

ISBN 3-88314-658-7

# **Forschungsbericht 139**

**Bundesanstalt  
für Materialforschung  
und -prüfung (BAM) Berlin**

**Numerische Untersuchung zum Verhalten des  
Hochtemperaturwerkstoffes Nimonic PE 16  
unter monotoner und zyklischer Belastung bei  
Verwendung verschiedener plastischer und  
viskoplastischer Materialmodelle.**

von Dipl.-Ing. Jürgen Olschewski  
Sven-Peter Scholz

Juni 1987

51 Seiten, 62 Abbildungen

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon (030) 8104-1 Telex 183 261 bamb d Telefax (030) 8 112 029

Copyright © 1987 by Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Verlag und Vertrieb:  
Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH  
Postfach 10 11 10, 2850 Bremerhaven 1  
Telefon (0471) 46093-95

## Zusammenfassung:

In den letzten Jahren hat die Materialforschung auf dem Hochtemperatursektor zunehmend an Bedeutung gewonnen. Dazu gehört auch die Entwicklung neuer Materialmodelle. Dies wurde zum einen durch den Fortschritt auf dem experimentellen Sektor im Hochtemperaturbereich wie auch durch den Einsatz größerer und schnellerer Rechner begünstigt. Damit wurde der Weg geebnet für den Einsatz von immer komplizierteren Materialmodellen bei der Lösung komplexer Anfangs- Randwertprobleme.

Die Forderung nach Materialmodellen für die Ingenieurpraxis, die die Wirklichkeit besser abbilden können, macht die Zusammenarbeit zwischen den unterschiedlichen Disziplinen wie der Mikromechanik, der Werkstoffmechanik und der Kontinuumsmechanik unerlässlich. Diese Forderung wurde in dem von der VW-Stiftung geförderten Gemeinschaftsprojekt zwischen dem Hahn-Meitner-Institut, dem Institut für Metallphysik der TU Berlin und der BAM mit dem Thema "Entwicklung experimentell begründeter Rechenmodelle zur Werkstoff- und Bauteiloptimierung unter zyklischer Beanspruchung bei hohen Temperaturen" verwirklicht. Das Forschungsprojekt hatte zum Ziel, Grundlagen für die Verbesserung von Berechnungsverfahren bei der Auslegung von Hochtemperatur-Bauteilen, wie Gasturbinen, zu schaffen, um damit eine bessere Werkstoffausnutzung sowie eine Reduzierung der Kosten zu ermöglichen. Als Hochtemperatur-Werkstoff wurde in diesem Forschungsvorhaben die Nickel-Basis-Legierung PE16 untersucht. Der vorliegende Bericht zeigt einige der im Teilbereich Modellentwicklung gewonnenen Ergebnisse auf.

Trotz der vielen in der Literatur vorgestellten inelastischen Stoffgleichungen ist die Frage nach dem "besten" Materialmodell vollkommen offen. Es besteht vielmehr weiterhin Bedarf nach einem geeigneten, das dreidimensionale Werkstoffverhalten unter beliebigen Lastgeschichten bei hohen Temperaturen hinreichend genau charakterisierende, Materialmodell.

Als ein Schritt in die Richtung der Ermittlung der Grenzen der Anwendbarkeit bestehender wie neu entwickelter Materialmodelle wurde eine sog. "numerische Prüfmaschine" entwickelt, d. h. ein FORTRAN-Programm mit dessen Hilfe es möglich ist, ein Materialverhalten bezüglich komplexer Lastgeschichten zu simulieren, entsprechend den Stoffgleichungen, die für die Materialbeschreibung benutzt werden. Das Programm gestattet die Berechnung homogener Spannungs- und

Verzerrungszustände in glatten zylindrischen Vollproben wie in dünnwandigen zylindrischen Hohlproben unter monotoner und zyklisch veränderlicher Zug-, Druck- und Torsions-Belastung. Der Rahmen der vom Programm verarbeitbaren Materialmodelle ist sehr allgemein gehalten. Alle auf einem System von Evolutionsgleichungen für die Gesamtverzerrung und den inneren Variablen beruhenden Materialmodelle, die geschwindigkeitsunabhängig wie geschwindigkeitsabhängig sein können, mit und ohne Fließbedingung, können implementiert werden.

Im vorliegenden Bericht wurde das PRANDTL-REUSS-Modell, das plastische und viskoplastische CHABOCHE-Modell sowie mehrere geschwindigkeitsabhängige rheologische Modelle hinsichtlich ihres Verhaltens gegenüber monotoner und zyklischer Belastung untersucht. Neben proportionalen Belastungen wurden auch nichtproportionale Belastungspfade herangezogen. Das geschwindigkeitsabhängige Materialverhalten wurde durch Simulation von Kriech- und Relaxationstests sowie durch Wechsel der Verformungsgeschwindigkeit erfaßt.

Die Materialparameter wurden aus Versuchsdaten für PE16 bestimmt. Dazu wurden die bei einer Temperatur von 650°C und unterschiedlichen Verformungsgeschwindigkeiten im Labor 1.21 der BAM durchgeführten Warmzug- sowie LCF-Versuche ausgewertet.

Mit dem in das FE-Programm ADINA implementierten geschwindigkeitsunabhängigen Materialmodell von CHABOCHE wurden rotationssymmetrische FE-Rechnungen zur Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes in umfangsgekerbten zylindrischen Stäben unter LCF-Belastung durchgeführt.

Hochtemperaturlegierung - inelastische Materialmodelle  
- Plastizität - Viskoplastizität - innere Variablen -  
isotrope Verfestigung - kinematische Verfestigung -  
LCF - proportionale Belastung - nichtproportionale  
Belastung - FEM

## SUMMARY:

In recent years material research and constitutive modeling in the high-temperature range have become an increasingly important field of research. On one hand the advances in experimental mechanics and particular servo-controlled testing have provided novel and comprehensive test data on both the micro as well as the macro level. On the other hand the large progress in computational mechanics has made it possible to introduce more and more sophisticated constitutive models into the solution of complex initial boundary value problems.

In view of the overall objective of providing more realistic constitutive models to engineering practice it should be apparent that a close interaction of the disciplines of micromechanics, experimental mechanics, constitutive as well as computational mechanics is indispensable. In realizing this challenge, the Hahn-Meitner-Institute, the Institute of Metal Physics (TU Berlin), and the BAM have cooperated in the area of high-temperature material response of the nickel-based alloy PE16. The common research project, titled "Development of experimental based constitutive models optimizing the material behaviour under cyclic loadings at high-temperatures", has been supported by the VW foundation. The present report deals with some of the results obtained in the area of constitutive modeling.

Despite the fact, that one can find a great number of inelastic constitutive equations in the literature, the question what kind of model is suitable for the inelastic analysis is still open. Therefore, the demand for an appropriate constitutive equation which is able to characterize the three-dimensional material response for a broad variety of load histories in the high-temperature range continues.

As a first step to evaluate the applicability of existing and new created constitutive models a so-called "numerical testing machine" has been developed, i. e. a FORTRAN program, with which it is possible to simulate the material response under complex loading histories according to the constitutive equations used for the material description. This program is capable to evaluate homogeneous states of stresses and strains in smooth cylindrical bars and thin-walled hollow-cylindrical specimens under monotonic and cyclic varying loading conditions in tension, compression and torsion. The frame for the constitutive equations

which can be used is very general, i. e. all kinds of constitutive models which are based on a system of evolution equations for the total strain and internal variables in a rate-dependent or rate-independent manner, with and without a yield condition, can be incorporated.

In the present report the PRANDTL-REUSS model, the plastic and viscoplastic CHABOCHE model and several rate-dependent rheological models were analysed with regard to monotonic and cyclic loading conditions. Besides proportional loading paths the response due to nonproportional loading paths has been also studied and furthermore, the time-dependent behaviour in creep and relaxation tests as well as under strain rate changes were predicted.

The material parameters were determined for PE16 using hot tension tests and low-cycle-fatigue tests under various strain rates and at a temperature of 650 °C.

The rate-independent CHABOCHE model, implemented in the FE program ADINA, has been used to calculate the stress-strain field in the vicinity of the notch and in the ligament of a circumferential notched cylindrical specimen under LCF loading conditions.

high-temperature alloy - inelastic constitutive modeling - plasticity - viscoplasticity - internal variables - isotropic hardening - kinematic hardening - low-cycle-fatigue - proportional loading - nonproportional loading - FEM

# Inhalt

	Seite				
1.	Einleitung	1	6.2	LCF-Versuche	30
2.	Phänomenologie der Hochtemperaturwerkstoffe	2	7.	Programmbeschreibung	32
2.1	Zugversuche	2	7.1	Aufbereitung des Beanspruchungsprozesses	32
2.2	Zyklische Zug-Druckversuche	3	7.2	Numerische Simulation des Materialverhaltens	32
2.2.1	Grundlagen des LCF-Verhaltens	3	7.2.1	Programmflußplan für das PRANDTL-REUSS-Modell und das CHABOCHE-Modell	34
2.2.2	LCF-Verhalten von PE 16	3	7.2.2	Programmflußplan für das rheologische Modell	35
3.	Beschreibung der verwendeten Materialmodelle	5	7.3	Ausgabe der Rechenergebnisse	35
3.1	Das PRANDTL-REUSS-Modell	5	8.	Implementierung der Modelle in ein FEM-Programm	36
3.1.1	Die Fließfunktion	5	8.1	Prinzip der virtuellen Verrückungen für inelastische Stoffgleichungen	36
3.1.2	Isotrope und kinematische Verfestigung	6	8.2	Stoffmodelle mit elastischem Verhalten unterhalb der Fließgrenze	37
3.2	Das plastische CHABOCHE-Modell	9	8.3	Rheologisches Modell	37
3.3	Das viskoplastische CHABOCHE-Modell	10	9.	Rechenergebnisse von gekerbten Proben	38
3.4	Ein viskoplastisches rheologisches Modell	11	9.1	Implementation des Modells in ADINA	38
3.4.1	Modell mit rein isotroper Verfestigung	13	9.2	FEM-Rechnung mit gekerbter Probe	38
3.4.2	Modell mit isotroper und kinematischer Verfestigung	14	9.3	Bestimmung eines Kerbformfaktors	40
3.4.3	Modell mit parallelgeschalteter Feder	14		Literaturverzeichnis	41
4.	Bestimmung von Materialkonstanten	16			
4.1	Gemeinsame Materialkonstanten	16			
4.2	Konstanten für das PRANDTL-REUSS-Modell	16			
4.3	Konstanten für das plastische CHABOCHE-Modell	16			
4.4	Konstanten für das viskoplastische CHABOCHE-Modell	17			
4.5	Konstanten für das rheologische Modell	18			
4.6	Werte der berechneten Materialkonstanten	18			
4.6.1	PRANDTL-REUSS-Modell	19			
4.6.2	Plastisches CHABOCHE-Modell	19			
4.6.3	Viskoplastisches CHABOCHE-Modell	19			
4.6.4	Rheologisches Modell	19			
5.	Verhalten der Materialmodelle	21			
5.1	Zugversuche	21			
5.2	LCF-Versuche	22			
5.3	Viskoses Verhalten	25			
5.4	Verhalten bei nicht-proportionaler Beanspruchung	28			
6.	Vergleich der Rechenergebnisse mit dem Experiment	30			
6.1	Zugversuche	30			

## Bezeichnungen

$\underline{A}, \underline{E}$	Tensor zweiter Stufe, Einheitstensor
$\underline{a}, \underline{e}$	Vektor, Einheitsvektor
$\underline{C}$	Materialtetraede, vierstufiger Tensor
$\underline{S}, \underline{S}'$	Spannungstensor, Spannungsdeviator
$S_1, S_2, S_3$	Invarianten der Spannungstensors
$\underline{D}, \underline{D}'$	Verzerrungstensor, Deviator des Verzerrungstensors
$\underline{\dot{D}}$	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor
${}^t \underline{S}, {}^{t+\Delta t} \underline{S}$	Elementspannungstensor zur Zeit t, bzw. t + Δt
${}^t \underline{D}, {}^{t+\Delta t} \underline{D}$	Elementverzerrungstensor zur Zeit t, bzw. t + Δt
$\sigma = \sigma_{11}$	Normalspannung
$\tau = \sigma_{12}$	Schubspannung
$\epsilon = \epsilon_{11}$	Dehnung
$\epsilon_Q = \epsilon_{22} = \epsilon_{33}$	Querdehnung
$\gamma = 2 \epsilon_{12}$	Gleitung
$\epsilon_v^p, p$	plastische Vergleichsdehnung
$\alpha$	Translationstensor, kinematische innere Spannung
$\alpha = \alpha_{11}$	Normalkomponente von $\alpha$
$\beta = \alpha_{12}$	Schubkomponente von $\alpha$
R	isotrope innere Spannung
$\mu$	Anteil an isotroper Verfestigung
$\Omega$	viskoplastisches Potential
f	Fließfunktion
F	Kraft
l	Länge
E	Elastizitätsmodul
$\nu$	Querkontraktionszahl
G	Schubmodul
K	Kompressionsmodul
$\sigma_F$	Fließspannung
$(\underline{a} \circ \underline{b}) \cdot \underline{c} = \underline{a}(\underline{b} \cdot \underline{c})$	dyadisches Produkt
$\underline{A} \cdot \cdot \underline{B} = A_{ij} B_{ji}$	Doppelt-Skalarprodukt
Sp (A)	Spur des Tensors A
$\ \underline{D}\  = \sqrt{\underline{D} \cdot \cdot \underline{D}}$	Euklidische Norm

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ 0, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

## 1 Einleitung

In vielen Bereichen der Technik beruht der Fortschritt meist auf Verwendung neuartiger Werkstoffe und Berechnungsmethoden und weniger auf Verbesserungen der Konstruktionen selbst. Deshalb ist es immer wichtiger geworden, das Verhalten der Bauteile vorhersagen zu können. Dazu ist es aber notwendig, genauere mathematische Beschreibungen der verwendeten Werkstoffe zu kennen und zu beherrschen, da gerade die Ausnutzung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens eine Optimierung erbringt. Beispiele dafür sind keramische Werkstoffe, Verbundwerkstoffe, Memorylegierungen, Kunststoffe, granulare Medien, monokristalline Werkstoffe und Hochtemperaturwerkstoffe. Dabei spielen nicht nur Fragen nach der Festigkeit eine Rolle, sondern auch Fragestellungen, die das Verhalten unter bestimmten Belastungszuständen, die Bauteillebensdauer oder Versagenskriterien betreffen.

Ein spezieller Anwendungsfall sind Hochtemperaturwerkstoffe, die hauptsächlich in Turbinen Verwendung finden. Dabei ist es interessant, näheres über die Bauteillebensdauer bzw. Rißausbreitung zu wissen. Dies läßt sich nur über die Kenntnis geeigneter Materialmodelle erfahren, die die verwendeten Legierungen im Hochtemperaturbereich hinreichend beschreiben können. Zur Zeit gibt es vielfältige Modelle, die jeweils für bestimmte Legierungen entwickelt wurden. Mit ihnen ist es möglich, viskoplastisches Werkstoffverhalten zu simulieren. Ausgehend von der klassischen Plastizitätstheorie wurden zumeist Modelle entwickelt, die am Konzept der Fließbedingung festhalten. Einen anderen Ansatz bietet die endochrone Theorie von VALANIS /1.1/. Sie kommt ohne eine Fließbedingung aus. Eine plastische Dehnung tritt hier also schon unterhalb der Streckgrenze ein.

Da mittlerweile eine große Anzahl von Modellen existiert, die alle das Verhalten bestimmter Hochtemperaturlegierungen beschreiben sollen, ist es wichtig, diese miteinander vergleichen zu können. Dazu reicht es leider nicht aus, sich auf einfache Belastungsprozesse wie Zugversuche und zyklische Zug-Druckversuche zu beschränken, sondern man muß das Verhalten dieser Modelle auch bei komplizierteren Beanspruchungspfaden kennen, da sie hierbei gerade unterschiedliches Werkstoffverhalten beschreiben könnten. Andererseits ist auch nicht bekannt, welche Versuche mit einem Werkstoff vollzogen werden müssen, um ein umfassendes Bild über die Phänomenologie des Werkstoffes zu erhalten, so daß aus der Fülle der bekannten Modelle eines zur Beschreibung ausgewählt werden kann.

Nach einer Diskussion des phänomenologischen Verhaltens des Werkstoffes Nimonic PE 16 in Kapitel 2 werden in Kapitel 3 vier verschiedene Stoffmodelle entwickelt, mit denen das Werkstoffverhalten beschreibbar sein soll. Dazu wurde ein PRANDTL-REUSS Modell, ein plastisches und ein viskoplastisches Modell von CHABOCHE und ein einfaches viskoplastisches rheologisches Modell ausgewählt. Mit einem erstellten Programmsystem, das in den Stoffmodellen simuliert, die auch im Werkstoffexperiment möglich wären. Die Ergebnisse werden in Kapitel 5 diskutiert. Außerdem wurden vergleichende Rechnungen durchgeführt, die im Zusammenhang mit den vorliegenden Versuchsergebnissen des Werkstoffes PE 16 in Kapitel 6 besprochen werden sollen. Die Möglichkeit, die benutzten Modelle in ein FEM-Programm zu integrieren, wird in Kapitel 8 erläutert. Die Implementation des CHABOCHE-Modells in das FEM-Programm ADINA und die damit durchgeführte Simulation einer LCF-Beanspruchung an einer gekerbten Probe wird in Kapitel 9 besprochen.

## 2 Phänomenologie des Werkstoffs Nimonic PE 16

Während das Verhalten von metallischen Werkstoffen im Bereich der Raumtemperatur vorwiegend mit plastischen bzw. geschwindigkeitsunabhängigen Materialmodellen beschreibbar ist, ist im Hochtemperaturbereich ein starker Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit festzustellen. Weitere Phänomene, die speziell bei Hochtemperaturwerkstoffen auftreten, sind deren Verhalten bei zyklischer Beanspruchung sowie das Relaxations- und Kriechverhalten bei Haltezeitversuchen.

Die Phänomene, die neben anderen beim Werkstoff Nimonic PE 16 zu beobachten sind, sollen an zwei Experimenttypen analysiert werden, und zwar

- an monotonen Zugversuchen und
- an zyklischen Zug- Druckversuchen,

die jeweils bei verschiedenen Temperaturen und mit unterschiedlichen Abzugsgeschwindigkeiten vollzogen werden. Dabei soll auch ein allgemeiner Abriß des LCF-Verhaltens gegeben werden. Weitere Experimentdaten, wie z. B. die von

- Haltezeitversuchen und
- kombinierten LCF/Haltezeitversuchen,

lagen zum Zeitpunkt der Untersuchung leider nicht vor, so daß an ihnen das Stoffverhalten nicht weiter studiert werden kann.

### 2.1 Zugversuche

Der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit läßt sich in einem Zugversuch bei einer Temperatur von 650 °C

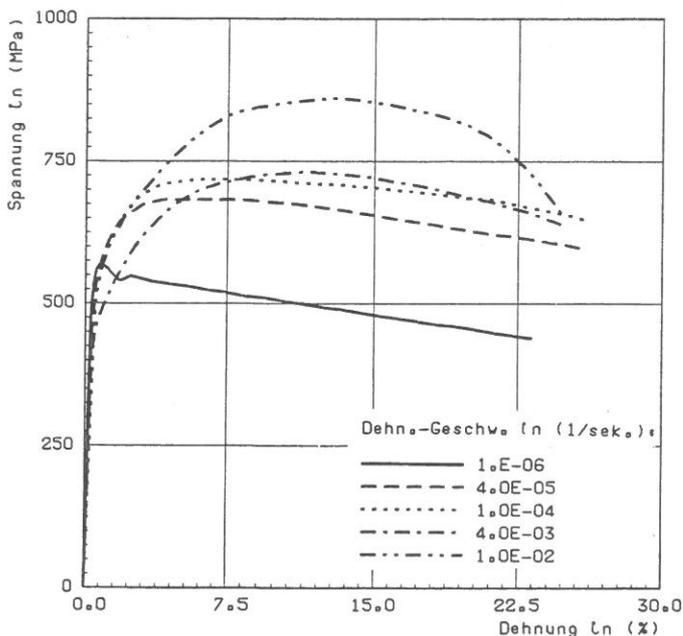


Bild 2-1  
Zugversuche mit Nimonic PE16 bei T=650°C mit verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten

(Bild 2-1) mit verschiedenen Abzugsgeschwindigkeiten erkennen.

Die gleichen Zugversuche (Bild 2-2) bei einer Temperatur von 500°C verraten kein geschwindigkeitsabhängiges Verhalten. Durch ein elastisch-plastisches Materialmodell ließe sich dies abbilden.

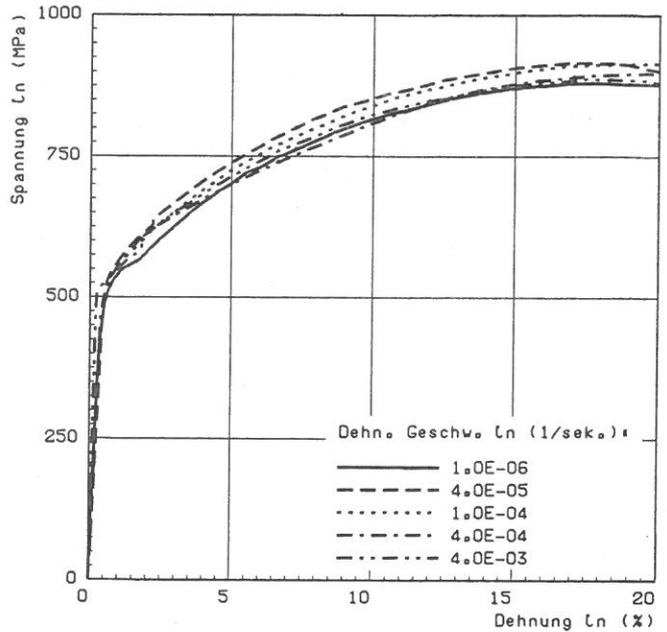


Bild 2-2  
Zugversuche mit Nimonic PE16 bei T=500°C mit verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten

Für eine Beschreibung des Materialverhaltens bei T = 650°C, die im folgenden auch nur betrachtet werden soll, sind folgende Kriterien zu beachten:

- Das elastische Verhalten ist linear und unabhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit.
- Das Verfestigungsverhalten ist nichtlinear und abhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit.

Im Gegensatz zur Annahme, daß die Verfestigung des Werkstoffes mit wachsender Dehnungsgeschwindigkeit steigt, stellt man bei diesem Werkstoff ein inverses Verfestigungsverhalten fest, d. h., bei der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-3}$  1/sek. sinkt die Fließspannung und der Verfestigungszuwachs wird geringer. Da sich dieses Phänomen auch in anderen Versuchen bestätigt hat, muß es sich hierbei um eine Werkstoffeigenschaft handeln. Dieses inverse Werkstoffverhalten ist auch von der Legierung HASTELLOY X bekannt /2.1/. Man vermutet, daß bei dieser Dehnungsgeschwindigkeit das Fließen des Werkstoffes auf einem anderen mikrophysikalischen Mechanismus beruht. Weil zur Untersuchung dieser Stoffeigenschaft zusätzliche Experimente nötig wären, wird im folgenden dieses Phänomen nicht berücksichtigt.

## 2.2 Zyklische Zug- Druckversuche

Es soll nun ein kurze Zusammenfassung der Grundlagen der Niedrigwechselfestigkeit (Low Cycle Fatigue, kurz LCF genannt) gegeben werden, soweit es für spätere Ausführungen nützlich ist. Die Grundlagen des LCF-Verhaltens sind bei Backhaus /2.2/, Heidenreich /2.3/ und Sandor /2.4/ nachzulesen. Sodann folgt eine Betrachtung von LCF-Versuchen mit PE 16.

### 2.2.1 Grundlagen des LCF-Verhaltens

Die folgenden Erscheinungen sind typisch für das LCF-Verhalten:

- Zyklische Verfestigung bzw. Entfestigung
- Relaxation der Mittelspannung
- Zyklisch induziertes Kriechen

Unter zyklischer Verfestigung bzw. Entfestigung versteht man die Zunahme bzw. Abnahme der Spannungsamplituden bei Zyklen konstanter Dehnungsamplitude (Bild 2-3).

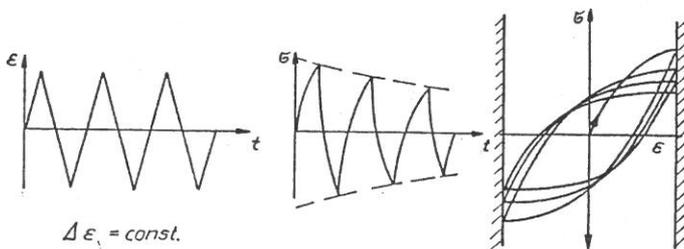


Bild 2-3  
Zyklische Entfestigung im dehnungskontrollierten Versuch

Bei Zyklen mit einer Vorverformung tritt eine Mittelspannung (Bild 2-4) auf. Sie nimmt bei wachsender Zykluszahl ab: Relaxation der Mittelspannung.

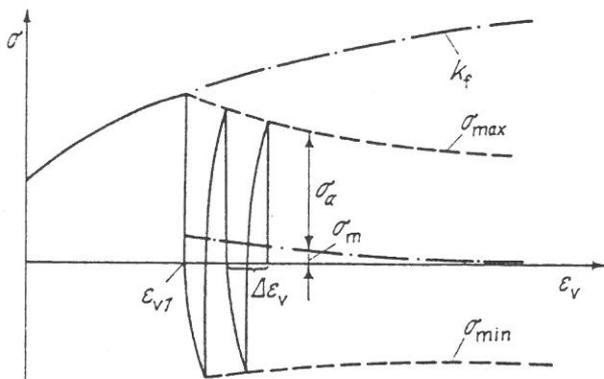


Bild 2-4  
Abnahme der Mittelspannung und zyklische Entfestigung

Unter zyklisch induziertem Kriechen versteht man die ständige Zunahme der plastischen Dehnung bei konstant gehaltenen Spannungsamplituden. Die Hysteresis-

schleife des einzelnen Zyklus verschiebt sich dabei in der der Mittelspannung entsprechenden Dehnungsrichtung (Bild 2-5). Ist keine Mittelspannung vorhanden, kann ebenfalls zyklisches Kriechen auftreten, speziell dann, wenn die Zug- und die Druckfließspannungen unterschiedlich sind.

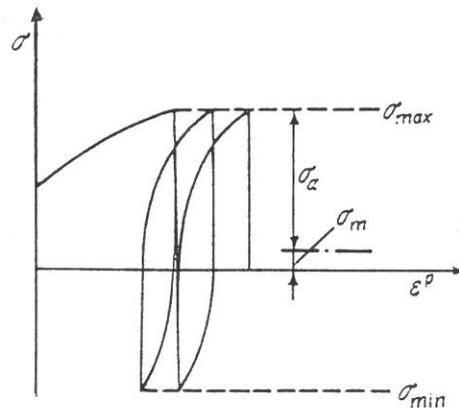


Bild 2-5  
Zyklisch induziertes Kriechen

### 2.2.2 LCF-Verhalten von PE 16

Die LCF-Versuche wurden mit den Dehnungsgeschwindigkeiten  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-3}$  1/sek. (Bild 2-6) und  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. (Bild 2-7) bei Dehnungsamplituden von  $\epsilon_1 = 0.026$ ,  $\epsilon_2 = 0.0155$  und  $\epsilon_3 = 0.011$  durchgeführt. Daraus lassen sich folgende Eigenschaften ableiten:

- Der Werkstoff verfestigt bis zu einem Sättigungszustand.
- Bei der größeren Dehnungsgeschwindigkeit ist die Verfestigung stärker.

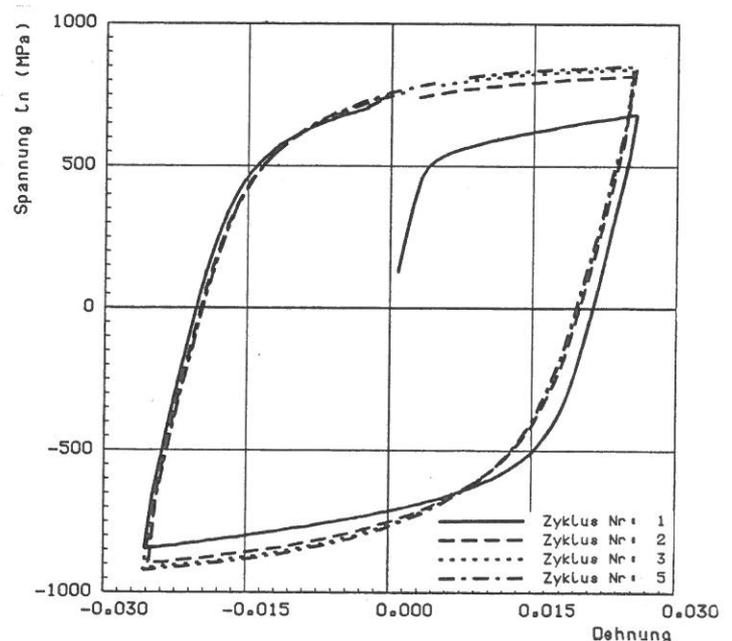


Bild 2-6  
LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-3}$  1/sek.,  $\epsilon_1 = 0.026$  bei einer Temperatur von  $T=650^\circ\text{C}$

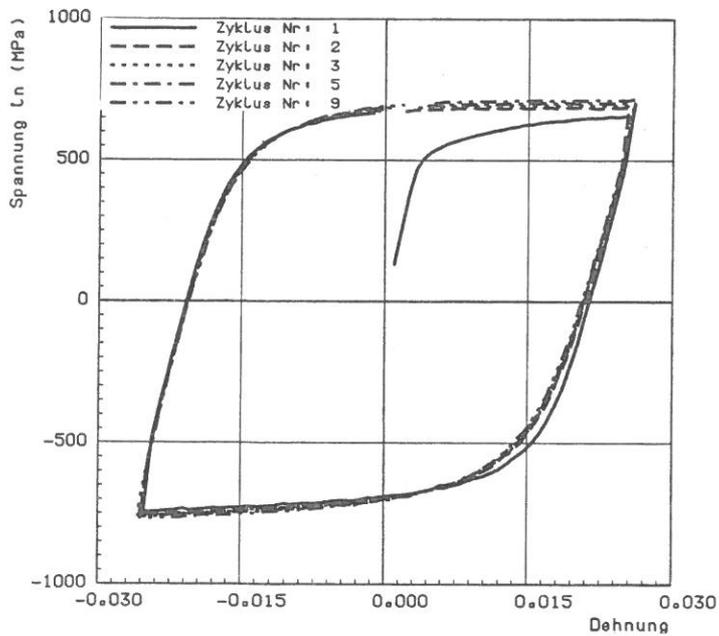


Bild 2-7  
 LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/sek.}$ ,  $\epsilon_a = 0.026$  bei einer Temperatur von  $T=650^\circ\text{C}$

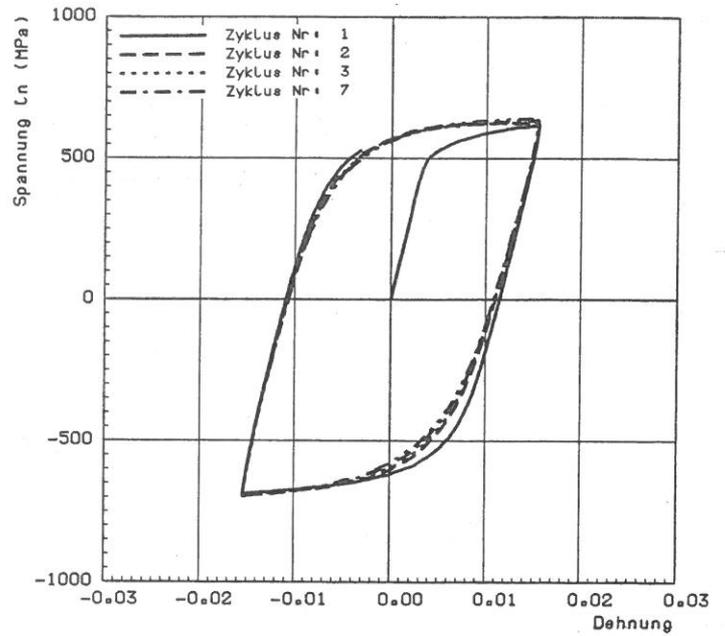


Bild 2-8  
 LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/sek.}$ ,  $\epsilon_a = 0.0155$  bei einer Temperatur von  $T=650^\circ\text{C}$

- Die Anzahl der Zyklen bis zur Sättigung hängt ab von der Dehnungsgeschwindigkeit und -amplitude.

Ein LCF-Versuch mit der gleichen Dehnungsgeschwindigkeit, aber mit einer Amplitude von  $\epsilon_a = 0.0155$ ,

benötigt 7 Zyklen bis zur Sättigung (Bild 2-8), während ein Versuch mit  $\epsilon_a = 0.011$  schon nach 3 Zyklen seine höchste Spannung erreicht. Die Sättigungsspannung wird also bei kleineren Dehnungsamplituden früher erreicht.

### 3 Verwendete Materialmodelle

In diesem Kapitel sollen die verwendeten Theorien näher beschrieben und deren Anwendungsbereiche eingegrenzt werden, soweit das an dieser Stelle möglich ist. Für alle Theorien gelten folgende Voraussetzungen:

- Kleine Verzerrungen
- Die Dehnungsgeschwindigkeiten seien mäßig
- Die inelastischen und elastischen Verzerrungen addieren sich zur Gesamtverzerrung
- Das Materialverhalten sei isotrop
- Reine isotherme Prozesse
- Es gelte das Fließkriterium von von Mises
- Fließprozesse verlaufen in Richtung des Spannungsdeviators (Normalenregel) bzw. es existiert ein plastisches Potential

Anhand der PRANDTL-REUSS Theorie soll das Konzept der isotropen und kinematischen Verfestigung als Beschreibung für den BAUSCHINGER-Effekt entwickelt werden, desgleichen das MASING-Verhalten zur Beschreibung zyklischer Versuche. In diesem Zusammenhang soll die Notwendigkeit von inneren Variablen erläutert werden. Mit dem plastischen CHABOCHE-Modell soll dann eine Theorie referiert werden, mit der zyklisches Verfestigungsverhalten simulierbar ist. Am viskoplastischen Modell von CHABOCHE wird dann das sog. Overstress Modell entwickelt, das zur Zeit in vielen viskoplastischen Stoffgleichungen benutzt wird. Als letzte Theorie wird ein einfaches rheologisches Modell entwickelt, mit dem viskoplastische Effekte beschreibbar sein sollen.

#### 3.1 Das PRANDTL-REUSS Modell

Als BAUSCHINGER - Effekt bezeichnet man die experimentell festgestellte Tatsache, daß nach einer plastischen Vorverformung bei Belastungsumkehr der Fließzustand bei wesentlich kleineren absoluten Spannungen einsetzt. Dieser Effekt läßt sich dahingehend verallgemeinern, daß beliebige Vorverformungen, so-

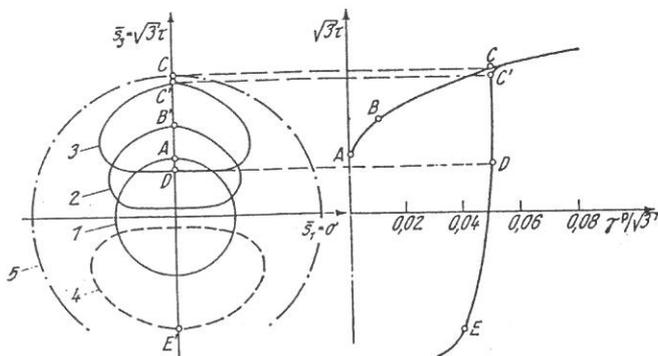


Bild 3-1

Verformung mit Belastungsumkehr /2.1/: 1=Ausgangslastfließfläche (von Mises); 2,3,4 = Folgefließflächen nach Belastung bis B,C,E; 5= Belastungsgrenze zu C; D=Fließbeginn nach Belastungsumkehr.

weit sie plastisch sind, das Eintreten des Fließzustandes beeinflussen. Dieses Phänomen nennt man auch Verformungsanisotropie, da in diesem Fall das Fließen von der Vorverformungen und von der Richtung der weiteren Belastung abhängt. Neben einer Verschiebung der Fließfläche bei einer Verformung läßt sich auch eine Änderung der Form der Fließfläche feststellen /2.2/. Dabei muß bedacht werden, daß die Fließflächenform von der Definition des Plastizierungsbeginns abhängt.

Auch ändert sich Größe und Form der Fließfläche mit der Temperatur:

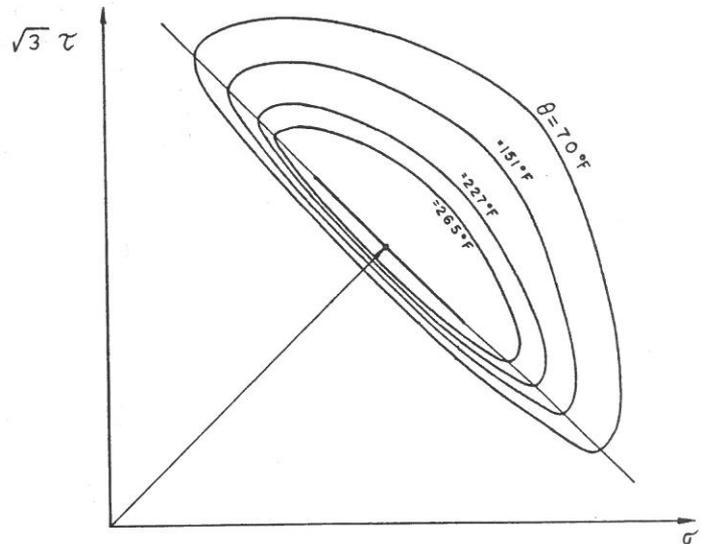


Bild 3-2

Messungen von isothermen Fließflächen nach A. Phillips /3.1/

Durch die Kombination zweier Verfestigungsmodelle versucht man nun, die bei der plastischen Verformung auftretende Anisotropie zu erfassen:

1. die isotrope Verfestigung, die in einer affinen Aufweitung der Fließfläche besteht und
2. die kinematische Verfestigung, die in einer reinen Translation der Fließfläche im Spannungsdeviatorraum besteht.

##### 3.1.1 Die Fließfunktion

Die Fließfunktion, die im Hauptspannungsraum eine Hyperfläche, nämlich die Fließfläche, definiert, teilt die Beanspruchungszustände in nicht plastische für  $f < 0$ , plastische für  $f = 0$  und in physikalisch nicht realisierbare Zustände für  $f > 0$  ein. Man geht davon aus, daß das Material im unverformten Urzustand isotrop sei. Damit läßt sich eine isotrope Fließbedingung als skalare Funktion der Invarianten des Spannungstensors schreiben

$$f = f(S_1, S_2, S_3) \quad (3-1)$$

Für die Fließbedingung existieren zur Zeit verschiedene Ansätze, die meistens nicht alle Invarianten enthalten. Die wichtigsten sind die Fließbedingungen von

von MISES

$$f = \frac{1}{2} \underline{S}' \cdot \underline{S}' - \frac{1}{3} \sigma_F^2 = S_2' - \frac{1}{3} \sigma_F^2 \quad (3-2)$$

und TRESCA

$$f = 4 S_2'^2 - 27 S_3'^2 - 9 \sigma_F^2 S_2'^2 + 6 \sigma_F^4 S_2' - \sigma_F^6, \quad (3-3)$$

die jeweils nur die Invarianten des Spannungstensors benutzen, da kugeltensorförmige Spannungszustände nicht zum Fließen führen sollen. Mit der Annahme eines plastischen Potentials gelangt man dann zu einem isochoren Fließverhalten. Fließen bei hydrostatischen Spannungszuständen wird z. B. in der Fließbedingung von DRUCKER-PRAGER

$$f = \alpha S_1'^2 + S_2' - \frac{1}{3} \sigma_F^2 \quad (3-4)$$

berücksichtigt. In diesem Fall ist der plastische Verzerrungsanteil auch kompressibel. Als weiteres Beispiel für eine Fließbedingung, in der die dritte Deviatorinvariante benutzt wird, sei hier die Bedingung /2.2/

$$f = \alpha S_2' - \beta S_3' - \sigma_F \quad (3-5)$$

genannt. Hiermit lassen sich Unterschiede in den Zug- und Druckfließspannungen beschreiben. Das Material würde sich hier auch wieder plastisch inkompressibel verhalten. Die Fließbedingungen (3-2,3 und 5) ergeben in der Deviatorebene folgende Darstellung (Bild 3-3):

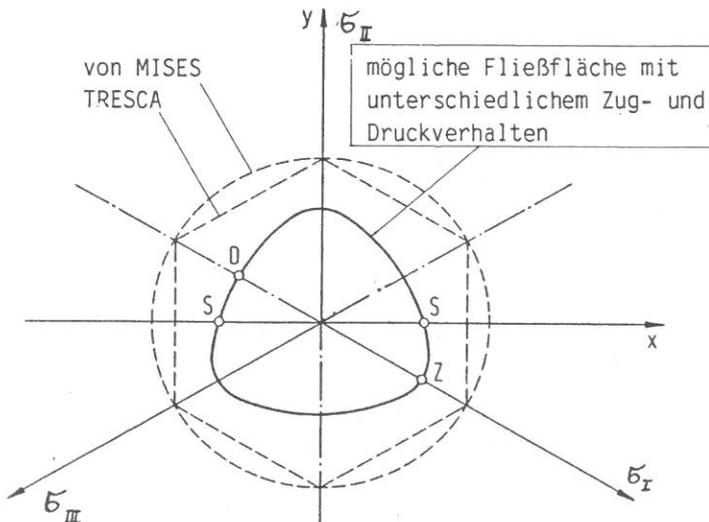


Bild 3-3  
Fließflächen in der Deviatorebene

Hierbei ist auch die dritte Fließfläche isotrop zu nennen. Obwohl zwar diese Fließbedingung nicht invariant gegenüber einer Belastungsumkehr ist, da die Fließspannungen im Zug- und Druckbereich (Punkte Z

und D in Bild 3-1) unterschiedlich sind, lassen sich doch die Hauptspannungen beliebig vertauschen. Krawietz /3.2/ weist darauf hin, daß Unterschiede der Fließgrenze im Zug- und Druckversuch daher nicht eindeutig gegen eine isotrope Fließbedingung sprechen, wohl aber schließt fehlende Invarianz gegen Richtungsumkehr bei Schub (Punkte S) die Existenz einer isotropen Fließbedingung aus.

### 3.1.2 Isotrope und kinematische Verfestigung

Soll nun ein Verfestigungsprozess beschrieben werden, so muß die Fließbedingung außer von den Invarianten des Spannungstensors noch von zusätzlichen Variablen, sog. innere Variablen, abhängen, die die Verfestigung des Stoffes beschreiben. Es werden also neben den beobachtbaren Zustandsvariablen weitere innere Zustandsvariablen hinzugefügt, die das "Gedächtnis" des Stoffes repräsentieren. Während bei einem Hooke-Körper alle Bearbeitungsprozesse äquivalent sind, die von einer Ausgangssituation zu einer Dehnung  $\epsilon$  führen, so ist dies bei anderem Probenverhalten nicht zu erwarten. Bertram /3.3/ definiert deshalb alle Bearbeitungsprozesse, die auf dasselbe Verhalten einer Probe führen, als Äquivalenzklasse. Bei einem HOOKE-Körper ist die Äquivalenzklasse allein durch die Enddehnung  $\epsilon$  gekennzeichnet. Im Gegensatz dazu wird sie bei anderem Probenverhalten noch zusätzlich vom Wert der inneren Zustandsvariablen bestimmt, da hier Prozesse mit gleicher Enddehnung nicht vergleichbar sein müssen. Zu diesem Konzept gelangt man auch bei rheologischen Modellen, wie z. B. dem MAXWELL-Körper, bei dem die Dehnung des Dämpfers eine innere Variable ist, die zusammen mit der Gesamtdehnung die äquivalente Beanspruchungsklasse definiert.

Bei der isotropen Verfestigung wird nun als innere Variable der isotrope Verfestigungsparameter  $R$  eingeführt, der in diesem Modell nur eine Funktion der plastischen Vergleichsdehnung  $\epsilon_V^P$

$$\dot{\epsilon}_V^P = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{D}^P \quad (3-6)$$

ist, und durch die Evolutionsgleichung

$$\dot{R} = d \dot{\epsilon}_V^P, \quad R(\epsilon_V^P = 0) = \sigma_F \quad (3-7)$$

bestimmbar ist. Bei einer monotonen Belastung wird mit (3-7) die Fließfläche affin aufgeweitet (Bild 3-4).

Bei diesem Verfestigungstyp bleibt in der Tat die Fließbedingung isotrop, da sie unabhängig vom Verformungsprozess immer invariant gegenüber einer Vertauschung der Hauptspannungen bleibt.

Bei der rein kinematischen Verfestigung (Bild 3-4) vergrößert sich die Fließfläche nicht. Es tritt nur

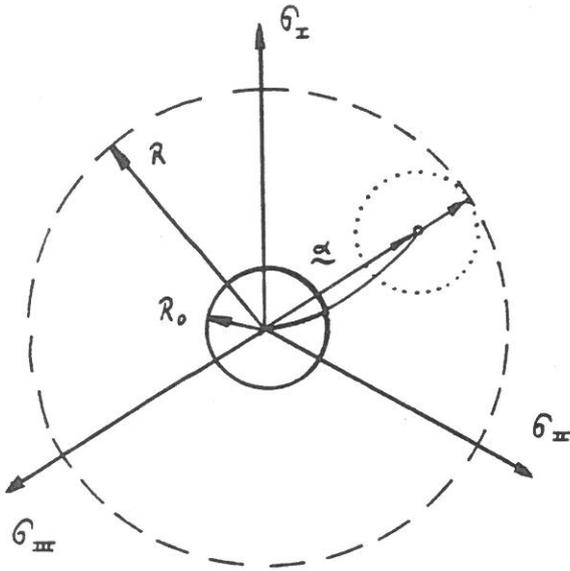


Bild 3-4  
Reine isotrope und reine kinematische Verfestigung

eine geometrische ("kinematische") Verschiebung im Deviatorraum auf.

Die neue innere Variable ist hierbei eine tensorwertige Größe  $\alpha$ , die die Verschiebung des Mittelpunktes der Fließfläche in der Deviatorebene beschreibt. Man nennt diesen Tensor auch Translations-tensor des Fließflächenmittelpunktes. Im PRANDTL-REUSS Modell hat er die gleiche Richtung wie der plastische Verzerrungstensor und wird durch die Evolutionsgleichung

$$\dot{\alpha} = c \dot{D}^p, \quad \alpha (D^p = 0) = 0 \quad (3-8)$$

berechnet. Die Fließfunktion hat dann die Form

$$f = \frac{3}{2} (S' - \alpha') \cdot (S' - \alpha') - R^2 = 0 \quad (3-9)$$

Im PRANDTL-REUSS Modell sind beide Verfestigungstypen (Bild 3-5) enthalten.

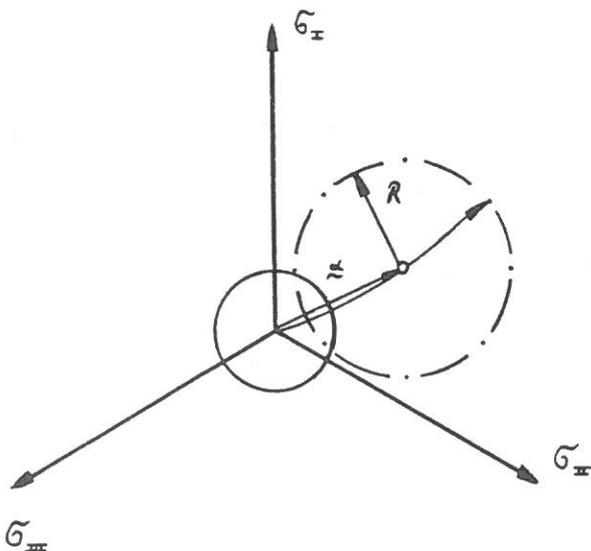


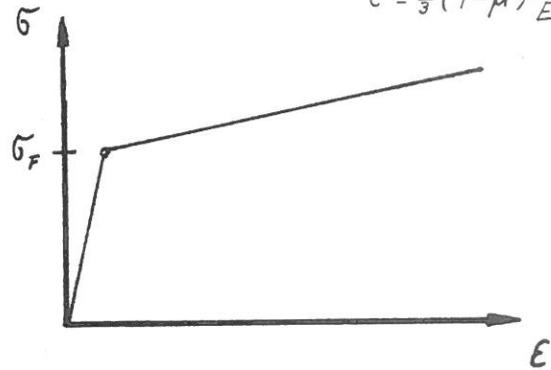
Bild 3-5  
Isotrope und kinematische Verfestigung

Die Funktionen c und d beschreiben die Fließkurvensteigerung. Die Funktion  $\mu = \mu(\epsilon^p)$  stellt eine lineare Überlagerung der beiden Verfestigungsarten dar. Zur Vereinfachung wird  $\mu$  konstant angenommen werden. Es wurden dabei folgende Funktionen als Approximation benutzt:

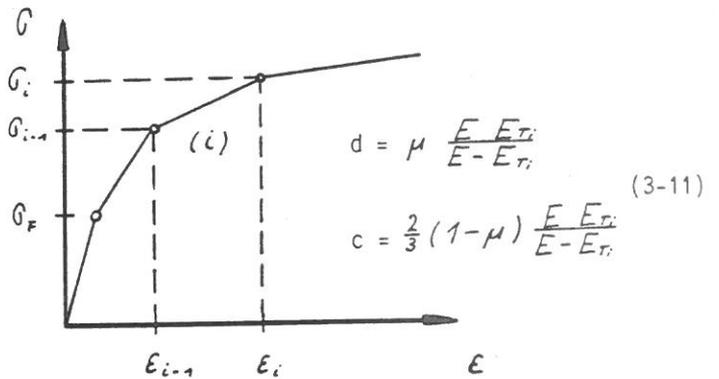
Bilineare Funktion:

$$d = \mu \frac{E - E_T}{E - E_T} \quad (3-10)$$

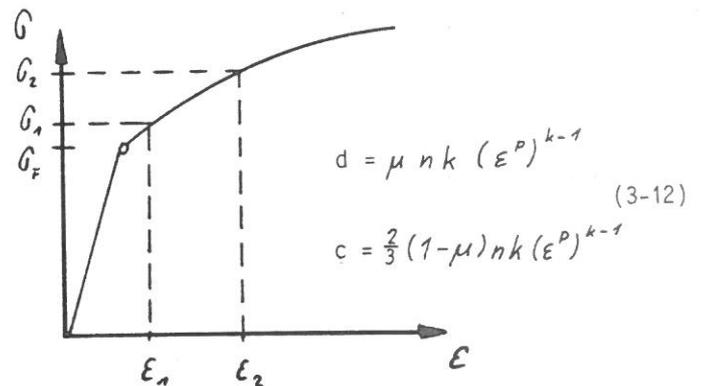
$$c = \frac{2}{3} (1 - \mu) \frac{E - E_T}{E - E_T}$$



Multilineare Funktion:



Potenzfunktion:



Bei der bilinearen Funktion sind c und d damit konstanten. Das zyklische Verfestigungsverhalten wird in diesem Modell durch den Ansatz von Masing approximiert, bei dem die halbe Verfestigungssteigerung, d. h., die halben Werte von c und d, auf der Hysteresisschleife benutzt werden. Man erhält dann bei reiner kinematischer Verfestigung ( $\mu = 0$ ) bei allen Fließkurvenapproximationen geschlossene

Hysteresisschleifen. Für  $\mu = 1$  erhält man den Fall der reinen isotropen Verfestigung.

Außer einer Fließbedingung, die die elastischen von den plastischen Beanspruchungszuständen trennt, ist es noch notwendig, die Richtung der plastischen Dehnungszunahme zu kennen. Eine Möglichkeit ist die sog. assoziierte Fließregel, bei der der plastische Dehnungszuwachs in Richtung der äußeren Normalen der Fließfläche fällt

$$\dot{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{S}} \quad (3-13)$$

Sie heißt zugeordnete (assoziierte) Fließregel, da durch die Fließfunktion die Richtung des Verformungszuwachses festliegt. Mit Hilfe der Konsistenzbedingung kann der  $\lambda$ -Faktor bestimmt werden. Diese stellt bei einer aktiven Belastung, die eine plastische Verformung hervorruft, sicher, daß der neue Spannungspunkt wieder auf der Fließfläche liegt. Dieser Faktor läßt sich für spannungs- oder dehnungsgesteuerte Prozesse in einer jeweils günstigen Form schreiben. Damit ist nun das PRANDTL-REUSS Modell formulierbar:

#### PRANDTL-REUSS Modell

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R^2 = 0 \quad (3-14)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 3 (\dot{\underline{S}}' - \dot{\underline{\alpha}}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}') - 2 \dot{R} R = 0 \quad (3-15)$$

Stoffgleichung im plastischen Bereich:

Normalenregel für spannungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{D}^p = \frac{3(\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot \dot{\underline{S}}'}{2R^2(c + \frac{2}{3}d)} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \quad (3-16a)$$

Normalenregel für dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{D}^p = \frac{6G(\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot \dot{D}}{2R^2(2G + c + \frac{2}{3}d)} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \quad (3-16b)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKEsche Gleichung:

$$\underline{S} = 2G \left[ \underline{D} + \frac{\nu}{1-2\nu} (\underline{E} \cdot \underline{D}) \underline{E} \right] \quad (3-17)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = d \dot{\varepsilon}_v^p \quad (3-18)$$

kinematische Verfestigung:

$$\dot{\underline{\alpha}}' = c \dot{D}^p \quad (3-19)$$

Abschließend soll die Stoffgleichung auf den Belastungszustand in einem dünnen Kreisrohr spezialisiert werden. Der Spannungstensor hat in diesem Fall die Form

$$\underline{S} = \sigma \underline{e}_1 \cdot \underline{e}_1 + \tau (\underline{e}_2 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \cdot \underline{e}_3) \quad (3-20)$$

und der zugehörige Verzerrungstensor läßt sich dann als

$$\underline{D} = \varepsilon \underline{e}_1 \cdot \underline{e}_1 + \varepsilon_a (\underline{e}_2 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \cdot \underline{e}_3) + \frac{1}{2} \gamma (\underline{e}_1 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_2 \cdot \underline{e}_1) \quad (3-21)$$

schreiben. Die Impulsbilanz liefert dann

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \sigma(x_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} \tau(x_1) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \tau(x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (3-22)$$

also eine konstante Spannungsverteilung. In (3-22) wurden quasistatische Belastungsvorgänge und Massenkraftfreiheit vorausgesetzt. Die PRANDTL-REUSS Stoffgleichung hat dann untenstehende Form, die auch im Programm verwendet wurde:

Fließbedingung:

$$f = (\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2 - R^2 = 0 \quad (3-23)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 2(\dot{\sigma} - \dot{\alpha})(\sigma - \alpha) + 6(\dot{\tau} - \dot{\beta})(\tau - \beta) - 2\dot{R}R = 0 \quad (3-24)$$

Stoffgleichung im plastischen Bereich:

Normalenregel für spannungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{2(\sigma - \alpha)\dot{\sigma} + 6(\tau - \beta)\dot{\tau}}{2R^2(c + \frac{2}{3}d)} \frac{2}{3}(\sigma - \alpha) \quad (3-25a,b)$$

$$\dot{\gamma}_p = \frac{2(\sigma - \alpha)\dot{\sigma} + 6(\tau - \beta)\dot{\tau}}{2R^2(c + \frac{2}{3}d)} 2(\tau - \beta)$$

Normalenregel für dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{(\sigma - \alpha)E\dot{\varepsilon} + 3(\tau - \beta)G\dot{\gamma}}{R^2(2G + c + \frac{2}{3}d) - G(1 - 2\nu)\frac{2}{3}(\sigma - \alpha)^2} \frac{2}{3}(\sigma - \alpha) \quad (3-25c,d)$$

$$\dot{\gamma}_p = \frac{(\sigma - \alpha)E\dot{\varepsilon} + 3(\tau - \beta)G\dot{\gamma}}{R^2(2G + c + \frac{2}{3}d) - G(1 - 2\nu)\frac{2}{3}(\sigma - \alpha)^2} 2(\tau - \beta)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKEsche Gleichung:

$$\sigma = E \varepsilon^e = E(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (3-26a,b)$$

$$\tau = G \gamma^e = G(\gamma - \gamma^p)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = d \sqrt{(\dot{\varepsilon}^p)^2 + \frac{1}{3}(\dot{\gamma}^p)^2} \quad (3-27)$$

kinematische Verfestigung:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{3}{2} \dot{\epsilon}^p \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{2} c \dot{\gamma}^p \end{aligned} \quad (3-28a,b)$$

### 3.2 Plastisches CHABOCHE-Modell

Das im folgenden beschriebene Materialmodell ist von Chaboche, Dang Van und Cordier /3.4/ zur Modellierung des Stoffverhaltens der rostfreien Stahllegierung A316 L entwickelt worden. Der Unterschied zum PRANDTL-REUSS Modell liegt in der nichtlinearen Verfestigung. Für die isotrope und kinematische Verfestigung werden Reihenansätze gemacht, wobei jedes Reihenglied durch eine nichtlineare Differentialgleichung bestimmt wird. Durch diesen Ansatz versucht man, das Verfestigungsverhalten bei zyklischer Belastung zu beschreiben. CHABOCHE führt in seine Stoffgleichung noch eine neue innere Variable ein, mit der Vorverformungen berücksichtigt werden sollen: Hat die Probe vor einer zyklischen Beanspruchung schon eine plastische Verformung erlitten und ist diese plastische Dehnung größer als die durch die weitere Belastung hervorgerufene, so soll sich die Probe nicht weiter verfestigen. Dazu wird analog zur Fließfläche eine Verfestigungsfläche im plastischen Dehnungsraum eingeführt, die sich bei einer plastischen Dehnung affin aufweitet. Solange sich nun bei einer weiteren Belastung der plastische Dehnungspunkt innerhalb der Verfestigungsfläche befindet, verfestigt sich das Material nicht. Liegt der Punkt auf der Hyperfläche im Dehnungsraum, so kann sich das Material weiter verfestigen, und die Fläche vergrößert sich affin. Dieses Konzept konnte jedoch im vorliegenden Programm noch nicht verwirklicht werden.

Die nichtlineare Verfestigung, die im Programm verwendet wurde, wird durch folgende Evolutionsgleichungen beschrieben:

Isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = b (R_s - R) \dot{\epsilon}_v^p, \quad R(\epsilon_v^p = 0) = \bar{\sigma}_F \quad (3-29)$$

Kinematische Verfestigung:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha^1 + \alpha^2 + \alpha^3 \\ \dot{\alpha}^{1,2} &= c_{1,2} \left[ \frac{2}{3} a_{1,2} \dot{\underline{D}}^p - \alpha^{1,2} \dot{\rho} \right] \\ \dot{\alpha}^3 &= c_3 \dot{\underline{D}}^p \end{aligned} \quad (3-30a-c)$$

Durch Einsetzen der Fließbedingung (3-9) in die Fließregel (3-13) und mit der Konsistenzbedingung (3-15) erhält man schließlich das plastische CHABOCHE-Modell:

#### Plastisches CHABOCHE Modell

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R^2 = 0 \quad (3-31)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 3 (\dot{\underline{S}}' - \dot{\underline{\alpha}}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}') - 2 R \dot{R} = 0 \quad (3-32)$$

Stoffgleichung im plastischen Bereich mit:

$$\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}') = \sqrt{\frac{3}{2}} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}')$$

Normalenregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}^p = \frac{\frac{3}{2} \dot{\underline{S}}' \cdot \frac{(\underline{S}' - \underline{\alpha}')}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')}}{c_3 + \sum_{j=1,2} c_j \left[ a_j - \frac{3}{2} \alpha_j \cdot \frac{(\underline{S}' - \underline{\alpha}')}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \right] + b (R_s - R)^2} \frac{3}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \quad (3-33a)$$

Normalenregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}^p = \frac{2G \frac{3}{2} \frac{(\underline{S}' - \underline{\alpha}')}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \cdot \dot{\underline{D}}}{2G + \sum_{i=1}^2 c_i \left[ \frac{2}{3} a_i - \frac{(\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot \underline{\alpha}_i}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \right] + c_3 + \frac{2}{3} b (R_s - R)} \frac{\underline{S}' - \underline{\alpha}'}{\underline{J}_2 (\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \quad (3-33b)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKESche Gleichung:

$$\underline{S} = 2G \left[ \underline{D}^e + \frac{\nu}{1-2\nu} (\underline{E} \cdot \underline{D}^e) \underline{E} \right] \quad (3-34)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = b (R_s - R) \dot{\rho} \quad (3-35)$$

kinematische Verfestigung:

$$\dot{\alpha} = \sum_{i=1}^2 c_i \left[ a_i \dot{\underline{D}}^p - \alpha_i \dot{\rho} \right] + c_3 \dot{\underline{D}}^p \quad (3-36)$$

Für reine Zug- und Torsionsversuche erhält man erneut mit (3-20) und (3-21) die spezialisierten Gleichungen:

Fließbedingung:

$$f = (\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2 - R^2 = 0 \quad (3-37)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 2(\sigma - \alpha)(\dot{\sigma} - \dot{\alpha}) + 6(\tau - \beta)(\dot{\tau} - \dot{\beta}) - 2R\dot{R} = 0 \quad (3-38)$$

Stoffgleichung im plastischen Bereich:

Normalenregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{\rho} = \frac{\frac{2}{3}(\sigma - \alpha)\dot{\sigma} + 2(\tau - \beta)\dot{\tau}}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \frac{1}{\sum_{i=1}^2 c_i \left[ \frac{2}{3} a_i - \frac{\frac{2}{3}(\sigma - \alpha)\alpha_i + 2(\tau - \beta)\beta_i}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \right] + c_3 + \frac{2}{3}b(R_s - R)} \quad (3-39a)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_p &= \dot{\rho} \frac{\sigma - \alpha}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \\ \dot{\gamma}_p &= \dot{\rho} \frac{3(\tau - \beta)}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \end{aligned}$$

Normalenregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{p} = \frac{2G \frac{2}{3}(1+\nu)(\sigma-\alpha)\dot{\epsilon} + (\tau-\beta)\dot{\gamma}}{\sqrt{(\sigma-\alpha)^2 + 3(\tau-\beta)^2}} \quad (3-39b)$$

$$2G \left[ 1 - \frac{2}{3} \frac{(1-2\nu)(\sigma-\alpha)^2}{(\sigma-\alpha)^2 + 3(\tau-\beta)^2} \right] + \sum_{i=1}^2 c_i \left[ \frac{2}{3} a_i - \frac{2}{3} \frac{(\sigma-\alpha)\alpha_i + 2(\tau-\beta)\beta_i}{\sqrt{(\sigma-\alpha)^2 + 3(\tau-\beta)^2}} \right] + c_3 + \frac{2}{3} b(R_s - R)$$

mit

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{p} \frac{\sigma - \alpha}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \quad (3-39c)$$

$$\dot{\gamma}_p = \dot{p} \frac{3(\tau - \beta)}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \quad (3-39d)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKESche Gleichung:

$$\begin{aligned} \sigma &= E(\epsilon - \epsilon^p) \\ \tau &= G(\gamma - \gamma^p) \end{aligned} \quad (3-40a,b)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\begin{aligned} \dot{R} &= b(R_s - R)\dot{p} \\ \dot{p} &= \sqrt{(\dot{\epsilon}^p)^2 + \frac{1}{3}(\dot{\gamma}^p)^2} \end{aligned} \quad (3-41)$$

kinematische Verfestigung:

$$\dot{\alpha} = c_1(a_1 \dot{\epsilon}^p - \alpha_1 \dot{p}) + c_2(a_2 \dot{\epsilon}^p - \alpha_2 \dot{p}) + c_3 \dot{\epsilon}^p \quad (3-42a)$$

$$\dot{\beta} = c_1(\frac{1}{2}a_1 \dot{\gamma}^p - \beta_1 \dot{p}) + c_2(\frac{1}{2}a_2 \dot{\gamma}^p - \beta_2 \dot{p}) + \frac{1}{2}c_3 \dot{\gamma}^p \quad (3-42b)$$

### 3.3 Viskoplastisches CHABOCHE Modell

Dieses Modell von CHABOCHE (/3.5/, /3.6/ und /3.7/) beschreibt eine geschwindigkeitsabhängige Verfestigung. Dazu wird von der Existenz eines viskoplastischen Potentials

$$\dot{D}^{vp} = \frac{\partial \Omega}{\partial \underline{\underline{S}}} \quad (3-43)$$

ausgegangen. Unter der Annahme, daß die Richtung der viskoplastischen Dehnungsincremente mit der des Spannungsdeviators übereinstimmt, also mit

$$\frac{\dot{D}^{vp}}{\|\dot{D}^{vp}\|} = \frac{\underline{\underline{S}}'}{\|\underline{\underline{S}}'\|}$$

und mit den Beträgen

$$\|\underline{\underline{S}}'\| = \sqrt{\underline{\underline{S}}' \cdot \underline{\underline{S}}'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{S}}' \cdot \underline{\underline{S}}'} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2(\underline{\underline{S}}')$$

$$\|\dot{D}^{vp}\| = \sqrt{\dot{D}^{vp} \cdot \dot{D}^{vp}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{3}{2} \dot{D}^{vp} \cdot \dot{D}^{vp}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{p}$$

erhält man als Fließregel

$$\begin{aligned} \dot{D}^{vp} &= \frac{2}{3} \dot{p} \frac{\underline{\underline{S}}'}{J_2(\underline{\underline{S}}')} \\ &= \frac{\partial \Omega}{\partial \underline{\underline{S}}} \end{aligned} \quad (3-44)$$

Mit (3-44) hat man das viskoplastische Potential bis auf eine Verfestigungsfunktion  $p = p(\underline{\underline{S}}, \underline{\underline{D}}^{vp}, t)$  bestimmt. Für die Verfestigungsfunktion sind bisher in der Literatur verschiedene Ansätze bekannt. Man unterscheidet dabei hauptsächlich zwei Gruppen:

1. Zeitverfestigung:  $p = p(\underline{\underline{S}}, t)$
2. Dehnungsverfestigung:  $p = p(\underline{\underline{S}}, \underline{\underline{D}}^{vp})$

Die Zeitverfestigung beschreibt z. B. Alterung des Stoffes. Mit diesem Verfestigungsansatz lassen sich aber Kriechphänomene bei realen Materialien nur sehr schlecht beschreiben, wie Vergleiche mit Versuchen zeigen /2.2/. Die Dehnungsverfestigung läßt sich mathematisch leichter formulieren. Für diese sind in der Literatur viele brauchbare Ansätze bekannt, die aber auch nicht in der Lage sind, das gesamte Kriechverhalten zu beschreiben. Eine weitere Beschreibungsmöglichkeit wäre eine Arbeitsverfestigungstheorie, die nach Backhaus /2.2/ eine Verbesserung verspricht.

Für das primäre Kriechverhalten ist in der Dehnungsverfestigungstheorie der Ansatz

$$\dot{p} = \left(\frac{1}{k}\right)^n p^{-\frac{n}{m}} J_2(\underline{\underline{S}})^m \quad (3-45)$$

bekannt. Das sekundäre Kriechen läßt sich besser mit dem NORTONSchen Ansatz

$$\dot{p} = k J_2(\underline{\underline{S}})^m \quad (3-46)$$

beschreiben, der im folgenden auch verwendet werden soll. Bei einem Kriechversuch erhält man mit (3-46) eine konstante Kriechgeschwindigkeit. Dieser Ansatz wird nun als Evolutionsgleichung für eine neue innere Variable benutzt, nämlich der viskosen Spannung bzw. den "Overstress". Eindimensional schreibt man nun die Spannung im viskoplastischen Bereich als Summe der inneren Variablen

$$\sigma = \alpha + R + \sigma_v \quad (3-47)$$

wobei  $\alpha$  die kinematische Verfestigung,  $R$  die isotrope Verfestigung und  $\sigma_v$  die viskose Spannung bedeuten. Mit (3-47) wird auch die Bezeichnung "Overstress" plausibel, da es gerade die Spannung ist, die über den rein plastischen Zustand hinausgeht. Dieser bildet sich aus der Summe des isotropen und kinematischen Verfestigungsanteils (Bild 3-6).

Als dreidimensionale Verallgemeinerung von (3-47) wird nun

$$J_2(\underline{\underline{S}}' - \underline{\underline{\alpha}}') - R - \sigma_v = 0 \quad (3-48)$$

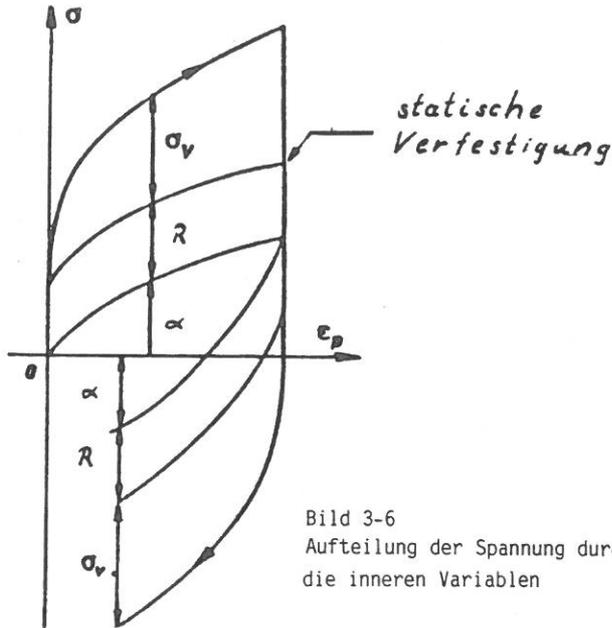


Bild 3-6  
Aufteilung der Spannung durch die inneren Variablen

benutzt, und mit der Evolutionsgleichung für die viskose Spannung

$$\sigma_v = k \dot{\epsilon}^{\frac{1}{n}} \quad (3-50)$$

erhält man schließlich die Fließregel des CHABOCHE Modells:

$$\dot{D}^{VP} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R}{k} \right\rangle^n \frac{(\underline{S}' - \underline{\alpha}')}{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \quad (3-51)$$

Der Wert der spitzen Klammer verschwindet, wenn das Argument kleiner Null ist, oder ist gleich dem Wert des Argumentes, wenn das Argument größer oder gleich Null ist. Aus (3-51) schließt man auf das Aussehen des viskoplastischen Potentials

$$\Omega = \frac{k}{n+1} \left\langle \frac{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R}{k} \right\rangle^{n+1} \quad (3-52)$$

das durch Differentiation nach dem Spannungstensor wieder (3-51) ergibt. Aus  $\Omega = 0$  erhält man die

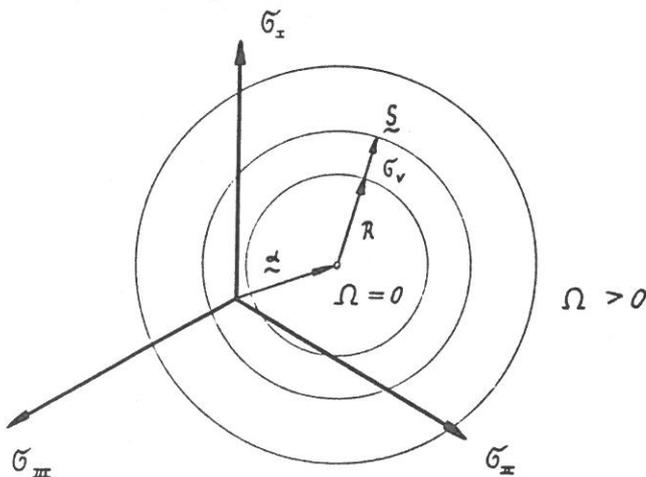


Bild 3-7  
Elastischer, plastischer und viskoplastischer Bereich im Hauptspannungsdeviatorraum

zugehörige Fließbedingung, die wieder vom von MISES Typ ist. Im Spannungsdeviatorraum läßt sich das Potential  $\Omega$  nun durch eine Schar konzentrischer Kreise (Bild 3-7) darstellen. Im Gegensatz zu den plastischen Materialmodellen sind hierbei Zustände außerhalb der Fließfläche physikalisch möglich. Spannungszustände innerhalb der Fließfläche stellen elastische Belastungen dar, solche auf der Fließfläche plastische. Hier ist die viskose Spannung definitionsgemäß gleich Null. Außerhalb der Fließfläche ( $\Omega = 0$ ) existieren nur viskoplastische Spannungszustände.

Bei Verwendung der Evolutionsgleichungen (3-35) und (3-36) für die isotrope und kinematische Variable ist die dreidimensionale Version des viskoplastischen CHABOCHE Modells damit bestimmt:

### Viskoplastisches CHABOCHE Modell

Viskoplastisches Potential:

$$\Omega = \frac{k}{n+1} \left\langle \frac{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R}{k} \right\rangle^{n+1} \quad (3-53)$$

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{S}' - \underline{\alpha}') \cdot (\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R^2 = 0 \quad (3-54)$$

Stoffgleichung im viskoplastischen Bereich:

$$\dot{D}^{VP} = \frac{\partial \Omega}{\partial \underline{S}} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}') - R}{k} \right\rangle^n \frac{\underline{S}' - \underline{\alpha}'}{J_2(\underline{S}' - \underline{\alpha}')} \quad (3-55)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKEsche Gleichung:

$$\underline{S} = 2G \left[ \underline{D}^e + \frac{\nu}{1-2\nu} (\underline{E} \cdot \underline{D}^e) \underline{E} \right] \quad (3-56)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = b (R_s - R) \dot{\epsilon} \quad (3-57)$$

kinematische Verfestigung:

$$\dot{\underline{\alpha}} = \sum_{i=1}^2 c_i [a_i \dot{D}^{VP} - \underline{\alpha}_i \dot{\epsilon}] + c_3 \dot{D}^{VP} \quad (3-58)$$

Mit (3-20) und (3-21) gelangt man zur Version des Modells für reine Zug- und Torsionsversuche:

Viskoplastisches Potential:

$$\Omega = \frac{k}{n+1} \left\langle \frac{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2} - R}{k} \right\rangle^{n+1} \quad (3-59)$$

Fließbedingung:

$$f = (\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2 - R^2 \quad (3-60)$$

Stoffgleichung im viskoplastischen Bereich:

$$\dot{\epsilon}^{VP} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2} - R}{k} \right\rangle^n \frac{2}{3} (\sigma - \alpha)$$

$$\dot{\gamma}^{VP} = 3 \left\langle \frac{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2} - R}{k} \right\rangle^n \frac{(\tau - \beta)}{\sqrt{(\sigma - \alpha)^2 + 3(\tau - \beta)^2}} \quad (3-61a,b)$$

Stoffgleichung im elastischen Bereich:

HOOKEsche Gleichung:

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon^{VP})$$

$$\tau = G(\gamma - \gamma^{VP}) \quad (3-62a,b)$$

Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen:

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = b(R_s - R)\dot{\rho}$$

$$\dot{\rho} = \sqrt{(\dot{\epsilon}^{VP})^2 + \frac{1}{3}(\dot{\gamma}^{VP})^2} \quad (3-63)$$

kinematische Verfestigung:

$$\dot{\alpha} = c_1(a_1 \dot{\epsilon}^{VP} - \alpha_1 \dot{\rho}) + c_2(a_2 \dot{\epsilon}^{VP} - \alpha_2 \dot{\rho}) + c_3 \dot{\epsilon}^{VP}$$

$$\dot{\beta} = c_1\left(\frac{1}{2}a_1 \dot{\gamma}^{VP} - \beta_1 \dot{\rho}\right) + c_2\left(\frac{1}{2}a_1 \dot{\gamma}^{VP} - \alpha_2 \dot{\rho}\right) + \frac{1}{2}c_3 \dot{\gamma}^{VP} \quad (3-64a,b)$$

### 3.4 Ein viskoplastisches rheologisches Modell

Als Grundmodell zur Beschreibung von viskoplastischem Stoffverhalten wurde eine Parallelschaltung von zwei Elementen gewählt (Bild 3-8).

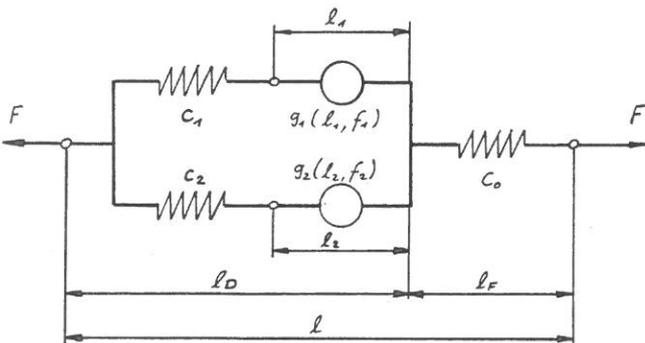


Bild 3-8  
Grundmodell mit zwei Elementen

Das Verhalten des Modells wird zum einen durch drei Gleichungen beschrieben, die auf dem Kräftegleichgewicht und der Elastizität der Federn beruhen

$$F = c_0(l - l_D) = F_1 + F_2 \quad (3-65)$$

$$F_1 = c_1(l_D - l_1) \quad (3-66a,b)$$

$$F_2 = c_2(l_D - l_2)$$

Zum anderen benötigt man zwei Evolutionsgleichungen für die beiden inneren Variablen  $l_1$  und  $l_2$ , die durch die Wahl der Elemente vorgegeben werden

$$\dot{l}_1 = g_1(l_1, F_1) \quad (3-67a,b)$$

$$\dot{l}_2 = g_2(l_2, F_2)$$

Die Länge  $l_D$  läßt sich durch Einführung einer Länge  $l_{in}$  eliminieren, die auf rein inelastischer Verformung beruht

$$l_D = \frac{c_0}{c_0 + c_1 + c_2} l + \frac{c_1 + c_2}{c_0 + c_1 + c_2} l_{in} \quad (3-68)$$

Die Größe  $l_{in}$  berechnet sich aus den inneren Variablen  $l_1$  und  $l_2$

$$l_{in} = \frac{c_1}{c_1 + c_2} l_1 + \frac{c_2}{c_1 + c_2} l_2 \quad (3-69)$$

Damit läßt sich (3-65) umschreiben in

$$F = \frac{c_0(c_1 + c_2)}{c_0 + c_1 + c_2} (l - l_{in}) = \bar{c} (l - l_{in}) \quad (3-70)$$

also als elastische Länge  $(l - l_{in})$  multipliziert mit einer Steifigkeit  $\bar{c}$ . Für die Zweigkräfte (3-66a,b) läßt sich dann schreiben

$$F_1 = \frac{c_1}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0(l - l_1) + c_2(l_2 - l_1)] \quad (3-71a,b)$$

$$F_2 = \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0(l - l_2) + c_1(l_1 - l_2)]$$

Bei der dreidimensionalen Verallgemeinerung wird davon ausgegangen, daß alle inelastischen Effekte rein isochor verlaufen. Für (3-65), (3-70), (3-71a,b), (3-69) und (3-67a,b) schreibt man dementsprechend

Gesamtspannung:

$$\underline{S}' = \underline{S}'_1 + \underline{S}'_2 \quad (3-72)$$

$$\underline{S}' = \frac{c_0(c_1 + c_2)}{c_0 + c_1 + c_2} (\underline{D}' - \underline{D}'_{in})$$

$$= \bar{c} (\underline{D}' - \underline{D}'_{in}) \quad (3-73)$$

Zweigspannungen:

$$\underline{S}'_1 = \frac{c_1}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0(\underline{D}' - \underline{D}'_1) + c_2(\underline{D}'_2 - \underline{D}'_1)] \quad (3-74a,b)$$

$$\underline{S}'_2 = \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0(\underline{D}' - \underline{D}'_2) + c_1(\underline{D}'_1 - \underline{D}'_2)]$$

Inelastische Gesamtdehnung:

$$\underline{D}'_{in} = \frac{c_1}{c_1+c_2} \underline{D}'_1 + \frac{c_2}{c_1+c_2} \underline{D}'_2 \quad (3-75)$$

Evolutionsgleichungen:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{D}}'_1 &= \underline{G}_1(\underline{D}'_1, \underline{S}'_1) \\ \underline{\dot{D}}'_2 &= \underline{G}_2(\underline{D}'_2, \underline{S}'_2) \end{aligned} \quad (3-76a,b)$$

elastischer Volumenanteil:

$$Sp(\underline{S}) = 3K Sp(\underline{D}) \quad (3-77)$$

Nun ist es notwendig, Ansätze für die Evolutionsgleichungen (3-76a,b) festzulegen. Es wurden drei Modellvarianten untersucht, die auf einer Parallelschaltung eines MAXWELL und eines PRANDTL-Elementes beruhen (Bild 3-9).

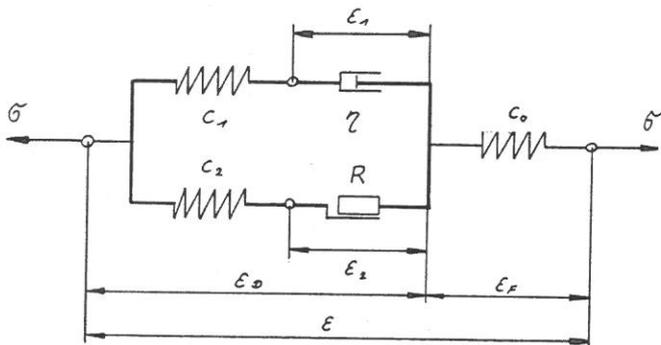


Bild 3-9  
Viskoplastisches Modell

Es wurden drei Modellvarianten benutzt, die sich lediglich in der Berücksichtigung des Verfestigungsmechanismus unterscheiden. Für den Dämpfer wurde eine isotrope lineare Zuordnung zwischen dem Spannungstensor und dem Dehnungsgeschwindigkeitsdeviator benutzt

$$\underline{\dot{D}}'_1 = \frac{1}{\eta} \underline{S}'_1 \quad (3-78)$$

wobei  $\eta$  die Zähigkeit des Dämpfers ist, die konstant angenommen wurde. Es stehen folgende Verfestigungsvarianten zur Verfügung:

1. rein isotrope Verfestigung
2. isotrope und kinematische Verfestigung
3. Verfestigung durch Parallelschaltung einer Feder zum Trockenreibungselement

### 3.4.1 Modell mit reiner isotroper Verfestigung

Als Fließkriterium wurde in dieser Version wie in den nachfolgenden die von Mises Bedingung gewählt. Die

Fließregel ergibt sich dann wieder aus der Annahme eines plastischen Potentials. Die Konstante in der Fließregel wird mit (3-74b) aus der Konsistenzbedingung gewonnen. Die isotrope Verfestigung wurde linear angesetzt:

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{S}'_2 \cdot \underline{S}'_2) - R^2 = 0 \quad (3-79)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = \underline{S}'_2 \cdot \dot{\underline{S}}'_2 - \frac{2}{3} R \dot{R} = 0 \quad (3-80)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}'_2 = \frac{3 \underline{S}'_2 \cdot \dot{\underline{S}}'_2}{2 R^2 \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T}} \underline{S}'_2 \quad (3-81a)$$

Fließregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}'_2 = \frac{c_2}{c_0+c_1+c_2} \underline{S}'_2 \cdot (c_0 \underline{\dot{D}}'_1 + \frac{c_1}{\eta} \underline{S}'_1) \frac{\underline{S}'_2}{\frac{2}{3} R^2 \left[ \frac{c_2 (c_0+c_1)}{c_0+c_1+c_2} + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T} \right]} \quad (3-81b)$$

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{\epsilon}_{v_2} \text{ mit } \dot{\epsilon}_{v_2} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\dot{D}}'_2 \cdot \underline{\dot{D}}'_2} \quad (3-82)$$

Zusätzlich seien hier die Gleichungen für Zug- und Torsionsversuche notiert, die man wieder aus der Form (3-20) des Spannungstensors erhält. Ausgehend von der Koaxialität des Spannungstensors mit den inelastischen Verzerrungsdeviatoren schreibt man diese in der Form

$$\begin{aligned} \underline{D}'_{in} &= \epsilon'_{in} \left[ \underline{e}_1 \cdot \underline{e}_1 - \frac{1}{2} (\underline{e}_2 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \cdot \underline{e}_3) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \gamma' (\underline{e}_1 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_2 \cdot \underline{e}_1) \end{aligned}$$

Mit dem Gesamtverzerrungsdeviator

$$\begin{aligned} \underline{D}' &= \frac{1}{3} (\epsilon - \epsilon_0) \left[ 2 \underline{e}_1 \cdot \underline{e}_1 - (\underline{e}_2 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \cdot \underline{e}_3) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \gamma' (\underline{e}_1 \cdot \underline{e}_2 + \underline{e}_2 \cdot \underline{e}_1) \end{aligned}$$

und unter Beachtung von

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= -\nu \epsilon_e - \frac{1}{2} \epsilon_{in} = -\nu \epsilon - \left( \frac{1}{2} - \nu \right) \epsilon_{in} \\ &= -\nu \epsilon - \frac{1}{2} (1-2\nu) \left[ \frac{c_1}{c_1+c_2} \epsilon_1 + \frac{c_2}{c_1+c_2} \epsilon_2 \right] \end{aligned}$$

$$E = 2G(1+\nu) = \frac{c_0(c_1+c_2)(1+\nu)}{c_0+c_1+c_2}$$

lassen sich die Stoffgleichungen für die spezielle Beanspruchung umformen:

Fließbedingung:

$$f = \epsilon_2^2 + 3\tau_2^2 - R^2 = 0 \quad (3-83)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 2\epsilon_2 \dot{\epsilon}_2 + 6\tau_2 \dot{\tau}_2 - 2R \dot{R} = 0 \quad (3-84)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

mit 
$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{2}{3} \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + 2 \tau_2 \dot{\tau}_2}{\frac{4}{9} R^2 \frac{E E_T}{E - E_T}} \quad (3-85a, b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2 &= \frac{2}{3} \dot{\lambda} \sigma_2 \\ \dot{\tau}_2 &= 2 \dot{\lambda} \tau_2 \end{aligned}$$

Fließregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

mit

$$\dot{\lambda} = \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} \left[ c_0 \left( \frac{2}{3} \sigma_2 \left\{ (1+\nu) \dot{\epsilon} + \frac{1}{2} (1-2\nu) \frac{c_1}{c_1 + c_2} \frac{2}{3} \frac{\sigma_1}{\eta} \right\} + \tau_2 \dot{\tau} \right) + \frac{c_1}{\eta} \left( \frac{2}{3} \sigma_2 \sigma_1 + 2 \tau_2 \tau_1 \right) \right] \quad (3-85c, d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2 &= \frac{2}{3} \dot{\lambda} \sigma_2 \\ \dot{\tau}_2 &= 2 \dot{\lambda} \tau_2 \end{aligned}$$

isotrope Verfestigung:

$$\dot{R} = \frac{E E_T}{E - E_T} \sqrt{(\dot{\epsilon}_2)^2 + \frac{1}{3} (\dot{\tau}_2)^2} \quad (3-86)$$

### 3.4.2 Modell mit isotroper und kinemat. Verfestigung

Bei zusätzlicher kinematischer Verfestigung wird als weitere innere Variable, entsprechend dem PRANDTL-REUSS Modell, der Translationstensor eingeführt. Durch Änderung der Fließbedingung und Hinzunahme einer linearen Evolutionsgleichung für  $\alpha$  gewinnt man die Gleichungen:

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{s}'_2 - \underline{\alpha}') \cdot (\underline{s}'_2 - \underline{\alpha}') - R^2 = 0 \quad (3-87)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 3 (\underline{s}'_2 - \underline{\alpha}') \cdot (\dot{\underline{s}}'_2 - \dot{\underline{\alpha}}') - 2R\dot{R} = 0 \quad (3-88)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{D}_2 = \frac{(\underline{s}'_2 - \underline{\alpha}') \cdot \dot{\underline{s}}'_2}{\frac{4}{9} R^2 \frac{E E_T}{E - E_T}} (\underline{s}'_2 - \underline{\alpha}') \quad (3-89)$$

Evolutionsgleichungen:

$$\dot{R} = \mu \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{\epsilon}_2 \quad (3-90)$$

$$\dot{\alpha} = (1 - \mu) \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{D}_2 \quad (3-91)$$

Für reine Zug- und Torsionsversuche erhält man nun aus (3-87) bis (3-91):

Fließbedingung:

$$f = (\sigma_2 - \alpha)^2 + 3(\tau_2 - \beta)^2 - R^2 = 0 \quad (3-92)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 2(\sigma_2 - \alpha)(\dot{\sigma}_2 - \dot{\alpha}) + 6(\tau_2 - \beta)(\dot{\tau}_2 - \dot{\beta}) - \dot{R}R = 0 \quad (3-93)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

mit 
$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{2}{3} (\sigma_2 - \alpha) \dot{\sigma}_2 + 2(\tau_2 - \beta) \dot{\tau}_2}{\frac{4}{9} R^2 \frac{E E_T}{E - E_T}} \quad (3-94a, b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2 &= \frac{2}{3} \dot{\lambda} (\sigma_2 - \alpha) \\ \dot{\tau}_2 &= 2 \dot{\lambda} (\tau_2 - \beta) \end{aligned}$$

Fließregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

mit 
$$\dot{\lambda} = \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} \left[ c_0 \left\{ \frac{2}{3} (\sigma_2 - \alpha) \left[ (1+\nu) \dot{\epsilon} + \frac{1}{2} (1-2\nu) \frac{c_1}{c_1 + c_2} \frac{2}{3} \frac{\sigma_1}{\eta} \right] + (\tau_2 - \beta) \dot{\tau} \right\} + \frac{c_1}{\eta} \left[ \frac{2}{3} (\sigma_2 - \alpha) \sigma_1 + 2(\tau_2 - \beta) \tau_1 \right] \right] \quad (3-94c, d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2 &= \frac{2}{3} \dot{\lambda} (\sigma_2 - \alpha) \\ \dot{\tau}_2 &= 2 \dot{\lambda} (\tau_2 - \beta) \end{aligned}$$

Evolutionsgleichungen:

$$\dot{R} = \mu \frac{E E_T}{E - E_T} \sqrt{(\dot{\epsilon}_2)^2 + \frac{1}{3} (\dot{\tau}_2)^2} \quad (3-95)$$

$$\dot{\alpha} = (1 - \mu) \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{\epsilon}_2 \quad (3-96a, b)$$

$$\dot{\beta} = (1 - \mu) \frac{E E_T}{E - E_T} \frac{1}{2} \dot{\tau}_2$$

### 3.4.3 Modell mit parallelgeschalteter Feder

In diesem Modell wird die kinematische Verfestigung durch eine lineare Feder simuliert (Bild 3-10).

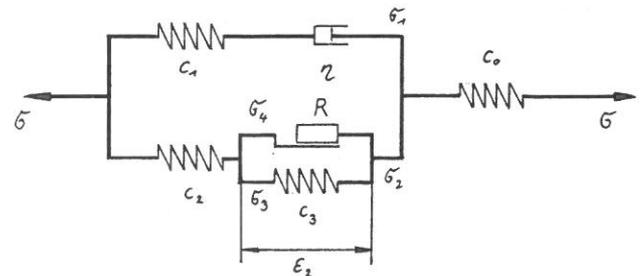


Bild 3-10  
Modell mit parallelgeschalteter Feder

Für die Spannungen im Reibungselementzweig gilt nun

$$\underline{s}'_2 = \underline{s}'_3 + \underline{s}'_4 \quad (3-97)$$

Der Spannungszuwachs  $\dot{\underline{s}}'_3$  berechnet sich bei angenommener Linearität der Feder aus dem inelastischen Dehnungszuwachs des Trockenreibungselementes

$$\dot{\underline{s}}'_3 = c_3 \dot{D}_2 \quad (3-98)$$

Dieser Spannungstensor  $\underline{s}'_3$  ist bei diesem Modell eine zusätzliche innere Variable. (3-98) ist die Evo-

lutionsgleichung für diese Variable. Die Fließbedingung für das Trockenreibungselement schreibt sich als

$$f = \frac{3}{2} (\underline{s}'_4 \cdot \underline{s}'_4) - R^2 = 0 \quad (3-99)$$

die man aus (3-79) durch Einsetzen der Spannung am Reibungselement erhält. Mit (3-97) ergibt sich ein Kriterium der Art

$$f = \frac{3}{2} (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \cdot (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) - R^2 = 0 \quad (3-100)$$

das der Gleichung (3-87) für kinematische Verfestigung ähnelt, wobei hier die Spannung  $\underline{s}'_3$  dem Translationstensor  $\underline{\alpha}$  entspricht. Die Fließregel gewinnt man durch Ableitung von (3-99) nach dem Spannungstensor  $\underline{s}'_4$ . Der skalare Faktor wird durch Einsetzen von (3-97) in die Zweigspannungsgleichung (3-74b) aus der Konsistenzbedingung gewonnen. Die Gleichungen lauten:

### Rheologisches Modell

Fließbedingung:

$$f = \frac{3}{2} (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \cdot (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) - R^2 = 0 \quad (3-101)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 3(\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \cdot (\dot{\underline{s}}'_2 - \dot{\underline{s}}'_3) - 2R\dot{R} = 0 \quad (3-102)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}'_2 = \frac{(\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \cdot \underline{\dot{s}}'_2}{\frac{2}{3} R^2 (c_3 + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T})} (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \quad (3-103a)$$

Fließregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\underline{\dot{D}}'_2 = \frac{\frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} \underline{s}'_3 \cdot (c_0 \underline{\dot{D}}'_1 + \frac{c_1}{\eta} \underline{s}'_1)}{\frac{2}{3} R^2 [\frac{c_2 (c_0 + c_1)}{c_0 + c_1 + c_2} + c_3 + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T}]} (\underline{s}'_2 - \underline{s}'_3) \quad (3-103b)$$

Evolutionsgleichungen:

$$\dot{R} = \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{\epsilon}_2 \quad (3-104)$$

$$\dot{\underline{s}}'_3 = c_3 \underline{\dot{D}}'_2 \quad (3-105)$$

Spezialisierung auf reinen Zug und Torsion ergibt:

Fließbedingung:

$$f = (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + 3(\tau_2 - \tau_3)^2 - R^2 = 0 \quad (3-106)$$

Konsistenzbedingung:

$$\dot{f} = 2(\epsilon_2 - \epsilon_3)(\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3) + 6(\tau_2 - \tau_3)(\dot{\tau}_2 - \dot{\tau}_3) - 2\dot{R}R = 0 \quad (3-107)$$

Fließregel im spannungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{2}{3} (\epsilon_2 - \epsilon_3) \dot{\epsilon}_2 + 2(\tau_2 - \tau_3) \dot{\tau}_2}{\frac{2}{3} R^2 (c_3 + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T})}$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{2}{3} \dot{\lambda} (\epsilon_2 - \epsilon_3) \quad (3-108a, b)$$

$$\dot{\tau}_2 = 2 \dot{\lambda} (\tau_2 - \tau_3)$$

Fließregel im dehnungsgesteuerten Prozess:

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0 \frac{2}{3} (\epsilon_2 - \epsilon_3) \dot{\epsilon}_2 + \frac{1}{2} (1-2\nu) \frac{c_1}{c_1 + c_2} \frac{2}{3} \frac{E_T}{\eta} + (\tau_2 - \beta) \dot{\tau}_2] + \frac{c_1}{\eta} \{ \frac{2}{3} (\epsilon_2 - \epsilon_3) \epsilon_2 + 2(\tau_2 - \tau_3) \tau_3 \}}{\frac{2}{3} R^2 \{ \frac{c_2 (c_0 + c_1)}{c_0 + c_1 + c_2} + c_3 + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T} \} - \frac{1}{2} (1-2\nu) \frac{c_0 c_2}{c_0 + c_1 + c_2} \frac{c_1}{c_1 + c_2} \frac{4}{3} \epsilon_2^2}$$

(3-108c, d)

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{2}{3} \dot{\lambda} (\epsilon_2 - \epsilon_3)$$

$$\dot{\tau}_2 = 2 \dot{\lambda} (\tau_2 - \tau_3)$$

Evolutionsgleichungen:

$$\dot{R} = \frac{E E_T}{E - E_T} \sqrt{(\dot{\epsilon}_2)^2 + \frac{1}{3} (\dot{\tau}_2)^2} \quad (3-109)$$

$$\dot{\epsilon}_3 = \frac{3}{2} c_3 \dot{\epsilon}_2 \quad (3-110a, b)$$

$$\dot{\tau}_3 = \frac{1}{2} c_3 \dot{\tau}_2$$

#### 4 Bestimmung der Materialkonstanten

Die Konstanten, die für den Werkstoff PE 16 bestimmt wurden, lassen sich aus dehnungsgesteuerten Zug- und LCF-Versuchen bestimmen, die bei unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeiten und bei einer Temperatur von  $T=650^{\circ}\text{C}$  durchgeführt wurden. Im Kapitel 4.1 werden die Konstanten behandelt, die für alle Stoffgleichungen zu bestimmen sind. Unter den folgenden Punkten sollen die Methoden erläutert werden, die benutzt wurden, um die speziellen Konstanten jedes Modells zu berechnen. Dabei ist zu beachten, daß es jeweils nicht nur einen Weg gibt, diese Stoffkonstanten zu bemessen. Weiterhin sind auch oft durch meß- und werkstofftechnische Schwierigkeiten bei einem eingeschlagenen Bestimmungsweg mehrere Interpretationen der Experimentdaten möglich. Dies kann stark unterschiedliche Materialkonstanten liefern.

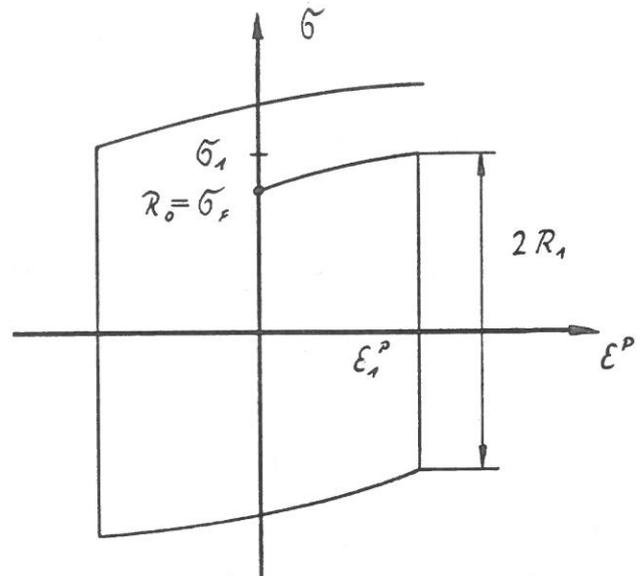


Bild 4-1  
Schematisches  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm des ersten Zyklus eines LCF-Versuchs

#### 4.1 Gemeinsame Materialkonstanten

Für alle Modelle ist der Elastizitätsmodul  $E$ , die Querkontraktionszahl  $\nu$  und die plastische Grenzspannung  $\sigma_F$  aus den Zugversuchen zu ermitteln. Mit Hilfe des Elastizitätsmoduls läßt sich aus dem  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm ein  $\sigma$ - $\epsilon^p$ -Diagramm erstellen. Diese Darstellung liefert direkt die plastische Fließspannung, nämlich als Schnittpunkt der Fließkurve mit der  $\sigma$ -Achse.

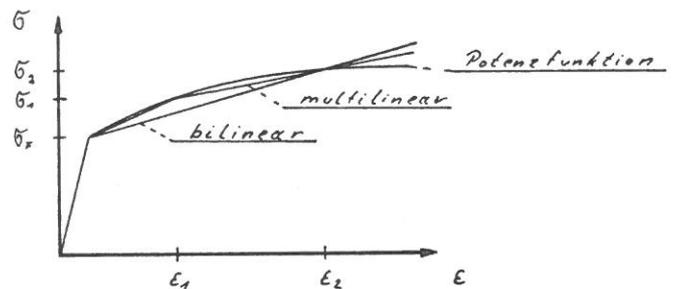


Bild 4-2  
Bilineare, multilineare und nichtlineare Approximation der Fließkurve

#### 4.2 Konstanten für das PRANDTL-REUSS Modell

Für die Modelle sind  $c$  und  $d$  als Funktionen der plastischen Vergleichsdehnung  $\epsilon_1^p$  und die Konstante  $\mu$ , die die "Gesamtverfestigung" in isotropen und kinematischen Anteil aufteilt, zu bestimmen. Als erstes soll die Bestimmung von  $\mu$  beschrieben werden, da sie in allen drei Verfestigungsvarianten gleich ist.

Zur Bestimmung von  $\mu$  wird ein  $\sigma$ - $\epsilon^p$ -Diagramm eines LCF-Versuches benutzt (Bild 4-1). Dazu sucht man sich in diesem Diagramm bei der Dehnungsamplitude  $\epsilon_1^p$  die dazugehörige Spannung  $\sigma_1$  und auf der Abstiegsflanke die isotrope Spannung  $R_1$ . Die Konstante  $\mu$  berechnet sich nun aus der Gleichung

$$\mu = \frac{R_1(\epsilon_1^p) - R_0}{\sigma_1(\epsilon_1^p) - R_0} \quad (4-1)$$

Zur Approximation der Fließkurve durch  $c$  und  $d$  ist es wichtig zu wissen, in welchem Dehnungsbereich die Kurvenanpassung benutzt werden soll. Rechnet man mit höheren plastischen Dehnungen, so wird man eher die Konstanten an den hinteren Teil der Kurve anpassen. Für die bilineare Approximation sucht man sich einen Punkt der Fließkurve und für die multilineare  $n$  Punkte (Bild 4-2).

Der Tangentenmodul errechnet sich bilinear zu

$$E_T = \frac{\sigma_2 - \sigma_F}{\epsilon_2 - \epsilon_F} \quad (4-2)$$

und multilineare zu

$$E_{Tn} = \frac{\sigma_n - \sigma_{n-1}}{\epsilon_n - \epsilon_{n-1}} \quad (4-3)$$

Für die multilineare Funktion benötigt man zwei Punkte, die möglichst nicht weit voneinander entfernt liegen, da die Punktdistanz die Funktion stark beeinflusst. Damit bestimmt man die Konstanten  $n$  und  $k$  der Potenzfunktion (3-12) zu

$$n = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_F}{\sigma_1 - \sigma_F}\right)}{\ln\left(\frac{\epsilon_2 - \sigma_F/E}{\epsilon_1 - \sigma_F/E}\right)} \quad (4-4a,b)$$

$$k = \frac{\sigma_1 - \sigma_F}{(\epsilon_1 - \sigma_F/E)^n}$$

#### 4.3 Konstanten für das plastische CHABOCHE Modell

Für die isotrope Verfestigung müssen zusätzlich zum bekannten  $R_0$  noch die Sättigungsspannung  $R_s$  und der

Exponent  $b$  bestimmt werden. Dazu integriert man die Evolutionsgleichung (3-29) auf

$$R(p) = R_s - (R_s - R_o) e^{-b \epsilon^p} \quad (4-5)$$

Die Spannung  $R_s$  bestimmt man aus dem Sättigungszyklus (Bild 4-3). Weiterhin müssen die Spannungen  $R_i$  aus den Zyklen bis zur Sättigung bestimmt werden.

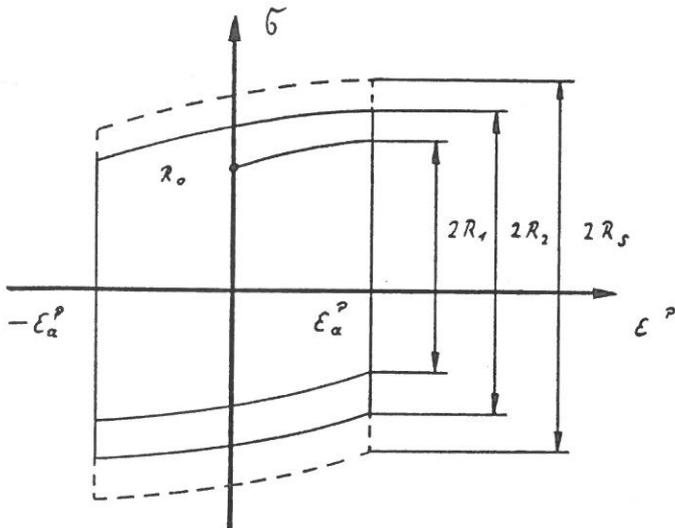


Bild 4-3  
Bestimmung der isotropen Verfestigungskonstanten

Für diese Spannungen  $R_i$  für verschiedene akkumulierte plastische Dehnungen  $p$  läßt sich mittels einer numerischen Interpolation ein optimaler Exponent  $b$  finden. Als Methode wurde dabei die nichtlineare Regression von Späth /4.1/ verwendet. Das Bild 4-4 zeigt die Meßpunkte im Vergleich mit der berechneten Kurve.

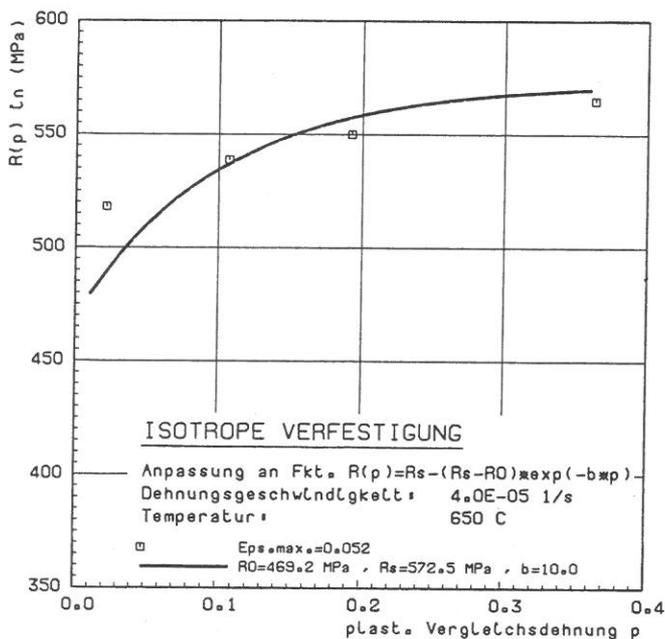
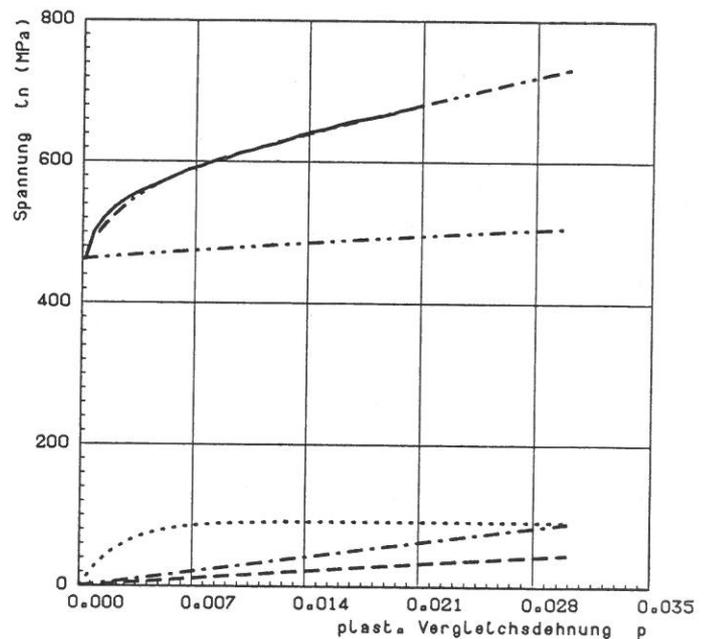


Bild 4-4  
Isotrope Verfestigungsfunktion im Vergleich mit den Meßpunkten

Für einen Zugversuch läßt sich die Evolutionsgleichung (3-36) bzw. (3-42a) aufintegrieren zu

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \\ &= a_1 (1 - e^{-c_1 \epsilon^p}) + a_2 (1 - e^{-c_2 \epsilon^p}) + E_{T_m} \epsilon^p \end{aligned} \quad (4-6)$$

Für eine große Dehnung ermittelt man aus einem Zugversuch den Tangentenmodul  $E_{T_m}$ . Die vier Konstanten  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $c_1$  und  $c_2$  werden wieder mit Hilfe von der nichtlinearen Regression an die Daten des Zugversuches angepaßt. Dazu werden von den Spannungen an mehreren Stellen der Spannungs-Dehnungs-Kurve die jeweiligen isotropen inneren Spannungen, die aus der Gleichung (4-5) berechnet werden, subtrahiert. Diese Spannungsdifferenzen sind gerade die kinematischen inneren Spannungen, die zur Bestimmung der vier Konstanten herangezogen werden. Bild 4-5 zeigt das Ergebnis einer solchen Anpassung an die Fließkurve.



#### Isotrope und kinematische Verfestigung

Aufteilung der Experimentkurve in kinematische und isotrope Verfestigung  
Ges. Dehnamplitude: 0,052,  $T = 650 \text{ C}$   
Dehnungsgeschwindigkeit:  $4,0E-03 \text{ 1/s}$

— Experiment  
- - -  $\alpha_1 = 288,6 \text{ MPa} (1 - \exp(-5,6 \text{ MP}))$   
...  $\alpha_2 = 91,3 \text{ MPa} (1 - \exp(-400,0 \text{ MP}))$   
- - -  $\alpha_3 = 2970,9 \text{ MP}$   
- - -  $R(p) = R_s = 587,7 \text{ MPa}, R_0 = 461,8 \text{ MPa}, b = 14,6$   
- - -  $R(p) + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

Bild 4-5  
Isotrope und kinematische Verfestigung im Vergleich mit Fließkurve

#### 4.4 Konstanten für das viskoplast. CHABOCHE Modell

Für dieses Modell ist es notwendig, die isotropen und kinematischen Verfestigungskonstanten, wie unter Punkt 4.3 beschrieben, für die langsamste Dehnungs-

geschwindigkeit zu bestimmen, weil sie gerade die Verfestigung im quasistatischen Beanspruchungsfall wiedergeben sollen. Da der langsamste LCF-Versuch mit einer Abzugsgeschwindigkeit von  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. durchgeführt worden war, sich aber bei dieser Geschwindigkeit schon die Fließkurve weit über der statischen Verfestigungskurve befindet, wie Zugversuche zeigen (Bild 2-2), konnte eine gute Anpassung nicht erreicht werden. Im Bereich kleiner Verzerungen, die für das LCF-Verhalten wichtig sind, weichen die Spannungen bei dieser Geschwindigkeit wenig ab von denen der Experimente mit höheren Geschwindigkeiten. Dadurch kommt der geschwindigkeitsabhängige Verfestigungseffekt dieses Modells in den Vergleichskurven kaum ersichtlich.

Die Abhängigkeit der viskosen Verfestigung von der Dehnungsgeschwindigkeit wird in diesem Modell durch die Konstanten  $k$  und  $n$  wiedergegeben. Bei einer kleinen Dehnung wurden aus den vorhandenen Zugversuchen die entsprechenden Spannungen herausgesucht (Bild 4-6).

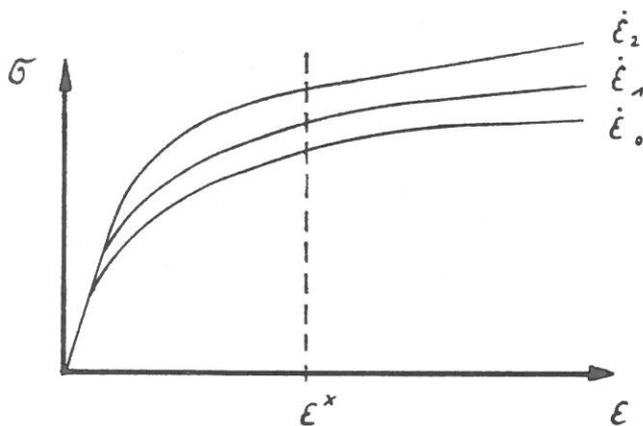


Bild 4-6  
Schematische Darstellung von Zugversuchen mit unterschiedlicher Abzugsgeschwindigkeit

Die Konstanten  $k$  und  $n$  müssen für jedes Experiment der Gleichung

$$\dot{\epsilon}_i = \left( \frac{\sigma |_{\dot{\epsilon}_i, \epsilon^*} - \sigma |_{\dot{\epsilon}_0, \epsilon^*}}{k} \right)^n \quad (4-7)$$

genügen, woraus sie sich numerisch bestimmen lassen.

#### 4.5 Konstanten für das Rheologische Modell

Als erstes werden die Steifigkeiten der Federelemente berechnet. Analog zur HOOKEschen Gleichung

$$\underline{S}' = 2 G \underline{D}' \quad (4-8)$$

soll für  $\bar{c}$  in (3-73) gelten

$$\bar{c} = \frac{c_0 (c_1 + c_2)}{c_0 + c_1 + c_2} = 2 G \quad (4-9)$$

Da nun alle Zugversuche den gleichen elastischen Bereich aufweisen, das Modell aber durch den Einfluß des Dämpfers ein geschwindigkeitsabhängiges Verhalten unterhalb der Fließgrenze aufweist, wird hier folgende Anpassung vorgeschlagen:

1. Die Federkonstanten  $c_1$  und  $c_2$  sind gleich groß und entsprechen dem Elastizitätsmodul

$$c_1 = c_2 = E \quad (4-10)$$

2. Die Konstante  $c_0$  wird für den "statischen" Fall bestimmt. Man nimmt dazu den Dämpferzweig aus dem Modell "heraus". Dadurch wird die zusätzliche geschwindigkeitsabhängige Spannung des Dämpfer-elementes herausgenommen.

Damit berechnet sich  $c_0$  zu

$$c_0 = \frac{\bar{c} \cdot c_1}{c_1 - \bar{c}} \quad (4-11)$$

Die Spannung des Dämpferzweiges entspricht dem Overstress des viskoplastischen CHABOCHE Modells. Die Anpassung der Viskosität an die Zugversuche ähnelt daher dem in Kapitel 4.4 beschriebenen Verfahren zur Bestimmung der Konstanten  $n$  und  $K$ . Die (4-7) entsprechende Gleichung lautet hier

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{2}{3} \frac{1}{2} \left( \sigma |_{\dot{\epsilon}_i, \epsilon^*} - \sigma |_{\dot{\epsilon}_0, \epsilon^*} \right) \quad (4-12)$$

Die Konstanten der in den Kapitel 3.4.1 und 3.4.2 behandelten Versionen des rheologischen Modells entsprechen denen des PRANDTL-REUSS Modells mit bilinearer Verfestigung, und sie werden deshalb an die Ergebnisse des langsamsten zyklischen Zug-Druckversuchs angepaßt. Für das Modell mit parallelgeschalteter Feder müssen der Tangentenmodul  $E_{TF}$  und die Federsteifigkeit  $c_3$  berechnet werden. Dieser Tangentenmodul wurde aus den Werten für die kombinierte Verfestigung gewonnen. Er ergibt sich zu

$$E_{TF} = \mu E_T \quad (4-13)$$

Die Federsteifigkeit bestimmt sich nun aus der Differenz der Gesamtspannung  $\sigma$  zur isotropen Spannung  $\sigma_i$ , die aus dem vorher bestimmten Tangentenmodul berechnet wird, beim statischen Zugversuch zu

$$c_3 = \frac{3}{2} \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon^p} \quad (4-14)$$

#### 4.6 Werte der berechneten Materialkonstanten

An dieser Stelle sollen die bereits diskutierten Konstanten angegeben werden mit denen die Vergleichsrechnungen zu den Experimentergebnissen, die sich auf eine Temperatur von  $T=650^\circ\text{C}$  beziehen, des Werkstoffes PE 16 durchgeführt wurden. Im sechsten Kapitel soll dann ein Vergleich der Rechenergebnisse

mit den Experimenten stattfinden. Die Konstanten werden in der Reihenfolge der Eingabe in das Programm angegeben. Die die Verfestigung betreffenden Konstanten wurden im Hinblick auf die LCF-Versuche an die Versuchsdaten angepaßt. Wie schon oben erwähnt, wären für die viskoplastischen Modelle langsamere LCF-Versuche notwendig gewesen, da der Versuch mit der Dehnungsgeschwindigkeit von  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. schon deutlich viskoplastische Effekte aufweist.

#### 4.6.1 PRANDTL-REUSS Modell

Anpassung an LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. und T=650°C liefert:

Materialmodell : 2  
 Elastizitätsmodul: E = 142500. Mpa  
 Querkontraktionszahl:  $\nu = 0.3$   
 Fließspannung:  $\sigma_F = 461.8$  MPa

Für die jeweiligen Verfestigungsvarianten:

Verfestigung: bilinear 1  
 Verfestigungskonstante:  $\mu = 0.2823$   
 0.  
 0.  
 Tangentenmodul:  $E_T = 9740.$  MPa

Verfestigung: multilinear 7  
 Verfestigungskonstante:  $\mu = 0.2823$   
 0.  
 0.  
 Spannung 1:  $\sigma_1 = 461.8$  MPa  
 Dehnung 1:  $\epsilon_1 = 0.003242$   
 Spannung 2:  $\sigma_2 = 538.0$  MPa  
 Dehnung 2:  $\epsilon_2 = 0.005664$   
 Spannung 3:  $\sigma_3 = 573.7$  MPa  
 Dehnung 3:  $\epsilon_3 = 0.008867$   
 Spannung 4:  $\sigma_4 = 600.6$  MPa  
 Dehnung 4:  $\epsilon_4 = 0.012089$   
 Spannung 5:  $\sigma_5 = 625.7$  MPa  
 Dehnung 5:  $\epsilon_5 = 0.01609$   
 Spannung 6:  $\sigma_6 = 660.0$  MPa  
 Dehnung 6:  $\epsilon_6 = 0.02177$   
 Spannung 7:  $\sigma_7 = 681.6$  MPa  
 Dehnung 7:  $\epsilon_7 = 0.0258$

Verfestigung: nichtlinear 0  
 Verfestigungskonstante:  $\mu = 0.2823$   
 0.  
 0.  
 0.  
 Konstante: k = 1340.9  
 Konstante: n = 0.4682  
 Anfangstangentenmodul:  $E_{T_A} = 70000.$

#### 4.6.2 Plastisches CHABOCHE Modell

Anpassung an LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-3}$  1/sek. und T=650°C liefert:

Materialmodell : 3  
 Elastizitätsmodul: E = 142500. Mpa  
 Querkontraktionszahl:  $\nu = 0.3$   
 Fließspannung:  $R_0 = 461.8$  MPa

Für die jeweiligen Verfestigungsvarianten:

Verfestigung: nur 1  
 Sättigungsspannung:  $R_S = 587.7$  MPa  
 Exponent: b = 14.8  
 kinematische Konstante:  $a_1 = 91.3$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_1 = 400.$

Verfestigung: 3  
 Sättigungsspannung:  $R_S = 587.7$  MPa  
 Exponent: b = 14.8  
 kinematische Konstante:  $a_1 = 288.6$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_1 = 5.6$   
 kinematische Konstante:  $a_2 = 91.3$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_2 = 400.$   
 Tangentenmodul:  $E_{T_\infty} = 2970.$  MPa

#### 4.6.3 Viskoplastisches CHABOCHE Modell

Anpassung an LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. und T=650°C liefert:

Materialmodell : 4  
 Elastizitätsmodul: E = 130000. Mpa  
 Querkontraktionszahl:  $\nu = 0.3$   
 Fließspannung:  $R_0 = 469.2$  MPa

Für die jeweiligen Verfestigungsvarianten:

Verfestigung: nur 1  
 Sättigungsspannung:  $R_S = 572.5$  MPa  
 Exponent: b = 10.  
 Geschwindigkeitseinfluß: k = 24.4 MPa  
 Geschwindigkeitseinfluß: n = 18.979  
 kinematische Konstante:  $a_1 = 138.7$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_1 = 221.5$

Verfestigung: 3  
 Sättigungsspannung:  $R_S = 572.5$  MPa  
 Exponent: b = 10.  
 Geschwindigkeitseinfluß: k = 24.4 MPa  
 Geschwindigkeitseinfluß: n = 18.979  
 kinematische Konstante:  $a_1 = 138.7$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_1 = 221.5$   
 kinematische Konstante:  $a_2 = 10.8$  MPa  
 kinematische Konstante:  $c_2 = 2000.$   
 Tangentenmodul:  $E_{T_\infty} = 1000.$  MPa

#### 4.6.4 Rheologisches Modell

Anpassung an LCF-Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. und  $T=650^{\circ}\text{C}$  liefert:

Materialmodell: 5  
 Elastizitätsmodul:  $E = 130000.$  Mpa  
 Querkontraktionszahl:  $\nu = 0.3$   
 Fließspannung:  $\sigma_F = 469.2$  MPa

Für die jeweiligen Verfestigungsvarianten:

Verfestigung: rein isotrop 1  
 Dämpfungviskosität:  $\eta = 1052.$  1./(MPa sek.)  
 Federsteifigkeit 0:  $c_0 = 433333.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 1:  $c_1 = 130000.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 2:  $c_2 = 130000.0$  MPa

Tangentenmodul:  $E_{TF} = 9036.5$  MPa  
 Verfestigung: durch Feder 2  
 Dämpfungviskosität:  $\eta = 1052.$  1./(MPa sek.)  
 Federsteifigkeit 0:  $c_0 = 433333.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 1:  $c_1 = 130000.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 2:  $c_2 = 130000.0$  MPa  
 Tangentenmodul:  $E_{TF} = 1985$  MPa  
 Federsteifigkeit:  $c_3 = 5500$  MPa

Verfestigung: isotrope u. kinemat. 3  
 Dämpfungviskosität:  $\eta = 1052.$  1./(MPa sek.)  
 Federsteifigkeit 0:  $c_0 = 433333.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 1:  $c_1 = 130000.0$  MPa  
 Federsteifigkeit 2:  $c_2 = 130000.0$  MPa  
 Tangentenmodul:  $E_T = 9036.5$  MPa  
 Verfestigungskonstante:  $\mu = 0.2518$

## 5 Verhalten der Materialmodelle

In diesem Kapitel soll mittels der durchgeführten numerischen Berechnungen das Verhalten der Stoffmodelle miteinander verglichen werden. Die folgenden Beanspruchungsprozesse wurden mit dem PRANDTL-REUSS Modell, dem plastischen und dem viskoplastischen CHABOCHE Modell und dem rheologischen Modell simuliert:

1. Monotone Prozesse: Spannungs- und dehnungsgesteuerte Zug- und Torsionsversuche mit unterschiedlichen, konstanten und sprunghaft geänderten Deformationsgeschwindigkeiten.
2. Haltezeitprozesse: Kriech- und Relaxationsversuche
3. LCF-Prozesse: Spannungs- und dehnungsgesteuerte LCF-Versuche mit unterschiedlichen, konstanten Amplituden und Deformationsgeschwindigkeiten und mit sprunghaft oder stetig geänderter Dehnungsamplitude.
4. LCF-Haltezeitprozesse: Spannungs- und dehnungsgesteuerter LCF-Versuch, der mit einem Kriech- bzw. Relaxationsversuch kombiniert ist.
5. Nichtproportionale Belastungsprozesse: Spannungs- und dehnungsgesteuerte Zug-Torsionspfade.

Als erstes soll das Verhalten bei Zugversuchen und LCF-Versuchen diskutiert werden. Sodann werden viskose Effekte, die bei Haltezeit-, Relaxation- und Kriechversuchen auftreten, näher betrachtet. Abschließend soll das Stoffverhalten in den nichtproportionalen Beanspruchungszustände besprochen werden. In den folgenden Ausführungen werden zu den einzelnen Punkten die wichtigsten Ergebnisse dargestellt. Zeigen die verschiedenen Modelle bei einem Prozess ähnliche Ergebnisse, so wird dies lediglich im Text vermerkt. Eine vollständige Darstellung der Rechenergebnisse ist im Anhang 2 zu finden.

### 5.1 Zugversuche

In den Ergebnissen der Zugversuche lassen sich die Beschreibungsmöglichkeiten der Modelle im plastischen Bereich und bei verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten ablesen. Beim PRANDTL-REUSS Stoff standen zur Modellierung drei verschiedene Fließkurven zur Verfügung (Bild 5-1). Mit dem rheologischen Modell lassen sich dagegen nur bilineare Fließkurven darstellen; das Ergebnis entspricht in diesem Fall dem bilinearen PRANDTL-REUSS Modell.

Mit dem CHABOCHE Modell können nichtlineare Verfestigungskurven dargestellt werden (Bild 5-2). In diesem Punkt unterscheidet sich das plastische nicht vom viskoplastischen Modell. Beide CHABOCHE-Modelle

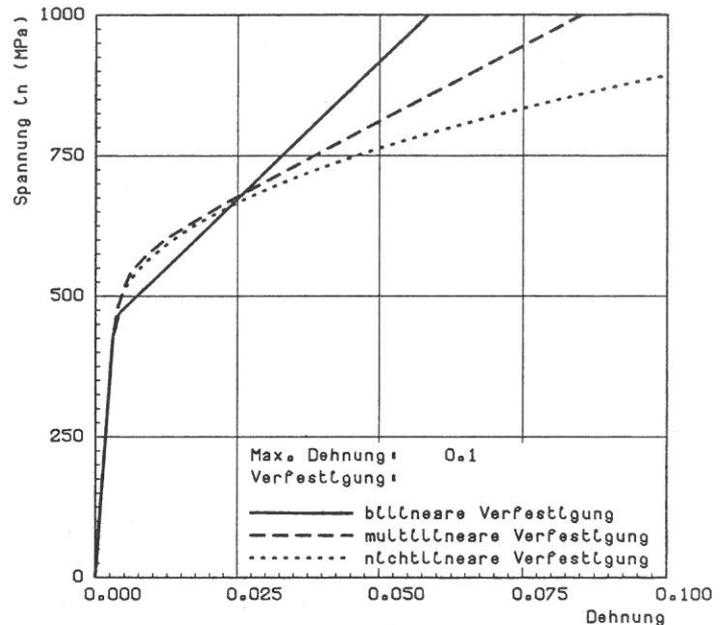


Bild 5-1  
Zugversuch mit dem PRANDTL-REUSS Modell

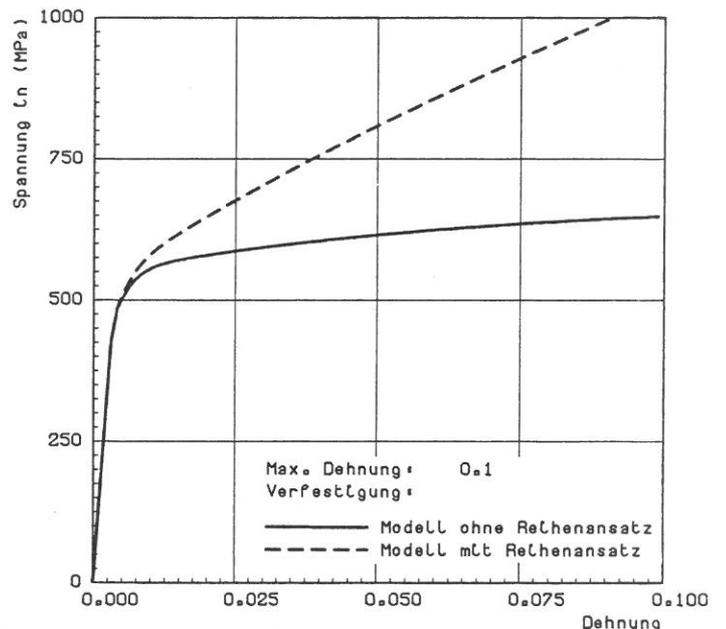


Bild 5-2  
Zugversuch mit dem CHABOCHE Modell

sind mit zwei unterschiedlichen Ansätzen für die kinematische Verfestigung untersucht worden. Im einen Fall wurde nur das erste Glied des Verfestigungsansatzes aus Gleichung 3-30 benutzt (Modell ohne Reihenansatz), im anderen Fall wurden alle Glieder verwendet (Modell mit Reihenansatz).

Den Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die Verfestigungskurve zeigen die Bilder 5-3 und 5-4. Während bei dem rheologischen Modell durch die lineare Evolutionsgleichung des Dämpfers (3-78) auch ein linearer Zusammenhang zwischen Abzugsgeschwindigkeit und viskoser Zusatzspannung besteht (Bild 5-4), zeigt das viskoplastische CHABOCHE Modell hier ein

qualitativ anderes Verhalten (Bild 5-3). Mit steigender Spannung geht der Anstieg des Overstress zurück. Dieser nichtlineare Zusammenhang begründet sich aus dem Ansatz für die viskose Spannung, der durch die Nortonsche Gleichung (3-46) gegeben ist.

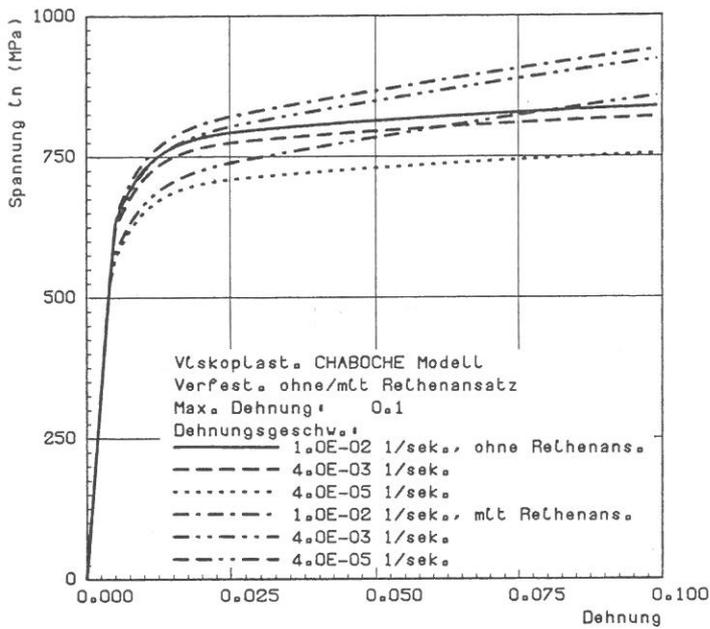


Bild 5-3  
Zugversuche mit dem viskoplastischen CHABOCHE Modell bei verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten

Federn zusätzlich das Dämpferelement eine Rolle, da durch eine starke Dämpfung der Elastizitätsmodul größer erscheint. Weiterhin erkennt man das elastisch-plastische Verhalten des Trockenreibungselementes in Bild 5-5.

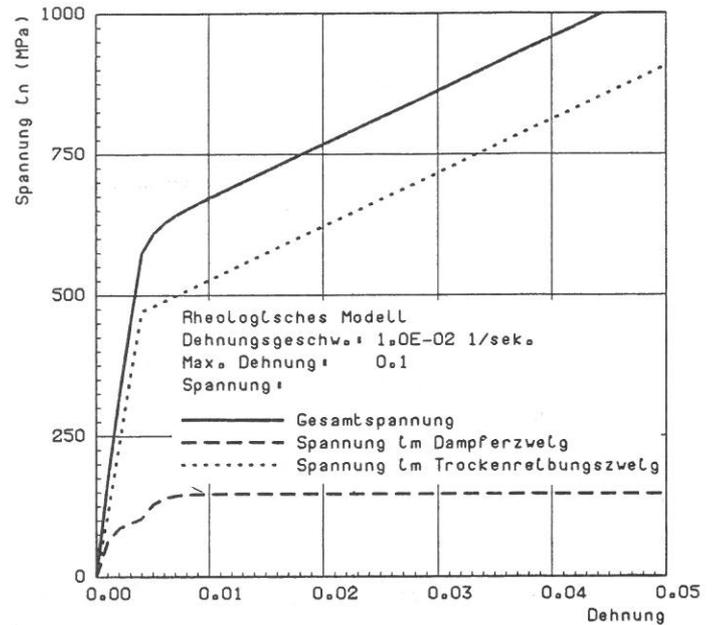


Bild 5-5  
Gesamtspannung und Zweigspannungen des rheologischen Modells

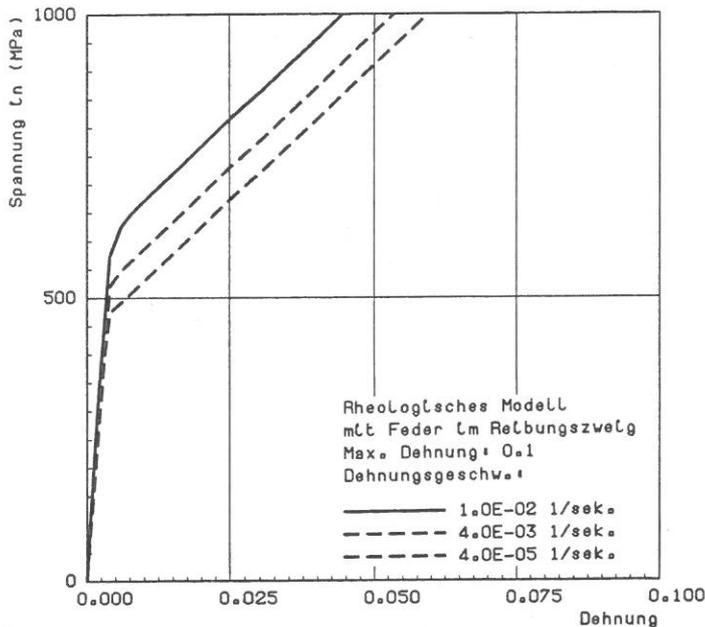


Bild 5-4  
Zugversuche mit dem rheologischen Modells bei verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten

Außer den besprochenen Zugversuchen wurden noch spannungsgesteuerte Zugversuche und dehnungs- und spannungsgesteuerte Torsionsversuche durchgeführt. Diese Versuche ergeben jedoch keine neuen wesentlichen Erkenntnisse über das Modellverhalten.

## 5.2 LCF-Versuche

Bei dehnungsgesteuerten LCF-Versuchen kommt es bei dem PRANDTL-REUSS Modell zu einer steten Zunahme der Fließspannung. Das Modell erreicht keinen Sättigungszustand, da - wie in Kapitel 3.1.2 beschrieben - die Größe  $\mu$  konstant gesetzt wurde. Abhilfe könnte hier eine weitere Evolutionsgleichung für  $\mu$  als Funktion der akkumulierten plastischen Dehnung  $\epsilon_v^p$  schaffen.

Plastisches und viskoplastisches CHABOCHE Modell unterscheiden sich von anderen durch ein generell anderes zyklisches Verfestigungsverhalten (Bild 5-7). Die Zunahme der maximalen Spannung wird mit jedem Zyklus geringer. Dies begründet sich in der nichtlinearen Evolutionsgleichung 3-29 für die isotrope Verfestigung, die die isotrope Spannung in Form einer Exponentialfunktion bis zu einer Sättigungsspannung anwachsen läßt. Eine Möglichkeit, dieses Verhalten in das rheologische Modell einzubauen, wäre, dort einen Ansatz für die isotrope Verfestigung zu verwenden, der der Evolutionsgleichung 3-29 entspricht.

Bei den spannungsgesteuerten zyklischen Prozessen zeigt sich, daß mit jedem Modell zyklisch induziertes

Die Aufteilung der Gesamtspannung in die Zweigspannungen des rheologischen Modells zeigt Bild 5-5. Mit Beginn des Rutschens des Trockenreibungselementes ändert sich die Spannungsgeschwindigkeit im Dämpferelement sprunghaft. Für die Modellierung des elastischen Werkstoffverhaltens spielt hier neben den

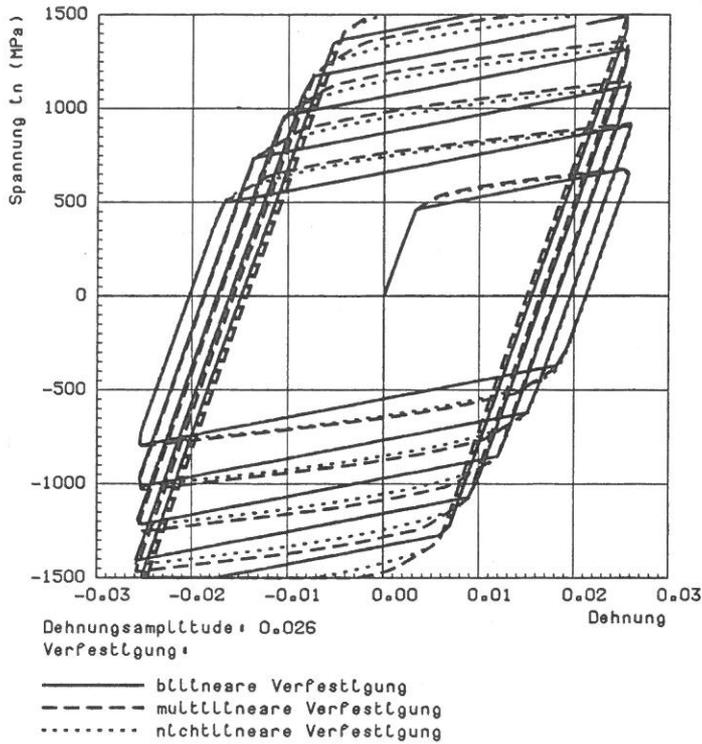


Bild 5-6  
Dehnungsgesteuerter LCF-Versuch mit dem PRANDTL-REUSS Modell

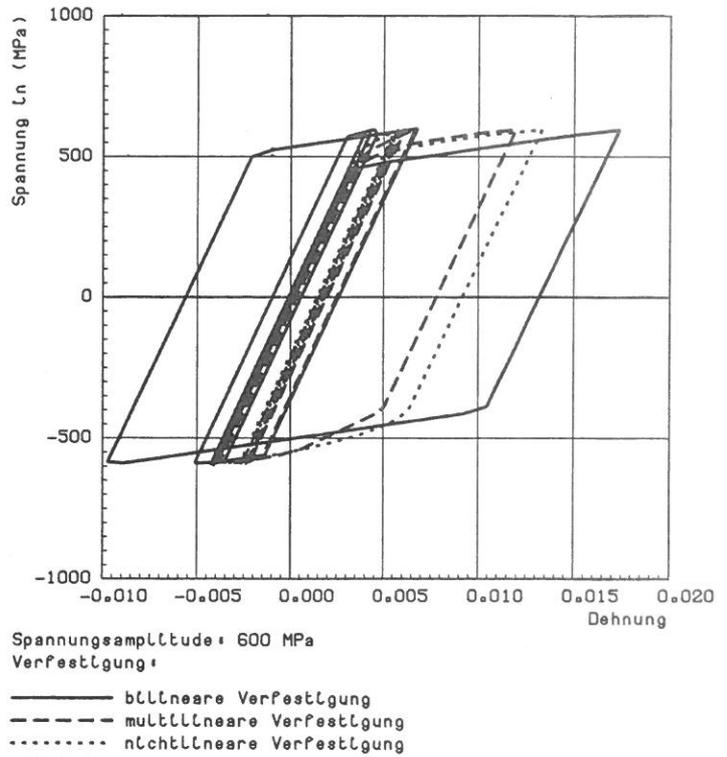


Bild 5-8  
Spannungsgesteuerter LCF-Versuch mit dem PRANDTL-REUSS Modell

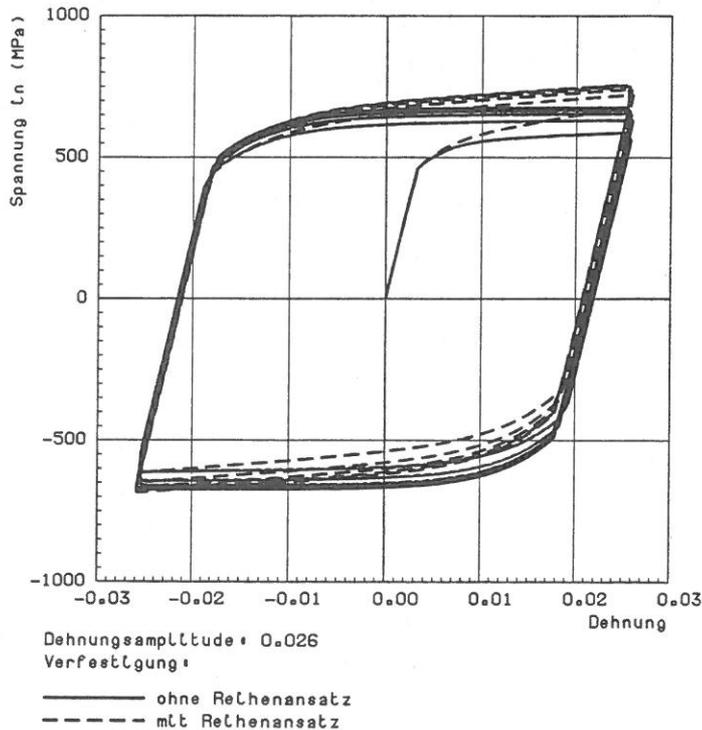


Bild 5-7  
Dehnungsgesteuerter LCF-Versuch mit dem CHABOCHE Modell

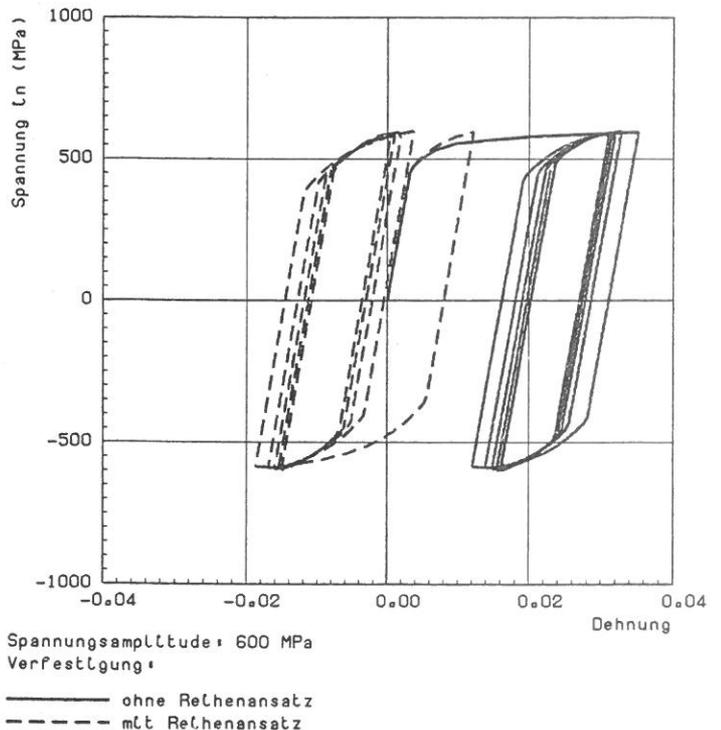


Bild 5-9  
Spannungsgesteuerter LCF-Versuch mit dem CHABOCHE Modell

Kriechen beschrieben werden kann (Bild 5-8,5-9). Dabei ist die Enddehnung abhängig von der Verfestigung. Während die Enddehnung des PRANDTL-REUSS Stoffes immer im Zugbereich liegt, ändert sich bei dem CHABOCHE Stoff sogar das Vorzeichen der Enddehnung (Bild 5-9). Durch welche Parameter dies beeinflusst werden kann, ist nicht ersichtlich. Weiterhin vergrößert sich die zyklische Kriechdehnung mit Zunahme der angelegten Spannungsamplitude, wie die Rechenergebnisse im Anhang zeigen.

Eine Ausnahme in der Beschreibung spannungsgesteuerter zyklischer Prozesse bildet das rheologische Modell. Die Fließkurve weist einen Knick auf bevor die elastische Abstiegsflanke erreicht wird. Dies erklärt sich aus dem Kriechverhalten des Dämpferelementes. Während die Spannung am Dämpferelement schon abnimmt, ist das Trockenreibungselement noch im Fließzustand (Bild 5-10).

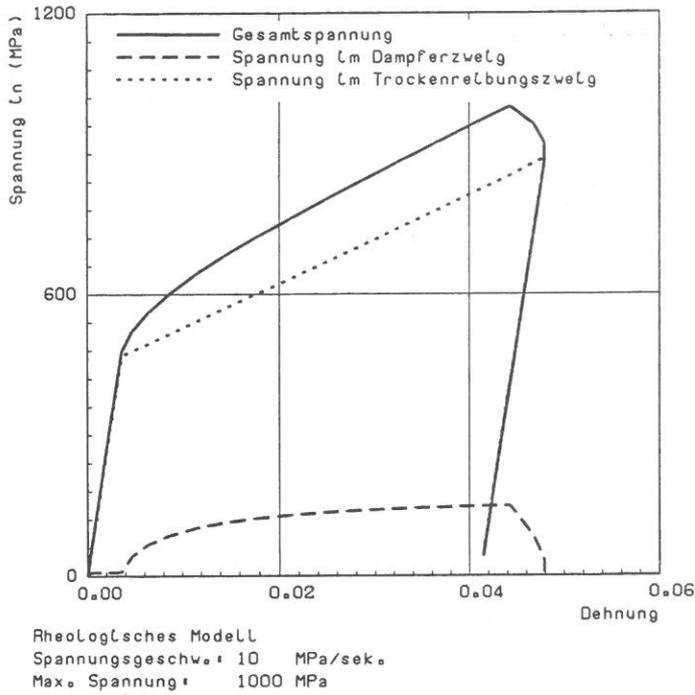


Bild 5-10  
 Aufteilung der Gesamtspannung in die Zweigspannungen bei dem rheologischen Modell in einem LCF-Versuch

Das zyklische Kriechverhalten wird von den Versionen des rheologischen Modells mit reiner isotroper Verfestigung und kombinierter isotroper und kinematischer Verfestigung simuliert. Die Modellvariante mit zusätzlicher Feder im Reibungselementenzweig beschreibt ein schwer interpretierbares Verhalten (Bild 5-11). Nach dem scheinbaren Erreichen einer Enddehnung (Punkt E in Bild 5-11), nimmt die Kriechdehnung stetig zu. Dabei verfestigt sich der Stoff nur im Zugbereich und ist im Druckbereich elastisch.

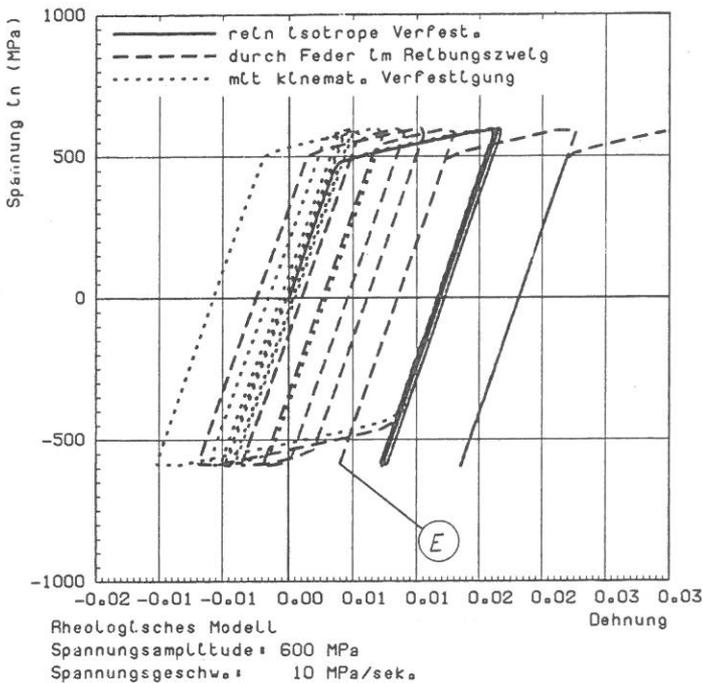


Bild 5-11  
 Spannungsgesteuerter LCF-Versuch mit dem rheologischen Modell

Dies ist ein Beispiel für die aufgetretenen numerischen Probleme. An dieser Stelle konvergierte das benutzte Verfahren zur Integration des anfallenden Anfangswertproblems nicht mehr. Das Rechenergebnis beschreibt hier also nicht das Modellverhalten.

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit des CHABOCHE und des rheologischen Modells lassen die Bilder 5-12 und 5-13 erkennen, die an dehnungsgesteuerten LCF-Prozessen dargestellt sind. Die Ergebnisse sind mit den vorher diskutierten Zug- und LCF-Versuchen kompatibel.

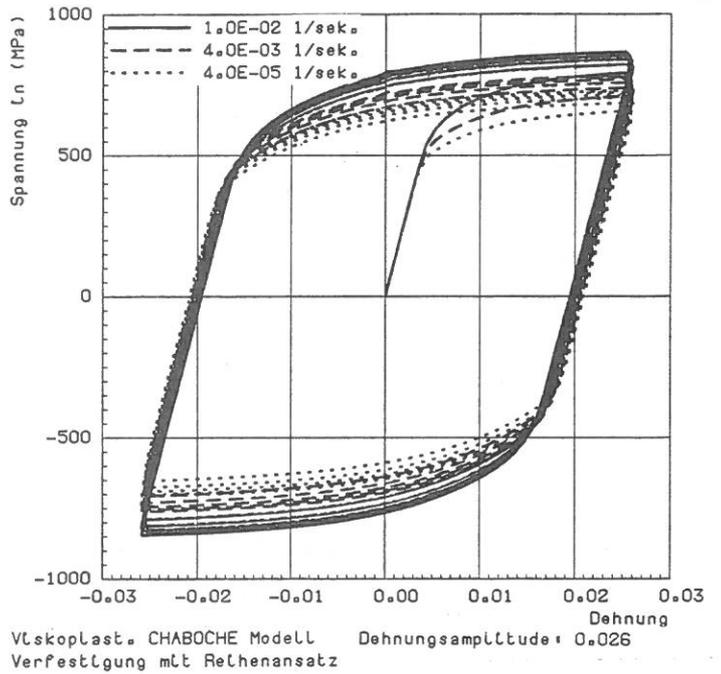


Bild 5-12  
 Spannungsgesteuerte LCF-Versuche mit dem CHABOCHE Modells bei unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeiten.

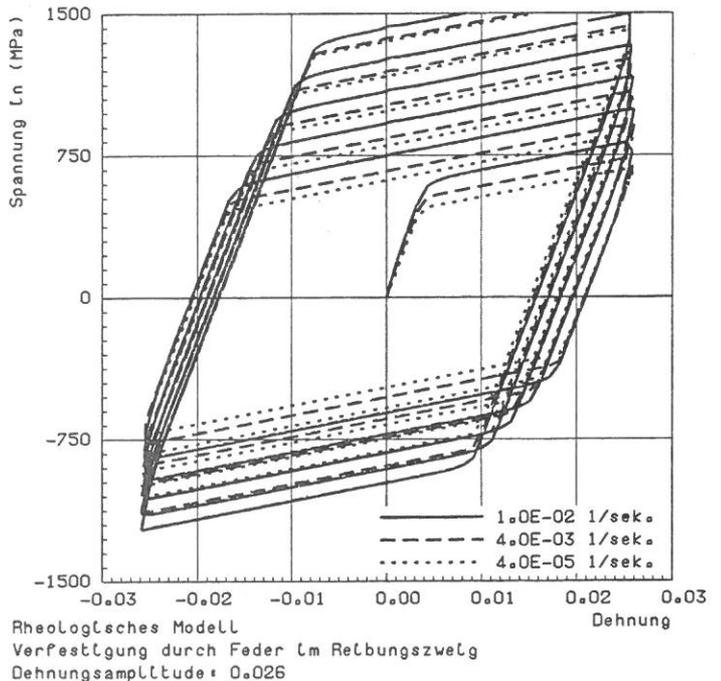


Bild 5-13  
 Spannungsgesteuerte LCF-Versuche mit dem rheologischen Modells bei unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeiten.

LCF-Prozess 1:

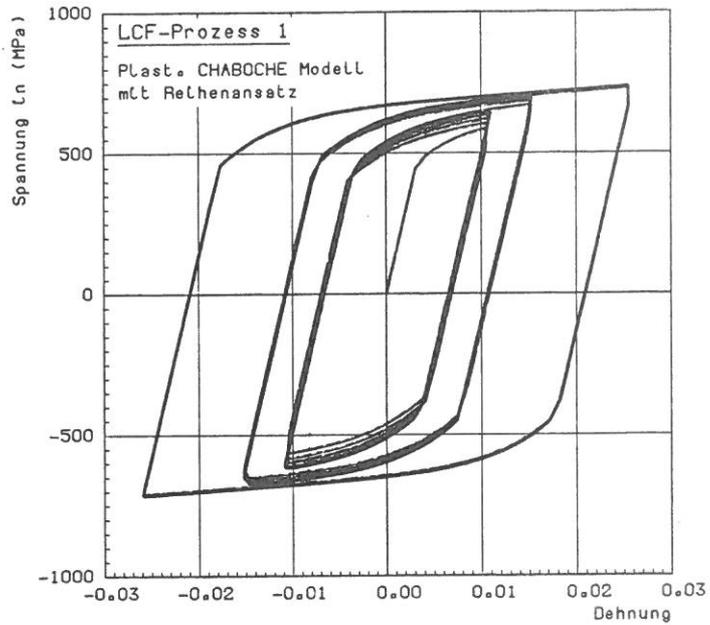
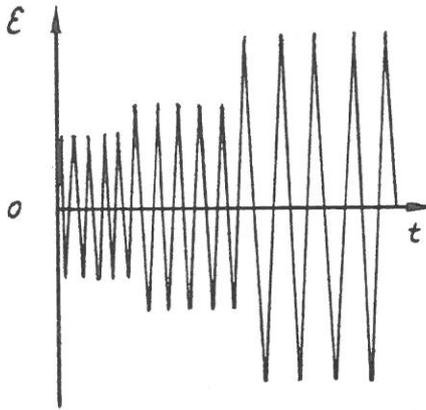


Bild 5-14  
LCF-Prozess 1 mit dem plastischen CHABOCHE-Modell

LCF-Prozess 2:

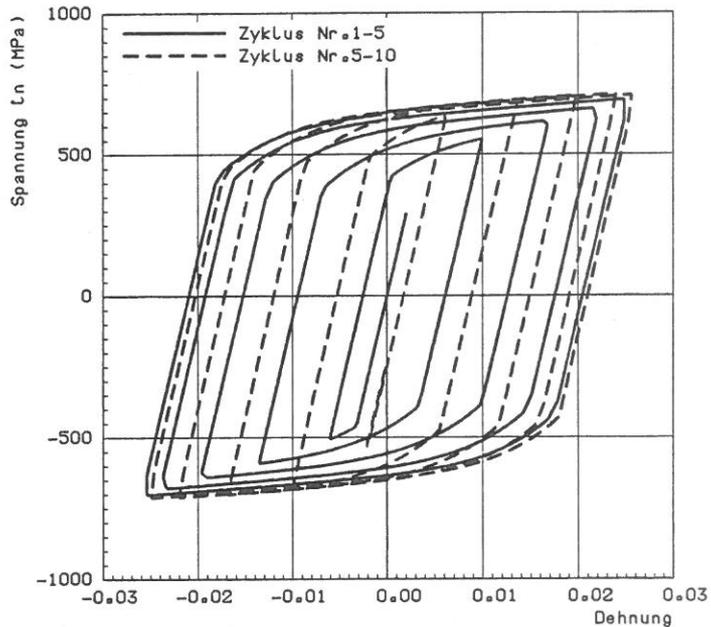
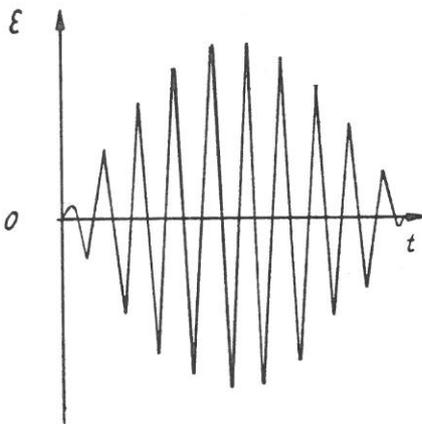


Bild 5-15  
LCF-Prozess 2 mit dem plastischen CHABOCHE Modell

Abschließend seien noch die Ergebnisse von LCF-Prozessen mit variablen Dehnungsamplituden mit dem plastischen CHABOCHE Modell dargestellt, als Beispiele für Beanspruchungsprozesse, die mit dem erstellten Programm durchführbar sind (Bild 5-14 und 5-15).

### 5.3 Viskoses Verhalten

Das viskoplastische Verhalten soll an zwei monotonen Belastungsprozessen analysiert werden. Im dehnungsgesteuerten Prozess 5 wurde eine Beanspruchung mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten simuliert (Bild 5-16). In diesem Diagramm läßt sich erkennen, in welcher Weise sich der Verfestigungszustand mit der

Dehnungsgeschwindigkeit ändert. Zum einen stellt man fest, daß der Zustand spontan geändert wird, d. h., das Material "schaltet" von einer Dehnungsgeschwindigkeit auf die nächste um, ohne daß es einen längeren Übergangsbereich gäbe. Beide Modelle erreichen im letzten Teil des Prozesses wieder ihren anfänglichen Verfestigungszustand. Die Modelle haben also die zeitweilige Änderung der Dehnungsgeschwindigkeit nicht mehr registriert.

Die Simulation des spannungsgesteuerten Prozess 4 (Bild 5-17) zeigt bei beiden Modellen nach der Beschleunigung der Beanspruchung eine Steigerung der Verfestigung. Bei beiden Modellen ändert sich der Spannungszuwachs abrupt mit der Änderung der Be-

Belastungsprozess 5:

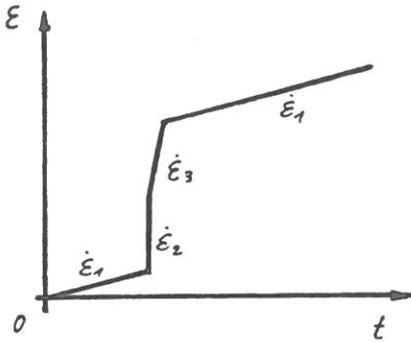
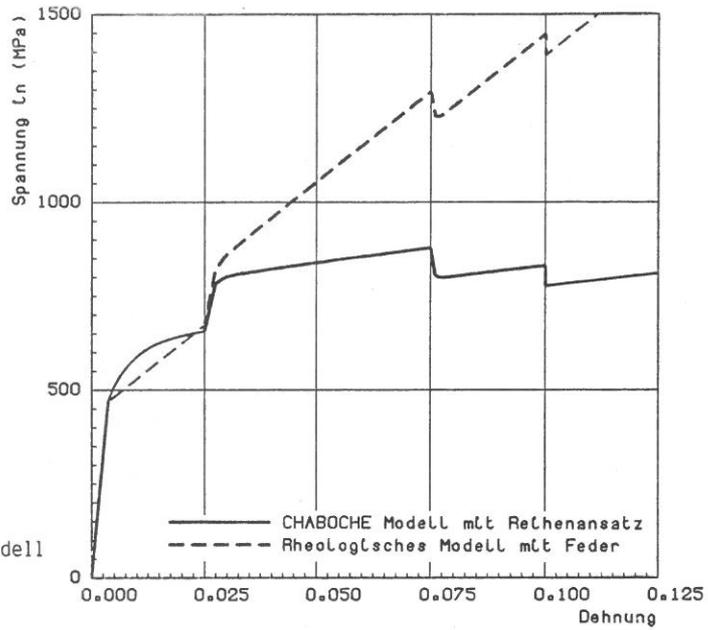


Bild 5-16  
Dehnungsgesteuerter Belastungsprozess 5  
mit dem CHABOCHE und dem rheologischen Modell



Belastungsprozess 4:

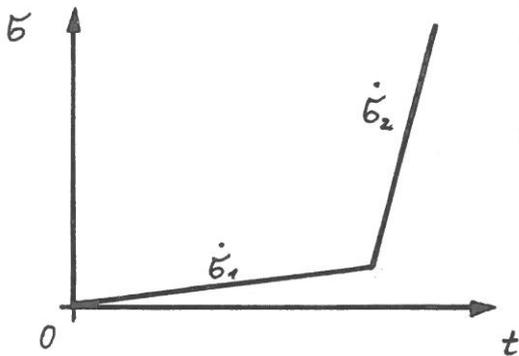
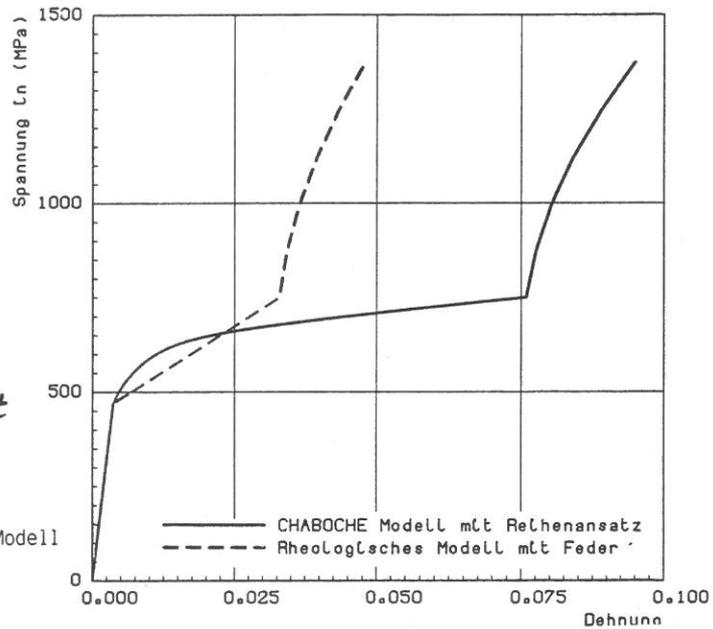


Bild 5-17  
Spannungsgesteuerter Belastungsprozess  
4 mit dem CHABOCHE und dem rheologischen Modell



Haltezeitprozess 1:

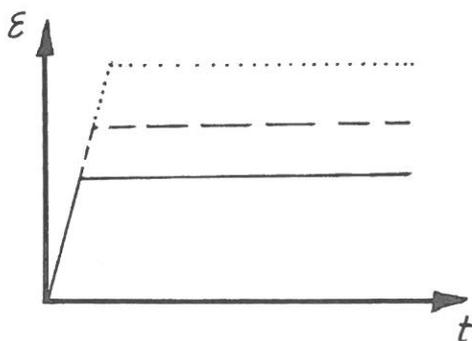
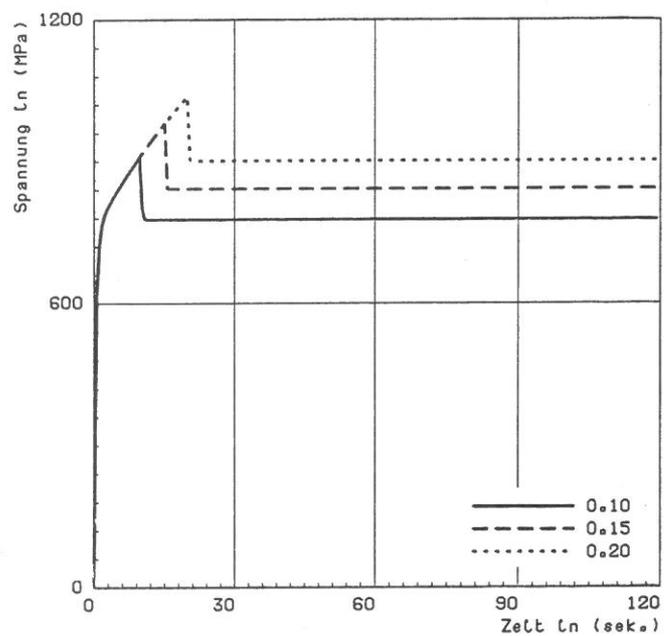


Bild 5-18  
Relaxationsversuch mit dem CHABOCHE Modell  
bei verschiedenen Dehnungsamplituden



Haltezeitprozess 2:

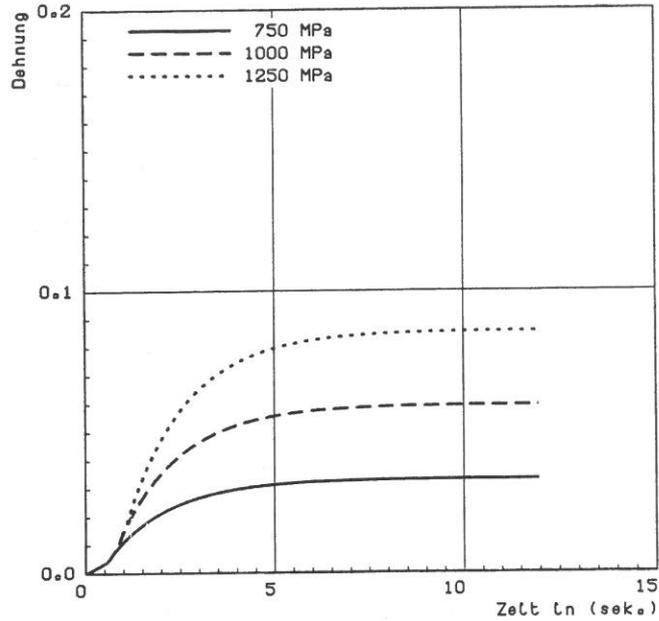
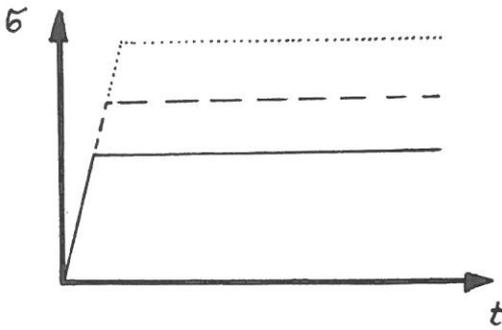


Bild 5-19  
Kriechversuch mit dem rheologischen Modell  
bei verschiedenen Spannungsamplituden

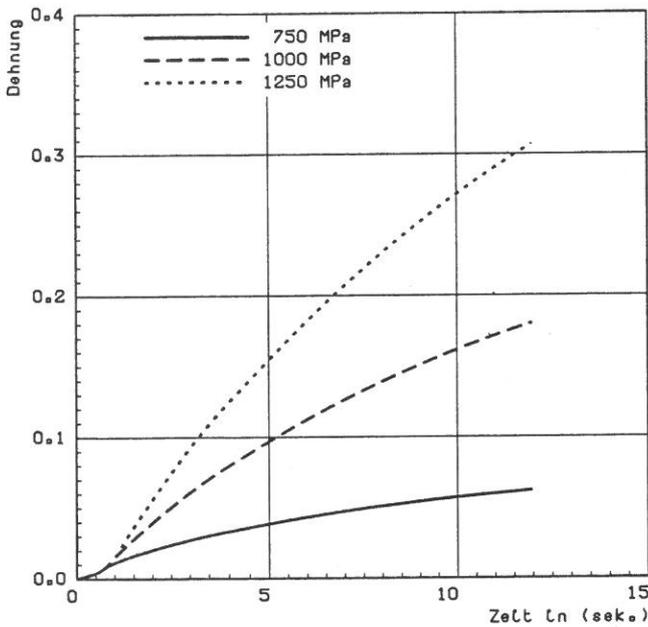


Bild 5-20  
Kriechversuch mit dem CHABOCHE Modell bei verschiedenen  
Dehnungsamplituden

lastungsgeschwindigkeit. Hier müßte nachgeprüft werden, ob diese Kurven denen eines Zugversuches mit der zweiten Spannungsgeschwindigkeit entsprechen.

Das Kriech- und Relaxationsverhalten kann am besten an Haltezeitversuchen mit konstanter Spannung bzw. Dehnung studiert werden. Der Relaxationsversuch zeigt, daß beide Modelle sofort relaxieren und sodann eine konstante Spannung halten. Stellvertretend für alle verwendeten viskoplastischen Modelle sei dies am CHABOCHE Modell dargestellt (Bild 5-18).

Das Kriechverhalten des rheologischen Modell entspricht dem eines MAXWELL-Elementes mit parallelgeschalteter Feder (Bild 5-19). Der Kriechprozess des CHABOCHE Modells dagegen führt nicht auf einen Sättigungszustand, sondern es dehnt sich unbegrenzt (Bild 5-20).

LCF-Haltezeitprozess 1:

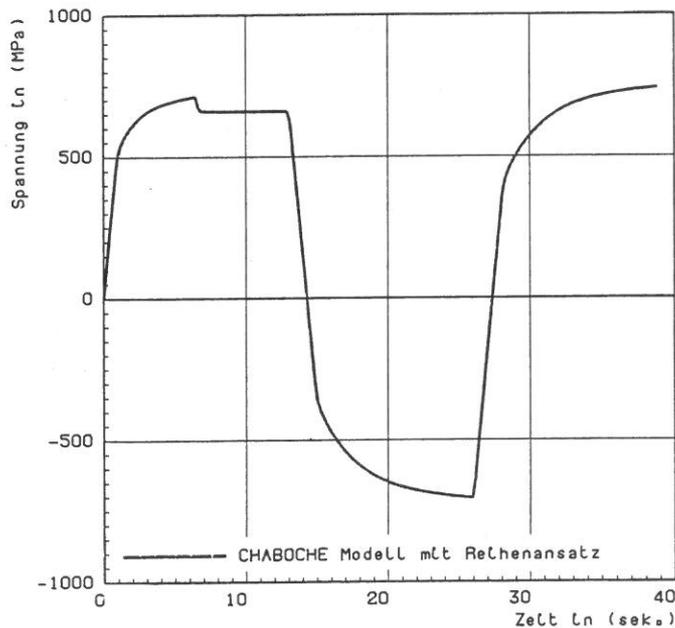
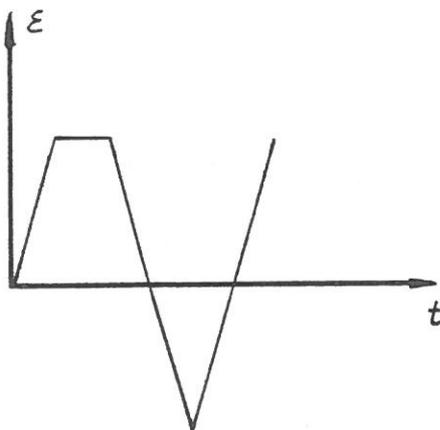


Bild 5-21  
Spannung-Zeit-Diagramm des  
LCF-Haltezeitprozesses 1

#### 5.4 Verhalten bei nichtproportionaler Beanspruchung

Durch die Betrachtung solcher Beanspruchungspfade kann das Verhalten der Stoffmodelle unter komplizierteren Belastungen studiert werden. Leider können nicht alle Modelle miteinander verglichen werden, da sich auch hier das numerische Verfahren für das viskoplastische CHABOCHE Modell und für das rheologische Modell als nicht konvergent erwies. Dieses Konvergenzproblem zeigt sich auch schon im Ergebnis des dehnungsgesteuerten Pfades 2 vom plastischen CHABOCHE Stoff.

Abschließend sollen noch zwei kombinierte Prozesse betrachtet werden, die jeweils aus einem zyklischen Prozess und einem Haltezeitprozess bestehen. Die Untersuchung dieser Prozesse ist interessant, da sie den tatsächlichen Belastungen einer Turbinenschaufeln sehr verwandt sind. Es soll hier der dehnungsgesteuerte LCF-Haltezeitprozess 1 betrachtet werden. Das CHABOCHE Modell relaxiert während der Haltezeit und zeigt danach sein typisches LCF-Verhalten. Leider konnten diesem Modellverhalten nicht die Ergebnisse des rheologischen Modells gegenübergestellt werden, da hier das numerische Verfahren versagte. Als Beispiele seien hier die Ergebnisse des dehnungsgesteuerten LCF-Haltezeitprozesses 1 angeführt (Bild 5-21 und 5-22).

Die Ergebnisse des Beanspruchungspfad 1 unterscheiden sich sowohl qualitativ als auch quantitativ. Während das plastische CHABOCHE Modell beim Pfad 1 im Spannungs-Dehnungs-Diagramm (Bild 5-23) fast eine geschlossene Kurve zeigt, bleibt die Kurve beim PRANDTL-REUSS Modell (Bild 5-24) weit offen, d. h., der Stoff erreicht nach der nichtproportionalen Beanspruchung nicht mehr seinen Ausgangszustand.

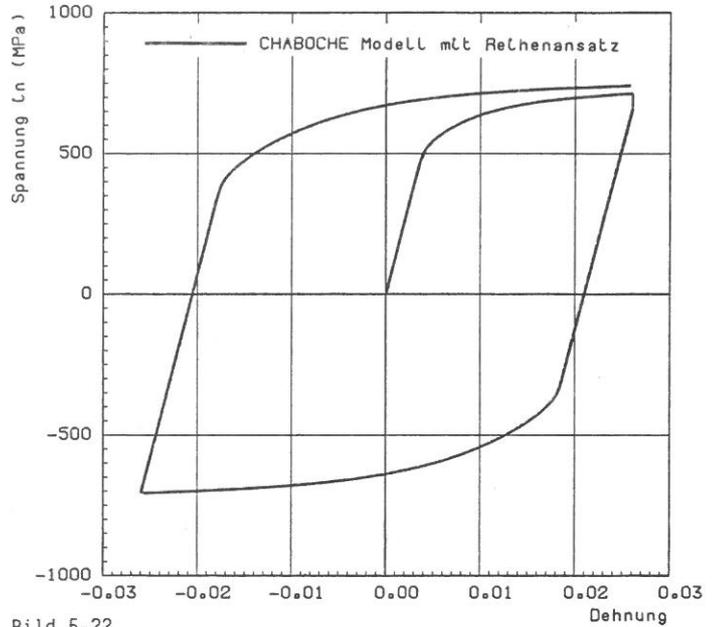


Bild 5-22  
Spannung-Dehnungs-Diagramm des LCF-Haltezeitprozesses 1

Beim Hakenpfad 3 zeigen sich Unterschiede im Schubspannungs-Gleitungs-Diagramm. Beim Erreichen der negativen Torsionsspannung hat die Gleitverzerrung des PRANDTL-REUSS Modells einen positiven Wert (Bild 5-25), die des CHABOCHE Modells ist dagegen negativ (Bild 5-26). Beide Modelle kehren aber wieder zum Ausgangszustand zurück; es ergibt sich keine bleibende Dehnung. Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm gelangen die Modelle auch wieder zum anfänglichen Dehnungszustand zurück.

An dieser Stelle wären noch weitere Untersuchungen theoretischer und experimenteller Natur notwendig, da nicht bekannt ist, wie sich der Werkstoff bei nichtproportionalen Beanspruchungen verhalten würde.

Belastungspfad 1:

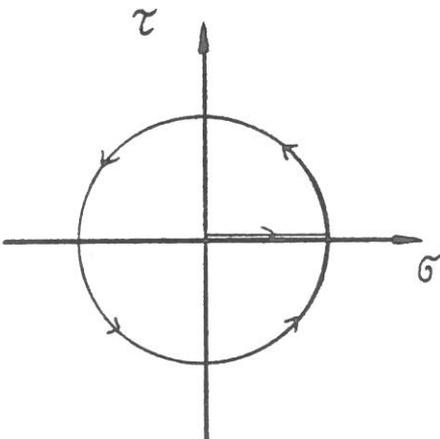
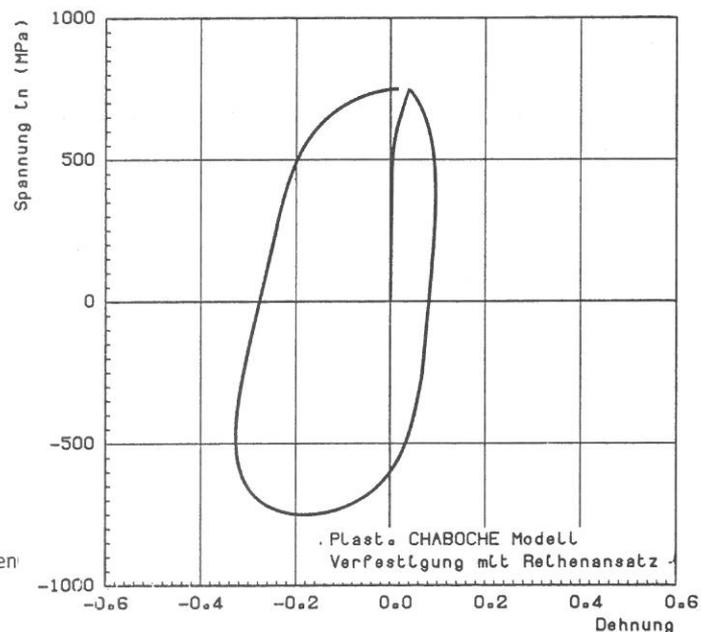


Bild 5-23  
Spannung-Dehnungs-Diagramm des nichtproportionalen Belastungspfad 1 mit dem plastischen CHABOCHE Modell



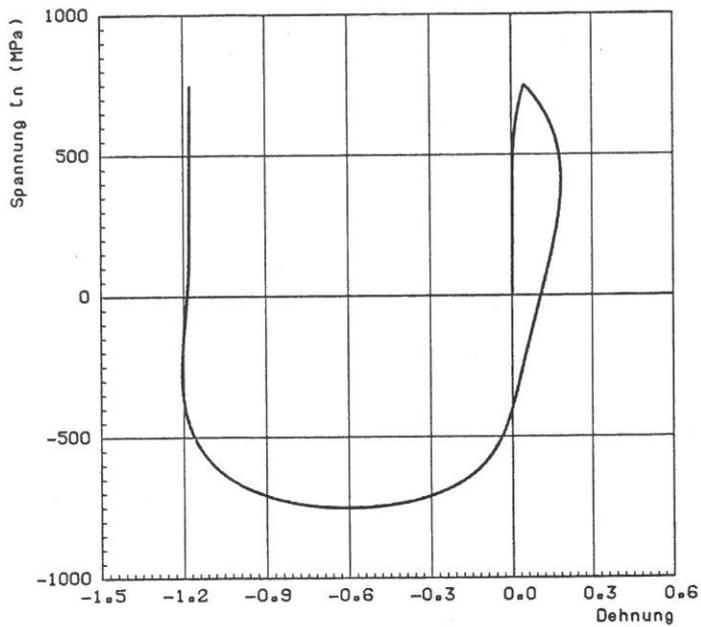


Bild 5-24  
Spannung-Dehnung-Diagramm des nichtproportionalen  
Belastungspfades 1 mit dem PRANDTL-REUSS Modell

Belastungspfad 3:

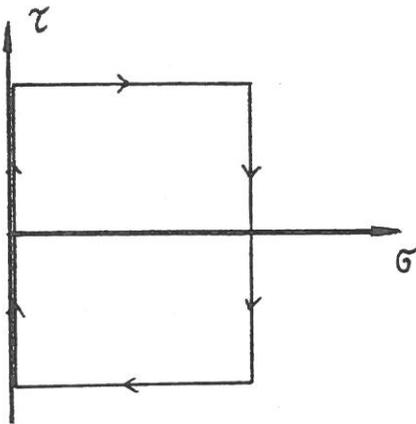


Bild 5-25  
Schubspannung-Gleitungs-Diagramm des Hakenpfades 3  
mit dem PRANDTL-REUSS Modell

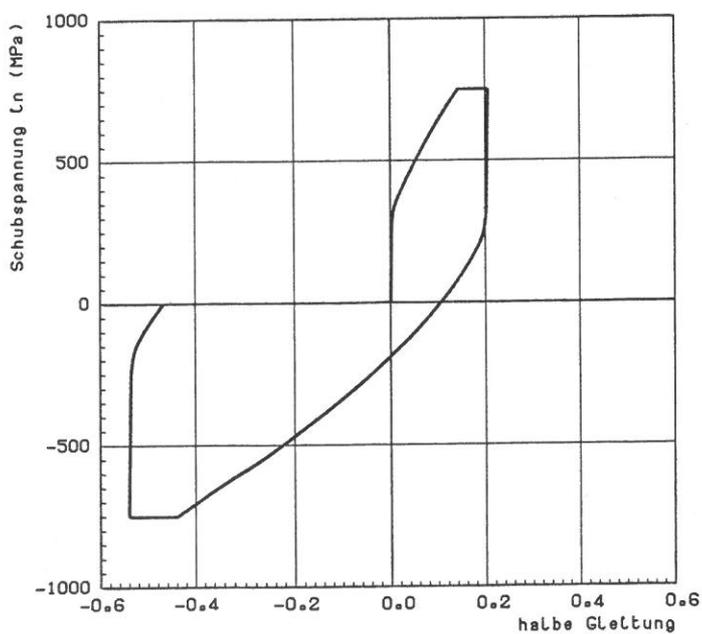
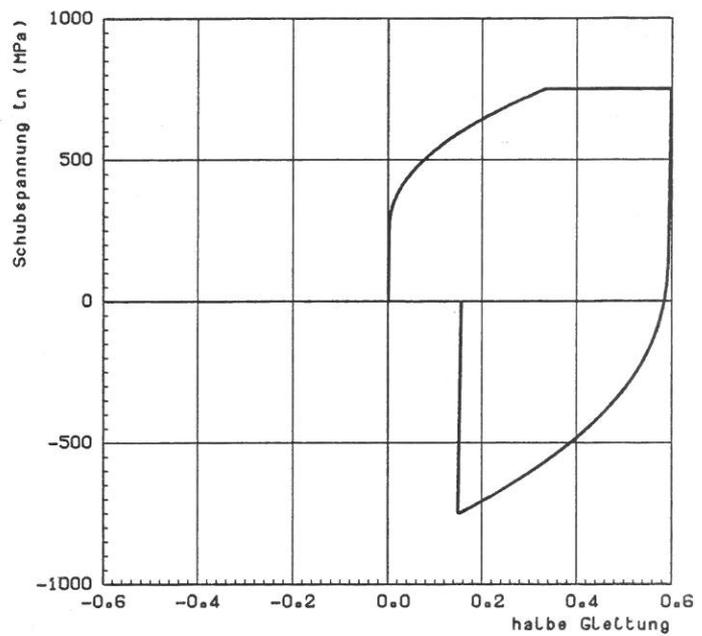


Bild 5-26  
Schubspannung-Gleitungs-Diagramm des Hakenpfades 3  
mit dem CHABOCHE Modell

## 6 Vergleich der Rechenergebnisse mit dem Experiment

Die numerischen Rechnungen wurden mit dem in Kapitel 4 berechneten Materialkonstanten durchgeführt. Aufgrund des Mangels an experimentellen Daten für PE 16 ist die Zuordnung einiger Phänomene zum realen Werkstoffverhalten oder zum reinen Modellverhalten nicht immer eindeutig zu leisten. Ein Vergleich zwischen den Zug- und LCF-Versuchsergebnissen von PE 16 mit den Rechenergebnissen soll nun folgen. Er bezieht sich immer auf die bei einer Temperatur von  $T=650\text{ }^{\circ}\text{C}$  durchgeführten Experimente.

### 6.1 Zugversuche

Die bilineare Approximation der Fließkurve im PRANDTL-REUSS und im rheologischen Modell stellt eine zu starke Vereinfachung des Verfestigungsverhaltens dar (Bild 6-1). Brauchbare Ergebnisse zur Beschreibung des Verfestigungsverhaltens liefern der multilineare und die nichtlinearen Ansätze des PRANDTL-REUSS und des CHABOCHE Modells. Eine gleichzeitige Modellierung der Entfestigung wäre aber nur mit dem multilinearen Ansatz denkbar.

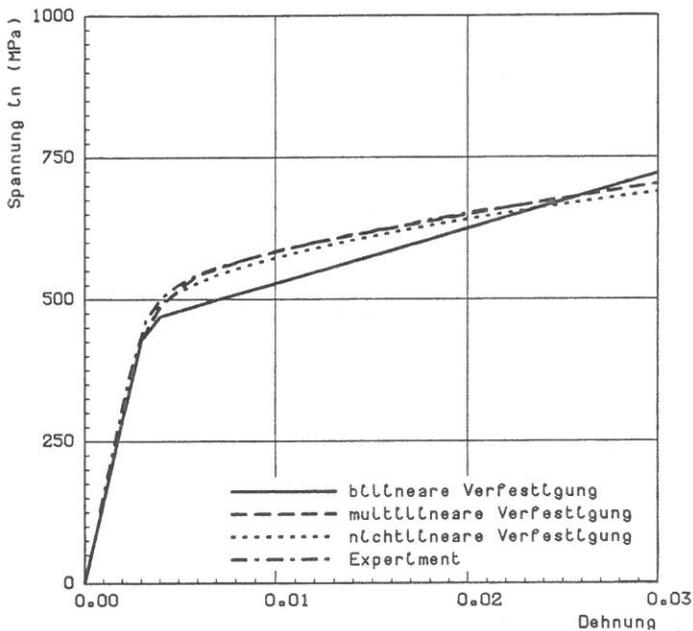


Bild 6-1  
Vergleich der Zugversuchsergebnisse mit dem PRANDTL-REUSS Modell bei  $T=650\text{ }^{\circ}\text{C}$

Die Verfestigungskonstanten wurden an den vorderen Teil der Fließkurven angepaßt. Somit konnte auch das geschwindigkeitsabhängige Verhalten nur in diesem Teil berücksichtigt werden. Da die Unterschiede zwischen den Kurven mit unterschiedlicher Deformationsgeschwindigkeit im Bereich bis zu 2,5 % Dehnung noch sehr gering sind (man vergleiche mit Bild 2-2), ist die Approximation der verschiedenen Fließkurven hier gut. Als ein charakteristisches Ergebnis soll hier der Vergleich des Zugversuchsergebnisses mit dem viskoplastischen CHABOCHE Modell

dokumentiert sein (Bild 6-2), der mit einer Dehnungsgeschwindigkeit von  $\dot{\epsilon} = 1,0 \cdot 10^{-2}$  1/sek. durchgeführt wurde. Die Verfestigungskonstanten wurden aus dem Versuch mit  $\dot{\epsilon} = 4,0 \cdot 10^{-5}$  1/sek. berechnet.

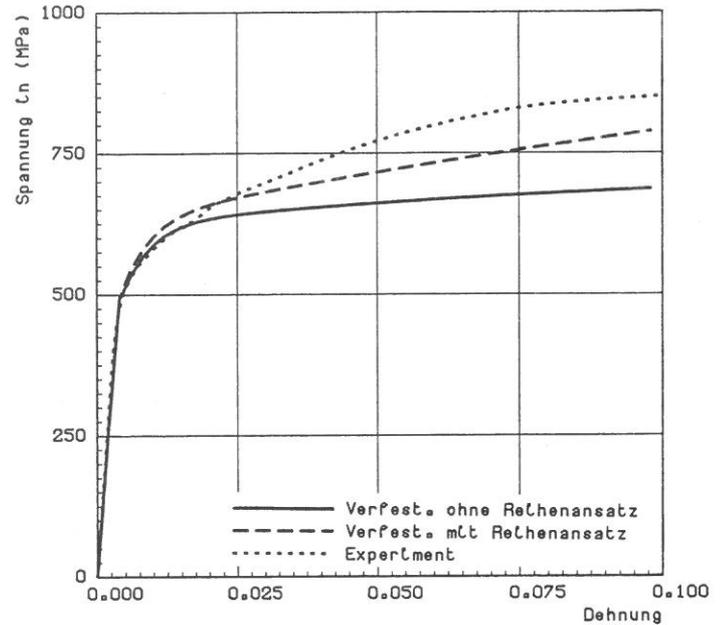


Bild 6-2  
Vergleich des Zugversuchsergebnisses mit dem viskoplastischen CHABOCHE Modell bei  $T=650\text{ }^{\circ}\text{C}$

### 6.2 LCF-Versuche

Die Materialkonstanten der geschwindigkeitsunabhängigen Stoffgleichungen wurden an die Versuchsergebnisse mit einer Dehnungsgeschwindigkeit von  $\dot{\epsilon} = 4,0 \cdot 10^{-3}$  1/sek. angepaßt. Das PRANDTL-REUSS Modell weist deshalb eine gute Übereinstimmung mit dem ersten Zyklus des LCF-Verhaltens von PE 16 bei dieser Geschwindigkeit auf (Bild 6-3). Das Sättigungsverhalten des Werkstoffes kann aber mit diesem Stoffmodell nicht hinreichend beschrieben werden. Besser gelingt dies mit dem CHABOCHE Modell, das einen Sättigungszustand im LCF-Prozess erreicht. Die Differenz zwischen der Sättigungsspannung des Modells und des Werkstoffes begründet sich in der Art der Bestimmung der isotropen Verfestigungskonstanten (Bild 6-4). Dazu muß eine Trennung des elastischen Verhaltens vom plastischen erfolgen, die sich schwierig gestaltet (vergleiche Kapitel 4.3).

Der Vergleich der Modellrechnungen bezüglich des geschwindigkeitsabhängigen Verfestigungsverhaltens ist schwierig zu leisten, da die LCF-Versuche bei nur zwei Geschwindigkeiten durchgeführt wurden, wobei gerade die zweite, schnellere Dehnungsgeschwindigkeit das inverse Verfestigungsverhalten des Werkstoffes beinhaltet (siehe Kapitel 2.1).

Die Bilder 6-5 und 6-6 stellen die Rechenergebnisse bei der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = 4,0 \cdot 10^{-3}$  1/sek.

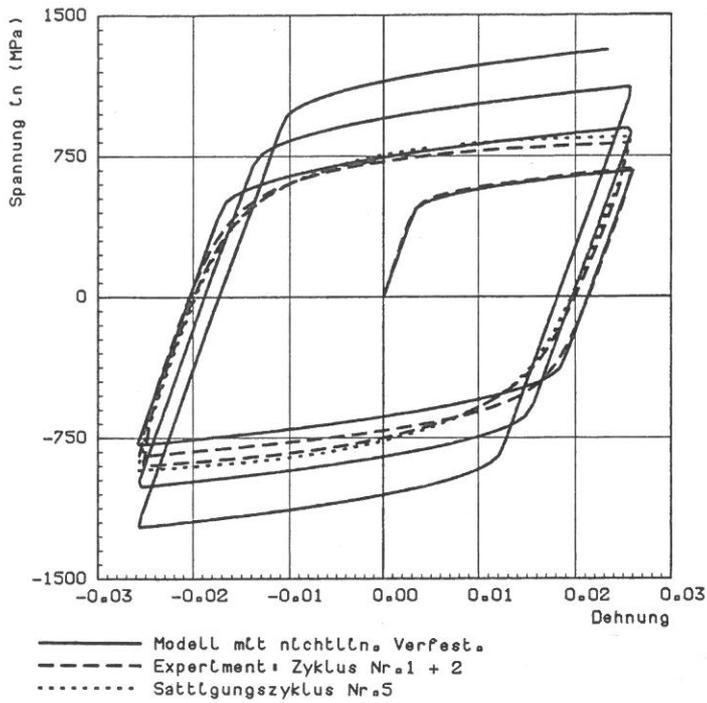


Bild 6-3  
Vergleich des LCF-Versuchsergebnisses mit dem PRANDTL-REUSS Modell bei  $T=650^{\circ}\text{C}$

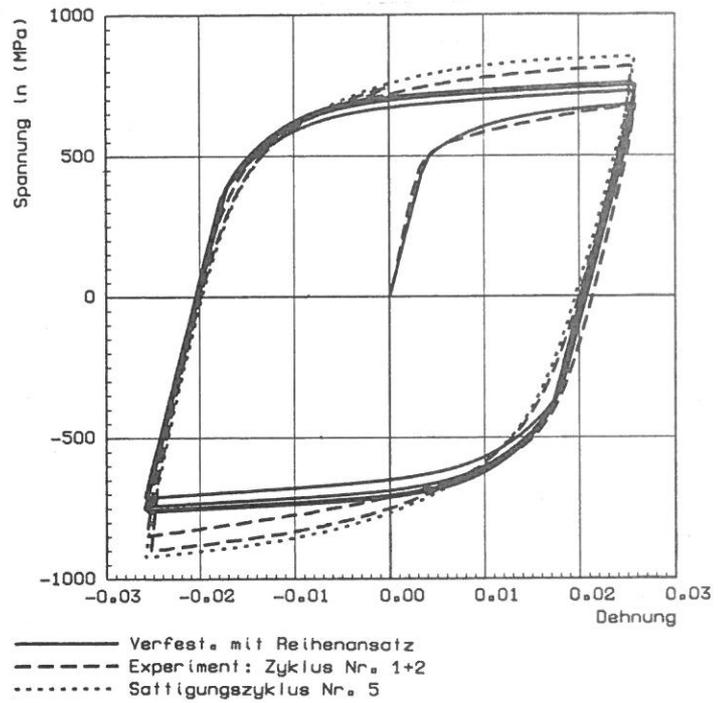


Bild 6-5  
Vergleich des LCF-Versuchsergebnisses mit dem CHABOCHE Modell bei  $T=650^{\circ}\text{C}$

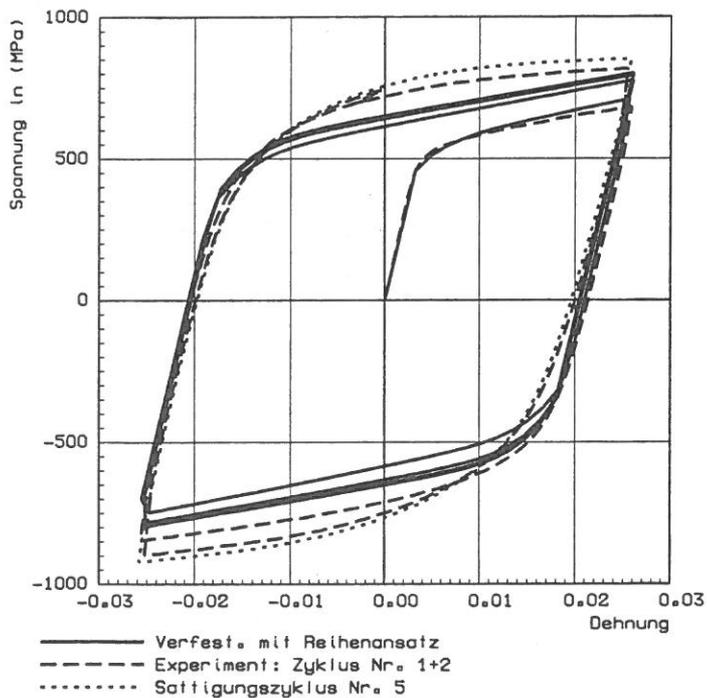


Bild 6-4  
Vergleich des LCF-Versuchsergebnisses mit dem plastischen CHABOCHE Modell bei  $T=650^{\circ}\text{C}$

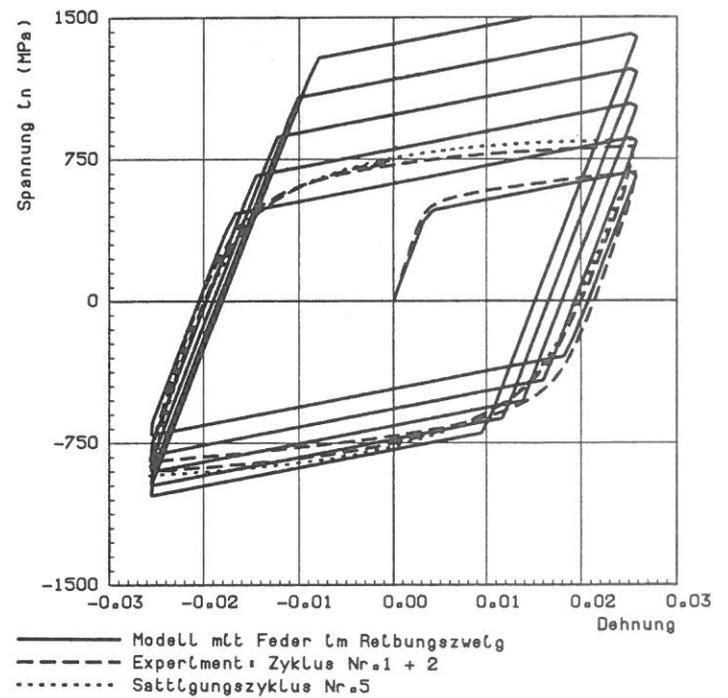


Bild 6-6  
Vergleich des LCF-Versuchsergebnisses mit dem rheologischen Modell bei  $T=650^{\circ}\text{C}$

im Vergleich mit den Versuchsergebnissen dar. Wie im Kapitel 5 besprochen, läßt sich mit dem rheologischen Modell keine Sättigung der Verfestigung (Bild 6-5)

simulieren, was auch wieder die Überlegenheit des CHABOCHE Modelles beweist (Bild 6-6).

## 7 Programmbeschreibung

Das Programmsystem gliedert sich in drei Teile:

1. Aufbereitung des Beanspruchungsprozesses  
Programmroutinen: DATEIN und FUNG
2. Numerische Simulations des Materialverhaltens  
Programmroutine: MATTH
3. Ausgabe der Ergebnisse  
Programmroutinen: DATAUS und PLOTT

Die Programmroutinen MAIN und ABLAUF übernehmen Steuerfunktionen für den Programmablauf. Bei erkannten Fehlern wird durch das Programm ERROR dem Benutzer eine Fehlermeldung geliefert. Das Programmsystem ist für den Dialogbetrieb gestaltet. Nachstehend sollen nun die drei Hauptprogrammteile erläutert werden.

### 7.1 Aufbereitung des Beanspruchungsprozesses

Das erstellte Programmsystem ermöglicht es, unterschiedliche Beanspruchungsprozesse zu simulieren, soweit sie durch Zug- und Torsionsvorgaben realisierbar sind. Der Beanspruchungsprozess wird in ein dynamisch verwaltetes zweidimensionales Feld mit acht Spalten abgelegt. Die acht Spalten dieses Feldes haben folgende Bedeutung:

- Spalte 1: Zeit
- Spalte 2: Spannung
- Spalte 3: Schubspannung
- Spalte 4: Dehnung
- Spalte 5: halbe Gleitung
- Spalte 6: frei
- Spalte 7: Spannungsvorgabe = 1, Dehnungsvorgabe = 2
- Spalte 8: frei

Die Spalten 6 und 8 sind z. B. für Materialmodelle vorgesehen, die es ermöglichen, Temperaturgeschichten zu berücksichtigen.

Die Größe dieses Feldes kann im Hauptprogrammes variiert werden, womit der unterschiedlichen Anzahl von Lastschritten Rechnung getragen werden kann. Die Modellantwort eines Belastungsprozesses wird ebenfalls von diesem Feld verwaltet.

Generell gibt es zwei Möglichkeiten der Vorgabe des Belastungsprozesses. Er kann entweder in Kurzform mittels eines Datenfile mit Prozesskenndaten vorgegeben werden oder als Datenfile, das den vollständigen Prozess mit jedem Lastschritt beinhaltet. Dieses File kann mit dem Programmsystem aus den Prozesskenndaten erstellt werden. Die Berechnung der einzelnen Lastschritte erfolgt dabei in der Routine

FUNG. Der Programmteil FUNG enthält vier Funktionen, die beliebig zu Belastungsprozessen superponiert werden können:

1. Sprungfunktion
2. Lineare Funktion
3. Periodische Funktionen: Dreieckfunktion  
Sinusfunktion

mit jeweils drei verschiedenen Hüllkurven:

lineare Hüllkurve  
exponentielle Hüllkurve  
sinusförmige Hüllkurve

4. Haltezeitfunktion

Mit Hilfe der Zeit als Parameter werden aus den angegebenen Funktionen die Beanspruchungsprogramme kombiniert. Dabei ist zu beachten, daß Spannungs- und Dehnungsvorgaben nicht gleichzeitig vorgegeben werden können.

In einem zweiten Datenfile werden die Materialdaten zur Verfügung gestellt. Die Anordnung der Materialkonstanten in diesem Datenfile ist dem Kapitel 4.6 zu entnehmen.

### 7.2 Numerische Simulation des Materialverhaltens

Die Evolutionsgleichungen der Materialmodelle werden im Modul MATTH integriert. Durch die programmtechnische Gestaltung dieses Moduls ist es möglich diverse plastische und viskoplastische Materialmodelle hier zu integrieren, die sowohl auf Konzepte mit als auch ohne Fließbedingung basieren.

In Kapitel 8 wird eine nähere Erläuterung des Lösungsalgorithmus gegeben. Die Arbeitsweise des Moduls soll hier in Form von Flußplänen für die jeweiligen Modelle erläutert werden. Dabei ist pro Lastschritt jeweils ein Durchlauf des Flußplanes notwendig. Zur Lösung des auftretenden Anfangswertproblems wird die Routine DGEAR aus der mathematischen Programmbibliothek IMSL verwendet. Das Programm besteht aus einem Lösungsalgorithmus von Gear /7.1/ und Hindmarsh /7.2/ für steife Differentialgleichungssysteme erster Ordnung. Es handelt sich dabei um ein implizites Mehrschrittverfahren mit rückwärts genomener Differentiationsformel. Mit Hilfe des Abschneidefehlers wird ein Schrittenweitenwechsel gesteuert und die Ordnung des Verfahrens - das maximal die Ordnung 5 haben kann - verändert. Konvergiert das Verfahren nicht, so wird eine Fehlermeldung an den Benutzer gegeben und die weitere Berechnung abgebrochen.

Das viskoplastische CHABOCHE Modell bereitet die größten numerischen Schwierigkeiten, die sich darin äußerten, daß die Fehlerschranken im benutzten

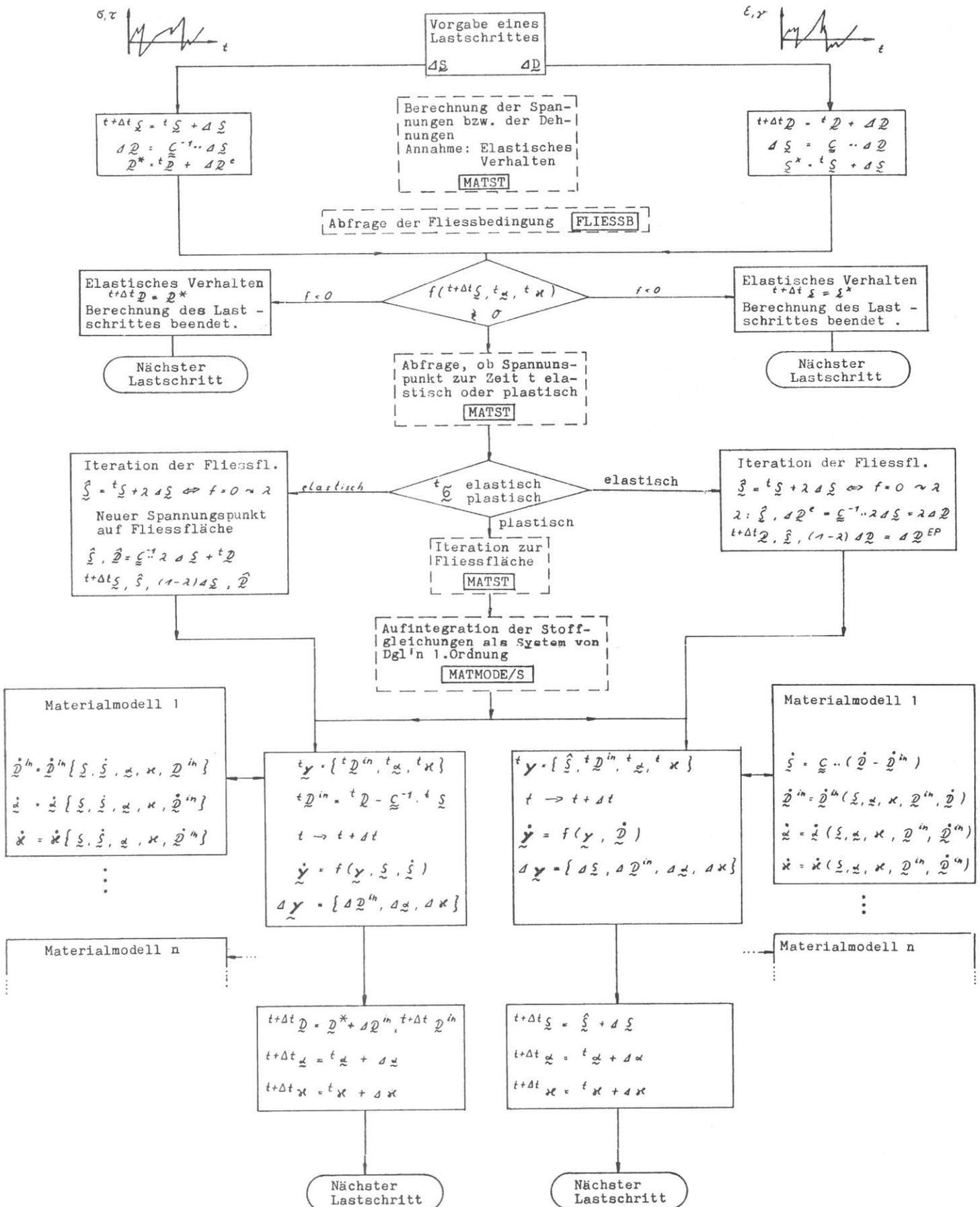
Lösungsalgorithmus nicht eingehalten werden konnten. Gerade bei langsamen Belastungsgeschwindigkeiten, bei denen über eine lange Zeit integriert werden mußte, zeigten sich diese Schwierigkeiten. Als Grund hierfür wäre der exponentielle Ausdruck in der Normalenregel (3-61) des Modells zu nennen, der für hohe  $n$ -Werte große vikoelastische Dehnungen erbringt.

Die nichtproportionalen und die quasistatischen Belastungspfade benötigten bei allen Modellen die längsten Rechenzeiten, da hierbei die Anzahl der Iterationen am größten war. Die Simulation dieser Beanspruchungen waren bei dem geschwindigkeitsabhängigen CHABOCHE Modell nicht mehr möglich oder nur mit Hilfe von sehr langen Rechenzeiten erreichbar (bis zu 7 Stunden Rechenzeit auf einem VAX 8600 Rechner). Zusätzlich mußte bei Prozessen mit kleinen Beanspruchungsgeschwindigkeiten eine kleine Schrittweite gewählt werden, so daß eine erhebliche Anzahl von Lastschritten nötig war (bis zu 10.000 Schritte). Das PRANDTL-REUSS Modell beanspruchte die kürzesten Rechenzeiten, obschon bei langsamen LCF-Prozessen bis zu 20 Minuten Rechenzeit gebraucht

wurden. Generell ergaben sich die längeren Rechenzeiten bei den verschiebungsgesteuerten Berechnungen, da im Bereich des inelastischen Verhaltens die tatsächlichen Spannungen durch Nachiteration gewonnen werden müssen.

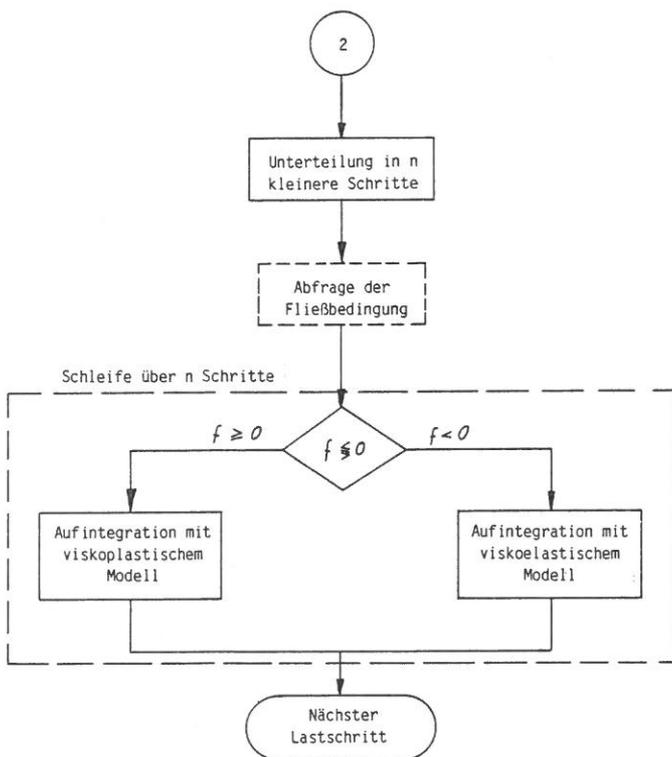
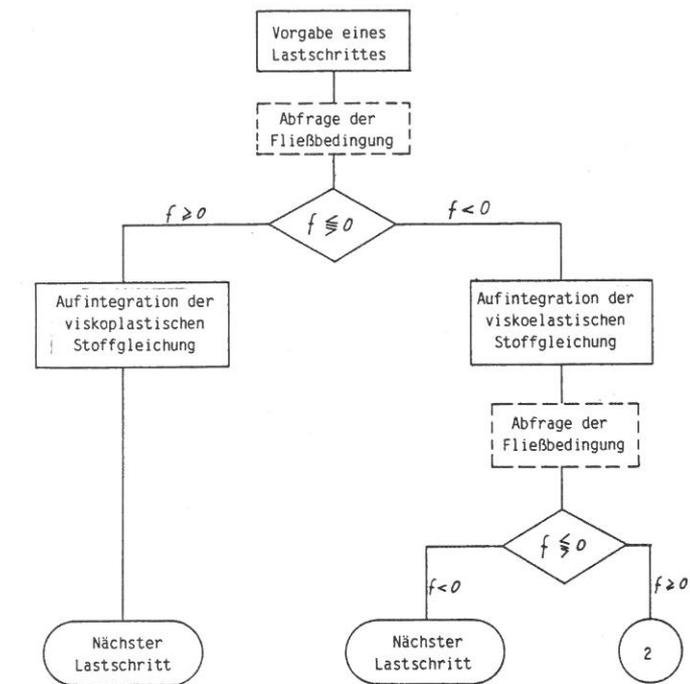
Es erscheint notwendig für die Verwendung von den genannten Modellen in FEM-Programmen sich geeignetere Verfahren zur Lösung von steifen Differentialgleichungssystemen zu beschaffen, wenn man bedenkt, daß die durchgeführten Rechnungen gerade das Ergebnis eines einzigen Integrationspunktes ergeben. Ansätze zur Lösung von steifen Differentialgleichungssystemen sind bei Grigorieff /7.3/ zu finden. Er weist daraufhin, daß es vielversprechend ist, Methoden mit variabler Schrittweite zu benutzen oder Verfahren zu verwenden, die die zweite Ableitung gebrauchen. Speziell für die Verwendung von inelastischen Materialmodellen in FEM-Programmen existieren bereits Vorschläge von Kollmann /7.4/, die aber wahrscheinlich einen Aufbau eines neuen FEM-Programmsystems nötig machen würden.

7.2.1 Programmflußplan für das PRANDTL-REUSS  
und das CHABOCHE Modell



## 7.2.2 Programmflußplan für das rheologische Modell

Spannungs- und dehnungsgesteuerte Rechnung



## 7.3 Ausgabe der Rechenergebnisse

Der Benutzer kann bei der Ausgabe zwischen zwei Formen wählen:

1. Fertiges Plot-Datenfile, welches mittels des am BAM-Referat 1.01 erstellten Programmes DIAPLOT direkt zur Zeichnungserstellung verwendet werden kann.
2. Datenfile mit jeweils den vorgewählten Datenpaaren.

Die zur Auswahl und Steuerung notwendigen Eingaben erfolgen interaktiv. Es können auch mehrere Datenfiles gleichzeitig erzeugt werden.

## 8 Einbau der Stoffgleichungen in ein FEM-Programm

In diesem Kapitel soll ein Vorschlag gemacht werden, wie die verwendeten Stoffgleichungen in ein auf der Verschiebungsmethode beruhendes FEM-Programm eingebaut werden könnte. Im ersten Abschnitt soll das Prinzip der virtuellen Verrückung in die dazu notwendige Form überführt werden. Danach soll es für die jeweiligen Stoffgleichungen formuliert werden, soweit sich Änderungen gegenüber vorausgegangenen Ausführungen ergeben.

### 8.1 Prinzip der virtuellen Verrückungen für inelastische Stoffgleichungen

Ausgehend vom Prinzip der virtuellen Verrückung

$$\int_V \delta^{t+\Delta t} \underline{S} \cdot \delta^{t+\Delta t} \underline{D} dV = \delta^{t+\Delta t} A_a \quad (8-1)$$

wonach "eine Gleichgewichtsruehelage eines Körpers dadurch ausgezeichnet ist, daß die im Zusammenhang mit jeder denkbaren - aus der Gleichgewichtskonfiguration heraus vollzogenen - Verrückungsvariation geleistete Arbeit  $\delta A_a$  der äußeren Kräfte stets gleich dem entsprechenden Spannungsarbeitszuwachs ist" (Zitat Trostel /8.1/), wird verlangt, daß sich der Spannungstensor immer aus einem linear elastischen Verzerrungsanteil berechnen lassen soll, welcher sich als Differenz der Gesamtverzerrung und der inelastischen Verzerrung zur Zeit  $t + \Delta t$  ergibt

$${}^{t+\Delta t} \underline{S} = \underline{C} \cdot ({}^{t+\Delta t} \underline{D} - {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in}) \quad (8-2)$$

Damit läßt sich nun (8-1) umformen in die Gleichung

$$\int_V ({}^{t+\Delta t} \underline{D} - {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in}) \cdot \underline{C} \cdot \delta^{t+\Delta t} \underline{D} dV = \delta^{t+\Delta t} A_a \quad (8-3)$$

Schreibt man für die Verzerrungen zur Zeit  $t + \Delta t$

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \underline{D} &= {}^t \underline{D} + \Delta \underline{D} \\ \delta^{t+\Delta t} \underline{D} &= \delta \Delta \underline{D} \end{aligned}$$

so erhält man aus der Form (8-3) des Prinzips

$$\begin{aligned} \int_V \Delta \underline{D} \cdot \underline{C} \cdot \delta \Delta \underline{D} dV &= \delta^{t+\Delta t} A_a \\ - \int_V ({}^t \underline{D} - {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in}) \cdot \underline{C} \cdot \delta \Delta \underline{D} dV & \end{aligned} \quad (8-4)$$

Mit der Matrix  $\underline{B}_L$ , die die Ansatzfunktionen für die Verschiebungen enthält, führt man eine Verzerrungs-Verschiebungs-Relation ein

$$\Delta \underline{D} = \underline{B}_L \cdot \Delta \underline{u} \quad (8-5)$$

mit der sich wiederum die Elementsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}^E$  definieren läßt

$$\underline{K}^E = \int_V \underline{B}_L^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{B}_L dV \quad (8-6)$$

Einsetzen in (8-4) bringt die gewünschte Form des Prinzips

$$\underline{K}^E \cdot \Delta \underline{u} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} - \int_V \underline{B}_L^T \cdot \underline{C} \cdot ({}^t \underline{D} - {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in}) dV \quad (8-7)$$

mit dessen Hilfe sich beliebige inelastische Stoffmodelle in ein FEM-Programm einbauen lassen, unter der Voraussetzung, daß sich ein inelastischer und ein linear elastischer Verzerrungsanteil zur Gesamtverzerrung addieren. Der Vektor  $\underline{R}$  ist der Lastvektor der äußeren Knotenkräfte. Das Integral auf der rechten Seite stellt eine innere Knotenkraft  $\underline{F}$  dar, die im Gleichgewichtsfall der äußeren Knotenkraft entsprechen muß

$$\underline{K}^E \cdot \Delta \underline{u} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} - {}^{t+\Delta t} \underline{F} \quad (8-8)$$

Der erforderliche Iterationsprozess startet mit der Vorgabe eines Verschiebungsincrementes  $\Delta \underline{u}$ . Mittels (8-3) berechnet man sich nun das zugehörige Dehnungsincrement  $\Delta \underline{\epsilon}$ . Aus der Stoffgleichung kann damit ein zugehöriger Spannungsvektor und der inelastische Anteil an den Gesamtverzerrungen berechnet werden. Damit lassen sich durch (8-7) die inneren Knotenkräfte berechnen. Nun ist ein implizites lineares Gleichungssystem der Form (8-8) zu lösen, welches einen neuen Startwert für das Verschiebungsincrement  $\Delta \underline{u}$  ergibt. Die Iteration muß so lange durchgeführt werden, bis die rechte Seite in (8-8) verschwindet. Dieser Iterationsprozess sei nun kurz notiert:

Vorgabe eines Verschiebungsincrementes:

$$\Delta \underline{u}^{(i)}$$

Berechnung der neuen Verschiebung:

$${}^{t+\Delta t} \underline{u}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \underline{u}^{(i-1)} + \Delta \underline{u}^{(i)}$$

$${}^{t+\Delta t} \underline{u}^{(0)} = {}^t \underline{u}$$

Berechnung der neuen Verzerrung:

$${}^{t+\Delta t} \underline{D}^{(i)} = \underline{B}_L \cdot {}^{t+\Delta t} \underline{u}^{(i)}$$

Einsetzen in Stoffgleichung ergibt:

$${}^{t+\Delta t} \underline{D}^{(i)} \rightarrow {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in(i)}, {}^{t+\Delta t} \underline{S}^{(i)}$$

Berechnung der neuen inneren Knotenkräfte:

$${}^{t+\Delta t} \underline{F}^{(i)} = \int_V \underline{B}_L^T \cdot \underline{C} \cdot ({}^{t+\Delta t} \underline{D}^{(i)} - {}^{t+\Delta t} \underline{D}^{in(i)}) dV$$

Lösung eines impliziten Gleichungssystems:

$$\underline{K}^E \cdot \Delta \underline{u}^{(i+1)} = {}^{t+\Delta t} \underline{R} - {}^{t+\Delta t} \underline{F}^{(i)}$$

Die Berechnung der inelastischen Verzerrungen aus der Vorgabe einer Gesamtdehnung wurde im Kapitel 7 behandelt. Während sich für das PRANDTL-REUSS und die beiden CHABOCHE Modelle keine Änderungen ergeben,

bildet das rheologische Modell hier eine Ausnahme, da es sich unterhalb der Fließgrenze viskoelastisch verhält.

### 8.2 Stoffmodelle mit elastischen Verhalten unterhalb der Fließgrenze

Dieses Kapitel bezieht sich auf das PRANDTL-REUSS und die CHABOCHE Modelle. Bis zum Erreichen der Streckgrenze gilt

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} D^{in} &= {}^t D^{in} \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\zeta} &= \underline{\zeta} \cdot ({}^{t+\Delta t} D - {}^{t+\Delta t} D^{in}) \end{aligned}$$

Wird die Fließbedingung auch mit dieser Spannung nicht erfüllt, so liegt rein elastisches Verhalten vor, und der nächste Schritt des Iterationsprozesses kann begonnen werden. Wenn die Fließbedingung erfüllt wird, so müssen die inelastischen Verzerrungen und die Spannungen durch Iteration aus der Fließregel und den Evolutionsgleichungen für die inneren Variablen gewonnen werden. Die Gleichungen für die dehnungsgeussteuerte Rechnung der einzelnen Modelle sind im Kapitel 3 zu finden.

### 8.3 Rheologisches Modell

In diesem Fall existiert auch ein inelastischer Verzerrungszuwachs unterhalb der Fließgrenze. Wird die Fließbedingung nicht befriedigt, so müssen die rein viskoelastischen Stoffgleichungen iteriert werden:

Zweigspannungen:

$$\begin{aligned} \underline{\zeta}'_1 &= \frac{c_1}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0 (D' - D'_1) - c_2 D'_1] \\ \underline{\zeta}'_2 &= \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0 D' + c_1 D'_1] \end{aligned}$$

Evolutionsgleichung für das Dämpferelement:

$$\dot{D}'_1 = \frac{1}{\tau} \underline{\zeta}'_1$$

Inelastische Verzerrung:

$$D^{in'} = \frac{c_1}{c_1 + c_2} D'_1$$

Gesamtspannung:

$$\begin{aligned} \underline{\zeta}' &= \underline{\zeta} (D' - D^{in'}) \\ S_p(\underline{\zeta}) &= 3K S_p(D) \end{aligned}$$

Mit dieser neuen Spannung muß nun wieder die Fließbedingung abgeprüft werden, um sicher zu sein, daß der Spannungszustand weiterhin viskoelastisch ist. Im anderen Falle gelten folgende Gleichungen:

Zweigspannungen:

$$\begin{aligned} \underline{\zeta}'_1 &= \frac{c_1}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0 (D' - D'_1) + c_2 (D'_2 - D'_1)] \\ \underline{\zeta}'_2 &= \frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} [c_0 (D' - D'_2) + c_1 (D'_1 - D'_2)] \end{aligned}$$

Evolutionsgleichung für das Dämpferelement:

$$\dot{D}'_1 = \frac{1}{\tau} \underline{\zeta}'_1$$

Evolutionsgleichungen für das Trockenreibungselement:

$$\dot{D}'_2 = \frac{\frac{c_2}{c_0 + c_1 + c_2} (\underline{\zeta}'_2 - \underline{\zeta}'_3) \cdot (c_0 \dot{D}'_1 + c_1 \dot{D}'_1)}{\frac{2}{3} R^2 \left[ \frac{c_2 (c_0 + c_1)}{c_0 + c_1 + c_2} + c_3 + \frac{2}{3} \frac{E E_T}{E - E_T} \right]}$$

$$\dot{R} = \frac{E E_T}{E - E_T} \dot{\epsilon}_{v2}, \quad \dot{\underline{\zeta}}'_3 = c_3 \dot{D}'_2$$

Inelastische Verzerrung:

$$D^{in'} = \frac{c_1}{c_1 + c_2} D'_1 + \frac{c_2}{c_1 + c_2} D'_2$$

Gesamtspannung:

$$\begin{aligned} \underline{\zeta}' &= \underline{\zeta} (D' - D^{in'}) \\ S_p(\underline{\zeta}) &= 3K S_p(D) \end{aligned}$$

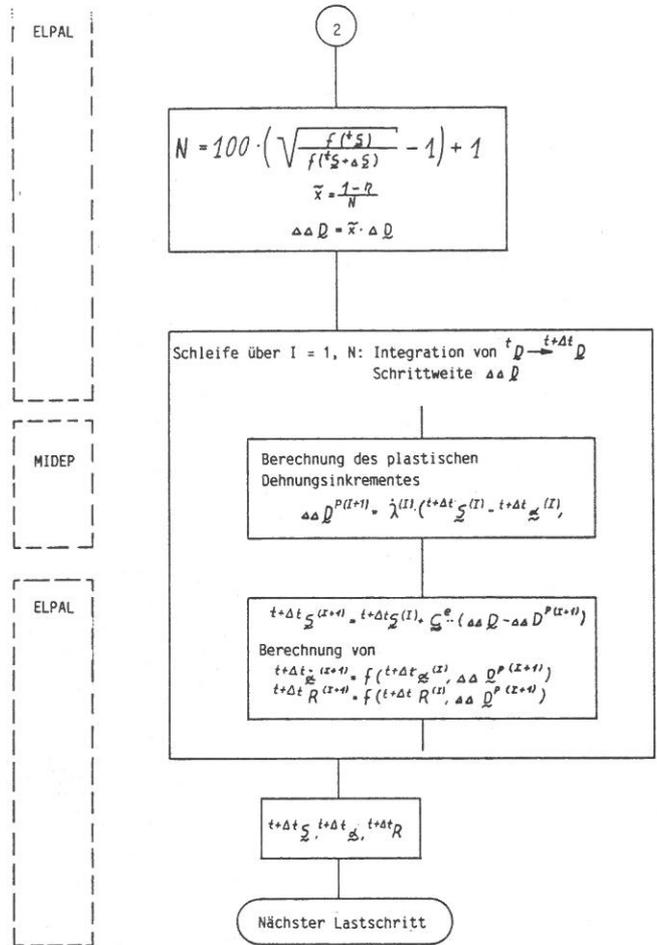
## 9 Rechenergebnisse von gekerbten Proben

In diesem Kapitel wird der Einbau des plastischen CHABOCHE Modells in das FEM-Programm ADINA beschrieben. Mit diesem Programm wurden zyklische Belastungen an gekerbten Proben simuliert. Die Resultate werden dargestellt und diskutiert.

### 9.1 Implementation des Modells in ADINA

Das plastische CHABOCHE Modell (3-31-36) wurde in die ADINA-Routine ELPAL integriert, die elastisch-plastische Materialmodelle in zwei-dimensionalen Formulierungen enthält. Neben einem elastisch-idealplastischen Modell enthält ADINA noch ein einfaches elastisch-plastisches Modell mit Verfestigung. Die Verfestigung ist dabei entweder rein isotrop (Modell 8) oder rein kinematisch (Modell 9). Die Verfestigungskurve wird durch einen multilineareren Ansatz approximiert. Die benutzte ADINA-Routine ELPAL gebraucht die beiden Unterprogramme HARDM2 und MIDEF. In HARDM2 wird der Tangentenmodul für die multilinare Verfestigungsapproximation berechnet. Das Programm MIDEF errechnet bei plastischem Verhalten aus einem vorgegebenen Dehnungs- und Spannungsincrement das entsprechende plastische Dehnungsincrement mit Hilfe der Normalenregel.

Bei der Integration des CHABOCHE Modells wurde auf die Benutzung des Unterprogrammes HARDM2 verzichtet. Das nachfolgende Flußdiagramm zeigt den Algorithmus, mit dem das plastische CHABOCHE Modell in ELPAL und MIDEF eingebunden wurde.



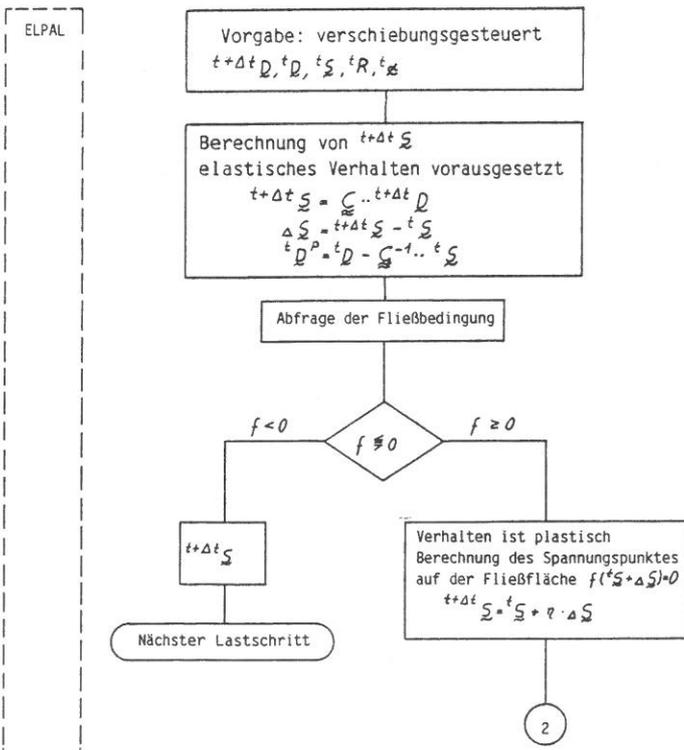
### 9.2 FEM-Rechnung mit gekerbter Probe

Zur FEM-Rechnung wurde das Netz (Bild 9-1) verwendet, daß einen Viertelausschnitt der gekerbten Probe zeigt. Die Fesselungen sind dabei durch dicke Striche in die entsprechende Richtung markiert.

Es wurde eine LCF-Beanspruchung simuliert. Für das Element im Kerbgrund (Pfeil im Bild 9-1) erhält man nachfolgende Hysteresisschleife (Bild 9-2).

Aus den Bildern 9-2 und 9-3 läßt sich schließen, daß das Verhalten des Elementes im Kerbgrund qualitativ dem der glatten Probe entspricht. Der Unterschied zur glatten Probe wird erst sichtbar, wenn eine Darstellung des Spannungszustandes in der Deviatorebene des Hauptspannungsraumes verwendet wird (Bild 9-4). Es wird sichtbar, daß durch die Mehrachsichtigkeit des Spannungszustandes im Kerbgrund, für diesen die LCF-Beanspruchung als nichtproportionale Belastung erfahren wird, sobald dort inelastische Verformungen auftreten.

Bei gekerbten Bauteilen ist weiterhin die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Ligament interessant. In den Bildern 9-5 und 9-6 werden die Verteilungen der beiden mechanischen Größen in den verschiedenen Phasen eines LCF-Prozesses dargestellt. Es zeigt sich hierbei eine



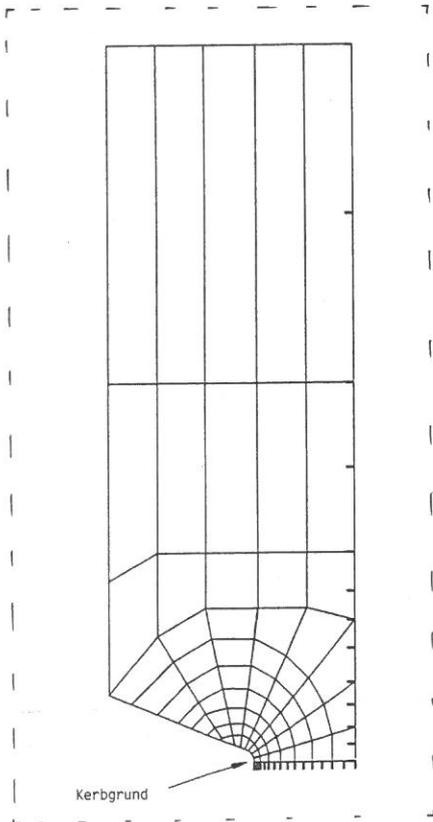
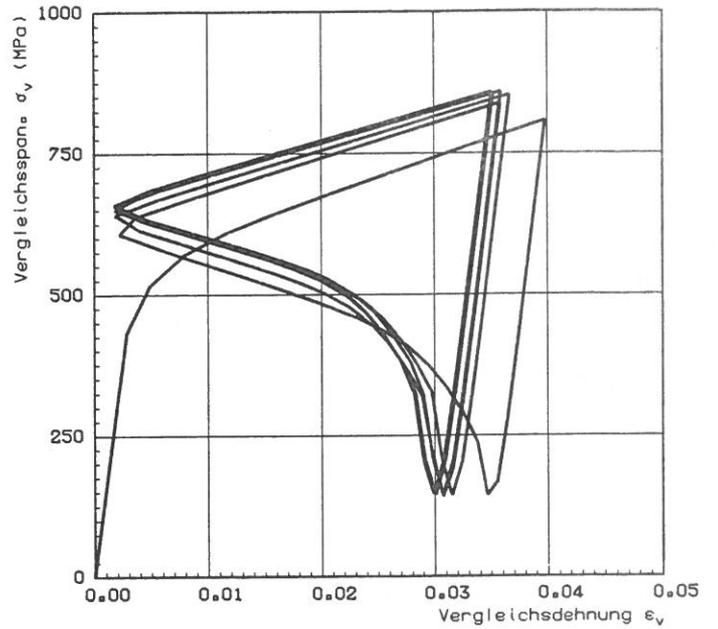


Bild 9-1  
FE-Netz der gekerbten Probe

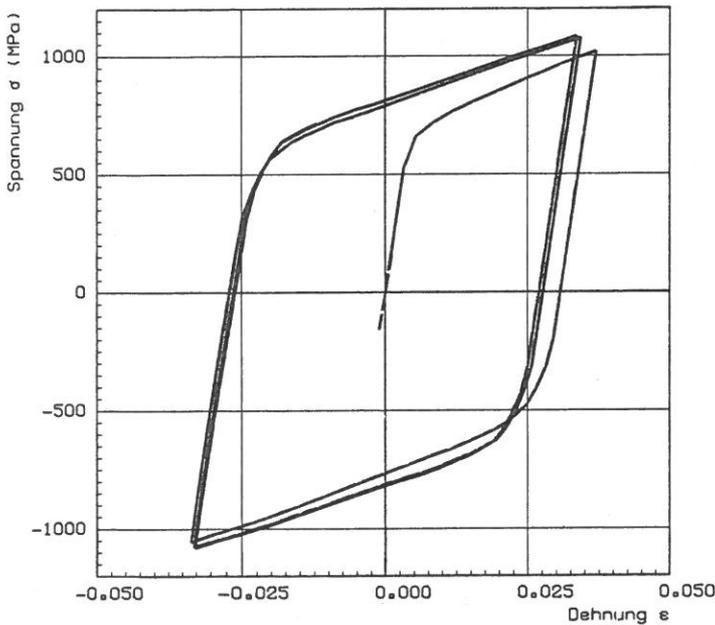


LCF-Prozess mit gekerbter Probe

Plast. Chaboche-Modell  
Verhalten im Kerbgrund

— ADINA 84

Bild 9-3  
Vergleichsspannungs-Vergleichsdehnungskurve für das Element im Kerbgrund

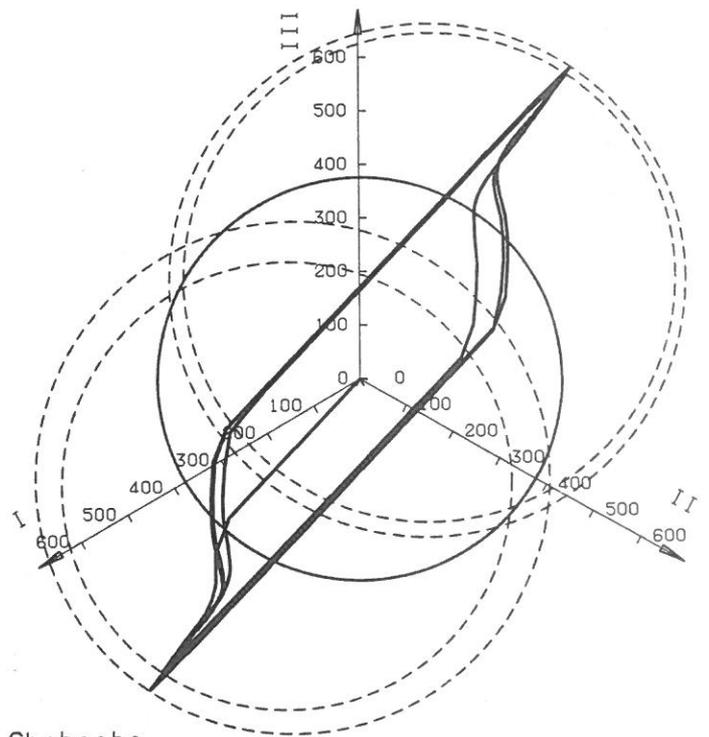


Vergleich von LCF-Zyklen

Plast. Chaboche-Modell  
gekerbte Probe

— Verhalten im Kerbgrund  
- - - Globales Verhalten

Bild 9-2  
Spannungs-Dehnungskurve für das Element im Kerbgrund



Chaboche

SPANNUNGEN

Bild 9-4  
Darstellung der Hauptspannungen im Kerbgrund in der Deviatorebene

Spannungumlagerung im Kerbgrund bei Plastizierung. Diese wird hervorgerufen durch Ausbildung des Spannungsmaximums im Ligament im Abstand von 0,2 mm vor der Rißspitze. Weiterhin erkennt man, daß bei einer Entlastung nach einer einmaligen Belastung durch die Plastizierung im Kerbgrund ein Druckeigenspannungszustand zurückbleibt.

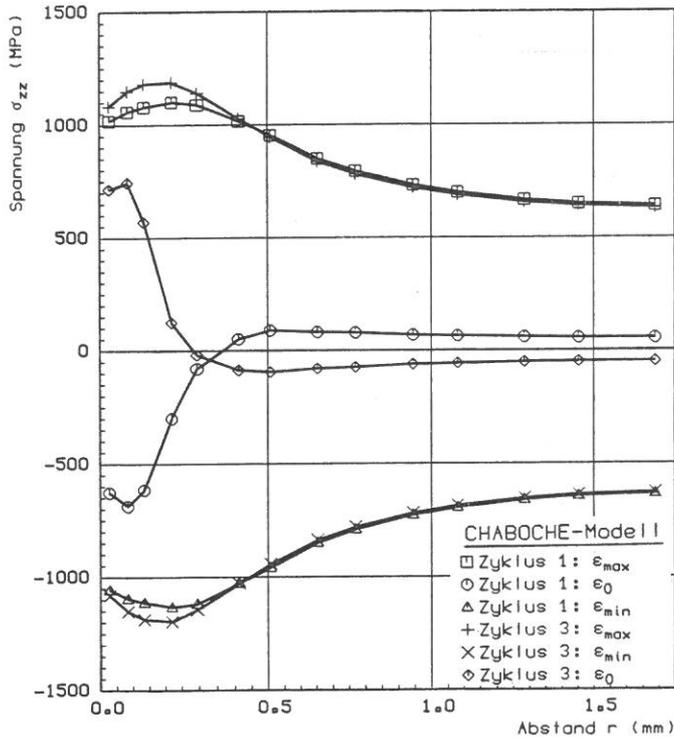


Bild 9-5  
Zugspannung im Ligament

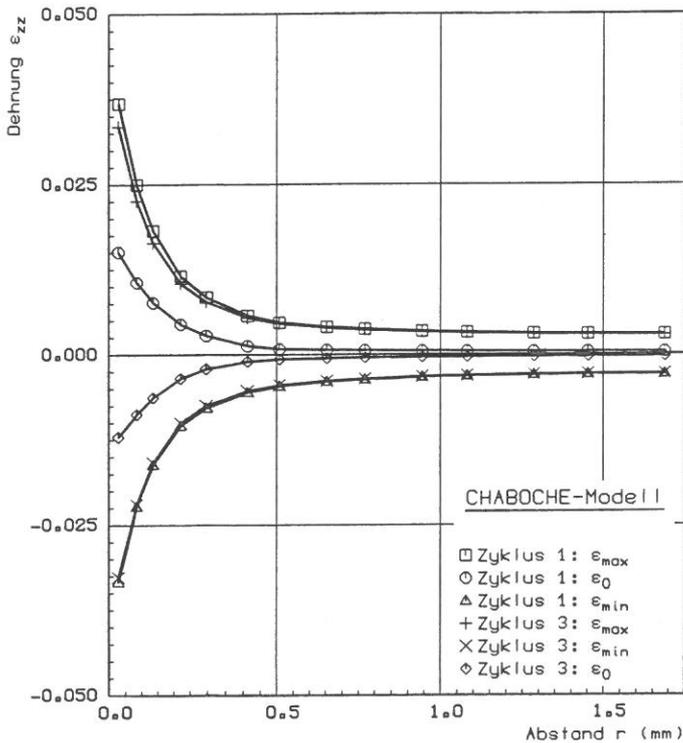
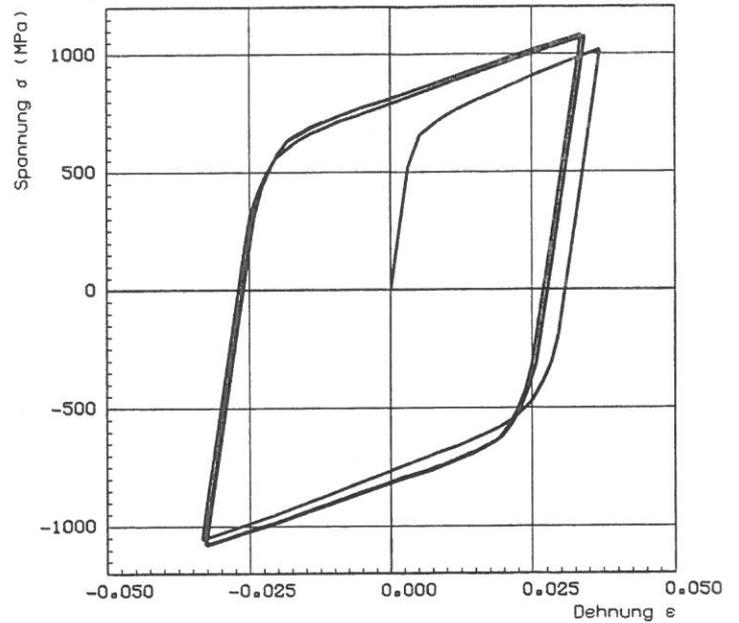


Bild 9-6  
Zugdehnung im Ligament

### 9.3 Bestimmung eines Kerbformfaktors

Der Kerbformfaktor wurde durch Vergleich der Beanspruchung im Kerbgrund mit dem globalen Verhalten gewonnen. Für eine zyklische Beanspruchung der gekerbten Probe wurden die Spannungen in Zugrichtung der Elemente ausgewertet, die im Kerbgrund und an der Einspannung im Probenmittelpunkt liegen. Das Ergebnis zeigt Bild 9-2.



LCF-Prozess mit gekerbter Probe

Plast. Chaboche-Modell  
Verhalten im Kerbgrund  
— ADINA 84

Bild 9-7  
Vergleich des globalen Verhaltens mit dem im Kerbgrund an einer gekerbten Probe

Aus dieser Berechnung läßt sich eine Kerbformzahl ermitteln, die aufgrund einer elastisch-plastischen Analyse entstanden ist. Die Kerbformzahl erhält man aus dem Verhältnis der höchsten Spannung im Ligament zur maximalen Spannung im ungestörten Teil der Probe, die das globale Verhalten wiedergibt. Diese Spannung wird vorher mit dem Verhältnis der Querschnittsfläche im Kerbgrund zu der im ungekerbten Teil der Probe multipliziert. Im Vergleich dazu ist der Kerbformfaktor nach Neuber /9.1/ angegeben, der auf der elastischen Theorie basiert. Er wurde für einen Kerbradius von  $\rho = 0.25$  mm und einem Probenradius im Kerbgrund von  $a = 1.75$  mm für zylindrische Proben mit Umlaufkerbe berechnet (Neuber: Belastungsfall 9.1, Gleichung 7.3/19).

Kerbformfaktor aus  
elastisch-plastischer Rechnung:  $\alpha_k = 1.3$

Kerbformfaktor nach Neuber:  $\alpha_k = 2.5$

Der Kerbformfaktor der elastischen Rechnung ist größer als ein Kerbformfaktor der aufgrund des plastischen CHABOCHE Modells gewonnen wurde, da hierbei die Spannungsspitzen durch Plastizierung abgebaut wurden. Der Vergleich mit anderen elastisch-plastischen Materialmodellen wäre an dieser Stelle sinnvoll, da sie wahrscheinlich - aufgrund anderer Verfestigungsgleichungen - davon abweichende Kerbformfaktoren erbringen würden.

#### Literaturverzeichnis

- /1.1/ Valanis, K.C.: A theory of viscoplasticity without a yield surface. *Archiwum Mechaniki Stosowanej* 23, 1971, S. 517-551.
- /2.1/ Walker, K.P.: Research and development program for nonlinear structural modeling with advanced time-temperature dependent constitutive relationships. NASA Report CR-165533, 1981, S. 1-30.
- /2.2/ Backhaus, G.: *Deformationsgesetze*. Akademie-Verlag, Berlin, 1983, S. 216-349.
- /3.1/ Phillips, A.: On the experimental foundations of the two surface Modell of plasticity and viscoplasticity. *Plasticity Today* (Eds. Sawczuk, Bianchi), London, New York, 1985, S. 221-235.
- /3.2/ Krawietz, A.: *Materialtheorie*. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1986, S. 1-46.
- /3.3/ Bertram, A.: *Material systems - a framework for the description of material behavior*. *Arch. Rational Mech. Anal.* 80 (1982), S.99-133.
- /3.4/ Chaboche, J.L., Dang Van, K., Cordier, G.: Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless Steel. *Transactions Structural Mechanics in Reactor Technology*, Berlin, 1979, L11/3, S. 1-10.
- /3.5/ Chaboche, J.L.: Viscoplastic constitutive equations for the description of cyclic and anisotropic behaviour of metals. *Applied Mechanics*, 1976, S. 33-41.
- /3.6/ Chaboche, J.L., Rousselier, G.: On the plastic und viscoplastic constitutive equations-Part I,II. *J. Pressure Vessel Technology*, Vol. 105, 1983, S. 153-164.
- /3.7/ Chaboche, J.L.: Constitutive equations in creep-fracture damage. *Engineering approaches to high temperature design* (Eds. Wilshire, Owen), Pineridge Press, Swansea, S.177-235.
- /4.1/ Späth, H.: *Algorithmen für multivariable Ausgleichsmodelle*. München, Wien 1974, S.90-100.
- /7.1/ Gear, C.W.: *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1971.
- /7.2/ Hindmarsh, A.C.: *GEAR: Ordinary differential equation system solver*. Lawrence Livermore Laboratory, Report UCID-30001, Rev. 3, 1974.
- /7.3/ Grigorieff, R.D.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen*. Bd. 2, Stuttgart, 1977, S.236 ff.
- /7.4/ Cordts, D., Kollmann, F.G.: An implicit time integration scheme for inelastic constitutive equations with internal state variables. *Int. J. f. Num. Meth. i. Eng.*, Vol. 23, 1986, S. 533-554.
- /8.1/ Trostel, R.: *Mechanik III, Energieprinzipien der Mechanik*. TU Publikationen, Berlin, 1979, S. 1-4.
- /9.1/ Neuber, H.: *Kerbspannungslehre*. 3. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York, 1985, S. 312 ff.



## Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

Nr. 1/September 1968

### **Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)**

Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft

Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)

### **Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitern**

von Dr.-Ing. Götz Andreae

Nr. 3/September 1970 (vergriffen)

### **Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile**

von Dr.-Ing. Josef Ziebs

Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)

### **Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren**

von Dr. rer. nat. Arno Burmester

Nr. 5/März 1971

### **Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken**

von Dr. rer. nat. Norbert Steiner

Nr. 6/April 1971

### **Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen**

von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider

Nr. 7/Juli 1971

### **Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie**

von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz

Nr. 8/November 1971

### **Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung**

von Dr.-Ing. Helmut Veith

Nr. 9/November 1971

### **Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen**

von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller

Nr. 10/Januar 1972 (vergriffen)

### **Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode**

von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin

Nr. 11/Februar 1972

### **Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden**

von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause

Nr. 12/Mai 1972

### **Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren**

von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg

Nr. 13/Juni 1972

### **Festkörperleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und $2 \cdot 10^{-7}$ Torr**

von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer

Nr. 14/Juli 1972

### **Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz**

von Eberhard Fischer

Nr. 15/August 1972

### **Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse**

von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl

Nr. 16/August 1972

### **Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer**

von Dr.-Ing. Erwin Knublauch

Nr. 17/August 1972

### **Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen**

von Dr.-Ing. Peter Reimers

Nr. 18/Januar 1973

### **Das Sprödbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 19/Januar 1973

### **Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen**

Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos

Nr. 20/April 1973

### **Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden**

von Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 21/Juli 1973

### **Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung**

Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig

Nr. 22/Juli 1973

### **Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen**

von Dipl.-Ing. R. Rudolphi und Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 23/November 1973

### **Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin**

Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen

von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske

Nr. 24/November 1973

### **Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung**

von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolphi

Nr. 25/Dezember 1973

### **Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen**

von Dr.-Ing. E. Knublauch

Nr. 26/August 1974

### **Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —**

von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise

Nr. 27/August 1974

### **Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall**

von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg

Nr. 28/August 1974

### **Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern**

von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich

Nr. 29/August 1974

### **Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall**

von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider

Nr. 30/September 1974 (vergriffen)

### **The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology**

von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon

Nr. 31/August 1975

### **Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung**

von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann

Nr. 32/September 1975

### **Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen**

von Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher

Nr. 33/November 1975

### **Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens**

von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi

Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)

### **Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen**

von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe

Nr. 35/Januar 1976

### **Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**

von Dipl.-Ing. Ernst Limberger

Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)

### **Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles**

von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt

Nr. 37/Februar 1976

### **Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen — Vorschlag für ein Prüfverfahren —**

von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 38/Juni 1976

### **Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionisiertem Stahl 42 CrMo 4**

von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig

Nr. 39/Juni 1976

### **Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newton'schem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung**

von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf

- Nr. 40/Juni 1976  
**Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren**  
von Dr. rer. nat. H. Hantsche
- Nr. 41/Okttober 1976  
**Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten**  
von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher
- Nr. 42/Okttober 1976  
**Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft**  
von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 43/Okttober 1976  
**Das Spröbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**  
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 44/November 1976  
**Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“**  
von Dipl.-Ing. W. Matthees
- Nr. 45/Dezember 1976  
**Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten**  
von Dr.-Ing. W. Paatsch
- Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)  
**Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung**  
**Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses**  
von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler
- Nr. 47/Juni 1977  
**Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen**  
von Dr.-Ing. Arno Plank
- Nr. 48/Okttober 1977  
**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn**  
von Dr.-Ing. U. Holzlöhner
- Nr. 49/Dezember 1977  
**Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung**  
von Dr.-Ing. Günther Wittig
- Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)  
**Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern**  
von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski
- Nr. 51/Juni 1978  
**Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen**  
von Dr. rer. nat. J. Sickfeld
- Nr. 52/August 1978  
**Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung**  
von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov
- Nr. 53/Okttober 1978  
**Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge**  
von Rolf Günter Rohrmann und Reinald Rudolphi
- Nr. 54/Okttober 1978  
**Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Harro Sander
- Nr. 55/November 1978  
**Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %-Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung**  
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke
- Nr. 56/Januar 1979  
**Stabilität von Sandwichbauteilen**  
von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langlie
- Nr. 57/März 1979  
**Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung**  
**Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing**  
von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus
- Nr. 58/März 1979  
**Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau**  
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 59/Juli 1979  
**Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl**  
von Dr.-Ing. Günther Plauk
- Nr. 60/August 1979  
**Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken**  
von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs
- Nr. 61/Dezember 1979  
**Beschreibung von Problemen der höheren Farbmatrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems**  
von Dr. Klaus Richter
- Nr. 62/Dezember 1979  
**Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle**  
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker
- Nr. 63/Dezember 1979  
**Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase**  
von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig
- Nr. 64/Februar 1980  
**Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung**  
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 65/Februar 1980  
**Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte**  
von Dr.-Ing. Peter Schmidt, Dr.-Ing. Dietmar Aurich, Dr.-Ing. Rolf Helms, Dr.-Ing. Helmut Veith und Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 66/Mai 1980  
**Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung**  
von Dr. rer. nat. Martin Hattwig
- Nr. 67/Mai 1980  
**Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees
- Nr. 68/Mai 1980  
**Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Stereomeßtechnik.**  
**Entwicklung eines volleuzentrischen Präzisions-Goniometers**  
von Dr. rer. nat. Dieter Petersohn
- Nr. 69/Juni 1980  
**Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitschillen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise**  
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt und Dipl.-Ing. Peter Brandl
- Nr. 70/August 1980 (vergriffen)  
**Schwellenwerte beim Betondruckversuch**  
von Dr.-Ing. Gerald Schickert
- Nr. 71/August 1980  
**Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees und Dipl.-Ing. Götz Magiera
- Nr. 72/September 1980  
**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen**  
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 73/November 1980  
**Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen**  
von Dipl.-Ing. Peter Wegener
- Nr. 74/November 1980  
**ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz**  
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dipl.-Inform. Renate Müller
- Nr. 75/November 1980  
**Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen**  
von Dir. u. Prof. Dr. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 76/November 1980  
**Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop**  
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke und Prof. Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig
- Nr. 77/April 1981  
**Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen**  
von Dipl.-Ing. Michael Gierloff und Dr.-Ing. Matthias Maultzsch
- Nr. 78/September 1981  
**Dynamische Wechselwirkung eines Schienen-Schwellensystems mit dem Untergrund**  
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 79/Dezember 1981  
**Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflussten Kalttribneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch**  
von Dr.-Ing. Volker Neumann

Nr. 80/Dezember 1981

**Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten**  
von Dr.-Ing. Arno Plank, Dr.-Ing. Werner Struck und Dr.-Ing. Manfred Tzschätzsch

Nr. 81/Dezember 1981

**Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt

Nr. 82/April 1982

**Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches**  
**Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test**  
von Rolf Helms, Hans-Joachim Kühn und Siegmund Ledworowski

Nr. 83/Juli 1982

**Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen — Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen —**  
von Prof. Dr.-Ing. Horst Czichos und Dr.-Ing. Paul Feintle

Nr. 84/Juli 1982

**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)**  
von Dipl.-Inform. Renate Müller und Dr.-Ing. Reinald Rudolphi

Nr. 85/ISBN 3-88314-231-X/Okttober 1982

**Technische Materialforschung und -prüfung — Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm „Basic Technological Research“ — Materials Research and Testing — Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme „Basic Technological Research“ —**  
von Prof. Dr. Horst Czichos

Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/November 1982

**Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügemerkmale**  
von Dr.-Ing. Konrad Niesel und Dr. rer. nat. Peter Schimmelwitz

Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/Dezember 1982

**Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren**  
von Dr.-Ing. Bernd Isecke und Dr.-Ing. Wolfgang Stichel

Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/Februar 1983

**Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall**  
von Dr.-Ing. Anton Erhard

Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/April 1983

**Untersuchungen zur Zerfallsfähigkeit von Distickstoffoxid**  
von Dr. rer. nat. Dietrich Conrad und Dr.-Ing. Siegmund Dietlen

Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/April 1983

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Konzeption für geregelte Versuche**  
**Versuchseinrichtung**  
**Vorversuche an Stahlbetonbalken**  
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter

Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/April 1983

**Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz**  
von Dr.-Ing. Michael Weber

Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/August 1983

**Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden**  
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch

Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/August 1983

**Unterdrückung stick-slip-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen**  
von Dr. rer. nat. Peter Studt

Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/August 1983

**Untersuchungen der Störerschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen**  
von Dr.-Ing. Xian-Quan Dong

Nr. 95/ISBN 3-88314-289-1/August 1983

**Über die Fokussierung des Schallfeldes von Ultraschall-Prüfköpfen mit Fresnelschen Zonenplatten**  
von Dr.-Ing. Manfred Römer

Nr. 96/ISBN 3-88314-296-4/Okttober 1983

**Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken**  
von Dr.-Ing. Heinz Eifler

Nr. 97/ISBN 3-88314-297-2/November 1983

**Typische Bruchflächenausbildung thermoplastischer Kunststoffe nach wechselnder mechanischer Beanspruchung**  
von Dipl.-Ing. Gerhard Fuhrmann und Prof. Dr. rer. nat. Wolfram Schwarz

Nr. 98/ISBN 3-88314-312-X/Dezember 1983

**Bestimmung des elastischen Verhaltens von Maschenwaren — Stretch- und Erholungsvermögen —**  
von Dr. rer. nat. Edmund Schnabel

Nr. 99/ISBN 3-88314-317-0/Dezember 1983

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Versuche an Stahlbetonbalken mit Biegebewehrung aus Betonstahl BSt 420/500 RK und BSt 1080/1320**  
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter

Nr. 100/ISBN 3-88314-298-0/Januar 1984

**Untersuchungen zur Prüfung von Beton auf Frostwiderstand**  
von Günter Klamrowski und Paul Neustupny

Nr. 101/ISBN 3-88314-327-8/Februar 1984

**Röntgen- und Gammastrahlen Computer-Tomographie**  
von Dr.-Ing. Peter Reimers, Dr. rer. nat. Jürgen Goebbels, Dr.-Ing. Heinrich Heidt, Dr.-Ing. Hans-Peter Weise und Dipl.-Phys. Kay Wilding

Nr. 102/ISBN 3-88314-335-9/März 1984

**Weiterentwicklung des hydraulischen Kompensationsverfahrens zur Druckspannungsmessung in Beton**  
von Dr.-Ing. Götz Magiera

Nr. 103/ISBN 3-88314-328-6/März 1984

**Radiographie mit Elektronen aus Metallverstärkerfolien**  
von Dr.-Ing. Dierk Schnitger

Nr. 104/ISBN 3-88314-339-1/April 1984

**Beeinflussung von Betoneigenschaften durch Zusatz von Kunststoffdispersionen**  
von Dr.-Ing. Michael Gierloff

Nr. 105/ISBN 3-88314-345-6/Juni 1984

**Beitrag zum Bremsverhalten energieumwandelnder Aufsetzpuffer in Aufzugsanlagen**  
von Dr.-Ing. Bernd Schulz-Förberg

Nr. 106/ISBN 3-88314-360-X/Okttober 1984

**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last**  
von Dr.-Ing. Jan Lehnert

Nr. 107/ISBN 3-88314-361-8/Okttober 1984

**Korrosion von Stahlradiatoren**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Stichel und Jörg Ehreke

Nr. 108/ISBN 3-88314-363-4/Okttober 1984

**Durch Bodenerschütterungen angeregte Gebäudeschwingungen — Ergebnisse von Modellrechnungen**  
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch

Nr. 109/ISBN 3-88314-381-2/Februar 1985

**Zur Wirkung der Schrumpfbehinderung auf den Schweißzugspannungszustand und das Sprödbbruchverhalten von unterpulvergeschweißten Blechen aus St E 460 N**  
von Dr.-Ing. Mohamed Omar

Nr. 110/ISBN 3-88314-382-0/Februar 1985

**Wasserstoff als Energieträger**  
von Dr. Hermann Walde (Mitglied des Kuratoriums der BAM i. R.) und Dr. Bernhard Kropp

Nr. 111/ISBN 3-88314-383-9/Februar 1985

**Über den Einfluß der Initiierung auf die detonative Umsetzung von Analex-Sprengstoffen unter Berücksichtigung sicherheitstechnischer Gesichtspunkte**  
von Dr.-Ing. Kurt Ziegler

Nr. 112/ISBN 3-88314-409-6/Juli 1985

**Zeitstandverhalten und strukturelle Veränderungen von vielfach wiederverarbeiteten Polyethylenen**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Lützwow

Nr. 113/ISBN 3-88314-410-X/Juli 1985

**Untersuchungen zum Frequenzeinfluß auf die Schwingungsrißkorrosion von Offshore-Konstruktionen**  
von Rolf Helms, Horst Henke, Gerhard Oelrich (BAM, Berlin) und Tetsuya Saito (NRIM, Japan)

Nr. 114/ISBN 3-88314-419-3/Juli 1985

**Neue Verfahren für die Prüfung von Reaktorkomponenten mittels Röntgen- und Gammastrahlen**  
von Dipl.-Ing. Peter Rose, Dipl.-Ing. Peter Raabe, Dipl.-Ing. Werner Daum und Andreas Szameit

Nr. 115/ISBN 3-88314-420-7/Juli 1985

**Farbempfindungsmerkmal Elementarblau und Buntheitsabstände als Funktion von Farbart und Leuchtdichte von In- und Umfeld**  
von Privatdozent Dr. Klaus Richter

Nr. 116/ISBN 3-88314-460-6/Okttober 1985

**Theoretische Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten von Fensterkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung der Rahmenproblematik**  
von Dr. rer. nat. Franz-Josef Kasper, Dipl.-Inform. Renate Müller, Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Armin Wagner

Nr. 117/ISBN 3-88314-468-1/Okttober 1985

**Materials Technologies and Techno-Economic Development**  
**A study for the German Foundation for International Development (Deutsche Stiftung für Internationale Entwicklung)**  
by Prof. Dr. H. Czichos in cooperation with Dr. G. Sievers, Bundesministerium für Forschung und Technologie (BMFT), Bonn

Nr. 118/ISBN 3-88314-469-X/Oktober 1985

**Brand- und Explosionsgefahren explosionsgefährlicher Stoffe bei Herstellung und Lagerung**  
**Modellversuche mit pyrotechnischen Sätzen und Gegenständen**  
von Dr. rer. nat. Hartwig Treumann, Dipl.-Ing. Hilmar Andre, Dr. rer. nat. Eduard Blossfeld, Dr. rer. nat. Norbert Pfeil und Ing. grad. Matthias-Michael Zindler

Nr. 119/ISBN 3-88314-472-X/November 1985

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Versuche an Stahlbetonplatten, Teil I**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
**Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part I**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Herter, Dr.-Ing. Klaus Brandes und Dipl.-Ing. Ernst Limberger

Nr. 120/ISBN 3-88314-514-9/April 1986

**Zerstörungsfreie Korngrößenbestimmung an austenitischen Feinblechen mit Hilfe der Ultraschallrückstreuung**  
von Dr.-Ing. Andreas Hecht

Nr. 121/ISBN 3-88 314-530-0/Juni 1986

**Versagenskriterien von Stahlgleitpaarungen unter Mischreibungsbedingungen: Einflüsse von Stahlzusammensetzung und Wärmebehandlung**  
von Dr.-Ing. Paul Feinte und Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig

Nr. 122/ISBN 3-88 314-521-1/Juli 1986

**Entsorgung kerntechnischer Anlagen**  
von J. Mischke  
Sonderkolloquium der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) am 10. 12. 1985 mit Beiträgen von B. Schulz-Forberg, K. E. Wieser und B. Droste

Nr. 123/ISBN 3-88 314-531-9/Juli 1986

**Physikalisch-chemische Analyse sowie toxische Beurteilung der beim thermischen Zerfall organisch-chemischer Baustoffe entstehenden Brandgase**  
von Dr. rer. nat. Detlef Rennoch

Nr. 124/ISBN 3-88 314-538-6/Juli 1986

**Zur Anwendung des Impuls-Wirbelstromverfahrens in der zerstörungsfreien Materialprüfung**  
von Dr.-Ing. Hans-Martin Thomas

Nr. 125/ISBN 3-88 314-540-8/Juli 1986

**Untersuchungen zur Wirksamkeit der Brandschutzisolierung von Flüssiggas-Lagertanks**  
von Dr.-Ing. Bernhard Droste und Dipl.-Ing. Ulrich Probst

Nr. 126/ISBN 3-88 314-547-5/August 1986

**Korrosion und Korrosionsschutz von Metallen in Schwimmhallen**  
von Dr.-Ing. Wolfgang Stichel

Nr. 127/ISBN 3-88 314-564-5/November 1986

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
**Versuche an Stahlbetonbalken, Teil I**  
**Tests on Reinforced Concrete Beams, Part I**  
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner

Nr. 128/ISBN 3-88 314-568-8/November 1986

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
**Versuche an Stahlbetonbalken, Teil II**  
**Tests on Reinforced Concrete Beams, Part II**  
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner

Nr. 129/ISBN 3-88 314-569-6/November 1986

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load**  
**Zugversuche an Betonstahl mit erhöhter Dehngeschwindigkeit**  
**Reinforcing Steel Tension Tests with high strain rates**  
von / by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner

Nr. 130/ISBN 3-88 314-570-X /November 1986

**Einfache Abschätzung der Durchbiegung und der Energieaufnahme von Trägern aus duktilem Material bei Belastung durch eine Einzelkraft**  
von Dr.-Ing. Werner Struck

Nr. 131/ISBN 3-88-314-585-8/November 1986

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load**  
**Versuche an Stahlbetonplatten, Teil II**  
**Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part II**  
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes und Dipl.-Ing. Jürgen Herter

Nr. 132/ISBN 3-88-314-595-5/Januar 1987

**Ermittlung der Ursachen von Schäden an bituminösen Dachabdichtungen unter besonderer Berücksichtigung klimatischer Beanspruchungen**  
von Dipl.-Ing. Christian Herold und Dipl.-Ing. Frank-Ulrich Vogdt

Nr. 133/ISBN 3-88 314-609-9/Januar 1987

**Technisch-physikalische Grundlagen zum tribologischen Verhalten keramischer Werkstoffe**  
von Dipl.-Ing. Mathias Woydt und Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig

Nr. 134/ISBN 3-88 314-615-3/Februar 1987

**Über den Kernstrahlungseinfluß auf Dehnungsmeßstreifen**  
von Dr. Götz Andrae und Gottfried Niessen

Nr. 135/ISBN 3-88 314-618-8/Februar 1987

**Untersuchungen über das Verhalten von Tankcontainern für unter Druck verflüssigte Gase bei Fallbeanspruchungen**  
von Dipl.-Ing. Jörg Ludwig, Dipl.-Ing. Wolf-Dietrich Mischke und Dipl.-Ing. Armin Ulrich

Nr. 136/ISBN 3-88314-636-6/April 1987

**Untersuchung zur Beurteilung von Brettschichtverleimungen für den Holzbau**  
von Prof. Dr. rer. silv. Hans-Joachim Deppe und Klaus Schmidt

Nr. 137/ISBN 3-88314-637-4/Mai 1987

**Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte auf der Grundlage von Forschungsergebnissen auf dem Gebiet der Komponentensicherheit**  
Projektleiter: Dr. Dietmar Aurich

Nr. 138/ISBN 3-88314-635-8/Mai 1987

**Zur geowissenschaftlichen Einordnung des Gebietes der Bundesrepublik Deutschland und einer sicheren Auslegung technischer Systeme gegen den Lastfall Erdbeben.**  
von Dipl.-Geol. Michael Dogunke und Dr.-Ing. Frank Buchhardt

Nr. 139/ISBN 3-88314-658-7/Juni 1987

**Numerische Untersuchung zum Verhalten des Hochtemperaturwerkstoffes Nimonic PE 16 unter monotoner und zyklischer Belastung bei Verwendung verschiedener plastischer und viskoplastischer Materialmodelle.**  
von Dipl.-Ing. Jürgen Olschewski und Sven-Peter Scholz

Nr. 140/ISBN 3-88314-643-9/Juni 1987

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
von / by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter

Nr. 141/ISBN 3-88314-694-3/Oktober 1987

**Zum Einfluß des Sicherheits- und Auslegungserdbebens auf die Bemessung von Kernkraftwerken**  
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt, Dr.-Ing. Wolfgang Matthees, Dr.-Ing. Götz Magiera und Dr.-Ing. Friedrich Mathiak

Nr. 142/ISBN 3-88314-695-1/Oktober 1987

**Sicherheitstechnische Kenndaten und Gefährzahlen binärer Mischungen aus oxidierenden und verbrennlichen Substanzen**  
von Dr. rer. nat. Hartwig Treumann, Ing. Günter Krüger, Dr. rer. nat. Norbert Pfeil und Dr. rer. nat. Sigrid von Zahn-Ullmann

Nr. 143/ISBN 3-88314-701-X/November 1987

**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**  
**Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen bei Stoßbelastung**  
**Experimental and numerical investigations concerning Load Bearing Behaviour of Reinforced Concrete Members under Impact Load**  
von/by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dipl.-Ing. Jürgen Herter

Nr. 144/ISBN 3-88314-702-8/November 1987

**Nichtlineare dynamische Berechnungen zum Penetrationsverhalten des AVR-Reaktorgebäudes**  
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt, Dr.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Wolfgang Matthees, Dr.-Ing. Michael Weber,  
Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)  
Dr.-Ing. Jürgen Altes,  
Kernforschungsanlage Jülich GmbH (KFA)

Nr. 145/ISBN 3-88314-711-7/November 1987

**Untersuchung selbstähnlicher Systeme zur Bestimmung von Materialeigenschaften von Reibungsböden**  
von Dr.-Ing. Ulrich Holzlhöner

Nr. 146/ISBN 3-88314-714-1/November 1987

**Untersuchungen zur Wirksamkeit von Wasserberieselungseinrichtungen als Brandschutzmaßnahme für Flüssiggas-Lagertanks**  
von Dipl.-Ing. Wolfgang Schön und Dipl.-Ing. Michael Mallon

Nr. 147/ISBN 3-88314-720-6/Dezember 1987

**Lösung dynamischer Biege- und Torsionsprobleme von Stabsystemen aus dünnwandigen elastischen Stäben mit offenem Querschnitt mittels frequenzabhängiger Ansatzfunktionen**  
von Dipl.-Ing. Hans-Dieter Kleinschrod