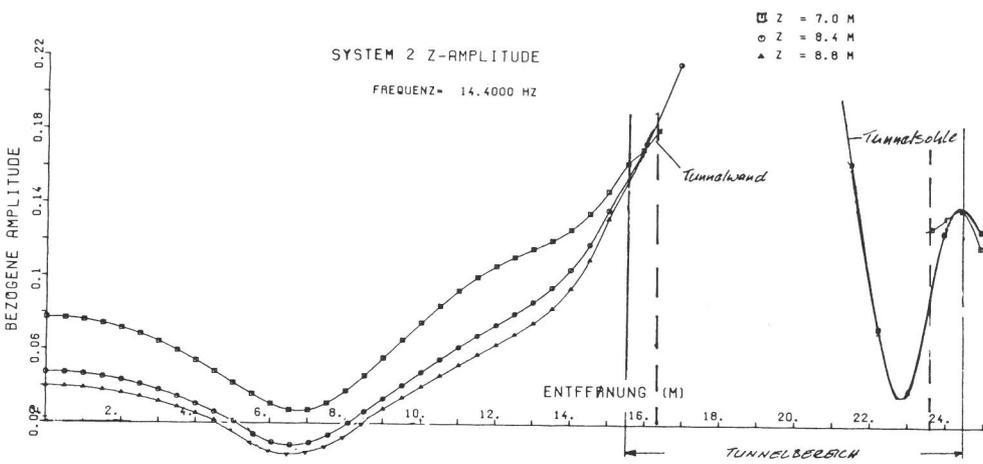


Bild 6.78

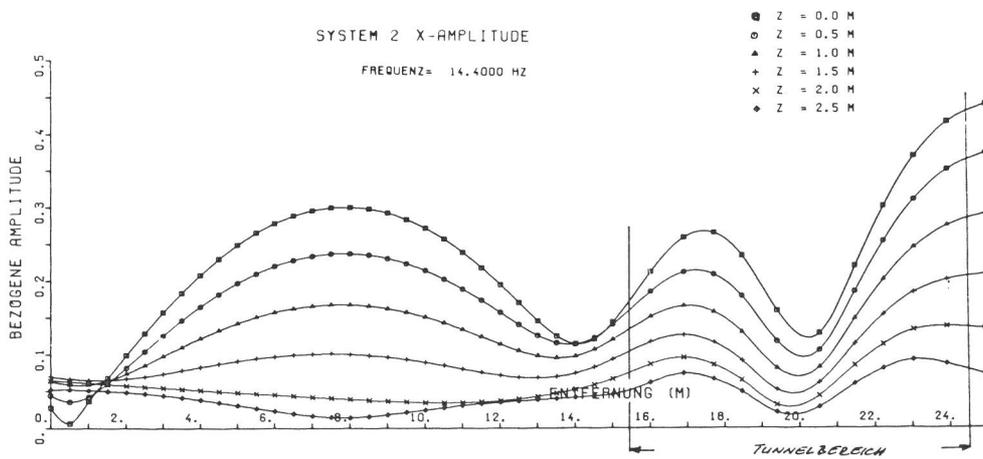


Bild 6.79

SYSTEM 2 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

- Z = 0.0 M
- Z = 0.5 M
- ▲ Z = 1.0 M
- + Z = 1.5 M
- × Z = 2.0 M
- ◆ Z = 2.5 M

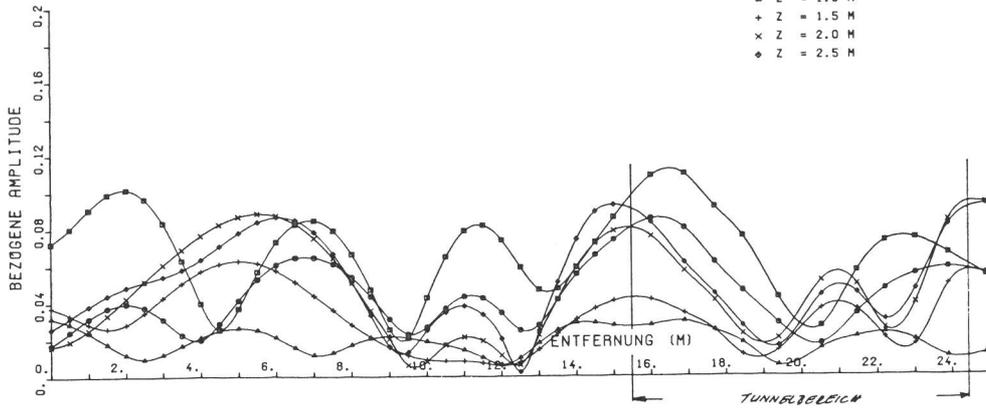


Bild 6.80

SYSTEM 2 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

- Z = 3.0 M
- Z = 3.5 M
- ▲ Z = 4.0 M
- + Z = 4.5 M
- × Z = 5.0 M
- ◆ Z = 6.0 M

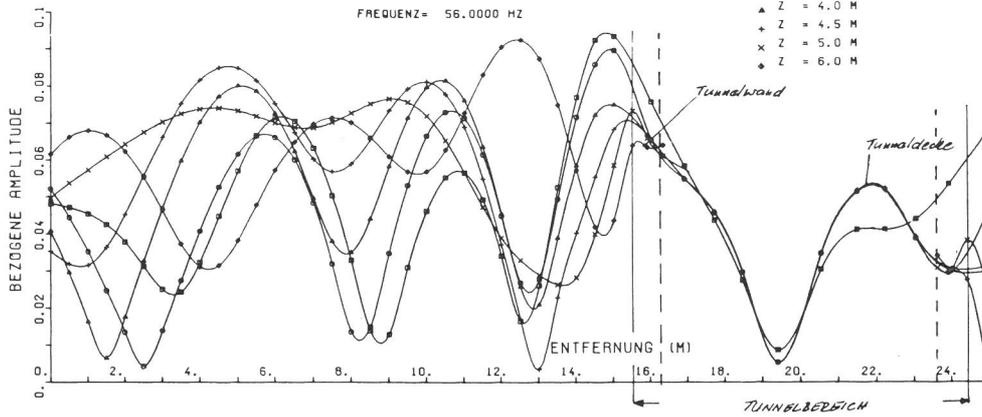


Bild 6.81

SYSTEM 2 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

- Z = 7.0 M
- Z = 8.4 M
- ▲ Z = 8.8 M
- + Z = 9.7 M
- × Z = 10.7 M

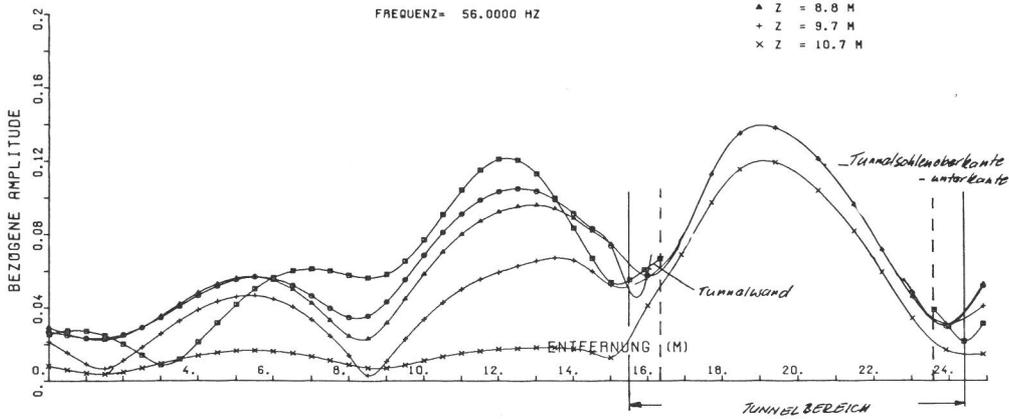


Bild 6.82

SYSTEM 2 X-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

- Z = 0.0 M
- Z = 0.5 M
- ▲ Z = 1.0 M
- + Z = 1.5 M
- × Z = 2.0 M
- ◆ Z = 2.5 M

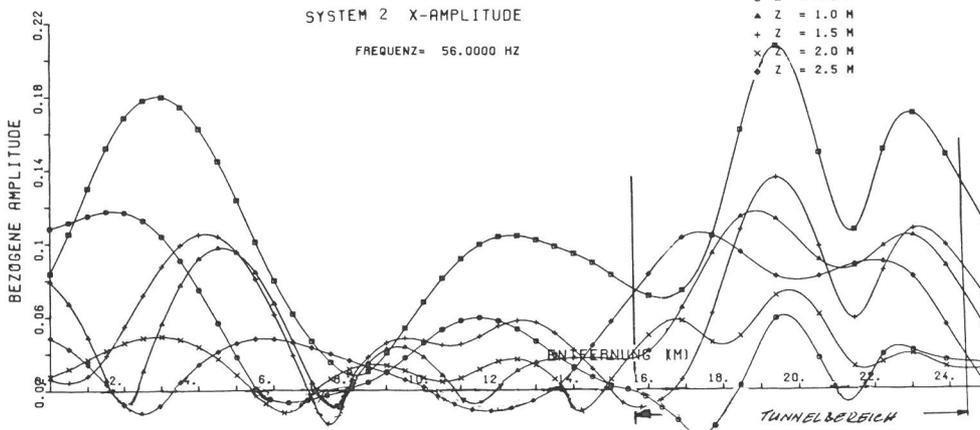


Bild 6.83

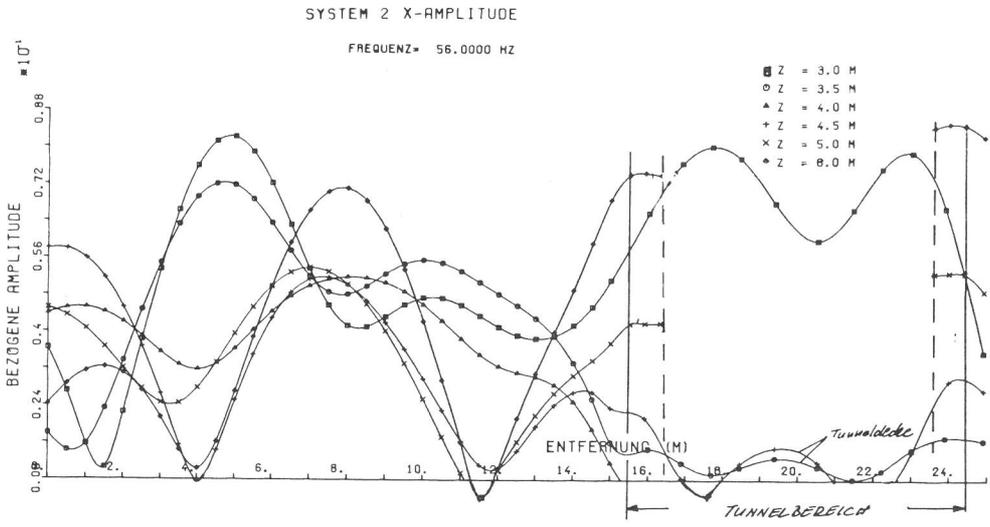


Bild 6.84

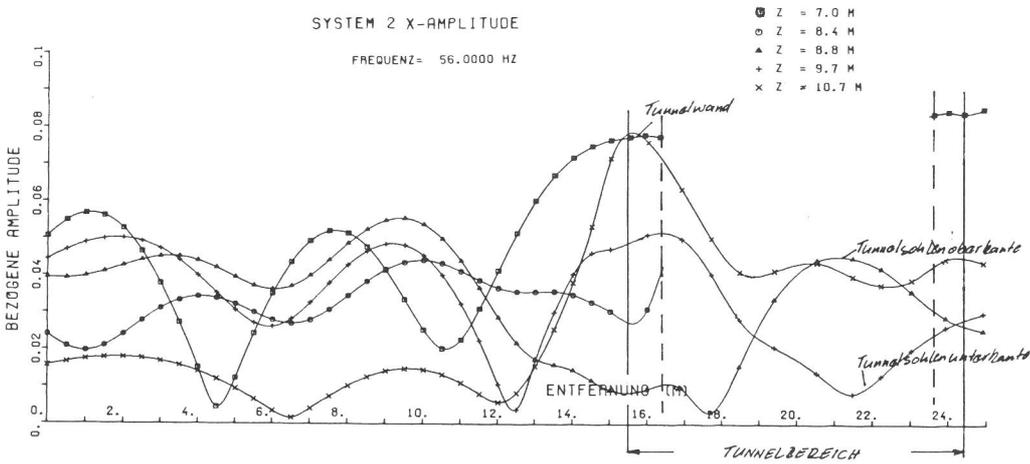


Bild 6.85

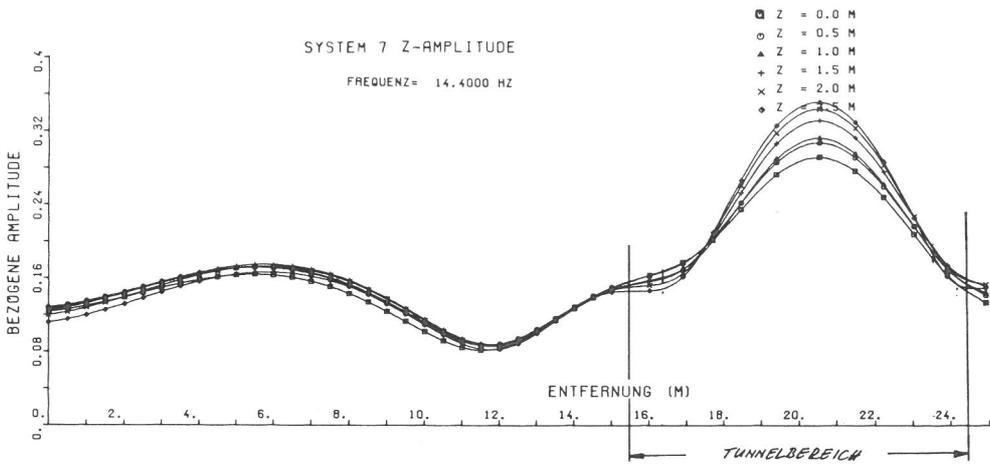


Bild 6.86

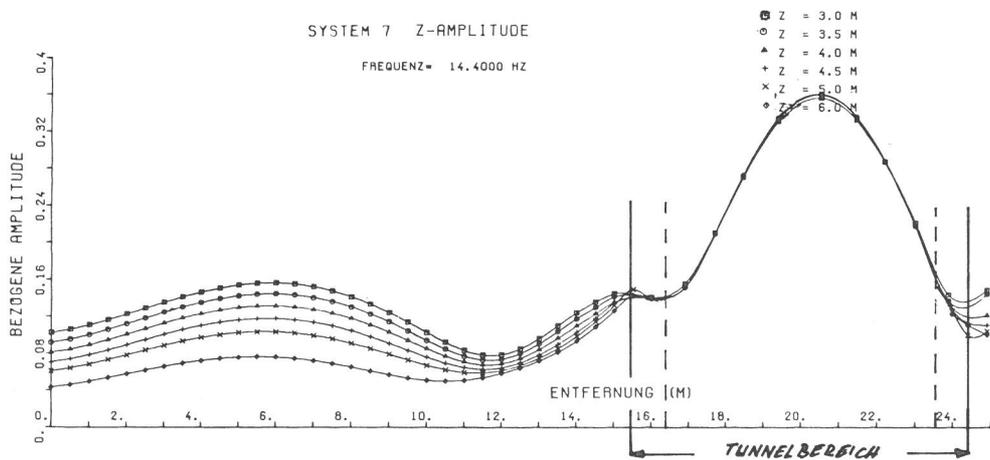


Bild 6.87

SYSTEM 7 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ = 14.4000 HZ

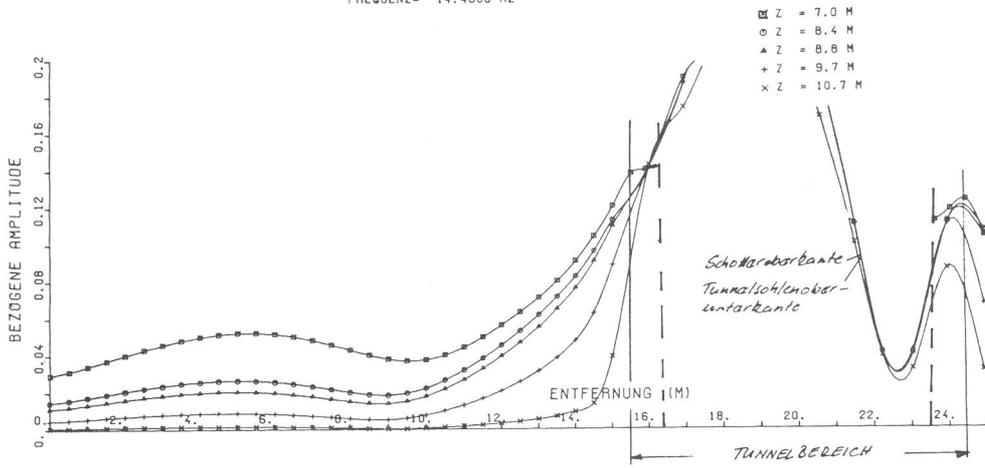


Bild 6.88

SYSTEM 7 X-AMPLITUDE

FREQUENZ = 14.4000 HZ

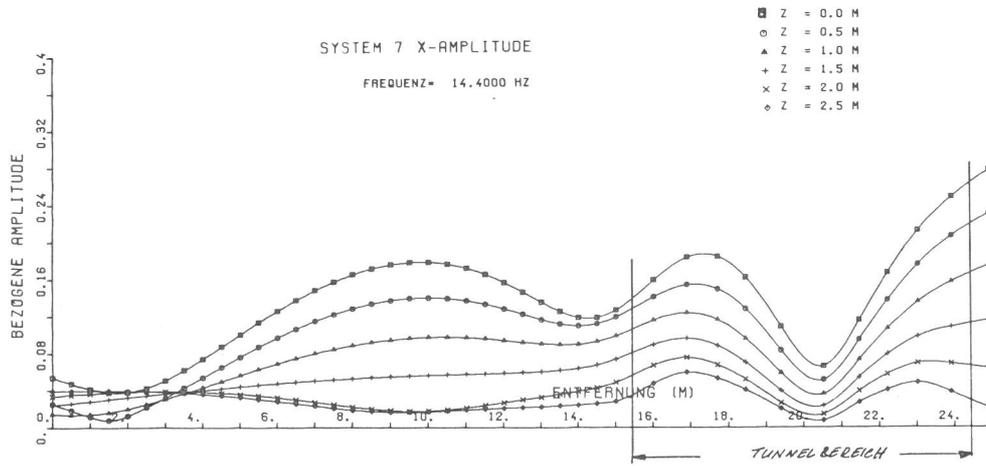


Bild 6.89

SYSTEM 7 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ = 56.0000 HZ

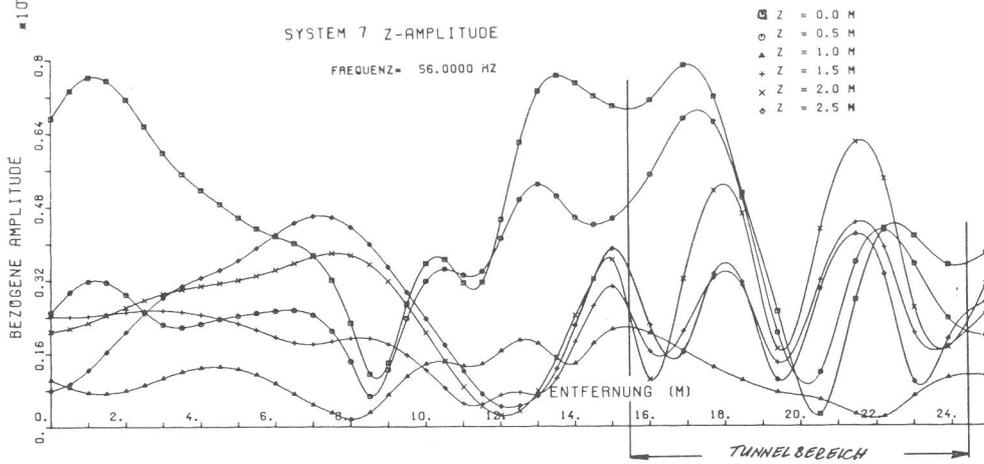


Bild 6.90

SYSTEM 7 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ = 56.0000 HZ

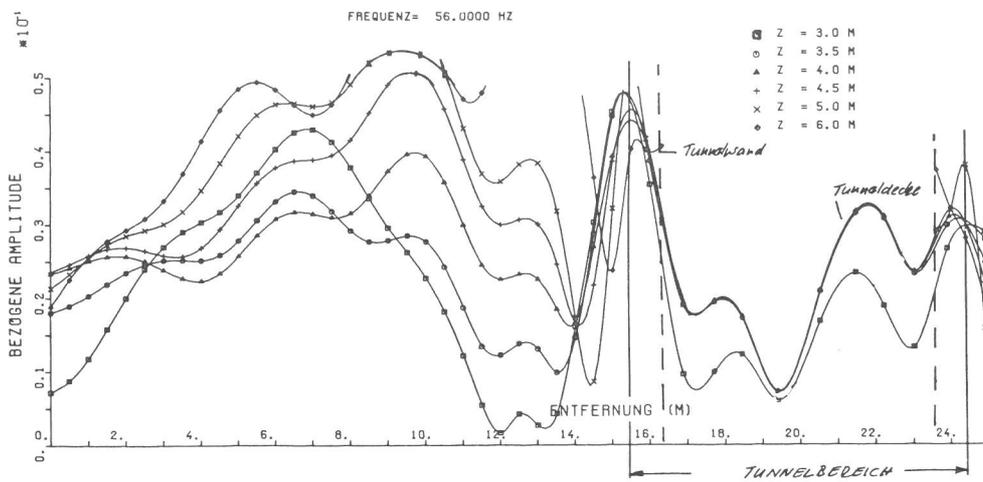


Bild 6.91

SYSTEM 7 Z-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

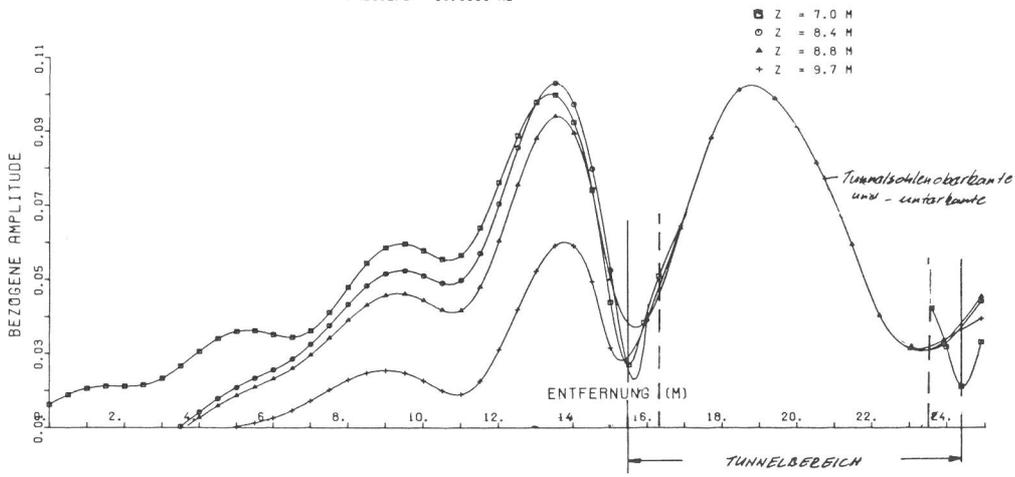


Bild 6.92

SYSTEM 7 X-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

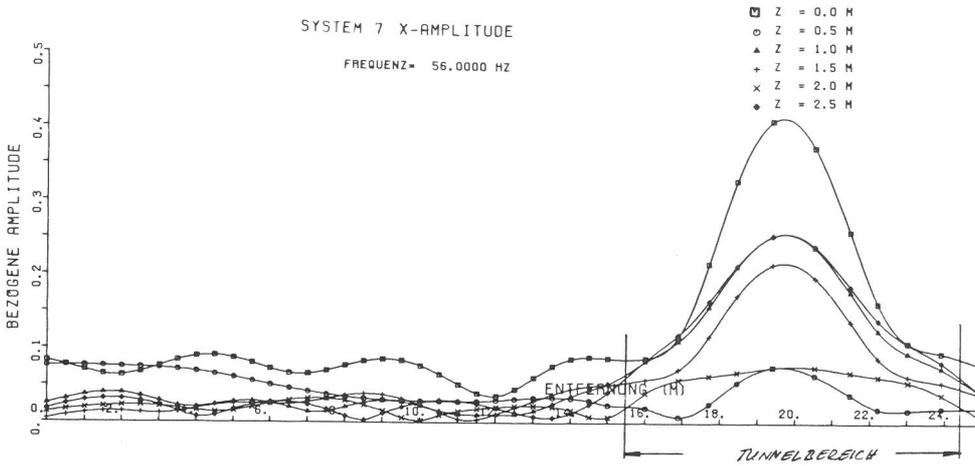


Bild 6.93

SYSTEM 7 X-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

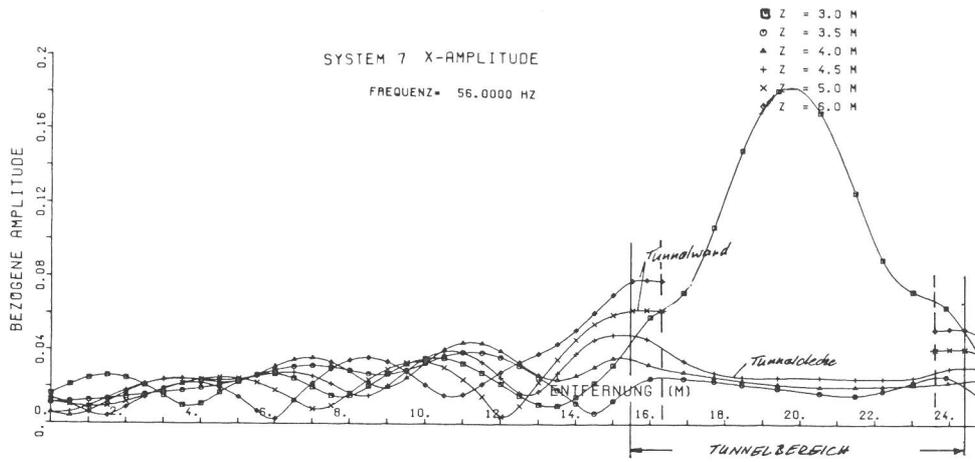


Bild 6.94

SYSTEM 7 X-AMPLITUDE

FREQUENZ= 56.0000 HZ

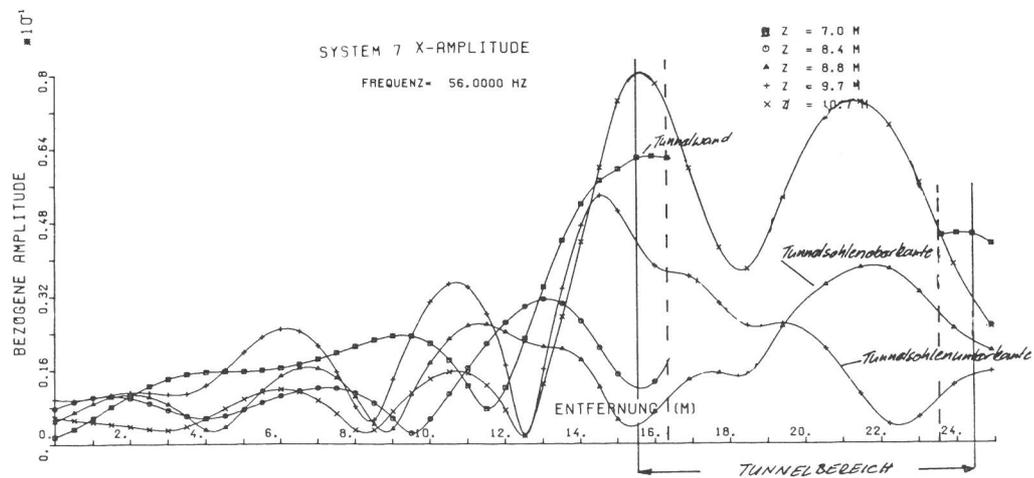


Bild 6.95

## Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

Nr. 1/September 1968

**Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)**  
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft

Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)

**Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitergebern**  
von Dr.-Ing. Götz Andreae

Nr. 3/September 1970 (vergriffen)

**Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile**  
von Dr.-Ing. Josef Ziebs

Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)

**Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren**  
von Dr. rer. nat. Arno Burmester

Nr. 5/März 1971

**Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken**  
von Dr. rer. nat. Norbert Steiner

Nr. 6/April 1971

**Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen**  
von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider

Nr. 7/Juli 1971

**Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie**  
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz

Nr. 8/November 1971

**Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Helmut Veith

Nr. 9/November 1971

**Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller

Nr. 10/Januar 1972

**Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode**  
von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin

Nr. 11/Februar 1972

**Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütewerte beim Brennschneiden**  
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause

Nr. 12/Mai 1972

**Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren**  
von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg

Nr. 13/Juni 1972

**Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen  $760$  und  $2 \cdot 10^{-7}$  Torr**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer

Nr. 14/Juli 1972

**Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz**  
von Eberhard Fischer

Nr. 15/August 1972

**Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse**  
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl

Nr. 16/August 1972

**Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer**  
von Dr.-Ing. Erwin Knublauch

Nr. 17/August 1972

**Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen**  
von Dr.-Ing. Peter Reimers

Nr. 18/Januar 1973

**Das Sprödbbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 19/Januar 1973

**Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen**

Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos

Nr. 20/April 1973

**Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden**

von Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 21/Juli 1973

**Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung**

Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig

Nr. 22/Juli 1973

**Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen**

von Dipl.-Ing. R. Rudolphi und Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 23/November 1973

**Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin**

**Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen**

von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske

Nr. 24/November 1973

**Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung**

von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 25/Dezember 1973

**Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen**

von Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 26/August 1974

**Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —**

von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise

Nr. 27/August 1974

**Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall**

von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg

Nr. 28/August 1974

**Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern**

von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich

Nr. 29/August 1974

**Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall**

von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider

Nr. 30/September 1974 (vergriffen)

**The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology**

von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon

Nr. 31/August 1975

**Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung**

von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann

Nr. 32/September 1975

**Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen**

von Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher

Nr. 33/November 1975

**Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens**

von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi

Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)

**Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen**

von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe

Nr. 35/Januar 1976

**Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**

von Dipl.-Ing. Ernst Limberger

Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)

**Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt

Nr. 37/Februar 1976

**Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**  
von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 38/Juni 1976

**Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionitriertem Stahl 42 CrMo 4**  
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig

Nr. 39/Juni 1976

**Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newtonschem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung**  
von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf

Nr. 40/Juni 1976

**Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren**  
von Dr. rer. nat. H. Hantsche

Nr. 41/Okttober 1976

**Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten**  
von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher

Nr. 42/Okttober 1976

**Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft**  
von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen

Nr. 43/Okttober 1976

**Das Sprödbbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**  
von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 44/November 1976

**Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“**  
von Dipl.-Ing. W. Matthees

Nr. 45/Dezember 1976

**Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten**  
von Dr.-Ing. W. Paatsch

Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)

**Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung**  
**Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses**  
von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler

Nr. 47/Juni 1977

**Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen**  
von Dr.-Ing. Arno Plank

Nr. 48/Okttober 1977

**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn**  
von Dr.-Ing. U. Holzlöhner

Nr. 49/Dezember 1977

**Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung**  
von Dr.-Ing. Günther Wittig

Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)

**Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern**  
von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski

Nr. 51/Juni 1978

**Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen**  
von Dr. rer. nat. J. Sickfeld

Nr. 52/August 1978

**Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung**  
von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov

Nr. 53/Oktober 1978

**Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge**

von Rolf Günter Rohrmann und Reinald Rudolphi

Nr. 54/Oktober 1978

**Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung**

von Dr.-Ing. Harro Sander

Nr. 55/November 1978

**Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %-Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung**

von Dr.-Ing. Dieter Klaffke

Nr. 56/Januar 1979

**Stabilität von Sandwichbauteilen**

von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langli

Nr. 57/März 1979

**Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung  
Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing**

von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus

Nr. 58/März 1979

**Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 59/Juli 1979

**Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl**

von Dr.-Ing. Günther Plauk

Nr. 60/August 1979

**Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken**

von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs

Nr. 61/Dezember 1979

**Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems**

von Dr. Klaus Richter

Nr. 62/Dezember 1979

**Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle**

von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker

Nr. 63/Dezember 1979

**Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase**

von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig

Nr. 64/Februar 1980

**Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung**

von Dr.-Ing. Werner Rücker

Nr. 65/Februar 1980

**Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte**

von Dr.-Ing. Peter Schmidt, Dr.-Ing. Dietmar Aurich, Dr.-Ing. Rolf Helms, Dr.-Ing. Helmut Veith und Dr.-Ing. Josef Ziebs