

BAM

Bundesanstalt
für Materialforschung
und -prüfung, Berlin

Forschungsbericht 167

Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum bei transienten Belastungsvorgängen

von Dipl.-Ing. Alkiviadis Mitakidis
Dr.-Ing. Werner Rücker



September 1989

Aufgaben der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)

Die Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung ist als Bundesoberbehörde im Geschäftsbereich des Bundesministers für Wirtschaft das technisch-wissenschaftliche Staatsinstitut der Bundesrepublik Deutschland für Werkstoffwissenschaften, Materialprüfung und Chemische Sicherheitstechnik. Dieser Komplex stellt in allen Industrieländern einen technologischen Schlüsselbereich dar, da Materialien als Konstruktions- und Funktionswerkstoffe die Grundlage der gesamten Technik bilden. Die Materialforschung, die zuverlässige, normgerechte und neutrale Prüfung sowie die sicherheitstechnische Beurteilung von Werkstoffen, Bauteilen und Konstruktionen sind wesentliche Voraussetzungen für eine leistungs- und wettbewerbsfähige Wirtschaft im Hinblick auf die Anforderungen an Qualität und Zuverlässigkeit technischer Produkte, Umweltschutzanforderungen und die Notwendigkeit der sparsamen Verwendung von Rohstoffen und Energie.

Die Ursprünge der BAM reichen bis in das Jahr 1870 zurück, in dem durch Erlaß des damaligen Preußischen Ministeriums für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten die Gründung einer Mechanisch-Technischen Versuchsanstalt bei der Gewerbeakademie beschlossen wurde. 1895 erfolgte die Angliederung der im Jahre 1875 eingerichteten Prüfungsstation für Baumaterialien als neue Abteilung der Versuchsanstalt. Im Jahre 1904 kam es darüber hinaus zur Zusammenlegung mit der 1877 errichteten Chemisch-Technischen Versuchsanstalt zum Königlichen Materialprüfungsamt. Dessen erster Direktor, Adolf Martens (1850—1914), trat u. a. als Entdecker des nach ihm benannten Martensit-Gefüges von Stahl und als Mitbegründer sowie Vorsitzender (1896—1913) des „Deutschen Verbandes für die Materialprüfungen der Technik“ hervor. Das Königliche Materialprüfungsamt, das im Jahre 1907 eine selbständige Behörde geworden war, wurde nach dem Ersten Weltkrieg dem Preußischen Ministerium für Wissenschaft, Kunst und Volksbildung unterstellt. Es bestand als Staatliches Materialprüfungsamt (MPA) — bei ständiger Erweiterung seiner Aufgabenbereiche und Angliederung anderer Institutionen, wie z. B. der Reichs-Röntgenstelle — bis 1945.

Nach dem Zweiten Weltkrieg wurde dem MPA die im Jahre 1889 errichtete Chemisch-Technische Reichsanstalt (CTR) angeschlossen. Diese vereinigten Institutionen erhielten im Jahre 1954 den Status einer Bundesanstalt im Geschäftsbereich des Bundesministers für Wirtschaft, die seit 1956 den Namen „Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)“ trug und seit dem 1. 1. 1987 „Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)“ heißt.

Die Aufgaben der BAM wurden durch einen Erlaß des Bundesministers für Wirtschaft vom 1. September 1964 letztmalig festgelegt. Danach hat die Bundesanstalt die Aufgabe, Werkstoff- und Materialforschung entsprechend ihrer Zweckbestimmung zu betreiben und die Materialprüfung sowie die Chemische Sicherheitstechnik stetig weiter zu entwickeln. Die Ergebnisse ihrer und fremder wissenschaftlicher Arbeiten hat die Bundesanstalt zu sammeln, zu ordnen und der Allgemeinheit zugänglich und nutzbar zu machen. Für das Land Berlin hat die Bundesanstalt die Aufgaben eines staatlichen Materialprüfungsamtes. Auf Antrag steht die BAM Industriefirmen, Wirtschaftsverbänden, Verbrauchereinrichtungen sowie privaten Antragstellern zur Verfügung. Außerdem berät sie Bundesministerien und unterstützt Verwaltungsbehörden sowie Gerichte. Mit Institutionen ähnlicher Zielsetzung des In- und Auslandes, insbesondere den nationalen Schwesterinstituten, arbeitet die BAM eng zusammen. Daneben ist sie in die technische Zusammenarbeit mit verschiedenen

Entwicklungsländern eingebunden. Die Mitarbeiter der Bundesanstalt wirken in zahlreichen Fachgremien, gesetzgebenden Körperschaften und normensetzenden Institutionen an der Aufstellung von technischen Regeln und Sicherheitsbestimmungen mit und vertreten die Bundesrepublik Deutschland in internationalen und supranationalen Einrichtungen.

Aufgrund des Gesetzes über explosionsgefährliche Stoffe, des Gesetzes über die internationale Beförderung gefährlicher Güter auf der Straße, des Waffengesetzes sowie einer Reihe weiterer gesetzlicher Regelungen und Verordnungen hat die Bundesanstalt den Status einer Bundesoberbehörde. Damit erhalten die in diesem Zusammenhang erteilten Zulassungen, Richtlinien und Auflagen bundesweit gesetzlichen Charakter. Im Rahmen der genannten Gesetze obliegen der BAM u. a. die Prüfung von Stoffen und Konstruktionen für die Zulassung explosionsgefährlicher Stoffe und Sprengzubehör, die Zulassung der Bauart von Verpackungen und die Genehmigung der Beförderung von gefährlichen Gütern ohne Schutzbehälter. Ferner läßt die Bundesanstalt Raketenmunition und Geschosse mit pyrotechnischer Wirkung im zivilen Bereich zu und prüft eine Vielzahl weiterer Produkte und Gegenstände im öffentlichen Interesse.

Mit nahezu 1.200 Mitarbeitern, darunter etwa 300 Wissenschaftlern unterschiedlicher naturwissenschaftlicher und technischer Fachrichtungen, befaßt sich die BAM in mehr als 100 Laboratorien damit, die chemischen, physikalischen und technologischen Eigenschaften von Werkstoffen zu bestimmen und Zusammenhänge zwischen Stoffkennwerten und Materialverhalten beim praktischen Einsatz aufzuklären. Dadurch werden Rohstoffe und Werte erhalten, Schäden vermindert und Unfälle verhütet. Das Arbeitsgebiet schließt alle technischen Materialien ein: Metalle, anorganische nichtmetallische Stoffe, insbesondere Baustoffe und keramische Werkstoffe, organische Stoffe wie Kautschuk, Kunststoffe, Textilien, Leder, Papier, Holz, aber auch Verbundwerkstoffe, technische Fluide und Gase sowie feste, flüssige und gasförmige explosionsfähige Stoffe. Für die Untersuchung von Materialien unter den verschiedensten Beanspruchungen, z. B. mechanischer, thermischer, tribologischer, chemischer, korrosiver oder biologischer Art, werden unterschiedlichste Meß-, Prüf- und Analysetechniken einschließlich zerstörungsfreier Prüfverfahren und Computertechniken eingesetzt. Durch Forschung und Entwicklung, Prüfung und Untersuchung sowie Beratung und Information dient die BAM dem Ziel, die Leistungsfähigkeit der Wirtschaft zu fördern, die technisch-wissenschaftlichen Erkenntnisse zu erweitern sowie die Lebensbedingungen zu sichern und zu verbessern.

Die Arbeitsergebnisse der BAM werden in eigenen Publikationsreihen veröffentlicht:

- dem Amts- und Mitteilungsblatt, das jährlich mit 4 Ausgaben erscheint und in dem auch die amtlichen Zulassungen der BAM veröffentlicht werden;
- dem Jahresbericht, der die Arbeitsschwerpunkte und die wichtigsten Erträge des jeweils vorausgegangenen Jahres ausführlich dokumentiert;
- den Forschungsberichten, die in unregelmäßiger Folge die Resultate wichtiger BAM-Forschungsvorhaben präsentieren. Anfang 1987 waren rund 140 Berichte lieferbar.

Für weitere Information steht gerne BAM — 7.1 „Information und Öffentlichkeitsarbeit“, Tel.: 030/8104 7100, zur Verfügung.

ISBN 3-88314-937-3

Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Berlin

Forschungsbericht 167

Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum bei transienten Belastungsvorgängen

von Dipl.-Ing. Alkiviadis Mitakidis
Dr.-Ing. Werner Rücker

September 1989

110 Seiten, 121 Abbildungen

Herausgegeben von der
Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45
Telefon (030) 8104-1 Telex 183 261 bamb d
Telefax (030) 8 11 20 29 Teletex 2 627-308 372=bamb

Copyright © 1989 by Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Verlag und Vertrieb:
Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH
Postfach 10 11 10, 2850 Bremerhaven 1
Telefon (0471) 46093-95

Kurzfassung

Die Untersuchung von transienten Belastungsvorgängen wie sie z.B. bei Erdbeben oder auch beim Pfahlrammen auftreten sowie deren Weiterleitung im Erdreich und deren Einwirkung auf Gebäude verschiedenster Art gewinnt nicht zuletzt wegen erhöhter Anforderungen an den Umweltschutz immer mehr an Bedeutung. In dieser Arbeit wird dieser Problembereich umfassend untersucht.

Die Wellenausbreitung auf und im Untergrund wird durch sogenannte Greensche Funktionen beschrieben, deren Lösungen für alle Bewegungsrichtungen sowohl im Frequenzbereich wie auch im Zeitbereich entwickelt und angegeben werden. Die Belastung kann dabei eine beliebige Zeitfunktion sein, deren Ort im oder auf dem Untergrund ist. Diese auf analytischem Wege gewonnenen Lösungen zeichnen sich durch große numerische Stabilität aus und sind damit hervorragend zur Untersuchung einer großen Reihe von praktischen Problemen geeignet.

Am Beispiel einer Pfahlrammung werden mit den entwickelten Lösungen Einflüsse wie der zeitliche Verlauf des Rammschlages, die eingedrungene Pfahllänge sowie Materialeigenschaften des Untergrundes untersucht. Schließlich wird das dreidimensionale Schwingungsverhalten eines Stahlbetonrahmens im Zeit- und Frequenzbereich berechnet und dargestellt, der an seinen Fundamenten durch sich ausbreitende Rammerschütterungen angeregt wird. Zur Berechnung der transienten Rahmenschwingungen wurden das analytische Verfahren zur Berechnung der dreidimensionalen Wellenausbreitung im Untergrund und die Finite Element Methode zur Abbildung des dreidimensionalen Rahmens miteinander verknüpft.

Dreidimensionale Erschütterungsausbreitung

Pfahlrammung

Freifeld-Antwort

Baugrund-Bauwerk Wechselwirkung im Zeitbereich

Summary

The investigation of transient loads caused by e.g. earthquakes or pile driving, their propagation in the soil as well as their influence on the various types of building constructions is gaining more and more in importance especially in view of constantly increasing environment protection requirements. In this paper all aspects of this complex problem are investigated in detail.

The phenomenon of wave propagation in the soil is described by so-called Green's functions. Their solutions gained for all propagation directions are developed and given for both the frequency as well as the time domain. The load can be represented by any time function having its location in or on the soil. These solutions, gained by analytical methods, are numerically very stable and thus extremely suitable for investigations of various practical application purposes.

Using the example of a pile driving process, the developed solutions are employed to investigate influences such as the load-time function of the pile driving force, the penetrated length of the pile as well as the material properties of the soil. Finally the three-dimensional vibration behaviour of a reinforced concrete frame, excited at its foundations by vibrations propagating from pile driving, is calculated in the time and frequency domain. In order to calculate the transient frame vibrations, a new method was developed combining the analytical method to calculate the wave propagation in the soil with the finite element method used to model the frame structure.

Three dimensional shock wave propagation

Pile driving

Free field response

Soil-structure interaction in time domain

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite	
1.0	Allgemeines	7
2.0	Einführung	9
3.0	Ziele der Arbeit	11
4.0	Erregung des Halbraumes im Inneren	14
4.1	Einzellast mit Diracscher Zeitfunktion	14
4.2	Einzellast mit beliebiger Zeitfunktion	45
4.2.1	Die Halb-Sinus Impulsbelastung	45
4.2.2	Die harmonische Einzellast	50
5.0	Der inhomogene Halbraum	61
6.0	Beispiele	64
6.1	Pfahlrammung - Fernfeldamplitude	64
6.2	Fußpunkterregung einer 3-D Struktur Erregerquelle im Halbraum-Inneren	69
6.2.1	Indirekte harmonische Erregung	71
6.2.2	Indirekte transiente Anregung infolge Rammerschütterung	84
7.0	Zusammenfassung	102
8.0	Literaturverzeichnis	103

1.0 ALLGEMEINES

Die in dieser Arbeit zu behandelnde Aufgabe befaßt sich mit Grundlagenforschung in der Baugrunderdynamik. Letztere ist ein Teilgebiet der Bodenmechanik und gewinnt in der neuesten Zeit nicht zuletzt wegen der aktuellen Umweltschutzproblematik zunehmend an Bedeutung.

Im allgemeinen werden in der Baugrunderdynamik für einen Untergrund, der meistens aus Lockergestein besteht, folgende Themen behandelt:

- Reaktion des Untergrundes auf dynamische Lasten, Wellenausbreitung im Untergrund.
- Wechselwirkung zwischen Gebäuden und Baugrund, wobei die Schwingungserregung sowohl vom Baugrund, z.B. Verkehrserschütterungen, Erschütterungen aus Rammvorgängen oder auch Explosionen, als auch vom Gebäude selber herrühren, wie z.B. durch vorhandene Maschinenfundamente oder bei Kirchtürmen durch die pendelnden Glocken.
- Bestimmung dynamischer Bodenparameter in Laboratoriums- und Feldversuchen.
- Erschütterungsschutz und Abschirmungsmaßnahmen.
- Langzeitverhalten von Böden unter zyklischen Beanspruchungen, wie aus sich bildenden und ausbreitenden Wellenbelastungen oder auch aus Windbelastungen und Verkehr.

In der Baugrunderdynamik wird vorausgesetzt, daß durch Schwingungen angeregte Bereiche lokal begrenzt sind. Großflächig wirkende Erschütterungen wie Erdbeben fallen unter bestimmten Aspekten, solange man deren Wirkungen und nicht deren Ursachen untersucht, auch in die Aufgabengebiete der Baugrunderdynamik.

Zu den Grundlagen der Baugrunderdynamik gehört weiter die Beschreibung gekoppelter Schwingungssysteme sowie auch kontinuierlich verteilter Massen. Den Schwerpunkt stellt aber die Untersuchung der Wellenausbreitung im elastischen Halbraum dar.

Dabei wird generell zwischen zwei Wellentypen unterschieden. Das sind die Scher- oder Transversalwellen (S-Wellen), bei denen nur Auslenkungen quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle, also nur Gestaltsänderungen, entstehen und die Kompressions- oder Longitudinalwellen (P-Wellen), bei denen die Auslenkung in Richtung der Wellenausbreitung stattfindet und nur zur Volumenänderung führt. Die Geschwindigkeit der P-Welle im Vollraum ist mit

$$v_P = \sqrt{\frac{2(1-\nu)G}{(1-2\nu)\rho}} \quad (1.1)$$

größer als diejenige der S-Welle

$$v_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.2)$$

Wird der Halbraum direkt an seiner Oberfläche belastet, entsteht zusätzlich eine dritte Welle, die sich parallel zur Halbraumboberfläche zy-

linderförmig ausbreitet, die sogenannte Rayleigh-Welle, deren Energie sich auf einen Bereich beschränkt, der von der Oberfläche einen Abstand von etwa einer Wellenlänge hat. Die Geschwindigkeit dieser Welle ist die kleinste von den beiden anderen und errechnet sich näherungsweise zu:

$$v_R = v_S(0.862 + 1.14\nu)/(1+\nu) \quad (1.3)$$

Im Gegensatz zu ihrer kleinen Geschwindigkeit weist die R-Welle die größte Verschiebungsamplitude auf. Die abgestrahlte Energie dynamisch belasteter Fundamente wird überwiegend über die R-Welle transportiert. Der Energietransport z.B. eines dynamisch belasteten starren vertikal schwingenden Kreisfundamentes verteilt sich auf die einzelnen Wellen R/S/P wie etwa 65%/26%/7%.

Der Untergrund zeichnet sich durch eine seiner wichtigsten Eigenschaften aus, die geometrische Dämpfung, die die Energieabnahme in Abhängigkeit vom Abstand zu der Erregerquelle beschreibt. Ist die Erregerquelle durch eine Punktlast oder Flächenlast beschränkter Wirkungsfläche beschrieben, dann ist der Einfluß der geometrischen Dämpfung auf die Energieabnahme gravierend gegenüber demjenigen eher vernachlässigbaren Einfluß der Materialdämpfung. Soll jedoch bei Berechnungen eine Materialdämpfung berücksichtigt werden, dann ist dieses durch die Einführung eines hysteretischen Dämpfungskoeffizienten in einen komplexen Schubmodul möglich.

Die für die Schwingungsberechnungen wesentlichen Parameter wie Schubmodul G und Poissonzahl ν werden vorwiegend im Labor ermittelt. Besser jedoch, dafür aber aufwendiger und teurer ist die Bestimmung dieser Parameter in Feldversuchen.

2.0 EINFÜHRUNG

Das Problem der Wellenausbreitung in elastischen Medien und insbesondere bei solchen, die durch eine natürliche Berandung gekennzeichnet sind, wie der Halbraum durch seine horizontale Oberfläche, ist seit dem grundlegenden Aufsatz von Lamb[20] ein Objekt intensiven Studiums und Forschung bei einer großen Anzahl von Wissenschaftlern geworden. Dabei unterscheidet man zwei verschiedene Vorgehensweisen.

Die eine ist die Behandlung des Problems im Frequenzraum. Hier wird vorausgesetzt, daß die Erregerquelle eine harmonische Zeitfunktion besitzt und dementsprechend wird für das Verschiebungsfeld ein harmonischer Ansatz in der Zeit gemacht. Somit werden die Grundgleichungen der Elastodynamik direkt in den Frequenzraum transformiert, wo dann das resultierende Differentialgleichungssystem gelöst wird. Die erhaltene Lösung ist die stationäre Antwort des Systems auf die harmonische Erregerquelle. Die Systemeigenschwingung ist in dieser Lösung nicht enthalten, da im Frequenzraum keine Anfangsbedingungen berücksichtigt werden können. Der Halbraum kann dabei durch das elastisch isotrope und homogene Kontinuum dargestellt werden, Lamb[20], Holzlöhner[14] und Mitakidis[22], oder durch ein horizontal geschichtetes elastisches Medium, Kausel[19]. Die harmonisch wirkende Belastung ist hier als schlaffes Spannungsbündel flächenhaft verteilt, in [19] auf Kreis- und Kreisringflächen, in [22] auf Rechteckflächen, oder sie wird durch eine Punktlast dargestellt, [14] und [22].

Die Lösungen im Frequenzraum stellen als Fundamentallösungen des Halbraumes eine geeignete Ausgangsbasis zur Behandlung von dynamischen Interaktionsproblemen bei harmonischer Erregung, wie z.B. die Berechnung von Maschinenfundamenten, dar. Sie weisen aber aufgrund ihrer Herleitung zum Teil erhebliche Qualitätsunterschiede zueinander auf, die bei einer Anwendung zu achten ist.

Die zweite Vorgehensweise ist die Behandlung des Problems der Wellenausbreitung direkt im Zeitraum. Sie ist die allgemeinere und mathematisch aufwendigere von den beiden. Es läßt sich zeigen, Rücker[27] und Mitakidis[22], daß sich die Halbraumlösungen im Frequenzraum aus diesen im Zeitraum als ein spezieller Fall der Erregung, nämlich harmonische Zeitfunktion, mit Hilfe des Konvolutionsintegrals ergeben.

Fundamentallösungen des Halbraumes im Zeitbereich sind von großer Bedeutung, da die meisten in der Umwelt vorkommenden Erschütterungsquellen im allgemeinen transients Natur sind, man denke wie schon angedeutet an Verkehrserschütterungen, Rammerschütterungen, Explosionen oder auch Erdbeben.

Pekeris[23] gibt die Oberflächenverschiebungen des dreidimensionalen homogenen elastischen Halbraumes für einen auf seiner Oberfläche wirkenden vertikalen Impuls an. Pekeris und Lifson[26] berechnen dann die

Oberflächenverschiebungen des Halbraumes für einen in verschiedenen Tiefen angreifenden vertikalen Impuls. Chao[6] erweiterte etwas später die von Pekeris eingeführte Theorie, um die Oberflächenverschiebungen des dreidimensionalen Halbraumes für einen tangential auf seiner Oberfläche wirkenden Impuls zu ermitteln. Die erwähnten Arbeiten sind mathematisch sehr anspruchsvoll, die hierbei angewandte komplizierte Transformationstechnik zur Lösung des gekoppelten partiellen Differentialgleichungssystems entstammt der Arbeit von Cagniard[4] und die berechneten Lösungen liegen in analytischer mathematisch geschlossener Form vor. Allerdings gelten sie nur für den Fall, daß die Laméschen Konstanten gleich sind, $\lambda=\mu$, d.h. $\nu=0.25$.

Die umfassendste Arbeit in dieser Richtung wird bei Johnson[18] angetroffen. Er befaßt sich in seiner Arbeit mit dem allgemeinen dreidimensionalen Problem der Halbraumschwingung infolge einer in seinem Innern wirkenden beliebig gerichteten Einzellast mit der Zeitfunktion eines Dirac-Impulses. Für diesen Fall berechnet er analytisch und in geschlossener Form das komplette Verschiebungsfeld des Halbraumes. Seine Ergebnisse wendet er dann bei dem geophysikalischen Problem der Berechnung theoretischer Seismogramme an. Im Gegensatz zu Pekeris und Chao verwendet Johnson bei der inversen Laplace Transformation seines Differentialgleichungssystems die wesentlich einfachere und elegantere von De Hoop[8] modifizierte Cagniard-Methode, die sogenannte Cagniard-De Hoop Technik. Seine Lösung ist aber für den Fall der flachen Wellenabstrahlung fehlerhaft.

3.0 ZIELE DER ARBEIT

Das wichtigste Ziel dieser Arbeit, die sich mit Grundlagenforschung befaßt, ist eine Berechnungsgrundlage für die Behandlung linearer oder auch nicht linearer dynamischer Interaktionsprobleme der Baugrunderdynamik zu schaffen. Diese Berechnungsgrundlage besteht in der Ermittlung von analytischen Fundamentallösungen des elastischen Halbraumes im Zeitbereich.

Eine Fundamentallösung stellt die Reaktion des Halbraumes, d.h. sein Verschiebungsfeld, infolge einer Einheitslast mit Diracscher Zeitfunktion dar und kann als Übertragungsfunktion des betrachteten Mediums verstanden werden.

Diese Fundamentallösungen werden dann als Einflußfunktionen zur Gewährleistung der Kompatibilität in den sogenannten halbanalytischen Berechnungsverfahren verwendet, die auf dem Prinzip der Finiten- oder Randelemente oder auf Kombination dieser beiden basieren und zur Zeit die leistungsstärksten Berechnungsmethoden für dynamische Interaktionsprobleme darstellen. Ferner können sie, besonders in physikalisch nicht linearen dynamischen Problemen, zur Konstruktion von Makroelementen herangezogen werden, da sie auf Grund ihrer Herleitung die wichtigsten Eigenschaften des Baugrundes wie Abstrahlungsdämpfung und Ausbildung der Rayleighwelle in analytischer Form und vor allem exakt wiedergeben.

Wie schon im Kapitel 2.0, Einführung, erwähnt wurde, löste Johnson [18] als erster im Zeitraum das allgemeine dreidimensionale Lambsche Problem. Er berechnet für eine Einzellast, räumlich und zeitlich mit Diracschen Delta-Funktionen lokalisiert, im Inneren des dreidimensionalen elastischen Halbraumes wirkend alle neun Greenschen Funktionen und somit das komplette Verschiebungsfeld des Halbraumes. Die Berechnung erfolgt analytisch und die Ergebnisse liegen in mathematisch geschlossener Form vor. In dieser Form erscheinen sie für eine numerische Umsetzung als besonders geeignet.

Ein intensives Studium der Arbeit von Johnson[18] hat aber ergeben, daß die dort angegebenen Formeln für den Fall einer flachen Wellenabstrahlung wie zum Beispiel Last auf der Halbraumoberfläche in Vergleich mit anderen bereits existierenden exakten Oberflächenlösungen, Pekeris[23] und Chao[6], speziell beim S-Wellenanteil zu falschen Ergebnissen führen. Eine flache Abstrahlung liegt vor, wenn der Einfallswinkel der Wellenfront kleiner als ein für das Ausbreitungsmedium charakteristischer kritischer Einfallswinkel ist. Aber genau dieser Fall ist für die meisten Probleme der Baugrunderdynamik, wo sich die Ereignisse hauptsächlich in der Nähe der Halbraumoberfläche abspielen, von maßgebender Bedeutung. Deshalb ist es notwendig, um diesen Fehler wegzuräumen, aber auch sehr sinnvoll, um zu einem besseren Verständnis für das gesamte Problem der zeitlichen Wellenausbreitung im Halbraum zu gelangen, den Aufsatz von Johnson erneut aufzuarbeiten.

anwachsenden Schubmodul $G=G(z)$ auszeichnet. Die bekanntesten Modelle sind der sogenannte Gibson-Halbraum mit einem linear anwachsendem G und der realitätsnahe Wurzel-Halbraum, bei dem G mit der Wurzel der Tiefe ansteigt. Für beide Modelle ist aber die Ermittlung von exakten analytischen dreidimensionalen Lösungen, wie das in dieser Arbeit angestrebt wird, nicht möglich. Zu Lösungen kann man nur durch numerische Methoden gelangen, welche aber die wichtigsten Eigenschaften des Halbraumes, seine Abstrahlungsdämpfung und die Bildung der Rayleigh-Welle, nur mit einem sehr großen numerischen Aufwand in ausreichendem Maße widerspiegeln können. Lediglich für den Fall einer harmonischen Oberflächenerregung läßt sich durch eine geeignete Transformation der tiefenabhängigen Scherwellengeschwindigkeit auf eine frequenzabhängige mit Hilfe der Lösungen des homogenen Halbraumes auch der vertikal inhomogene Halbraum behandeln. Das wird im Kapitel 5.0 dieser Arbeit dargestellt.

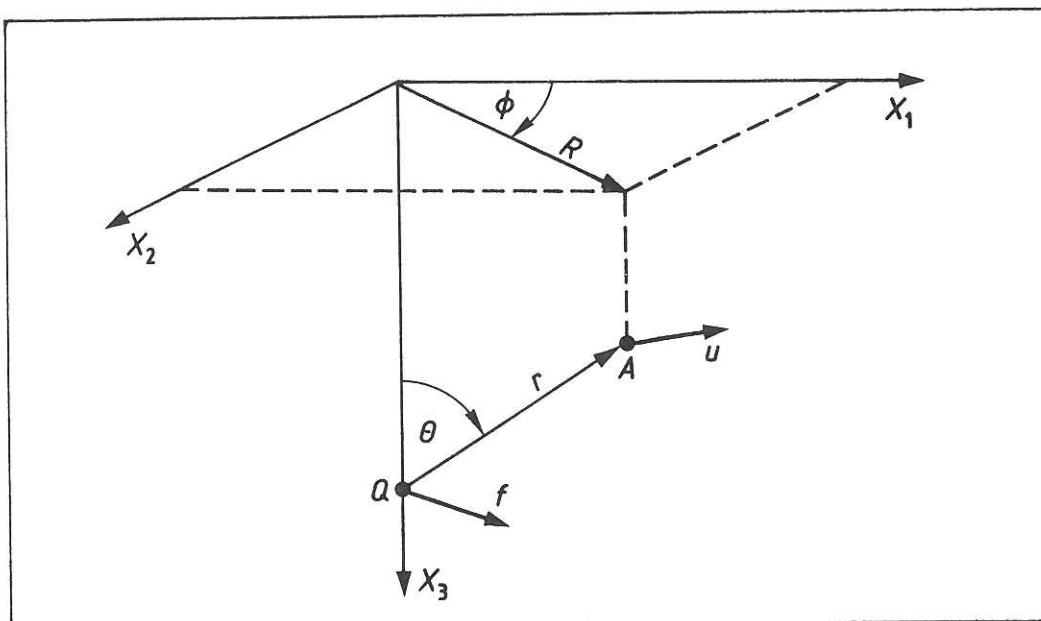
4.0 ERREGUNG DES HALBRAUMES IM INNEREN

4.1 EINZELLAST MIT DIRACSCHER ZEITFUNKTION

Die Lamé-Naviersche Bewegungsgleichung für das linear elastische isotrope und homogene Material lautet in kartesischen Koordinaten:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{f}(\mathbf{x},t) + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x},t)) + \mu \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x},t) \quad (4.1)$$

wobei \mathbf{x} der Ortsvektor, t die Zeit, \mathbf{u} der Verschiebungsvektor und \mathbf{f} die Kraft als Quelle für die elastischen Störungen sind. Die Fundamentalgleichung (4.1) läßt sich in drei skalare partielle Differentialgleichungen aufspalten und somit hat man drei unabhängige Probleme zu lösen. Die freie Halbraumoberfläche sei hier genauso wie bisher durch die Fläche $x_3=0$ definiert, Bild[4.1]. Das Problem wird anfangs in kartesischen Koordinaten formuliert, im späteren Verlauf wird aber auch die Benutzung von Zylinder- und Kugelkoordinaten sehr vorteilhaft sein.



Bild[4.1] Problemgeometrie: Verschiebung \mathbf{u} im Punkt A infolge Kraftwirkung \mathbf{f} im Punkt Q

Die Spannungen auf jeder Teilfläche mit konstanter Tiefenordinate x_3 sind :

$$\sigma_{13}(\mathbf{x},t) = \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_3} u_1(\mathbf{x},t) + \frac{\partial}{\partial x_1} u_3(\mathbf{x},t) \right) \quad (4.2a)$$

$$\sigma_{23}(\mathbf{x},t) = \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_3} u_2(\mathbf{x},t) + \frac{\partial}{\partial x_2} u_3(\mathbf{x},t) \right) \quad (4.2b)$$

$$\sigma_{33}(\mathbf{x},t) = \lambda \left(\frac{\partial}{\partial x_1} u_1(\mathbf{x},t) + \frac{\partial}{\partial x_2} u_2(\mathbf{x},t) + \frac{\partial}{\partial x_3} u_3(\mathbf{x},t) \right) + 2\mu \frac{\partial}{\partial x_3} u_3(\mathbf{x},t) \quad (4.2c)$$

Das Problem besteht darin, eine Lösung $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ für Gleichung (4.1) zu finden mit der Bedingung, daß die Spannungen in Gln.(4.2a-c) für den

Fall $x_3=0$ alle gleich Null werden. Die Quellenfunktion, Einzelkraft im Inneren des Halbraumes, wird sowohl im Raum als auch in der Zeit mit Diracschen Delta Funktionen lokalisiert:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x},t) = (F_1\mathbf{e}_1+F_2\mathbf{e}_2+F_3\mathbf{e}_3)\delta(x_1-X_1)\delta(x_2-X_2)\delta(x_3-X_3)\delta(t-T) \quad (4.3)$$

In (4.3) beziehen sich x_1 , x_2 , x_3 und t auf die Ortslage und die Ankunftszeit der Störung im Aufpunkt A, dagegen X_1 , X_2 , X_3 und T auf die Lage und den Zeitpunkt der Wirkung der Elastischen Störung im Quellpunkt Q. Der Vektor \mathbf{F} mit den Komponenten F_1 , F_2 und F_3 gibt die Amplituden der angreifenden Einzellast in den drei Raumrichtungen an und kann als Intensität der Quelle bezeichnet werden.

Im Sinne der in Gleichung (4.3) formulierten Darstellung der Quellenfunktion entspricht die Lösung für den Verschiebungsvektor einer Greenschen Funktion und wir können schreiben:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x},t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x},t;\mathbf{X},T) \\ &= g_1(\mathbf{x},t;\mathbf{X},T)\mathbf{e}_1+g_2(\mathbf{x},t;\mathbf{X},T)\mathbf{e}_2+g_3(\mathbf{x},t;\mathbf{X},T)\mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Physikalisch ist $\mathbf{g}(\mathbf{x},t;\mathbf{X},T)$ das Verschiebungsfeld zum Zeitpunkt t am Beobachtungspunkt \mathbf{x} , das ist der Aufpunkt A, infolge einer impulsiven Einzellast \mathbf{F} , die zu einer Zeit T am Quellpunkt \mathbf{X} gewirkt hat. Die Lösung des Problems kann ohne Verlust an Allgemeinheit vereinfacht werden, wenn in Gl.(4.3) $X_1=X_2=0$ und $T=0$ gesetzt werden. Dieser Fall ist in Bild[4.1] dargestellt und für Gleichung (4.3) schreibt man dann:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x},t) = \mathbf{F}\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3-X_3)\delta(t) \quad (4.5)$$

Setzt man nun die Ausdrücke in den Gln. (4.4) und (4.5) in die Fundamentalgleichung (4.1) ein, so erhält man ein partielles inhomogenes Differentialgleichungssystem, in dem die drei Komponenten der gesuchten Greenschen Funktion g_1 bis g_3 miteinander gekoppelt sind. Um dieses Differentialgleichungssystem lösen zu können, wird es zuerst vollständig in den Laplace-Raum transformiert, indem man bezüglich der Zeit die einseitige Laplace Transformation und bezüglich der Raumkoordinaten die zweiseitige Laplace-Transformation anwendet. Dazu betrachten wir die erste Gleichung des Systems, welche lautet:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} g_1(\mathbf{x},t;X_3,0) &= F_1\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3-X_3)\delta(t) + (\lambda+\mu) \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} g_1(\mathbf{x},t;X_3,0) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} g_2(\mathbf{x},t;X_3,0) + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} g_3(\mathbf{x},t;X_3,0) \right] + \\ &\quad + \mu \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} g_1(\mathbf{x},t;X_3,0) + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} g_1(\mathbf{x},t;X_3,0) + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} g_1(\mathbf{x},t;X_3,0) \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Bei der einseitigen Laplace-Transformation bezüglich der Zeit wird die Zeitvariable t in die komplexe Variable $s=a+ib$ transformiert. Nach Definition gilt für die einseitige Laplace-Transformation einer Funktion $f(t)$:

$$f^*(s) = \mathcal{L}_t\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (4.7)$$

Für die zweite Ableitung nach der Zeit gilt:

$$\mathcal{L}_t\left\{\frac{d^2}{dt^2} f(t)\right\} = s^2 f^*(s) - sf(0+) - f'(0+) \quad (4.8)$$

Da der Halbraum zum Zeitpunkt $t=0$ sich im Ruhezustand befindet, sind die Anfangsbedingungen, Verschiebung und Geschwindigkeit für $t=0$, gleich Null, d.h. in Gl.(4.8) sind auf der rechten Seite $f(0+)=f'(0+)=0$ zu setzen. Die Durchführung der einseitigen Laplace Transformation bezüglich der Zeit an den einzelnen Termen der Gl.(4.6) liefert dann:

$$\mathcal{L}_t\left\{\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} g_1(\mathbf{x}, t; X_3, 0)\right\} = \rho s^2 g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \quad (4.9)$$

$$\mathcal{L}_t\{F_1 \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3 - X_3) \delta(t)\} = F_1 \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3 - X_3) \quad (4.10)$$

$$\mathcal{L}_t\left\{\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} g_j(\mathbf{x}, t; X_3, 0)\right\} = \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} g_j^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \quad (4.11)$$

Somit kann man für Gl.(4.6) nach der ersten Transformation schreiben:

$$\begin{aligned} \rho s^2 g_1^* &= F_1 \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3 - X_3) + (\lambda + \mu) \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} g_1^* + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} g_2^* + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} g_3^* \right] + \\ &+ \mu \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} g_1^* + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} g_1^* + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} g_1^* \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

wobei $g_1^* = g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0)$

Nun werden die Raumkoordinaten x_1, x_2, x_3 im Sinne der zweiseitigen Laplace Transformation in die Variablen ξ_1, ξ_2 bzw. ξ_3 transformiert. Die Laplace Variable ξ ist im allgemeinen komplex, $\xi = \zeta + i\eta$.

Für die zweiseitige Laplace Transformation einer Funktion $f(x)$ gilt:

$$\mathcal{L}_x\{f(x)\} = f(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi x} f(x) dx \quad (4.13)$$

Anwendung dieser Transformationsvorschrift auf Gl.(4.12) liefert für die einzelnen Ausdrücke:

$$\mathcal{L}_{x_{1,2,3}}\{\rho s^2 g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0)\} = \rho s^2 g_1(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.14)$$

$$\mathcal{L}_{x_{1,2,3}}\{F_1 \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3 - X_3)\} = \exp(-\xi_3 X_3) F_1 \quad (4.15)$$

Für die Ableitungen nach den Raumkoordinaten erhält man unter der Voraussetzung, daß die Verschiebungsgrößen des elastischen Mediums im Unendlichen verschwinden, folgende Ausdrücke:

$$\mathfrak{L}_{x_{1,2,3}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \right\} = \xi_1^2 g_1(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.16)$$

$$\mathfrak{L}_{x_{1,2,3}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} g_2^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \right\} = \xi_1 \xi_2 g_2(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.17)$$

$$\mathfrak{L}_{x_{1,2,3}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} g_3^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \right\} = \xi_1 \xi_3 g_3(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.18)$$

$$\mathfrak{L}_{x_{1,2,3}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \right\} = \xi_2^2 g_1(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.19)$$

$$\mathfrak{L}_{x_{1,2,3}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} g_1^*(\mathbf{x}, s; X_3, 0) \right\} = \xi_3^2 g_1(\xi, s; X_3, 0) \quad (4.20)$$

Somit erhält man nach der Transformation in den Laplace-Raum aus der ersten Gleichung des partiellen Differentialgleichungssystems einen linearen algebraischen Ausdruck für die transformierten Greenschen Funktionen g_1 , g_2 und g_3 , welcher lautet:

$$\begin{aligned} \rho s^2 g_1 = & F_1 \exp(-\xi_3 X_3) + (\lambda + \mu) [\xi_1^2 g_1 + \xi_1 \xi_2 g_2 + \xi_1 \xi_3 g_3] + \\ & + \mu [\xi_1^2 g_1 + \xi_2^2 g_1 + \xi_3^2 g_1] \end{aligned} \quad (4.21)$$

und nach einiger Umformung folgende Gestalt bekommt:

$$\begin{aligned} g_1 [\rho s^2 - \xi_1^2 (\lambda + \mu) - \mu (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)] - g_2 \xi_1 \xi_2 (\lambda + \mu) - g_3 \xi_1 \xi_3 (\lambda + \mu) = \\ = F_1 \exp(-\xi_3 X_3) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Nach ein Paar weiteren Umrechnungen sieht dann Gl.(4.22) in eleganter Matrixform wie folgt aus:

$$\begin{bmatrix} \xi_1^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \xi_3 \end{bmatrix} \mathbf{g}(\xi, s; X_3, 0) = \frac{-\exp(-\xi_3 X_3)}{\lambda + \mu} F_1 \quad (4.23)$$

Dabei wurden die folgenden Substitutionen verwendet:

$$\lambda_s^2 = k^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2 \quad \text{mit} \quad k = \frac{s}{v_s} \quad (4.24)$$

Der Vektor \mathbf{g} in Gl.(4.23) ist ein Spaltenvektor, der die transformierten Greenschen Funktionen enthält:

$$\mathbf{g}^T = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Ganz analog zu der bisherigen Herleitung liefert die zweite Gleichung des Differentialgleichungssystems (4.1), nachdem sie ebenfalls bezüglich aller ihrer unabhängigen Variablen in den Laplace Raum transformiert wird:

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) & \xi_2 \xi_3 \end{bmatrix} \mathbf{g}(\xi, s; X_3, 0) = \frac{-\exp(-\xi_3 X_3)}{\lambda + \mu} F_2 \quad (4.26)$$

Aus der dritten Gleichung erhält man schließlich:

$$\left[\begin{array}{ccc} \xi_1 \xi_3 & \xi_2 \xi_3 & \xi_3^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) \end{array} \right] \mathbf{g}(\xi, s; X_3, 0) = \frac{-\exp(-\xi_3 X_3)}{\lambda + \mu} \mathbf{F}_3 \quad (4.27)$$

Die Gleichungen (4.23), (4.26) und (4.27) bilden zusammen ein lineares inhomogenes Gleichungssystem für die drei unbekannt Funktionen g_1 , g_2 und g_3 . In Matrixform hat das Gleichungssystem dann die folgende Form:

$$\left[\begin{array}{ccc} \xi_1^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \xi_3 \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) & \xi_2 \xi_3 \\ \xi_1 \xi_3 & \xi_2 \xi_3 & \xi_3^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) \end{array} \right] \mathbf{g}(\xi, s; X_3, 0) = \frac{-\exp(-\xi_3 X_3)}{\lambda + \mu} \mathbf{F} \quad (4.28)$$

wobei $\mathbf{F}^T = \left[\begin{array}{ccc} F_1 & F_2 & F_3 \end{array} \right]$

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt nach der Kramerschen Regel, und man erhält für die einzelnen Komponenten des Greenschen Lösungsvektors \mathbf{g} die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} g_1(\xi, s; X_3, 0) &= -\frac{1}{N} \left[\xi_2^2 + \xi_3^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) \right] (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_1 \\ &+ \frac{1}{N} \xi_1 \xi_2 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_2 \\ &+ \frac{1}{N} \xi_1 \xi_3 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_3 \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} g_2(\xi, s; X_3, 0) &= \frac{1}{N} \xi_1 \xi_2 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_1 \\ &- \frac{1}{N} \left[\xi_1^2 + \xi_3^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) \right] (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_2 \\ &+ \frac{1}{N} \xi_2 \xi_3 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_3 \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} g_3(\xi, s; X_3, 0) &= \frac{1}{N} \xi_1 \xi_3 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_1 \\ &+ \frac{1}{N} \xi_2 \xi_3 (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_2 \\ &- \frac{1}{N} \left[\xi_1^2 + \xi_2^2 + \frac{\mu}{\lambda + \mu} (\xi_3^2 - \lambda_s^2) \right] (\lambda + \mu) \exp(-\xi_3 X_3) F_3 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Dabei sind $N = (\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)\mu(\lambda + 2\mu)$ (4.32)

und

$$\lambda_p^2 = h^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2 \quad \text{mit} \quad h = \frac{s}{v_p} \quad (4.33)$$

Es ist sehr sinnvoll für die spätere Konstruktion der Greenschen Funktionen des elastischen Halbraumes schon in diesem Stadium die inverse Laplace Transformation bezüglich des Paares ξ_3, x_3 durchzuführen. Anwendung der inversen Transformationsvorschrift gemäß ihrer Definition zunächst auf Gl.(4.29) liefert:

$$G_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\zeta_3 - i\infty}^{\zeta_3 + i\infty} \exp(\xi_3 x_3) g_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3, s; X_3, 0) d\xi_3 \quad (4.34)$$

$$\text{mit } \xi_3 = \zeta_3 + i\eta_3$$

Folgende Bedingungen sind notwendig, um die Konvergenz der Transformation zu gewährleisten:

$$-h \leq \text{Re}(\xi_1) \leq h \quad (4.35a)$$

$$-\text{Re}[\sqrt{(h^2 - \xi_1^2)}] \leq \text{Re}(\xi_1) \leq \text{Re}[\sqrt{(h^2 - \xi_1^2)}] \quad (4.35b)$$

$$-\text{Re}(\lambda_p) \leq \text{Re}(\xi_3) \leq \text{Re}(\lambda_p) \quad (4.35c)$$

Gl(4.29) kann als Summe von drei getrennten Anteilen geschrieben werden:

$$g_1(\xi, s; X_3, 0) = A_1(\xi, s; X_3, 0)F_1 + A_2(\xi, s; X_3, 0)F_2 + A_3(\xi, s; X_3, 0)F_3 \quad (4.36)$$

Mit (4.36) bekommt Gl(4.34) die folgende Form:

$$G_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^3 \int_{\zeta_3 - i\infty}^{\zeta_3 + i\infty} \exp(\xi_3 x_3) A_n(\xi_1, \xi_2, \xi_3, s; X_3, 0) F_n d\xi_3 \quad (4.37)$$

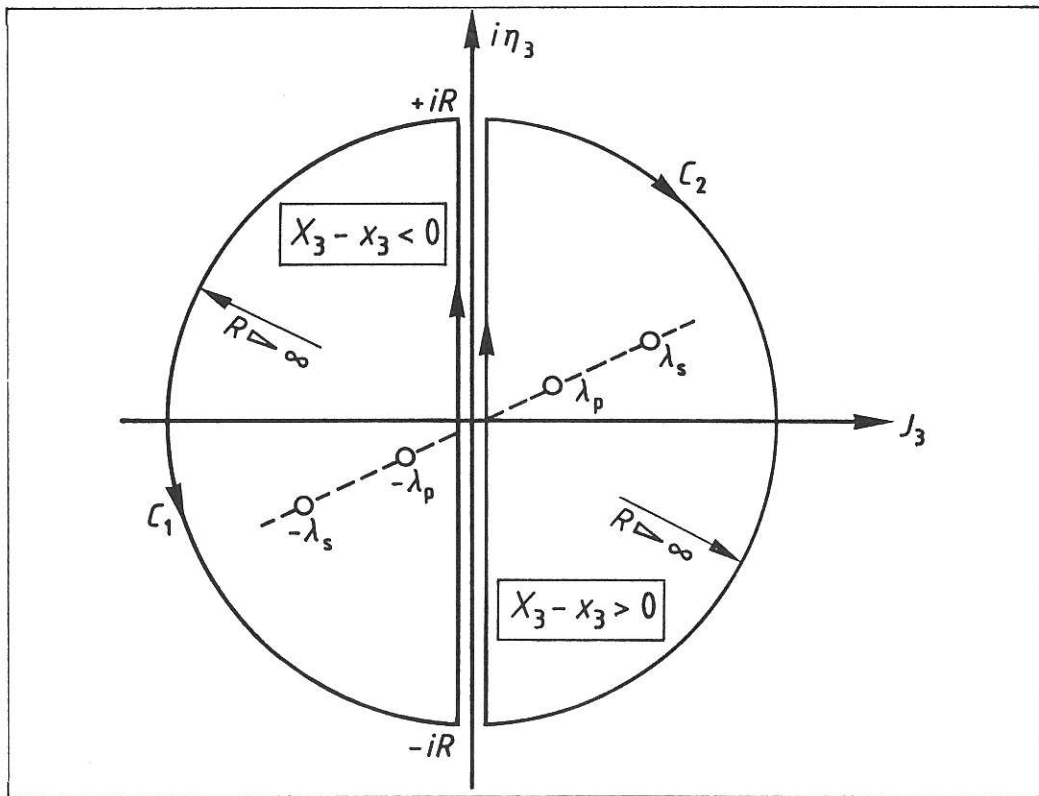
Die Konvergenzbedingung (4.35c) lautet hier:

$$-\text{Re}(\lambda_p) \leq \text{Re}(\zeta_3) \leq \text{Re}(\lambda_p) \quad (4.38)$$

Der Ausdruck A_1 in (4.29) wird nach einiger Umformung:

$$A_1 = \frac{\xi_1^2 \exp(-\xi_3 X_3) (\lambda + \mu)}{(\xi_3^2 - \lambda_S^2)(\xi_3^2 - \lambda_P^2)\mu(\lambda + 2\mu)} - \frac{\exp(-\xi_3 X_3)}{(\xi_3^2 - \lambda_S^2)\mu} \quad (4.39)$$

Der Nenner in (4.39) weist Polstellen bei $\xi_3 = (+/-)\lambda_S$ und $\xi_3 = (+/-)\lambda_P$ auf. Somit wird die inverse Laplace Transformation auf der komplexen Ebene mit Hilfe der Bromwich Kontur durchgeführt, wobei $\zeta_3 = 0$ gewählt wird, Bild[4.2].



Bild[4.2] Bromwich- Kontur auf der komplexen ξ_3 - Ebene

Anwendung der Transformationsvorschrift (4.34) auf (4.39) liefert:

$$\begin{aligned}
 A_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \frac{1}{2\pi i} \frac{\lambda + \mu}{\mu(\lambda + 2\mu)} \xi_1^2 F_1 \cdot \\
 &\int_{\zeta_3 - i\infty}^{\zeta_3 + i\infty} \frac{\exp[-\xi_3 (X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} d\xi_3 - \\
 &\frac{1}{2\pi i \mu} F_1 \int_{\zeta_3 - i\infty}^{\zeta_3 + i\infty} \frac{\exp[-\xi_3 (X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)} d\xi_3 \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Auf der gewählten Bromwich Kontur nach Bild[4.2] hat man:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left[\int_{-iR}^{iR} + \int_C \right] = 2\pi i \Sigma \text{Res} \{ A_1(\xi_3) \} \quad (4.41)$$

Nach dem Lema von Jordan ist $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_C = 0$, sodaß

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} = 2\pi i \Sigma \text{Res} \{ A_1(\xi_3) \}$$

auf der linken Halbebene und

$$\int_{-i\infty}^{i\infty} = -2\pi i \Sigma \text{Res} \{ A_1(\xi_3) \}$$

auf der rechten Halbebene. Der Ausdruck $\sum \text{Res}\{A_1(\xi_3)\}$ bedeutet Summe der Residuen des Integranden für die Polstellen von ξ_3 . Damit der Integrand in (4.40) und damit auch die Lösung für wachsende Last- und Ortsordinaten X bzw. x beschränkt bleiben, muß auch das negative Vorzeichen im Exponenten erhalten bleiben, d.h. wenn $(X_3 - x_3) < 0$ muß man auf der linken Halbebene integrieren, bei $(X_3 - x_3) > 0$ ist die Integration auf der rechten Halbebene auszuführen, Bild[4.2].

Das Residuum einer gebrochenen Funktion $[p(x)/q(x)]$ für $x=x_0$ ist definiert als:

$$\text{Res} \left\{ \frac{p(x)}{q(x)} \right\}_{x=x_0} = \left. \frac{p(x)}{\frac{dq(x)}{dx}} \right|_{x=x_0} \quad (4-42)$$

Damit sind:

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} \right\}_{\xi_3 = \pm \lambda_s} = \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{2\xi_3(\xi_3^2 - \lambda_p^2) + 2\xi_3(\xi_3^2 - \lambda_s^2)} \Big|_{\xi_3 = \pm \lambda_s} \quad (4.43)$$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)} \right\}_{\xi_3 = \pm \lambda_s} = \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{2\xi_3} \Big|_{\xi_3 = \pm \lambda_s} \quad (4.44)$$

Für die beiden Halbebenen erhält man nun:

$X_3 - x_3 > 0$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} \right\}_{\xi_3 = \lambda_s} = \frac{\exp[-\lambda_s(X_3 - x_3)]}{2\lambda_s \rho s^2 (\lambda + \mu)} \mu(\lambda + 2\mu)$$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} \right\}_{\xi_3 = \lambda_p} = \frac{-\exp[-\lambda_p(X_3 - x_3)]}{2\lambda_p \rho s^2 (\lambda + \mu)} \mu(\lambda + 2\mu)$$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)} \right\}_{\xi_3 = \lambda_s} = \frac{\exp[-\lambda_p(X_3 - x_3)]}{2\lambda_s}$$

$X_3 - x_3 < 0$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} \right\}_{\xi_3 = -\lambda_s} = \frac{-\exp[-\lambda_s(X_3 - x_3)]}{2\lambda_s \rho s^2 (\lambda + \mu)} \mu(\lambda + 2\mu)$$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)(\xi_3^2 - \lambda_p^2)} \right\}_{\xi_3 = -\lambda_p} = \frac{\exp[-\lambda_p(X_3 - x_3)]}{2\lambda_p \rho s^2 (\lambda + \mu)} \mu(\lambda + 2\mu)$$

$$\text{Res} \left\{ \frac{\exp[-\xi_3(X_3 - x_3)]}{(\xi_3^2 - \lambda_s^2)} \right\}_{\xi_3 = -\lambda_s} = \frac{-\exp[-\lambda_s(X_3 - x_3)]}{2\lambda_s}$$

Die Summe der Residuen liefert für die beiden Halbebenen:

Linke Bromwich Kontur $(X_3 - x_3) < 0$:

$$A_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \xi_1^2 \frac{\exp[-\lambda_p (X_3 - x_3)]}{2\lambda_p \rho s^2} F_1 + (\xi_2^2 + \lambda_s^2) \frac{\exp[-\lambda_s (X_3 - x_3)]}{2\lambda_s \rho s^2} F_1 \quad (4.45)$$

Rechte Bromwich Kontur $(X_3 - x_3) > 0$:

$$A_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \xi_1^2 \frac{\exp[-\lambda_p (X_3 - x_3)]}{2\lambda_p \rho s^2} F_1 + (\xi_2^2 + \lambda_s^2) \frac{\exp[-\lambda_s (X_3 - x_3)]}{2\lambda_s \rho s^2} F_1 \quad (4.46)$$

Da das Vorzeichen des Exponenten für beide Konturen mit (-) erhalten bleibt, kann man zusammenschreiben

$$A_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \xi_1^2 \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} F_1 + (\xi_2^2 + \lambda_s^2) \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} F_1 \quad (4.47)$$

Für A_2 erhält man ganz analog:

$$A_2^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \xi_1 \xi_2 \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} F_2 - \xi_1 \xi_2 \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} F_2 \quad (4.48)$$

Bei A_3 schließlich unterscheidet sich die Integration auf den beiden Halbebenen nur um das Vorzeichen von ξ_3 , da im Zähler von A_3 die Integrationsvariable ξ_3 in der ersten Potenz vorkommt. Deswegen erhält man auf der linken Halbebene ein (-) Vorzeichen, auf der rechten dagegen ein (+) Vorzeichen. Beim Zusammenfassen wird dieser Unterschied durch die Signum-Funktion $\text{sgn}(X_3 - x_3)$ dargestellt.

$$A_3^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \xi_1 \lambda_p \text{sgn}(X_3 - x_3) \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} F_3 - \xi_1 \lambda_s \text{sgn}(X_3 - x_3) \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} F_3 \quad (4.49)$$

Mit (4.47), (4.48) und (4.49) erhält man für G_1^* :

$$G_1^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \left[\begin{array}{ccc} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \lambda_p \text{sgn}(X_3 - x_3) \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} F$$

$$+ \left[\begin{array}{ccc} \xi_2^2 + \lambda_s^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} \mathbf{F} \quad (4.50)$$

In gleicher Weise lassen sich auch G_1^* und G_2^* ermitteln:

$$G_2^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \left[\begin{array}{ccc} \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} \mathbf{F} \\ + \left[\begin{array}{ccc} -\xi_1 \xi_2 & \xi_1^2 + \lambda_s^2 & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} \mathbf{F} \quad (4.51)$$

$$G_3^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \left[\begin{array}{ccc} \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \lambda_p^2 \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} \mathbf{F} \\ + \left[\begin{array}{ccc} -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_1^2 + \xi_2^2 \end{array} \right] \cdot \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} \mathbf{F} \quad (4.52)$$

In übersichtlicher Matrixform sieht dann die Lösung des inhomogenen linearen Gleichungssystems (4.28) in der Bildebene (s, ξ_1, ξ_2) wie folgt aus:

$$\mathbf{G}_{VR}^* = \mathbf{G}_{VR}^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) = \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \lambda_p^2 \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} \mathbf{F} + \\ \begin{bmatrix} \xi_2^2 + \lambda_s^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \xi_2 & \xi_1^2 + \lambda_s^2 & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_1^2 + \xi_2^2 \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} \mathbf{F} + \quad (4.53)$$

Wegen der Konvergenz muß man in (4.53) fordern:

$$\operatorname{Re}[\lambda_p] \geq 0 \text{ und } \operatorname{Re}[\lambda_s] \geq 0$$

Der Index $\langle VR \rangle$ in G_{VR}^* soll andeuten, daß es sich hier um die transformierten Greenschen Funktionen des Vollraumes handelt, die nur von der Punktquelle ausgestrahlte räumliche P- und S-Wellenanteile enthalten. Nun, um die entsprechenden Greenschen Funktionen des Halbraumes zu konstruieren, der durch seine spannungsfreie Oberfläche ein Randwertproblem mit homogenen Randbedingungen darstellt, bedient man sich der sogenannten Technik des Quellen-Abbildes, Achenbach[1]. Nach dieser Gedankenweise erweitert man den Lösungsvektor in (4.53) um einen homogenen Anteil, dessen P- und S-Wellen sowohl zum Aufpunkt als auch zum Quellpunkt hinlaufen.

Der Greensche Lösungsvektor des Halbraumes, hier mit G^* hat dann folgende Gestalt:

$$G^* = G_{VR}^* + G_h^* \quad (4.54)$$

oder in Matrixform:

$$G^* = G^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) =$$

$$\begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \lambda_p^2 \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2} F_+$$

$$\begin{bmatrix} \xi_2^2 + \lambda_s^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \xi_2 & \xi_1^2 + \lambda_s^2 & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_1^2 + \xi_2^2 \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2} F_+$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \xi_1 & a_2 \xi_1 & a_3 \xi_1 \\ a_1 \xi_2 & a_2 \xi_2 & a_3 \xi_2 \\ -a_1 \lambda_p & -a_2 \lambda_p & -a_3 \lambda_p \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_p (X_3 + x_3)]}{2\lambda_p \rho s^2} F_+$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \lambda_s & b_2 \lambda_s & b_3 \lambda_s \\ c_1 \lambda_s & c_2 \lambda_s & c_3 \lambda_s \\ b_1 \xi_1 + c_1 \xi_2 & b_2 \xi_1 + c_2 \xi_2 & b_3 \xi_1 + c_3 \xi_2 \end{bmatrix} \frac{\exp[-\lambda_s (X_3 + x_3)]}{2\lambda_s \rho s^2} F \quad (4.54a)$$

In (4.54a) sind die beiden letzten Anteile der homogene Greensche Vektor G_h^* , dessen freie Konstanten a_i, b_i und c_i ($i=1,3$) über die Spannungsrandbedingungen bestimmt werden.

Der nächste Schritt ist die Anwendung der Spannungsrandbedingungen an der freien Oberfläche. Dazu werden die Spannungsgleichungen

(4.2a-c) in den Laplace Bereich (ξ_1, ξ_2, s) transformiert. In den transformierten Spannungsgleichungen wird dann der Verschiebungsvektor \mathbf{u} durch den Greenschen Lösungsvektor \mathbf{G}^* in (4.54a) für jede einzelne der drei Kraftkomponenten in \mathbf{F} substituiert. Die beiden anderen Kraftkomponenten bleiben dabei Null. Die Forderung schließlich, daß die Spannungen auf der Halbraumoberfläche, d.h. für $x_3=0$, für jede einzelne Kraftkomponente verschwinden müssen, liefert ein algebraisches Gleichungssystem für die neun Unbekannten $a_i, b_i, c_i, i = 1,2,3$. Man erhält daraus für die neun Konstanten :

$$a_1 = (-\xi_1/d) \left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) - 4\lambda_p \lambda_s f \exp[(\lambda_p - \lambda_s) X_3] \right\} \quad (4.55a)$$

$$a_2 = (-\xi_2/d) \left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) - 4\lambda_p \lambda_s f \exp[(\lambda_p - \lambda_s) X_3] \right\} \quad (4.55b)$$

$$a_3 = (-\lambda_p/d) \left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) + 4(\xi_1^2 + \xi_2^2) f \exp[(\lambda_p - \lambda_s) X_3] \right\} \quad (4.55c)$$

$$b_1 = (1/\lambda_s d) \left\{ f^2 (k^2 - \xi_1^2) + 4\lambda_p \lambda_s (\xi_2^2 k^2 - \xi_1^2 \lambda_s^2) + 4\xi_1^2 \lambda_s^2 f \exp[(\lambda_s - \lambda_p) X_3] \right\} \quad (4.55d)$$

$$b_2 = c_1 \quad (4.55e)$$

$$b_3 = (-\xi_1/d) \left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) - 4\lambda_p \lambda_s f \exp[(\lambda_s - \lambda_p) X_3] \right\} \quad (4.55f)$$

$$c_1 = (-\xi_1 \xi_2 / \lambda_s d) \left\{ f^2 + 4\lambda_p \lambda_s (k^2 + \lambda_s^2) - 4\lambda_s^2 f \exp[(\lambda_s - \lambda_p) X_3] \right\} \quad (4.55g)$$

$$c_2 = (1/\lambda_s d) \left\{ f^2 (k^2 - \xi_2^2) + 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 k^2 - \xi_2^2 \lambda_s^2) + 4\xi_2^2 \lambda_s^2 f \exp[(\lambda_s - \lambda_p) X_3] \right\} \quad (4.55h)$$

$$c_3 = (-\xi_2/d) \left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) - 4\lambda_p \lambda_s f \exp[(\lambda_s - \lambda_p) X_3] \right\} \quad (4.55i)$$

$$\text{mit } f = \lambda_s^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2 \quad (4.56)$$

$$\text{und } d = f^2 + 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) \quad (4.57)$$

Setzt man die Ausdrücke (4.55a-i), (4.56) und (4.57) in (4.54) ein, so erhält man den kompletten transformierten Greenschen Lösungsvektor des Halbraumes. In übersichtlicher Form schreibt man

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}^*(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} + \mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} + \\
&\mathbf{P}\mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} + \mathbf{P}\mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} + \\
&\mathbf{P}\mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} + \mathbf{S}\mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0)\mathbf{F} +
\end{aligned} \tag{4.58}$$

wobei

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ \xi_1 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_2 \lambda_p \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \lambda_p^2 \end{bmatrix} &\frac{\exp[-\lambda_p |X_3 - x_3|]}{2\lambda_p \rho s^2}
\end{aligned} \tag{4.59a}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} \xi_2^2 + \lambda_s^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \xi_2 & \xi_1^2 + \lambda_s^2 & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) \\ -\xi_1 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & -\xi_2 \lambda_s \operatorname{sgn}(X_3 - x_3) & \xi_1^2 + \xi_2^2 \end{bmatrix} &\frac{\exp[-\lambda_s |X_3 - x_3|]}{2\lambda_s \rho s^2}
\end{aligned} \tag{4.59b}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}\mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} -\xi_1^2 & -\xi_1 \xi_2 & -\xi_1 \lambda_p \\ -\xi_1 \xi_2 & -\xi_2^2 & -\xi_2 \lambda_p \\ \xi_1 \lambda_p & \xi_2 \lambda_p & \lambda_p^2 \end{bmatrix} &\left\{ f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2) \right\} \frac{\exp[-\lambda_p (X_3 + x_3)]}{2d \lambda_p \rho s^2}
\end{aligned} \tag{4.59c}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}\mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} (\lambda_s^2 + \xi_2^2)d - 8\lambda_p \lambda_s^3 \xi_1^2 & -\xi_1 \xi_2 (d + 8\lambda_p \lambda_s^3) & -\xi_1 \lambda_s [f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)] \\ -\xi_1 \xi_2 (d + 8\lambda_p \lambda_s^3) & (\lambda_s^2 + \xi_1^2)d - 8\lambda_p \lambda_s^3 \xi_2^2 & -\xi_2 \lambda_s [f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)] \\ \xi_1 \lambda_s [f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)] & \xi_2 \lambda_s [f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)] & -(\xi_1^2 + \xi_2^2) [f^2 - 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)] \end{bmatrix} &\frac{\exp[-\lambda_s (X_3 + x_3)]}{2d \lambda_s \rho s^2}
\end{aligned} \tag{4.59d}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}\mathbf{S}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} \xi_1^2 \lambda_s & \xi_1 \xi_2 \lambda_s & \xi_1 \lambda_s \lambda_p \\ \xi_1 \xi_2 \lambda_s & \xi_2^2 \lambda_s & \xi_2 \lambda_s \lambda_p \\ \xi_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2) & \xi_2 (\xi_1^2 + \xi_2^2) & \lambda_p (\xi_1^2 + \xi_2^2) \end{bmatrix} &2f \frac{\exp[-\lambda_p X_3 - \lambda_s x_3]}{\rho s^2 d}
\end{aligned} \tag{4.59e}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}\mathbf{P}(\xi_1, \xi_2, x_3, s; X_3, 0) &= \\
\begin{bmatrix} \xi_1^2 \lambda_s & \xi_1 \xi_2 \lambda_s & -\xi_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2) \\ \xi_1 \xi_2 \lambda_s & \xi_2^2 \lambda_s & -\xi_2 (\xi_1^2 + \xi_2^2) \\ -\xi_1 \lambda_s \lambda_p & -\xi_2 \lambda_s \lambda_p & \lambda_p (\xi_1^2 + \xi_2^2) \end{bmatrix} &2f \frac{\exp[-\lambda_s X_3 - \lambda_p x_3]}{\rho s^2 d}
\end{aligned} \tag{4.59f}$$

Wie die Bezeichnung schon andeutet, sind die sechs verschiedenen Ausdrücke in Gl(4.58) nichts anderes als die direkte P-Welle, die direkte S-Welle, die reflektierte PP-Welle, die reflektierte SS-Welle sowie auch die reflektierten PS- und SP-Wellen. Wie schon im Kapitel 3.0 dieser Arbeit gesagt wurde, wird hier nun die Lösung auf der freien Halboberfläche gesucht. Diese sogenannte Frei-Feld Antwort des Halbraumes, die für eine große Anzahl von Problemstellungen der Baugruddynamik und der Seismologie gefordert wird, erhält man aus (4.58), indem man dort $x_3=0$ setzt. Dann vereinfacht sich Gl.(4.58) zu folgender Form:

$$\mathbf{G}^*(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) = \frac{\exp(-\lambda_p X_3)}{\mu d} \mathbf{A}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) \mathbf{F} + \frac{\exp(-\lambda_s X_3)}{\mu d} \mathbf{B}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) \mathbf{F} \quad (4.60)$$

$$\mathbf{A}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) = \begin{bmatrix} 2\xi_1^2 \lambda_s & 2\xi_1 \xi_2 \lambda_s & 2\xi_1 \lambda_s \lambda_p \\ 2\xi_1 \xi_2 \lambda_s & 2\xi_2^2 \lambda_s & 2\xi_2 \lambda_s \lambda_p \\ \xi_1 f & \xi_2 f & \lambda_p f \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$$\mathbf{B}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) = \begin{bmatrix} (1/\lambda_s)[f^2(\lambda_s^2 - \xi_2^2) + 4\lambda_p \lambda_s \xi_2^2] & (\xi_1 \xi_2 / \lambda_s)(f - 4\lambda_p \lambda_s) & -\xi_1 f \\ (\xi_1 \xi_2 / \lambda_s)(f - 4\lambda_p \lambda_s) & (1/\lambda_s)[f^2(\lambda_s^2 - \xi_1^2) + 4\lambda_p \lambda_s \xi_1^2] & -\xi_2 f \\ -2\xi_1 \lambda_s \lambda_p & -2\xi_2 \lambda_s \lambda_p & 2\lambda_p(\xi_1^2 + \xi_2^2) \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

In Gl.(4.60) wird nun die komplexe inverse Laplace Transformation bezüglich der Paare (ξ_1, x_1) und (ξ_2, x_2) durchgeführt.

$$\mathbf{G}(x_1, x_2, 0, s; X_3, 0) = \frac{-1}{4\pi^2 \mu} \int_{-i\infty}^{i\infty} \int_{-i\infty}^{i\infty} \left[\frac{\exp(-\lambda_p X_3)}{\mu d} \mathbf{A}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) \mathbf{F} + \frac{\exp(-\lambda_s X_3)}{\mu d} \mathbf{B}(\xi_1, \xi_2, 0, s; X_3, 0) \mathbf{F} \right] \exp(\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (4.63)$$

Gemäß den bereits formulierten Konvergenzbedingungen (4.35a) und (4.35b) wurde in (4.63) $\text{Re}(\xi_1)=\zeta_1=0$ und $\text{Re}(\xi_2)=\zeta_2=0$ gesetzt. Mit Hilfe der Cagniard-De Hoop[8] Transformationstechnik wird die rechte Seite in (4.63) auf eine solche Form gebracht, von der die inverse Transformation bezüglich der Laplace Variablen s durch Vergleich mit bekannten Transformationsformeln erhalten wird. Die Cagniard-De Hoop Technik wird hier exemplarisch auf die Greensche Funktion G_{33} in (4.63) angewandt.

$$\begin{aligned}
G_{33}(x_1, x_2, 0, s; X_3, 0) = & \\
& \frac{-1}{4\pi^2\mu} \int_{-i\infty}^{i\infty} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\exp(-\lambda_p X_3) \exp(\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2) \lambda_p (\lambda_s^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2)}{(\lambda_s^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2) + 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)} d\xi_1 d\xi_2 - \\
& \frac{1}{4\pi^2\mu} \int_{-i\infty}^{i\infty} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\exp(-\lambda_s X_3) \exp(\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2) 2\lambda_p (\xi_1^2 + \xi_2^2)}{(\lambda_s^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2) + 4\lambda_p \lambda_s (\xi_1^2 + \xi_2^2)} d\xi_1 d\xi_2
\end{aligned} \tag{4.64}$$

Mit der Einführung von Kugelkoordinaten (r, φ, ϑ) schreibt man

$$x_1 = r \sin\vartheta \cos\varphi ; x_2 = r \sin\vartheta \sin\varphi ; x_3 = r \cos\vartheta$$

Hier ist r der Ortsradius vom Quellpunkt zum Aufpunkt auf der Oberfläche. Mit Hilfe von zwei neuen Integrationsvariablen führt man folgende Substitutionen für ξ_1 und ξ_2 ein :

$$\xi_1 = sq \cos\varphi - is p \sin\varphi ; \xi_2 = sq \sin\varphi + is p \cos\varphi$$

Daraus folgt:

$$d\xi_1 d\xi_2 = J dp dq \text{ mit der Jacobian Determinante } J = is^2$$

Somit ergeben sich:

$$d\xi_1 d\xi_2 = is^2 dp dq$$

$$\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 = rsq \sin\vartheta$$

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 = s^2 (q^2 - p^2)$$

$$-\xi_1^2 - \xi_2^2 = s^2 (p^2 - q^2)$$

Betrachten wir zuerst den zweiten Integralausdruck in (4.64), dem wir einen oberen Index S geben. Mit (4.24), (4.33) und den obigen Substitutionen schreibt man nach Ausführung einiger Rechenoperationen:

$$\begin{aligned}
G_{33}^S(x_1, x_2, 0, s; X_3, 0) = & \frac{-i}{4\pi^2\mu} \int_{-i\infty}^{i\infty} dq \cdot \\
& \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-s(-rq \sin\vartheta + \eta_s r \cos\vartheta)] s 2\eta_p (q^2 - p^2)}{\gamma^2 + 4\eta_p \eta_s (q^2 - p^2)} dp \right] \tag{4.65}
\end{aligned}$$

Dabei sind

$$\eta_s = (1/v_s^2 + p^2 - q^2)^{1/2} ; \eta_p = (1/v_p^2 + p^2 - q^2)^{1/2} ; \gamma = \eta_s^2 + p^2 - q^2 \tag{4.66}$$

mit $\text{Re}(\eta_p) \geq 0$ und $\text{Re}(\eta_s) \geq 0$

$$\text{Für } q = \pm \left(1/v_s^2 + p^2\right)^{1/2} ; \quad q = \pm \left(1/v_p^2 + p^2\right)^{1/2}$$

hat man Verzweigungspunkte.

Substituiert man die Klammer im Exponenten des Integranden von (4.65) durch die Variable t :

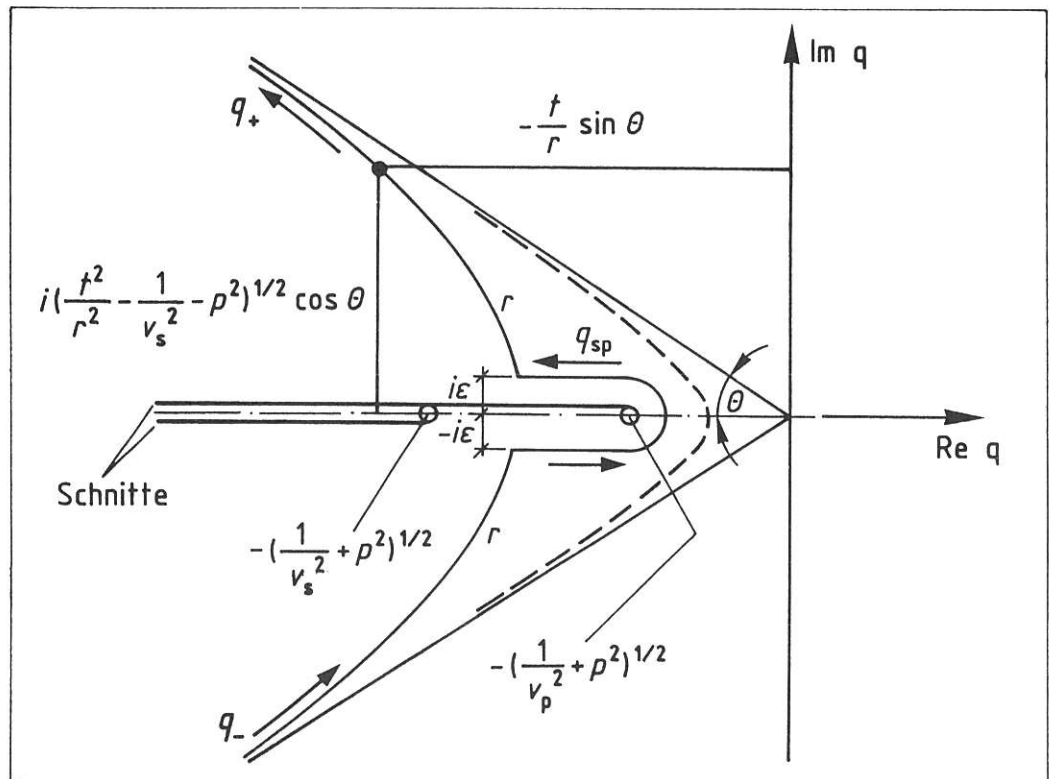
$$-rq \sin \vartheta + \eta_s r \cos \vartheta = t \quad (4.67)$$

$$-rq \sin \vartheta + \left(1/v_s^2 + p^2 - q^2\right)^{1/2} r \cos \vartheta = t \quad (4.68)$$

Löst man Gl.(4.68) nach der Variablen q auf, erhält man

$$q_{\pm} = (-t/r) \sin \vartheta \pm i \left(t^2/r^2 - 1/v_s^2 - p^2\right)^{1/2} \cos \vartheta ; \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi/2 \quad (4.69)$$

Die Gleichung (4.69) stellt die Hyperbel Γ im Bild[4.3] dar. Die Integration entlang der imaginären q -Achse in Gl.(4.65) kann durch eine Integration entlang der Hyperbel Γ ersetzt werden. Die Hyperbel Γ bezeichnet man als Cagniard-De Hoop Integrationskontur.



Bild[4.3] Die Cagniard-De Hoop Integrationskontur

Damit q_{\pm} komplex ist muß die Wurzel in (4.69) positiv sein. Das ist der Fall, wenn

$$\left(1/v_s^2 + p^2\right) \leq t^2/r^2 \rightarrow r \left(1/v_s^2 + p^2\right)^{1/2} \leq t \leq \infty \quad (4.70)$$

Die Bedingung (4.70) bedeutet andererseits für p

$$\begin{aligned} p^2 &\leq t^2/r^2 - 1/v_s^2 \\ \rightarrow -\left(t^2/r^2 - 1/v_s^2\right)^{1/2} &\leq p \leq \left(t^2/r^2 - 1/v_s^2\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (4.71)$$

Für das absolute Differential dq schreibt man

$$dq_{\pm} = \frac{\partial q_{\pm}}{\partial t} dt$$

wobei

$$\frac{\partial q_{\pm}}{\partial t} = -\frac{\sin\vartheta}{r} \pm i \frac{t \cos\vartheta}{r^2 \left(t^2/r^2 - 1/v_s^2 - p^2\right)^{1/2}} \quad (4.72)$$

Aus Gleichung (4.67) hat man

$$\eta_s = \frac{t}{r \cos\vartheta} + q \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}$$

Entlang der Hyperbel Γ ist η_s

$$\eta_{s\pm} = \frac{t}{r \cos\vartheta} (1 - \sin^2\vartheta) \pm i \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2} \sin\vartheta \quad (4.73)$$

Vergleicht man (4.72) und (4.73), sieht man daß

$$\frac{\partial q_{\pm}}{\partial t} = \pm \frac{i\eta_s}{r \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \quad (4.74)$$

Führen wir jetzt t als Integrationsvariable ein und unter Berücksichtigung der Symmetrie um die reelle q-Achse erhält Gleichung (4.65) folgende Form:

$$G_{33}^S = \frac{1}{2\pi^2 \mu r} \int_{-\infty}^{\infty} dp \cdot \int_{r\sqrt{\left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)}}^{\infty} \frac{s \exp(-st) \eta_s \eta_p 2(q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} dt \quad (4.75)$$

$$\text{mit } \sigma = \gamma^2 + 4\eta_p \eta_s (q^2 - p^2) \quad (4.76a)$$

$$\text{und } q = q_s = -\frac{t}{r} \sin\vartheta + i \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.76b)$$

Vertauschen der Integrationsreihenfolge in Bezug auf die Variablen p und t in (4.75), und unter Berücksichtigung der Symmetrie des Integranden um die p-Achse und der Tatsache, daß sich die p-Integration entlang der reellen Achse erstreckt, erhält man für (4.75) mit den Bedingungen (4.70) und (4.71)

$$G_{33}^S = \frac{1}{\pi^2 \mu r} s \int_{r/v_s}^{\infty} \exp(-st) \cdot \left\{ \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2}\right)}} \operatorname{Re} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \right] dp \right\} dt \quad (4.77)$$

Die inverse Laplace Transformation bezüglich des Paares (s,t) lautet nun

$$G_{33}^S = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \mathfrak{L}^{-1}[s f(s)] = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \mathfrak{L}^{-1}[f(s)] \quad (4.78)$$

mit

$$f(s) = \int_{r/v_s}^{\infty} \exp(-st) \left\{ \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2}\right)}} \operatorname{Re} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \right] dp \right\} dt$$

Mit der elementaren Eigenschaft der einseitigen Laplace Transformation

$$\mathfrak{L}^{-1} \left[\int_T^t \exp(-pt) g(t) dt \right] = g(t) U(t-T) \quad (4.79)$$

erhält man

$$\mathfrak{L}^{-1}[f(s)] = U\left(t - \frac{r}{v_s}\right) \cdot \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r^2} - \frac{1}{v_s^2}\right)}} \operatorname{Re} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \right] dp \quad (4.80)$$

wobei $U(t-r/v_s)$ die Heaviside Sprungfunktion ist. Somit erhält (4.77) die folgende endgültige Form:

$$G_{33}^S = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r^2} - \frac{1}{v_s^2}\right)}} U\left(t - \frac{r}{v_s}\right) \operatorname{Re} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \right] dp \quad (4.81)$$

Hierbei haben wir vorausgesetzt, daß der Scheitel der Hyperbel Γ definiert durch Gl.(4.69) auf der reellen q -Achse vor dem ersten Verzweigungspunkt $-\sqrt{(p^2+1/v_p^2)}$ liegt. Der Scheitel der Hyperbel Γ ergibt sich, wenn man in (4.69) den Imaginärteil zu Null setzt:

$$i \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2} = 0 \rightarrow t = r \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2}$$

$$q_-\left(t = r \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2}\right) = -\left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2} \sin \vartheta$$

Ist der Winkel ϑ so groß, daß

$$-\left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2} \sin \vartheta < -\left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2}$$

beziehungsweise

$$\sin\vartheta > \frac{\left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2}}{\left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2}} \rightarrow \sin\vartheta > v_s/v_p \quad (4.82)$$

dann besteht die Integrationskontur außer der Hyperbel Γ noch aus zwei horizontalen Ästen parallel zum Verzweigungsschnitt und einem Halbkreis, Radius $|\varepsilon|$; ε gegen Null, um den Verzweigungspunkt $-\sqrt{(p^2+1/v_p^2)}$. Diese horizontalen Äste werden gegeben durch:

$$q_{sp} = -\frac{t}{r} \sin\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta \pm i\varepsilon; \varepsilon \rightarrow 0 \quad (4.83)$$

Der Rang für t wird durch Gleichsetzen von q zu $-\sqrt{(p^2+1/v_p^2)}$ bzw. zu $-\sqrt{(p^2+1/v_p^2)}\sin\vartheta$ berechnet. Aus der Gleichung

$$-\frac{t}{r} \sin\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta = -\left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2} \quad (4.84)$$

ergibt sich, indem man sie nach t auflöst

$$t_u = r \left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2} \sin\vartheta + r \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.85)$$

Andererseits ergibt sich aus

$$-\frac{t}{r} \sin\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta = -\left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2}$$

$$t_o = r \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2\right)^{1/2} \quad (4.86)$$

Mit Gl.(4.85) erhält man folgende notwendige Bedingung für die Integrationsvariable t :

$$t \geq r \left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2} \sin\vartheta + r \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.87)$$

Aus der Bedingung (4.87) wird das Integrationsintervall für die Integrationsvariable p bestimmt. Es gilt

$$t - r \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta \geq r \left(\frac{1}{v_p^2} + p^2\right)^{1/2} \sin\vartheta \quad (4.88)$$

Da es sich auf beiden Seiten der Ungleichung (4.88) um positive Größen handelt, kann man (4.88) quadrieren und nach p auflösen

$$p^2 \leq \left[\frac{\frac{t}{r} - \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta}{\sin\vartheta} \right]^{1/2} - \frac{1}{v_p^2} \quad (4.89)$$

woraus folgt

$$|p| \leq \left[\left(\frac{\frac{t}{r} - \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta}{\sin\vartheta} \right) - \frac{1}{v_p^2} \right]^{1/2} \quad (4.90)$$

Entlang der horizontalen Äste der Integrationskontur, Bild[4.3] wird η_s zu:

$$\eta_{sp} = \frac{t}{r \cos\vartheta} + q_{sp} \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}$$

woraus sich ergibt

$$\eta_{sp} = \frac{t}{r} \cos\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2} \sin\vartheta$$

Weiter ist

$$\frac{\partial q_{sp}}{\partial t} = \frac{t}{r} \cos\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2} \sin\vartheta \quad (4.92)$$

Somit wird das Integral (4.75) auf dem horizontalen Ast unter Berücksichtigung von (4.85) und (4.86)

$$G_{33}^{SP}(x_1, x_2, 0, s; X_3, 0) = \frac{i}{2\pi^2 \mu r} \int_{-\infty}^{\infty} dp \cdot \left\{ \int_{t_u}^{t_o} \frac{s \exp(-st) \eta_s \eta_p 2(q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2}} dt \right\} \quad (4.93)$$

wobei $\eta_{sp} = \eta_s$ ($q = q_{sp}$) ist.

Vertauschung der Integrationsreihenfolge in (4.93) mit Berücksichtigung der Symmetrie in p liefert:

$$G_{33}^{SP} = \frac{1}{\pi^2 \mu r} s \int_{t_1}^t \exp(-st) \cdot \left\{ \int_0^{p_1} \operatorname{Im} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (p^2 - q^2)}{\sigma \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2}} \right] dp \right\} dt \quad (4.94)$$

$$\text{mit } t_1 = \frac{r}{v_p} \sin\vartheta + r \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2} \right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.95)$$

und

$$p_1 = \left[\left(\frac{\frac{t}{r} - \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)^{1/2} \cos\vartheta}{\sin\vartheta} \right) - \frac{1}{v_p^2} \right]^{1/2} \quad (4.96)$$

Mit den Transformationsformeln (4.78) und (4.79) erhält man schließlich

$$G_{33}^{SP} = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{P_1} U(t-t_1) \operatorname{Im} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (p^2 - q^2)}{\sigma \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2}} \right] dp \quad (4.97)$$

solange für die Zeitvariable t gilt:

$$t_1 \leq t \leq r\sqrt{(p^2 + 1/v_s^2)} \quad \text{und} \quad \sin\vartheta > v_s/v_p \quad (4.98)$$

Bei $t > r\sqrt{(p^2 + 1/v_s^2)}$ für $\sin\vartheta > v_s/v_p$ befindet man sich auf dem positiven Ast der Hyperbel Γ in Bild[4.3] und somit verändert sich (4.96) zu:

$$G_{33}^S = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{P_1} U(t-t_1) \operatorname{Re} \left[\frac{2 \eta_s \eta_p (q^2 - p^2)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2 \right)^{1/2}} \right] dp \quad (4.99)$$

Für den ersten Integralausdruck in (4.64), den wir nun mit dem oberen Index P versehen, erhält man sinngemäß, nach Gl.(4.65):

$$G_{33}^P(x_1, x_2, 0, s; X_3, 0) = \frac{-i}{4\pi^2 \mu} \int_{-i\infty}^{i\infty} dq \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-s(-rqs\sin\vartheta + \eta_p r \cos\vartheta)] s \eta_p \gamma}{\gamma^2 + 4\eta_p \eta_s (q^2 - p^2)} dp \right] \quad (4.100)$$

Der hauptsächlichste Unterschied zu (4.65) besteht darin, daß im Exponenten des Integranden in (4.100) statt η_s die Größe η_p auftaucht. Der Unterschied zwischen η_s und η_p liegt seinerseits in der jeweils anderen Wellengeschwindigkeit v_s bzw. v_p . Somit erhält man aus (4.69), indem man v_s gegen v_p ersetzt:

$$q_{\pm} = (-t/r)\sin\vartheta \pm i \left(t^2/r^2 - 1/v_p^2 - p^2 \right)^{1/2} \cos\vartheta; \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi/2 \quad (4.101)$$

Die Bedingung (4.70) wird dementsprechend

$$r\sqrt{(p^2 + 1/v_p^2)} \leq t < \infty \quad (4.102)$$

Für die Begrenzung der Integrationsvariablen p gilt nach (4.71)

$$|p| \leq \sqrt{\left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} \right)} \quad (4.103)$$

Weiter ist hier

$$\frac{\partial q_{\pm}}{\partial t} = \pm \frac{i\eta_p}{r \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2}} \quad (4.104)$$

Nach der Einführung von t als Integrationsvariable ist dann

$$G_{33}^P = \frac{1}{2\pi^2\mu r} \int_{-\infty}^{\infty} dp \cdot \int_{r/\sqrt{\frac{1}{v_p^2} + p^2}}^{\infty} \frac{s \exp(-st) \eta_p^2 \gamma}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2}} dt \quad (4.105)$$

mit

$$\sigma = \gamma^2 + 4\eta_p \eta_s (q^2 - p^2) \quad (4.106a)$$

und

$$q_p = q = (-t/r) \sin \vartheta + i \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2} \cos \vartheta \quad (4.106b)$$

Vertauschung der Integration bzgl. p und t liefert:

$$G_{33}^P = \frac{1}{\pi^2\mu r} s \int_{r/v_p}^{\infty} \exp(-st) \cdot \left\{ \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)}} \operatorname{Re} \left[\frac{\eta_p^2 \gamma}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2}} \right] dp \right\} dt \quad (4.107)$$

Anwendung der inversen Transformationsvorschriften (4.78) und (4.79) auf (4.107) ergibt schließlich:

$$G_{33}^P = \frac{1}{\pi^2\mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)}} U\left(t - \frac{r}{v_p}\right) \operatorname{Re} \left[\frac{\eta_p^2 \gamma}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2}} \right] dp \quad (4.108)$$

Alle weiteren Greenschen Funktionen werden in ähnlicher Weise wie bisher hergeleitet. Die Cagniard-De Hoop Technik ist bei allen die gleiche, genauso wie die Nenner in den Integranden. Lediglich die Zähler unterscheiden sich. Somit kann man den kompletten Tensor der Greenschen Funktionen wie folgt zusammenfassen:

$$\mathbf{G}(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) = \mathbf{G}^P(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) + \mathbf{G}^S(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) \quad (4.109)$$

mit

$$\mathbf{G}^P(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) = \frac{1}{\pi^2\mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\sqrt{\left(\frac{t}{r^2} - \frac{1}{v_p^2}\right)}} U\left(t - \frac{r}{v_p}\right) \operatorname{Re} \left[\frac{\eta_p \mathbf{A}(q, p, t, X_3)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_p^2} - p^2 \right)^{1/2}} \right] \mathbf{F} dp \quad (4.110)$$

Die Matrix **A** enthält die folgenden Elemente:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= 2\eta_s[(q^2 + p^2)\cos^2\varphi - p^2] \\
A_{12} &= 2\eta_s(q^2 + p^2)\sin\varphi\cos\varphi \\
A_{13} &= 2q\eta_p\eta_s\cos\varphi \\
A_{21} &= A_{12} \\
A_{22} &= 2\eta_s[(q^2 + p^2)\sin^2\varphi - p^2] \\
A_{23} &= 2q\eta_p\eta_s\sin\varphi \\
A_{31} &= q\gamma\cos\varphi \\
A_{32} &= q\gamma\sin\varphi \\
A_{33} &= \eta_p\gamma
\end{aligned} \tag{4.111}$$

Dabei ist

$$q = q_p = (-t/r)\sin\vartheta + i\left(t^2/r^2 - 1/v_p^2 - p^2\right)^{1/2}\cos\vartheta \tag{4.112}$$

und für $\sin\vartheta \leq v_s/v_p$ ist

$$\begin{aligned}
G^S(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) = \\
\sqrt{\left(\frac{t}{r^2} - \frac{1}{v_s^2}\right)} \\
\frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} U\left(t - \frac{r}{v_s}\right) \operatorname{Re} \left[\frac{\eta_s \mathbf{B}(q, p, t, X_3)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2\right)^{1/2}} \right] \mathbf{F} dp
\end{aligned} \tag{4.113}$$

Die Matrix **B** enthält folgende Elemente

$$\begin{aligned}
B_{11} &= (1/\eta_s)[\eta_s^2\gamma - (\gamma - 4\eta_s\eta_p)((q^2 + p^2)\sin^2\varphi - p^2)] \\
B_{12} &= (1/\eta_s)(q^2 + p^2)(\gamma - 4\eta_s\eta_p)\sin\varphi\cos\varphi \\
B_{13} &= -q\gamma\cos\varphi \\
B_{21} &= B_{12} \\
B_{22} &= (1/\eta_s)[\eta_s^2\gamma - (\gamma - 4\eta_s\eta_p)((q^2 + p^2)\cos^2\varphi - p^2)] \\
B_{23} &= -q\gamma\sin\varphi \\
B_{31} &= -2q\eta_s\eta_p\cos\varphi \\
B_{32} &= -2q\eta_s\eta_p\sin\varphi \\
B_{33} &= 2\eta_p(q^2 - p^2)
\end{aligned} \tag{4.114}$$

Hier ist

$$q = q_s = (-t/r)\sin\vartheta + i\left(t^2/r^2 - 1/v_s^2 - p^2\right)^{1/2}\cos\vartheta \tag{4.115}$$

Für den Fall $\sin\vartheta > v_s/v_p$ und $t \leq r/(p^2 + 1/v_s^2)$ wird (4.113)

$$\begin{aligned}
G^S(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) = \\
\frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{p_1} U(t - t_1) \operatorname{Im} \left[\frac{-\eta_s \mathbf{B}(q, p, t, X_3)}{\sigma \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2}\right)^{1/2}} \right] \mathbf{F} dp
\end{aligned} \tag{4.116}$$

mit

$$q = q_{sp} = -\frac{t}{r} \sin\vartheta + \left(\frac{1}{v_s^2} + p^2 - \frac{t^2}{r^2} \right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.117)$$

$$p_1 = \left[\left(\frac{\frac{t}{r} - \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2} \right)^{1/2} \cos\vartheta}{\sin\vartheta} \right) - \frac{1}{v_p^2} \right]^{1/2} \quad (4.118)$$

und

$$t_1 = \frac{r}{v_p} \sin\vartheta + r \left(\frac{1}{v_s^2} - \frac{1}{v_p^2} \right)^{1/2} \cos\vartheta \quad (4.119)$$

Für den Fall $\sin\vartheta > v_s/v_p$ und $t > r\sqrt{(p^2 + 1/v_s^2)}$ bekommt (4.113) folgende Gestalt:

$$\mathbf{G}^S(x_1, x_2, 0, t; X_3, 0) = \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{p_1} \mathbf{U}(t - t_1) \operatorname{Re} \left[\frac{\eta_s \mathbf{B}(q, p, t, X_3)}{\sigma \left(\frac{t^2}{r^2} - \frac{1}{v_s^2} - p^2 \right)^{1/2}} \right] \mathbf{F} dp \quad (4.120)$$

wobei hier wieder $q = q_s$ aus Gleichung (4.115) zu nehmen ist.

Die physikalische Interpretation der verschiedenen Teile in (4.109) ist einfach. Der erste Teil der Lösung, \mathbf{G}^P , stellt die Anteile der Lösung dar, die die von der Quelle erzeugten Kompressionswellen hervorrufen. Der zweite Teil, \mathbf{G}^S , beinhaltet die Lösungsanteile, die von den Scherwellen resultieren. Die Zeit $t=r/v_s$ in Gl.(4.113) ist die Ankunftszeit der direkten S-Welle für den Fall $\sin\vartheta \leq v_s/v_p$, indem die Zeit $t=t_1$ in (4.116) die Ankunftszeit der an der Halbraumoberfläche gebrochenen SP-Welle (oder auch Kopfwelle genannt) für $\sin\vartheta \geq v_s/v_p$ angibt. Der Ausdruck über σ in (4.76) entspricht der Rayleighschen Wellengleichung in diesem Problem.

Der Greensche Lösungsvektor \mathbf{G} in (4.109) besteht aus drei Verschiebungskomponenten, welche das Ergebnis der Wirkung der drei Kraftkomponenten von \mathbf{F} sind. Andererseits erzeugt jede dieser Komponenten Verschiebungen in allen drei Raumrichtungen, so daß insgesamt neun Verschiebungen G_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) auftreten, die zusammen \mathbf{G} bilden.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \mathbf{F} \quad (4.121)$$

Diese neun Komponenten entsprechen eins zu eins den Elementen der Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} in den Gleichungen (4.111) bzw. (4.114). Die anfangs

eingeführte Vereinfachung $X_1 = X_2 = 0$ und $T = 0$ bedeutet wie schon erwähnt keine Einschränkung der Allgemeinheit der Ergebnisse. Da das Problem invariant gegenüber einer Translation in x_1 oder x_2 Richtung ist, kann man schreiben

$$G_{ij}(x_1, x_2, 0, t; X_1, X_2, X_3, T) = G_{ij}(x_1 - X_1, x_2 - X_2, 0, t - T; 0, 0, X_3, 0) \quad (4.122)$$

Es wird nun die Reziprozität der Lösung untersucht. Ausgehend von der allgemeinen Reziprozitätsbeziehung für Greensche Funktionen, Johnson[18], schreibt man

$$G_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{X}, T) = G_{ji}(\mathbf{X}, -T; \mathbf{x}, -t) \quad (4.123)$$

und mit der Relation (4.122) kann man zeigen, daß

$$G_{ij}(x_1, x_2, x_3, t; 0, 0, 0, 0) = G_{ji}(-x_1, -x_2, 0, t; 0, 0, X_3, 0) \quad (4.124)$$

Gleichung (4.124) besagt, daß die hier ermittelten Lösungen auch für das Problem Quellpunkt auf der Oberfläche und Aufpunkt im Inneren des Halbraumes Gültigkeit haben.

Die Gleichung (4.109) ist der Lösungsvektor für eine Quelle mit Diracscher Zeitabhängigkeit. Wird die Lösung für die Sprungfunktion von Heaviside gewünscht, dann ist die zeitliche Ableitung an beiden Teilen von (4.109) wegzulassen.

Schließlich sei erwähnt, daß die Integrale (4.110) und (4.113) eine hebbare Singularität im Nenner für

$$p = \sqrt{(t^2/r^2 - 1/v_p^2)}$$

bzw.

$$p = \sqrt{(t^2/r^2 - 1/v_s^2)}$$

aufweisen. Diese Singularität kann aber sehr einfach durch eine geeignete Substitution, wie $p = -u^2 + \sqrt{(t^2/r^2 - 1/v_p^2)}$ aufgehoben werden.

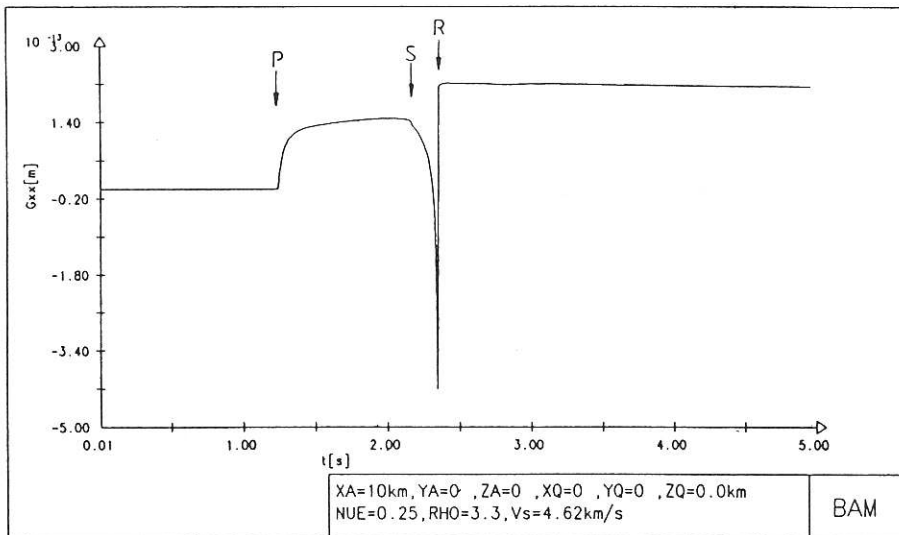
Die Komponenten G_{ij} in (4.121) sind für eine Einheits-Sprungfunktion mit dem Programm ATIDO numerisch ausintegriert und in den Bildern[4.4] bis [4.18] graphisch dargestellt worden. Sie können als Übertragungsfunktionen des Halbraumes gedeutet werden. Die Integration erstreckt sich über einen Zeitraum von $t=0.0s$ bis $t=5.0s$. Es wurden dabei verschiedene Konstellationen von Quellpunkt und Aufpunkt gewählt, um die verschiedenen Phänomene und Eigenartigkeiten der auf die Oberfläche anfallenden Wellenarten herauszustellen.

In den Bildern[4.4] bis [4.8] wirkt die Belastung auf der Oberfläche des Halbraumes (numerisch wurde $z_Q = 0.001\text{m}$ gesetzt). Die Achsenindizes $i = 1, 2$ und 3 entsprechen hier den Achsen x, y und z . Bei den Komponenten G_{xx}, G_{xz}, G_{zx} und G_{zz} erkennt man alle drei Wellenarten des Halbraumes, die mit P, S und R bezeichnet sind. In der Amplitude ist die Dominanz der Rayleigh-Welle sehr deutlich. Bei G_{xx} und G_{zz} erreicht die Amplitude des Halbraumes sofort nach Einsetzen der Rayleigh-Welle ihren stationären Wert, man hat an dieser Stelle ein ausgeprägtes Sprungverhalten, welches der Charakteristik der Belastungsfunktion entspricht. Dagegen klingt die Amplitude bei G_{xz} und G_{zx} nach dem Einsatz der R-Welle allmählich zum stationären Wert ab. Bei G_{yy} sind nur die beiden Raumwellen, P- und S-Welle, zu erkennen. Die S-Welle ist hier eine reine SH-Welle. Die Spitze zwischen S- und R- Einsatz in den Bildern[4.4, 4.5, 4.7 und 4.8] entspricht der Polstelle des Integranden in Gl.(4.109), welche bei der Wurzel der Rayleighschen Gleichung zu finden ist. Das Integral ist an dieser Stelle theoretisch unendlich, [6] und [23], wird aber im Zuge der numerischen Auswertung durch einen sehr großen endlichen Wert dargestellt.

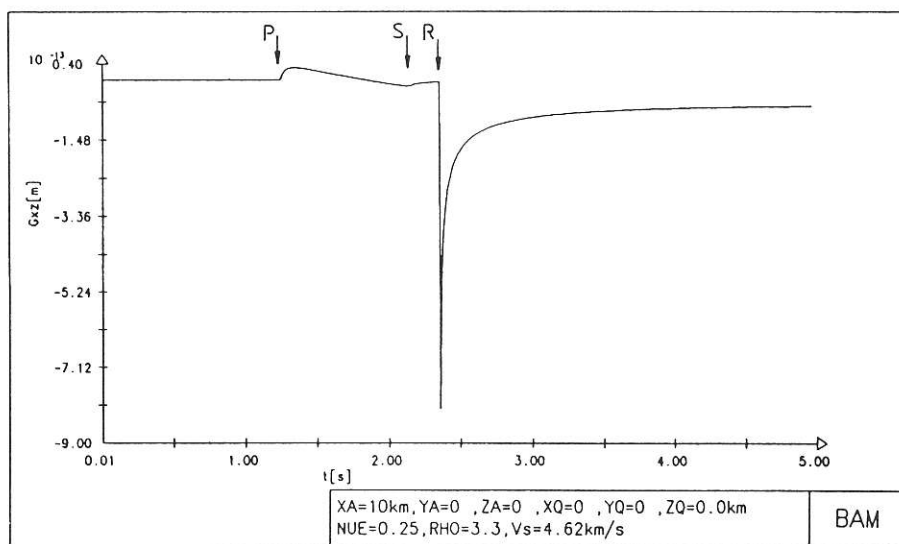
In den Bildern[4.9] bis [4.13] liegt der Quellpunkt in einer Tiefe von $z_Q = 2.0$ km. Der gewählte Epizentralabstand $x_A = 10.0$ km gewährleistet eine flache Abstrahlung, also $\sin\vartheta > v_S/v_P$. Nach dem Einsatz der P-Welle erscheint in einem relativ dichten Abstand die an der Oberfläche gebrochene SP-Welle. Nach der SP-Welle ist dann eindeutig der Einsatz der S-Welle zu erkennen. Bei der G_{yy} Komponente, die eindeutiges Sprungverhalten aufweist, gibt es die SP-Welle nicht, da es sich hier bei der S-Welle um eine SH-Welle handelt. Bis auf G_{yy} weisen alle anderen dargestellten Komponenten ein Delta-Funktion ähnliches Verhalten auf, am deutlichsten ist es bei G_{xz}, G_{zx} und G_{zz} zu erkennen. Der stationäre Wert wird nach dem S-Welleneinsatz langsam erreicht. Eine Rayleigh-Welle existiert nicht mehr. In den Bildern[4.14] bis [4.18] ist der Hypozentralabstand mit $z_Q = 10.0$ km viel größer als der Epizentralabstand $x_A = 2.0$ km, so daß die Wellenabstrahlung steil ist, das heißt $\sin\vartheta < v_S/v_P$. Hier sind nur die P- und S-Welle vorhanden. Trotz des stark ausgeprägten Sprungverhaltens der dargestellten Komponenten, ist nach dem S-Welleneinsatz ein leichter aber stetiger Anstieg der Amplitude bis zum Erreichen des stationären Wertes wahrzunehmen.

Alle in diesen Bildern nicht dargestellten Komponenten aus (4.121) sind für die gewählte Konstellation von Aufpunkt zu Quellpunkt gleich Null.

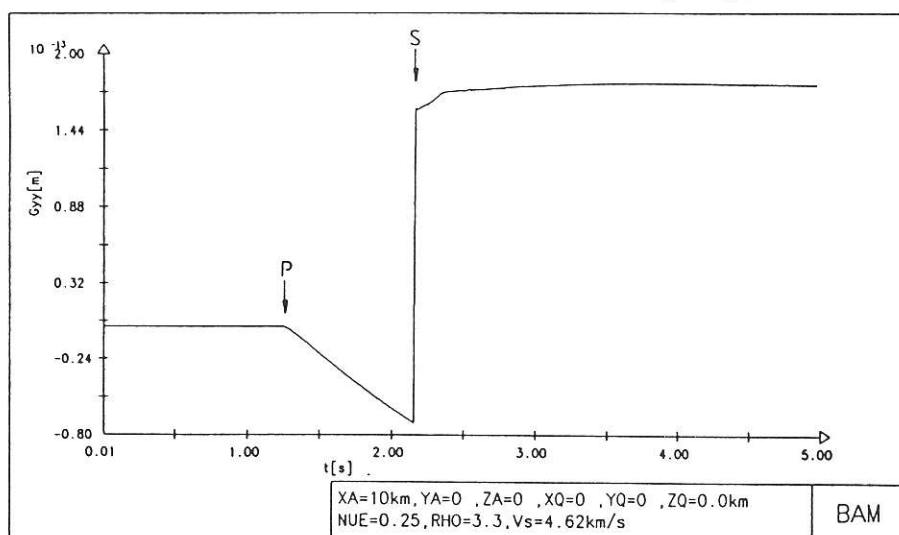
Abschließend sei bezüglich der Rayleigh-Welle zu betonen, daß sich diese Wellenart nur bei Erregung auf der Halbraumboberfläche bilden kann, wie auch die durchgeführte Untersuchung bewiesen hat.



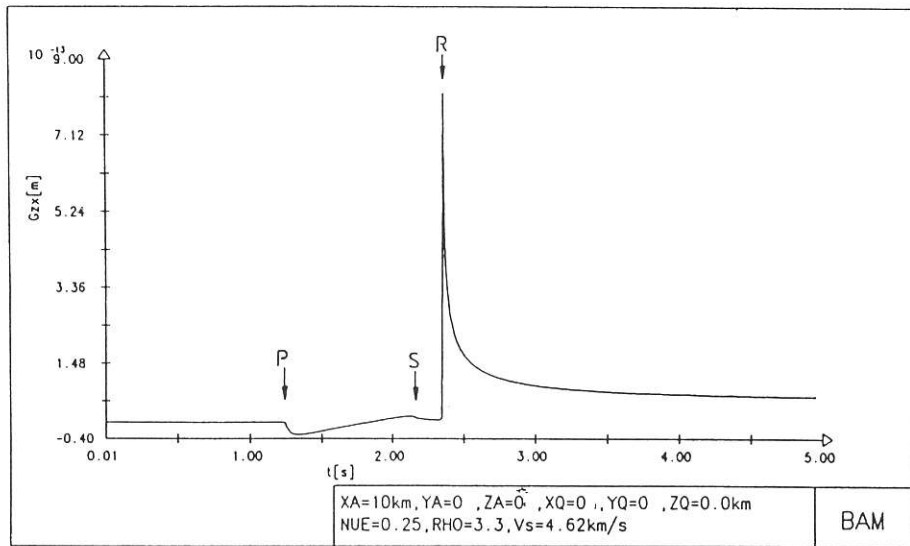
Bild[4.4] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xx}(t)$ bei Erregung der Halbraumoberfläche durch die Einheitssprungfunktion



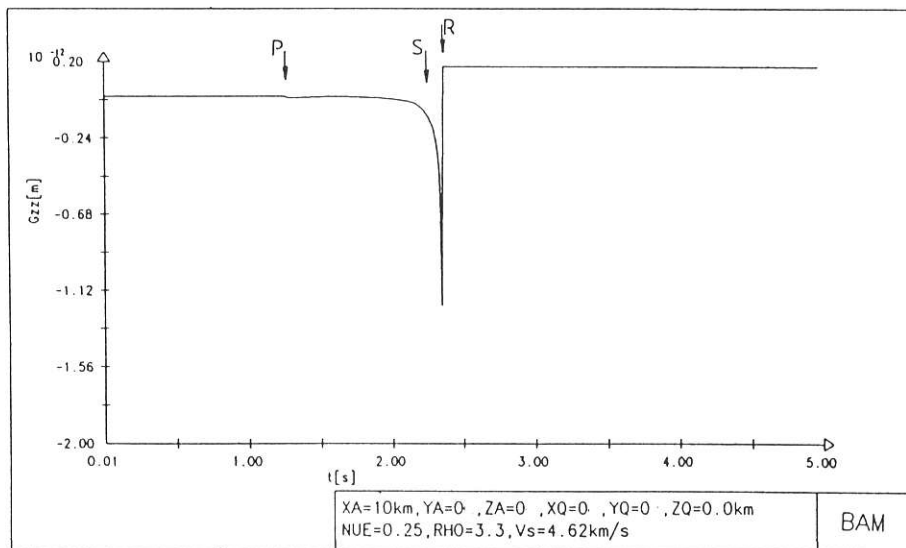
Bild[4.5] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xz}(t)$ bei Erregung der Halbraumoberfläche durch die Einheitssprungfunktion



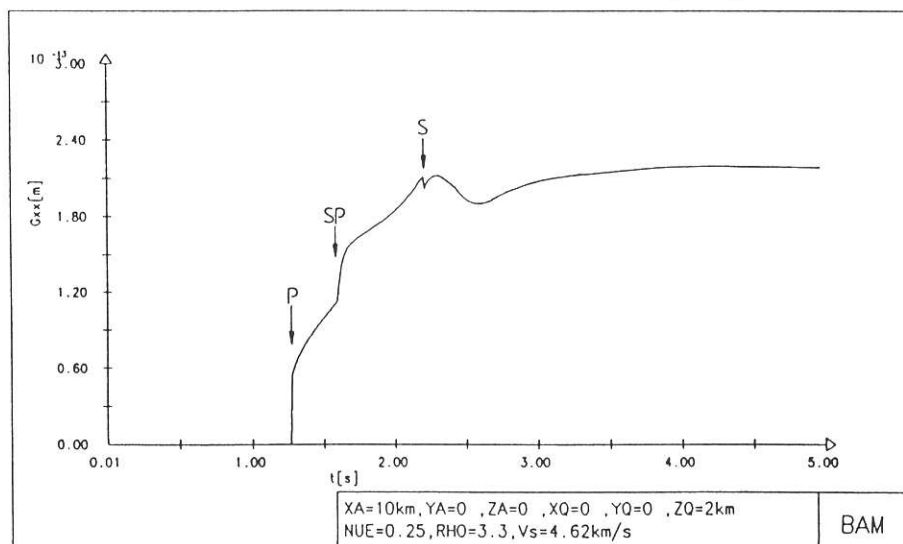
Bild[4.6] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{yy}(t)$ bei Erregung der Halbraumoberfläche durch die Einheitssprungfunktion



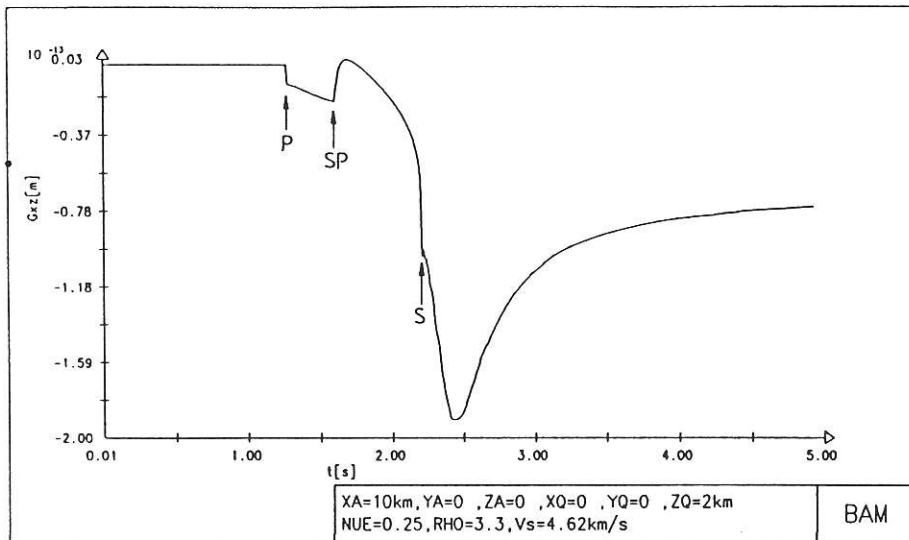
Bild[4.7] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zx}(t)$ bei Erregung der Halbraumoberfläche durch die Einheitssprungfunktion



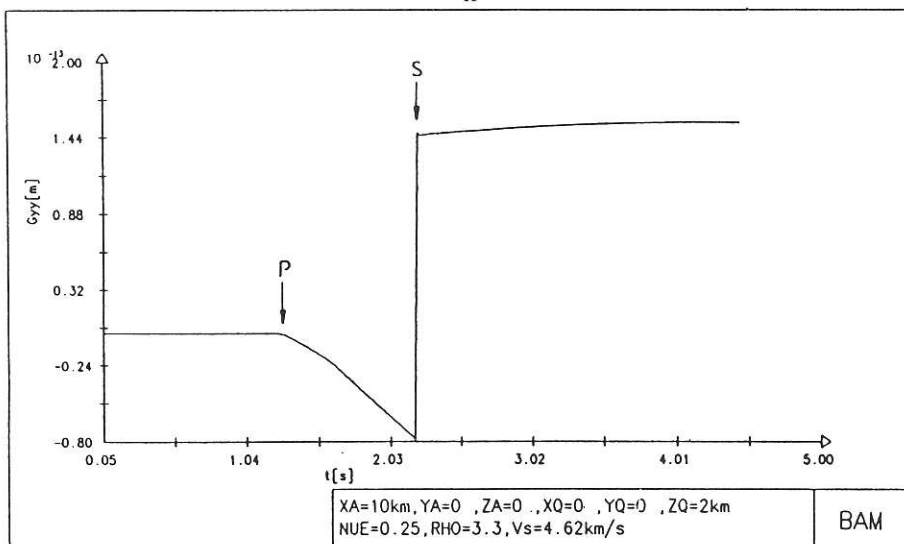
Bild[4.8] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zz}(t)$ bei Erregung der Halbraumoberfläche durch die Einheitssprungfunktion



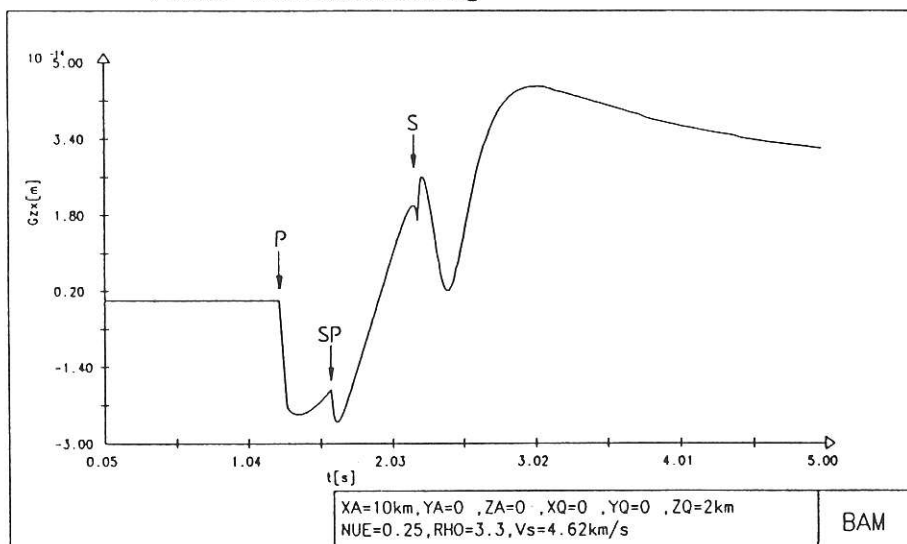
Bild[4.9] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xx}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Fläche Wellenabstrahlung



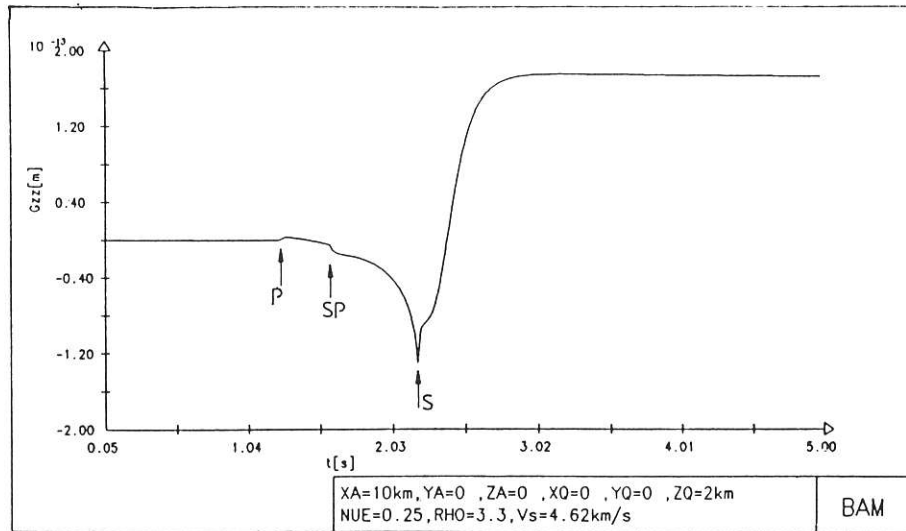
Bild[4.10] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xz}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Fläche Wellenabstrahlung



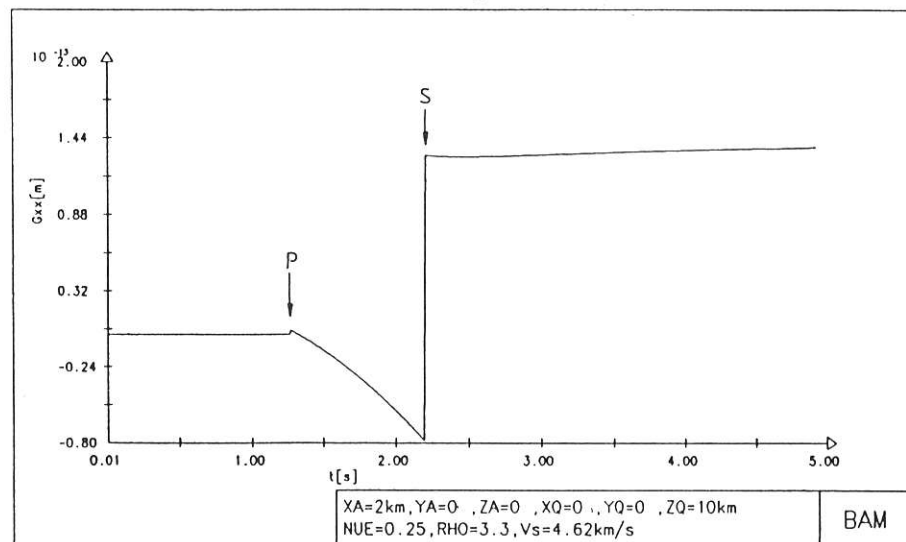
Bild[4.11] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{yy}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Fläche Wellenabstrahlung



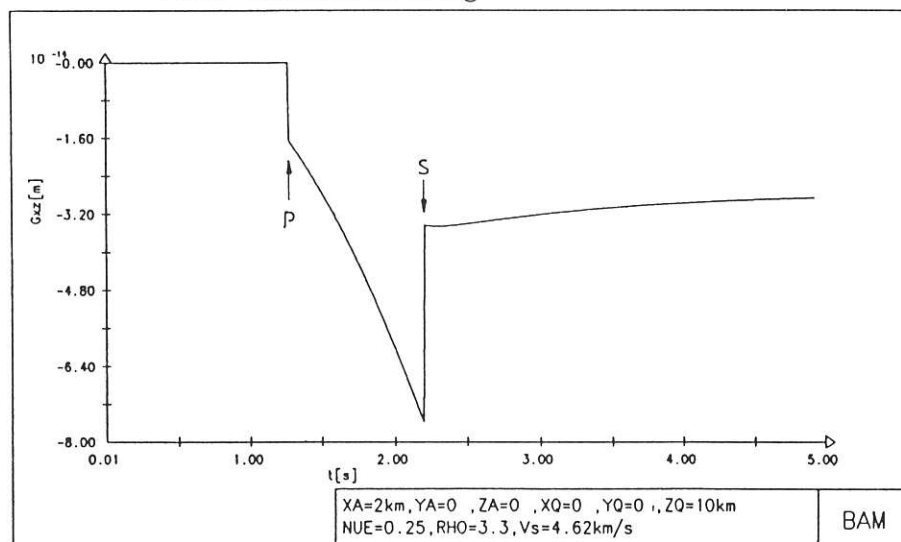
Bild[4.12] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zx}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Fläche Wellenabstrahlung



Bild[4.13] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zz}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren
Flache Wellenabstrahlung



Bild[4.14] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xx}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren
Steile Wellenabstrahlung



Bild[4.15] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{xz}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren
Steile Wellenabstrahlung

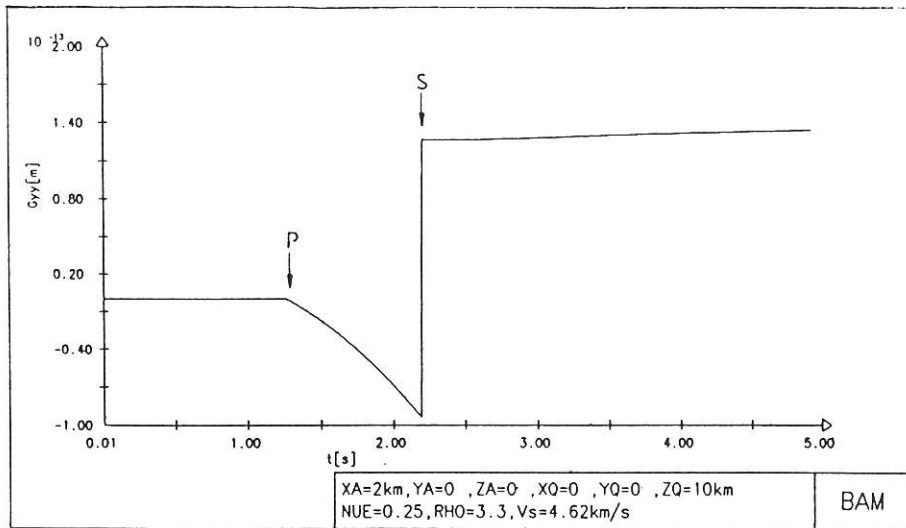


Bild [4.16] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{yy}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Steile Wellenabstrahlung

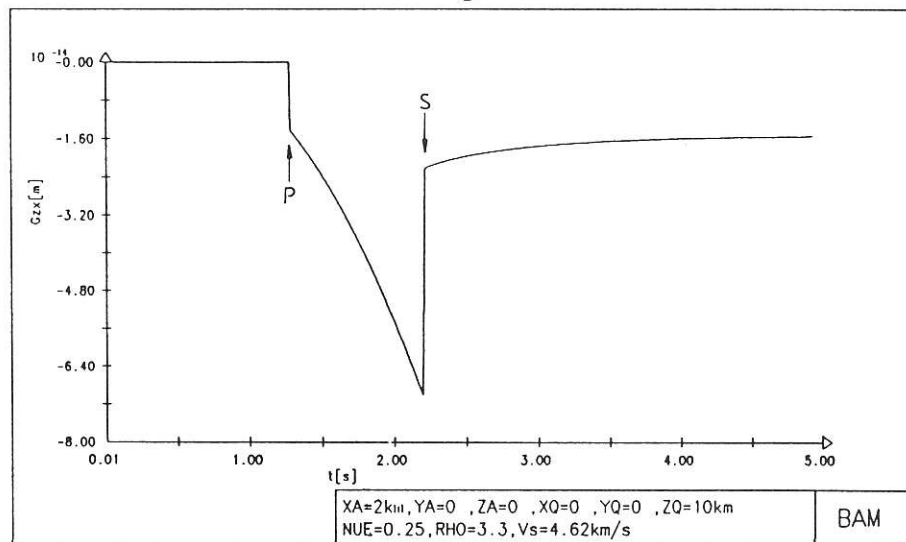


Bild [4.17] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zx}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Steile Wellenabstrahlung

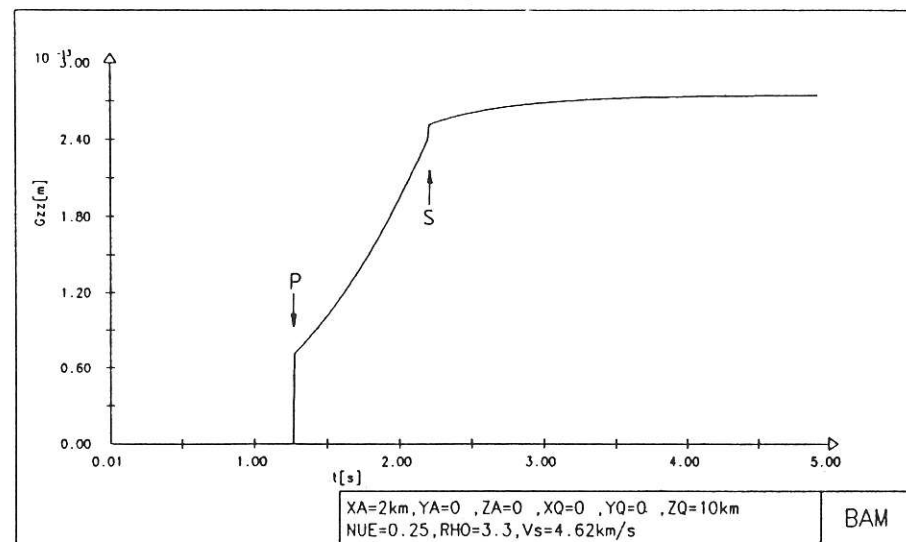


Bild [4.18] Verlauf der Greenschen Funktion $G_{zz}(t)$ bei Erregung des Halbraumes durch die Einheitssprungfunktion im Inneren Steile Wellenabstrahlung

4.2 EINZELLAST MIT BELIEBIGER ZEITFUNKTION

Die Berechnung der Systemantwort für beliebige transiente Belastungen erfolgt mit Hilfe des Duhamelintegrals, in der Literatur auch sehr oft unter dem Namen Faltungsintegral zu finden. Es ist für die Sprungfunktion wie folgt definiert:

$$X(t) = \int_0^t \frac{df(t-\tau)}{d\tau} g(\tau) d\tau \quad (4.125)$$

In (4.125) ist $X(t)$ die Antwort des Systems zum Zeitpunkt t auf die Belastungsfunktion $f(t)$. Liegt die Übertragungsfunktion $g(t)$ des betrachteten linearen Systems vor, dann kann durch die in den meisten Fällen numerische Auswertung des Integrals (4.125) die Systemantwort auf jeden beliebigen transienten Belastungsvorgang berechnet werden. Die einzelnen Komponenten $G_{ij}(t)$ in (4.121) stellen in diesem Sinne Übertragungsfunktionen des dreidimensionalen linearen Systems Halbraum für die einzelnen Kraftkomponenten dar. Für das homogene Halbraummodell können wir dann allgemein schreiben:

$$W_{ij}(t) = \int_0^t \frac{df_i(t-\lambda)}{d\lambda} G_{ij}(\lambda) d\lambda \quad (4.126)$$

4.2.1 Die Halb-Sinus Impulsbelastung

Hier wird als Belastung ein Halb-Sinus Impuls mit einer Dauer T_{imp} und einer Spitzenamplitude P_0 gewählt.

$$f(t) = \begin{cases} P_0 \sin \Omega t & \text{für } 0 \leq t \leq \pi/\Omega \\ 0 & \text{für } t \geq \pi/\Omega \end{cases}$$

Nehmen wir nun an, daß die Impulsbelastung wie bei einer Pfahlrammung vertikal aufgebracht wird, dann erhält man aus (4.126), wenn z.B. Quell- und Aufpunkt beide in der (x,z) Ebene liegen, folgende zwei Komponenten für die Oberflächenverschiebung:

$$W_{zz}(t) = \int_0^t \frac{df_z(t-\lambda)}{d\lambda} G_{zz}(\lambda) d\lambda \quad (4.127)$$

und

$$W_{rz}(t) \hat{=} W_{xz}(t) = \int_0^t \frac{df_z(t-\lambda)}{d\lambda} G_{xz}(\lambda) d\lambda \quad (4.128)$$

Dabei ist $f_z(t-\lambda) = P_0 \sin \Omega(t-\lambda)$, woraus sich ergibt

$$\frac{df_z(t-\lambda)}{d\lambda} = -\Omega P_0 \cos \Omega(t-\lambda) \quad (4.129)$$

Die Auswertung von (4.127) und (4.128) erfolgt numerisch mit dem Programm PIDRI, da die Übertragungsfunktionen $G_{ij}(t)$ in diskreter Form vorliegen.

In den Bildern [4.19] und [4.20] sind die beiden Komponenten gegeben durch die Gleichungen (4.127) bzw. (4.128) dargestellt. Es wurde hier ein weicher Impuls, $T_{imp}=0.1s$, mit einer Spitzenamplitude von $P_0=2000\text{KN}$ angewandt. Er wirkt in einer Tiefe $z_Q=9.0m$. Der Beobachtungspunkt befindet sich auf der Oberfläche in einem Epizentralabstand $r=x_A=20.0m$ ($y_A=z_A=0.0$). Die Poissonzahl ist $\nu=0.33$ und die Scherwellengeschwindigkeit $v_S=200m/s$. Nach Beendigung des Hauptimpulses klingt die Halbraumamplitude nur langsam gegen den Nullwert ab. Die Erklärung hierfür liegt im Verhalten der Übertragungsfunktion, die kein ausgeprägtes Sprungverhalten aufweist. Die Bilder [4.21] bis [4.23] zeigen die vertikale Amplitude der Halbraumoberfläche für verschiedene Abstände R ($y_A=z_A=0.0$) des Aufpunktes von der Erregerquelle, die nun ein relativ scharfer Impuls von $T_{imp}=0.05s$ ist und auf der Oberfläche wirkt. Für wachsenden Abstand erkennt man deutlich die Amplitudenabnahme sowie auch die immer stärker einsetzende Rayleigh-Welle. Nach deren Einsatz erreicht die Amplitude abrupt ihren Nullwert, was durch das Sprungverhalten der Übertragungsfunktion für diesen Fall zu erklären ist. In den Bildern [4.24] bis [4.29] wird für den gleichen Im-

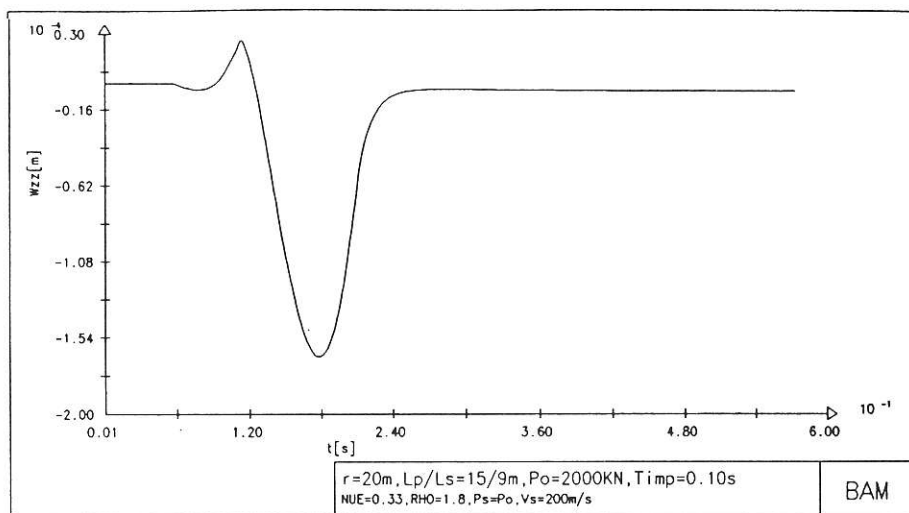


Bild [4.19] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls im Inneren

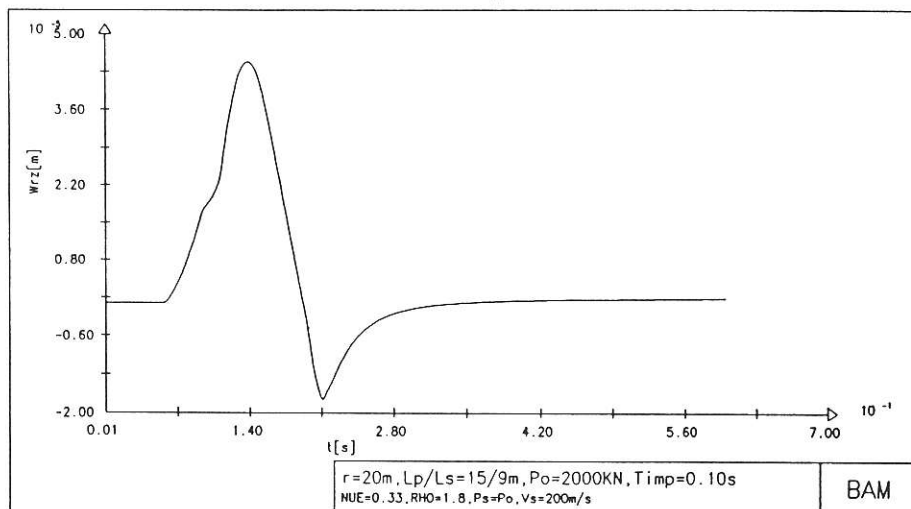
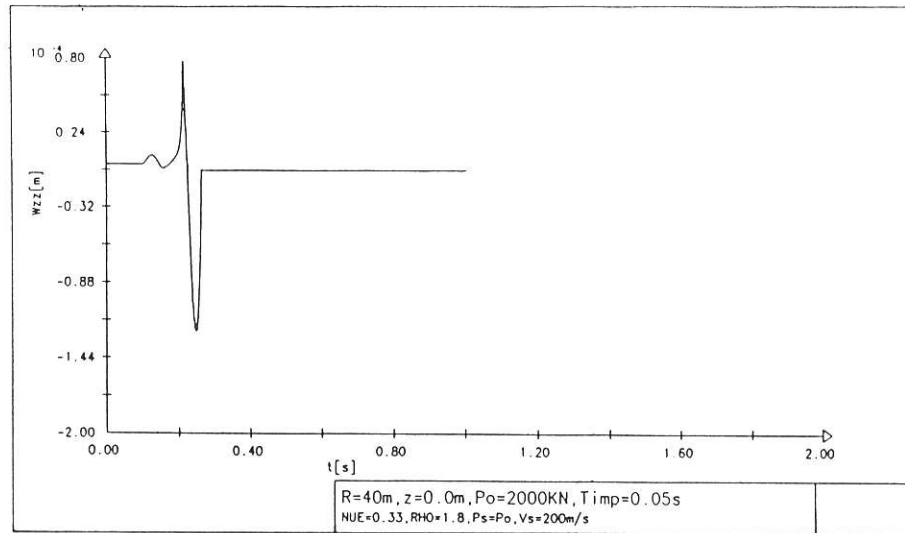
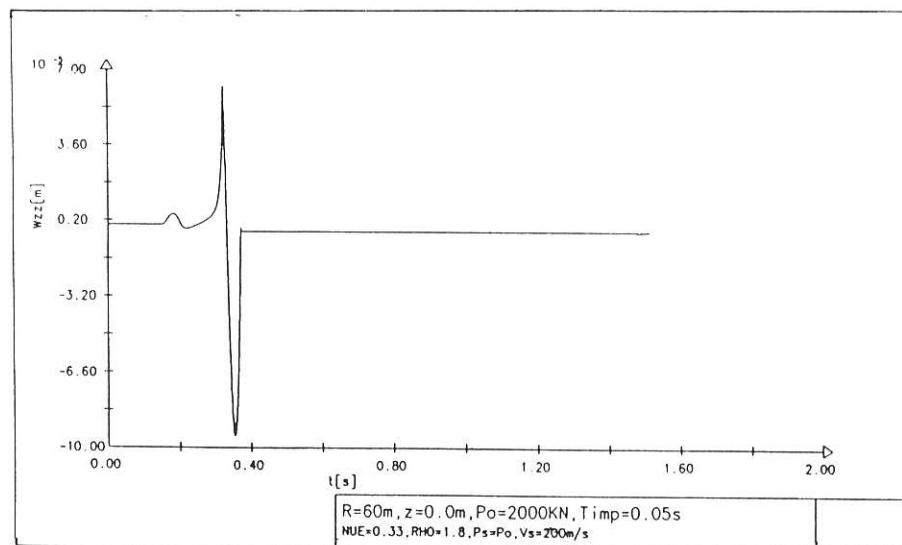


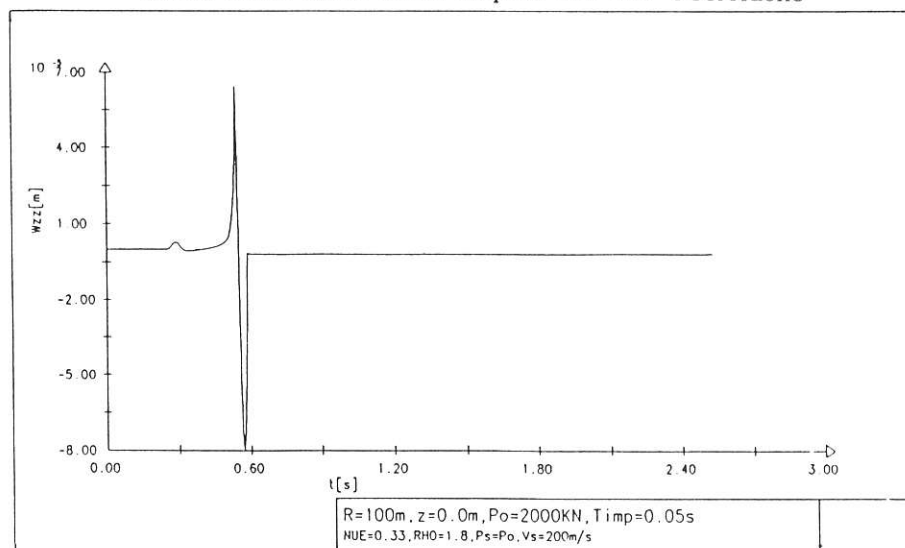
Bild [4.20] Freifeldamplitude $W_{rz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls im Inneren



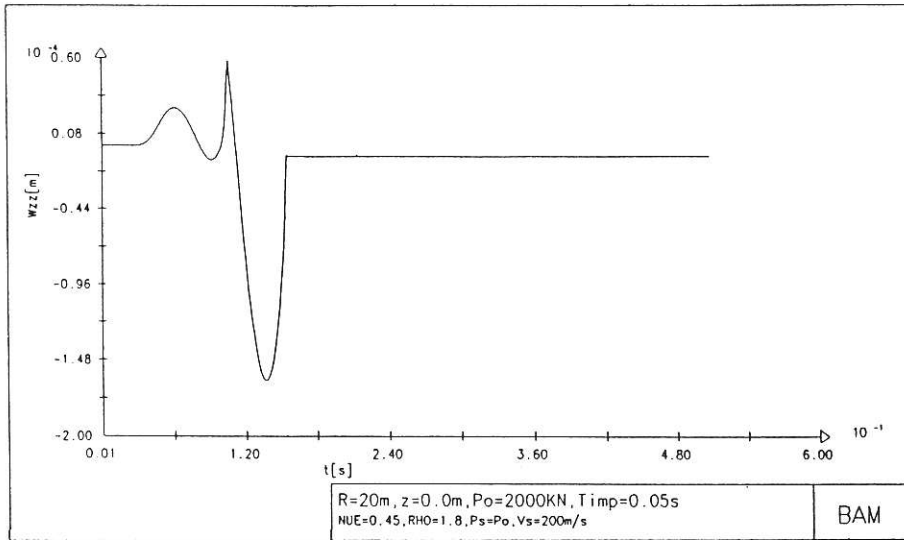
Bild[4.21] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



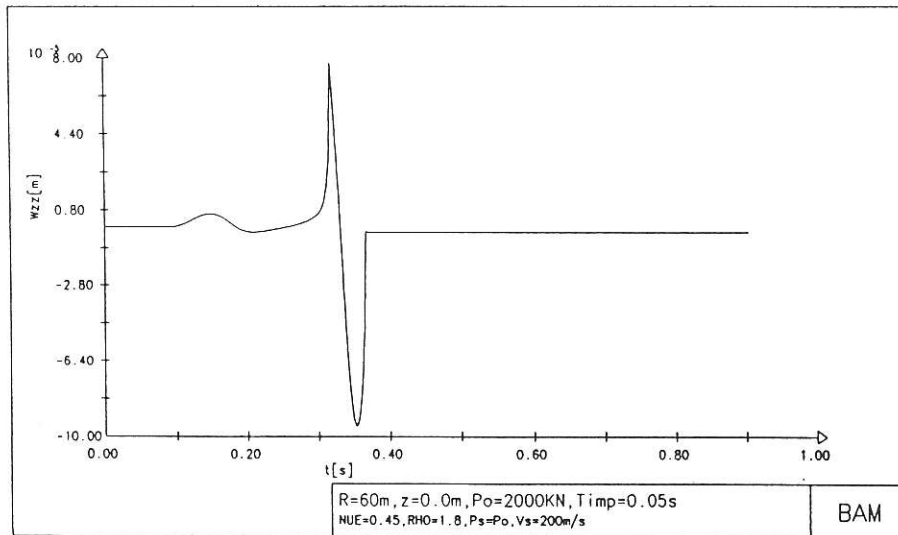
Bild[4.22] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



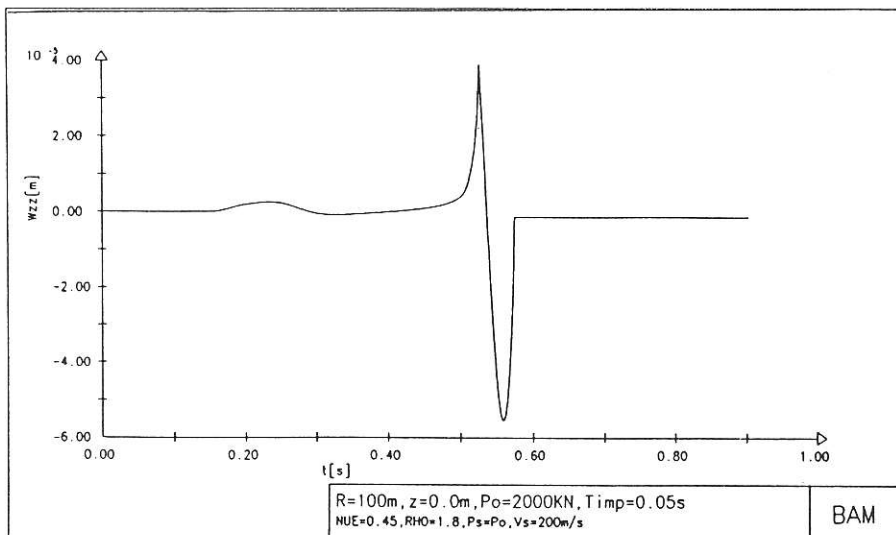
Bild[4.23] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



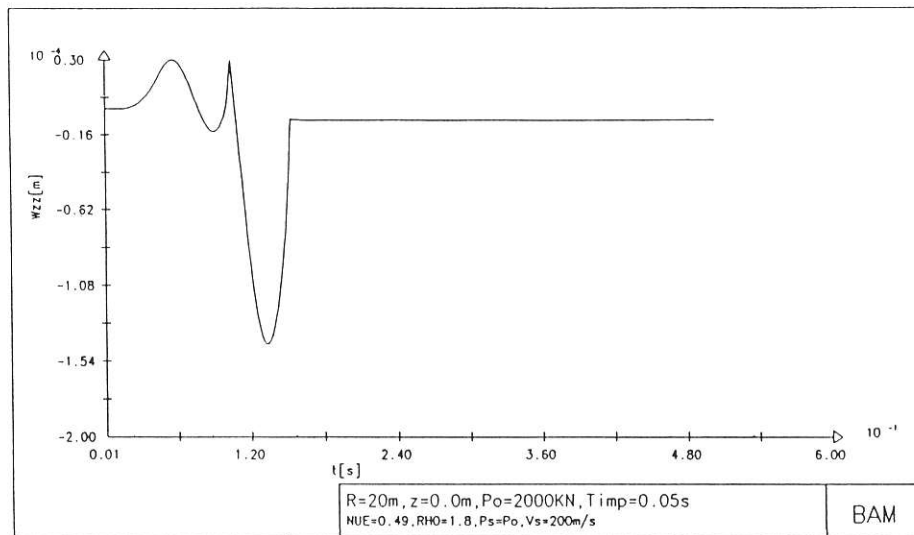
Bild[4.24] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



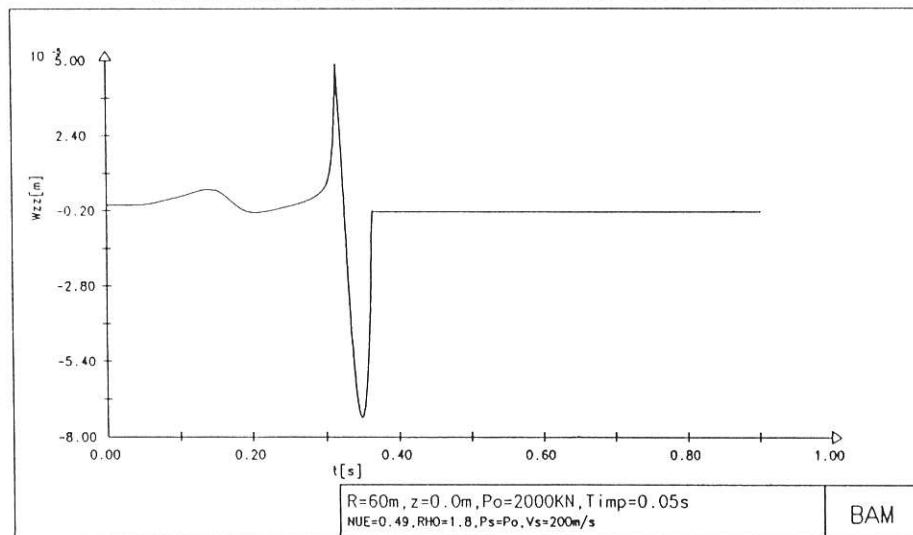
Bild[4.25] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



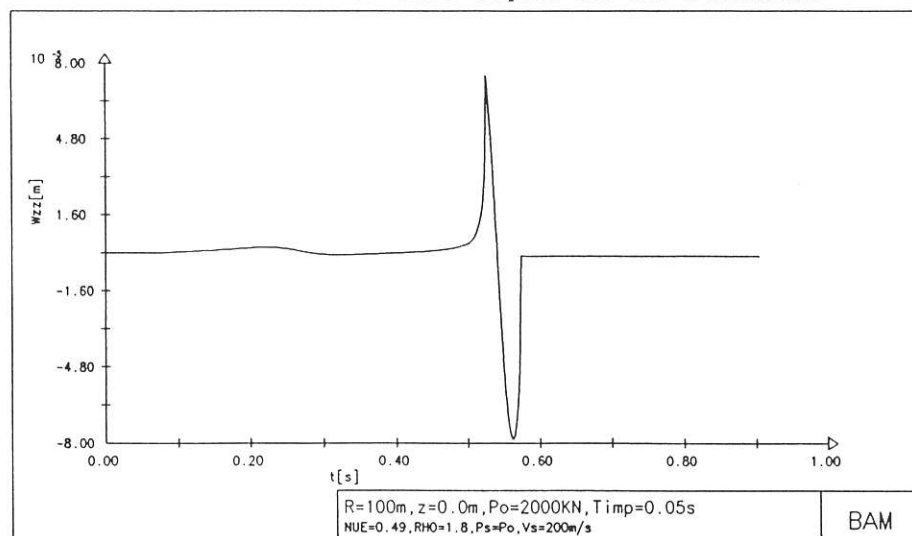
Bild[4.26] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



Bild[4.27] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



Bild[4.28] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche



Bild[4.29] Freifeldamplitude $W_{zz}(t)$ der Halbraumoberfläche bei Erregung durch einen Halb-Sinus Impuls auf der Oberfläche

puls wie davor die Poissonzahl, $\nu=0.45$ und $\nu=0.49$, und damit auch die Steifheit des Halbraumes gesteigert. Interessant ist hier, daß die Amplitude der P-Welle im Nahbereich der Erregung einen erheblichen Wert im Vergleich mit der S-Welle aufweist, was für die dynamische Beanspruchung wassergesättigter Böden von Bedeutung ist.

4.2.2 Die harmonische Einzellast

Die Systemantwort für eine harmonisch schwingende Einzellast in beliebiger Tiefe und Richtung wird hier ebenfalls mit dem Duhamel-Integral, wie es in Gl.(4.126) formuliert wurde, berechnet. Die harmonische Einzellast ist durch

$$f^H(t) = P \exp(i\Omega t)$$

gegeben. Sie erstreckt sich im Zeitbereich von $t=-\infty$ bis $t=+\infty$, die Übertragungsfunktion des Systems dagegen von $t=0$ bis $t=+\infty$. Die stationäre Antwort der Halbraumoberfläche für eine harmonische Zeitfunktion stellt sich daher zum Zeitpunkt $t=+\infty$ ein. Unter diesen Voraussetzungen muß (4.126) dann lauten:

$$W_{ij}(t) = \int_0^{\infty} \frac{df_i^H(t-\lambda)}{d\lambda} G_{ij}(\lambda) d\lambda \quad (4.130)$$

wobei

$$f_i^H(t-\lambda) = P_i \exp[i\Omega(t-\lambda)]$$

und

$$\frac{df_i^H(t-\lambda)}{d\lambda} = -i\Omega P_i \exp(-i\Omega\lambda) \exp(i\Omega t) \quad (4.131)$$

Setzt man (4.131) in (4.130) ein, erhält man für den zeitlichen Verlauf der Oberflächenamplitude des Halbraumes bei harmonischer Erregung in seinem Inneren

$$W_{ij}(t) = -i\Omega P_i \left\{ \int_0^{\infty} \exp(-i\Omega\lambda) G_{ij}(\lambda) d\lambda \right\} \exp(i\Omega t) \quad (4.132)$$

oder

$$W_{ij}(t) = W_{ij}(\Omega) \exp(i\Omega t) \quad (4.133)$$

In Gl.(4.133) ist:

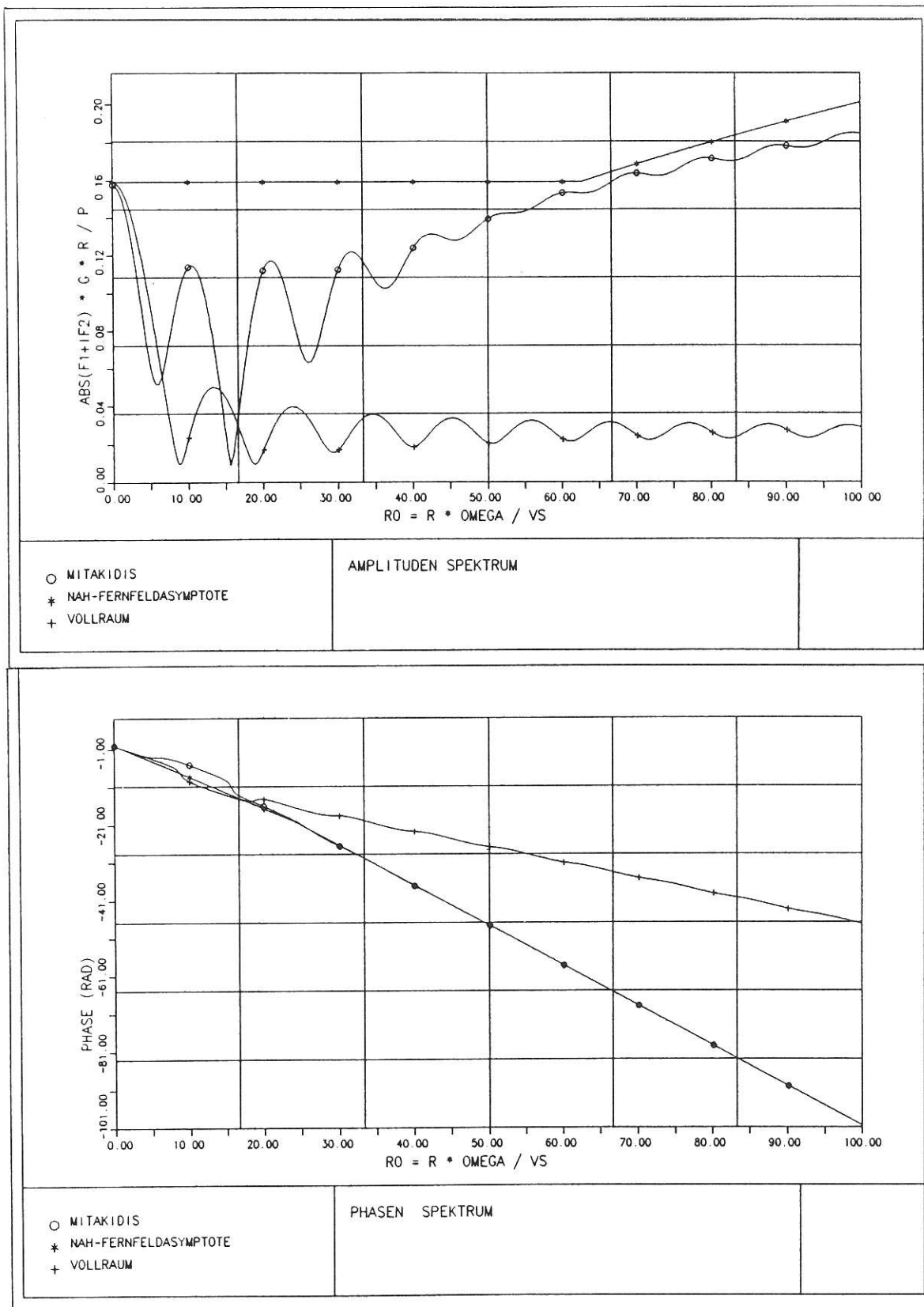
$$W_{ij}(\Omega) = -i\Omega P_i \int_0^{\infty} \exp(-i\Omega\lambda) G_{ij}(\lambda) d\lambda \quad (4.134)$$

Der Integralausdruck (4.134) stellt die stationäre Schwingung der Halbraumoberfläche dar. Man kann nachweisen, Mitakidis[22] und Rückker[27], daß das uneigentliche Integral (4.134) sich auf ein eigentliches zurückführen läßt, welches dann hier mit dem Programm PIDRI numerisch ausgewertet wird. Die dadurch berechneten Verschiebungsgrößen sind komplex.

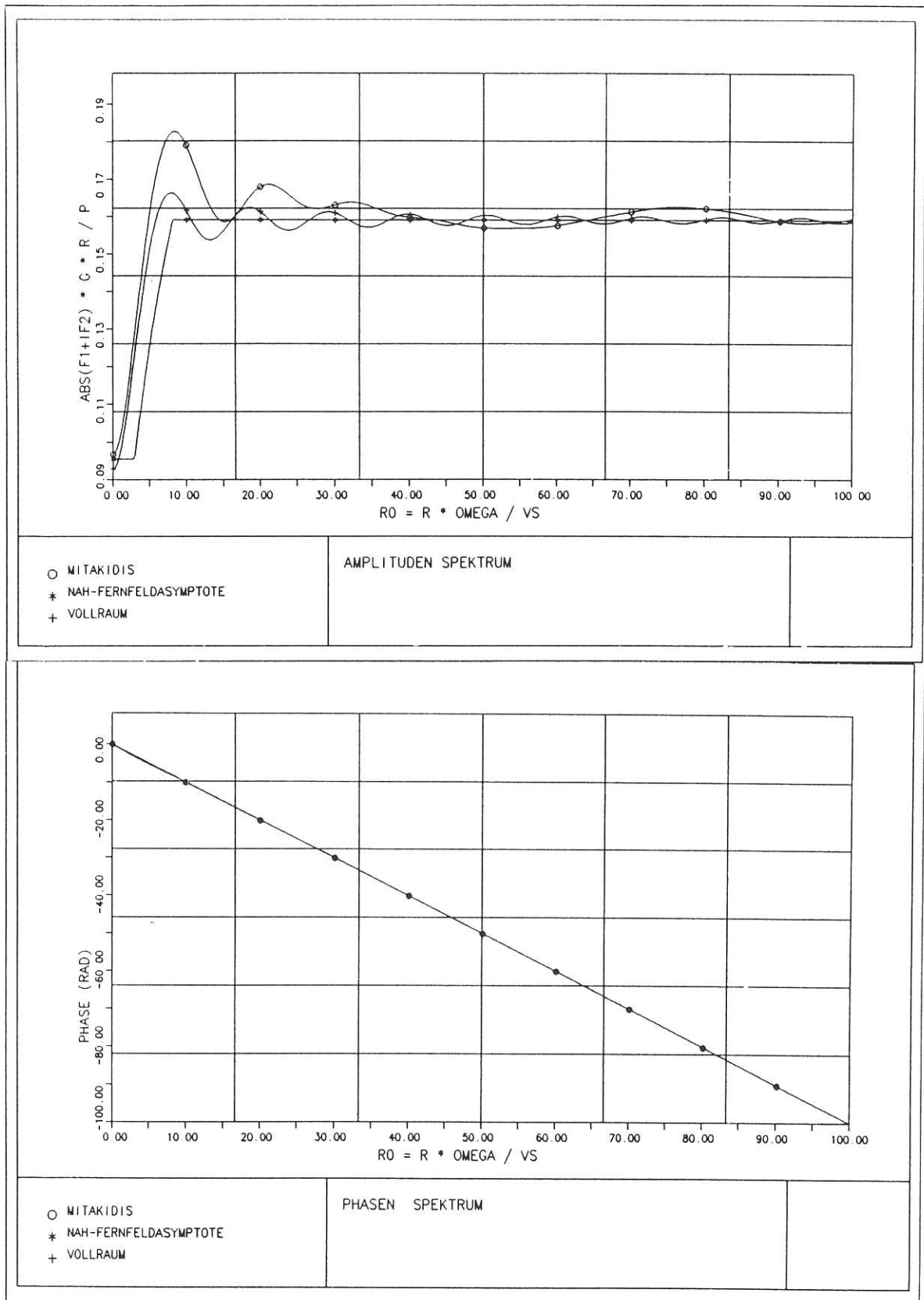
Die Bilder [4.30] bis [4.33] zeigen eine Gegenüberstellung zwischen allen auf der Oberfläche auftretenden Komponenten W_{ij} , durch Krümmung gekennzeichnet, berechnet nach (4.134) infolge einer auf der Halbraumoberfläche wirkenden harmonischen Einzellast und den von Rücker[27] angegebenen exakten Fernfeldasymptoten. Zur Vervollständigung des Vergleichs sind in diesen Bildern auch die von Rizzo und Crusee[32] angegebenen Vollraumlösungen bei harmonischer Erregung dargestellt. Die Nahbereichsasymptote ist hier durch den statischen Wert der entsprechenden Komponente gegeben. Die dimensionslosen Amplituden der Verschiebungskomponenten sowie auch deren Phasenverläufe in den Bildern [4.30a] bis [4.33a] sind über die ebenfalls dimensionslose Frequenzzahl R_0 aufgetragen.

Der durchgeführte Vergleich demonstriert die hervorragende Qualität und Stabilität der aus dem Zeitbereich mit Hilfe der Duhamelintegration errechneten Frequenzlösungen sowohl im niederfrequenten als auch im hochfrequenten Bereich. Sie enthalten alle Wellenarten des Halbraumes, d.h. P-,S- und besonders die Rayleighwelle, was durch den deutlichen Amplitudenanstieg der W_{xx} ($\varphi=0^\circ$) und W_{zz} Komponente gegenüber der entsprechenden Vollraumlösung, die nur P- und S-Wellen enthält, bestätigt wird. Die relativ kleine Abweichung der Frequenzlösung nach (4.134) gegenüber der Fernfeldasymptote von Cherry ist durch die Unstetigkeit (Sprung) der analytischen Übertragungsfunktion am Rayleighpol zu erklären. Der theoretisch unendliche Sprung der Übertragungsfunktion beim Einsetzen der Rayleighwelle bleibt hier wegen der numerischen Annäherung endlich groß, so daß dessen Einfluß nicht exakt berücksichtigt werden kann. Dagegen fallen bei den Komponenten W_{xx} ($\varphi=90^\circ$), horizontale Verschiebung quer zur Belastungsrichtung, und W_{xz} , die keine Rayleighwelle beinhalten, Bild [4.31] und [4.33], alle Lösungen zusammen.

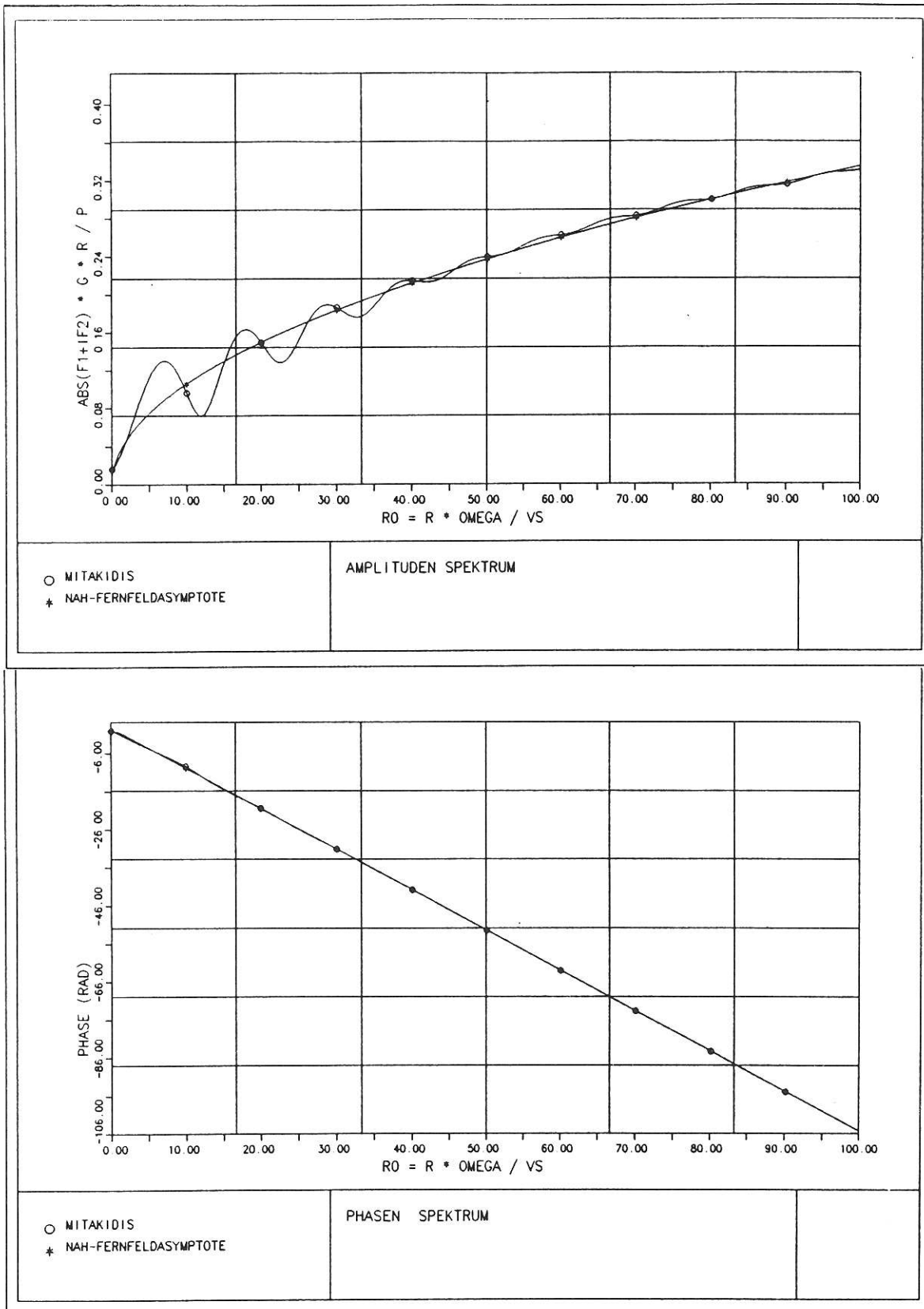
In den Bildern [4.34] bis [4.38] sind die dimensionsbehafteten Amplituden der Halbraumoberfläche, sowie deren Real- und Imaginärteile, für eine harmonische Einzellast im Inneren des Halbraumes über der Erregungsfrequenz Ω aufgetragen. Der Beobachtungspunkt hat einen Epizentralabstand von $R=x_A=20.0\text{m}$ ($x_A=y_A=0.0\text{m}$) und die harmonische Einzellast, $P=2000\text{KN}$, wirkt in einer Tiefe von $z_Q=100.0\text{m}$. Alle hier nicht dargestellten Komponenten sind für die gewählte Lage des Aufpunktes zum Quellpunkt gleich Null.



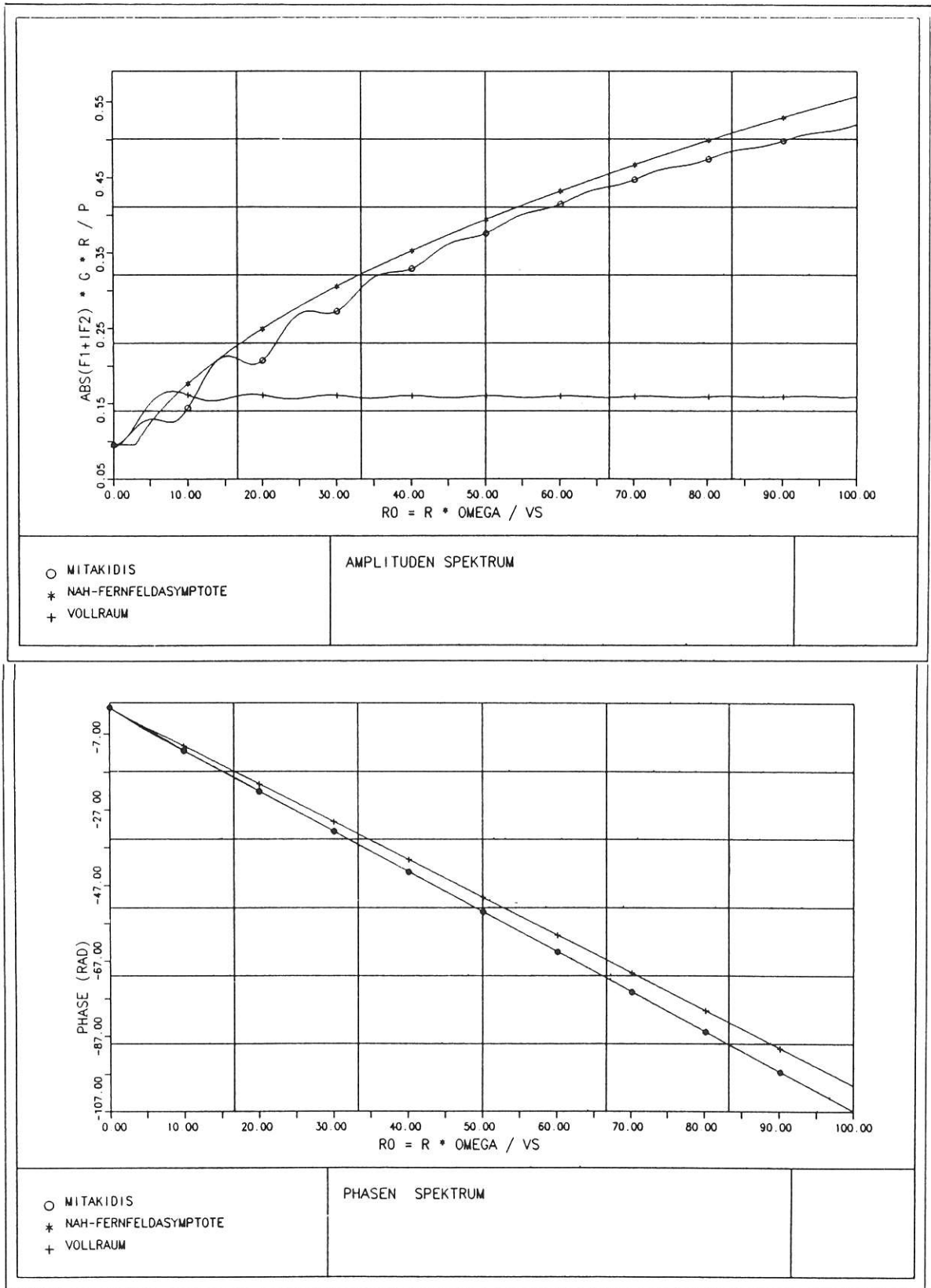
Bild[4.301] Vergleich von Greenschen Funktionen im Frequenzraum
 Amplituden - und Phasenspektrum
 Komponente $W_{xx}(\varphi=0^\circ)$ für $\nu=0.40$



**Bild[4.31] Vergleich von Greenschen Funktionen im Frequenzraum
Amplituden - und Phasenspektrum
Komponente $W_{xx}(\varphi = 90^\circ)$ für $\nu = 0.40$**



Bild[4.32] Vergleich von Greenschen Funktionen im Frequenzraum
 Amplituden - und Phasenspektrum
 Komponente W_{xz} für $\nu=0.40$



Bild[4.33] Vergleich von Greenschen Funktionen im Frequenzraum
 Amplituden - und Phasenspektrum
 Komponente W_{zz} für $\nu=0.40$

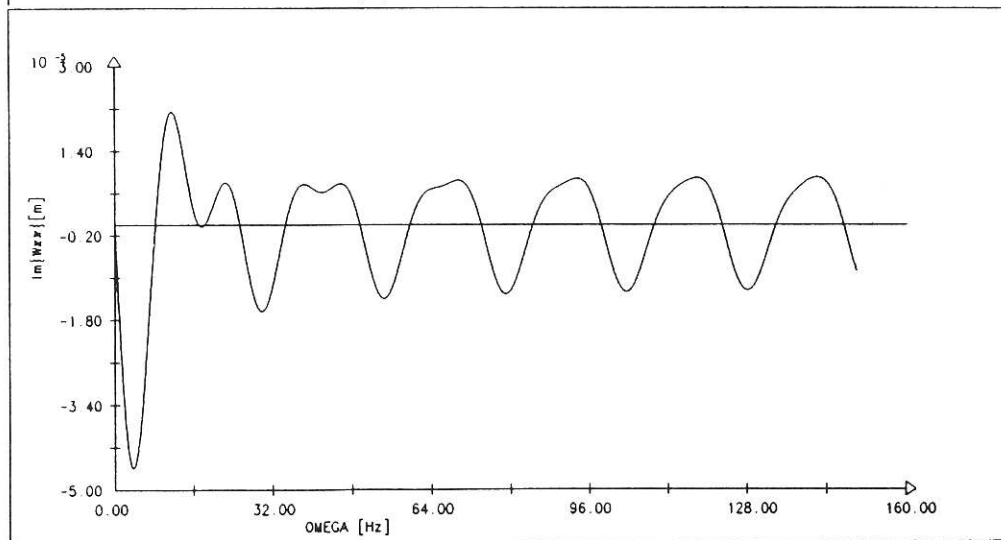
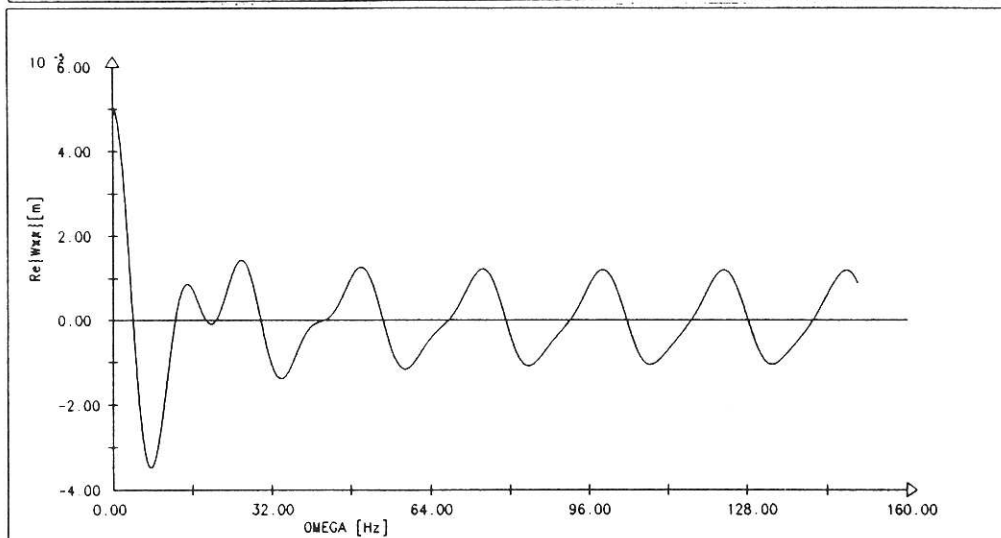
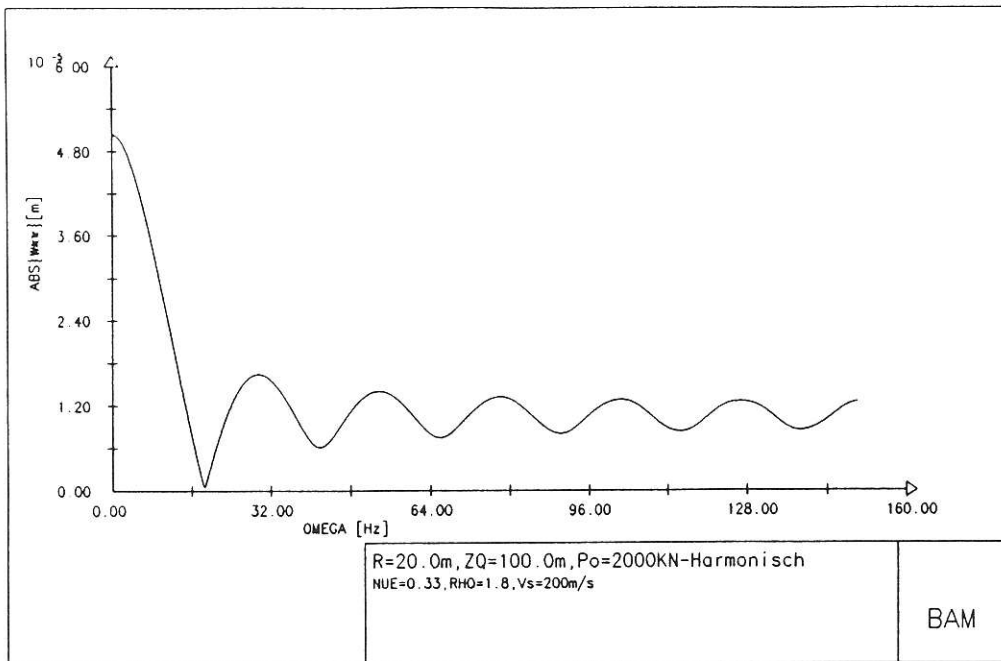


Bild [4.34] Freifeldamplitude bei Erregung des Halbraumes im Inneren durch eine harmonische Einzellast ; Komponente W_{xx}

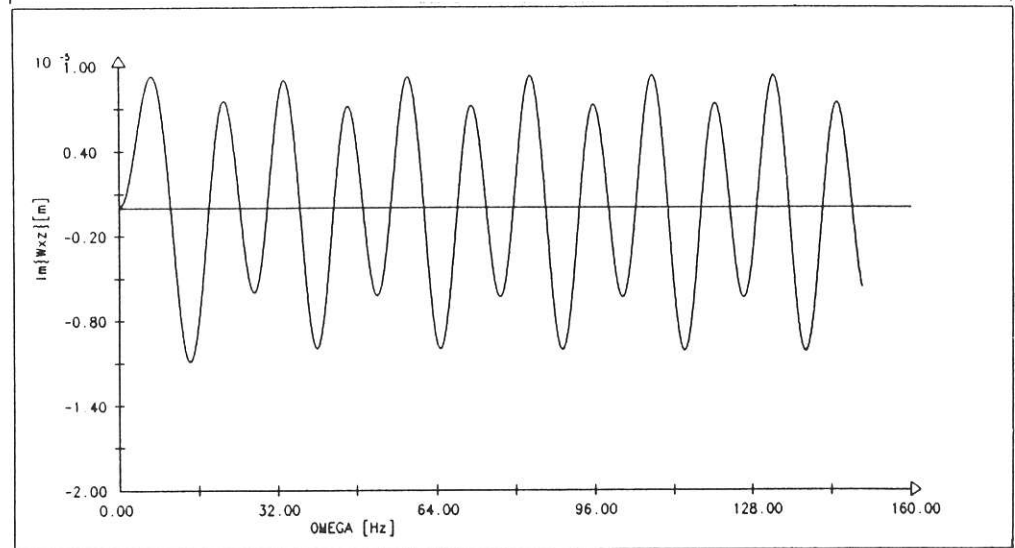
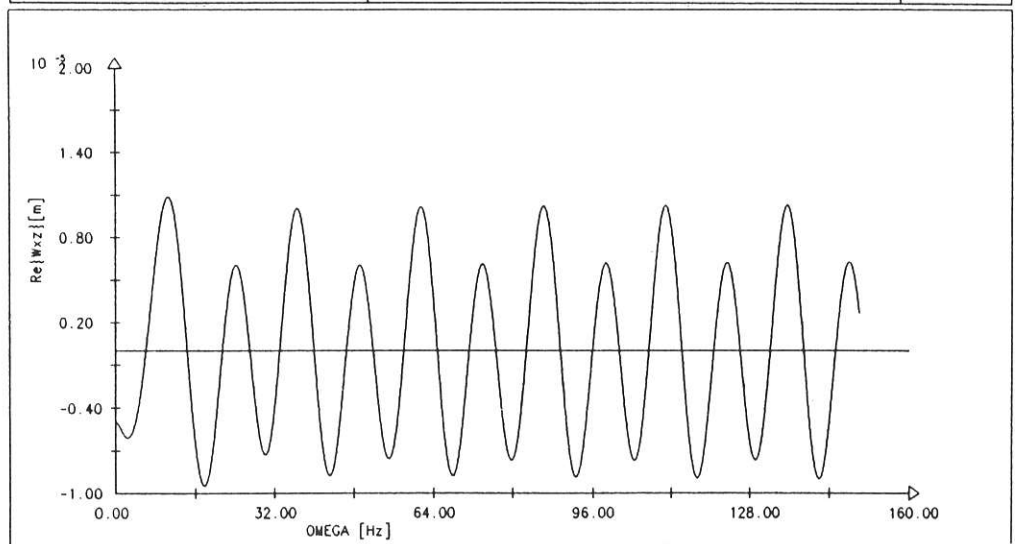
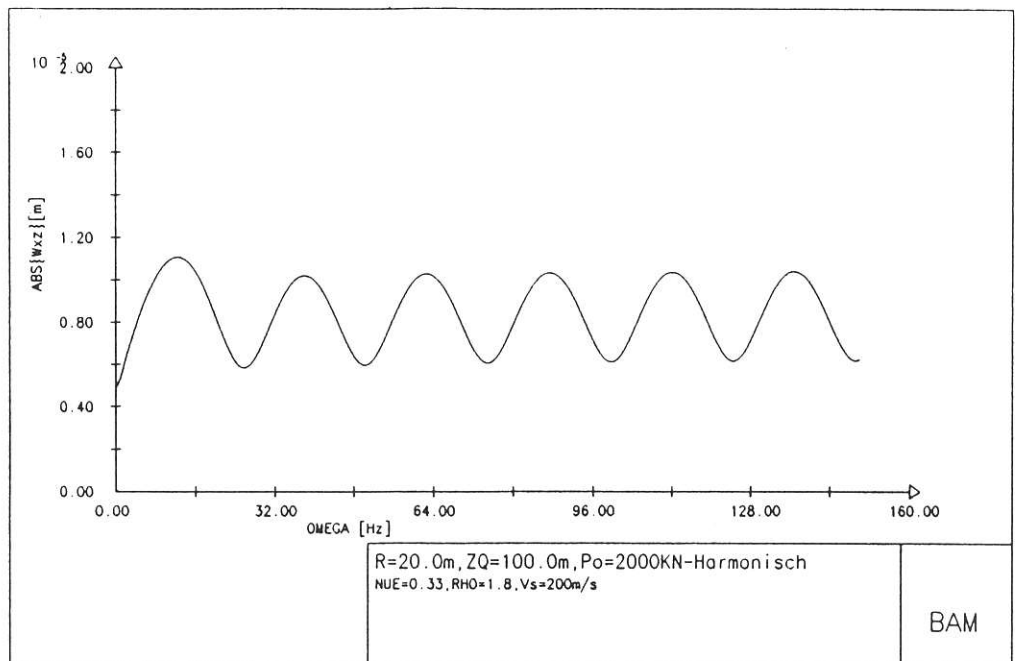


Bild [4.35] Freifeldamplitude bei Erregung des Halbraumes im Inneren durch eine harmonische Einzellast ; Komponente w_{xz}

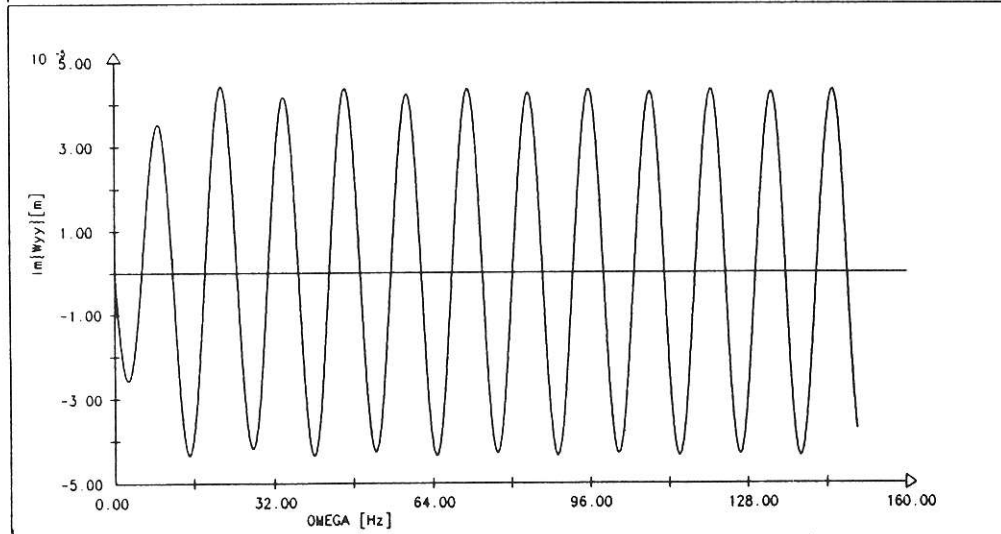
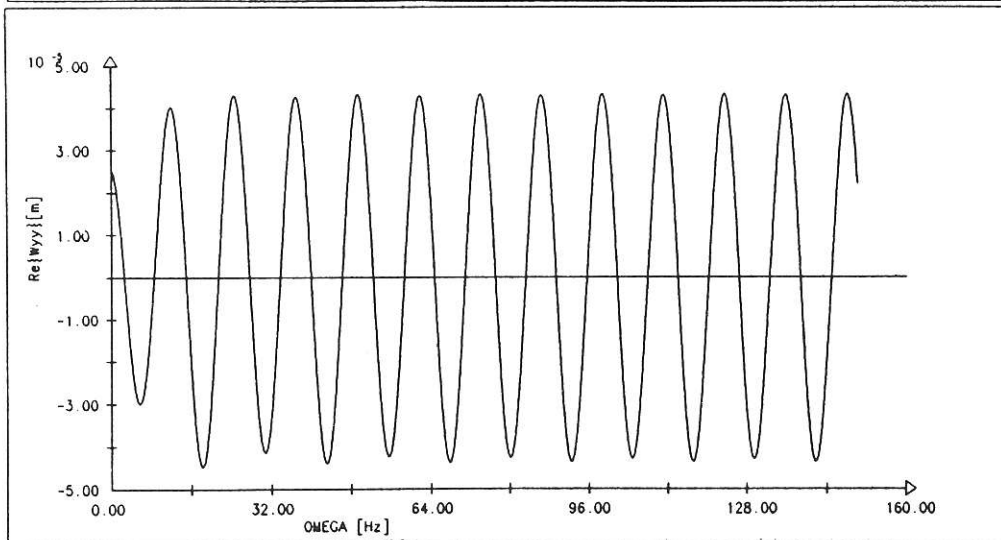
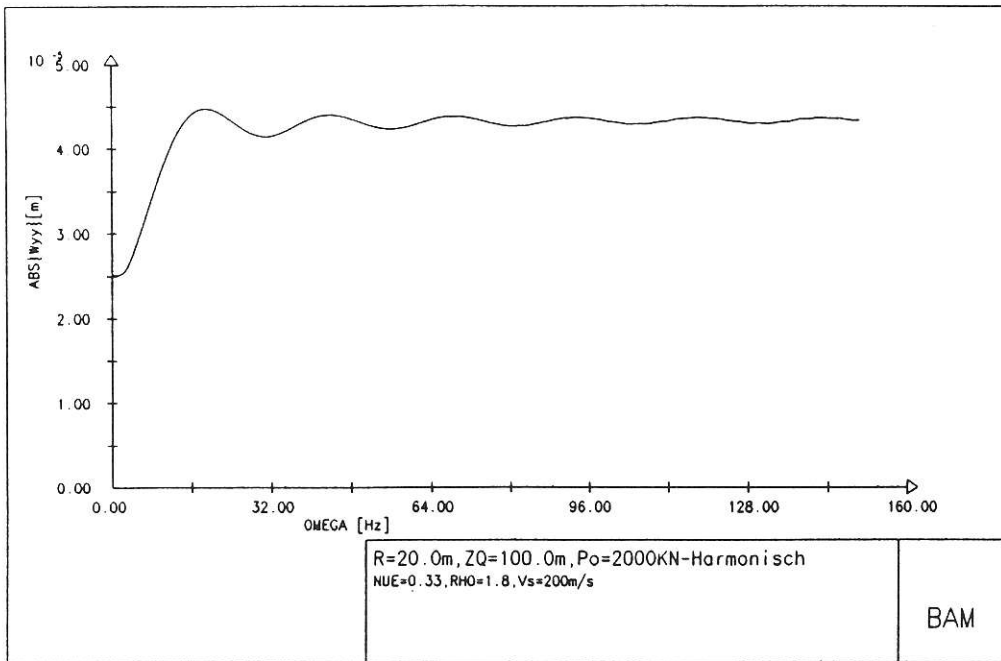


Bild [4.36] Freifeldamplitude bei Erregung des Halbraumes im Inneren durch eine harmonische Einzellast ; Komponente W_{yy}

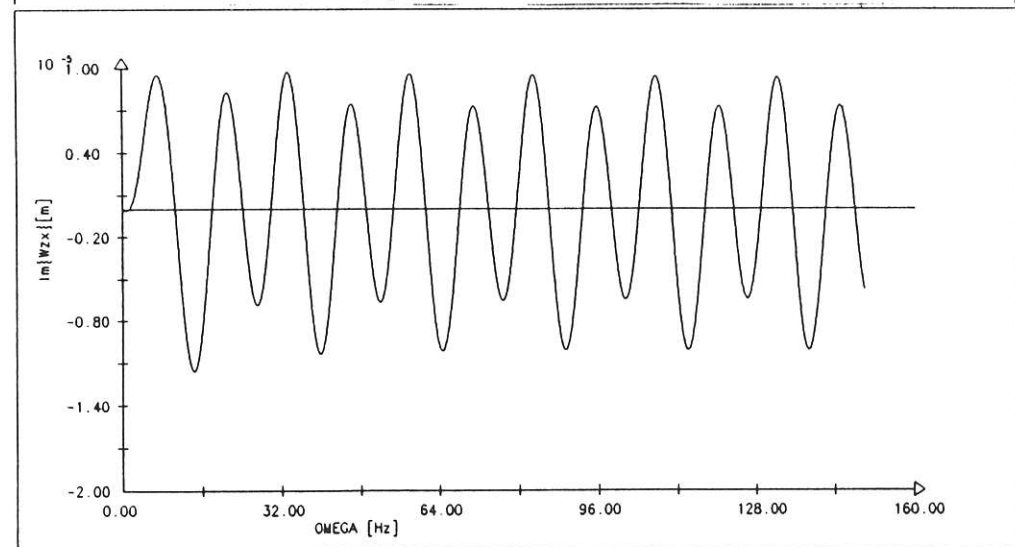
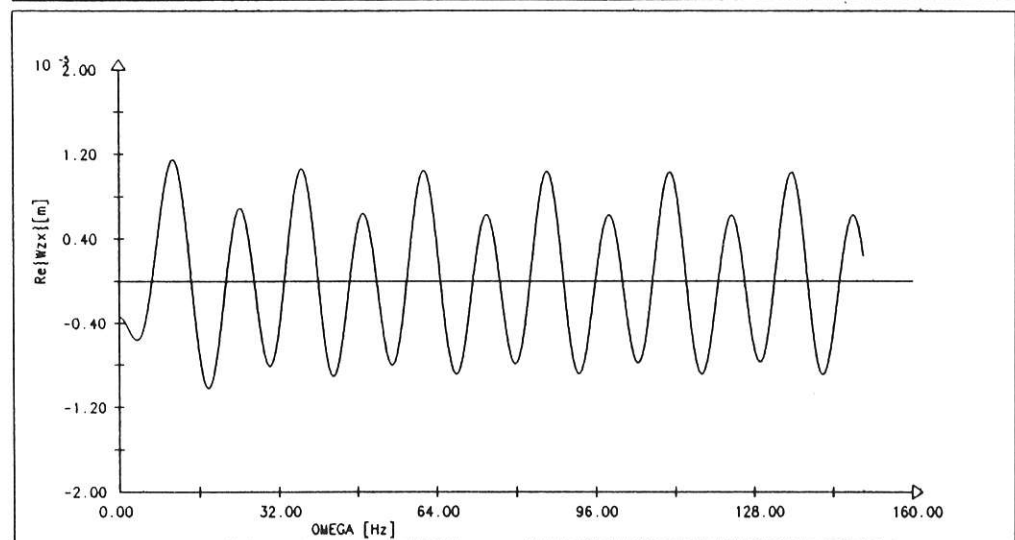
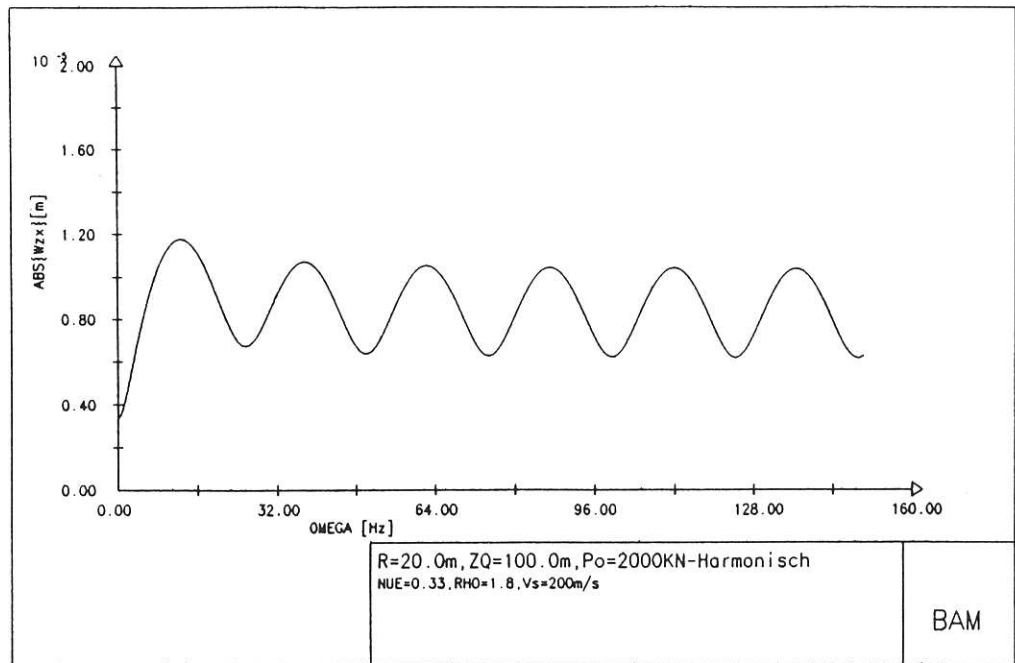


Bild [4.37] Freifeldamplitude bei Erregung des Halbraumes im Inneren durch eine harmonische Einzellast ; Komponente W_{z_x}

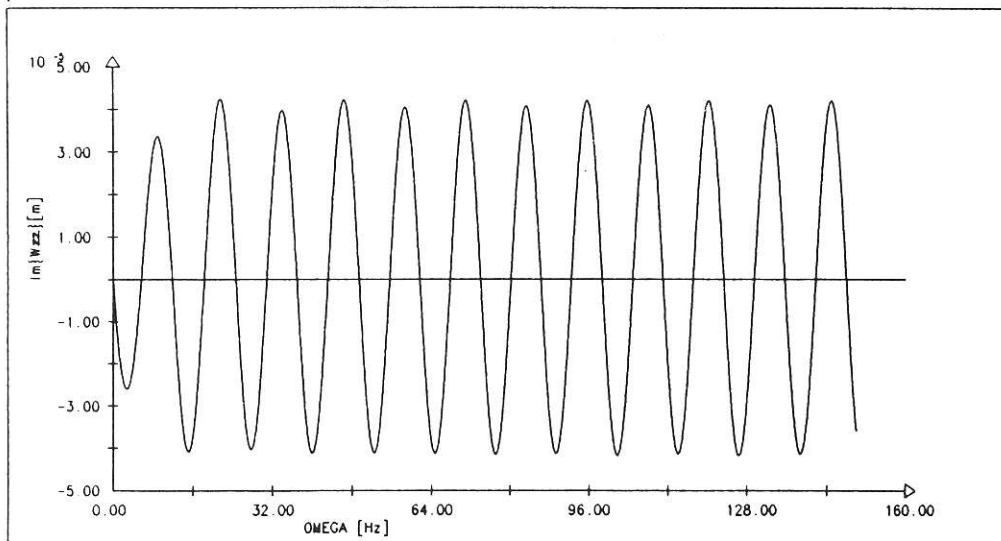
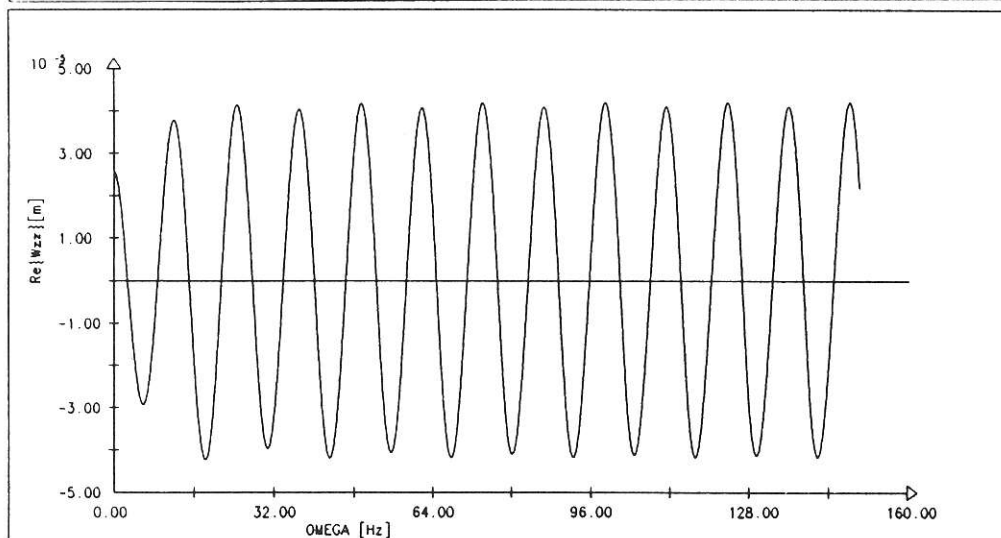
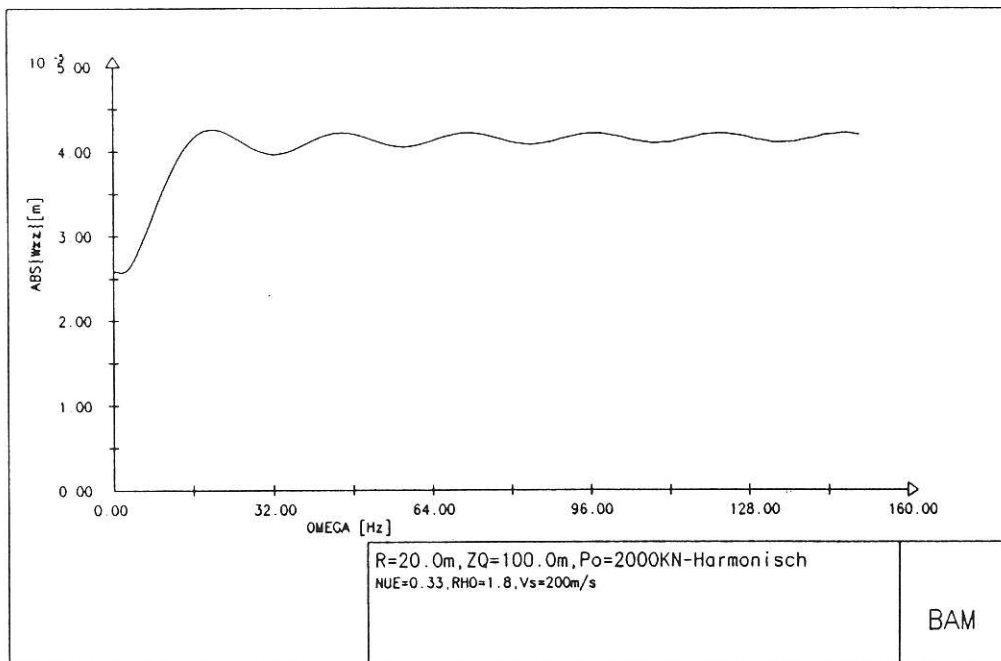


Bild [4.38] Freifeldamplitude bei Erregung des Halbraumes im Inneren durch eine harmonische Einzellast ; Komponente W_{zz}

5.0 DER INHOMOGENE HALBRAUM

In unseren bisherigen Betrachtungen haben wir die Einschränkung gemacht, daß unser Halbraummodell elastisch, isotrop und vor allem homogen ist. Nur so ist es möglich, wenn auch mit einem sehr großen mathematischen Aufwand, zu exakten analytischen Lösungen zu gelangen, die die Voraussetzung für die Konstruktion von sogenannten halb-analytischen Berechnungsmethoden sind, die zur Zeit leistungsfähigsten und stabilsten Berechnungsverfahren.

Vielmehr in der Realität ist aber so, daß die in der Fundamentalgleichung (4.1) auftretenden Lamé'schen Konstanten λ und μ nicht konstant sind, sondern eine Abhängigkeit von der Tiefe x_3 aufweisen. Setzt man diese Abhängigkeit voraus, dann spricht man von einem vertikal heterogenen Halbraum, für den die allgemeine Grundgleichung nach Hook [15] folgende Form hat:

$$\begin{aligned} \mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{k} \frac{d\lambda}{dx_3} \nabla \cdot \mathbf{u} + \\ \frac{d\mu}{dx_3} \left(2 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_3} + \mathbf{k} \times \nabla \times \mathbf{u} \right) + \rho \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Dabei ist \mathbf{k} der Einheitsvektor in x_3 Richtung. Setzt man in Gl.(5.1) die Ableitungen der Lamé'schen Konstanten nach x_3 gleich Null, ergibt sich die in Kapitel 4.0 bereits dargestellte Fundamentalgleichung (4.1) der Elastodynamik für das elastisch isotrope und homogene Material. Für Gl.(5.1) sind nur Näherungslösungen möglich, die wegen ihrer beschränkten Relevanz nicht Gegenstand dieser Arbeit sein werden.

In der Bodenmechanik drückt sich die Tiefenabhängigkeit der Lamé'schen Konstanten und insbesondere die von μ , was dem Schubmodul G entspricht, durch zwei geläufige Halbraummodelle aus:

- den Gibson-Halbraum : $G(z) = G_0(\alpha + z)$
- den Wurzel-Halbraum : $G(z) = G_0(\alpha + \sqrt{z})$

wobei z hier als Tiefe der mathematischen x_3 -Variablen der Vorzug gegeben wird. Somit ergibt sich auch eine tiefenabhängige Scherwellengeschwindigkeit

$$v_S(z) = [G(z)/\rho(z)]^{1/2} \quad (5.2)$$

Nun ist es möglich, für den Fall einer harmonischen Oberflächenerregung eine geschlossene Transformationsvorschrift zu finden, durch die $v_S(z)$ in ein frequenzabhängiges $v_S(\Omega)$ überführt wird, Rücker [27]. Man spricht hier von der Dispersion der Scherwellengeschwindigkeit.

Approximiert man das tiefenabhängige Scherwellengeschwindigkeitsprofil durch den Ansatz

$$v_S(z) = \sum_j k_j \bar{z}^{n_j} ; \bar{z} = z/z_0 \quad (5.3)$$

indem man zuvor die ebenfalls frequenzabhängige Scherwellengeschwin-

digkeit mit der vertikalen Komponente der Rayleighwelle wichtet, erhält man folgenden analytischen Ausdruck für $v_S(\Omega)$:

$$v_S(\Omega) = \sum_j \frac{k_j^{t_j} \Gamma(t_j) [A\alpha^{-t_j} - B\beta^{-t_j}]}{A/\alpha - B/\beta} \Omega^{1-t_j} \quad (5.4)$$

mit $\alpha = [\chi - h]^{1/2}$; $\beta = [\chi - 1]^{1/2}$; $h = \left[\frac{1 - 2\nu}{2 - 2\nu}\right]^{1/2}$

$$A = 2\chi^2 - 1; \quad B = 2\chi^2 \alpha; \quad t_j = \frac{1}{1 - n_j}$$

wobei $\chi = \chi(\nu)$ die von der Poissonzahl ν abhängige Wurzel der Rayleighschen Wellengleichung und $\Gamma(t)$ die bekannte Gamma-Funktion ist. Die Konstante k_j ist frei wählbar und entspricht dem Grundwert einer Scherwellengeschwindigkeit.

Die Heterogenität des Halbraumes wird somit berücksichtigt, wenn man sich einen homogenen Halbraum vorstellt, dessen Scherwellengeschwindigkeit gemäß Gl.(5.4) frequenzabhängig ist. Die frequenzabhängigen Geschwindigkeitswerte betreffen dann nur die dimensionslosen Frequenzahlen $R_0 = R\Omega/v_S(\Omega)$, für die die komplexen Nachgiebigkeitsfunktionen $F(R_0, \nu)$ mit den Lösungen für den homogenen Halbraum berechnet werden.

Im Rahmen einer Messung, von unserem Laboratorium zur Bestimmung dynamischer Bodenkennwerte in Berlin-Mariendorf durchgeführt, haben wir die aus der Auswertung der Messergebnisse erhaltenen Dispersionskurven für v_S , Kurven ① und ② in Bild[5.1], mit durch Gl.(5.4) theoretisch berechneten Dispersionskurven verglichen. Die untersuchte Baugrube bestand in großem Maße aus homogenem Boden, nämlich mitteldichtem bis dichtem Sand, Poissonzahl $\nu=0.26$ bzw. $\nu=0.36$.

Da die aus der Messung gewonnenen Dispersionskurven jeweils abhängig von der am verwendeten elektrodynamischen Schwinger eingestellten Frequenz f [Hz] sind, wurde in Gleichung (5.4) auf der rechten Seite die Kreisfrequenz Ω [1/s] durch $\Omega=2\pi f$ ersetzt.

Für Sandboden ① errechnete sich aus der Messauswertung $\nu=0.26$, woraus sich $\chi=1.087$ ergibt. Für die Auswertung von Gl.(5.4) wurde das realitätsnähere Modell des Wurzel-Halbraumes zugrundegelegt, es wurde $n_j=n_1=0.25$ gewählt. Die Konstante k_j entspricht hier dem asymptotischen Grenzwert der Scherwellengeschwindigkeit für $f \rightarrow \infty$, es ist $k_j=k_1=165.0$ m/s gesetzt worden. Für $j=1$ liefert dann Gleichung (5.4):

$$\textcircled{1} \quad v_S(f) = 741.6 * f^{-(1/3)}$$

Für Sandboden ② mit $\nu=0.36$ und $\chi=1.070$ ist dann dementsprechend:

$$\textcircled{2} \quad v_S(f) = 750.4 * f^{-(1/3)}$$

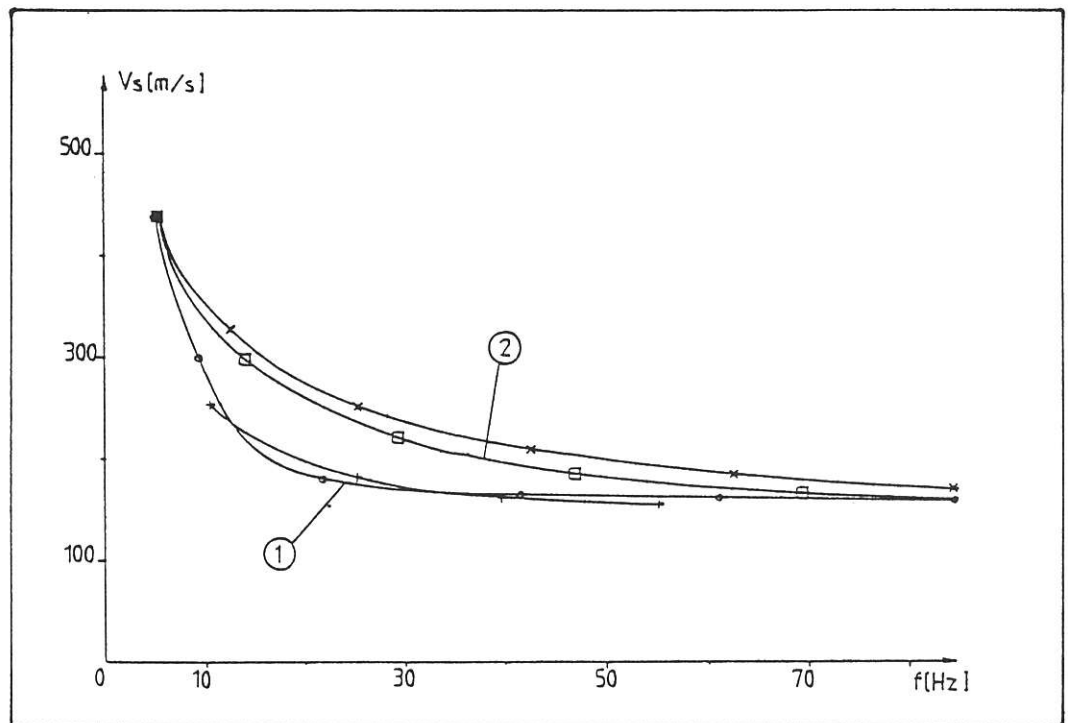


Bild [5.1] Vergleich der gemessenen und der theoretisch, Gl.(5.4), berechneten Dispersionskurven für $v_s(f)$:
 —○— gemessen Sand ①
 —□— gemessen Sand ②
 —+— berechnet Sand ①
 —*— berechnet Sand ②

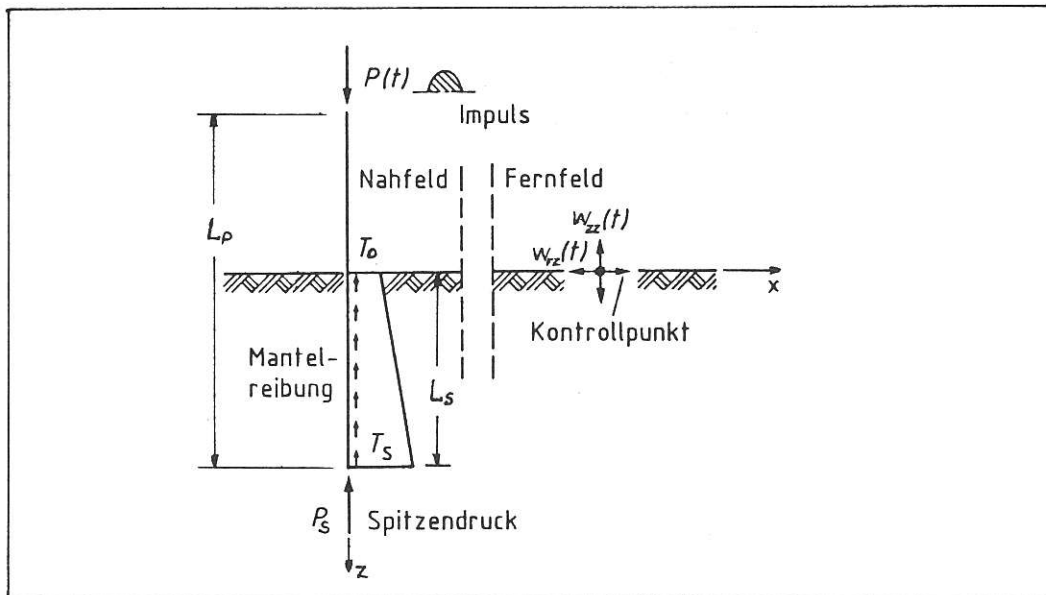
Der Vergleich zwischen der Messung und der Ergebnisse aus Gleichung (5.4) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Dispersionskurven, auch wenn Gl.(5.4) nur für das erste Glied der Summe auf der rechten Seite ausgewertet wurde. Ferner wird die Realitätsnähe des Modells des Wurzelhalbraums bestätigt.

Abschließend sei noch einmal auf die beschränkte Anwendung von Gl.(5.4) auf harmonische Oberflächenerregung und Berechnung von Oberflächenamplituden eines inhomogenen Halbraumes hingewiesen. Da die Rayleighwelle bei der Herleitung von Gl.(5.4) als Wichtungsfunktion angewendet wird, ist Voraussetzung für deren Existenz, daß sowohl der Quellpunkt als auch der Aufpunkt auf der Halbraumoberfläche liegen. Ist die Erregung oder der Beobachtungspunkt im Inneren des Halbraumes, dann existiert für diesen Fall bis jetzt keine ähnliche Transformationsvorschrift, so daß man hier nur auf das homogene Halbraummodell zurückgreifen kann.

6.0 BEISPIELE

6.1 PFAHLRAMMUNG-FERNFELDDAMPLITUDE

Die im Abschnitt 4.2.1 entwickelten Lösungen für den Halbsinus-Impuls werden hier eingesetzt, um eine Pfahlrammung zu simulieren. Es wird die Freifeldantwort der Halbraumoberfläche im Fernfeld der Erregung berechnet, Bild[6.1].



Bild[6.1] Rammung eines starren Pfahles mit Berücksichtigung der Mantelreibung

Die Berechnung der Freifeldamplitude im Nahbereich des Rammpfahles mit den in dieser Arbeit entwickelten Lösungen ist genauso möglich wie diese des Fernfeldes, aber die Ergebnisse sind hier von der Wirklichkeit entfernt, da die auftretenden dynamischen elasto-plastischen Ereignisse im Boden in der unmittelbaren Umgebung des Pfahles nicht Gegenstand dieser Arbeit sind und somit nicht berücksichtigt werden .

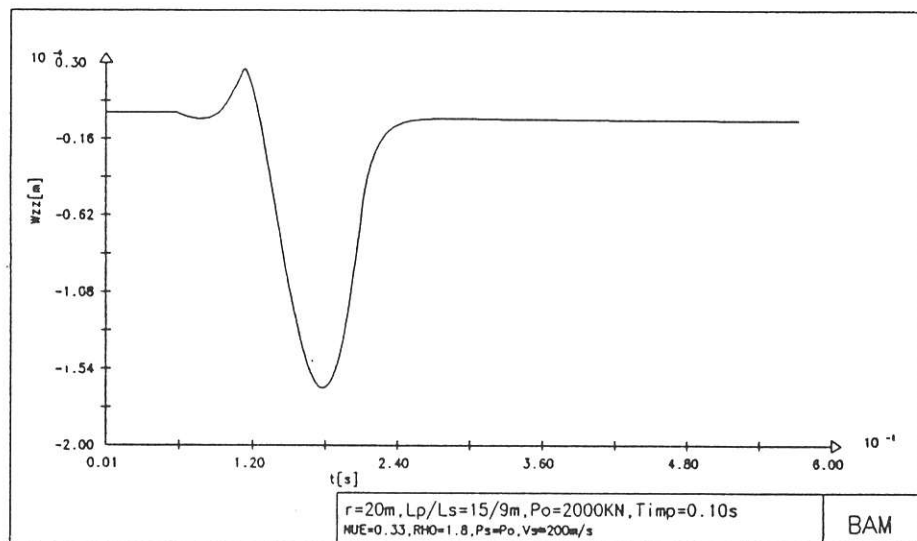
Der Rammpfahl mit einer Gesamtlänge L_p wird als starr angenommen und ist im Bild[6.1] durch seine Systemlinie dargestellt. Die Länge des in das Erdreich eingedrungenen Pfahlteils wird mit L_s bezeichnet. Die Mantelreibung als eine über dem Pfahlumfang integrierte Schubspannung greift entlang von L_s als Linienlast an, die an der Halbraumoberfläche die Ordinate T_0 und an der Pfahlspitze die Ordinate T_s besitzt. Zwischen Oberfläche und Spitze wird ihr Verlauf als linear angenommen. An der Pfahlspitze greift außerdem noch der Spitzendruck P_s an. Die Lösung für die Linienlast wird durch Integration der Einzellastlösung über der im Boden befindlichen Pfahllänge L_s gewonnen. Die Integration erfolgt numerisch mit Hilfe der Gausschen Quadratur. Der Phasenunterschied des am Pfahlkopf eingebrachten Schläges mit Halbsinus- Zeitfunktion und maximale Amplitude P_0 an den einzelnen Gausschen Punkten wird berücksichtigt.

Folgende Eingangsdaten sind für die mit dem eigens hierfür erstellten Programm PIDRI durchgeführten Berechnungen verwendet:

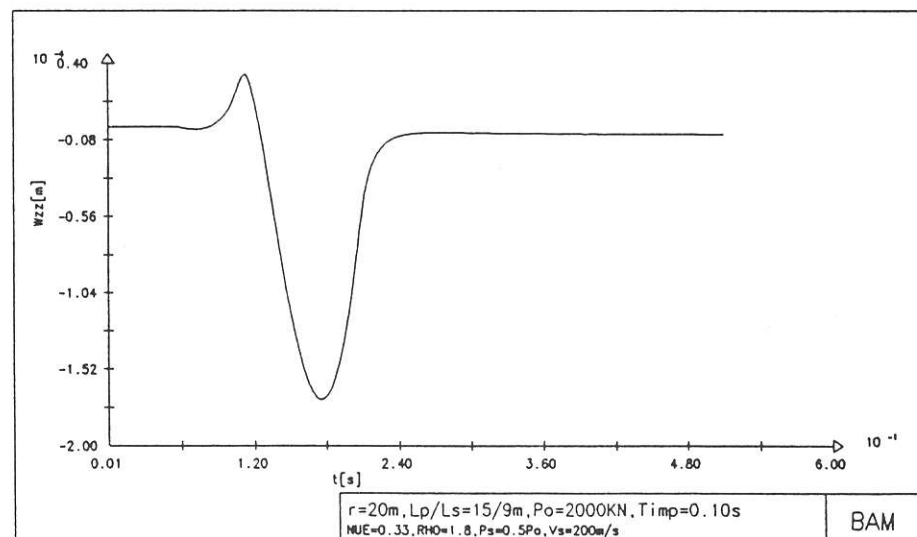
- Pfahl : $L_p/L_s = 15.0/9.0 \text{ m}$; $P_0 = 2000 \text{ KN}$; $T_0/T_s = 0.5$
Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit $v_A = 4000 \text{ m/s}$
- Boden : $\nu = 0.33$; $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$; $v_s = 200 \text{ m/s}$

Der Kontrollpunkt, an dem das Signal empfangen wird, befindet sich in einem Abstand $r=20.0 \text{ m}$ vom Rammpfahl entfernt. Es werden die Freifeldamplituden W_{zz} und W_{rz} berechnet.

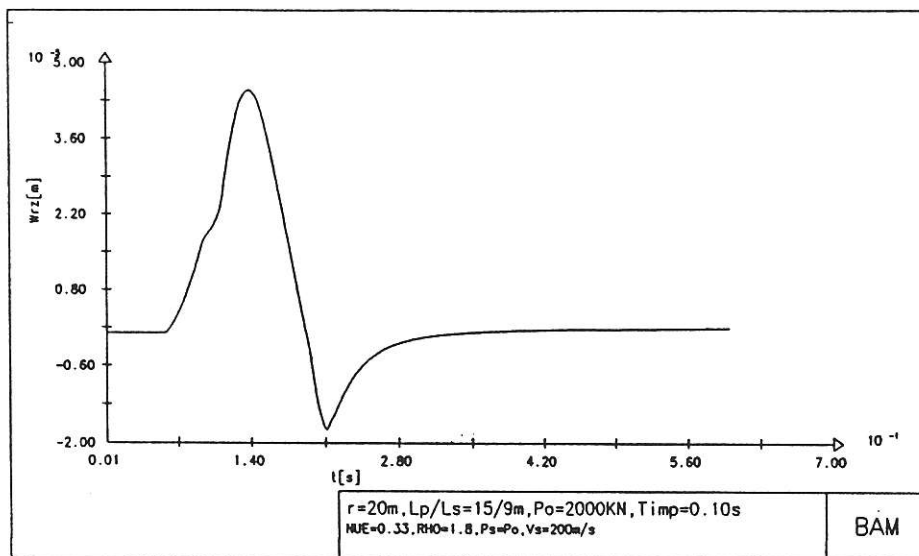
Im Bild[6.2] wird der Verlauf der vertikalen Verschiebungskomponente am gewählten Kontrollpunkt für einen Impulsschlag mit der Dauer $T_{imp}=0.10 \text{ s}$ aufgetragen, wobei angenommen wird, daß der ganze am Pfahlkopf eingebrachte Schlag in den Boden nur über den Spitzendruck eingeleitet wird. Im Bild[6.3] ist die gleiche Verschiebungskomponente für den Fall, daß 50% der am Pfahl eingeleiteten Kraftamplitude über Mantelreibung in den Boden übertragen wird, dargestellt. In den Bildern[6.4] und [6.5] ist für diese Mantelreibungsanteile auch die radiale



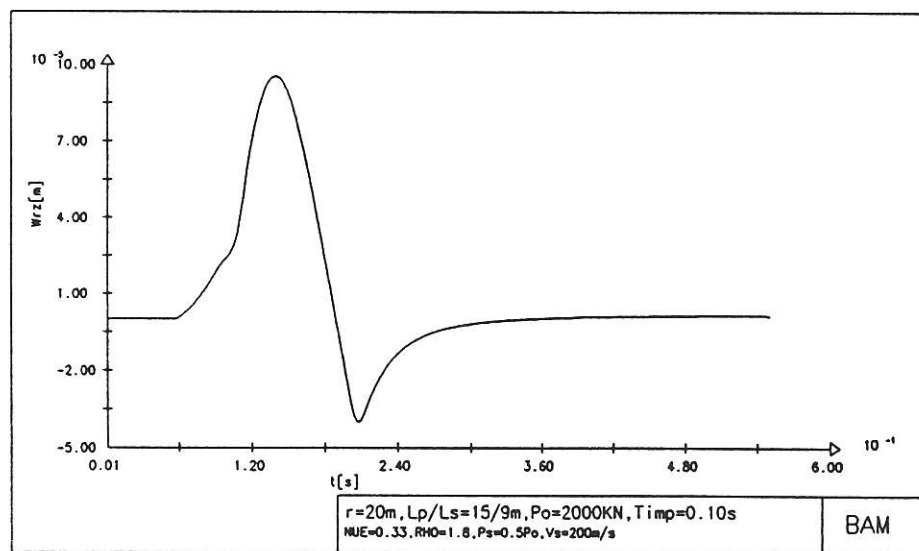
Bild[6.2] Freifeldamplitude W_{zz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 0% ; Spitzendruck 100%



Bild[6.3] Freifeldamplitude W_{zz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 50% ; Spitzendruck 50%



Bild[6.4] Freifeldamplitude W_{rz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 0% ; Spitzendruck 100%



Bild[6.5] Freifeldamplitude W_{zz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 50% ; Spitzendruck 50%

Komponente W_{rz} zu sehen. Der Spitzendruck beträgt dann 100% bzw. 50% der gesamten Kraftamplitude. Durch den Vergleich des Verlaufs und der Größenordnung der dargestellten Amplituden stellt sich heraus, daß der Ansatz von Mantelreibung einen Zuwachs der Freifeldamplituden zur Folge hat. Der Anstieg der Freifeldamplitude ist am deutlichsten bei der radialen Komponente, bei 50% Mantelreibungsanteil ist die Maximalamplitude von W_{rz} fast doppelt so groß als ohne Mantelreibung. Bei der Hauptkomponente W_{zz} fällt dieser Zuwachs schwächer aus, er beträgt etwa 20%. Umgekehrt, ist bei immer größer werdenden Spitzendruck P_s und abnehmender Mantelreibung eine Zeitverzögerung des Signals festzustellen.

Im Bild[6.6] ist die vertikale Verschiebungskomponente für einen etwas schärferen Impulsschlag, $T_{imp}=0.05s$, aufgetragen, wobei die gesamte Kraftamplitude nur über Spitzendruck in den Boden eingeleitet wird.

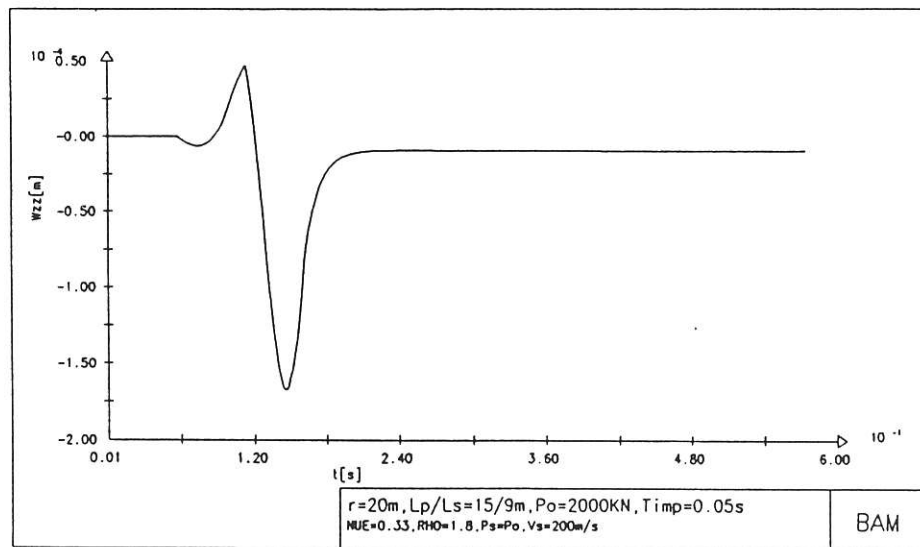


Bild [6.6] Verlauf der vertikalen Verschiebungskomponente $W_{zz}(t)$
Nur Spitzendruck, keine Mantelreibung

Im Vergleich dazu, ist in den Bildern [6.7] und [6.8] die gleiche Verschiebungskomponente für 50% bzw. 70% Mantelreibungsanteil dargestellt. In den Bildern [6.9] und [6.10] ist für diese Mantelreibungsanteile auch die radiale Komponente W_{rz} gezeichnet. Der restliche Anteil der am Pfahlkopf eigeleiteten Kraftamplitude wird über den Spitzendruck P_s in den Boden übertragen, in den Bildern [6.7] bzw. [6.9] ist $P_s = 0.5P_0$ und in den Bildern [6.8] bzw. [6.10] ist $P_s = 0.3P_0$.

Die zuvor gemachten Feststellungen gelten auch hier, die gemachten Ansätze über die Mantelreibungsanteile orientieren sich an Ergebnissen, die aus bereits durchgeführten experimentellen Untersuchungen in der Literatur vorliegen.

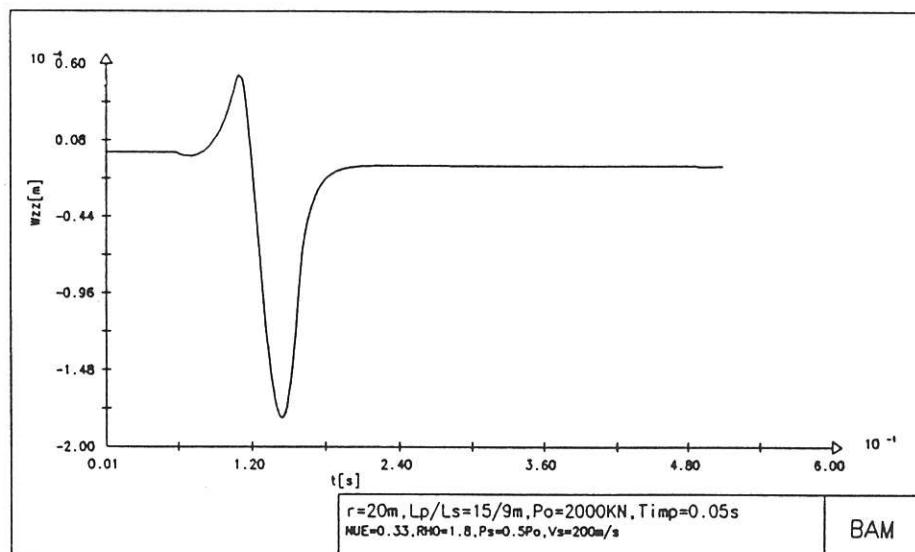
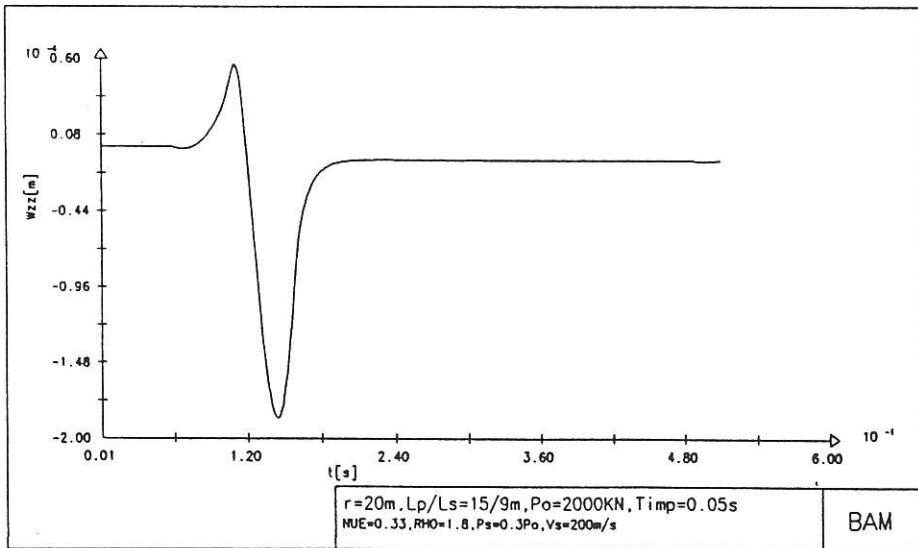
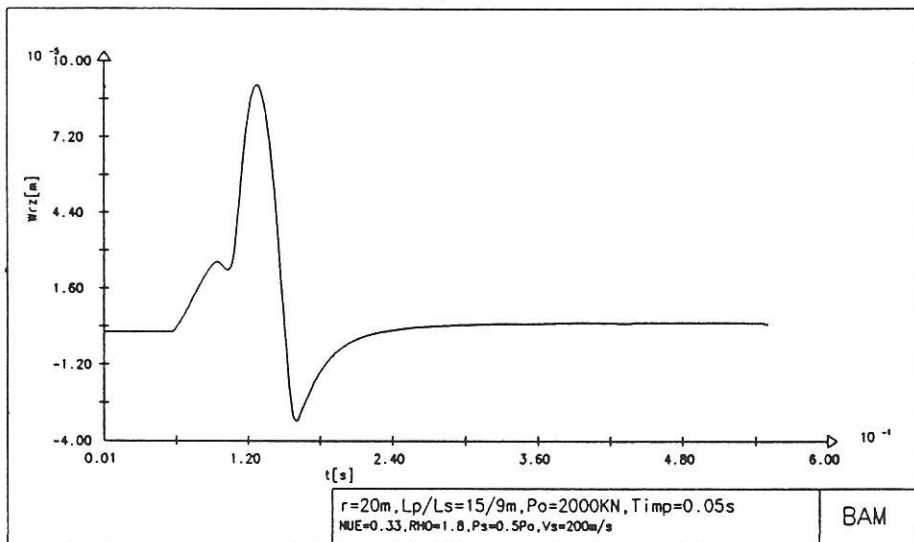


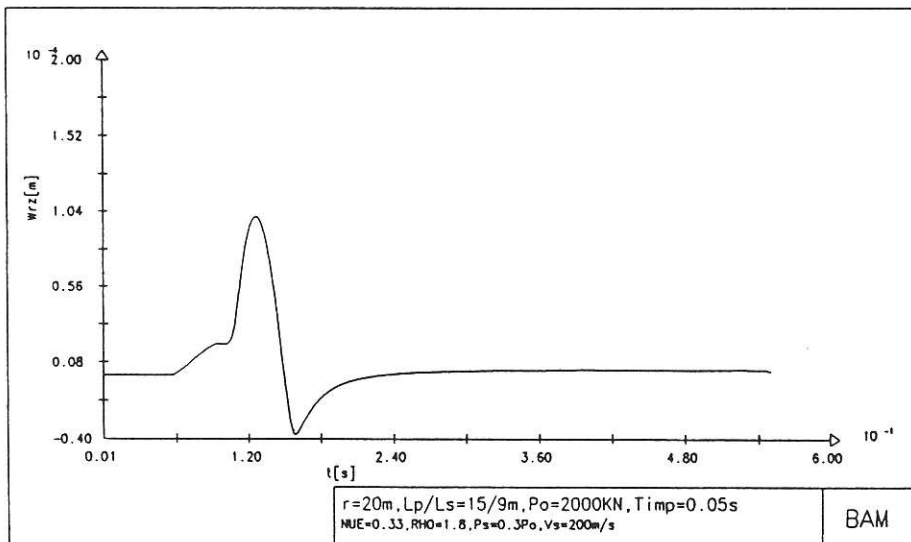
Bild [6.7] Freifeldamplitude W_{zz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 50% ; Spitzendruck 50%



Bild[6.8] Freifeldamplitude W_{zz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 70% ; Spitzendruck 30%



Bild[6.9] Freifeldamplitude W_{rz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 50% ; Spitzendruck 50%



Bild[6.10] Freifeldamplitude W_{rz} im Bereich einer Pfahlrammung :
Mantelreibung 70% ; Spitzendruck 30%

6.2 FUSSPUNKTERREGUNG EINER 3-D STRUKTUR ERREGERQUELLE IM HALBRAUM-INNEREN

Im Folgenden wird mit den in dieser Arbeit gewonnenen Lösungen die Antwort einer dreidimensionalen Struktur auf eine indirekte an ihrer Gründung angreifende Erregung untersucht. Die dreidimensionale Struktur wird hier durch einen elastischen eingeschossigen Stahlbetonrahmen, flachgegründet auf vier starren Einzelfundamenten, dargestellt. Die Rahmenstiele sind in ihren Fundamenten eingespannt. Die Berechnung des Rahmens erfolgt mit dem in unserem Laboratorium existierenden Programmsystem STAB (Dynamische Berechnung von dreidimensionalen Stabtragwerken im Frequenzraum), indem zuvor die benötigte Freifeldantwort der Halbraumboberfläche unter dem indirekt angeregten Fundament mit dem Programm PIDRI berechnet wird. Durch die Freifeldamplituden der Halbraumboberfläche werden die Rahmenfundamente zu Schwingungen angeregt, die dann über die Fußpunkte der Stiele in den Rahmen weitergeleitet werden.

Die für die nachfolgenden Berechnungen gewählten Eingangsdaten sind:

- Rahmen : Elastizitätsmodul : $E = 3.0 \cdot 10^7 \text{ KN/m}^2$ für B25
Fundamente : starr ; $2a/2b = 2.0/2.0 \text{ m}$
Stützen : $b_x/d_y = 40/60 \text{ cm}$; $h = 6.0 \text{ m}$
Riegel : $l_1 = 12.0 \text{ m}$; $l_2 = 18.0 \text{ m}$
 $b/d = 40/60 \text{ cm}$; $b/d = 40/120 \text{ cm}$
Materialdämpfung : 2.0%
- Boden : $\nu = 0.33$; $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$; $v_s = 200 \text{ m/s}$

Das Programmsystem STAB basiert auf der Methode der Finiten Elemente. Der Rahmen wurde, wie in den Bildern [6.11] und [6.12] dargestellt in 87 Elementen mit 88 Knoten unterteilt.

Für die beabsichtigte Illustration der Schwingungsformen des Rahmens bei indirekter harmonischer Anregung, Abschnitt 6.2.1, wurden absichtlich die Rahmenabmessungen gegenüber den Querschnittswerten etwas zu groß gewählt, um mindestens die erste und zweite Eigenfrequenz nicht all zu hoch werden zu lassen.

Im Bild [6.11] ist der fett eingekreiste Knotenpunkt 1 der indirekt angeregte, die anderen einfach eingekreisten Knotenpunkte werden dann im Abschnitt 6.2.2 dieses Kapitels bei transientser Anregung näher untersucht.

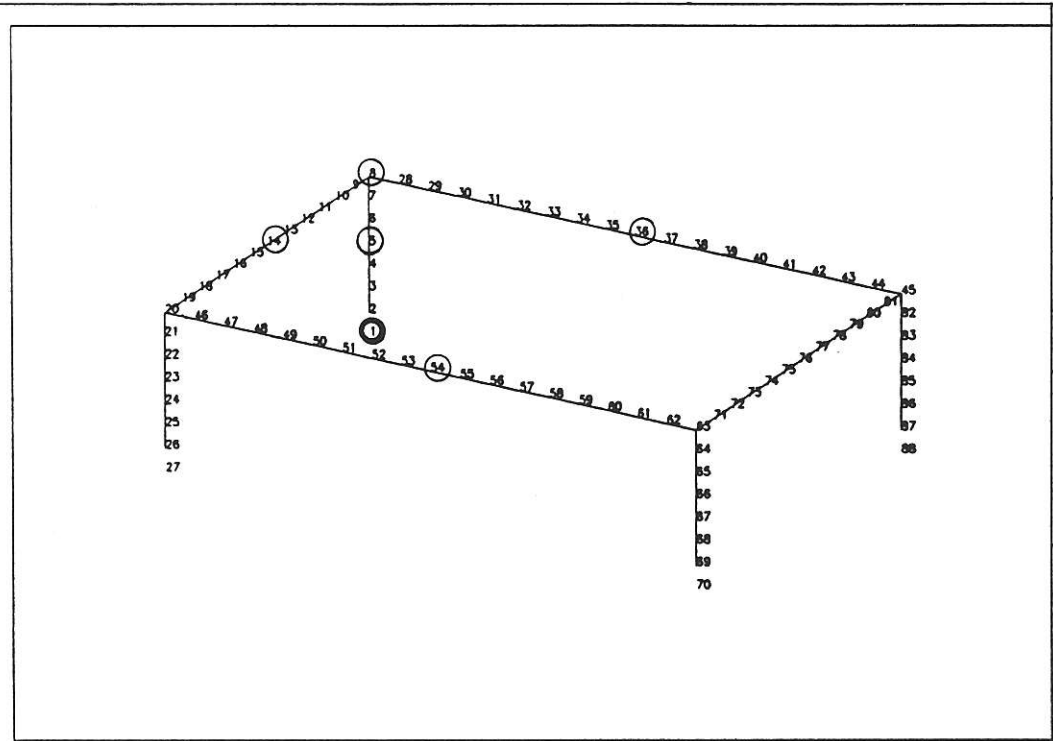


Bild [6.11]

3D -RAHMEN:
FUSSPUNKTERREGUNG KNOTEN 1
KNOTENNUMERIERUNG

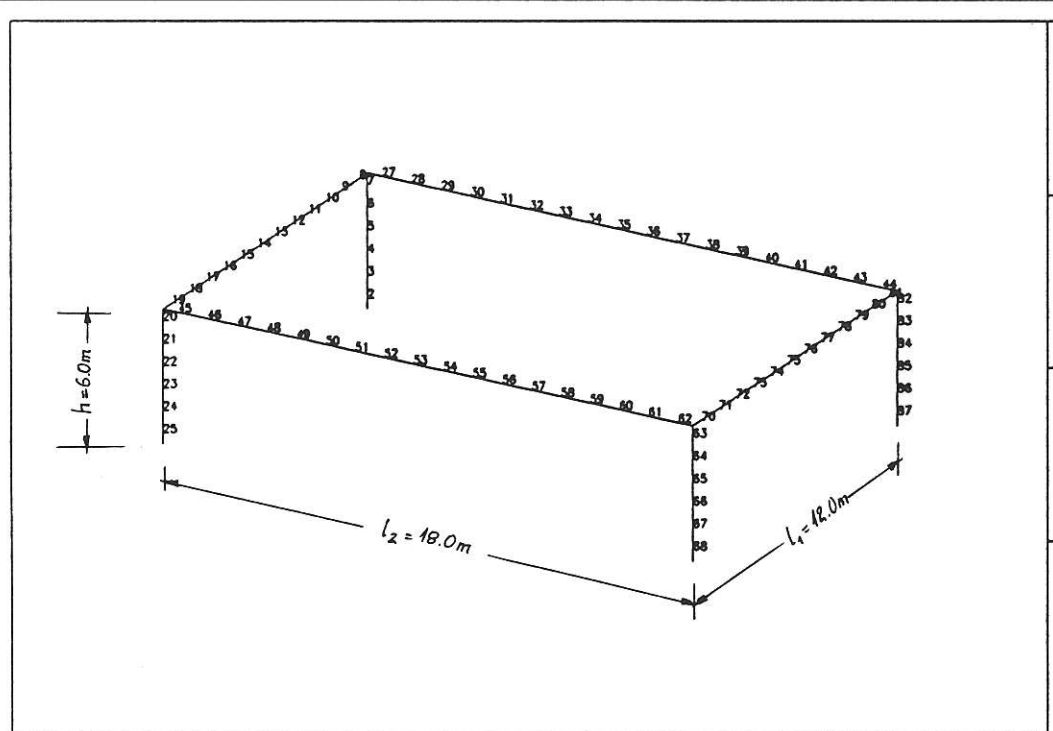
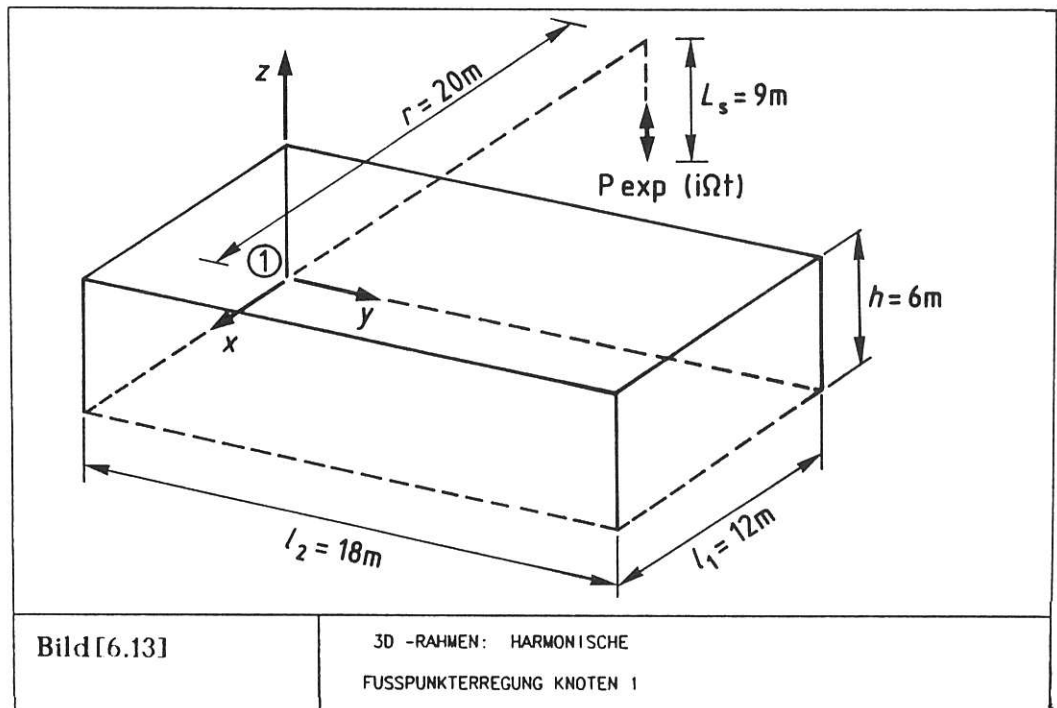


Bild [6.12]

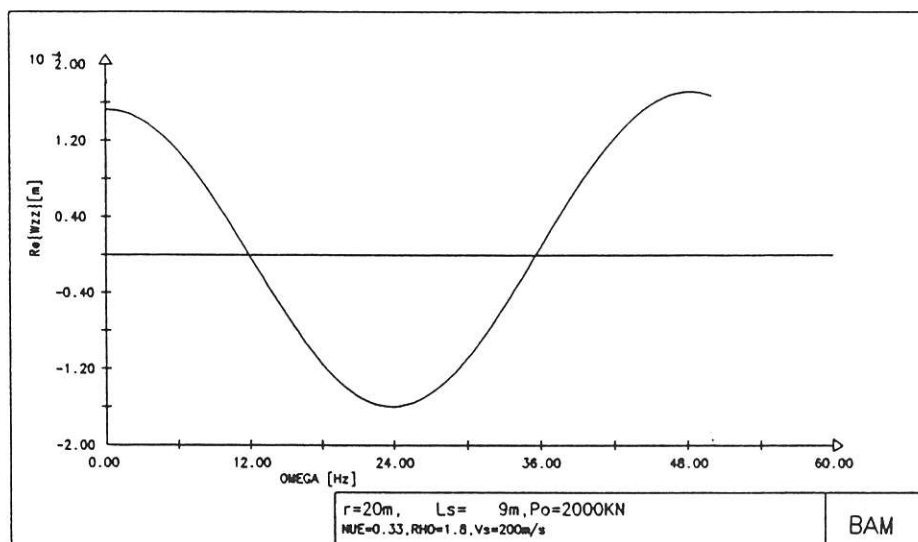
3D -RAHMEN:
FUSSPUNKTERREGUNG KNOTEN 1
ELEMENTIERUNG

6.2.1 Indirekte harmonische Erregung

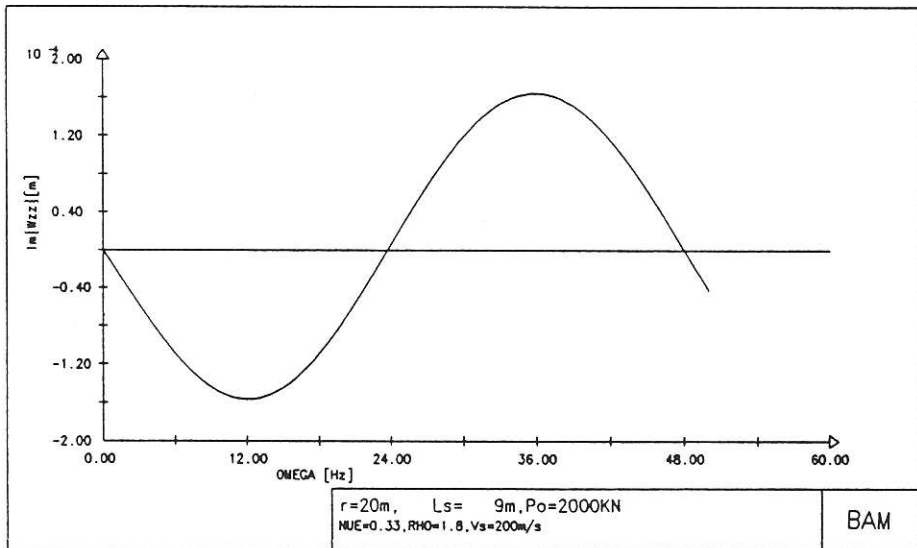
Wie im Bild[6.13] dargestellt, wird der Rahmen am Knotenpunkt 1 durch eine in einem Abstand $r=20.0\text{ m}$ und einer Tiefe $z=L_s=9.0\text{ m}$ harmonisch wirkende Einzellast angeregt. Die Lastamplitude beträgt $P_0=2000\text{ KN}$. Um die Darstellung der Schwingungsformen des Rahmens möglichst deutlich zu halten, wird in diesem Beispiel der Einfluß der Erregerkraft auf die anderen Rahmenfundamente, die auch auf Grund der Lastangriffsstelle weiter entfernt liegen, vernachlässigt. Ebenso wird aus dem gleichen Grund die gegenseitige Interaktion der einzelnen Fundamente nicht berücksichtigt.



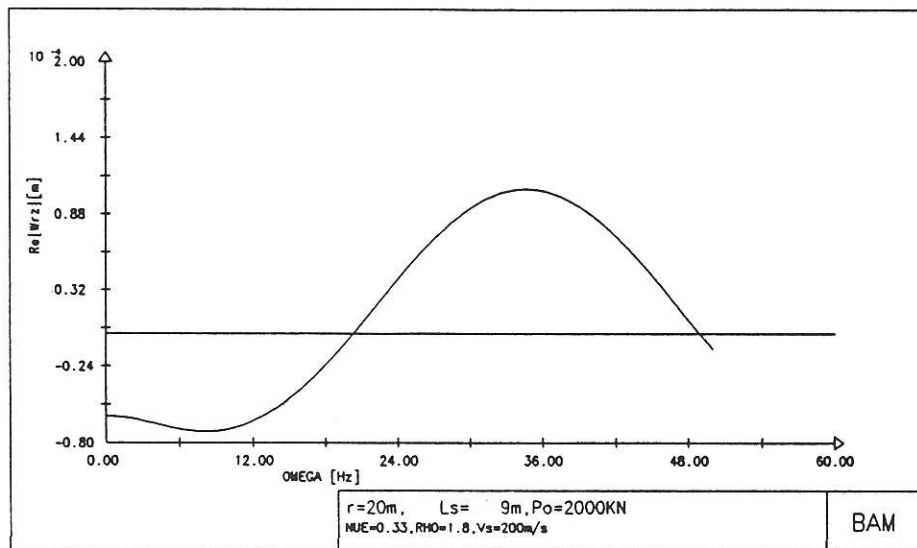
Der Verlauf der beiden gleichzeitig am Knotenpunkt 1 wirkenden Komponenten W_{zz} und W_{rz} der Freifeldantwort der Halbraumoberfläche auf die harmonische Einzellast ist in den Bildern[6.14] bis [6.17] getrennt in Real- und Imaginärteil über der Frequenz aufgetragen.



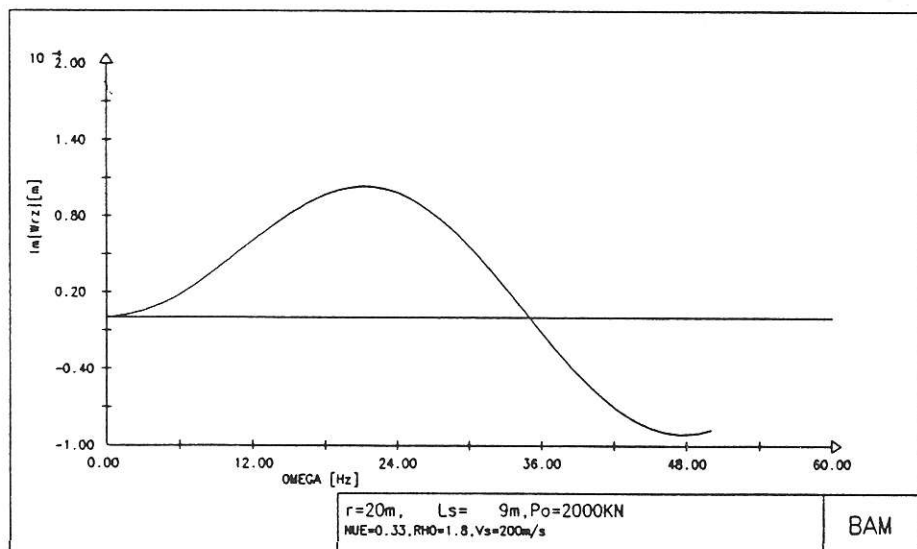
Bild[6.14] Funktion der harmonischen Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{zz} , Realteil



Bild[6.15] Funktion der harmonischen Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{zz} , Imaginärteil

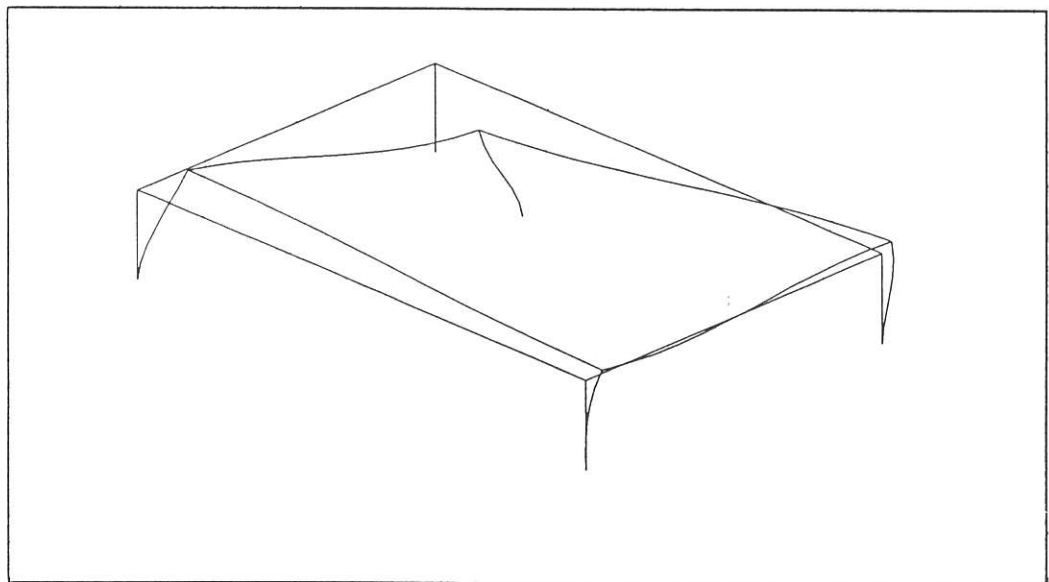


Bild[6.16] Funktion der harmonischen Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{rz} , Realteil

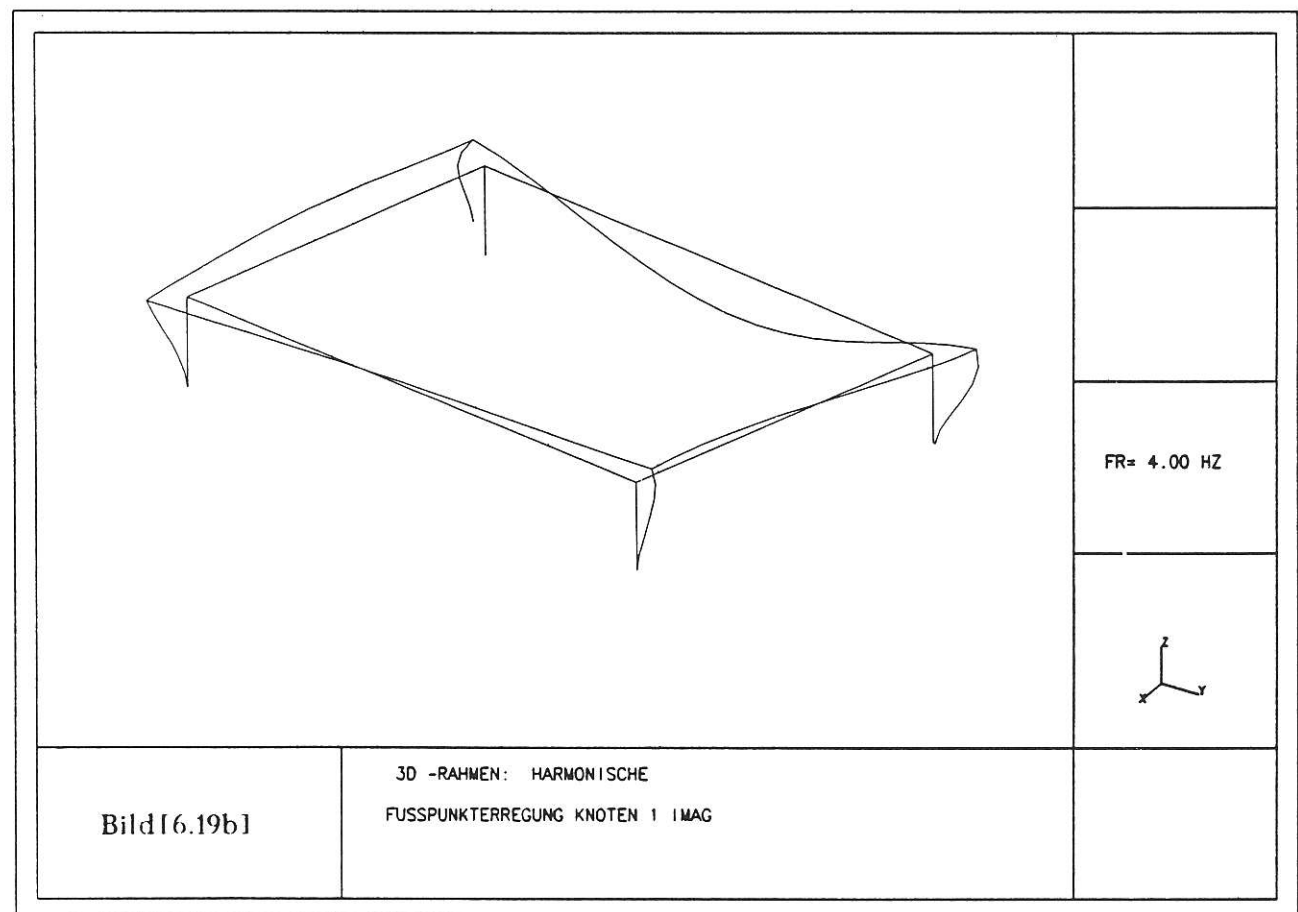
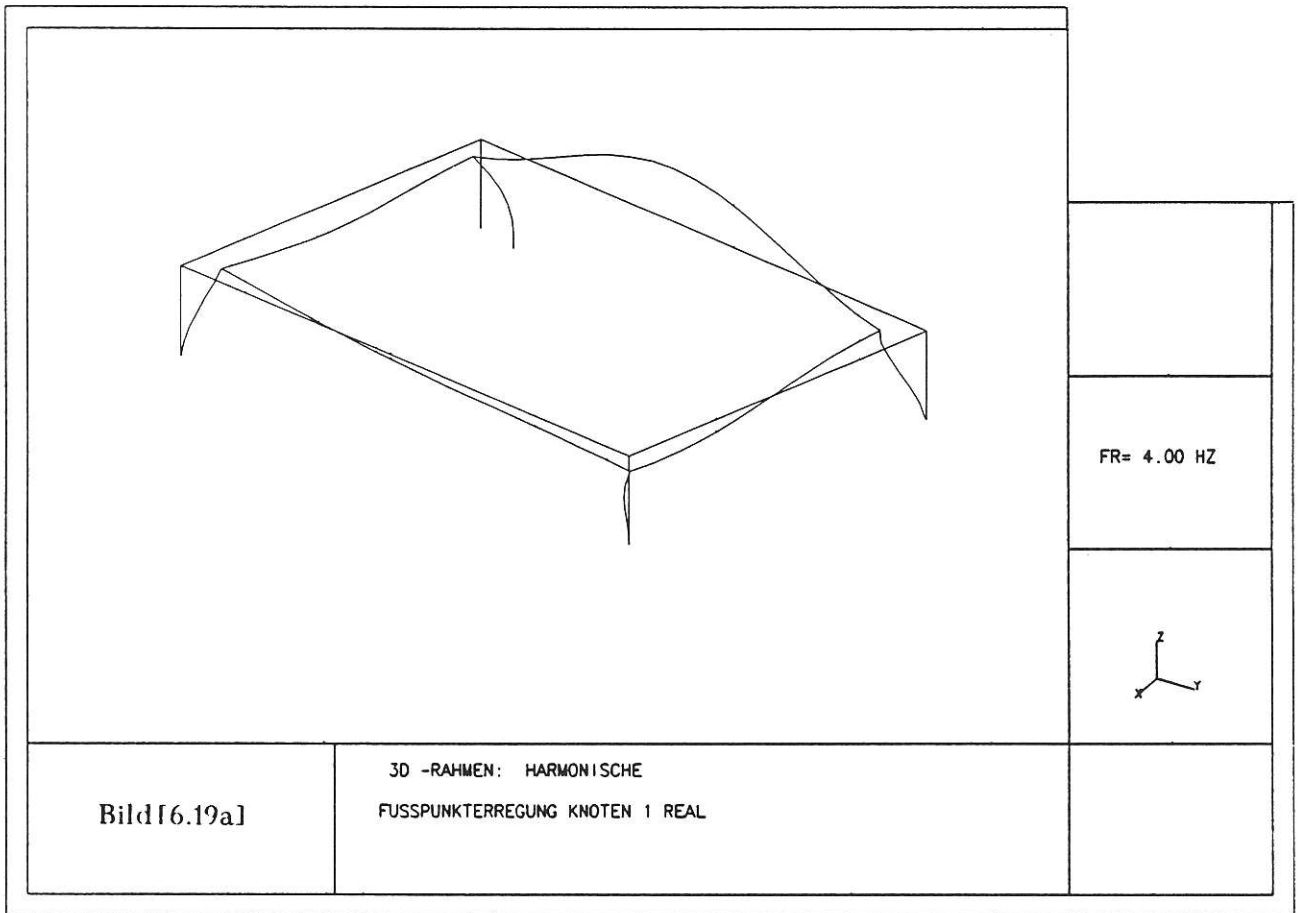


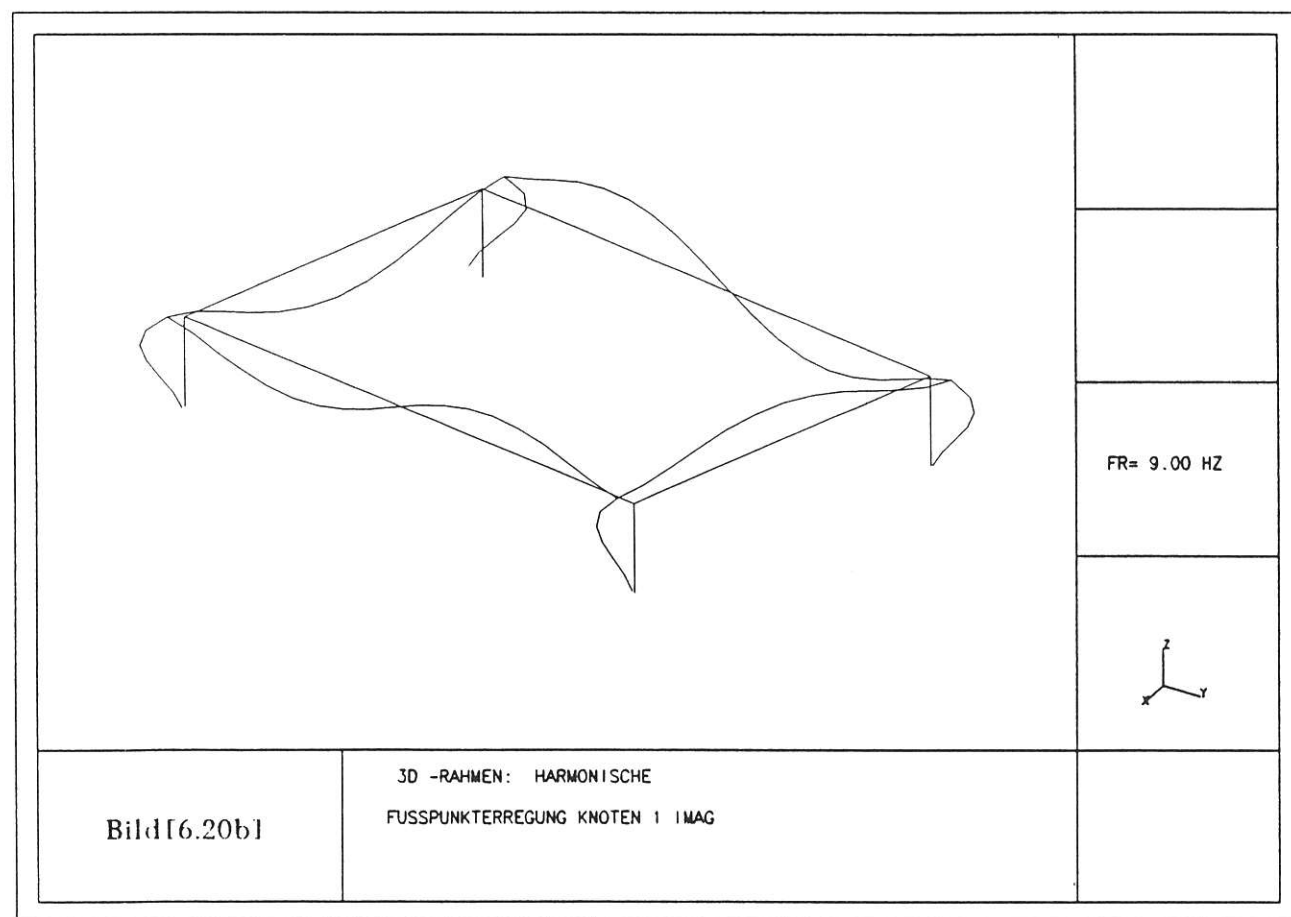
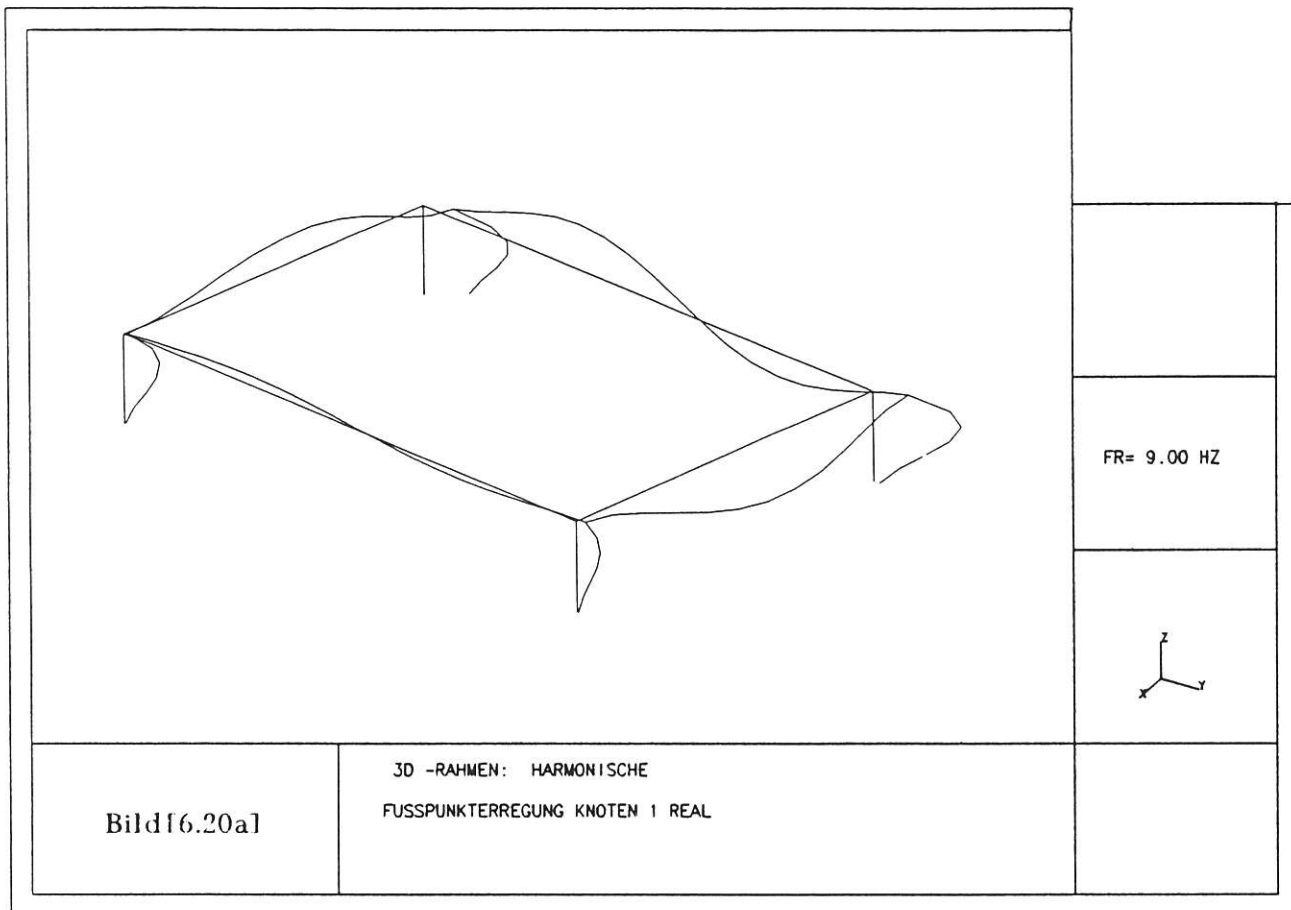
Bild[6.17] Funktion der harmonischen Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{rz} , Imaginärteil

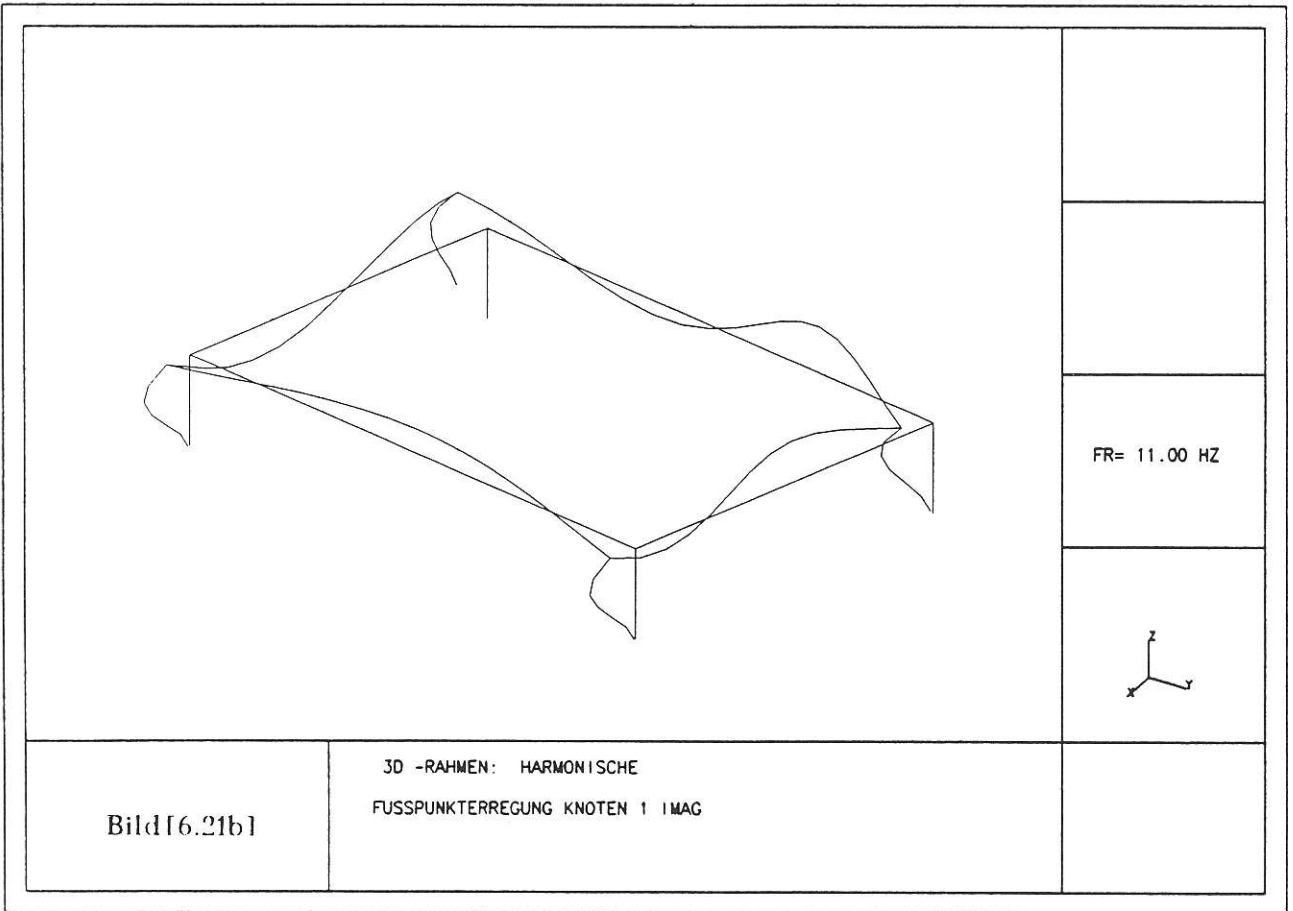
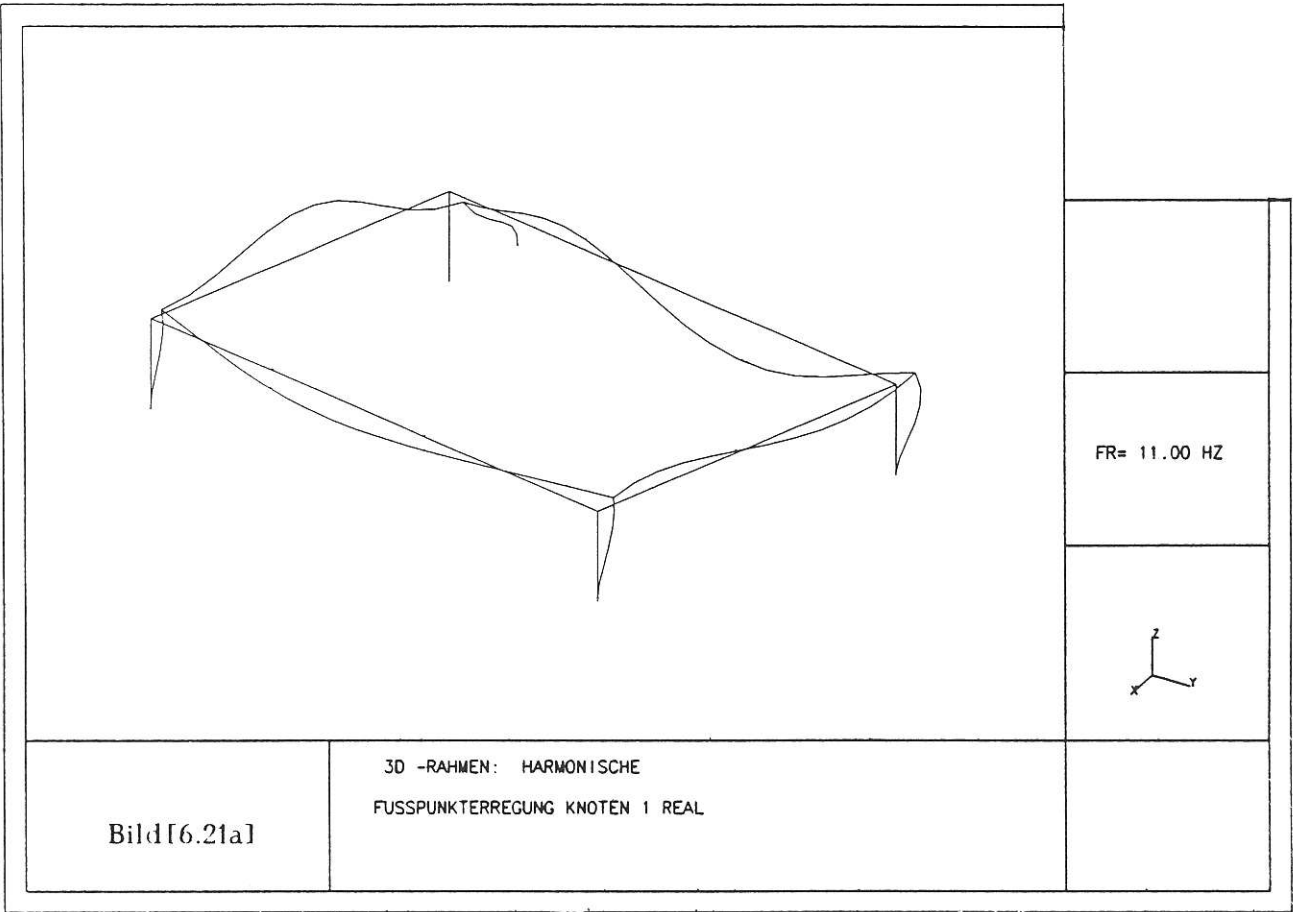
Im Bild[6.18] ist die statische Verformungsfigur des Rahmens dargestellt. Unter dem Einzelfundament am Knotenpunkt 1 wirken nur die statischen Werte der beiden Verschiebungskomponenten W_{zz} und W_{rz} . In den nachfolgenden Bildern[6.19] bis [6.28] sind die komplexen Verschiebungsformen des dreidimensionalen Rahmens für manche ausgewählte Frequenzen im Frequenzbereich von 4.0Hz bis 43.0Hz aufgezzeichnet. Beide, Real- und Imaginärteil der Verschiebungsfigur stellen physikalisch Verschiebungen dar, die gegeneinander phasenverschoben sind. Die imaginäre Verschiebung läuft der reellen mit einer Phasenverzögerung von 90° hinterher. Bei der Frequenz von 4Hz, Bild[6.19], schwingt noch das gesamte Rahmensystem in der ersten Eigenform. Bei 9Hz, Bild[6.20], geht der dem angeregten Stiel zugewandte lange Riegel in seine zweite Eigenform über, indem die beiden kurzen Riegel noch nach der ersten Eigenform schwingen. Bei 18Hz hat der lange Riegel seine dritte Eigenform erreicht und die beiden kurzen Rahmenriegel schwingen bereits nach der zweiten Eigenform. Bei 23Hz, Bild[6.24] fängt der lange Riegel schon nach der vierten Eigenform zu schwingen, was dann bei 26Hz sehr deutlich wird. Der dem angeregten Stiel abgewandte kurze Riegel fängt hier schwach nach der dritten Eigenform zu schwingen. Schließlich bei 37Hz und 43Hz, Bilder[6.27] und [6.28], schwingen der lange Riegel in der fünften und die beiden kurzen Riegel in der dritten Eigenform. Der vom angeregten Stiel entfernte Rahmenriegel wird dabei kaum angeregt, die Rahmenstiele schwingen im gesamten untersuchten Frequenzbereich nur in der ersten Eigenform.

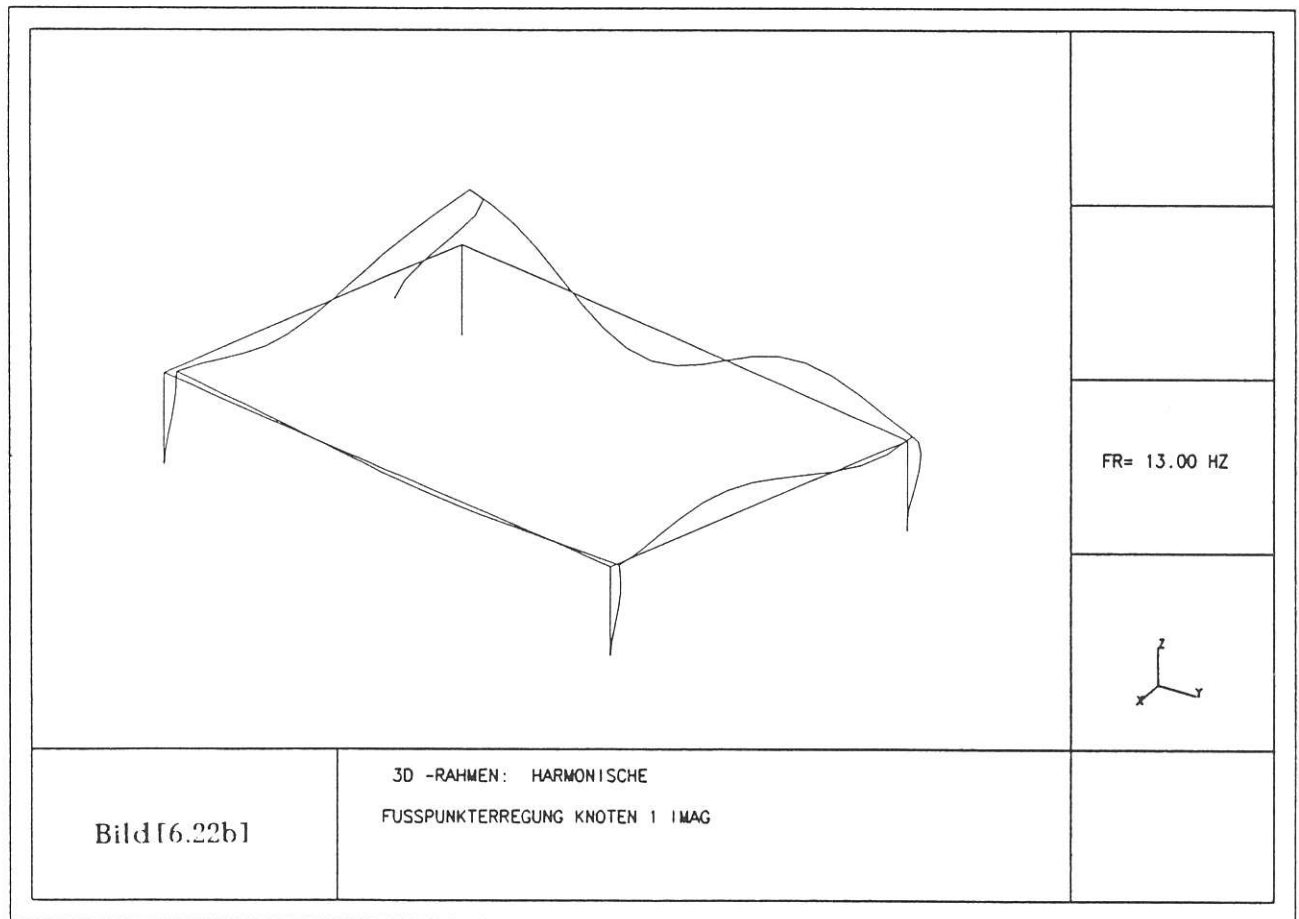
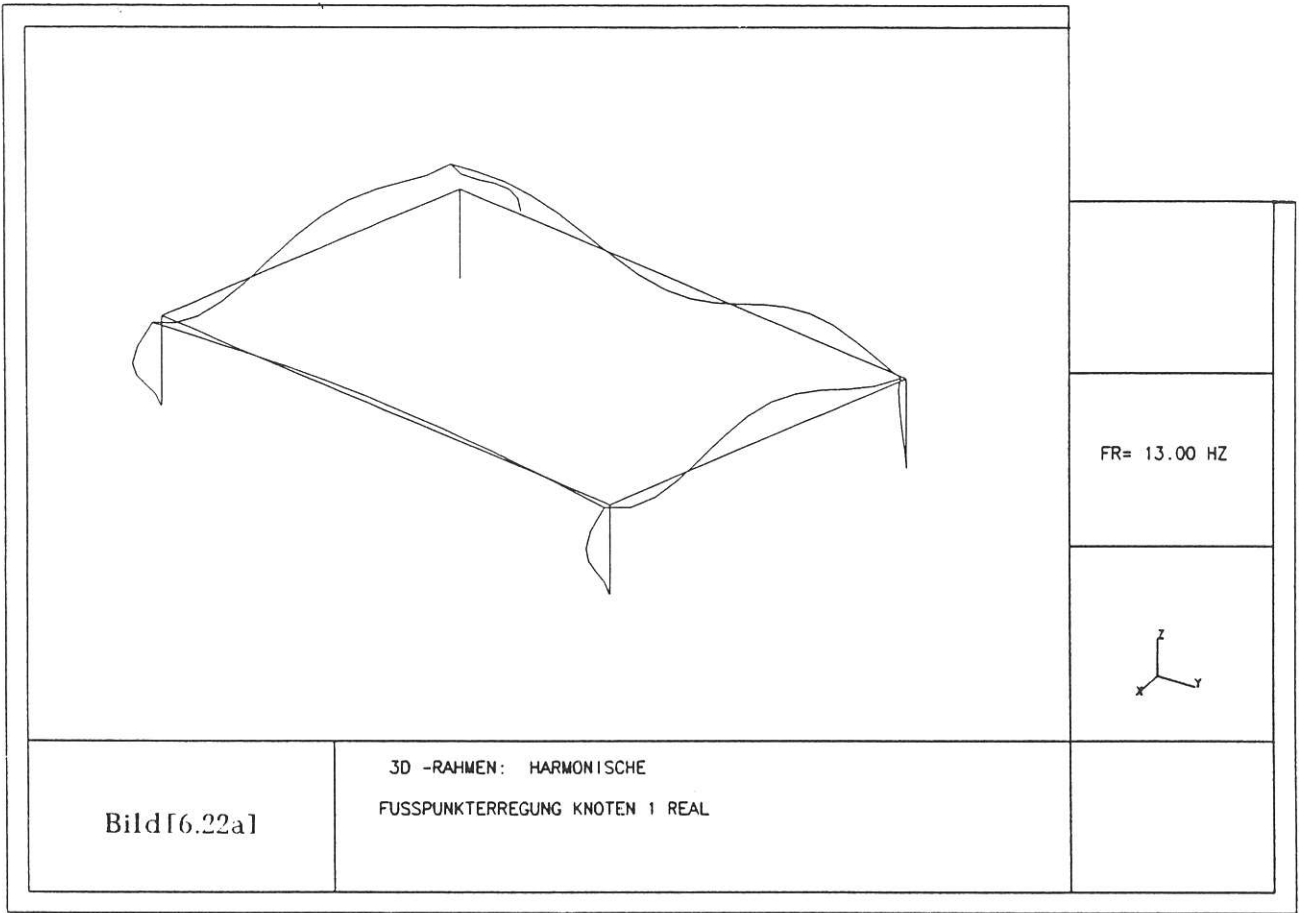


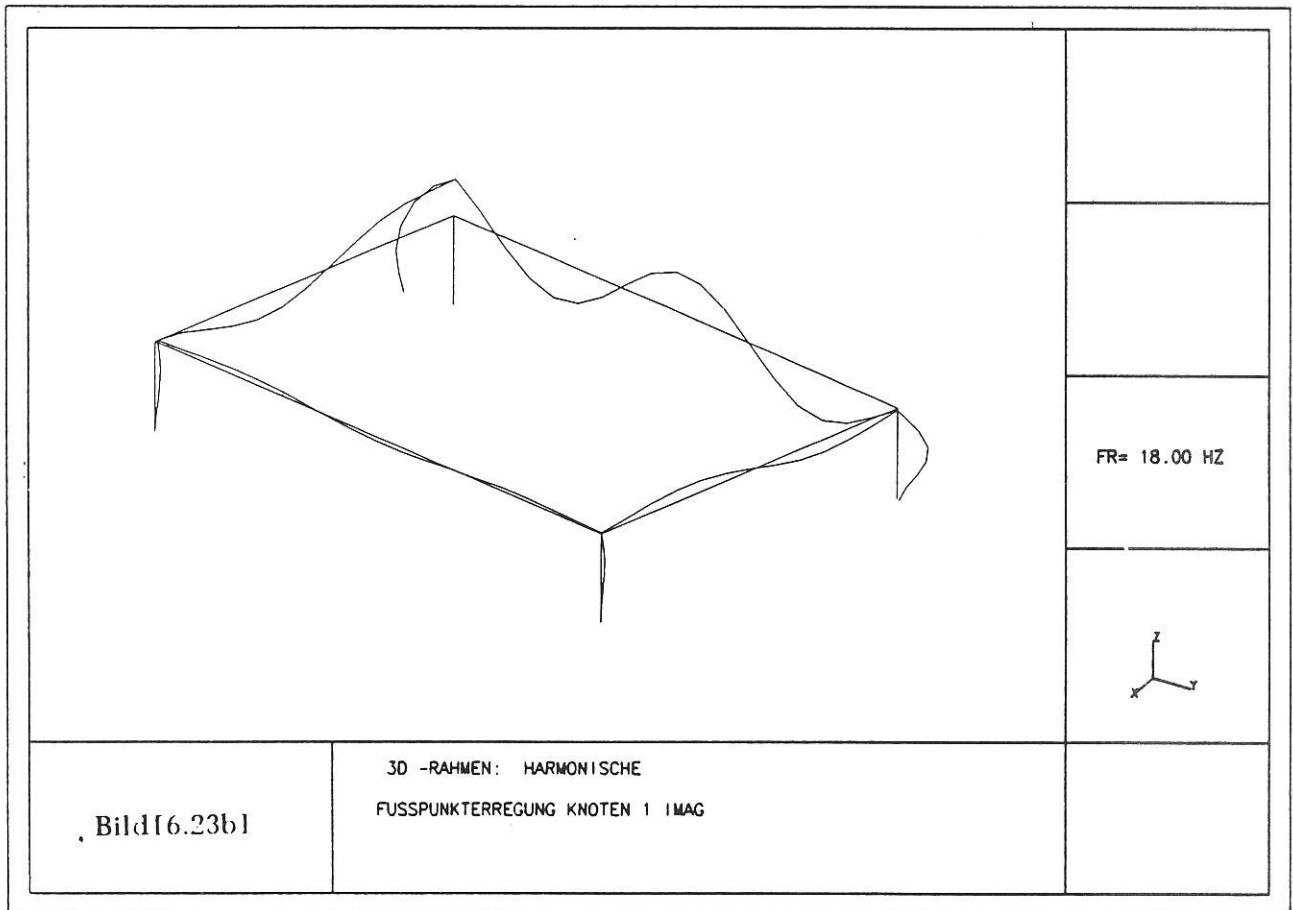
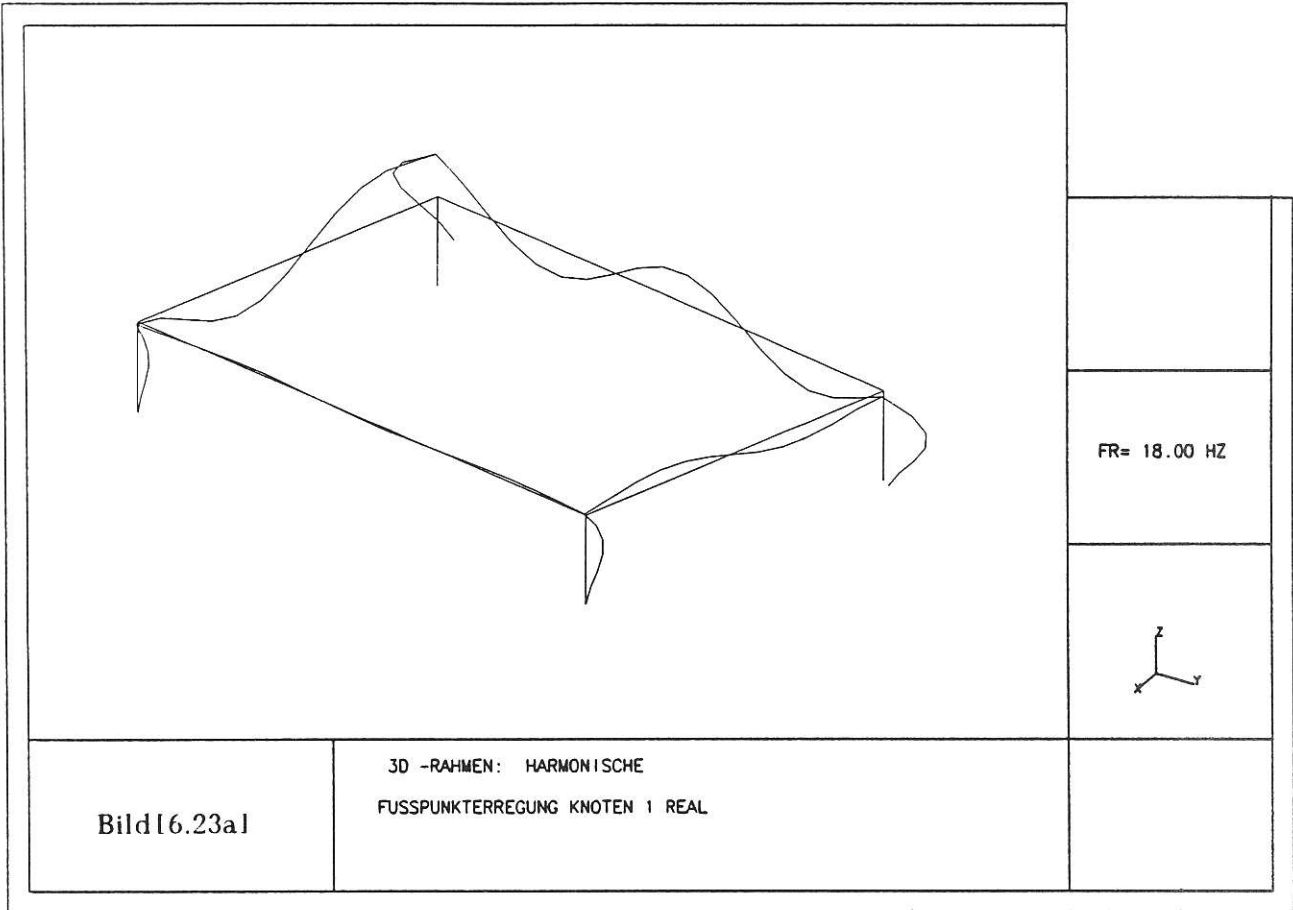
Bild[6.18] 3D-Rahmen: statische Verformungsfigur infolge Lager-verschiebung am Knotenpunkt 1

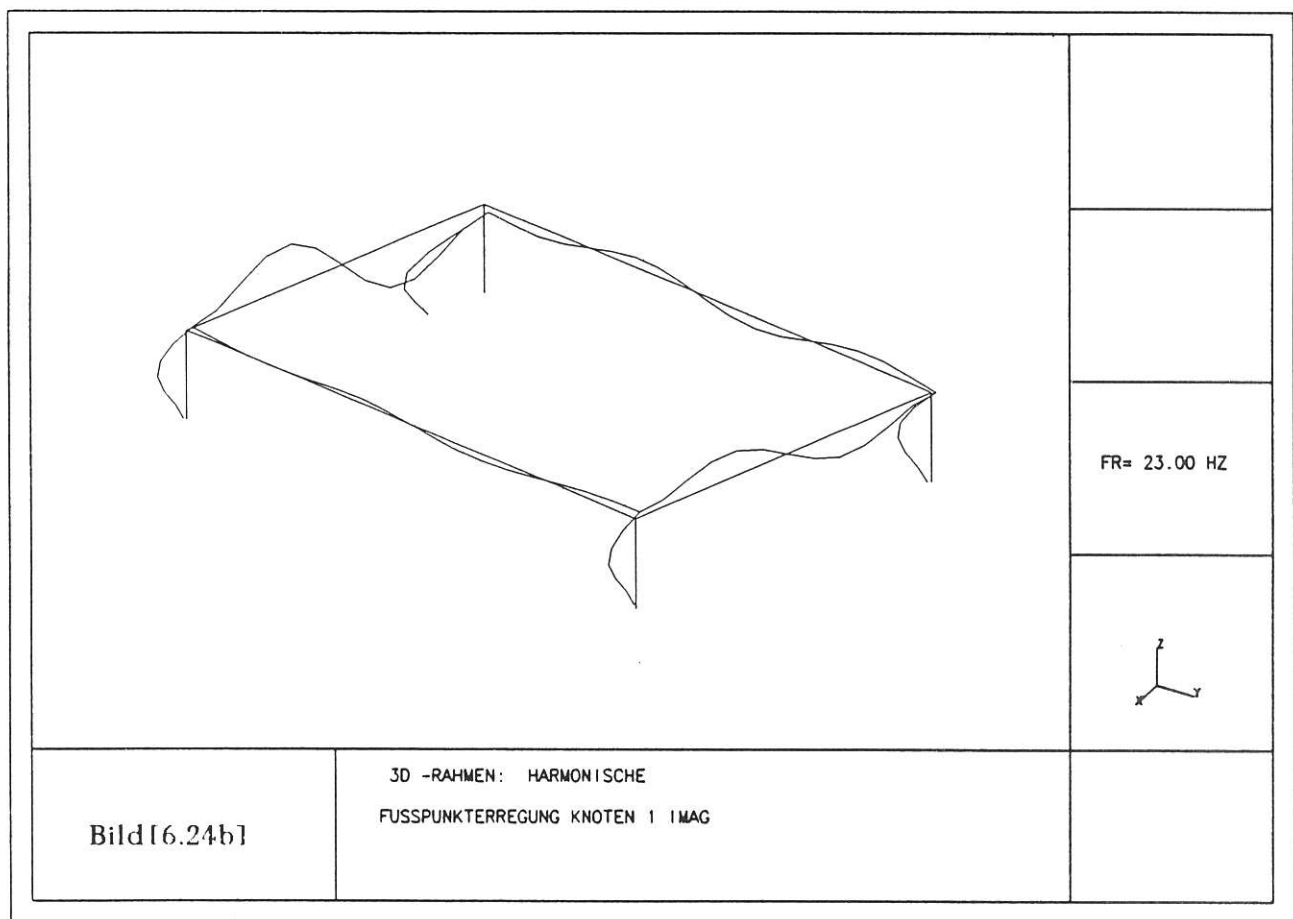
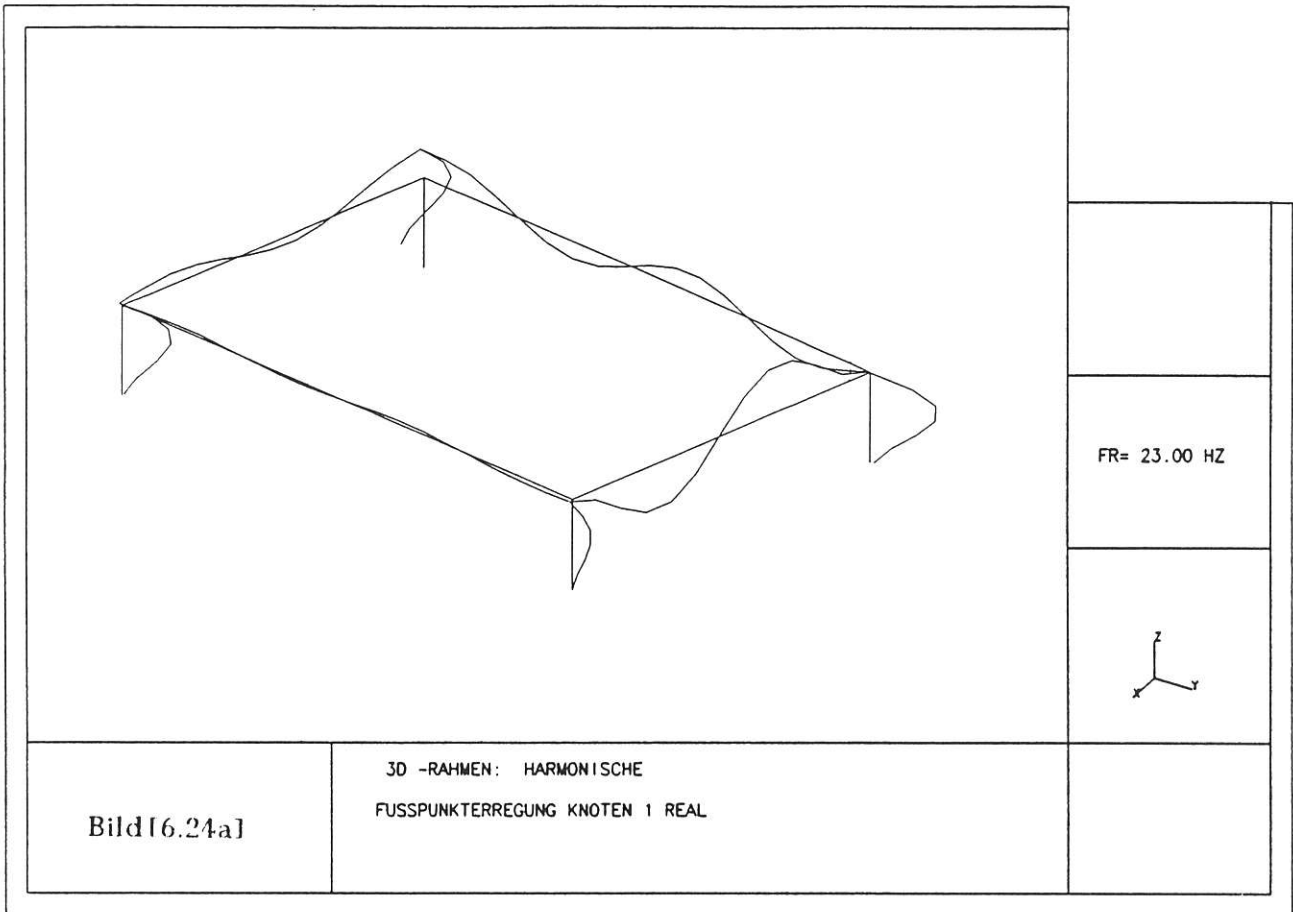


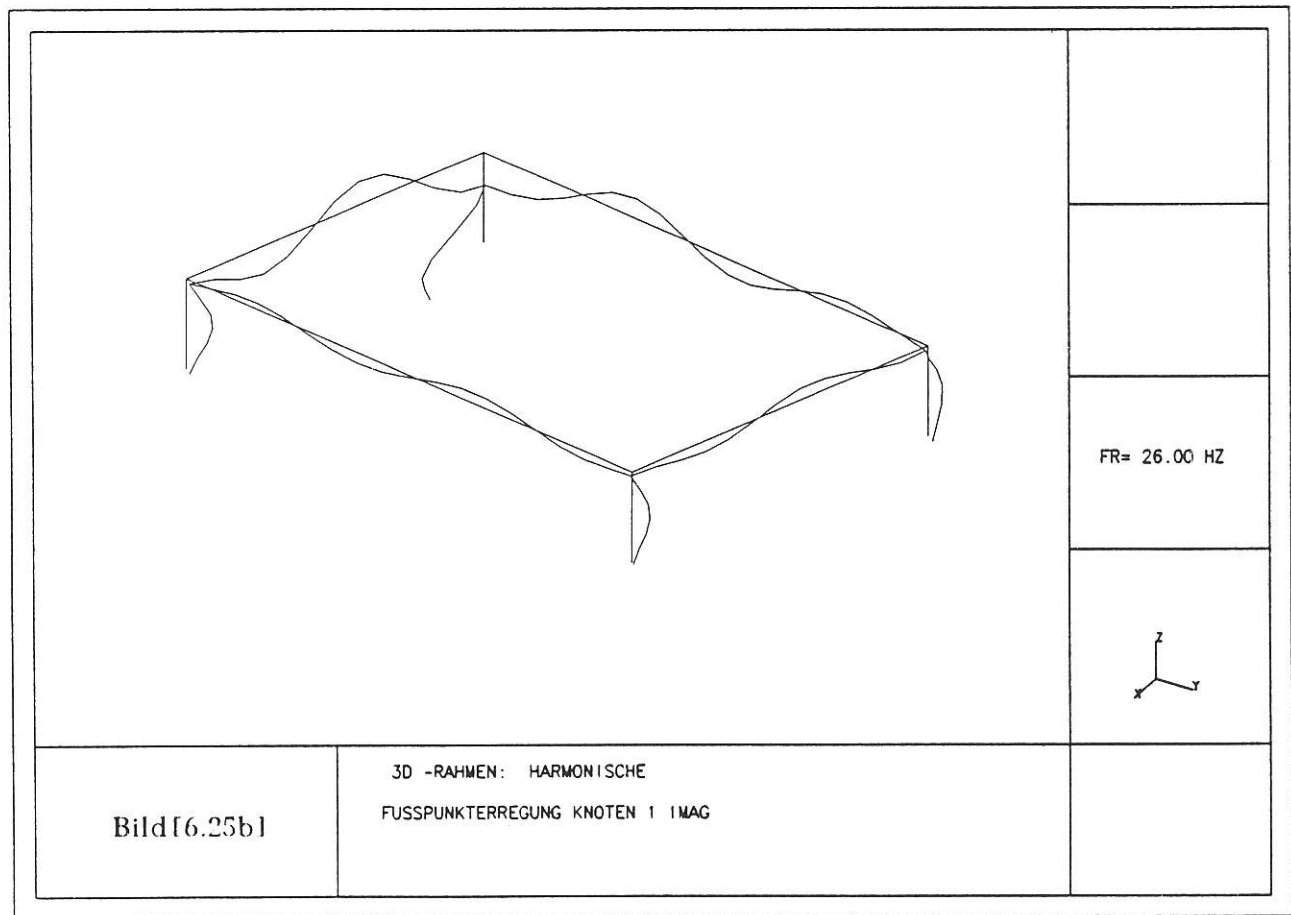
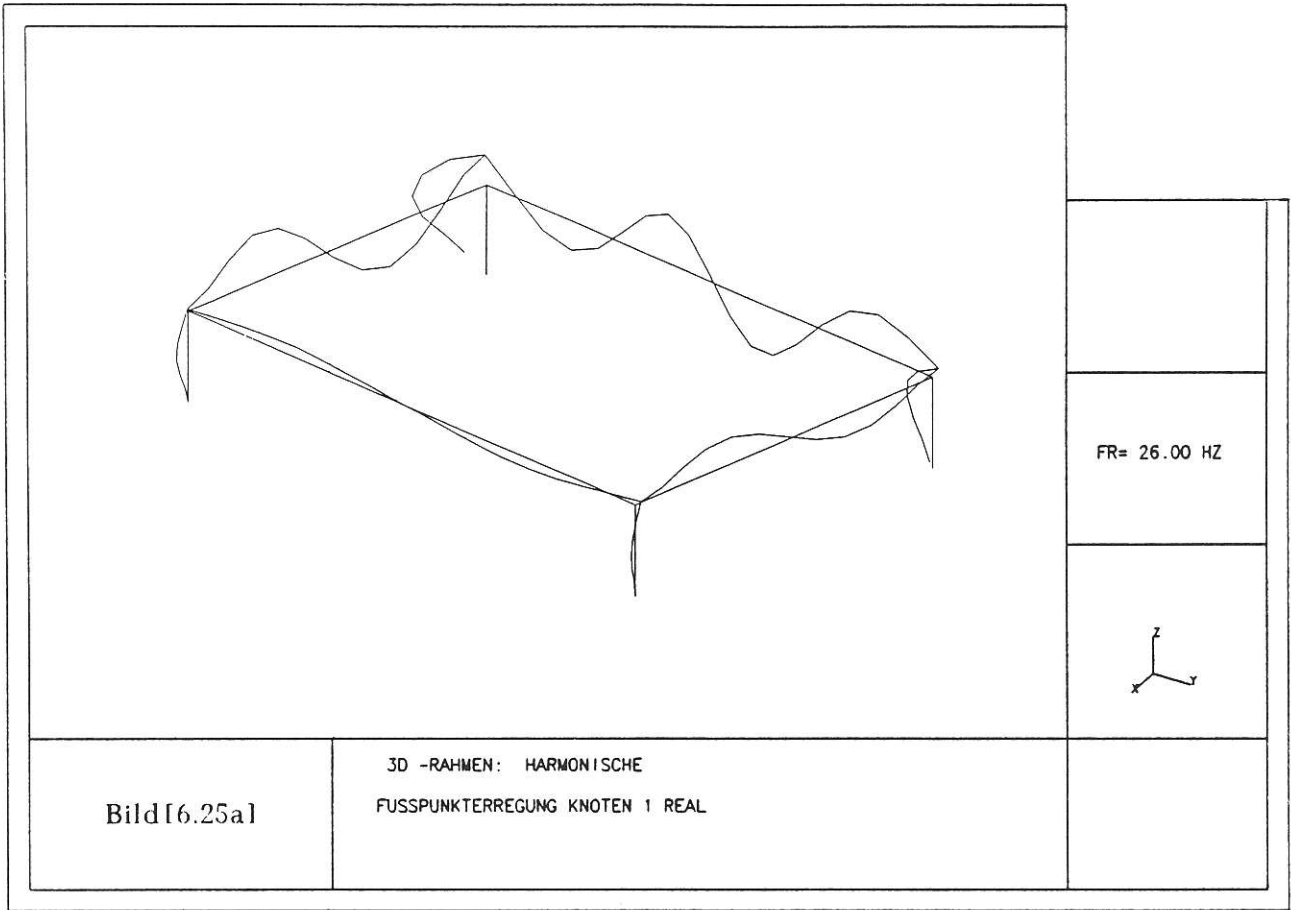


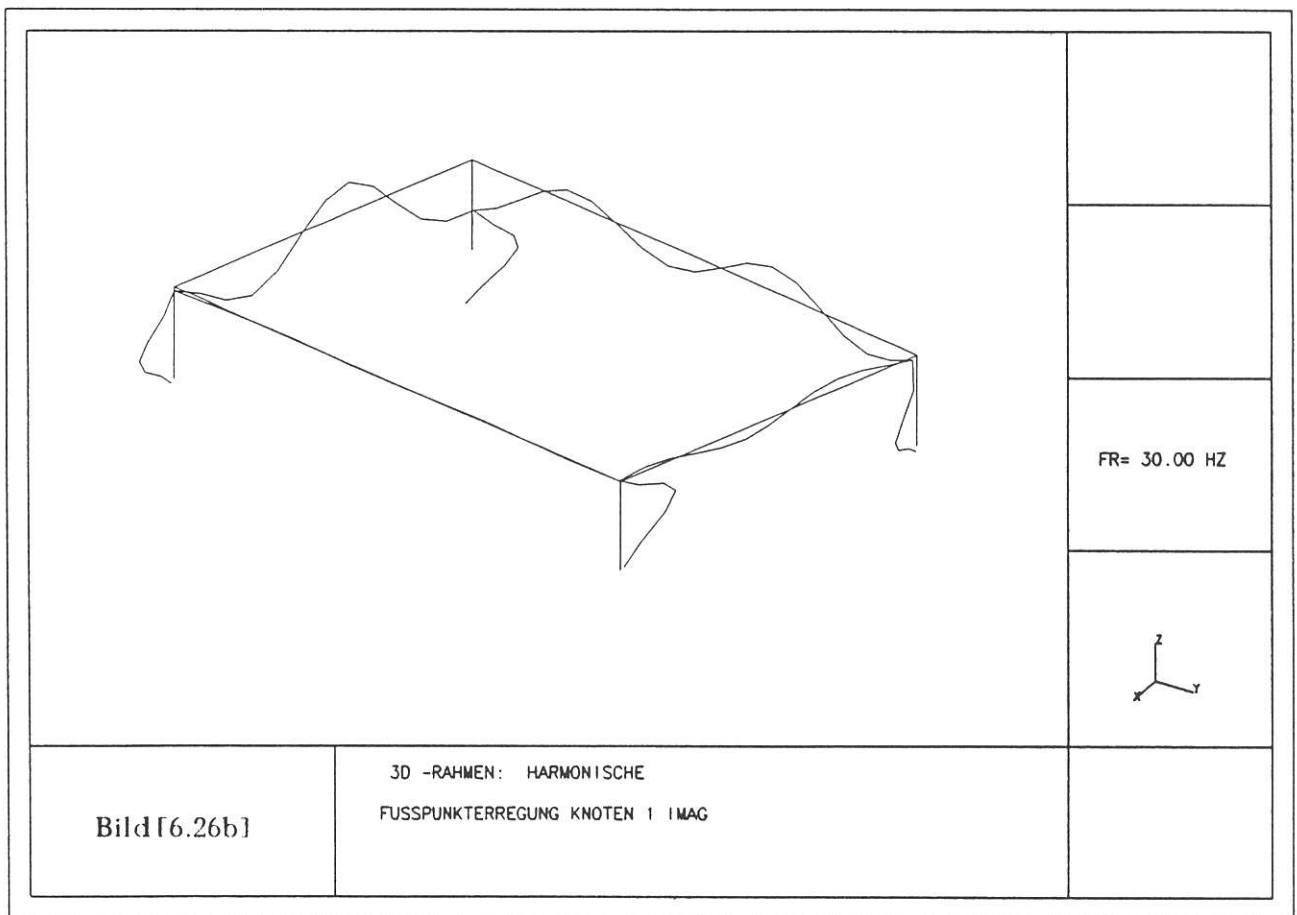
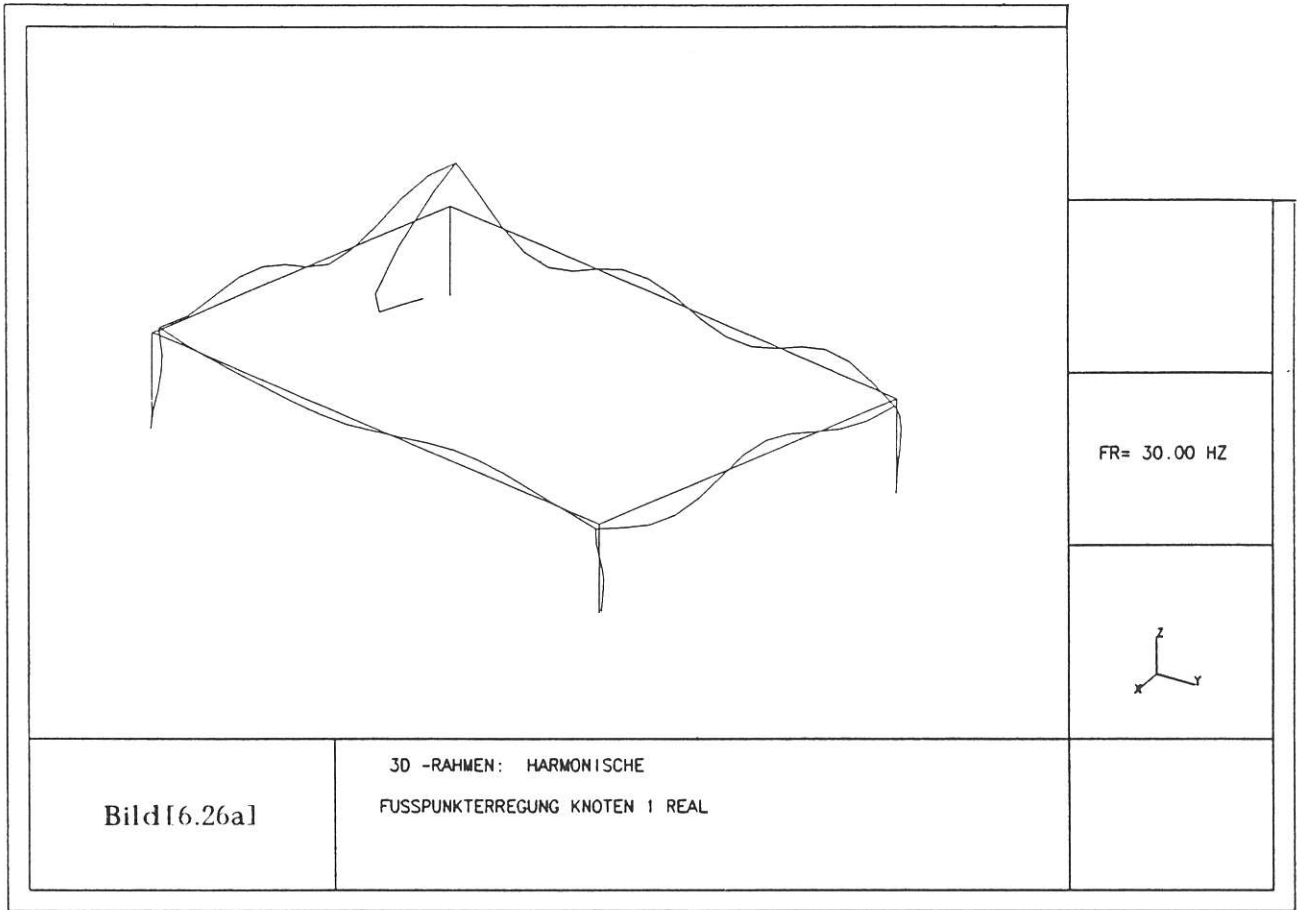


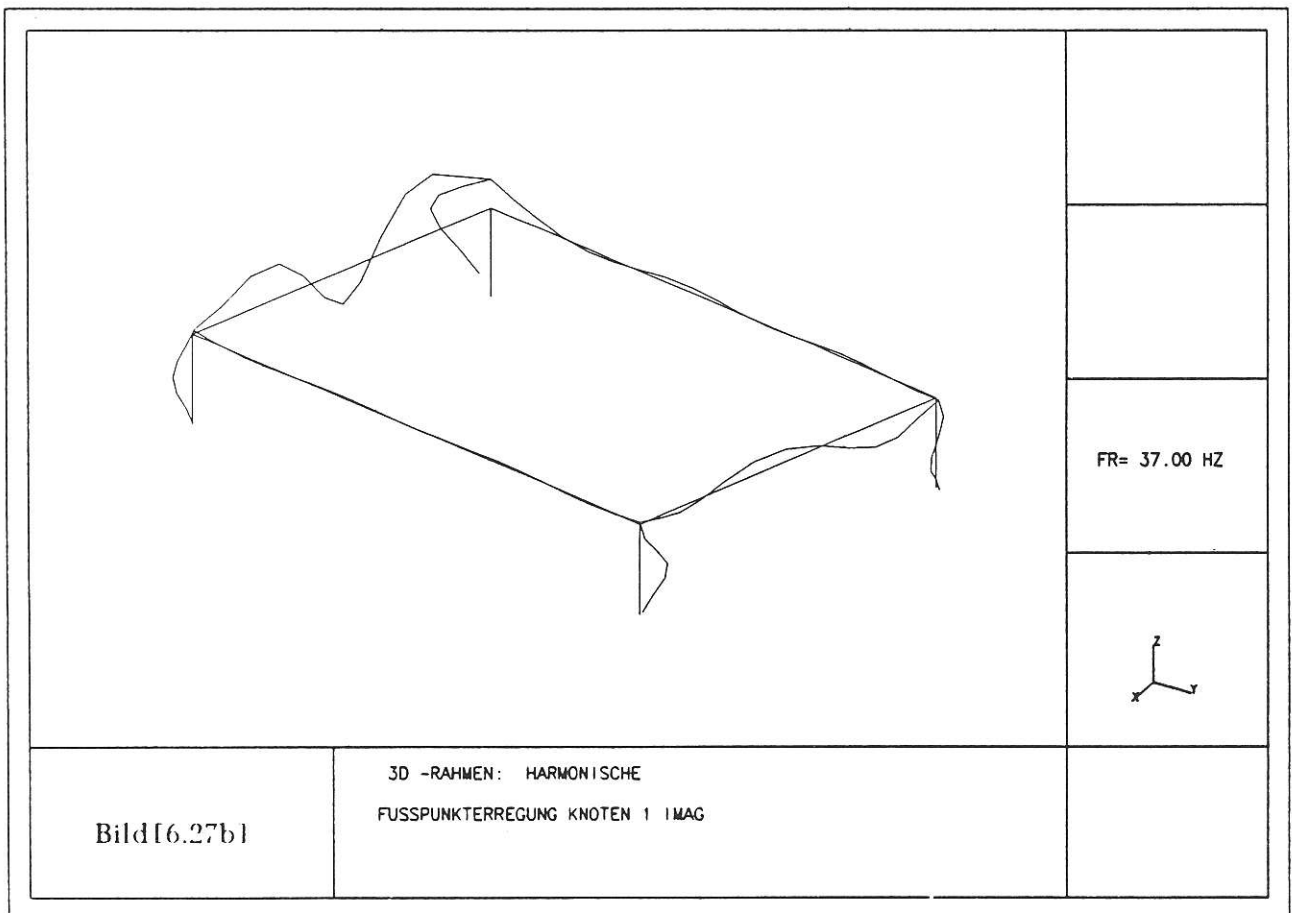
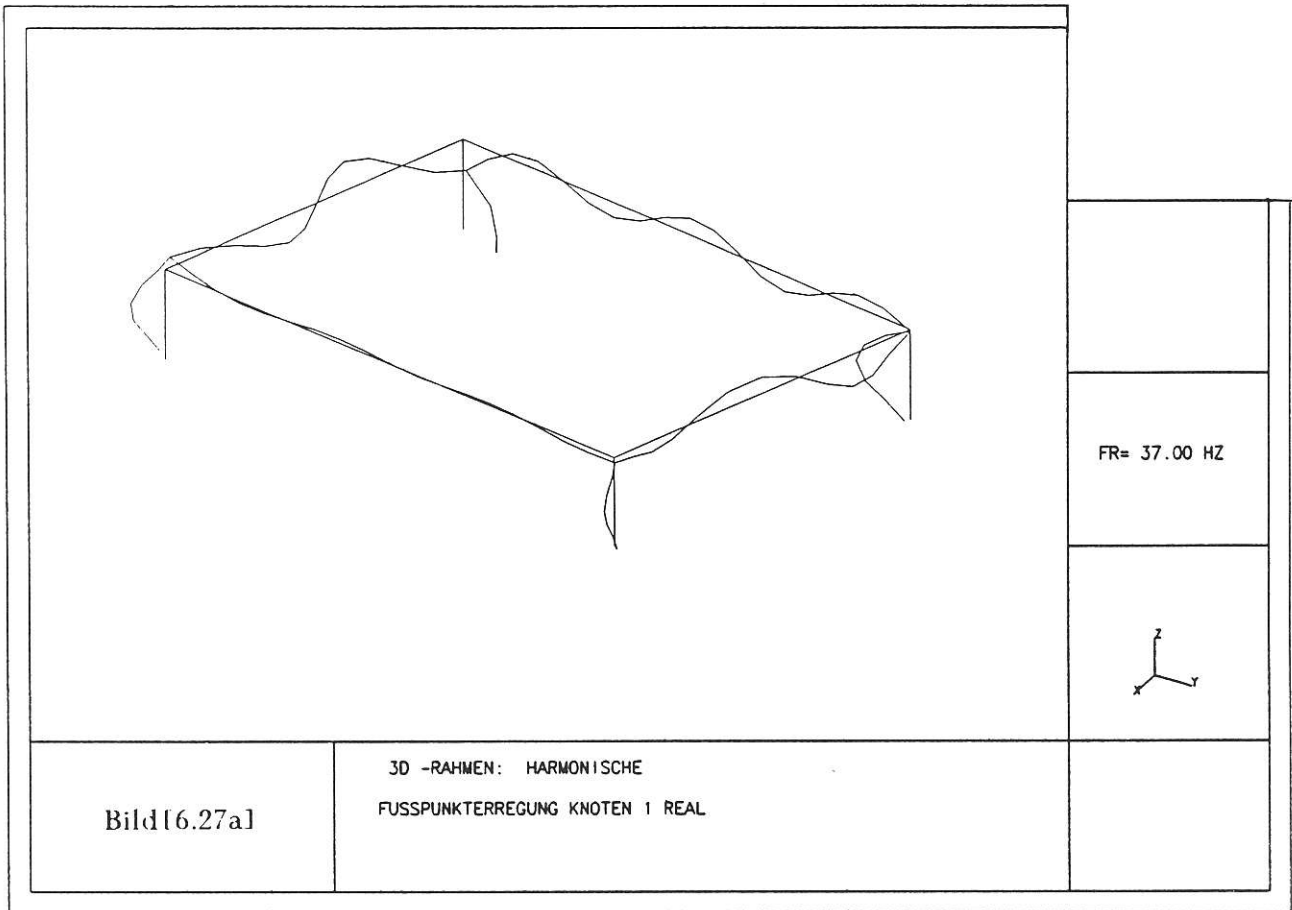


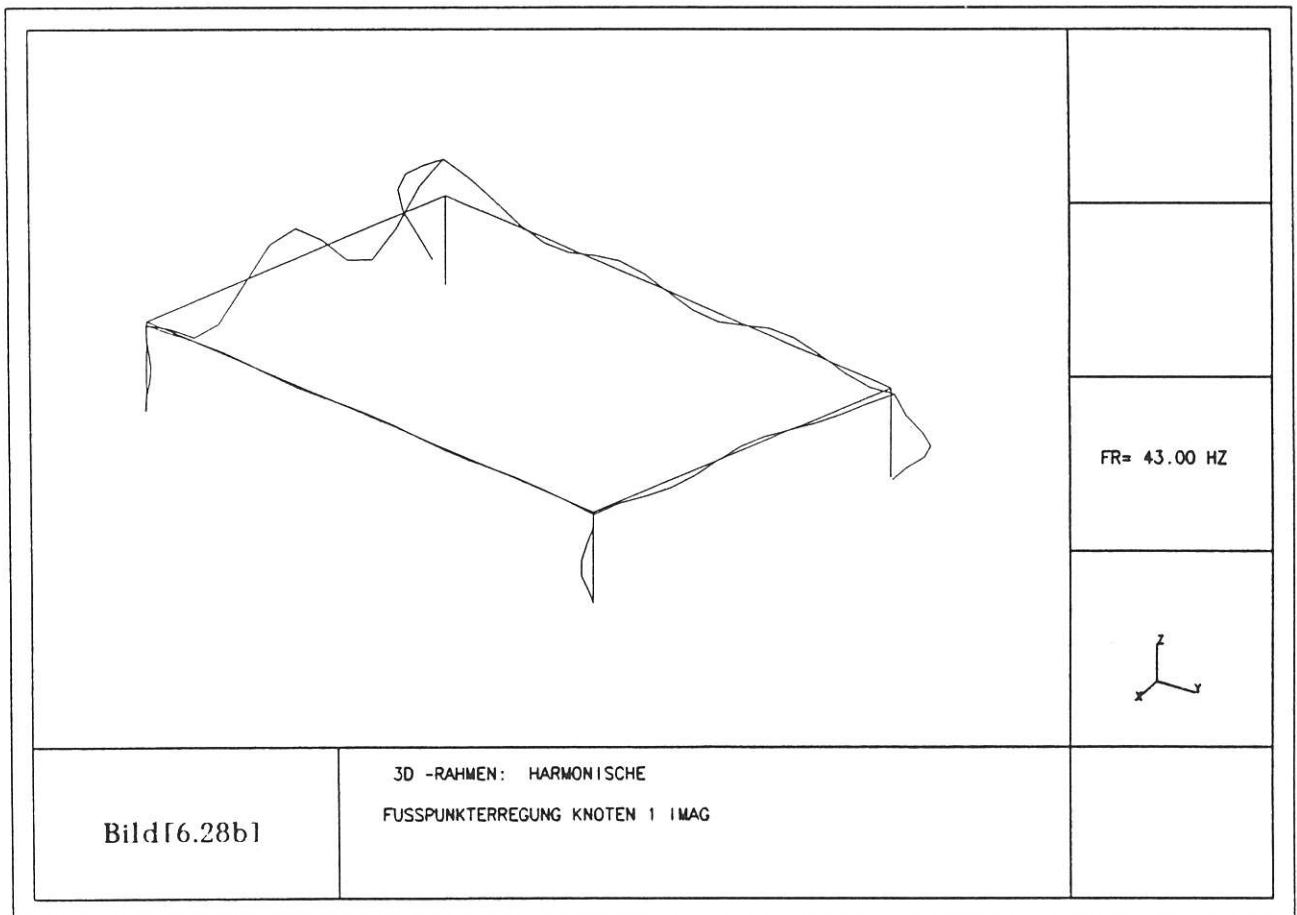
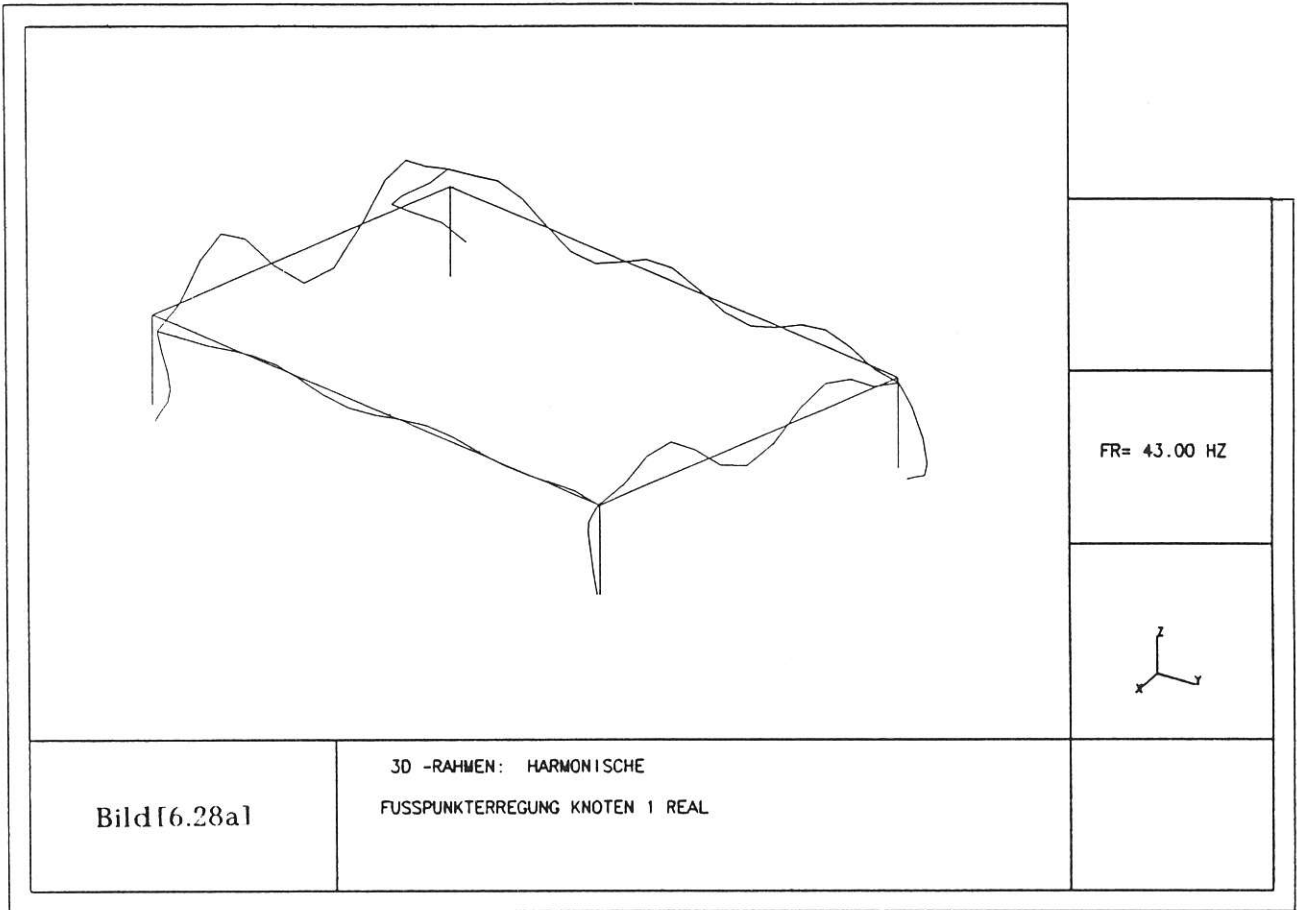








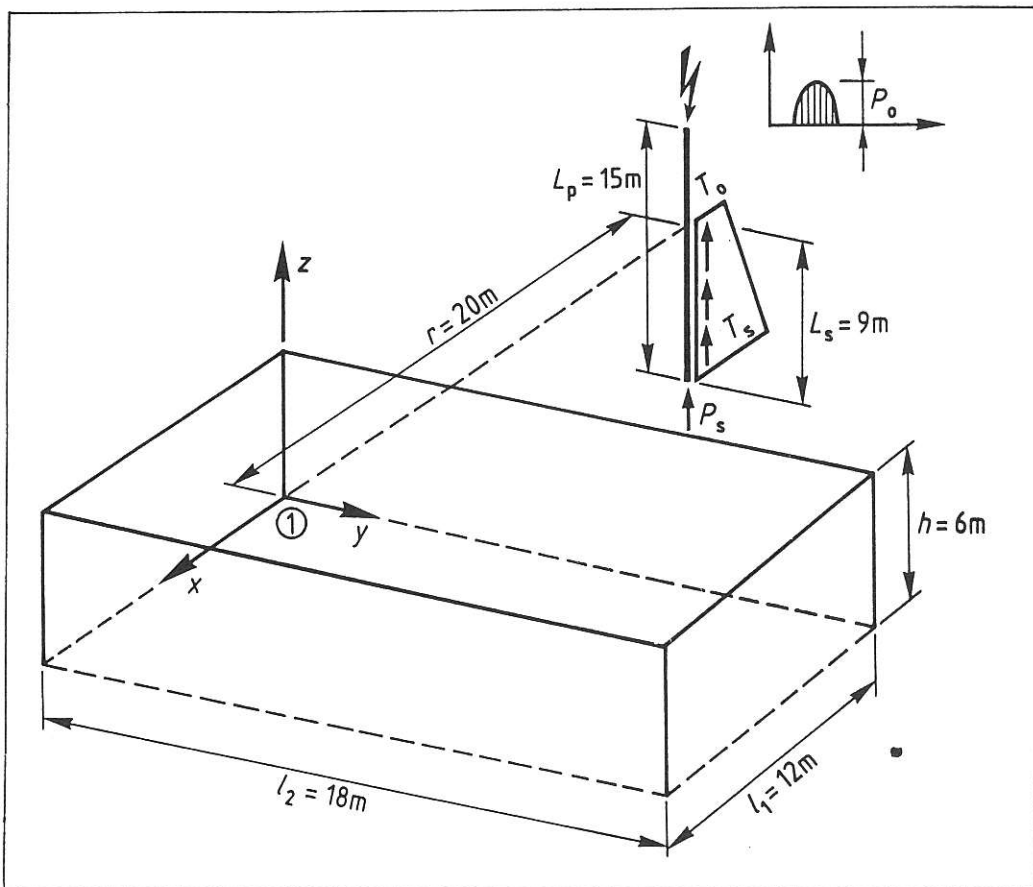




6.2.2 Indirekte transiente Anregung infolge Rammerschütterung

Mit der im Abschnitt 6.1 dargestellten Methode zur Simulation einer Pfahlrammung wird nun die transiente Antwort des dreidimensionalen Stahlbetonrahmens auf eine in seiner näheren Umgebung stattfindenden Rammung, Bild[6.29], untersucht. Es wird nach wie vor angenommen, daß dadurch allein das Fundament am Knotenpunkt 1 zu Schwingungen angeregt wird. Die aus den sich ausbreitenden Rammerschütterungen erzeugte Freifeldantwort an der Halbraumoberfläche am Knotenpunkt 1 ist mit ihren beiden Komponenten $W_{zz}(t)$ und $W_{rz}(t)$ in den Bildern[6.30] und [6.31] dargestellt.

Die Impulsdauer des am Pfahlkopf eingebrachten Schlages mit einer maximalen Amplitude von $P_0=2000\text{KN}$ beträgt $T_{\text{imp}}=0.05\text{ s}$. Von der Maximalamplitude der Schlagkraft werden 50% über Mantelreibung und die restlichen 50% über den Spitzendruck in den Boden eingeleitet.



Bild[6.29] Indirekte transiente Anregung eines 3D-Rahmens infolge einer Pfahlrammung in seiner Umgebung

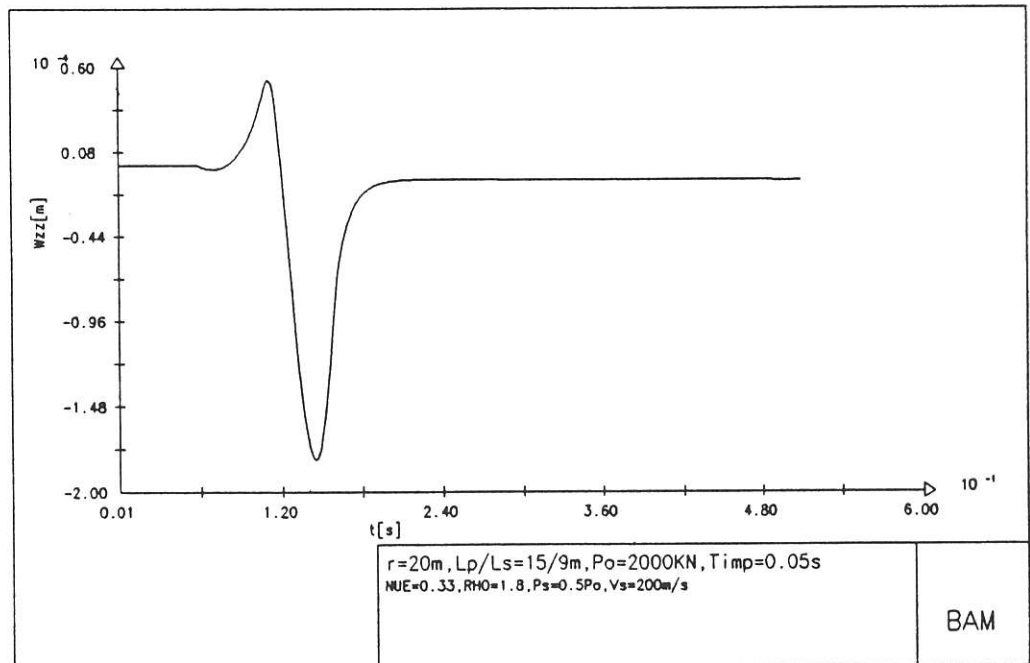


Bild16.301 Zeitverlauf der transienten Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{zz} infolge Rammerschütterung

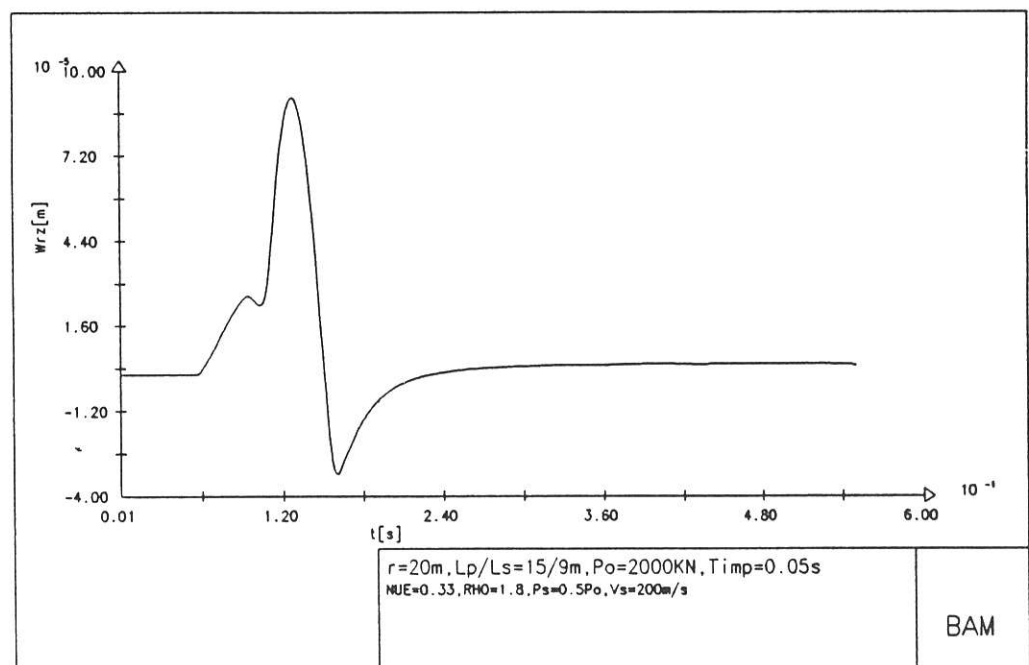


Bild16.311 Zeitverlauf der transienten Fußpunkterregung am Knoten 1
Verschiebung W_{rz} infolge Rammerschütterung

Die nachfolgenden Berechnungen im Zeitraum wurden ebenfalls mit dem bereits besprochenen Programmsystem STAB durchgeführt. Wie schon erwähnt führt dieses Programmsystem die lineare Analyse einer dreidimensionalen Stabwerksstruktur nur im Frequenzraum aus. Um mit dem STAB auch Berechnungen im Zeitraum durchführen zu können, wurde es im Rahmen dieser Arbeit um eine aufwendige aber auch sehr stabile Prozedur erweitert, welche zuerst die Eingangsfunktion, hier die Freifeldantwort auf die einwirkende Rammelbelastung, vom Zeitbereich in den Laplace-Bildbereich mittels der numerischen Laplace Transformation überführt.

Die Laplace Variable, $s = \gamma + i\omega$, ist nach der Theorie der Laplace Transformation im allgemeinen komplex, ihr Realteil γ entspricht physikalisch einer Dämpfung und ist meistens als Laplace Dämpfung bekannt, der Imaginärteil ist dem auch von der Fourier Transformation bekannten Frequenzast zuzuordnen.

Mit dieser komplexen Variable s , die man sich als eine Art komplexe Frequenz vorstellen kann, wird dann im Programmsystem STAB eine komplette Frequenzanalyse durchgeführt. Die dadurch erhaltenen Frequenzspektren für die räumlichen Freiheitsgrade des Systems werden dann anschließend mit Hilfe der numerischen inversen Laplace Transformation wieder zurück in den Zeitraum transformiert.

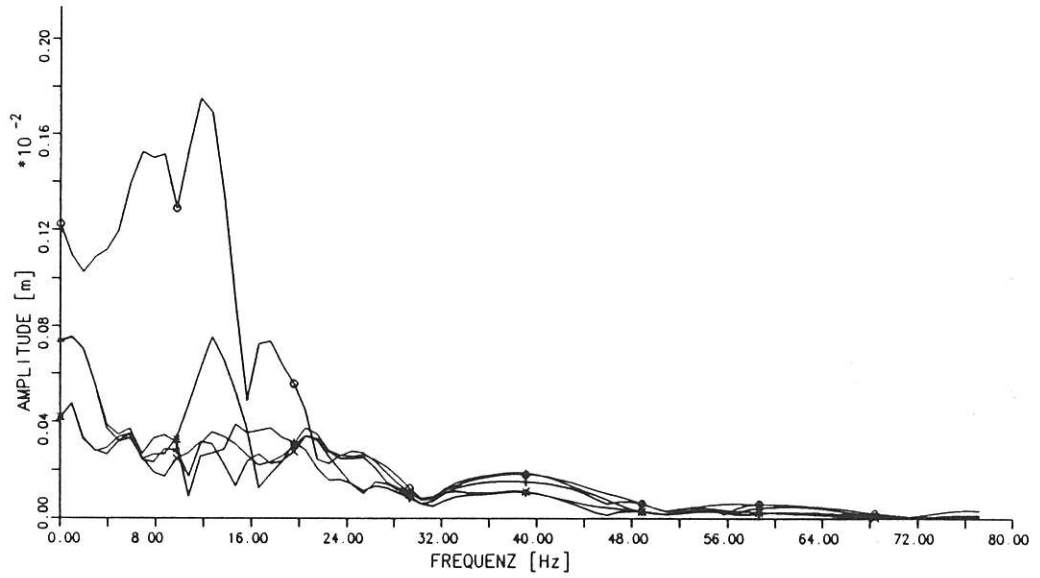
Diese hier eingeführte Technik zeichnet sich, wie auch die damit durchgeführten Berechnungen demonstrieren, Bilder[6.38] bis [6.67], durch äußerste Genauigkeit und Stabilität auch für eine klein gewählte Anzahl von Stützpunkten für die auszuführenden numerischen Transformationen aus. Für das hier berechnete Beispiel wurden 1024 (1K) Stützpunkte gewählt.

Zum besseren Verständnis der Zeitverläufe für die sechs räumlichen Freiheitsgrade der in den Bildern[6.38] bis [6.67] dargestellten Rahmenknoten wurden zuvor in den Bildern[6.32] bis [6.37] die Amplitudenspektren der zu untersuchenden Knotenpunkten gezeichnet.

Die untersuchten Rahmenknoten sind, Bild[6.11], die mit den Nr. : 5(Stiel-Mitte), 8(Stiel-Kopf), 14(Kurzer Riegel-Mitte), 36(Langer Riegel-Mitte) und 54(2.Langer Riegel-Mitte).

In den Amplitudenspektren, Bilder[6.32] bis [6.37] erkennt man eindeutig die Grundeigenfrequenzen für die sechs Freiheitsgrade an den verschiedenen Rahmenteile, Stiel, kurzer und langer Riegel.

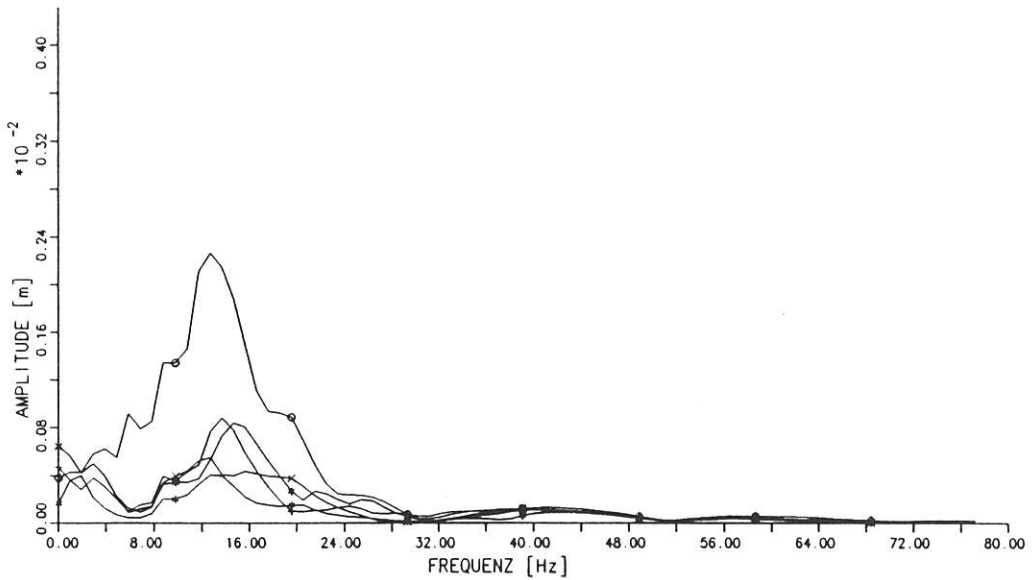
Bild[6.32]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM U_x

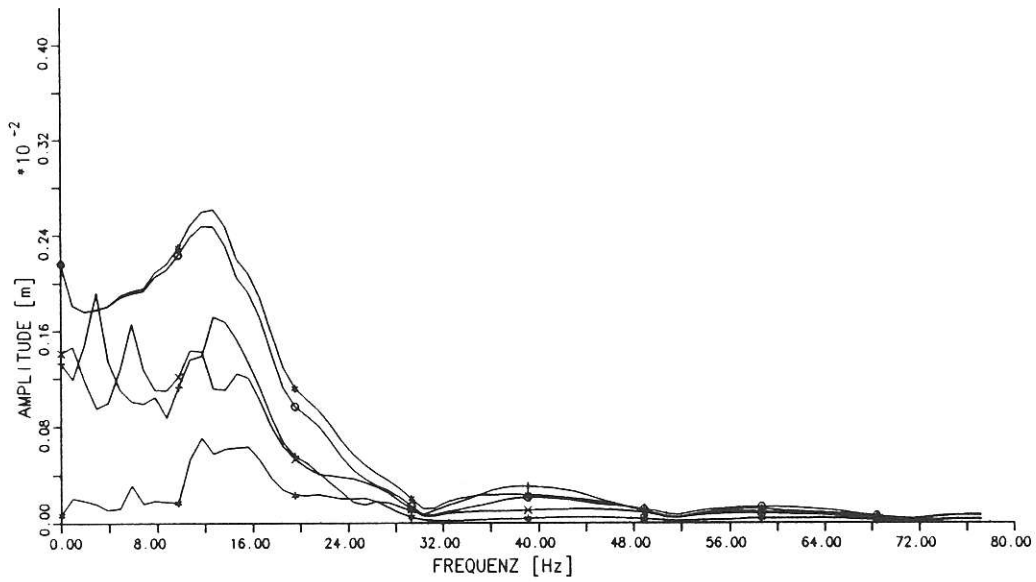
Bild[6.33]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM U_y

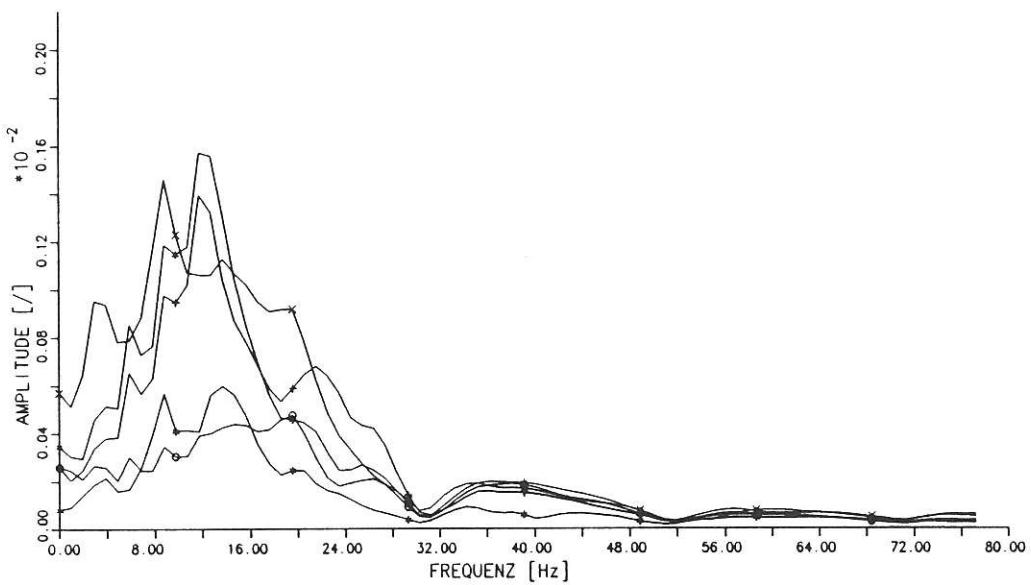
Bild [6.34]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM Uz

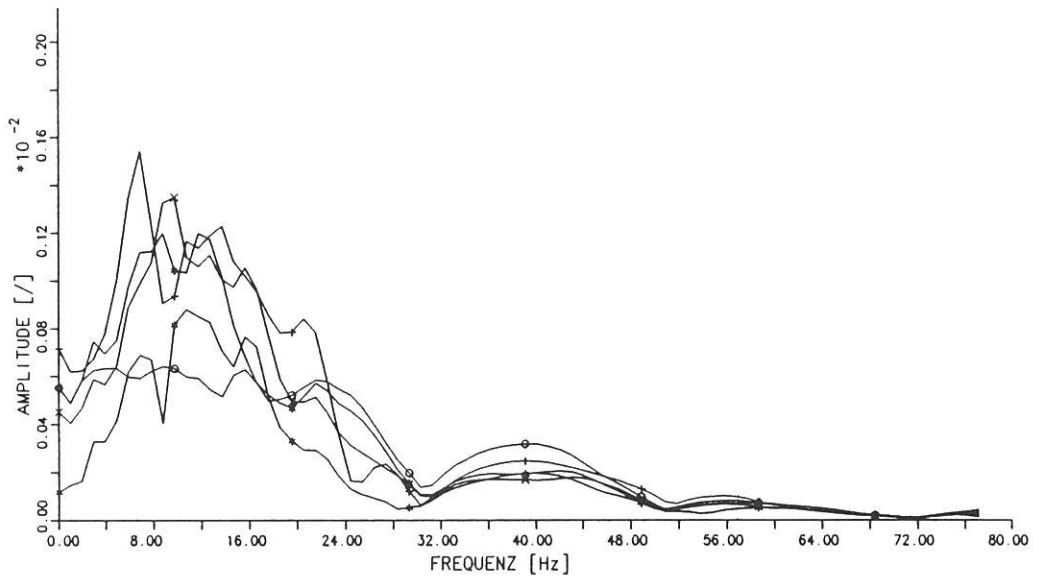
Bild [6.35]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM Φ_x

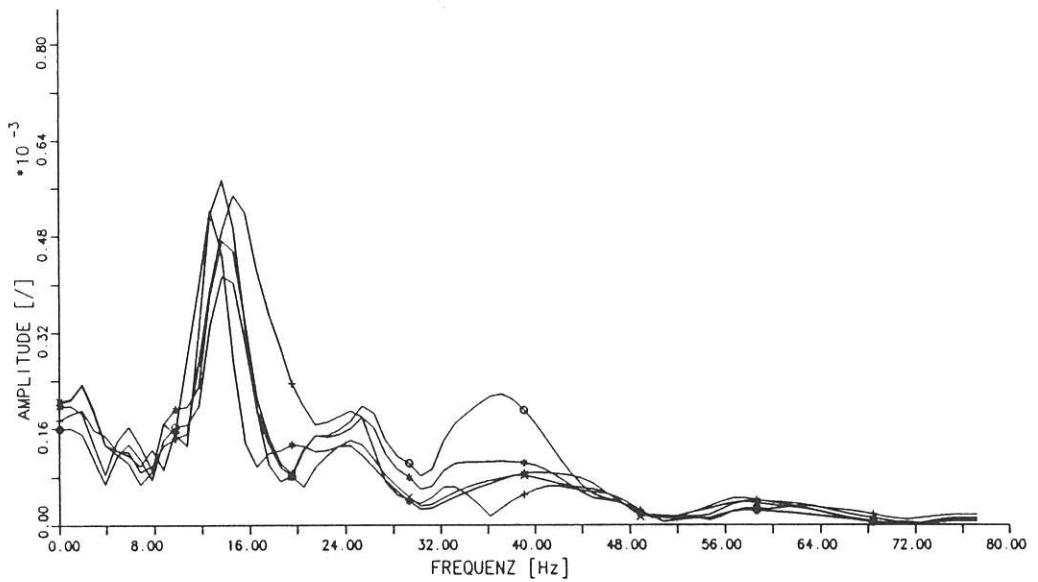
Bild[6.36]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM PH1y

Bild[6.37]



- STIEL-MITTE
- * STIEL-KOPF
- + KURZER RIEGEL-MITTE
- × LANGER RIEGEL-MITTE
- * 2. LANGER RIEGEL-MITTE

AMPLITUDEN SPEKTRUM PH1z

Im Amplitudenspektrum U_x , Bild[6.32], findet man die Grundeigenfrequenz für den Rahmenstiel bei etwa 12Hz und eine davorliegende niedrigere Eigenfrequenz bei 8Hz.

Im Amplitudenspektrum U_y , Bild[6.33], findet man die Grundeigenfrequenz für das gesamte Rahmensystem eindeutig bei 12Hz.

Im Amplitudenspektrum U_z , vertikale Verschiebung, Bild[6.34], ist die Grundeigenfrequenz für den Stiel, der in dieser Richtung viel steifer als die Rahmenriegel ist, bei 12Hz zu finden. Der lange Rahmenriegel hat bereits Amplitudenspitzen und somit Eigenfrequenzen bereits bei 2Hz und als nächst höhere bei 7Hz und ebenfalls 12Hz. Der steifere kurze Riegel hat seine erste Eigenfrequenz etwa bei 4Hz und die nächst höhere bei 12Hz.

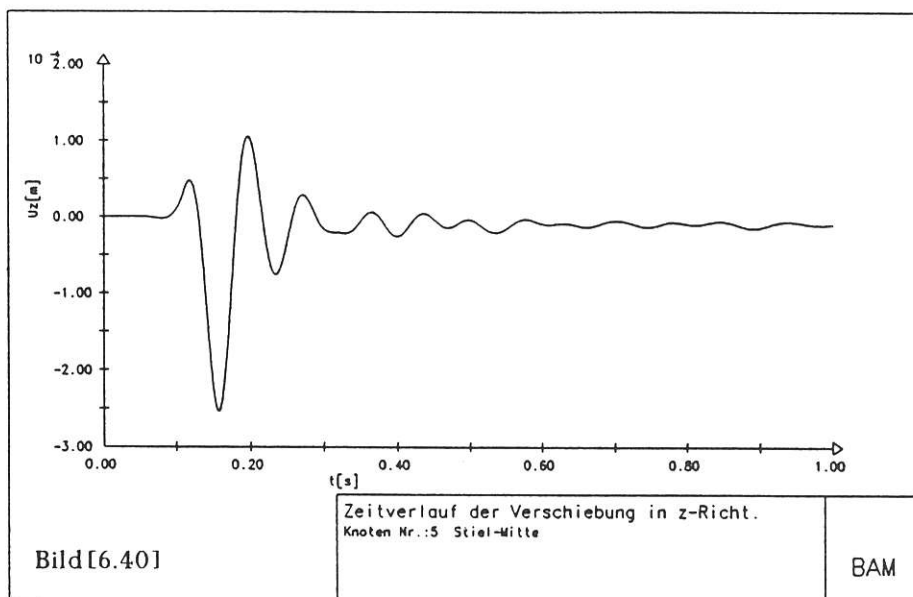
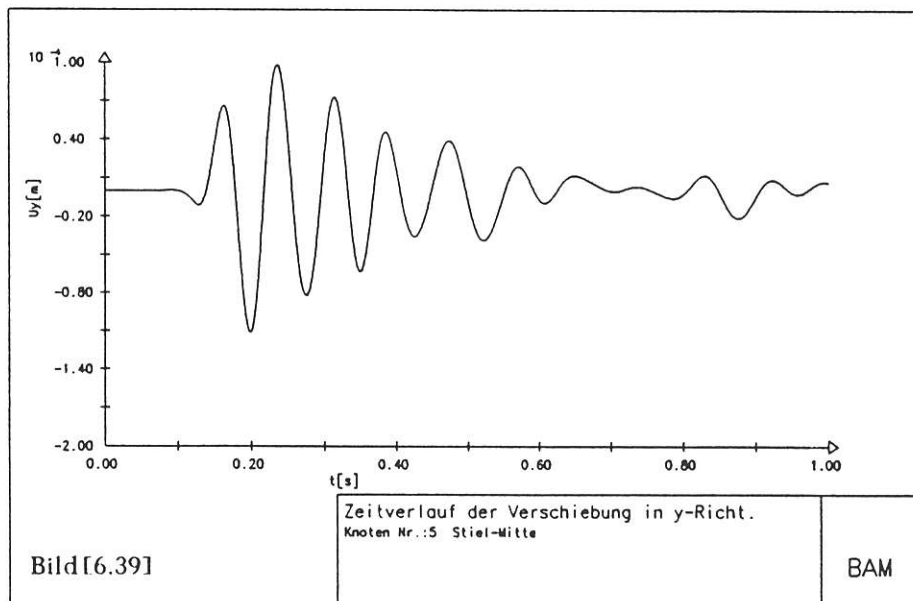
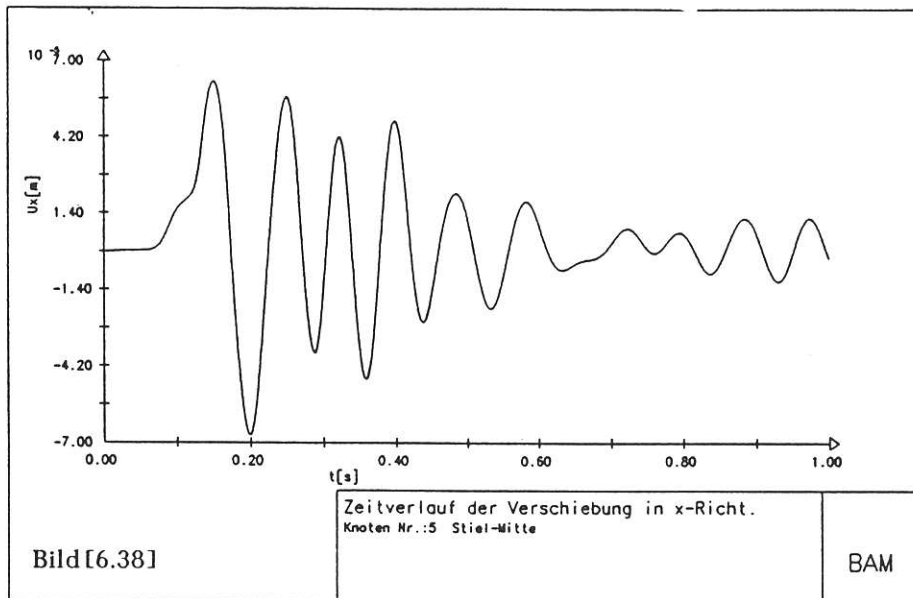
Im Amplitudenspektrum für die Verdrehung PHI_x , Bild[6.35], ist die Grundeigenfrequenz für den langen Riegel bei 7Hz zu finden, indem die Grundeigenfrequenz für den etwas steiferen kurzen Riegel und den Stiel-Kopf eindeutig bei 12Hz liegt.

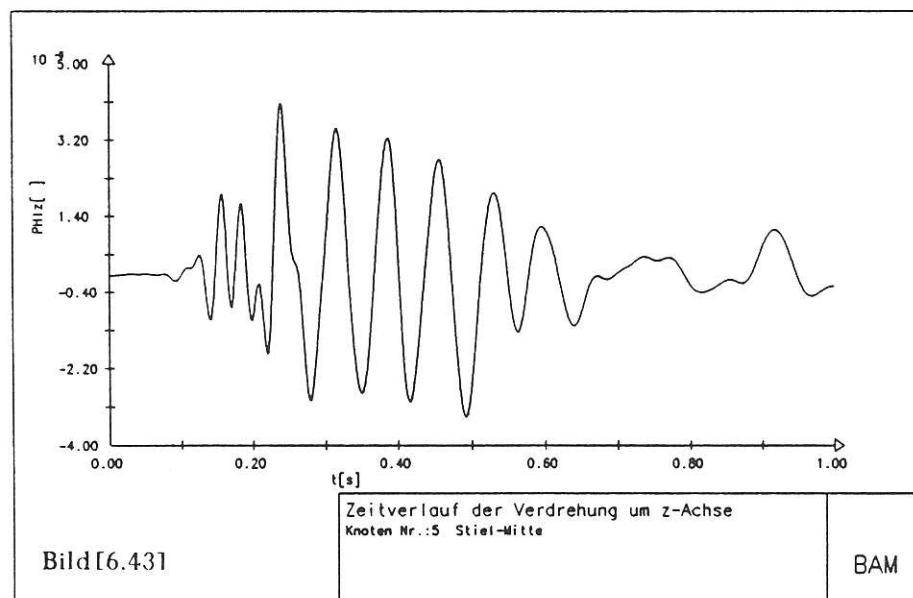
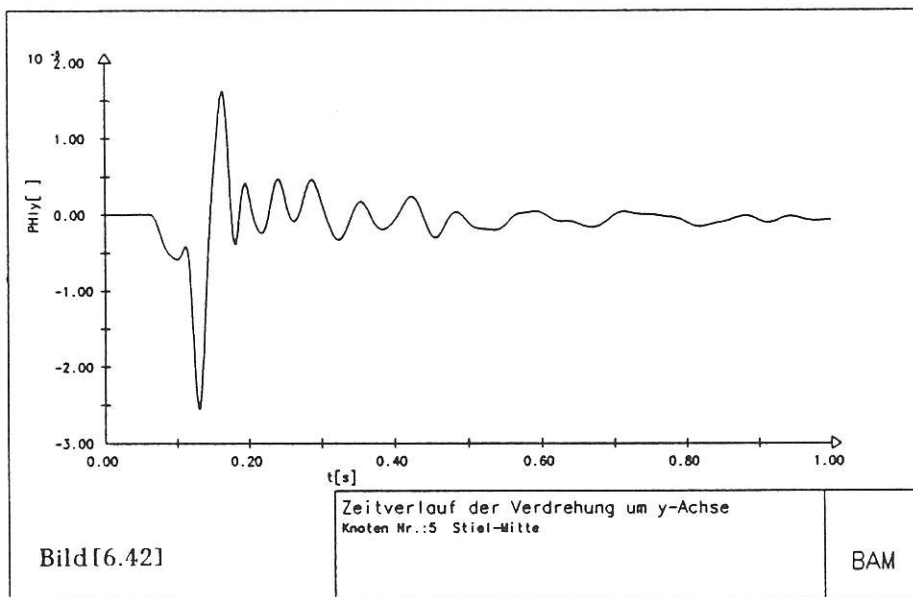
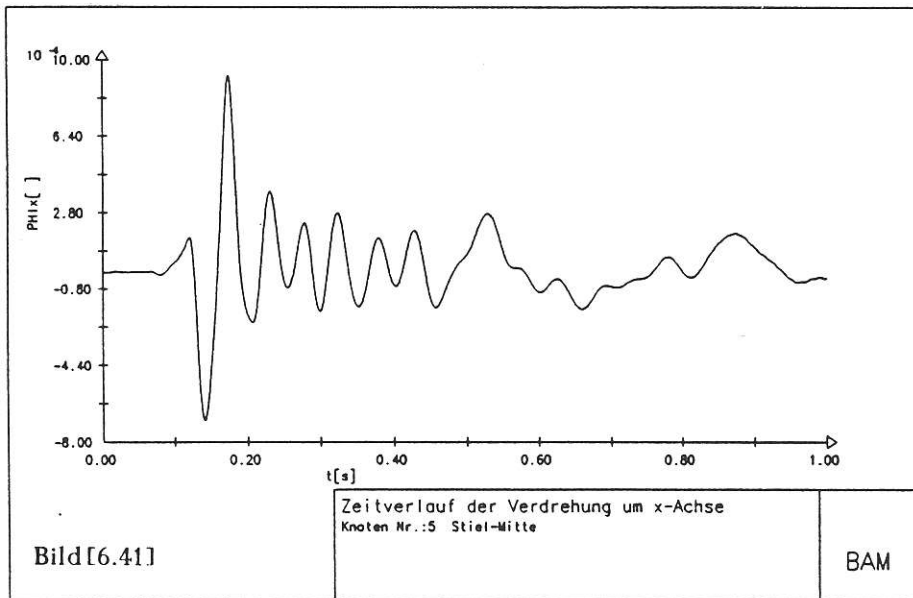
Im Amplitudenspektrum PHI_y , Bild[6.36], liegt die Grundeigenfrequenz des kurzen Rahmenriegels bei 8Hz und die des langen Riegels bei etwa 10Hz.

Schließlich im Amplitudenspektrum PHI_z , entspricht einem Torsionsfreiheitsgrad, liegen die Grundeigenfrequenzen aller Rahmenteile zwischen 12Hz und 14Hz.

Als Ergebnis dieser Diskussion, kann man festhalten, daß bei 12Hz eine Art Grundeigenfrequenz des gesamten Rahmensystems vorliegt, die für die Rahmenschwingung maßgebend ist.

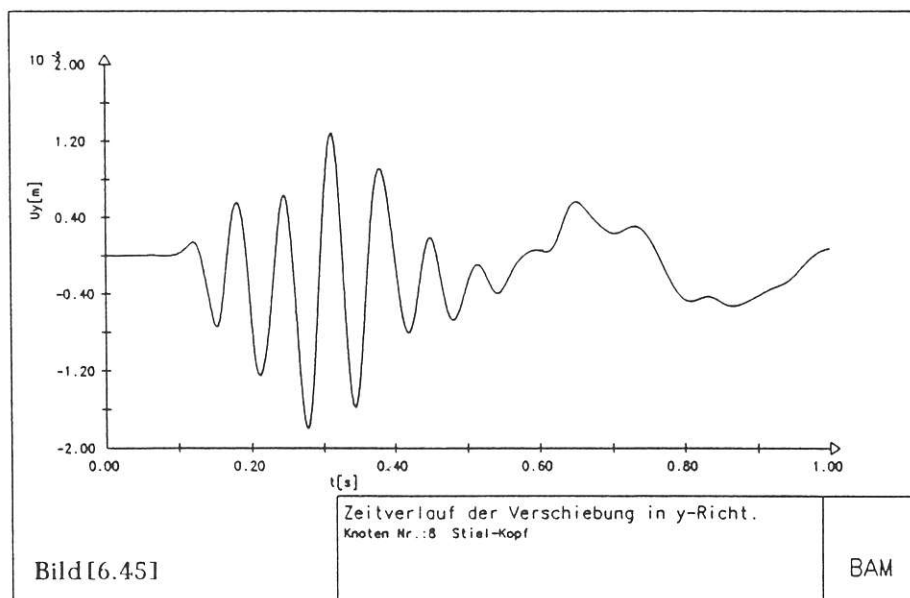
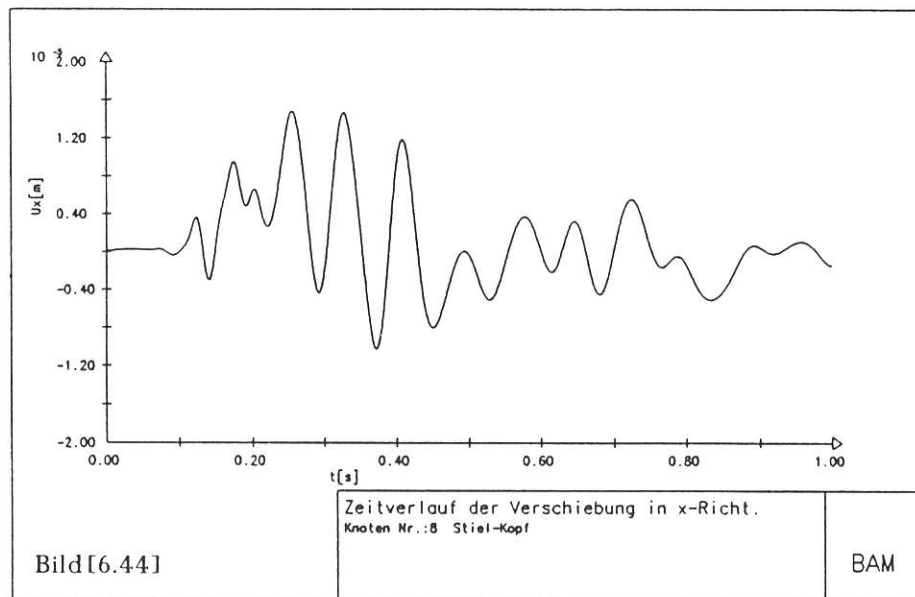
In den Bildern[6.38] bis [6.43] sind die Zeitverläufe der sechs räumlichen Freiheitsgrade des Knoten 5, in der Mitte des angeregten Stieles, in einem Zeitbereich von 0.0s bis 1.0s dargestellt. Bei den Verschiebungskomponenten U_x , Bild[6.38], und U_z , Bild[6.40], erkennt man ganz eindeutig die am Fundament, Knoten 1, wirkenden Eingangssignale wieder. Die U_z -Komponente der Knotenverschiebung schwingt fast sofort nach Eintreten des Eingangssignals mit ihrer Grundeigenfrequenz von etwa 12Hz aus. Ähnliches gilt auch für die Rotation um die y -Achse, PHI_y in Bild[6.42]. Bei den anderen Freiheitsgraden ist interessant zu beobachten, wie der Stiel nach Eintreffen des Eingangssignals zu erheblichen Schwingungen angeregt wird, welche dann in der am wenigsten gedämpften Eigenfrequenz, der Grundeigenfrequenz, von meistens 12Hz ausschlagen.

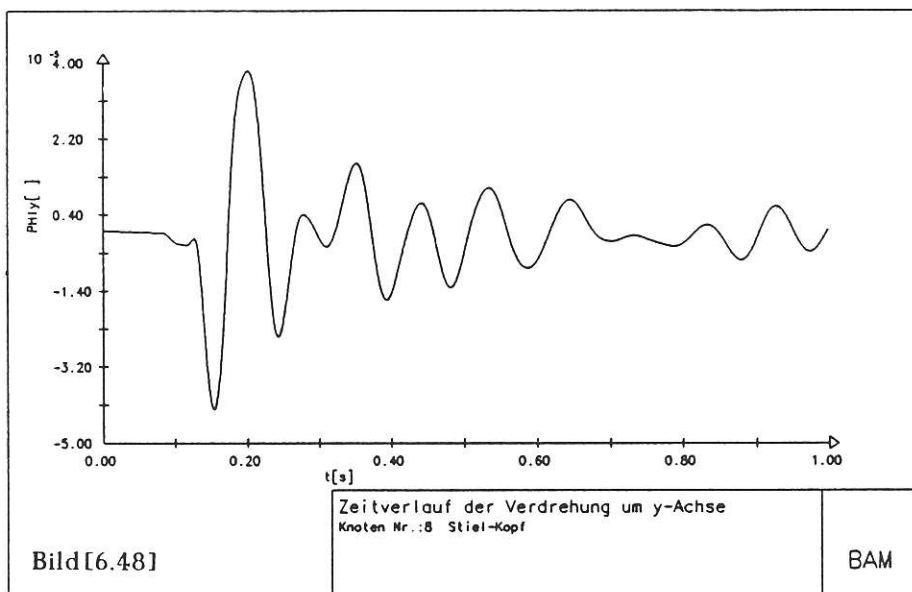
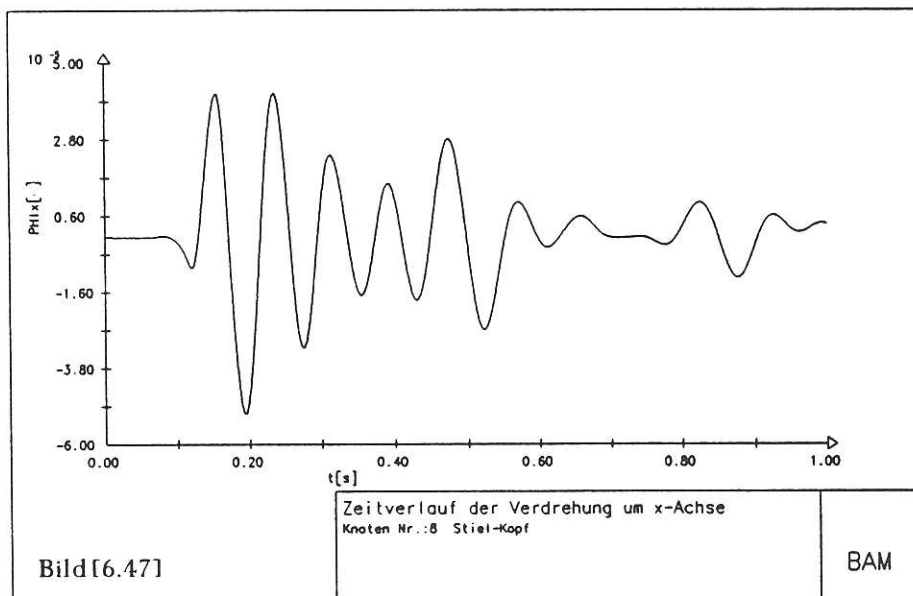
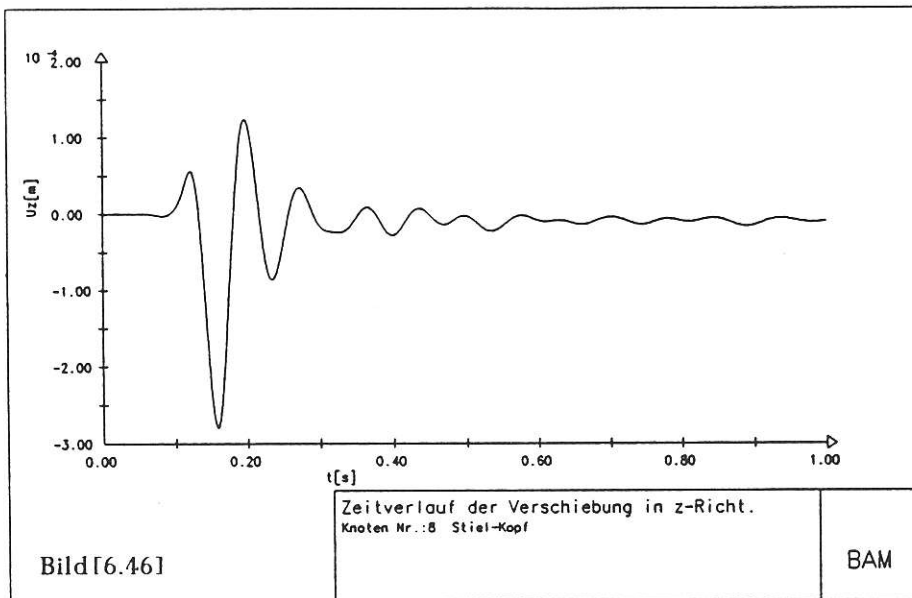


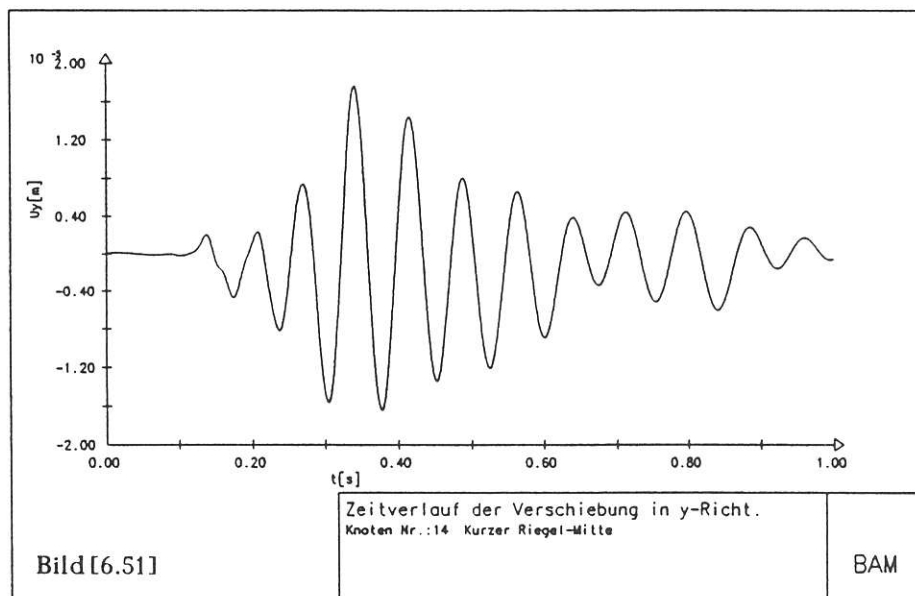
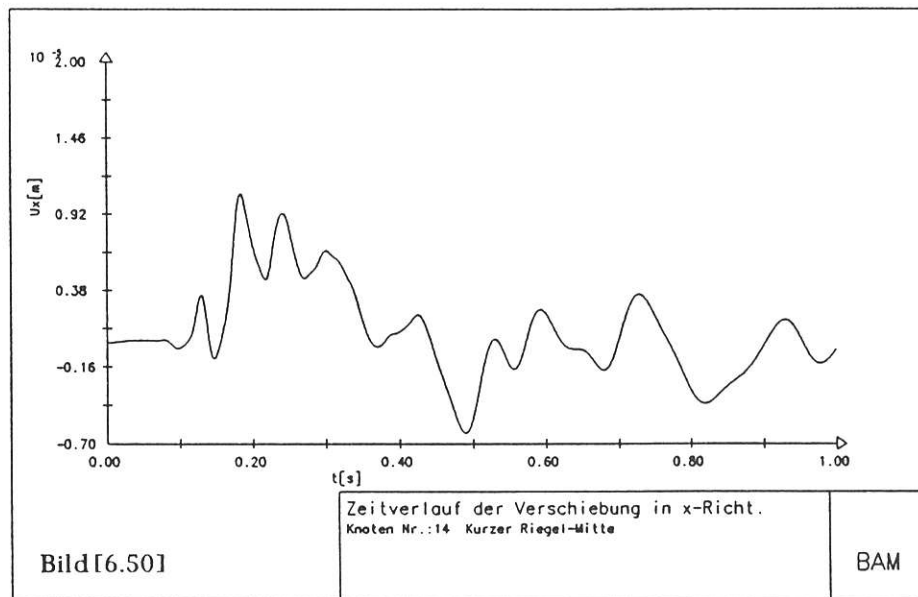
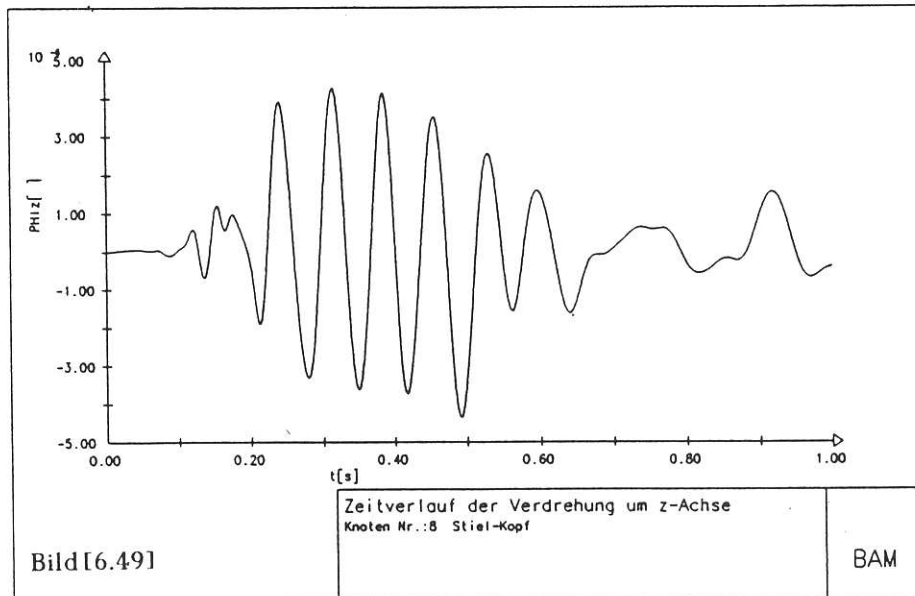


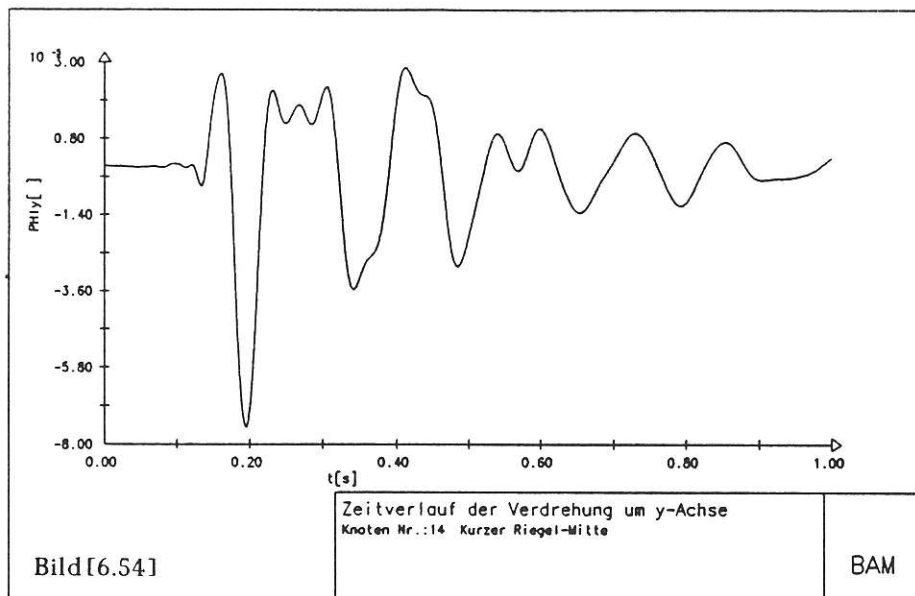
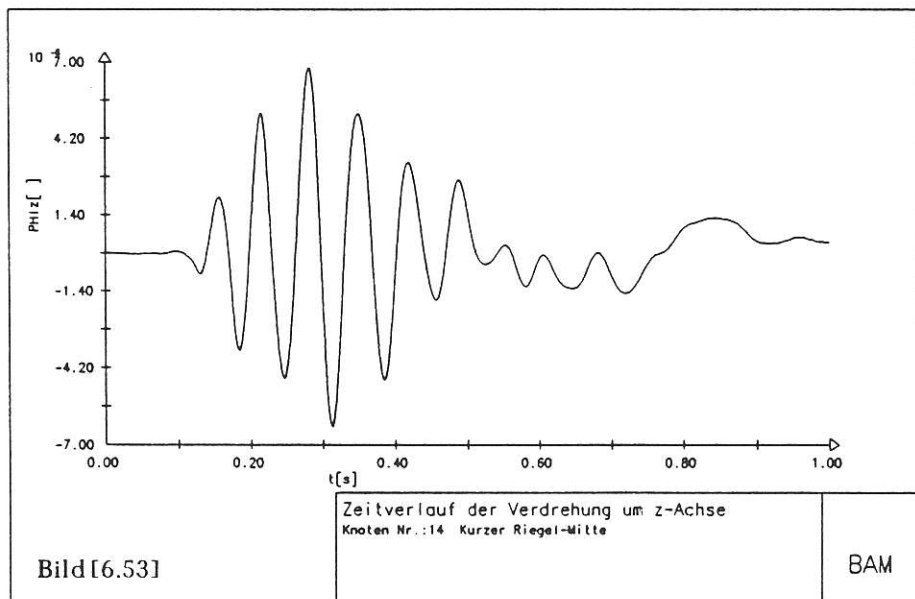
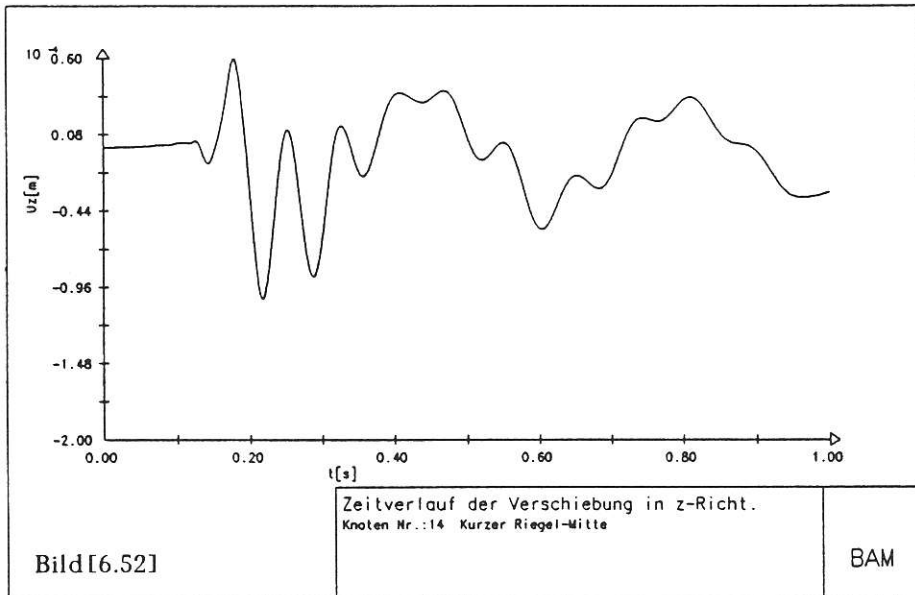
In den Bildern[6.44] bis [6.49] sind die sechs Freiheitsgrade für den Knoten 8, den Stoßpunkt des fußpunkterregten Stiels mit den beiden, kurzen und langen, Rahmenriegeln dargestellt.. Hier erkennt man nur im Translationsmode U_z das Eingangssignal wieder, dessen Schwingung dann aber in der Grundeigenfrequenz von 12Hz sehr schnell abklingt. Bei den anderen Bewegungsmoden kann man die Eingangssignale nicht mehr in ihrer ursprünglichen Form erkennen.

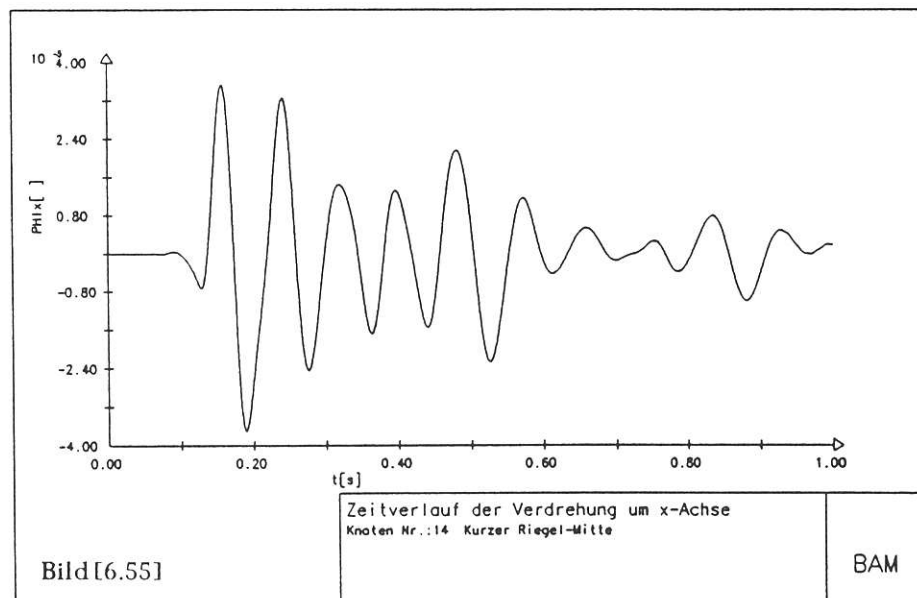
In den Bildern[6.50] bis [6.55] sind die räumlichen Bewegungsmoden für den Knoten 14, der sich in der Mitte des an dem Kopf des indirekt angeregten Stiels angrenzenden kurzen Riegels befindet, gezeichnet. Es ist interessant, die verschiedenen Schwingungsformen der einzelnen Bewegungsmoden zu beobachten. Alle Moden fangen nun mehr eindeutig an, zeitverschoben zu den Eingangssignalen zu schwingen, zuerst mit einer höheren Frequenz, danach fangen sie an, mit der Grundeigenfrequenz auszuschlagen auf der meistens noch eine andere kleine hochfrequente Eigenschwingung überlagert ist.



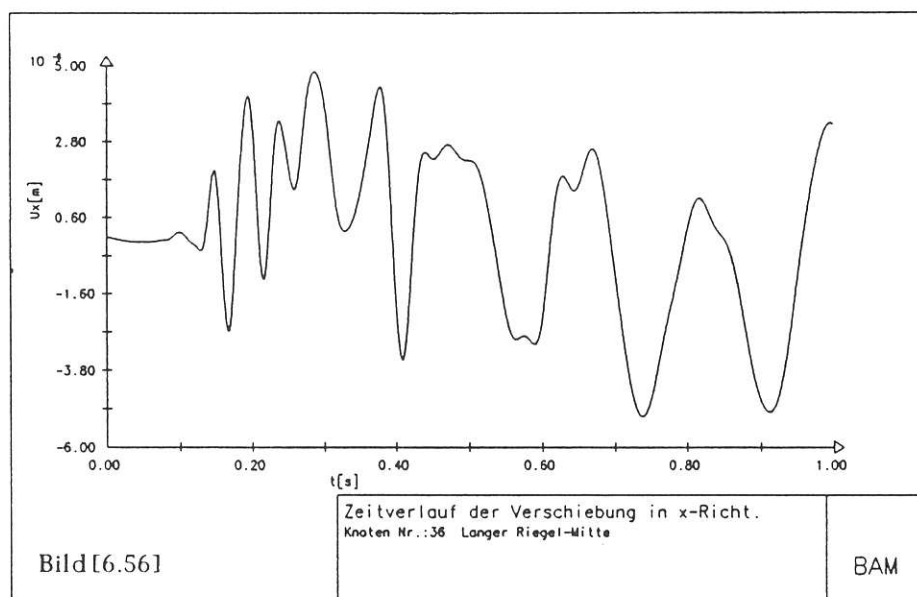


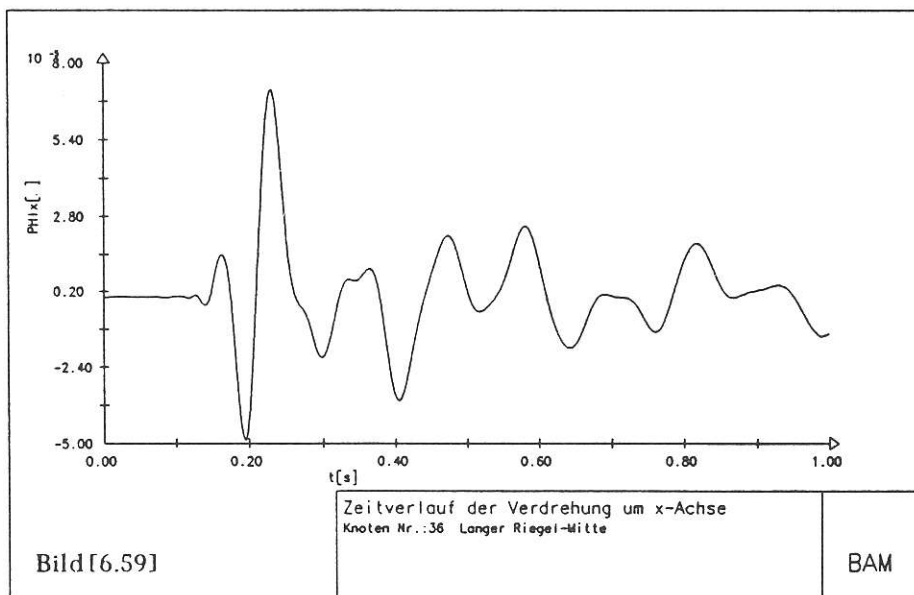
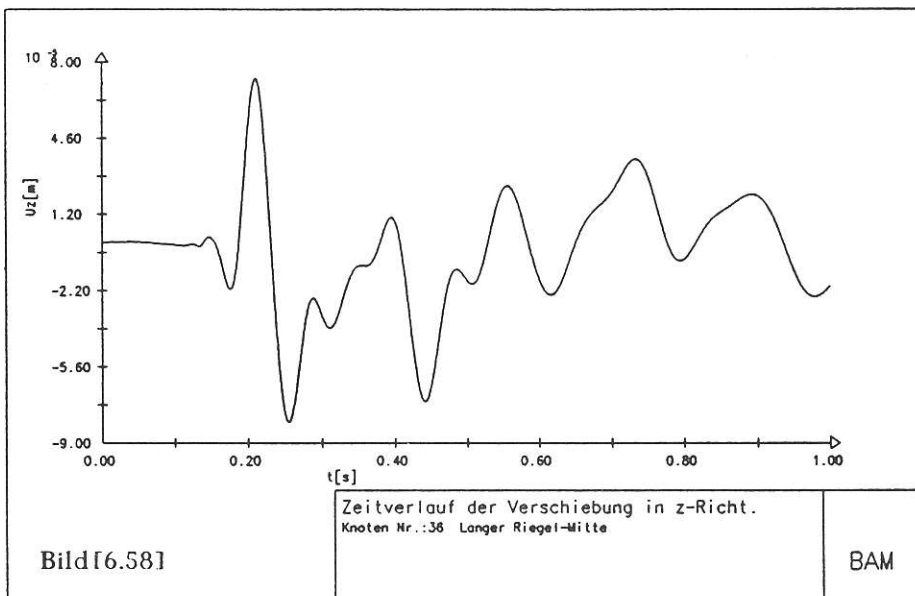
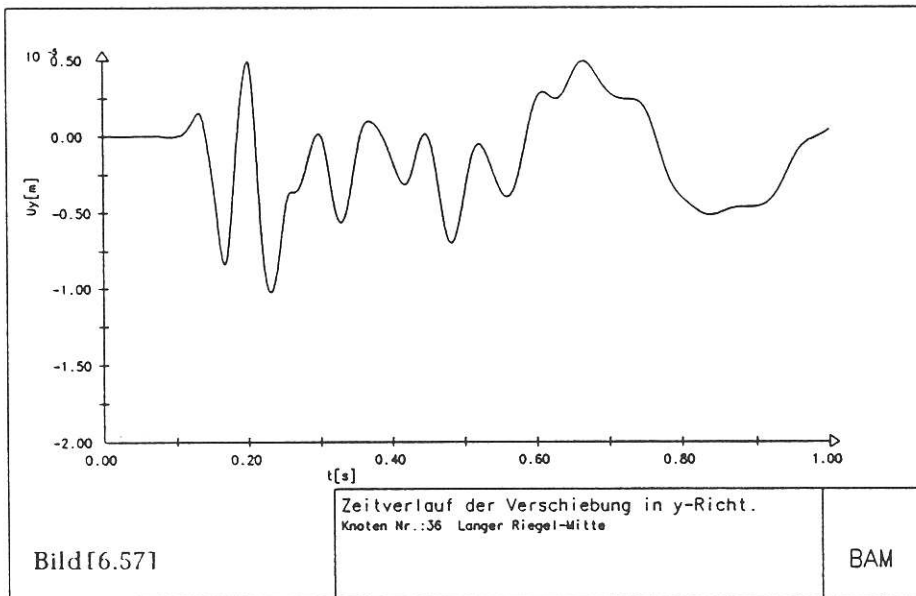


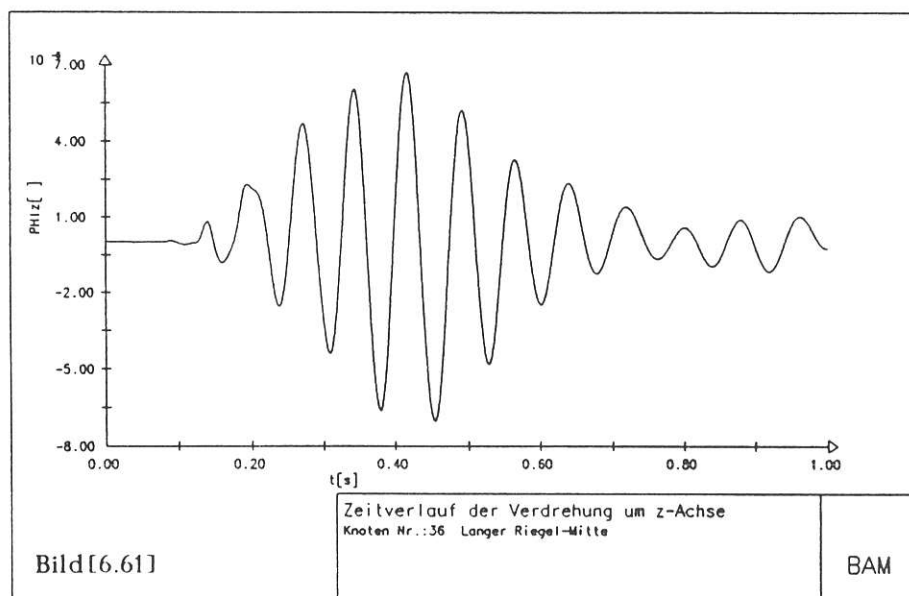
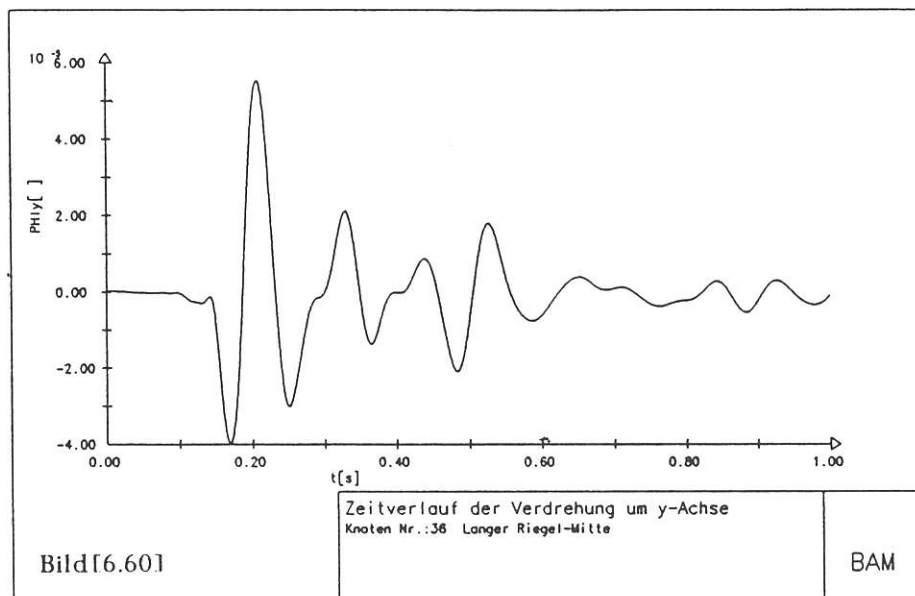




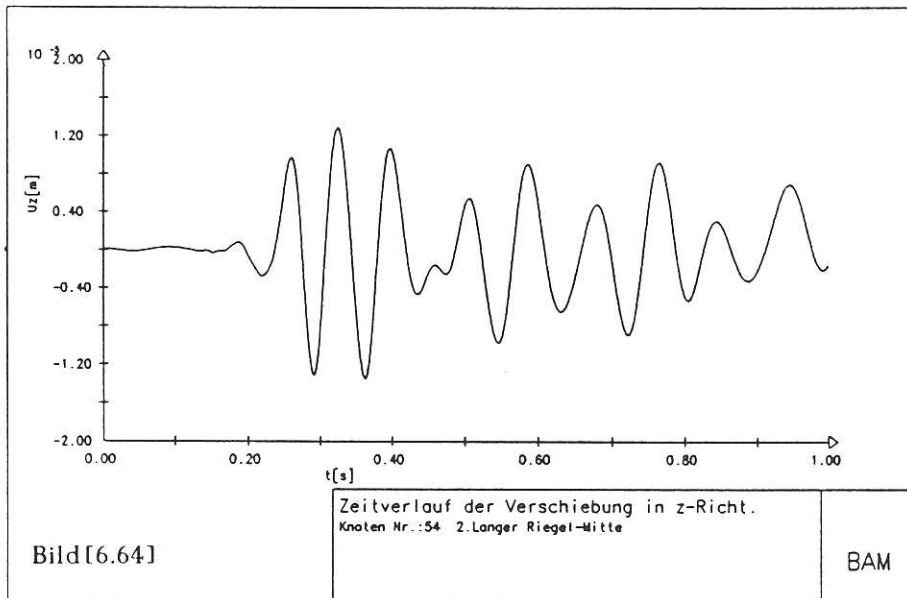
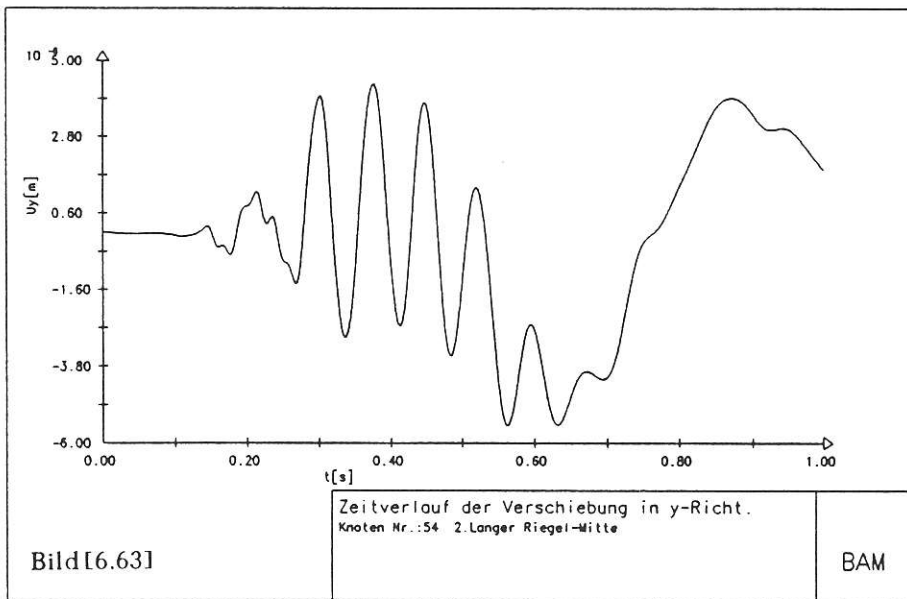
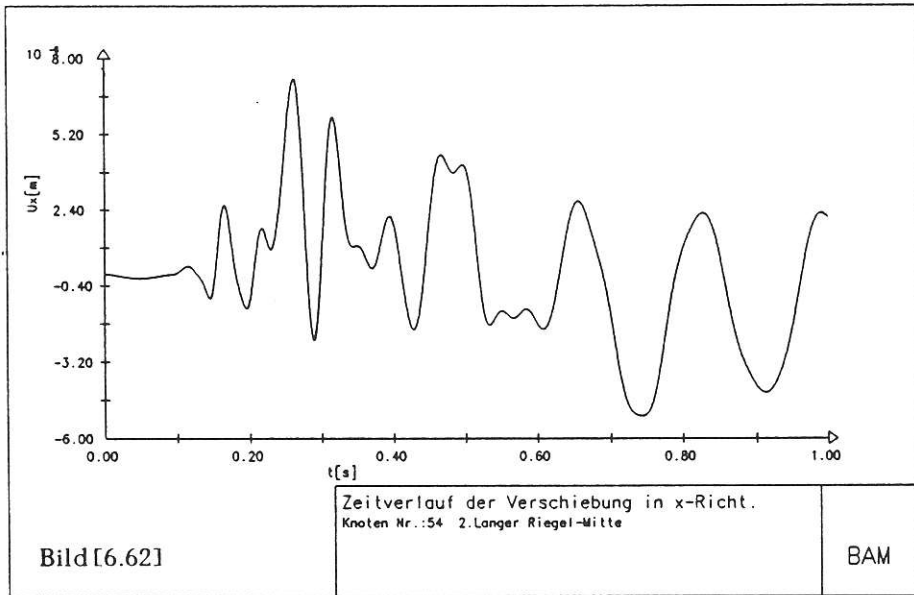
In den Bildern [6.56] bis [6.61] sieht man den zeitlichen Verlauf der Bewegungsmoden des Knotens 36, in der Mitte des an den Kopf des angeregten Stiels anschließenden langen Riegels. Auch hier kann man nur im Translationsmode U_z , allerdings sehr schwach, die Form des vertikalen Eingangssignals wieder erkennen. Es kommt zeitverschoben an und die maximale Amplitude der Vertikalschwingung des Riegels bleibt trotz seiner relativen Weichheit bedeutend kleiner gegenüber der Spitzenamplitude des vertikalen Eingangssignals. Dagegen ist eine große Überhöhung der Maximalamplitude des Translationsmodes U_x , Bild [6.56], gegenüber dem Spitzenwert des am Stielfußpunkt wirkenden Eingangssignals W_{rz} , Bild [6.31], festzustellen. Diese Tatsache hat aber ihre Ursache in der überhaupt fehlenden Aussteifung des Rahmensystems in horizontaler Richtung. Darin liegt auch der Grund für die zum Teil erheblichen Schwingungen des gesamten Rahmensystems in y-Richtung, Translationsmode U_y , obwohl das Fundament am Knoten 1 garnicht in dieser Richtung angeregt wird.

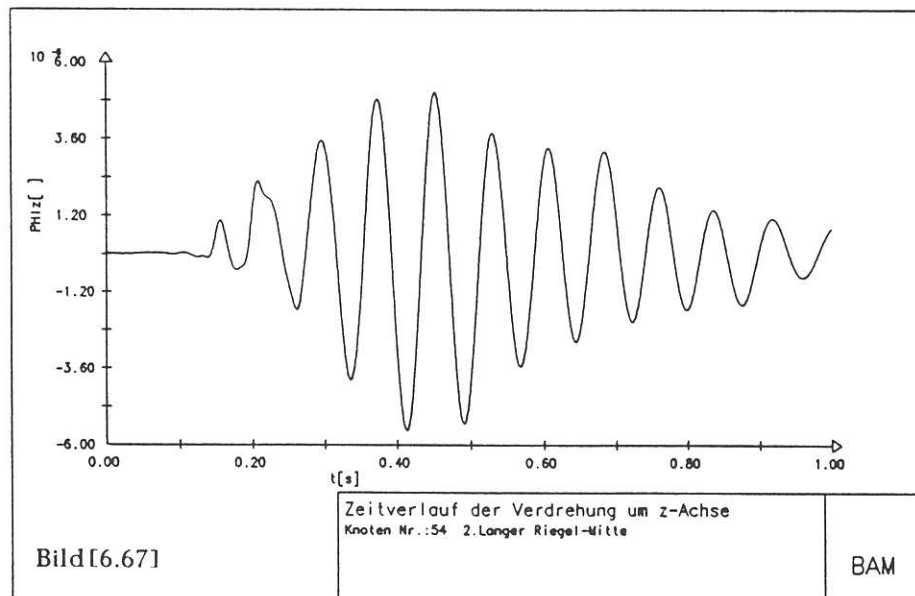
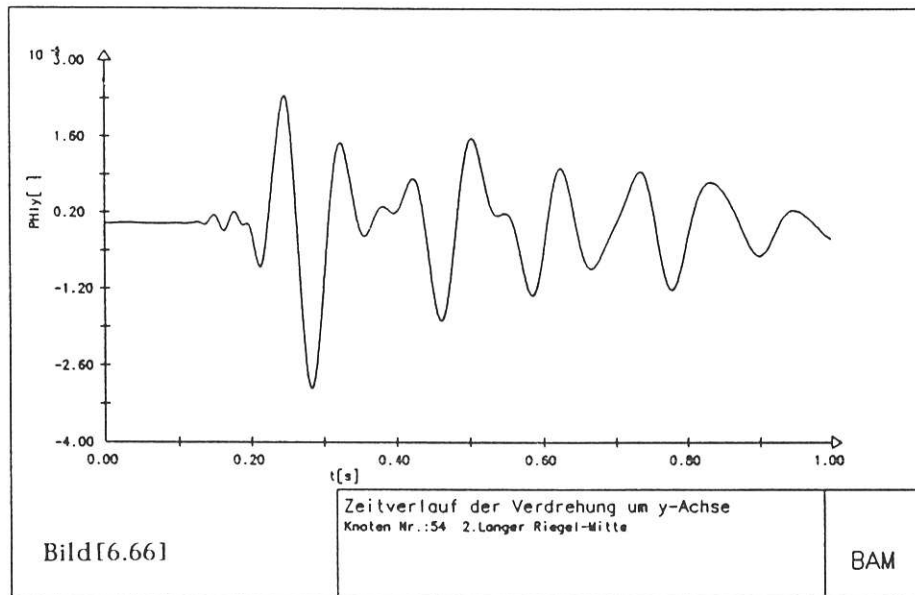
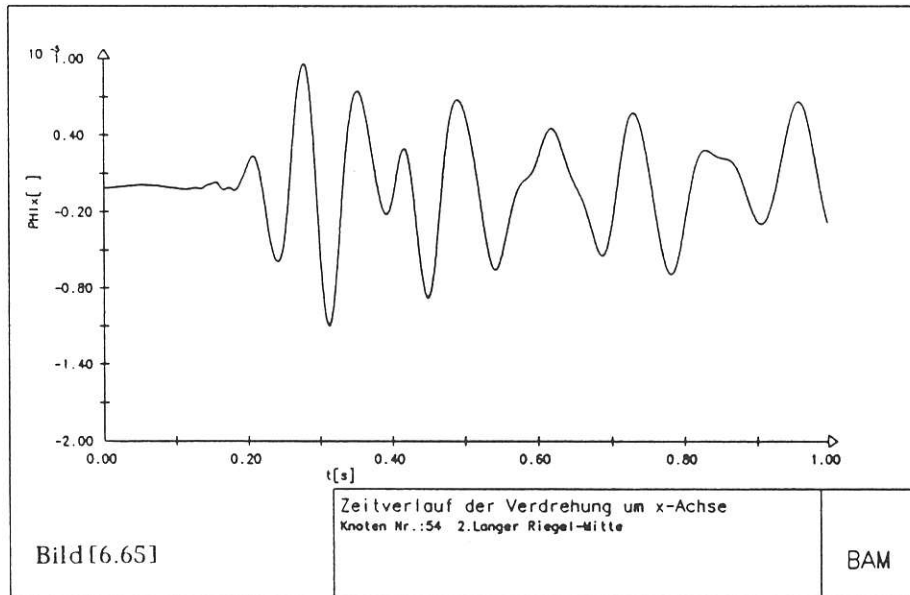






In den Bildern[6.62] bis [6.67] sind schließlich die Zeitverläufe der Bewegungsmoden des Knoten 54 dargestellt. Dieser Knoten befindet sich in der Mitte des vom angeregten Stiel diagonal gegenüberliegenden zweiten langen Rahmenriegels. Die Schwingungsamplituden aller Bewegungsmoden sind hier im Durchschnitt fast eine zehner Potenz kleiner als die entsprechenden in den zuvor diskutierten Bildern. Dieser Riegel wird von der Anregung am Knotenpunkt 1 nur unwesentlich beeinflusst.





7.0 ZUSAMMENFASSUNG

Ausgehend vom Aufsatz von Johnson[18], der in dieser Arbeit mit großem mathematischen Aufwand von Grund auf neu ausgearbeitet wurde, sind hier exakte und analytische Lösungen erzielt worden, in ihrer numerischen Auswertung von außerordentlicher Genauigkeit und Stabilität, so daß sie für eine Reihe praktischer Anwendungen sehr geeignet sind. Somit ist man nun in der Lage die Freifeldantwort der Halbraumoberfläche an jedem Punkt und für jede beliebig gerichtete Einzellast oder Linien- und Flächenlast mit beliebig vorgegebener Zeitfunktion bei dreidimensionaler Wellenabstrahlung zu berechnen.

Mit den hier entwickelten Lösungen wurden eine Pfahlrammung mit praxisnahen Eingangsdaten simuliert und die Fernfeldamplituden der Halbraumoberfläche berechnet. Es wurde besonders der Einfluß der Mantelreibung untersucht.

Schließlich wurde mit einem in dieser Arbeit ebenfalls neu eingeführten sehr genauen und stabilen numerischen Verfahren die transiente Antwort einer dreidimensionalen elastischen Struktur angeregt durch Rammerschütterungen berechnet und graphisch dargestellt.

8.0 LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Achenbach J.D. : "Wave Propagation in Elastic Solids"
North Holland Publishing Company, N.Y.10017, 1975
- [2] Aggarwal H.R., Ablow C.M. : "Solution to a Class of Three Dimensional Pulse Propagation Problems in Elastic Half Space"
Int. Jour. Engng. Sci., Vol.5, 663-679, Pergamon Press
- [3] Bracewell R.N. : "The Fourier Transform and its Applications"
McGraw - Hill Kogakusha, LTD. Second Edition 1978
- [4] Cagniard L. : "Reflection et Refraction des Ondes Seismiques Progressives"
Gauthier - Villars, Paris 1939
- [5] Cerveny' V., Ravindra R. : "Theory of Seismic Head Waves"
University of Toronto Press 1971
- [6] Chao Chi-Chang : "Dynamic Response of an Elastic Half Space to Tangential Surface Loadings"
Jour. Appl. Mechanics, Trans. ASME, 1960, 559-567
- [7] Cherry, J.T. : "The azimuthal and polar radiation pattern obtained from a horizontal stress applied at the surface of an elastic half-space"
Seism. Soc. Amer. 52 , 1962, 27-36
- [8] De Hoop A.T. : "A Modification of Cagniard's Method for Solving Seismic Pulse Problems"
Appl. Sci. Res., Section B, Vol.8, 1960
- [9] Dix C.H. : "The Method of Cagniard in Seismic Puls Problems"
Geophysics, Vol.XIX, No.4, 1954, 722-738
- [10] Doetsch G. : "Einführung in Theorie und Anwendung der Laplace Transformation"
Birkhäuser Verlag, Basel - Stuttgart, 1958
- [11] Elorduy J.E., Nieto J.A., Szekely E.M. : "Dynamic Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodic Vertical Loading"
Proc. Int. Symp. Wave Propagation & Dynamic Properties of Earth Materials, Univ. New Mexico, Albuquerque 1967, 105-121

- [12] Ewing W.M., Jardetzky W., Press F. : "Elastic Waves in Layered Media"
McGraw - Hill Book Company, Inc. 1957
- [13] Gröbner W., Hofreiter N. : "Integraltafeln I und II"
Springer Verlag, Berlin - Wien, 2. Auflage 1958
- [14] Holzlöhner U. : "Vibrations of the Elastic Half Space due to Surface Loads"
Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 8, 405-414, 1980
- [15] Hook J.E. : "Separation of the Vector Wave Equation of Elasticity for Certain Types of Inhomogeneous, Isotropic Media"
Appl. Sci. Res., Section B, Vol. 8, 1960
- [16] Jähnich K. : "Analysis für Physiker und Ingenieure"
Springer Verlag, Berlin - Wien - New York 1983
- [17] Jahnke-Emde-Lösch : "Tafeln Höherer Funktionen"
B.G. Teubner Verlag, Stuttgart 1960
- [18] Johnson L.R. : "Green's Function for Lamb's Problem"
Geophys. Jour. Royal Astron. Soc., Vol.37, 99-131, 1974
- [19] Kausel E. : "An Explicit Solution for the Green Functions for Dynamic Loads in Layered Media"
MIT, Research Report No. R81-13, Order No. 699
- [20] Lamb H. : "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid"
Trans. Royal Soc., London, Vol. 203, 1904
- [21] Menachem A.-B., Singh S.J. : "Seismic Waves and Sources"
Springer Verlag, New York 1981
- [22] Mitakidis A. : "Analytische Lösung des Problems der dreidimensionalen Wellenausbreitung im elastischen Halbraum und die Anwendung auf dynamische Randwertprobleme"
Dissertation TU Berlin 1988, Fachbereich Bauingenieur-und Vermessungswesen
- [23] Pekeris C.L. : "The Seismic Surface Puls"
Proc. Nat. Acad. Sciences, Vol. 41, 469-480, 1955
- [24] Pekeris C.L. : "The Seismic Buried Puls"
Proc. Nat. Acad. Sciences, Geophysics, Vol. 41, 629-640, 1955

- [25] Pekeris C.L. : " Solution of an Integral Equation occuring in Impulsive Wave Propagation Problems"
Proc. Nat. Acad. Sciences, Physics, Vol. 42, 439-456, 1956
- [26] Pekeris C.L., Lifson H. : "Motion of the Surface of a Uniform Elastic Half Space Produced by a Buried Pulse"
Jour. Acoustic. Soc. America, Vol. 29, 1233-1238, 1957
- [27] Rucker W. : "Analytische Lösung aller Greenschen Funktionen zur Berechnung des dreidimensionalen Schwingungsverhaltens von beliebigen Strukturen auf dem Untergrund"
1. Technischer Bericht zum Arbeitspaket 200 des Forschungsvorhabens TV 8214
"Dynamisches Rückwirkungsmodell des Gleisoberbaus"
BAM, Berlin - December 1983
- [28] Savidis S.A. : "Analytical Methods for the Computation of Wave Fields"
A.A. Balkema, 225-253, Rotterdam 1978
- [29] Savidis S.A., Sarfeld W. : "Verfahren und Anwendungen der dreidimensionalen dynamischen Wechselwirkung"
Baugrundtagung Mainz, 47-78, 1980
- [30] Spiegel M. : "Theory and Problems of Laplace Transforms"
Shaum's Outline Series. McGraw - Hill Book Company 1965
- [31] Teodorescu P.P. : "Über das dreidimensionale Problem der Elastokinetik"
ZAMM 45, Heft 7/8, 513-523, 1965
- [32] Rizzo F.J. and Crusee T.A. : "A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem"
Int. Jour. Math. Anal. and Appl., 22, pp. 244-259, 1968

Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

- Nr. 1/September 1968
Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft
- Nr. 2/Juli 1970 (vergriffen)
Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitergebern
von Dr.-Ing. Götz Andreae
- Nr. 3/September 1970 (vergriffen)
Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile
von Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 4/Dezember 1970 (vergriffen)
Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit — Grundlagen und Vergütungsverfahren
von Dr. rer. nat. Arno Burmester
- Nr. 5/März 1971
Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken
von Dr. rer. nat. Norbert Steiner
- Nr. 6/April 1971
Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen
von Prof. Dr.-Ing. Paul Schneider
- Nr. 7/Juli 1971
Chromatographie und chemische Konstitution — Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Petrowitz
- Nr. 8/November 1971
Zum Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Helmut Veith
- Nr. 9/November 1971
Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Möller
- Nr. 10/Januar 1972
Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode
von Dr.-Ing. Dietmar Aurich und Prof. Dr. phil. Erich Martin
- Nr. 11/Februar 1972
Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden
von Dr.-Ing. Hans-Joachim Krause
- Nr. 12/Mai 1972
Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren
von Dir. u. Prof. Dr. rer. nat. Hubert Feuerberg
- Nr. 13/Juni 1972
Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und $2 \cdot 10^{-7}$ Torr
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig (Berichter), Prof. Dr.-Ing. Kurt Kirschke, Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig und Dipl.-Phys. Harald Tischer
- Nr. 14/Juli 1972
Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz
von Eberhard Fischer
- Nr. 15/August 1972
Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Heinz Pohl
- Nr. 16/August 1972
Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer
von Dr.-Ing. Erwin Knublauch
- Nr. 17/August 1972
Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen
von Dr.-Ing. Peter Reimers
- Nr. 18/Januar 1973
Das Spröbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 19/Januar 1973
Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. K. Kaffanke und Dr.-Ing. H. Czichos
- Nr. 20/April 1973
Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi
- Nr. 21/Juli 1973
Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung
Literaturrecherche von Dipl.-Phys. D. Klaffke und Dr.-Ing. W. Maennig
- Nr. 22/Juli 1973
Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen
von Dipl.-Ing. R. Rudolphi und Dr.-Ing. E. Knublauch
- Nr. 23/November 1973
Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen
von Prof. Dr. rer. nat. habil. Walter Ruske
- Nr. 24/November 1973
Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung
von Dipl.-Ing. J. Stanke, Ing. grad. E. Klement und Dipl.-Ing. R. Rudolphi
- Nr. 25/Dezember 1973
Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen
von Dr.-Ing. E. Knublauch
- Nr. 26/August 1974
Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM — Eigenschaften und erste Anwendungen —
von Dipl.-Ing. P. Jost, Dr.-Ing. P. Reimers und Dr.-Ing. P. Weise
- Nr. 27/August 1974
Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall
von Dr.-Ing. Hermann Wüstenberg
- Nr. 28/August 1974
Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern
von Prof. Dr. rer. nat. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 29/August 1974
Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelett für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall
von Prof. Dr.-Ing. P. Schneider
- Nr. 30/September 1974 (vergriffen)
The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology
von Dr. Horst Czichos und Dr. Geert Salomon
- Nr. 31/August 1975
Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung
von Dr.-Ing. Gerhard Fuhrmann
- Nr. 32/September 1975
Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen
von Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Bernhard Böttcher
- Nr. 33/November 1975
Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens
von Dipl.-Ing. Armin Wagner, Dipl.-Phys. Gerhard Kieper und Dipl.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 34/Januar 1976 (vergriffen)
Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoffen
von Dipl.-Forsting. Dr. rer. sylv. Hans-Joachim Deppe
- Nr. 35/Januar 1976
Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper — Vorschlag für ein Prüfverfahren —
von Dipl.-Ing. Ernst Limberger
- Nr. 36/Januar 1976 (vergriffen)
Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles
von Dipl.-Ing. Jürgen Hundt
- Nr. 37/Februar 1976
Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen — Vorschlag für ein Prüfverfahren —
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 38/Juni 1976
Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionisiertem Stahl 42 CrMo 4
von Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 39/Juni 1976
Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newtonschem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung
von Prof. Dr.-Ing. K. Kirschke und Dipl.-Phys. G. Kempf
- Nr. 40/Juni 1976
Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren
von Dr. rer. nat. H. Hantsche
- Nr. 41/Oktober 1976
Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten
von Dr. rer. nat. Bernhard Böttcher
- Nr. 42/Oktober 1976
Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft
von Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 43/Oktober 1976
Das Spröbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 44/November 1976
Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“
von Dipl.-Ing. W. Mathees
- Nr. 45/Dezember 1976
Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten
von Dr.-Ing. W. Paatsch
- Nr. 46/Mai 1977 (vergriffen)
Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung
Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses
von Dipl.-Ing. Gerald Schickert und Dipl.-Ing. Helmut Winkler
- Nr. 47/Juni 1977
Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen
von Dr.-Ing. Arno Plank
- Nr. 48/Oktober 1977
Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn
von Dr.-Ing. U. Holzlöhner
- Nr. 49/Dezember 1977
Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung
von Dr.-Ing. Günther Wittig
- Nr. 50/Juni 1978 (vergriffen)
Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern
von Prof. Dipl.-Phys. Norbert Czaika, Dipl.-Phys. Norbert Mayer, Dipl.-Ing. Claus Amberg, Dipl.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Götz Andreae und Dipl.-Ing. Winfried Markowski
- Nr. 51/Juni 1978
Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen
von Dr. rer. nat. J. Sickfeld
- Nr. 52/August 1978
Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung
von Dr.-Ing. Aleksandar Tomov
- Nr. 53/Oktober 1978
Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge
von Rolf Günter Rohmann und Reinald Rudolphi

- Nr. 54/Okttober 1978
Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Harro Sander
- Nr. 55/November 1978
Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %-Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke
- Nr. 56/Januar 1979
Stabilität von Sandwichbauteilen
von Dipl.-Ing. W. Brünner und Prof. Dr.-Ing. C. Langlie
- Nr. 57/März 1979
Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung
Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing
von Dipl.-Ing. Meinhard Stadthaus
- Nr. 58/März 1979
Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 59/Juli 1979
Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl
von Dr.-Ing. Günther Plauk
- Nr. 60/August 1979
Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken
von Dr.-Ing. H. Spreckelmeyer, Dr.-Ing. R. Helms und Dr.-Ing. J. Ziebs
- Nr. 61/Dezember 1979
Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems
von Dr. Klaus Richter
- Nr. 62/Dezember 1979
Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle
von Dir. u. Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gerisch und Prof. Dr. habil. Dr. h. c. Günther Becker
- Nr. 63/Dezember 1979
Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase
von Dipl.-Ing. E. Behrend und Dipl.-Ing. J. Ludwig
- Nr. 64/Februar 1980
Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 65/Februar 1980
Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte
von Dr.-Ing. Peter Schmidt, Dr.-Ing. Dietmar Aurich, Dr.-Ing. Rolf Helms, Dr.-Ing. Helmut Veith und Dr.-Ing. Josef Ziebs
- Nr. 66/Mai 1980
Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung
von Dr. rer. nat. Martin Hattwig
- Nr. 67/Mai 1980
Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees
- Nr. 68/Mai 1980
Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Stereomeßtechnik.
Entwicklung eines vollzentrischen Präzisions-Goniometers
von Dr. rer. nat. Dieter Petersohn
- Nr. 69/Juni 1980
Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitsbehältern (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt und Dipl.-Ing. Peter Brandl
- Nr. 70/August 1980 (vergriffen)
Schwellenwerte beim Betondruckversuch
von Dr.-Ing. Gerald Schickert
- Nr. 71/August 1980
Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees und Dipl.-Ing. Götz Magiera
- Nr. 72/September 1980
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 73/November 1980
Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen
von Dipl.-Ing. Peter Wegener
- Nr. 74/November 1980
ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz
von Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dipl.-Inform. Renate Müller
- Nr. 75/November 1980
Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen
von Dir. u. Prof. Dr. Hans-Jürgen Heinrich
- Nr. 76/November 1980
Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop
von Dr.-Ing. Dieter Klaffke und Prof. Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig
- Nr. 77/April 1981
Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen
von Dipl.-Ing. Michael Gierloff und Dr.-Ing. Matthias Maultzsch
- Nr. 78/September 1981
Dynamische Wechselwirkung eines Schienen-Schwellensystems mit dem Untergrund
von Dr.-Ing. Werner Rücker
- Nr. 79/Dezember 1981
Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflussten Kaltritzneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch
von Dr.-Ing. Volker Neumann
- Nr. 80/Dezember 1981
Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten
von Dr.-Ing. Arno Plank, Dr.-Ing. Werner Struck und Dr.-Ing. Manfred Tzschätzsch
- Nr. 81/Dezember 1981
Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik
von Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt
- Nr. 82/April 1982
Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches
Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test
von Rolf Helms, Hans-Joachim Kühn und Siegmard Ledworuski
- Nr. 83/Juli 1982
Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen
— Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen
— von Prof. Dr.-Ing. Horst Czichos und Dr.-Ing. Paul Feinle
- Nr. 84/Juli 1982
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)
von Dipl.-Inform. Renate Müller und Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 85/ISBN 3-88314-231-X/Okttober 1982
Technische Materialforschung und -prüfung
— Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm „Basic Technological Research“
Materials Research and Testing
— Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme “Basic Technological Research“
— von Prof. Dr. Horst Czichos
- Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/November 1982
Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügekernmerkmale
von Dr.-Ing. Konrad Niesel und Dr. rer. nat. Peter Schimmelwitz
- Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/Dezember 1982
Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren
von Dr.-Ing. Bernd Isecke und Dr.-Ing. Wolfgang Stichel
- Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/Februar 1983
Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall
von Dr.-Ing. Anton Erhard
- Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/April 1983
Untersuchungen zur Zerfallsfähigkeit von Distickstoffoxid
von Dr. rer. nat. Dietrich Conrad und Dr.-Ing. Siegmund Dietlen
- Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/April 1983
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/April 1983
Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz
von Dr.-Ing. Michael Weber
- Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/August 1983
Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch
- Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/August 1983
Unterdrückung stick-slip-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen
von Dr. rer. nat. Peter Studt
- Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/August 1983
Untersuchungen der Störerschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen
von Dr.-Ing. Xian-Quan Dong
- Nr. 95/ISBN 3-88314-289-1/August 1983
Über die Fokussierung des Schallfeldes von Ultraschall-Prüfköpfen mit Fresnelschen Zonenplatten
von Dr.-Ing. Manfred Römer
- Nr. 96/ISBN 3-88314-296-4/Okttober 1983
Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken
von Dr.-Ing. Heinz Eifler
- Nr. 97/ISBN 3-88314-297-2/November 1983
Typische Bruchflächenbildung thermoplastischer Kunststoffe nach wechselnder mechanischer Beanspruchung
von Dipl.-Ing. Gerhard Fuhrmann und Prof. Dr. rer. nat. Wolfram Schwarz
- Nr. 98/ISBN 3-88314-312-X/Dezember 1983
Bestimmung des elastischen Verhaltens von Maschinenwaren
— Stretch- und Erholungsvermögen
— von Dr. rer. nat. Edmund Schnabel
- Nr. 99/ISBN 3-88314-317-0/Dezember 1983
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
von Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 100/ISBN 3-88314-298-0/Januar 1984
Untersuchungen zur Prüfung von Beton auf Frostwiderstand
von Günter Klamrowski und Paul Neustupny
- Nr. 101/ISBN 3-88314-327-8/Februar 1984
Röntgen- und Gammastrahlen Computer-Tomographie
von Dr.-Ing. Peter Reimers, Dr. rer. nat. Jürgen Goebels, Dr.-Ing. Heinrich Heidt, Dr.-Ing. Hans-Peter Weise und Dipl.-Phys. Kay Wilding
- Nr. 102/ISBN 3-88314-335-9/März 1984
Weiterentwicklung des hydraulischen Kompensationsverfahrens zur Druckspannungsmessung in Beton
von Dr.-Ing. Götz Magiera
- Nr. 103/ISBN 3-88314-328-6/März 1984
Radiographie mit Elektronen aus Metallverstärkerfolien
von Dr.-Ing. Dierk Schnitger
- Nr. 104/ISBN 3-88314-339-1/April 1984
Beeinflussung von Betoneigenschaften durch Zusatz von Kunststoffdispersionen
von Dr.-Ing. Michael Gierloff
- Nr. 105/ISBN 3-88314-345-6/Juni 1984
Beitrag zum Bremsverhalten energieumwandelnder Aufsetzpuffer in Aufzugsanlagen
von Dr.-Ing. Bernd Schulz-Forberg
- Nr. 106/ISBN 3-88314-360-X/Okttober 1984
Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last
von Dr.-Ing. Jan Lehnert

- Nr. 107/ISBN 3-88314-361-8/Oktober 1984
Korrosion von Stahlradiatoren
von Dr.-Ing. Wolfgang Stichel und Jörg Ehreke
- Nr. 108/ISBN 3-88314-363-4/Oktober 1984
Durch Bodenerschütterungen angeregte Gebäude-schwingungen — Ergebnisse von Modellrechnungen
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch
- Nr. 109/ISBN 3-88314-381-2/Februar 1985
Zur Wirkung der Schrumpfbinderung auf den Schweißspannungszustand und das Spröbruchverhalten von unterpulvergeschweißten Blechen aus St E 460 N
von Dr.-Ing. Mohamed Omar
- Nr. 110/ISBN 3-88314-382-0/Februar 1985
Wasserstoff als Energieträger
von Dr. Hermann Walde (Mitglied des Kuratoriums der BAM i. R.) und Dr. Bernhard Kropp
- Nr. 111/ISBN 3-88314-383-9/Februar 1985
Über den Einfluß der Initiierung auf die detonative Umsetzung von An-dex-Sprengstoffen unter Berücksichtigung sicherheitstechnischer Gesichtspunkte
von Dr.-Ing. Kurt Ziegler
- Nr. 112/ISBN 3-88314-409-6/Juli 1985
Zeitstandverhalten und strukturelle Veränderungen von vielfach wiederverarbeiteten Polyethylenen
von Dr.-Ing. Wolfgang Lützw
- Nr. 113/ISBN 3-88314-410-X/Juli 1985
Untersuchungen zum Frequenzeinfluß auf die Schwingungskorrosion von Offshore-Konstruktionen
von Rolf Helms, Horst Henke, Gerhard Oelrich (BAM, Berlin) und Tetsuya Saito (NRIM, Japan)
- Nr. 114/ISBN 3-88314-419-3/Juli 1985
Neue Verfahren für die Prüfung von Reaktorkomponenten mittels Röntgen- und Gammastrahlen
von Dipl.-Ing. Peter Rose, Dipl.-Ing. Peter Raabe, Dipl.-Ing. Werner Daum und Andreas Szameit
- Nr. 115/ISBN 3-88314-420-7/Juli 1985
Farbempfindungsmerkmal Elementarbanntun und Buntheitsabstände als Funktion von Farbart und Leuchtdichte von In- und Umfeld
von Privatdozent Dr. Klaus Richter
- Nr. 116/ISBN 3-88314-460-6/Oktober 1985
Theoretische Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten von Fensterkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung der Rahmenproblematik
von Dr. rer. nat. Franz-Josef Kasper, Dipl.-Inform. Renate Müller, Dr.-Ing. Reinald Rudolphi und Dr.-Ing. Armin Wagner
- Nr. 117/ISBN 3-88314-468-1/Oktober 1985
Materials Technologies and Techno-Economic Development
A study for the German Foundation for International Development (Deutsche Stiftung für Internationale Entwicklung)
by Prof. Dr. H. Czichos in cooperation with Dr. G. Sievers, Bundesministerium für Forschung und Technologie (BMFT), Bonn
- Nr. 118/ISBN 3-88314-469-X/Oktober 1985
Brand- und Explosionsgefahren explosionsgefährlicher Stoffe bei Herstellung und Lagerung
Modellversuche mit pyrotechnischen Sätzen und Gegenständen
von Dr. rer. nat. Hartwig Treumann, Dipl.-Ing. Hilmar Andre, Dr. rer. nat. Eduard Blossfeld, Dr. rer. nat. Norbert Pfeil und Ing. grad. Matthias-Michael Zindler
- Nr. 119/ISBN 3-88314-472-X/November 1985
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil I
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part I
von Dipl.-Ing. Jürgen Herter, Dr.-Ing. Klaus Brandes und Dipl.-Ing. Ernst Limberger
- Nr. 120/ISBN 3-88314-514-9/April 1986
Zerstörungsfreie Korngrößenbestimmung an austenitischen Feinblechen mit Hilfe der Ultraschallrückstreuung
von Dr.-Ing. Andreas Hecht
- Nr. 121/ISBN 3-88 314-530-0/Juni 1986
Versagenskriterien von Stahlgleitpaarungen unter Mischreibungsbedingungen: Einflüsse von Stahzzusammensetzung und Wärmebehandlung
von Dr.-Ing. Paul Feinle und Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 122/ISBN 3-88 314-521-1/Juli 1986
Entsorgung kerntechnischer Anlagen
von J. Mischke
Sonderkolloquium der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) am 10. 12. 1985 mit Beiträgen von B. Schulz-Forberg, K. E. Wieser und B. Droste
- Nr. 123/ISBN 3-88 314-531-9/Juli 1986
Physikalisch-chemische Analyse sowie toxische Beurteilung der beim thermischen Zerfall organisch-chemischer Baustoffe entstehenden Brandgase
von Dr. rer. nat. Detlef Rennoch
- Nr. 124/ISBN 3-88 314-538-6/Juli 1986
Zur Anwendung des Impuls-Wirbelstromverfahrens in der zerstörungsfreien Materialprüfung
von Dr.-Ing. Hans-Martin Thomas
- Nr. 125/ISBN 3-88 314-540-8/Juli 1986 (vergriffen)
Untersuchungen zur Wirksamkeit der Brandschutzisolierung von Flüssiggas-Lagertanks
von Dr.-Ing. Bernhard Droste und Dipl.-Ing. Ulrich Probst
- Nr. 126/ISBN 3-88 314-547-5/August 1986
Korrosion und Korrosionsschutz von Metallen in Schwimmbädern
von Dr.-Ing. Wolfgang Stichel
- Nr. 127/ISBN 3-88 314-564-5/November 1986 (vergriffen)
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil I
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part I
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner
- Nr. 128/ISBN 3-88 314-568-8/November 1986 (vergriffen)
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil II
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part II
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner
- Nr. 129/ISBN 3-88 314-569-6/November 1986 (vergriffen)
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load
Zugversuche an Betonstahl mit erhöhter Dehngeschwindigkeit
Reinforcing Steel Tension Tests with high strain rates
von / by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dipl.-Ing. Jürgen Herter und Dipl.-Ing. Klaus Berner
- Nr. 130/ISBN 3-88 314-570-X/November 1986
Einfache Abschätzung der Durchbiegung und der Energieaufnahme von Trägern aus duktilem Material bei Belastung durch eine Einzelkraft
von Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 131/ISBN 3-88 314-585-8/November 1986
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil II
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part II
von / by Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dr.-Ing. Klaus Brandes und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 132/ISBN 3-88 314-595-5/Januar 1987
Ermittlung der Ursachen von Schäden an bituminösen Dachabdichtungen unter besonderer Berücksichtigung klimatischer Beanspruchungen
von Dipl.-Ing. Christian Herold und Dipl.-Ing. Frank-Ulrich Vogdt
- Nr. 133/ISBN 3-88 314-609-9/Januar 1987 (vergriffen)
Technisch-physikalische Grundlagen zum tribologischen Verhalten keramischer Werkstoffe
von Dipl.-Ing. Mathias Woydt und Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 134/ISBN 3-88 314-615-3/Februar 1987
Über den Kernstrahlungseinfluß auf Dehnungsmeßstreifen
von Dr. Götz Andreae und Gottfried Niessen
- Nr. 135/ISBN 3-88 314-618-8/Februar 1987
Untersuchungen über das Verhalten von Tankcontainern für unter Druck verflüssigte Gase bei Fallbeanspruchungen
von Dipl.-Ing. Jörg Ludwig, Dipl.-Ing. Wolf-Dietrich Mischke und Dipl.-Ing. Armin Ulrich
- Nr. 136/ISBN 3-88314-636-6/April 1987
Untersuchung zur Beurteilung von Brettschichtverleimungen für den Holzbau
von Prof. Dr. rer. silv. Hans-Joachim Deppe und Klaus Schmidt
- Nr. 137/ISBN 3-88314-637-4/Mai 1987
Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte auf der Grundlage von Forschungsergebnissen auf dem Gebiet der Komponentensicherheit
Projektleiter: Dr. Dietmar Aurich
- Nr. 138/ISBN 3-88314-635-8/Mai 1987
Zur geowissenschaftlichen Einordnung des Gebietes der Bundesrepublik Deutschland und einer sicheren Auslegung technischer Systeme gegen den Lastfall Erdbeben.
von Dipl.-Geol. Michael Dogunke und Dr.-Ing. Frank Buchhardt
- Nr. 139/ISBN 3-88314-658-7/Juni 1987
Numerische Untersuchung zum Verhalten des Hochtemperaturwerkstoffes Nimonic PE 16 unter monotoner und zyklischer Belastung bei Verwendung verschiedener plastischer und viskoplastischer Materialmodelle.
von Dipl.-Ing. Jürgen Olschewski und Sven-Peter Scholz
- Nr. 140/ISBN 3-88314-643-9/Juni 1987
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
von / by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 141/ISBN 3-88314-694-3/Oktober 1987
Zum Einfluß des Sicherheits- und Auslegungserdebens auf die Bemessung von Kernkraftwerken
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt, Dr.-Ing. Wolfgang Matthees, Dr.-Ing. Götz Magiera und Dr.-Ing. Friedrich Mathiak
- Nr. 142/ISBN 3-88314-695-1/Oktober 1987
Sicherheitstechnische Kenndaten und Gefahrdzahlen binärer Mischungen aus oxidierenden und verbrennlichen Substanzen
von Dr. rer. nat. Hartwig Treumann, Ing. Günter Krüger, Dr. rer. nat. Norbert Pfeil und Dr. rer. nat. Sigrid von Zahn-Ullmann
- Nr. 143/ISBN 3-88314-701-X/November 1987
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen bei Stoßbelastung
Experimental and numerical Investigations concerning Load Bearing Behaviour of Reinforced Concrete Members under Impact Load
von/by Dr.-Ing. Klaus Brandes, Dipl.-Ing. Ernst Limberger, Dipl.-Ing. Jürgen Herter
- Nr. 144/ISBN 3-88314-702-8/November 1987
Nichtlineare dynamische Berechnungen zum Penetrationsverhalten des AVR-Reaktorgebäudes
von Dr.-Ing. Frank Buchhardt, Dr.-Ing. Götz Magiera, Dr.-Ing. Wolfgang Matthees, Dr.-Ing. Michael Weber, Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)
Dr.-Ing. Jürgen Altes, Kernforschungsanlage Jülich GmbH (KFA)
- Nr. 145/ISBN 3-88314-711-7/November 1987
Untersuchung selbstähnlicher Systeme zur Bestimmung von Materialeigenschaften von Reibungsböden
von Dr.-Ing. Ulrich Holzlöhner
- Nr. 146/ISBN 3-88314-714-1/November 1987
Untersuchungen zur Wirksamkeit von Wasserberieselungseinrichtungen als Brandschutzmaßnahme für Flüssiggas-Lagertanks
von Dipl.-Ing. Wolfgang Schön und Dipl.-Ing. Michael Mallon
- Nr. 147/ISBN 3-88314-720-6/Dezember 1987
Lösung dynamischer Biege- und Torsionsprobleme von Stabsystemen aus dünnwandigen elastischen Stäben mit offenem Querschnitt mittels frequenzabhängiger Ansatzfunktionen
von Dipl.-Ing. Hans-Dieter Kleinschrodt
- Nr. 148/ISBN 3-88314-774-5/Mai 1988
Theoretische Untersuchung von Variationsprinzipien für elastoplastisches Materialverhalten sowie Entwicklung und numerische Erprobung von Finite-Element-Verfahren für den ebenen Spannungszustand
von Dipl.-Ing. Wilfried Müller
- Nr. 149/ISBN 3-88314-775-3/Mai 1988
Bestimmung baugruddynamischer Kenngrößen aus der Untersuchung von Bodenproben
von Dr.-Ing. Ulrich Holzlöhner

- Nr. 150/ISBN 3-88314-776-1/Mai 1988
VG3D Zeichenprogramm für die Vektorgraphische Darstellung dreidimensionaler Strukturen
von Dr.-Ing. Michael Weber
- Nr. 151/ISBN 3-88314-785-0/Juni 1988
Wechselwirkung starrer und flexibler Strukturen mit dem Baugrund insbesondere bei Anregung durch Bodenerschütterungen
von Dipl.-Ing. Lutz Auersch-Saworski
- Nr. 152/ISBN 3-88314-796-6/Juli 1988
Untersuchung des baulichen Zustandes und der Tragfähigkeit vorgespannter Riegel von Verkehrszeichenbrücken der Berliner Stadtautobahn
von Dr.-Ing. Günther Plauk, Dipl.-Ing. Günter Kretschmann, Dipl.-Ing. Rolf-G. Rohrmann
- Nr. 153/ISBN 3-88314-797-4/Juli 1988
Magnetisches Verhalten von Eisenproben bei mechanischer Wechselbeanspruchung
von Dr.-Ing. Harro Sander, Professor Dr.-Ing. Wolfgang-Werner Maennig
- Nr. 154/ISBN 3-88314-822-9/Oktober 1988
Druckgesinterte Stähle als zertifiziertes Referenzmaterial für die Spektrometrie
von Dr. rer. nat. Konrad Breitzkreutz, Dr. rer. nat. Rüdiger Uttech, Dr.-Ing. Kurt Haedecke
- Nr. 155/ISBN 3-88314-825-3/Oktober 1988
Zur Entstehung und Ausbreitung von Schienenverkehrserschütterungen: Theoretische Untersuchungen und Messungen am Hochgeschwindigkeitszug Intercity Experimental
von Dr.-Ing. Lutz Auersch
- Nr. 156/ISBN 3-88314-887-3/April 1989
Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit von Faserzementen
von Dr.-Ing. Günter Klamrowski, Dipl.-Ing. Paul Neustupny, Prof. Dr. habil. Hans-Joachim Deppe, Ing. Klaus Schmidt und Dr.-Ing. Jürgen Hundt
- Nr. 157/ISBN 3-88314-888-1/April 1989
Versuche zum Verhalten von Stahlbetonbalken mit Übergreifungsstößen der Zugbewehrung unter stoßartiger Belastung
von Dipl.-Ing. Ernst Limberger und Dr.-Ing. Klaus Brandes
- Nr. 158/ISBN 3-88314-889-X/April 1989
Physikalisch-chemische Grundlagen der Feststoffschmierung — Literaturübersicht —
von Dr.-Ing. Rolf Wäsche und Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Habig
- Nr. 159/ISBN 3-88314-890-3/Mai 1989
Berechnung des Wärmedurchlaßwiderstandes und der Temperaturverteilung im Querschnitt von Hausschornsteinen nach DIN 18160 Teil 6
von Dipl.-Inform. Renate Müller und Dr.-Ing. Reinald Rudolphi
- Nr. 160/ISBN 3-88314-917-9/Juli 1989
Entwicklung eines Makroelementes durch Kondensation am Beispiel der Lastfälle Flugzeugabsturz und Erdbeben bei Boden-Bauwerk-Wechselwirkung mit biegeweichen Fundamenten
von Dr.-Ing. Wolfgang Matthees
- Nr. 161/ISBN 3-88314-920-9/Juli 1989
Untersuchung zur Ermittlung der Biegefestigkeit von Flachglas für bauliche Anlagen
von Dipl.-Ing. Günter Mellmann, Dr.-Ing. Matthias Maultzsch
- Nr. 162/ISBN 3-88314-921-7/Juli 1989
Untersuchungen zur Tragfähigkeit großer Glasscheiben
von Dipl.-Ing. Wolfgang Brünner
- Nr. 163/ISBN 3-88314-922-5/Juli 1989
Biegefestigkeit und Tragfähigkeit von Scheiben aus Flachglas für bauliche Anlagen
von Dipl.-Ing. Wolfgang Brünner, Dipl.-Ing. Günter Mellmann, Dr.-Ing. Werner Struck
- Nr. 164/ISBN 3-88314-934-9/September 1989
Zur Schwingfestigkeit großer geschweißter Stahlträger
Rolf Helms, Bernd Jaenicke, Hartmut Wohler, Claus-Peter Bork
- Nr. 165/ISBN 3-88314-935-7/September 1989
Untersuchung zur Erarbeitung von Kennwerten bei Einrichtungs-materialien (Holzwerkstoffen, Möbeln und Textilien) hinsichtlich der Formaldehyd-Emission.
Teil B: Textilien
von Dipl.-Chem. Petra Göbel, Dr.-Ing. Lothar Meckel, Dr. rer. nat. Wolfgang Schiller
- Nr. 166/ISBN 3-88314-936-5/September 1989
Modelle für Stereologische Analysen
von Dr. rer. nat. Konrad Breitzkreutz
- Nr. 167/ISBN 3-88314-937-3
Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum bei transienten Belastungsvorgängen
von Dipl.-Ing. Alkiviadis Mitakidis, Dr.-Ing. Werner Rücker

**Bundesanstalt
für Materialforschung
und -prüfung (BAM)**

**Federal Institute
for Materials
Research and Testing**

**Institut Fédéral pour la
Recherche et l'Essai des
Materiaux**

Unter den Eichen 87
D-1000 Berlin 45

Telefon (030) 8104-1
Telex 183 261 bamb d
Telegramme BAM BERLIN

Telefax (030) 8 112 029
Teletex 2627-308 372=bamb

- **Berichte**
- **Gutachten**
- **Zulassungen**
- **Zertifikate**
- **Tagungspapiere**
- **Prüfungszeugnisse**
- **Prüfstellenanerkennungen**

