

ISSN 0172-7613

# **Forschungsbericht 69**

BUNDESANSTALT FÜR  
MATERIALPRÜFUNG (BAM)

BERLIN

## **Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitshüllen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise**

von Dr.-Ing. Frank Buchhardt  
Dipl.-Ing. Peter Brandl

---

Juni 1980

146 Seiten, 131 Bilder, 13 Tabellen

Die diesem Bericht zugrunde liegenden Arbeiten wurden mit Mitteln des Bundesministers des Innern (Förderungskennzeichen SR 104) gefördert.

Die Verantwortung für den Inhalt liegt jedoch allein beim Autor.

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon 030/8104-1  
Telex 01-083 261 bamb d

Inhaltsverzeichnis	Seite
<b>1. Einleitung</b>	1
1.1 Übergeordnete Zielsetzung	1
1.2 Einzelzielsetzung	2
<b>2. Liner-Verhalten</b>	3
2.1 Allgemeines Strukturverhalten des Liners	3
2.2 Konstruktive Elemente der Linermembran	4
<b>3. Vorliegende Untersuchungen zum „kalten Liner“</b>	6
3.1 Theoretische Untersuchungen	6
3.1.1 Energiemethode	7
3.1.2 Gleichgewichtsmethode	10
3.1.3 Numerische Methoden	11
3.2 Experimentelle Untersuchungen	12
3.2.1 Verankerung im Beton	13
3.2.2 Linerfeld	14
<b>4. Allgemeine Bemerkungen zu den Versagensmöglichkeiten und Rechenmodellen</b>	15
<b>5. Programmsysteme</b>	19
5.1 Übersicht	19
5.2 SAP IV	22
5.3 NONSAP – NISA	22
5.3.1 Allgemeines zu NISA	22
5.3.2 Zum SHELL Element	24
5.3.3 Zum SPRING Element	27
5.4 ADINA	28
5.4.1 Allgemeiner Programmüberblick	28
5.4.2 Beschreibung der verwendeten Elemente	31
5.4.2.1 Das 3/D CONTINUUM Element	31
5.4.2.2 Das 2/D CONTINUUM Element	31
5.4.2.3 Das TRUSS Element	32
5.4.3 Aufbau der Produktionsprogramme mit ADINA	32
5.4.3.1 Allgemeines	32
5.4.3.2 Datengeneratoren	32
5.4.3.3 Der Restart-Job	33
<b>6. Zum „kinematischen“ Verhalten</b>	34
<b>7. Parametervariation</b>	39
7.1 Übersicht	39
7.2 Dreidimensionale Rechnungen mit linear elastischem Material (NISA)	45
7.2.1 Systeme und Parameter	45
7.2.2 Vorschätzung und erste Ergebnisse	47
7.2.3 Eingrenzung der praktischen Rechnung	47
7.2.4 Einfluß der Vorverformung	48
7.2.5 Einfluß der elastischen Randeinspannung	49
7.2.6 Einfluß der Ankerbolzen	50
7.2.7 Einfluß der Lagerung	51
7.3 Vorversuche mit materieller Nichtlinearität (ADINA)	52
7.3.1 Allgemeines	52
7.3.2 Aufbau der Versuchsrechnungen	53
7.3.3 Ergebnisse der Voruntersuchungen	54
7.4 Beulfeldrechnungen mit nichtlinearem Material	54
7.4.1 Allgemeines	54
7.4.2 Diskretisierung des Beulfeldes aus dem Gesamtsystem	55

7.4.3	Parameter	55
7.4.4	Sensitivitätsstudie	56
7.4.5	Ergebnisauswertung	57
7.4.6	Einfluß der Lagerung	57
7.4.7	Einfluß der Vorverformung	58
7.4.8	Einfluß der Fließspannung	59
7.5	Zweidimensionale Rechnungen	60
7.5.1	Allgemeines	60
7.5.2	Das ebene Streifenmodell	60
7.5.2.1	Diskretisierung des Modells	60
7.5.2.2	Ergebnisse	61
7.5.3	Ebenes Linerfeld	62
7.5.3.1	Diskretisierung des Modells	62
7.5.3.2	Ergebnisse	64
7.6	Eindimensionale Rechnungen	65
7.6.1	Diskretisierung des Modells	65
7.6.2	Ergebnisse	66
<b>8.</b>	<b>Vergleichsuntersuchungen</b>	<b>67</b>
8.1	Beulfeld	67
8.1.1	Vergleich am „Sinus-Stab“	67
8.1.2	Vergleich mit finiten Differenzen	69
8.1.3	Balkenrechnungen mit ADINA	72
8.1.4	Ergebnisse	73
8.2	Ebenes Linersystem	75
8.2.1	Relaxationsrechnung am Stab-Feder-System	75
8.2.2	Berechnung mit TRUSS Elementen (ADINA)	77
8.2.3	Ergebnisse	77
<b>9.</b>	<b>Gesamtstruktur</b>	<b>81</b>
9.1	Vorbemerkungen	81
9.2	Rechenmodell	81
9.3	Versagensmechanismus	82
9.4	Zwängungslastfälle	83
9.5	Parameter	84
9.6	Ergebnisse	85
<b>10.</b>	<b>Ausblick</b>	<b>88</b>
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>90</b>
	<b>Summary</b>	<b>93</b>
	<b>Literatur</b>	<b>96</b>
<b>Anhang I</b>	<b>Literaturanalyse</b>	<b>101</b>
<b>Anhang II</b>	<b>Detailuntersuchungen für ein einzelnes „Linerbeulfeld“</b>	<b>113</b>
<b>Anhang III</b>	<b>Detailuntersuchungen zum „ebenen“ Linersystem</b>	<b>127</b>
<b>Anhang IV</b>	<b>Detailuntersuchungen zum Gesamtsystem</b>	<b>131</b>

## Kurzzusammenfassung

Der vorliegende Bericht befaßt sich mit dem Tragverhalten einer punktweise im Beton verankerten Stahl liner membran mit dem besonderen Aspekt extremer Last- und Verformungsbedingungen.

Die Untersuchung gliedert sich i.w. in 5 Abschnitte:

- Durchleuchtung und Auswertung vorliegender Untersuchungen zum Linerproblem hinsichtlich der Randbedingungen und angewandten Methoden (Kap. 2 - 4 und Anhang I)
- Implementierung des Programmsystems der SAP-Familie, (NONSAP, NISA, ADINA), Eichung geeigneter Finiter Element Gruppen sowie Installierung von Pre- und Postprozessoren und des Restart-Jobs (Kap. 5 u. 6)
- Parametervariation der Einzelkomponenten mit ADINA u.a. für das „Beulfeld“ (Kap. 7 und Anhang II) sowie das „ebene“ Linersystem (Kap. 7 und Anhang III)
- Vergleichsberechnungen (Kap. 8 sowie Anhang II u. III)
- Betrachtung des Gesamtsystems (Kap. 9 und Anhang IV)

## Abstract

This paper concerns the structural behaviour of a steel liner membrane pointwise attached to the interior concrete surface with particular regard to extreme load and deformation conditions.

In general the study is subdivided into 5 sections:

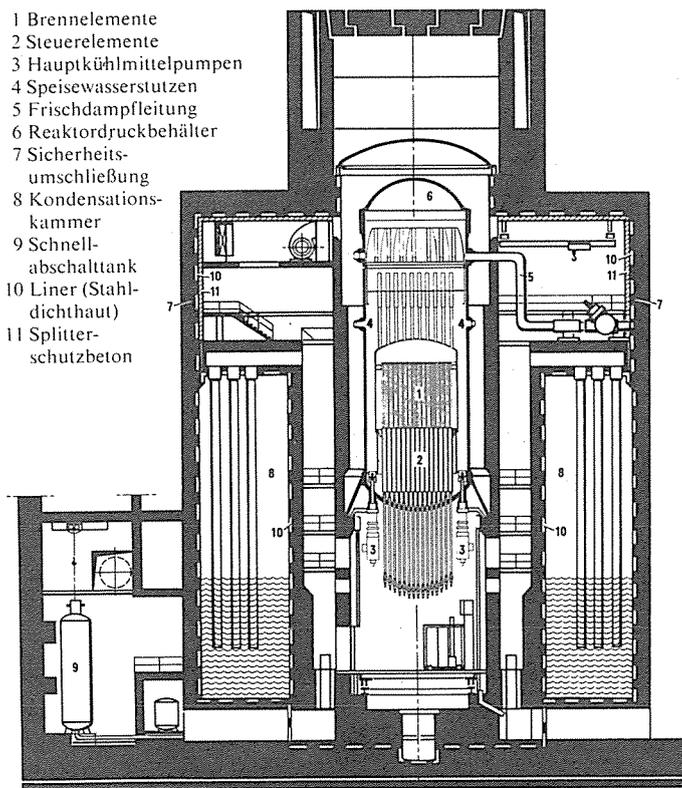
- Examination and evaluation of present liner analyses under the aspect of boundary conditions and applied methods (Chapt. 2-4 and Appendix I)
- Implementation of SAP-Family-Codes (NONSAP, NISA, ADINA), adjustment of appropriate finite elements as well as installation of pre- and postprocessors and of the Restart-Job (Chapt. 5 and 6)
- Parametric variation of single liner components especially applying ADINA to the analysis of the „buckling“ field (Chapt. 7 and Appendix II) and the „plane“ liner system (Chapt. 7 and Appendix III)
- Comparative computations (Chapt. 8 and Appendices II and III)
- Consideration of the overall system (Chapt. 9 and Appendix IV)



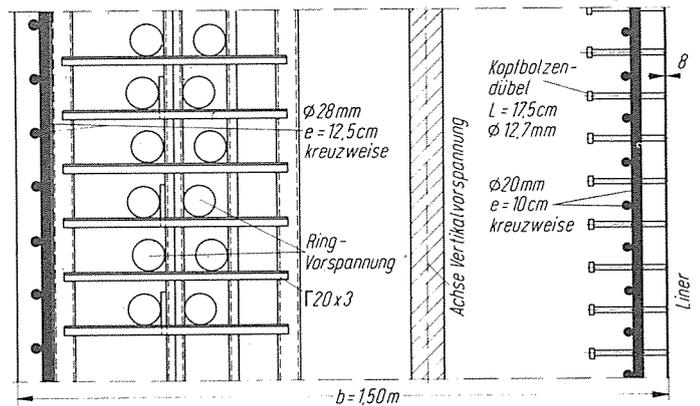
# 1. Einleitung

## 1.1 Übergeordnete Zielsetzung

In den U.S.A. werden für den Sicherheitseinschluß von LWR vorrangig Sicherheitshüllen in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise verwendet, während die entsprechende technologische Entwicklung in der Bundesrepublik Deutschland noch am Anfang steht. Diese Containmentbauart findet erstmals für das Kernkraftwerk Gundremmingen II Anwendung (s. Bild 1.1). Auch für eine geplante 1160 MWe-HTR Kernkraftwerksanlage ist diese wenn auch modifizierte Containment-Konzeption vorgesehen.



KRB II Gundremmingen. Querschnitt Sicherheitsbehälter



KRB II Gundremmingen. Spannbewehrung der Zylinderwand des Sicherheitsbehälters

Bild 1.1  
Beispiel einer Linerkonstruktion  
aus Beton- u. Stahlbetonbau 4/1978

Reaktorsicherheitshüllen unterliegen der grundlegenden strahlenschutztechnischen Sicherheitsanforderung nach Abschirmung gegen radioaktive Substanzen. Dies wird bei Sicherheitshüllen in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise durch die Anordnung einer gasdichten Membran erreicht. Diese Stahlblechdichthaut - das wichtigste Konstruktionsteil dieser Containment-Bauweise vom strahlenschutztechnischen Gesichtspunkt unter Störfallbedingungen - wird auch Liner genannt, der an der Innenseite

der Betonkonstruktion angeordnet und durch eine Vielzahl von Bolzen im Beton verankert ist (s. Bild 1.2). Die Integrität des Stahlblechliners muß auch bei Störfallbedingungen unter allen Umständen gewahrt bleiben.

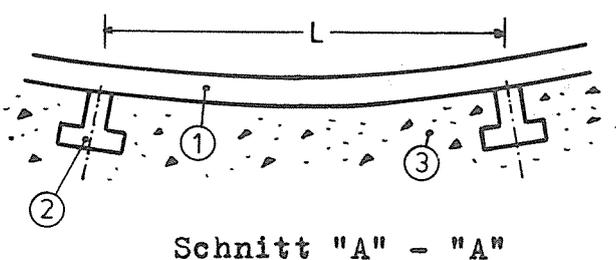
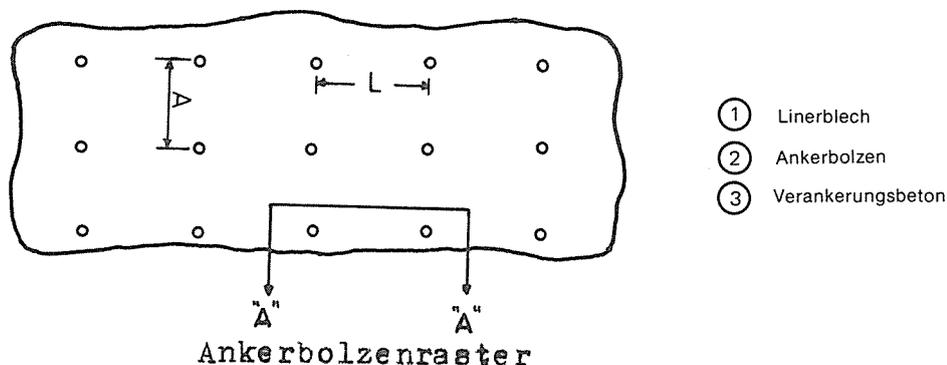


Bild 1.2  
Komponenten des Liners aus /A11/

## 1.2 Einzelzielsetzung

Gegenstand und Ziel dieses Vorhabens ist eine realistische Berechnung der Beanspruchungen des Verbundsystems aus Betoncontainment, Verankerungsbolzen und Linerstahlblech. Besonders unter Störfallbedingungen werden die Beanspruchungen i.a. im plastischen Bereich liegen, so daß Beul- und Nachbeuluntersuchungen auf elasto-plastischer Grundlage erforderlich werden.

Die Festigkeitsauslegung des Liners muß daher sämtliche Spannungs- und Dehnungszustände auch unter Berücksichtigung zeit- und temperaturabhängigen Materialverhaltens umfassen, da unter allen Umständen - insbesondere unter Störfallbedingungen - die Integrität des Liners, also der Ausschluß von Trennrissen, sicherzustellen ist.

Die zu entwickelnde Untersuchungsmethode soll die bisherigen Verfahren idealisierender Systemannahmen überschreiten und das vielparametrische nicht-lineare System unter realen Randbedingungen erfassen.

Anhand eines realistischen Rechenmodells sollen mit möglichst geringem Rechenaufwand Parametervariationen durchgeführt werden, um die für ein Versagen des Liners signifikanten Einflußgrößen feststellen zu können, und somit eine realistische Erfassung des Verbundsystems erreicht werden.

## 2. Liner-Verhalten

=====

### 2.1 Allgemeines Strukturverhalten des Liners

---

Einzigste Aufgabe der Stahlblechlinerhaut ist die Gewährleistung der funktionellen Dichtigkeit als letzte Sicherung gegen den Austritt radioaktiver Substanzen; denn eine derartige Dicht-  
haltefunktion kann von der umgebenden Betonschale infolge Riß-  
bildung und natürlicher Porosität nur sehr unvollkommen über-  
nommen werden. Dagegen fällt dem Liner (zunächst) keine struk-  
turelle Funktion zu.

Konstruktionstechnisch wird die geschlossene Stahlblechhaut an der Innenseite der Betonkonstruktion durch entsprechende Rippen und vorrangig durch Bolzen ("Studs") zug- und schub-  
fest verankert, während die druckseitige Abstützung durch die  
Betonschale selbst übernommen wird. Hierdurch entsteht also  
ein monolithischer Verbund zwischen Stahlblechhaut und  
der umgebenden Außenkonstruktion, so daß sämtliche Beanspruchun-  
gen der tragenden Betonkonstruktion wegen der Verbundwirkung  
auch der Stahlblechmembran über die gemeinsamen (mittleren)  
Verformungen mitgeteilt werden.

Die Beanspruchungsbedingungen für den Liner von Sicherheitshül-  
len in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise können i.w. nach der  
Beanspruchungsart eingeteilt werden in

- ständige Lasten
- extreme (hypothetische) Lasten.

Zu den ständigen Lasten ist zunächst die Vorbelastung aus dem  
Bauzustand zu zählen, da bei der Erstellung der umgebenden  
Betonschale der Stahlblechliner als Innenschalung dienen und somit  
auf Biegung beansprucht wird. Im Zuge des Erhärtungsprozesses  
der Betonschale wird die sich einstellende Schwindverkürzung

ebenfalls auf den Liner übertragen. Hinzu kommen erzwungene Verkürzungen aus den Lastfällen Vorspannen und Kriechen sowie induzierte Wechselbeanspruchung durch Tag-Nacht-Temperaturänderungen.

Additiv zu den ständigen Lasten sind die (hypothetischen) Extremeinwirkungen zu zählen, die zusätzlich Druck- und thermische Beanspruchungen infolge von hypothetischen Kühlmittelverlustunfällen oder extremen äußeren Einwirkungen ergeben.

Allen Beanspruchungsarten gemeinsam ist das Übertragen von erzwungenen Deformationen auf die Stahllinermembran, deren freie Verformungsmöglichkeiten auf Grund der Rand- und Lagerungsbedingungen prinzipiell eingeschränkt ist. Es handelt sich also i.w. um Zwängungslastfälle, deren Lastabtrag entscheidend von der konstruktiven Auslegung der einzelnen Strukturelemente der Linermembran abhängt.

## 2.2 Konstruktive Elemente der Linermembran

---

Für die Gewährleistung der geforderten Dichthaltefunktion läßt sich das Verbundsystem unterteilen in

- die Betonhülle
- das Linerstahlblech
- die Verankerungsbolzen

Die Betonhülle dient zur Aufnahme und zum Abtrag aller Lasten des Containments und besitzt gegenüber der Stahlblechmembran eine sehr große Eigensteifigkeit. Daher ergibt sich i.w. keine Wechselbeziehung der Beanspruchung Betonschale - Linerblech und eine Beschränkung der Betrachtung auf den Betonverankerungsbereich der Studs. Hierbei sind für die Qualität der Bolzenverankerung im Beton sowohl die Einbindetiefe als auch die Bewehrungsführung maßgeblich ebenso wie der zu unterstellende Spannungszustand im Verankerungsbereich, da die Verankerungssteifigkeit der Bolzen im Beton auch davon beeinflusst wird, ob er sich im Zustand I (ungerissen) oder bereits im Zustand II (gerissen) befindet.

Über die Verankerungsbolzen selbst, die aus verschiedenen Gründen vorzugsweise als punktweise Dübelverankerungen ausgeführt werden, erfolgt die eigentliche Fixierung der Stahlblechmembran. Die Liner-Verankerungen müssen auch physikalisch über

hinreichende Duktilität verfügen, um erzwungene Verschiebungen ertragen zu können. Das Tragverhalten der Studs wird zusätzlich von geometrischen Faktoren wie Ausbildung des Rasters, der Ankerabstände und -abmessungen und deren Form beeinflusst. Die Lastverformungslinie, die sog. Ankerkennlinie, wird somit - besonders bei Hinzuziehung des Verankerungsbetonbereiches - allgemein nicht-linear verlaufen. Das Gesamttragverhalten der Linderdichthaut wird zudem durch das gewählte Steifigkeitsverhältnis zwischen Verankerungsbolzen und Linderblechdicke entscheidend beeinflusst. Bei einer sehr großen Bolzensteifigkeit wird die Verformungsmöglichkeit anliegender Linderfelder punktweise behindert, so daß ein Ausreißen des Bleches oder ein Versagen der Schweißung im Bereich der Verankerungsstelle Bolzen-Linderblech auftreten könnte; zum anderen könnte sich bei zu geringen Bolzendimensionen ein Plastizieren der Verankerungselemente einstellen, was somit ein Abscheren der gesamten Linderkonstruktion bewirken würde. Das Tragverhalten des Linderbleches - dem eigentlichen Dichthalteorgan - wird neben imperfekten Eigenschaften i.w. durch die Faktoren Blechdicke, Lage und Art der Schweißnähte, Abstand der Stützung sowie Höhe der Fließspannungsgrenze bestimmt. Das Linderblech muß so ausgebildet und bemessen werden, daß es die denkbaren Zwängungsspannungen bzw. -verformungen ertragen kann und unter allen Umständen den Verlust der Integrität durch Ausbilden von Trennrissen vermeidet.

Die Aufnahme der Zwängungslasten durch das Linderblech ist in 3 aufeinanderfolgende Phasen denkbar:

Phase 1: Die induzierten Lasten liegen hier unterhalb der Fließspannung. Bemessungslastfall stellt in diesem Fall i.a. die Stabilitätsuntersuchung dar. Eine Beschränkung auf Phase 1 allein kann durch geometrische Maßnahmen ausgeschlossen werden, wie z.B. Verringern der Bolzenabstände.

Phase 2: Durch geeignete Dimensionierung der Lindermembran wird die Zwängungslast zum Überschreiten der Fließspannung führen; hierbei wird die aufnehmbare Maximallast sowohl geometrisch als auch materiell bedingt variieren.

Phase 3: Die Erschöpfungslast eines Linerfeldes wird i.w. durch (reines) Plastizieren und/oder Ausbeulen in Teilbereichen erreicht. Hierbei richtet sich die Nachversagensphase entscheidend nach vorgegebenen geometrischen Verhältnissen (Länge/Dicke/Imperfektion). Bei größeren Schlankheiten verbunden mit kleinen Imperfektionen ist zunächst ein Lastabfall auf eine untere Versagensstufe zu beobachten (s. /A10,A13/), während bei kleinen Schlankheiten i.w. nach Erreichen der Erschöpfungslast sofort zusätzliche Zwängungsdeformationen "spannungslos" infolge der Rotationsfähigkeit plastizierter Zonen eingeprägt werden können, ohne daß ein wesentlicher Lastabfall zu beobachten wäre. Hierbei handelt es sich dann um ein quasi "kinematisches" Verformungsverhalten. Der Grenzfall maximal tolerierbarer Dehnungen wäre dann erreicht, wenn infolge Rissebildung der Fall des Integritätsverlustes zu erwarten wäre.

### 3. Vorliegende Untersuchungen zum "kalten" Liner

=====  
Die für die spezifische Containments-Problematik des "kalten" Liners maßgeblichen Veröffentlichungen sind bisher nicht sehr umfangreich und leicht überschaubar; sie werden nachfolgend (s. hierzu Anhang I) in ihren wesentlichen Punkten kurz dargestellt, und zwar im Hinblick auf die jeweiligen Vorgehensweisen mit unterschiedlichen Systemansätzen sowie entsprechenden idealisierenden Annahmen.

Im wesentlichen lassen sich die vorhandenen Untersuchungen zunächst unterteilen in:

- theoretische
- experimentelle Betrachtungen.

#### 3.1 Theoretische Untersuchungen

---

Entsprechend der angewandten Methodik kann die theoretische Vorgehensweise noch einmal aufgegliedert werden in die Anwen-

dung der

- Energiemethode
- Gleichgewichtsmethode
- numerischen Methoden.

### 3.1.1 Energiemethode

Allen hier vorliegenden Untersuchungen ist die wesentliche einschränkende Systemvoraussetzung gemeinsam, daß ideales, linear elastisches (Hooke'sches) Materialverhalten angenommen wird. Sofern hier überhaupt die Frage der Verankerungen angesprochen ist, wird die Annahme des starren Verankerungsverhaltens (bei fast allen Arbeiten) getroffen.

Als grundlegende Vorstudien zur Liner-Problemematik können die Untersuchungen von / A1-A5 / genannt werden, die i.w. das Beulverhalten eines in einer starren Umgebungsschale eingebetteten elastischen Kreisringes mit Rechteckquerschnitt behandeln. In /A1/ wird der -rein theoretische- Fall des Ausbeulens eines idealen Ringes durch Aufstellen der Energiebilanzen erörtert. Die Destabilisierung dieses theoretischen Problems wird im übrigen in /A2/ als unrealistisch beurteilt.

In /A3, A4, A5/ wird die Annahme des idealen Ringes aufgegeben und mögliche Imperfektionen durch die Vorgabe einer definierten Vorverformung berücksichtigt. Die Auswertung des Differentialgleichungssystems ergibt Bemessungskriterien der kritischen Belastungen in parametrischer Abhängigkeit von Radius, Kreisringdicke und Vorverformungsgröße. Zur Vermeidung des Destabilisierens wird in /A4/ eine Überschlagsformel zur Bemessung eines Ankermindestabstandes angegeben; in /A3/ erfolgt der Hinweis des Vorganges des Plastizierens, das nicht in die Betrachtung miteinbezogen wurde.

Auf analytischer Ebene werden Lösungen für das Liner-Problem i.w. durch Kicher (u.a.) in /A6, A7, A8/ erstmals angegeben, und zwar in /A6/ in Form eines Beulproblems einer dünnwandigen zylindrischen Schale, die in einem Betonbehälter eingeschlossen und mit Bolzen verankert ist. Am Element werden die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach der Love-Kirchhoff'schen Theorie für große Verschiebungen aufgestellt. Wegen der Mitnahme der Differential-Terme zweiten Grades sind diese Gleichungen nicht-linear. Das Materialgesetz wird linear als zwei-

dimensionales Hooke'sches Gesetz für elastisches, isotropes Material eingeführt. Aus der Volumenintegration der Elementbeziehungen resultiert die Formulierung des elastischen Potentials des Systems, ausgedrückt in Abhängigkeit der Verschiebungen. Nach dem Prinzip vom stationären Wert des elastischen Potentials wird aus der Variation nach den einzelnen Verschiebungsrichtungen das Differentialgleichungssystem des Problems gewonnen. Für einen geometrisch realistischen Ansatz einer Verschiebungsfunktion ergibt sich daraus die Lösung in Form einer Beziehung für das Nachbeulverhalten in Abhängigkeit der geometrischen Systemgrößen.

Auf dieser Grundlage entwickelt Kicher vollständige Last-Verschiebungsdiagramme für die Beanspruchung in Umfangsrichtung. Für die Axialrichtung gelingt dies unter der Voraussetzung eines rotationssymmetrischen Zustandes. Diese Kurven können unmittelbar zur Bemessung von Ankerabständen in beiden Richtungen verwandt werden. Die Bemessung genügt damit dem Kriterium, daß - bei Unterstellung eines starren, unverschieblichen Rechteckankerrasters - unter der induzierten äußeren Last kein Beulversagen eintritt.

/A7/ stellt eine Erweiterung von /A6/ dar, indem nunmehr zwei-axiale Lastzustände und partiell elastisches Ankerverhalten eingeschlossen sind. Entsprechend der Vorgehensweise in /A6/ wird mit einer zweidimensionalen Ansatzfunktion die Koppelung beider Beanspruchungsrichtungen erreicht, und zwar unter der Annahme starrer Verankerungsbolzen. Hierdurch wird die "echte" zweidimensionale Lösung des Problems erzielt. Es werden Diagramme für das Nachbeulverhalten aufgestellt, die u.a. als Parameter das Verhältnis der in den beiden Richtungen aufbrachten Belastung benutzen, so daß eine Bemessung der Ankerabstände ermöglicht wird.

Als Ergebnis der zweidimensionalen elastischen Berechnung stellt Kicher fest, daß im Falle des rechteckigen Anker-rasters der Ankerabstand in Umfangsrichtung maßgebend die Linerbeuldehnung bestimmt. Die Beuldehnung ist dagegen nach /A7/ unabhängig vom Ankerabstand in Längsrichtung; dieser ergibt sich lediglich aus der Forderung, daß am Rande einer umfangsgerichteten Beulwelle eine "ausreichende" Ankeranzahl notwendig ist, um die Beulwelle zu unterdrücken.

Im zweiten Teil von /A7/ wird die Annahme starrer Anker aufgegeben, gleichzeitig aber eine Beschränkung auf das eindimensionale Ringmodell vorgenommen. Der ausgewiesene Lösungsweg ist der gleiche, indem Gleichgewichtsbeziehungen aus der Energiebilanz für das Beulfeld gebildet werden. - Die Ergebnisse werden zu Arbeitslinien aufbereitet.

In einem anschließenden Versuchsprogramm werden die für beide Rechenmodelle erhaltenen Resultate überprüft. Zunächst werden für das Zylindermodell mit starr angenommenen Ankern die Grenzdehnungen, bei denen die Schale nicht mehr in die Ausgangslage zurückkehrt, sowie die rechnerisch minimale Beuldehnung ermittelt. Das Nachbeulverhalten ist stabil und durch Plastizieren von Querschnittsbereichen gekennzeichnet. Die Übereinstimmung von Versuch und Rechnung ist besonders im Falle des unverankerten Linerbleches nicht zufriedenstellend. Auch im Falle des eindimensionalen Ringmodells liegen die experimentell ermittelten Werte erheblich über der rechnerisch minimalen Beuldehnung; diese Diskrepanz wird z.T. durch die Existenz einer Energiebarriere erklärt, die beim Übergang in den Nachbeulbereich zu überwinden ist. Der Einfluß der Ankersteifigkeit auf das Beulverhalten des Linerbleches wird als nichtsignifikant bezeichnet, also sei die Annahme starrer Anker konservativ.

Die wesentliche Eingrenzung des Anwendungsbereiches dieser Arbeit ergibt sich aus der Voraussetzung des linear-elastischen Materialverhaltens.

In /A8/ wird bei Anwendung der gleichen Voraussetzungen wie in /A6, A7/ eine Ausdehnung der Diskussion auf die Anordnung der Ankerbolzen in verschiedenen geometrischen Rasterkonfigurationen vorgenommen. I.w. wird ein rechtwinkliges und ein diagonales Raster der Ankerpunkte mit dem Ziel verglichen, das optimale(re) Tragverhalten bei gleicher Ankeranzahl herauszufinden. Die Ergebnisse werden in Diagrammen zusammengestellt.

In einem anschließenden Versuchsprogramm gelingt die Verifizierung der berechneten Beuldehnungen nicht in allen Fällen voll zufriedenstellend; die im Experiment erhaltenen Beuldehnungen liegen oberhalb der berechneten Werte. Diese Diskrepanz wird u.a. mit dem Einfluß des Reibungsverbundes mit

der Betonoberfläche, geometrischer Imperfektionen sowie mit der versteifenden Wirkung der um die Ankerpunkte gelegenen Ankerblechzonen erklärt.

Ergebnis der Gegenüberstellung beider Rasterkonfigurationen ist, daß die Anordnung der Ankerpunkte in einem Rechteckraster in den meisten Fällen eine größere Effizienz aufweist. Nur in zwei Ausnahmefällen ist das Diagonalaraster vorteilhaft, nämlich bei kleinem Verhältnis von Zylinderradius zu Linerblechdicke und bei einer Begrenzung des Ankerabstandes (z.B. aus konstruktiven Gründen).

### 3.1.2 Gleichgewichtsmethode

Um zu realistischerer Erfassung des Liner-Anker-Modells zu kommen, wird der Lösungsweg nach einer Gleichgewichtsmethodik beschritten, die vor allem die Kräfte und Verschiebungen der Ankerbolzen berücksichtigen kann. In /A9/ wird ein dimensionales, über mehrere Ankerpunkte durchlaufendes Streifenmodell betrachtet. In der Linerfläche wirkt eine Spannung entsprechend der Fließspannung. Beult nun ein Feld aus, so plastizieren dabei Querschnittszonen in diesem Feld und die Tragfähigkeit im Beulfeld reduziert sich. Gegenüber den ungebeulten Nachbarfeldern wird zur Wahrung des Gleichgewichts eine Differenzkraft wirksam, die von den angrenzenden Ankerbolzen aufgenommen wird. Für die Gleichgewichtsbetrachtung kann ein realistisches Ankerverhalten durch experimentell ermittelte Lastverschiebungslinien berücksichtigt werden.

Die Nachbeultragfähigkeit des plastisch ausgebeulten Feldes wird in /A9/ näherungsweise über eine Fließgelenkhypothese ermittelt; dieser Ansatz dreier vollständiger Fließgelenke in Stabmitte und jeweils an der Einspannung geht auf Versuche in /B5/ zurück und erweist sich als konservative Annahme.

Das Berechnungsverfahren von /A9/ besteht aus einem Iterationsprozeß, der solange durchgeführt wird, bis sowohl die Gleichgewichts- als auch Verträglichkeitsbedingungen erfüllt sind. Als Resultat werden zugehörige Ankerkräfte sowie Ankerverschiebungen erhalten. Direkte konstruktive Empfehlung

in /A9/ ist die Beschränkung der Parameter Bolzendurchmesser zu Linerblechdicke auf kleiner 2.0 (s. auch hierzu /B8/) ebenso wie den Einsatz von Materialien mit niedriger Fließspannung wegen der auftretenden, möglichen großen zusätzlichen Verformungen. Auf der gleichen Basis von /A9/ wird in /A10/ die Berechnung des Linersystems für Ankerrippen durchgeführt. Zusätzlich erfolgt der Hinweis auf den ACI-Code, in dem für derartige Lastfälle aus Zwang zulässige Ankerverschiebungen vorgegeben sind. Als Resultat der Berechnung werden Ankerkräfte und maximale Ankerverschiebungen ausgegeben. Es erfolgt eine Betrachtung eines eventuell anzusetzenden Sicherheitsfaktors über die Energiebilanz des Systems.

In /A11/ wird der gleiche Lösungsweg des Ansatzes einer linearen Federkette mit Fließgelenken im Beulfeld gewählt, aber der Fließgelenkansatz wird noch erweitert, indem in einem "mathematischen" Modell der Vorgang des Ausbildens des Fließgelenkes genauer erfaßt wird. Beide Fließmodellergebnisse werden miteinander verglichen. Diese Untersuchung stellt die Verbindung zu /A6-A8/ her.

### 3.1.3 Numerische Methoden

Zur weiteren "genaueren" Erforschung des Linersystemverhaltens bieten sich numerische Methoden an, deren wesentliches Merkmal zwar die u. U. bessere Erfassung des physikalischen Systems ist, die aber keine (sog.) geschlossene Lösungen mehr präsentieren können. So verbleiben hierbei parametrische (Teil-) Studien.

In /A12/ wird eine Vergleichsanalyse des Ankerverschiebungsverhaltens bei linearen und nicht-linearen Kennlinien durchgeführt. Die Rechnung erfolgt an einem Scheibenausschnitt, der in einen Normal- und einen Beulbereich unterteilt ist. Die Scheibe unterliegt Normallängs- und Zwängungslasten. Das Verhalten des Beulbereiches wird durch eine Schar linearer Spannungs-Dehnungsbeziehungen, die um Größenordnungen unterhalb der der Normalscheibe liegen, erfaßt, so daß nun das Gesamtscheibenmodell mit verschiedenen E-Moduli bereichsweise diskretisiert werden kann. Die Lösung erfolgt mit Hilfe der dynamischen Relaxation. Im Gegensatz zu /A9, A10, A11/

wird die Kontinuitätsbedingung nicht (genau) hergestellt. Das Resultat sind verschiedene Ankerverschiebungskurven. Eine Abhängigkeit von der gewählten Vorbeule kann nicht erkannt werden.

Die numerisch umfangreichste Berechnung scheint nach /A13/ für FORT CALHOUN durchgeführt zu sein, und zwar wurde das Teilsystem Linerblech-Anker-Verankerungsbeton als gekoppeltes Verbundsystem analysiert - allerdings auch auf der Basis einer starren Umgebungsbetonschale. Die Elementdiskretisierung erfolgte derart, daß auch die Art der Schweißverbindung Anker-Linerblech in die Untersuchung miteinbezogen wurde. Ebenso wurden für Stahl und Beton realistische Materialgesetze zugrunde gelegt. Insgesamt ergab sich für den zweidimensionalen (5-Feld) Zylinderausschnitt ein finites Elementnetz mit 900 Knoten (aus 736 Rechteck- und Dreieckselementen). Diese Untersuchung unterstreicht die Möglichkeit, nach der FEM zu einer zutreffenderen rechnerischen Beschreibung des Linersystems zu kommen, gibt aber gleichzeitig auch den sehr großen Aufwand für dieses relativ kleine Teilsystem wieder; denn hierbei handelt es sich lediglich um ein zweidimensionales ebenes Modell, das den räumlichen Spannungszustand in der Verankerungszone nur unzureichend erfaßt.

Die durchgeführten parametrischen Schritte sind nicht explizit dargestellt. Es erfolgte lediglich der Hinweis auf die Einhaltung der zulässigen Dehnungen entsprechend ASME Code.

### 3.2 Experimentelle Untersuchungen

---

Parallel zu den theoretischen Untersuchungen wurde durch eine Vielzahl von Experimenten eine Absicherung der erhaltenen Resultate angestrebt. Diese experimentellen Untersuchungen beziehen sich auf die Einzelbetrachtung der Konstruktionselemente des Linersystems, nämlich auf

- die Verankerung im Beton sowie
- das Verhalten eines Einzelfeldes.

Die u.g. Ausführungen beziehen sich auf den "kalten" Liner.

### 3.2.1 Verankerung im Beton

Die meisten experimentellen Untersuchungen wurden zur Erforschung des Betonverankerungsverhaltens durchgeführt. Das ist zum einen mit der Versuchsproblematik (die relativ einfach ist) zu erklären, zum anderen ist die Frage der zuverlässigen Verankerung einer Stahlkonstruktion nicht allein auf die Linerbemessung begrenzt, sondern vielmehr bereits im Zusammenhang mit allgemeinen Problemen des Verbundbaus (z.B. des Großbrückenbaus) entstanden. Hier ist das Verankerungselement entscheidend für das Funktionieren des Gesamttragverhaltens sowohl von Stahl als auch Beton und dient nicht nur wie beim Liner primär zum Fixieren der Stahlmembran.

In /B1/ erfolgt die Untersuchung von geschweißten Bolzenverankerungen in Abhängigkeit der Verankerungsart (Kopfbolzen, gebogene Bolzen und flache Stäbe), und zwar sowohl für die reine Zug- als auch Scherbelastung. Bis auf eine Ausnahme war kein Schweißnahtversagen ersichtlich. Das Ergebnis sind Lastverschiebungskurven, wobei vergleichsweise Zug- und Schubbelastung von gleicher Größenordnung sind und der reine Zug sich etwas steifer als die Schubbeanspruchung erweist. Das Scherverhalten von Kopfbolzen in unterschiedlicher Konfiguration wird in /B2/ in sog. "Half-Scale" Tests untersucht. Auf Grund des gewählten Modells ergeben sich hier sehr "weiche" Bolzenverankerungen mit relativ kleinen Maximallasten. Es sind Lastverschiebungskurven für den gesamten wie verbleibenden Schlupf dargestellt.

An Probekörpern wie Balkentests wird entsprechend /B3/ das Scherverhalten von Kopfbolzen, Winkelstahl sowie Rundstahlschlaufen analysiert. Für statische Belastung erfolgt die Darstellung von Lastverschiebungskurven für die unterschiedlichen Verankerungstypen. Zusätzlich werden sehr umfangreiche Ermüdungsversuche durchgeführt und die maximale Lastaufnahme in Abhängigkeit der zyklischen Lastfaktoren und Lastzyklen dargestellt.

In /B8/ werden die Resultate von Scherversuchen von Kopfbolzenverankerungen in Form von Lastverschiebungen präsentiert. Es erfolgt der Hinweis, daß das Tragverhalten wesentlich

vom Steifigkeitsverhältnis Studdurchmesser/Flanschdicke abhängt, dessen Wert nicht größer als 2,7 sein sollte.

Das Verankerungsverhalten von an Flanschblechen angeschweißten Rippenankern, die in Betonprobekörpern mit und ohne Vorspannung eingebettet sind, wird in /B10/ untersucht. Hierbei ergeben sich für den Betonkörper ohne Vorspannung bei den Lastverschiebungskurven bei einer bestimmten Lastgröße Wegsprünge. Diese Lastverschiebungswerte stehen im relativen Gegensatz zu allen anderen bekannten Kennlinien; von seiten der Autoren wird hierauf nicht eingegangen.

### 3.2.2 Linerfeld

In /B4/ wird - neben Rippenverankerungen - das Nachbeulverhalten eines "gedrungenen" Linerfeldes untersucht, und zwar für eine biaxiale Normaldruckbelastung. Hierbei wird die Abhängigkeit des Verformungsverhaltens von den mit unterschiedlichen Randbedingungen induzierten Lasten bzw. Verschiebungen angegeben.

Im Hinblick auf die Vielseitigkeit stellt /B5/ die geschlossenste Analyse dar, da neben experimentellen Tests für Verankerungen wie Einzellinerfelder auch eine rechnerische Betrachtung vorgenommen wird. Für den Liner wird das Nachbeulverhalten untersucht und Spannungsdehnungsbeziehungen in Abhängigkeit der Schlankheit angegeben. Hierbei ist der Entlastungseffekt nach Überschreiten der kritischen Last umso kleiner, je kleiner auch die Schlankheit und je größer die vorgegebene Vorverformung ist. Es wurde kein Versagen der Schweißnähte gefunden. Die nach den experimentellen Ergebnissen eingeführte Fließgelenktheorie führt auf Nachbeullastverschiebungswerte, die unterhalb der Experimente liegen, also konservativ sind.

Das Nachbeulverhalten eines Linerfeldes wird in /B6/ untersucht, indem induzierte Dehnungen aus dem Abkühlprozeß eines vorgeheizten Versteifungsrahmens auf die Linermembran übertragen werden. Zusätzlich werden Rippenverankerungstests vorgenommen. Diese Resultate werden auf ein rechnerisches Modell übertragen; hierbei wird erstmalig das sog. Federstreifen-Modell erwähnt.

In /B7/ erfolgt die Untersuchung der Linermembran durch Einprägen einer Ringvorspannung, so daß eine biaxiale Belastung erzeugt wird. Bei späteren Analysen wird eine nahe Übereinstimmung zwischen ein- und zweiaxialen Versuchen gefunden. Die Experimente werden für verschiedene Schlankheiten der Membrane durchgeführt; hierfür werden Lastverschiebungskurven angegeben.

#### 4. Allgemeine Bemerkungen zu den Versagensmöglichkeiten und Rechenmodellen

=====

Voraussetzungsgemäß sollen bei dieser Untersuchung realistische Ausgangsbedingungen zugrundegelegt werden. Diese Forderung beinhaltet somit sowohl die Erfassung der wesentlichen

- geometrischen wie
- physikalischen

Systemkenndaten, die für den Versagenszustand zu berücksichtigen sind. In diesem Fall wird hinsichtlich der geometrischen Diskretisierung auch eine Beschreibung denkbarer imperfekter Systemzustände erforderlich, deren Variation Aufschluß über das Versagensverhalten geben. Die wesentlichen geometrischen Aspekte wären z.B.

- Vorverformung eines Linereinzelfeldes (Art und Größe)
- variable Blechdicke der Membrane
- unterschiedliche Ankerabmessungen und -abstände
- Einfluß des Ankerrasters
- Einfluß des Ankertypes.

Die zusätzliche Forderung ist die wirklichkeitstreue physikalische Erfassung, die u.a. beinhalten sollte:

- realistisches Materialverhalten für Stahl und Beton einschließlich des Versagenszustandes
- variable Materialkenndaten z.B. Fließgrenze, Betongüte
- Schweißnahtverhalten.

Aus dieser Übersicht der wesentlichen Faktoren, die bei der Beurteilung des Linersystemverhaltens berücksichtigt werden

sollten, ist klar erkennbar (s.a. Punkt 3. sowie Anhang I), daß eine Lösung nur auf numerischer Basis gegeben werden kann. Entsprechend /A12/ ist der Versagenszustand auf hypothetischer Grundlage für einen repräsentativen Linerbereich zu ermitteln. Das Verständnis zum Gesamttragverhalten kann hierbei durch parametrische Analysen gefunden werden.

Aufgrund der Vielzahl der Parameter, die im Punkt 7.0 noch ausführlicher diskutiert werden, ergibt sich schon aus wirtschaftlichen Gründen die Forderung nach einer "vernünftigen" Einschränkung. Es soll daher die Untersuchung auf der (i.w. geometrischen) Grundlage eines Systems mit geringem Bolzenabstand vorgenommen werden (s. Bild 1.1). So führt der hier angesetzte geringe Abstand der Kopfbolzenverankerung auf Schlankheitsverhältnisse mit "idealen" Beulspannungen, die jenseits des elastischen Bereiches liegen; m.a.W., Fragen hinsichtlich einer Stabilitätsverzweigung werden i.a. für diese Linerauslegung nicht maßgeblich werden. Demzufolge führt die Untersuchung auf das Tragverhalten im plastischen Bereich bis zum Erreichen des Erschöpfungszustandes eines Feldes entsprechend Phase 2 u. 3 des Punktes 2.2.

Der hypothetische Versagenszustand macht es (s.a. /A12/) erforderlich, das Gesamtlinersystem in Einzelbereiche zu untergliedern. Hierbei soll unterstellt werden, daß sich eine horizontale wie vertikale durchgehende Beulwelle aufgrund von Imperfektionen ausbilden kann; die unterschiedliche Längssteifigkeit zweier (ungleich verformter) Nachbarfelder wird dann dazu führen, daß auftretende Zwangslasten durch die vorhandene Bolzenverankerung abzutragen sind; hierzu sind die maximal auftretenden Bolzenbeanspruchungen zu ermitteln, da durch ein einzelnes Ankerversagen ein sukzessives Versagen der Nachbarverankerungen bzw. ein Überschreiten der zulässigen Linerfelddeformationen ausgelöst werden kann.

Das Strukturverhalten des Verbundsystems soll mit der Methode der finiten Elemente analysiert werden. Somit stellt sich die Frage nach einer Diskretisierung zu einem Modell, das in der Lage ist, die o.g. Forderungen erfüllen zu können. In /A13/ ergab sich (s.a. Punkt 3.1) für einen Linerausschnitt, der zwar den Verankerungsbetonbereich einschließt, aber hinsichtlich der Zahl der Linerfelder allein nicht als repräsen-

tativ angesehen werden kann, eine Freiheitsgradanzahl im Bereich von  $10^3$ ; somit kann man davon ausgehen, daß für einen größeren Teilbereich des Linersystems, für den dann die Parametervariation durchzuführen wäre, eine wesentliche Erhöhung der Freiheitsgrade erforderlich wäre, was zwangsläufig zu einem erheblichen (unwirtschaftlichen) Rechenaufwand führen müßte.

Aus diesem Grunde wird das Gesamtsystem in mehrere Teilschritte entkoppelt. Infolge der beträchtlichen Steifigkeit der den Liner umgebenden Betonschale kann zwischen beiden Elementen eine gegenseitige strukturelle Interdependanz ausgeschlossen werden, und der Beton als starre (durch den Linereinfluß undeformierbare) Basis angesehen werden. Des weiteren wird wegen der beträchtlichen Größe der auftretenden Schalenradien der Einfluß des Krümmungsverhaltens hinsichtlich der Linerdeformationen klein und damit zu vernachlässigen sein. Eine zusätzliche Vernachlässigung des Reibungseinflusses wird die Konservativität der Annahmen positiv beeinflussen.

Die kräftemäßige Übertragung zwischen Liner und Betonschale wird durch die Verankerungselemente hergestellt. In /A13/ wird der Einfluß der Verankerung durch Betrachtung eines Verankerungsbetonbereiches innerhalb der Rechnung vorgenommen; hiermit kann allerdings auch nicht vollständig der dreidimensionale Spannungszustand erfaßt werden, der sich besonders bei Verwendung von Kopfbolzenankern (Studs) einstellt, die extremen Belastungen (bis zum Aus- bzw. Abreißen hin) unterliegen. Daher erscheint es sinnvoll - besonders im Hinblick auf die Voraussetzung einer starren Umgebungsschale - , die punktweise Stützung durch Federelemente anzusetzen, deren Charakteristiken aus Versuchen ermittelt wurden.

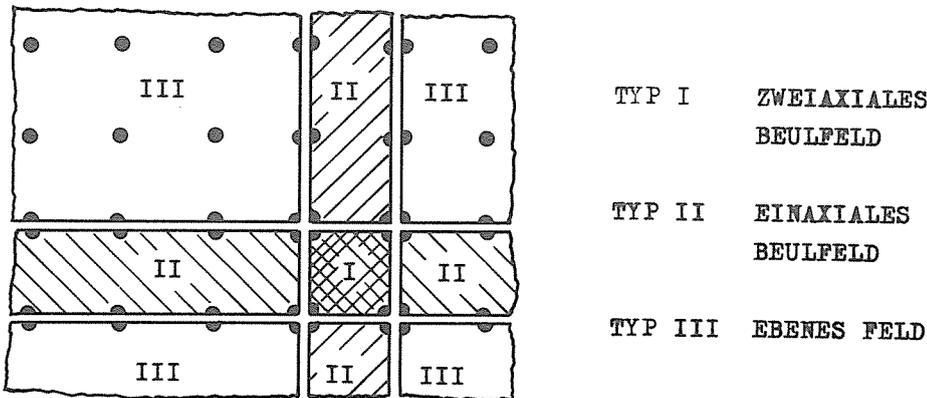
Entsprechend Bild 4.1 wird das Gesamtsystem in 3 Tragbereichstypen unterteilt:

Typ	I	zweiachiales Beulfeld
Typ	II	einachiales Beulfeld
Typ	III	ebenes Linerfeld

Diese Tragbereiche werden zunächst gesondert für die entsprechenden Versagensarten untersucht. Im Hinblick auf die unterschiedliche Tragweise erfolgt eine Diskretisierung für die imperfekten (vorverformten) Linerfelder der Typen I und II

durch dreidimensionale isoparametrische 20-Knoten-Elemente und für die ebenen Bereiche des Typs III durch zweidimensionale isoparametrische 4-Knoten-Elemente. Die Ausbildung der punkweisen Anker erfolgt durch 2-Knoten-TRUSS-Elemente mit verschiedenen Ankerkennlinien. Hierauf wird im Punkt 5. ausführlich eingegangen.

In einem ersten Schritt erfolgt die strukturelle Betrachtung für die einzelnen Typen gesondert, und zwar werden parametrisch abgestuft charakteristische Last-Verformungsbeziehungen entlang des Randbereiches ermittelt (s. Bild 4.1). Anschließend erfolgt die Berücksichtigung der Wiederherstellung der Kontinuitätsbedingungen, womit der Übergang zum Gesamttragverhalten hergestellt wird. So können dann für den hypothetisch gefährdesten Linerabschnitt zweier sich kreuzender Beulwellen Gesamt-Last-Verschiebungsdiagramme entwickelt werden, die sehr übersichtlich das allgemeine strukturelle Verhalten des Liners zum Ausdruck bringen (s.a. Punkt 9.).



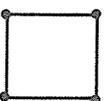
		
TRUSS-EL.	4-KNOT.-SCHEIB.-EL.	20-KNOT.-VOL.-EL.
BOLZENANKER	TYP III	TYP I/II
-	TOTAL LAGRANGE	TOTAL LAGRANGE
BEL. MATE- RIALKURVE	IDEAL ELAST.-PLAST. V. MISES KRITERIUM	IDEAL ELAST.-PLAST. V. MISES KRITERIUM

Bild 4.1  
Mögliche Versagensbereiche

## 5. Programmsysteme

=====

### 5.1 Übersicht

---

Es wurden folgende Programmsysteme benutzt:

SAP	IV	(Structural Analysis Program)
NONSAP		(Nonlinear Analysis Program)
NISA		(Nichtlineare Statik)
ADINA		(Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis)

In der aufgeführten Reihenfolge sind alle Programme Weiterentwicklungen aus dem Grundkonzept SAP.

Entsprechend wurde das Gerüstprogramm im Sinne der Weiterentwicklung reformiert, aber nicht durch ein neues ersetzt. Als Gerüstprogramm werden alle "Routinen" bezeichnet, die elementunabhängig den Rechenablauf steuern:

- Ein- und Ausgabe (Feld der Knotenpunkte, Feld der Freiheitsgrade, ID-Feld)
- Behandlung der Knotenlasten (rechte Seite des Gleichungssystems)
- Lösung des Gleichungssystems
- Berechnung u. Ausgabe von Verformungen und (Spannungen).

Alle Programme besitzen ein Standardangebot an Elementtypen, die oft gegenseitig verträglich sind, was bedeutet, daß ein Problem durch verschiedenartige Elementtypen diskretisiert werden kann.

Das Angebot besteht aus den Elementtypen: Fachwerkstab, Balken, Scheibe, Volumenelement.

Alle Programme benutzen die Verschiebungsmethode als Lösungsverfahren. Die Behandlung eines statischen Problems nach der Verschiebungsmethode bedeutet, daß die Systemsteifigkeitsglieder am "total gefesselten System" berechnet werden. Das Ergebnis nach Lösung des Gleichungssystems sind die zur entsprechenden Belastung gehörigen Verschiebungen; die Spannungen und die Verzerrungen müssen aus den Verschiebungen abgeleitet werden. Alle in dieser Untersuchung verwendeten Elemente sind isoparametrisch, d.h. sowohl die Knotenpunktskoordinaten

als auch die Verschiebungskoordinaten werden mit den gleichen Ansatzfunktionen interpoliert.

Der globale Unterschied der Programme besteht in der Anwendung hochwertigerer Theorien in der Reihenfolge (nach Tab. 5.1):

	SAP IV	NONSAP	ADINA
Geometrie	linear	nichtlinear	nichtlinear
Material	linear	linear	nichtlinear

Tab. 5.1  
Physikalische Grundlagen

Ausgehend von der konstitutiven Gleichung 5.1 kann der Zusammenhang vereinfacht in Abhängigkeit von  $\underline{K}$  dargestellt werden (s. Tab. 5.2).

$$\underline{K} \cdot \Delta \underline{u} = \Delta \underline{p} \quad ( 5.1 )$$

Dabei ist  $\underline{K}$  die Systemsteifigkeitsmatrix,  $\Delta \underline{u}$  das Verschiebungskrement,  $\Delta \underline{p}$  das Lastkrement.

SAP IV	$K = \text{konstant}$
NONSAP NISA	$K = \text{konstant (bereits vorhandene Verformungen)}$
ADINA	$K = \text{konstant (bereits vorhandene Verformungen, Materialveränderung)}$

Tab 5.2  
Systemsteifigkeit

Der globale Programmaufbau wird nachfolgend erläutert. Das Rahmenprogramm ist im Prinzip bei allen benutzten Programmen gleichgeblieben.

Der in Bild 5.1 beigefügte Übersichtsplan des allg. Rahmenprogramms soll hier nur in den wesentlichen Zügen erläutert werden.

Die drei Hauptphasen der nichtlinearen Berechnung werden durch den Parameter IND gesteuert:

- IND = 0 - Einlesephase
- IND = 1 - Aufstellen der Steifigkeitsmatrix
- IND = 4 - Lösungsphase

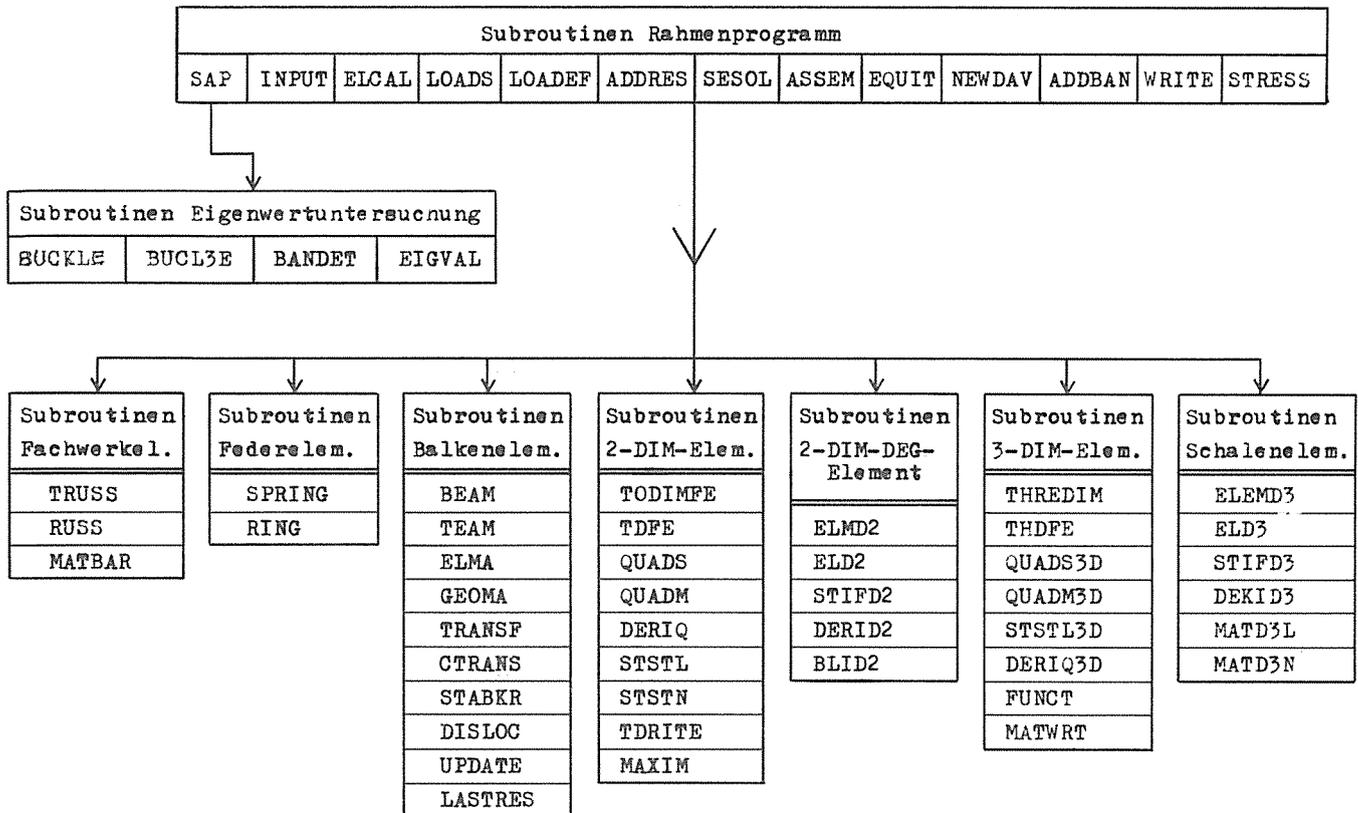


Bild 5.1  
Zuordnung einzelner Subroutinen zu Programmteilen

### Einlesephase:

Es werden die Knotenpunkte, die Belastung und nach Aufruf des gewünschten Elementtyps durch ELCAL die Elementinformationen eingelesen.

### Aufstellen der Steifigkeitsmatrix:

Über ASSEM werden die Elementroutinen zur Integration der Elementsteifigkeiten aufgerufen.

### Lösungsphase:

T ist der Steuerungsparameter, dem der Belastungs- und damit auch der Systemzustand zugeordnet ist und  $\Delta T$  das Inkrement, das innerhalb eines Iterationsablaufes bearbeitet wird.

Im Ausgangszustand T herrscht Gleichgewicht, der nun zu berechnende Zustand  $T + \Delta T$  muß die Belastungsdifferenz  $\Delta P$  aufnehmen. Aufgrund des bekannten Zustandes T kann eine Steifigkeitsmatrix  $K(T)$  erstellt werden (Standard-Newton-Raphson). Nach Lösung des Gleichungssystems erhält man die zu  $\Delta P$  gehörige Veränderung des Verschiebungszustandes. Nun können die Restkräfte über Kräftegleichgewicht berechnet werden. Erge-

ben sich nach Aufbringen der Restkräfte Differenzen zwischen alter und neuer Verformung  $\Delta v$  unterhalb der Toleranzgrenze und ist zusätzlich das Kräftegleichgewicht befriedigend erfüllt, wird die Iteration abgebrochen.

Der Speicherplatz im Rechnerkern wird aufgeteilt:

System Software	Programm	Blanc Common
-----------------	----------	--------------

Der Blanc Common enthält die Dateninformation wie z.B. Knotenkoordinaten, Verschiebungen und K-Matrixblöcke.

Nur die in einer bestimmten Berechnungsphase benötigten Daten werden in den Kern geladen, die übrige Zeit stehen sie abrufbereit auf Hintergrundplattenspeichern (hier mit TAPE bezeichnet) zur Verfügung. Es ist offensichtlich, daß die Bewältigung großer Datenmengen neben dem großen Platzanspruch des Blanc Common durch Hintergrundspeicherzugriffe sehr zeitintensiv ist.

## 5.2 SAP IV

---

Die Programmsysteme NONSAP-NISA / ADINA sind aus den Basismodulen des Systems SAP aufgebaut und entsprechend erweitert worden.

Das System SAP wird bei der vorliegenden Untersuchung nicht eingesetzt.

## 5.3 NONSAP - NISA

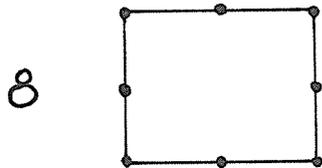
---

### 5.3.1 Allgemeines zu NISA

---

Das Programmsystem NISA ist eine modifizierte Version von NONSAP, deren gemeinsames Konzept die Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität (große Verformungen) ist. In NISA wurde gegenüber NONSAP zusätzlich ein dünnwandiges Schalenelement eingebaut und der Programmteil für die dynamische Berechnung wegen Speicherplatzersparnis abgetrennt. Dieses Schalenelement schien zum damaligen Zeitpunkt zur Beschreibung der dünnen "Linerhaut" geeignet. Bei derartigen Membra-

nen ist dieses Element in der Lage, Verschiebungen und Spannungen in Dickenrichtung mit dem zugrundegelegten Ansatz (Benoulli, Navier) genügend genau zu beschreiben. Zur Diskretisierung der Studs (einschließlich Betoncontainment) und zur Realisierung von Randbedingungen (Wegfedern und Einspannungen) wurde ein Federelement unter Berücksichtigung nichtlinearen Materialverhaltens eingebaut. Die mathematische Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens für das Schalenelement war bereits in der Testphase, als ADINA zur Verfügung gestellt wurde. Mit diesen beiden Elementen waren erste Parameterstudien möglich (s.a. Tab. 5.3).

	SHELL Schalenelement	SPRING Federelement
Geometrie	nichtlinear	linear
Materialverhalten	ursprünglich linear (eigener Einbau)	nichtlinear
Anzahl d. Freiheitsgrade je Knoten	3 Translationen 3 Rotationen = 6	1 Translation
Anzahl der Knoten		—
gesamte Anzahl der Freiheitsgrade	48	1

Tab. 5.3  
Elementdaten (NISA)

### 5.3.2 Zum SHELL Element

---

Zur genauen Beschreibung des Schalenelementes SHELL sei an dieser Stelle auf die Literatur von Ramm /D1/ verwiesen. Das Schalenelement hat für den Benutzer den Vorteil, daß die Knotenebene in der Schalenmittelebene liegt, damit ist große Anschaulichkeit der Elementierung und geringere Eingabearbeit verbunden als z.B. bei einem Volumenelement.

Die Voraussetzung der Anwendbarkeit ist, daß es sich um dünnwandige Schalen handelt, d.h., das Verhältnis Dicke zu Stützungsabstand muß klein sein. Diese Forderung leitet sich aus dem über die Elementdicke angenommenen linearen Verschiebungsansatz her, mit dem nur lineares Spannungs-Dehnungsverhalten beschrieben werden kann (Navier).

Da es sich um ein degeneriertes Element handelt, werden nicht wie beim klassischen Prinzip translatorische Verschiebungsansätze an der Elementoberfläche angewandt, sondern von der Schalenmittelebene aus werden alle Verschiebungen in Dickenrichtung durch Translations und Rotationsansätze beschrieben. Wegen der Isoparametrie des Elementes müssen deshalb bei der Elementeingabe sowohl die Translationskoordinaten  $(x_1, x_2, x_3)$  als auch die Rotationskoordinaten  $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  angegeben werden.

Die schrittweise Approximation der geometrischen Nichtlinearität wird in zwei verschiedenen Formulierungen angeboten, und zwar in UL (Updated Lagrange) und in TL (Total Lagrange). UL bezieht sich immer auf den vorhergehenden Lastschritt, TL dagegen bezieht sich immer auf einen festen Bezugszustand.

Nach einer ersten Versuchsserie wurde festgestellt, daß zur Traglastberechnung des Systems die Berücksichtigung der Plastizität nötig ist, deshalb wurde eine Implementierung dieses Problems in das Schalenelement vorgenommen.

Die gewählten Formulierungen waren elasto-plastisches Materialverhalten (gebräuchlich für Stahl) und das v. Mises Kriterium. Um den Einbau bewerkstelligen zu können, mußten genaueste Programmuntersuchungen anhand des Listings und anhand entsprechender Rechenbeispiele vorgenommen werden. Es folgt eine kurze Beschreibung der plastischen Berechnung mit finiten Elementen unter den genannten Voraussetzungen:

EINBAU DER MATERIELLEN NICHTLINEARITÄT IN DAS PROGRAMM NISA

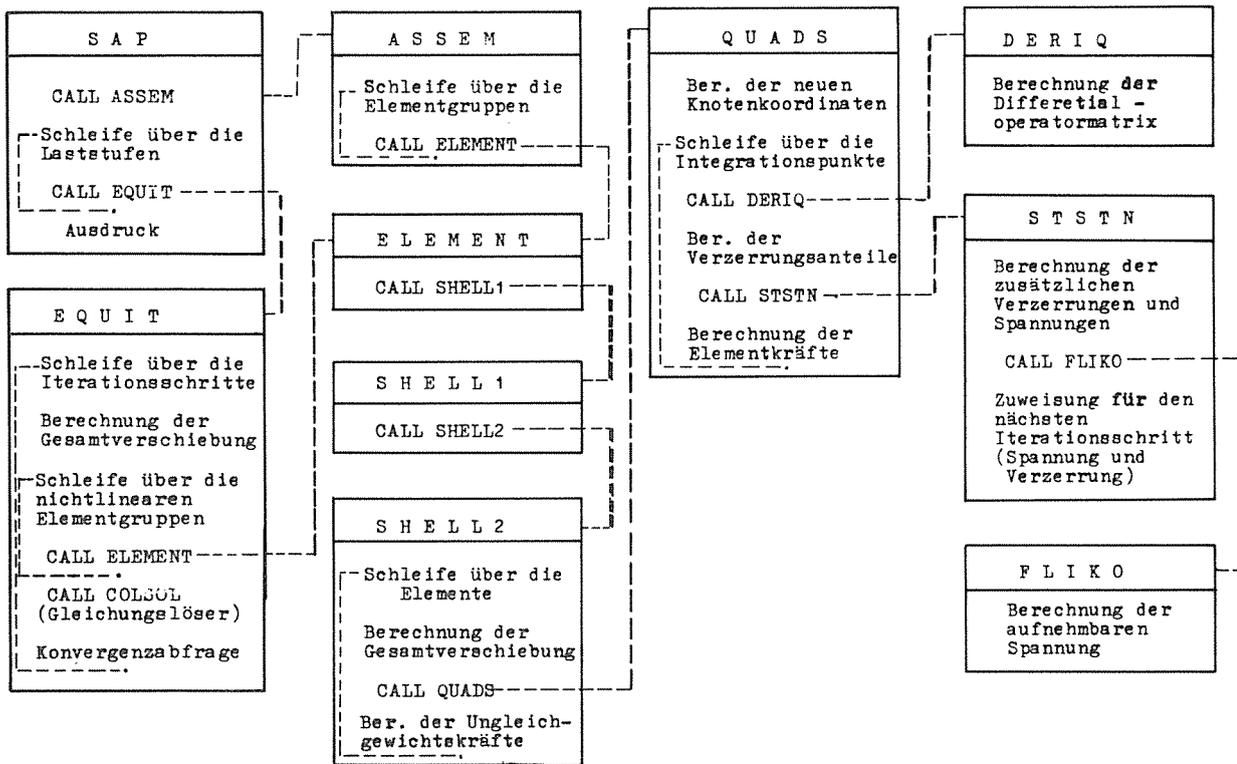


Bild 5.2

Wird an einem Integrationspunkt die Fließspannung überschritten, muß die übrigbleibende Restkraft auf die noch nicht plastizierten Integrationspunkte nach dem v. Mises Kriterium iterativ umgelagert werden. Der Integrationspunkt, der  $\sigma_F$  bereits erhalten hat, kann keine Kraft mehr aufnehmen und besitzt die Steifigkeit null, d.h., er macht alle Bewegungen zwangsfrei mit.

Die Implementierung in das Programm kann anhand des Flußdiagramms verfolgt werden (s. Bild 5.2).

In einer ersten NISA-Version war das Programm mit einem "Coresolver" ausgestattet, d.h. das gesamte Gleichungssystem wird im Kern auf einmal gelöst.

Die zweite NISA-Version hatte einen Blocklöser, der das Gleichungssystem blockweise in den Kern laden und somit größere Gleichungssysteme, d.h. wesentlich mehr Elemente, behandeln konnte. Die Programmorganisation von NISA ist so angelegt, daß sämtliche Programmteile während des Rechenablaufes ständig im Kern stehen. An das Programm schließt der "Blanc Common" an, in dem die Elementdaten stehen, die im jeweiligen Stadium der Berechnung benötigt werden. Bei großer Programmlänge (wie

in diesem Fall gegeben), zumal bei Benutzung mehrerer Elementtypen, bleibt nur wenig Platz für den Blanc Common übrig, so daß die Größe des Rechensystems stark begrenzt wird. Bei einem System, das nur aus SHELL Elementen besteht, können maximal 100 Elemente gerechnet werden, bei einem System aus SHELL- und TRUSS Elementen wesentlich weniger als 100 Elemente. Dazu kommt, daß bei Ausnutzung der Kapazität so viele Gleichungsblöcke entstehen, daß die benötigte Rechenzeit kein effektives Arbeiten gestattet (s. Bild 5.3).

SPEICHERPLATZBEDARF FÜR DAS PROGRAMM NISA

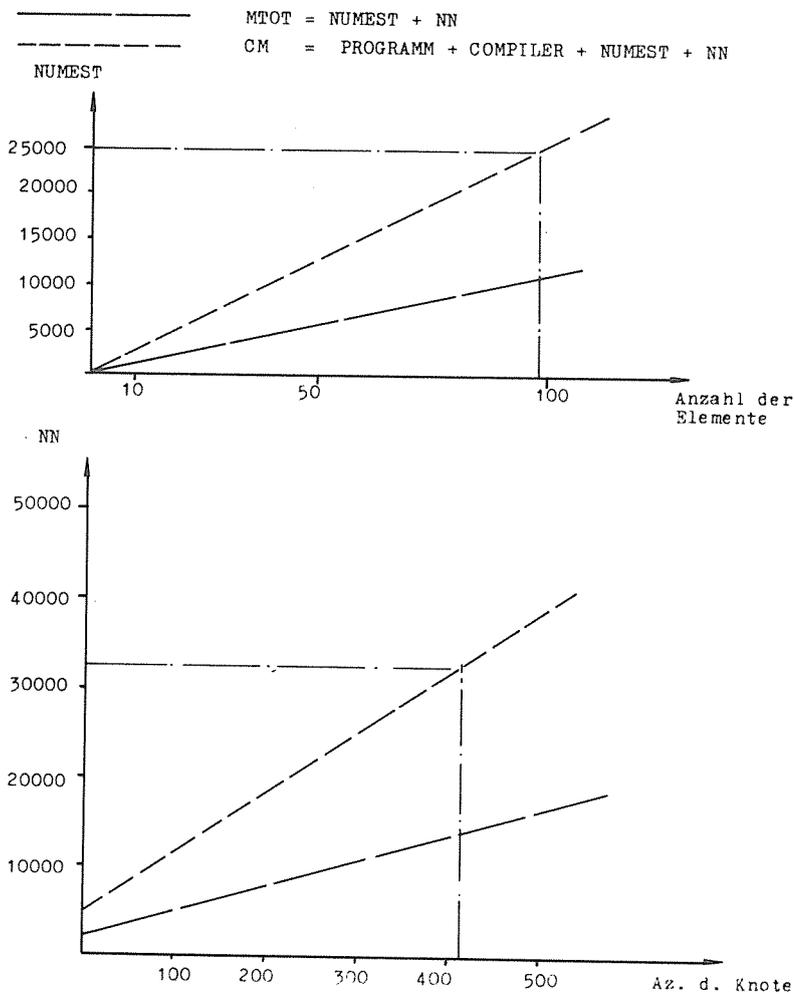


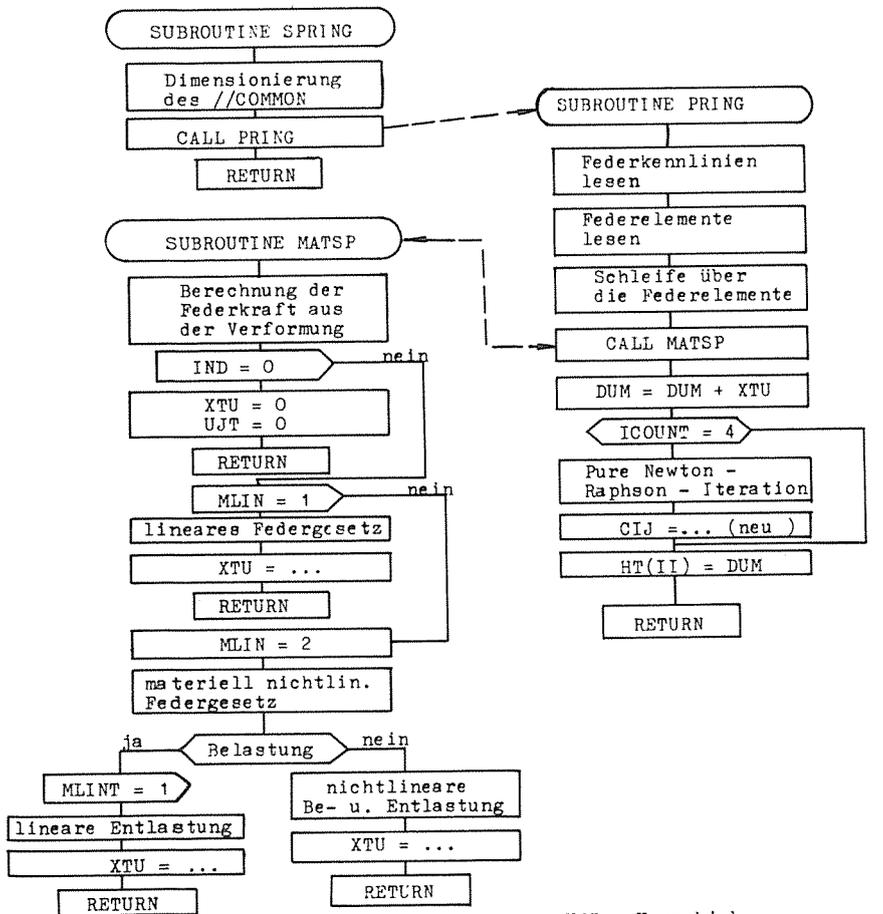
Bild 5.3

Zur Erleichterung der vor allem bei größeren und nicht ebenen Problemen aufwändigen Eingabe wurde ein Preprocessor in das Programm eingebaut, der mit wenigen Datenkarten die Knoten-, Element- und Belastungseingabe von Rechteckrastern selbständig generiert. Dieses Verfahren ist nach gutem Austesten auch wesentlich fehlerunempfindlicher als die aufwändige Eingabe von Hand. Die unübersichtliche Spannungsausgabe wurde durch einen Postprocessor verbessert.

### 5.3.3 Zum SPRING Element

In NISA ist ein "SPRING Element" eingebaut, das jedoch nicht die Eigenschaften eines normalen Federelementes besitzt. Dieses Element kann nur als Hilfselement bei Systemen, die sich im Bereich nicht positiv definiten Gesamtsteifigkeitsmatrix befinden, zur Systemstabilisierung eingesetzt werden. Dieses vorhandene Element wurde für diese Untersuchung als reine Lagerfeder umgebaut. Die materielle Nichtlinearität kann dabei für beliebige Materialkurven als Polygonzug eingegeben werden. Bei positiv definiten Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems ist auch der Entlastungsbereich eingeschlossen. Stubs und Randbedingungen konnten mit diesem Element berücksichtigt werden (s. Bild 5.4).

EINBAU EINER MATERIELL NICHTLINEAREN FEDER IN NISA



UJT = Verschiebung  
 XTU = Federkraft  
 DUM = Ungleichgewichtskraft  
 CIJ = Elementsteifigkeit

Bild 5.4

## 5.4 ADINA

---

### 5.4.1 Allgemeiner Programmüberblick

---

Seit Oktober 1978 stand das Programmsystem ADINA zur Verfügung, welches eine direkte Weiterentwicklung von NONSAP ist. Wie alle genannten Programmsysteme verfügt ADINA über die bekannten Elementtypen: Fachwerkstab-, Balken-, Scheiben- und Volumenelement /D2/.

Zusätzlich zur geometrischen Nichtlinearität, die bereits in NONSAP implementiert ist, verfügt ADINA über die materiell nichtlineare Analyse. Das Angebot an Möglichkeiten der materiell nichtlinearen Rechnung ist für verschiedene Elementtypen unterschiedlich. Es erwies sich als günstig, das dünnwandige Element aus NISA gegen das 3/D CONTINUUM Element (Volumenelement) in ADINA auszutauschen. Für die Diskretisierung der Stubs wurde das mit dem 3/D CONTINUUM Element verträgliche TRUSS Element gewählt. Zur Berechnung des Gesamtsystems wurden zwei weitere Rechenmodelle verwendet, ein zweidimensionales Modell aus Scheiben- und TRUSS Elementen und ein eindimensionales Modell aus ausschließlich TRUSS Elementen (s. Tab. 5.4).

In /C4/, /C5/, /C6/, wird eine Übersicht für die Berechnung großer Verformungen bei materieller Nichtlinearität gegeben. Bereits bei der Behandlung des Programms NISA wurden Angaben über den Ablauf der materiellen Nichtlinearität, die hier in gleicher Weise gültig sind, gemacht. An dieser Stelle soll einmal der Gesamtzusammenhang in allgemeiner Form dargestellt werden, und zwar unter Berücksichtigung spezieller Formulierungen, die in ADINA eingebaut und hier benutzt worden sind (s. Bild 5.5).

Bei Traglastproblemen (Stabilitätsprobleme ohne Gleichgewichtsverzweigung) existiert im allgemeinen auch jenseits der kritischen Last (überkritischer Bereich) noch Gleichgewicht unter reduzierter Last (gegenüber der kritischen Last). Mit diesem Programm kann die Rechnung bis zur kritischen Last durchgeführt werden, für den überkritischen Bereich kann jedoch keine Aussage gemacht werden, weil die Lösung des Pro-

	3/D CONTINUUM Element	2/D CONTINUUM Element	TRUSS Element
Geometrie	nichtlinear Total Lagrange	nichtlinear Total Lagrange	Linear
Material	elastopl. v. Mises	elastopl. v. Mises	nichtlin. elastisch
Anz.d.Frei- heitsgrade je Knoten	3 Translationen	2 Transla- tionen	1 Translation
Anz.d.Knoten je Element	16 - 21	4 - 8	2 - 4
gewählte Knotenzahl	16 u. <u>20</u>	4	2
gesamte Anzahl d.Freiheits- grade je Ele- ment	60	8	2
max. Anzahl d. Integrations- punkte je Element	$4 \times 4 \times 4 = 64$	$4 \times 4 = 16$	2 - 4
gewählte An- zahl d. Inte- grationspunk- te je Element	$3 \times 3 \times 3 = 27$	$2 \times 2 = 4$	2

Tab. 5.4  
Elementdaten (ADINA)

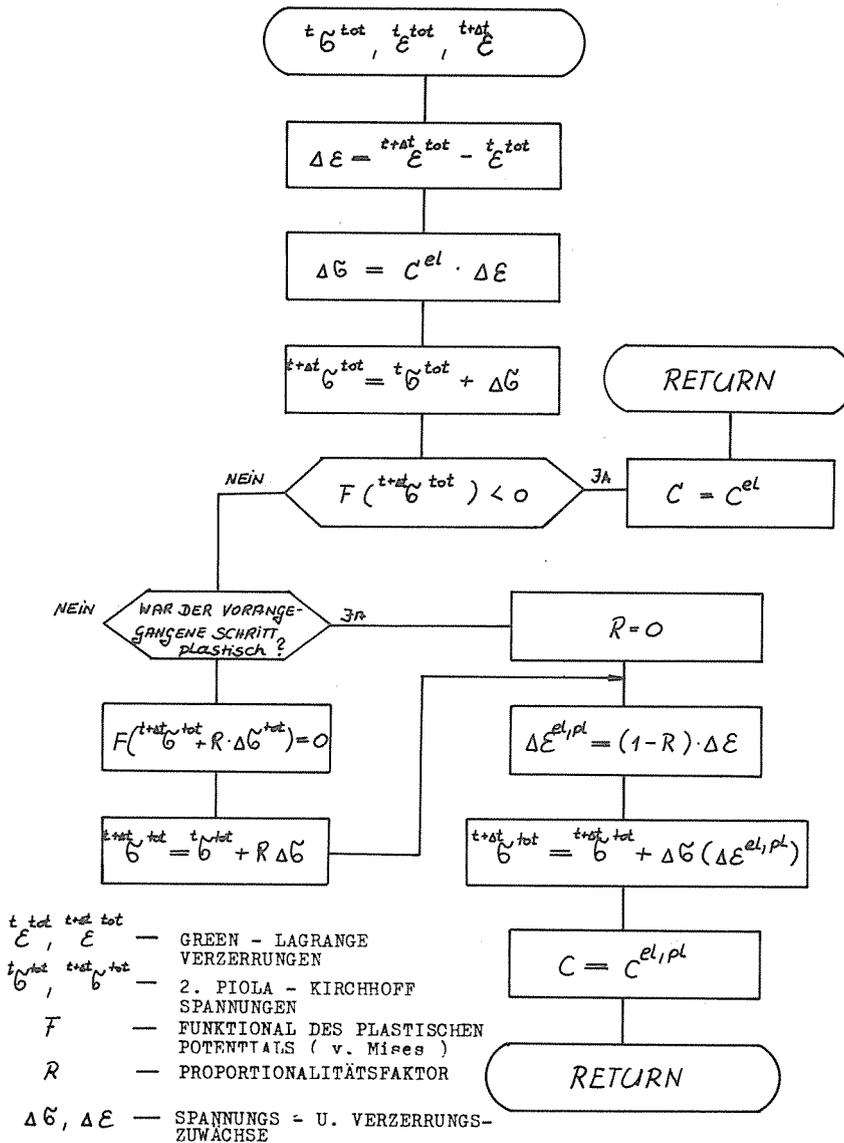


Bild 5.5

blems mit nicht positiv definiten Steifigkeitsmatrix derzeit nicht möglich ist.

Gegenüber NONSAP und NISA wurden sowohl die Programmstruktur (OVERLAY) als auch der Gleichungslöser (COLSOL) verbessert. Die OVERLAY-Struktur ist besonders zur Ausnutzung des Speicherplatzes sehr vorteilhaft, da bei dieser Speicherplatzaufteilung in (Ladeprogramm, Blanc Common) nur diejenigen Programmteile in den Kernspeicher geladen werden, die zur Bearbeitung in der entsprechenden Rechenphase nötig sind. Das bedeutet beispielsweise im Vergleich zu NISA: Der für das Programm benötigte Kernspeicherplatz wird verkürzt; damit bleibt mehr Raum für den Blanc Common und deshalb können auch mehr Elemente bearbeitet werden. Zur schnell-

leren und platzsparenden Lösung des Gleichungssystems ist ein Blocklöser eingebaut, der bei nicht voll belegten Matrizen automatische Platzoptimierung (nach der Skyline-Methode) vornimmt.

#### 5.4.2 Beschreibung der verwendeten Elemente

##### 5.4.2.1 Das 3/D CONTINUUM Element

Das 3/D CONTINUUM Element kann variabel mit 16-21 Knoten eingesetzt werden.

Das 16-Knoten-Element besitzt nur 2 Knoten über die Elementdicke, d.h. in dieser Richtung liegt der Berechnung ein linearer Verformungsansatz zugrunde. Von der Ergebnisqualität ist dieses Element dem dünnwandigen Element aus NISA gleichzusetzen.

Für dickwandige Schalen, bei denen das Verformungsverhalten über die Dicke nicht linear ist, müssen Elemente mit 20 (21) Knoten, gegebenenfalls auch in mehreren Schichten, verwendet werden. Besonders bei mehreren Elementschichten und krummliniger Geometrie wird das Elementnetz unanschaulich, zur Knoteneingabe sind Datengeneratoren zu empfehlen. Die geometrische Nichtlinearität wird mit der Total Lagrange'schen Formulierung (TL), das elasto-plastische Materialverhalten mit der von Mises Fließbedingung behandelt.

Das Element eignet sich in dieser Form zur Diskretisierung der Linerhaut auch bei kleinem Studabstand.

##### 5.4.2.2 Das 2/D CONTINUUM Element

Das Scheibenelement kann mit 4-8 Knoten eingesetzt werden. Bei der nachfolgenden Untersuchung wurde das 4 Knotenelement benutzt, das bei genügend dichter Elementierung ausreichend ist. Auch mit diesem Element können geometrische und materielle Nichtlinearität gleichzeitig in den Formulierungen, Total Lagrange und elasto-plastisches Materialverhalten mit von Mises berücksichtigt werden. Zur ebenen Betrachtung mehrerer Linerfelder eignet sich das Element zur Diskretisierung der Linerhaut.

### 5.4.2.3 Das TRUSS Element

---

Das TRUSS Element ist wahlweise als 2, 3 oder 4 Knoten-Element einsetzbar. Zur Diskretisierung des Studs als Lagerfeder ist das 2-Knoten-Element mit der Mindestanzahl von zwei Integrationspunkten ausreichend. Die Berücksichtigung geometrischer Nichtlinearität ist bei der Studfeder i.a. nicht nötig.

Da für den in Beton eingebetteten Ankerbolzen Kraftverformungsmeßkurven vorliegen, bietet sich zur Erfassung der materiellen Nichtlinearität das sogenannte "curve description model" an; dabei können Kraftverformungskurven punktweise eingegeben werden.

### 5.4.3 Aufbau der Produktionsprogramme mit ADINA

---

#### 5.4.3.1 Allgemeines

---

Um die Produktionsphase möglichst effektiv und fehlerfrei zu gestalten, sind zahlreiche Vorbereitungen nötig; die wichtigsten sollen kurz beschrieben werden. Das Ziel war, daß für Parameter-Rechenläufe nur so viel Eingaben zum Starten des Programms verwendet werden, wie zur Veränderung der Parameter und der Organisation benötigt werden. Unter "Organisation" ist hier vor allem die File- und Datenmanipulation zu verstehen. Die Datengeneratoren arbeiten unabhängig vom Rechenprogramm ADINA, benötigen wenig Kernspeicherplatz und wenig Rechenzeit und weisen damit also eine hohe Priorität aus. Somit können die Ausgangsdaten mit geringem Aufwand und kleiner Fehleranfälligkeit generiert werden. Diese Daten werden nach dem Datenerzeugungslauf auf Magnetplatten gespeichert und dem Rechenprogramm auf Abruf zugeführt, womit die fehleranfällige Lochkarteneingabe umgangen werden kann.

#### 5.4.3.2 Datengeneratoren

---

Sowohl für das 3/D CONTINUUM Element als auch für das 2/D CONTINUUM Element wurde ein Datengenerator erstellt.

Die Symmetrieeigenschaften eines Systems werden generell ausgenutzt.

Der 3/D CONTINUUM-Generator stellt das Rechteckknotennetz einschließlich Fesselung (ID-Feld) und die Zuordnung der Knotenpunkte zu Elementen und Elementgruppen her. Eingeschlossen sind: Variable Elementgröße, verschiedene Vorverformungsfunktionen und Verwendung beliebig vieler Elementschichten über die Schalendicke. Zur Netzgenerierung kann sowohl das 16- als auch das 20-Knoten-Element verwendet werden.

Der 2/D CONTINUUM-Generator ist wesentlich einfacher herzustellen, da nur die Ebene betrachtet werden muß; auch er stellt Knotennetze und Elementzuordnung her.

#### 5.4.3.3 Der Restart-Job

Die Schwierigkeit der wirtschaftlichen Berechnung nichtlinearer Probleme mittels inkrementeller linearisierter Beziehungen bis zum Systemversagen liegt in der geeigneten Vorschätzung der Lastkurve  $p(t)$  und der Anzahl der Systemsteifigkeitsneubildungen in Abhängigkeit des Versagensgrades.

Es ist offensichtlich, daß in Versagensnähe Steifigkeitsneubildungen vermehrt erforderlich werden als im Bereich linearen Verhaltens. Sollen in jedem Schritt die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden, müssen deshalb die Lastinkremente in Bereichen stark nichtlinearen Verhaltens sehr klein gemacht werden. Ebenso muß die Steifigkeitsmatrix oft erneuert werden, was eine große Rechenzeit und schlechte Priorität bei der Jobbearbeitung bedeutet.

Das Aufteilen einer Gesamtversagensrechnung in mehrere Rechenläufe mit kleinerer Rechenzeit und daher besserer Priorität nennen wir Restart-Job.

Ist beim Restart-Job ein Rechenlauf abgeschlossen, werden die Ergebnisse gespeichert und beim nächsten Rechenlauf als Ausgangsdaten vom Programm wieder eingelesen. Somit ist es möglich, rechenökonomisch optimale Vorschätzungen für Lastkurve und Steifigkeitserneuerungen zu treffen (s. Bild 5.6).

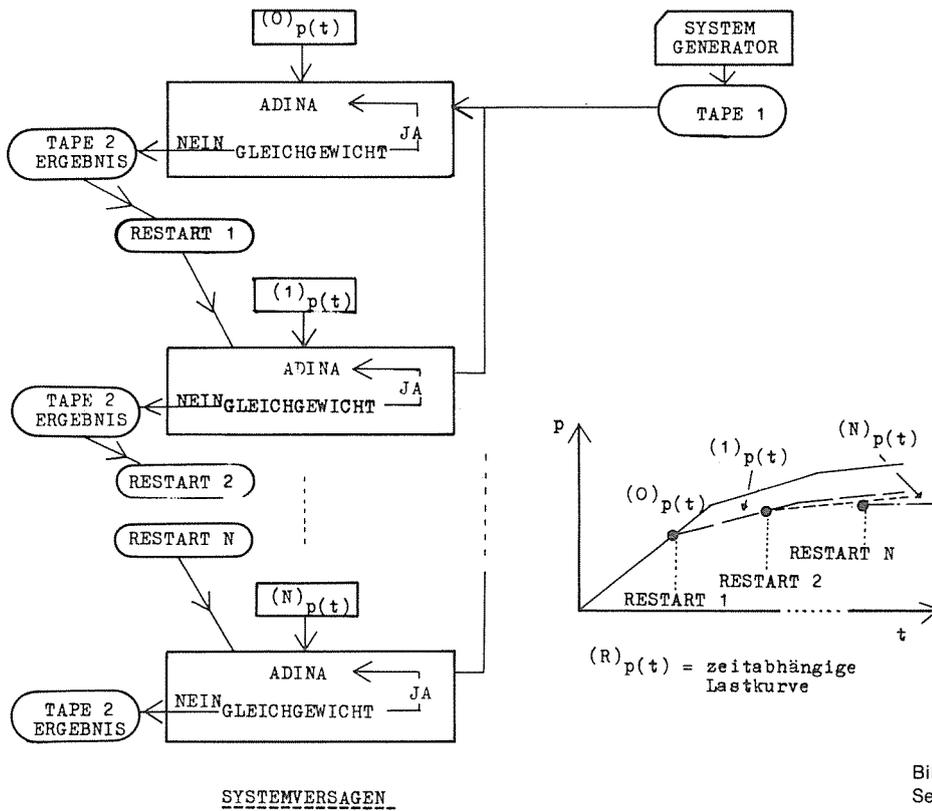


Bild 5.6  
Semiautomatische Laststeigerung

## 6. Zum "kinematischen" Verhalten

=====

In /A12/ wird bereits auf die Notwendigkeit der Beulhöhenberechnung hingewiesen, besonders im Zusammenhang mit den maximal zulässigen Dehnungswerten eines Linerfeldes, die z.B. infolge Schweißens zu einer wesentlichen Begrenzung im Verhältnis zur "normalen" Bruchdehnung der gewählten Stahlsorte führen. So ist z.B. nach dem ASME Code (ACI Standard 359-74, Article CC 3700, Table CC-3720-1) eine graduelle Abstufung entsprechend der vorliegenden Belastung für die zulässigen Liner-Dehnungen angegeben; die Maximalwerte sind bei Superposition von Membran- und Biegebeanspruchung für den Druckbereich auf 14 ‰ begrenzt. Bei dem bisher vorliegenden Richtlinienentwurf für die DIN 25459 "Sicherheitsumschließungen aus Stahlbeton" ist die Maximaldehnung auf 12 ‰ festgelegt.

Trotz dieser Einschränkungen werden - bei Berücksichtigung der primär reinen Dichthaltefunktion des Liners - die Zwängungen zu Beanspruchungen führen, die jenseits der Erschöpfungs-

last eines (imperfekten) Linerfeldes liegen. Entsprechend Punkt 5. erfolgt die Berechnung der Phase 2 (s.a. Punkt 2.2) schrittweise, bis keine Laststeigerung mehr möglich ist. Dann kann unterstellt werden, daß sich innerhalb des Tragwerkes teil- bzw. vollplastizierte Zonen gebildet haben, die aufgrund der Steifigkeitsreduzierung und -umlagerung keine weitere Kraftaufnahme mehr gestatten.

Die Ausbildung der Phase 3 (s.a. Punkt 2.2) hängt i.w. entscheidend von den geometrischen Steifigkeitsverhältnissen des Systems ab. Im allgemeinen kann ein Lastabfall bei zunehmender Verformung konstatiert werden, der allerdings entscheidend vom Längen-Dicken-Verhältnis des Systems bestimmt wird. Bei einem Längen-Dicken-Verhältnis um ca. 12 (und darunter) dagegen ist dieser Lastrückgang bei ansteigender Deformation nicht mehr festzustellen, da es sich hier überwiegend um eine Plastizierung und nicht um eine Ausbeulung des Systems handelt (s. Bild 6.1).

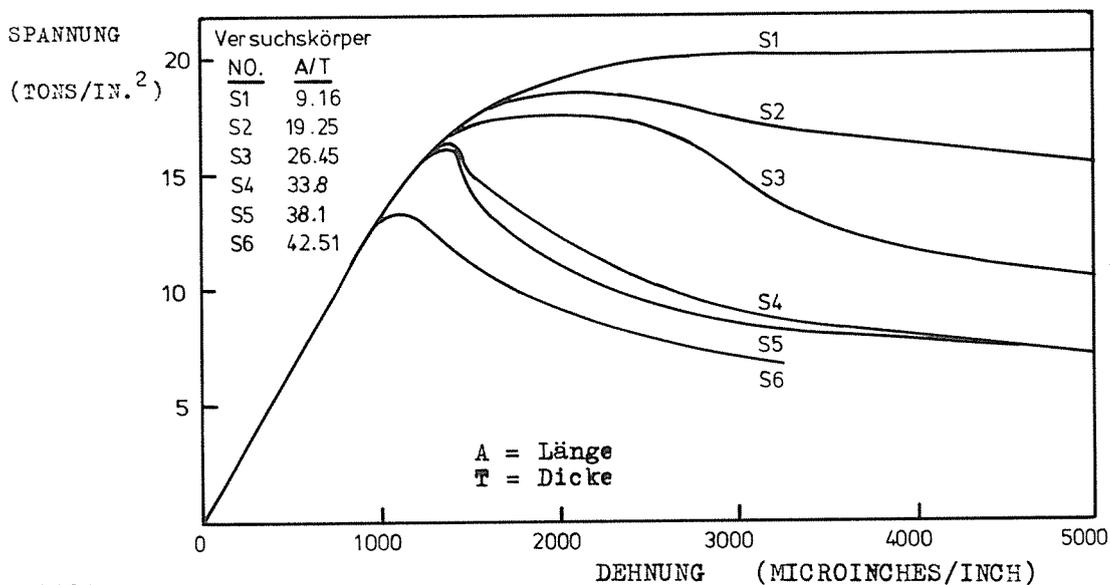


Bild 6.1  
Einaxiale Spannungs-Dehnungslinie eines Stabes aus /A13/

Bei kleiner Schlankheit (s. Tab. 6.1) setzt bereits Plastizität ein, bevor sich die "Theorie der großen Verformungen" entscheidend auswirken kann. Das bedeutet, daß ein plötzlicher Last-Verschiebungssprung, der bei elastischer Gleichgewichtsverzweigung möglich wäre, auszuschließen ist. Das Systemversagen tritt daher hauptsächlich durch fortschreitende Plastizierung ein, wobei die zusätzliche Kraftaufnahme zwischen Plastizitätsbeginn und Erreichen der Versagenslast mit der Vor-

$l/t$	$P_{ki}$ kN/cm <sup>2</sup>	$\sigma_F$ kN/cm <sup>2</sup>	$\sigma_F / P_{ki}$ %
12.5	121.46	26.0	21
		42.0	35

Tab. 6.1  
Gegenüberstellung der Beul- und Fließspannungen

verformung wächst. Der Grenzfall ist die Vorverformung  $FV=0$ , wo das Versagen durch plötzliches Plastizieren des gesamten Querschnitts eintritt.

Wegen der geringen Schlankheit und unter Zugrundelegung elasto-plastischen Materialverhaltens kann jedoch infolge von Imperfektionen  $FV > 0$  angenommen werden.

So scheint es für Längen-Dicken-Verhältnisse um  $l/t \approx 12$  zulässig zu sein, die Erfassung der Phase 3 (nach Punkt 2.2) auf eine geometrische Betrachtung zu beschränken; so kann auch der beträchtliche rechnerische Aufwand während des Nachplastizierens herabgesetzt werden. Hierzu wird unterstellt, daß sich das Tragwerk direkt vor dem Erreichen der Versagenslast quasi "kinematisch" verhält, so daß ein affines Verformungsverhalten für die Phase 3 anzusetzen ist. Bezeichnen wir  $n$  als letzten Schritt der Berechnung in der Phase 2, so läßt sich die Gesamtverformung  $\mathcal{J}$  extrapolieren zu:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_n + \alpha \cdot \Delta_{n,n-1} \quad (6.1)$$

Hierbei stellt  $\mathcal{J}_n$  den Verformungszustand des (letzten) Schrittes  $n$  und  $\Delta_{n,n-1} = \mathcal{J}_n - \mathcal{J}_{n-1}$  die Verformungsdifferenz der Schritte  $n$  bzw.  $n-1$  dar;  $\alpha$  ist ein Überhöhungsfaktor, der aus dem Kenntnis maximal zulässiger Dehnungswerte  $\epsilon_{\max}^{\text{zul}}$  aus dem zu den Verformungszuständen korrespondierenden Dehnungsverhalten bestimmen läßt. So folgt aus der allgemeinen Beziehung

$$\epsilon = \epsilon_n + \alpha \cdot \Delta \epsilon_{n,n-1} \quad (6.2)$$

der Faktor  $\alpha$  mit  $\Delta \epsilon_{n,n-1} = \epsilon_n - \epsilon_{n-1}$  zu

$$\alpha = \frac{\epsilon_{\max}^{\text{zul}} - \epsilon_n}{\epsilon_n - \epsilon_{n-1}} \quad (6.3)$$

Damit kann die maximale Gesamtdeformation zu

$$\sigma_{max} = \sigma_n + \frac{\epsilon_{max}^{zul} - \epsilon_n}{\epsilon_n - \epsilon_{n-1}} [\sigma_n - \sigma_{n-1}] \quad (6.4)$$

angegeben werden.

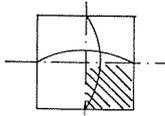
Die finite Elementberechnung eines Beulfeldes (s. Punkt 7.) beinhaltet zunächst kein kinematisches Versagensmodell, wie es (z.B. durch die Fließgelenkhypothese) bei einem Balkenmodell gegeben ist. Ein Erschöpfungszustand infolge teil- und voll-durchplastizierter Bereiche des Linerfeldes wird daher parametrisch von mehreren Variablen abhängen und nicht lokal fixiert sein.

Betrachtet man die plastizierten Zonen des Beulfeldes, die sich kurz vor dem rechnerischen Versagen ergeben (d.h. im letzten Rechenschritt, in dem Gleichgewicht herrscht), so ist es möglich, auf die "kinematische" Bewegung des Systems zu schließen.

Da ideal elasto-plastisches Werkstoffgesetz zugrunde gelegt wurde, kann das System die "Versagenslast" auch in der "kinematischen" Phase weiter tragen.

In Abhängigkeit der Vorverformung lassen sich drei verschiedene Versagenszustände beobachten:

- a) Für die ideal ebene Platte erfolgt bei der Belastung, die der Fließspannung entspricht, schlagartiges Plastizieren der ganzen Platte.  
Da alle Dehnungen im gesamten Plattenbereich gleich sind, wachsen die Verschiebungen nach Überschreiten der Fließgrenze bei zusätzlich eingprägter Deformation linear ausgehend von den Symmetrieachsen sowohl in Plattenebene als auch senkrecht zur Plattenebene. Damit ist die "Kinematik" des einfachsten Versagensfalles eindeutig geklärt.
- b) Bei mittleren Vorverformungen (s. Bild 6.2) ist kurz vor der Versagenslast der untere überdrückte Plattenrand einschließlich Plattenmittelebene bis auf den Bolzeneinleitungsbereich voll durchplastiziert, während sich die Plattenoberfläche noch im elastischen Bereich befindet. Aus dem Fortschritt der Plastizierung kann geschlossen werden, daß sich im Versagensfall an der Plattenoberfläche plastizierte



Plastizierte Zonen beim Versagen  
des Beulfeldes

(Fließspannung  $260 \text{ N/mm}^2$ ) 100 % plastiziert ●  
95 % plastiziert ⊙  
90 % plastiziert ○

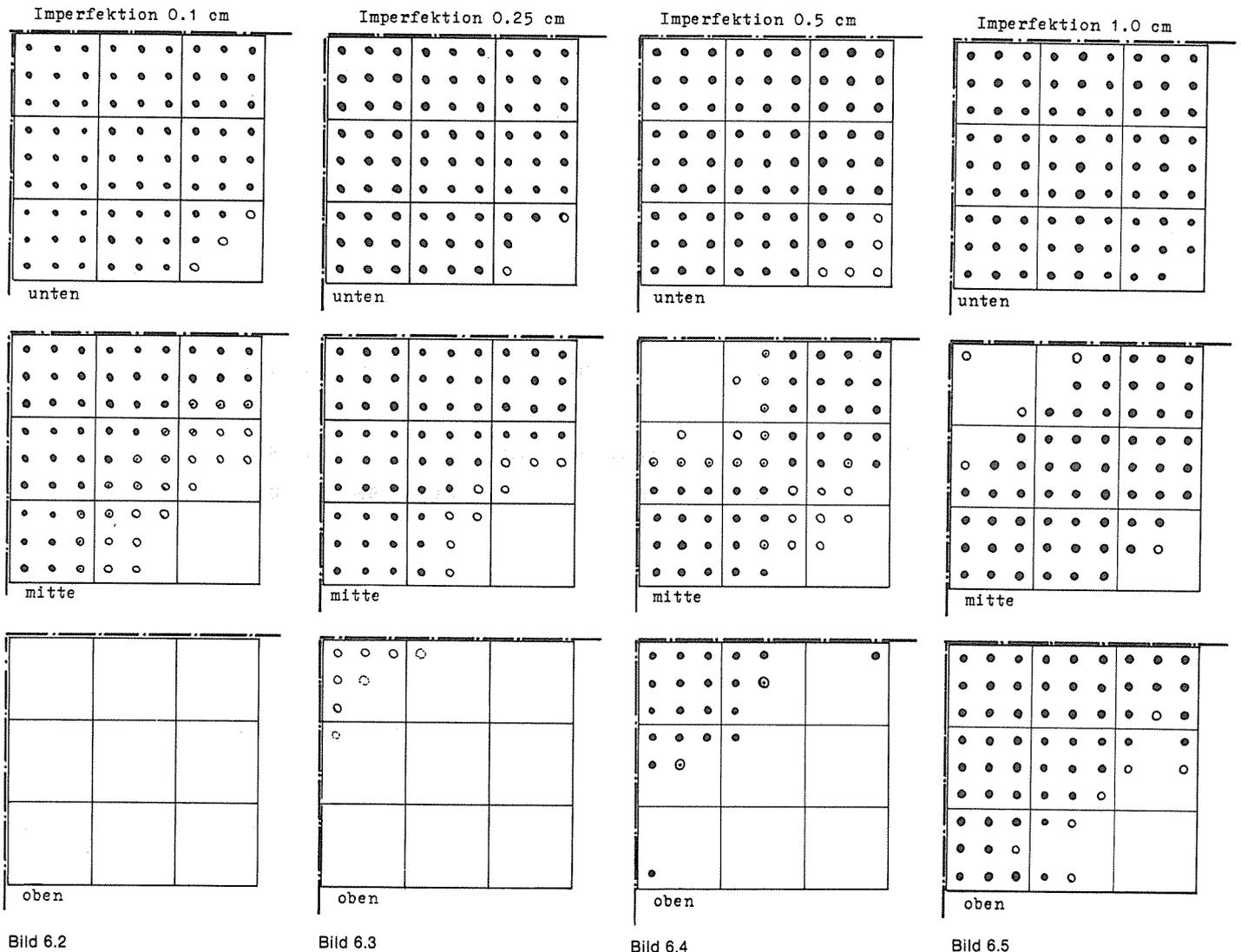


Bild 6.2

Bild 6.3

Bild 6.4

Bild 6.5

Zonen längs der Symmetrieachsen einstellen und somit ein kinematisches Modell entsteht.

- c) Bei größeren Imperfektionen (s. Bild 6.4 und 6.5) dominiert zunehmend der Biegeeinfluß gegenüber dem Membranspannungszustand. Im mittleren Plattenteil ist die obere und untere Plattenfläche voll plastiziert, die Mittelfläche jedoch befindet sich noch im elastischen Bereich. Unterstützt durch den Kopfbolzeneinfluß verbleiben in den Eckbereichen elastische Zonen an der Plattenoberseite.

Für das vorverformte Beulfeld (Fall b u. c) kann folgende Betrachtung angestellt werden: Während der

"kinematischen" Phase wird keine zusätzliche Kraft mehr aufgenommen, d.h. es erfolgt keine zusätzliche Deformation in den voll-plastizierten Bereichen.

Die "kinematische" Bewegung der verbleibenden elastischen Zonen kann deshalb als Quasi-Starrkörperbewegung aufgefaßt werden. Für den Dehnungszuwachs in der kinematischen Phase werden somit die Grenzbereiche zwischen plastischem und elastischem Material entscheidend, da bei der rotatorischen Bewegung der starren Teile nur die plastischen Grenzbereiche weiter beansprucht werden.

Mit den o.g. Voraussetzungen können dann charakteristische Last-Verschiebungskurven einschließlich der zugehörigen Dehnungen für das Einzellinerfeld (z.B. max. horizontale oder vertikale Verformung) ermittelt werden (s. Bild 6.6).

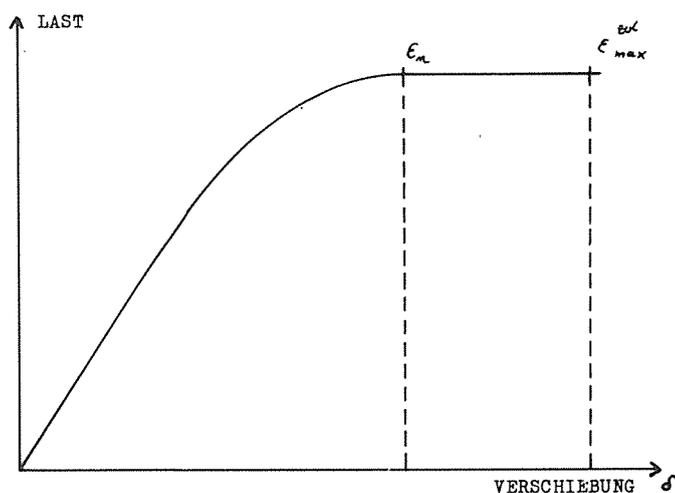


Bild 6.6  
Prinzipielle Gesamtverformung bei kleinen Schlankheitsverhältnissen

PHASE 2 —\*— PHASE 3 —>

## 7. Parametervariation

=====

### 7.1 Übersicht

Rechnungen an Teilsystemen wurden an ein-, zwei- und dreidimensionalen Modellen durchgeführt (s. Bild 7.1). Die untersuchten Parameter können in geometrische, physikalische und numerische Parameter eingeteilt werden.

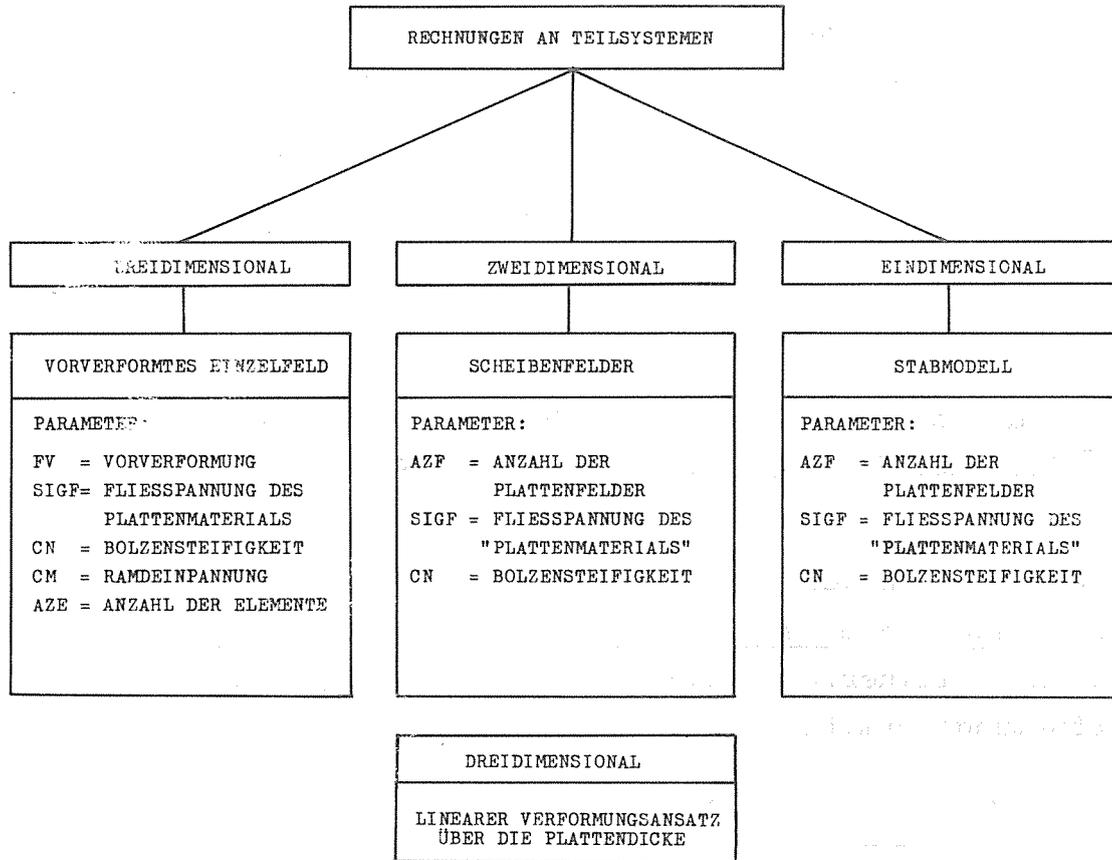


Bild 7.1a

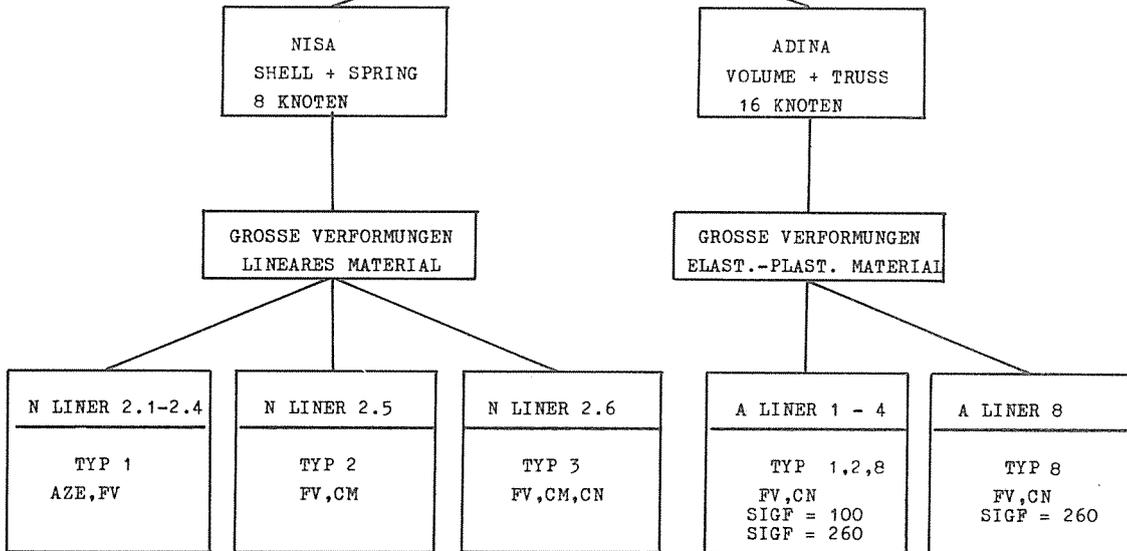
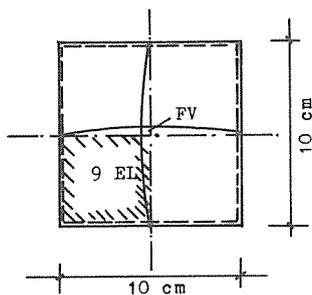


Bild 7.1b

N LINER 2.1 - 2.4  
 ( STARRE RANDLAGERUNG )



$t = 0.8 \text{ cm}$   
 AZE = Anzahl der  
 Elemente  
 FV = Vorverformung

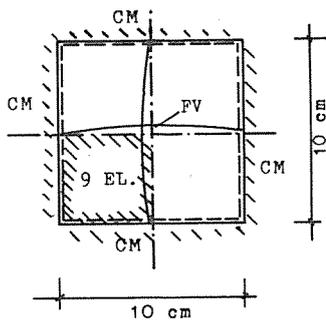
RECHENLÄUFE :

FV cm	0.0	0.01	0.1	1.0
AZE				
1	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.1.4
4	2.2.1	2.2.2	2.2.3	-
9	2.3.1	2.3.2	2.3.3	2.3.4
16	2.4.1	2.4.2	2.4.3	-

Bild 7.1c

N LINER 2.5

( STARRE RANDLAGERUNG )  
( LINEAR ELASTISCHE RANDEINSPANNUNG )

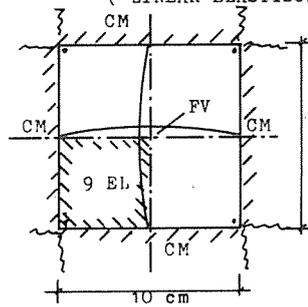


t = 0.8 cm

FV = Vorverformung  
CM = elastische Randeinspannung

N LINER 2.6

( PUNKTLAGERUNG IN DEN ECKEN )  
( LINEAR ELASTISCHE RANDEINSPANNUNG )  
( LINEAR ELASTISCHE KOPFBOLZEN )



t = 0.8 cm

FV = Vorverformung  
CM = elastische Randeinspannung  
CN = Kopfbolzen

RECHENLÄUFE :

FV cm \ CM kNcm	100	250	500	750	1000
0.01	2.5.01	2.5.02	2.5.03	2.5.04	2.5.05
0.10	2.5.06	2.5.07	2.5.08	2.5.09	2.5.10
0.25	2.5.16	2.5.17	2.5.18	2.5.19	-
1.00	-	-	-	-	-

Bild 7.1d

RECHENLÄUFE :

FV cm \ CM kNcm \ CN kN	0.0	100	250	500	750	1000
0.1	100	10.1	10.2	-	10.4	10.5
	140	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5
0.25	100	14.1	14.2	-	-	-
	140	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5

Bild 7.1e

A LINER 1 - 8

RECHENLAUF TYP	SYSTEM	LAGERSCHNITT	MATERIALEIGENSCHAFT	
			PLATTE	BOLZEN
A LINER 1 TYP 1			nichtlin.	lin.
A LINER 2 TYP 3 (CM=0)			nichtlin.	nichtlin.
A LINER 3 TYP 8			nichtlin.	lin.
A LINER 4 TYP 8			nichtlin.	nichtlin.
A LINER 8 TYP 8			nichtlin.	nichtlin.

Voruntersuchungen mit ADINA :  
3/D Element ( 16 Knoten )  
TRUSS Element ( 2 Knoten )

Bild 7.1f

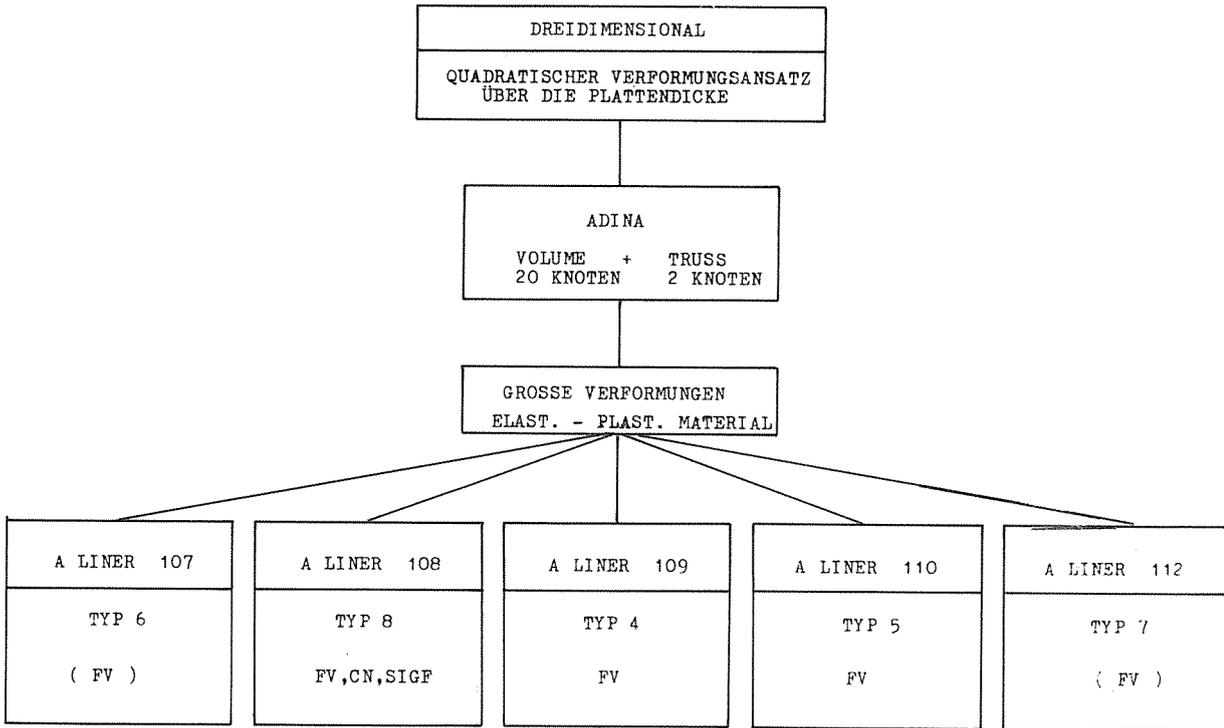


Bild 7.1g

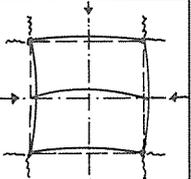
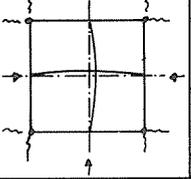
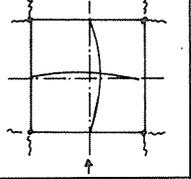
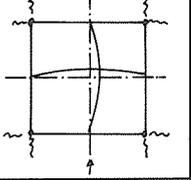
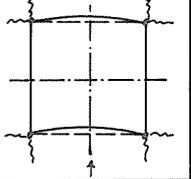
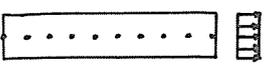
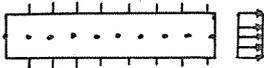
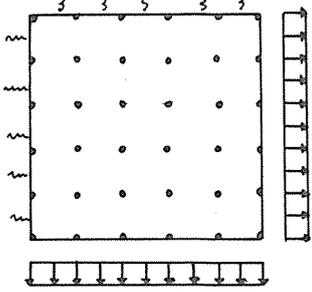
RECHENLAUF TYP	SYSTEM	PARAMETER																		
A LINER 107 TYP 6 BIAX. BEL.		A LINER 107 D1S3  FV = 0.5 cm SIGF = 420 N/mm <sup>2</sup>																		
A LINER 108 TYP 8 BIAX. BEL.		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">FV</td> <td style="text-align: center;">0.0</td> <td style="text-align: center;">0.10</td> <td style="text-align: center;">0.25</td> <td style="text-align: center;">0.50</td> <td style="text-align: center;">1.00</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">SIGF</td> <td style="text-align: center;">260.0 108A 1S1</td> <td style="text-align: center;">108B 1S1</td> <td style="text-align: center;">108C 1S1/3S1</td> <td style="text-align: center;">108D 1S1</td> <td style="text-align: center;">108E 1S1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">420.0</td> <td style="text-align: center;">108A 1S3</td> <td style="text-align: center;">108B 1S3</td> <td style="text-align: center;">108C 1S3</td> <td style="text-align: center;">108D 1S3</td> <td style="text-align: center;">108E 1S3</td> </tr> </table>	FV	0.0	0.10	0.25	0.50	1.00	SIGF	260.0 108A 1S1	108B 1S1	108C 1S1/3S1	108D 1S1	108E 1S1	420.0	108A 1S3	108B 1S3	108C 1S3	108D 1S3	108E 1S3
FV	0.0	0.10	0.25	0.50	1.00															
SIGF	260.0 108A 1S1	108B 1S1	108C 1S1/3S1	108D 1S1	108E 1S1															
420.0	108A 1S3	108B 1S3	108C 1S3	108D 1S3	108E 1S3															
A LINER 109 TYP 4 UNIAX. BEL.		A LINER 109 C1S1  FV = 0.25 cm SIGF = 260.0 N/mm <sup>2</sup>																		
A LINER 110 TYP 5 UNIAX. BEL.		A LINER 110 C1S1  FV = 0.25 cm SIGF = 260.0 N/mm <sup>2</sup>																		
A LINER 112 TYP 7 UNIAX. BEL.		A LINER 112 C1S1  FV = 0.25 cm SIGF = 260.0 N/mm <sup>2</sup>																		

Bild 7.1h  
Biaxiales Beulfeld Liner 107 — Liner 112

SYSTEM UND BELASTUNG	RECHENLAUF-NR.	SIGF N/mm <sup>2</sup>	BOLZEN- MATERIAL	ERSTER BOLZEN
SCHEIBE 6 	S1	260	DA	DA/2
	S2	260	DA	DA
	S3	260	OB	DA
SCHEIBE 7  (QUERBEHINDERT)	S4	260	$\sqrt{2}$ OB	OB
	S5	260	OB	OB
SCHEIBE 10 	S6	260	OB	OB

OB = BOLZEN NACH OBERPICHLER  
DA = BOLZEN NACH DAVIES

Bild 7.1i  
Rechnungen an ebenen Systemen

LINERFELD - TYPEN

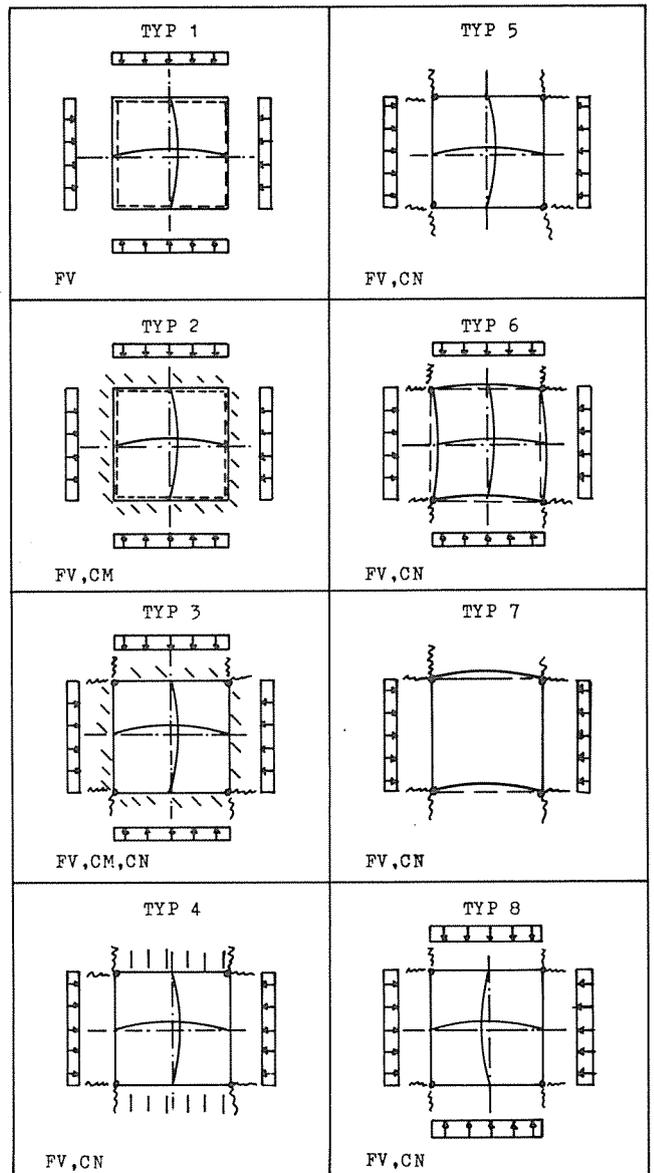


Bild 7.1k

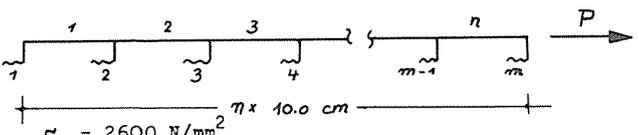
SYSTEM UND BELASTUNG					
					
$G_{P1} = 2600 \text{ N/mm}^2$ $G_{P2} = 4200 \text{ N/mm}^2$ $E_0 = 21000 \text{ kN/cm}^2$ $F = 8 \text{ cm}^2$					
$n = \text{Anzahl der Felder}$ $m = \text{Anzahl der Bolzen}$					
RECHENLAUF	n	m	PLATTEN- MAT.	BOLZEN 2 - m	BOLZEN 1
TRUSSLINER 1	10	11	$E_0, G_{P1}$	DAVIES	DAVIES
TRUSSLINER 2	9	10	$E_0, G_{P1}$	DAVIES	DAVIES
TRUSSLINER 3	9	10	$E_0, G_{P1}$	DAVIES	DAVIES/2
TRUSSLINER 20	19	20	$E_0, G_{P1}$	DAVIES	DAVIES

Bild 7.1j  
Rechnungen am eindimensionalen System

Geometrische Parameter:

---

Die Abmessungen des Systems wurden von Gundremmingen II partiell übernommen und konstant gehalten, quadratisches Bolzenraster mit dem Bolzenabstand 100 mm und der Plattendicke 8 mm. Die Vorverformung wurde ausgehend von der ideal ebenen Platte bis zur Vorverformung 1 cm (das entspricht Länge / 10) untersucht.

Physikalische Parameter:

---

Die Festigkeitseigenschaften  $E = 21\,000\text{ kN/cm}^2$  und  $\nu = 0.3$  wurden konstant gehalten, während die Fließspannung zwischen  $260\text{ kN/cm}^2$  und  $420\text{ kN/cm}^2$  variiert wurde.

Die Belastung wurde als gleichverteilte Randlast aufgebracht. Drei weitere Parameter entstehen aus dem Einfluß der Lagerungsbedingungen. Die Wirkung aus ein bis drei Plattenfeldern wurde

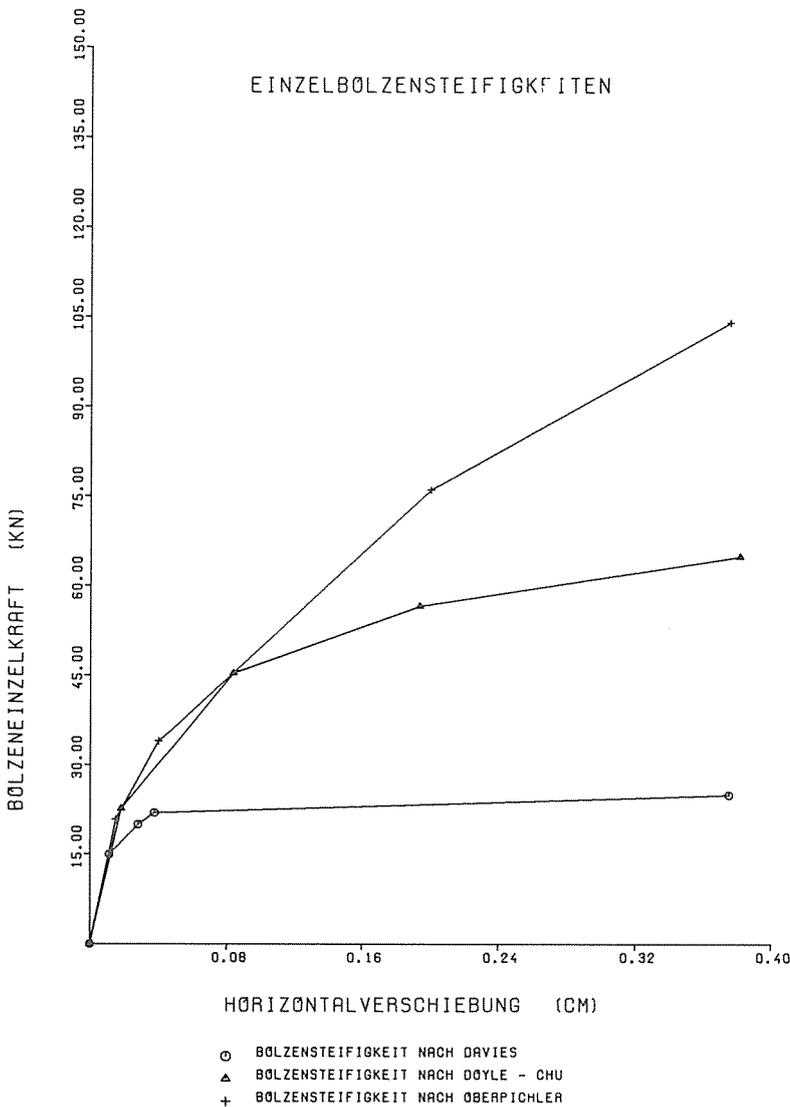


Bild 7.2

zur Untersuchung des Randeinspannungseinflusses angenommen. Für die Bolzensteifigkeiten wurden realistische Werte und Extremwerte aus der Literatur untersucht (s. Bild 7.2). Der Einfluß der Bolzenlängssteifigkeit auf das Plattentragverhalten wurde in die Untersuchungen einbezogen.

Die Anzahl der zu berücksichtigenden Felder für das Gesamtsystem wird aus der Betrachtung des Abklingeffektes am Stab- und Scheibenmodell unter eingepprägter Belastung festgelegt.

Numerische Parameter:

---

Die problemementsprechende Anzahl und Anordnung von Elementen sowie Integrationspunkten ist die Voraussetzung für genaue Ergebnisse. Der Einsatz von Steifigkeitsneubildung und Gleichgewichtsiteration ist entscheidend für den Rechenzeitaufwand der nichtlinearen Berechnungen.

Die in diesem Punkt ausgewerteten Berechnungen werden durch Vergleichsrechnungen im Punkt 8, abgesichert.

## 7.2 Dreidimensionale Rechnungen mit linear elastischem Material (NISA)

---

### 7.2.1 Systeme und Parameter

---

Für die Berechnungen wurde das Programm NISA benutzt. Zur Diskretisierung der Platte wurden SHELL Elemente und zur Diskretisierung der Bolzen wurden SPRING Elemente verwendet. Das SHELL Element (s. Punkt 5.3.2) wird geometrisch nichtlinear und materiell linear, das SPRING Element (s. Punkt 5.3.3) wird geometrisch und materiell linear eingesetzt. Die spannungsfreie Vorverformung wird als räumliche SINUS-Funktion vorgegeben.

Die Belastung wirkt als Gleichlast an den Plattenrändern.

Als Parameter werden untersucht:

- die geeignete Anzahl der Elemente (AZE),
- die Vorverformung  $FV = 0.0 \quad 1.0 \text{ /cm/}$ ,
- die elastische Randeinspannung  $CM = 0.0 \quad 750 \text{ /kN/cm/}$
- die elastische Bolzensteifigkeit  $CN = 0.0 \quad 1400 \text{ /kN/cm/}$

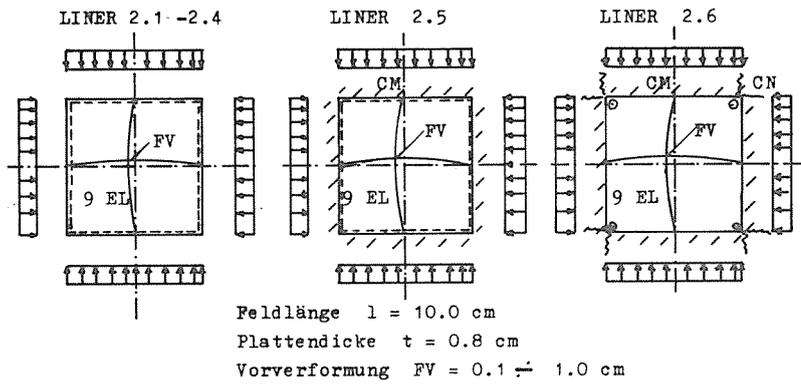


Bild 7.3  
Plattensysteme

Die Systeme 2.1-2.5 besitzen in z-Richtung Umfangslagerung. Das System 2.6 ist in den Ecken punktgelagert. System und Belastung lassen die Behandlung am Viertelsystem zu.

Erläuterungen zu den Parametern und zur Vorgehensweise der Berechnungen:

Die günstige Wirkung der anschließenden Plattenfelder als elastische Einspannung wird durch Drehfedern erzeugt; als Maximalwert wurde die Biegesteifigkeit von drei anschließenden Plattenfeldern angesetzt.

Die Kopfbolzen wurden durch Wegfedern diskretisiert, deren Steifigkeitswerte aus der Literatur entnommen sind (Davies).

Das endgültige System wird in drei Stufen ausgehend von der einfach gelagerten Platte (System 2.1-2.4) bis zur Platte mit elastischer Randeinspannung und Kopfbolzen (System 2.6) aufgebaut. In jeder Stufe kommt nur ein Parameter neu hinzu, dessen Wirkung untersucht und diskutiert wird. Durch diesen Aufbau werden Vergleichsrechnungen an einfacheren Modellen (Stabmodell) und damit die Ergebniskontrollen erleichtert.

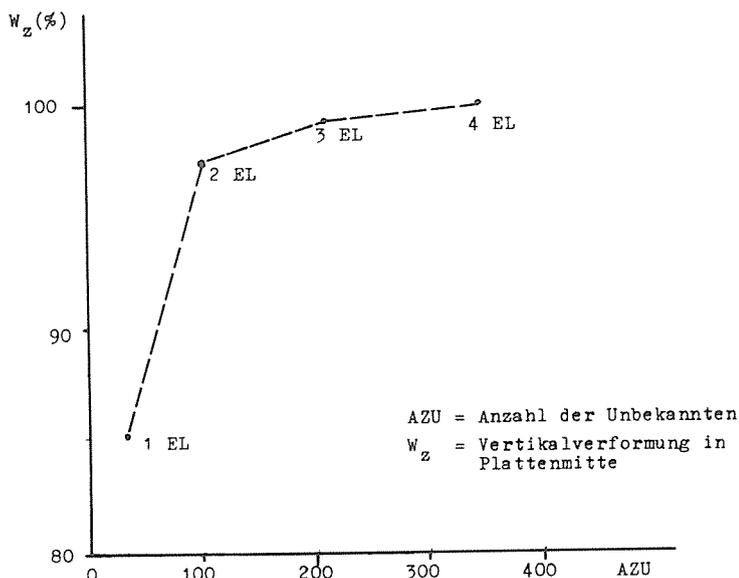


Bild 7.4  
Sensitivitätsstudie

Zu Beginn der Untersuchung steht die Sensitivitätsstudie, durchgeführt an den Systemen 2.1-2.4. Die Elementierung von 1 - 16 Elementen für das Viertelsystem ergibt, daß 206 Unbekannte aus 9 Elementen ausreichende Genauigkeit bei vertretbarem Aufwand liefern. Die Abweichung zwischen den Elementierungen mit 9 und 16 Elementen beträgt 0.8% (s. Bild 7.4).

### 7.2.2 Vorschätzung und erste Ergebnisse

---

System 2.1 zeigt die einfach gelagerte Platte unter Randlast. Für dieses System ergibt sich eine Eulersche Beulrandbelastung von  $p = 200 \text{ kN/cm}^2$ . Wählt man als Fließgrenze eines duktilen Stahls  $\sigma_F = 26 \text{ kN/cm}^2$ , was bei einer ebenen Platte der erforderlichen Randlast bei Fließbeginn entspricht, erkennt man sofort, daß elastisches Beulen als Versagenskriterium keine Rolle spielen kann. Die Durchführung einer Rechnung bis zum elastischen Beulversagen soll nur ein Test für die Elementierungsgüte sein, die Ergebnisse sind zufriedenstellend. Die praktische Aufnahmefähigkeit des Systems kann somit bei einer Randlast von  $p = 26 \text{ kN/cm}^2$  angesetzt werden, die durch den ungünstig wirkenden Einfluß der Vorverformung gemindert und durch die günstig wirkenden Einflüsse der Federsteifigkeiten CN und CM erhöht wird.

Als Ergebnisse interessieren Verformungen in Plattenmitte und an den Plattenrändern, sowie das Spannungsverhalten, das Aufschluß über Plastizitätsbeginn und die Aufnahmefähigkeit des Systems unter den genannten Parametern geben kann.

### 7.2.3 Verformung und Spannung in Abhängigkeit der Belastung

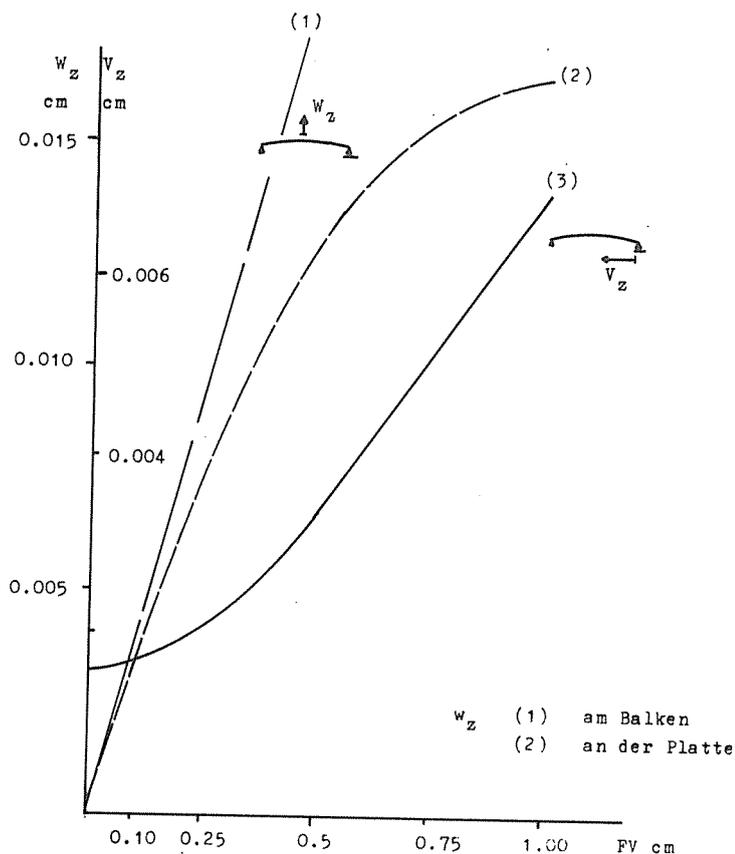
---

Wie bereits der erste Überschlag zeigt, liegt der praktisch bedeutende Bereich zwischen 10% und 20% der kritischen Beulrandlast (Euler), das läßt erwarten, daß der Einfluß der geometrischen Nichtlinearität für unsere Berechnungen keine große Bedeutung erlangen wird. Diese Vermutung wird durch die Rechenergebnisse bestätigt.

Der Zusammenhang Verformung-Belastung ist nahezu linear, ebenso der Zusammenhang Spannung-Belastung.

## 7.2.4 Einfluß der Vorverformung

Die Vorverformung, die durch Unzulänglichkeiten beim Einbau verursacht werden kann, wird in Form einer SINUS-Funktion angenommen. Die Größe der Vorverformung wird zunächst bis 1 cm (1/10 bzw. 1.25 t) betrachtet. Die Abhängigkeit der Plattenverformungen von der Imperfektion ist in Bild 7.5 dargestellt. (1) zeigt die Vertikalverformung, die sich bei entsprechender Steifigkeit am Balken einstellen würde; diese weicht bis  $FV = 0.25$  cm nicht wesentlich von der Plattenrechnung (2) ab. Mit weiter wachsender Vorverformung stellt sich jedoch für die Platte ein degenerativer Verlauf, bedingt durch die Entlastungsmöglichkeit des



$FV$  = Vorverformung  
 $w_z$  = Vertikalverschiebung  
 $v_z$  = Horizontalverschiebung

Bild 7.5  
 Horizontalverschiebung und Vertikalverschiebung in  
 Abhängigkeit der Vorverformung

Schalentragwertes bei geometrischer Nichtlinearität, ein.

Die Horizontalverformung (3), bei der aufgrund des großen Normalkraftanteils die elastische Zusammendrückung einen relativ großen Anteil beiträgt, steigt mit wachsender Vorverformung progressiv.

Das Spannungsverhalten in Plattenmitte (s. Bild 7.6) in Abhängigkeit der Vorverformung weist ebenfalls bis  $FV = 0.25$  cm quasi linearen Verlauf auf, wobei bei  $FV = 0.07$  cm am oberen

SPANNUNGEN IN DER PLATTENMITTE

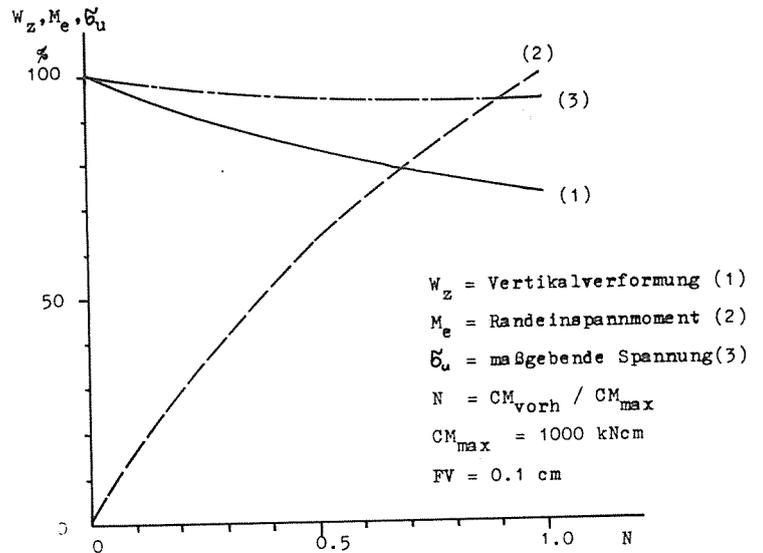
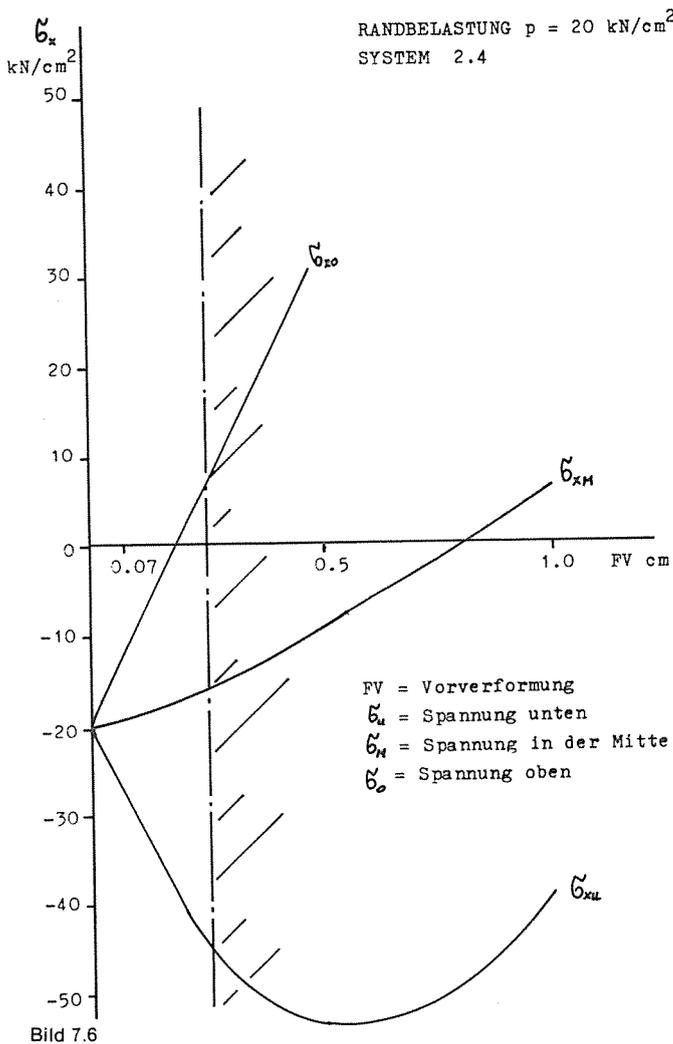
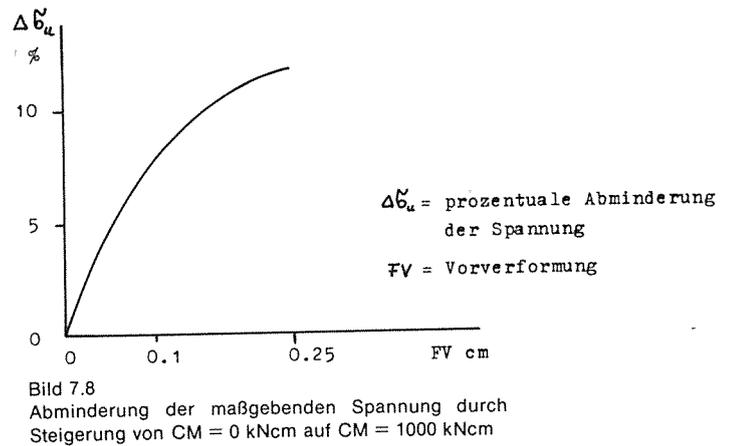


Bild 7.7  
Einfluß der elastischen Randeinspannung auf Verformung, Randeinspannung und maßgebende Spannung



Plattenrand die Druckspannungen in Zugspannungen übergehen. Nach Interpolation fällt bei  $FV \approx 0.75 \text{ cm}$  die neutrale Achse in Plattenmittelebene (reiner Biegezustand). Die Rechenwerte für  $FV > 0.5$  werden jedoch nicht weiter betrachtet, da das System wegen Dickwandigkeit und Größe der Vorverformung von der angewandten Theorie möglicherweise nicht mehr beschrieben werden kann. Von Interesse ist, daß für die Fließspannung  $\sigma_f = 26 \text{ kN/cm}^2$  bei  $FV \approx 0.07 \text{ cm}$  und für  $\sigma_f = 42 \text{ kN/cm}^2$  bei  $FV \approx 0.21 \text{ cm}$  unter einer Randlast von  $20 \text{ kN/cm}^2$ , Fließen am unteren Plattenrand eintritt.

### 7.2.5 Einfluß der elastischen Einspannung

Zur Untersuchung der Einspannwirkung, verursacht durch die umgebenden Plattenfelder, wird eine elastische Randeinspannung (CM) an den Plattenrändern angebracht. Als Höchstwert des

Einspanngrades wird die durch die Durchlaufwirkung von drei Plattenfeldern verursachte Drehsteifigkeit angesetzt. Die Untersuchungen werden für Vorverformungen bis  $FV = 0.25 \text{ cm}$  ( $1/40$ ) durchgeführt.

Die Rechenergebnisse weisen einen quasi linearen Zusammenhang zwischen der Imperfektion und den Spannungen und Verformungen auf.

In Bild 7.7 sind exemplarisch für  $FV = 0.1 \text{ cm}$  ( $1/100$ ) die wichtigsten Ergebnisse zusammengestellt, dabei wurden die untersuchten Parameter auf den jeweils berechneten Höchstwert normiert. (1) zeigt die Abnahme der Vertikalverformung in Plattenmitte, (2) zeigt die Zunahme des Randeinspannmomentes infolge  $N$ . Aus beiden Kurven ist die nichtlineare Annäherung an das Tragverhalten unter Festeinspannung bereits deutlich zu erkennen.

Während der Einfluß von  $N$  auf die Verformung in Plattenmitte mit nahezu 30% erheblich ist, ergeben sich mit 7% Abminderung kaum Auswirkungen auf die maßgebenden Spannungen (3), da bei kleinen Vorverformungen der Momenteneinfluß gegenüber dem Normalkrafteinfluß klein ist. Für unsere Betrachtung ist die maßgebende Spannung interessant, bei der sich Normalkraft und Momentenanteil in Plattenmitte und Randmitte addieren, da sie für den Plastizitätsbeginn entscheidend wird. Der degressive Verlauf der Abminderung der maßgeblichen Spannung  $\sigma_u$  durch elastische Einspannung zeigt, daß keine entscheidende Beeinflussung des Plastizitätsbeginns vorliegt (s. Bild 7.8); es ergibt sich z.B. für  $FV = 0.25$  eine Reduzierung der maßgebenden Spannung von 12%.

#### 7.2.6 Einfluß der Ankerbolzen

---

Der Ankerbolzen wird durch Lagerfedern diskretisiert. Um den Einfluß auf die Platte sichtbar zu machen, wurden zwei extreme Steifigkeitswerte angenommen, weil Vorberechnungen mit kleiner Abstufung der Steifigkeiten den geringen Einfluß deutlich gemacht hatten. Der normal anzusetzende Wert nach Davies für das Viertelsystem liegt bei  $CN \approx 350 \text{ kN/cm}$ . Die Wahl fiel auf einen schwachen Bolzen mit  $CN1 = 100 \text{ kN/cm}$  und einen extrem steifen Bolzen mit  $CN2 = 1400 \text{ kN/cm}$ . Durch die Erhöhung

der Steifigkeit von CN1 auf CN2 ergeben sich folgende Abminderungen:

Vertikale Mittenverformung	5%
horizontale Randmittenverformung	1%
maßgebende Spannung	4%

Es zeigt sich, daß die bei Plastizitätsbeginn zunächst betroffenen Punkte in Plattenmitte und Randmitte keine nennenswerte Spannungsabminderung erfahren.

Interessant ist die Spannungsverteilung im Einleitungsbereich und dessen Größe. Die beiden in Bild 7.9 verglichenen Systeme unterscheiden sich außer durch den Ankerbolzen auch noch durch die Lagerung in Vertikalrichtung, deshalb ist zwischen beiden Systemen nur ein qualitativer Vergleich möglich. Es kann jedoch quantitativ festgestellt werden, daß von CN = 0.0 auf CN = 1400 kN/cm die Randspannung von  $\sigma_R = -20.0 \text{ kN/cm}^2$  auf  $\sigma_R = -6.0 \text{ kN/cm}^2$  abgemindert wird. Auch für diese extrem angenommene Steifigkeitsdifferenz tritt Plastizität im Bolzeneinleitungsbereich nicht früher als in Plattenmitte oder Randmitte ein. Der Einleitungsbereich der Bolzen ist auf 1/12 der Feldlänge begrenzt. Für genauere Untersuchungen dieses Bereiches ist jedoch eine wesentlich verfeinerte Elementierung nötig.

#### 7.2.7 Einfluß der Lagerung

---

Der Einfluß der Lagerungsänderung zwischen den Systemen 2.1 - 2.5 und 2.6 hat erheblichen Einfluß auf die absoluten Verformungen, da sich das System 2.6 im Gegensatz zu den anderen Systemen an den Rändern zwischen den Eckpunkten frei verformen kann. Der Einfluß auf die Krümmung in Plattenmitte und Randmitte und damit auf die maßgebenden Spannungen bleibt jedoch gering. Wie anschaulich leicht verständlich, ist eine Zunahme des Momentenzustandes gegenüber dem Normalkraftzustand von 2.5 nach 2.6 aus dem Spannungsbild erkennbar. Die damit verbundene Verschiebung der neutralen Faser nach unten bewirkt, daß der Einfluß auf die absoluten Spannungen  $\sigma_o$  am oberen Rand stärker ist, als auf die für die Plastizität maßgeblichen Spannungen  $\sigma_u$  am unteren Rand der Platte (s. Bild 7.10).

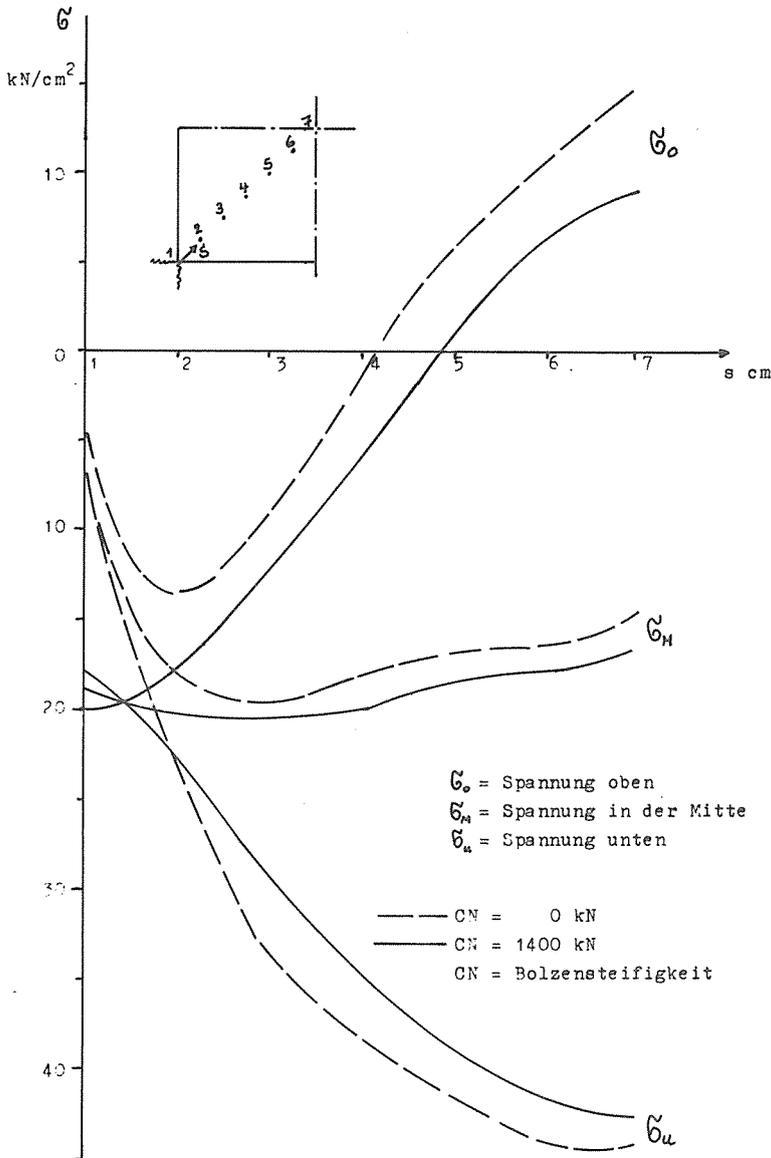


Bild 7.9  
Verhalten der Spannungen in der Plattendiagonalen bei Vorverformung  $FV = 0.25$  und Randbelastung  $p = 20 \text{ kN/cm}^2$

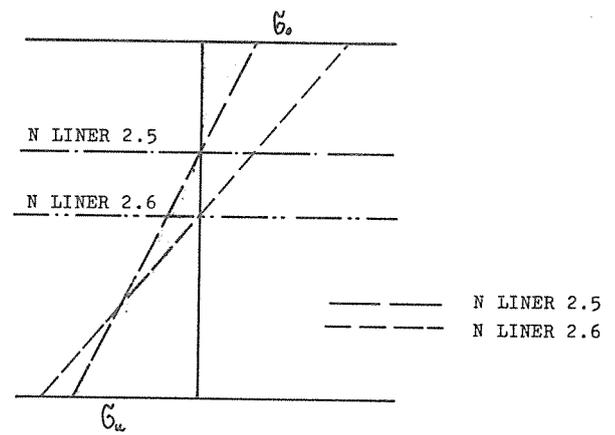


Bild 7.10  
Einfluß der Lagerung auf die Normalspannung in Plattenmitte

### 7.3 Vorversuche mit materieller Nichtlinearität

#### 7.3.1 Allgemeines

Mit dem Programmsystem ADINA bestand für die weiteren Berechnungen die Möglichkeit, sowohl große Verformungen als auch materielle Nichtlinearität zu berücksichtigen (s. Punkt 5.4). Als brauchbare Formulierungen boten sich:

- elasto-plastisches Materialverhalten mit dem v. Mises Kriterium für die Platte,
- nichtlinear elastisches Material für den Kopfbolzen (s. Bild 7.2).

Das Ziel bestand darin, einen leicht zu handhabenden Produktionslauf zu implementieren, mit dem die physikalischen und geometrischen Parameter in der zur Verfügung stehenden Zeit erfaßt werden konnten. Zu diesem Zweck wurden Versuchsläufe durchgeführt (s. Bild 7.1 f), mit denen die benötigten Formulierungen überprüft und die Wirkung von Lagerungs- und physikalischen Parametern bei Anwendung der entsprechenden Formulierung getestet wurden.

Die Ergebnisse dieser Versuchsläufe können nicht quantitativ gewertet werden; sie zeigen jedoch die grundlegende Problematik des Systems bei Anwendung genannter Nichtlinearitäten.

### 7.3.2 Aufbau der Versuchsrechnungen

---

Das Linerfeld besteht aus:

- der Platte, diskretisiert durch 3/D CONTINUUM Elementen (hier als 16-Knoten-Elemente);
- den Kopfbolzen, die aus TRUSS Elementen (hier als 2-Knoten-Elemente) zusammengesetzt sind und sinnvoll mit der Platte verbunden werden müssen;
- der problemsprechenden Lagerung des Systems.

Bei gekoppelten Systemen unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten sind bei Variation der Parameter physikalische und numerische Effekte möglich, die vorab untersucht werden müssen. Z.B. kann das System ungewollt an Einleitungsstellen plastizieren und unbrauchbar werden, bevor die entscheidende Phase der Untersuchung erreicht ist.

Gleichzeitig können bei den Versuchsrechnungen folgende Programmparameter beobachtet und deren Auswirkung auf Ergebnis und Rechenzeit erkannt werden:

- Anzahl der Integrationspunkte,
- Größe der Toleranzschranken,
- Iterationsverfahren,
- Bildung der Steifigkeitsausdrücke.

Das Zielsystem wurde ausgehend von der einfach gelagerten Platte aufgebaut; an den Zwischenstufen waren Abschätzungen und Kontrollen möglich (s. Bild 7.1).

### 7.3.3 Ergebnisse der Voruntersuchungen

---

Nach Kontrolle der Verformungen und der Plastizitätsfolge erwies sich das System von Liner 8 als brauchbare Diskretisierung des "bolzengestützten" Einzelfeldes. Bei Liner 4 trat z.B. infolge der Bolzendiskretisierung eine Art "Durchschlageffekt" auf, der im Gesamtfeld nicht möglich ist.

Die Anzahl der Integrationspunkte mit 3x3x3 erwies sich als hinreichend genau.

Die Toleranzschranke  $RTOL = 0.001$  brachte bei geringer Iterationsanzahl genügende Genauigkeit.

Der Rechenzeitaufwand und die Notwendigkeit von Steifigkeitsneubildungen und Gleichgewichtsiterationen konnte ebenfalls erfaßt werden.

Aus den ersten Rechenläufen mit Liner 8 war die Geschichte des Systems bis zum Versagen verfolgbar (genaue Beschreibung s. Punkt 7.4).

Die genannten Erkenntnisse dienen als Grundlage zur Berechnung mit nichtlinearem Materialverhalten.

## 7.4 Beulfeldrechnungen mit nichtlinearem Material (ADINA)

---

### 7.4.1 Allgemeines

---

Aus der Versagensvorstellung des Gesamtsystems können drei Bereiche unterschieden werden (s. Bild 4.1); in diesem Kapitel werden die beiden vordeformierten Bereiche behandelt, das uniaxiale und das biaxiale Beulfeld.

Aufgrund der geometrischen Verhältnisse war es bei der Berechnung der Platte, diskretisiert durch 3/D CONTINUUM Elemente, notwendig, sowohl geometrische als auch materielle Nichtlinearität zu berücksichtigen.

Die Beanspruchung der TRUSS Elemente als Diskretisierung für die Ankerbolzen erfolgt hauptsächlich richtungstreu, die Berücksichtigung der materiellen Nichtlinearität war deshalb ausreichend.

Die Vorversuche in Kapitel 7.3 bestätigten die Eignung des Programmsystems ADINA für die geforderten Berechnungen.

Die Berechnung des nichtlinearen Problems in ADINA erfolgt durch iterative Behandlung des linearisierten Problems (s. Punkt 5.4.3).

#### 7.4.2 Diskretisierung von Beulfeldern aus dem Gesamtsystem

Als Grundsysteme sind das biaxiale und das uniaxiale Beulfeld zu unterscheiden; da aber für das Einzelfeld als Teil des Gesamtsystems die Lagerungsbedingungen nicht exakt festgelegt werden können, mußten mehrere mögliche Lagerungen untersucht werden.

Für Parameterstudien an den vorverformten Einzelfeldern wurden fünf Systeme ausgewählt (s. Bild 7.1.g und Bild 7.1.k).

Das uniaxiale Beulfeld kann aufgrund des in Kapitel 4. vorgestellten Versagensmodells durch den TYP 7 (s. Bild 7.1.k) diskretisiert werden.

Als Vorverformungsfunktionen des biaxialen Beulfeldes lassen sich im Gegensatz zum uniaxialen Beulfeld mehrere Möglichkeiten vorstellen, von denen zwei ausgewählt wurden (s. Bild 7.1.k),

- TYP 8 mit ebenen Rändern  $f(x,y) = A \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \cdot \sin \frac{\pi y}{L}$

- TYP 6 mit vorverformten Rändern  $f(x,y) = A \left( \sin \frac{\pi x}{L} + \sin \frac{\pi y}{L} \right)$

Als weitere Möglichkeit ist die uniaxiale Belastung des biaxialen Beulfeldes vorstellbar, wobei für die Randbedingungen senkrecht zur Kraftrichtung die Extremwerte betrachtet werden,

- TYP 4 Dehnungsbehinderung,

- TYP 5 freier Rand.

Für beide Systeme wird die Imperfektionsfunktion

$$f(x,y) = A \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \cdot \sin \frac{\pi y}{L} \quad \text{gewählt (s. Bild 7.1.k).}$$

#### 7.4.3 Parameter

Neben der Untersuchung der unterschiedlichen Lagerungsmöglichkeiten (s. Punkt 7.4.2) sind die Imperfektion FV, die Bolzensteifigkeit CN und die Fließspannung  $\sigma_F$  des Plattenmaterials als Variable zu untersuchen.

Die Imperfektion des Beulfeldes ist im wesentlichen auf Einbauungenauigkeiten zurückzuführen. Der Parameter wurde von  $FV = 0.0 \text{ cm}$  bis  $FV = 1.0 \text{ cm}$  untersucht, baupraktisch wäre eine Untersuchung bis  $FV = 0.25 \text{ cm}$  wahrscheinlich ausreichend. Als Plattenmaterial ist duktiler Stahl zu berücksichtigen, dessen Fließspannung nicht zu hoch angesetzt werden darf. Für diesen Parameter wurde eine Bandbreite mit Fließspannungen von  $G_F = 260 \text{ N/mm}^2$  bis  $G_F = 420 \text{ N/mm}^2$  gewählt. Ein sehr kritischer Parameter ist das Tragverhalten des Ankerbolzens. In den "Richtlinien für die Bemessung von Stahlverbundträgern" sind Werte für die maximale Belastbarkeit von Kopfbolzendübeln angegeben; für diese Untersuchungen werden jedoch Last-Verformungskurven bis zum Versagen des in Beton eingebetteten Bolzens benötigt.

Zur Beschaffung derartiger Kennlinien wären bei der rechnerischen Untersuchung des Problems eine Vielzahl von Parametern und Versagensformen in Betracht zu ziehen, was hier nicht geleistet werden konnte. Aus diesen Gründen wurden die Zahlenwerte für diesen Parameter der Literatur entnommen und die Bandbreite großzügig gewählt.

In Bild 7.2 sind die drei untersuchten Ankerbolzenlinien gegenübergestellt.

Der extrem weiche Bolzen nach Davies stammt aus einem "half scale" Test.

Ebenfalls aus Versuchen stammen die Werte von Doyle-Chu.

Ein vergleichsweise steiferer Bolzen wird von Oberpichler nach einer empirischen Formel angegeben.

#### 7.4.4 Sensitivitätsstudie

Allgemein ist es nicht möglich, die günstigste Elementierung eines dreidimensionalen Problems mit finiten Elementen von Anfang an festzulegen. Eine Gegenüberstellung verschiedener Elementierungen soll Aufschluß über die Lösungskonvergenz in Abhängigkeit der Anzahl an Unbekannten geben. Um bei der Wahl der Verschiebungsansätze keine Richtung zu bevorzugen, wurde die Verfeinerung der Elementierung in den drei Koordinatenrichtungen in gleichen Verhältnissen vollzogen. Für die Plattendicke wurden maximal drei Elementschichten angesetzt, die Plattenebene der Viertelplatte wurde maximal in 36 (6 x 6) Ele-

mente unterteilt. Als günstigste Elementierung erwies sich die Elementierung mit neun (3 x 3) quadratischen 20-Knoten-Elementen für das Viertelsystem, daraus ergibt sich ein Gleichungssystem mit ungefähr 250 U (U = Unbekannte). Ein Vergleich zeigt, daß zwischen 211 U und 250 U die Lösungsverbesserung noch 23% beträgt, während zwischen 250 U und 1400 U nur noch eine Verbesserung der Lösung um 0.3% erreicht wird (s. Bild 7.11).

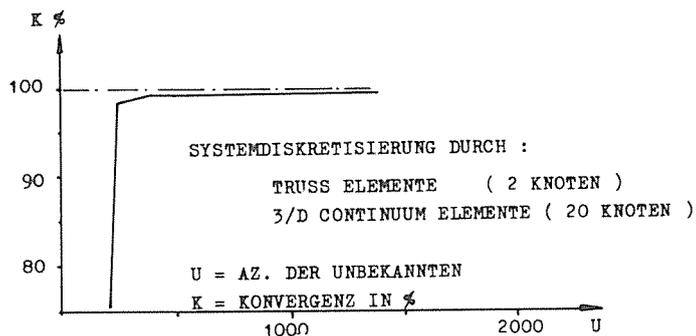


Bild 7.11  
Sensitivitätsstudie für das Beulfeld mit nichtlinearem Material

#### 7.4.5 Ergebnisauswertung

Als Rechenergebnisse gibt ADINA Knotenpunktverschiebungen und Spannungen an den Integrationspunkten aus.

Zur Berechnung des Gesamtsystems werden die Lastverschiebungskurven, insbesondere der Horizontalverschiebung der Teilsysteme benötigt; diese können aus dem standardmäßigen Ausdruck erstellt werden.

Es besteht die Absicht, die Einsatzfähigkeit des Liners auch durch die Beschränkung der zulässigen Dehnungen einzugrenzen (Entwurf der DIN 25 450), deshalb ist die Kenntnis der Dehnungswerte erforderlich.

Als Auswertung der Rechenläufe für die Teilsysteme werden Lastverschiebungskurven erstellt, in welchen die Dehnungswerte eingetragen sind.

#### 7.4.6 Einfluß der Lagerung

Zunächst wurden mit den in Kapitel 7.4.2 beschriebenen Systemen Rechnungen für diskrete Vorverformung und Fließspannung durchgeführt. Dabei erwiesen sich Typ 7 für das uniaxiale und Typ 8 für das biaxiale Beulfeld als die Systeme mit dem ungünstigsten Tragverhalten. Die weiterführende Parameterstudie kann

also auf die genannten Systeme beschränkt werden.

Bei einem Vergleich der beiden Systeme Typ 6 und Typ 8, für die biaxial vorverformte und biaxial belastete Platte, erweist sich Typ 8 schon im Anfangssteifigkeitsbereich mit 65% gegenüber Typ 6 (100%) als wesentlich ungünstiger. Die geringere Anfangssteifigkeit von Typ 8 erklärt sich aus dem größeren Hebelarm zu den Lastangriffsstellen. Die kritische Last von Typ 8 liegt 6% unter der von Typ 6. In den mittleren Horizontalverformungen übertrifft der Typ 8 den Typ 6 um nahezu 60%, wenn an beiden Systemen die Dehnung 0,6% eingetreten ist.

Die Gegenüberstellung der uniaxial belasteten Systeme Typ 4/5 und Typ 7 bestätigt, daß Typ 7 die ungünstigste Tragwirkung aufweist. Die Ursache ist in der weniger stabilen Form der uniaxialen gegenüber der biaxialen Imperfektion begründet. Typ 7 weist im Vergleich zu Typ 9 weniger als 80% an Anfangssteifigkeit und kritischer Belastung auf. Bei den mittleren Horizontalverformungen übertrifft Typ 7 den Typ 9 um 15%, wenn an beiden Systemen 0.6% Dehnung erreicht wird.

Beim Vergleich der biaxial vorverformten Systeme Typ 8 und Typ 4/5 herrscht mit 1% Differenz nahezu Übereinstimmung bei der kritischen Last.

Auch für Horizontalverformung und Anfangssteifigkeit wird gute Übereinstimmung bestätigt, so daß sich die Verfolgung der Systeme Typ 4/5 neben Typ 8 nicht lohnt.

#### 7.4.7 Einfluß der Vorverformung

In Kapitel 7.2.4 wurde der Einfluß der Imperfektion auf das biaxiale Beulfeld bei linear elastischem Material bereits untersucht. Die dort gemachten Aussagen gelten auch an dieser Stelle, beschränkt man sich auf Laststufen im Bereich der Anfangssteifigkeit (s. Bild 7.5). Bei Berücksichtigung nichtlinearen Materialverhaltens beginnt die Plastizität in Abhängigkeit der Vorverformung bei verschiedenen Laststufen. Mit dem Plastizitätsbeginn ist ein starkes Abfallen der Last-Verformungsbeziehung verbunden; dieser kann daher auch als Beginn des Versagensbereiches interpretiert werden. Bei kleiner Imperfektion erfolgt der Plastizitätsbeginn kurz vor dem Systemversagen, entsprechend klein ist der Versagensbereich mit starkem Steifig-

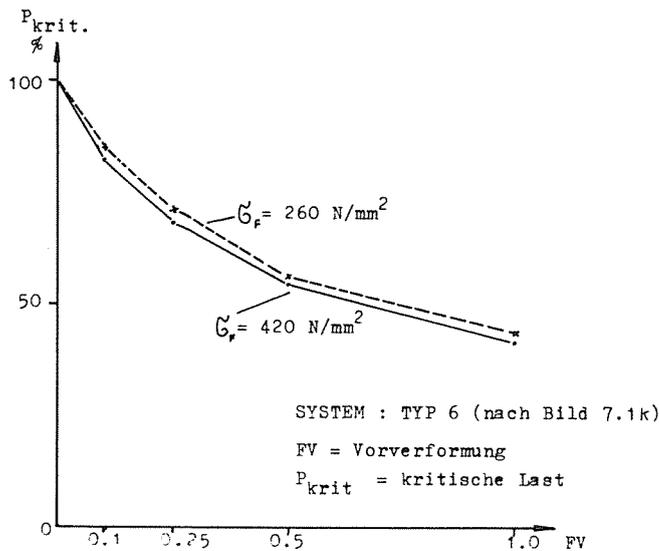


Bild 7.12  
 Einfluß der Vorverformung auf die kritische Last

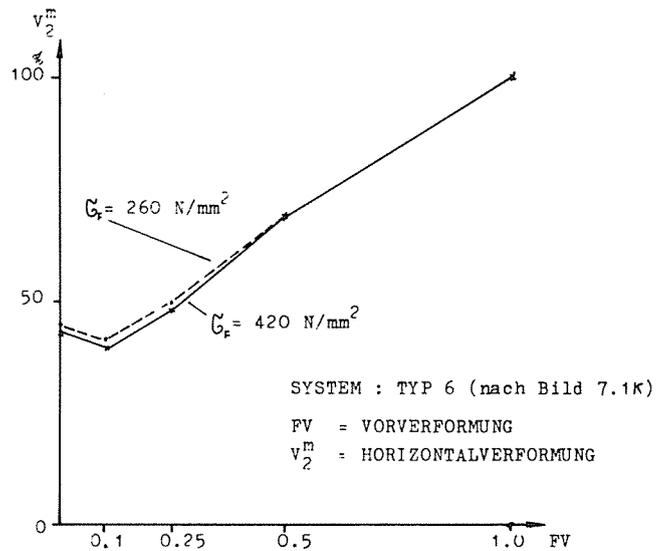


Bild 7.13  
 Einfluß der Vorverformung auf die mittlere Horizontalverformung bei 90 % der kritischen Last

keitsabfall. Mit zunehmender Vorverformung verlagert sich der Beginn des Versagensbereiches auf immer niedrigere Laststufen und wird damit entsprechend groß (s. Anhang II Last-Verformungs-Diagramme). In Kapitel 6. ist das Systemversagen des biaxialen Beulfeldes anhand des Plastizierungsfortschritts dargestellt.

Der Traglastverlust des Systems im untersuchten Bereich der Vorverformung  $FV = 0.0 \rightarrow FV = 1.0$  cm beträgt bis zu 60% und hat mit wachsender Vorverformung eindeutig fallende Tendenz (s. Bild 7.12). Die Horizontalverformung, die in den Steifigkeitsanteil zur Berechnung des Gesamtsystems eingeht, soll hier bei der Laststufe  $0.9 P_{\text{kritisch}}$  betrachtet werden, da Verformungswerte in der Nähe der kritischen Last stark oszillieren. Die Zunahme der Horizontalverformung beträgt im Betrachtungsbereich für die Vorverformung  $FV = 0.0 \rightarrow FV = 1.0$  cm bis zu 60% (s. Bild 7.13).

#### 7.4.8 Einfluß der Fließspannung

Für den Typ 8 wurden alle Rechenläufe mit zwei diskreten Fließspannungswerten ( $\sigma_{F1} = 260 \text{ N/mm}^2$  und  $\sigma_{F2} = 420 \text{ N/mm}^2$ ) durchgeführt.

Der Ergebnisvergleich zwischen den beiden Fließspannungen  $\sigma_{F1}$  und  $\sigma_{F2}$  zeigt für alle Vorverformungen unseres Betrachtungsbereiches einen Abfall der kritischen Last von ungefähr 65%. Das

bedeutet, daß hier der Einfluß der Fließspannung durch eine Konstante berücksichtigt werden kann, solange der Anteil des Ankerbolzens (hier nach Davies) an der Gesamtsystemsteifigkeit klein ist (s. Bild 7.12).

Gleiches wie bei der kritischen Last kann auch für den Einfluß der Fließspannung auf die Horizontalverformung festgestellt werden (s. Bild 7.13). Für Fließspannungen zwischen  $\sigma_{F1}$  und  $\sigma_{F2}$  können wohl die Lastverformungskurven ohne nennenswerten Fehler linear interpoliert werden.

## 7.5 Zweidimensionale Rechnungen mit ADINA

---

### 7.5.1 Allgemeines

---

Die Aufteilung des Gesamtsystems in einzelne Teile (s. Bild 4.1) lieferte vorverformte Systemteile (TYP I und TYP II) und einen ebenen Systemteil (TYP III), welcher in diesem Kapitel betrachtet werden soll.

Wird das Gesamtsystem durch Zwängungslasten beansprucht, so stellt sich zunächst an den Kopplungspunkten zwischen dem Beulfeld und dem ebenen Feld eine Verformung ein, weil das System hier Verformungsmöglichkeit besitzt. Diese Verformung wird an die dahintergelegenen Plattenfelder unter Abminderung durch die Ankerbolzen weitergegeben. Die Anzahl der beeinflussten Plattenfelder (AZF) ist bei der Festlegung der Größe des Gesamtsystems von entscheidender Bedeutung, diese hängt maßgeblich von der Ankerbolzensteifigkeit (CN), der Plattensteifigkeit und der Fließspannung (SIGF) des Plattenmaterials ab, was an einem Streifenmodell untersucht werden soll.

Mit der bekannten Größe des Gesamtsystems, aufgrund vorangegangener Rechnungen, wird das ebene System (TYP III) für eine bestimmte Bolzensteifigkeit und Fließspannung diskretisiert.

### 7.5.2 Das ebene Streifenmodell

---

#### 7.5.2.1 Diskretisierung des Modells

Am ebenen Streifenmodell soll die Abklingwirkung des ebenen Systems (TYP III, s. Bild 4.1) unter eingepprägter Randlast er-

mittelt werden, wodurch die Größe des wirksamen Systems für die Berechnung am Gesamtsystem festgelegt werden kann. Offensichtlich kommt der Bolzensteifigkeit für die Bolzenkopfverschiebung dabei eine ausschlaggebende Rolle zu.

Der Linerstreifen wird längs einer Bolzenlinie aus dem Gesamtsystem herausgeschnitten (s. Bild 7.14). Aus Symmetriegründen kann die Betrachtung am halben System erfolgen, entsprechend sind die Randbedingungen zu berücksichtigen. Wegen der Freilegung des Streifens aus dem Gesamtsystem wird sowohl die Querbehinderung als auch die freie Lagerung des Längsrandes betrachtet. Der Streifen besteht aus zehn hintereinander gelegenen Linerfeldern, die jeweils aus 16 2/D CONTINUUM Elementen bestehen, die Ankerbolzen werden durch TRUSS Elemente diskretisiert.

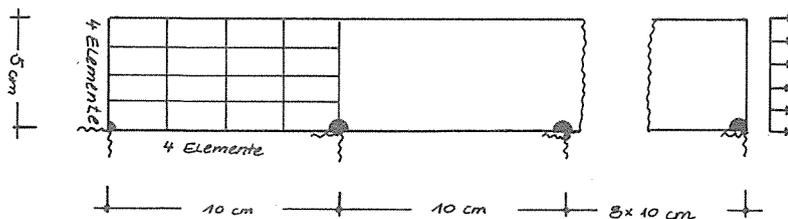


Bild 7.14  
Diskretisierung des Streifenmodells aus 2/D CONTINUUM Elementen

Die 2/D CONTINUUM Elemente werden unter Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearität angewandt. Das nichtlineare Materialverhalten beinhaltet elasto-plastische Materialkennlinie, die Berücksichtigung des Fließgesetzes erfolgt nach v. Mises, wobei die Fließspannung hier mit  $260 \text{ N/mm}^2$  konstant gehalten wird.

Das TRUSS Element wird materiell nichtlinear angewandt, wobei nichtlinear-elastische Materialkennlinien berücksichtigt werden. Bei dieser Untersuchung werden die Ankerkennlinien nach Davies und Oberpichler als Beispiele für einen sehr weichen und einen steiferen Bolzen gegenübergestellt.

#### 7.5.2.2 Ergebnisse

In Bild 7.15 sind die Bolzenkopfverschiebungen über die Streifenlänge, bei einer Laststufe kurz vor dem Plastizitätsbeginn in der Platte, aufgetragen.

Dabei zeigt der Ankerbolzen nach Oberpichler sehr gute Abklingwirkung; gegenüber der größten Verformung an der Lasteinleitung (100%) ergeben sich am letzten Bolzen noch  $\sim 3,5\%$ , was bedeutet,

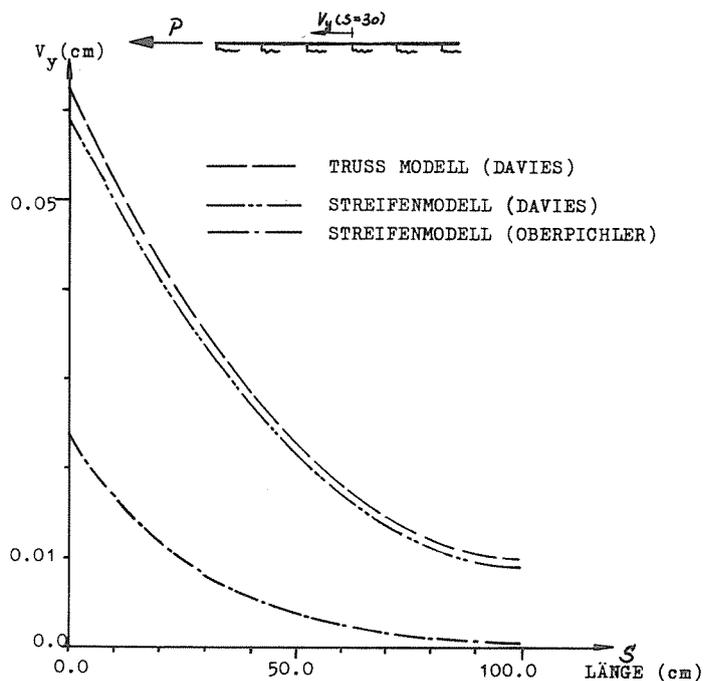


Bild 7.15  
Bolzenkopferschiebung in Abhängigkeit des Abstandes vom Lastangriff

daß die Berücksichtigung von 10 Feldern für das Gesamtsystem ausreichend ist.

Demgegenüber sind die maximalen Verformungen bei Anwendung des Bolzens nach Davies nahezu dreimal so groß als bei dem Bolzen nach Oberpichler, die Verformungen am Streifenende unterscheiden sich um den Faktor 10. Im Verhältnis zur Maximalverformung (100%) verbleibt am letzten Bolzen noch eine Verformung von nahezu 15%. Aus der Gegenüberstellung folgt, daß zehn Felder als Abklingbereich für den Ankerbolzen nach Davies nicht ausreichen.

Gute Übereinstimmung wird zwischen dem Streifenmodell aus 2/D CONTINUUM Elementen und TRUSS Elementen und einem nur aus TRUSS Elementen bestehenden Modell erzielt, so daß dieses wesentlich weniger aufwendige Modell für größere Parameterstudien angewandt werden kann. Die größten Verformungsunterschiede zwischen den beiden Modellen ergeben sich im Krafteinleitungsbereich, weil sich die Verteilungsfähigkeit des Scheibenmodells hier am deutlichsten auswirken kann.

### 7.5.3 Ebenes Linerfeld

#### 7.5.3.1 Diskretisierung des Modells

Mit den Ergebnissen aus der Streifenmodellrechnung kann der Betrachtungsbereich für das Gesamtsystem in Abhängigkeit der Bolzensteifigkeit eingegrenzt werden. Somit ist es möglich, Rech-

nungen am ebenen Teilsystem durchzuführen, deren Ergebnisse Aufschluß über

- die Verschiebung des Gesamtsystems bei Plastizitätsbeginn (insbesondere des ersten Bolzens),
- die Beanspruchung von Ankerbolzen und Platte,
- den generellen Kraftabbau geben sollen.

Wie beim Streifenmodell werden die Plattenfelder durch 2/D CONTINUUM Elemente und die Ankerbolzen durch TRUSS Elemente diskretisiert.

Das 2/D CONTINUUM Element wird geometrisch und materiell (elasto-plastisches Materialverhalten, von Mises Kriterium, Fließspannung =  $260 \text{ N/mm}^2$ ) nichtlinear angewandt.

Für das TRUSS Element gilt materielle Nichtlinearität unter Anwendung der Ankerkennlinie nach Oberpichler.

Die Auswertung des Streifenmodells ergab, daß bei der Bolzensteifigkeit nach Oberpichler die Berücksichtigung eines Abklingbereiches von zehn Linerfeldern ausreichend ist, entsprechend wird ein quadratisches Feld von  $10 \times 10$  Linerfeldern diskretisiert (s. Bild 7.16). Dabei wird der Bereich um die Lasteinleitung von  $5 \times 5$  Feldern durch 2/D CONTINUUM Elemente, der dahinterliegende Linerbereich durch TRUSS Elemente diskretisiert. Bei der Aufteilung der Ankersteifigkeiten in orthogonale Komponenten wird von der Vorstellung ausgegangen, daß ein "Bewegungsruhepunkt" am Ende des Abklingbereiches existiert.

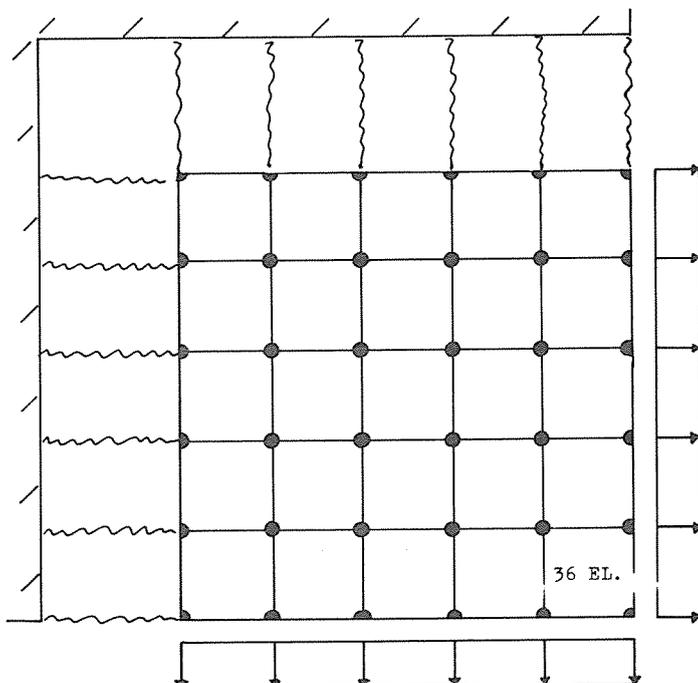


Bild 7.16  
Diskretisierung des ebenen Linerfeldes (Typ III) aus  
2/D CONTINUUM Elementen

Das Gesamtmodell besteht aus 900 (25 x 36) 2/D CONTINUUM Elementen und 122 TRUSS Elementen, daraus ergeben sich ungefähr 2200 Freiheitsgrade.

### 7.5.3.2 Ergebnisse

Um einen Eindruck von der Funktionsweise des ebenen Linerfeldes zu bekommen, stelle man sich das System in einer Richtung längs der Bolzenlinien in einzelne Streifen unterteilt vor.

Bild 7.17 zeigt den Kraftabbau in den einzelnen Streifen während der ersten fünf Bolzen im Verhältnis zur angreifenden Kraft; der Kraftabbau nimmt von 90% in der ersten Bolzenreihe auf 40% in der fünften Bolzenreihe überlinear ab, d.h. er wird von den nachfolgenden Bolzen übernommen. Der Kraftabbau in der Diagonalen des ebenen Linerfeldes ist in Bild 7.19 gezeigt, er entspricht qualitativ dem Ergebnis aus Bild 7.17.

Die Kraftaufnahme der Bolzen in den einzelnen Bolzenreihen erfolgt analog (s. Bild 7.18), der Abfall des ersten Punktes in Linie ② bedeutet, daß hier bereits Plastizität in der Platte eingetreten ist. Aufgrund der unterschiedlichen Randbedingungen ist ein quantitativer Vergleich zwischen dem ebenen Linerfeld und dem Streifenmodell anhand von Bolzenkräften und Verschiebungen nur bedingt möglich. Analogie folgt aus einem Vergleich zwi-

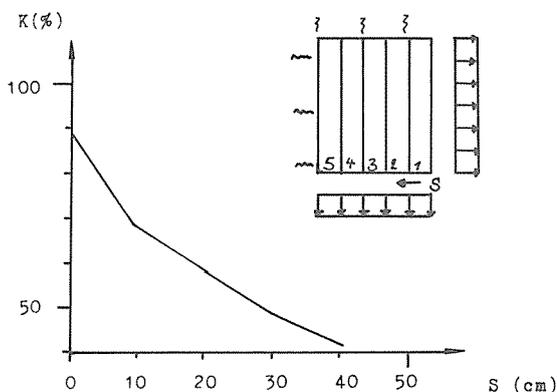


Bild 7.17  
Kraftabbau in den ersten fünf Reihen

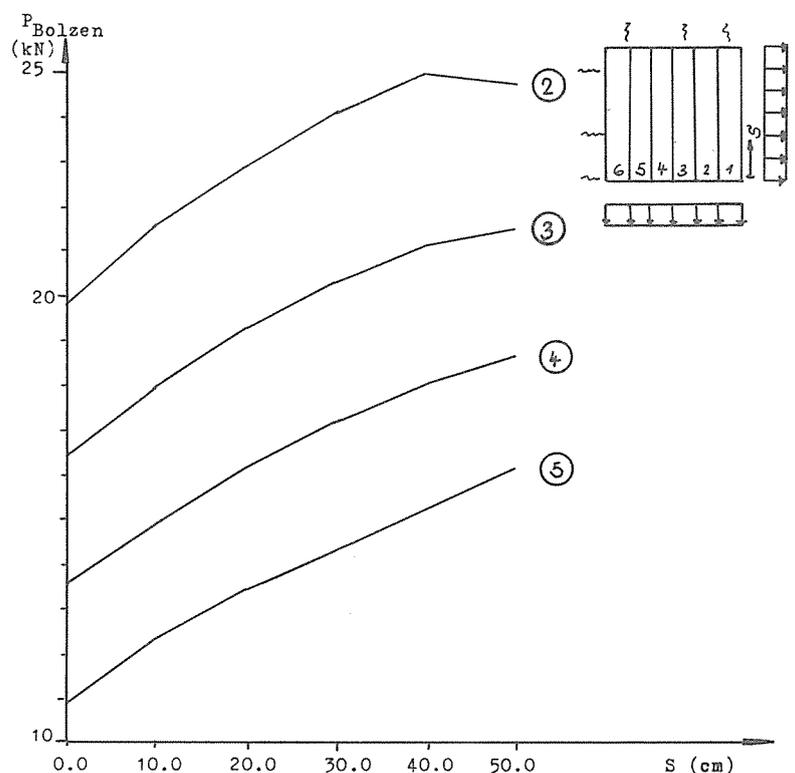


Bild 7.18  
Fortpflanzung der Kraft in den einzelnen Bolzenreihen

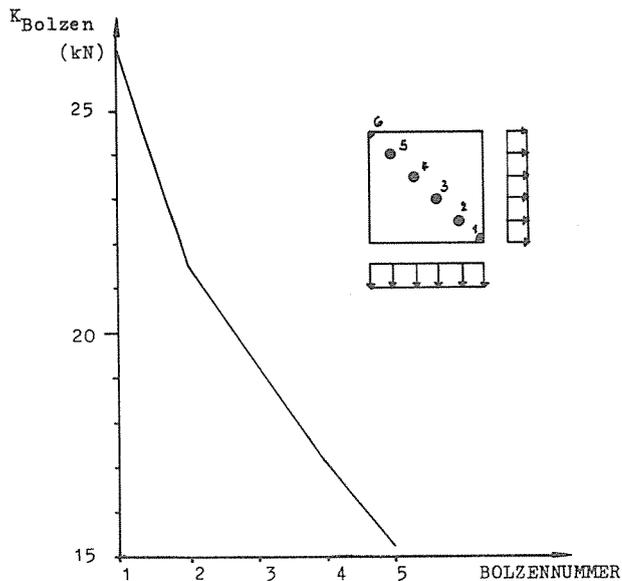


Bild 7.19  
Kraftabbau in den Bolzen der Diagonalen

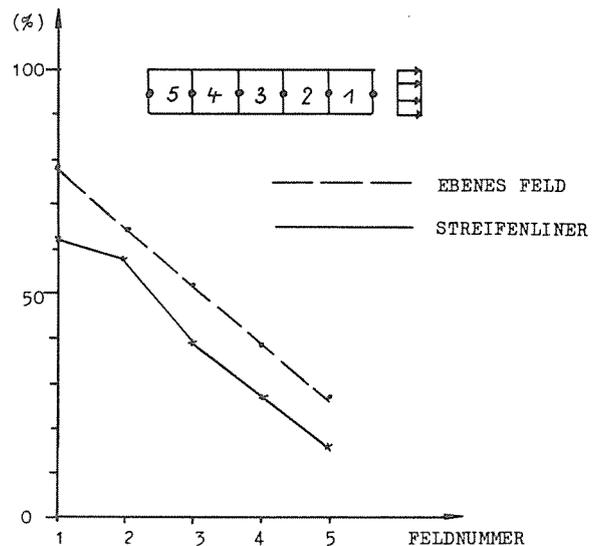


Bild 7.20  
Dehnung der Plattenfelder (normiert)

schen dem ebenen Linerfeld und dem ebenen Streifenmodell für die Dehnungen; der anfänglich unterschiedliche Verlauf kann als Einleitungsproblem erklärt werden (s. Bild 7.20).

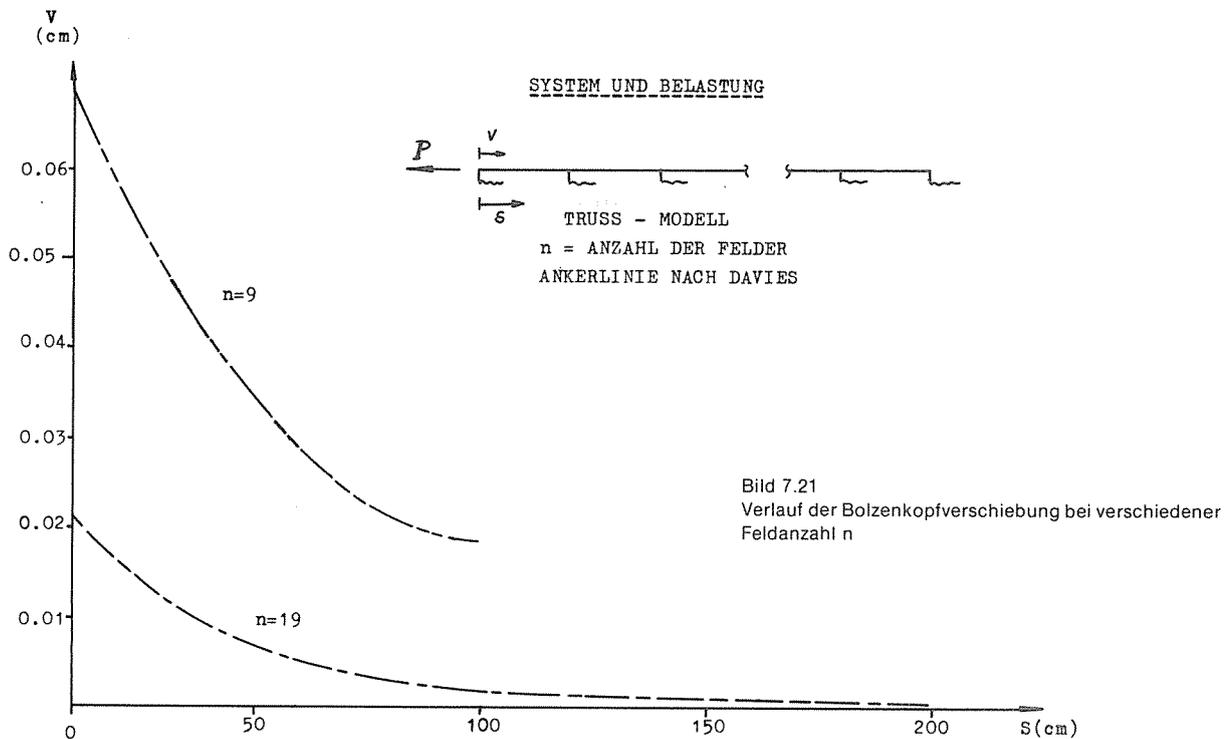
## 7.6 Eindimensionale Rechnungen mit ADINA

### 7.6.1 Diskretisierung des Modells

Der Vergleich zwischen den Ergebnissen des ebenen Linerstreifens aus 2/D CONTINUUM Elementen und TRUSS Elementen und dem eindimensionalen System nur aus TRUSS Elementen zeigt, daß zur Ermittlung der Abklingwirkung das eindimensionale System Ergebnisse mit ausreichender Genauigkeit liefert. Gegenüber dem eindimensionalen System ist die Diskretisierung als ebener Linerstreifen  $\sim 30$  fach aufwendiger, deshalb wurde das eindimensionale System zur Ermittlung der Abklingwirkung bevorzugt. Das TRUSS Element wurde dabei als materiell nichtlineares Element sowohl zur Diskretisierung der Platte als auch des Kopfbolzens eingesetzt. Die Materialkennlinie für die Platte wurde wie bei den drei- und zweidimensionalen Rechnungen elasto-plastisch angenommen, für die Kopfbolzen wurden wiederum die Ankerkennlinien nach Bild 7.2 gewählt.

## 7.6.2 Ergebnisse

Die durchgeführten Rechnungen stellen keine umfassende Parameterstudie für sich dar, sondern sind nur als Vorberechnungen und Vergleichsrechnungen zu verstehen. Exemplarisch dafür ist in Bild 7.21 die Abklingwirkung des eindimensionalen Modells unter einer Einzellast bei Berücksichtigung verschiedener Feldanzahl gezeigt (s. auch Bild 7.15); bei der doppelten Feldanzahl unterscheiden sich die Verformungen an der Krafteinleitungsstelle um den Faktor drei, am Systemende um den Faktor 100.



## 8. Vergleichsuntersuchungen

=====

In Kap. 7. wird ausführlich erläutert, wie außerordentlich aufwendig die parametrische Versagensanalyse eines Linersystems auf finiter elasto-plastischer Grundlage ist; es werden daher Vergleichsrechnungen mit anderen (einfacheren) Modellen vorgenommen, deren Aussagewert dann an den "exakten" Ergebnissen gemessen werden kann.

### 8.1 Beulfeld

---

#### 8.1.1 Vergleich am "Sinus - Stab"

---

Es wird ein biegeelastischer Stab (Elastizitätsmodul  $E = \text{konst.}$ ) mit sinusförmiger Vorverformung (s. Bild 8.1) unterstellt mit

$$w(x) = w_0 \cdot \sin \frac{\pi}{l} x \quad \text{bzw.}$$
$$w(x) = w_0 \cdot \sin \alpha x \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{\pi}{l} .$$

Dann ergibt sich für die reine Längsbelastung  $P$  die Gesamtverformung

$$w_{\text{Ges}} = w_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{EJ\alpha^2}} \sin \alpha x .$$

Es wird eine spannungsfreie Vorverformung angenommen, also ist

$$\bar{w} = w_{\text{Ges}} - w \quad \text{bzw.}$$
$$\bar{w} = w_0 \frac{\frac{P}{EJ\alpha^2}}{1 - \frac{P}{EJ\alpha^2}} \sin \alpha x . \quad (8.1)$$

Die Gesamtdehnung folgt aus dem Normalkraft- und Biegeeinfluß und soll infolge Eintretens des Plastizierungsvorganges begrenzt sein zu

$$|\epsilon_G| \leq |\epsilon_p| + |\epsilon_B| \quad \text{mit} \quad (8.2)$$

$$|\epsilon_p| = \frac{P}{EF} \quad \text{und} \quad |\epsilon_B| = \frac{h}{2} \bar{w}'' .$$

Diese Beziehung wird für  $x = \frac{l}{2}$  aufgestellt:

$$\frac{P}{EF} + \frac{h}{2} w_0 \alpha^2 \frac{\frac{P}{EJ\alpha^2}}{1 - \frac{P}{EJ\alpha^2}} = \epsilon_G \quad (8.3)$$

Hieraus folgt

$$P_1 = -\frac{P}{2} - \sqrt{\frac{P^2}{4} - q} \quad (8.4)$$

mit der Fließspannung  $\sigma_F = \epsilon_G \cdot E$  und

$$P = -EJ\alpha^2 - \frac{b}{2} W_0 E F \alpha^2 - \sigma_F F$$

$$q = E J F \alpha^2 \sigma_F$$

Außerdem ergibt sich die (halbe) Horizontalverschiebung zu

$$s = \frac{P}{EF} \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{l}{2}} \bar{w}''^2 dx \quad \text{bzw.}$$

$$s = \frac{P}{EF} \frac{l}{2} + \frac{l}{8} W_0^2 \alpha^2 \left( \frac{\frac{P}{EJ} \alpha^2}{1 - \frac{P}{EJ} \alpha^2} \right)^2 \quad (8.5)$$

Damit sind sämtliche Werte zum Beginn des Fließens (in Feldmitte) bekannt:

maximale Längskraft	$P_1$
Vertikalverschiebung	$w_1$
Horizontalverschiebung	$s_1$

Zum Zeitpunkt des Fließens wird sich in Abhängigkeit der Imperfektion eine Spannungsverteilung entsprechend Bild 8.2 ergeben, die generell in einen Normalkraft- und Biegeanteil aufgespalten werden kann.

Wird in einer ersten Näherung unterstellt, daß es sich um reine Momentenplastizierung handeln sollte, so ergäbe sich wegen der größeren Völligkeit je eine Momentenvergrößerung zu

$$\alpha = W_2 / W_1 = 1.5$$

mit  $W_1 = \frac{1}{6} b h^2$  und  $W_2 = \frac{1}{4} b h^2$ .

Betrachtet man nach dem Plastizierungsvorgang nur die verbliebenen elastischen Anteile innerhalb des Querschnittes, so läßt sich eine Reduktion der Beiwerte angeben mit

$$J_{Red} = \beta_1 \cdot J_1 \quad \text{und} \quad F_{Red} = \beta_2 \cdot F_1$$

Im Falle des Plastizierens läßt sich damit eine Abschätzung der noch zusätzlichen Belastung vornehmen:

$$P_2 = P_1 + \Delta P \quad (8.6)$$

$$M_2 \approx M_1 + \Delta P \cdot W_2 \leq \alpha M_1$$

$$M_1 = P_1 \cdot w_1 \quad \text{und} \quad \Delta P = (\alpha - 1) P_1 \cdot \frac{W_1}{W_2}$$

$$w_2 = w_1 \frac{1}{1 - \frac{\Delta P}{R_1 E J_1 \alpha^2}} \quad (8.7)$$

Somit können sämtliche (genäherten) Werte zum Zeitpunkt der Erschöpfung angegeben werden:

$$\left. \begin{aligned} \text{Maximale Längskraft} \quad P_2 &= P_1 \left\{ 1 + \frac{z-1}{1 + \frac{z-1}{\beta_1} \frac{P_1}{E J_1 \alpha^2}} \right\} \\ \text{Vertikalverschiebung} \quad w_2 &= w_1 \left\{ 1 + \frac{z-1}{\beta_1} \frac{P_1}{E J_1 \alpha^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

$$\begin{aligned} \text{Horizontalverschiebung} \quad s_2 &= s_1 + \Delta s \quad \text{mit} \\ \Delta s &= \frac{\Delta P}{\beta_2 E J_1} \frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{8} w_1^2 \alpha^2 \frac{\frac{\Delta P}{\beta_1 E J_1 \alpha^2}}{1 - \frac{\Delta P}{\beta_1 E J_1 \alpha^2}} \end{aligned} \quad (8.9)$$

und den Parametern

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \gamma^2 + \frac{1}{4} (1 - \gamma^4) \quad 0 \leq \gamma < 1 \\ \beta_2 &\approx \sqrt{\beta_1} \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

und

Für die beiden Grenzzustände (1. Beginn des Materialfließens, 2. Erreichen des Erschöpfungszustandes) erfolgen parametrische Untersuchungen (s. Anhang II).

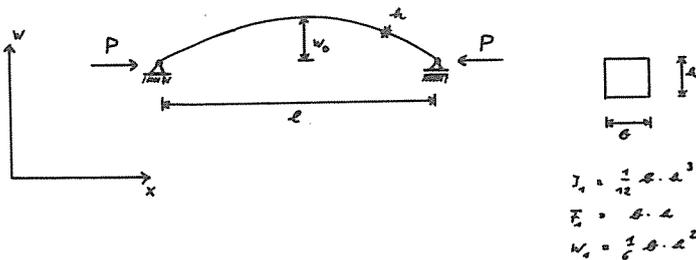


Bild 8.1  
„Sinus-Stab“

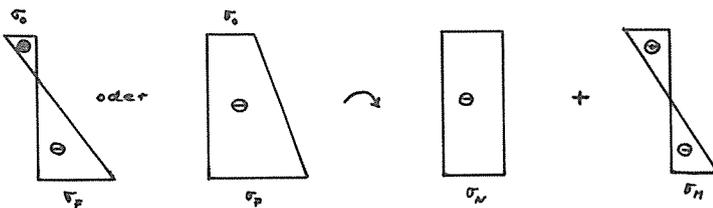


Bild 8.2  
Spannungsausbildung

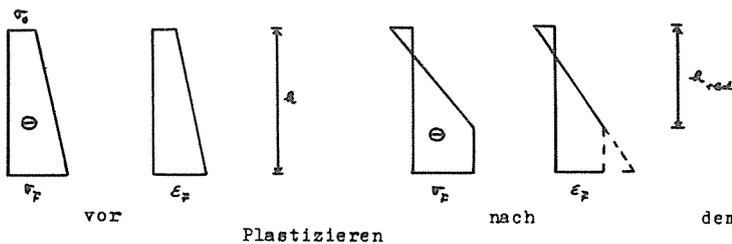


Bild 8.3  
Spannungsumlagerung

### 8.1.2 Vergleich mit finiten Differenzen

Das in Kap. 8.1.1 behandelte Modell hat als wesentliche einschränkende Voraussetzungen den konstanten Verlauf

- der Materialwerte
- der Querschnittswerte.

Aufbauend auf Punkt 8.1.1 wird ein erweitertes Modell entwickelt, das die o.g. Einschränkung nicht beinhaltet. Hierzu wird die allgemeine Ausgangsgleichung

$$\rho(x) = \frac{M(x)}{E(x) \cdot J(x)} \quad (8.11)$$

in finite Differenzen ausgedrückt, wobei  $\rho(x)$  die allgemeine Krümmungsbeziehung und  $M(x)$  die von außen einwirkenden Momente darstellt, die zunächst durch die Längsbelastung  $P^*$  am vorverformten (imperfekten) Stab gebildet werden. So ergibt sich die allgemeine Beziehung zu

$$E(x) \cdot J(x) \frac{w''(x)}{(1 + w'^2)^{3/2}} = - P^* \cdot w(x)$$

Wegen des variablen Materialverhaltens wird eine schrittweise Laststeigerung erforderlich; so folgt mit  $P^* = P + \Delta P$  und

$$w(x) = w_0(x) + w_1(x)$$

$$E(x) \cdot J(x) \left\{ \frac{w''(x)}{(1 + w'^2(x))^{3/2}} - \frac{w_0''(x)}{(1 + w_0'^2(x))^{3/2}} \right\} = \Delta P \cdot w(x) - P (w(x) - w_0(x)).$$

Unter der Voraussetzung kleiner Schrittweiten  $\Delta P$  ist dann

$$E(x) \cdot J(x) \cdot w_1'' \approx - \Delta P \cdot w_0(x) [1 + w_0'^2(x)]^{3/2} - P^* \cdot w_1(x) [1 + (w_0'(x) + w_1'(x))^2]^{3/2} \quad (8.12)$$

Nach dem Vianello-Verfahren kann man diese Beziehung aufspalten in den Zuwachs der Verformung aus der Laststeigerung am "alten" System sowie dem "neuen" Verformungszuwachs aus der Gesamtlast:

$$\left. \begin{array}{l} - \Delta P \cdot w_0(x) \quad \longrightarrow \quad \bar{w}_1(x) \\ - P^* \cdot \bar{w}_1(x) \quad \longrightarrow \quad \Delta^1 w(x) \\ - P^* \Delta^1 w(x) \quad \longrightarrow \quad \Delta^2 w(x) \\ \vdots \\ - P^* \Delta^n w(x) \quad \longrightarrow \quad \Delta^{n+1} w(x) \quad (\longrightarrow 0.) \end{array} \right\} \quad (8.13)$$

$$\text{Dann ist:} \quad w(x) = w_0(x) + \bar{w}_1(x) + \sum_k \Delta^k w(x) \quad (8.14)$$

Nun werden die Funktionen in finite Differenzen umgeschrieben, so daß sich in allgemeiner Schreibweise Formel 8.12 für einen beliebigen Punkt mit dem Belastungsglied  $b_i$  der rechten Seite ergibt:

$$\text{Punkt "i"} \quad E_i \cdot J_i \cdot \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{\Delta^2} = b_i$$

$$\text{bzw.} \quad v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1} = \frac{\Delta^2}{E_i \cdot J_i} b_i \quad (8.15)$$

Aufgrund der Bandstruktur der Steifigkeitsmatrix kann eine optimale Speichermöglichkeit erzielt werden, so daß eine sehr genaue Intervallteilung ermöglicht wird.

Die Einbeziehung der Plastizierungsphase erfolgt gemäß Kap. 8.1.1 (Formel 8.10) durch die Reduktion des Tangentenmoduls in Verbindung mit den Steifigkeitswerten, die sich aus der "Momentenvölligkeit" ergeben zu

$$E_{Red} = E_0 \left[ \gamma_m^3 + \frac{1}{4} (\gamma_0^4 - \gamma_m^4) \right] \quad (8.16)$$

mit  $0 \leq \gamma < 1$

Die zusätzlichen Dehnungswerte während des Fließens folgen, auf den Rand umgerechnet, zu

$$\epsilon_m^a = \frac{1}{\gamma_m} (\epsilon_0 - \epsilon_{m-1} \cdot \gamma_m) \quad \text{und die}$$

Gesamtdehnung zu  $\epsilon_{m\text{ ges}} = \epsilon_{m-1} + \epsilon_m^a \quad \text{mit } \epsilon_0 = \epsilon_F. \quad (8.17)$

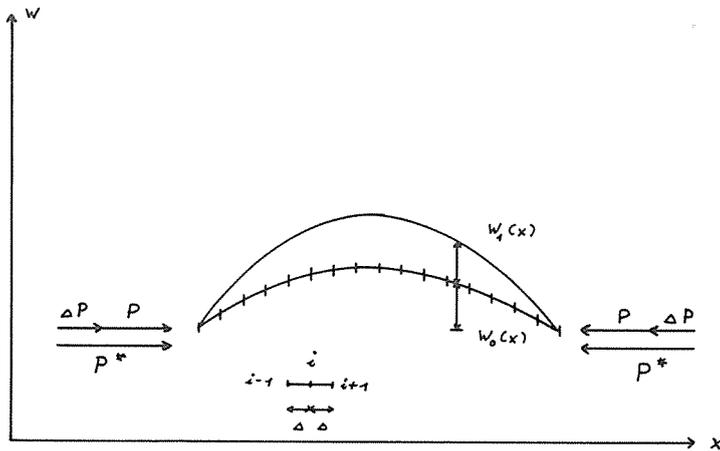


Bild 8.4  
„Finite Differenzen-Modell“

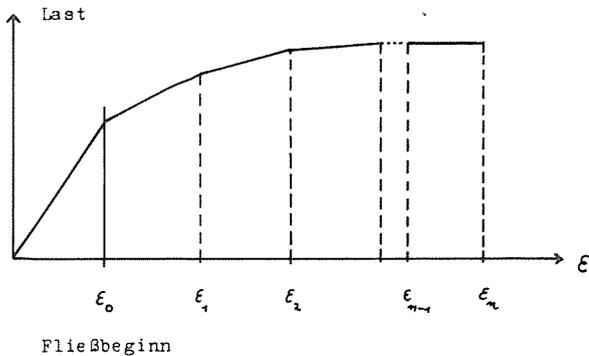


Bild 8.5  
Steifigkeitsabfall

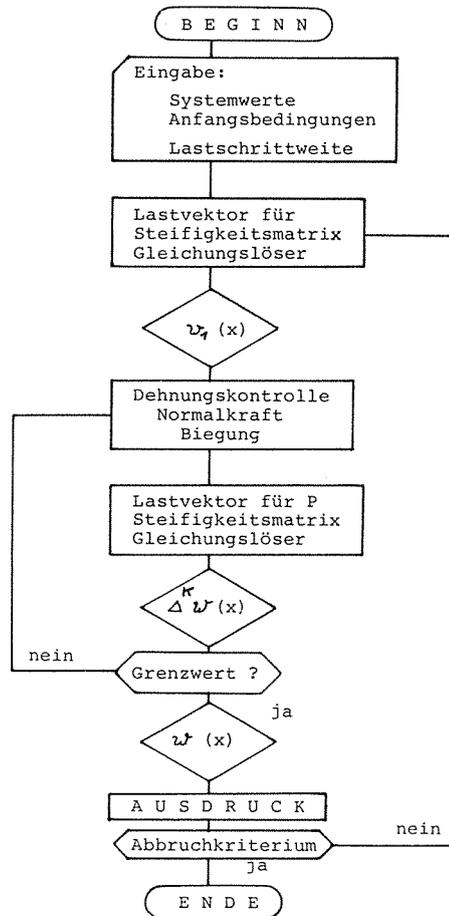


Bild 8.6  
Programmstruktur BCOMP

Hierdurch wird es möglich, alle Versagenskriterien auf den Ausgangszustand zu übertragen (s. a. Bild 8.5).

Die Berechnung ergibt sich dann nach dem Ablaufdiagramm nach Bild 8.6. Für die beiden Grenzzustände (1. Beginn des Materialfließens, 2. Erreichen des Erschöpfungszustandes) folgen parametrische Untersuchungen (s. Anhang II).

### 8.1.3 Balkenrechnung mit ADINA

---

Zur genauen Untersuchung der Verformungen und des Plastizierungsfortschritts wird der vorverformte Balken dreidimensional gerechnet. Die im Programm ADINA vorhandenen 3/D CONTINUUM Elemente kommen unter Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearität (von Mises Kriterium und elasto-plastisches Materialverhalten) zur Anwendung (siehe Punkt 5.4.2.1). Um einen Vergleich zur uniaxial belasteten Platte zu bekommen, werden die Länge  $l=10.0$  cm, die Höhe  $h=0.8$  cm übernommen und die Einheitsbreite  $b=1.0$  cm eingeführt.

Es wird die sinusförmige Vorverformung  $w(x) = w_0 \cdot \sin \frac{\pi}{l} x$  mit  $w_0 = 0.25$  cm angenommen.

Die Materialkenndaten werden zu  $E = 2.1 \cdot 10^4$  [kN/cm<sup>2</sup>],  $\nu = 0.3$  und einer Fließspannung  $\sigma_F = 260$  [N/mm<sup>2</sup>] festgelegt.

Die Normalbelastung wird als Gleichlast über die Querschnittsfläche angebracht.

Aufgrund der geringen Schlankheit werden sich bis zum Versagen plastizierte Zonen ausbilden, die sich über weite Bereiche des Stabes erstrecken, was eine recht engmaschige Elementierung erfordert. Besonders zu berücksichtigen ist dabei der Bereich in Stabmitte, in dem das endgültige Versagen eintritt.

Die Rechenergebnisse für Horizontal- und Vertikalverformung in Abhängigkeit der Belastung sind in S.121 den Ergebnissen der biaxial- und uniaxial belasteten Platte sowie weiteren Balkenrechnungen gegenübergestellt.

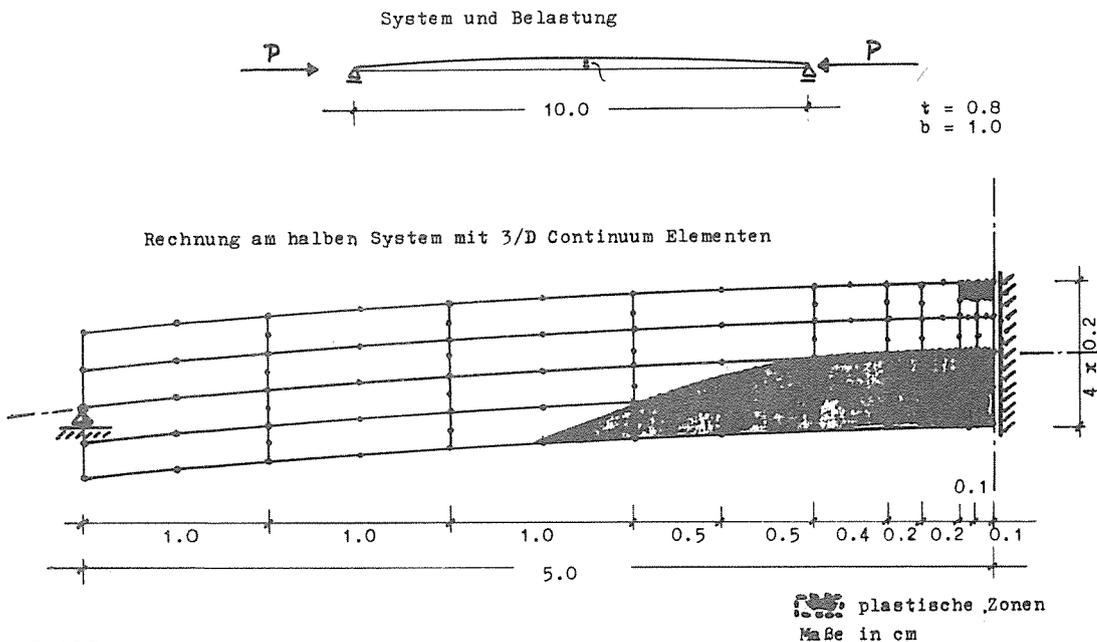


Bild 8.7  
Elementierung des Balkenmodells und plastische Zonen kurz vor dem Systemversagen

Die Elementierung und die plastizierten Zonen kurz vor dem Versagenszustand werden in Bild 8.7 gezeigt.

#### 8.1.4 Ergebnisse

Das in Punkt 8.1.1 angegebene Modell des "Sinus-Stabes" stellt für die o.g. Voraussetzungen eine geschlossene Lösung dar, deren Aussagewerte zunächst von den beiden Parametern  $\beta_1$  (Biegesteifigkeitsabfall) und  $\alpha$  (Momentenausnutzungsgrad) abhängen. Für die Bestimmung der Versagenslast wurde zuerst eine Variation dieser Parameter innerhalb realistischer Grenzen durchgeführt; hier zeigt sich für alle gewählten Materialfließgrenzen (260-420 N/mm<sup>2</sup>) eine relativ kleine Streubreite (s. S. 119).

Für die Versagenslast  $P_2$  wurden in Abhängigkeit der Vorverformung  $w_0$  mit dem Modell des "Sinus-Stabes" wie mit dem erweiterten Modell entsprechend Punkt 8.1.2 parametrische Rechnungen durchgeführt. Hierbei zeigt sich, daß die Formulierung der Umlagerung nach dem Plastizierungsbeginn in finiter Differenzenschreibweise zu einem geringfügig weicherem System gegenüber der über das Gesamtsystem verteilten mittleren Umlagerung führt.

Eine zusätzliche Vergleichsrechnung am Balkenmodell mit ADINA führt auf eine nahezu identische Versagenslast  $P_2$  bei einer Vorverformung von  $w_0 = 0.25$  cm, womit das überwiegende Biegeversagen

(des Balkens) bis zu diesem Imperfektionsabschnitt hin bestätigt wird.

Nimmt man des weiteren einen Vergleich zu der biaxial belasteten Platte vor, so ergeben sich für die Versagenslast  $P_2$  Reduktionsfaktoren für die Näherungsmodelle, deren Größe nahezu unabhängig von der Materialgüte ist. Damit können für andere Fließspannungen die Versagenslasten direkt aus der Interpolation (ohne aufwendige FE-Rechnung) bestimmt werden (s. Tab. 8.1 und 8.2). Für die Ermittlung des Gesamtverhaltens des Linersystems interessiert ebenso die Last-Verschiebungsfunktion der verschiedenen "Beulfeld"-Modelle mit den zusätzlich zu ermittelnden Dehnungs- und Grenzdehnungswerten.

Fließspannung (N/mm <sup>2</sup> )	260	260	260	420	420	420
Modell	Biax.Platte (FE)	Balken (FD)		Biax.Platte (FE)	Balken (FD)	
Vorverformung (CM)	Versagenslast $P_2$ (KN)	$P_2$ (KN)	$\alpha = 2 / 3$	$P_2$ (KN)	$P_2$ (KN)	$\alpha = 5 / 6$
1	2	3	4	5	6	7
0.10	176.64	142.65	0.807	276.00	211.98	0.768
0.25	148.00	90.11	0.608	228.48	135.77	0.594
0.50	118.08	56.76	0.480	176.00	86.97	0.494
1.00	90.96	32.85	0.361	140.40	51.22	0.364

Tabelle 8.1  
Vergleich der Versagenslast  $P_2$

Fließspannung (N/mm <sup>2</sup> )	340	340	340
Modell	Balken (FD)		Interpol.biax. Platte
Vorverformung (CM)	$P_2$ (KN)	gemittelter $\alpha$ - Wert	$P_2 = 2 / 3$
1	2	3	4
0.10	178.69	0.7875	226.91
0.25	113.69	0.601	189.17
0.50	72.32	0.487	148.50
1.00	42.25	0.3625	116.55

Tabelle 8.2  
Interpol. Werte der Versagenslast  $P_2$  für die biax. Platte

Eine Gegenüberstellung des Modells der biaxial belasteten, imperfekten Platte mit dem Balkenmodell zeigt generell ein erhebliches Abweichen voneinander - sowohl im Lastaufnahmevermögen als auch im Hinblick auf das Verformungsverhalten. Einschränkend kann jedoch beobachtet werden, daß im Bereich kleinerer Imperfektionen eine relative Annäherung beider Modelle eintritt; d.h., je stärker das Membranverhalten überwiegt, desto realistischer kann das "Beulfeld"-Verhalten durch das vereinfachte Balkenmodell prognostiziert werden. Bei größeren Vorverformungen überwiegt

- besonders beim Balkenmodell - das Biegeverhalten, so daß hier infolge des Ausbildens eines Fließgelenks keine wesentlichen Tragreserven mehr zur Verfügung stehen, während bei der biaxial belasteten Platte infolge Lastumlagerung noch erhebliche Laststeigerungen vorgenommen werden können, ehe das Tragvermögen erschöpft ist. (s. S. 121 - 124).

Im Hinblick auf das Dehnungsverhalten kann das Balken-Modell von 8.1.1 keine befriedigende Aussagen liefern, da hier nach Erreichen des Fließpunktes eine mittlere Steifigkeitsreduzierung für das Gesamttragwerk angenommen wird. In Tab. 8.3 wird daher nur die Gegenüberstellung des Dehnungsverhaltens des Plattenmodells mit dem finite Differenzen-Modell entsprechend 8.1.2 vorgenommen. Auch hier zeigen sich keine befriedigenden Übereinstimmungen, was sich auf das o.g. Versagensverhalten zurückführen läßt; es ergeben sich hier gegenläufige Tendenzen hinsichtlich des Verformungs- und Dehnungsvermögens (s. Tab. 8.3 und S. 125/126).

Fließspannung	Vorverformung (CM)	Biaxial bel. Platte Verschiebung (CM)		Balkenmodell 8.1.2 Verschiebung (CM)	
		bei 6 ‰	bei 12 ‰	bei 6 ‰	bei 12 ‰
$\sigma_F = 260 \text{ N/mm}^2$	0.10	0.02268	0.04584	0.01012	0.01919
	0.25	0.03237	0.06749	0.00581	0.01140
	0.50	0.04115	0.08694	0.00284	0.00412
	1.00	0.05464	0.1106	0.00177	0.00224
$\sigma_F = 420 \text{ N/mm}^2$	0.10	0.01615	0.03021	0.01511	0.03476
	0.25	0.03548	0.07858	0.01066	0.02884
	0.50	0.03973	0.08593	0.003948	0.005349
	1.00	0.05416	0.1092	0.003053	0.004249

Tabelle 8.3  
Zusammenstellung der Dehnungswerte

## 8.2 Ebenes Linersystem

### 8.2.1 Relaxationsrechnung am Stab-Feder-System

Bei der Beanspruchung des Linersystems wird es sich im überwiegenden Umfang um Zwängungslasten handeln, die bei hypothetischer Annahme des Ausfalls eines Linerfeldes durch die vorhandenen Bolzen über Dübelwirkung abgetragen werden. Entsprechend

Kap. 7. 5 wird sich diese Beanspruchung zwei axial auf das Liner-System auswirken; hierbei wurde zunächst unterstellt, daß die benachbarten, imperfekten "Beulfelder" keinen Beitrag zum Kräfteabtrag der Zwängung leisten.

Zusätzlich wurde eine Vergleichsrechnung am vereinfachten Modell eines Linerstreifens vorgenommen, für den die gleichen Bolzen-Charakteristiken gemäß Davies, Doyle-Chu und Oberpichler (s.a. Punkt 7. 6 ) angesetzt wurden. Hierzu wurde zunächst unterstellt, daß das ebene System an den Knotenpunkten, die gleichzeitig die Kontaktpunkte der Bolzen sind, fixiert ist (s. Bild 8.8); somit wirken die Zwangskräfte der Einzelfelder als Druckkräfte auf die Knoten. Nimmt man zunächst die gleichen geometrischen Verhältnisse im Linerstreifen an, so hebt sich die Summe der "äußeren" Kräfte an den Knoten auf mit Ausnahme des Randknotens, der an das "Nullfeld" angrenzt, das keinen wesentlichen Zwängungsbeitrag liefern soll.

Für die Berechnung der Kräfteumlagerung wird ein nicht-lineares Verhalten der Bolzenfedern und ein ideal elasto-plastisches Verhalten für die Stab-Feder angesetzt. So kann gemäß dem aktuellen Steifigkeitsverhalten eine vorhandene Knotenlast (nach Lösen der gedachten Fixierung) von den angrenzenden Federn aufgenommen werden; nur die Stab-Federn leiten die Restkräfte zu den Nachbarknoten über, so daß der iterative Prozeß eines Lastschrittes infolge der Lastabnahme durch die Bolzenfedern abklingen kann.

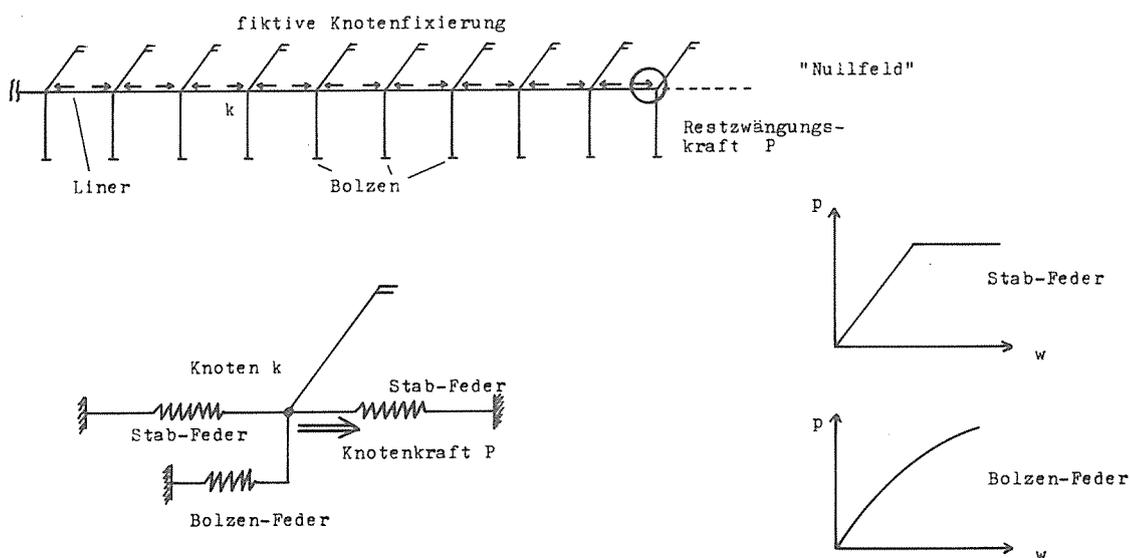


Bild 8.8  
Stab-Feder-System

### 8.2.2 Berechnung mit TRUSS Elementen (ADINA)

---

Die am ebenen Linersystem gewonnenen Ergebnisse sollen hier mit einem weiteren eindimensionalen Modell überprüft werden.

Das System besteht einmal aus einer 2-Knoten TRUSS-Kette, die die Steifigkeit der Platte beschreiben. Außerdem wirkt an jedem Knoten ein zusätzliches TRUSS-Element mit der Steifigkeit des Kopfbolzen-dübels.

Für die TRUSS-Elemente mit Plattensteifigkeit wurde ideal elastisch-, ideal plastisches Material mit der Fließspannung  $\sigma_F = 260 \text{ N/mm}^2$  angesetzt.

Für die Kopfbolzendübel wurde das nichtlinear-elastische Modell mit den Kennwerten nach Davies angewandt.

Bis auf die Einschränkung einer Abstrahlmöglichkeit in Querrichtung ist somit der Vergleich mit den Ergebnissen am ebenen Linersystem möglich.

### 8.2.3 Ergebnisse

---

In der Vergleichsuntersuchung mit dem Rechenmodell entsprechend Kap. 8.2.1 wird zunächst der Effekt der Lastumlagerung durch die Randzwängungskraft berechnet. Hierbei handelt es sich i.w. um die Lasteinleitung einer Einzellast, die durch die Bolzenkette über Dübelwirkung aufgenommen und in Abhängigkeit der mitwirkenden Bolzenzahl und -steifigkeit abklingen wird. Von Interesse ist somit die erforderliche Mitwirkung des vorderen Bolzens hinsichtlich maximaler Beanspruchung und Deformation ebenso wie des letzten angenommenen Studs, an dem die Abklingwirkung gemessen werden kann. Die Auswertung (s. Tab. 8.4) zeigt, daß i.w. für die Bolzenkennlinien nach Doyle-Chu und Oberpichler für alle wesentlichen Lastbereiche bei der Annahme von ca. 10 Bolzen bereits ein Abklingen erzielt wird, während der wesentlich weichere Bolzen nach Davies für höhere Teillasten etwa die doppelte Studanzahl erfordert. Dieser Abklingeffekt ist in S. 127/128 zusammengestellt.

Zahl der Bolzen	Gesamtlast (kN)	Erster Bolzen		Letzter Bolzen	
		P (kN)	W (CM)	P (kN)	W (CM)
10	200	11,06	0,768 -01	18,47	0,229 -01
	250	11,22	0,946 -01	7,92	0,597 -02
	350	12,36	0,351	23,47	0,203
20	200	11,08	0,644 -01	1,01	0,761 -03
	250	11,21	0,938 -01	1,88	0,142 -02
	350	11,56	0,171	6,53	0,492 -02
25	200	11,08	0,643 -01	0,25	0,187 -03
	250	11,21	0,937 -01	0,46	0,348 -03
	350	11,55	0,170	1,56	0,118 -02
30	200	11,08	0,643 -01	0,06	0,459 -04
	250	11,21	0,937 -01	0,11	0,857 -04
	350	11,55	0,170	0,38	0,289 -03

Tab. 8.4 a  
Bolzensteifigkeit nach Davies

In einem weiteren Schritt erfolgt die Vergleichsrechnung für die Verschiebung des Randbolzens am benachbarten "Nullfeld" mit den gleichen Voraussetzungen der zweidimensionalen Analyse nach Kap. 7.5 Für das Stab-Feder-System nach 8.2.1 wurde eine Bolzenanzahl von  $n \geq 15$  zugrunde gelegt. Dieser Rechenschritt wurde zusätzlich mit dem Modell von Kap. 8.2.2 für die Bolzencharakteristik nach Davies durchgeführt; es zeigen sich relativ gute Übereinstimmungen, auch für die zweidimensionalen Berechnungen nach Kap. 7.5. Zusammenfassend ergeben sich für die gewählten Bolzensteifigkeiten nach Doyle-Chu und Oberpichler nahezu gleiche Lastverschiebungskennlinien, während das weichere Modell nach Davies wesentlich größere Gesamtverformungen aufweist (s. S. 128/129).

Zahl der Bolzen	Gesamtlast (kN)	Erster Bolzen			Letzer Bolzen		
		P (kN)	W (CM)		P (kN)	W (CM)	
10	200	24,02	0,505	-01	10,32	0,827	-02
	250	29,37	0,681	-01	15,10	0,121	-01
	350	36,90	0,113		26,72	0,298	-01
15	200	23,68	0,494	-01	2,57	0,206	-02
	250	28,77	0,661	-01	3,68	0,295	-02
	350	36,00	0,103		6,70	0,537	-02
20	200	23,66	0,494	-01	0,65	0,524	-03
	250	28,74	0,660	-01	0,94	0,752	-03
	350	35,94	0,103		1,70	0,136	-02
25	200	23,66	0,494	-01	0,17	0,134	-03
	250	28,73	0,659	-01	0,24	0,192	-03
	350	35,93	0,103		0,44	0,349	-03
30	200	23,66	0,494	-01	0,04	0,340	-04
	250	28,73	0,659	-01	0,06	0,491	-04
	350	35,93	0,103		0,11	0,894	-04

Tab. 8.4 b  
Bolzensteifigkeit nach Doyle-Chu

Zahl der Bolzen	Gesamt- last (kN)	Erster Bolzen			Letzter Bolzen		
		P (kN)	W (CM)		P (kN)	W (CM)	
10	200	24,77	0,479	-01	9,60	0,692	-02
	250	29,11	0,646	-01	14,06	0,101	-01
	350	39,71	0,105		25,34	0,236	-01
15	200	24,58	0,471	-01	2,23	0,161	-02
	250	28,73	0,631	-01	3,20	0,231	-02
	350	38,07	0,991	-01	5,92	0,426	-02
20	200	24,56	0,471	-01	0,53	0,381	-03
	250	28,70	0,630	-01	0,76	0,548	-03
	350	38,00	0,988	-01	1,40	0,101	-02
25	200	24,56	0,471	-01	0,13	0,903	-04
	250	28,70	0,630	-01	0,18	0,130	-03
	350	38,00	0,988	-01	0,33	0,240	-03
30	200	24,56	0,471	-01	0,03	0,214	-04
	250	28,70	0,630	-01	0,04	0,309	-04
	350	38,00	0,988	-01	0,08	0,572	-04

Tab. 8.4 c  
Bolzensteifigkeit nach Oberpichler

## 9. Gesamtstruktur

=====

### 9.1 Vorbemerkungen

---

Entsprechend Punkt 4. wurde das Gesamtsystem in einzelne Komponenten zerlegt, deren Tragverhalten zunächst in getrennten Untersuchungen behandelt wurden. Die Betrachtung eines "Beulfeldes" führte zur Ermittlung von Kennlinien in Form von Last-Verschiebungsdiagrammen für ausgezeichnete Punkte des Randbereiches.

Im Hinblick auf das ebene Linersystem erfolgte eine zweidimensionale Betrachtung (s. Punkt 7.5), die mit einem linearen Modell verglichen wurde. Hierbei ergaben sich vergleichbare Größenordnungen im Hinblick auf die ausgewiesenen maximalen Horizontalverschiebungen.

Für die weitere parametrische Analyse soll daher zunächst (wegen des beträchtlichen Aufwandes) die Betrachtung auf ein lineares Modell beschränkt werden; durch die Koppelung des Einzelkomponentenverhaltens der Typen I, II und III wird das Gesamtverhalten des Linersystems idealisiert. Hierbei erfolgt die Herstellung der Verträglichkeit durch die alleinige Bedingung einer gemeinsam zulässigen Horizontalverschiebung des jeweils ungünstigsten Punktes zwischen dem (unterstellten) "ebenen" Membranbereich und dem "Beulfeldbereich". Wie die parametrischen Teilbetrachtungen nach Kap. 7.2.5 zeigen, ist die Einbeziehung einer Randverdrehung gegenüber der Längskraftverformung relativ unbedeutend, so daß bei der Gesamtbetrachtung die Vernachlässigung dieser Verdrehungsverträglichkeit zulässig scheint.

### 9.2 Rechenmodell

---

Mit den o.g. Vorüberlegungen ist es dann möglich, alle Konstruktionskomponenten durch Federcharakteristiken zu idealisieren, wobei die Kennlinien für die Bolzen und "Beulfelder" i.a. einen nicht-linearen Verlauf aufweisen werden, während das ebene Liner-System durch ideal elasto-plastisches Verhalten gekennzeichnet ist.

Entsprechend Bild 8.8 wird zunächst für das Gesamtsystem unterstellt, daß alle Knoten fixiert sind. Somit werden sich in Abhängigkeit der unterschiedlichen Längssteifigkeitsverhältnisse an diesen Fixpunkten Zwangskräfte einstellen, deren Kraftresultierende als äußere Kräfte auf das Gesamtsystem zu betrachten sind. Werden die aktuellen Steifigkeiten der den Knoten angrenzenden Federn mit  $c_i$  bezeichnet, so ergeben sich bei Betrachtung eines beliebigen Knotens  $k$  (s. Bild 8.8) die entsprechenden Verteilungszahlen  $\alpha_i$  aus dem relativen Verhältnis der Einzel- zur Gesamtsteifigkeit, mit deren Gewichtung bei Aufhebung der Knotenfesselung die dort vorhandene Kraft in die anliegenden Federn fließt. Die "Liner"-Federn leiten dann die erhaltenen Kraftkomponenten zu den Nachbarknoten über, an denen anschließend die obige Betrachtung zu wiederholen ist.

Die Berücksichtigung der Nicht-Linearität der Kennlinien erfolgt durch sukzessive Steigerung der Belastung; diese Steigerung muß in relativ kleinen Schritten vorgenommen werden, damit eine realistische Lastumlagerung infolge der nicht-linearen Steifigkeitsänderung erzielt werden kann. Innerhalb eines Teilschrittes "i" erfolgt eine partielle Linearisierung der Kennlinien.

Diese schrittweise iterative Ausgleichsrechnung ist dann abgeschlossen, wenn die äußeren Knotenlasten in die Festhaltefedern (Beulfeld- und Bolzenfedern) geflossen sind und sich hierfür Gleichgewicht einstellen kann.

### 9.3 Versagensmechanismus

Mit dem o.g. eindimensionalen Rechenmodell soll die Analyse bis zu möglichen Grenzlastbereichen hin durchgeführt werden. Hierbei werden sich entsprechend den einwirkenden Belastungen mehrfache Systemumordnungen einstellen, die am Beispiel einer Temperaturzwängung erläutert werden.

Vor dem Beginn der Knotenrelaxation werden sich infolge der Zwangseinwirkung und wegen nicht zugelassener freier Verformungsmöglichkeiten Längsdruckkräfte im Bereich des ebenen wie vorgebeulten Linersystems ausbilden; für ebene Nachbarfelder werden diese Zwängungslasten i.w. vom gleichen Betrage sein, während ein angrenzendes "Beulfeld" zu einer Kraftresultierenden führen

wird, die im Zuge der Berechnung ausgeglichen und in die Festhaltefedern fließen wird. Für den ungünstigen Fall, daß die Nulllinie der Verschiebungsmöglichkeit mit der Symmetrieachse des Beulfeldes zusammenfällt, ergibt sich für das "Beulfeld" nach dem Kräfteausgleich eine zusätzliche Druckbelastung (und somit auch eine "fiktive" Beulfeldbeanspruchung), während infolge der Verformung der Bolzen in Richtung des weicheren Beulfeldes für die ebenen Bereiche eine Entlastung eintritt. Dieser Entlastungseffekt wird entsprechend der Bolzensteifigkeit nach mehreren Feldern abgeklungen sein (s.a. Punkt 8.2).

Durch sukzessives Steigern der Zwängungsbelastung wird beim Beulfeld als erster Linerkomponente ein Versagen eintreten, das - je nach der Größe der Imperfektion - ein Biege-Membran-Versagen darstellen wird, d.h. die im Beulfeld auftretenden Plastizierungs-zonen lassen eine weitere Lastaufnahme durch das Beulfeld nicht mehr zu.

Das ebene System dagegen wird i.a. noch in der Lage sein, zusätzliche Zwängungen zu ertragen, bis sich schließlich am Rand der Abklingzone ebenfalls durch Plastizieren ein erstes Membranversagen einstellt; hierdurch vollzieht sich eine gewisse Entlastung des verbliebenen elastischen Systems bei einer weiteren Laststeigerung, bis sich dann ein zweites Membranversagen (in Richtung des Beulfeldes) einstellt. Dieser Vorgang ist für die Betrachtung mehrfach wiederholbar. Hinsichtlich der Höhe der vorzunehmenden Laststeigerungen sind folgende Kriterien anzuführen:

- max. denkbare Zwängungsbelastungen
- max. zul. Beulfeldverschiebungen (bzw.-dehnungen)
- max. zul. Bolzenverschiebungen

Diese Punkte werden i.w. bei der Beurteilung der parametrischen Analyse zu beachten sein.

#### 9.4 Zwängungslastfälle

Die wesentliche Beanspruchung des Linersystems wird durch Zwangslasten vorgenommen. Diese werden sich in Reihenfolge aus den Lastfällen

- Vorspannung
- Kriechen

- Schwinden
- Temperatursteigerung

ergeben. Für eine allgemeine Beurteilung scheint es günstig, alle Zwängungsbeanspruchungen auf einen einheitlichen Bewertungsmaßstab zu reduzieren. Betrachtet man hierzu die Lastfälle Vorspannung, Kriechen und Schwinden als Primärlasten, die dem Linersystem eine Vordehnung einprägen, so ergibt sich eine noch mögliche (hypothetische) Temperaturbeanspruchung des Liners aus der Differenz des definierten Endversagens und dem Vordehnungszustand, der sich mit

$$\Delta T_v = \frac{\epsilon [\text{Vorspannung, Kriechen, Schwinden}]}{\alpha_t}$$

leicht in eine Anfangszwängungstemperatur umrechnen läßt. Entsprechend kann dann anhand der Temperatur-Verschiebungskurven (s. Anhang IV) für die maximal beanspruchten Liner-Komponenten in Abhängigkeit der gewählten Parameter eine tolerierbare (hypothetische) Zusatzzwängung durch den Lastfall Temperatur abgelesen werden.

#### 9.5 Parameter

Entsprechend der Aufbereitung der Einzelkomponenten wird im Rahmen dieser Untersuchung die Betrachtung des Gesamtsystems durchgeführt; hierbei wird demnach Bezug auf ein (ebenes) System genommen, das ein konstantes geometrisches Raster (10/10 cm) für die Bolzenabstände und eine gleichbleibende Membrandicke ( $d = 8$  mm) aufweist. Eine geometrische Parametervariation erfolgt nur für die angenommene Imperfektion eines Linerfeldes in Form einer sinusförmigen Doppelbeule, und zwar in den Bereichen  $w_0 = 0.1, 0.25, 0.5$  und  $1.0$  cm, zusätzlich wird noch ein sog. "Nullfeld" betrachtet, dessen Federsteifigkeit von Beginn an zu Null gesetzt wurde.

Des weiteren werden physikalische Parameter, die das Materialverhalten charakterisieren, modifiziert. Für die Fließspannungsgrenze wird einmal eine niedrige Fließspannung von  $260 \text{ N/mm}^2$  und zum anderen eine für eine Linerkonstruktion relativ hohe Fließspannung von  $420 \text{ N/mm}^2$  angenommen. Zusätzlich erfolgt die Betrachtung am Gesamtsystem für unterschiedliche Bolzencharakteristiken, wie sie von Davies, Doyle-Chu und Oberpichler (s. Pkt. 7.4.3) angegeben werden.

## 9.6 Ergebnisse

Eine Zusammenstellung der parametrischen Detailuntersuchungen erfolgt im Anhang IV, und zwar in Form von Zwängungstemperatur-Horizontalverschiebungsdiagrammen für die maximal beanspruchten Bolzenkopfpunkte. Hierbei ist zu beachten, daß zur Beurteilung maximal zulässiger Dehnungswerte des Beulfeldes die "fiktive" Beulfeldverschiebungskurve maßgeblich wird.

Allgemein kann aus dem Verlauf der Temperatur-Verschiebungskurven sehr deutlich der Versagensbereich des Linerbeulfeldes erkannt werden, da nach der ersten Systemumlagerung eine schnellere Verschiebungszunahme zunächst zu erkennen ist. Bei Eintreten des ersten Membranversagens im Abklingbereich der Bolzenreihe ist dagegen eine Entspannung im verbliebenen System zu beobachten.

Ein Vergleich der Diagramme, bei denen eine Bolzensteifigkeit nach Doyle-Chu bzw. Oberpichler unterstellt wurde, zeigt i.w. gleichwertige Temperatur-Verschiebungsbeziehungen, so daß in der anschließenden Auswertung (s. Bild 9.1 - 9.4) nur die Gegenüberstellung bei der Annahme eines extrem "weichen" Bolzens nach Davies und eines "härteren" Bolzens nach Oberpichler erfolgt. Entsprechend dem unterstellten Rechenmodell ist ein optimales Gesamtverhalten des Liners bei niedriger Fließspannung mit gleichzeitiger "härterer" Bolzencharakteristik zu erkennen.

Eine weitere Zusammenstellung der Ergebnisse erfolgt in Bild 9.5-9.8; hier wird eine Gegenüberstellung der Linerverformungsbereiche in Abhängigkeit der Dehnungen mit der maximalen

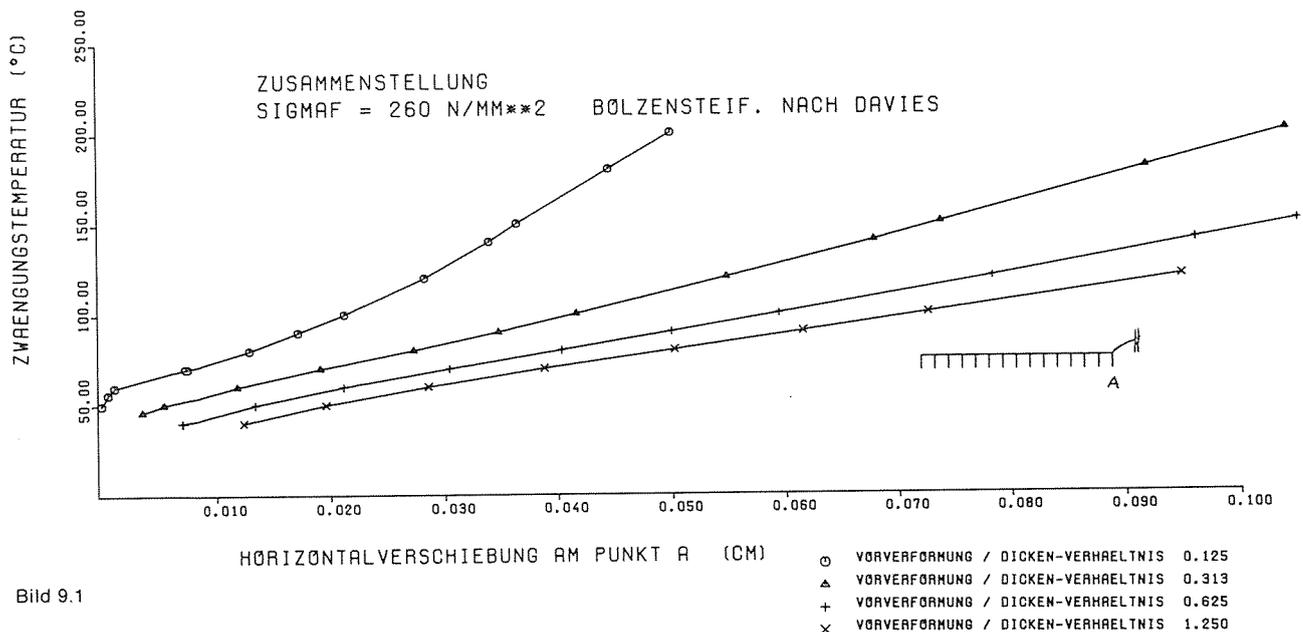


Bild 9.1

Bolzenverformung für verschiedene Zwängungstemperaturen vorge-  
 nommen. Entsprechend dem o.b. Rechenmodell erweist sich die  
 Linerverschiebungskurve bei  $\epsilon = 6\%$  als untere Grenze.

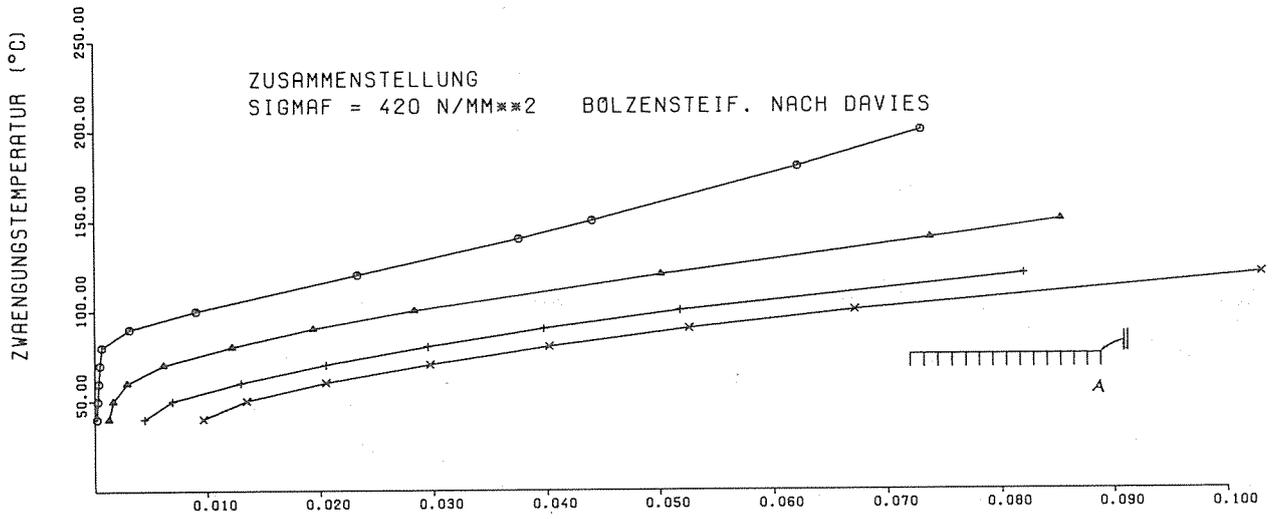


Bild 9.2

HORIZONTALVERSchiebung AM PUNKT A (CM)

- VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.125
- △ VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.313
- + VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.625
- x VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 1.250

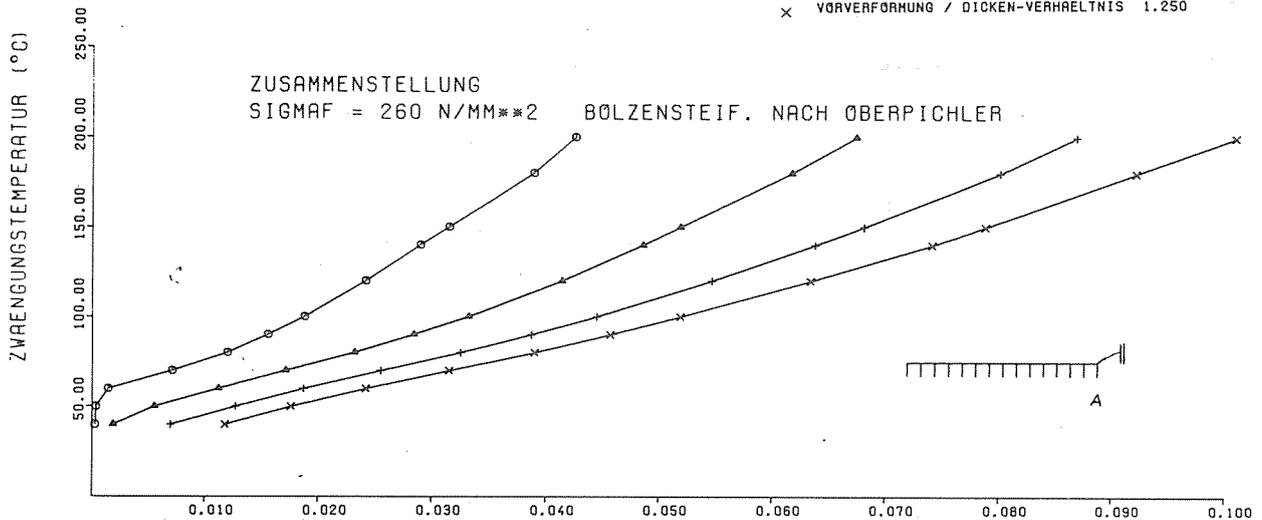


Bild 9.3

HORIZONTALVERSchiebung AM PUNKT A (CM)

- VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.125
- △ VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.313
- + VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.625
- x VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 1.250

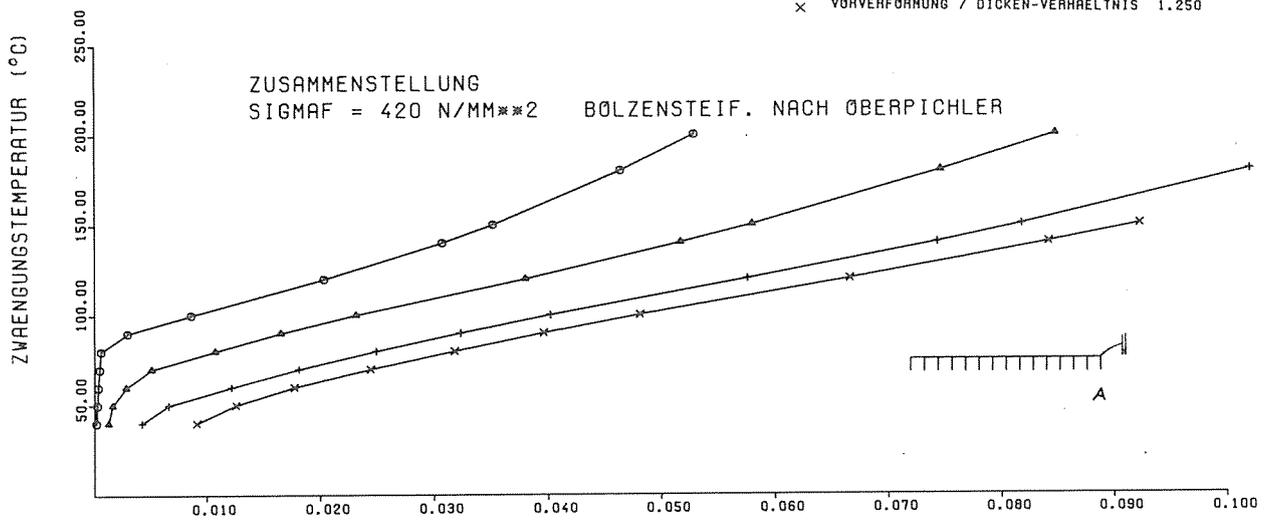


Bild 9.4

HORIZONTALVERSchiebung AM PUNKT A (CM)

- VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.125
- △ VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.313
- + VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 0.625
- x VORVERFORMUNG / DICKEN-VERHAELTNIS 1.250

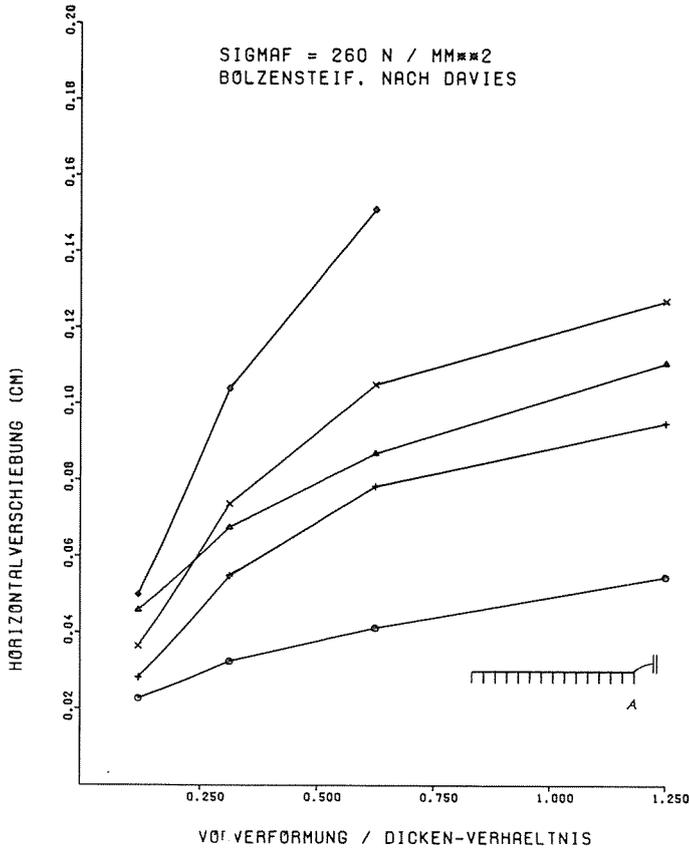


Bild 9.5

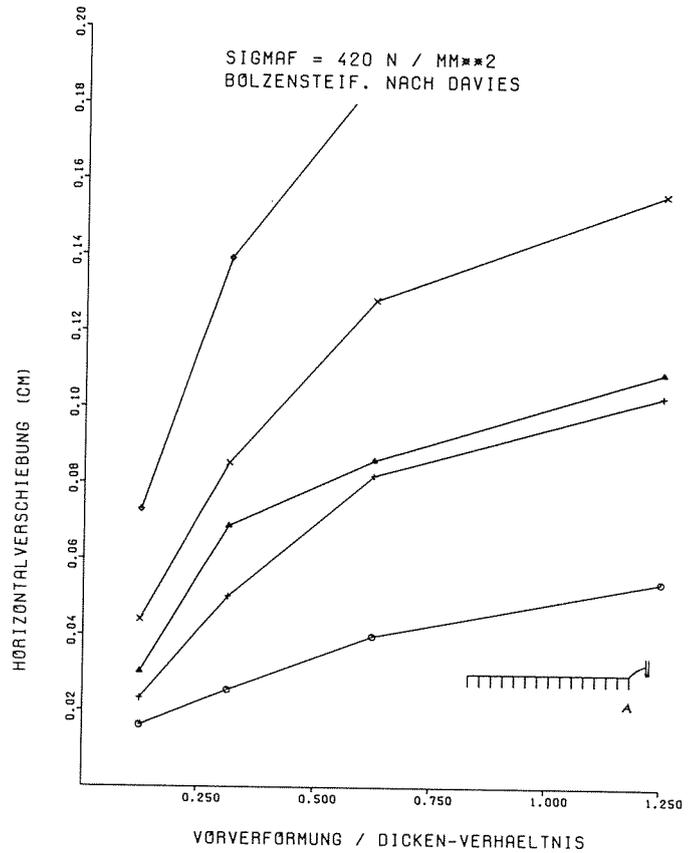


Bild 9.6

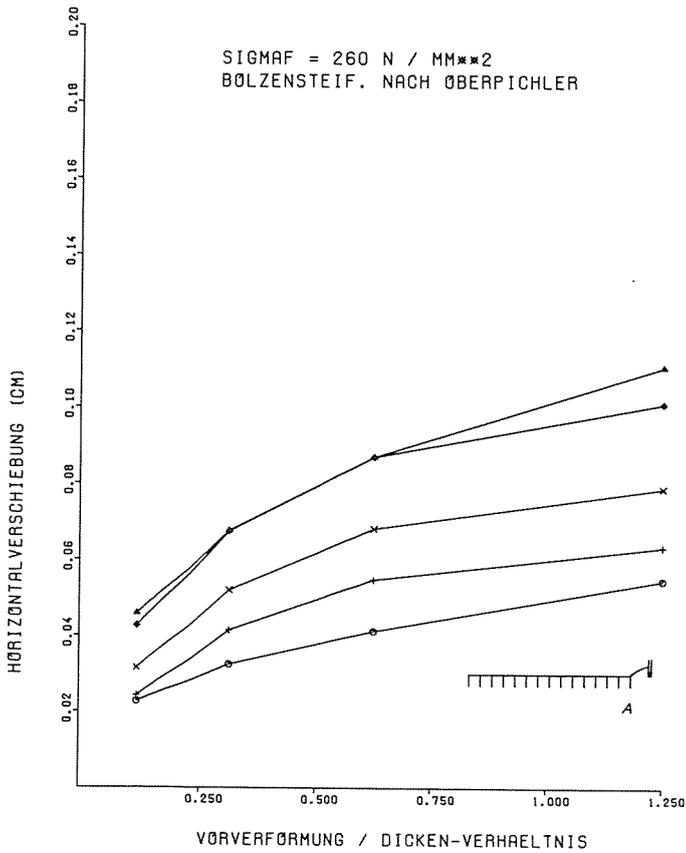


Bild 9.7

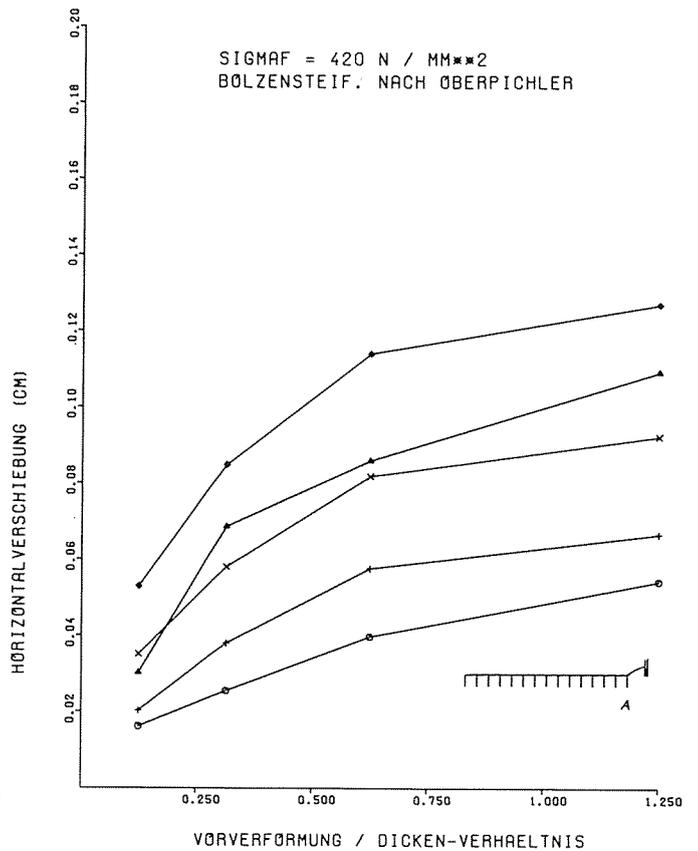


Bild 9.8

=====

Im Hinblick auf den vorgegebenen Rahmen dieser Untersuchung konnte nach Implementierung des komplexen Programmsystems bei der parametrischen Behandlung nur ein Teilgebiet des Gesamtspektrums abgedeckt werden. So erfolgte die Auswertung innerhalb eines geometrischen Stützungsrasters der Linerfelder, das zu kritischen Beulspannungen oberhalb der Plastizierungsgrenze führte; hierfür wurden Last-Verschiebungskurven für die "Doppelwelle" zur Verfügung gestellt, die dann bei der Analyse eines linearen Modells der Gesamtstruktur zugrunde gelegt wurden.

Des Weiteren sollten für die parametrische Untersuchung noch folgende Punkte hervorgehoben werden:

- Last-Verschiebungskurven eines "einwelligen" Beulfeldes
- Variation geometrischer Einflüsse
- Erweiterung des Modells der Gesamtstruktur
- Berücksichtigung des "Fall-Off"-Effektes
- Rechnerisches Modell für die Verankerungszone

Eine parametrische Studie zur Ermittlung von Last-Verschiebungswerten für ein "einwelliges" Beulfeld kann wie für die "Doppelwelle" mit dem bereits vorliegenden Programmcode durchgeführt werden; zusätzlich kann der Einfluß geometrischer Abweichungen auf das Steifigkeitsverhalten ein- bzw. zweiwelliger Beulfelder erfaßt werden, so daß an dem o.g. Modell der Gesamtstruktur eine tendenzielle Abschätzung vorgenommen werden kann.

Durch die (jetzt mögliche) Bereitstellung eines "Check Points" wird die Bearbeitung umfangreicherer Probleme (im Rechner) sehr erleichtert, so daß sich eine Erweiterung des Rechenmodells auf ein zweidimensionales Gesamtfeld für die parametrische Analyse unter Berücksichtigung der (am dreidimensionalen Subsystem) ermittelten Beulfeldsteifigkeit mit anbietet; hierzu müßte der vorliegende Programmcode nur geringfügig modifiziert werden.

Für Stützungsraaster der Linerfelder, die zu kritischen Beulspannungen nahe oder unterhalb der Elastizitätsgrenze führen, muß der Effekt des "Fall Offs" bei der Beulfeldsteifigkeit berücksichtigt werden. Im Hinblick auf die hierzu notwendigen Parameterstudien muß das vorhandene Programmsystem erweitert werden.

Hinsichtlich einer umfassenden Sensitivitätsstudie scheint die rechnerische Erfassung des Bolzens im Verankerungsbeton unter Extrembeanspruchung erforderlich zu sein.

So sollten die in dieser Untersuchung vorgelegten Ergebnisse nur unter Berücksichtigung der hier genannten Aspekte gewertet werden.

## ZUSAMMENFASSUNG

=====

Dem Sicherheitseinschluß von Kernkraftwerken dienen Reaktorsicherheitshüllen. Bei Containments in Stahlbeton- bzw. Spannbetonbauweise wird dieser Sicherheitseinschluß durch eine auf der Innenseite angeordnete und punktweise verankerte Stahlmembran (Liner) erreicht, deren Integrität auch bei Störfallbedingungen unter allen Umständen gewahrt bleiben muß.

Gegenstand und Ziel der vorliegenden Untersuchung ist die Berechnung der Beanspruchungen des Verbundsystems aus Betoncontainment, Verankerungsbolzen und Linerstahlblech - besonders unter dem Aspekt extremaler Last- und Verformungsbedingungen.

In einem ersten Schritt erfolgt die Durchleuchtung und Auswertung bereits vorliegender Untersuchungen zur spezifischen Linerproblematik, insbesondere im Hinblick auf vorgegebene Randbedingungen und angewandte Methoden. Eine Kurzzusammenfassung wird hierzu im Anhang I vorgenommen. Bei den theoretischen Analysen sind die Energiemethode, die Gleichgewichtsmethode und die numerischen Verfahren zu nennen, und zwar in aufsteigender Reihenfolge mit dem Aspekt der Beachtung der Komplexität von geometrischen und materiellen Bedingungen. Auf Grundlage Finiter Differenzen und besonders Finiter Element Methoden ist die physikalisch "genaueste" Erfassung des Verbundsystems gegeben, allerdings mit dem Nachteil, daß keine (sog.) geschlossenen Lösungen mehr präsentiert werden können, so daß zur Beurteilung des Tragverhaltens parametrische (Teil-) Studien durchzuführen sind. - Die experimentellen Untersuchungen befassen sich i.w. zum einen mit dem Verankerungsverhalten im Beton und zum anderen mit dem Beulverhalten eines Einzellinerfeldes. Für beide Bereiche werden die Ergebnisse meist in Form von Last-Verschiebungsfunktionen dargestellt.

Für die Analyse des komplexen Verbundkonstruktionssystems wird das Verfahren der Finiten Elemente angewandt. Zu Beginn der Untersuchung stehen aus dem Programmsystem der SAP-Familie die Versionen NONSAP und NISA zur Verfügung, nach deren Implementierung i.w. eine Eichung der Elemente SHELL und SPRING erfolgt. Zu einem späteren Zeitpunkt ist auch der ADINA-Code verfügbar, der einesteils einen effektiven Gleichungslöser, andernteils

eine nicht-lineare Formulierung des Materialgesetzes darbietet. Hier kommen i.w. das 3/D und 2/D CONTINUUM Element sowie das TRUSS Element zur Anwendung. Zur optimalen Handhabung im Hinblick auf parametrische Sensitivitätsstudien erweist sich die Implementierung effizienter Pre- und Postprozessoren als erforderlich ebenso wie des Restart-Jobs, ohne den die rechneraufwendige Versagensanalyse (anlagenseitig) undurchführbar ist. Die Parameteranalyse wird anschließend auf der Basis des geometrischen Längen/Dicken-Verhältnisses um  $t/l = 12$  eines einzelnen Linerfeldes durchgeführt; zur Herabsetzung des beträchtlichen (rechner-erforderlichen) Aufwandes wird zunächst eine Entkoppelung des Gesamtverbundsystems in die konstruktiven Einzelkomponenten vorgenommen, und zwar in die Betrachtung eines "vorverformten" Linerfeldes (sog. "Beulfeld") und des restlichen "ebenen" Linersystems. Zur Einschränkung des parametrischen Aufwandes erfolgt die Berücksichtigung der Verankerungselemente nach Untersuchungen von Davies ("weicher" Bolzen) sowie Doyle-Chu und Oberpichler ("härterer" Bolzen), die sich auf meßtechnische Ergebnisse abstützen. Zunächst erfolgt für die Berechnung eines Beulfeldes eine Vorbetrachtung mit dem NISA-Code, mit dem die Einflüsse von Imperfektionen, der elastischen Randeinspannung, variabler Steifigkeiten des Verankerungsbolzens sowie die Abhängigkeit der Auflagerung eingegrenzt werden. Die hierbei gewonnenen Ergebnisse fließen direkt in die dreidimensionale Sensitivitätsstudie für ein Einzellinerfeld ein, die mit dem ADINA-Code bei Unterstellung eines nicht-linearen Materialgesetzes durchgeführt wird mit den Parametern

- Vorverformung
- Fließspannung
- Bolzensteifigkeit
- Randeinspannung
- Anzahl der finiten Elemente

Die Detailergebnisse werden für ausgezeichnete Punkte des Beulfeldes in Last-Verschiebungskurven dargestellt unter Berücksichtigung der lokal vorhandenen Dehnungswerte (Anhang II); die Zusammenfassung der wesentlichen Resultate wird im Kap. 7 vorgenommen.

Des weiteren erfolgt die Betrachtung des restlichen ebenen Linersystems, die an zweidimensionalen und eindimensionalen Modellen

durchgeführt wird. Die Berechnungen werden ebenfalls mit dem ADINA-Code realisiert, wobei sich die flächenhafte zweidimensionale Analyse als sehr aufwendig erweist. Vergleichsbetrachtungen mit dem Streifenmodell führen zu relativ guten Übereinstimmungen. Die wesentlichen Resultate sind in Kap. 7 und Detailergebnisse im Anhang III dargestellt.

Zusätzlich werden in Kap. 8 Vergleichsrechnungen durchgeführt. Für das "Beulfeld" erfolgt die Betrachtung am Balkenmodell mit Finiten Elementen, Finiten Differenzen und einer analytischen Näherung. Eine Übertragbarkeit dieser Ergebnisse auf die zweidimensionale "Doppelbeule" - besonders im Hinblick auf die Verformungen und Dehnungen - scheint hier problematisch.

Für das ebene Linersystem wird zusätzlich eine Vergleichsbetrachtung durchgeführt, die gute Übereinstimmung mit den Resultaten des Kap. 7 aufweist. Mit diesem Näherungsmodell werden anschließend für die verschiedenen Bolzencharakteristiken parametrische Untersuchungen im Hinblick auf die Abklingwirkung eingepprägter Randbeanspruchungen vorgenommen.

Im letzten Abschnitt erfolgt die Betrachtung des Gesamtsystems, bei der ein lineares Rechenmodell unter Verwendung oben erhaltener Last-Verschiebungskurven für das Beulfeld zugrunde gelegt wird. Als einheitlicher Maßstab bis zum Versagen des Gesamtsystems wird die Zwängungstemperatur eingeführt, die bei Teilversagen des Systems auch zu partiellen Entlastungen führen kann. Die Sensitivitätsstudie wird für die Parameter

- Vorverformung
- Fließspannung
- Bolzensteifigkeit

durchgeführt; die Detailergebnisse werden im Anhang IV als Zwängungstemperatur-Verschiebungskurven für die einzelnen Ankerkopfdeformationen ausgegeben.

In Kap. 10 werden noch Hinweise auf einige parametrische Schwerpunkte gegeben, die in dieser Untersuchung nicht behandelt werden; deshalb können die vorgelegten Ergebnisse nur unter Berücksichtigung der o.g. Voraussetzungen gewertet werden.

## Summary

=====

The fundamental task of reactor containments consists in public health protection from radio nuclide releases. Applying reinforced or prestressed concrete containments this safety inclusion will be obtained through a steel liner membrane which is pointwise attached to the interior concrete surface. The liner integrity must be maintained under all circumstances - even under accidental conditions.

It is the objective and aim of this study to analyse the overall structural behaviour of the bonded system consisting of concrete containment, studs, and steel liner membrane - especially under the aspect of extreme load and deformation conditions.

In a first step present liner studies are examined and evaluated with particular regard to assumed boundary conditions and applied methods; a short survey is given in appendix I. With respect to theoretical analyses, energetic, equilibrium, and numerical methods are used, i.e. with increasing sequence it is possible to outline the complexity of geometric and material conditions. On the basis of finite differences and especially of finite element methods the physically "most exact" modelling of the bonded system is given, however, with the disadvantage that a fully closed solution cannot be presented so that judgement of the structural liner behaviour must be performed through parametric studies. - Experimental analyses in general consider the interaction behaviour of the studs and the concrete anchorage zone as well as the buckling of a single liner field. The results are mostly presented as load-displacement-functions.

In this paper the finite element method is applied to investigate the complex bonded system. At the beginning of the study the NONSAP- and NISA-Codes of the SAP-Family are available. After their implementation the SHELL and SPRING elements are adjusted. For a later time period the ADINA-Code is also available presenting a more efficient equation solver as well as a non-linear material formulation. In this context

3/D and 2/D CONTINUUM and TRUSS elements are used. In order to come to an optimal program handling with particular regard to parametric investigations it is necessary to implement efficient pre- and post-processors as well as the Restart-Job. Thus the failure analysis can be realized which is still combined with considerable computational effort.

The parametric analysis is carried out on the basis of the geometric length/depth ratio  $t/l = 12$  of a single liner field. In order to reduce the considerable computational effort to a minimum it is necessary to decouple the overall system into structural components, i.e. at first an imperfect predeflected "buckling" field and the residual "plane" liner system are considered separately. A further reduction of the parametric size enables the introduction of stud anchor characteristics ("soft" studs by Davies and "harder" studs by Doyle-Chu and Oberpichler) which are based on experiments. First elastic estimates for the buckling field are carried out with the NISA-Code so that the influence of imperfection, of boundary restraint, of variable stud anchor stiffness as well as of support can be located. The results are directly used in the three-dimensional analysis of a single buckling liner field. These investigations are performed with the ADINA-Code on the assumption of a non-linear material function for the following parameters

- predeflection
- yield stress
- stud stiffness
- boundary restraint
- degrees of freedom.

Detailed results are presented for specific points of the buckling field in load-displacement-functions with regard to locally existent strain values (s. appendix II); a summary of essential results is given in chapter 7.

Furthermore the residual plane liner system is considered with two- as well as one-dimensional models. These calculations are likewise

carried out with the ADINA-Code which means a considerable computational effort with respect to plane two-dimensional analyses. Comparative computations with a strip model are relatively well consistent. Essential results are presented in chapter 7 and detailed results in appendix III.

Additionally comparative computations are performed in chapter 8. Regarding the buckling field analyses are carried out on the basis of a beam model discretized by finite elements, finite differences, and an analytical approximation. A transmission of these results to the two-dimensional "double buckle" seems problematic - especially concerning deformation and strain values.

With respect to the plane liner system additional comparative calculations are done leading to good consistency with the results obtained in chapter 7. On the basis of this approximative model parametric investigations for different stud characteristics are carried out with regard to the damping effect of induced boundary loads.

In the last section the overall liner system is discussed assuming a liner model to which the load-displacement-functions of the buckling field (s. chapter 7) are applied. The constraint temperatures are introduced as a unit scale - up to failure of the overall system; partial structural failure can also lead to partial temporary discharge. The study is performed for the parameters

- predeflection
- yield stress
- stud stiffness.

Detailed results are presented in appendix IV as constraint-temperature-displacement-functions for specific bolt head deformations.

In chapter 10 some indications are given with respect to parametric focal points not yet considered in these investigations, whose results can only be judged on the basis of above mentioned assumptions.

L I T E R A T U R

A Vorwiegend theoretische Untersuchungen zur Linerproblematik

A 1

Hsu Lo,  
Bogdanoff, J.L.  
Goldberg, J.E.  
Crawford, R.F.

"A Buckling Problem of a Circular Ring"  
4th US Nat. Congr. of Appl. Mech. (1962,  
S. 691-695)

A 2

Mettler, E.

"Eine Bemerkung zur Frage des Beulens  
ummantelter Schalen"  
Der Bauingenieur, 38 (1963), H.8,  
S. 309-311

A 3

Hsu, P.T.  
Elkon, J.  
Pian, T.M.

"Note on the Instability of Circular  
Rings Confined to a Rigid Boundary"  
Journal of Applied Mechanics, 1964,  
S. 559-562

A 4

Chan, H.C.  
McMinn, S.J.

"The Stabilization of the Steel Liner of  
a Prestressed Concrete Pressure Vessel"  
N.E.D. 3 (1966), S. 66-73

A 5

Chan, H.C.  
McMinn, S.J.

"The Stability of a Uniformly Compressed  
Ring Surrounded by a Rigid Circular  
Surface"  
Int. J. Mech. Sci., 1966, Vol.8, S.433-442

A 6

Kicher, T.P.

"Buckling of a Stud-Supported Thin  
Cylindrical Liner Shell Encased in Concrete"  
N.E.D. 26 (1974) S. 250-262

A 7

Kicher, T.P.  
Esselman, T.C.  
Gratzinger, R.J.

"Thermal Buckling of Stud Supported Liner  
Shells"  
SMiRT-2, H 512, 1973

A 8

Kicher, T.P.  
Schrader, M.J.

"Design Selection of Patterns and  
Spacings for Stud Anchors Used on Liner  
Shells"  
2nd ASCE Conference on Structural Design  
of Nuclear Plant Facilities, Vol.IB, 1975

A 9

Doyle, J.M.  
Chu, S.L.

"Some Structural Considerations in the  
Design of Nuclear Containment Liners"  
N.E.D. 16 (1971), S. 294-300

A 10

Winstead, T.L.  
Burdette, E.G.  
Armantrout, D.R.

"Liner Anchorage Analysis for Nuclear  
Containments"  
Proceedings for the Amerc.Soc.of Civ.Eng.,  
Vol. 101, NO.ST 10, 1975

A 11

Moon, Y.I.  
Kicher, T.P.

"The Plastic Buckling of a Steel Liner  
Encased in a Concrete Cylinder"  
N.E.D. 41 (1977), S. 281-291

A 12

Oberpichler, R.

"Theoretische Untersuchungen zur Ermitt-  
lung von Verformungen in Linern bei  
Nichtlinearität der Werkstoffeigenschaf-  
ten und der Ankerkennlinien"  
Deutscher Ausschuß für Stahlbeton,  
Berlin, 1975

A 13

Tan, Ch.P.

"A Study of the Design and Construction  
Practices of Prestressed Concrete and  
Reinforced Concrete Containment Vessels"  
The Franklin Institute Research Labora-  
tories, 1969

in Verbindung mit

Chu, K.J.

"Analysis of Liner Panel of Fort Calhoun  
Unit No . 1"  
1969, unveröffentlicht, The Franklin In-  
stitute Res. Lab.

B Vorwiegend experimentelle Untersuchungen zur Linerproblematik

B 1

Hughes, B.D.

"Cyc-Arc" Stud Welded Concrete Anchors"  
Civil Engineering and Public Works  
Review, 1964

B 2

Davies, C.

"Small-Scale Push-Out Tests on Welded  
Stud Shear Connectors"  
Concrete, Sept. 1967

B 3

Mainstone, R.J.  
Menzies, J.B.

"Shear Connectors in Steel-Composite  
Beams for Bridges"  
Concrete, 1967

B 4

Hardingham, R.P.  
Parker, J.V.  
Spruce, T.W.

"Liner Design and Development for the  
Oldbury Vessels"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

B 5

Young, A.G.  
Tate, L.A.

"Design of Liners for Reactor Vessels"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

B 6

Chapman, J.C.  
Carter, A.

"Interaction between a Pressure Vessel  
and its Liner"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

B 7

Bishop, R.F.  
Horseman, R.W.  
White, C.M.

"Liner Design and Construction"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

B 8

Goble, G.G.

"Shear Strength of Thin Flange Composite  
Specimens"  
AISC Engineering Journal, 1968

B 9

Johnson, T.E.

"Containment Building Liner Plate  
Design Report"  
Topical Report, Bechtel Corporation,  
Part 1, 1972

B 10

Chang-Lo, P.L.  
Johnson, T.E.  
Pfeifer, B.W.

"Containment Liner Plate Anchors and  
Steel Embedments Test Results"  
SMiRT-4, 1977

C Allgemein

C 1

Zienkiewicz, O.C.

"The Finite Element Method in  
Engineering Science"  
McGraw-Hill, London, 1971

C 2

Buck, K.E.  
Scharpf, D.W.  
Stein, E.  
Wunderlich, W.

"Finite Elemente in der Statik"  
Wilhelm Ernst R. Sohn,  
Berlin, München, Düsseldorf, 1973

C 3

Green, A.E.  
Zerna, W.

"Theoretical Elasticity"  
Clarendon Press, Oxford, 1975

C 4

Bathe, K.J.  
Wilson, E.L.

"Numerical Methods in Finite Element  
Analysis"  
Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1975

C 5

Bathe, K.J.  
Ozdenir, M.

"Elastic-Plastic Large Deformation  
Static and Dynamic Analysis"  
Computers & Structures, Vol.6, 1976, 81-92

C 6

Mees, G.

"Statik der Baukonstruktionen -Vorlesungs-  
umdrucke  
TU Berlin, 1977

C 7

Neal, B.G.

"Plastic Methods of Structural Analysis"  
Science Paperbacks, London, 1970

C 8

Timoshenko, S.P.  
Gere, J.M.

"Theory of Elastic Stability"  
McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., London, 1961

C 9

Thompson, J.M.T.  
Hunt, G.W.

"A General Theory of Elastic Stability"  
John Wiley & Sons, London, 1973

C 10

Croll, J.G.A.  
Walker, A.C.

"Elements of Structural Stability"  
The Macmillan Press Ltd., London, 1972

C 11

Stanley, P.

"Non-Linear Problems in Stress Analysis"  
Applied Science Publishers Ltd., London,  
1977

D Programm-orientierte Untersuchungen

D 1

Ramm, E.

"Geometrisch Nichtlineare Elastostatik  
Und Finite Elemente"  
Institut für Baustatik der TU Stuttgart,  
Bericht Nr. 76-2

D 2

Bathe, K.J.

"ADINA - A Finite Element Program for  
Automatic Dynamic Incremental Non-  
linear Analysis"  
Rep. 82 448-1, M.I.T., 1977

D 3

Bathe, K.J.

"Static and Dynamic Nonlinear Analysis  
Using ADINA"  
Rep. 82448-2, M.I.T., 1977

D 3

Snyder, M.D.  
Bathe, K.J.

"Formulation and Numerical Solution  
of Thermo-Elastic-Plastic and Creep  
Problems  
Rep. 82448-3, M.I.T., 1977



Übersicht zur Literatur des "kalten Liners"

Vorbemerkung:

In (Tab. 1 und 2) erfolgt eine Zusammenstellung der wesentlichen Punkte der Untersuchungen zum "kalten Liner", die anschließend noch einmal stichpunktartig beschrieben werden. Diese Übersicht ist unterteilt in die Sektionen

- 1) theoretische
- 2) experimentelle Untersuchungen.

	Geometrie	Liner	Anker	Beton	Sonstiges	Methode
System- annahmen	ebenes System 1dimens. Streifen Vorverformung kleine Verschiebungen Ring/Zylinder Verschieb. 2. Grades ideal elast. 2axial 2dimens. Feld	ideal elastisch elast./plastisch Fließgelenk math. Modell experimentell/m. Exp.	starr linear elastisch bi-/trilinear experimentell Kopfbolzen Ribben	starr Reibung gerissen	orthogon. Netz disegon. Netz Trapez. Netz Variation Fließgr. " Linerdicke " Anker mit stat. Innendruck 1axiale Belastung 2axiale " " rotat. "-sym. "	Differentialgleichung Energiebilanz Gleichgewicht am Federsystem Verschiebungsansatz Stabilität Finite Differenzen Finite Elemente
Quelle						
A 1		x		x		x
A 2		x		x		x
A 3	x	x		x		x
A 4	x	x		x		x
A 5	x	x	x	x		x
A 6		x	x	x	x	x
A 7		x	x	x	x	x
A 8		x	x	x	x	x
A 9	x	x	x	x	x	x
A 10	x	x	x	x	x	x
A 11	x	x	x	x	x	x
A 12	x	x	x	x	x	x
A 13	x	x	x	x	x	x

Tabelle 1  
Theoretische Untersuchungen



— Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
 — elastische Kreiszyinderschale

Modell: außen gestützter, "frei" aufliegender Ring  
 keine Imperfektion  
 kein Reibungseinfluß

Methode: Energiemethode

Resultat: Im elastischen Zustand kein Beulen möglich

Bemerkung: s. Lo, Bogdanoff, u.a., Widerspruch

A 3

Hsu, P.T.  
 Elkon, J.  
Pian, T.M.

"Note on the Instability of Circular Rings Confined to a Rigid Boundary"

Journal of Applied Mechanics, 1964,  
 S. 559-562

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
 eingebetteter elastischer Kreisring mit Rechteckquerschnitt  
 vorgegebene Imperfektion

Modell: außen gestützter, "frei" aufliegender Ring  
 mit Imperfektion  
 kein Reibungseinfluß

Methode: Aufstellung der Differentialgleichung am vorverformten System

Resultat: Lastverformungskurven  
 kritische Lasten in Abhängigkeit Radius/Dicke  
 große Vorverformungen (zur Dicke) unterstellt

Bemerkungen: Hinweis auf Ausbeulen im plastischen Bereich

A 4

Chan, H.C.  
McMinn, S.J.

"The Stabilization of the Steel Liner of a Prestressed Concrete Pressure Vessel"

N.E.D. 3 (1966), S. 66-73

Voraussetzungen: starre Umgebungsschale  
 eingebetteter elastischer Kreisring  
 vorgegebene Imperfektion

Modell: außen gestützter, "frei" aufliegender Ring  
 mit Imperfektion  
 kein Reibungseinfluß  
 Experimente am Kreisring

Methode: Aufstellung der Differentialgleichung am vorverformten System

Resultat: Bemessungskurven  
Bemerkung: Übersichtsformel zur Bemessung des Ankerabstandes gegen Ausbeulen (relativ große Abstände)

A 5

Chan, H.C.  
McMinn, S.J. "The Stability of a Uniformly Compressed Ring Surrounded by a Rigid Circular Surface"  
Int. J. Mech. Sci., 1966, Vol.8, S.433-442

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale eingebetteter elastischer Kreisring vorgegebene Imperfektion

Modell: außen gestützter, "frei" aufliegender Ring mit Imperfektion kein Reibungseinfluß

Methode: Aufstellen der Differentialgleichung am vorverformten System

Resultat: Bemessungskurven Vergleich der Energiebilanzen hinsichtlich der Art des Gleichgewichtszustandes

A 6

Kicher, T.P. "Buckling of a Stud-Supported Thin Cylindrical Liner Shell Encased in Concrete"  
N.E.D. 26 (1974) S. 250-262

Voraussetzungen: starre Umgebungsschale (z.B. Beton) zweidimensionales (Hooke'sches) Materialgesetz ideale Systembeschreibung ohne Imperfektion keine (rechnerische) Ankerberücksichtigung

Modell: Ring, unendlich langer Zylinder Verschiebungsfunktion für Rechteckraster

Methode: Analytische Lösung über Energiemethodik Berücksichtigung nicht-linearer Verschiebungsterme Lösung des nicht-linearen Differentialgleichungssystems mit Hilfe des Verschiebungsansatzes keine Koppelung Ring- bzw. Längsrichtung TSIEN Kriterium für Bestimmung der Nachbeullast

Resultat: Analytische Lösung für die Beulwerte Diagramme zur Bestimmung der Ankerabstände

A 7

Kicher, T.P.  
Esselman, T.C.  
Gratzinger, R.J.

"Thermal Buckling of Stud Supported Liner Shells"

SMiRT-2, H 512, 1973

Voraussetzungen:

Starre Umgebungsschale (z.B. Beton)  
zweidimensionales (Hooke'sches) Materialgesetz  
ideale Systembeschreibung ohne Imperfektion  
Fall I 2 axiale Untersuchung mit starren Anker  
Fall II 1 axiale Untersuchung mit linearer

Modell:

Zylinder  
Verschiebungsfunktionen (für Fall I u. II)

Methode:

Analytische Lösung über Energiemethode mit verschiedenen Übergangsbedingungen (für Fall I u. II)  
Berücksichtigung nicht-linearer Verschiebungsterme  
TSIEN Kriterium für Bestimmung der Nachbeullast  
Lösung des nicht-linearen Differentialgleichungssystems für die verschiedenen Ansätze (nach Fall I u. II)  
Vergleich der Nachbeullasten mit Versuchen

Resultat:

Analytische Lösung für die Beulwerte  
Entwurfsdiagramme zur Bestimmung der Ankerabstände

Vergleich der analytischen Lösungswerte mit Modellversuchen

Bemerkung:

Unbefriedigende Übereinstimmung bei einigen Versuchsmodellen

A 8

Kicher, T.P.  
Schrader, M.J.

"Design Selection of Patterns and Spacings for Stud Anchors Used on Liner Shells"

2nd ASCE Conference on Structural Design of Nuclear Plant Facilities, Vol.IB, 1975

Voraussetzungen:

Starre Umgebungsschale  
zweidimensionales (Hooke'sches) Materialgesetz  
starre Verankerungsbolzen  
ideale Systembeschreibung ohne Imperfektion  
zusätzliche Modellversuche

Modell:

Rechteck- und Rhomboidischer Ankerraster  
Ansatz von 5 verschiedenen Verschiebungsfunktionen

Modell 1/40

Methode: Analytische Lösung über Energiemethode  
Berücksichtigung nicht-linearer Ver-  
schiebungsterme

Resultat: Analytische Lösung für die Beulwerte  
Vergleich mit Versuchen relative Überein-  
stimmung der berechneten Dehnwerte  
Rechteckraster besser als Rhomboidraster  
mit Ausnahme  
1) Schalenradius /Dicke Klein  
2) Einengung des axialen Ankerabstandes

Bemerkung: Ausschluß von Beulwellen, da Zerstörungs-  
möglichkeit des Liners durch Trümmerlasten  
Interpretation der Versuche bzgl. möglicher  
Abweichungen zur Rechnung

A 9

Doyle, J.M.  
Chu, S.L.

"Some Structural Considerations in the  
Design of Nuclear Containment Liners"  
N.E.D. 16 (1971), S. 294-300

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
Ankerkennlinien aus Versuchsergebnissen  
elastisches (Hooke'sches) Materialgesetz  
für ungebeulten Linerbereich

Modell: 1dimensionales Feld mit Berücksichtigung  
der Bolzenverankerung

Methode: Gleichgewichtsmethode am Federsystem mit  
iterativer Dehnungskontrolle des Beulfeldes  
(mittlere Dehnung) bei Berücksichtigung  
des Fließgelenkes

Resultat: Verhältnis Bolzendurchmesser/Linerdicke  
< 2.7 wegen Ausreißen der Platte  
Vorschlag auf 2.0

Bemerkung: Empfehlung niedrige Fließspannungen zu  
gebrauchen wegen umgekehrter hoher zu-  
sätzlicher Verformungen  
Diskussion der Sicherheit der Verankerung

A 10

Winstead, T.L.  
Burdette, E.G.  
Armantrout, D.R.

"Liner Anchorage Analysis for Nuclear  
Containments"  
Proceedings fo the Amerc.Soc.of Civ.Eng.,  
Vol. 101, NO.ST 10, 1975

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
Rippenankerkennlinien (bi-u.trilinear)  
elastisches (Hooke'sches) Materialgesetz  
für ungebeulten Linerbereich

Modell: Ebenes Streifenmodell mit Berücksichtigung der Ankerkennlinien

Methode: Gleichgewichtsmethode am Federsystem mit iterativer Dehnungskontrolle des Beulfeldes (mittlere Dehnung) bei Berücksichtigung des Fließgelenkes

Resultat: Übersichtstabelle zum Linerbemessen mit Ankerrippen

Bemerkung: Definition des Sicherheitssystems der Verankerung in Form einer Energiebilanz Hinweis zul.  $\sigma$ - $\epsilon$ -Werte im ACI-Code

A 11

Moon, Y.I.  
Kicher, T.P.

"The Plastic Buckling of a Steel Liner Encased in a Concrete Cylinder"

N.E.D. 41 (1977), S. 281-291

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
1) bi-lineares Materialgesetz  
2) plastische Gelenkausbildung  
Rechteckquerschnitt  
Bolzenverankerungen elastisch/elastisch-plastisch

Modell: 1) 1dimensionales Feld allein  
2) mit Berücksichtigung der Bolzenverankerung Aufstellung eines Federsystems

Methode: Gleichgewichtsmethode am Stab bzw. Federsystem

Resultat: Vergleichswerte math. Modell - Fließgelenkverfahren  
Übersicht Testwerte für Liner-Stud-Dickenverhältnisse

Bemerkung: Beulfeld - sonst. Linersystem getrennt behandelt

A 12

Oberpichler, R.

"Theoretische Untersuchungen zur Ermittlung von Verformungen in Linern bei Nicht-linearität der Werkstoffeigenschaften und der Ankerkennlinien"

Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin, 1975

Voraussetzungen: Starre Umgebungsschale  
Ankerkennlinien (linear, nicht-linear)  
lineare Linererkennungslinien (unverformt, vorverformt)

Modell: Scheibe mit ausgebeulten Randstreifen und Einzelverankerungen

Methode: Dynamische Relaxation  
v. Mises-Kriterium

Resultat: Anker-Verschiebungskurven  
Vergleich linearer/nicht-linearer Anker

Bemerkung: anscheinend Beulfelder als Scheiben mit reduziertem E-Modul gegenüber Normalbereich eingeführt

A 13

Tan, Ch.P.

"A Study of the Design and Construction Practices of Prestressed Concrete and Reinforced Concrete Containment Vessels"  
The Franklin Institute Research Laboratories,  
1969

in Verbindung mit

Chu, K.J.

"Analysis of Liner Panel of Fort Calhoun Unit No. 1"  
1969, unveröffentlicht, The Franklin Institute Res. Lab.

Voraussetzungen: Starrer Umgebungsbeton

Modell: Liner-Betonverankerungsbereich-Ausschnitt (5 Felder-Bereich)  
materielle Nicht-Linearität für Stahl und Beton  
Schweißnahtberücksichtigung

Methode: Finite Elemente (900 Knotenpunkte, 2-dim.)

Resultat: nicht explizit dargestellt  
Umfang der Untersuchung nicht explizit dargestellt

Bemerkung: Liner-Blech selbst prinzipiell Streifenfeld  
Art der Elementierung unbekannt  
5-Feld-Streifen nicht repräsentativ

Teil B:                    Experimentelle Untersuchungen  
=====

B 1

Hughes, B.D.

"Cyc-Arc" Stud Welded Concrete Anchors"  
Civil Engineering and Public Works Review,  
1964

Voraussetzungen:

Geschweißte Kopfbolzenanker

Modell:

- 1) In Beton eingebetteter Kopfbolzen  
auf reinen Zug
- 2) I mit angeschweißten Studs, eingebettet  
in Beton

Methode:

- 1) Reiner Zug auf dem Kopfbolzen
- 2) Längsbelastung des I-Profils

Resultat:

Lastverschiebungskurven in Abhängigkeit von  
- Stud-Durchmesser  
- Stud-Art  
für beide Belastungsarten

Bemerkung:

Vergleich Zug/Schub-Verhalten, gleiche  
Größenordnung der Verschiebung; Zugbelastung  
sogar etwa steifer

B 2

Davies, C.

"Small-Scale Push-Out Tests on Welded Stud  
Shear Connectors"  
Concrete, Sept. 1967

Voraussetzungen:

Code of Practice CP 117  
für Standard-Dimensionierung des Probe-  
körpers

Modell:

I mit angeschweißten Studs, eingebettet  
in Beton

Methode:

Längsbelastung des I-Profils

Resultat:

Last-Verschiebungskurven in Abhängigkeit  
der - Betonfestigkeit  
- Ankeranordnung und Zahl

B 3

Mainstone, R.J.  
Menzies, J.B.

"Shear Connectors in Steel-Composite Beams  
for Bridges"  
Concrete, 1967

Voraussetzungen:

-

Modell:

Probekörper mit Kopfbolzen, Winkelstahl,  
Schlaufen aus Rundstahl  
Balkentests

Methode: Längsbelastung des I-Profiles  
Ermüdungsversuche

Resultat: Lastverschiebungskurven für Statische Beanspruchung  
Zusatzverschiebung bei zyklischer Belastung  
Schubspannung in Abhängigkeit der zyklischen Laststeigerung und Zahl der Zyklen

Bemerkung: sehr umfangreiche Ermüdungsversuche

B 4

Hardingham, R.P.  
Parker, J.V.  
Spruce, T.W.

"Liner Design and Development for the Oldbury Vessels"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure Vessels, 1967

Voraussetzungen: Zur Konstruktion der Oldbury Power Station

Modell: 1) Probekörper für T-Profil-Rippenverankerung (unter Einschluß einer Schweißnaht)  
2) Biaxiales Testfeld der Linermembran mit unterschiedlichen Randbedingungen

Methode: 1) Abscherbeanspruchung des Bleches

Resultat: Lastverschiebungskurven für Scharbeanspruchung  
Lastverschiebungskurven für vorgebeultes Linerfeld  
Dehnungsverhalten in Abhängigkeit der Randbedingungen

B 5

Young, A.G.  
Tate, L.A.

"Design of Liners for Reactor Vessels"  
Conf. on Prestressed Concrete Pressure Vessels, 1967

Voraussetzungen: -

Modell: Liner-Feld-Probekörper  
Anker-Probekörper für Rippen-/Stud-Anker

Methode: Druckinduzierung in Linermembran  
Zug- und Scharbeanspruchung der Anker-Probekörper

Resultat: Verformungsfiguren (vor/nach der Belastung) in Abhängigkeit der Vorverformung  
Lastverschiebungskurven für Liner-Feld  
Lastverschiebungskurven für Rippen- u. Studverankerungen

Bemerkungen: Übersicht Dehnung in Abhängigkeit der "Lastzyklen" kein Schweißnahtversagen gefunden  
Analytischer Anhang für Liner-Feld-Verhalten für Beultheorie und Fließgelenkverfahren  
Testresultate größer rechnerische Lösungen  
Vielseitigste Analyse (exp. u. analyt.)

B 6

Chapman, J.C.  
Carter, A.

"Interaction between a Pressure Vessel  
and its Liner"

Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

Voraussetzungen:

-

Modell:

Liner-Feld-Probekörper  
Ankerprobekörper für Rippenverankerungen

Methode:

Induzierte Dehnungen aus Abkühlungsprozeß  
eines vorgeheizten Versteifungsrahmens  
Zyklische Abscharversuche für Verankerungen

Resultat:

Lastverschiebungskurven  
Zeitstandskurven für Verankerungen  
Analytische Betrachtung eines Feder-  
Streifen-Modells

Bemerkungen:

Testresultate größer rechnerische Lösungen  
Feder-Streifen-Modell erstmalig erwähnt

B 7

Bishop, R.F.  
Horseman, R.W.  
White, C.M.

"Liner Design and Construction"

Conf. on Prestressed Concrete Pressure  
Vessels, 1967

Voraussetzungen:

-

Modell:

Liner-Feld-Probekörper

Methode:

Ringvorspannung zur Längsbelastung der  
Membran

Resultat:

Lastverschiebungskurven für bi-/uniaxiale  
Belastung in Abhängigkeit des Vorbeulen-  
Dicken-Verhältnisses

Bemerkungen:

Hinweis auf ähnliche Ergebnisse bi-/uni-  
axiales Liner-Verhalten  
Beschreibung der Systeme von Oldbury  
und Wylfa

B 8

Goble, G.G.

"Shear Strength of Thin Flange Composite  
Specimens"

AISC Engineering Journal, 1968

Voraussetzungen:

-

Modell:

I mit angeschweißten Studs, eingebettet  
in Beton

Methode: Längsbelastung des I-Profiles

Resultat: Last-Verschiebungskurven in Abhängigkeit von  
 - Betonfestigkeit  
 - Stud-Durchmesser  
 - Flanschdicke

Bemerkung: Hinweis auf Grenzwert bei Steifigkeit  
 Studdurchmesser/Flanschdicke < 2.7  
 [ Verschiebungswerte um den Faktor 10 zu klein (Druckfehler ?) ]

B 9

Johnson, T.E.  
Wedellsborg, B.W. "Containment Building Liner Plate Design Report"  
 Topical Report, Bechtel Corporation, Part 1, 1972

Voraussetzungen: Liner mit U-Rippenankern

Modell: 1) Liner-Feder-Modell (Streifen)  
 2) Anker-Modell  
 Liner-Modell

Methode: 1) Gleichgewichtsmethode  
 Kräfteausgleich mit nichtlinearem Verlauf  
 2) Scherbelastung im Flanschblech  
 Längsbelastung auf Liner-Feld

Resultat: 1) Rechnerische Lösung der Kräfte  
 2) Lastverschiebungskurve

Bemerkungen: Dargelegte Liner-Dimensionierungsrechnung

B 10

Chang-Lo, P.L.  
Johnson, T.E.  
Pfeifer, B.W. "Containment Liner Plate Anchors and Steel Embedments Test Results"  
 SMiRT-4, 1977

Voraussetzungen: -

Modell: Flanschbleche mit angeschweißten Anker,  
 eingebettet in Beton  
 Betonblock mit/ohne Vorspannung

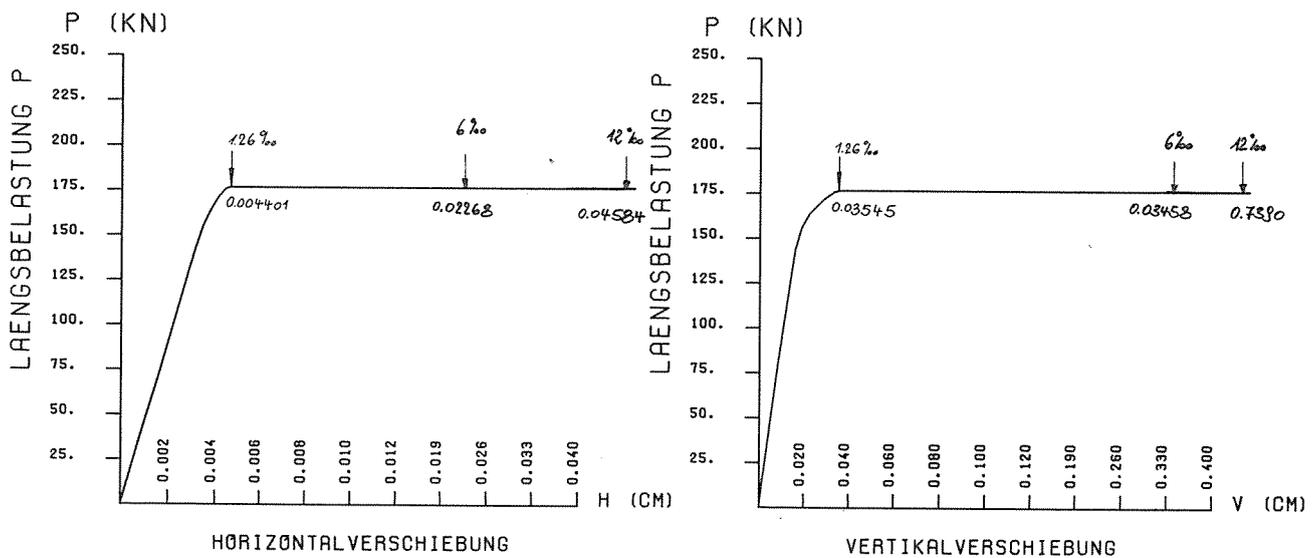
Methode: Längsbelastung des Betonblockes

Resultat: Lastverschiebungskurven für Rippenverankerungen  
 - ohne Vorspannung  
 - mit Vorspannung  
 - Formparameter des Ankers

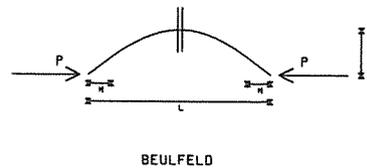
Bemerkung: Verschiebungskurven ohne Vorspannung mit Weg-Sprung-Verhalten, gegenteiliges Ergebnis zu anderen Untersuchungen

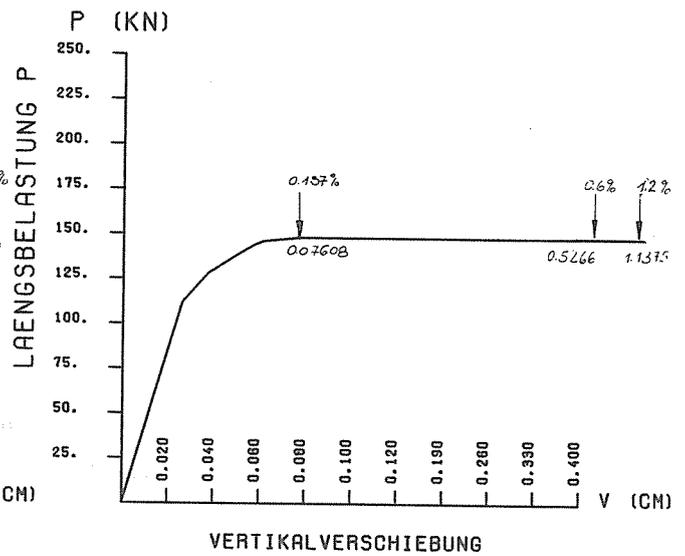
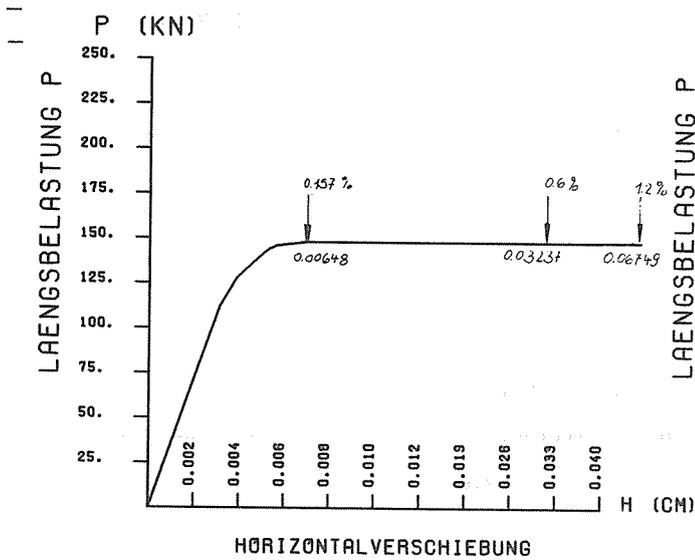
Detailergebnisse für ein einzelnes "Linerbeulfeld"

In diesem Anhang werden die Detailergebnisse der parametrischen Untersuchungen zu einem einzelnen "Linerbeulfeld" zusammengefaßt. Zur besseren Übersichtlichkeit werden die Punkte des Gutachtens noch einmal angegeben.



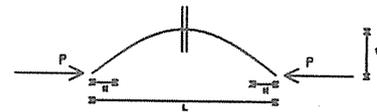
FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLÄNGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.10 CM  
 FLÄCHE 8. CM<sup>2</sup>  
 VORVERFORMTE BIAXIAL BEL.PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)



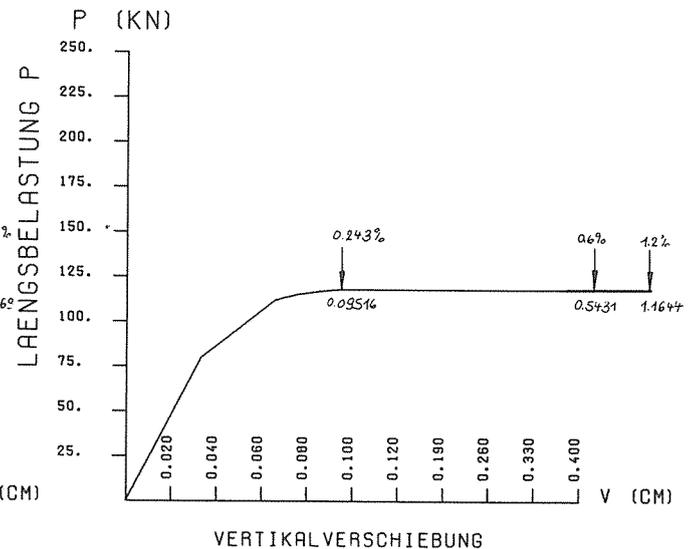
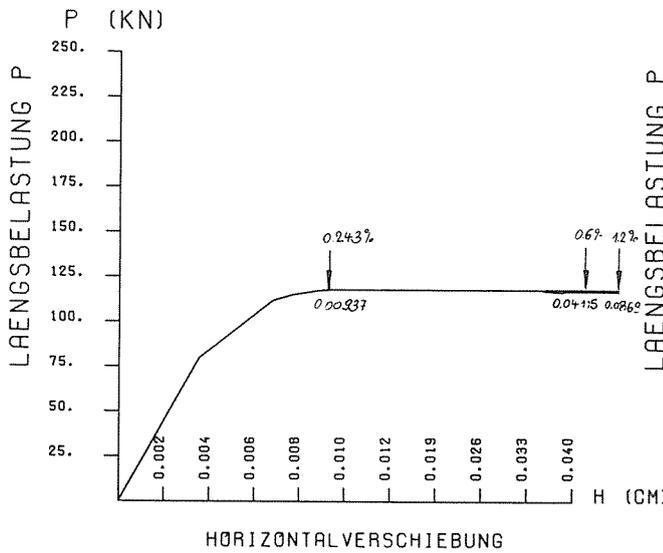


FLIESSPANNUNG 280. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

VORVERFORMTE BIAXIAL BEL. PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)

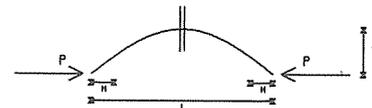


BEULFELD

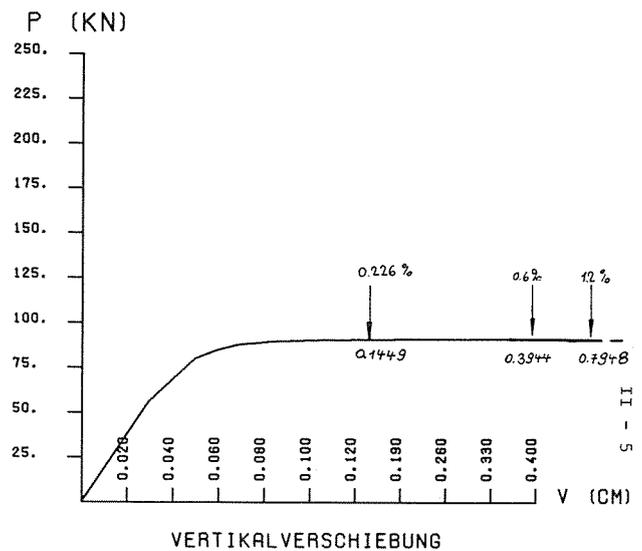
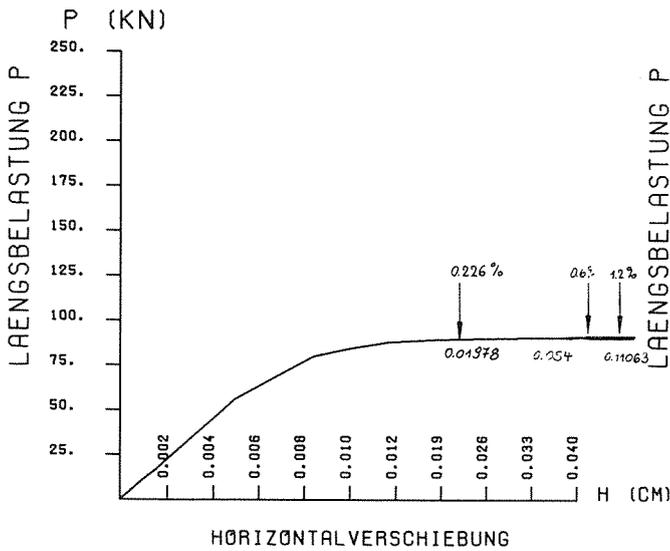


FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.50 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

VORVERFORMTE BIAXIAL BEL. PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)

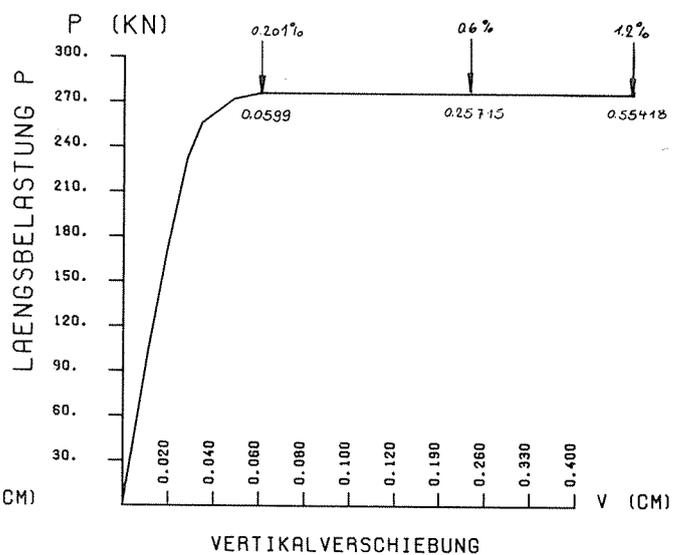
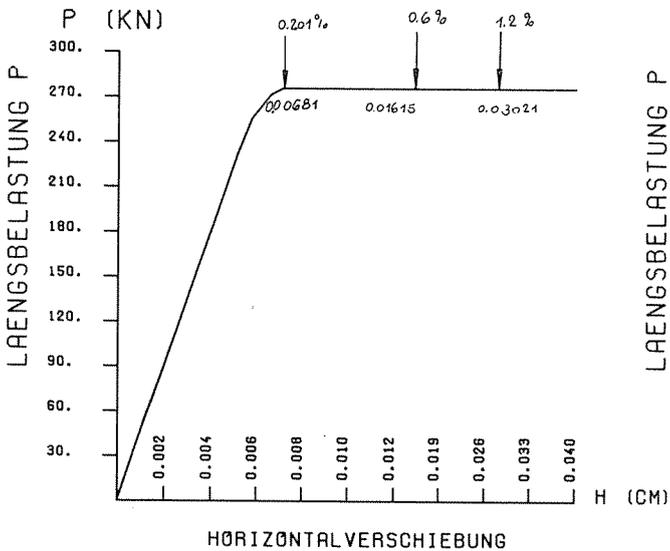
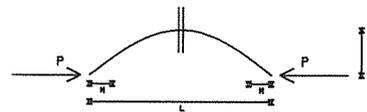


BEULFELD



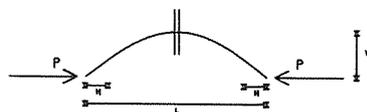
FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 1.00 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

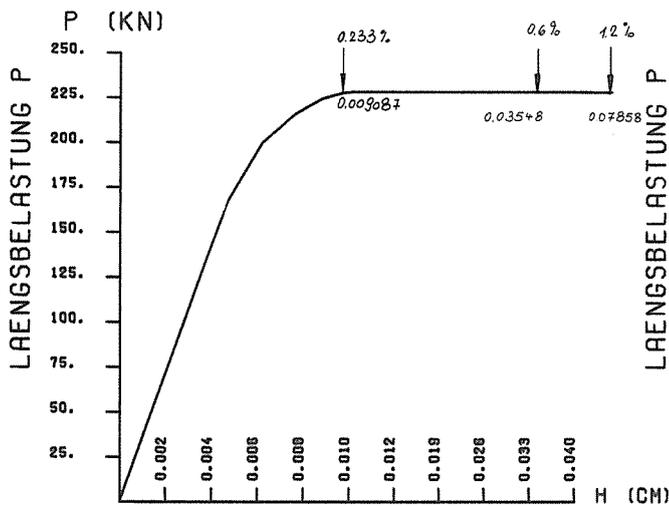
VORVERFORMTE BIAXIAL BEL.PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)



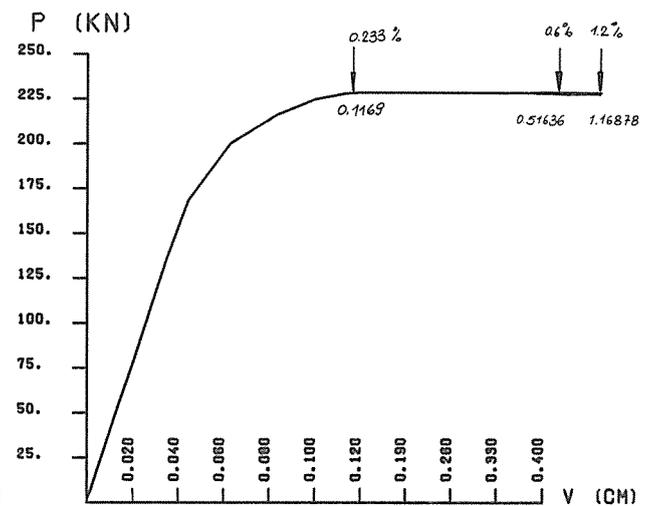
FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.10 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

VORVERFORMTE BIAXIAL BEL.PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)





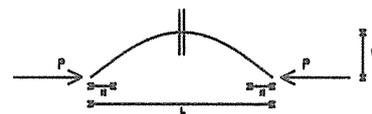
HORIZONTALVERSchiebung



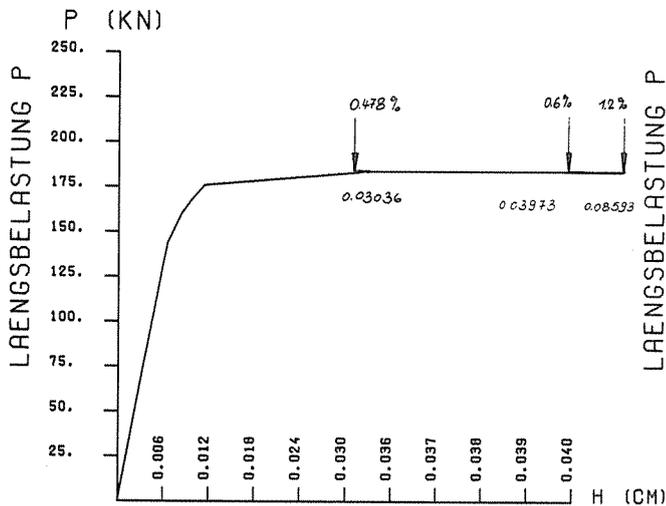
VERTIKALVERSchiebung

FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FEHLERLÄNGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLÄCHE 8. CM<sup>2</sup>

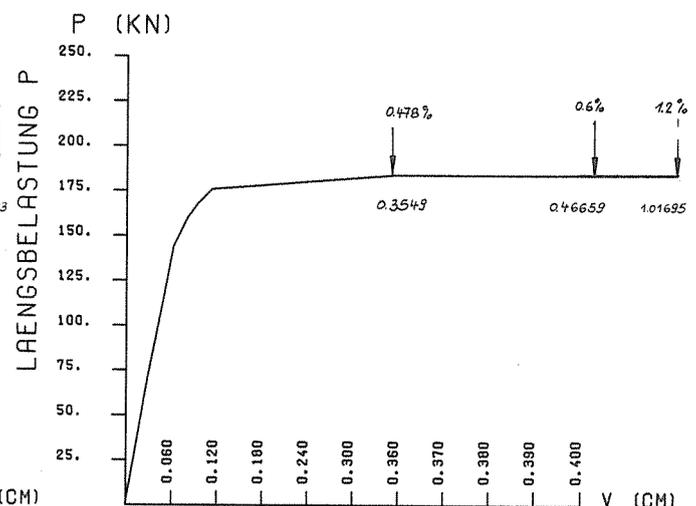
VORVERFORMTE BIAxiaL BEL. PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)



BEULFELD



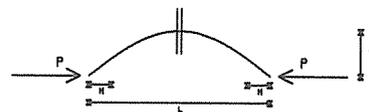
HORIZONTALVERSchiebung



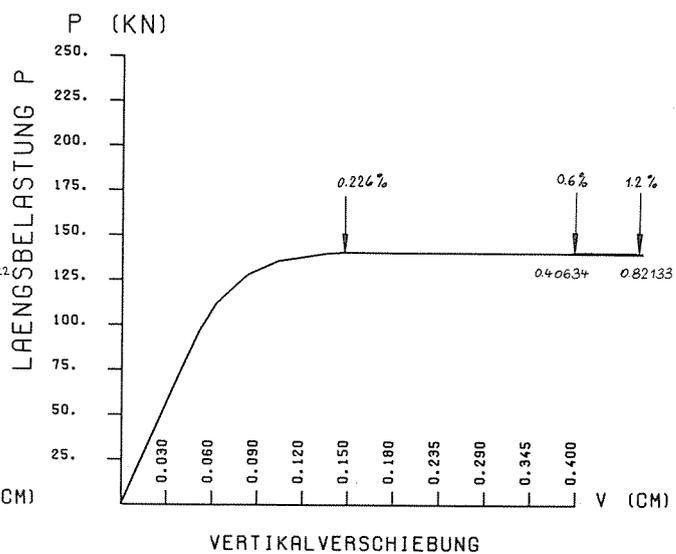
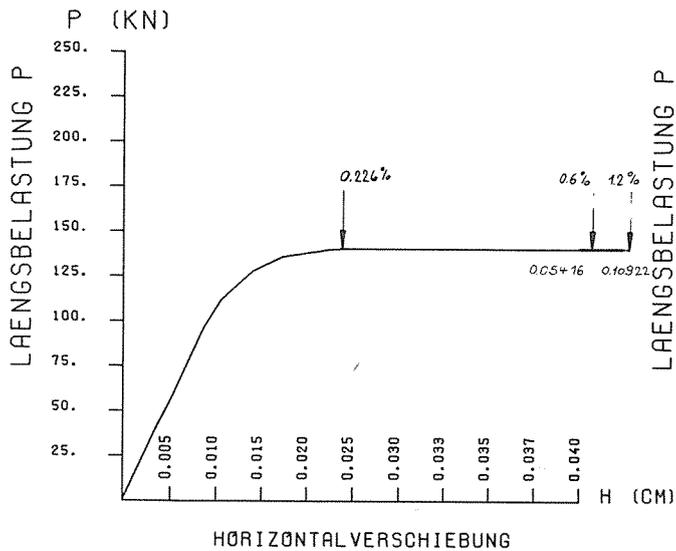
VERTIKALVERSchiebung

FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FEHLERLÄNGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.50 CM  
 FLÄCHE 8. CM<sup>2</sup>

VORVERFORMTE BIAxiaL BEL. PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)

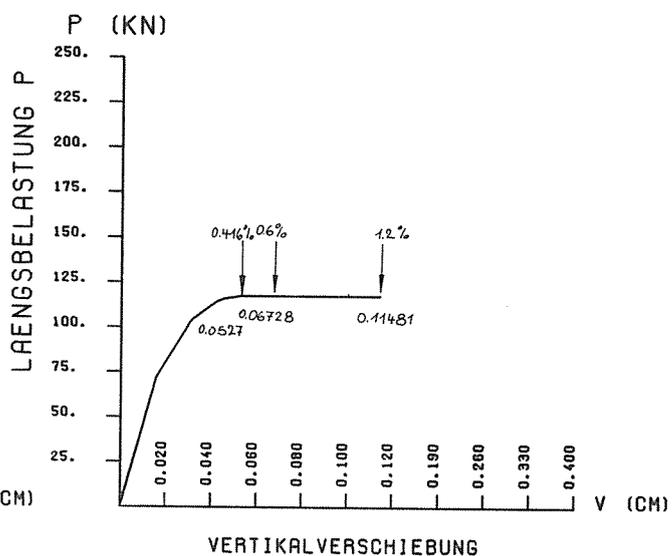
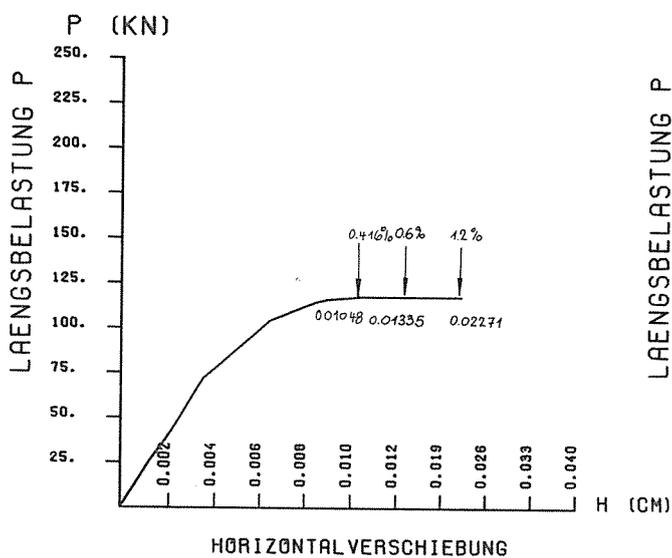
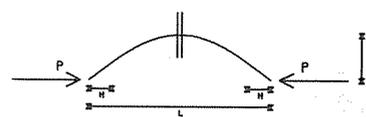


BEULFELD



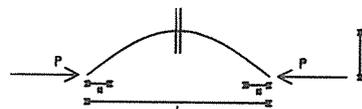
FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 1.00 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

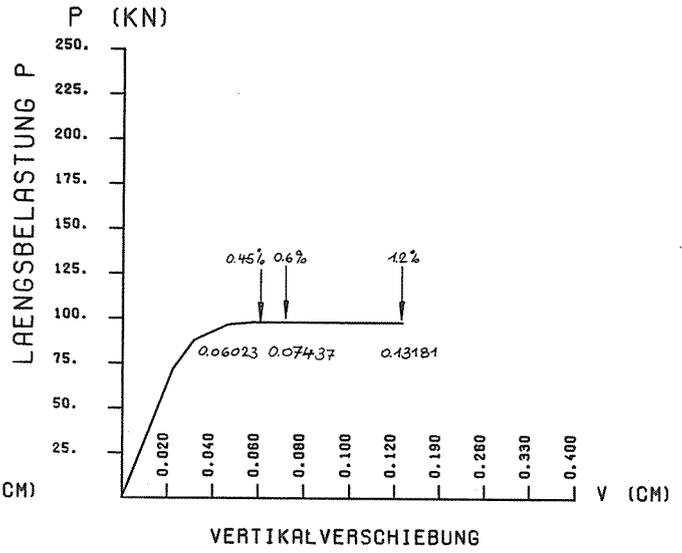
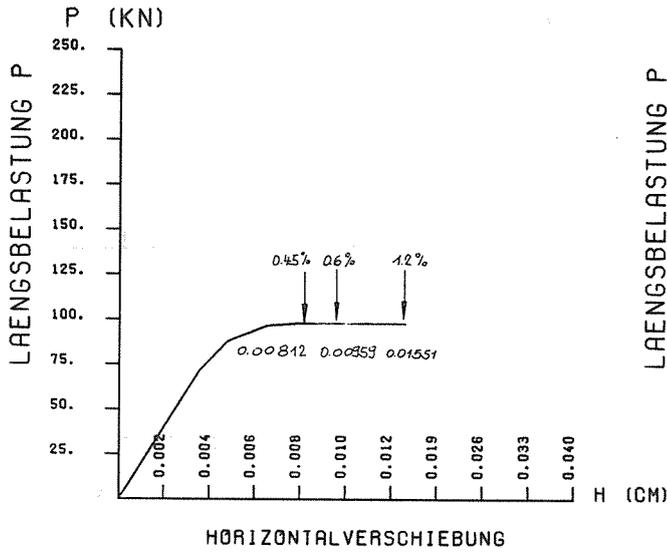
VORVERFORMTE BIAXIAL BEL. PLATTE (SIN-MULTIPLIKATIONSANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)



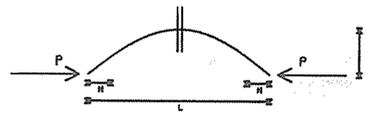
FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

VORVERFORMTE UNIAXIAL BEL. PLATTE (SIN-ANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)

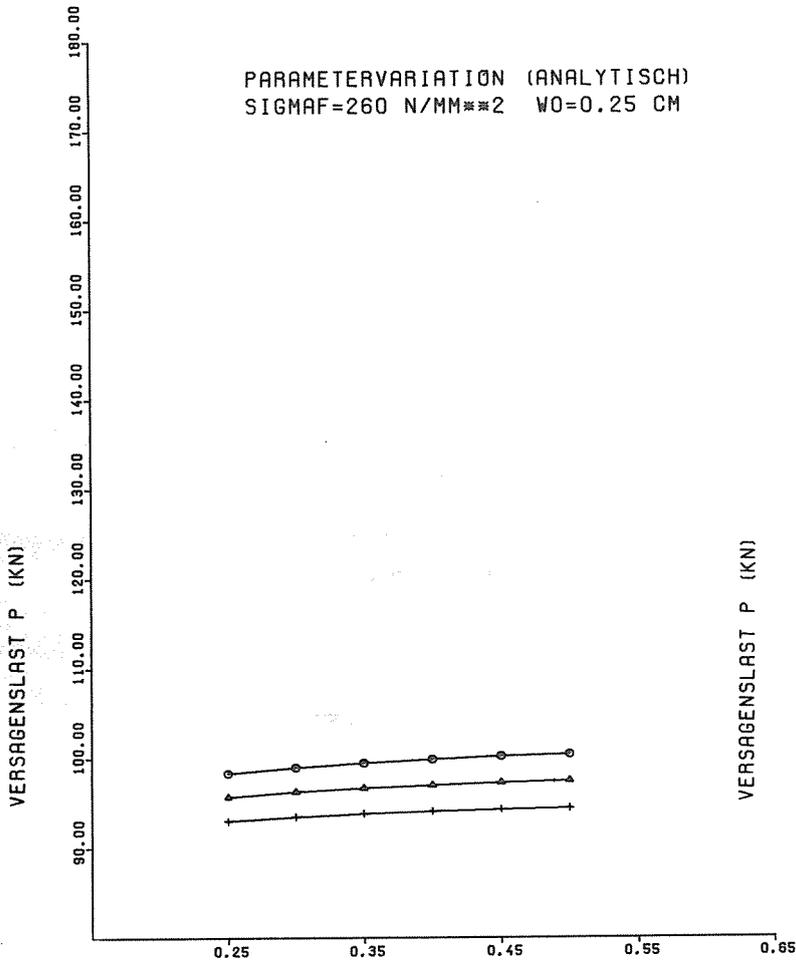




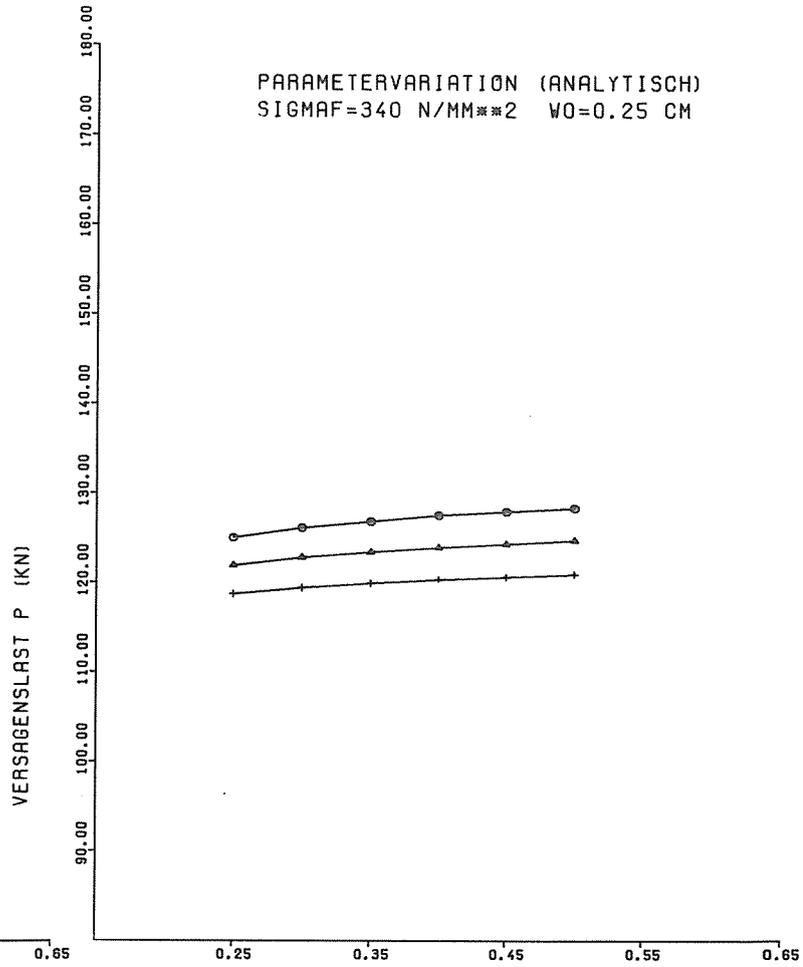
FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>  
 VORVERFORMTER BALKEN (SIN-ANSATZ)  
 MIT ADINA (3/D-ELEMENTE)



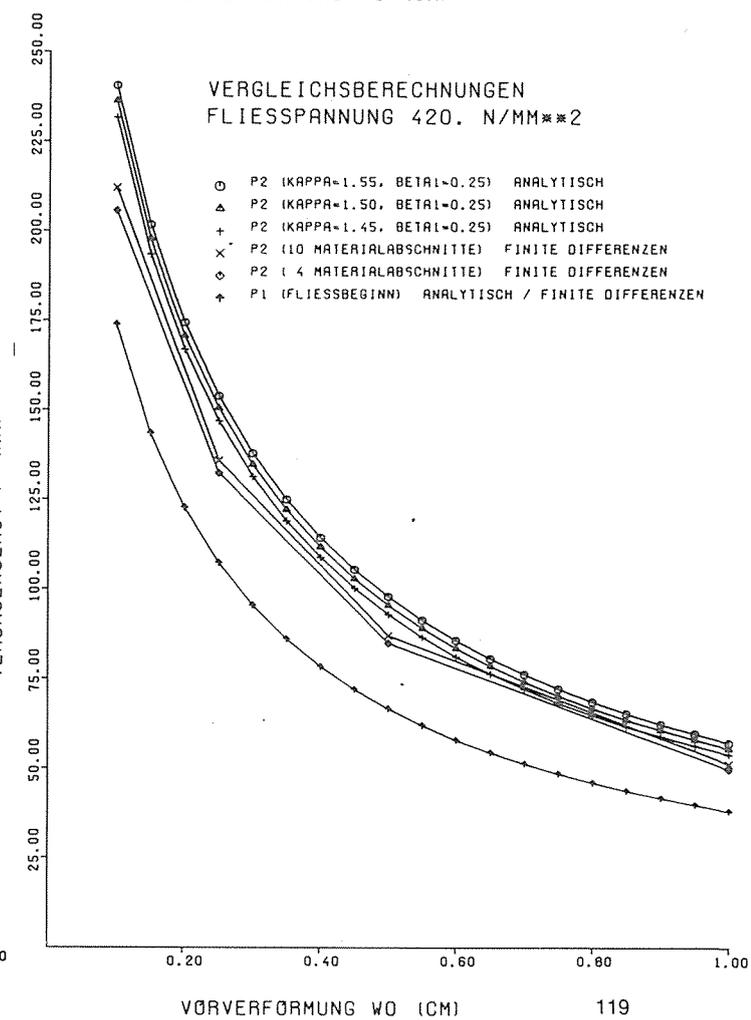
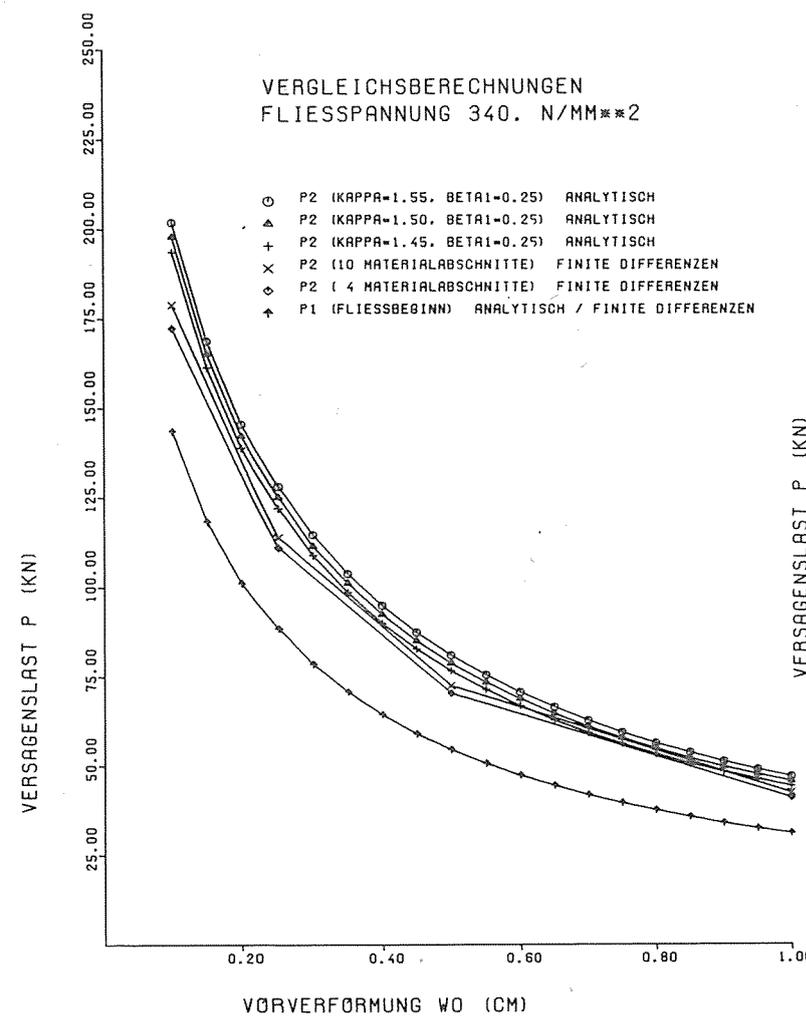
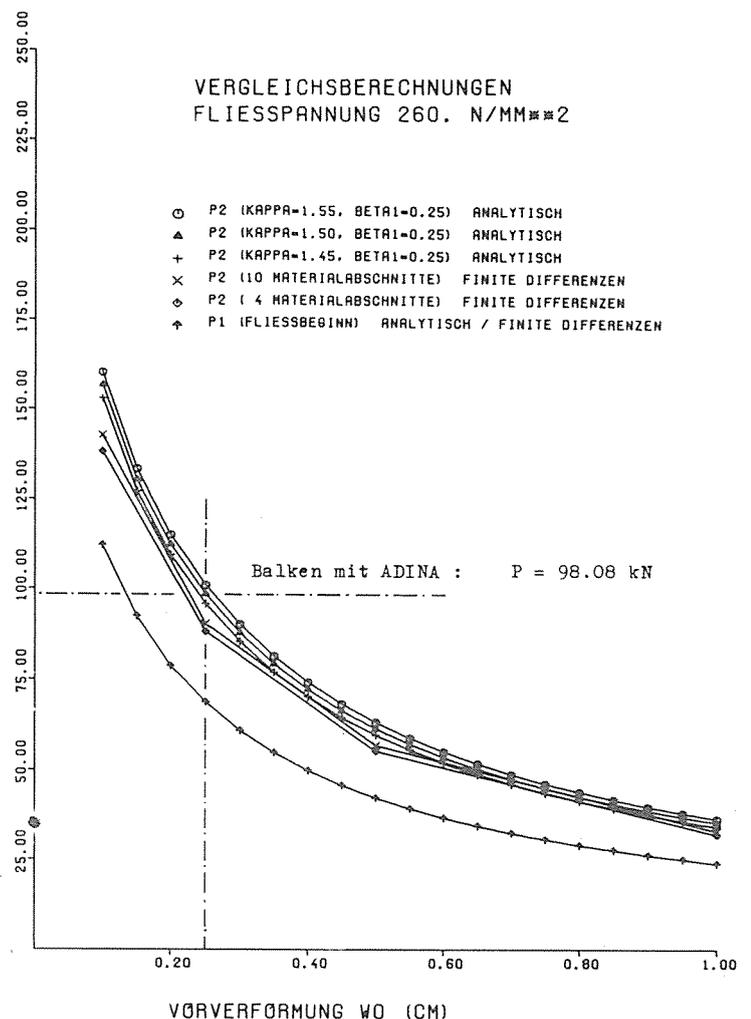
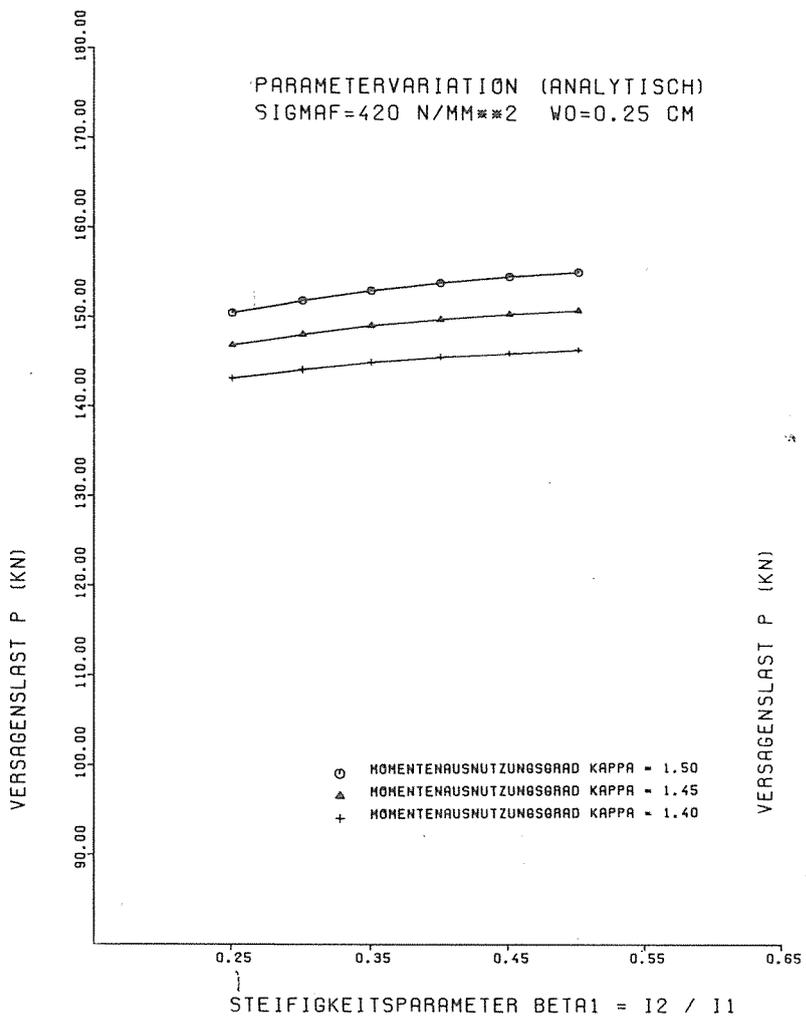
BEULFELD

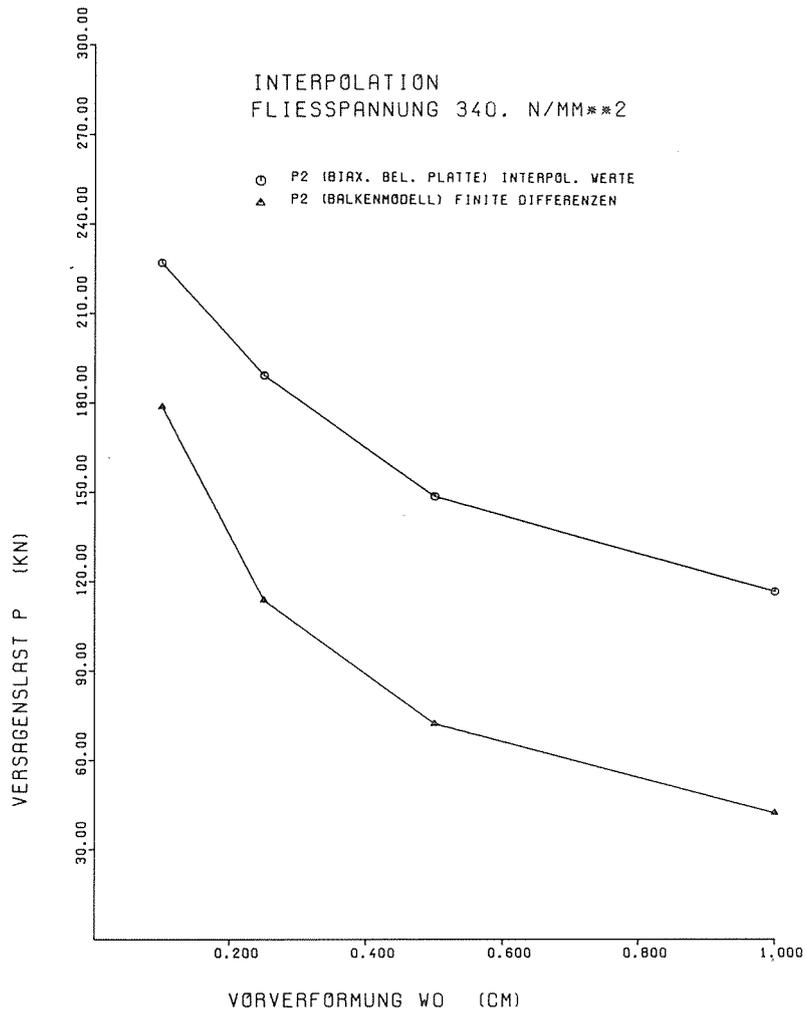
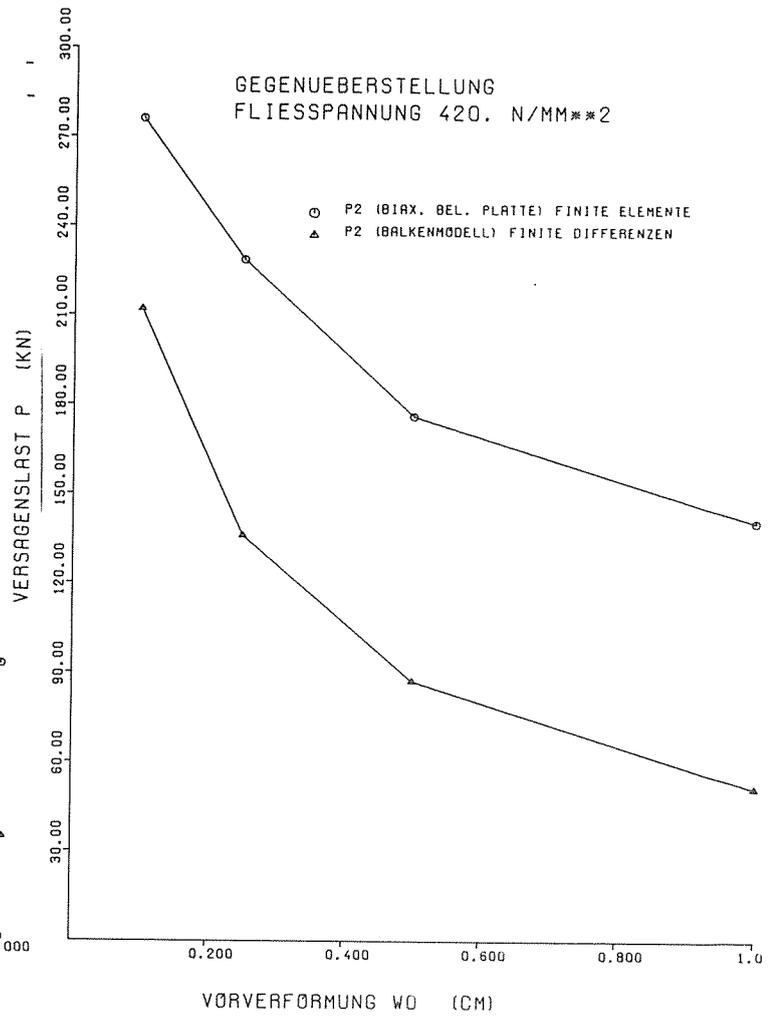
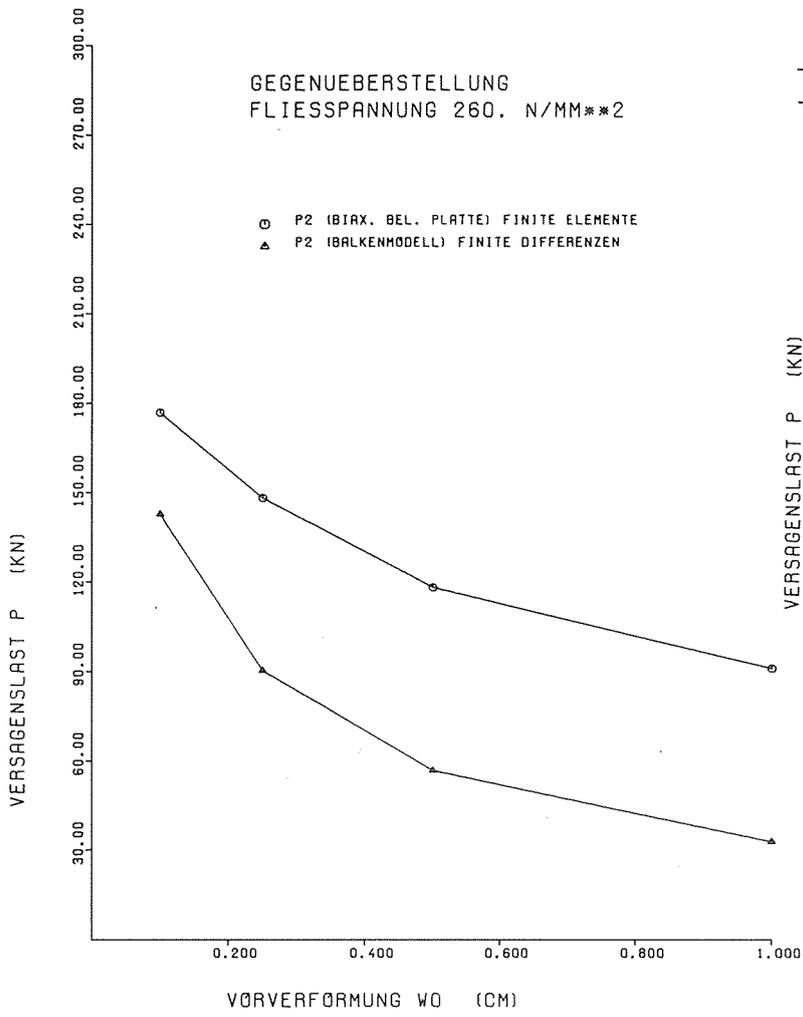


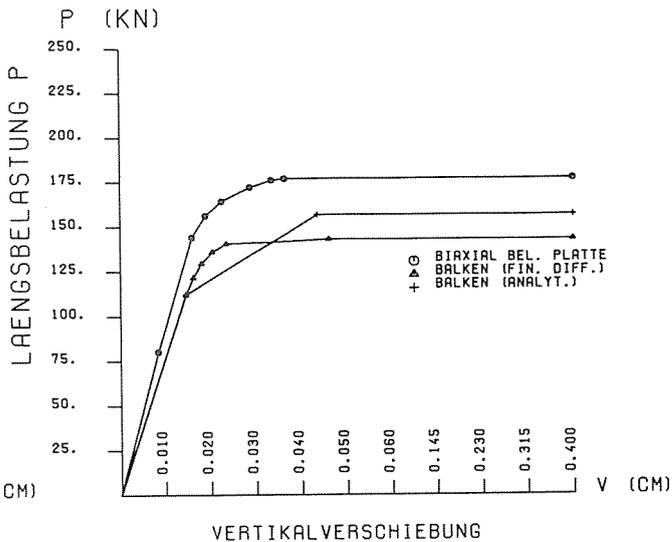
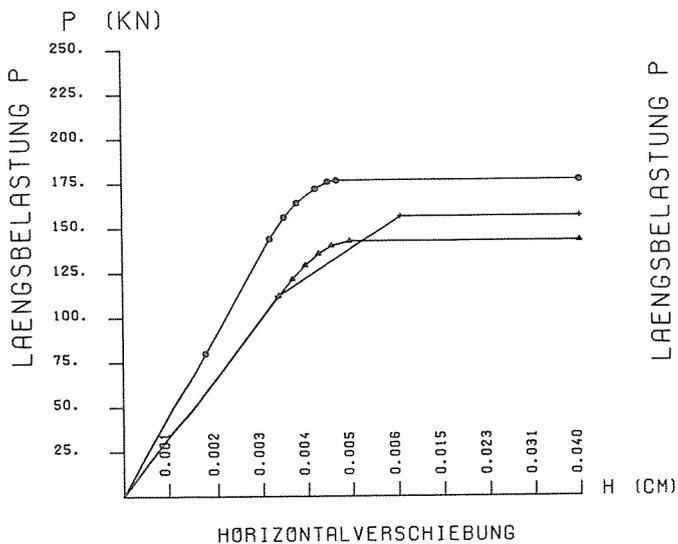
- MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.50
- ▲ MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.45
- + MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.40



- MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.50
- ▲ MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.45
- + MOMENTENAUSNUTZUNGSGRAD KAPPA = 1.40

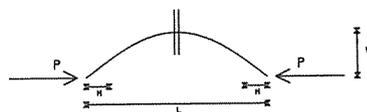




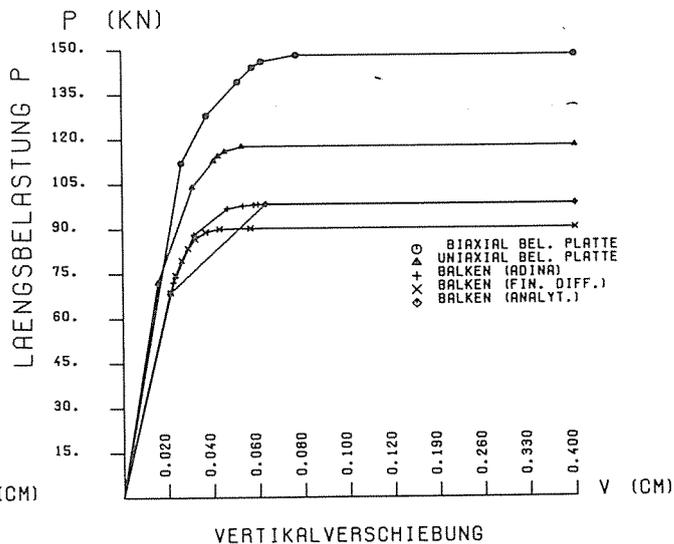
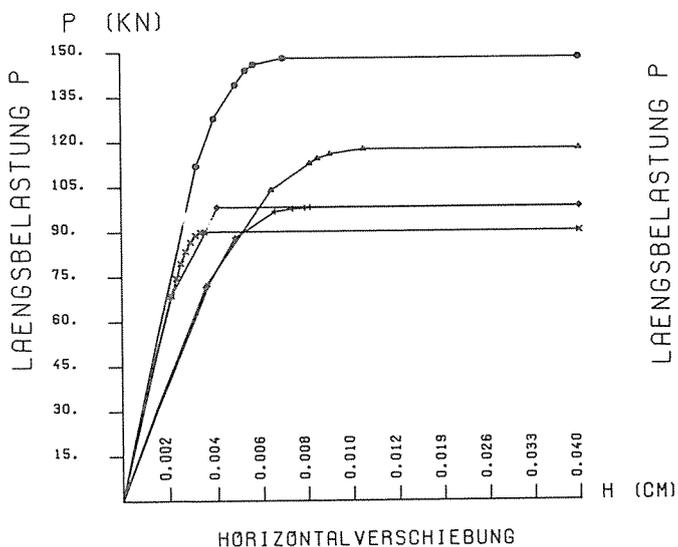


FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.10 CM  
 FLAECHEN 8. CM<sup>2</sup>

GEGENUEBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH

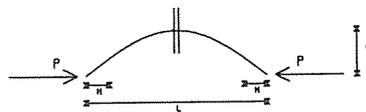


BEULFELD

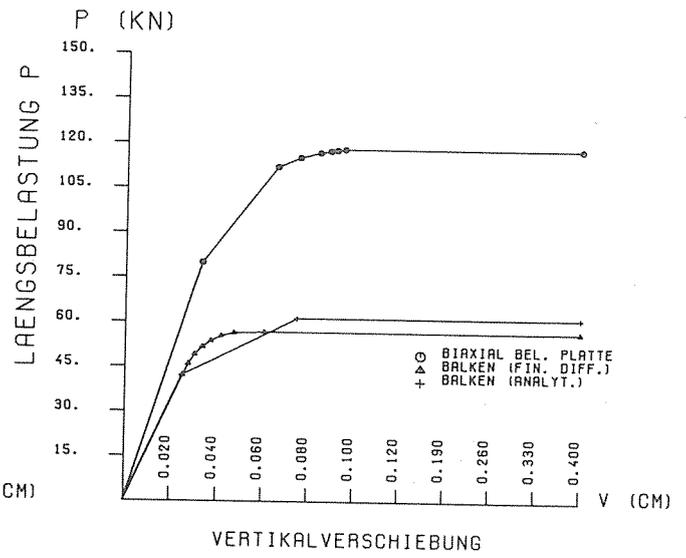
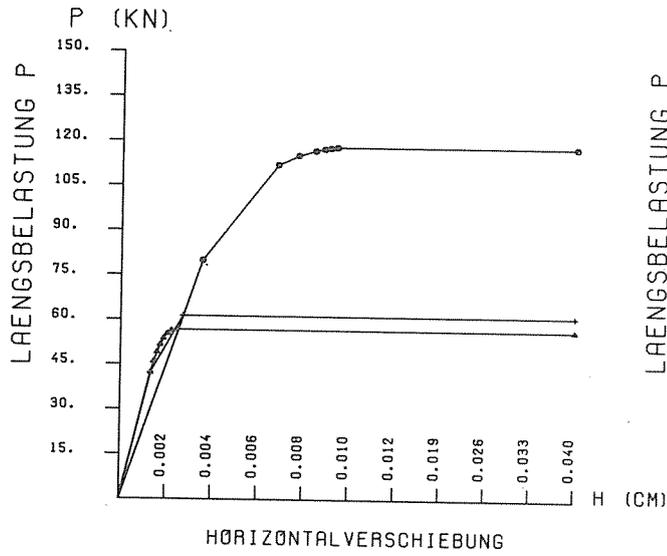


FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLAECHEN 8. CM<sup>2</sup>

GEGENUEBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH

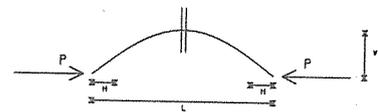


BEULFELD

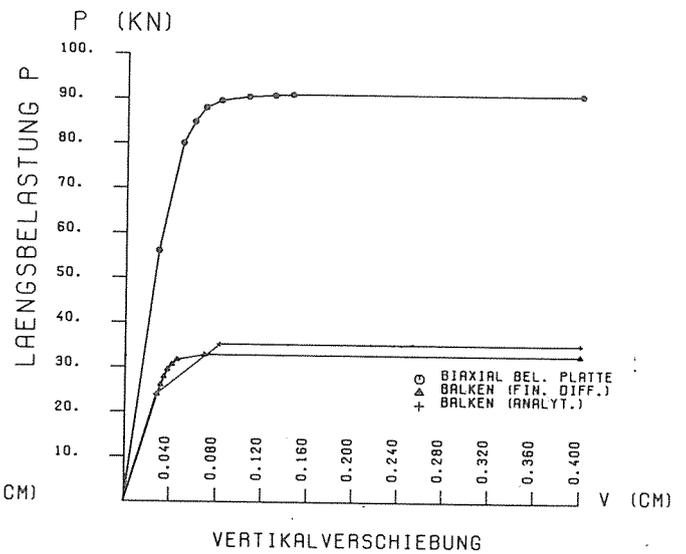
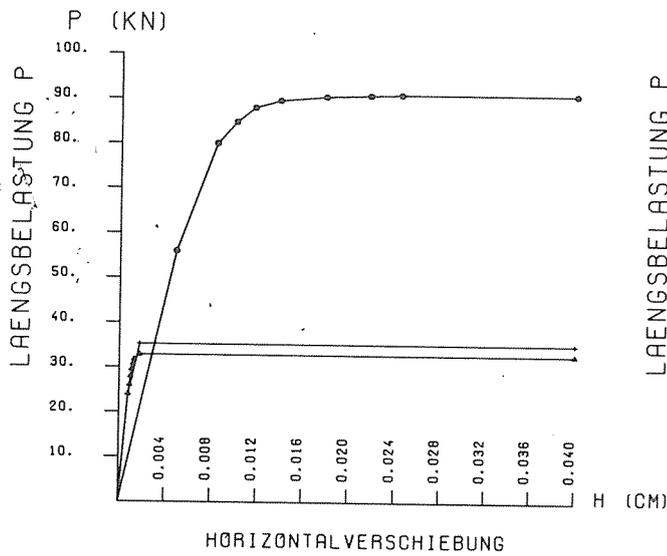


FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLÄNGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.50 CM  
 FLÄCHE 8. CM<sup>2</sup>

GEGENÜBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH

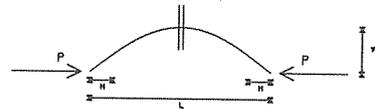


BEULFELD

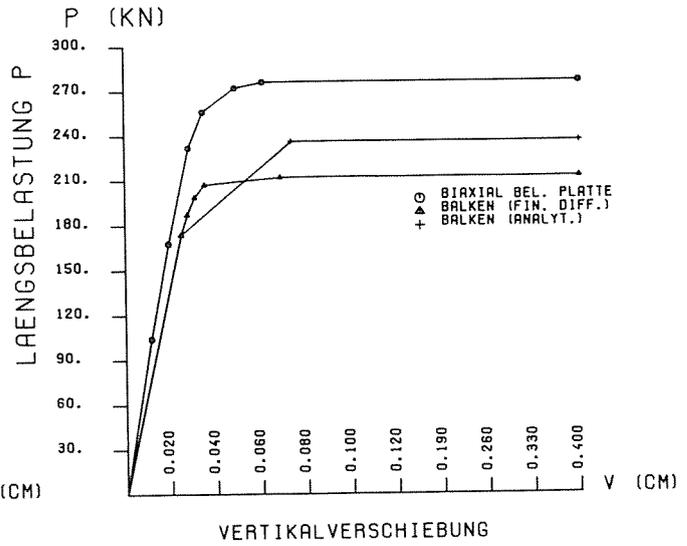
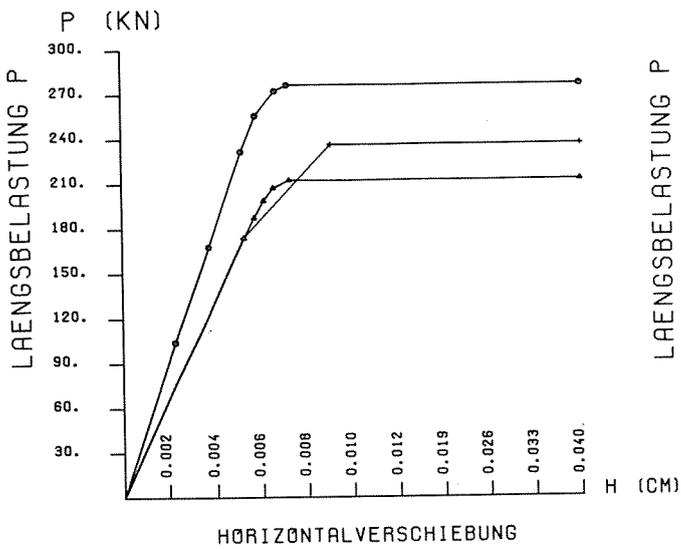


FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLÄNGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 1.00 CM  
 FLÄCHE 8. CM<sup>2</sup>

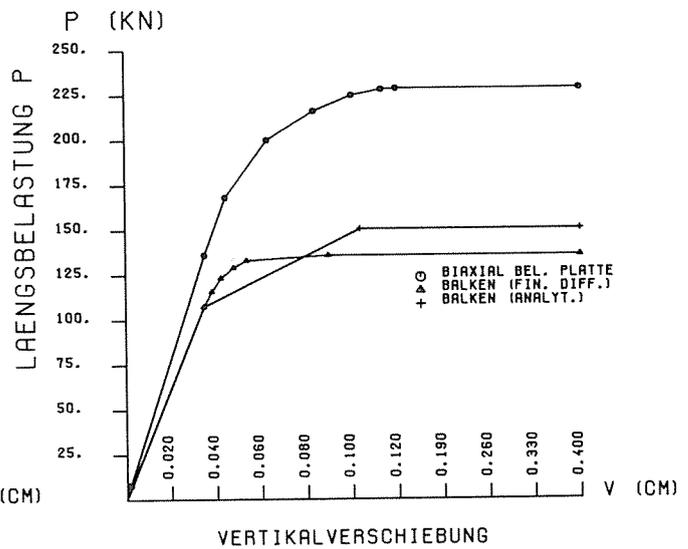
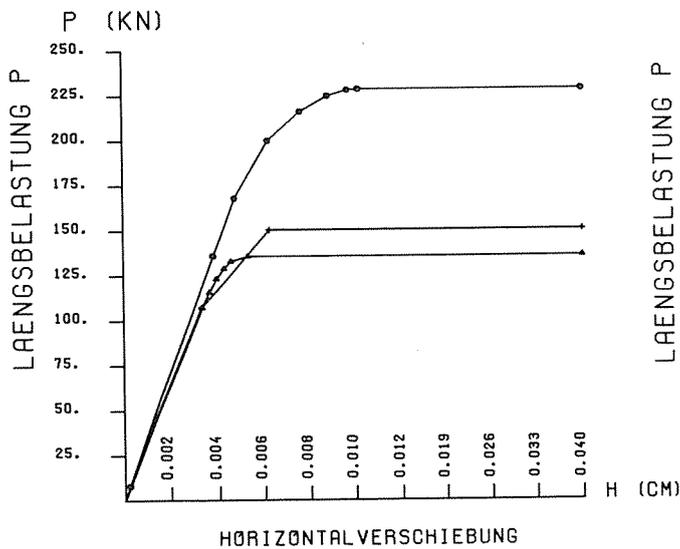
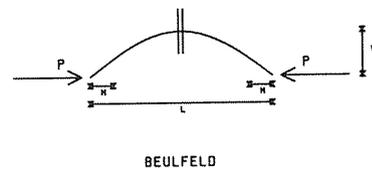
GEGENÜBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH



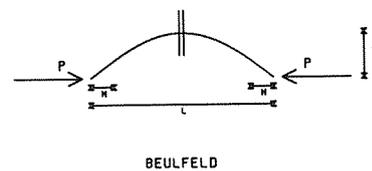
BEULFELD

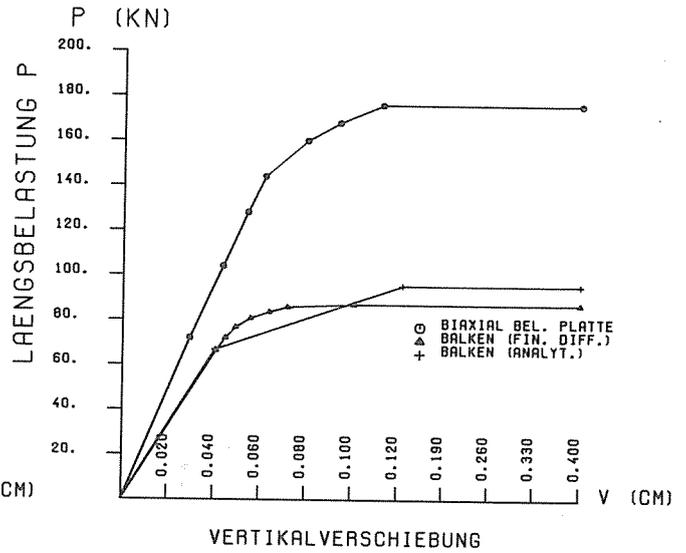
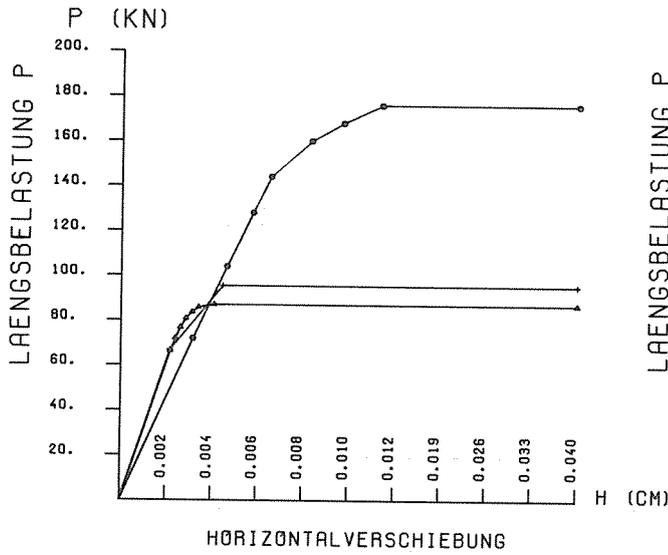


FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.10 CM  
 FLAECHEN 8. CM<sup>2</sup>  
 BEGEGNERBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH



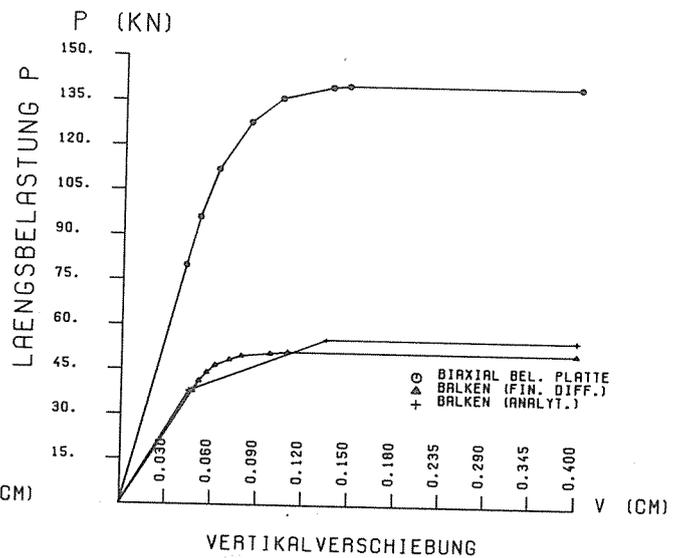
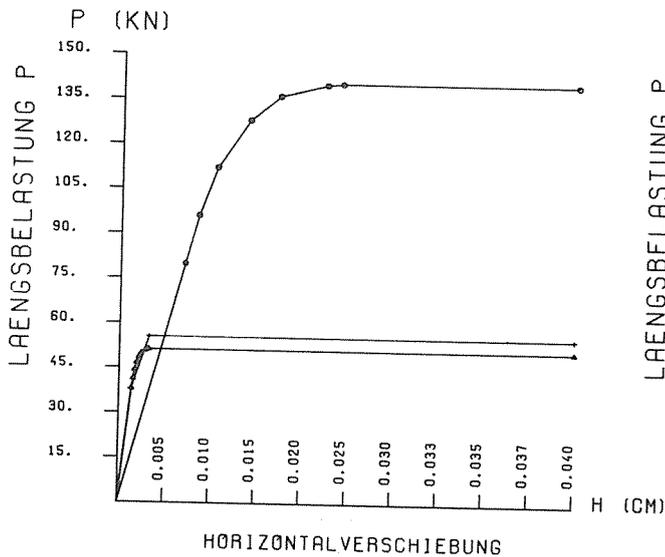
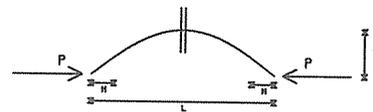
FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.25 CM  
 FLAECHEN 8. CM<sup>2</sup>  
 BEGEGNERBERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH





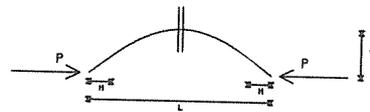
FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 0.50 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

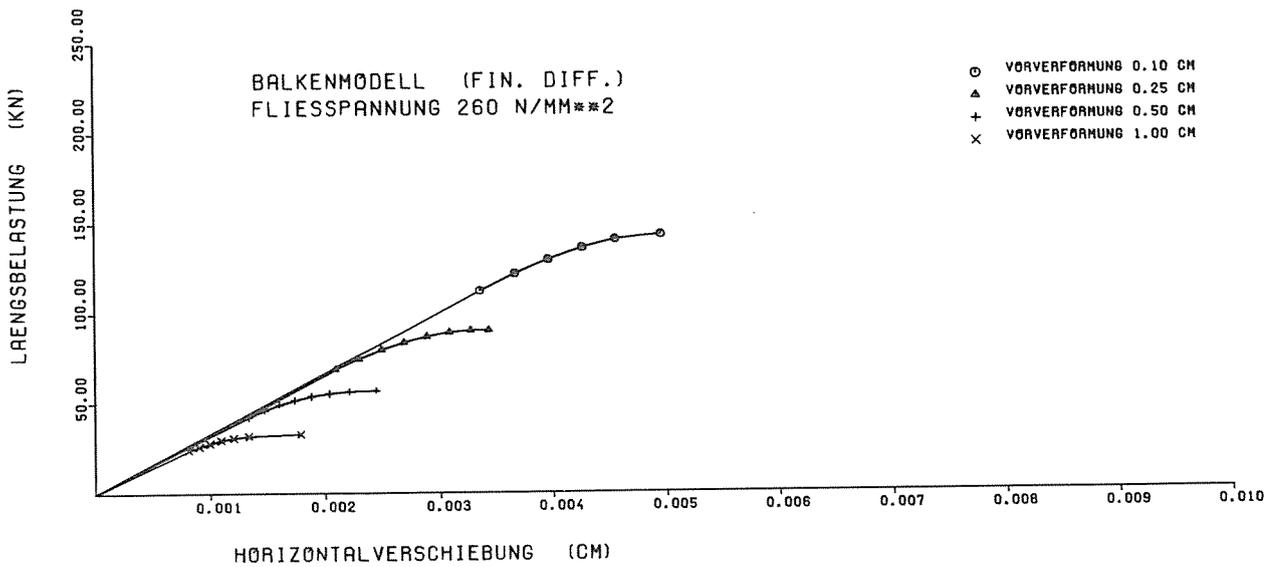
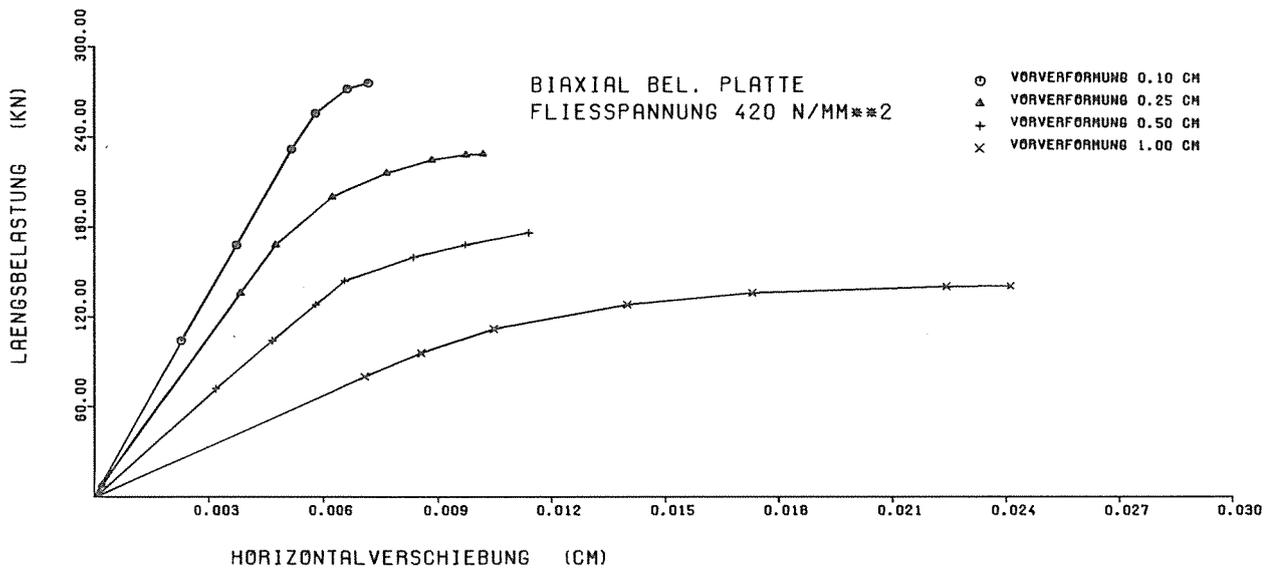
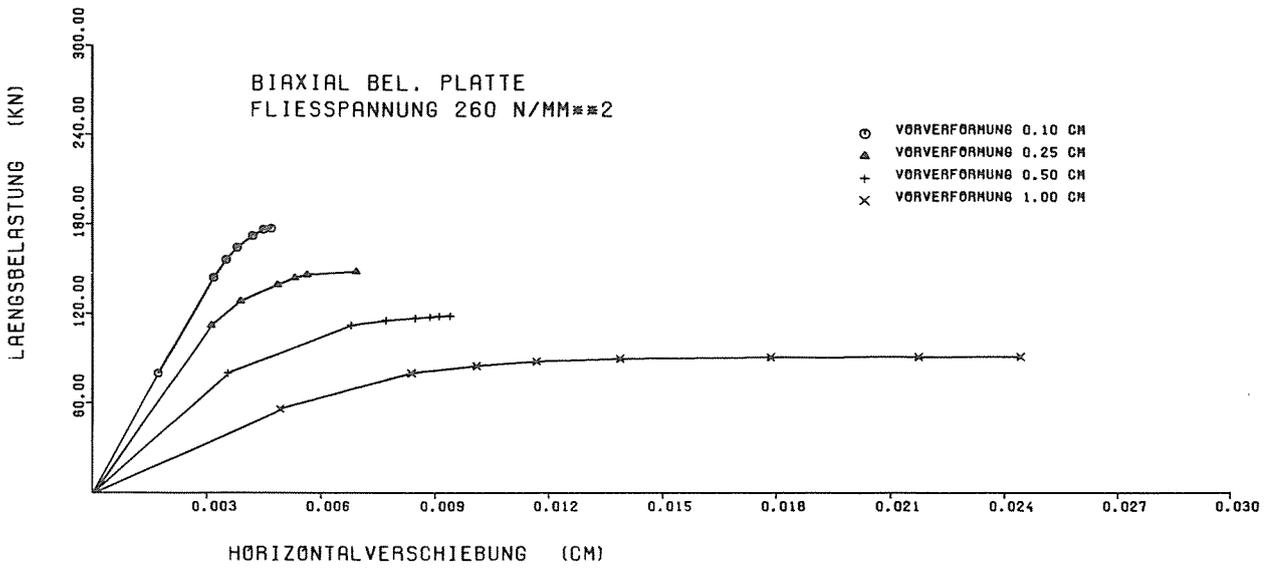
BEGEBUERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH

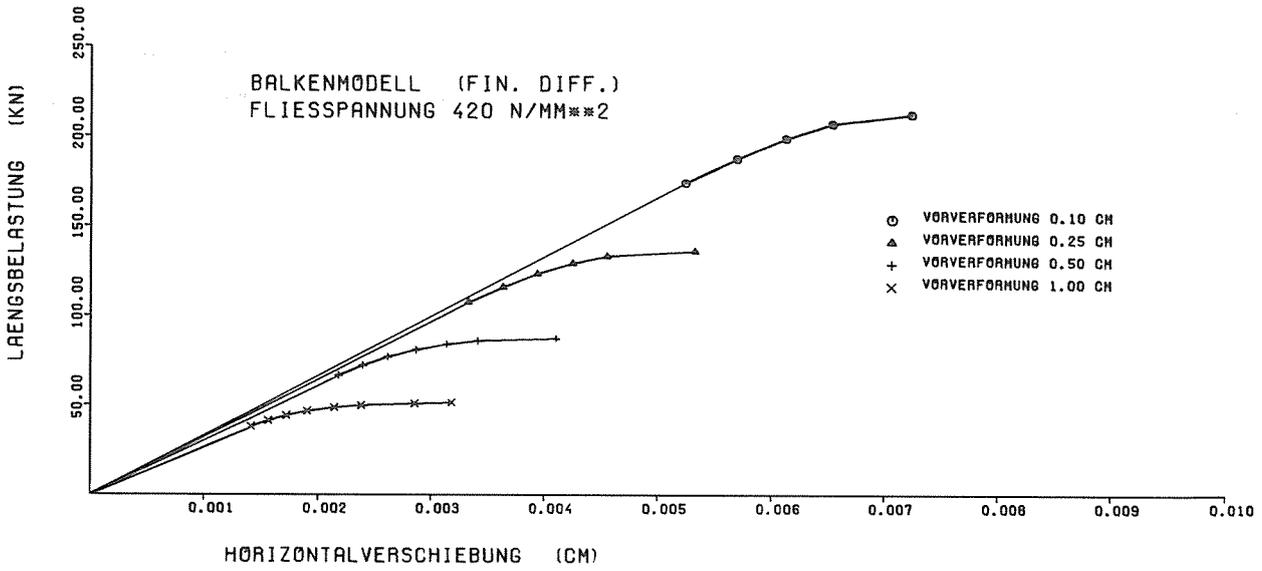
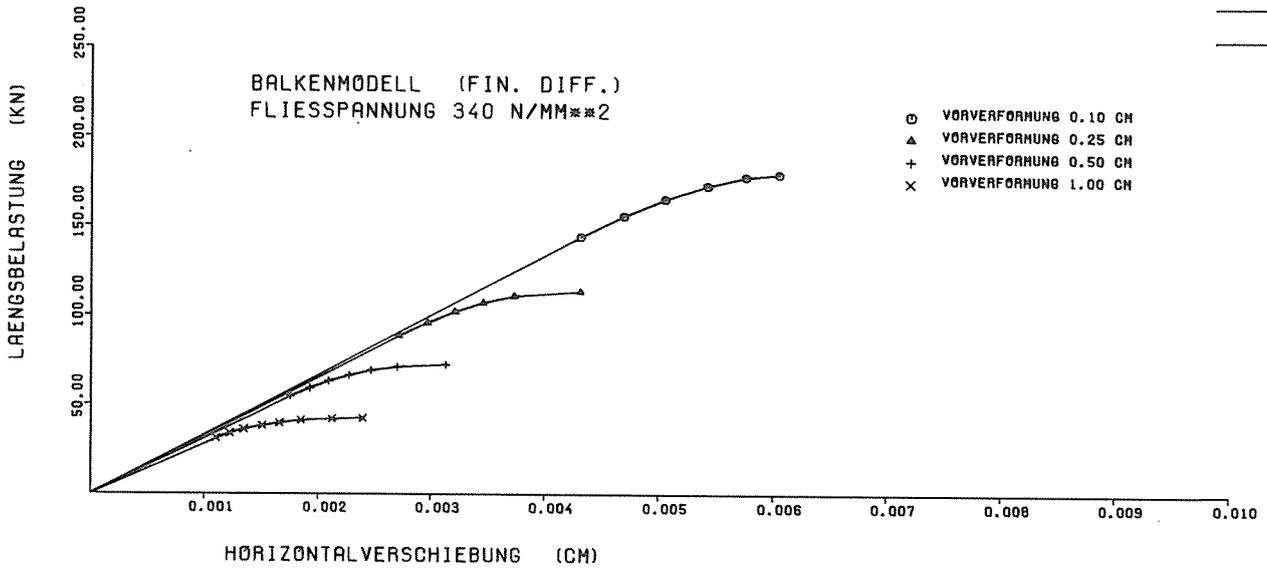


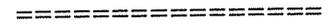
FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG  
 DES BEULFELDES 1.00 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>

BEGEBUERSTELLUNG VERSCHIEDENER MODELLE  
 FINITE ELEMENTE / FINITE DIFFERENZEN / ANALYTISCH



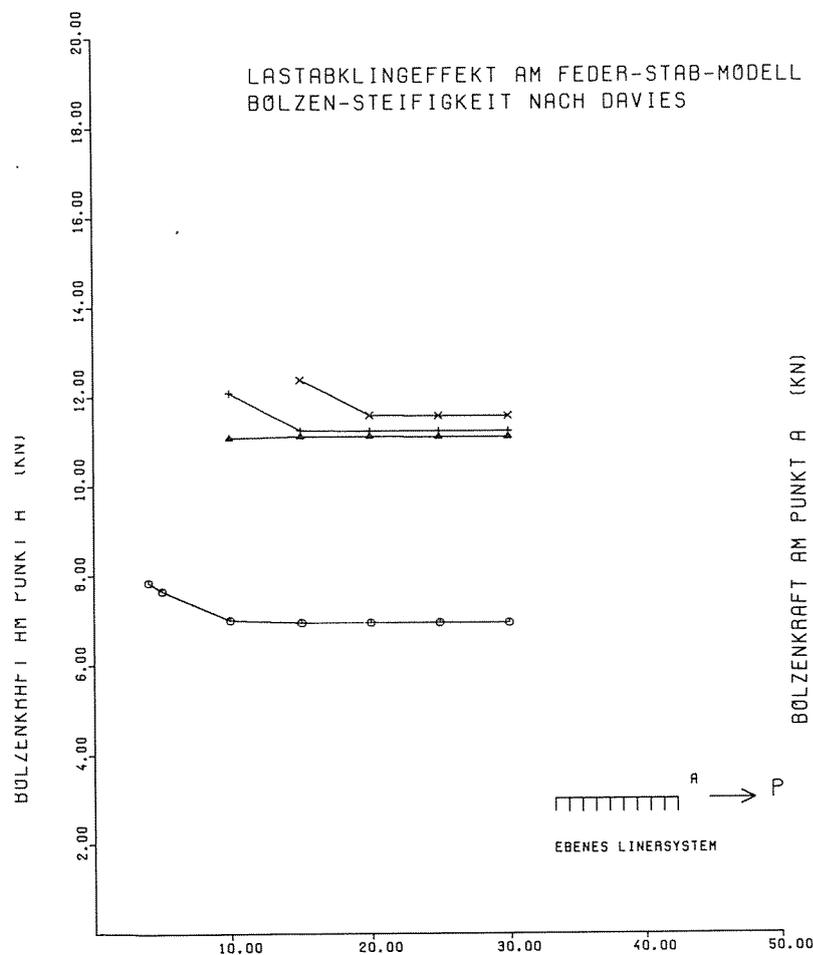






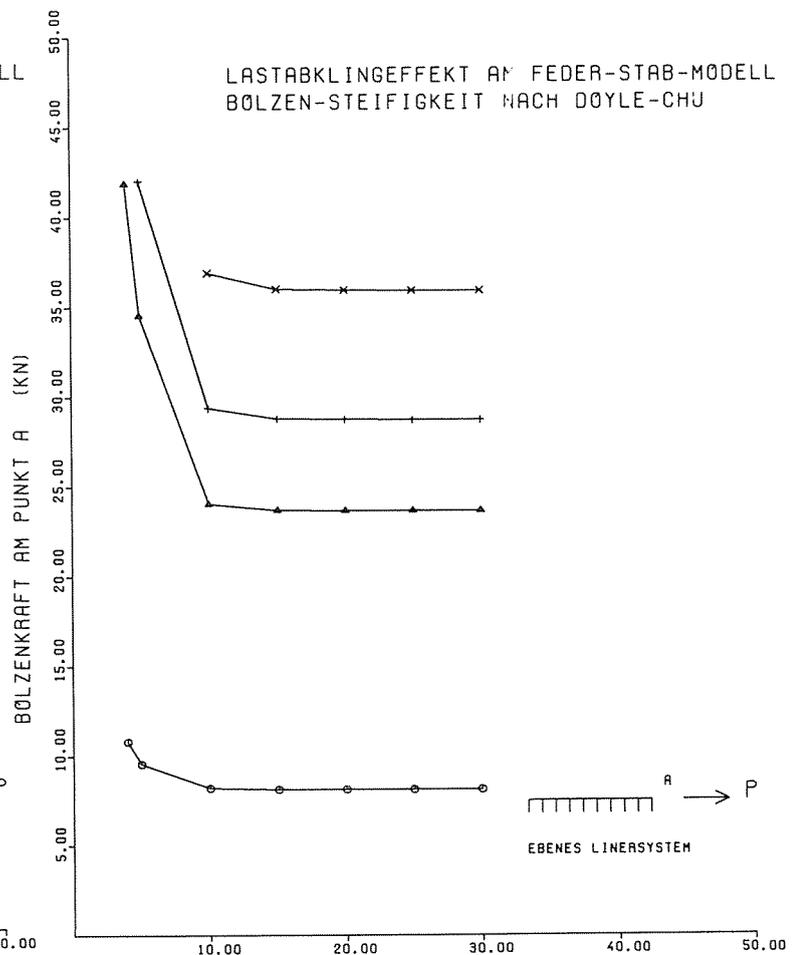
Detailergebnisse für das "ebene" Linersystem

In diesem Anhang werden die Detailergebnisse der parametrischen Untersuchungen zum "ebenen" Linersystem zusammengefaßt. Zur besseren Übersichtlichkeit werden die Punkte des Gutachtens noch einmal angegeben.



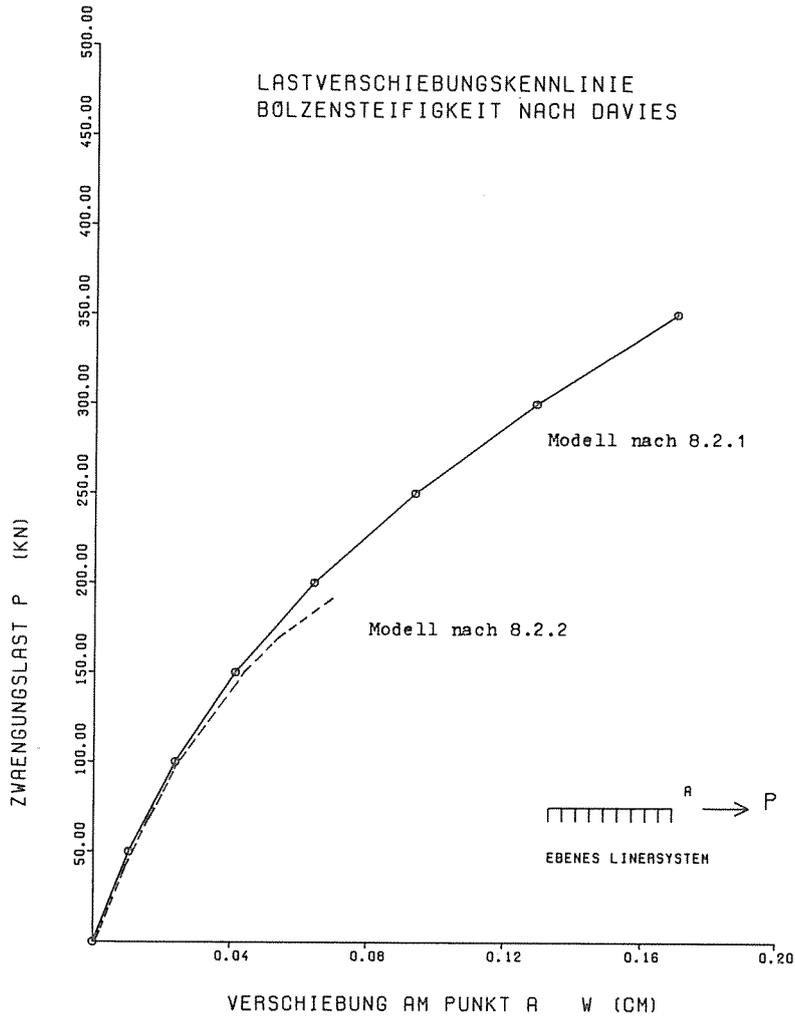
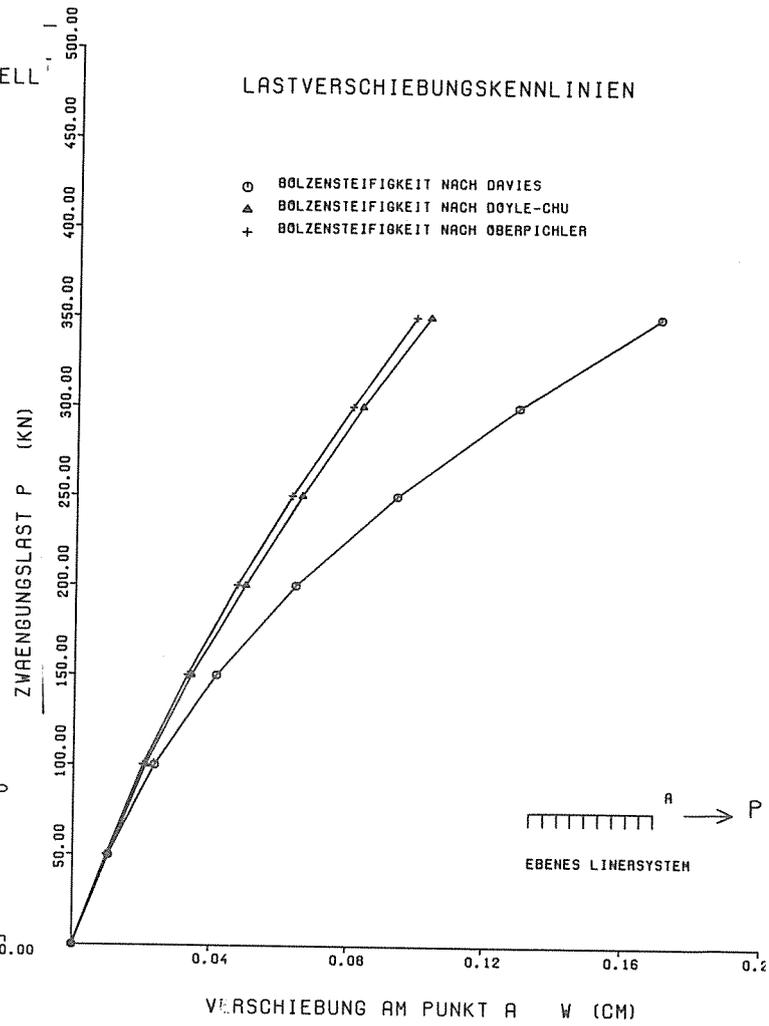
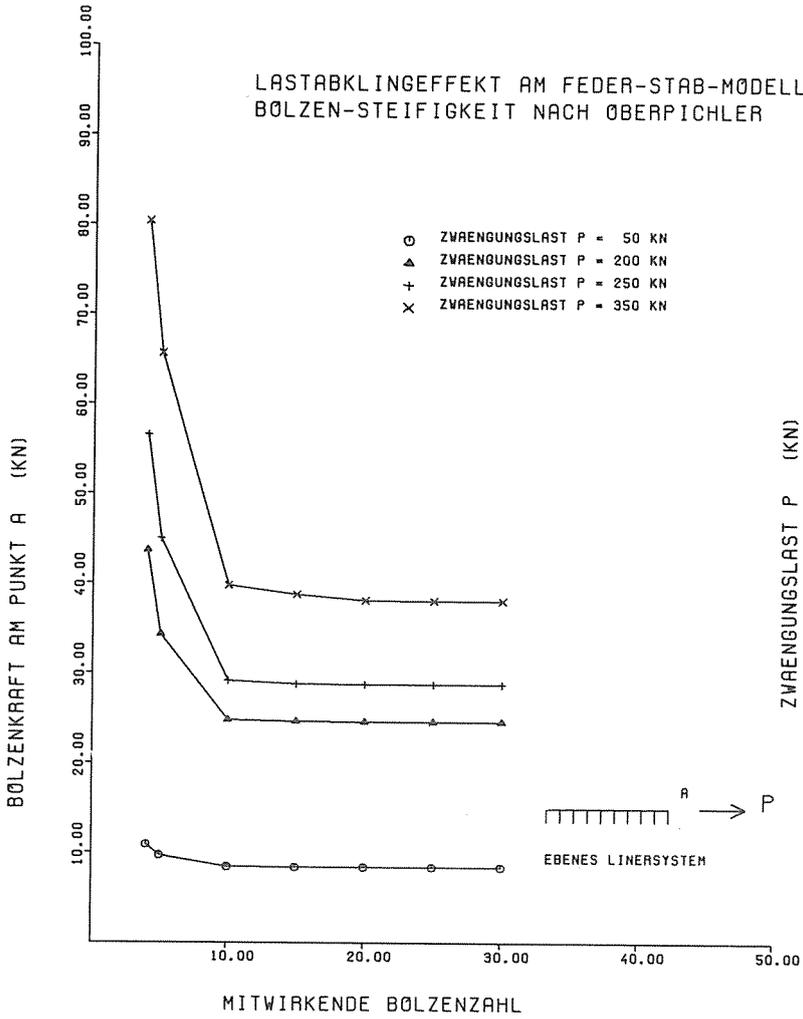
MITWIRKENDE BÖLZENZAHL

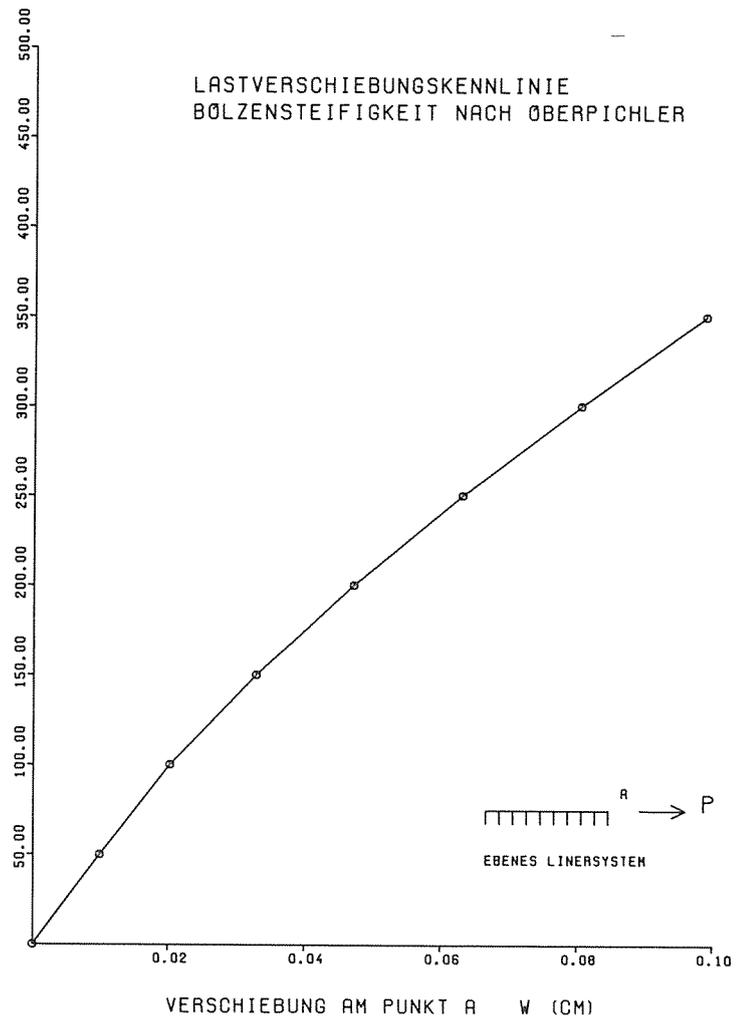
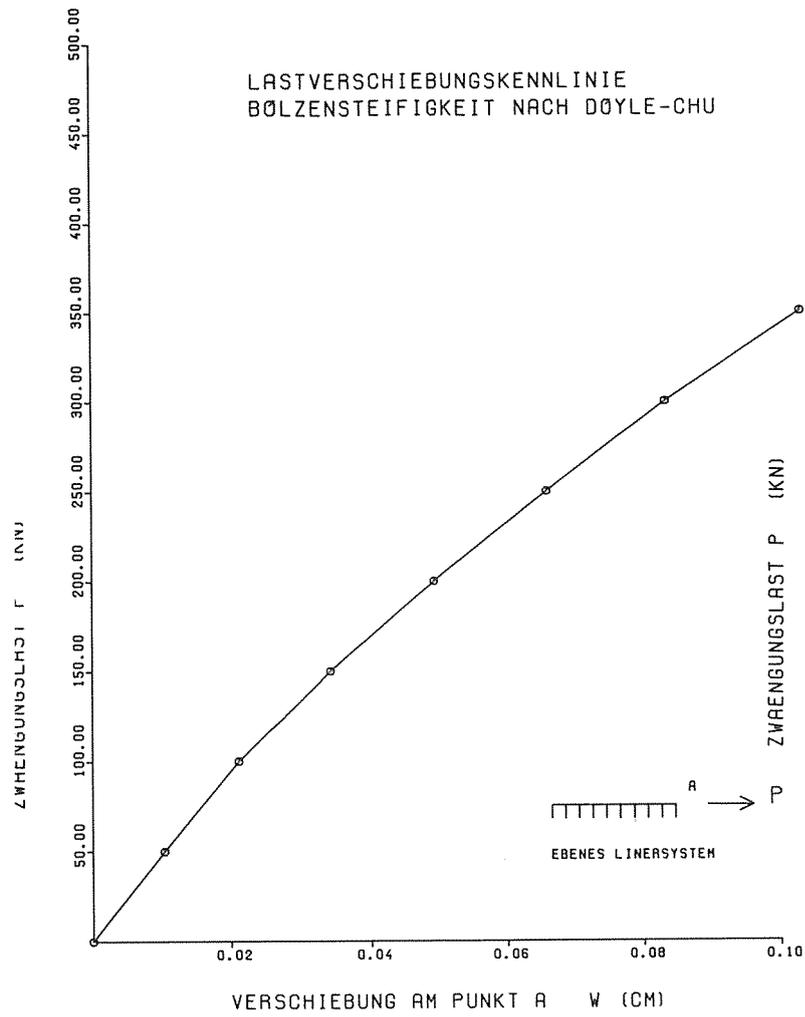
- ZWÄNGUNGSLAST P = 50 KN
- △ ZWÄNGUNGSLAST P = 200 KN
- + ZWÄNGUNGSLAST P = 250 KN
- × ZWÄNGUNGSLAST P = 350 KN



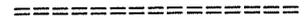
MITWIRKENDE BÖLZENZAHL

- ZWÄNGUNGSLAST P = 50 KN
- △ ZWÄNGUNGSLAST P = 200 KN
- + ZWÄNGUNGSLAST P = 250 KN
- × ZWÄNGUNGSLAST P = 350 KN





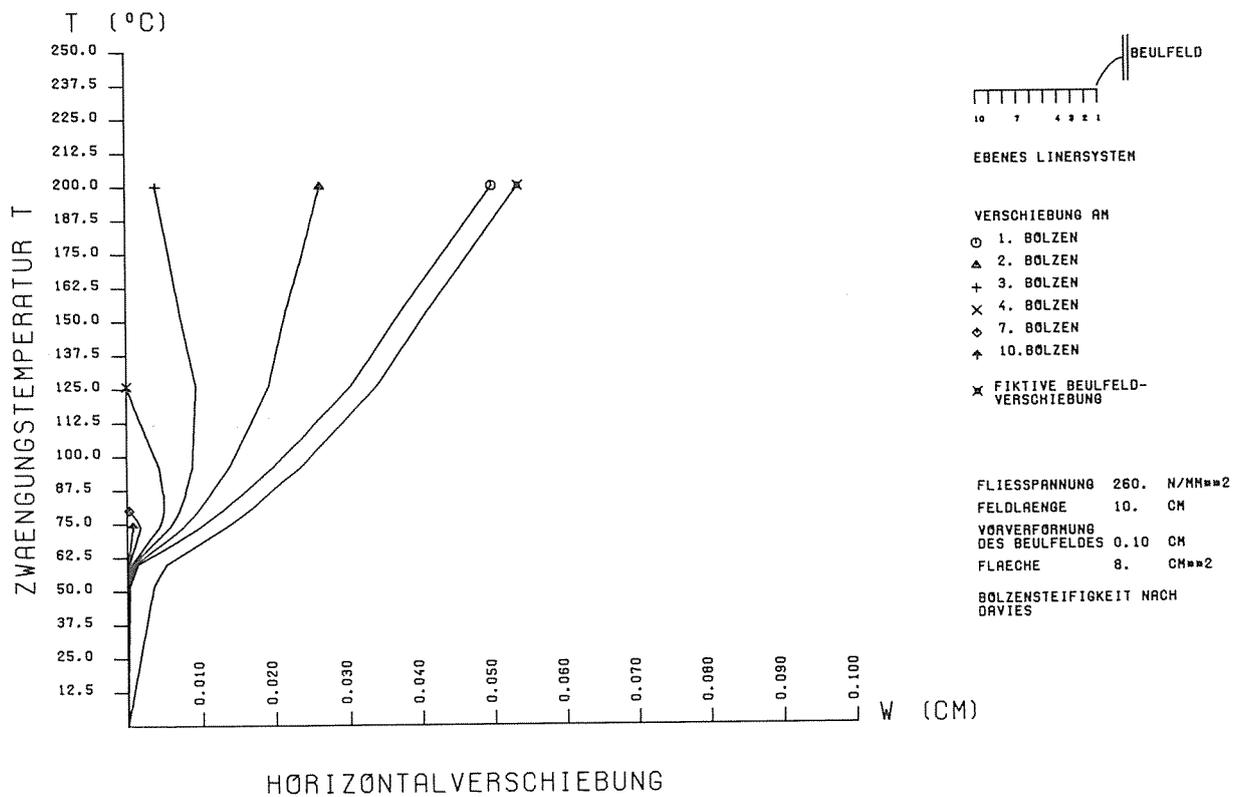


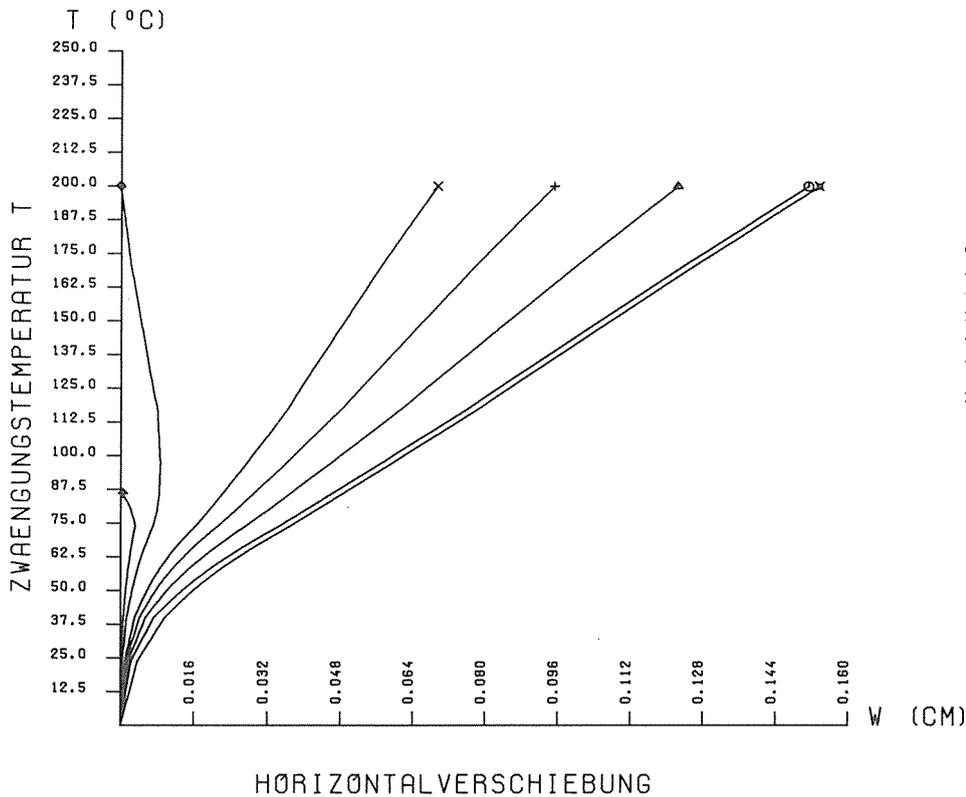
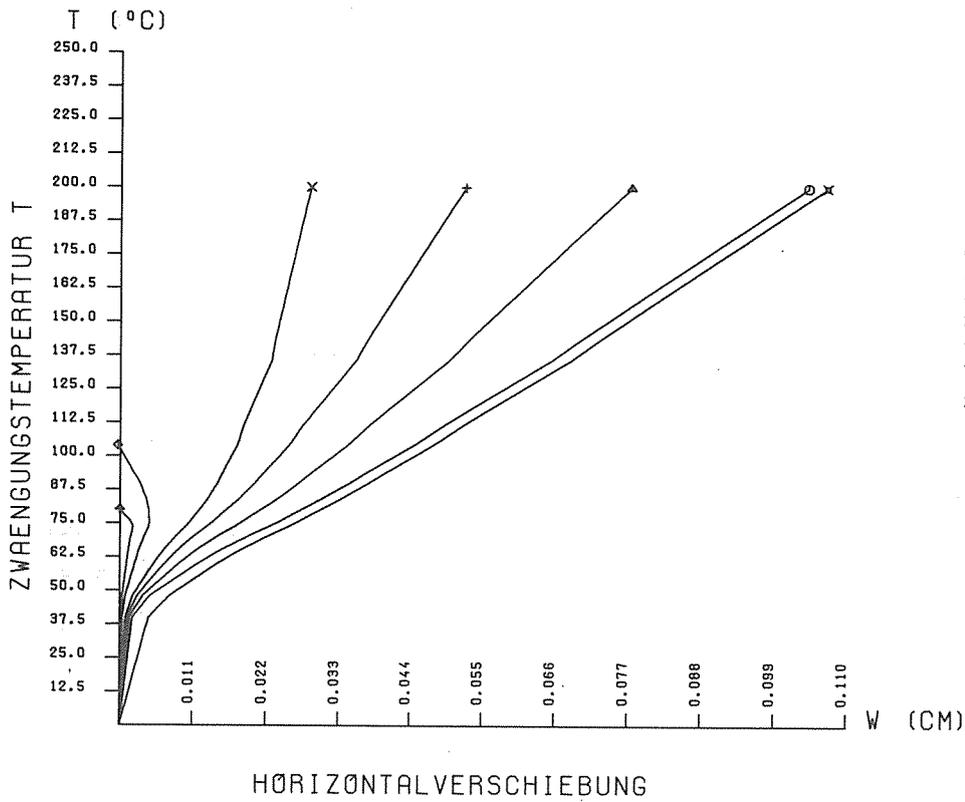


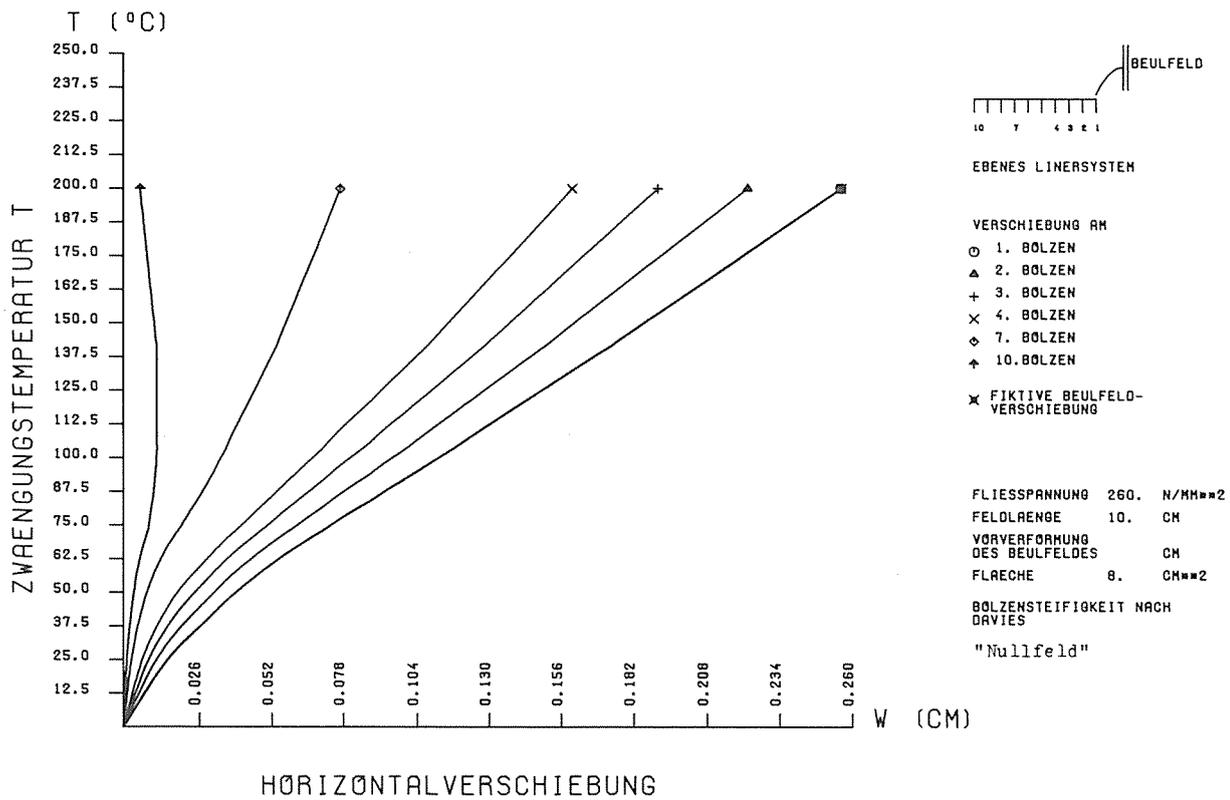
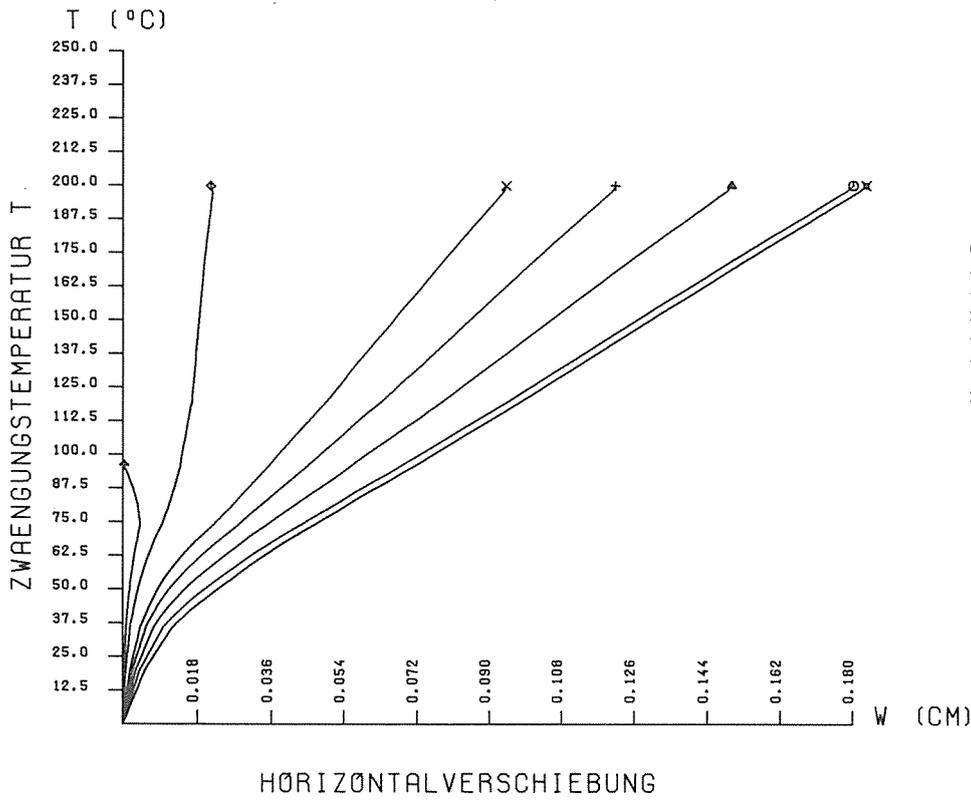
Detailergebnisse für das Gesamtsystem

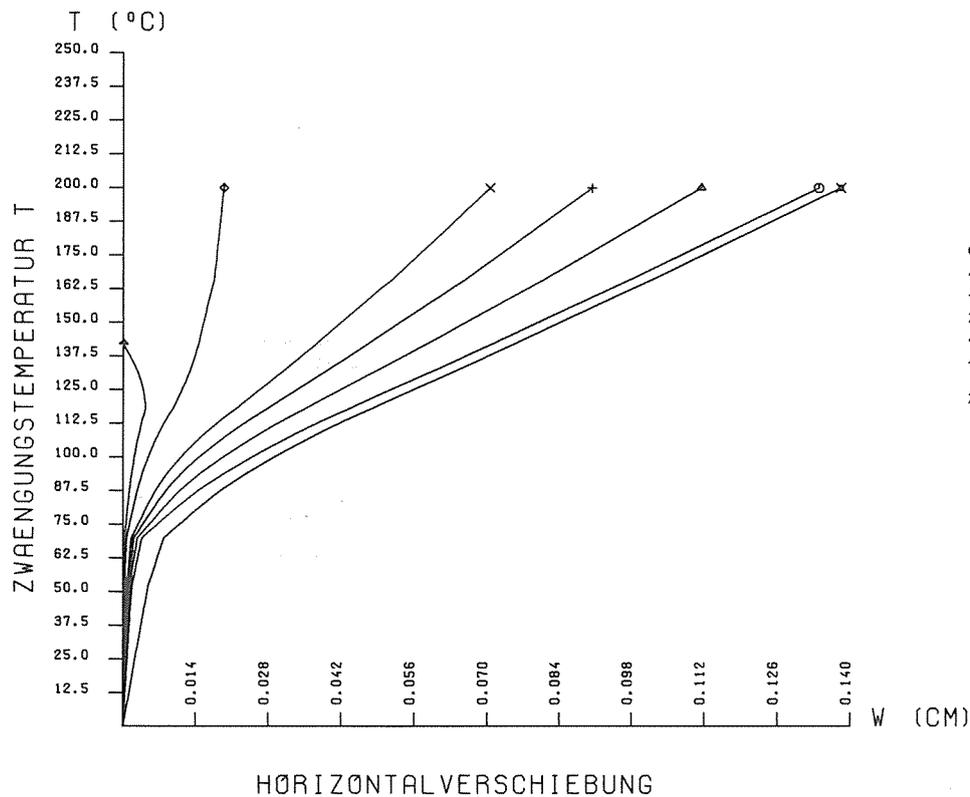
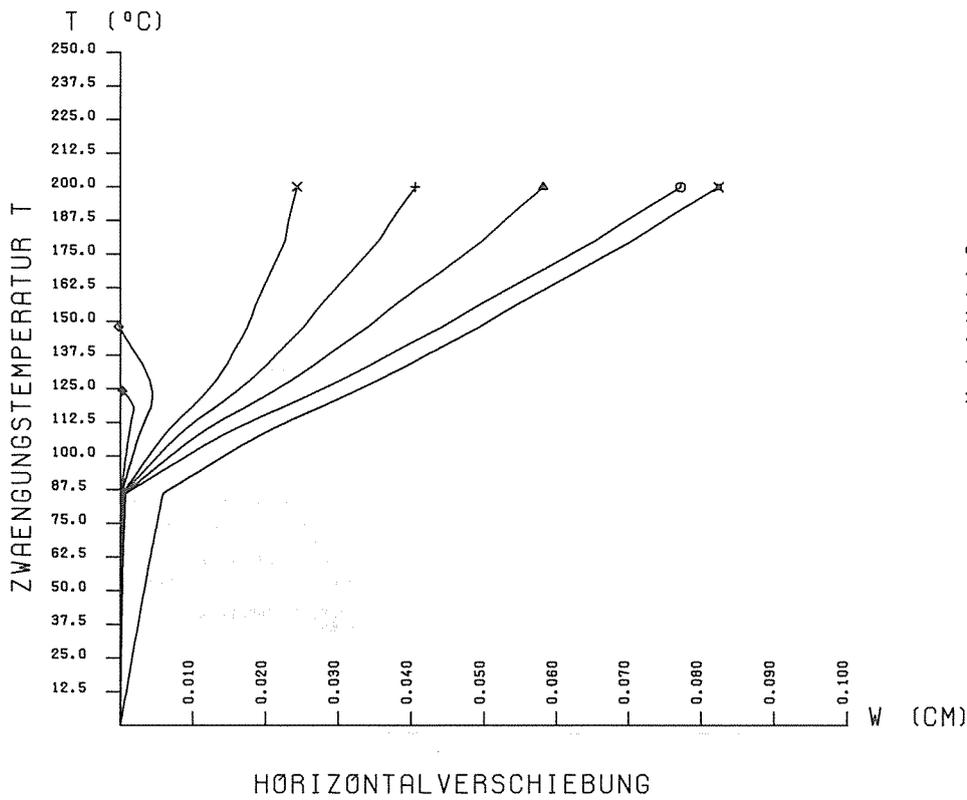
---

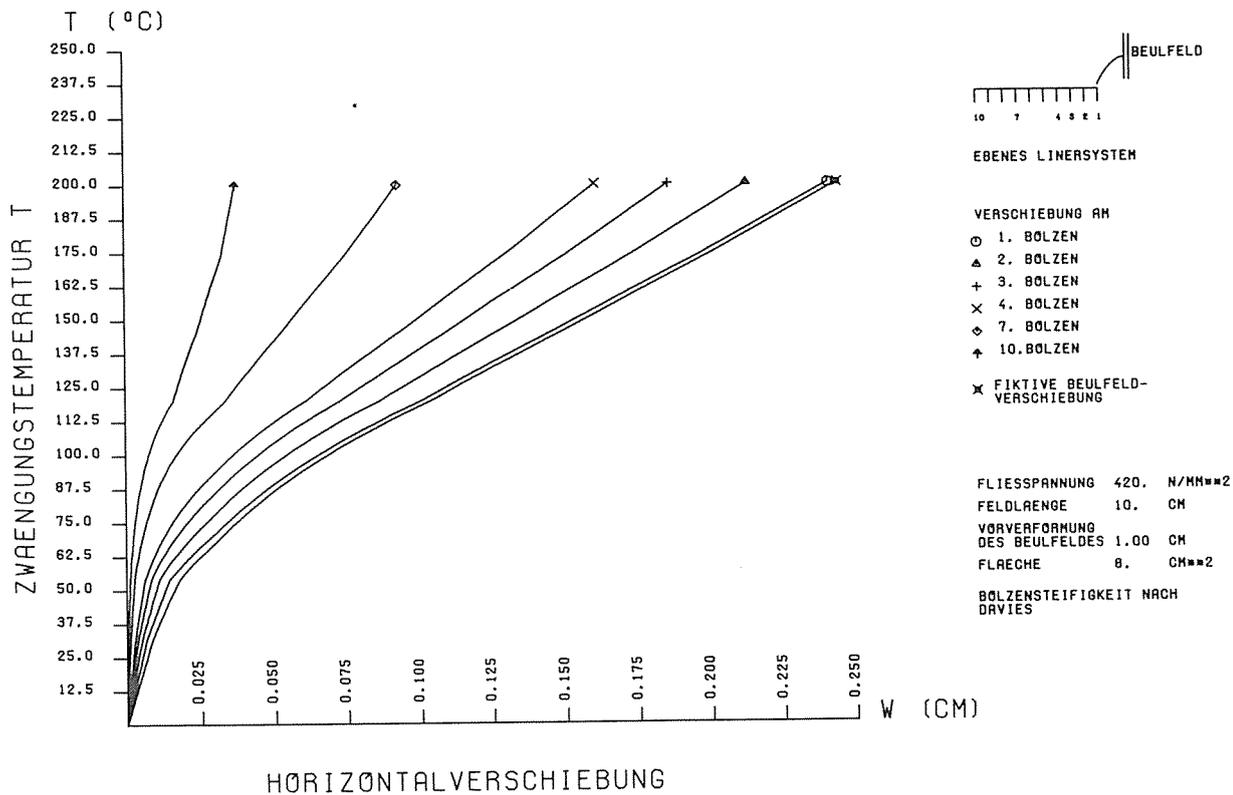
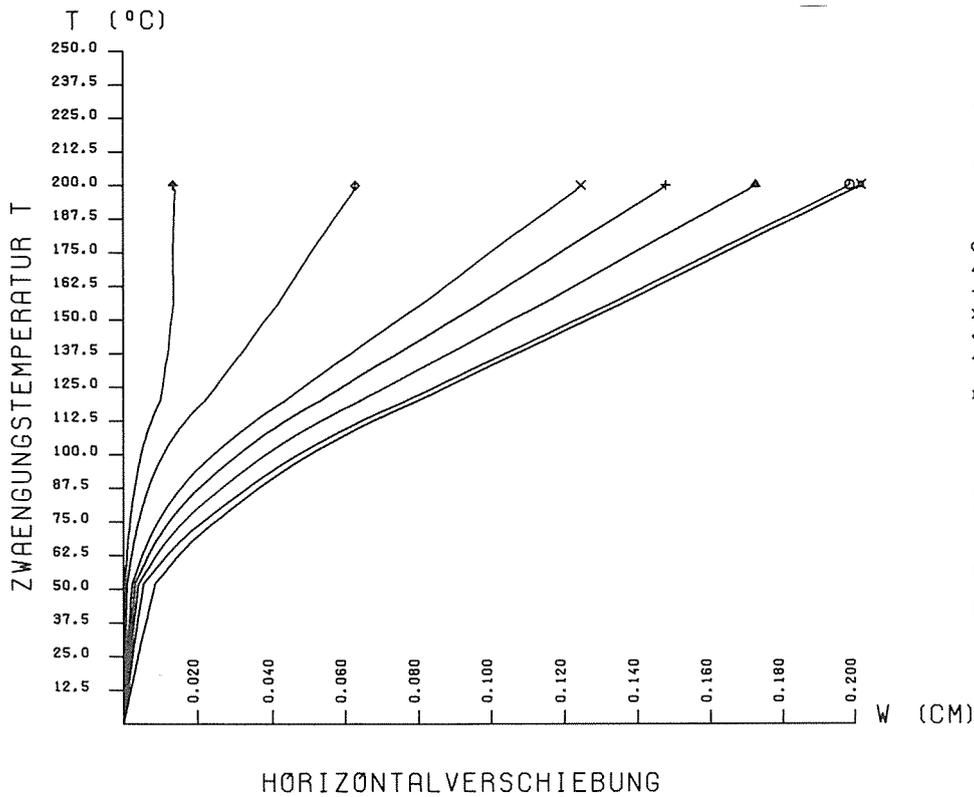
In diesem Anhang werden die Detailergebnisse der parametrischen Untersuchungen zum Gesamtlinersystem zusammengefaßt. Zur besseren Übersichtlichkeit werden die Punkte des Gutachtens noch einmal angegeben.

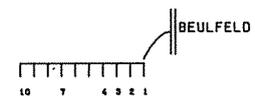
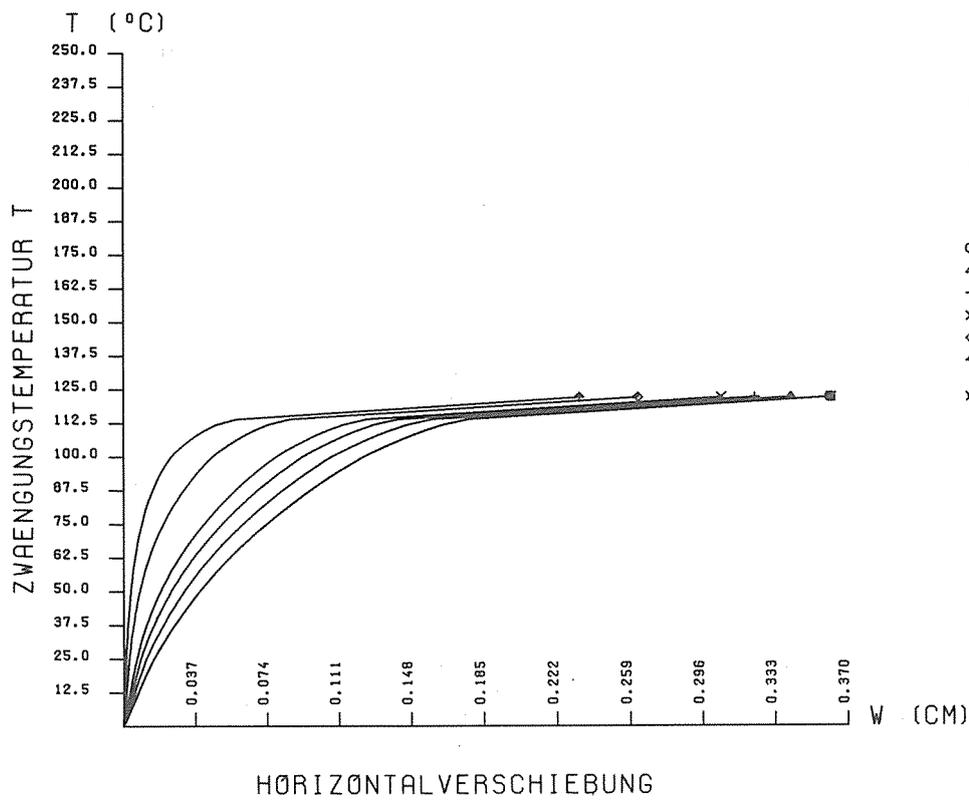












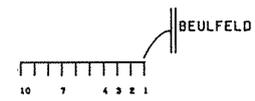
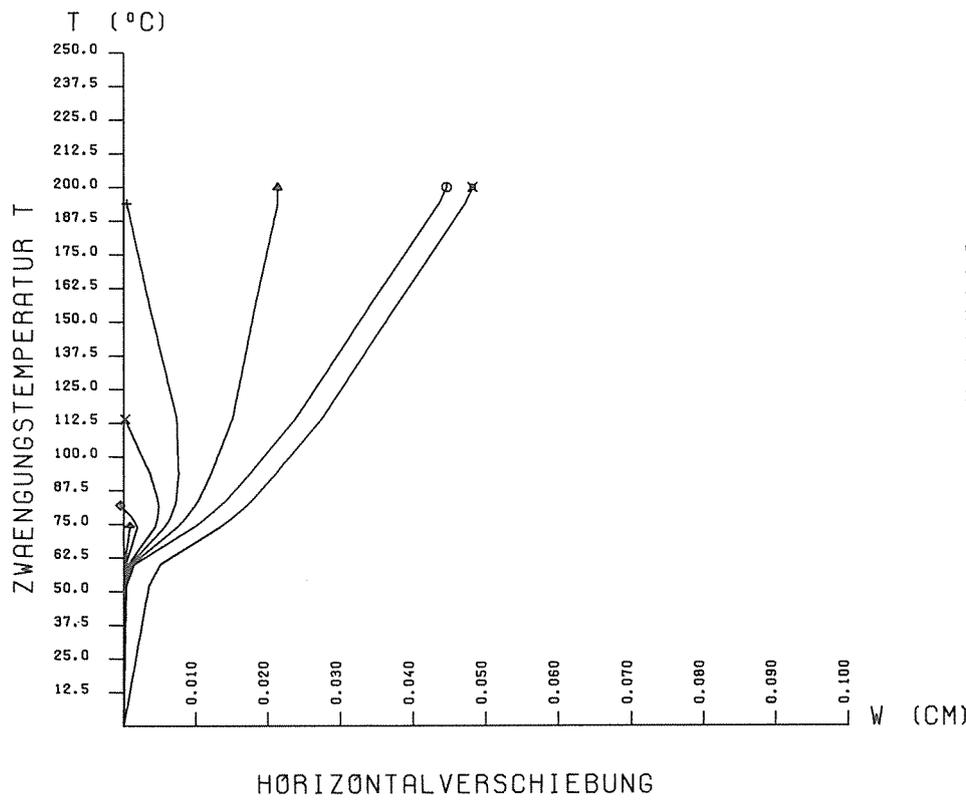
EBENES LINERSYSTEM

VERSCHIEBUNG AM

- 1. BOLZEN
- △ 2. BOLZEN
- + 3. BOLZEN
- × 4. BOLZEN
- ◇ 7. BOLZEN
- ♣ 10. BOLZEN

× FIKTIVE BEULFELD-VERSCHIEBUNG

FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>  
 BOLZENSTEIFIGKEIT NACH DAVIES  
 "Nullfeld"



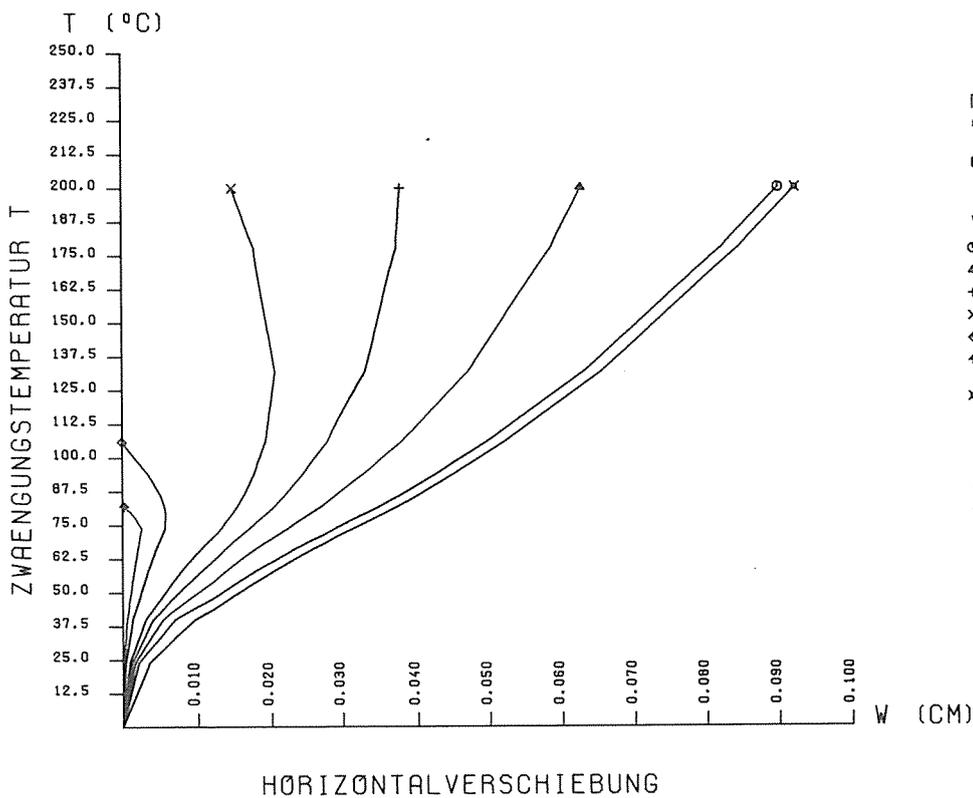
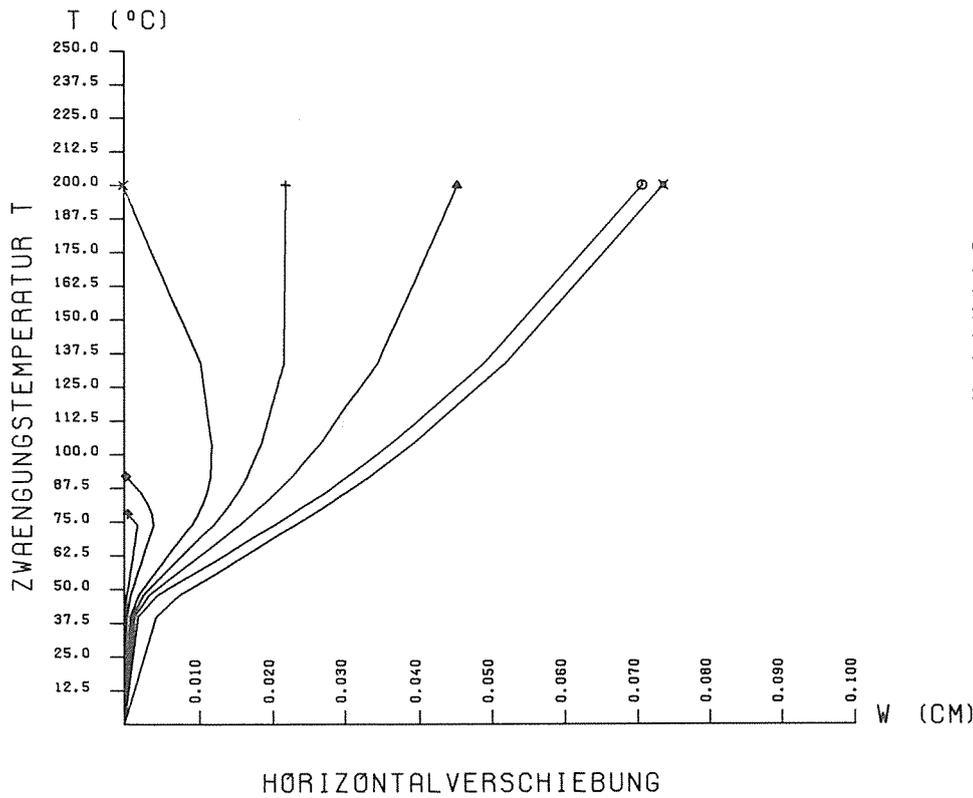
EBENES LINERSYSTEM

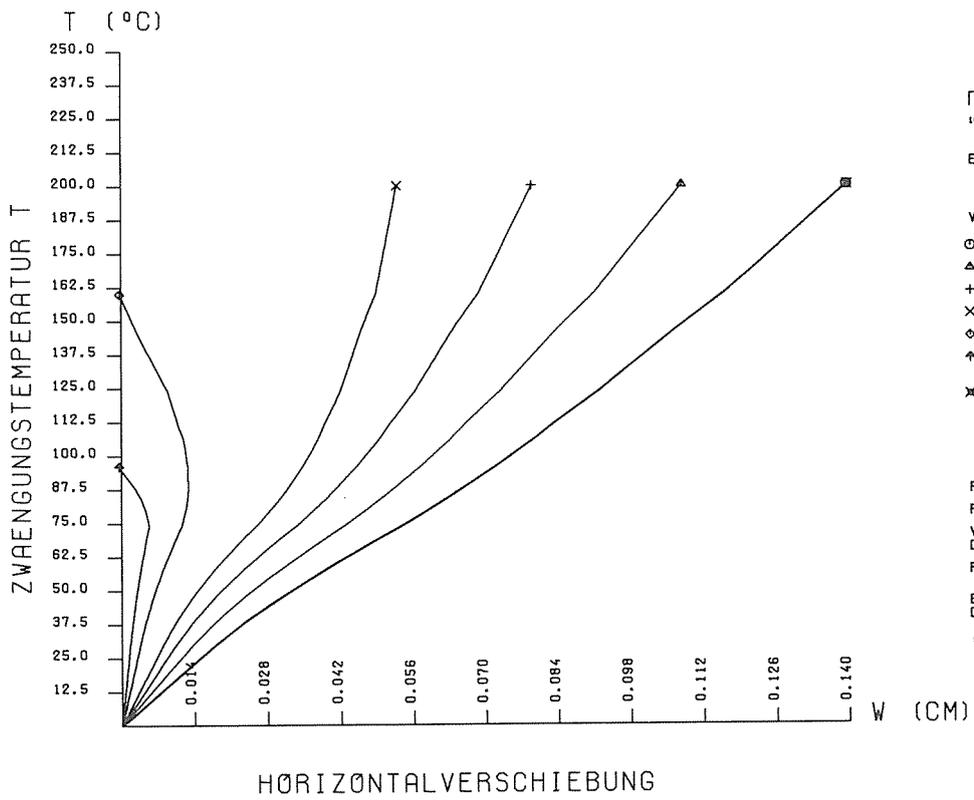
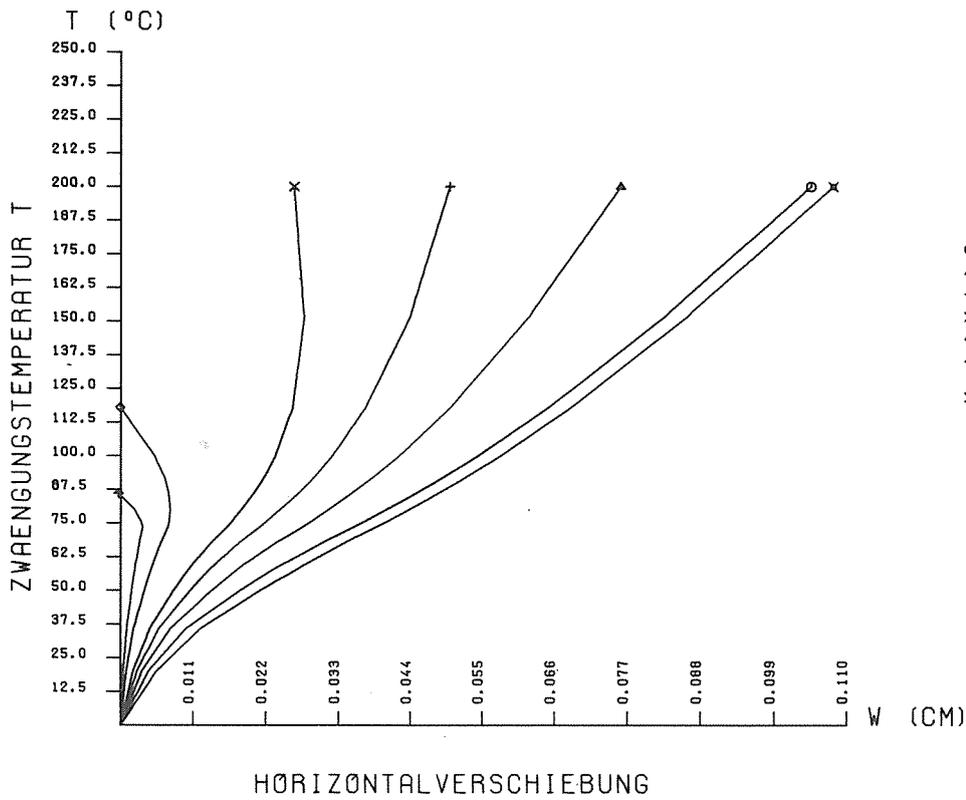
VERSCHIEBUNG AM

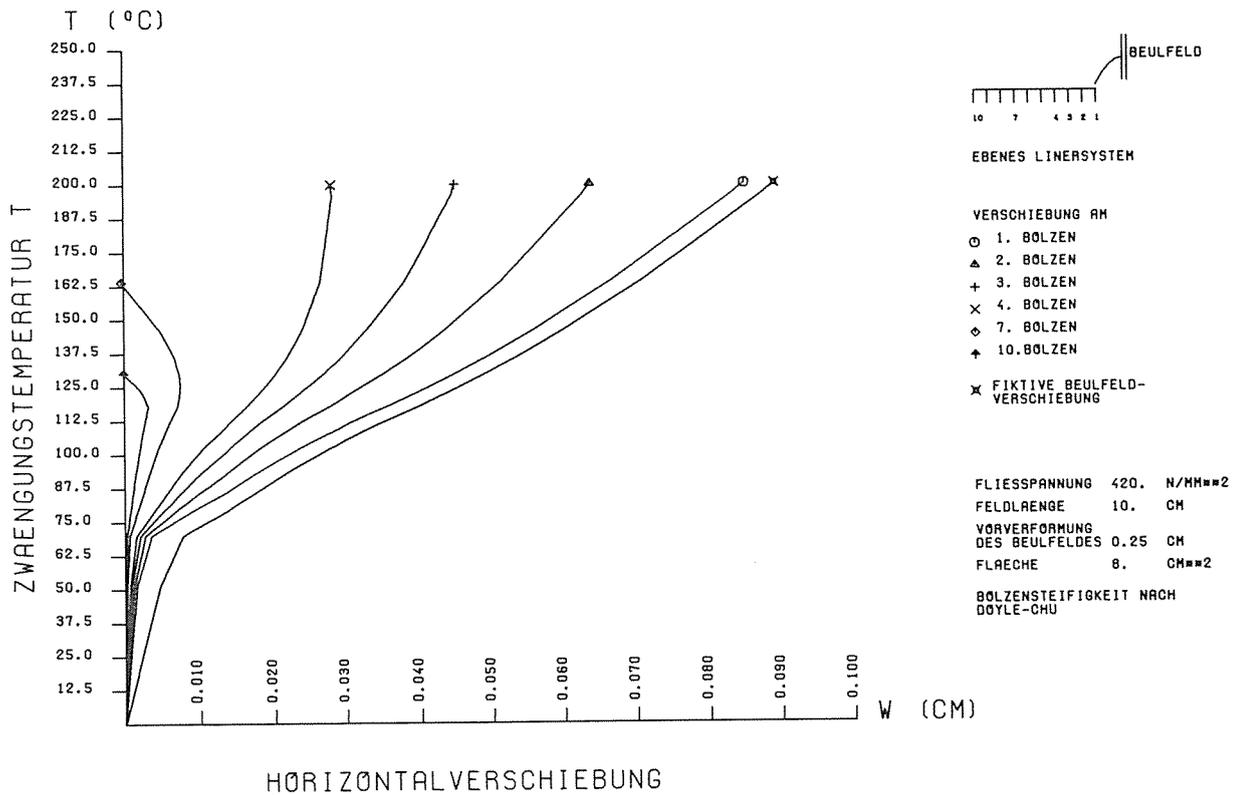
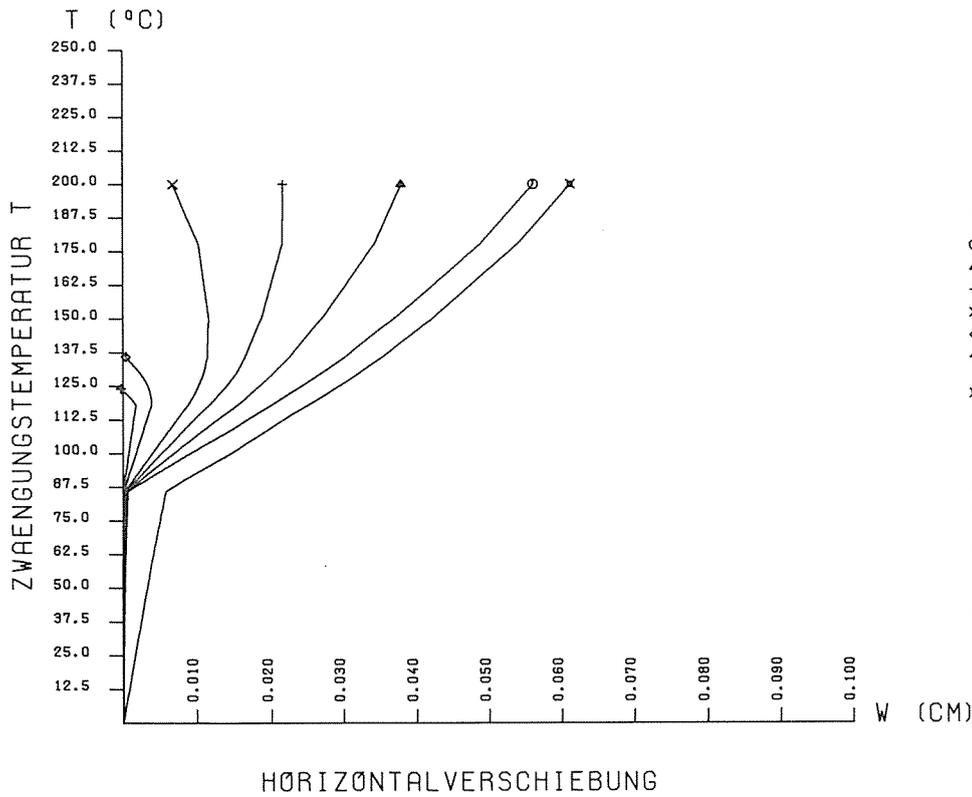
- 1. BOLZEN
- △ 2. BOLZEN
- + 3. BOLZEN
- × 4. BOLZEN
- ◇ 7. BOLZEN
- ♣ 10. BOLZEN

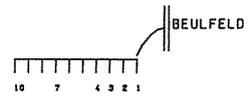
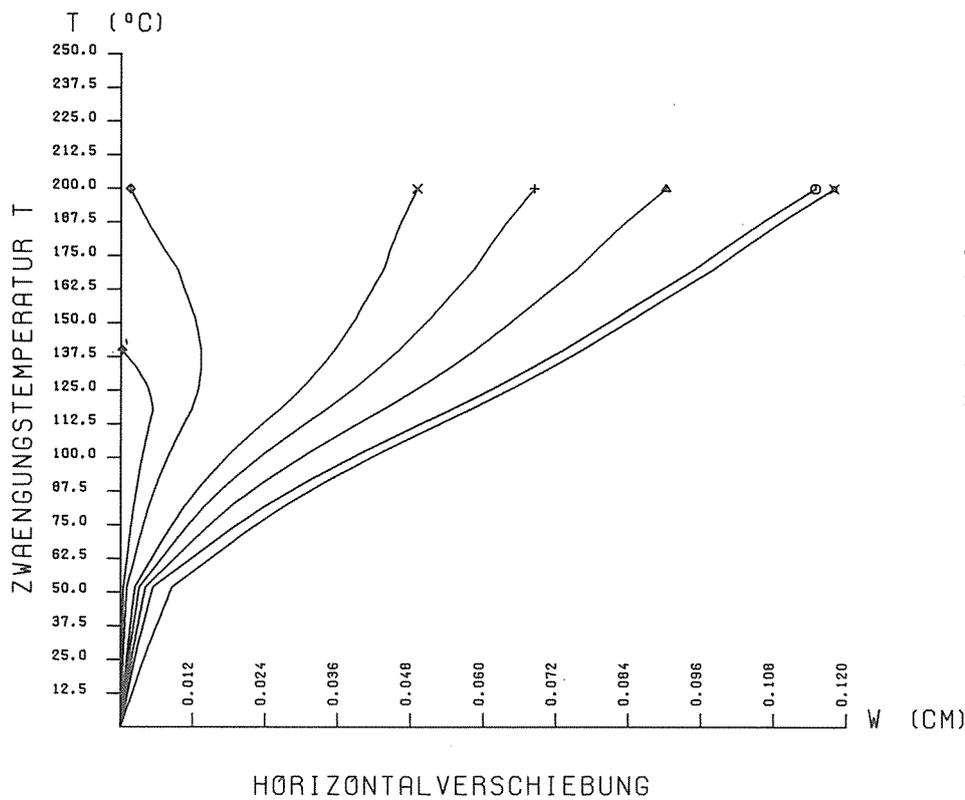
× FIKTIVE BEULFELD-VERSCHIEBUNG

FLIESSPANNUNG 260. N/MM<sup>2</sup>  
 FELDLAENGE 10. CM  
 VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.10 CM  
 FLAECHE 8. CM<sup>2</sup>  
 BOLZENSTEIFIGKEIT NACH DOYLE-CHU









EBENES LINEARSYSTEM

VERSCHIEBUNG AN

- 1. BOLZEN
- △ 2. BOLZEN
- + 3. BOLZEN
- × 4. BOLZEN
- ◇ 7. BOLZEN
- ⊕ 10. BOLZEN

× FIKTIVE BEULFELD-VERSCHIEBUNG

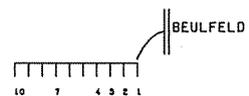
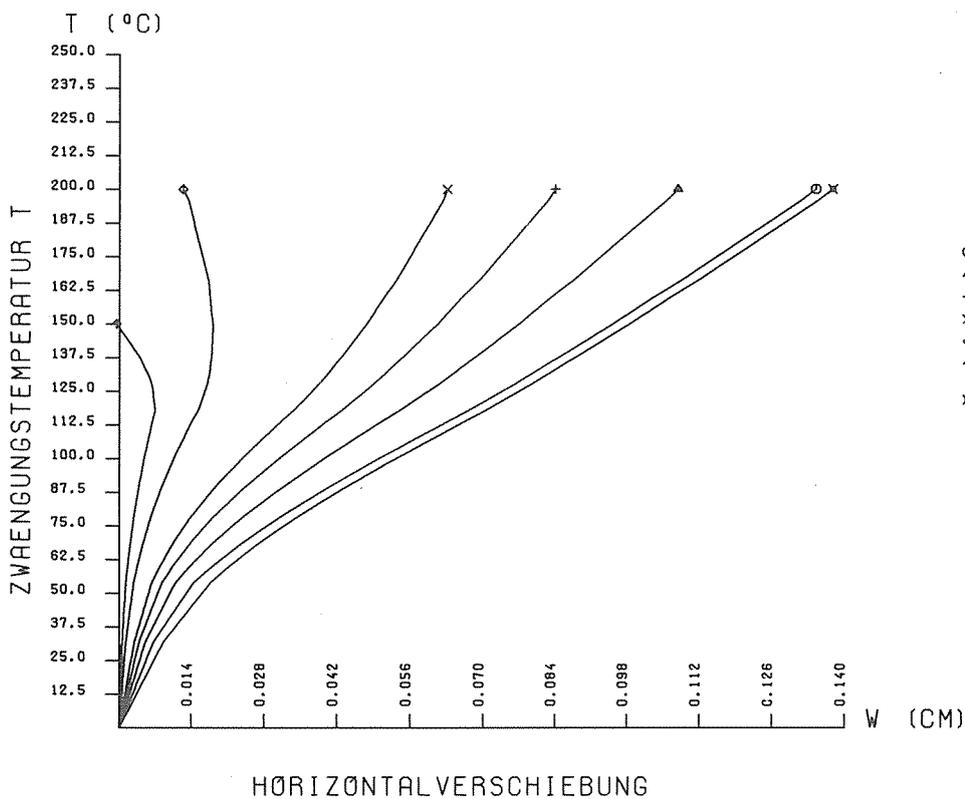
FLIESSPANNUNG 420. N/MM²=2

FELDLÄNGE 10. CM

VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 0.50 CM

FLÄCHE 8. CM²=2

BOLZENSTEIFIGKEIT NACH DOYLE-CHU



EBENES LINEARSYSTEM

VERSCHIEBUNG AN

- 1. BOLZEN
- △ 2. BOLZEN
- + 3. BOLZEN
- × 4. BOLZEN
- ◇ 7. BOLZEN
- ⊕ 10. BOLZEN

× FIKTIVE BEULFELD-VERSCHIEBUNG

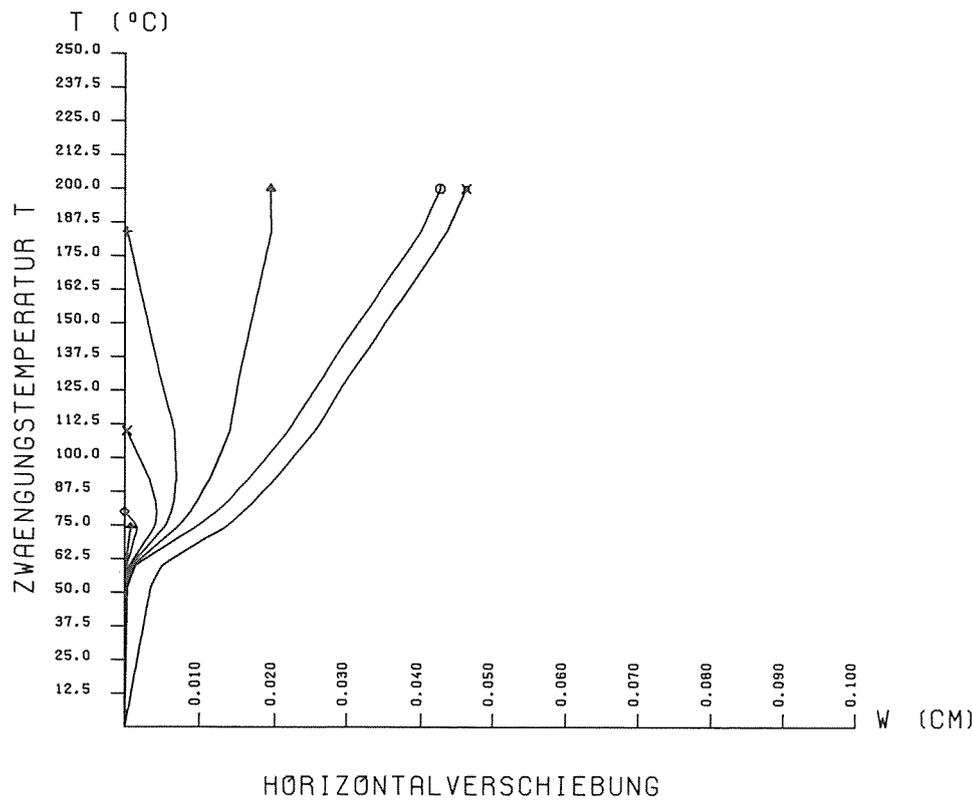
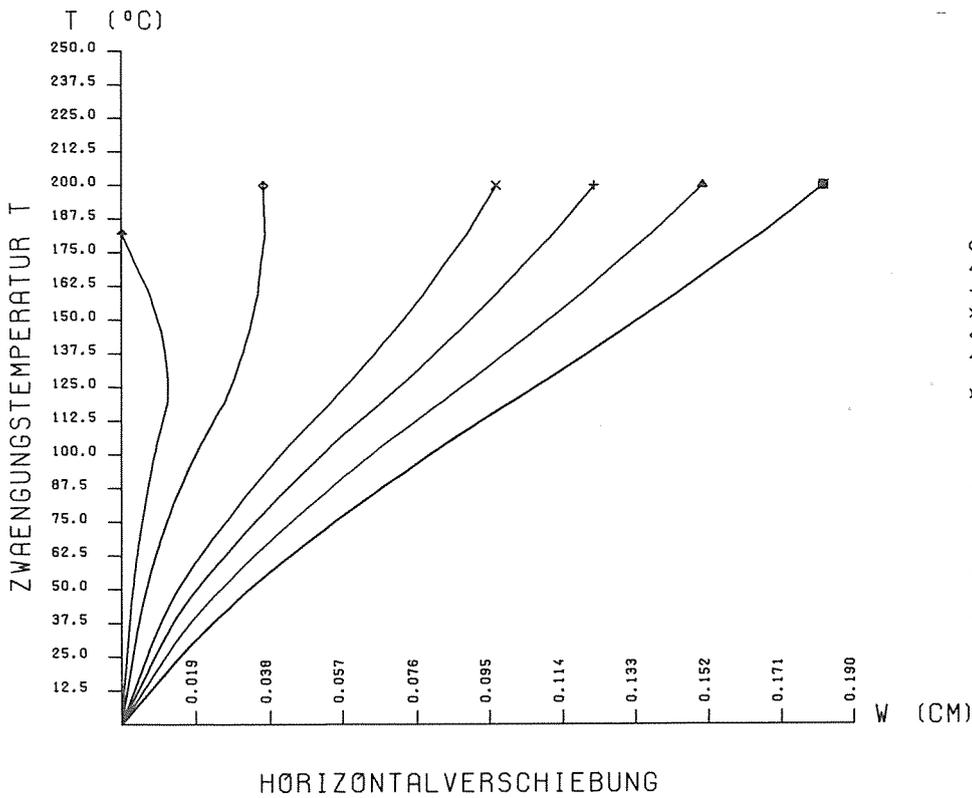
FLIESSPANNUNG 420. N/MM²=2

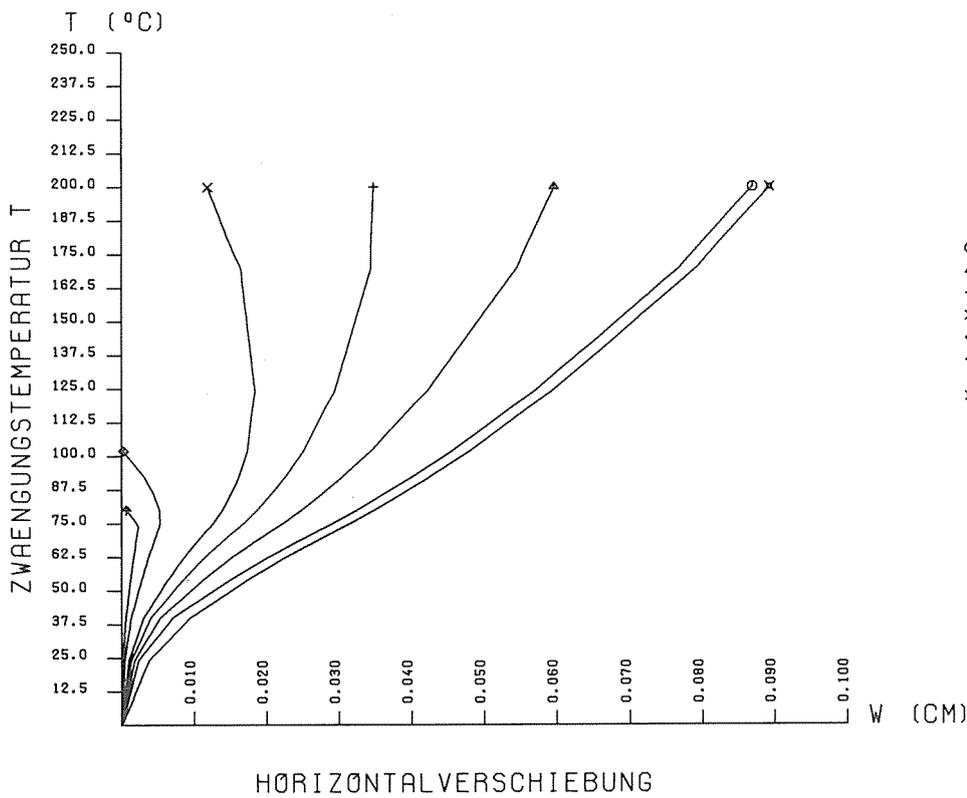
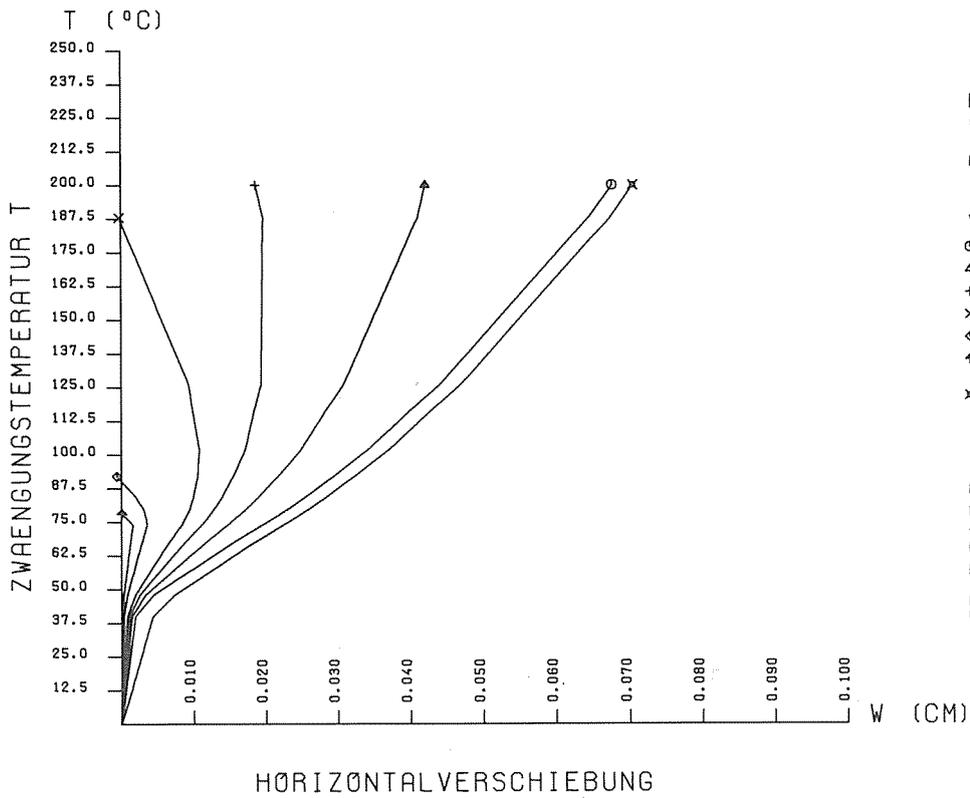
FELDLÄNGE 10. CM

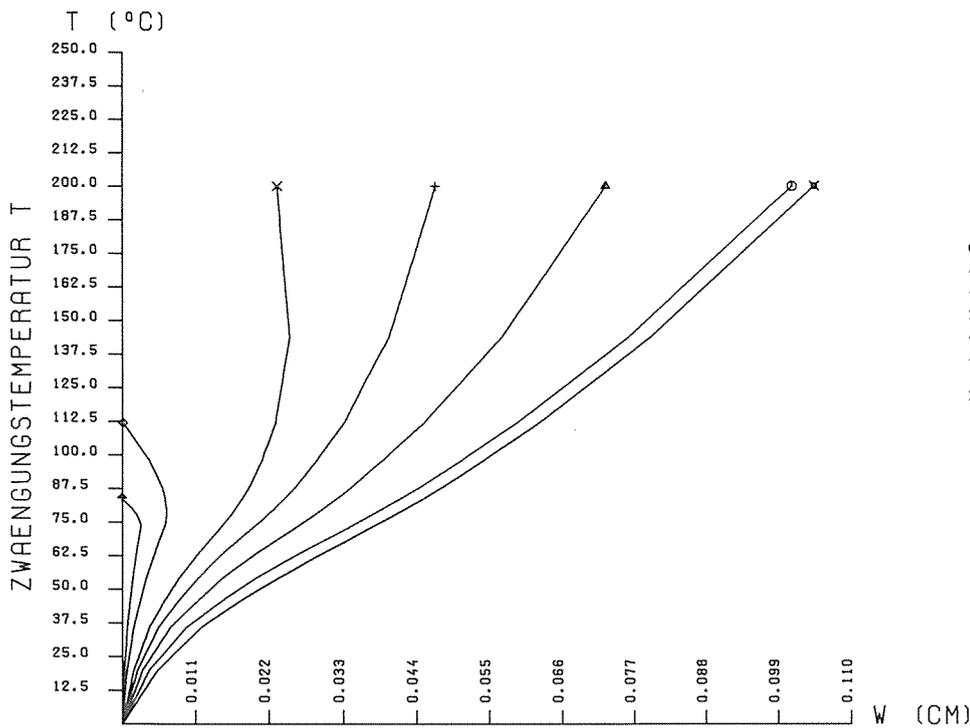
VORVERFORMUNG DES BEULFELDES 1.00 CM

FLÄCHE 8. CM²=2

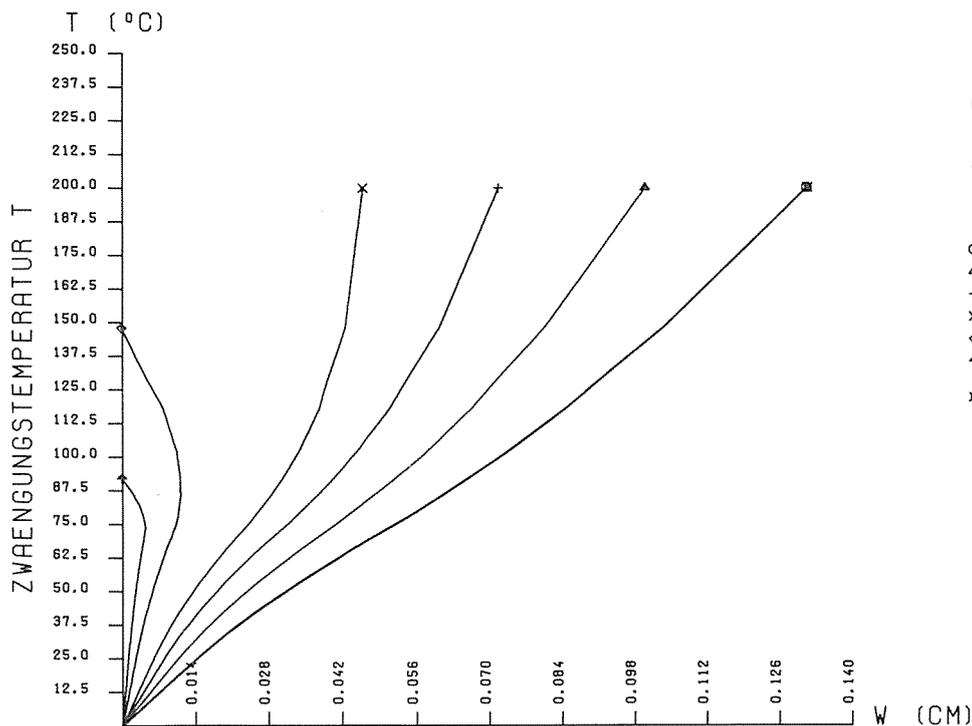
BOLZENSTEIFIGKEIT NACH DOYLE-CHU



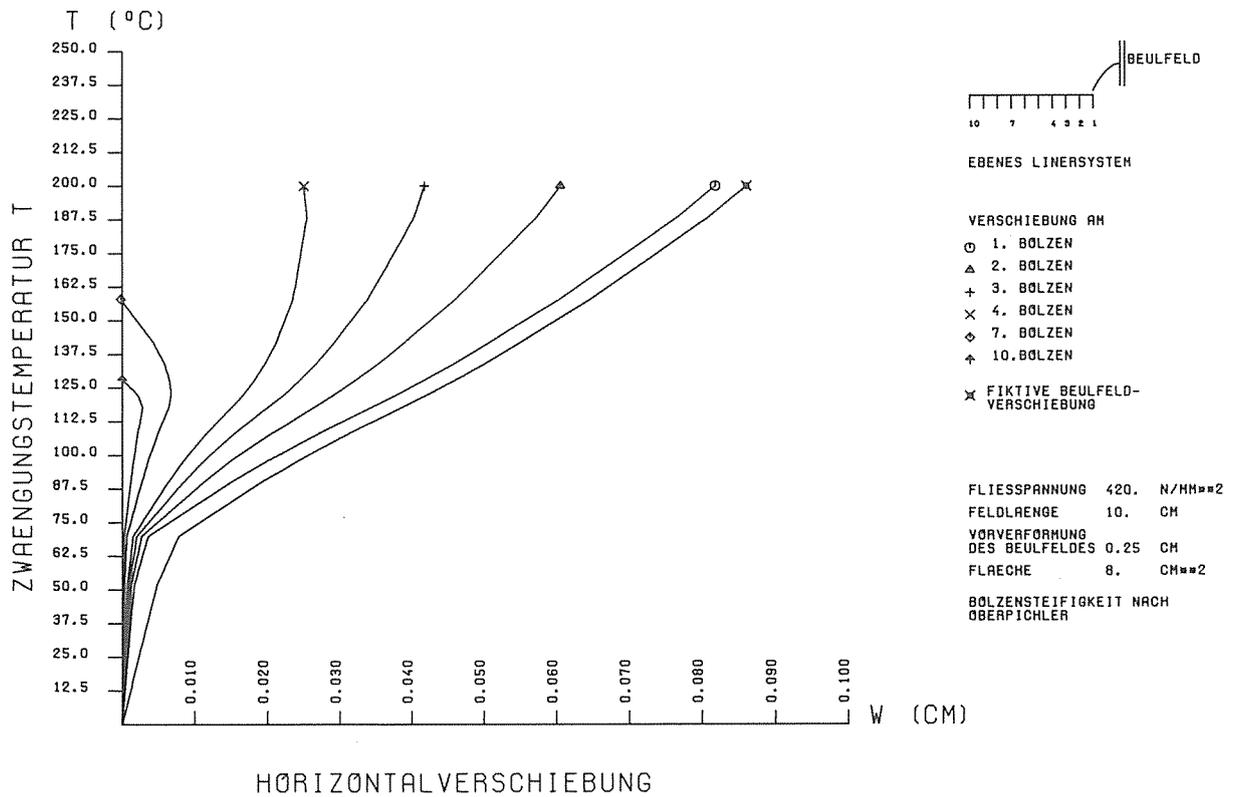
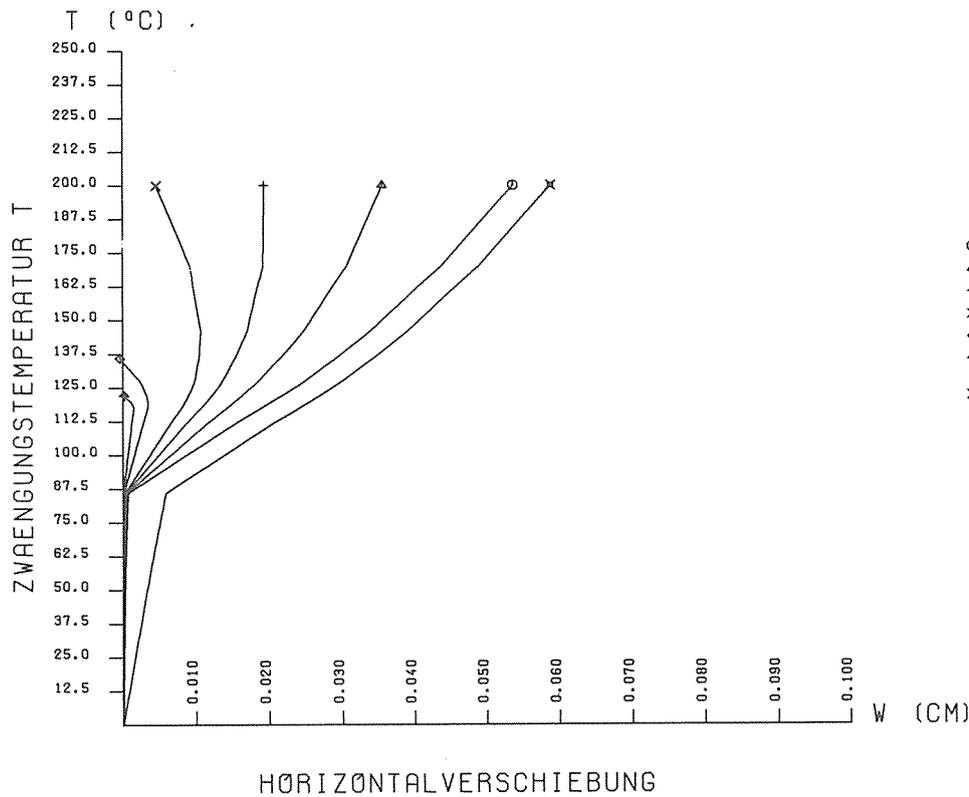


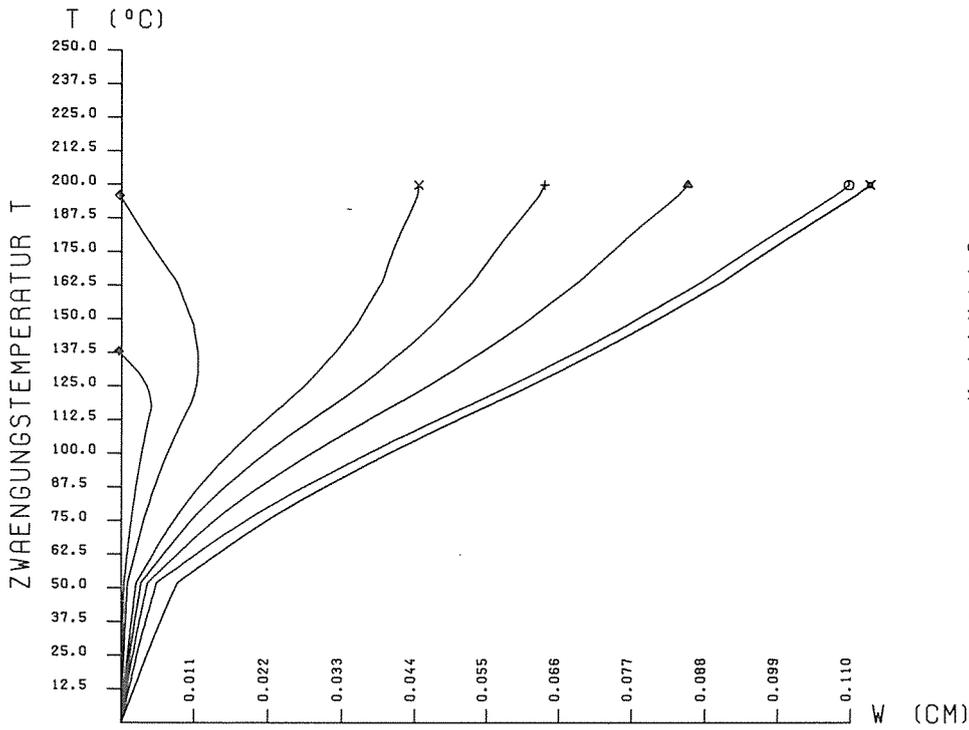


HORIZONTALVERSCHIEBUNG

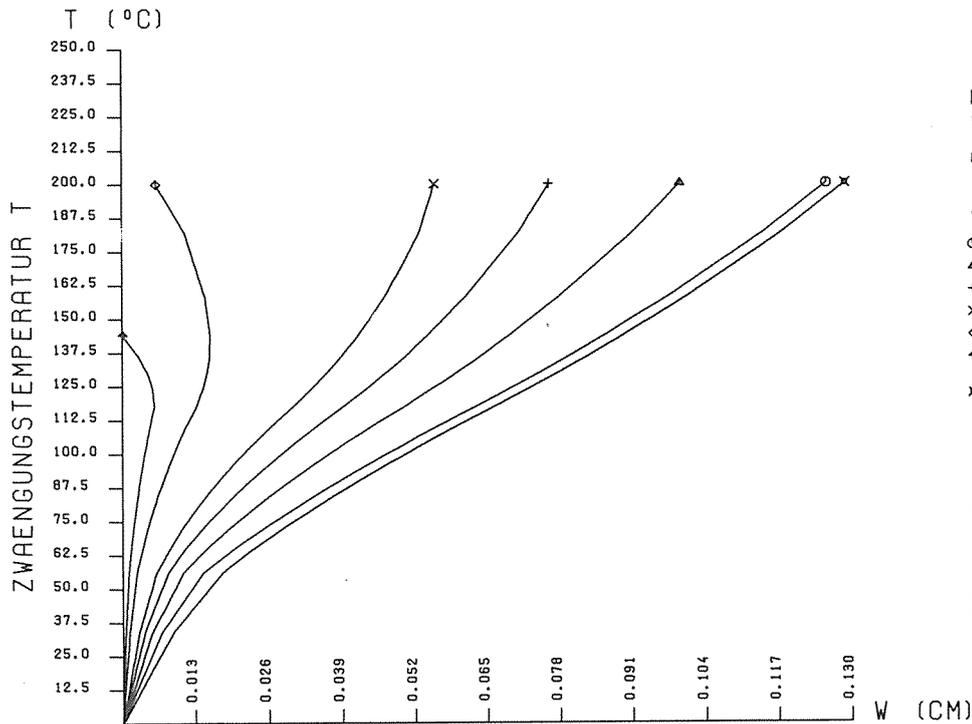


HORIZONTALVERSCHIEBUNG

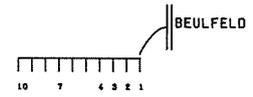
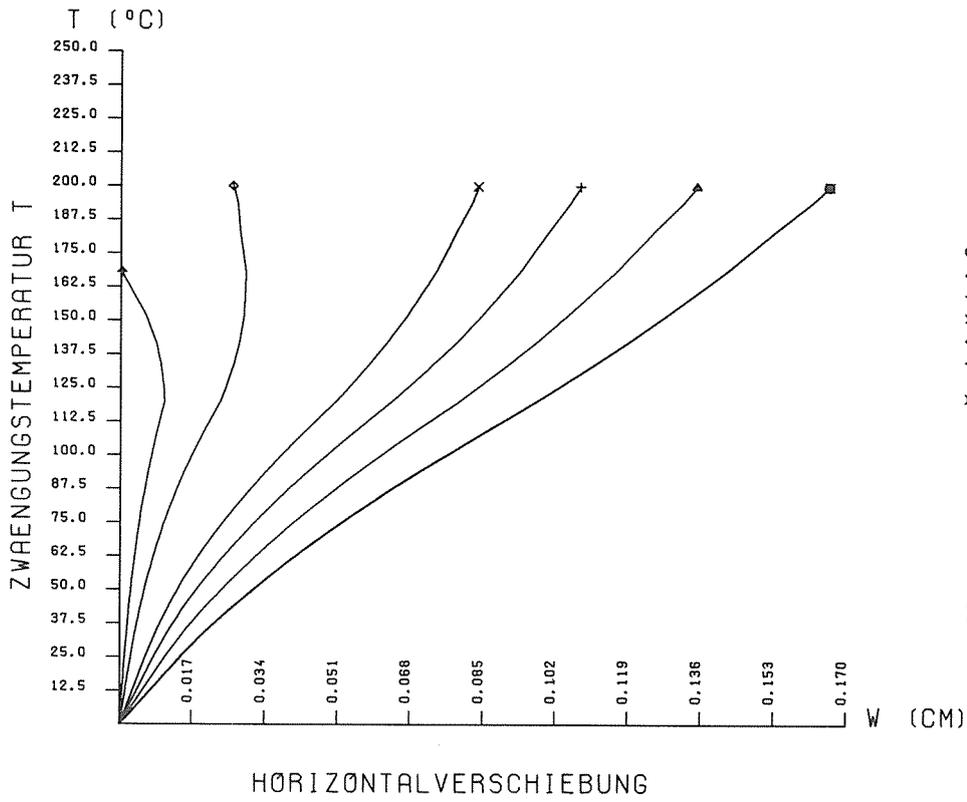




HORIZONTALVERSCHIEBUNG



HORIZONTALVERSCHIEBUNG



EBENES LINEARSYSTEM

VERSCHIEBUNG AN

- 1. BÖLZEN
- ▲ 2. BÖLZEN
- + 3. BÖLZEN
- × 4. BÖLZEN
- ◇ 7. BÖLZEN
- ⬆ 10. BÖLZEN

× FIKTIVE BEULFELD-VERSCHIEBUNG

FLIESSPANNUNG 420. N/MM<sup>2</sup>

FELDLÄNGE 10. CM

VORVERFORMUNG DES BEULFELDES CM

FLÄCHE 0. CM<sup>2</sup>

BÖLZENSTEIFIGKEIT NACH OBERFICHLER

"Nullfeld"