

ISBN 3-88314-266-2

Forschungsbericht 92

BUNDESANSTALT FÜR
MATERIALPRÜFUNG (BAM)
BERLIN

Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden

von Dipl.-Ing. Lutz Auersch

August 1983

83 Seiten, 37 Abbildungen

Herausgegeben von der
Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45
Telefon 030/8104-1 Telex 183261 bamb d

Copyright © 1983 by Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Verlag und Vertrieb:
Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH
Postfach 10 11 10, 2850 Bremerhaven 1
Telefon 0471/46093-95

1983.9029
Bundesanstalt
für
Materialprüfung (BAM)
Bibliothek

Zusammenfassung

Dieser Bericht stellt einen Teil der Ergebnisse des Forschungsvorhabens

"Untersuchung zur Ausbreitung und Minderung von Erschütterungen an Trassen des schienengebundenen Nahverkehrs in Geländehöhe"

dar. Es wurden Modellrechnungen zur Ausbreitung der Erschütterungen im Boden durchgeführt, mit denen der Einfluß des Bodenaufbaus, der Materialeigenschaften des Bodens und der Geometrie der Erschütterungsquelle auf die Stärke der Erschütterungen untersucht wurde. Die dabei gefundenen Ergebnisse, Aussagen zum Übertragungsverhalten des Bodens, sind auch auf andere Erschütterungsquellen, wie Maschinen, Rammungen oder Sprengungen, übertragbar.

Summary

This report shows some results of a research work about vibrations induced by urban railways. A main problem was the propagation of vibrations through the soil. Computations using the Finite Element Method were performed to clarify the influence of soil layering, material properties of the soil and characteristics of the source of vibrations. The results are formulated as transfer functions of the soil and therefore they can be used also for other sources like engines, pile-driving and explosions.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Beschreibung des Rechenverfahrens	2
2.1 Teilbereich I	3
2.1.1 Darstellung der Berechnungsmethode	3
2.1.2 Lösung bei Wegerregung	5
2.1.3 Elementtyp	6
2.2 Bereiche L und R	7
2.3 Untere Systembegrenzung U	12
2.4 Gesamtsteifigkeitsbeziehung	15
2.5 Lösungsverfahren	16
2.6 Anwendung des Rechenverfahrens	16
2.6.1 Feinheit des Finite-Element-Netzes	17
2.6.2 Tiefe des Finite-Element-Bereiches	17
2.6.3 Breite des Finite-Element-Bereiches	18
3. Entwicklung der Problemstellung und Auswahl der zu berechnenden Systeme Beschreibung der System 1-10	21
4. Ergebnisse der Modellrechnungen	31
4.1 Methode zur Auswertung und Darstellung der Ergebnisse	31
4.2 Ergebnisse für den elastischen Halbraum	33
4.3 Bedeutung der zweidimensionalen Rechenmodelle für reale Situationen	38
4.4 Schicht auf starrer Unterlage (Fels) Ergebnisse für System 1	42
4.5 Auswirkungen weiterer Bodenschichtungen	44
4.5.1 Ergebnisse für System 2	45
4.5.2 Ergebnisse für System 3	46
4.5.3 Ergebnisse für System 4	47
4.5.4 Gemeinsamkeiten der Schichtsysteme	47
4.6 Grundwasser (System 5)	48
4.7 Materialdämpfung des Bodens (System 6)	49
4.8 Starres Streifenfundament (System 7)	52
4.9 Damm und Einschnitt	55
4.9.1 Ergebnisse für den Einschnitt (System 8)	56
4.9.2 Ergebnisse für den Damm (System 9)	57
3.9.3 Vergleich	57
4.10 Einbauten im Boden (System 10)	57
5. Zusammenfassung	81
Literatur	83

Häufiger vorkommende Formelzeichen

G	-	Schubmodul
ν	-	Querkontraktionszahl
ρ	-	Dichte
D	-	Dämpfungsgrad
v_s	-	Scherwellengeschwindigkeit
v_p	-	Kompressionswellengeschwindigkeit
v_R	-	Rayleighwellengeschwindigkeit
λ	-	Wellenlänge
f	-	Frequenz
ω	-	Kreisfrequenz
P	-	Kraft
P/L	-	Kraft pro Länge
r, x	-	Abstand zur Erregerkraft
u	-	Verschiebung
$\bar{r}, \bar{x}, \bar{u}$	-	normierte/bezogene Größen

1. Einleitung

Erschütterungen treten auf bei bestimmten Maschinen in Industrieanlagen, beim Straßen- oder Schienenverkehr, bei Bauarbeiten (z.B. Rammungen), bei Abrißsprengungen oder bei Gewinnungssprengungen in Steinbrüchen. Diese Erschütterungen können zu Belästigungen für Menschen in benachbarten Gebäuden, zur Beeinträchtigung von empfindlichen Geräten und in schweren Fällen zur Beschädigung von Gebäuden führen. Die Probleme sind im Prinzip nicht neu. Jedoch verstärken das gestiegene Umweltbewußtsein der Bevölkerung, der Trend zu größeren Einheiten mit höheren Emissionen und die dichtere Bebauung in den Städten die Notwendigkeit, Erschütterungsprobleme in den Griff zu bekommen. Bisher wurden diese Probleme weitgehend meßtechnisch in Angriff genommen. Wegen der Fülle der dabei variierenden Parameter ist dieses Vorgehen sehr mühselig und es besteht ein dringender Bedarf an ordnendem theoretischen Wissen.

Allen Erschütterungsquellen gemeinsam ist die Tatsache, daß die Erschütterungen durch den umgebenden Boden übertragen werden. Der Boden hat deshalb einen großen Einfluß auf die z.B. an einem Gebäudefundament ankommenden Erschütterungen. Die Eigenschaften und die Zusammensetzung des Bodens variieren stark von Ort zu Ort, selbst an einem Ort schwanken die Materialeigenschaften im allgemeinen erheblich, so daß man es meistens mit einem inhomogenen Untergrund zu tun hat. Diese Schwankungen und Unterschiede wirken sich auf das Übertragungsverhalten des Bodens aus.

Innerhalb des vom BMFT geförderten Forschungsvorhabens "Untersuchung zur Ausbreitung und Minderung von Erschütterungen an Trassen des schienengebundenen Nahverkehrs in Geländeneiveau" nahmen diese Fragen nach dem Einfluß verschiedener Bodeneigenschaften einen breiten Raum ein.

Hierzu wurden Modellrechnungen durchgeführt, über deren Ergebnisse hier zusammenfassend berichtet wird. Die meisten der getroffenen Aussagen sind direkt auch auf andere Erschütterungsquellen als Schienenverkehr anwendbar.

Im Abschnitt 2 des Berichts wird zunächst das benutzte Rechenverfahren dargestellt, das im wesentlichen auf der Finite-Element-Methode beruht. Da das zu berechnende System, der Boden in der Umgebung der Erschütterungsquelle, keine natürlichen Begrenzungen außer der Bodenoberfläche hat und andererseits das Finite-Element-Netz nur endlich groß sein kann, müssen für die Bodenbereiche außerhalb des Finite-Element-Gebietes spezielle Methoden benutzt werden oder es müssen geeignete Randbedingungen an den Grenzen definiert werden.

Die Auswahl der zu untersuchenden Parameter wird in Abschnitt 3 erläutert. Es werden Einflüsse der Bodenzusammensetzung, der Materialeigenschaften des Bodens und geometrischer Besonderheiten auf die Erschütterungsausbreitung untersucht. Ebenfalls in Abschnitt 3 sind die dazu berechneten Systeme beschrieben. Die Ergebnisse der Modellrechnungen sind im vierten, dem umfangreichsten Abschnitt, dargestellt. Aus den Rechenergebnissen wurden die Aussagen herausgefiltert, die für eine Erschütterungsprognose wichtig sind. Diese Aussagen werden im fünften Abschnitt noch einmal zusammengefaßt.

2. Beschreibung des Rechenverfahrens

Das zu analysierende System wird für die Berechnung in drei Teilbereiche aufgeteilt. Eine prinzipielle Darstellung des Rechenmodells ist in Bild 2.1 gegeben. Der innere Teilbereich I wird mit der Methode der finiten Elemente berechnet. In diesem Bereich befindet sich die Erregung und so können beliebige Unregelmäßigkeiten wie in Bild 2.1 das Tunnelbauwerk mit dem Schotterbett modelliert werden.

An den inneren Bereich schließen sich rechts und links zwei als horizontal geschichtet, bis ins Unendliche ausgedehnt gedachte Bereiche L und R an. Diese Bereiche können nicht mit der Methode der finiten Elemente berechnet werden, da die unendliche Ausdehnung eine unendliche Anzahl von finiten Elementen zur Folge haben würde. Diese Bereiche werden mit einer von Waas [1] entwickelten Methode berechnet. Bei

dieser "Finiten-Streifen-Methode" werden die beiden äußeren Bereiche nur in vertikaler Richtung diskretisiert, in horizontaler Richtung dagegen als unendlich ausgedehntes Kontinuum betrachtet.

An der unteren Systembegrenzung U werden frequenzabhängige viskose Dämpferelemente angeordnet. Ist der Winkel zwischen Fortpflanzungsrichtung der Wellenfront und der unteren Systembegrenzung größer als $20^\circ - 30^\circ$, so absorbieren die Dämpferelemente vollständig die Energie der einfallenden Wellenfront. Durch die Einführung der viskosen Dämpferelemente werden an dieser Systembegrenzung das Ergebnis verfälschende Reflexionen vermieden.

2.1 Teilbereich I

2.1.1 Darstellung der Berechnungsmethode

Dieser Bereich wird nach der Methode der finiten Elemente berechnet. Die Finite-Element-Methode ist ein Verfahren zur Berechnung angenäherter Lösungen für komplexe Randwertaufgaben. Da diese Methode in den letzten Jahren große Anwendung erfahren hat, werden hier nur die wichtigsten Schritte dargelegt. Insoweit Besonderheiten vorhanden sind, dies betrifft den verwendeten Elementtyp, wird an der betreffenden Stelle näher darauf eingegangen. Für eine grundlegende Darstellung der Methode siehe Zienkiewicz [2] und Wilson [3].

Für die Analyse wird der Teilbereich I in eine Anzahl finiter Elemente eingeteilt, deren Form grundsätzlich beliebig gewählt werden kann. Die Elemente sind durch eine diskrete Anzahl von Knotenpunkten auf den Elementrändern miteinander verbunden. In jedem Element wird eine Verschiebungsfunktion vorgegeben, die den Verformungszustand bzw. Verzerrungszustand innerhalb des Elements und auf den Elementrändern festlegt. Die Verschiebungsfunktionen müssen dabei derart beschaffen sein, daß an den Elementrändern keine Klaffungen bzw. Überschneidungen auftreten. Zusammen mit einem Stoffgesetz, das hier linear ist, beschreiben die aus den Verschiebungen abgeleiteten Verzerrungen den Span-

nungszustand innerhalb eines Elements und auf den Elementrändern. Die Freiheitsgrade des Elements sind die Knotenpunktverschiebungen u_{x_i} in x-Richtung und u_{z_i} in z-Richtung.

Die Impulsbilanz in jedem Freiheitsgrad wird mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen formuliert. Mit den hier getroffenen Voraussetzungen eines linearen, hysteretisch gedämpften Materials und stationärer, harmonischer Erregung, üblicherweise dargestellt durch den komplexen Ansatz für die Knotenpunktverschiebungen $\{\tilde{u}\}$ und Knotenpunktkräfte $\{\tilde{p}\}$

$$\{\tilde{u}\} = \{\hat{\tilde{u}}\} \cdot e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

$$\{\tilde{p}\} = \{\hat{\tilde{p}}\} \cdot e^{i\omega t}, \quad (2.2)$$

führt das Prinzip der virtuellen Verrückungen zu einem linearen, symmetrischen komplexen Gleichungssystem für die Knotenpunktverschiebungen

$$[\tilde{K}] - \omega^2 [M] \cdot \{\hat{\tilde{u}}\} = \{\hat{\tilde{p}}\} \quad (2.3)$$

$[\tilde{K}]$ ist die komplexe Steifigkeitsmatrix und $[M]$ die reelle Massenmatrix, die hier als "consistent-mass-matrix" (siehe Zienkiewicz [2]) eingeführt wird. In den komplexen Vektoren $\{\hat{\tilde{u}}\}$ und $\{\hat{\tilde{p}}\}$ sind die Amplituden der unbekanntenen Knotenpunktverschiebungen und der äußeren Knotenkräfte angeordnet. Die Komplexität der Steifigkeitsmatrix $[K]$ folgt aus der Stoffmatrix $[D]$

$$[\tilde{D}] = \begin{bmatrix} \tilde{\lambda} + 2\tilde{G} & \tilde{\lambda} & 0 \\ \tilde{\lambda} & \tilde{\lambda} + 2\tilde{G} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{G} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

die durch die Einführung komplexer Werte für den Schubmodul G und die Lamesche Konstante λ komplex wird. Die Tilde $\tilde{}$ bezeichnet eine komplexe Größe, das Dach $\hat{}$ wird zur Kennzeichnung von Amplituden eingeführt.

Für die Generierung der Systemsteifigkeits- und Systemmassenmatrix wird das sogenannte "direkte Steifigkeitsverfahren" (siehe z.B. Zienkiewicz) verwendet. Bei diesem Verfah-

ren werden an jedem Knoten eines jeden Elementes innere Knotenkräfte eingeführt (equivalent nodal forces), die zu jeder Zeit mit dem Element einen Gleichgewichtszustand im d'Alembertschen Sinne bilden. Aus der Formulierung der Impulsbilanz mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen zwischen inneren und äußeren Knotenkräften an jedem Knoten des Systems entsteht dann die Systemsteifigkeitsmatrix und Systemmassenmatrix, die Bandstruktur besitzt, wobei die Bandbreite, die proportional der maximalen Knotendifferenz eines Elementes ist, durch geschickte Knotennumerierung minimiert werden kann.

2.1.2 Lösung bei Wegerregung

Als Erregung kann eine Wegerregung des Systems angenommen werden. Dabei werden Verschiebungen an einer Systemstelle, z.B. an der Schotteroberkante über die Länge einer Schwelle, vorgegeben. Die Einführung einer Verschiebungsrandbedingung ist gleichbedeutend mit einer Reduzierung der Freiheitsgrade, da die Verschiebungen an vorgegebenen Stellen des Systems bekannt sind. Unbekannt sind hier die zugeordneten Knotenkräfte.

Zur Beschreibung, wie eine Wegerregung in dem Gleichungssystem berücksichtigt wird, werden zunächst zur einfacheren Darstellung die Steifigkeitsmatrix $[\tilde{K}]$ und die Massenmatrix $[M]$ zu einer Systemmatrix

$$[\tilde{S}] = [\tilde{K}] - \omega^2 [M] \quad (2.5)$$

zusammengefaßt. Die Systemmatrix $[\tilde{S}]$ wird nun in der Weise in Untermatrizen aufgeteilt, daß gilt

$$\begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{12}^T & \tilde{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_f \\ \hat{u}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{p}_f \\ \hat{p}_e \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

In den komplexen Vektoren $\{\hat{u}_f\}$ und $\{\hat{p}_f\}$, sind die unbekanntenen Amplituden der freien Knotenpunktverschiebungen und die zugeordneten äußeren Knotenpunktkräfte und in den Vektoren $\{\hat{u}_e\}$ und $\{\hat{p}_e\}$ die eingepprägten Amplituden der Kno-

tenpunktverschiebungen und die zugeordneten, jetzt unbekanntes äußeren Knotenpunktkräfte angeordnet.

Die unbekanntes Amplituden der freien Knotenpunktverschiebungen $\{\hat{u}_f\}$ ermitteln sich dann aus:

$$[\tilde{S}_{11}] \cdot \{\hat{u}_f\} = \{\hat{p}_f\} - [\tilde{S}_{12}] \cdot \{\hat{u}_e\} \quad (2.7)$$

$[\tilde{S}_{12}]\{\hat{u}_e\}$ kann dabei als fiktiver Lastvektor interpretiert werden, der am Restsystem die eingepprägten Knotenpunktverschiebungen simuliert.

Die unbekanntes Knotenkräfte $\{\hat{p}_e\}$ an den Stellen der vorgegebenen Verschiebungen können nach Ermittlung der freien Knotenpunktverschiebungen $\{\hat{u}_f\}$ berechnet werden zu

$$\{\hat{p}_e\} = [\tilde{S}_{12}]^T \cdot \{\hat{u}_f\} + [\tilde{S}_{22}] \cdot \{\hat{u}_e\} \quad (2.7a)$$

2.1.3 Elementtyp

Durch die stückweise Approximation des Verschiebungsfeldes des Systems durch endliche Elementsverschiebungsansätze mit den Knotenpunktverschiebungen als Stützwerte kann nicht erwartet werden, daß die wahre Systemverformung exakt wiedergegeben wird. Die Approximation wird jedoch umso besser, je feiner das Elementnetz ist, d.h. je mehr Freiheitsgrade dem System gegeben werden. Die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems werden durch die Wahl einer bestimmten Elementanzahl und durch die Wahl einer bestimmten Elementknotenanzahl festgelegt. Durch die Elementanzahl ist die Größe des einzelnen Elements und durch die Elementknotenanzahl ist der Grad der Verschiebungsfunktion innerhalb des Elements festgelegt.

Bei dem hier benutzten Element handelt es sich um ein isoparametrisches 4-Knotenelement (s. Bild 2.2) mit linearem Verschiebungsansatz an den Elementrändern und quadratischem Verschiebungsansatz im Elementinnern. Desweiteren werden bei diesem Element nur konstante Schubverzerrungen zugelassen, d.h. für die Schubverzerrungen ist die Ansatzfunktion unvollständig. Diese Maßnahme bewirkt, daß das Element "weicher" und damit das "wahre" Systemverhalten besser approximiert wird.

2.2 Bereiche L und R

Bei der Analyse werden die Bereiche L und R im Sinne des Schnittprinzips von dem inneren Bereich I getrennt.

Die Lösung der dynamischen Reaktion der seitlichen Bereiche auf harmonische Erregung besteht in der Berechnung einer frequenzabhängigen komplexen dynamischen Steifigkeitsmatrix für die unendlich ausgedehnten Bereiche L und R. Nach der Berechnung der dynamischen Steifigkeitsmatrix werden die durch den Schnitt freigewordenen Schnittkräfte in Abhängigkeit der Verschiebungen an der Schnittfläche bestimmt. Danach werden die Schnittkräfte als äußere Belastung auf den inneren Bereich I aufgebracht. Damit ist die Impulsbilanz erfüllt und der innere Bereich kann mit dem Verfahren der finiten Elemente berechnet werden.

Das Lösungsverfahren für die äußeren Bereiche wird für den ebenen Fall dargestellt. Für den axialsymmetrischen Fall ist das Vorgehen analog und kann in der Arbeit von Waas [1] nachgelesen werden. Für das ebene Dehnungsproblem und freie harmonische Bewegung (keine äußere Belastung) werden die Bewegungen des linear elastisch/viskosen Kontinuums L bzw. R durch das partielle Differentialgleichungssystem beschrieben:

$$G\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + (\lambda + G)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z}\right) + \rho \omega^2 u_x = 0 \quad (2.8)$$

$$G\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) + (\lambda + G)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) + \rho \omega^2 u_z = 0. \quad (2.9)$$

Hierin sind

$u_x(x, z, t)$, $u_z(x, z, t)$ die reellen oder komplexen Verschiebungen eines Massenpunktes in x- bzw. z-Richtung für ein elastisches bzw. elastisch/viskoses Material

ρ die Materialdichte
 G der reelle oder komplexe Schubmodul
 λ die reelle oder komplexe Lamesche Konstante
 ω die Kreisfrequenz.

Da harmonische Bewegung vorausgesetzt wird, können die Verschiebungen $u_x(x,z,t)$, $u_z(x,z,t)$ in üblicher Weise in komplexer Form

$$u_x(x,z,t) = \hat{u}_x(x,z) \exp(i\omega t) \quad (2.10)$$

$$u_z(x,z,t) = \hat{u}_z(x,z) \exp(i\omega t) \quad (2.11)$$

dargestellt werden.

Die Realteile der Gleichungen 2.10 und 2.11 stellen dabei die eigentliche physikalische Lösung dar. Es gilt also:

$$u_x(x,z,t) = \operatorname{Re}(\hat{u}_x(x,z) \cdot \exp(i\omega t))$$

$$u_z(x,z,t) = \operatorname{Re}(\hat{u}_z(x,z) \cdot \exp(i\omega t)).$$

Obleich die Bezeichnung zur Vereinfachung im weiteren weggelassen wird, seien alle folgenden Beziehungen im obigen Sinne verstanden.

Im weiteren wird für die Amplituden $\hat{u}_x(x,z)$, $\hat{u}_z(x,z)$ ein Produktansatz der Form

$$\hat{u}_x(x,z) = \hat{u}(z) \cdot \hat{g}(x) \quad (2.12)$$

$$\hat{u}_z(x,z) = \hat{w}(z) \cdot \hat{g}(x) \quad (2.13)$$

gewählt.

Da im folgenden durchweg mit komplexen Größen, gekennzeichnet durch \sim , und mit Amplituden, gekennzeichnet durch $\hat{}$, gearbeitet wird, werden diese Bezeichnungen zur vereinfachten Schreibweise ab jetzt ebenfalls weggelassen. Sie werden nur dort wieder eingeführt, wo sie zum Verständnis nötig sind.

Einsetzen der Gl. 2.10 - 2.14 in Gl. 2.8 und Gl. 2.9 liefert zwei gewöhnliche Differentialgleichungen für $u(z)$ und $w(z)$ und eine dritte einfache Differentialgleichung für $g(x)$ mit der Lösung

$$g(x) = \exp(-ikx) \quad (2.14)$$

$$k = \omega/c, \quad (2.15)$$

wobei c die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in horizontaler Richtung ist.

Mit Gl. 2.14 gilt für die Gl. 2.10 und 2.11

$$u_x(x,z,t) = u(z) \cdot \exp(i\omega t - ikx) \quad (2.16)$$

$$u_z(x,z,t) = w(z) \cdot \exp(i\omega t - ikx). \quad (2.17)$$

Diskretisiert man nun die seitlichen Bereiche L und R in der Art, daß der gesamte Bereich in dünne horizontale Schichten der Dicke h_j , $j = 1 \dots n$ aufgeteilt wird, nimmt weiter lineare Variation der horizontalen Verschiebungen $u(z)$ und vertikalen Verschiebungen $w(z)$ über die Dicke h_j der einzelnen Schicht an, dann können die Verschiebungen $u(z)$ und $w(z)$ als Funktionen der diskreten Verschiebungen v_j an den Schichtbegrenzungen erklärt werden (Bild 2.3).

Für eine Schicht j gilt:

$$u(z) = (z_{j+1}-z)/h_j v_{2j-1} + (z-z_j)/h_j v_{2j+1} \quad (2.18)$$

$$w(z) = (z_{j+1}-z)/h_j v_{2j} + (z-z_j)/h_j v_{2j+2}. \quad (2.19)$$

Die diskreten Verschiebungen v_j sind dabei so zu einem Vektor v zusammengefaßt, daß gilt

$$\{u(z_j)\}^T = \langle v_1, v_3, \dots, v_{2j-1}, \dots, v_{2j+1}, \dots \rangle \quad \begin{array}{l} \text{die diskreten horizontalen} \\ \text{Verschiebungen an den} \\ \text{Schichtbegrenzungen} \end{array}$$

$$\{w(z_j)\}^T = \langle v_2, v_4, \dots, v_{2j}, \dots, v_{2j+2}, \dots \rangle \quad \begin{array}{l} \text{die diskreten vertikalen} \\ \text{Verschiebungen an den} \\ \text{Schichtbegrenzungen.} \end{array}$$

Mit den Beziehungen der Gl. 2.14 - 2.19 erhält man dann nach den Regeln der Elastizitätstheorie unter Kürzung des gemeinsamen Zeitfaktors $\exp(i\omega t)$ für die Schichtverzerrungen:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x(x, z)}{\partial x} = -iku_x(x, z) \quad (2.20)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial u_z(x, z)}{\partial z} = (-v_{2j} + v_{2j+2})/h_j \exp(-ikx) \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial u_x(x, z)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, z)}{\partial x} \\ &= (-v_{2j-1} + v_{2j+1})/h_j \exp(-ikx) - iku_z(x, z), \end{aligned} \quad (2.22)$$

für die Schichtspannungen:

$$\sigma_x = (\lambda_j + 2G_j) \epsilon_x + \lambda_j \epsilon_z \quad (2.23)$$

$$\sigma_z = (\lambda_j + 2G_j) \epsilon_z + \lambda_j \epsilon_x \quad (2.24)$$

$$\tau = G_j \gamma_{xz}, \quad (2.25)$$

und für die Schichtmassenkräfte:

$$f_x = \omega^2 \rho_j u_x(x, z) \quad (2.26)$$

$$f_z = \omega^2 \rho_j u_z(x, z). \quad (2.27)$$

Die Formulierung der Impulsbilanz mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen ergibt für jede Schicht j:

$$\int_{x=0}^{\infty} \int_{z=z_n}^{z_{n+1}} (\delta \epsilon_x \sigma_x + \delta \epsilon_z \sigma_z + \delta v_{xz} \tau - \delta u_x f_x - \delta u_z f_z) dz dx = \quad (2.28)$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{z=z_n}^{z_{n+1}} (-\delta u_x(0, z) \sigma_x(0, z) - \delta u_z(0, z) \tau(0, z) + \delta u_x(\xi, z) \sigma_x(\xi, z) + \delta u_z(\xi, z) \tau(\xi, z)) dz.$$

Das Symbol δ bedeutet die entsprechende Variation. Unter dem Integral auf der linken Seite der Gl. 2.28 stehen die Arbeitsanteile der inneren Spannungen der in x-Richtung unendlich ausgedehnten Schicht, auf der rechten Seite stehen die Arbeitsanteile der freigeschnittenen Oberflächenkräfte in der Ebene zwischen dem Bereich I und den Bereichen L bzw. R ($x = 0$) und die Arbeitsanteile der Oberflächenkräfte in einem unendlich entfernt gedachten Schnitt $\xi, \xi \rightarrow \infty$.

Werden die Gl. 2.16 - 2.27 in Gl. 2.28 eingesetzt, der Grenzübergang $\lim \xi \rightarrow \infty$ durchgeführt, entsteht für die n Schichten der Bereiche L bzw. R ein homogenes quadratisches Eigenwertproblem der Form

$$(k^2 [A] - ik [D] + ik [D]^T + [G] - \omega^2 [M]) \{v\} = \{0\} \quad (2.29)$$

Die Kompatibilität der Verschiebungen angrenzender Schich-

ten ist unter Berücksichtigung der Arbeitsanteile angrenzender Schichten direkt gewährleistet. Das zugehörige Schema der Assemblierung der Systemmatrizen $[A]$, $[D]$, $[G]$, $[M]$ vom Rang $2n \times 2n$ (n ist die Anzahl der Schichten) aus den einzelnen Submatrizen $[A]_j$, $[D]_j$, $[G]_j$, $[M]_j$ jeder Schicht j ist in Bild 2.4 zu ersehen.

Im ungedämpften Fall sind die Matrizen $[A]$, $[D]$, $[G]$ reell (G und λ reell), im gedämpften Fall komplex. Matrix $[M]$ ist eine konsistente Massenmatrix und immer reell.

Die Matrixgleichung 2.29 definiert ein Eigenwertproblem mit dem zugehörigen charakteristischen Polynom vom Grade $4n$. Die Lösung der Gl. 2.29 erfolgt mit einem Vektoriterationsverfahren mit Hilfe des Rayleigh-Quotienten und ergibt $4n$, im allgemeine komplexe Eigenwerte k_s , $s = 1 \dots 4n$ mit den zugehörigen komplexen Eigenvektoren $\{v\}_s$, $s = 1 \dots 4n$.

Da dem System $2n$ Freiheitsgrade (horizontale und vertikale Verschiebungen an jeder Schichtbegrenzung) gegeben wurden, rechnerisch sich aber $4n$ Lösungen ergeben, müssen aus den $4n$ möglichen Lösungen die physikalisch sinnvollen $2n$ Lösungen aussortiert werden. Das Auswahlkriterium ist, diejenigen Eigenwerte und Eigenvektoren auszuwählen, die eingesetzt in die Wellengleichungen 2.16 und 2.17, Wellen ergeben, die von der Störungsquelle weglaufen und deren Amplituden mit zunehmender Entfernung x von der Störungsquelle abnehmen.

Die Gesamtheit aller möglichen Lösungen für das Schwingungsfeld ergibt sich durch Linearkombinationen der $2n$ möglichen Einzellösungen, die das Schwingungsfeld der äußeren Regionen im Rahmen der gewählten $2n$ Freiheitsgraden vollständig beschreiben.

$$u_{x,z}(x,z,t) = \sum_{s=1}^{2n} \alpha_s \{v\}_s \exp(i\omega t - ik_s x). \quad (2.30)$$

Speziell ist an der Grenzfläche $x = 0$ zwischen dem Teilbereich I und den Bereichen L bzw. R unter Weglassung des Zeitfaktors $\exp(i\omega t)$

$$u_{x,z}(0,z) = \{u\}^R = \sum_{s=1}^{2n} \{v\}_s \alpha_s = [V]\{\alpha\} \quad (2.31)$$

Hierin ist $[V]$ die $2n \times 2n$ Modalmatrix, die die Eigenvektoren $\{v\}_s$ spaltenweise enthält.

Die Inverse der Gl. 2.31 liefert den Vektor der Beteiligungsfaktoren $\{\alpha\}$ jedes Eigenvektors $\{v\}_s$ zu

$$\{\alpha\} = [V]^{-1} \{u\}^R. \quad (2.32)$$

Mit Gl. 2.32 kann aus Gl. 2.30 die Schwingungsausbreitung in den seitlichen Bereichen L bzw. R berechnet werden.

Die gesuchten Kräfte an der Grenzfläche $x = 0$ zwischen dem Teilbereich I und den seitlichen Regionen ergeben sich, wenn die über die Grenzfläche verteilten Normalspannungen σ_x und Schubspannungen τ_{xz} zu konzentrierten Knotenkräften $\{p\}^R$ zusammengefaßt werden (Bild 2.5). Der Vektor $\{p\}^R$ der Knotenkräfte errechnet sich dann zu:

$$\{p\}^R = (i [A] [V] [K] + [D] [V]) \{\alpha\} \quad (2.33)$$

mit der $2n \times 2n$ Diagonalmatrix $[K]$, die die Eigenwerte k_s , $s = 1 \dots 2n$ spaltenweise enthält.

Wird Gl. 2.32 in Gl. 2.33 eingesetzt, erhält man die Knotenkräfte in Abhängigkeit der Randverschiebungen $\{u\}^R$

$$\{p\}^R = (i [A] [V] [K] [V]^{-1} + [D]) \{u\}^R = [R] \{u\}^R. \quad (2.34)$$

Die $2n \times 2n$ Matrix $[R]$ ist die dynamische Steifigkeitsmatrix der seitlichen Bereiche L und R. Mit dieser Matrix sind die dynamischen Eigenschaften der unendlich ausgedehnten Regionen L und R vollständig beschrieben.

2.3 Untere Systembegrenzung U

Bisher wurde die Berechnung des inneren Bereichs I sowie der beiden äußeren Bereiche L bzw. R behandelt. Damit bleibt als letzter zu klärender Punkt die Frage nach der sinnvollsten Begrenzung am unteren Systemrand. Wählt man eine starre Systembegrenzung, so werden an dieser Systemgrenze das Ergebnis verfälschende Reflexionen auftreten. Da nun im Gegensatz zu den seitlichen Bereichen L und R die Verschiebungen unterhalb der Systembegrenzung ohne In-

teresse sind, kann für diese Systembegrenzung ein Ansatz gewählt werden, der der Bedingung genügt, daß an dieser Stelle keine Reflexionen auftreten. Dies kann durch die Anbringung von viskosen Dämpferelementen erreicht werden.

Für die Entwicklung der Dämpferelemente gilt zunächst nach Lysmer/Kuhlemeyer [4] der Ansatz

$$\sigma = a(\alpha) v_p \dot{u}_z \quad (2.35)$$

$$\tau = b(\alpha) v_s \dot{u}_x. \quad (2.36)$$

Dieser Ansatz besagt, daß Phasengleichheit der Normalspannungen σ und Schubspannungen τ zu den zugeordneten Knotenpunktgeschwindigkeiten \dot{u}_z (vertikale Geschwindigkeit des Knotenpunktes) und \dot{u}_x (horizontale Geschwindigkeit des Knotenpunktes) besteht.

$a(\alpha)$, $b(\alpha)$ sind vom Welleneinfallswinkel α abhängige Konstante, v_p und v_s sind die Geschwindigkeiten der Kompressionswellen respektive der Scherwellen.

Aus einer Betrachtung über das Verhältnis der reflektierten Welle zur einfallenden Welle mit der Bedingung, daß keine Reflexionen auftreten sollen, ergibt sich $a = b = 1$, wenn der Einfallswinkel α zwischen Fortpflanzungsrichtung der Wellenfront und der unteren Systembegrenzung größer als $20^\circ - 30^\circ$ ist. Unter dieser Voraussetzung gilt vereinfachend für die Gleichungen 2.35 und 2.36

$$\sigma = \rho v_p \dot{u}_z \quad (2.37)$$

$$\tau = \rho v_s \dot{u}_x. \quad (2.38)$$

Mit Hilfe der Gl. 2.37 und 2.38 lassen sich die an den Knotenpunkten angreifenden Dämpfungskräfte jetzt aus einer Integration über das Volumen der angrenzenden Elemente ermitteln.

Für ein ebenes Problem gilt:

$$P_\sigma = \int_V \sigma dV = \rho v_p \int_1 \dot{u}_z(x) 1 dx \quad (2.39)$$

$$P_\tau = \int_V \tau dV = \rho v_s \int_1 \dot{u}_x(x) 1 dx \quad (2.40)$$

Für lineare Variation der Knotenpunktgeschwindigkeit zwischen den Knoten erhält man zunächst nach Bild 2.6

$$\dot{u}_z(x) = \dot{u}_{zi}(x-x_{i-1})/(x_i-x_{i-1}) \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i \quad (2.41)$$

$$\dot{u}_z(x) = \dot{u}_{zi}(x-x_i)/(x_{i+1}-x_i) \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}. \quad (2.42)$$

Die Dämpfungskräfte P_{σ_i} und P_{τ_i} berechnen sich dann aus den Anteilen links und rechts des betrachteten Knotenpunktes i zu:

$$P_{\sigma_i} = P_{\sigma_i}^{(1)} + P_{\sigma_i}^{(2)} \quad (2.43)$$

$$P_{\tau_i} = P_{\tau_i}^{(1)} + P_{\tau_i}^{(2)} \quad (2.44)$$

$$P_{\sigma_i}^{(1)} = \rho v_p \int_{x_{i-1}}^{x_i} \dot{u}_{zi}(x-x_{i-1})/(x_i-x_{i-1}) dx = \rho v_p \dot{u}_{zi}(x_i-x_{i-1}) / 2$$

$$P_{\sigma_i}^{(2)} = \rho v_p \int_{x_i}^{x_{i+1}} \dot{u}_{zi}(x-x_i)/(x_{i+1}-x_i) dx = \rho v_p \dot{u}_{zi}(x_{i+1}-x_i) / 2$$

$$P_{\sigma_i} = P_{\sigma_i}^{(1)} + P_{\sigma_i}^{(2)} = \rho v_p \dot{u}_{zi}(x_{i+1}-x_{i-1}) / 2 = \rho v_p \dot{u}_{zi} A. \quad (2.45)$$

Entsprechend gilt für

$$P_{\tau_i} = \rho v_s \dot{u}_{xi}(x_{i+1}-x_{i-1}) / 2 = \rho v_s \dot{u}_{xi} A. \quad (2.46)$$

Da harmonische Erregung betrachtet wird, kann für die zeitlichen Verschiebungen $u_x(t)$, $u_z(t)$ in üblicher Weise geschrieben werden:

$$u_x(t) = \hat{u}_x \cdot e^{i\omega t} \quad (2.47)$$

$$u_z(t) = \hat{u}_z \cdot e^{i\omega t}. \quad (2.48)$$

Hieraus ergeben sich die Knotenpunktgeschwindigkeiten u_x , u_z zu:

$$u_x = i\omega \hat{u}_x \cdot e^{i\omega t} \quad (2.49)$$

$$u_z = i\omega \hat{u}_z \cdot e^{i\omega t} \quad (2.50)$$

Für die Dämpfungskräfte gilt dann mit den Gl. 2.45 und 2.46:

$$P_{\sigma} = \rho v_p A i\omega \hat{u}_z = C_{\sigma} \cdot i\omega \hat{u}_z \quad (2.51)$$

$$P_{\tau} = \rho v_s A i\omega \hat{u}_x = C_{\tau} \cdot i\omega \hat{u}_x \quad (2.52)$$

mit

$$C_{\sigma} = \rho v_p A \quad (2.53)$$

$$C_{\tau} = \rho v_s A. \quad (2.54)$$

2.4 Gesamtsteifigkeitsbeziehung

Zur Erlangung der Impulsbilanz des Gesamtgebietes müssen die als äußere Belastung aufgebrachten Kräfte der seitlichen Regionen (Gl. 2.34) und die durch die Gl. 2.51, 2.52 beschriebenen viskosen Dämpfungskräfte zu Gl. 2.3 hinzugefügt werden. Die endgültige Steifigkeitsbeziehung für das gesamte System wird dann durch

$$([\tilde{K}] + i\omega [\tilde{C}] - \omega^2 [M] - [\tilde{R}]_R - [\tilde{R}]_L) \{\hat{u}\} = \{\hat{p}\}. \quad (2.55)$$

beschrieben.

Die Matrizen $[\tilde{R}]_R$ und $[\tilde{R}]_L$ entstehen aus den Matrizen der Gl. 2.34 durch Addition von Nullelementen und eventuellen Spalten und Zeilenaustausch entsprechend der Knotennummerierung des inneren Bereiches I. In der Diagonalmatrix $[\tilde{C}]$ befinden sich die Elemente der Gl. 2.51 bis 2.52, wobei vorausgesetzt wird, daß alle Terme Null sind außer den Termen, die den Knotenpunkten der unteren Systembegrenzung zugeordnet sind.

Im Bild 2.7 ist in schematischer Form die Assemblierung der Steifigkeitsbeziehungen aller drei Teilbereiche dargestellt. Dabei gelten folgende Vereinbarungen:

1. Die Knotenanzahl des FE-Gebietes ist k , die Anzahl der Freiheitsgrade ist $2k$.
2. Die linken und rechten geschichteten Bereiche seien geometrisch identisch und besitzen $2n$ Freiheitsgrade.
3. Der linke Rand des FE-Gebietes besitze anfangend an der Bodenoberfläche die Knotennummern 1 bis n (Freiheitsgrade 1 bis $2n$), der rechte Rand die Knotennum-

mern $k - n + 1$ bis k (Freiheitsgrade $2k - 2n + 1$ bis $2k$).

Das FE-Gebiet wird damit durch die symmetrische Bandmatrix ($[\tilde{K}] - \omega^2 [\tilde{M}]$) der Dimension $2k \times 2k$ beschrieben. Unter der oben genannten Voraussetzung, daß die Knotennummerierung am linken oberen Rand des FE-Gebietes beginnend in vertikaler Richtung erfolgt und am rechten unteren Rand endet, sind die Elemente der Matrizen $[\tilde{R}]_L$ bzw. $[\tilde{R}]_R$ auf den Positionen 1 bis $2n$ bzw. $2k - 2n + 1$ bis $2k$ zu denjenigen der Bandmatrix hinzuzufügen. Die durch die Gl. 2.51 und 2.52 beschriebenen Terme der Matrix $[\tilde{C}]$ der unteren Systembegrenzung werden im weiteren zu den Diagonalelementen der Bandmatrix $[\tilde{K}] - \omega^2 [\tilde{M}]$ addiert. Hier ist zu beachten, daß nur diejenigen Terme von Null verschieden sind, die mit der Knotennummerierung der unteren Systembegrenzung koindizieren.

2.5 Lösungsverfahren

Das komplexe Gleichungssystem der Gl. 2.55 ist linear, symmetrisch und besitzt Bandstruktur, wobei die Bandbreite proportional der maximalen in einem Element auftretenden Knotennummerndifferenz ist. Dieses Gleichungssystem muß für jede gewünschte Frequenz gelöst werden. Um den Rechenaufwand dabei in Grenzen zu halten sind verschiedene Optimierungsmaßnahmen nötig, die bei Rücker [5], der das Programmsystem am Telefunkenrechner des Großrechenzentrums Berlin implementiert hat, beschrieben sind.

Zur Aufstellung des Gleichungssystems gehört die Lösung des Eigenwertproblems Gl. 2.59. Im Anschluß an die Gleichungslösung 2.55 können die Verschiebungen in den seitlichen Bereichen gemäß 2.30 und 2.32 berechnet werden.

2.6 Anwendung des Rechenverfahrens

Zunächst werden die zu untersuchenden Boden- und Umgebungsverhältnisse als kontinuumsmechanische Systeme festgelegt. Für die Berechnung werden diese Systeme dann in diskrete Rechenmodelle umgewandelt. Dabei stellt sich insbesondere die Frage nach der Wahl einer bestimmten Feinheit des Fi-

nite-Element-Netzes Δx , der Tiefenlage der unteren Begrenzung T und der Breite des inneren Finite-Element-Bereiches B .

Die Elementbreite Δx kann dabei nicht beliebig klein, T und B nicht beliebig groß gewählt werden, weil damit die Gesamtanzahl der zu lösenden Gleichungen und zugleich die Bandbreite des Gleichungssystems anwachsen. Hier sind durch die verfügbaren Rechenzeiten und insbesondere Speicherkapazitäten der Großrechenanlagen Grenzen gesetzt.

2.6.1 Feinheit des Finite-Element-Netzes

Die Elementbreite und damit der Abstand der Knotenpunkte ist so zu wählen, daß die kleinste vorkommende Welle noch gut darstellbar ist. Dazu sind mindestens 5 Knotenpunkte pro Wellenlänge notwendig.

$$5\Delta x < \lambda_{\min}$$

Da die Wellenlängen mit steigender Frequenz abnehmen

$$\lambda = v/f$$

gibt es für jedes FE-System eine obere Grenzfrequenz

$$f_{\max} = \frac{v}{\lambda_{\min}} < \frac{v}{5\Delta x}$$

Geht man über diese Grenze hinaus so können physikalisch unsinnige Resonanzen auftreten und die Amplituden fallen ab, da das Modell aufgrund der fehlenden Freiheitsgrade steifer wird.

2.6.2 Tiefe des Finite-Element-Bereiches

Mit der Tiefe T des Finite-Element-Bereiches wird eine Schichtgrenze im Modell festgelegt. Würde man ohne Dämpferelemente am unteren Rand des FE-Gebietes arbeiten, so berechnet man immer eine Schicht auf starrer Unterlage. Für eine homogene Schicht auf starrer Unterlage wird in [6] gezeigt, daß es eine untere Grenzfrequenz gemäß

$$f_{\min} \approx \frac{v_s}{2T}$$

gibt. Unterhalb dieser Frequenz wird die Wellenausbreitung

erheblich behindert. Dieser Effekt erfordert es, daß die untere Systembegrenzung mindestens eine halbe Wellenlänge tief liegt.

$$T > \lambda_{\max}/2.$$

Der Effekt der Schichtgrenze läßt sich durch die Dämpferelemente mildern, die Verschiebungen auch unterhalb der Grenzfrequenz noch zulassen. Außerdem werden Reflektionen, die zu einer Resonanzüberhöhung an der unteren Grenzfrequenz führen, unterdrückt.

Bei der Berechnung der Wellenausbreitung in den seitlichen Bereichen L und R liegt immer eine starre Fixierung am unteren Systemrand vor. Diese Fixierung führt zu Interferenzen im Wellenfeld.

2.6.3. Breite des Finite-Element-Bereichs

Im inneren Finite-Element-Bereich ist die Wellenausbreitung in beliebiger Richtung möglich. Dagegen ist in den seitlichen Bereichen vom Lösungsansatz her nur eine horizontale Ausbreitung möglich. In Vergleichsrechnungen wurde überprüft, ob diese Einschränkung sich in den Ergebnissen bemerkbar macht. Es zeigte sich, daß die Ergebnisse bei einem schmalen FE-Gebiet mit $B = \Delta x \ll T$ nahezu vollständig mit den Ergebnissen eines Systems mit breitem FE-Gebiet

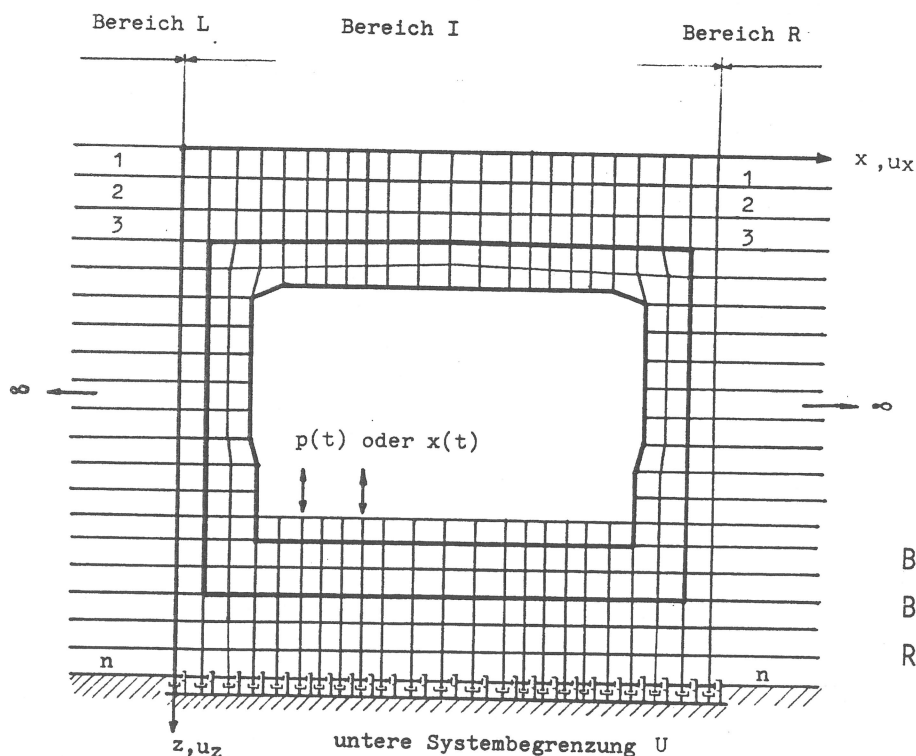


Bild 2.1
Beispiel eines
Rechenmodells

($B=T$) übereinstimmten. Daraus kann man schließen, daß der Lösungsansatz in den seitlichen Bereichen noch allgemein genug ist, um die richtige Lösung darzustellen.

Benutzt man bei den Rechnungen jedoch die Dämpferelemente am unteren Rand des FE-Gebietes, so wird deren Wirkung durch ein schmales FE-Gebiet erheblich eingeschränkt. Die Dämpfer, die die Energieabstrahlung nach unten gewährleisten sollen, müssen sinnvollerweise über eine ausreichende Breite wirken. Deshalb wird für die Rechnungen mit Dämpferelementen $B \approx T$ gewählt.

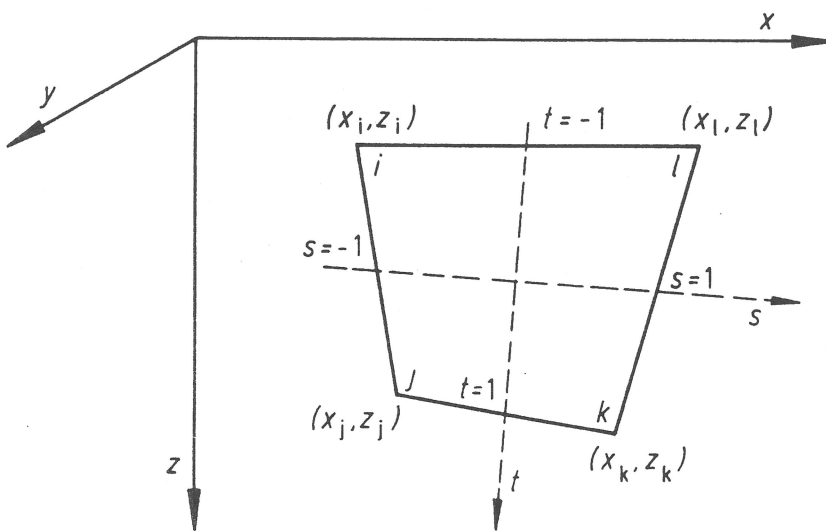


Bild 2.2
Isoparametrisches Element

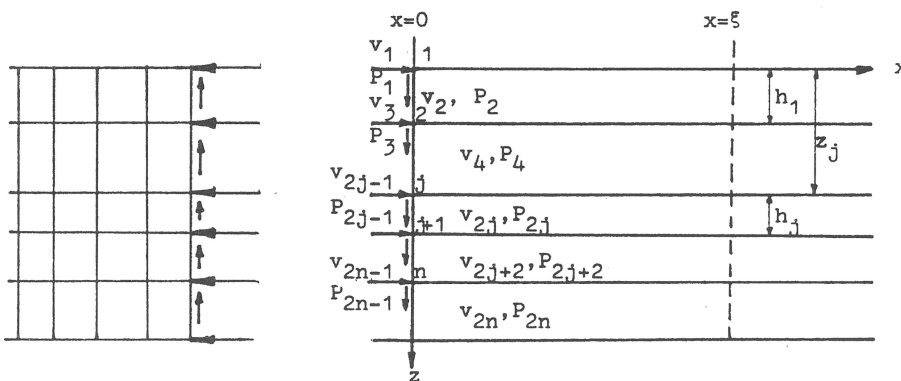


Bild 2.3
Typischer Querschnitt
der Bereiche L und R

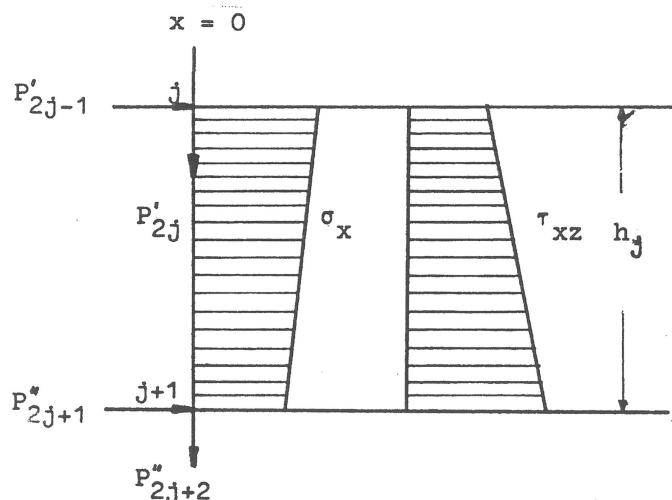


Bild 2.5
Zusammenfassung der
Spannungen σ_x , τ_{xzz}
zu konzentrierten
Knotenkräften

$$\begin{aligned}
 [A]_j &= \frac{1}{6} h_j \begin{bmatrix} 2(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ (2G_j + \lambda_j) & 0 & 2(2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{bmatrix} & j=1, \dots, n \\
 [D]_j &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \end{bmatrix} & j=1, \dots, n \\
 [G]_j &= \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 & -(2G_j + \lambda_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) \end{bmatrix} & j=1, \dots, n \\
 [M]_j &= \rho_j h_j \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/6 \\ 1/6 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} & j=1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Bild 2.4 Assemblierung der Submatrizen der Bereiche L und R zur Gesamtmatrix

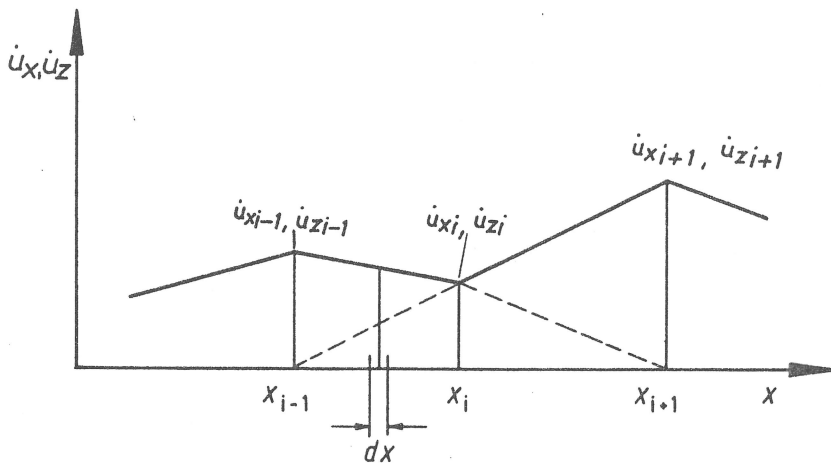


Bild 2.6
Verteilung der
Knotenpunktgeschwindigkeiten
 \dot{u}_x, \dot{u}_z an der unteren
Systembegrenzung

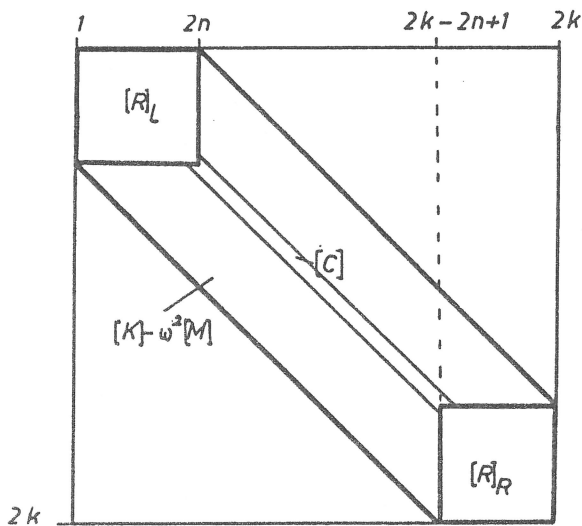


Bild 2.7
Assemblierung der
Steifigkeitsmatrizen der Teilbereiche
I, R, L und K in die
Gesamtsteifigkeitsmatrix

3. Entwicklung der Problemstellung und Auswahl der zu berechnenden Systeme

Die Modellrechnungen haben das Ziel, den Einfluß der wichtigsten Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen, die durch Schienennahverkehr erzeugt werden, zu untersuchen. Der die Bahntrasse umgebende Boden ist das Übertragungsmedium für die Erschütterungen und hat deshalb einen entscheidenden Einfluß auf die das Gebäude erreichenden Erschütterungen. Die vorkommenden Böden unterscheiden sich stark in ihren Eigenschaften und ihrer Zusammensetzung. Für die Erschütterungsausbreitung entscheidend sind die makroskopischen Eigenschaften des Bodens. Das Verhalten des aus vielen Einzelteilen (z.B. Sandkörnern) bestehenden Bodens wird hier mit dem Modell eines elastischen Kontinuums beschrieben. Die Materialwerte beschreiben die Verformungen des Verbunds der Einzelteile, die im wesentli-

chen auf Verschiebungen der Einzelteile gegeneinander beruht und nur in geringerem Maße auf Verformungen der Einzelteile selbst. Die Steifigkeiten der Einzelteile (des Kornmaterials) sind dementsprechend erheblich höher als die Ensemblewerte. Der Boden ist im Allgemeinen mit einer Materialdämpfung behaftet. Sie beruht auf Trockenreibungsmechanismen zwischen den Bodenpartikeln und ist deshalb von der Geschwindigkeit der Verformungen im wesentlichen unabhängig. In der harmonischen Berechnung kann dieses Verhalten durch einen frequenzunabhängigen imaginären Anteil des Schubmoduls berücksichtigt werden. Ein bestimmtes Bodenmaterial ist in dieser kontinuumsmechanischen Betrachtungsweise vollständig durch den Schubmodul G , die Querkontraktionszahl ν , den Dämpfungsgrad D und die Dichte ρ charakterisiert. Diese Parameter schwanken mehr oder minder stark für die verschiedenen Bodenarten. Am stärksten variiert der Schubmodul, der Werte zwischen 10^7 N/m² bei Moorboden und 10^9 N/m² bei Gestein annehmen kann. Für die Querkontraktionszahl sind Werte um $1/3$ realistisch, nur bei wassergesättigten Boden, bei dem die Kompressionsverformungen erheblich behindert sind, wird ein Wert von annähernd $1/2$ erreicht. Für den Dämpfungsgrad werden üblicherweise zwei bis fünf Prozent angenommen. Die Dichte schwankt zwischen $1,6 \cdot 10^3$ bis $2,5 \cdot 10^3$ kg/m³.

Bei der durchzuführenden Parametervariation wird zuerst der Einfluß dieser Materialparameter bei einem vollständig homogenen Bodenaufbau geklärt. Dies kann anhand der schon bekannten Lösungen für den homogenen Halbraum, der durch eine vertikale Einzellast angeregt wird, diskutiert werden. In der Realität ist der Bodenaufbau allerdings sehr heterogen. Meist treten an einem Ort verschiedene Bodenarten auf, die oft in Schichten übereinanderliegen. Unterscheiden sich die Bodenarten in den Materialwerten sehr, so wird das Auswirkungen auf die Erschütterungsausbreitung haben. Insbesondere werden Steifigkeitsunterschiede betrachtet, da hier die größte Variationsbreite besteht. Es wird der Fall eines extremen Steifigkeitsunterschiedes (Lockerboden auf Fels) und der eines gemäßigten Steifigkeitsunterschiedes (z.B. Sand auf Kies) berechnet. Es werden auch Unterschiede der Dichte und der Querkontraktionszahl, die den praktisch bedeutsamen Fall des unterhalb des Grundwas-

serhorizonts wassergesättigten Bodens wiedergibt, betrachtet.

Neben den Materialeigenschaften und dem Aufbau des Bodens kann auch die Gestaltung der Oberfläche die Erschütterungsausbreitung beeinflussen. Deshalb werden die Erschütterungen bei der Streckenführung im Einschnitt oder auf einem Damm, der Einfluß des steifen Gründungskörpers der Bahn (z.B. Schwellen) und der Einfluß von Einbauten im Boden untersucht.

Die zu berechnenden Systeme sind so ausgewählt, daß jeweils ein Einfluß getrennt von allen anderen untersucht werden kann. Dies erscheint bei der Vielzahl der Parameter auf der einen Seite und der begrenzten Anzahl von berechneten Systemen auf der anderen Seite als das wirkungsvollste Vorgehen. Für die in der praktischen Anwendung vorliegenden Kombination der Einflußgrößen kann man für eine erste Näherung davon ausgehen, daß sich die Einflüsse unabhängig voneinander überlagern.

Beschreibung der Systeme 1-10

System 1

System 1 ist eine homogene elastische Schicht, die an ihrem unteren Rand starr fixiert ist. Die Last greift konzentriert an einem Punkt der Oberfläche an. Das System wird einmal als ebenes, einmal als axialsymmetrisches Problem berechnet. Das bedeutet, daß dieses System mit einer Punkt- und im ebenen Fall mit einer Linienlast angeregt wird. Das System ist durch folgende Parameter charakterisiert

Schubmodul	$G = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$
Querkontraktionszahl	$\nu = 0,33$
Dichte	$\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
Schichtdicke	$H = 12,5 \text{ m.}$

Die Kraftamplitude P ist hier ohne Bedeutung, da wegen der Linearität des Problems die Ergebnisse auf die Kraftamplitude bezogen werden können. Die Frequenz f der Erregung wurde wie bei den meisten untersuchten Systemen im Bereich von 0 bis 100 Hz mit einem Abstand von $df = 5 \text{ Hz}$ variiert.

Bei der Realisierung als Finite-Element-Modell reicht es wegen der Symmetrie des Systems aus, nur eine Hälfte des Gesamtsystems zu betrachten. Das Modell besteht aus einem gleichmäßigen FE-Netz mit

Elementbreite	$\Delta x = 0,5 \text{ m,}$
Tiefe des FE-Netzes	$T = H = 12,5 \text{ m und}$
Breite des FE-Netzes	$B = \Delta x = 0,5 \text{ m.}$

Die besonderen Eigenschaften einer elastischen Bodenschicht bei Erregung durch eine Punktquelle sind bereits in [6] veröffentlicht worden. Im Zusammenhang mit der hier vorgenommenen Parameterstudie soll das System 1 exemplarisch die Unterschiede und Gemeinsamkeiten bei punkt- und linienartiger Erregung aufzeigen und als Referenzsystem bei der Variation der Materialparameter dienen.

System 2

System 2 ist eine homogene elastische Schicht auf einem steiferen Halbraum als Untergrund. Damit soll der Einfluß eines endlichen Steifigkeitssprunges im Bodenprofil erfaßt werden, im Gegensatz zum unendlichen Sprung an der starren Fixierung der Schicht bei System 1. Die Parameter der Schicht sind

$$\begin{aligned}G_1 &= 2 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 \\v_1 &= 0,33 \\ \rho_1 &= 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ H_1 &= 2 \text{ m.}\end{aligned}$$

Der darunterliegende Halbraum hat einen vierfach größeren Schubmodul

$$G_2 = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2,$$

und gleiche Querkontraktionszahl und Dichte

$$v_2 = v_1, \rho_2 = \rho_1.$$

Um den gesamten Frequenzbereich von 0 - 100 Hz abzudecken, mußte mit zwei verschiedenen FE-Modellen gearbeitet werden. Für die tiefen Frequenzen von 5 bis 25 Hz ($df = 2,5$) mußte entsprechend den Überlegungen in Abschnitt 2 die untere Begrenzung sehr tief gelegt werden:

$$\begin{aligned}
T &= 40 \text{ m}, \\
\Delta x_1 &= 1 \text{ m (bis } z = 4 \text{ m)}, \\
\Delta x_2 &= 2 \text{ m (ab } z = 4 \text{ m)}, \\
B &= \Delta x_1.
\end{aligned}$$

Bei den hohen Frequenzen von 25 - 100 Hz muß genügend fein elementiert werden:

$$\begin{aligned}
\Delta x &= 0,2 \text{ m}, \\
T &= 5 \text{ m}, \\
B &= \Delta x.
\end{aligned}$$

Es wird hier wie bei den Systemen 3 bis 6 nur der axialsymmetrische Fall gerechnet.

System 3

Es handelt sich um ein weiteres Beispiel für eine Bodenschichtung. Die aufliegende Schicht unterscheidet sich nicht nur in der Steifigkeit, sondern auch in der Dichte vom unterliegenden Halbraum. Der tieferliegende Boden ist zugleich steifer und schwerer (dichter). Dies dürfte auch in der Realität oft zutreffen. Gewöhnlich sind allerdings die Dichteunterschiede geringfügiger als die Steifigkeitszunahme. Um den Effekt für die Parameterstudie zu erhöhen, wurde hier der Fall betrachtet, daß Steifigkeit und Dichte um jeweils das Vierfache zunehmen. Damit bleibt die Scherwellengeschwindigkeit

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

in Schicht und Halbraum gleich, während der in der eindimensionalen Wellenausbreitung benutzte Wellenwiderstand

$$W = \rho v_s = \sqrt{\rho G}$$

besonders stark, d.h. um das Vierfache im Gegensatz zum zweifachen bei System 2 zunimmt. Das System ist durch folgende Parameter charakterisiert

$$\begin{aligned}
G_1 &= 2 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2, \\
G_2 &= 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2, \\
v_1 &= v_2 = 0,25, \\
\rho_1 &= 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \\
\rho_2 &= 4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \\
H_1 &= 2 \text{ m}.
\end{aligned}$$

Für die Elementierung gilt:

$$T = 10 \text{ m,}$$

$$\Delta x = 0,4 \text{ m,}$$

$$B = \Delta x.$$

System 4

Um die Aussagen über den Einfluß einer Bodenschichtung möglichst allgemeingültig zu ermitteln, wurde auch der umgekehrte Fall einer steiferen Schicht auf weichem Halbraum berechnet. Als konkretes Beispiel könnte man sich eine Ton-schicht vorstellen, die an der Oberfläche ausgetrocknet und dementsprechend härter ist. Andere Beispiele wären Straßendecken oder bis in bestimmte Tiefen wirkende Bau-groundverbesserungen. Die Daten sind

$$G_1 = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2,$$

$$G_2 = 2 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2,$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 0,33,$$

$$\rho_1 = \rho_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

$$H_1 = 3 \text{ m.}$$

Für die tiefen Frequenzen (2,5 - 25 Hz, $df = 2,5$) wurde mit einem FE-Modell gemäß

$$T = 25 \text{ m,}$$

$$\Delta x = 1 \text{ m,}$$

$$B = \Delta x,$$

für die hohen Frequenzen (15 - 120 Hz, $df = 5 \text{ Hz}$) mit

$$T = 7,5 \text{ m}$$

$$\Delta x = 0,3 \text{ m,}$$

$$B = \Delta x.$$

gerechnet.

System 5

Mit diesem Beispiel wird der Einfluß des Grundwasserspiegels auf die Erschütterungsausbreitung untersucht. Es handelt sich um einen homogenen Boden, der unterhalb des Grundwasserspiegels wassergesättigt ist. Die Wassersättigung wird dabei folgendermaßen erfaßt: Der wesentliche Unterschied gegenüber ungesättigtem Boden liegt in den Kompressionsverformungen. Beim ungesättigten Boden erfolgt die Kompression durch die Zusammendrückung der in den Poren

enthaltenen Luft. Bei Wassersättigung ist das Porenvolumen dagegen vollständig mit Wasser gefüllt. Da Wasser inkompressibler als ein trockener bzw. ungesättigter Boden, andererseits aber noch kompressibler als das Kornmaterial des Bodens ist, wird die Kompressionsverformung im wesentlichen von den Eigenschaften des Wassers bestimmt. Auf die Schubverformung hat das Porenwasser keinen Einfluß. Die Dichte erhöht sich etwas, da die Luft im Porenvolumen durch das schwerere Wasser ersetzt wird.

Um nun diese Eigenschaften des 2-Phasen-Gemischs wassergesättigter Boden in einem kontinuumsmechanischen Modell zu berücksichtigen, wird ein elastisches Material benutzt, das den gleichen Schubmodul wie der ungesättigte Boden besitzt, eine 10 Prozent höhere Dichte aufweist und dessen Kompressionswellengeschwindigkeit mit der von Wasser übereinstimmt. Es wird eine Kompressionswellengeschwindigkeit des Wassers $v_{pw} = 1500$ m/s und eine Scherwellengeschwindigkeit des ungesättigten Bodens von $v_s = 200$ m/s zugrundegelegt. Für den gesättigten Boden ergibt das

$$v_{s2} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} v_{s1} = \sqrt{\frac{1}{1,1}} v_{s1}$$

und

$$v_{p2} = v_{pw}$$

Mit dem Verhältnis der Wellengeschwindigkeiten $k = v_p/v_s$ läßt sich auch die Querkontraktionszahl ν angeben.

$$\nu = \frac{k^2 - 2}{2k^2 - 2}$$

Damit ist der Parametersatz für System 5 festgelegt,

$$\begin{aligned} G_1 &= 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2, \\ \nu_1 &= 0,33, \\ \rho_1 &= 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_2 &= 0,4918, \\ \rho_2 &= 2,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, \\ H_1 &= 3 \text{ m}. \end{aligned}$$

Für die Modellierung wurde

$$\begin{aligned} T &= 15 \text{ m}, \\ \Delta x &= 0,6 \text{ m}, \\ B &= \Delta x. \end{aligned}$$

gewählt.

System 6

Mit System 6 wird der Einfluß einer Materialdämpfung im Boden untersucht. Es unterscheidet sich von System 1 durch die Einführung einer hysteretischen Materialdämpfung von $D = 5\%$. Der Schubmodul erhält einen imaginären Anteil gemäß

$$G = G_0(1+2Di) = 8 \cdot 10^7 (1+0,1i),$$

$$\nu = 0,25.$$

Die restlichen Parameter stimmen mit System 1 überein.

Mit den Systemen 1 bis 6 wurde der Einfluß von Materialeigenschaften des Bodens auf die Erschütterungsausbreitung untersucht. Bei den folgenden vier Systemen ging es darum, geometrische Einflüsse zu betrachten.

System 7

Bei der Erschütterungsanregung durch Schienennahverkehr werden die Erregerkräfte über den Gleisoberbau in den Boden geleitet. Die Kräfte werden dabei durch die relativ steifen Elemente Gleis und Schwelle über eine größere Fläche verteilt. Diese Wirkung soll im Modell durch ein Streifenfundament an der Lasteinleitungsstelle berücksichtigt werden. Das Fundament hat die Breite der Schwelle und wird als unendlich steif und masselos idealisiert.

Für die Finite-Element-Modelle bedeutet das, daß über die Fundamentbreite konstante Verschiebungsrandbedingungen vorgegeben werden. In den Rechenbeispielen wird eine Vertikalverschiebung von 1 (m) eingepreßt. Wie im 1. Abschnitt beschrieben, werden bei den vorhandenen Rechenverfahren an den Stellen mit eingepreßten Verschiebungen die Reaktionskräfte berechnet. Mit dieser Kraft läßt sich dann das Ergebnis auf die gewünschte Erregerkraft umrechnen.

Mit System 7 wird die Auswirkung der Lastumverteilung durch das starre Fundament betrachtet. Das System ist ein Halbraum mit einem starren masselosen Streifenfundament auf der Oberfläche, das zu vertikalen Schwingungen angeregt wird. Zu den Materialparametern des Halbraumes

$$G = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2,$$

$$\nu = 0,33$$

$$\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

kommt als einziger neuer Parameter die Fundamentbreite

$$b = 3 \text{ m}$$

hinzu.

Die übrigen rechentechnischen Parameter sind

$$T = 12,5 \text{ m}, \quad B = 12,5 \text{ m}, \quad \Delta x = 0,5 \text{ m};$$

$$f = 0 - 100 \text{ Hz}, \quad df = 5 \text{ Hz}.$$

System 8

Es wird die Erschütterungsausbreitung bei der Trassenführung im Geländeeinschnitt untersucht. Das System ist in Bild 3.1 dargestellt. Der Einschnitt ist 5 m tief und an der Sohle 5 m breit, die Böschungen sind unter 45° geneigt. Die anderen Parameter stimmen mit System 7 überein. Bild 3.2 zeigt die gewählte Elementierung des inneren Bereichs. Wegen der Spiegelsymmetrie braucht nur eine Systemhälfte berechnet zu werden. Am linken Systemrand müssen dann allerdings die Horizontalverschiebungen zu Null gefordert werden.

System 9

System 9 stellt die Streckenführung auf einem Damm dar (Bild 3.3). Die Dammhöhe beträgt 5 m, die Breite ist am Dammfuß 15 m, an der Oberkante 5 m. Damit sind in den Systemen 8 und 9 zwei gleich große Störungen der Bodenoberfläche vorhanden, die in ihren Auswirkungen gut miteinander verglichen werden können.

System 10

Mit System 10 soll der Einfluß von Einbauten im Boden wie Leitungen, Rohre, Schächte deutlich gemacht werden. Als Beispiel wurde ein parallel zum Gleis liegender Schacht mit quadratischem Querschnitt betrachtet (s. Bild 3.4). Die Höhe und Breite beträgt jeweils 1,50 m. Die Wände sind 0,20 m dick und aus Beton mit den Materialwerten

$$\rho_{\text{Beton}} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$G_{\text{Beton}} = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^3$$

$$\nu_{\text{Beton}} = 0,15$$

das entspricht einem Elastizitätsmodul von $E = 2(1+\nu) G = 3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Der Schacht liegt 4,5 m von der Gleismitte entfernt und mit der Oberkante 1,5 m tief im Boden.

Bei der Modellierung ist zu beachten, daß dieses System nicht mehr symmetrisch ist und dementsprechend auf beiden Seiten durch die Randelemente L und R begrenzt werden muß. Alle weiteren Parameter stimmen mit denen des Systems 7 überein.

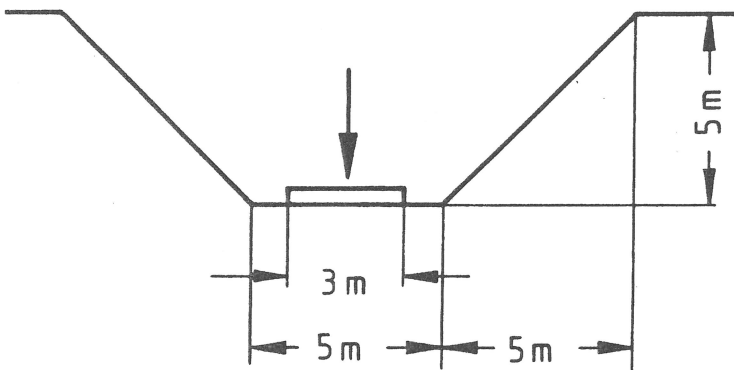


Bild 3.1
System 8 - Trassenführung
im Geländeeinschnitt

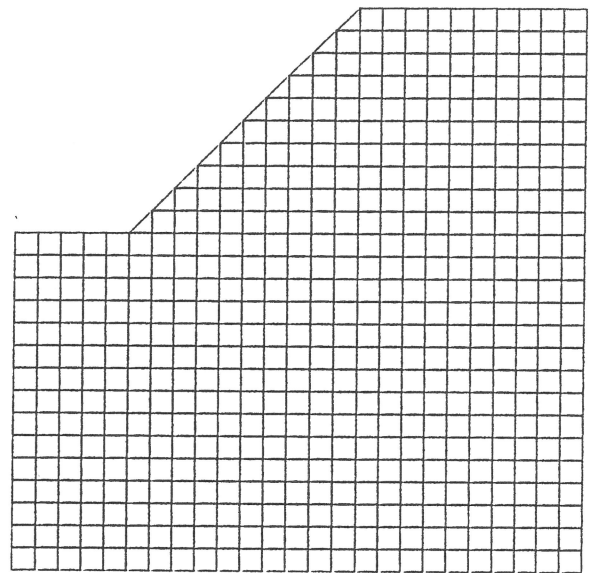


Bild 3.2
Finite-Element-Modell
des Systems 8

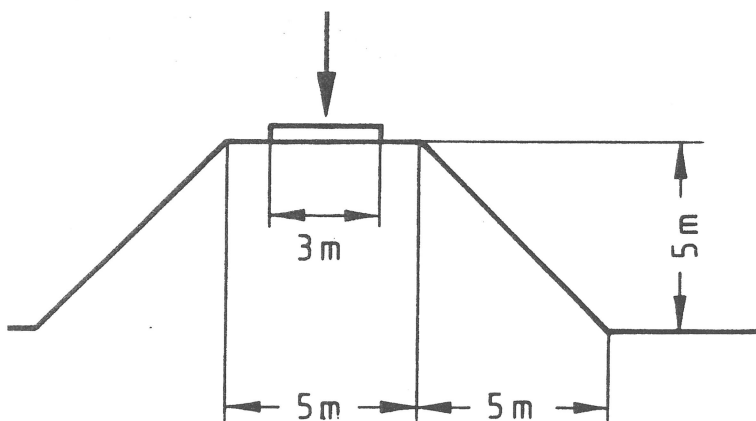


Bild 3.3
System 9 - Trassenführung
auf einem Damm

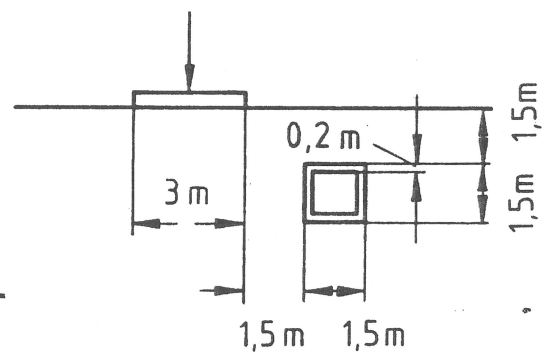


Bild 3.4
System 10 - Schacht parallel
zur Bahnlinie

4. Ergebnisse der Modellrechnungen

4.1 Methode zur Auswertung und Darstellung der Ergebnisse

Das Rechenverfahren liefert für jede Frequenz die komplexen Verschiebungen an allen Knotenpunkten des inneren Bereichs, dazu die komplexen Verschiebungen an den gewünschten Punkten in den seitlichen Bereichen. Außerdem fallen die Eigenwerte (komplexe Wellenzahlen) für die seitlichen Bereiche und gegebenenfalls die Reaktionskräfte an der Fundamentunterkante an. Diese Datenmengen müssen geeignet weiterverarbeitet werden, um zu überschaubaren Ergebnissen zu kommen. Das erste Ziel der Auswertung ist also die Datenreduktion. Ein weiteres Ziel ist es, möglichst allgemeingültige Aussagen zu bekommen. Um dies zu erreichen, werden die Methoden der Dimensionsanalyse herangezogen. Die wesentliche Idee der Dimensionsanalyse ist es, den Satz der Größen, die ein Problem vollständig beschreiben, zu reduzieren, indem ein neuer Parametersatz mit nunmehr dimensionslosen Größen gebildet wird. Auch die Ergebnisgrößen werden durch dimensionslose "Zahlen" ersetzt. Diese Parameterreduktion ist natürlich besonders bei elementaren Problemen effektiv, die von vornherein nur durch wenige Parameter beschrieben werden. Die Dimensionsanalyse kann dabei mitunter schon wesentliche Aufschlüsse über das qualitative Aussehen der Lösung ergeben. Um diesen Vorteil auszunutzen, wurden die Systeme für diese Parameterstudie möglichst elementar gewählt und auf die Modellierung unwesentlicher Details verzichtet. Ein weiterer Vorteil der dimensionslosen Darstellung liegt darin, daß ein Anwender die Ergebnisse unmittelbar auf andere Situationen umrechnen kann, denn die wesentlichen Einflußzahlen und deren Werte werden angegeben.

Die Auswertung der Rechenergebnisse wird auf die Verschiebungsamplituden an der Bodenoberfläche beschränkt, da dort auch die größten Werte erwartet werden. Es wird einheitlich eine normierte Darstellung gewählt, die sich aus der Lösung für den elastischen Halbraum unter Einzellast ergibt (vgl. Abschnitt 4.2). Die Verschiebungsamplituden werden mit dem Schubmodul des Bodens G multipliziert und auf die Erregerkraftamplitude P bezogen. Im ebenen Fall ist die

Erregung eine Linienlast P/L und man hat die normierte Verschiebungsamplitude

$$\bar{u} = \frac{uG}{P/L},$$

im axialsymmetrischen Fall multipliziert man noch mit dem Abstand r des betrachteten Punktes vom Erreger und erhält die dimensionslose Größe

$$\bar{u} = \frac{uGr}{P}.$$

Als unabhängige Variable wird der normierte Abstand \bar{r} bzw. \bar{x} benutzt, der durch

$$\bar{r} = \omega r / v_S$$

bzw.

$$\bar{x} = \omega x / v_S,$$

v_S ist die Scherwellengeschwindigkeit des Bodens, definiert ist. Wegen des Zusammenhangs

$$\lambda_S = v_S / f$$

lassen sich diese Größen als auf die Scherwellenlänge λ_S des Bodens bezogene Radien interpretieren.

$$\bar{r} = 2\pi r / \lambda_S.$$

Der funktionale Zusammenhang

$$\bar{u} = f(\bar{r})$$

- ein normiertes Amplituden-Abstands-Gesetz - wird nun für jede Frequenz dargestellt, wobei sich in allen berechneten Systemen ein qualitativ ähnliches Verhalten für genügend große \bar{r} bzw. \bar{x} ergibt. Für dieses sogenannte "Fernfeld" können deshalb Asymptoten ermittelt werden, im ebenen Fall

$$\bar{u} \approx \text{konst.}$$

und im axialsymmetrischen Fall

$$\bar{u} \approx \text{konst} \sqrt{\bar{r}}.$$

Die Konstanten werden durch die Mittelung der Rechenergebnisse für verschiedene Radien bestimmt. Diese Konstanten sind dann ein Maß für die Intensität des entlang der Bodenoberfläche weitergeleiteten Erschütterungen.

Mit dem normierten Amplituden-Abstands-Gesetz und der Erschütterungsintensität (Fernfeldasymptoten) sind die beiden wesentlichen Hilfsmittel bei der Auswertung der Rechen-
ergebnisse vorgestellt.

4.2 Ergebnisse für den elastischen Halbraum

Der elastische Halbraum ist das einfachste System, mit dem man die Wellenausbreitung durch den Boden berechnen kann. Er weist schon wesentliche Merkmale aller Systeme auf. Er soll deshalb als Bezugs- und Ausgangspunkt für die weiteren Rechnungen hier etwas ausführlicher dargestellt werden.

Mit der Kurzbezeichnung elastischer Halbraum ist in diesem Bericht der homogene elastische Halbraum gemeint, der durch eine konzentrierte vertikale Last, d.h. durch eine Punkt- oder eine Linienlast, an seiner Oberfläche harmonisch angeregt wird. Zunächst sollen die Parameter des Problems entsprechend der Dimensionsanalyse reduziert werden. Das Problem ist durch folgende Größen beschrieben:

$$(u_x, u_z) = f(P/L, \omega, G, \nu, \rho, x, z)$$

im ebenen Fall bei der Erregung durch eine Linienlast, bzw.

$$(u_r, u_z) = f(P, \omega, G, \nu, \rho, r, z)$$

im axialsymmetrischen Fall der Punktlast, dabei ist

u_x, u_r, u_z - Radial- und Vertikalkomponente der Verschiebungen,

P/L - Linienlast (Kraft pro Längeneinheit),

P - Punktlast,

ω - Kreisfrequenz der Erregerkraft,

G - Schubmodul des Bodens

ν - Querkontraktionszahl,

ρ - Dichte,

x, r, z - Koordinaten des betrachteten Bodenpunktes.

Dieser Parametersatz reduzierte sich um 3 Größen, wenn man alle dimensionslosen Kombinationen dieser Größen, die jedoch voneinander unabhängig sein müssen, benutzt. Es verbleibt die Beziehung

$$\frac{u}{r} = f\left(\frac{P}{Gr^2}, \frac{\omega r}{\sqrt{G/\rho}}, \frac{\omega z}{\sqrt{G/\rho}}, \nu\right),$$

wobei u stellvertretend für u_r oder u_z steht. Die Linearität des Problems besagt, daß die Verschiebung zur Kraft proportional sein muß. So vereinfacht sich die Beziehung auf

$$\frac{u}{r} = \frac{P}{Gr^2} f\left(\frac{\omega r}{\sqrt{G/\rho}}, \frac{\omega z}{\sqrt{G/\rho}}, \nu\right)$$

oder

$$\frac{uGr}{P} = f\left(\frac{\omega r}{\sqrt{G/\rho}}, \frac{\omega z}{\sqrt{G/\rho}}, \nu\right).$$

Für die Linienlast erhält man entsprechend

$$\frac{uG}{P/L} = f\left(\frac{\omega x}{\sqrt{G/\rho}}, \frac{\omega z}{\sqrt{G/\rho}}, \nu\right).$$

Die normierten Verschiebungen

$$\bar{u} = \frac{uGr}{P} \quad \text{bzw.} \quad \frac{uG}{P/L}$$

hängen somit noch von den drei Größen

$$\bar{r} = \frac{\omega r}{\sqrt{G/\rho}} = \frac{\omega r}{v_s} \quad \text{bzw.} \quad \bar{x} = \frac{\omega x}{\sqrt{G/\rho}} = \frac{\omega x}{v_s},$$

$$\bar{z} = \frac{\omega z}{\sqrt{G/\rho}} = \frac{\omega z}{v_s} \quad \text{und} \quad \nu$$

ab.

Die analytische Lösung des Problems geht auf Lamb [7] zurück. Zunächst soll die Abhängigkeit von der normierten Entfernung \bar{r} bzw. \bar{x} betrachtet werden. Die Bilder 4.1 und 4.2 zeigen dazu die Amplitudenverteilungen an der Oberfläche, d.h.

$$\frac{uGr}{P} = f(\bar{r}, \bar{z} = 0, \nu = 0,25)$$

und

$$\frac{uG}{P/L} = f(\bar{x}, \bar{z} = 0, \nu = 0,25).$$

Im axialsymmetrischen Fall lassen sich deutlich zwei Bereiche unterscheiden:

Im Nahbereich für kleine \bar{r} sind die normierten Amplituden annähernd konstant

$$\frac{uGr}{P} = \text{konst.}$$

Dieser Nahbereich ist wesentlich durch die Raumwellen, das sind die Kompressions- und die Scherwellen, bestimmt.

Im Fernfeld ergibt sich eine Asymptote der Form

$$\bar{u} = A \sqrt{\bar{r}}.$$

In diesem Fernfeldbereich tritt im wesentlichen nur die Rayleighwelle auf. Sie hat die in Bild 4.3 gezeigte Amplitudenverteilung über die Tiefe. Man erkennt, daß die Amplituden für größere Tiefen rasch gegen null gehen. Die Rayleighwelle ist also eine an die Oberfläche gebundene Welle. Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit liegt etwas unter der Scherwelle

$$v_R \lesssim v_S = \sqrt{G/\rho} .$$

Das Verhältnis von Horizontal- zu Vertikalamplitude beträgt etwa 2/3. Allerdings werden die Maxima nicht gleichzeitig, sondern mit einer Phasendifferenz von 90 Grad erreicht, so daß ein Bodenteilchen während einer Schwingungsperiode eine Ellipse durchläuft. Diese Eigenschaften der Rayleighwelle sind von der Belastungsart unabhängig, da die Rayleighwelle im mathematischen Sinne eine Eigenlösung des Problems ist. Lediglich die Amplitudenverteilung richtet sich nach der Anregungsart.

In Bild 4.2 ist die Amplitudenverteilung des Wellenfeldes an der Oberfläche für den Fall einer Linienlast dargestellt. Man erkennt folgende Unterschiede zum Punktlastfall:

Im Nahbereich existiert ein endlicher Grenzwert für $\bar{x} \rightarrow 0$. Das bedeutet hier für die unnormierte Amplitude

$$u = \bar{u} \frac{P/L}{G} \text{ endlich,}$$

während sich bei der Punktlast wegen

$$u \sim 1/r$$

am Kraftangriffspunkt unendliche Amplituden ergeben. Der Unterschied erklärt sich daraus, daß bei der Linienlast die Kraft auf eine Strecke verteilt angreift.

Für unsere Problemstellung wichtiger ist das Verhalten im Fernfeld. Im ebenen Fall der Linienlasterregung ergibt sich eine konstante Asymptote, was in diesem Fall auch die Konstanz der Verschiebungsamplituden bedeutet. Die Amplituden nehmen, nachdem sie von ihrem Maximum am Lastangriffsort abgefallen sind, nicht weiter mit zunehmender Entfernung ab. Dies läßt sich mit der unendlichen Länge der Laststrecke und der daraus resultierenden unendlichen Gesamt-

kraft erklären. Bei der Punktlast nehmen die Amplituden dagegen im Fernfeld gemäß

$$u \sim 1/\sqrt{r}$$

ab.

Die folgende Tabelle faßt die Amplitudenabnahmegesetze noch einmal zusammen

$u \sim r^{-\alpha}$	Nahfeld	Fernfeld
Punktlast	$\alpha = 1$	$\alpha = 1/2$
Linienlast	-	$\alpha = 0$

Das asymptotische Verhalten für große Entfernung vom Erregerort läßt sich auch aus einer Energiebetrachtung ableiten. Gibt man die Form der Wellenfronten vor, auf denen sich die Energie gleichmäßig verteilt, so kann man aus der Änderung der Oberfläche der Wellenfront die Änderung der Energie bestimmen. Die weiteren Voraussetzungen sind, daß die Energie konstant ist, d.h. daß keine Dämpfung vorhanden ist, und daß die Energiedichte, das ist die Energie pro Flächeneinheit, proportional dem Quadrat der Verschiebungsamplitude ist:

Aus

$$E = \text{konst}$$

und

$$\frac{E}{F} \sim u^2$$

folgt

$$u \sim 1/\sqrt{F}$$

Nun breiten sich die Wellen im Fernfeld parallel zur Oberfläche aus, somit ist die Form der Wellenfront im axial-symmetrischen Fall eine Zylinderoberfläche mit

$$F \sim r$$

und im ebenen Fall eine Halbebene, die senkrecht zur Halbraumoberfläche steht, mit

$$F = \text{konst.}$$

Auf diesem Weg kommt man ebenfalls zu dem Ergebnis

$$u \sim 1/\sqrt{r} \quad \text{bei einer Punktlast und}$$

$$u \sim 1 \quad \text{bei einer Linienlast.}$$

Nachdem die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Entfernung zur Quelle und von der Tiefe unter der Oberflä-

che diskutiert wurde, bleibt noch der Einfluß der Querkontraktionszahl zu untersuchen. Die Querkontraktionszahl nimmt Werte zwischen 0 und 0,5 an, wobei mit zunehmendem ν das Material inkompressibler und damit insgesamt steifer wird. Der Wert 0,5 bedeutet Inkompressibilität und wird annähernd bei wassergesättigtem Boden erreicht. Normalerweise sind jedoch Werte um $\nu = 1/3$ typisch.

Entsprechend der Steifigkeitszunahme mit wachsendem ν gibt es zwei Auswirkungen für die Wellenausbreitung im Halbraum. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit nimmt etwas für größere ν zu. Dieser erste Effekt ist allerdings nur sehr unbedeutend, wie dies aus der nachstehenden Tabelle ersichtlich wird. Die zweite Auswirkung einer größeren Querkontraktionszahl sind kleinere Amplituden vor allem im Fernfeld. Dies läßt sich am einfachsten aus den Konstanten A für die Fernfeldasymptoten

$$\bar{u} = A \quad \text{bzw} \quad \bar{u} = A \sqrt{\bar{r}}$$

ablesen. Ihre Werte sind in der folgenden Tabelle für $\nu = 0, 1/4, 1/3, 1/2$ angegeben. Der Zusammenhang zwischen ebenen und axialsymmetrischem Fall ist dabei

$$A_{\text{axialsymm}} = A_{\text{eben}} \cdot \sqrt{v_S/v_R} \cdot 2\pi$$

ν	v_R/v_S	A_{eben}		$A_{\text{axialsymm.}}$	
		vertikal	horizontal	vertikal	horizontal
0	0,88	0,29	0,23	0,12	0,096
1/4	0,92	0,19	0,13	0,077	0,053
1/3	0,94	0,16	0,10	0,065	0,042
1/2	0,96	0,11	0,060	0,045	0,025

Der Einfluß der Querkontraktionszahl kann näherungsweise eliminiert werden, wenn man beim normierten Amplituden-Abstandsgesetz die Amplituden auf die statische Lösung normiert. Im Fall der Punktlast ist die statische Lösung für die Vertikalverschiebung

$$u_z = \frac{P(1-\nu)}{2\pi rG}$$

und es gilt

$$\frac{u_z G 2\pi r}{P(1-\nu)} \approx \begin{matrix} 1 & \text{für } \bar{r} = 2,5 \\ 0,63 & \text{für } \bar{r} \geq 2,5 \end{matrix}$$

Aus Bild 4.4 ist zu ersehen, daß bei dieser Näherung maximal ein Fehler von 20 % im Fernfeld auftritt.

Für die Horizontalkomponente kann man den von ν unabhängigen Ansatz

$$u \approx 0,67 u_z$$

benutzen. Dabei sind die Fehler im Fernfeld ebenfalls kleiner als 20 %. Es gibt jedoch große Unterschiede im Nahfeld, siehe Bild 4.5 und folgende Tabelle.

ν		0	1/4	1/3	1/2
u_r/u_z	Fernfeld ¹	0,79	0,69	0,65	0,55
	Nahfeld ²	0,5	0,33	0,25	0

1 Die Zahlen gelten auch für den ebenen Fall

2 Dies sind die Grenzwerte für $r \rightarrow 0$ gemäß der Formel

$$u_r/u_z = (1-2\nu)/2(1-\nu).$$

Der Einfluß der Querkontraktion läßt sich zusammenfassen als versteifender Faktor $1/(1-\nu)$. Alle weiteren Eigenschaften des Wellenfeldes sind dann im wesentlichen von ν unabhängig. Nur die horizontale Schwingungskomponente im Nahbereich der Erregung ist stark von ν beeinflusst.

Die Betrachtung des elastischen Halbraumes ergibt, noch einmal kurz zusammengefaßt: Die wesentlichen Einflüsse auf die Erschütterungen sind die Steifigkeit des Bodens, die die Erschütterungen abmindert, und die Geometrie der Erschütterungsanregung, die für die Abnahme der Erschütterungen mit der Entfernung entscheidend ist.

4.3 Bedeutung der zweidimensionalen Rechenmodelle für reale Situationen

Das hier verwendete Rechenverfahren ist auf zweidimensionale Modelle beschränkt. Das bedeutet, daß alle Kräfte und alle Verschiebungen nur zwei Komponenten haben und nur Funktionen von zwei Ortsvariablen sind. Für die betrachteten Systeme bedeutet dies, daß bestimmte Symmetrien vorliegen müssen. Zwei Fälle sind berechenbar: der ebene und der

axialsymmetrische Fall. Im ebenen Fall muß eine Richtung existieren, entlang derer sich weder die Systemgeometrie noch die Erregung ändert. Der axialsymmetrische Fall ist durch die Rotationssymmetrie um eine senkrechte Achse gekennzeichnet.

Für das Problem der Erschütterungsausbreitung infolge Schienenverkehr bietet sich zunächst die ebene Modellierung an. Die Systemgeometrie kann entlang des Gleises als annähernd konstant angesehen werden. Jedoch ist die Anregung des Systems auf ein endliches Stück des Gleises, nämlich die Zuglänge beschränkt. Diese Abweichung vom ebenen Fall besagt, daß wir es bei der Anregung durch Schienenverkehr mit einem dreidimensionalen Problem zu tun haben. Nichtsdestotrotz können zweidimensionale Berechnungen eine Näherungslösung für dreidimensionale Probleme liefern. In diesem Abschnitt soll deshalb konkretisiert werden, inwiefern die hier vorgestellten Ergebnisse Näherungen für den realen Fall darstellen. Dies soll an einem vereinfachten Beispiel diskutiert werden.

Im vorigen Abschnitt ist die Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum für zwei elementare und dabei extreme Lastfälle beschrieben worden, für den Fall einer extrem konzentrierten Last, nämlich einer Punktlast, und für den Fall einer zumindest in einer Richtung extrem verteilten Last, der Linienlast. Als für den Schienenverkehr realistischere Situation soll hier eine Streckenlast betrachtet werden. Das bedeutet, um es noch einmal zu erläutern, daß über eine Strecke L verteilt harmonisch variierende Kräfte mit gleicher Amplitude und gleicher Phase angreifen. Die Ergebnisse für die Punkt- und Linienlast können nun folgendermaßen auf das Streckenlastproblem angewandt werden.

1. Um die Punktlastlösung zu verwenden, muß die gesamt angreifende Kraft P auf einen Punkt zusammengezogen werden. Für die Wellenausbreitung in Streckenrichtung (Gleisrichtung) kann dies kaum vernünftig sein, senkrecht zur Laststrecke sind jedoch durchaus sinnvolle Aussagen zu erwarten.

2. Um die Linienlastlösung anzuwenden, muß die endliche Last P mit der gleichen auf die Laststrecke bezogenen Intensität P/L über die Strecke L hinaus bis ins Unendliche fortgesetzt werden. Während im ersten Fall die Lastkonzentration unrealistisch hoch ist, ist hier die Gesamtlast zu groß.

Man hat demnach 3 Lösungen, die miteinander verglichen werden können.

Die Punktlastnäherung

$$u_1 = \frac{P}{Gr} f_{\text{axialsymm.}}(\bar{r}, \nu),$$

die Linienlastnäherung

$$u_2 = \frac{P/L}{G} f_{\text{eben}}(\bar{x}, \nu)$$

und die exakte Lösung u_3 . Da nur die Ausbreitung senkrecht zur Laststrecke betrachtet wird, stimmen r und x bzw. \bar{r} und \bar{x} überein. Wählt man als gemeinsame Darstellungsform

$$\bar{u}_i = \frac{u_i G}{P/L} = f_i(\bar{x}, \bar{L}, \nu) \quad i = 1, 2, 3$$

mit $\bar{L} = \omega L / v_s$, so erkennt man, daß die ebene Lösung u_2 als einzige unabhängig von \bar{L} ist. Die Punktlast- und die realistischere Streckenlastlösung ergeben noch von \bar{L} , also von der Laststrecke und der Frequenz abhängige Abstandsgesetze $\bar{u} = f(\bar{x})$. Um die Diskussion zu vereinfachen, sollen hier die Verhältnisse nur an einer Prinzipskizze (Bild 4.6) erläutert werden. Es gibt einen Punkt \bar{x}_1 , der noch von \bar{L} (und ν) abhängt, an dem Punkt- und Linienlastlösung übereinstimmen. Er wäre aus der Gleichung

$$f_{\text{eben}}(\bar{x}_1, \nu) = \frac{u_2 G}{P/L} \stackrel{!}{=} \frac{u_1 G}{P/L} = \frac{\bar{L}}{\bar{x}_1} f_{\text{axialsymm.}}(\bar{x}_1, \nu)$$

zu bestimmen. Für alle kleineren Entfernungen $\bar{x} < \bar{x}_1$ muß die Punktlastlösung größer sein, denn in der Erregernähe ist die Lastkonzentration für die Größe der Schwingungen entscheidend. Für große Entfernungen \bar{x} geht die Punktlastlösung gegen 0, während die Linienlast zu einem endlichen Grenzwert führt (vgl. Abschnitt 4.2), so daß für den gesamten Bereich $\bar{x} > \bar{x}_1$ die Linienlastlösung größer ist. Die

exakte Lösung u_3 für die Streckenlast nähert sich nun an die Lösungen u_1 und u_2 an. Dies wird in der Prinzipskizze (Bild 4.6) durch die Punkte \bar{x}_2 und \bar{x}_3 markiert, die ebenso wie \bar{x}_1 noch Funktionen von \bar{L} sind. Für geringe Entfernungen $\bar{x} < \bar{x}_2$ stimmen die Linienlast- und die Streckenlastlösung annähernd überein. Das kann man so erklären, daß die zusätzlichen Anteile des Wellenfeldes, die im Linienlastfall von den Kräften außerhalb der Länge L erzeugt werden, im Vergleich zu den Anteilen aus der Streckenlast (innerhalb der Länge L) bedeutend stärker abgeklungen sind, da sie im Verhältnis bedeutend längere Wege zurückgelegt haben. Auf der anderen Seite stimmen für genügend große Entfernungen $\bar{x} > \bar{x}_3$ die Punkt- und die Streckenlastlösung annähernd überein. Für große Entfernungen stimmen nämlich die Laufwege für alle Punkte auf der Laststrecke annähernd überein, so daß es für die Auswirkungen in der Entfernung egal ist, ob die Last auf einen Punkt konzentriert oder auf die Strecke L verteilt ist. Im Bereich $\bar{x}_2 < \bar{x} < \bar{x}_3$ sind die exakten Amplituden u_3 kleiner als die aus der Punkt- oder Linienlastlösung. Beide zweidimensionalen Modelle liefern also im mittleren Entfernungsbereich zu große Werte.

Man kann die Ergebnisse dieser Betrachtung folgendermaßen zusammenfassen: Die ebene und die axialsymmetrische Berechnung des eigentlich dreidimensionalen Problems einer Streckenlast liefern die Näherungen, im ebenen Fall für den erregernahen Bereich, im axialsymmetrischen Fall für den erregfernen Bereich. Der Gültigkeitsbereich der Näherungen hängt noch vom Parameter \bar{L} ab, und damit bei vorgegebener Systemgeometrie - in unserem Fall z.B. die Zuglänge - auch von der Frequenz ab. Im mittleren Entfernungsbereich überschätzen beide Modelle die tatsächlichen Erschütterungen. Die beiden zweidimensionalen Modelle ergeben zwei extreme Abnahmekoeffizienten κ für das Amplituden-Abstandsgesetz

$$u \sim r^{-\kappa}.$$

Tatsächlich wird man einen Koeffizienten zwischen beiden Werten $\kappa = 0$ (ebener Fall) und $\kappa = 1/2$ (axialsymmetrischer Fall) feststellen.

Damit ist zunächst geklärt, wie die vorhandenen zweidimensionalen Modelle als Näherungen und als theoretische Gren-

zen zur Erschütterungsprognose für reale Situationen herangezogen werden können. Im Rahmen dieses Berichtes geht ihre Bedeutung noch darüber hinaus. Die Aufgabe dieser Forschungsarbeit war es, den Einfluß verschiedener Bodenarten und -aufbauten und verschiedener konstruktiver Besonderheiten wie Fahrbahnbreite, Damm, Einschnitt und Einbauten im Boden auf die Erschütterungen zu untersuchen. Um diesen Einfluß zu klären, wurden verschiedene zweidimensionale Modelle miteinander verglichen. Die dabei festgestellten Unterschiede oder Einflußfaktoren sind sicherlich nicht nur für den speziell untersuchten Fall gültig. Es wird sogar davon ausgegangen, daß in den meisten Fällen die gewonnenen Aussagen im wesentlichen unabhängig von der Art der Anregung sind. Einen Hinweis auf die Gültigkeit dieser Annahme liefern die Ergebnisse zu System 1, die sowohl für Punkt- als auch für Linienlast berechnet wurden.

4.4 Schicht auf starrer Unterlage (Fels)

Die Wellenausbreitung in einer homogenen elastischen Schicht auf starrer Unterlage ist bereits in [6] beschrieben worden. Die wesentlichen Ergebnisse sollen hier kurz wiedergegeben werden.

Das Verhalten der elastischen Schicht unter vertikaler Punktlast unterscheidet sich wesentlich für drei Frequenzbereiche

- die tiefen Frequenzen einschließlich der statischen Last,
- die Resonanzfrequenz und
- die Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz.

Die Resonanzfrequenz liegt ungefähr bei $f \approx v_s/2H$. Dies ist zugleich die erste Frequenz, bei der sich die Rayleighwelle ausbildet.

Im tiefen Frequenzbereich nehmen die Amplituden mit der Entfernung sehr schnell gemäß einem exponentiellen Gesetz

$$u \sim e^{-ar}$$

ab (Bild 4.7). In der Resonanzfrequenz bleiben die Amplituden über einen großen Bereich konstant (Bild 4.8). Für hohe Frequenzen nähert sich das Amplituden-Abstands-Gesetz

der Schicht dem des Halbraums an (Bild 4.9). Diese Tendenz läßt sich mit der geringen Eindringtiefe der im Halbraum dominierenden Rayleighwelle erklären. Wenn die untere Schichtgrenze genügend tief liegt ($H \gg \lambda_R$), dürfte sie die Ausbildung der Rayleighwelle kaum noch beeinflussen. Bei 120 Hz ist die Rayleighwellenlänge zum Beispiel nur noch ein Drittel der Schichtdicke und die Verschiebungen von Halbraum und Schicht stimmen schon ziemlich gut überein (Bild 4.10). Die Amplituden der Schicht schwanken jedoch ab einer bestimmten Entfernung erheblich. Diese starken Schwankungen sind charakteristisch für die Schicht, denn sie treten von der Resonanz aufwärts in allen Frequenzen auf. Sie lassen sich als Interferenz verschiedener Wellensysteme interpretieren.

Aufgrund der genannten verschiedenen Abnahmegesetze ergibt sich in einiger Entfernung der in Bild 4.11 dargestellte Frequenzgang. Die Schwingungen in der Resonanzfrequenz dominieren gegenüber den höherfrequenten Anteilen, während die tieffrequenten Schwingungen nahezu vollständig herausgefiltert werden.

4.5.1 Ergebnisse für System 1

Aus den Systemparametern kann man zunächst die zu erwartende Resonanzfrequenz ausrechnen. Sie liegt bei

$$f \approx \frac{v_s}{2H} = \frac{200 \text{ m/s}}{2 \cdot 12,5 \text{ m}} = 8 \text{ Hz.}$$

und damit zwischen der zweiten und dritten berechneten Frequenz 5 und 10 Hz.

Bild 4.12 zeigt die Amplituden, die entsprechend dem im Abschnitt 4.1 beschriebenen Verfahren auf die Amplituden eines Halbraums mit gleichen Materialparametern bezogen sind, in Abhängigkeit von der dimensionslosen Größe $\bar{H} = \omega H / v_s$. Die oben beschriebenen Effekte lassen sich hier wiederfinden: Die Filterwirkung für tiefe Frequenzen (kleines \bar{H}) und die erste Resonanzfrequenz, wobei zu beachten ist, daß die Resonanzfrequenz selbst mit dem gewählten Frequenzraster nicht genau getroffen wird. In der Horizontalkomponente kommt eine zweite Amplitudenüberhöhung dazu. Anson-

sten stimmen für höhere Frequenzen Schicht und Halbraum überein. Der leichte Abfall mit steigender Frequenz bzw. \bar{H} wird weiter unten diskutiert.

Bild 4.13 zeigt die entsprechend ausgewerteten Ergebnisse für eine Linienlast. Zunächst ist eine weitgehende Übereinstimmung zwischen dem Linien- und dem Punktlastfall festzustellen. Damit wird die Annahme bestätigt, daß der Einfluß des umgebenden Bodens auf die Erschütterungsausbreitung ähnlich für unterschiedliche Belastungsfälle ist. Im Vergleich zur Punktlast sind bei der Linienlast die höheren Resonanzfrequenzen stärker ausgeprägt. Zur ersten Eigenfrequenz

$$f_1 = v_s/2H$$

kommt bei $f \approx 2,5 f_1$ und $f \approx 11f_1$ eine horizontale und bei $f \approx 5 f_1$ eine vertikale Resonanzstelle hinzu.

In beiden Lastfällen ergibt sich bei den Rechnungen ein Abfall der Amplituden für hohe Frequenzen. Dies widerspricht der Vermutung, daß sich die Systeme Schicht und Halbraum für hohe Frequenzen annähern müßten. Der Unterschied wird auf folgende Tatsache zurückgeführt. In den Rechenbeispielen 1 bis 6 wird der Boden durch eine Einzelast angeregt. Die damit verbundene singuläre Spannungsverteilung an der Lasteinleitungsstelle kann durch das Finite-Element-Modell nicht mehr genau genug abgebildet werden. Durch die Diskretisierung wird das Modell an der Lasteinleitungsstelle steifer als das ursprüngliche System. Der Effekt verstärkt sich mit steigender Frequenz, da dann auch die Elementabmessungen im Vergleich zu den Wellenlängen wachsen. Dieser als Modellierungsfehler angesehene Amplitudenabfall wird bei der Auswertung der Systeme 2 bis 6 kompensiert.

4.5 Auswirkungen weiterer Bodenschichtungen

Die Systeme 2 bis 5 besitzen die gleiche Struktur. Auf einem homogenen elastischen Halbraum liegt im festen Verbund eine homogene elastische Schicht mit vom Halbraum abweichenden Materialwerten. Der volle Parametersatz für diese Problemklasse ist

$$\bar{u} = f(\bar{r}, \bar{H}, \frac{G_2}{G_1}, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \nu_1, \nu_2),$$

mit

$$\bar{u} = \frac{u G_1 r}{p},$$

$$\bar{r} = \frac{\omega r}{v_{s1}} \quad \text{und}$$

$$\bar{H} = \frac{\omega H}{v_{s1}}.$$

Bei der Auswertung der Rechenergebnisse im Hinblick auf die Fernfeldasymptoten entfällt der Parameter \bar{r} . Es sind nun folgende Schichtungsfälle behandelt worden:

	G_2/G_1	ρ_2/ρ_1	ν_1	ν_2
System 2	4	1	0,33	0,33
System 3	4	4	0,25	0,25
System 4	1/4	1	0,33	0,33
System 5	1	1,1	0,33	0,49 (Grundwasser)

Unter den Parametern tritt die Steifigkeit und die Dichte nicht explizit auf. Das bedeutet, daß die Ergebnisse nicht nur für die den gewählten Steifigkeiten entsprechenden Böden gelten, sondern auf beliebige Böden verallgemeinert werden können. Nur der Effekt der Wassersättigung macht dabei eine Ausnahme, da die Querkontraktionszahl je nach Bodensteifigkeit etwas anders gewählt werden muß. Der Einfluß von Grundwasser wird deshalb getrennt in Abschnitt 4.6 dargestellt.

4.5.1 Ergebnisse für System 2

System 2 stellt mit seiner Versteifung durch den unterliegenden Halbraum ein ähnliches System wie die Schicht auf starrer Unterlage dar (System 1). Der Fall der starren Fixierung kann als Grenzfall $G_2/G_1 \rightarrow \infty$ angesehen werden. Die starre Fixierung führte bei System 1 zur fast vollständigen Unterdrückung tiefer Frequenzen und einem gänzlich vom Halbraum verschiedenen Schwingungsverhalten. Im Vergleich dazu verhält sich die Schicht mit geringerem Steifigkeitssprung $G_2/G_1 = 4$ auch bei tiefen Frequenzen halbraumähnlich. Dies zeigt das Abstandsgesetz in Bild 4.14 für die Frequenz 5 Hz bzw. $\bar{H} = \pi/5$. Das Schwingungsverhal-

ten der Bodenoberfläche ist bei diesen tiefen Frequenzen und entsprechend großen Wellenlängen wesentlich von den Eigenschaften des unterliegenden Halbraums bestimmt.

Über das Verhalten des Schicht-auf-Halbraum-Systems im gesamten Frequenzbereich geben die Bilder 4.15 und 4.16 Auskunft. In ihnen sind die Fernfeldamplituden auf die Amplituden eines Halbraumes bezogen, der die gleichen Materialwerte wie die obenliegende Schicht besitzt, und in Abhängigkeit von \bar{H} dargestellt. Für die tiefen Frequenzen nehmen die Amplituden entsprechend dem Einfluß des steiferen Untergrundes ab. Für die hohen Frequenzen geht das Amplitudenverhältnis gegen eins, das heißt das Schicht-auf-Halbraum-System verhält sich wie ein Nur-Halbraum aus dem Schichtmaterial. Dies entspricht wieder der begrenzten Eindringungstiefe der dominierenden Rayleighwelle. Bei $\bar{H} = \pi$ bzw. $f = v_S/2H$ liegt eine Resonanzstelle mit einer Überhöhung von 2 bis 2,5 vor. Die zweite Resonanz in der Vertikalkomponente scheint ein Randeinfluß des Finite-Element-Systems zu sein, vgl. die Ergebnisse für System 1.

4.5.2 Ergebnisse für System 3

Bei System 3 liegen ähnliche Verhältnisse wie bei System 2 vor (Bild 4.17). Die Werte für die tiefste berechnete Frequenz stimmen sehr gut mit dem Wert 0,25 für einen Halbraum aus dem steiferen Material überein. Sie steigen dann annähernd monoton mit wachsendem \bar{H} auf den Wert 1. Es gibt jedoch keine Resonanzüberhöhung und dies, obwohl der Wellenwiderstand

$$W = \rho v_S = \sqrt{\rho G}$$

um den Faktor 4 und damit doppelt so stark zunimmt wie in System 2. Dies kann ein Hinweis darauf sein, daß dieser das Reflektionsverhalten beschreibende Parameter für die Resonanzüberhöhung unbedeutend ist. Die Rechnungen legen eher eine Abhängigkeit von dem Wellengeschwindigkeitsverhältnis nahe, da in diesem Fall (System 3) gerade bei identischen Wellengeschwindigkeiten keine Resonanz auftritt. Für eine endgültige Klärung reicht die Anzahl der Beispiele und das gewählte Frequenzraster nicht aus.

4.5.3 Ergebnisse für System 4

Bei diesem Schichtungsfall liegt das steifere Material zuoberst. Es liegt also keine Versteifung oder Fixierung der oberen Schicht vor, vielmehr sollte man besser von einer oberflächennahen Aussteifung des unterliegenden Halbraumes sprechen. In einigen Punkten verhält sich dieses System trotzdem ähnlich wie die vorhergehenden Systeme (siehe Bild 4.18).

Bei hohen Frequenzen wird das Wellenfeld wiederum nicht durch tiefere Bodenbereiche beeinflusst. Die Amplituden stimmen mit denen eines Halbraumes aus dem aufliegenden steiferen Material überein. Die Frequenz $f = v_s/2H$ stellt auch hier eine Grenzfrequenz dar. Sie ist jedoch nicht mit einer Resonanzüberhöhung verbunden. Statt dessen sind im Bereich um diese Frequenz ($2,3 < \bar{H} < 3,8$) die Amplituden bis auf die Hälfte reduziert. Für die tiefen Frequenzen steigen die Amplituden wieder an. Hier macht sich der Einfluß der weichen Unterlage bemerkbar. Allerdings sind die Werte für die kleinste Frequenz erst halb so groß wie bei einem Halbraum ohne steifere Schichtauflage. Der tiefe und der mittlere Frequenzbereich bis etwas über der Grenzfrequenz sind stärker reduziert, als aus der Betrachtung der von der Rayleighwelle erfaßten Steifigkeiten folgt.

4.5.4 Gemeinsamkeiten der Schichtsysteme

In allen vier berechneten Schichtsystemen wurden folgende gemeinsame Merkmale festgestellt: Es gibt eine Grenzfrequenz, die sich mit ungefähr $f = v_s/2H$ angeben läßt und die einen hochfrequenten und einen tieffrequenten Bereich trennt. Diese Bereiche sind jeweils durch einen anderen Systemteil überwiegend determiniert, der tieffrequente Bereich durch den unterliegenden Halbraum, der hochfrequente Bereich durch die obere Schicht. Es liegt nahe, diese Bereiche im Anwendungsfall mit den entsprechenden Halbraumergebnissen zu berechnen. Ein Übergangsbereich müßte von dieser Näherungsberechnung ausgenommen werden, da hier Resonanzüberhöhungen auftreten können. Die Stärke der Resonanzschwankt mit den Schichtungsparametern. Eine Aussage über

die tatsächliche Resonanzüberhöhung ist mit den zugrunde gelegten Modellen allerdings nicht sinnvoll möglich, da in der Realität Imperfektionen, wie Unebenheiten, Neigung der Schichtoberflächen u.ä. sicherlich reduzierend auf die Resonanz wirken. Liegt das steifere Material oben, so zeigt sich sogar der gegenteilige Effekt, die Amplituden werden abgemindert.

4.6 Grundwasser

Der Einfluß von Grundwasser läßt sich im Gegensatz zu den in 4.5 beschriebenen Schichtungsfällen nur beispielhaft mit einem einzigen Modell berechnen. Das liegt daran, daß beim wassergesättigten Boden ein Parameter von vornherein festliegt, nämlich die Kompressionswellengeschwindigkeit v_p . Das Verhalten eines wassergesättigten Bodens hängt nun vom Verhältnis der Wellengeschwindigkeiten $k = v_p/v_s$ ab. Je steifer der trockene Boden schon ist, desto kleiner wird dieses Verhältnis bei Wassersättigung. Damit dürften auch die Auswirkungen der Wassersättigung kleiner werden. In dieser Arbeit wurde als Beispiel ein typischer Lockerboden mit einer Scherwellengeschwindigkeit von $v_s = 200\text{m/s}$ wie sie auch bei den Messungen in Köln ermittelt wurde, berechnet, K hat hier also den Wert 7,5.

(Für den in Abschnitt 4.5 benutzten Parametersatz bedeutet obige Überlegung, daß der Parameter ν_2 , der die Wassersättigung im wesentlichen beinhaltet, noch von der Steifigkeit, genauer noch von der Scherwellengeschwindigkeit des Bodens abhängt. Die Querkontraktionszahl wird nämlich gemäß

$$\nu = \frac{k^2 - 2}{2k^2 - 2}$$

aus dem Geschwindigkeitsverhältnis $k = v_p/v_s$ gebildet. Der im Rechenbeispiel gewählte Wert $\nu = 0,49$ repräsentiert für einen Boden mit $v_s \approx 200\text{ m/s}$ eine Wassersättigung. Bei steiferen Böden ist ν kleiner, bei weicheren nähert sich ν noch weiter an den theoretischen Grenzwert von 0,5 an.)

Bevor die Rechenergebnisse dargestellt werden, soll hier noch kurz der theoretische Grenzwert für $\nu = 0,5$ und einem Grundwasserspiegel an der Geländeoberkante ($\bar{H} = 0$) angegeben werden. Im Vergleich zum trockenen bzw. ungesättigten

Halbraum mit $\nu = 0,33$ wären die Amplituden im Fernfeld um 0,58 und 0,47 in der vertikalen bzw. horizontalen Komponente reduziert.

Die Rechenergebnisse von System 5 sind im Bild 4.19 dargestellt. Nahezu gleichmäßig für alle \bar{H} , d.h. für alle Frequenzen und alle Höhen des Grundwasserspiegels, sind die Amplituden um den Faktor 0,8 reduziert. Es gibt im Gegensatz zu den Ergebnissen aus Abschnitt 4.5 keine Unterscheidung nach tiefen und hohen Frequenzen, obwohl mit dem Grundwasserspiegel eine deutliche Schichtung des Bodens vorliegt. Es tritt auch keine Resonanz auf. In den anderen Schichtungsfällen ließ sich die Grenzfrequenz und gegebenenfalls die Resonanzfrequenz mit

$$f = v_s/2H \text{ bzw.}$$

$$\bar{H} = \omega H/v_s = \pi$$

abschätzen. Für den Grundwasserfall liegen diese Werte im berechneten Frequenzbereich. Die Tatsache, daß keine Resonanz auftritt, trifft hier ebenso wie im Beispiel 3 damit zusammen, daß die Scherwellengeschwindigkeit in den beiden Bodenschichten übereinstimmt. Die Vermutung, daß Resonanzphänomene an große Unterschiede in der Scherwellengeschwindigkeit gebunden sind, wird damit erhärtet.

4.7 Materialdämpfung des Bodens

Der Einfluß der Materialdämpfung wurde am Modell des hysteretisch gedämpften Halbraumes bzw. der hysteretisch gedämpften Schicht untersucht. Die hysteretische Dämpfung ist durch einen frequenzunabhängigen Imaginärteil des Schubmoduls im Rechenmodell berücksichtigt.

Die Auswirkungen auf das Wellenfeld lassen sich zunächst anhand der theoretischen Ergebnisse für einen elastischen Halbraum diskutieren. Sofern die Lösung analytisch vorliegt, kann man die entsprechenden Ergebnisse für den gedämpften Fall durch die Fortsetzung der Lösung auf den komplexen Schubmodul erhalten. Das soll für den praktisch wichtigen Fernfeldbereich vorgeführt werden.

Das Wellenfeld läßt sich als Näherung für genügend große \bar{r} in der Form

$$\bar{u} = A \sqrt{\bar{r}} e^{i(\omega t - \kappa \bar{r})}, \quad \kappa = v_S / v_R$$

darstellen. Überträgt man dieses Ergebnis auf die hysteretische Dämpfung mit

$$G = G_0(1+2Di)$$

und entsprechend

$$v_S = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{G_0/\rho} \sqrt{1+2Di} = v_{S0} \sqrt{1+2Di},$$

so ändern sich die Größen

$$\bar{u} = \frac{uGr}{p} \quad \text{und} \quad \bar{r} = \frac{\omega r}{v_S},$$

die komplex werden.

κ soll als $\kappa = v_{S0}/v_{R0}$ reell bleiben. Die Änderungen in \bar{u} und $\sqrt{\bar{r}}$ sind bei schwacher Dämpfung nur geringfügig und werden hier nicht weiter betrachtet. Die wesentliche Änderung liegt im Faktor $e^{-i\kappa \bar{r}}$. Durch die komplexe Ergänzung entsteht nämlich ein zusätzlicher Faktor: Es ist

$$\bar{r} = \frac{\omega r}{v_S} = \frac{\omega r}{v_{S0} \sqrt{1+2Di}} = \bar{r} \frac{1}{\sqrt{1+2Di}}$$

Für kleine Dämpfung gilt näherungsweise

$$\frac{1}{\sqrt{1+2Di}} = 1-Di,$$

so daß

$$\bar{r} \approx \bar{r}_0(1-Di)$$

und

$$e^{-i\kappa \bar{r}} = e^{-i\kappa \bar{r}_0} e^{-D\bar{r}_0}.$$

Der zusätzliche Faktor $e^{-D\bar{r}_0}$ führt zu einer exponentiellen Abnahme der Amplitude. Das Ergebnis dieser Ableitung läßt sich folgendermaßen zusammenfassen: Die Amplituden im hy-

steretisch gedämpften Halbraum unterliegen im Fernfeld der Erregung der Gesetzmäßigkeit

$$\bar{u} \approx A \sqrt{\bar{r}} e^{-D\bar{r}},$$

wobei die Definitionen für \bar{u} und \bar{r} und der Wert der Konstante A mit denen des elastischen Halbraumes übereinstimmen. Diese Näherungsbetrachtung wird nun durch die Ergebnisse der numerischen Berechnung geprüft und ergänzt.

Das berechnete System 6 ist eine hysteretisch gedämpfte Schicht. Es besteht demnach ein Zusammenhang

$$\bar{u} = f(\bar{r}, \bar{H}, \nu, D).$$

entsprechend den in Abschnitt 4.4 referierten Ergebnissen verschwindet der Einfluß der starren Fixierung am unteren Rand bei genügend hoher Frequenz bzw. \bar{H} , und man hat annähernd die Halbraumgesetzmäßigkeiten

$$\bar{u} = f_H(\bar{r}, \nu, D).$$

Für alle höheren Frequenzen ergibt sich deshalb das gleiche Bild. Stellvertretend ist in Bild 4.20 das Amplituden-Abstands-Gesetz für $\bar{H} = 18$ dargestellt. Man erkennt, daß die Dämpfung in einer genügenden Entfernung (hier bei $D = 5\%$ etwa ab $\bar{r} = 10$) einen stark reduzierenden Einfluß hat.

Das weiter oben theoretisch abgeleitete Gesetz

$$\bar{u} = A \sqrt{\bar{r}} e^{-D\bar{r}}$$

wurde überprüft, indem die Rechenergebnisse durch eine gleichgestaltete Funktion

$$\bar{u} = C \sqrt{\bar{r}} e^{B\bar{r}}$$

approximiert wurden. Der dabei ermittelte Parameter C stimmte sehr gut mit dem Wert A des elastischen Halbraums überein, der Parameter B ergab in allen betrachteten Fällen ziemlich genau $0,05=D$. Die berechnete Approximation ist ebenfalls in Bild 4.20 eingezeichnet und man sieht, daß der Ansatz das Verhalten richtig wiedergibt.

Zusammengefaßt läßt sich sagen, daß das Verhalten eines hysteretisch gedämpften homogenen Bodens sehr gut mit den Gesetzen des elastischen Halbraumes gemäß

$$\bar{u} = f(\bar{r}, \nu) e^{-D\bar{r}}$$

berechnet werden kann. Die Dämpfung bewirkt eine zusätzliche Abnahme der Amplituden mit der Entfernung, die exponentiellen Gesetzen folgt und dementsprechend erst in größeren Entfernungen hervortritt.

4.8 Starres Streifenfundament

Das starre Streifenfundament des Systems 7 soll die reale Lasteinleitung über die Schwellen nachbilden. Zunächst sollen für dieses System zwei analytische Näherungslösungen diskutiert werden.

Im Vergleich zur konzentrierten Last, die an einem Punkt bzw. auf einer Linie angreift, ist beim Fundament die gleiche Last auf die ganze Fundamentbreite aufgeteilt. Jeder Lastanteil erzeugt ein dem Linienlastfall ähnliches Wellenfeld, alle Anteile sind jedoch seitlich gegeneinander verschoben. Diese Verschiebung der Anteile führt bei der Überlagerung der Anteile zu Phasenunterschieden und unter bestimmten Umständen zu gegenseitiger Auslöschung. Dies soll an zwei elementaren Beispielen illustriert werden.

Im ersten Fall wird die Last P in zwei gleich große Anteile, die an den Fundamenträndern wirken, aufgeteilt. Das Schwingungsfeld, von dem hier nur das Fernfeld betrachtet wird, ergibt sich aus der Überlagerung zweier Linienlastlösungen

$$u_1 = \frac{P}{2} A e^{-i\kappa(\bar{r}+\bar{a})} \quad \text{und}$$

$$u_2 = \frac{P}{2} A e^{-i\kappa(\bar{r}-\bar{a})}$$

wobei $\bar{a} = \omega a/v_s$ und a die halbe Fundamentbreite ist. Dann ist

$$\begin{aligned} u &= \frac{P}{2} A e^{-i\kappa\bar{r}} (e^{-i\kappa\bar{a}} + e^{+i\kappa\bar{a}}) \\ &= P A e^{-i\kappa\bar{r}} \cos \kappa\bar{a} \end{aligned}$$

und für die Amplitude gilt im Vergleich zur Einzellast

$$\frac{u}{u_e} = |\cos \kappa\bar{a}|.$$

Stimmt der Abstand der Kräfte $2a$ bzw. die Fundamentbreite mit der Rayleighwellenlänge überein, so ist $\kappa\bar{a} = \pi$ und die verteilten Lasten wirken wie eine konzentrierte. Das gleiche gilt bei einem Vielfachen der Wellenlänge. In anderen Fällen führt die Verteilung zu einer Reduktion bis zur gegenseitigen Auslöschung bei $\kappa\bar{a} = (n+1/2)\pi$.

Als zweiter Fall wird die gleichmäßige Verteilung der Last auf die ganze Fundamentbreite betrachtet. Auf jedem Stück $d\bar{x}$ des Fundaments wirkt eine Last

$$dP = \frac{P}{2\bar{a}} d\bar{x}$$

am Ort \bar{x} .

Sie führt im Fernfeld zu einem Verschiebungsanteil

$$du = \frac{P}{2\bar{a}} d\bar{x} A e^{-i\kappa(\bar{r}-\bar{x})}.$$

Für die Gesamtverschiebung bedeutet das

$$\begin{aligned} u &= \int_0^u du = \int_{-\bar{a}}^{+\bar{a}} \frac{P}{2\bar{a}} d\bar{x} A e^{-i\kappa(\bar{r}-\bar{x})} \\ &= P A e^{-\kappa\bar{r}} \frac{1}{2\bar{a}} \int_{-\bar{a}}^{+\bar{a}} e^{i\kappa\bar{x}} d\bar{x} \\ &= u_e \frac{1}{2\bar{a}} \frac{1}{i\kappa} (e^{i\kappa\bar{a}} - e^{-i\kappa\bar{a}}) \\ &= u_e \frac{1}{\kappa\bar{a}} \sin \kappa\bar{a}. \end{aligned}$$

Für tiefe Frequenzen bzw. schmale Fundamente stimmen Einzellast- und Gleichlastergebnisse überein. Mit zunehmendem \bar{a} werden die durch die Gleichlast erzeugten Schwingungen kleiner. Dabei treten entsprechend der Periodizität von $\sin \kappa\bar{a}$ auch Nullstellen auf, die die gegenseitige Auslöschung aller Wellenanteile markieren. Im Gegensatz zur singulären Lastverteilung im ersten Fall führt die gleichmäßige Lastaufteilung zu einer Mindestreduktion um den Faktor $1/\kappa\bar{a}$.

Die tatsächliche Spannungsverteilung unter einem steifen oder einem starren Fundament weicht nun von den bis jetzt diskutierten einfachen Verteilungen ab. Man kann jedoch grob sagen, daß die Spannungsverteilung für hohe Frequenzen ungefähr gleichmäßig wird und für tiefe Frequenzen do-

minierende Spannungsspitzen am Fundamentrand aufweist. Je weicher das Fundament, desto eher liegt eine gleichmäßige Verteilung ohne Randextrema vor.

Mit den beiden Elementarbeispielen ist bis jetzt der mögliche Effekt des Fundamentes erklärt worden. Die Auswirkungen sind nun genauer mit dem System 7 berechnet worden. In Bild 4.21 sind die Ergebnisse dargestellt, zum Vergleich sind die theoretisch ermittelten Abminderungskurven eingezeichnet. Für beide Schwingungskomponenten ergibt sich das gleiche Bild, die Horizontalkomponente liegt nur minimal höher, d.h. sie wird nicht ganz so stark durch das starre Fundament abgemindert. Die Reduzierung gegenüber der Einzellastanregung ist frequenzabhängig bzw. vom Parameter

$$\bar{a} = \omega a / v_s$$

abhängig, der die halbe Fundamentbreite $a = b/2$ enthält. Bei den im Schienenverkehr üblichen Schwellenbreiten und einem typischen Lockerboden mit $v_s = 200$ m/s ergibt sich bei 100 Hz eine Reduktion auf ein Fünftel.

Die theoretisch für konstante Spannungsverteilung abgeleitete Gesetzmäßigkeit

$$\frac{u}{u_e} = \frac{1}{\kappa \bar{a}} (\sin \kappa \bar{a})$$

stimmt recht gut mit den numerischen Ergebnissen überein. Lediglich die Nullstellen von $\sin \kappa \bar{a}$ sind für ein starres Fundament unrealistisch. Die ebenfalls eingezeichnete Hüllkurve

$$\frac{u}{u_e} = \frac{1}{\kappa \bar{a}} \quad \text{für } \kappa \bar{a} \geq 1$$

stimmt fast vollständig mit den numerischen Ergebnissen überein. Es bietet sich deshalb an, diese Funktion als Einflußfaktor des starren Fundaments bzw. der starren Schwellen bei Erschütterungsprognosen heranzuziehen.

4.9 Damm und Einschnitt

Wird ein Schienenverkehrsmittel im Einschnitt oder auf einem Damm geführt, so ergeben sich andere Fortpflanzungsbedingungen für die entstehenden Erschütterungen. Die Bodenoberfläche weist, wenn man sich auf eine Ausbreitungsrichtung des symmetrischen Systems beschränkt, zwei Knicke auf. Die Anregungsebene befindet sich nicht auf gleicher Höhe wie die Bodenoberfläche in der Umgebung. Daraus resultierende Abweichungen des Systemverhaltens im Vergleich zur ebenerdigen Anregung können auf verschiedene Weisen interpretiert werden. Einige Möglichkeiten sollen hier kurz skizziert werden.

Man kann davon ausgehen, daß an der Lastfläche zunächst Raumwellen erzeugt werden. Kommen diese Wellen an die freie Bodenoberfläche, so werden sie in Oberflächenwellen umgewandelt. Für die im Einschnitt oder auf dem Damm erzeugten Raumwellen bedeutet das, daß sie die Oberfläche in der Umgebung nicht auf geradlinigem Weg erreichen können, da die Oberfläche jeweils im "Schatten" der Böschung liegt. Sie können die Oberfläche nur aufgrund von Beugung an dem entscheidenden Geländeknick und deshalb vermutlich auch nur abgemindert erreichen. Dies würde eine Verminderung der Schwingungsamplituden erklären.

Ein anderes Interpretationsschema geht von schon vorhandenen Oberflächenwellen aus. Treten Störungen im Bereich dieser Wellen, also insbesondere an der Oberfläche selbst auf, so wird ein Teil der Oberflächenwelle wieder in Raumwellen umgewandelt, die einen entsprechenden Teil der Energie in die Tiefe mitnehmen. Man spricht von einer Zerstreuung der Oberflächenwellen. Beim Damm und beim Einschnitt liegen solche Störungen der Bodenoberfläche an den Geländeknicken vor. Entsprechend dieser Überlegung sind ebenfalls verminderte Amplituden zu erwarten. Beide bis jetzt genannte Mechanismen sind von den Geländeknicken verursacht und können deshalb in allen Frequenzen wirken. Mit der Frequenz verschiebt sich lediglich die Grenze von Nah- und Fernfeld, so daß für hohe Frequenzen eher die dominierenden Rayleighwellen von den Oberflächenknicken betroffen

sind, während bei tiefen Frequenzen noch ein wesentlicher Raumwellenanteil die Böschungen erreicht.

Zur Abschätzung der Auswirkungen muß auch die in das System eingeleitete Energie betrachtet werden. Die Energie wird über das Streifenfundament in den Boden geleitet. Sie ist bei gleicher Erregerkraft proportional zur Nachgiebigkeit bzw. umgekehrt proportional zur Steifigkeit des Fundament-Boden-Systems. Die Steifigkeit des Fundaments im Einschnitt ist größer als auf dem Halbraum, denn die umgebenden Bodenmassen oberhalb des Fundaments versteifen das System. Beim Damm fehlen gegenüber dem Halbraum die Bodenmassen seitwärts der Böschungen. Das Fundament auf dem Damm ist deshalb nachgiebiger. Diese Steifigkeitsunterschiede müßten beim Einschnitt zu kleineren und beim Damm zu größeren Amplituden sowohl am Fundament selbst als auch in der gesamten Umgebung führen. Die Unterschiede der Fundament-Boden-Systeme liegen jeweils außerhalb vom Einschnitt und vom Damm, so daß sie nur zur Geltung kommen, wenn die Wellenlängen genügend groß sind. Das ist bei den tiefen Frequenzen der Fall, so daß auch nur dort der beschriebene Effekt erwartet werden kann.

Der Höhenunterschied zwischen Anregungsort und interessierender Bodenoberfläche dürfte insbesondere in größerer Entfernung von geringer Bedeutung sein. Sein Einfluß kann sich erst bei hohen Frequenzen bemerkbar machen, wenn die Höhendifferenz groß gegenüber den Wellenlängen wird.

4.9.1 Ergebnisse für den Einschnitt (System 8)

Die im System 8 entstehenden Fernfeldamplituden werden mit den entsprechenden Ergebnissen von System 7 verglichen. Das in Bild 4.22 dargestellte Amplitudenverhältnis spiegelt dann den Einfluß des Einschnitts allein wieder. Der Fundamenteinfluß ist dabei eliminiert, da in beiden Fällen über das gleiche Fundament erregt wurde. Die Amplituden werden für alle Frequenzen durchweg reduziert. Für die tiefen Frequenzen um ein Viertel, für die höheren Frequenzen auf im Mittel ein Drittel (horizontal) und ein Viertel (vertikal). Die kleinsten Werte von knapp 0,2 werden bei \bar{T}

$= \omega T/v_s \approx 7$ erreicht, das heißt für $T \approx \lambda_s$. Es erscheint gerechtfertigt, zur Prognose von Erschütterungen für $\bar{T} \geq 5$ von den mittleren Reduktionsfaktoren 0,33 bzw. 0,25 auszugehen.

4.9.2 Ergebnisse für den Damm (System 9)

Die entsprechenden Ergebnisse für den Damm sind in Bild 4.23 dargestellt. Für die Horizontalkomponente ergibt sich ab $\bar{T} = 4$ eine mittlere Reduktion um 0,7, für die Vertikal-komponente schon ab $\bar{T} = 2$ ein mittlerer Faktor von 0,55. Allerdings tendieren die Vertikalamplituden mit steigender Frequenz leicht zu kleineren Werten. Gemeinsam tritt in beiden Komponenten eine Überhöhung für tiefe Frequenzen auf. Dies kann durch die verminderte Steifigkeit des Fundament-auf-Damm-Systems, wie dies weiter oben bereits diskutiert wurde, hervorgerufen sein.

4.9.3 Vergleich

Beide Systeme, Damm und Einschnitt, führen im wesentlichen zu einer Reduktion der Erschütterungsamplituden gegenüber ebenerdiger Trassenführung. Die Reduktion ist beim Einschnitt größer und liegt in der Größenordnung von einem Drittel bis zu einem Fünftel. Die Ergebnisse sind auf größere Dammhöhen bzw. auf tiefere Einschnitte und auf steiferen Untergrund übertragbar, so lange die Gestalt (Böschungswinkel, Längenverhältnisse) des Dammes oder Einschnittes gleich bleibt.

4.10 Einbauten im Boden

Einbauten im Boden stellen ebenfalls Störungen für das Wellenfeld dar. Wichtig für den Einfluß der Einbauten auf die Erschütterungen in größerer Entfernung sind die Auswirkungen auf die Rayleighwelle. Beim Auftreffen der Rayleighwelle auf den Störkörper wird ein Sekundärwellenfeld erzeugt, das einen Teil der Energie in alle Richtungen zerstreut. Für die damit verbundene Abminderung der Fernfeldamplituden ist die Größe und die Tiefenlage des Stör-

körpers maßgeblich. Liegt der Störkörper tiefer als eine Wellenlänge, so ist der Einfluß auf das Rayleighwellenfeld sicherlich gering. Für hohe Frequenzen mit kleinen Wellenlängen verschwindet deshalb der Einfluß des Störkörpers. Umgekehrt gilt für tiefe Frequenzen und entsprechend große Wellenlängen, daß die Größe des Störkörpers im Vergleich zur Wellenlänge abnimmt und deshalb die Auswirkungen auf die Rayleighwelle ebenfalls verschwinden. Es verbleibt ein mittlerer Frequenzbereich, in dem erschütterungsreduzierende Wirkungen der Einbauten möglich sind.

In Bild 4.24 sind die Auswirkungen eines speziellen Störkörpers, dem mit System 10 untersuchten Betonschacht, dargestellt. Der Reduktionsfaktor ist in Abhängigkeit von der auf die Scherwellenlänge bezogenen Einbautiefe $\bar{T} = \omega T/v_s$ dargestellt. Aufgrund der gewählten Geometrieverhältnisse stimmt dieser Parameter auch mit der bezogenen Störkörperhöhe und -breite überein. Die Auswirkungen sind in der Vertikalkomponente stärker als in der Horizontalkomponente. Die Tendenz ist bei beiden Komponenten ähnlich: Es gibt einen mittleren Frequenzbereich, auf den die Reduktion beschränkt ist. In der Horizontalkomponente tritt der maximale Abminderungsfaktor von 0,5 bei $\bar{T} = 2,8$ auf. Bei den Vertikalamplituden ist ein großer Bereich zwischen $\bar{T}_1 = 1,6$ und $\bar{T}_2 = 3,8$ betroffen, ebenfalls mit Werten um 0,5. Die obere Grenze \bar{T}_2 markiert die Frequenz, bei der die wesentlichen Anteile der Rayleighwelle oberhalb des Störkörpers entlanglaufen. Der Wert von ungefähr π entspricht einer halben Wellenlänge. Dieses Ergebnis paßt gut mit den Ergebnissen für Bodenschichtungen zusammen, die ebenfalls eine Grenzfrequenz für den Fall ergeben, daß die halbe Wellenlänge die Schichtgrenze erreicht.

Die hier berechnete Größe des Abminderungseffektes kann nur als Beispiel genommen werden, da in praktischen Fällen eine Reihe von Geometrieparametern variieren. Der ermittelte Wert von 0,5 zeigt immerhin an, daß bei genügender Größe und nicht zu tiefer Lage des Störkörpers deutliche Auswirkungen von Einbauten auftreten.

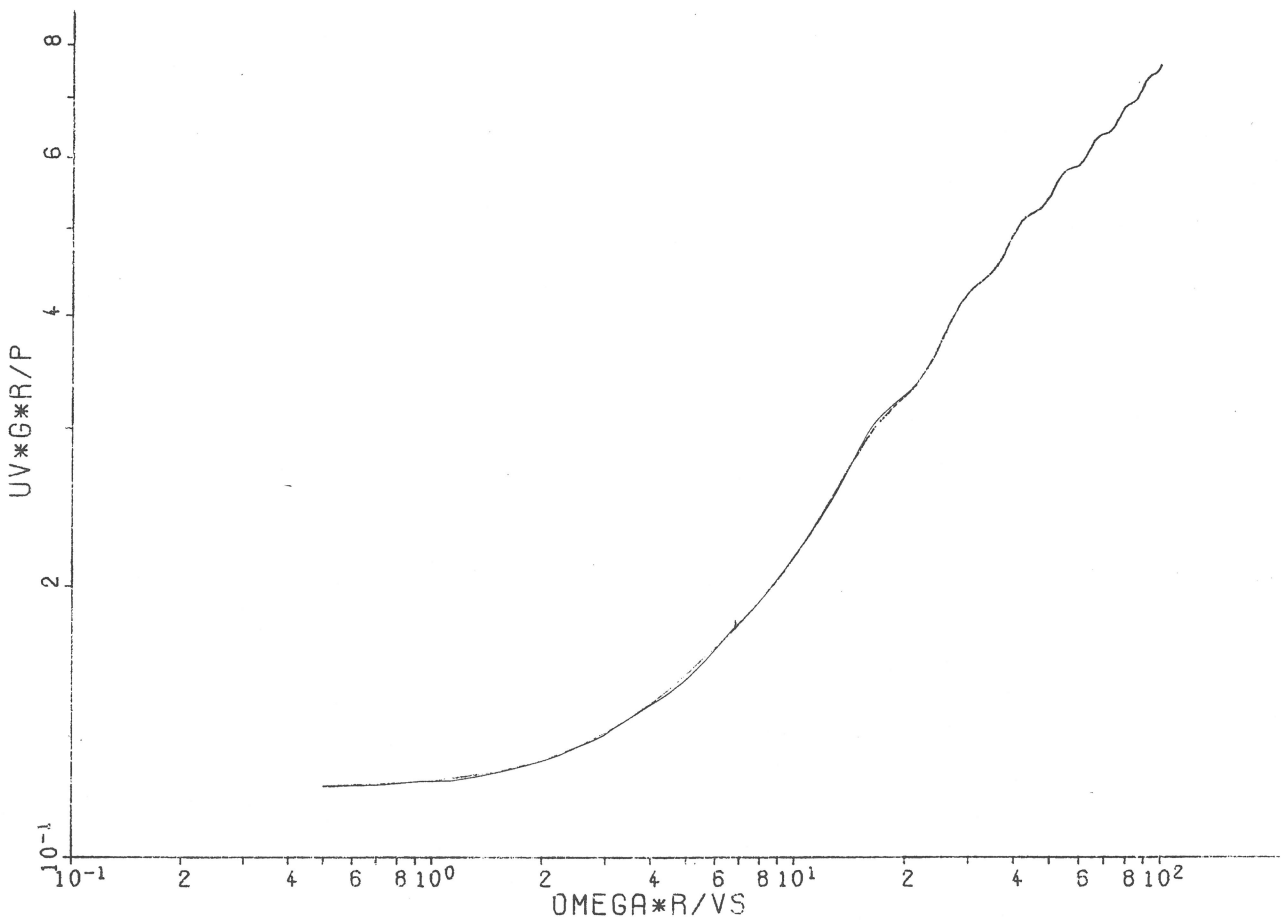
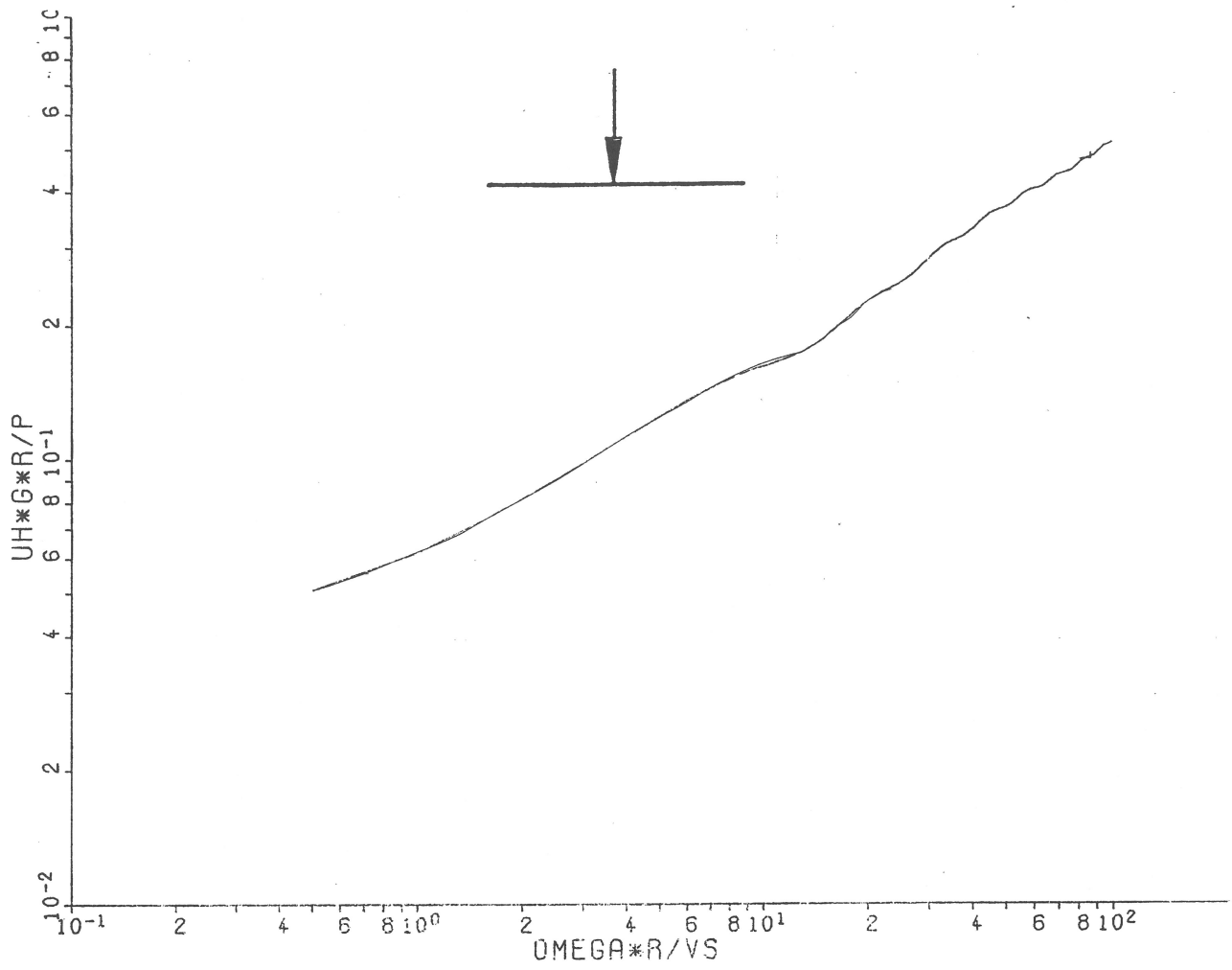


Bild 4.1 Horizontal- und Vertikalverschiebungen des elastischen Halbraums unter vertikaler Punktlast, $\nu = 0,25$

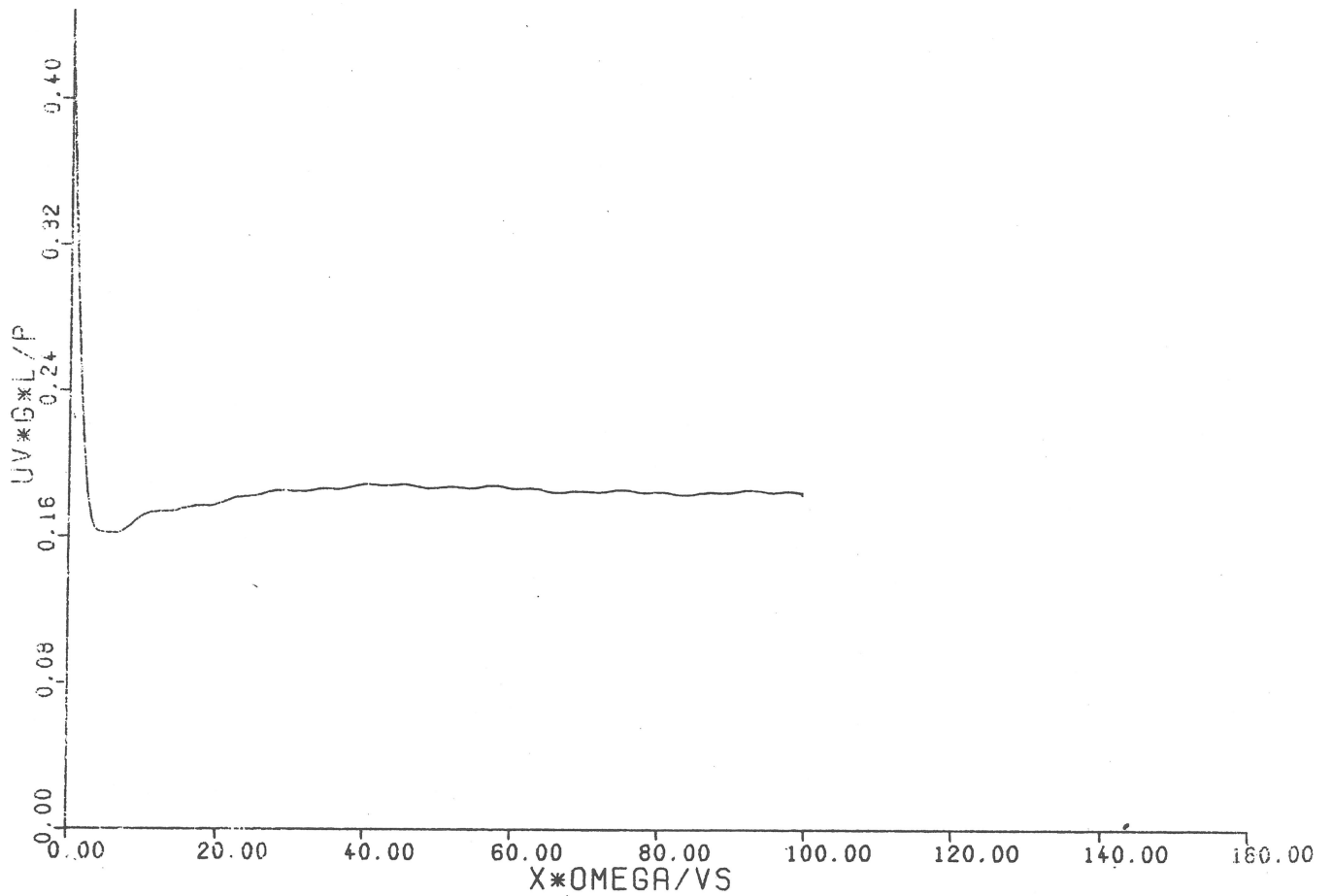
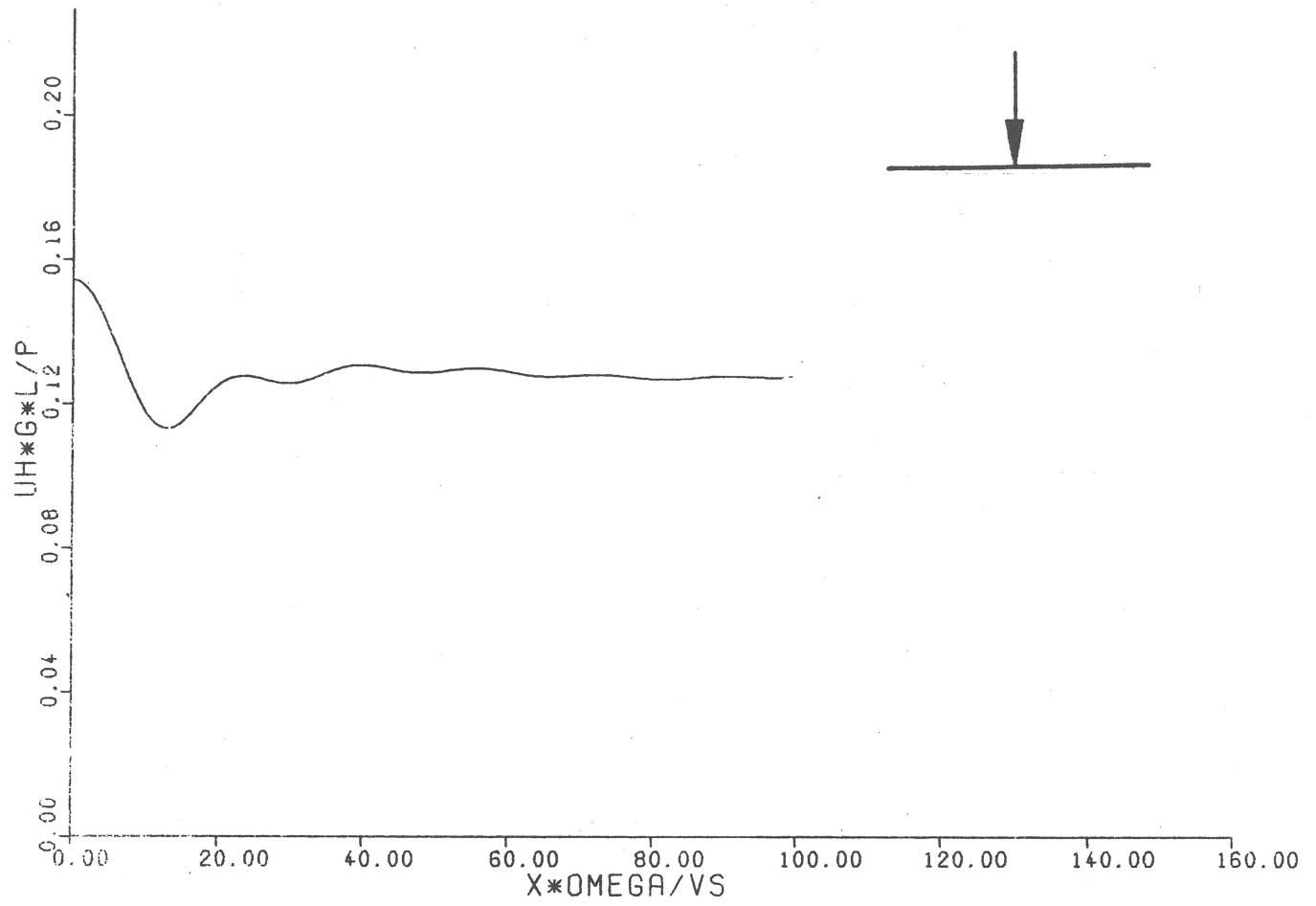


Bild 4.2 Horizontal- und Vertikalverschiebungen des elastischen Halbraums unter vertikaler Linienlast, $\nu = 0,25$

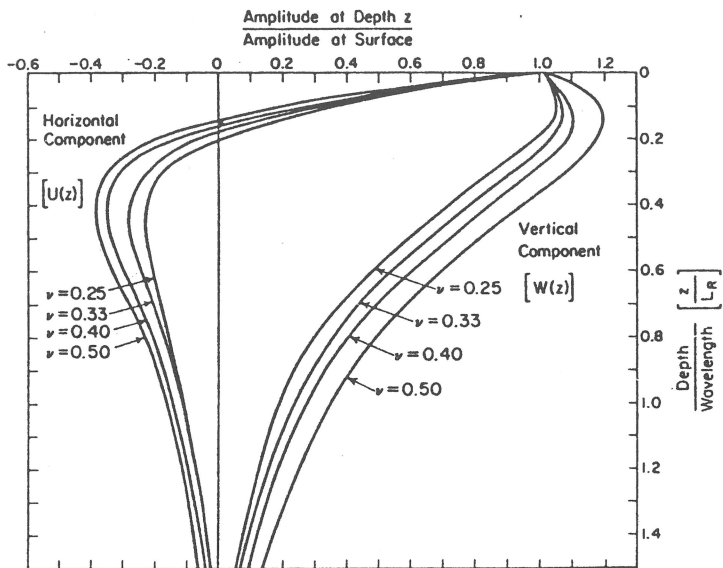


Bild 4.3
Amplitudenverteilung der Rayleighwelle über die Tiefe

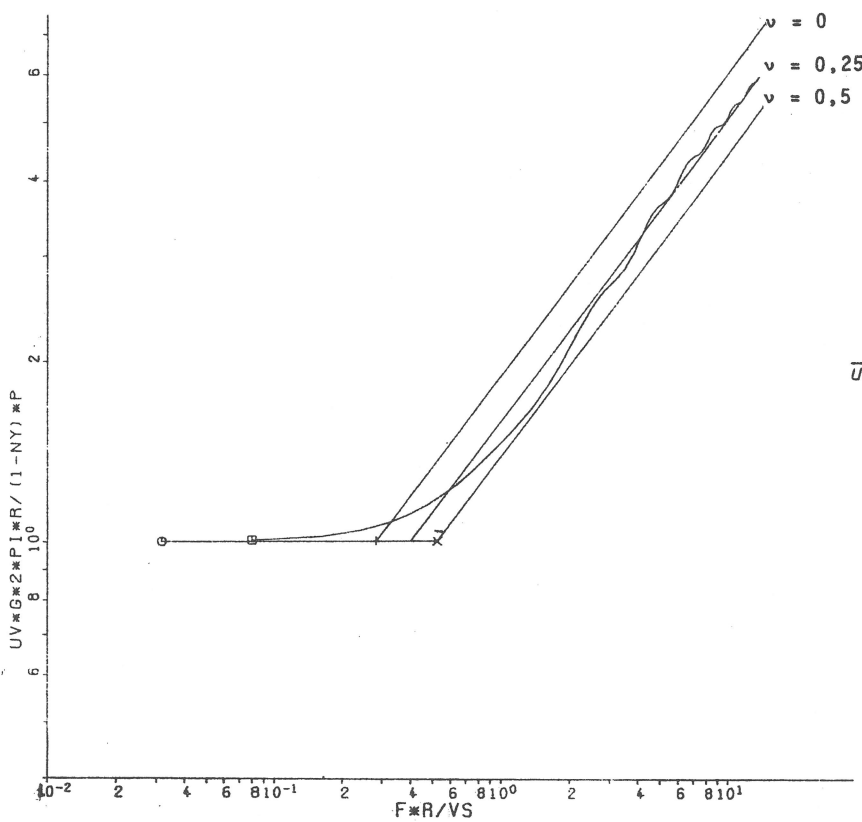


Bild 4.4
Vertikalverschiebung des elastischen Halbraumes unter vertikaler Punktlast, exakt für $\nu = 0,25$ und Näherungen für $\nu = 0$, $\nu = 0,25$ und $\nu = 0,5$

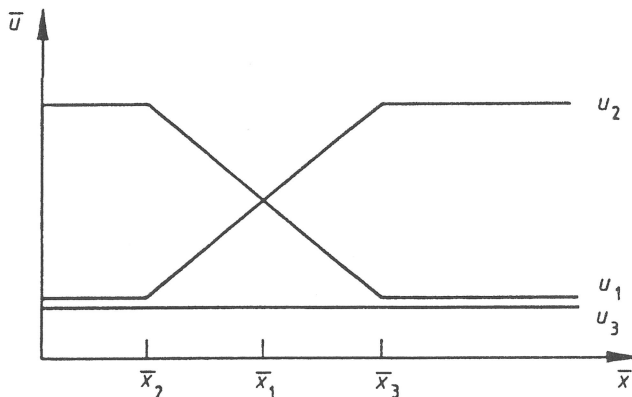


Bild 4.6
Prinzipskizze für die Verschiebungen des elastischen Halbraumes unter Streckenlast, u_1 - Punktlastnäherung, u_2 - Linienlastnäherung, u_3 - Streckenlast exakt

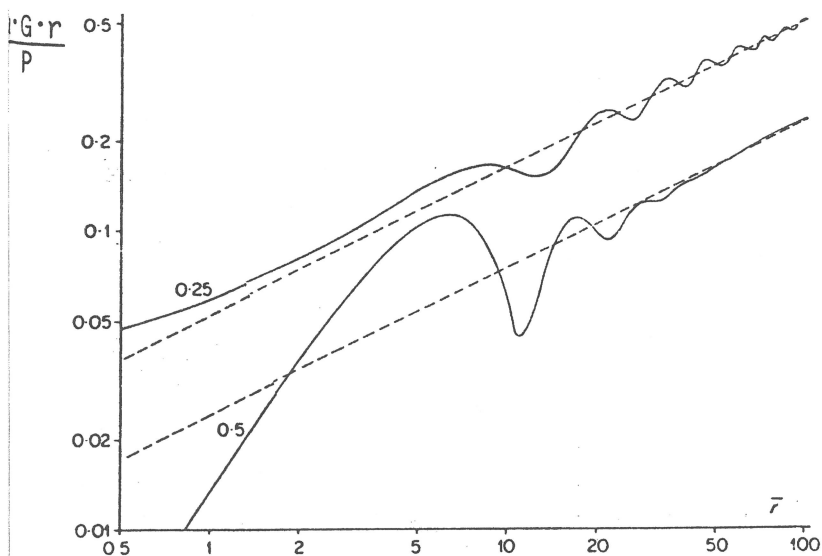


Bild 4.5
Horizontalverschiebung des elastischen Halbraumes unter vertikaler Punktlast, $\nu = 0,25$ und $0,5$

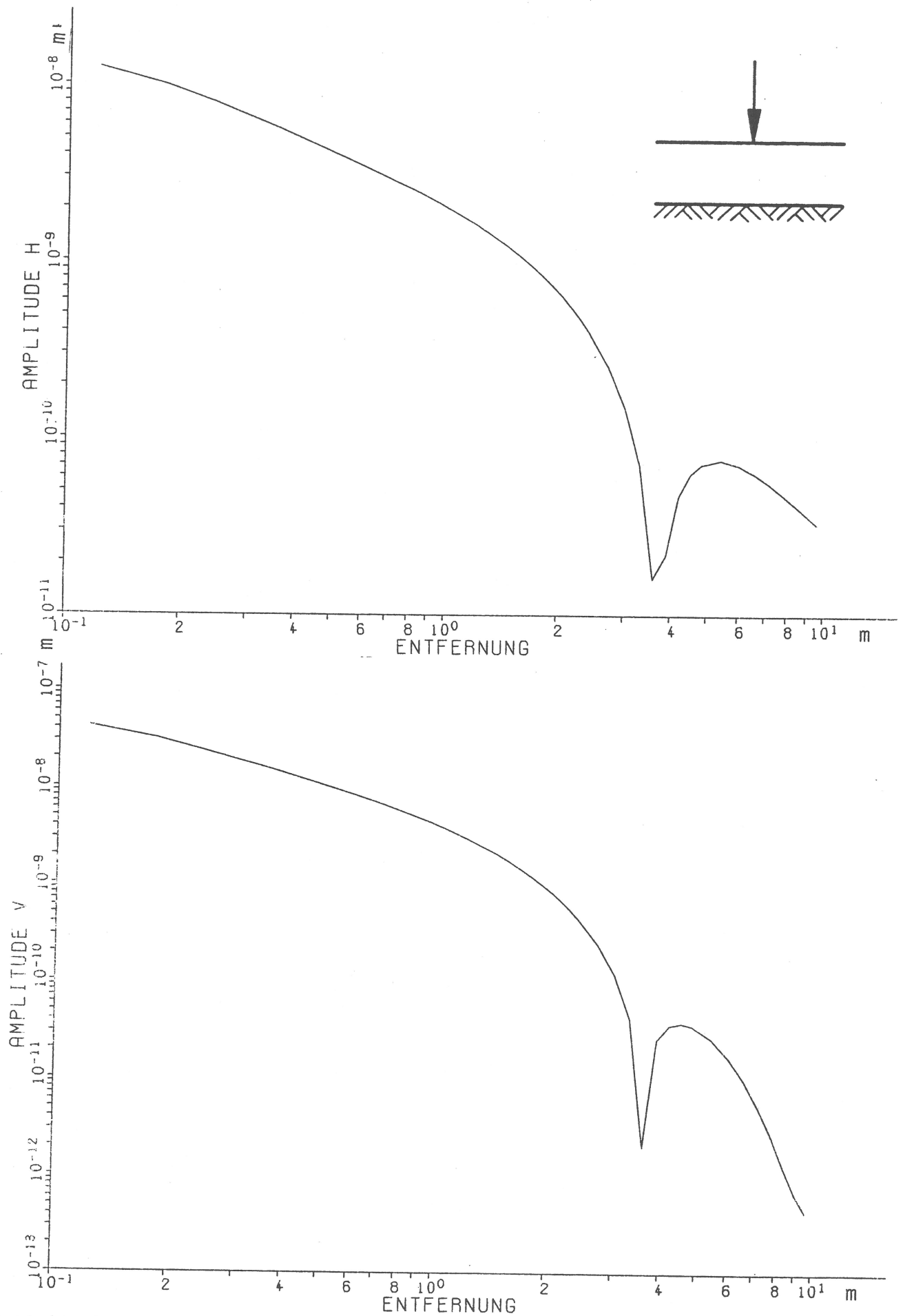


Bild 4.7 Horizontal- und Vertikalverschiebungen einer elastischen Schicht unter vertikaler Punktlast, Erregerfrequenz $f = 10 \text{ Hz}$

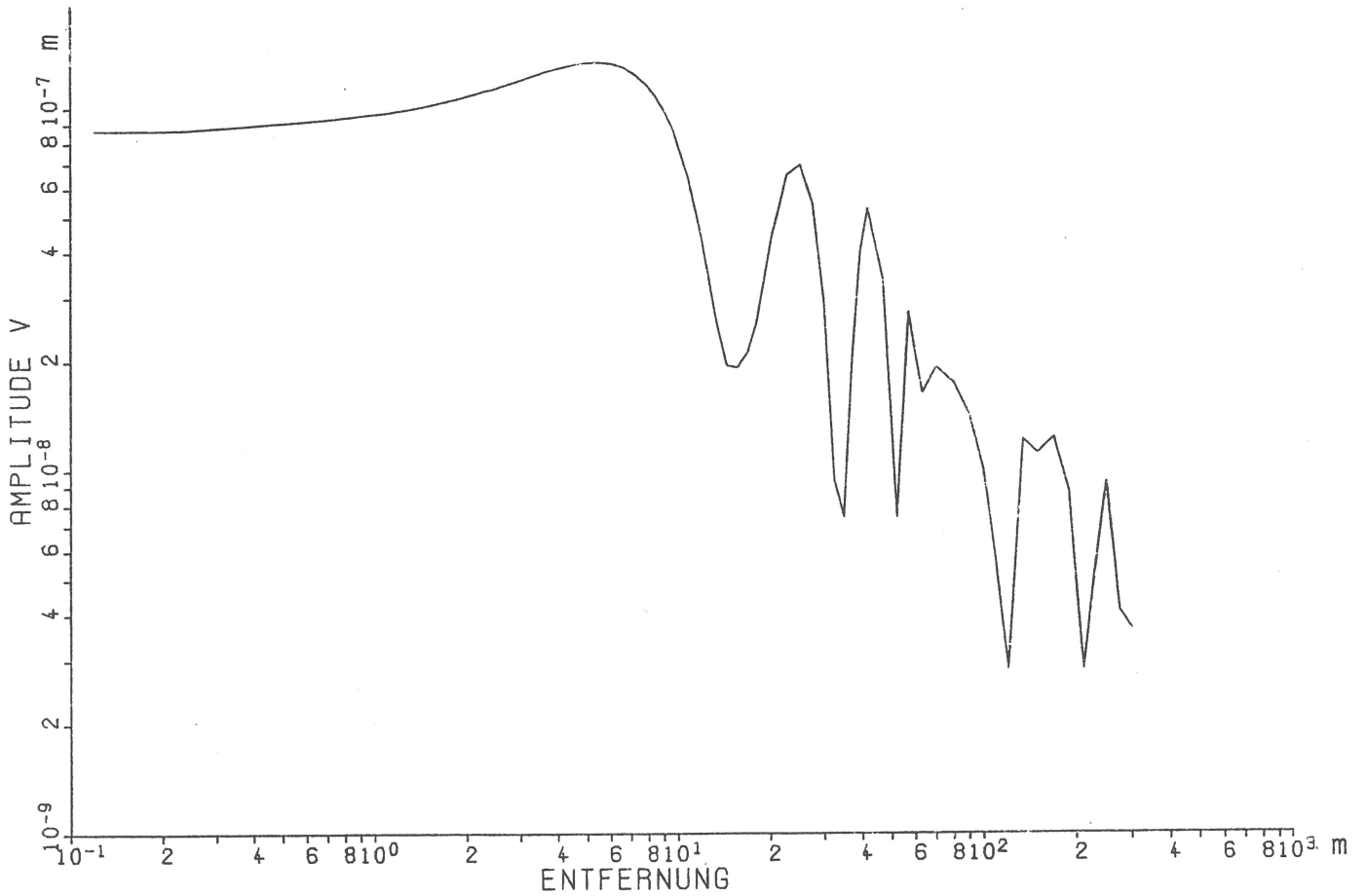
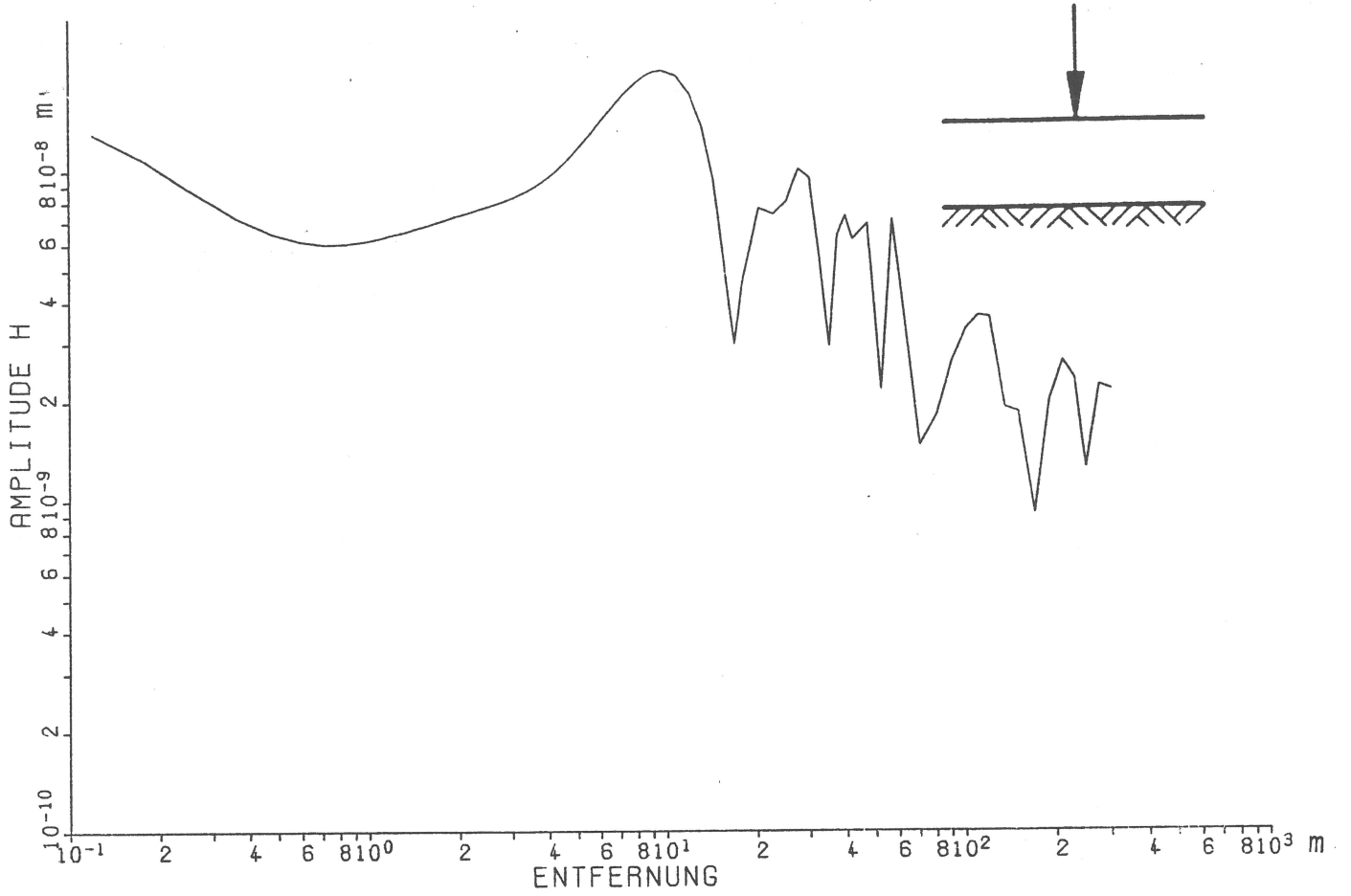


Bild 4.8 Horizontal- und Vertikalverschiebungen einer elastischen Schicht unter vertikaler Punktlast, Erregerfrequenz $f = 18$ Hz (Resonanzfrequenz)

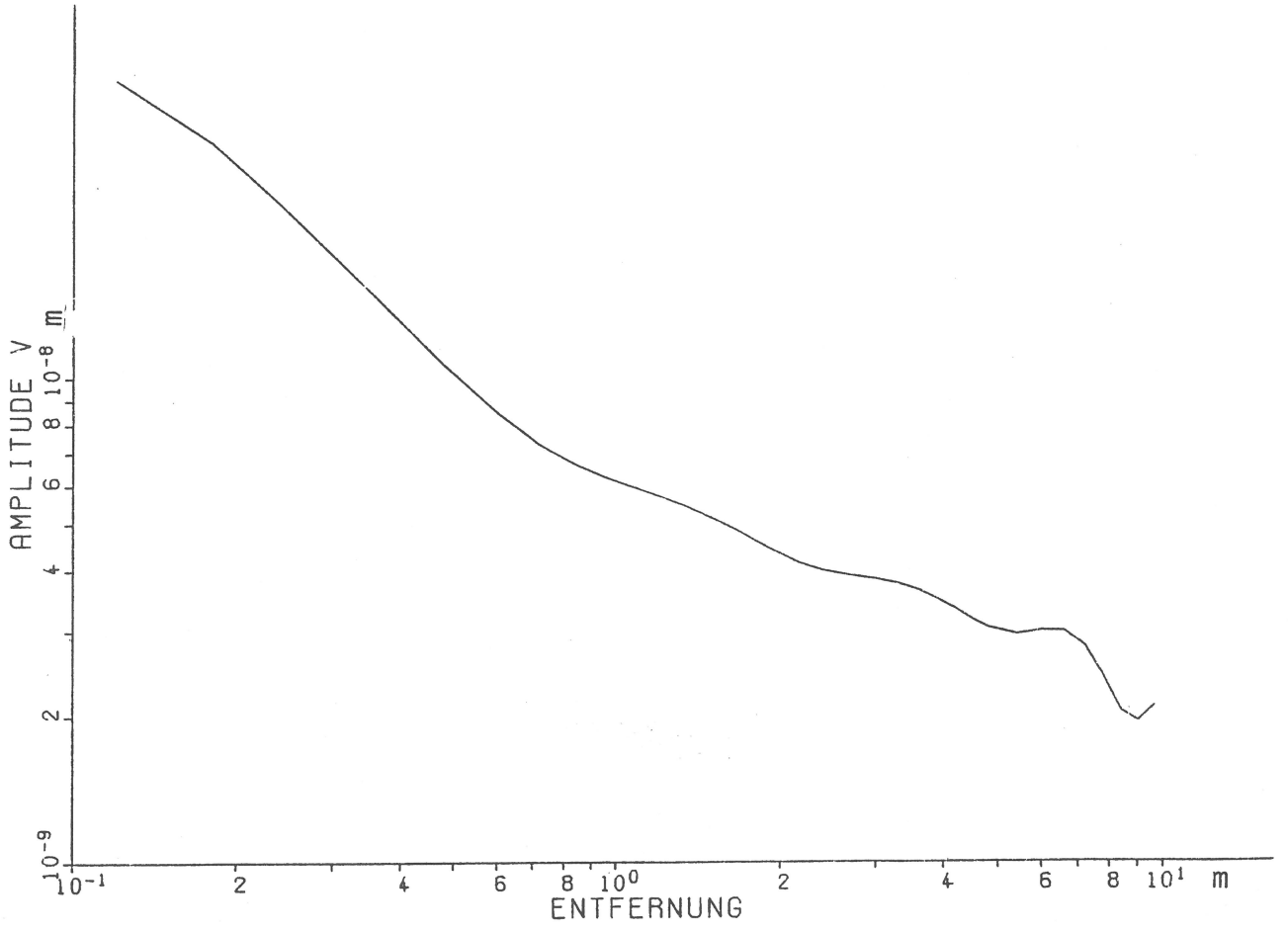
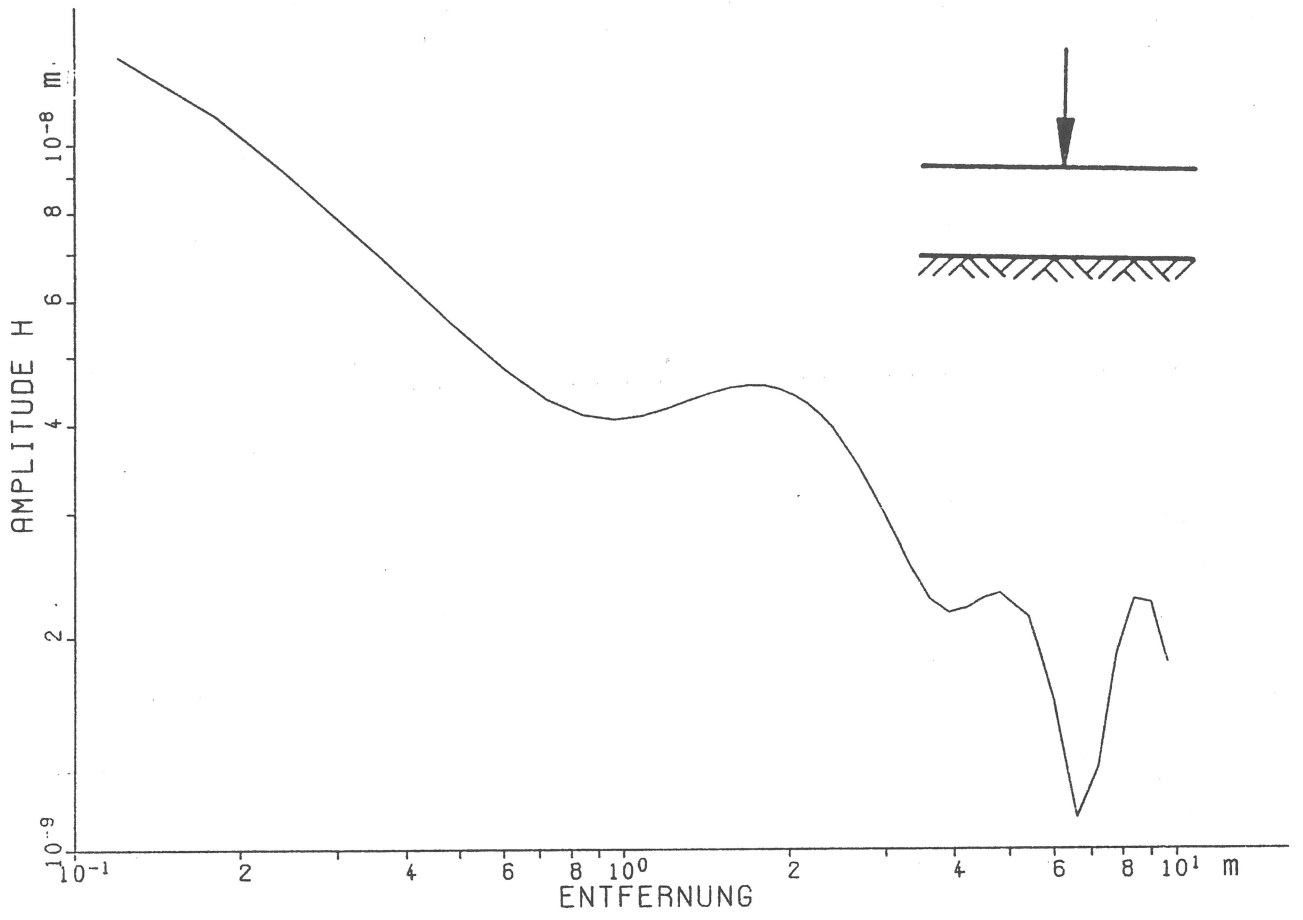


Bild 4.9 Horizontal- und Vertikalverschiebungen einer elastischen Schicht unter vertikaler Punktlast, Erregerfrequenz $f = 36$ Hz

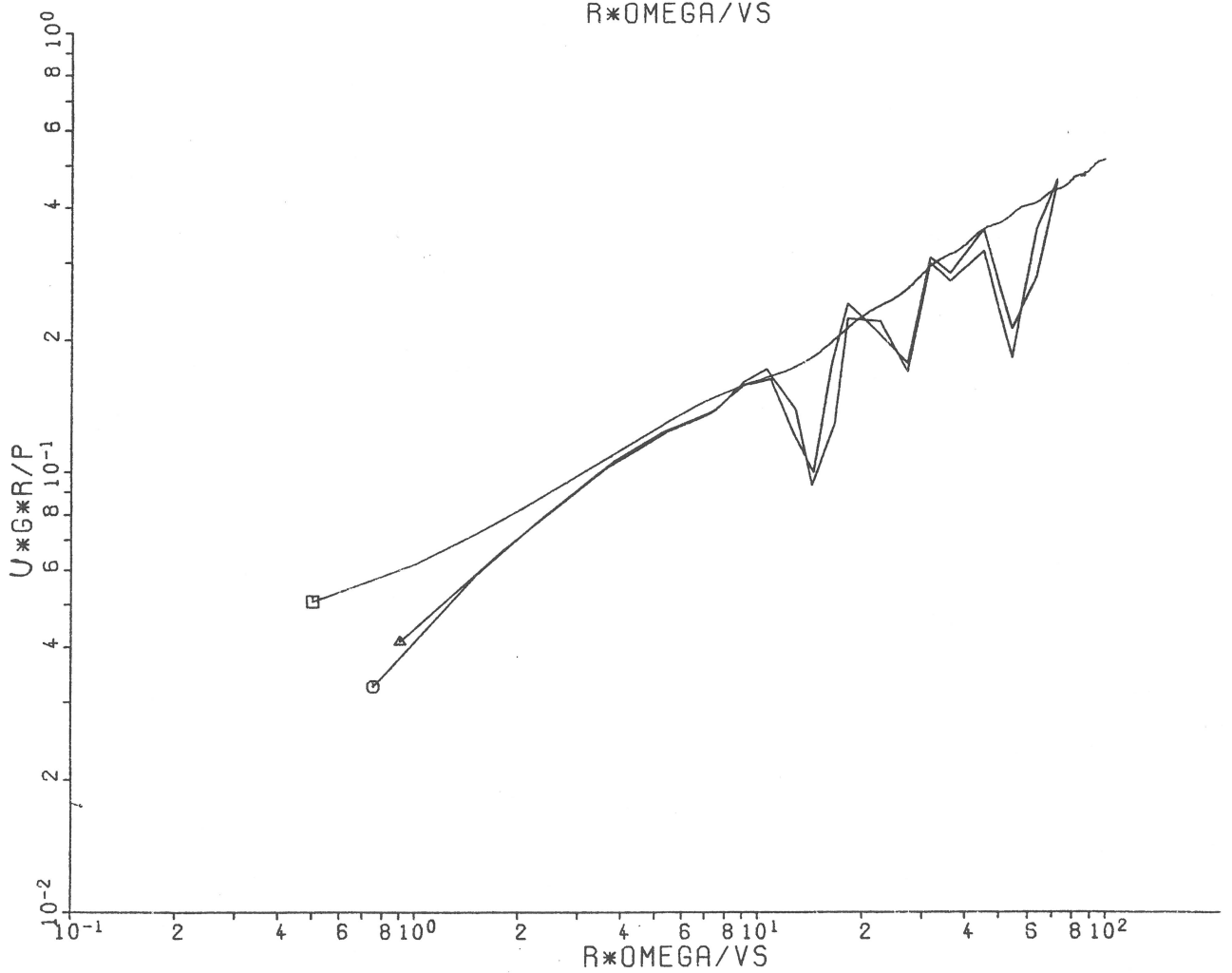
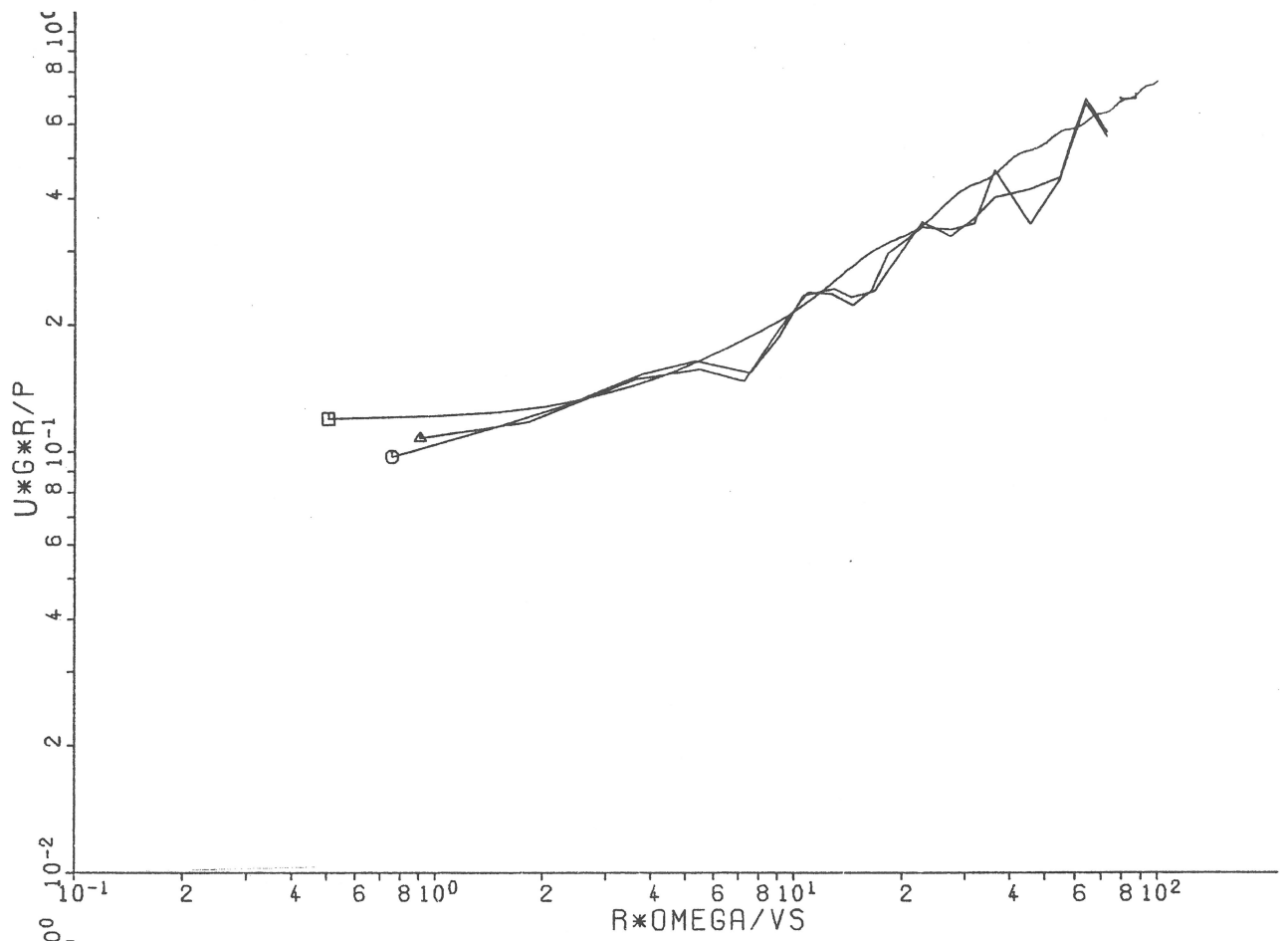


Bild 4.10 Horizontal- und Vertikalverschiebungen einer elastischen Schicht (Δ und \circ) im Vergleich zum Halbraum (\square)

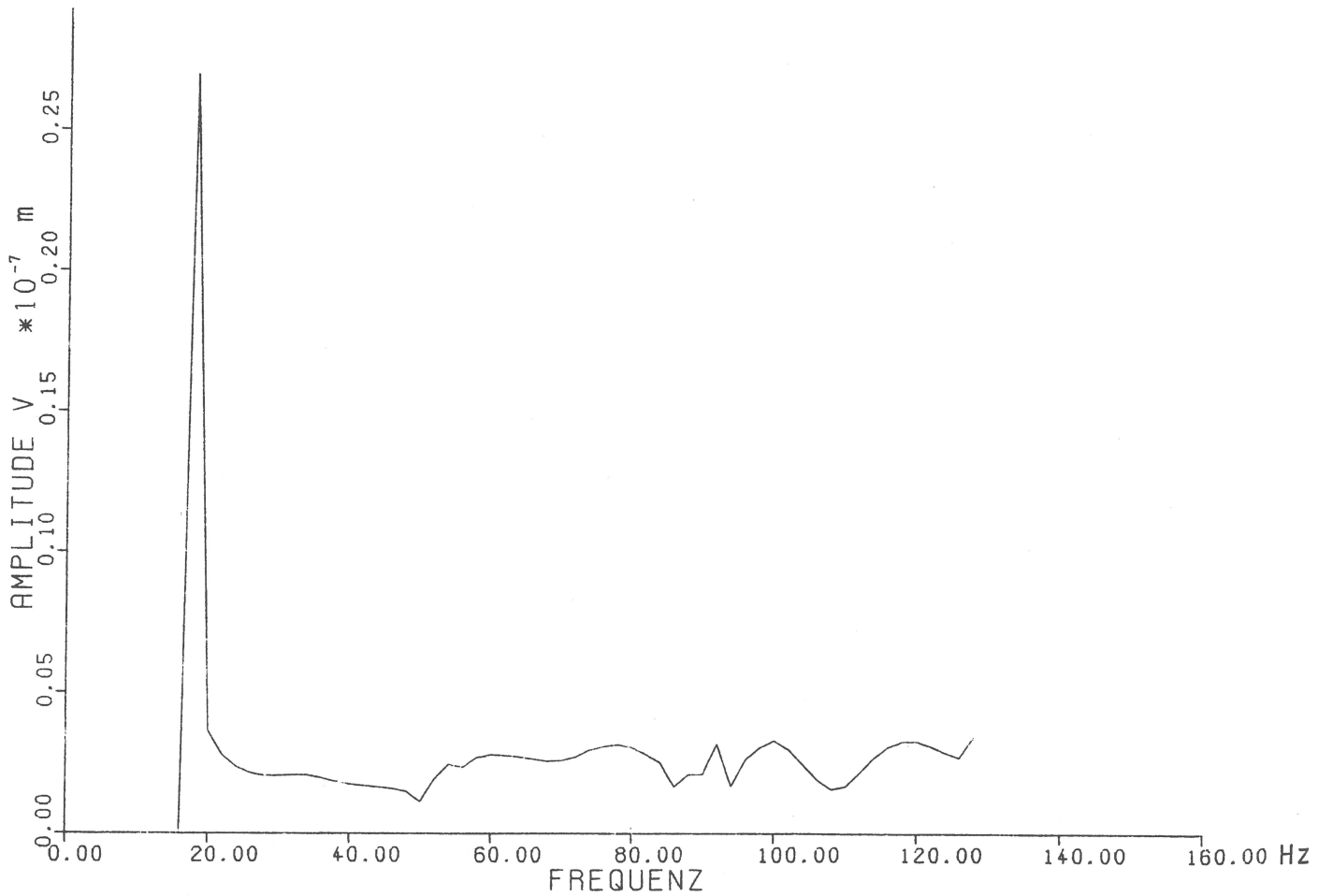
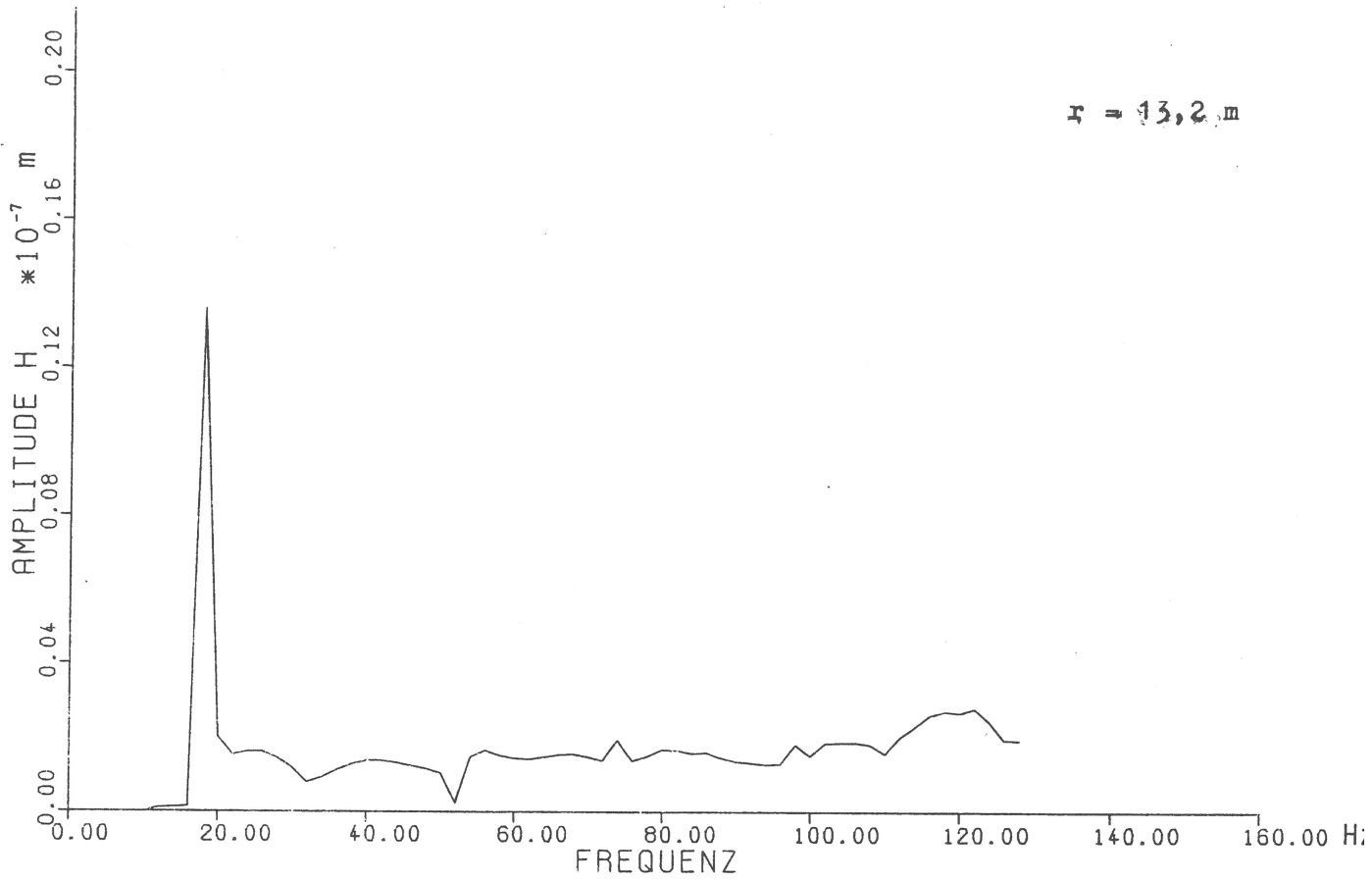


Bild 4.11 Amplitudenfrequenzgang der Horizontal- und Vertikalverschiebungen der elastischen Schicht

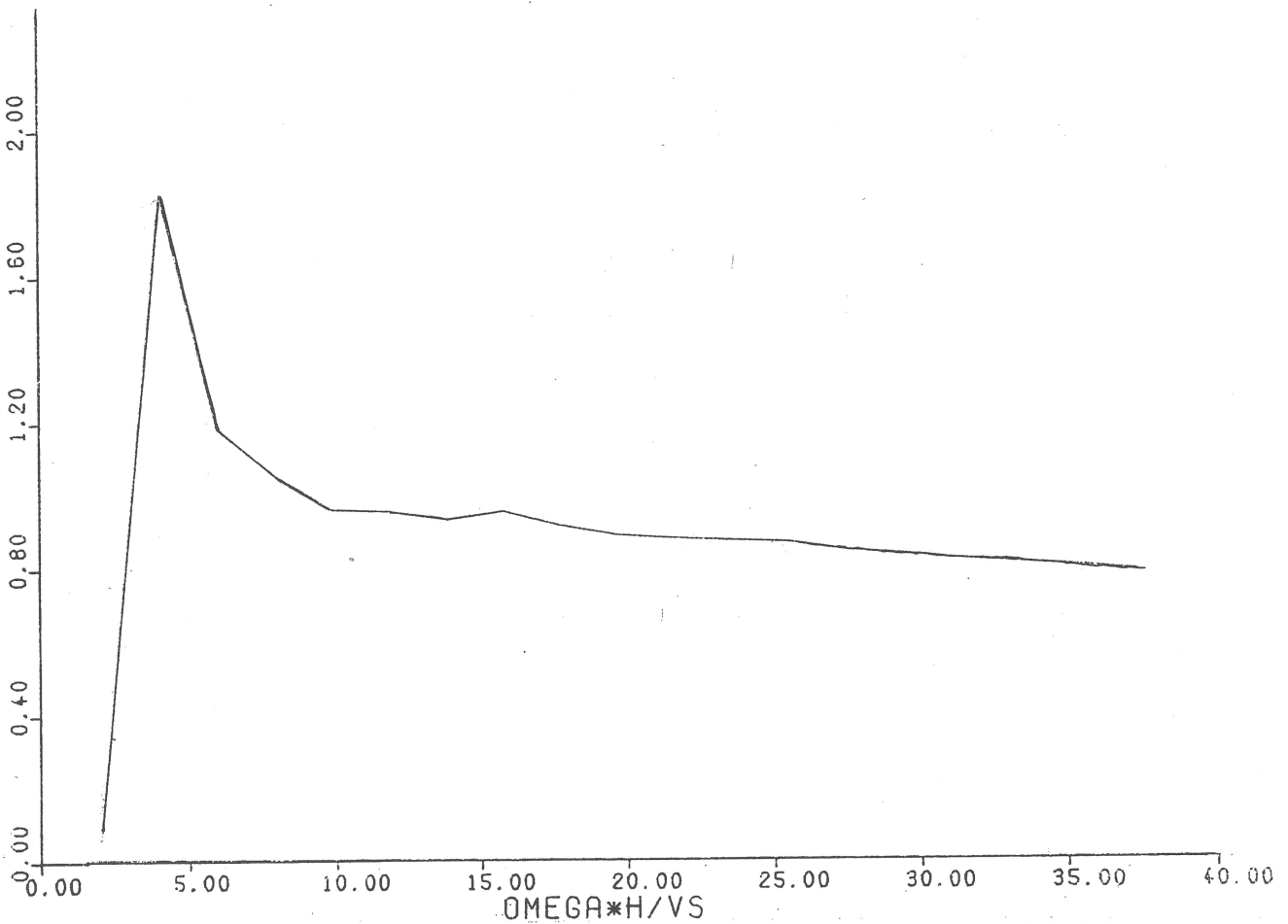
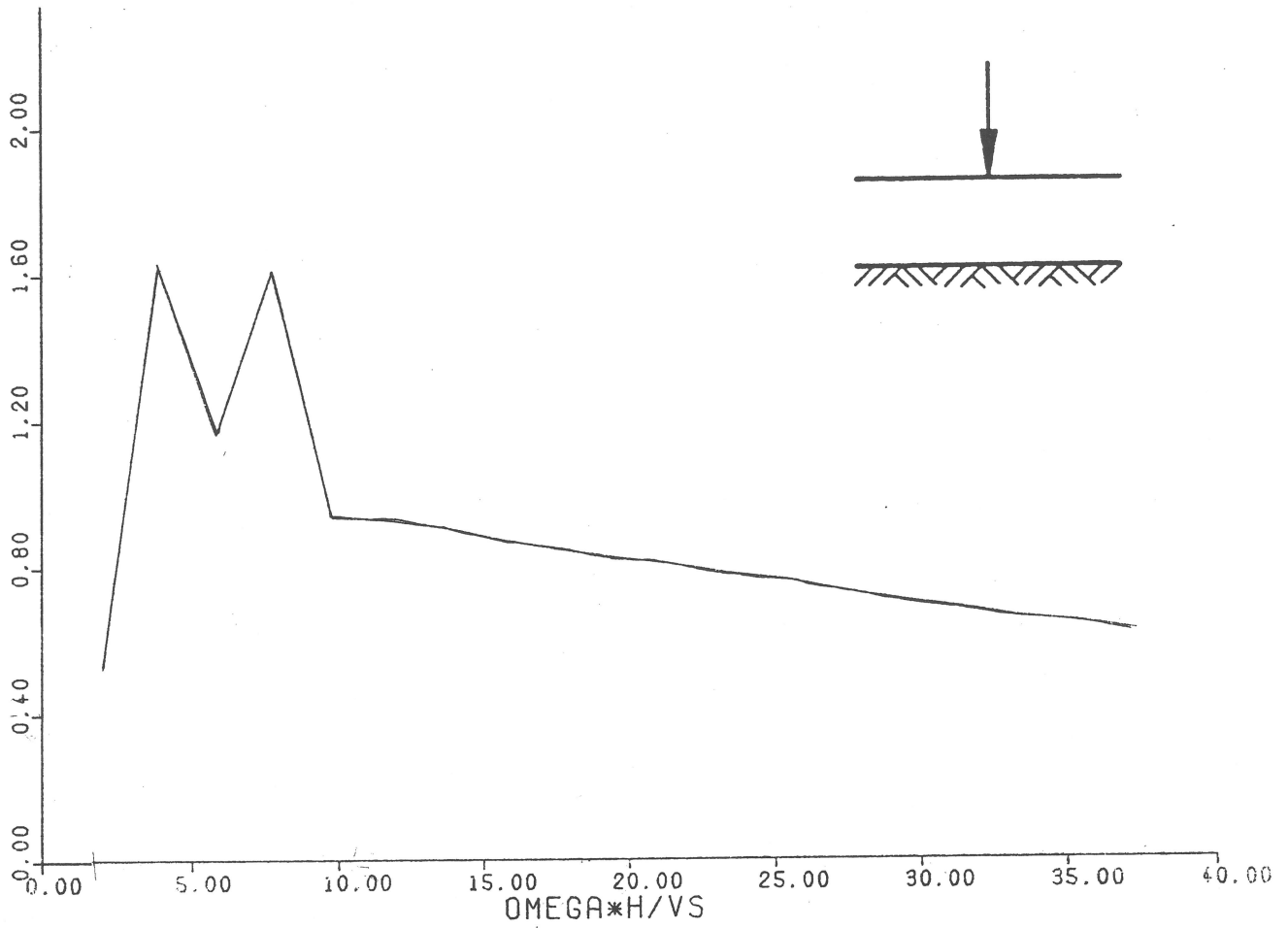


Bild 4.12 System 1- Verschiebungsamplituden einer Schicht auf starrer Unterlage bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes, Anregung durch eine Punktlast

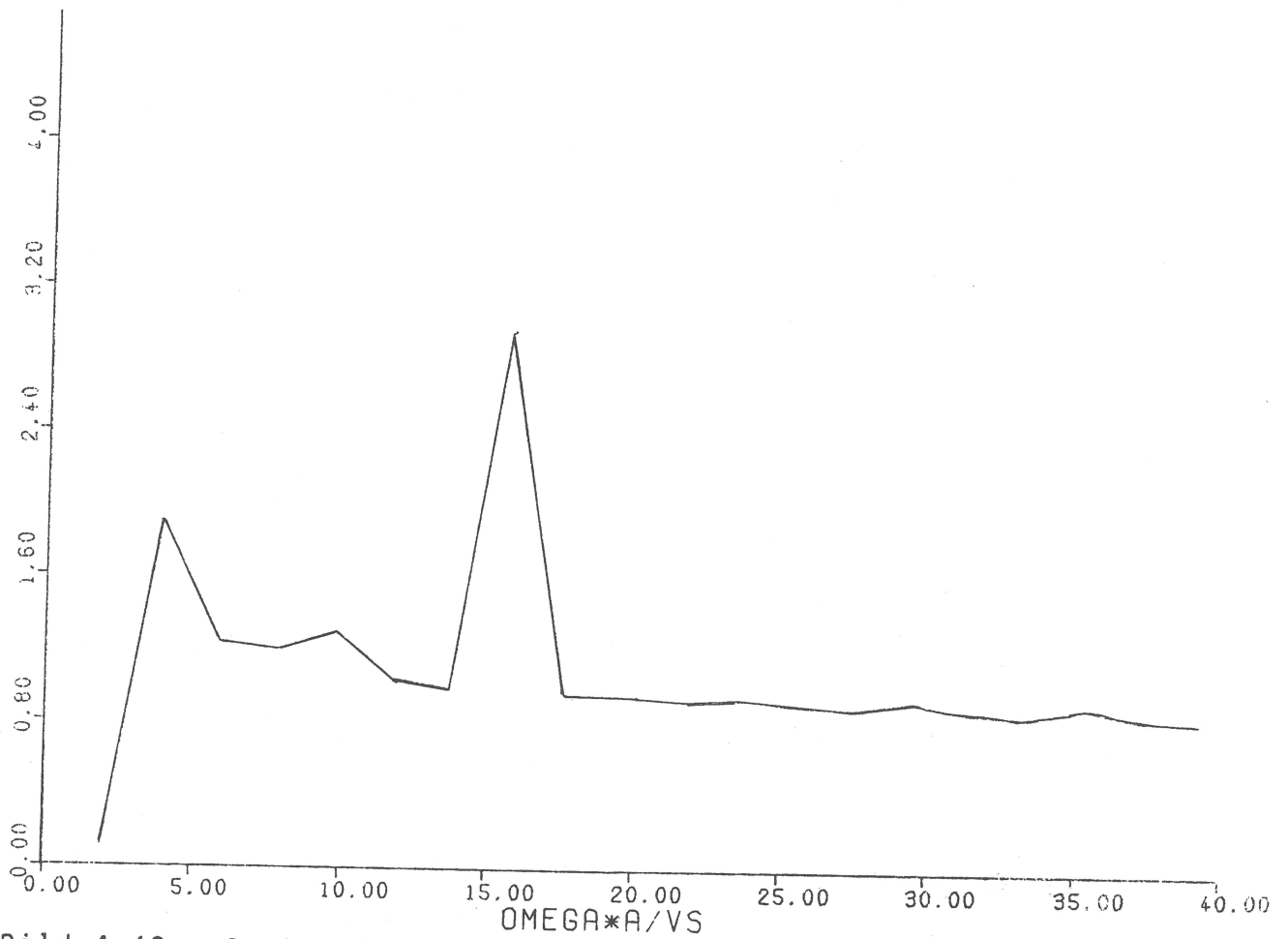
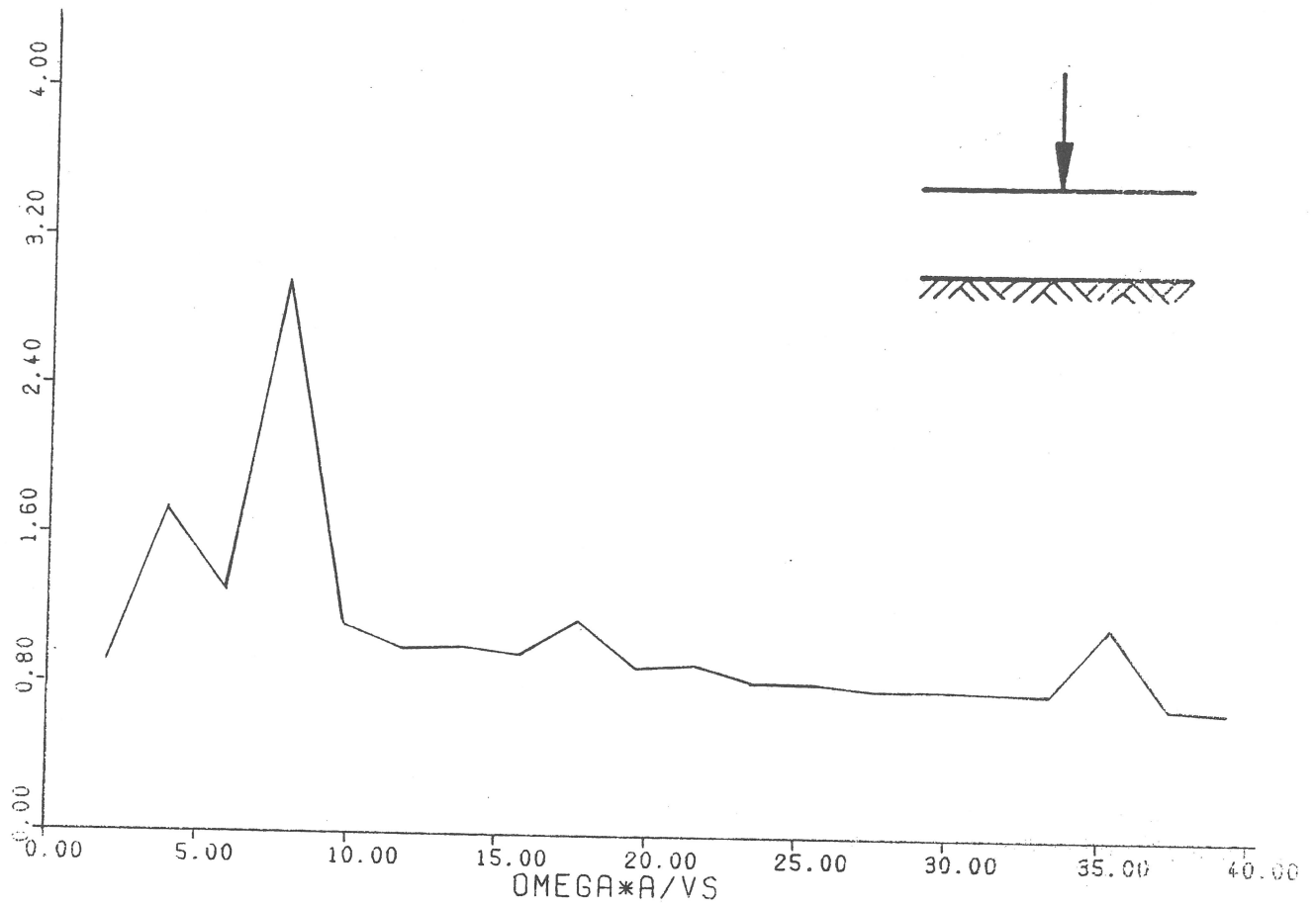


Bild 4.13 System 1 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf starrer Unterlage bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes, Anregung durch Linienlast

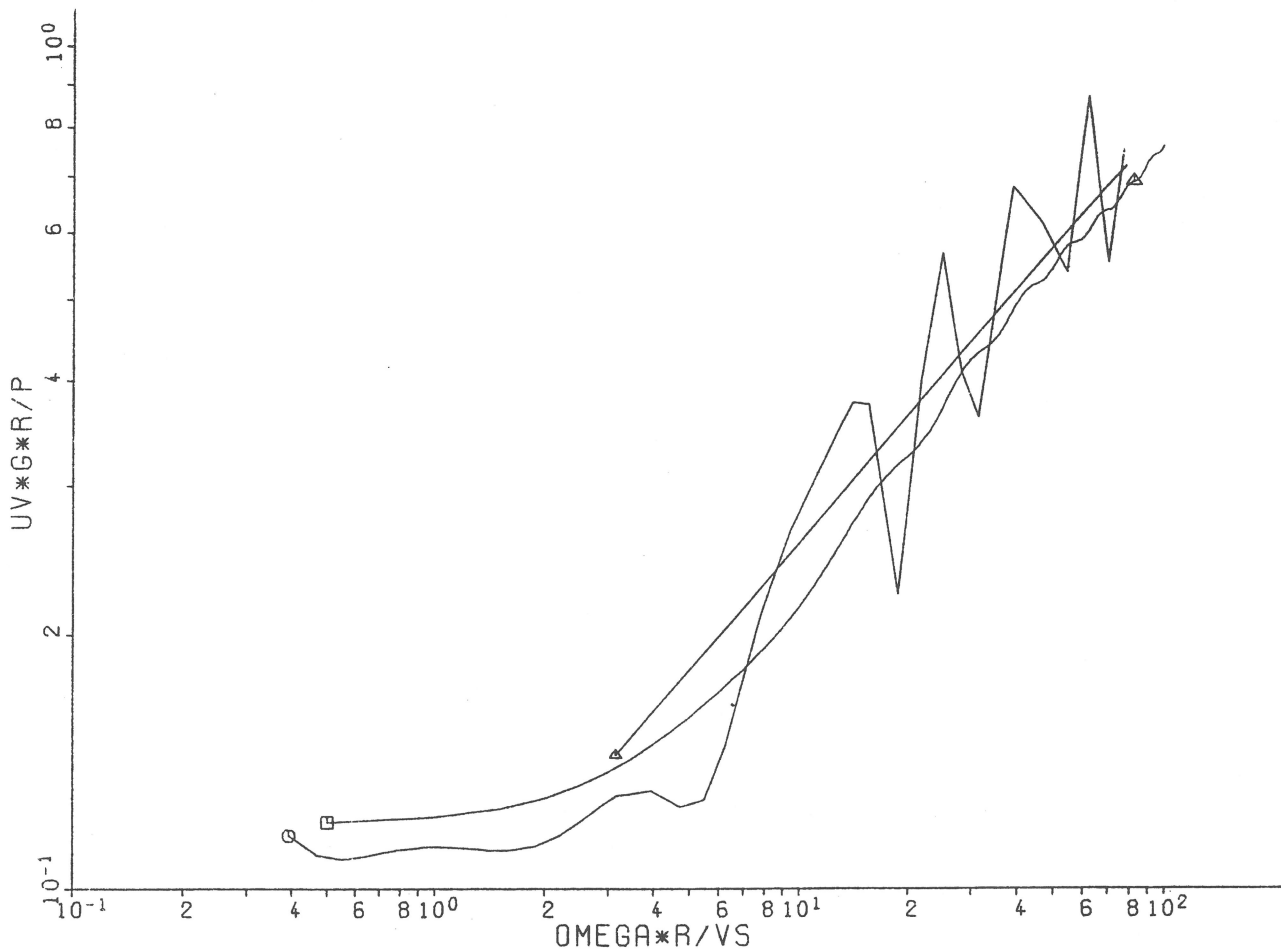
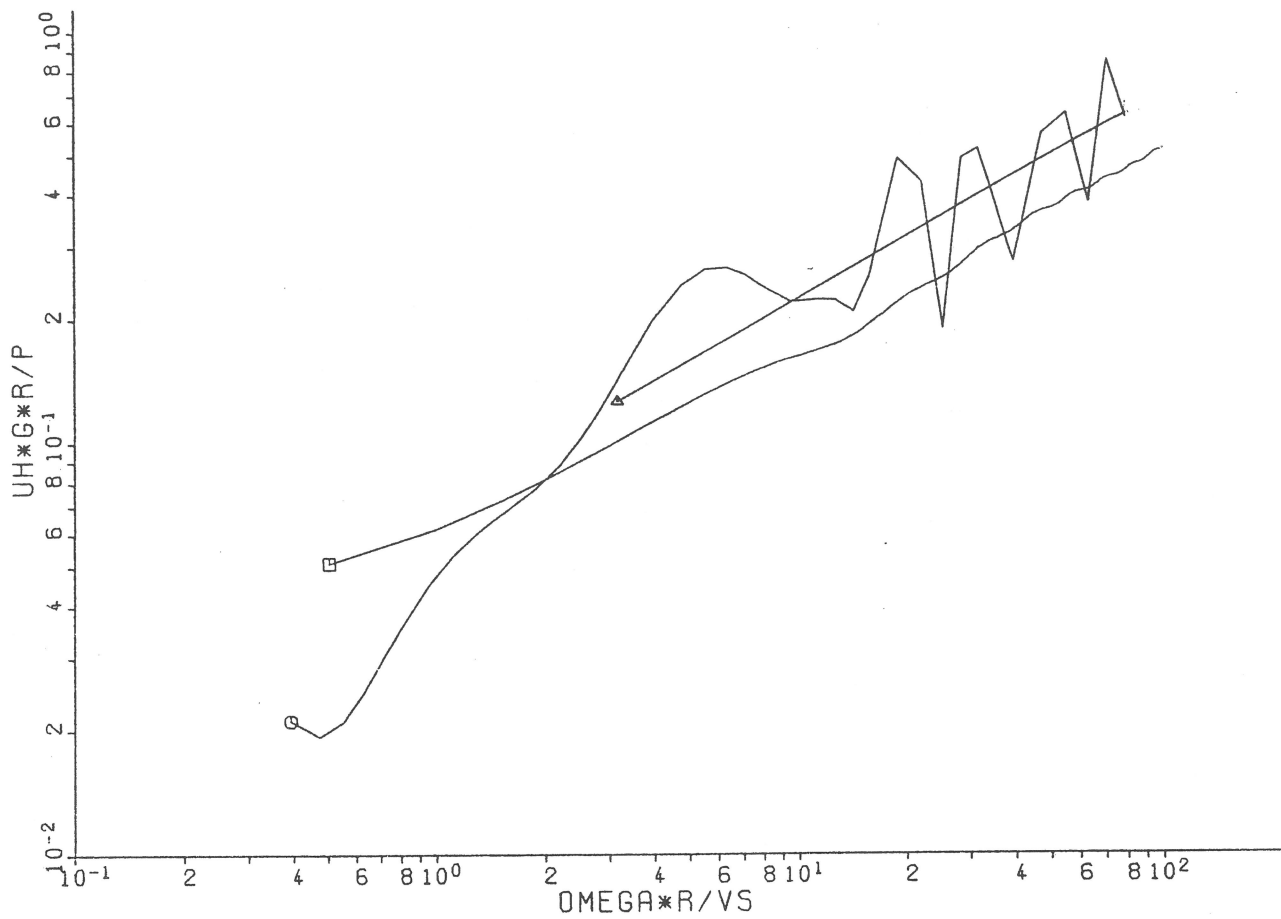


Bild 4.14 System 2 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf steiferer Unterlage bei Anregung unterhalb der Resonanzfrequenz

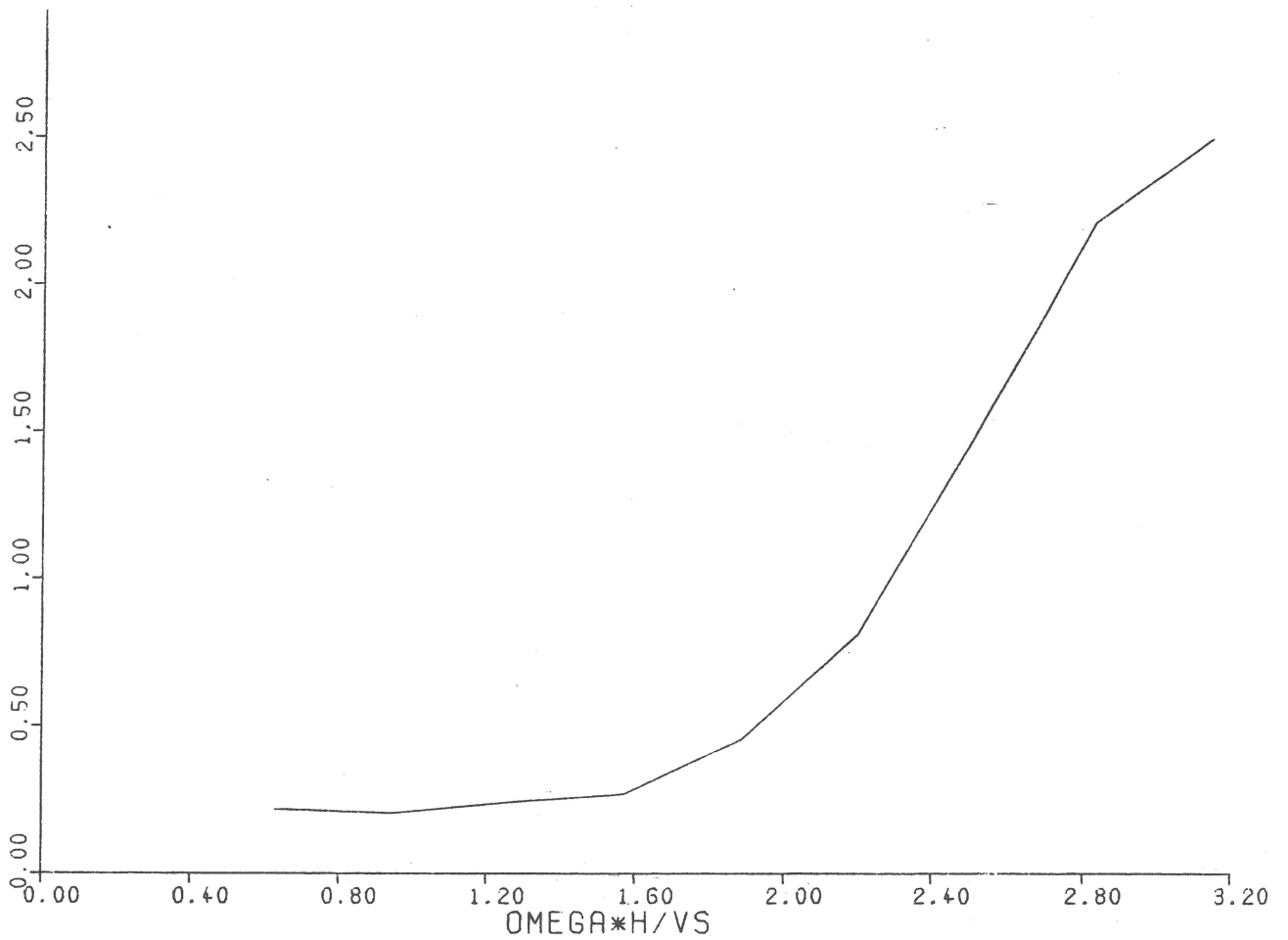
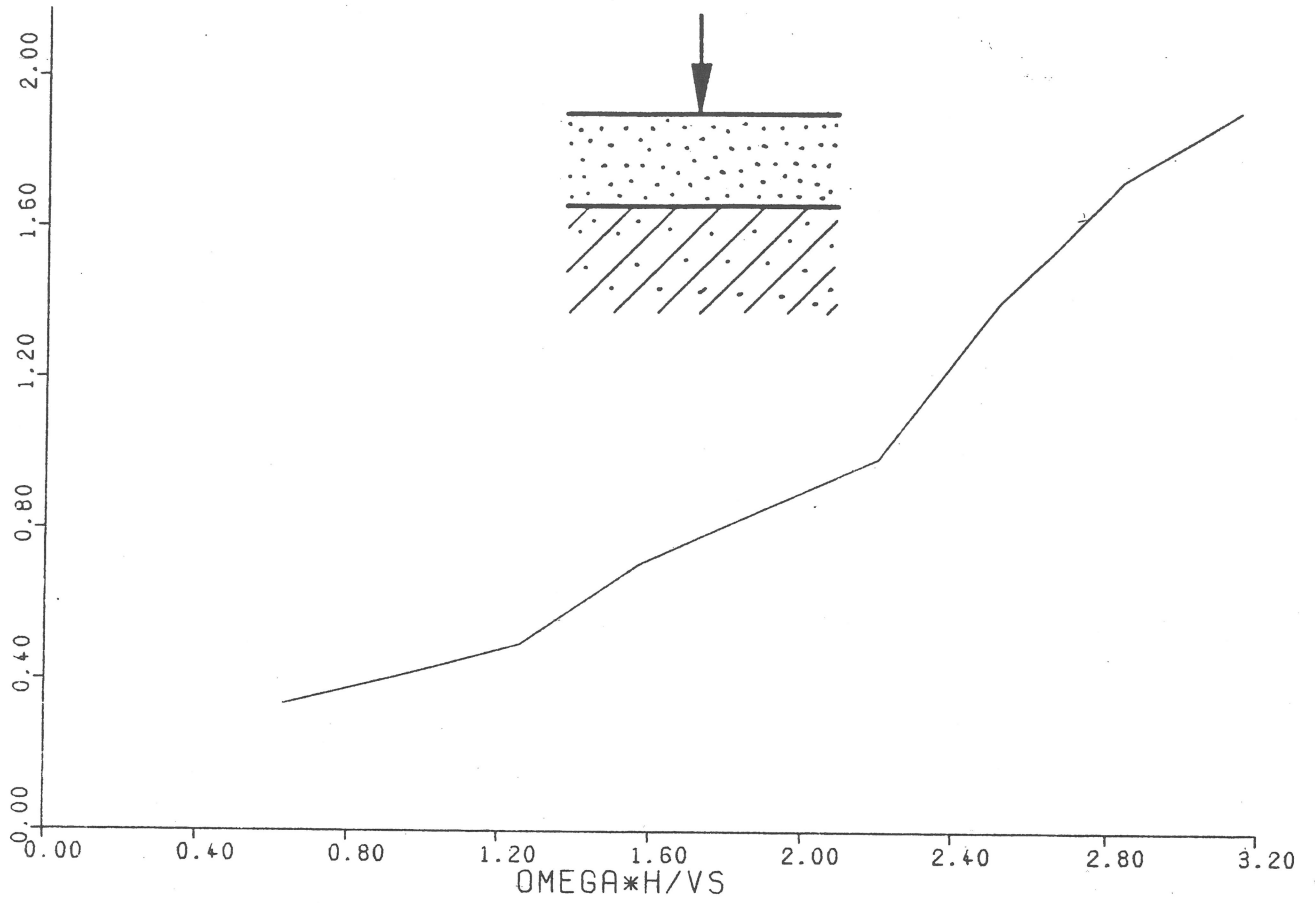


Bild 4.15 System 2 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf steiferer Unterlage, bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes, bei tieffrequenter Anregung

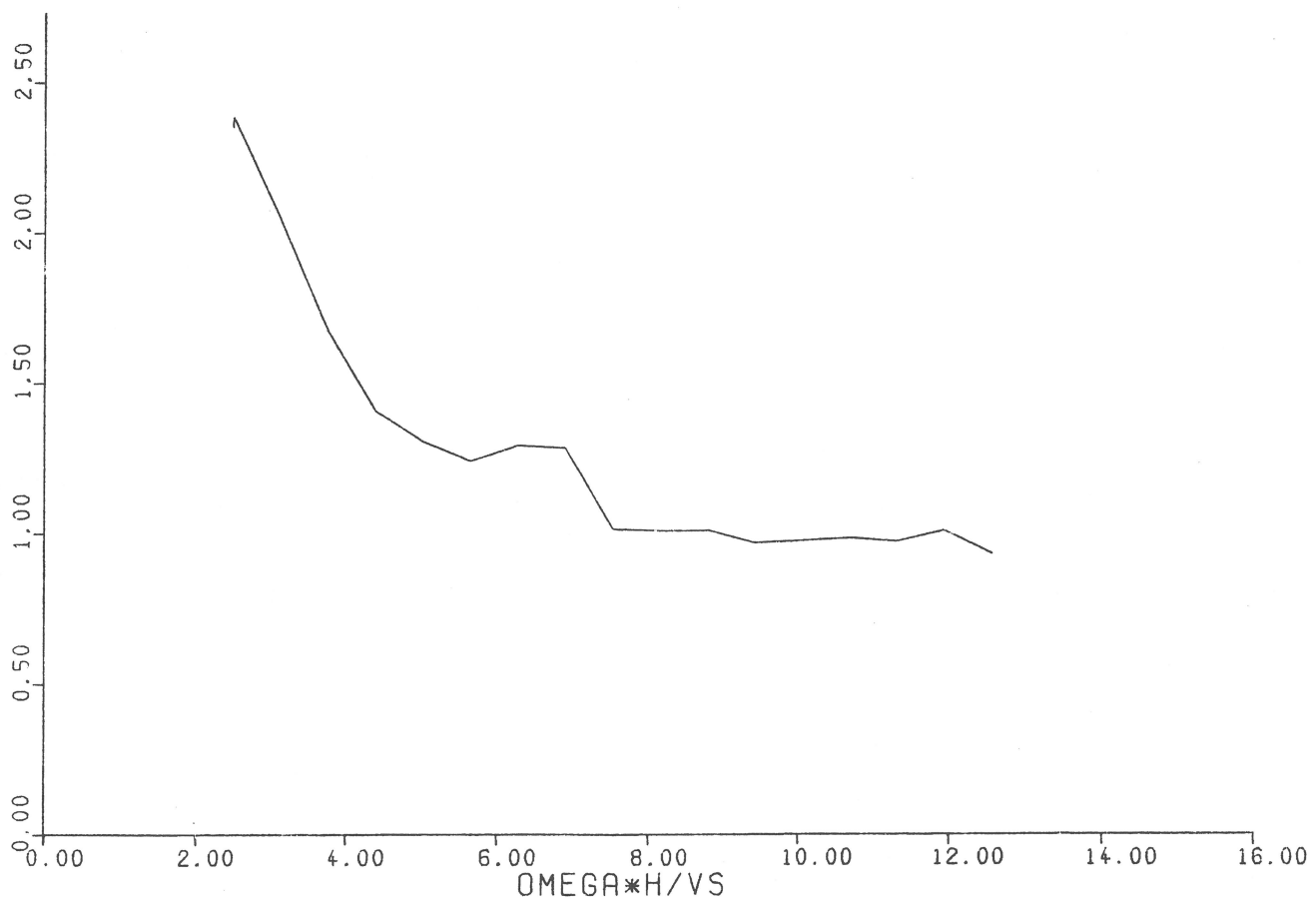
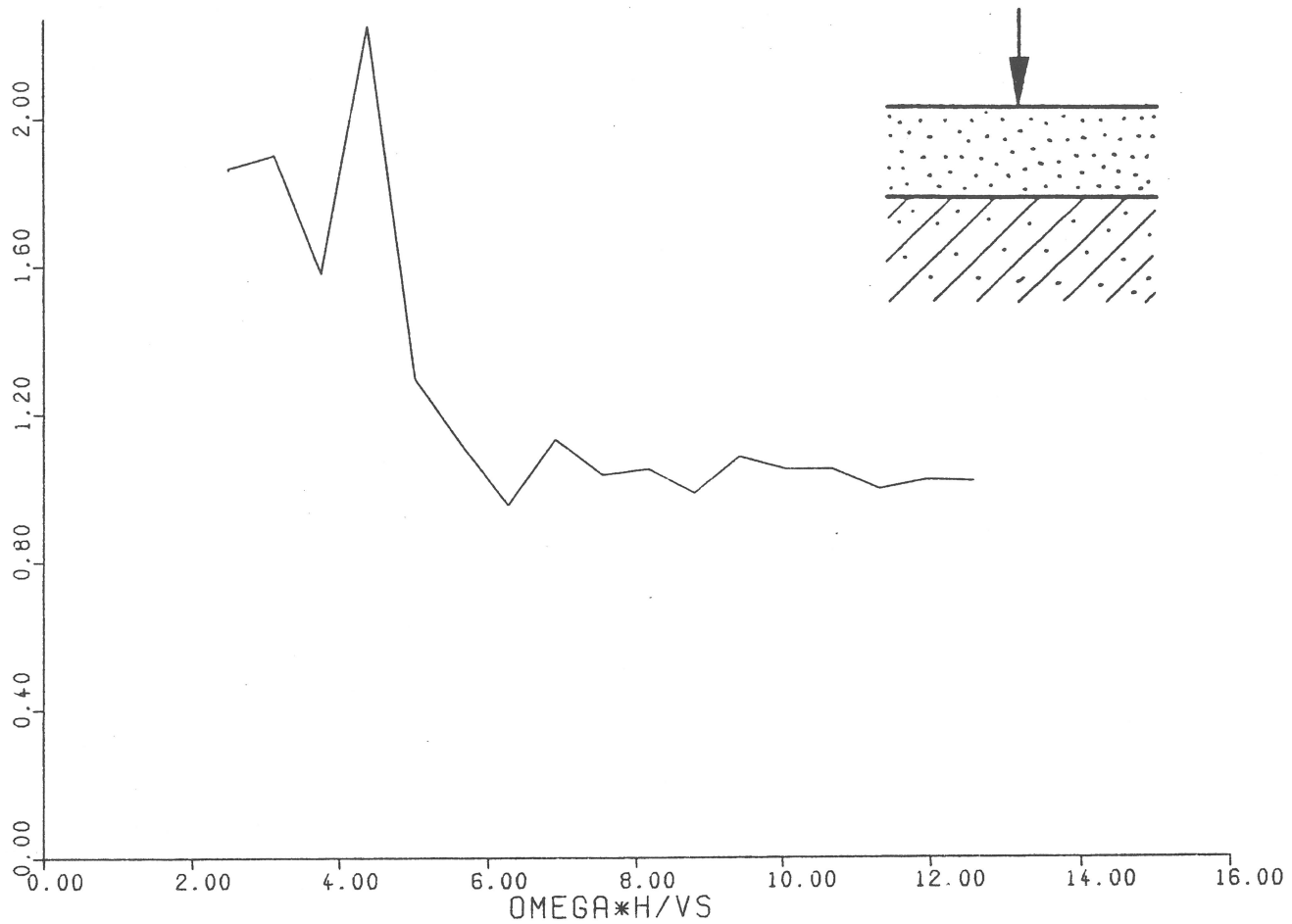


Bild 4.16 System 2 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf steiferer Unterlage, bezogen auf Werte eines entsprechenden Halbraumes, bei hochfrequenter Anregung

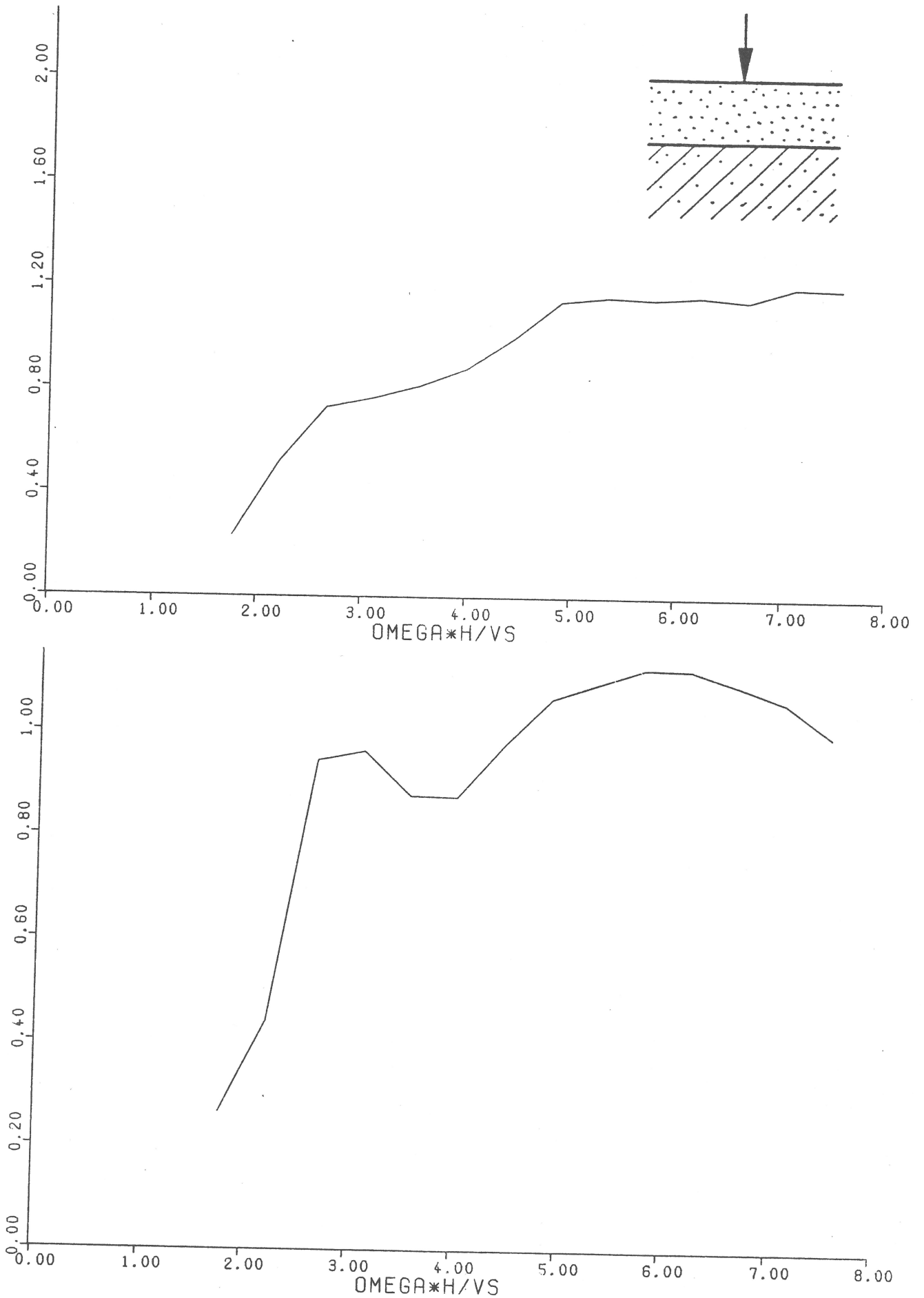


Bild 4.17 System 3 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf einer steiferen und trageren Unterlage, bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes

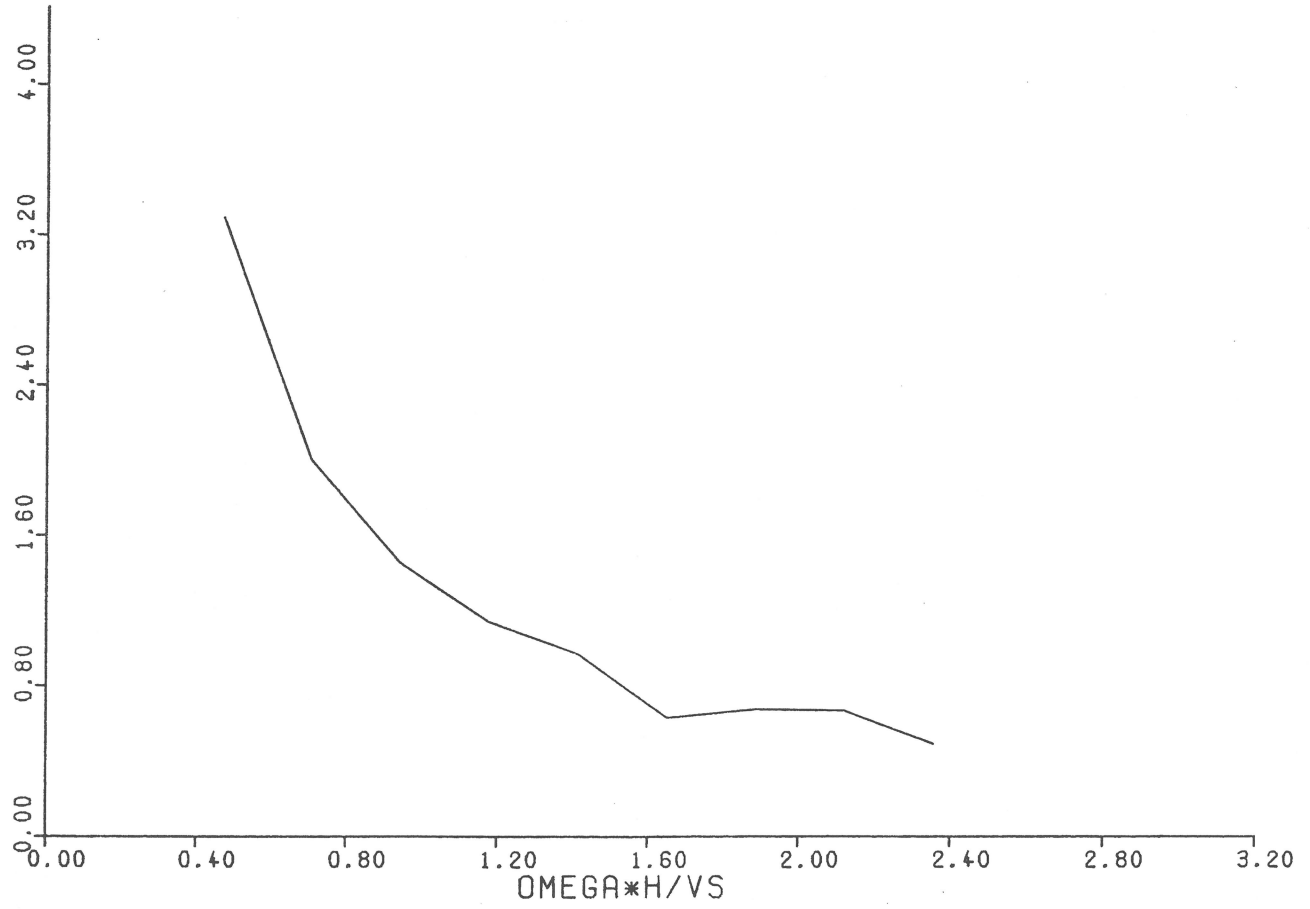
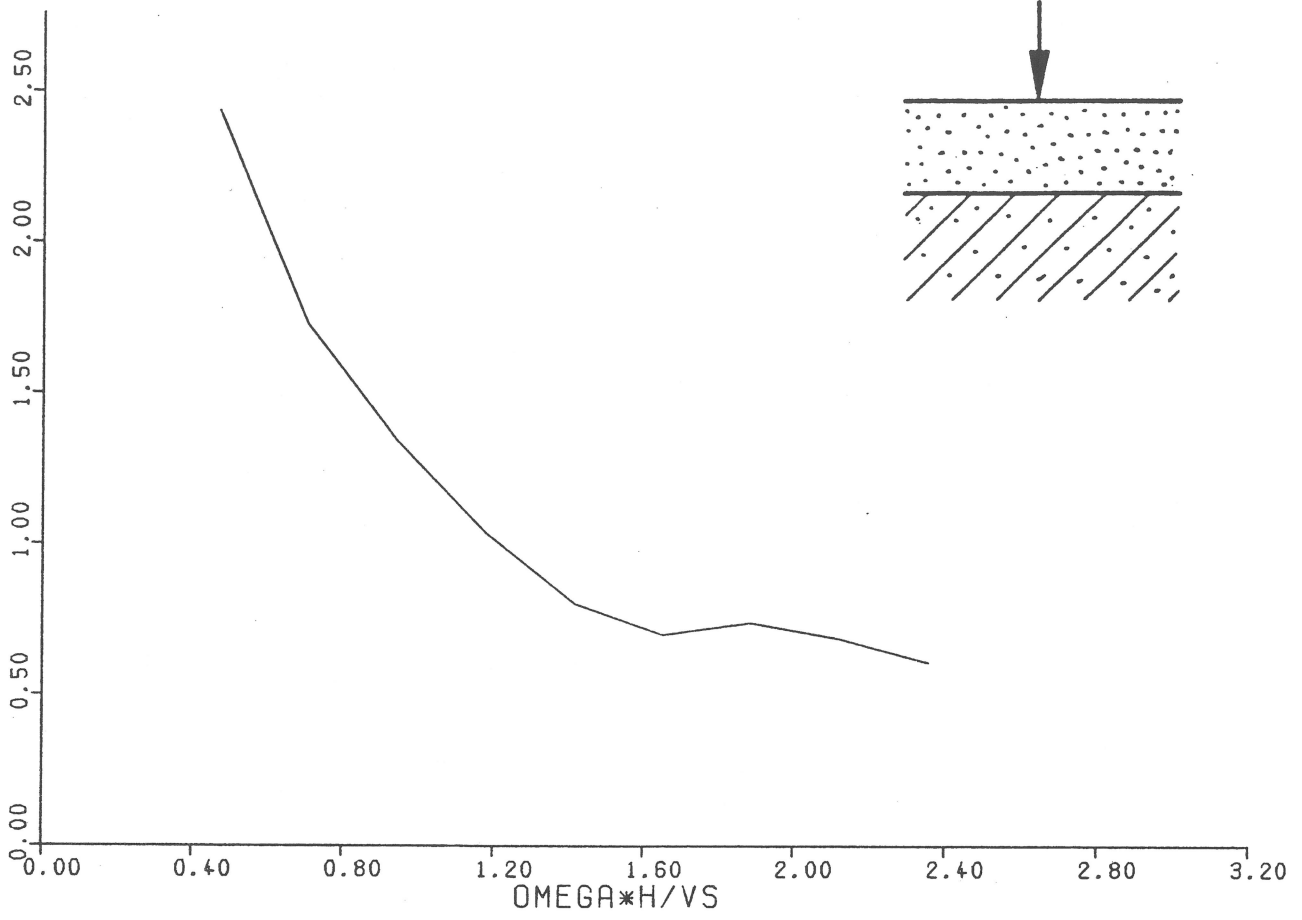


Bild 4.18A System 4 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf weicherer Unterlage, bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes, bei tieffrequenter Anregung

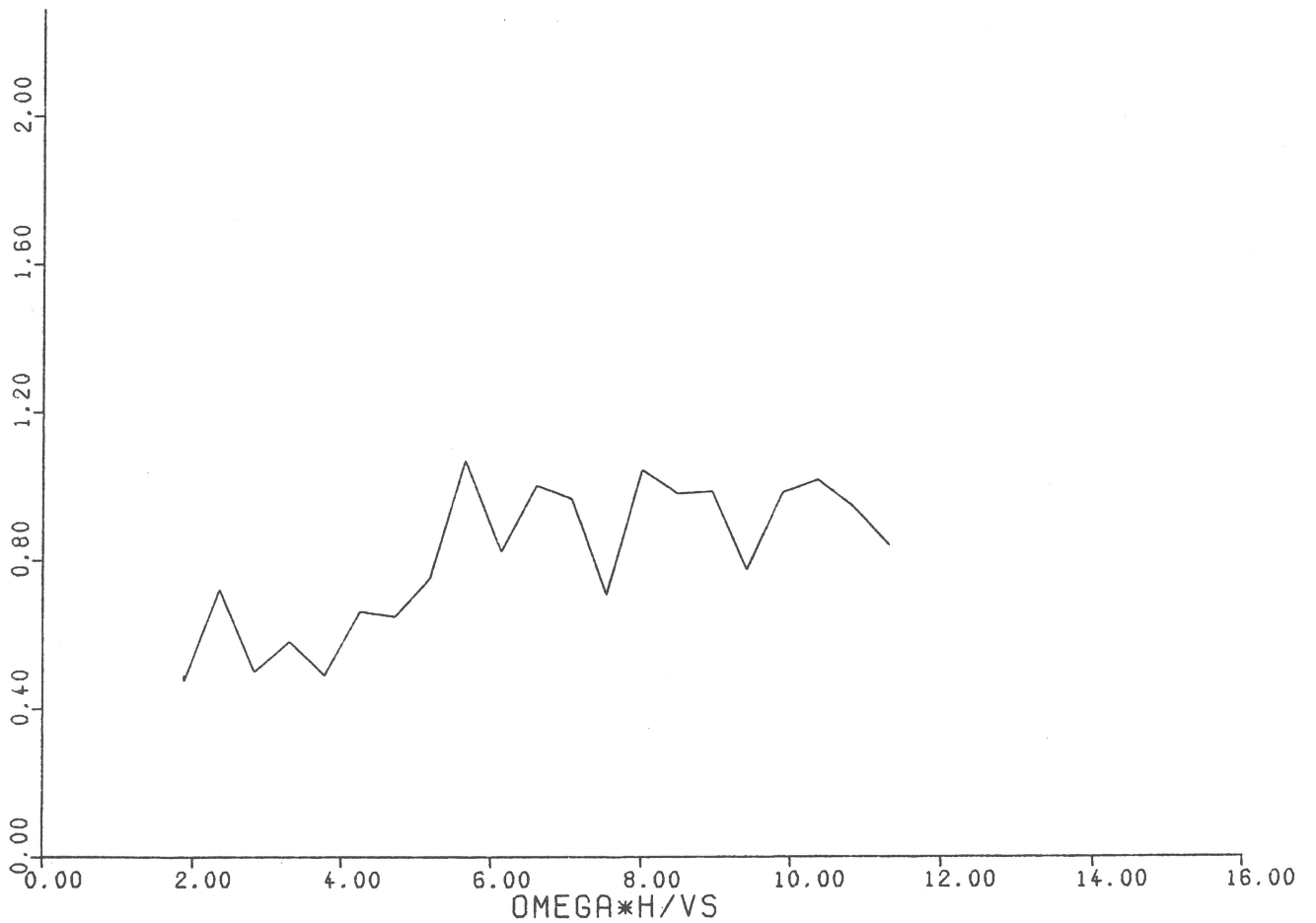
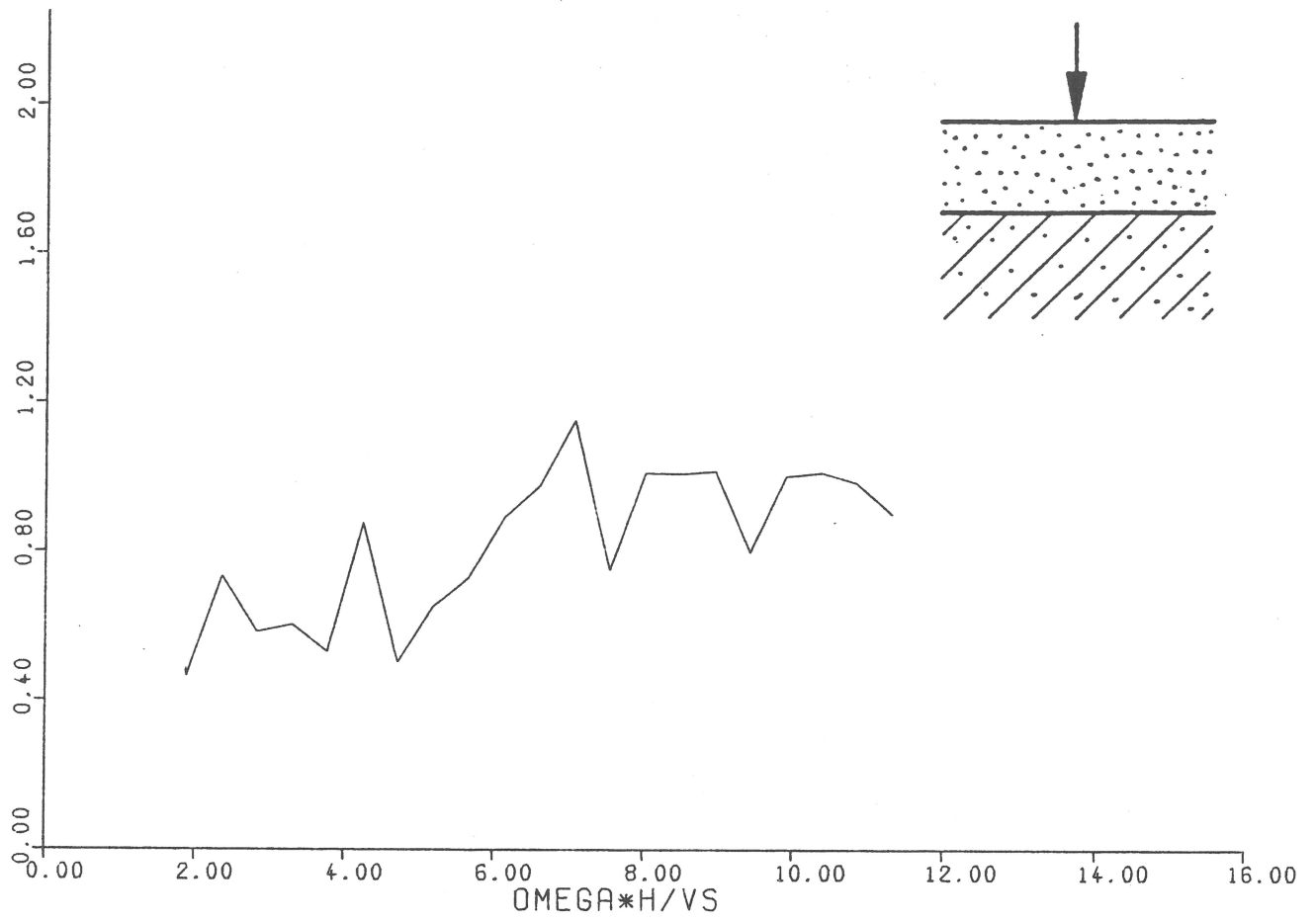


Bild 4.18B System 4 - Verschiebungsamplituden einer Schicht auf weicherer Unterlage, bezogen auf die Werte eines entsprechenden Halbraumes, bei hochfrequenter Anregung

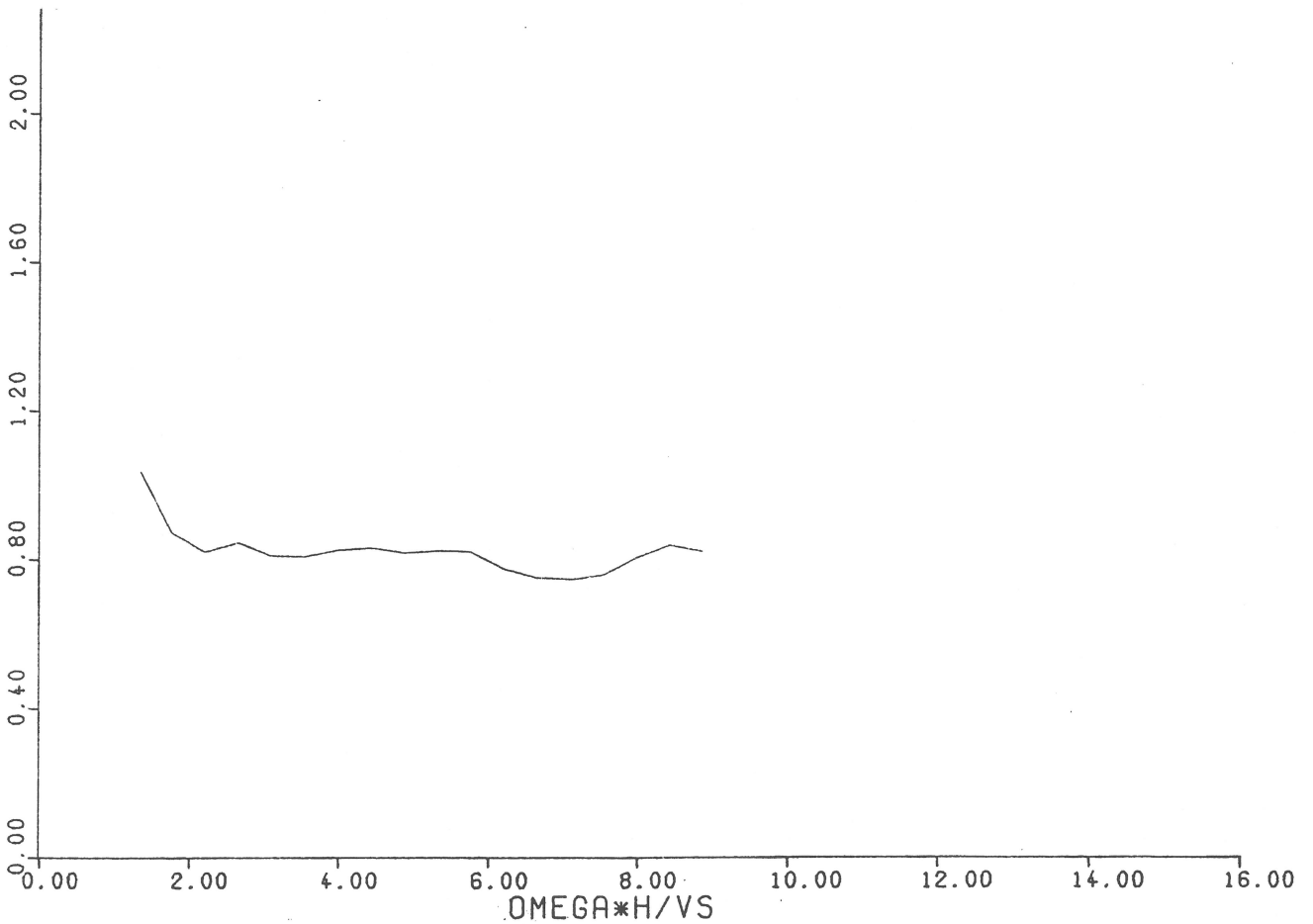
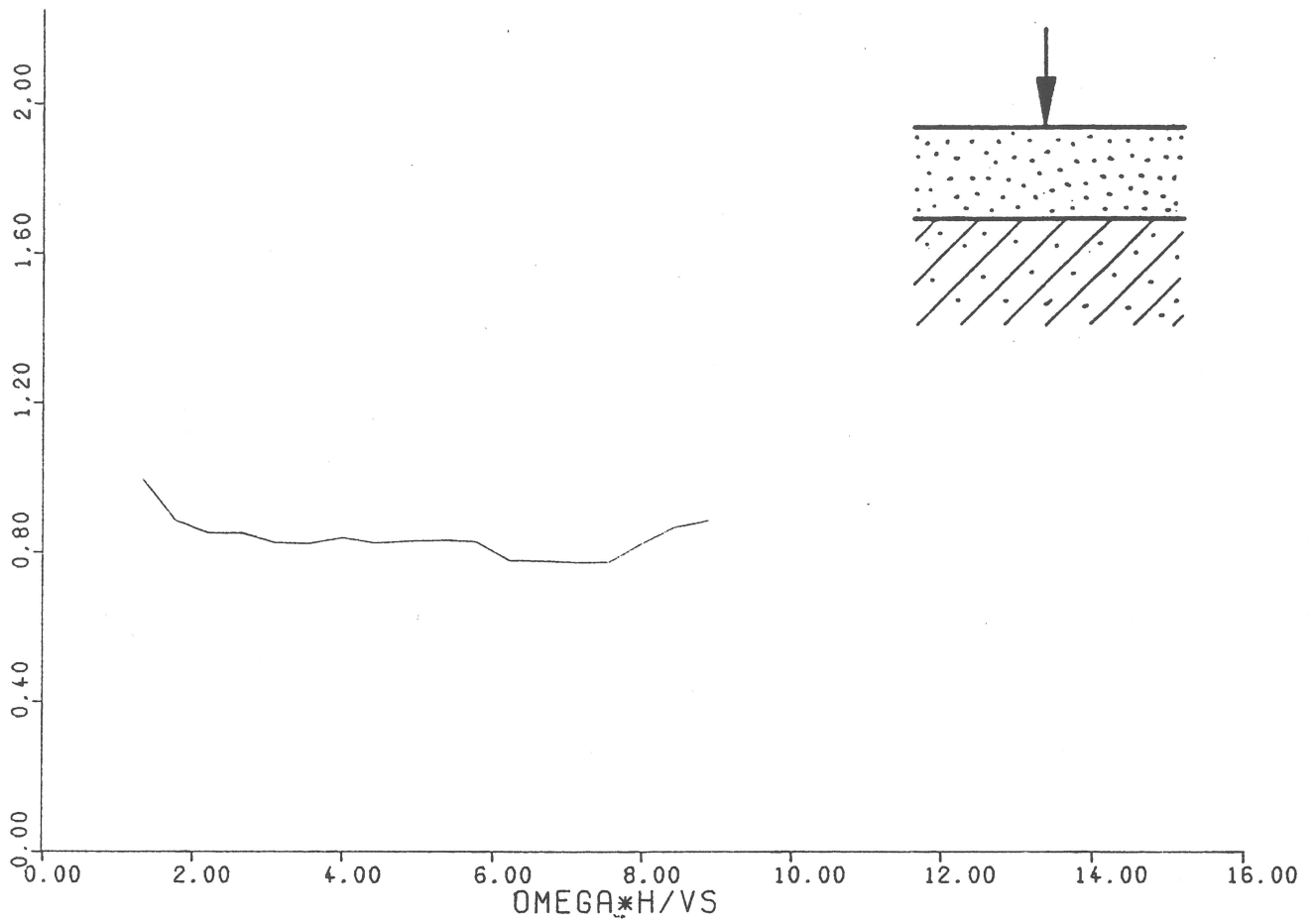


Bild 4.19 System 5 - Verhältnis der Verschiebungsamplituden eines Halbraums mit und ohne Grundwasser, in Abhängigkeit von der bezogenen Tiefe des Grundwasserspiegels unter der Geländeoberkante

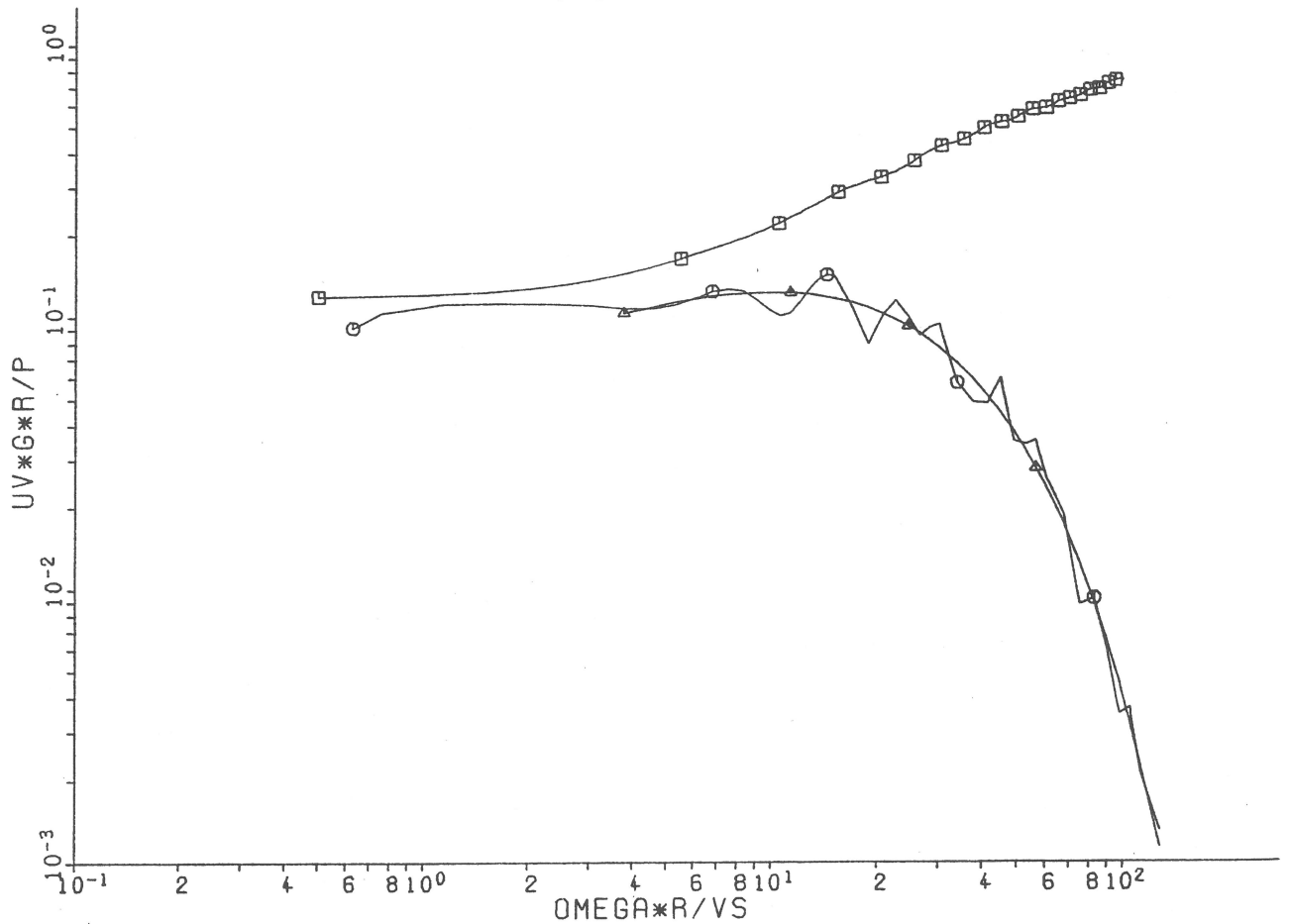
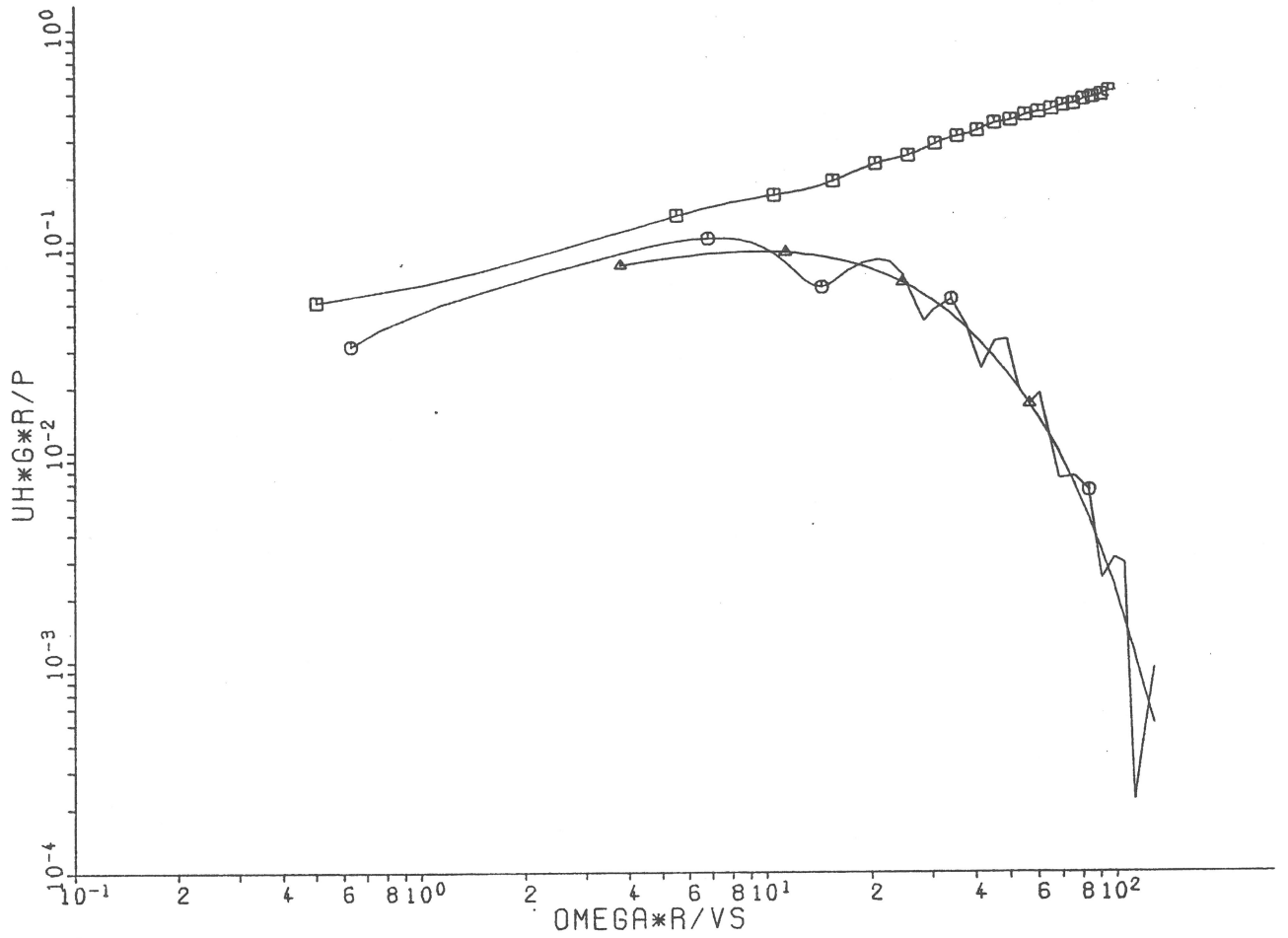


Bild 4.20 System 6 - Verschiebungsamplituden eines hysteretisch gedämpften Halbraumes in Abhängigkeit von der normierten Entfernung (O), Approximation (Δ) und ungedämpfter Halbraum (\square)

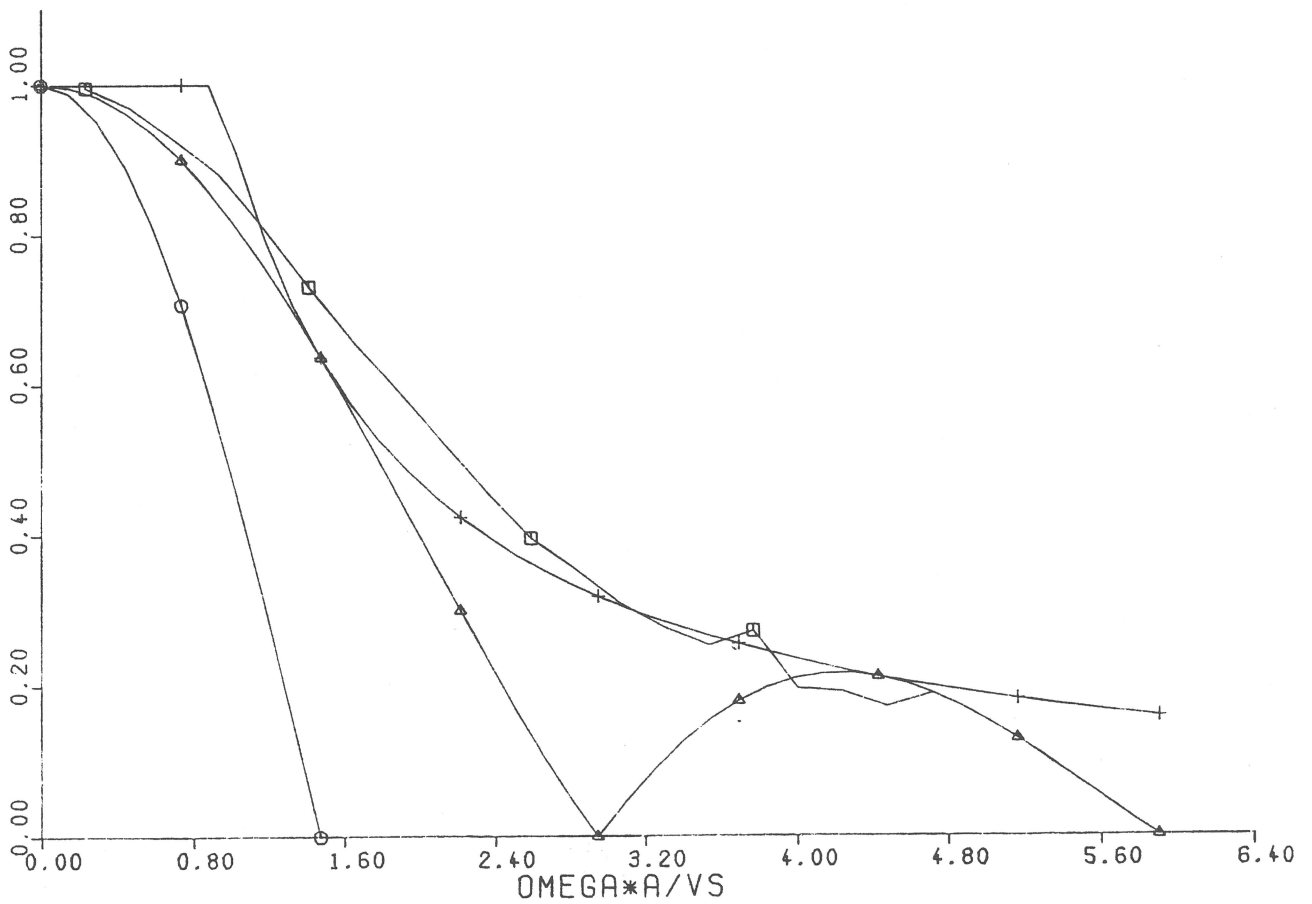
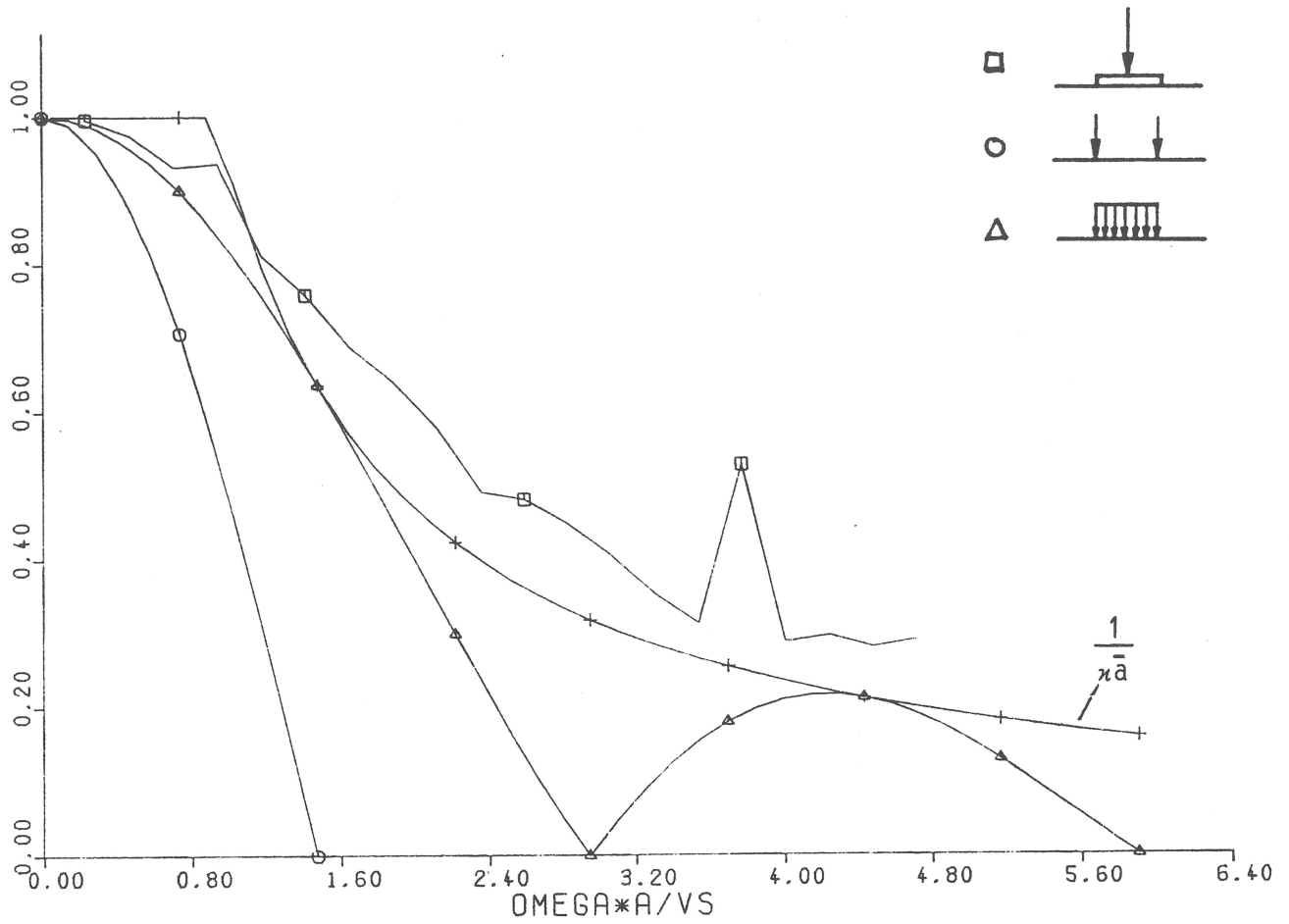


Bild 4.21 System 7 - Verschiebungsamplituden, die sich bei der Lasteinleitung über ein starres Fundament ergeben, bezogen auf die Werte bei Anregung durch eine Linienlast

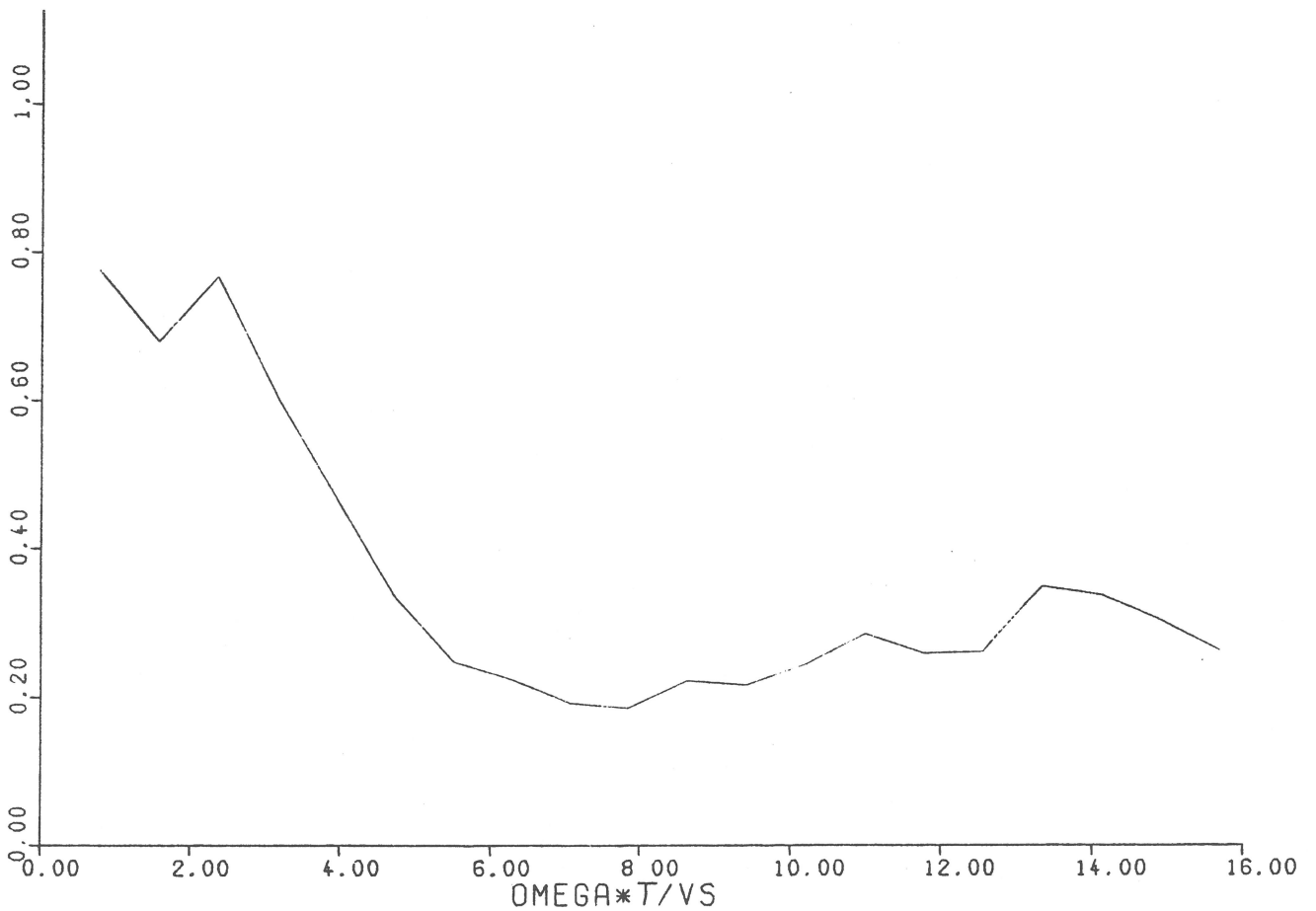
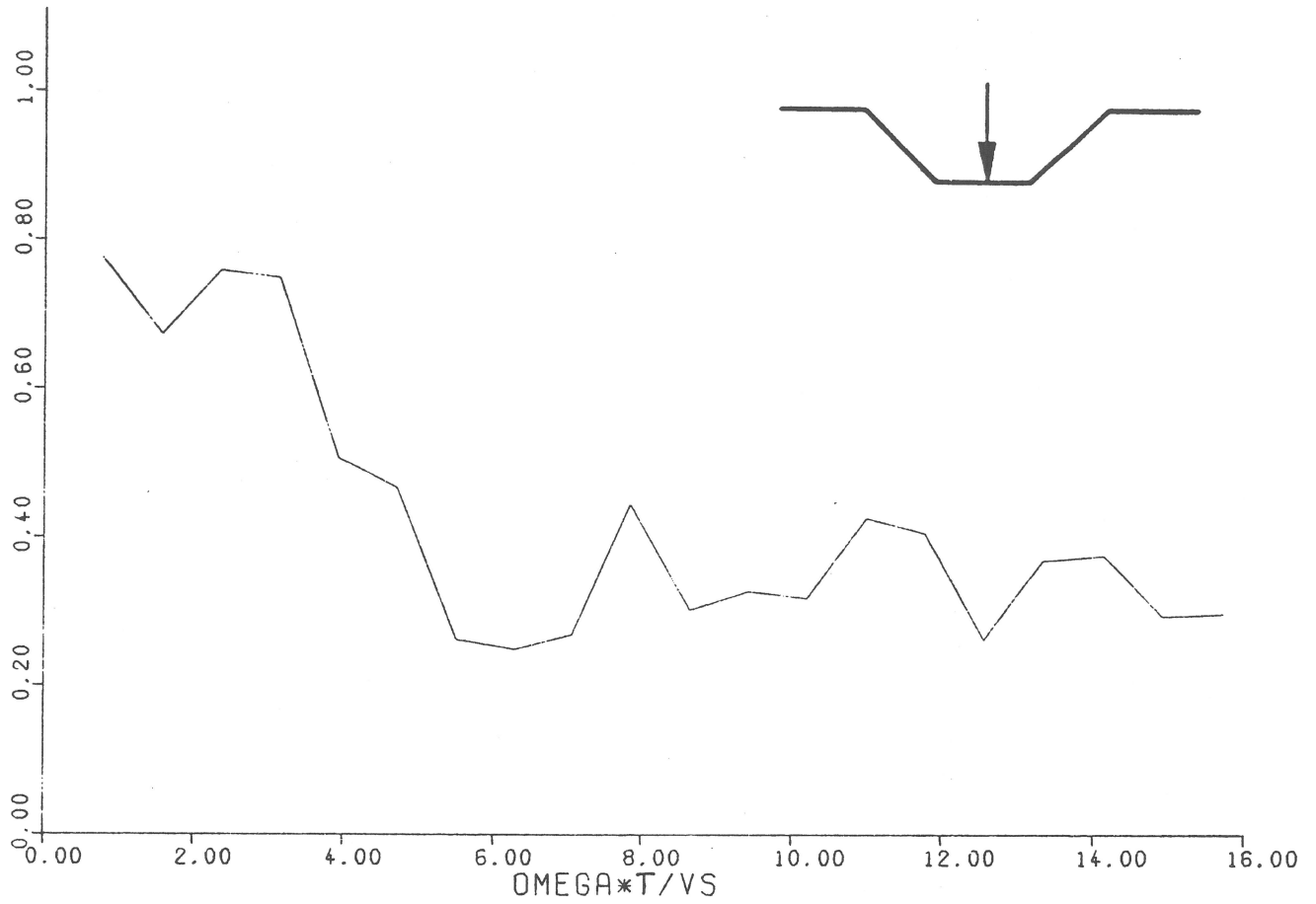


Bild 4.22 System 8 - Verschiebungsamplituden bei der Streckenführung im Einschnitt, bezogen auf die Werte bei ebenerdiger Anregung

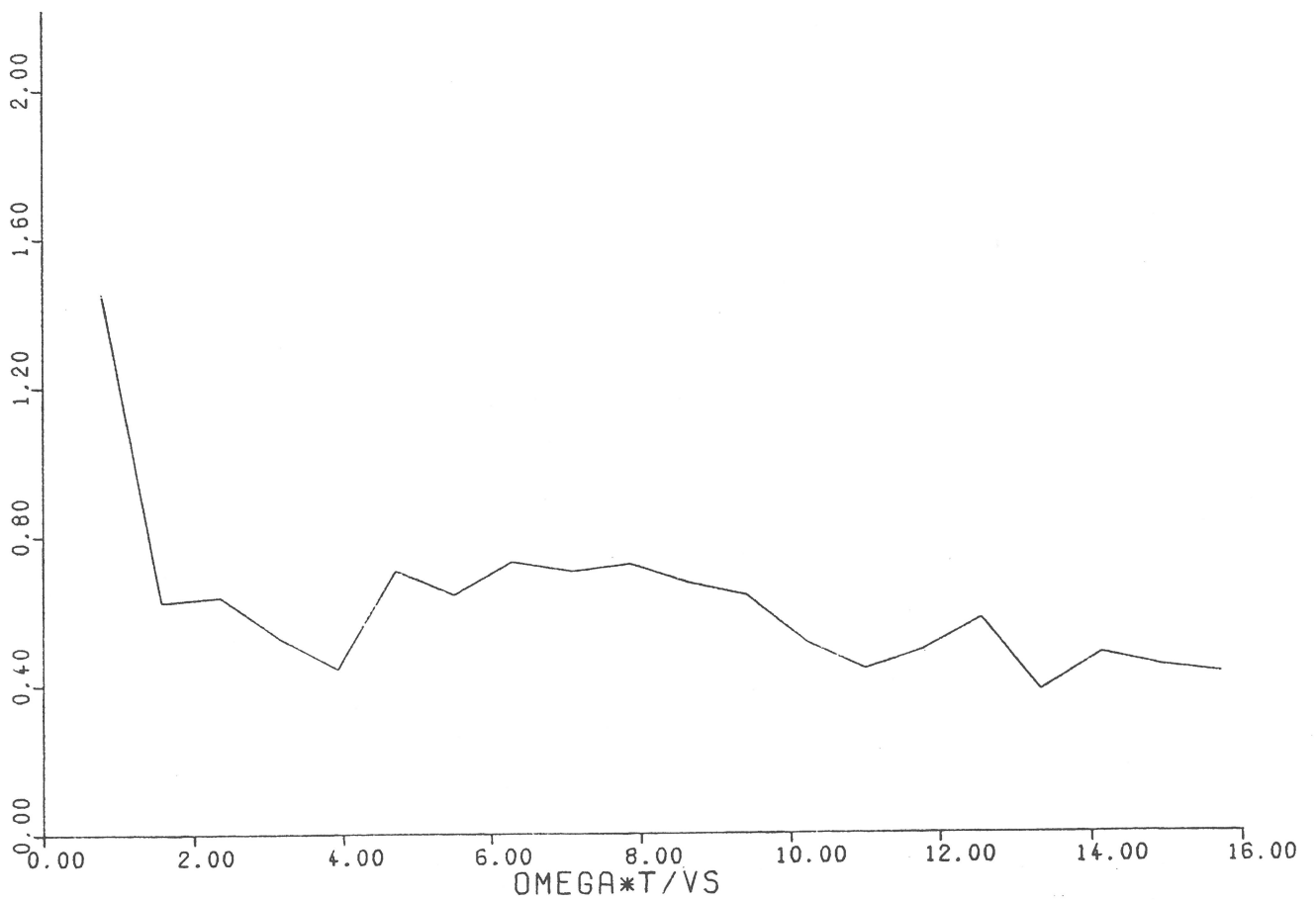
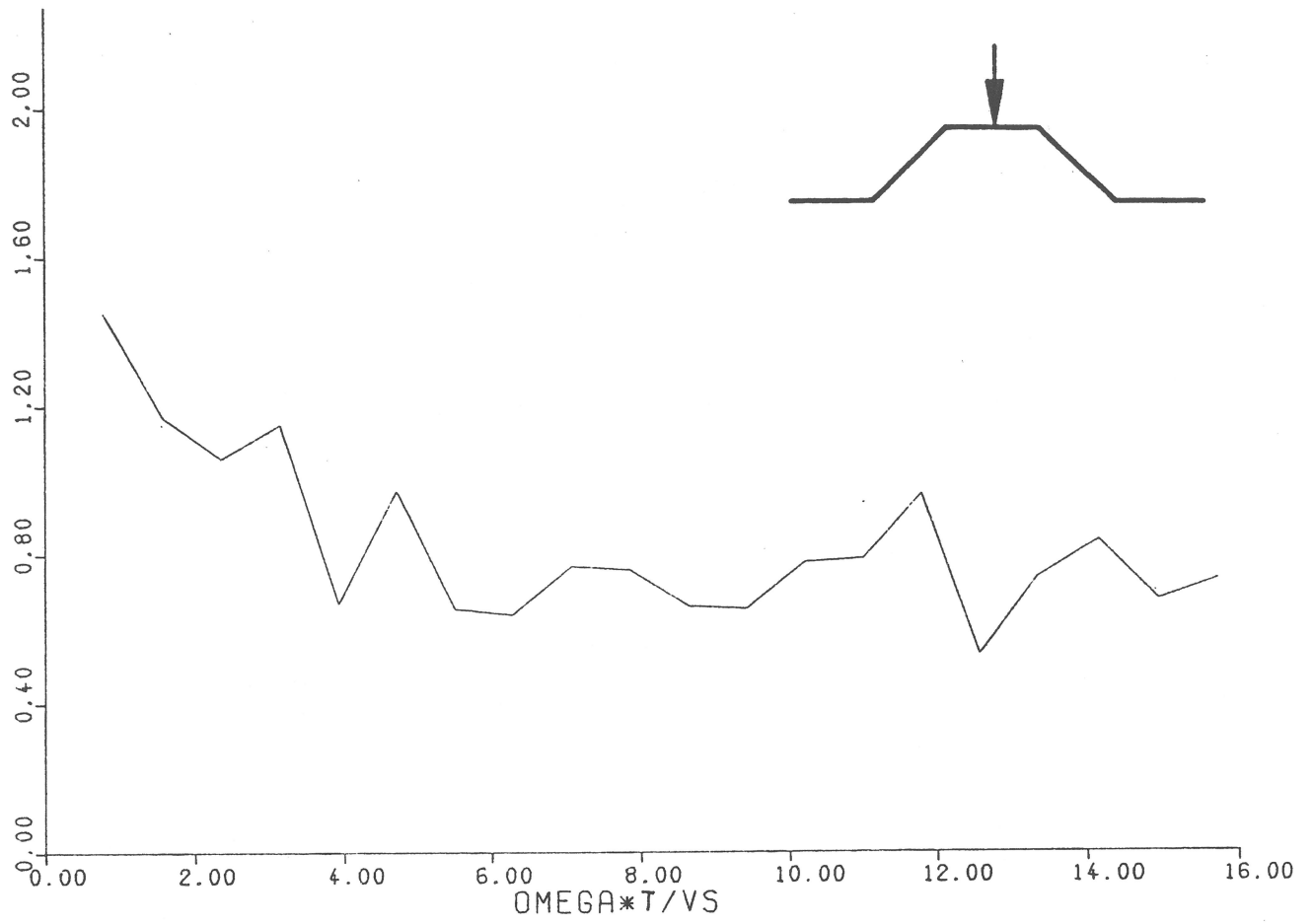


Bild 4.23 System 9 - Verschiebungsamplituden bei der Streckenführung auf einem Damm, bezogen auf die Werte bei ebenerdiger Anregung

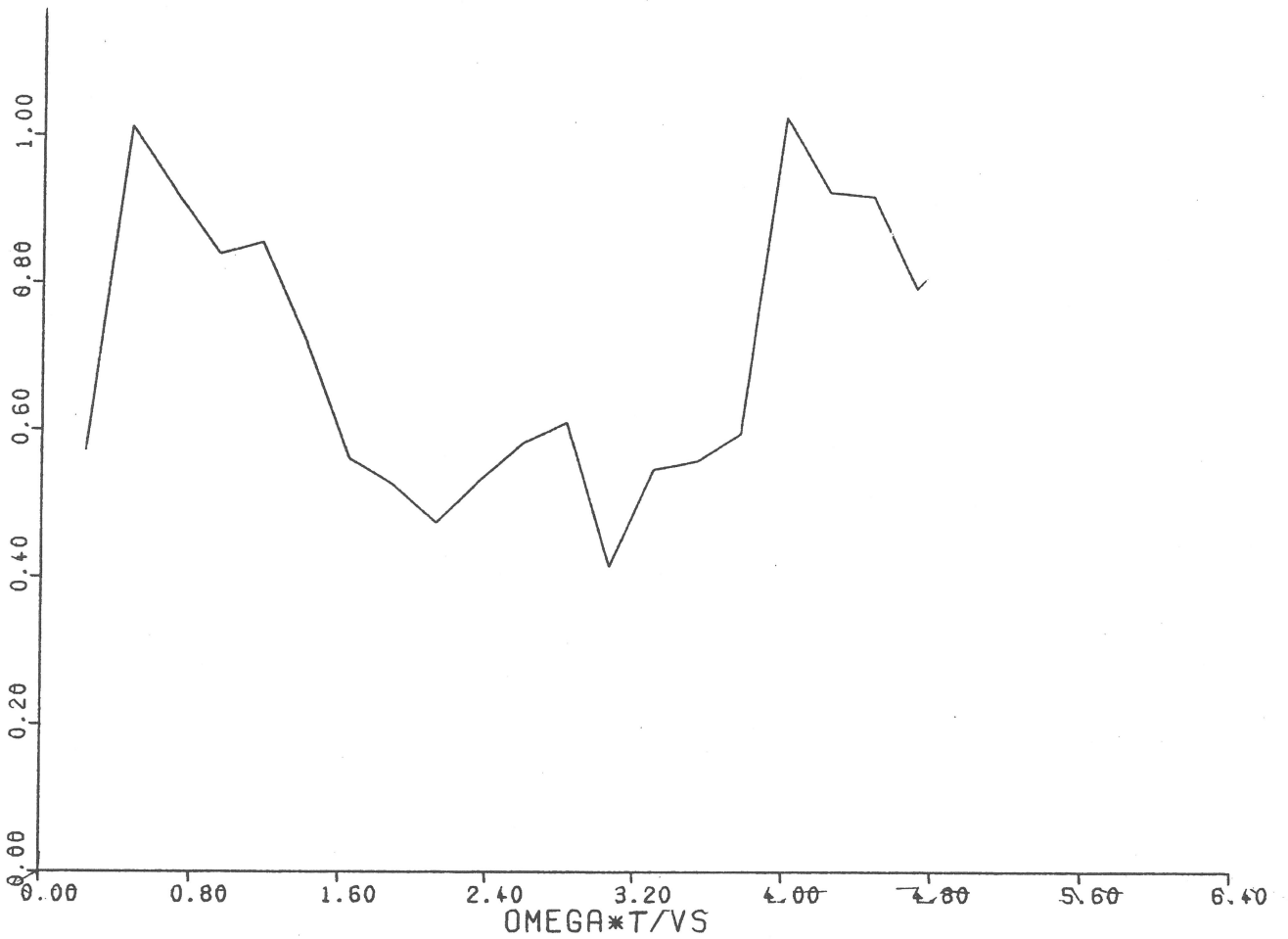
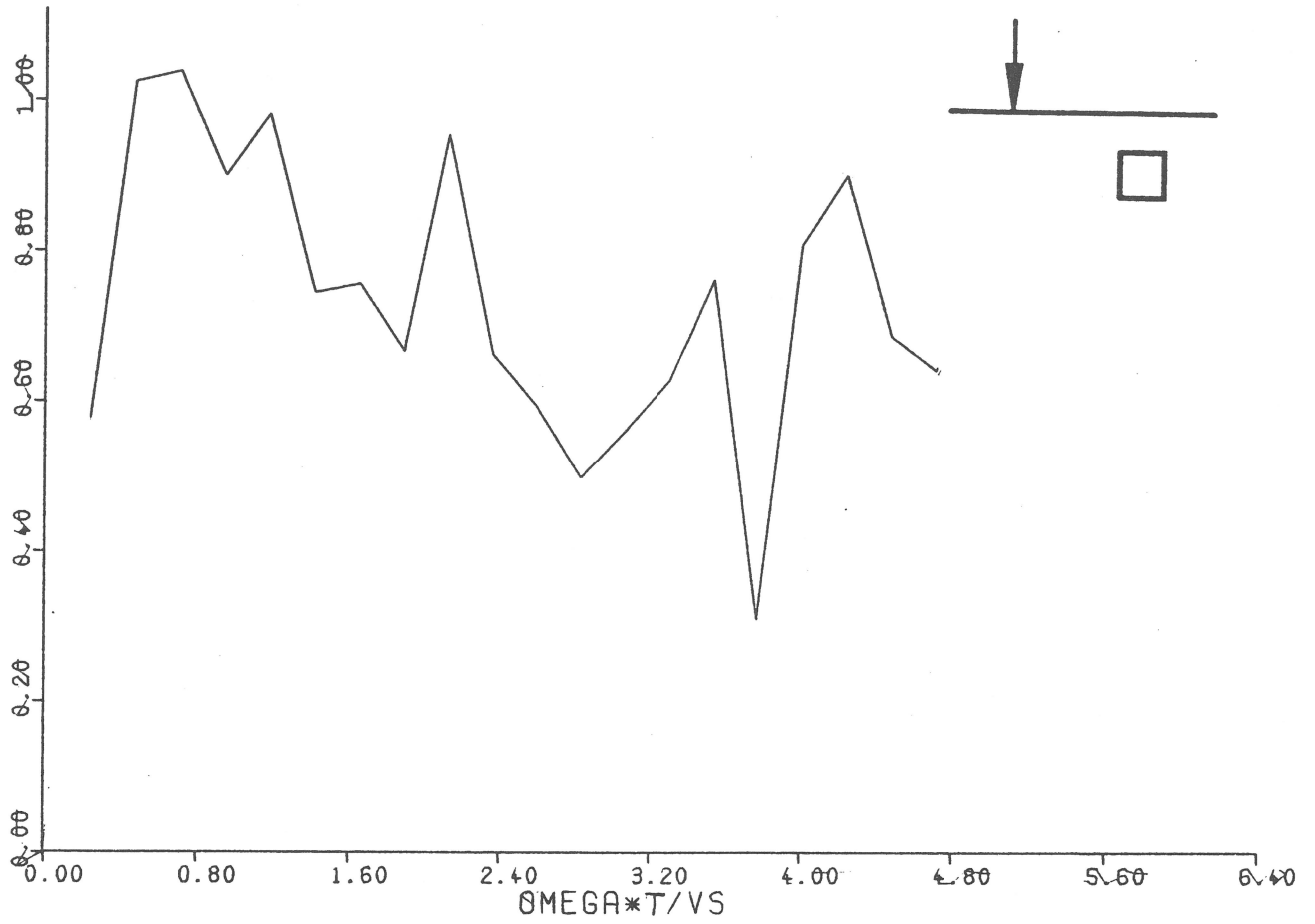


Bild 4.24 System 10 - Abweichungen der Verschiebungsamplituden bei Einbauten im Boden

5. Zusammenfassung

In diesem Forschungsvorhaben wurden die wesentlichen Einflüsse auf die Erschütterungsausbreitung bei Schienennahverkehr untersucht. Dazu wurden typische Situationen durch Finite-Element-Modelle abgebildet und berechnet. Die Ergebnisse wurden, gestützt von theoretischen Überlegungen, ausgewertet und verallgemeinert, mit dem Ziel, Hilfen für eine Erschütterungsprognose zur Verfügung zu stellen. Dabei ergaben sich folgende Aussagen:

- Die wesentlichen Zusammenhänge werden schon mit dem elementaren Modell eines homogenen elastischen Halbraumes, der durch vertikale Punkt- oder Linienlast erregt wird, erfaßt. Die entstehenden Wellenfelder sind zweidimensional, und zwar hat man bei der Punktlast ein axial-symmetrisches und bei der Linienlast ein ebenes Feld. Diese Felder stellen in einem bestimmten Sinne Näherungen für den hier interessierenden Fall, der Anregung auf einen Gleisabschnitt, dar. Die in diesen Fällen geltenden Amplitudenabnahmegesetze sind die obere und untere Grenze für die Schienenverkehrserschütterungen. In genügendem Abstand von der Erschütterungsquelle gelten besonders einfache Fernfeldgesetze

$$\bar{u} = A(v) \begin{cases} 1 & \text{eben} \\ \sqrt{\bar{r}} & \text{axialsymmetrisch.} \end{cases}$$

Dabei werden normierte Verschiebungsamplituden

$$\bar{u} = \begin{cases} \frac{uG}{P/L} & \text{eben} \\ \frac{uGr}{P} & \text{axialsymmetrisch} \end{cases}$$

und normierte Entfernungen

$$\bar{r} = \frac{\omega r}{v_s}$$

benutzt.

Die absoluten Erschütterungsamplituden sind von den Bodeneigenschaften abhängig, insbesondere von der Schubsteifigkeit G , die in die normierte Verschiebung \bar{u} eingeht, und in geringerem Maße von der Scherwellenge-

schwindigkeit v_s , die bei der Normierung der Entfernung benutzt wird, und von der Querkontraktionszahl ν .

- Berücksichtigt man die Materialdämpfung des Bodens, so macht sich dies insbesondere bei größeren Entfernungen und hohen Frequenzen bemerkbar. Der Einfluß wird durch den Faktor $e^{-D\bar{r}}$ im normierten Amplituden-Abstands-Gesetz beschrieben.
- Für die Erschütterungen ist die Art der Einleitung in den Boden von Bedeutung. Durch ein steifes Fundament, beim Schienenverkehr sind dies die Schwellen, wird die Last auf eine breitere Fläche verteilt. Dies führt bei höheren Frequenzen zu einer Abminderung der Erschütterungen um den Faktor $1/\bar{a}$ (für $\bar{a} > 1$), \bar{a} ist dabei die normierte halbe Fundament- bzw. Schwellenbreite

$$\bar{a} = \frac{\omega a}{v_s}.$$

Das Näherungsgesetz mit Materialdämpfung und Fundamenteinfluß lautet

$$\bar{u} = \frac{1}{\bar{a}} e^{-D\bar{r}} A(\nu) \begin{cases} 1 & \text{eben} \\ \sqrt{\bar{r}} & \text{axialsymmetrisch.} \end{cases}$$

- Bei geschichteten Bodenverhältnissen lassen sich auch diese Gesetzmäßigkeiten anwenden. Dabei bestimmen die Materialwerte jeweils einer Schicht das Verhalten des Gesamtsystems in einem bestimmten Frequenzbereich. Die Grenzfrequenz, die die beiden Frequenzbereiche trennt, kann mit

$$f = v_s/2H$$

abgeschätzt werden. H ist dabei die Dicke der oberen Schicht. Im Bereich um diese Grenzfrequenz können Resonanzen auftreten, die bei großen Unterschieden in der Scherwellengeschwindigkeit, wie dies etwa bei der Schichtung Lockerboden auf Gestein der Fall ist, besonders stark ausfallen.

Der Schichtungsfall, der durch Grundwasser entsteht, ergab keine Resonanzüberhöhung und nur einen geringen Einfluß auf das Erschütterungsniveau.

- Die Erschütterungen reduzieren sich bei der Streckenführung auf einem Damm (ca. 50 %) und im Einschnitt (um bis zu 80 %). Bei längs des Gleises ausgedehnten Einbauten im Boden ergeben sich ebenfalls Abminderungen der Erschütterungen, die auf einen bestimmten Frequenzbereich begrenzt sind.

Mit den durchgeführten Rechnungen ist es gelungen, die Vielfalt der Faktoren, die vom umgebenden Boden auf die Weiterleitung der vom Schienenverkehr erzeugten Erschütterungen einwirken, zu ordnen. Die Ergebnisse können unmittelbar für eine theoretische Erschütterungsprognose benutzt werden. Im konkreten Fall sind zusätzlich Kenntnisse über den vorliegenden Bodenaufbau und über die Erregerfunktion des speziellen Verkehrsmittels notwendig.

L i t e r a t u r

- [1] G. Waas: Analysis method for footing vibrations through layered media.
U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg Miss., Techn. Report S-71-14, 1972
- [2] O.C. Zienkiewicz: The finite element method in engineering science, McGraw-Hill, 1971
- [3] E.L. Wilson: Finite element analysis of two-dimensional structures.
Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Berkeley, 1963
- [4] J. Lysmer, R.L. Kuhlemeyer: Finite dynamic model for infinite media.
J.Eng.Mech.Div. ASCE, Vol.95, No.EM4, S. 859-877, 1969
- [5] W. Rücker: Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung.
Technische Universität Berlin, 1979
- [6] L. Auersch: Wellenausbreitung durch eine Bodenschicht.
Die Bautechnik, Heft 7, S. 229-236, 1981
- [7] H. Lamb: On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid.
Phil. Trans. Royal Soc., A203, S.1-42, 1904

Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

- Nr. 1/September 1968
Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft
- Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)
Zum Problem des Feuchtigkeitschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitergebern
von Dr.-Ing. Götz Andreae
- Nr. 3/September 1970 (vergriffen)
Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile
von Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)
Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren
von Dr. rer. nat. Arno Burmester
- Nr. 5/März 1971
Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken
von Dr. rer. nat. Norbert Steiner
- Nr. 6/April 1971
Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen
von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider
- Nr. 7/Juli 1971
Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnsschicht-Chromatographie
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz
- Nr. 8/November 1971
Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Helmut Veith
- Nr. 9/November 1971
Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller
- Nr. 10/Januar 1972
Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode
von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin
- Nr. 11/Februar 1972
Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause
- Nr. 12/Mai 1972
Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren
von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg
- Nr. 13/Juni 1972
Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und $2 \cdot 10^{-7}$ Torr
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer
- Nr. 14/Juli 1972
Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz
von Eberhard Fischer
- Nr. 15/August 1972
Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl
- Nr. 16/August 1972
Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer
von Dr.-Ing. Erwin Knublauch
- Nr. 17/August 1972
Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen
von Dr.-Ing. Peter Reimers
- Nr. 18/Januar 1973
Das Spröbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 19/Januar 1973
Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos
- Nr. 20/April 1973
Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi
- Nr. 21/Juli 1973
Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig
- Nr. 22/Juli 1973
Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi und Dr.-Ing. E. Knublauch
- Nr. 23/November 1973
Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen
von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske
- Nr. 24/November 1973
Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung
von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolphi
- Nr. 25/Dezember 1973
Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen
von Dr.-Ing. E. Knublauch
- Nr. 26/August 1974
Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —
von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise
- Nr. 27/August 1974
Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall
von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg
- Nr. 28/August 1974
Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern
von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 29/August 1974
Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall
von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider
- Nr. 30/September 1974 (vergriffen)
The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology
von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon
- Nr. 31/August 1975
Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung
von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann
- Nr. 32/September 1975
Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen
von Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher
- Nr. 33/November 1975
Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens
von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)
Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen
von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe
- Nr. 35/Januar 1976
Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —
von Dipl.-Ing. Ernst Limberger

- Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)
Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles
von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt
- Nr. 37/Februar 1976
Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen — Vorschlag für ein Prüfverfahren —
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 38/Juni 1976
Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionitriertem Stahl 42 CrMo 4
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 39/Juni 1976
Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newtonischem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung
von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf
- Nr. 40/Juni 1976
Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren
von Dr. rer. nat. H. Hantsche
- Nr. 41/Okttober 1976
Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten
von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher
- Nr. 42/Okttober 1976
Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft
von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 43/Okttober 1976
Das Sprödbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 44/November 1976
Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“
von Dipl.-Ing. W. Matthees
- Nr. 45/Dezember 1976
Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten
von Dr.-Ing. W. Paatsch
- Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)
Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung
Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses
von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler
- Nr. 47/Juni 1977
Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen
von Dr.-Ing. Arno Plank
- Nr. 48/Okttober 1977
Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn
von Dr.-Ing. U. Holzlöhner
- Nr. 49/Dezember 1977
Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung
von Dr.-Ing. Günther Wittig
- Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)
Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern
von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski
- Nr. 51/Juni 1978
Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen
von Dr. rer. nat. J. Sickfeld
- Nr. 52/August 1978
Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung
von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov
- Nr. 53/Okttober 1978
Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge
von Rolf Günter Rohrmann und Reinald Rudolphi
- Nr. 54/Oktober 1978
Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Harro Sander
- Nr. 55/November 1978
Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke
- Nr. 56/Januar 1979
Stabilität von Sandwichbauteilen
von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langlie
- Nr. 57/März 1979
Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung
Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing
von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus
- Nr. 58/März 1979
Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 59/Juli 1979
Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl
von Dr.-Ing. Günther Plauk
- Nr. 60/August 1979
Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken
von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs
- Nr. 61/Dezember 1979
Beschreibung von Problemen der höheren Farbmeterik mit Hilfe des Gegenfarbensystems
von Dr. Klaus Richter
- Nr. 62/Dezember 1979
Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker
- Nr. 63/Dezember 1979
Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase
von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig
- Nr. 64/Februar 1980
Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 65/Februar 1980
Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte
von Dr.-Ing. Peter Schmidt, Dr.-Ing. Dietmar Aurich, Dr.-Ing. Rolf Helms, Dr.-Ing. Helmut Veith und Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 66/Mai 1980
Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung
von Dr. rer. nat. Martin Hattwig
- Nr. 67/Mai 1980
Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees
- Nr. 68/Mai 1980
Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Stereomeßtechnik.
Entwicklung eines volleuzentrischen Präzisions-Goniometers
von Dr. rer. nat. Dieter Petersohn
- Nr. 69/Juni 1980
Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitshüllen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt und Dipl.-Ing. Peter Brandl
- Nr. 70/August 1980 (vergriffen)
Schwellenwerte beim Betondruckversuch
von Dr.-Ing. Gerald Schickert
- Nr. 71/August 1980
Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees und Dipl.-Ing. Götz Magiera

- Nr. 72/September 1980
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 73/November 1980
Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen
von Dipl.-Ing. Peter Wegener
- Nr. 74/November 1980
ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dipl.-Inform. Renate Müller
- Nr. 75/November 1980
Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen
von Dir. u. Prof. Dr. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 76/November 1980
Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke und Prof. Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig
- Nr. 77/April 1981
Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen
von Dipl.-Ing. Michael Gierloff und Dr.-Ing. Matthias Maultzsch
- Nr. 78/September 1981
Dynamische Wechselwirkung eines Schienen-Schwellensystems mit dem Untergrund
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 79/Dezember 1981
Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflussten Kalttribneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch
von Dr.-Ing. Volker Neumann
- Nr. 80/Dezember 1981
Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten
von Dr.-Ing. Arno Plank, Dr.-Ing. Werner Struck und Dr.-Ing. Manfred Tzschätzsch
- Nr. 81/Dezember 1981
Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik
von Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt
- Nr. 82/April 1982
Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches
Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test
von Rolf Helms, Hans-Joachim Kühn und Siegmund Ledworuski
- Nr. 83/Juli 1982
Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen
— Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen —
von Prof. Dr.-Ing. Horst Czichos und Dr.-Ing. Paul Feinle
- Nr. 84/Juli 1982
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)
von Dipl.-Inform. Renate Müller und Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 85/ISBN 3-88314-231-X/Oktober 1982
Technische Materialforschung und -prüfung
— Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm „Basic Technological Research“ —
Materials Research and Testing
— Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme „Basic Technological Research“ —
von Prof. Dr. Horst Czichos
- Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/November 1982
Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügemerkmale
von Dr.-Ing. Konrad Niesel und Dr. rer. nat. Peter Schimmelwitz
- Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/Dezember 1982
Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren
von Dr.-Ing. Bernd Isecke und Dr.-Ing. Wolfgang Stichel
- Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/Februar 1983
Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall
von Dr.-Ing. Anton Erhard
- Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/April 1983
Untersuchungen zur Zerfallsfähigkeit von Distickstoffoxid
von Dr. rer. nat. Dietrich Conrad und Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/April 1983
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/April 1983
Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz
von Dr.-Ing. Michael Weber
- Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/August 1983
Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch
- Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/August 1983
Unterdrückung stick-slip-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen
von Dr. rer. nat. Peter Studt
- Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/August 1983
Untersuchungen der Störschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen
von Dr.-Ing. Xian-Quan Dong