

ISSN 0938-5553  
ISBN 3-89429-145-1

Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Berlin

# **Forschungsbericht 182**

**Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten  
im Bereich geometriebedingter Wärmebrücken**

von Dr.-Ing. Michael Weber

114 Seiten, 58 Abbildungen

Herausgegeben von der  
Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)  
Unter den Eichen 87, 1000 Berlin 45  
Telefon (030) 8104-1      Telex 183 261 bamb d  
Telefax (030) 811 20 29      Teletex 2 627-308 372 = bamb

Copyright © 1992 by Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Verlag und Vertrieb:  
Wirtschaftsverlag NW  
Verlag für neue Wissenschaft GmbH  
Postfach 10 11 10, 2850 Bremerhaven 1  
Telefon (0471) 460 93-95

## Kurzfassung

Gegenstand des Berichtes ist ein Verfahren zur experimentellen und rechnerischen Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten auf der Grundlage von Modellversuchen und nachfolgender numerischer Analyse.

Der Experimentaltteil behandelt die Abbildung einer dreidimensionalen Raumecke durch ein Versuchsmodell in geometrisch verkleinerten Maßstab und die Temperaturmessung für stationäre Wärmetransportzustände mittels Infrarotthermographie.

Die Meßdaten werden mit digitaler Bildverarbeitung ausgewertet und anschließend auf das Eingabeformat der numerischen Analyse transformiert.

Für die rechnerische Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten wird die Finite-Differenzen-Methode eingesetzt. Hierzu wird ein Rechenmodell aufgestellt, welches das Versuchsmodell simuliert, und das zugrundeliegende stationäre Wärmeleitungsproblem gelöst. Ein Iterationsalgorithmus steuert die optimale Anpassung der rechnerisch ermittelten Temperaturzustände an die Meßergebnisse.

Die erzielten Versuchs- und Rechenergebnisse belegen die Funktionstüchtigkeit des Verfahrens. Die physikalische Wechselwirkung innerhalb des stationären Wärmeleitungsproblems zeigt eine hohe Sensitivität der Wärmeübergangskoeffizienten gegenüber den Meßtemperaturen.

## Abstract

A procedure for combined experimental and numerical evaluation of film heat transfer coefficients is presented, which is based on model tests, followed by numerical analysis.

The experimental part deals with the modelling of a threedimensional building corner in a geometrically reduced scale. Temperature measurements are performed under steady state heat conduction conditions using infrared thermography.

The measured data are postprocessed by digital image evaluation, and then transformed to the input format of numerical analysis.

For the numerical calculation of film heat transfer coefficients the finite difference method is adopted. A numerical model is set up, which simulates the test model. The underlying steady state heat conduction problem is solved. An iteration algorithm controls the optimal adjustment of the calculated temperature states to the measurement results.

The obtained test and calculation results prove the ability of the procedure. The physical interaction within the steady state heat transfer problem shows a high sensibility of the film heat transfer coefficients relating to the measured temperatures.

## Schlüsselworte

Temperaturmessung  
Infrarotthermographie  
Digitale Bildverarbeitung  
Finite-Differenzen-Methode  
Stationäre Wärmeleitung  
Wärmeübergangskoeffizient  
Wärmebrücke

## Keywords

Temperature measurement  
Infrared thermography  
Digital image evaluation  
Finite difference method  
Steady state heat conduction  
Film heat transfer coefficient  
Thermal bridge

Inhaltsverzeichnis	Seite
Vorwort	5
Bezeichnungen	6
1 Zielsetzung	7
2 Lösungsansatz	8
3 Physikalische Grundlagen	9
3.1 Stationäres Wärmeleitungsproblem	10
3.2 Kenngrößen im Experiment und in der Rechnung	12
4 Experimentelle Bestimmung der Temperaturen	15
4.1 Prüfstand für stationäre Temperaturversuche	16
4.2 Versuchsmodell	18
4.3 Temperaturmessung mit Infrarotthermographie	20
4.4 Datenfluß der Meßtemperaturen	23
5 Transformation der Meßtemperaturen	27
5.1 Koordinatensysteme	27
5.2 Geometrische Justierung	34
5.3 Temperaturkalibrierung	37
5.4 Strahlungswinkelabhängige Emissivität	37
5.5 Interpolation der Meßtemperaturen in Finite Differenzen	40
6 Numerische Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten	42
6.1 Finite-Differenzen-Verfahren für stationäre Probleme	42
6.2 Rechenmodell	43
6.3 Iterationsstrategie	46
6.4 Prediktion der Wärmeübergangskoeffizienten	48
6.5 Ausgleich der Wärmeübergangskoeffizienten	54
7 Ergebnisse	56
7.1 Sensitivitätsstudie Iteration	56
7.2 Sensitivitätsstudie Emissivität	60
7.3 Sensitivitätsstudie Wärmeleitfähigkeit	61
7.4 Hauptwinkelstellungen des Pyramidenmodells	63
7.5 Superposition	82
7.6 Rechnerische Symmetrisierung	85
7.7 Übertragung vom Modell auf die Wirklichkeit	89
8 Zusammenfassung	92
9 Ausblick	94
10 Literatur	95
 Anhang	
A1 Zweidimensionale Hermite-Ausgleichsanalyse	97
A2 Koppelgleichungssystem für Übergangsbedingungen	103
A3 Korrektur geometrischer Imperfektionen	107
A4 Rechner-Aspekte	109



## Vorwort

Der vorliegende Bericht beschreibt die Bearbeitung eines Forschungsvorhabens der BAM, das in der Fachgruppe "Bauphysik, Bautenschutz" der Abteilung "Bauwesen" angesiedelt ist.

Die Idee zu diesem Thema hatte Herr Dr.-Ing. A. Wagner, Leiter des Laboratoriums "Wärmeschutz", auf dessen Konzeption auch der Entwurf des Prüfstandes für wärmeschutztechnische Modellversuche von Objekten in geometrisch verkleinertem Maßstab zurückgeht. Der Prüfstand wurde in sorgfältiger Vorarbeit von den Mitarbeitern des Wärmeschutzlabors entwickelt und vervollkommenet. Erste Messungen von stationären Wärmetransportproblemen befaßten sich mit der Untersuchung von metallischen Wärmebrücken in wärmegeprägten Wandkonstruktionen, sowie Vorversuchen zum geometriebedingten Wärmebrückenverhalten bei rechtwinkligen Erkern. Bei diesen Vorversuchen kam neben der klassischen Temperaturmessung durch Thermolemente auch die Infrarotthermographie als flächendeckendes Meßverfahren erfolgreich zum Einsatz.

Die Möglichkeit der Kopplung von Temperaturmessung mit Infrarotthermographie und nachfolgender numerischer Analyse des zugehörigen stationären Wärmeleitungsproblems wurde in Vorgesprächen mit dem Laboratorium "Numerische Methoden der Bauphysik" erörtert, die zu positiver Einschätzung der Erfolgsaussichten führten. Das Rechenprogramm STAT3D wurde dankenswerterweise von Herrn Dr.-Ing. R. Rudolphi zur Verfügung gestellt.

Zwischenzeitlich ist das Laboratorium "Zerstörungsfreie Prüfung im Bauwesen" gegründet worden, das durch eine moderne Geräteausstattung mit Infrarotkamera und Digitaler Bildverarbeitung den Bereich der Temperaturmessung und Auswertung unterstützen konnte.

So wurde die Bearbeitung des Forschungsvorhabens zu einem kooperativen Projekt, dessen Koordination in den Händen des Fachgruppenleiters, Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Schickert lag. Allen Beteiligten, zu denen auch meine Kollegen Dr. rer. nat. H. Wiggenhauser, Dipl.-Ing. D. Arndt, H. Flauaus und P. Croy gehören, danke ich für wertvolle Unterstützung. Wesentlichen Anteil hatte Herr H. Lingner, dessen Sorgfalt bei der Herstellung des Versuchsmodells und Zuverlässigkeit bei der Durchführung der stationären Temperaturversuche unverzichtbar waren.

Die Durchführung der umfangreichen numerischen Berechnungen wurde möglich durch hilfreiche Unterstützung durch das BAM-Rechenzentrum und seiner Mitarbeiter, denen ich an dieser Stelle besonders danke.

Michael Weber

## Bezeichnungen

$a, b, c$	skalare Größen
$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$	Vektoren
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$	Matrizen
$\mathbf{a}^T, \mathbf{A}^T$	transponierte Vektoren und Matrizen
$[\dots]$	Komponenten von Vektoren oder Matrizen
$\{\dots\}$	Komponenten von Vektoren in Zeilenschreibweise
$(i)$	Iterationsindex
$k, l, m$	Indexnummern des Finite-Differenzen-Rasters
$\phi$	Hauptwinkel des drehbaren Pyramidenmodells [ $^\circ$ ]
$\Delta\phi$	Inkrement für Folge stationärer Temperaturzustände
$\delta\psi_0$	Geometrische Justierung bezogen auf Hauptwinkel $\phi$
$\beta$	Strahlungswinkel bei Emissivitätseinfluß $\varepsilon$
$a$	Abstand der Infrarotkamera von der Objektträgerebene [m]
$l^I$	Pyramidenkantenlänge innen [m]
$l^A$	Pyramidenkantenlänge außen [m]
$d$	Plattendicke des Modellmaterials Polystyrol [m], Wanddicke des Finite-Differenzen-Modells
$x, y$	Bildkoordinaten (Digitalbild)
$r, s, t$	Basiskoordinaten (ebene Transformation von $x, y$ )
$u, v, w$	Modelloberflächenkoordinaten (Translation und Rotation von $r, s, t$ )
$x, y, z$	Globale Koordinaten (Finite-Differenzen-System, Translation von $u, v, w$ )
$x, y$	Hermite-Ausgleichsanalyse, globale Koordinaten
$r, s$	Hermite-Ausgleichsanalyse, lokale Koordinaten
$x, y, z$	Koppelkoordinaten bei Hermite-Ausgleichsanalyse
$t$	Temperatur [ $^\circ\text{C}$ ]
$\Delta t$	Temperaturdifferenz [K]
$t^*$	Meßtemperatur
$t^{(i)}$	Berechnete Temperatur (Iterationsstufe $i$ )
$t_i$	Oberflächentemperatur innen (Warmseite)
$t_a$	Oberflächentemperatur außen (Kaltseite)
$t_{iL}$	Lufttemperatur innen (Warmseite)
$t_{aL}$	Lufttemperatur außen (Kaltseite)
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit [W/mK]
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient [W/m <sup>2</sup> K]
$\alpha^{(i)}$	Prediktion Wärmeübergangskoeffizient (Iterationsstufe $i$ )
$\alpha_i$	Wärmeübergangskoeffizient innen (Warmseite)
$\alpha_a$	Wärmeübergangskoeffizient außen (Kaltseite)

## 1 Zielsetzung

Forschungsthema ist die Entwicklung einer auf Modelluntersuchungen beruhenden Methode zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten für die bauphysikalische Anwendung.

Es soll untersucht werden, ob durch Modellierung und den Einsatz numerischer Methoden Aussagen gewonnen werden können zur Frage des Wärmeüberganges im bauphysikalischen Bereich. Dabei geht es um die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten, die gerade in den Bereichen geometriebedingter Wärmebrücken weitgehend unbekannt sind. Als geometriebedingte Wärmebrücken werden Gebiete bezeichnet, die nur aufgrund ihrer räumlichen Struktur, z. B. Wand- oder Deckenwinkel bzw. Ecken im Vergleich zu ebenen, ungestörten Bauteilen, ein hinsichtlich der Wärmeströmung "anomales" Verhalten zeigen.

Neben der Wärmeleitfähigkeit der verwendeten Baustoffe sowie der Abmessungen der daraus aufgebauten Bauteile ist die Kenntnis der Wärmeübergangskoeffizienten unbedingt erforderlich, um auch im Bereich komplizierter Bauteilstrukturen bei Anwendung numerischer Methoden, z.B. Finite Elemente, Temperatur- und Wärmestromverteilungen berechnen zu können.

Diese Bereiche sind besonders durch Temperaturabsenkungen auf der Innenseite gekennzeichnet, die auf einer erhöhten Wärmeströmung und einem verminderten Wärmeübergang beruhen. Da die verwendeten Wärmeübergangskoeffizienten wegen fehlender Angaben "gegriffen" sind, müssen die so erhaltenen Ergebnisse als entsprechend unsicher gelten. Das mit dem erforderlichen großen rechentechnischen Aufwand verfolgte Ziel einer Erfassung von Wärmestrom- und Temperaturverteilungen wird so wegen fehlender Daten nur unvollkommen erreicht. Die Hauptschwierigkeit besteht darin, die experimentell bestimmte Oberflächentemperaturverteilung z.B. auf der Innenseite des Modells unter möglicher Reduzierung aller relevanten Einflußparameter und Kenntnis der Modelleigenschaften durch eine rechnergestützte iterative Methode zu berechnen. Wenn dies gelingt, kann für jede beliebige Stelle des untersuchten Gebietes der dort vorhandene Wert für den Wärmeübergangskoeffizienten angegeben werden, z.B. in Form einer zwei- oder dreidimensionalen Verteilung.

Ziel ist es, die Eignung der Methode nachzuweisen. Zugleich kann die hier vorgesehene bauphysikalische Anwendung Ausgangspunkt für eine Reihe neuer Entwicklungen sein.

(A. Wagner)

## 2 Lösungsansatz

Die Lösung der Aufgabe gliedert sich in einen experimentellen und einen numerischen Teil, die durch eine Datentransformations-Schnittstelle miteinander verbunden sind.

Im experimentellen Teil wird ein Versuchsmodell entworfen und verwirklicht, das für die Problemstellung der geometriebedingten Wärmeübergangskoeffizienten repräsentativ ist. Das Versuchsmodell simuliert eine dreidimensionale, orthogonale Raumecke eines Gebäudes, wird aber in erster Linie unter dem Aspekt der sicheren Beherrschung der Versuchsrahmenbedingungen und der numerischen Transformierbarkeit der Meßergebnisse gestaltet.

Zielgrößen sind die zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizienten. Diese können aber nicht zu direkten Meßgrößen erklärt und versuchs-technisch ermittelt werden. Vielmehr leiten sie sich indirekt aus der vollständigen Beschreibung des zugrundeliegenden Wärmetransportproblems ab. Für Experiment und nachfolgende numerische Analyse wird vereinbart, stationäre Bedingungen zugrunde zu legen. Dieses macht im Experimentalteil der Aufgabe entsprechende Vorkehrungen hinsichtlich der Stabilisierung des stationären Zustandes (Temperaturen und Luftströmungsverhältnisse) notwendig.

Meßgrößen sind die Oberflächentemperaturen auf der Modelloberfläche. Diese werden mit Hilfe der Infrarotthermographie gemessen, wobei die Vorteile des berührungslosen zweidimensionalen Meßverfahrens sowie der damit verbundenen Meßdatenerfassung und analogen und digitalen Datenverwaltung systematisch genutzt werden.

Aus der Sicht des numerischen Analyseverfahrens hängt die Lösbarkeit der Aufgabe entscheidend davon ab, ob es gelingt, das Gesamtproblem vollständig und widerspruchsfrei so zu beschreiben, daß zu jeder interessierenden Meßtemperaturkonfiguration in Verbindung mit den übrigen Modellparametern thermodynamisches Gleichgewicht rechnerisch nachweisbar ist. Dieses voraussetzend konzentriert sich die numerische Analyse auf die Formulierung eines effizienten Verfahrens zur iterativen rechnerischen Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten. Dabei hat jeder Iterationsschritt die Lösung eines stationären Wärmeleitungsproblems zum Inhalt, bei dem die Temperaturen die Unbekannten sind, während die schrittweise zu modifizierenden Wärmeübergangskoeffizienten in die Systemmatrix eingehen und erst nach konvergenter Iteration als Lösungsergebnis akzeptiert werden.

Experiment und numerische Analyse entsprechen jeweils für sich allein betrachtet weitgehend dem Stand der Technik. Ihre systematische Kopplung führt aber zur "Verbindung zweier Welten", für die es keine Standard-Schnittstelle gibt. Üblicherweise werden bei vergleichbaren Vorgehensweisen Daten von Hand übertragen, indem sie aus Meßergebnissen abgelesen und zu Eingabeparametern von Rechenprogrammen gemacht werden. Dies stößt bei großen Datenmengen naturgemäß auf Grenzen und erschwert auch die Datenkontrolle.

Um die bei der Temperaturmessung durch die Infrarotkamera anfallenden Datenmengen konsequent nutzen und in rechnergerechte Eingabedaten umwandeln zu können, kommt hier der Entwicklung einer auf die vorliegende Problemstellung abgestimmten Transformation von Meßtemperaturen entsprechende Bedeutung zu.

Experiment und numerische Analyse behandeln aufeinander abgestimmt Versuchs- und Rechenmodell in geometrisch verkleinertem Maßstab. Es wird aber davon ausgegangen, daß die so erzielten Ergebnisse mit Hilfe Ähnlichkeitstheoretischer Überlegungen sowohl in geometrischer als auch thermodynamischer Hinsicht auf reale Verhältnisse am Bauwerk übertragbar sind.

### 3 Physikalische Grundlagen

Das Konzept zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten durch Kombination von Experiment und Rechnung sieht vor, stationäre Zustände zugrunde zu legen. Dies erfordert die Einhaltung strenger Maßstäbe bei Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung, insbesondere bei der Erzeugung stationärer Konvektionsverhältnisse.

Wärmeübergangskoeffizienten sind ihrer Natur nach eher instationäre Größen, da sie spontan auf Konvektionsänderungen reagieren. Das Verhalten einer Baukonstruktion ist dagegen mehr durch die thermische "Trägheit" der beteiligten Festkörper (z.B. mineralische Baustoffe) gekennzeichnet (hohe Speicherkapazität, niedrige Wärmeleitfähigkeit, langzeitiges transientes Verhalten). Temperaturschwankungen auf den Oberflächen von Wänden infolge von Luftströmungen pflanzen sich nur langsam ins Wandinnere fort, wo in einer gewissen Tiefe nur noch zeitliche Mittelwerte anzutreffen sind. Unter diesem Aspekt liegt es nahe, auch die Wärmeübergangskoeffizienten an der Oberfläche als quasi-stationäre Größen zu definieren und zu bestimmen.

Das Zusammenwirken von Experiment und Rechnung erfordert eine gegenseitige Abstimmung derjenigen physikalischen Kenngrößen, die implizit (Gegenüberstellung von Versuchs- und Rechenmodell) oder explizit (Datenübertragung) miteinander korrespondieren. Dies betrifft vor allem die analogen und digitalen Eigenschaften der Kenngrößen in der jeweiligen Umsetzung im Realobjekt oder Simulationsmodell.

### 3.1 Stationäres Wärmeleitungsproblem

Die allgemeine, transiente Form des Wärmeleitungsproblems stellt an einem beliebigen Ort  $x, y, z$  eines Mediums für das infinitesimale Volumenelement mit den Abmessungen  $dx, dy, dz$  die Wärmebilanz auf:

$$e_\tau = \nabla^T(L\nabla t) + Q \quad (3.1)$$

Darin ist  $e_\tau$  die zeitliche Änderung der in dem Volumenelement gespeicherten Wärme:

$$e_\tau = \partial e / \partial \tau = c \rho \partial t / \partial \tau,$$

$c$	=	spezifische Wärmekapazität	[Ws/kgK],
$\rho$	=	Dichte	[kg/m <sup>3</sup> ],
$t$	=	Temperatur	[K],
$\tau$	=	Zeit	[s].

Auf der rechten Seite der Gleichung (3.1) stehen die Differenz der über die Oberflächen des Volumenelements ein- und austretenden Wärmeströme  $\nabla^T(L\nabla t)$  sowie volumeninterne Wärmequellen (oder Senken)  $Q$ , wobei:

$$\nabla = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} \quad \text{Nabla-Operator [1/m],}$$

$$L = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \text{symm.} & & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Allgemeine Wärmeleitfähigkeitsmatrix [W/mK],}$$

$$t = \text{Temperatur [K] bzw. [}^\circ\text{C],}$$

$$Q = \text{Wärmequelle (oder Senke) [W/m}^3\text{].}$$

In (3.1) ist das Fourier'sche Gesetz der Wärmeleitung enthalten:

$$q = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = -L\nabla t \quad [\text{W/m}^2] \quad (3.2)$$

Dieses besagt, daß der Gradient der Wärmestromdichte  $q$  eine lineare Funktion des Temperaturgradienten  $\nabla t$  ist, wobei das Vorzeichen (-) vereinbart, daß ein positiver Wärmestrom in Richtung abnehmender Temperatur fließt.

Liegt homogen/isotrop wärmeleitendes Material vor, so vereinfacht sich die Wärmeleitfähigkeitsmatrix zu

$$L = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = \lambda I \quad (3.3)$$

In diesem Fall sind im Fourier'schen Gesetz der Gradient der Wärmestromdichte und der Temperaturgradient richtungsgleich.

In der transienten (instationären) Form des Wärmeleitungsproblems (3.1) ist der für die vorliegende Arbeit benötigte stationäre Fall enthalten: Bleibt die im Volumenelement gespeicherte Wärme zeitlich konstant (was im Versuch nach Beendigung der Aufheizphase der Fall ist), so wird  $e_\tau = 0$ . Liegen darüberhinaus auch keine internen Wärmequellen oder Senken vor (keine chemischen Reaktionen, keine Heiz- oder Kühlrohrleitungen), so wird auch  $Q = 0$ . Unter der Annahme homogen/isotroper Wärmeleitfähigkeit, die inner-

halb des interessierenden Temperaturbereichs konstant (temperaturunabhängig) sein soll, vereinfacht sich Gleichung (3.1) zu

$$\lambda \nabla^T \nabla t = 0 \quad (3.4)$$

(3.1) und (3.4) beschreiben einen Punkt innerhalb eines Kontinuums (Festkörper, Wand) einschließlich seiner äußeren Oberfläche. Die angrenzenden Luftschichten unterliegen wegen der Konvektion Gesetzen der Fluidodynamik, sollen aber durch vereinfachtes Berechnungsverfahren in die Problemformulierung einbezogen werden. Hierzu dient die Definition des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$ . Bei der Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems (3.4) mit Hilfe des Finite-Differenzen-Verfahrens werden daher Festkörperbereiche und Luftschichten unterschieden, die entsprechend mit  $\lambda$  bzw.  $\alpha$  belegt sind (siehe [5]).

Die Problembeschreibung wird je nach Aufgabentyp durch Anfangs- und Randbedingungen ergänzt. Als Anfangsbedingung bei transienter Wärmeleitung ist die Vorgabe einer vollständigen Temperaturverteilung  $t_0 = t(\tau_0)$  zu einem Anfangszeitpunkt  $\tau_0$  erforderlich. Diese entfällt jedoch bei rein stationären Wärmeleitungsproblemen.

Randbedingungen sind zum einen konstant vorgegebene Temperaturen in bestimmten Teilbereichen des Gesamtsystems (z. B. Innen- und Außenlufttemperatur):

$$\begin{aligned} t &= t_i^L, \\ t &= t_a^L. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Zum anderen können Wärmeströme in Teil-Oberflächenbereichen als Randbedingungen vorgegeben werden. Hierbei sind insbesondere adiabatische Randbedingungen von Interesse, die sich z.B. zur Modellierung ebener Systeme oder bestimmter Symmetrieeigenschaften eignen. Wärmeströme können sich unter adiabatischen Randbedingungen nur parallel zur Oberfläche einstellen. Durch die Oberfläche hindurchtretende Wärmestromkomponenten werden Null gesetzt:

$$\mathbf{q}^T \mathbf{n} = 0, \quad (3.6)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad \text{Wärmestromdichte [W/m}^2\text{]},$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad \text{Normalen-Einheitsvektor auf der Oberfläche des Kontinuums.}$$

Zur Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems kann wahlweise die Finite-Differenzen- oder Finite-Elemente-Methode herangezogen werden. Da sich der vorliegende Anwendungsfall ohne Einschränkung als dreidimensionales, orthogonales Problem formulieren läßt, eignet sich hierfür das in [5] beschriebene Finite-Differenzen-Lösungsverfahren.

## 3.2 Kenngrößen im Experiment und in der Rechnung

Folgende Kenngrößen sind zwischen Experiment und Rechnung einander gegenüberzustellen und gegenseitig abzustimmen:

- Geometrie des Modells,
- Geometrische Randbedingungen des Modells,
- Materialstruktur,
- Wärmeleitfähigkeit,
- Luftschichten an der Oberfläche des Modells,
- Wärmeübergangskoeffizienten,
- Temperaturen,
- Temperatur-Randbedingungen des Modells,
- Zeit.

### 3.2.1 Geometrie des Modells

Das Versuchsmodell (s. Abschnitt 4.2) wird aus 4 Zentimeter dicken Polystyrolplatten auf Gehrung geschnitten und zum Pyramidenmodell zusammengeklebt. Die dabei anfallenden Maßtoleranzen liegen im Millimeterbereich.

Das Rechenmodell (s. Abschnitt 6.2) besteht aus der Definition eines Finite-Differenzen-Netzes, dessen Maschenweite in Einschätzung der benötigten Genauigkeit gewählt wird. Das Modell ist der numerischen Methode entsprechend frei von geometrischen Imperfektionen.

Dimension:  $x, y, z$  [m].

### 3.2.2 Geometrische Randbedingungen des Modells

Das Versuchsmodell (s. Abschnitt 4.2) unterscheidet zwischen einem "Netto"-Bereich für Temperaturmessung und Auswertung, sowie einem "Brutto"-Bereich, der außerhalb des Meßbereiches den Montageübergang zur Objektträgerplatte des Prüfstandes herstellt. Für die Interpretation der geometrischen Randbedingungen am Versuchsmodell wird angenommen, daß in den drei ebenen Wandflächen in genügend großem Abstand von der Pyramidenspitze die Temperaturgradienten annähernd orthogonal zur Wandfläche verlaufen und in einer gewissen Umgebung gleiche Intensitäten aufweisen, so daß sie dort der eindimensionalen Problemformulierung entsprechen. Ergänzend werden die von der Pyramidenspitze entfernt liegenden Kehlbereiche zwischen den Wänden mit zweidimensionaler Ausprägung der Temperaturgradienten als Randbedingungenzonen aufgefaßt.

Im Rechenmodell werden in einem gewissen Abstand von der Pyramidenspitze adiabatische Randbedingungen gesetzt, jenseits derer keine weiteren Knotenpunkte des Finite-Differenzen-Netzes definiert sind. Die adiabatischen Randbedingungen erzwingen die oben beschriebenen Richtungseigenschaften der dort numerisch zu berechnenden Temperaturgradienten frei von Imperfektionen (s. Formel (3.6)).

### 3.2.3 Materialstruktur

Das Modellmaterial Polystyrol-Hartschaum wird von einem industriellen Hersteller in Plattenform geliefert. Der Hauptverwendungszweck ist die Wärmedämmung von Bauten. Das Material eignet sich nicht nur wegen seiner leichten Bearbeitbarkeit für die hier anzustellenden Temperaturversuche. Auch der Zahlenwert der Wärmeleitfähigkeit ist günstig für das Prinzip der Modellversuche und deren Übertragung auf reale Bauwerke. Das Material besitzt eine Porenstruktur, die mit gu-



ter Näherung als homogen und isotrop angesehen werden kann. Lediglich unmittelbar an der Oberfläche ist ein Porenverschluß anzutreffen, der mit einer gewissen Materialverdichtung verbunden ist. Im Rechenmodell werden homogen/isotrope Materialeigenschaften vorausgesetzt.

### 3.2.4 Wärmeleitfähigkeit

Die Wärmeleitfähigkeit von Polystyrol wird als Schätzwert mit homogen/isotroper Verteilung angenommen, denen Versuche zu ihrer experimentellen Bestimmung zugrundeliegen. In dem für die Modellversuche interessierenden Temperaturbereich von ca. 18 [°C] bis 48 [°C] wird Temperatur-Unabhängigkeit des Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit vorausgesetzt. Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit wird nicht als Parameter untersucht. (Die relative Luftfeuchtigkeit der Raumluft in der Umgebung des Prüfstandes wird bei 50 [%] bezogen auf 18 [°C] konstant gehalten.) Die tatsächlich vorhandene Wärmeleitfähigkeit steht in engem Zusammenhang mit der Materialstruktur. Örtliche Imperfektionen haben unmittelbaren Einfluß auf das zu messende Temperaturprofil.

Die Wärmeleitfähigkeit des Rechenmodells wird homogen/isotrop und konstant für alle Finiten Differenzen angenommen. Hierdurch eventuell nicht erfaßte örtliche Imperfektionen des Versuchsmodells haben unmittelbare Auswirkung auf die zu berechnenden Wärmeübergangskoeffizienten.

Dimension:  $\lambda$  [W/mK].

### 3.2.5 Luftschichten an der Oberfläche des Modells

Die an den Oberflächen des Versuchsmodells beteiligten Luftschichten werden im Prüfstand durch hermetische Abgrenzung von Warmluft- und Kaltluftbereich voneinander getrennt. Entscheidenden Einfluß auf die Meßergebnisse hat die Konvektion. Diese wird auf der Warmseite des Prüfstandes durch ein Heißluftgebläse beeinflusst. Auf der Kaltseite werden "Windstille" und "Wind" durch Aus- und Einschalten eines Ventilators simuliert. Auf eine fluiddynamische Beschreibung der Luftschichten wird aber verzichtet. Um die Luftschichten in der Rechnung modellieren zu können, ist die versuchstechnische Stabilisierung des stationären Zustandes unverzichtbar. Geringe Veränderungen an den Luftströmungsverhältnissen führen zu einer spontanen Änderung der Temperaturanzeige. Diese wird jedoch - sofern sie auftritt - durch zeitliche Mittelwertbildung bei der Temperaturmessung wieder kompensiert.

Im Rechenmodell werden an die Oberfläche angrenzende Luftschichten durch Finite Differenzen abgebildet, die sich von denen der Festkörperbereiche nur durch Zuordnung von Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  anstelle der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  unterscheiden. Das stationäre Verhalten der Luftschichten ist der Rechenmethode entsprechend idealisiert.

### 3.2.6 Wärmeübergangskoeffizienten

Wärmeübergangskoeffizienten beschreiben per Definition den Einfluß der Luftkonvektion auf den Wärmeübergang an der Oberfläche von festen Körpern unter den Bedingungen von Geometrie, Art und Geschwindigkeit der Luftströmung, sowie im zeitlichen Mittel. Da diese Bedingungen von der Gesamtkonfiguration des Versuchsaufbaus abhängen, sind die Wärmeübergangskoeffizienten als Kenngrößen nicht mehr ohne

weiteres greifbar. Ihre Bestimmung wird zum Gegenstand der hier vorgestellten Kombination von Experiment und Rechnung gemacht. Im Rechenmodell werden Wärmeübergangskoeffizienten als konstante Größen in den Luftschichten vorgegeben. Sie wirken dann mit den Wärmeleitfähigkeiten der Festkörperbereiche zusammen und beeinflussen so das zu berechnende stationäre Temperaturprofil. Da sich durch Variation der Wärmeübergangskoeffizienten das rechnerische Temperaturprofil ändert, kann diese gegenseitige Abhängigkeit zum Gegenstand einer Iterationsstrategie für die optimale Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten gemacht werden.

Dimension:  $\alpha$  [W/m<sup>2</sup>K].

### 3.2.7 Temperaturen

Der wesentliche Teil des Versuchsaufbaus befaßt sich mit der Herstellung und Stabilisierung eines stationären Temperaturzustandes, dessen reglerbedingte Schwankungen möglichst klein zu halten sind. Am Versuchsmodell werden die Oberflächentemperaturen mit Hilfe der Infrarot-Thermographie gemessen und anschließend der nachfolgenden rechnerischen Analyse zugeführt.

Im Rechenmodell ist die Bestimmung des vollständigen Temperaturprofils an allen modellierten Punkten im Innern und auf der Oberfläche Gegenstand der numerischen Analyse. Die Anpassung der berechneten Oberflächentemperaturen an die Meßergebnisse des Versuchsmodells wird durch Variation der Wärmeübergangskoeffizienten im Rechenmodell mit Hilfe einer Iterationsstrategie erreicht.

Dimension:  $t$  [°C].

### 3.2.8 Temperatur-Randbedingungen des Modells

Die rechnerische Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems stützt sich wesentlich auf Temperatur-Randbedingungen. Diese müssen daher versuchstechnisch bestimmt werden. Als Temperatur-Randbedingungen werden die in einem gewissen Abstand von der Modelloberfläche anzutreffenden Umgebungs-Lufttemperaturen verwendet. Diese haben trotz der versuchstechnischen Bemühung um eine gleichmäßige Temperaturverteilung jeweils auf der Warm- und Kaltseite des Experiments örtlich unterschiedliche Werte. Mit Hilfe von Meßbaken, die frei im Raum positioniert sind, wird über Infrarot-Thermographie die Lufttemperatur gemessen und für die rechnerischen Erfordernisse gemittelt. Das Rechenmodell übernimmt jeweils einen Temperaturwert für die Innen- und die Außenluftbereiche, die als Randbedingungen in die rechnerische Lösung des Gesamt-Temperaturprofils eingehen.

Dimension:  $t$  [°C].

### 3.2.9 Zeit

Die Zeit tritt als physikalische Größe nur bei der Versuchstechnik in Erscheinung, wo sie den transienten Prozeß des Aufheizens bestimmt, der aber rechnerisch nicht verfolgt wird. Während des Meßzeitraumes ist der stationäre Zustand möglichst stabil zu halten. Insbesondere sind die zeitlich aufeinander folgenden Temperaturmessungen auf der Innen- und der Außenseite des Versuchsmodells von Schwankungen des stationären Zustandes freizuhalten. Im Rechenmodell entfällt die physikalische Größe Zeit wegen Nullsetzens der transienten Terme in der Wärmeleitungsgleichung.

#### 4 Experimentelle Bestimmung der Temperaturen

Die in der Praxis üblichen Methoden zur Temperaturmessung unterscheiden zwischen punktwiser und flächendeckender Messung, berührenden und berührungslosen Methoden, Messung relativer Temperaturunterschiede und Bestimmung der absoluten Temperaturhöhe, sowie dem Meßbereich, dem Anwendungszweck und der Meßgenauigkeit.

Im vorliegenden Fall kommt die Infrarotthermographie als berührungsloses Meßverfahren für die zweidimensionale, flächendeckende Messung von Oberflächentemperaturen zum Einsatz. Ziel der Messung ist es, Daten für die nachfolgende rechnerische Ermittlung der zu den Oberflächentemperaturen korrelierenden Wärmeübergangskoeffizienten zu gewinnen. Dies stellt hohe Anforderungen einerseits an die Güte der thermischen Information, andererseits an deren möglichst genaue geometrische Ortszuordnung.

Der nachfolgend beschriebene Experimentaufbau ist speziell unter den obigen Gesichtspunkten konzipiert. Für die Lösung der Aufgabe ist es wichtig, die am Versuch beteiligten Komponenten geometrisch vermessen zu können und die benötigten Transformationsschritte konsequent durchzuführen. Die nachfolgenden Abschnitte gehen daher speziell auf diejenigen Aspekte ein, die für die Kopplung von Experiment und Rechnung von Bedeutung sind.

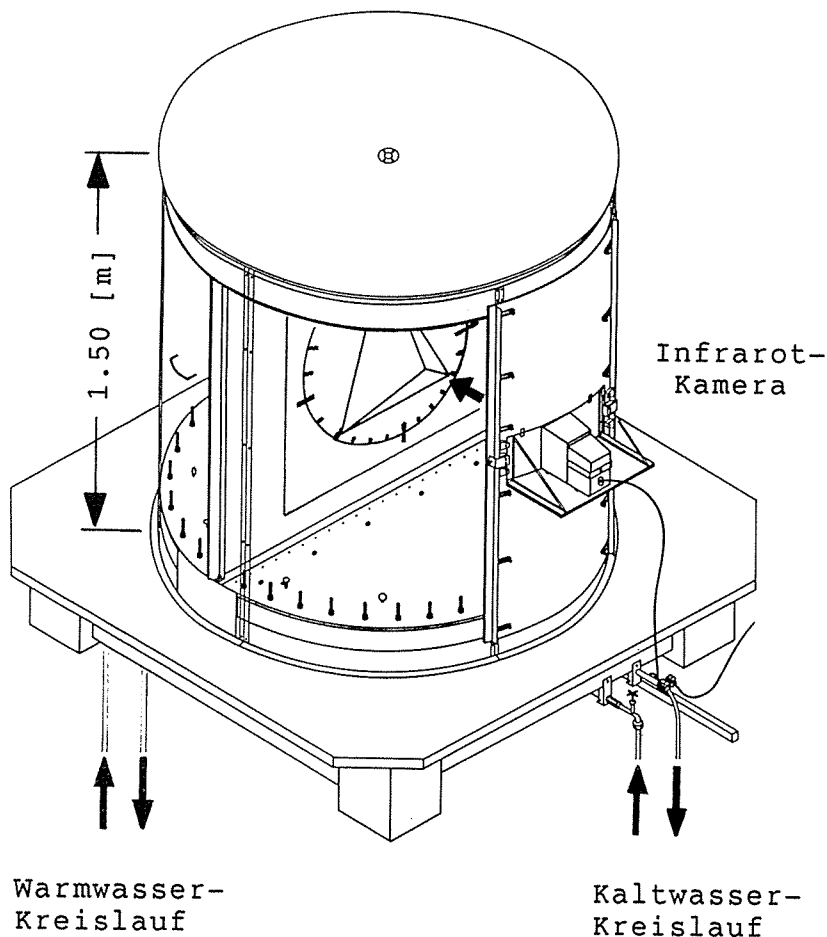


Abb. 4.1  
Prüfstand für stationäre Temperaturversuche

#### 4.1 Prüfstand für stationäre Temperaturversuche

Der Prüfstand für stationäre Temperaturversuche besteht im Kern aus einem zylindrischen Gefäß, das durch eine vertikale Wand in der Mittelebene in zwei Kammern unterteilt ist. In den beiden Kammern werden unterschiedliche Raumtemperaturen eingeregelt, deren Differenz zum Gegenstand stationärer experimenteller Betrachtungen gemacht wird. Die Mittelwand besteht aus einem quadratischen, stark wärmedämmenden Rahmen, in den eine Objektträgerplatte mit einem thermisch zu untersuchenden Experimentalobjekt montiert wird. Objekte sind vorzugsweise Modelle in geometrisch verkleinertem Maßstab, z.B. von Bauteilen oder Baukonstruktionen, deren physikalische Größen in ihrer Gesamtheit (Geometrie, thermische Eigenschaften, usw.) Modellgesetzen unterworfen werden können.

Die Herstellung der gewünschten Raumtemperaturen erfolgt über zwei Boden-Heiz/Kühlsysteme, unterstützt durch Zusatzheizungen oder Kühlungen in den beiden Kammern. Die Boden-Heiz/Kühlsysteme bestehen aus zwei benachbarten Wasserbehältern, die mit Aluminiumplatten abgedeckt und über Verbindungsschläuche mit externen Heiz/Kühlaggregaten verbunden sind. Jeder Wasserkreislauf (Kaltwasser-, Warmwasserkreislauf) wird unabhängig vom anderen geregelt. Der Wärmeaustausch erfolgt über Konduktion und Strahlung zwischen Aluminiumdeckplatte und der angrenzenden Luft des jeweiligen Halbzylinderraumes.

Bei Modellversuchen ist es vorteilhaft, mit hohen Temperaturdifferenzen zu arbeiten, da hierdurch das Verhältnis von Nutz-Temperaturdifferenz zu Störschwankung des stationären Zustandes verbessert wird. Da jedoch die äußere Zylinderwand (Plexiglas) in Wärmeaustausch mit dem Außenraum steht, ist die mit oben beschriebenen Heiz/Kühlsystem erreichbare Temperaturspanne begrenzt. Um diese zu erhöhen, wird die Warmseite des Versuchszylinders von außen mit einem Schaumstoffmantel gedämmt und bei Bedarf im Zylinderhalbraum ein stufenlos regulierbares Heißluftgebläse betrieben. Dieses sorgt gleichzeitig für eine Luftzirkulation, die mit Hilfe von Umlenklechen so ausgerichtet wird, daß im oberen Bereich des Zylinderhalbraumes kein Wärmestau entsteht. Diese Luftzirkulation und die sich hieraus ergebende Temperaturverteilung werden damit Bestandteil des stationären Gesamtzustandes.

Bei größer werdender Temperaturdifferenz erhöht sich die erforderliche Kühlleistung auf der Kaltseite des Systems, bei der die Aluminiumbodenplatte als Kühlaggregat verstärkt mitwirkt. Zusätzliche Kühlung kann durch Kopplung des Zylinderhalbraumes mit dem Außenraum hergestellt werden, der selbst klimatisiert wird. Hierzu werden die Mehrzweckschotte aus dem Zylindermantel entfernt, die eine Raumöffnung der Kaltseite über die ganze Zylinderhöhe freigeben. Die verbleibenden Flügel des Zylindermantels schützen den Nahbereich des Experimentes auf der Kaltseite vor unerwünschten Luftströmungen des Außenraumes, lassen aber durch den Längsspalt gerade soviel Konvektion zwischen Kaltseite und Außenraum zu, daß die von der Warmseite durch Transmission bewirkte Erwärmung abgebaut wird. Bodenkühlung und Kopplung der Kaltseite mit dem Außenraum werden also ebenfalls Bestandteil des stationären Gesamtzustandes. Ein solches Arrangement auf der Kaltseite setzt voraus, daß sich Temperaturen in der Größenordnung der Raumtemperatur zur modellmäßigen Beschreibung des niedrigen Temperaturniveaus eignen. Im vorliegenden Fall wird eine Temperatursituation modelliert, bei der Winter-Außentemperatur im Modell durch ca. 18 [°C] und zugehörige Wohnraum-Innentemperatur durch ca. 48 [°C] abgebildet werden.

Die Kontrolle der Temperaturen und des stationären Zustandes erforder-

dern mehrere gleichzeitig zu treffende Maßnahmen. Die beiden Heiz/Kühlaggregate regeln die Vorlauftemperaturen der Wasserkreisläufe gemäß Reglereinstellung nach Messung der Rücklauftemperaturen. Die Ampere-Zahl des Heißluftgebläses wird über Transformator eingestellt. Die Klimaanlage des Laborraumes, der wegen seiner vorteilhaften fensterlosen Kellerlage weitgehend vom meteorologischen Klima unabhängig ist, wird den gewünschten Experimentalbedingungen entsprechend eingestellt. Hierbei wird die beste Wirkung dann erreicht, wenn von den drei leistungsstarken Aggregaten nur eines in Betrieb genommen wird. Hierdurch verlängert sich die Schaltperiode zwischen Heizphase und Kühlphase auf mehr als eine halbe Stunde, was entscheidend zur Stabilisierung des stationären Gesamtzustandes bei kleiner klimaanlagenbedingter Temperaturschwankung beiträgt. Die relative Luftfeuchtigkeit der Raumluft wird bei ca. 50 Prozent unverändert gehalten.

In den beiden Zylinderhalbräumen werden die Temperaturen im oberen Bereich durch Quecksilberthermometer und parallel dazu durch Thermoelemente gemessen. Die Thermoelement-Information wird langfristig graphisch aufgezeichnet und dient als Protokoll der Einstellung und Stabilisierung des stationären Zustandes.

Die Temperatur-Nutzinformation schließlich wird mit einer Infrarotkamera gemessen (s. Abschnitt 4.3). Für die Positionierung der Infrarotkamera steht auf der Kaltseite des Zylinders im Bereich der geöffneten Mehrzweckschotte eine Konsole zur Verfügung. Auf der Warmseite wird bei geringstmöglicher Störung des stationären Zustandes eine verschließbare Öffnung im Plexiglaszylinder vom Durchmesser des verwendeten Weitwinkelobjektives benutzt. Die Kamerapositionen werden durch Meßmarkierungen in wiederfindbarer Form festgelegt. Diese liefern eine geometrische Grob-Justierung für die später im Rechner erforderliche geometrische Zuordnung der Temperaturinformationen (s. Abschnitt 5.2). Da die Infrarotkamera für die Messung von Innentemperaturen (Warmseite) und Außentemperaturen (Kaltseite) bewegt werden muß, verändert sich die geometrische Kameraposition mit jeder Meßeinstellung geringfügig. Geometrische Präzisionsmessungen waren bei der ursprünglichen Konzeption dieses Prüfstandes nicht vorgesehen, werden hier aber mit einer Fehlertoleranz von möglichst nur wenigen Millimetern bei der rechnerischen Analyse benötigt. (Zum Vergleich: Bei der gewählten Plattendicke von 4 [cm] bewirkt eine Ortsabweichung von 1 [cm] im Bereich der unter dreidimensionalen Aspekten interessierenden Pyramidenspitze einen Fehler von 25 Prozent.) Daher wird eine geometrische Fein-Justierung softwaremäßig organisiert, die auf Meßmarken direkt am Objekt Bezug nimmt (s. Abschnitt 5.2, A3).

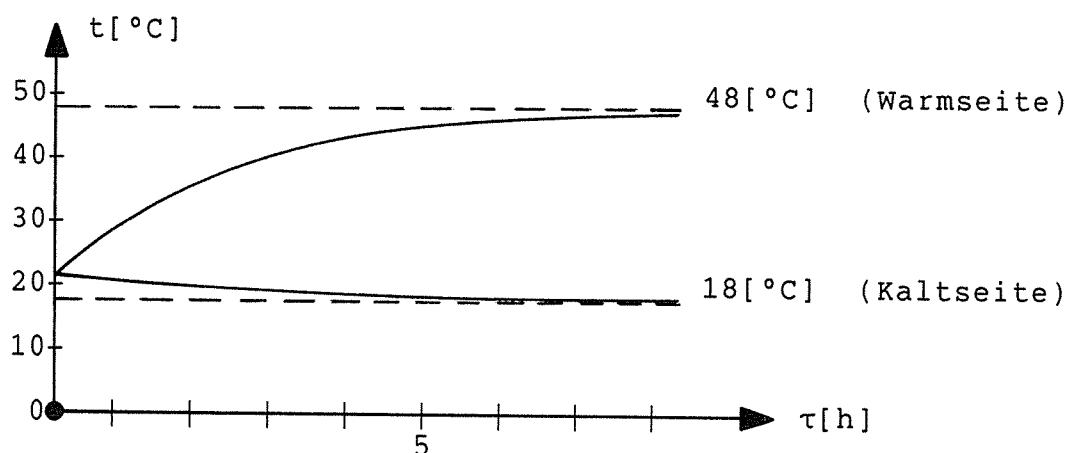


Abb. 4.2  
Initialisierung des stationären Temperaturzustandes am Prüfstand

## 4.2 Versuchsmodell

Das Versuchsmodell stellt im Prinzip die Raumecke eines Gebäudes mit Innen- und Außenseite dar. Die drei aneinander grenzenden Wände können als ein Horizontalbauteil (Platte) und zwei Vertikalbauteile (Wandscheiben) gedeutet werden, wie sie z.B. bei Erkern auftreten. Diese sind typisch für die bauphysikalische Problematik der geometriebedingten Wärmebrücken.

Im Rahmen der hier angestellten Betrachtungen wird jedoch mit dem Versuchsmodell eine spezielle Strategie verfolgt, die sich zunächst mehr an Fragen der Meß- und Auswertetechnik als an der Übertragung auf ein bestimmtes Bauwerk orientiert. Die drei Flächenbauteile werden als meßtechnisch gleichartige und gegenseitig zyklisch vertauschbare Elemente angesehen. Während ihre Orthogonalität untereinander weiter besteht, wird auf die Zuordnung zu einer Vertikalrichtung verzichtet. Das Versuchsmodell wird so geschnitten, daß seine Raumdiagonale senkrecht auf der Objektträgerene steht, die gleichzeitig die beiden Kammern des Prüfstandes (Warmseite, Kaltseite) trennt (s. Abschnitt 4.1). Hierdurch entsteht die Gestalt einer Pyramide.

Ein wesentlicher Vorteil dieser Anordnung liegt darin, daß während der Temperaturmessung die im Prüfstand horizontal liegende Raumdiagonale identisch mit der optischen Achse der Infrarotkamera ist. Hierdurch werden mit einer Messung alle drei beteiligten Flächen der Modell-Innenseite oder Außenseite in einem Schritt erfaßt. Etwaige Neupositionierungen der Kamera verbunden mit Drehungen des Prüfstandzylinders, die den stationären Zustand stören würden, werden vermieden. Die sich aus dieser Anordnung ergebende geometrische Verzerrung der Meßtemperaturen wird später rechnerisch kompensiert (s. Abschnitt 5.1).

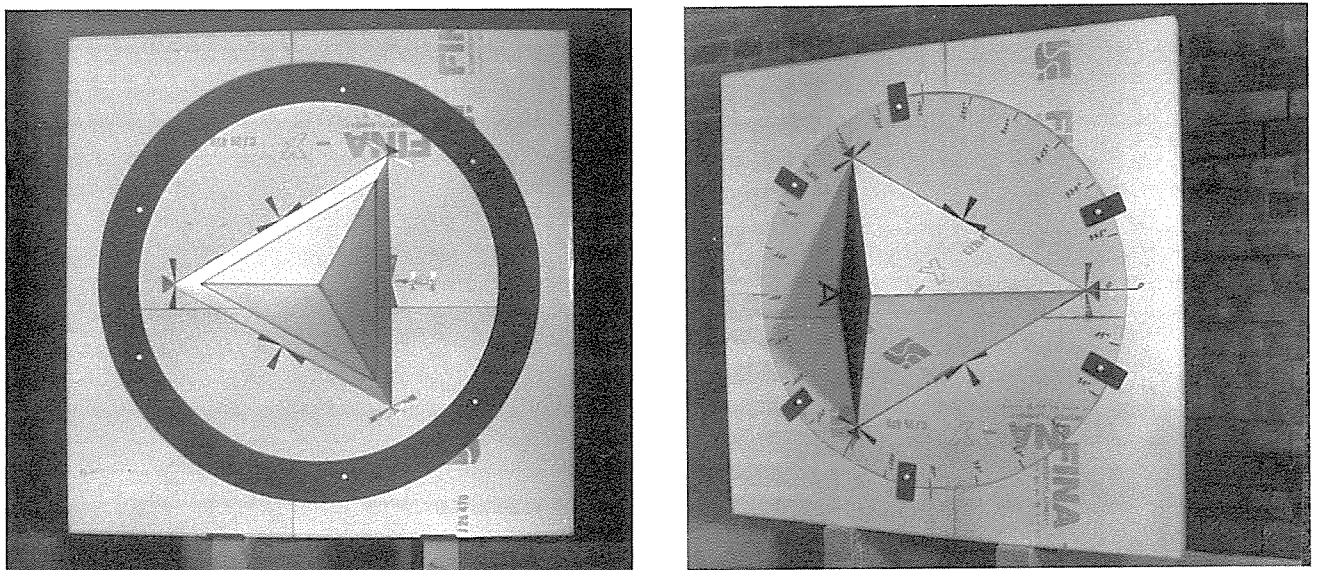


Abb. 4.3  
Versuchsmodell für stationäre Temperaturversuche (Pyramidenmodell)  
links: INNEN (mit Fugenabdeckblende), rechts: AUSSEN (mit Winkelmarkierungen), Geometrische Meßmarkierungen aus Aluminiumfolie

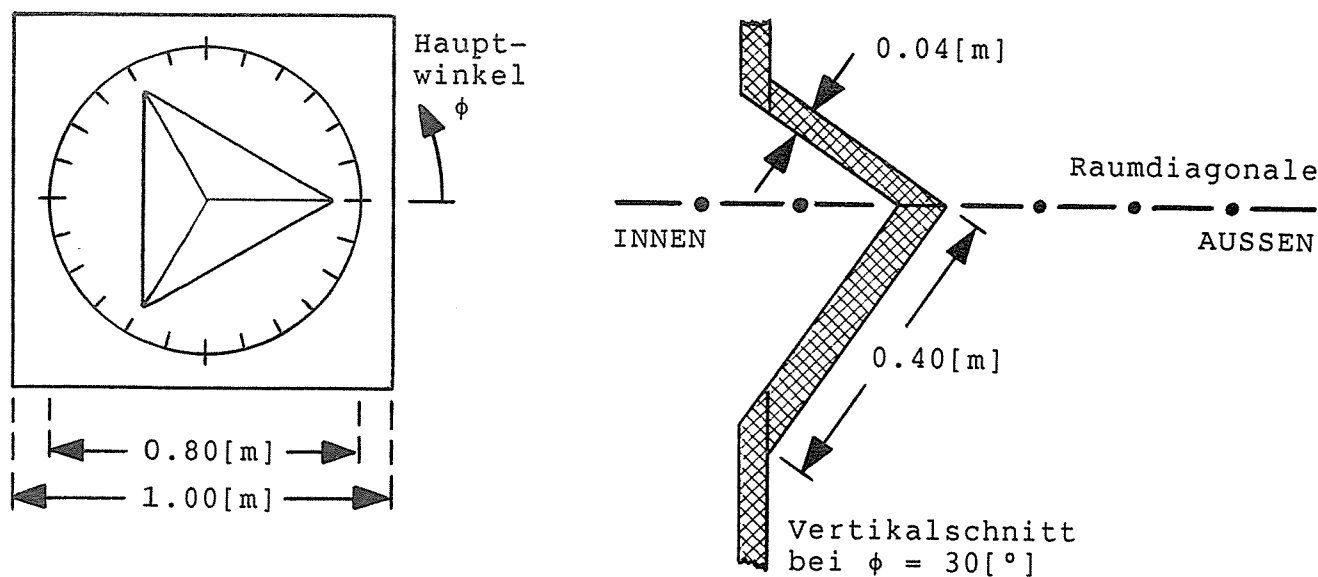


Abb. 4.4  
 Abmessungen des Versuchsmodells: Objektträgerplatte und  
 Pyramidenmodell der zu simulierenden Raumecke

Das Pyramidenmodell ist auf seinem Objektträger um die horizontale Raumdiagonale drehbar angeordnet. Hiermit sollen die meßtechnischen Einflüsse der Prüfkfiguration, insbesondere ungleichmäßige Temperaturverteilung und die Wirkung von Luftströmungen verdeutlicht und soweit möglich quantitativ ausgewertet werden. Die Objektträgerplatte ist hierfür in eine kreisförmig ausgeschnittene Innenscheibe und ihre äußere quadratische Ergänzung unterteilt. Die Schnittfuge bildet ein thermisches Leck und muß zur Vermeidung von Luftdurchströmungen auf einer Seite mit einer Blende abgedichtet werden. Die Drehung erfolgt außerhalb der Messung von Hand. Nach dem Eingriff ist der stationäre Zustand neu zu stabilisieren.

Die Konzeption dieses Versuchsmodells steht in engem Zusammenhang mit dem korrespondierenden Rechenmodell für die Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems (s. Abschnitt 6.2). Beide Modelle gehen davon aus, daß die "netto" verwertbare Meßinformation in der näheren Umgebung der Pyramidenspitze liegt, während mit zunehmender Entfernung von der Spitze asymptotische Annäherungen an eindimensionale Wärmeleitungsverhältnisse der ebenen Wand bzw. zweidimensionale Verhältnisse im Winkel zwischen zwei benachbarten Wänden anzunehmen sind. Während das Rechenmodell hierfür mit der Definition adiabatischer Randbedingungen arbeitet (s. Abschnitt 6.2), erfolgt beim Versuchsmodell in gewissem Abstand von der Spitze lediglich der Montageübergang zur Objektträgerwand. Die in diesem stumpfwinkligen Objektbereich zu beobachtenden Temperaturmerkmale werden nicht quantitativ ausgewertet. Sie können jedoch ergänzend zu anderen gezielten Maßnahmen zur Kontrolle der geometrischen Justierung des Modells dienen. Der Nettobereich selbst unterscheidet zwischen den Bereichen "Ecke" (Pyramidenspitze), "Kehle" (Winkel zwischen benachbarten Wänden) und "Wand", jeweils innen und außen.

Als Modellmaterial wird Polystyrol verwendet, dessen Wärmeleitfähigkeit auf der Grundlage vorangehender Meßergebnisse der BAM mit  $\lambda = 0.032 \text{ [W/mK]}$  angenommen wird. Dieser Schätzwert nimmt Bezug auf die Materialdicke  $d = 0.04 \text{ [m]}$ . Auf eine Variation von  $\lambda$  wird im Zusammenhang mit einer rechnerischen Sensitivitätsstudie in Abschnitt 7.3 eingegangen.

### 4.3 Temperaturmessung mit Infrarotthermographie

Für die zweidimensionale Temperaturmessung auf der Oberfläche des Versuchsobjektes steht eine Infrarotkamera, System Inframetrics 600 zur Verfügung, die im stationären Experiment nacheinander auf der Innen- und Außenseite (Warm- und Kaltseite) des Modells eingesetzt wird. Die Kamera erfaßt mit einer Einstellung die gesamte Modelloberfläche. Hierzu wird wegen des geringen Abstandes ( $a = 0.80$  [m]) von der Objektträgerebene ein Weitwinkel-Vorsatzobjektiv aufgesteckt, welches das Blickfeld horizontal und vertikal auf das 2.5-fache gegenüber der Standardoptik vergrößert. Folgende Systemspezifikationen sind für den hier vorliegenden Anwendungsfall der stationären Temperaturmessung von Bedeutung:

- Quecksilber/Cadmium/Tellurid-Detektor (HgCdTe) mit Stickstoffkühlung auf 77 [K],
- Spektral-Bandpaß: 3 - 12 [ $\mu$ m],
- Temperaturmeßbereich: -20 [°C] bis 400 [°C],
- Kleinste detektierbare Temperaturdifferenz bei 30 [°C]:  
 $\Delta t_{\text{min}} = 0.1$  [K],
- Rausch-äquivalente Temperaturdifferenz bei 30 [°C]:  
 $\Delta t_{\text{NETD}} = 0.2$  [K],
- Ortsauflösung der Temperatur (Modulations-Übertragungsfunktion horizontale Abtastung): 50 [%] Kontrast bei 1.8 [mRad],
- Normales Blickfeld (FOV): 15 [°] vertikal, 20 [°] horizontal,
- Expansion des Blickfeldes durch Weitwinkelobjektiv (0.4x): 37.5 [°] vertikal, 50.0 [°] horizontal,
- Transmissions-Verlustfaktor des Weitwinkelobjektivs: 90 [%], Automatische Korrektur des Transmissions-Verlustes,
- ROM-Kalibrierkurve (Einstellung durch den Hersteller) zur Kompensation des BIAS-Systemfehlers,
- Eingabemöglichkeit der Emissivität des Objektmaterials für oberflächennormale Abstrahlung.

Das von der Infrarotkamera empfangene Meßsignal enthält Strahlungsanteile aus Transmission des Objektmaterials, Emission der Oberfläche und Reflektion infolge Strahlungsaustausch mit der Umgebung des Prüfstandes. Das Meßsignal wird als Summensignal weiterverarbeitet und mittels der gespeicherten Kalibrierkurve in Temperaturen [°C] umgerechnet, die mit Zahlenangabe auf Monitor dargestellt werden.

Prinzipiell wäre eine numerische Aufspaltung des Meßsignals in die oben genannten drei Anteile erforderlich. Dieses würde aber bedeuten, daß der gesamte am Strahlungsaustausch beteiligte Bereich des Prüfstandes in einem numerischen Modell konfiguriert und seine Materialien hinsichtlich ihrer Emissions- und Reflektionseigenschaften kalibriert werden müßten. Hierauf wird jedoch zunächst verzichtet. Wie in Abschnitt 4.1 erwähnt, besteht der Zylindermantel des Prüfstandes aus Plexiglas, dessen Reflektivität schätzungsweise in der Größenordnung von 10 [%] liegt. Desweiteren wären die drei Strahlungsanteile beim Modellmaterial



Polystyrol zu ermitteln und für eine numerische Korrektur der gemessenen Oberflächentemperaturen zu verwenden.

In Abschnitt 5.4 und 7.2 wird eine zweiparametrische Studie der Emissivität von Polystyrol vorgestellt, in der nur der Einfluß des Abstrahlungswinkels bei verschiedenen Referenztemperaturen untersucht wird. Die Studie basiert auf Messungen mit der Infrarotkamera und Aufstellung einer numerischen Korrekturfunktion, die die Transformation der Meßtemperaturen und somit auch die numerische Analyse (s. Abschnitt 6) beeinflusst. Im Ergebnisvergleich mit/ohne Emissionskorrektur zeigt die Studie die unterschiedlich berechneten Wärmeübergangskoeffizienten.

Von der Möglichkeit, die Emissivität des Objektes an der Kamera einzustellen, wird hier kein Gebrauch gemacht. Die Emissivität von Polystyrol bei oberflächennormaler Abstrahlung liegt bei ca. 90 [%]. Entscheidend ist aber, daß die Kameraeinstellung auf beiden Seiten des Modells in gleicher Weise gebraucht wird, wodurch sich der Fehler wegen der Differenzbetrachtung der Temperaturen von selbst kompensiert. Dieses hat zur Voraussetzung, daß eine absolute Verschiebung des stationären Temperaturgefälles in einen höheren oder niedrigeren Temperaturbereich keinen Einfluß auf die übrigen physikalischen Kenngrößen des Systems hat. Insbesondere wird die Gültigkeit des Fourier'schen Gesetzes für konstante, von der Temperatur unabhängige Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  angenommen. Gleiches gilt für die Berechnung der Wärmestromdichte nach DIN 4108, Teil 5, in die ein von der Temperatur unabhängiger Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  eingeht. So ist es beispielsweise ohne Bedeutung für die numerische Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten, ob die Gesamttemperaturspanne sich von 18 [°C] bis 48 [°C] oder von 20 [°C] bis 50 [°C] erstreckt.

Wesentlich für die Integrität der Temperaturmessung ist auch die Methode der Messung der Lufttemperatur. Dieses soll auf die gleiche Weise geschehen wie die Messung der Modell-Oberflächentemperatur. Darum werden aus dem Modellmaterial Polystyrol kleine zylindrische Körper von 5 [cm] Durchmesser ausgeschnitten und auf Ständer gesteckt (s. Abb. 4.5).

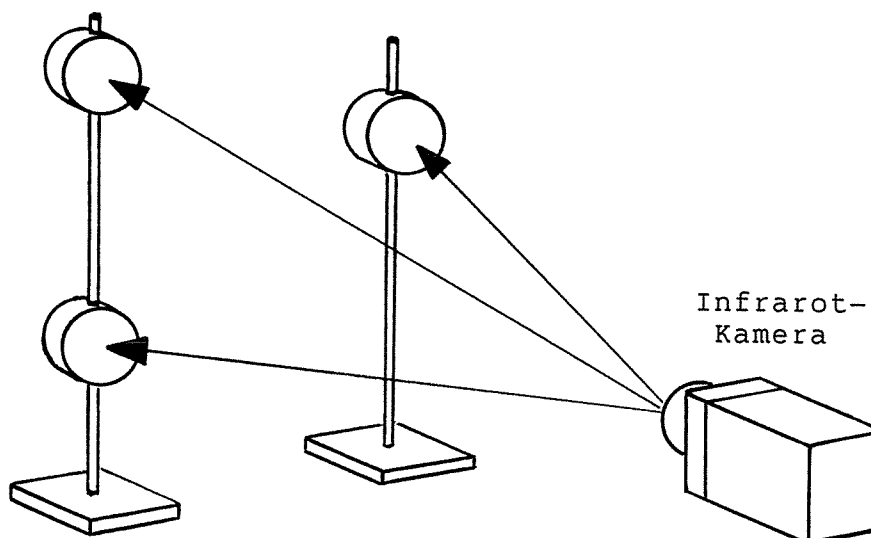


Abb. 4.5  
Anordnung der Meßbaken zur punktuellen Messung der Lufttemperatur auf der Warm- oder Kaltseite des Prüfstandes

Indem diese Körper frei im Raum auf der Warmseite und Kaltseite aufgestellt werden, nehmen sie die Umgebungstemperatur an. Je drei solche "Meßbaken" stehen in unterschiedlicher Höhe links und rechts vom Netto-Meßbereich des Versuchsmodells. Dort werden sie von der Infrarotkamera mit erfaßt und zeichnen sich im Thermogramm ab. Die benötigte Lufttemperatur kann hier gleich der Oberflächentemperatur der Meßbaken gesetzt werden. Sie wird im Fadenkreuz-Modus des Analogbildes und Mittelung über drei Meßbaken bestimmt. Dabei dienen die unterschiedlichen Werte ( $\Delta t < 0.5$  [K]) zur Beurteilung der Güte der angestrebten einheitlichen Lufttemperatur jeweils auf einer Seite des Experiments. Bei dieser Methode erübrigen sich Kalibriermaßnahmen, die bei Verwendung weiterer Meßsysteme (z.B. Thermoelemente) entstehen würden.

Die Infrarotkamera liefert bei korrekter Kamera-Einstellung einschließlich der Fokussierung Meßtemperaturen von hoher geometrischer und thermischer Auflösungsgenauigkeit. Kritisch werden die Meßergebnisse jedoch im unmittelbaren Ecken- und Kehlenbereich auf der Innenseite des Modells. Hier treten durch die geometriebedingte Wärmebrückenwirkung, die durch eine Konzentration der Adiabaten im Wandinnern hervorgerufen wird, besonders starke Änderungen der Temperaturgradienten auf. Bei der horizontalen Abtastung durchfährt die Kamera in der Innenkehle des Modells den dort anzutreffenden Temperaturknick, der das Ortsauflösungsvermögen der Kamera unterschreitet. Für die physikalische Gesamtbewertung des zweidimensionalen Temperaturprofils ist diese Einschränkung zwar ohne Bedeutung. Jedoch macht sich im hier vorliegenden Fall der Kopplung von Messung und Rechnung die örtliche Insuffizienz in einem Versagen des nachgeschalteten Algorithmus zur rechnerischen Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten bemerkbar. Abb. 4.6 illustriert das Meßproblem, dessen Auswirkung auf die Rechnung in Abschnitt 6.5 beschrieben ist. Legt man die Herstellerangabe der Ortsauflösung von  $1.8$  [mRad] zugrunde, so ergibt sich infolge der dreidimensionalen Anordnung des Versuchsmodells bei ca.  $1$  [m] Abstand des Objektes von der Kamera die Größenordnung von  $\sqrt{3} * 1.8 = 3.1$  [mm] Auflösungsgenauigkeit. Das Rechenmodell diskretisiert an dieser Stelle eine Finite-Differenzen-Einzugsbreite von  $2$  [mm].

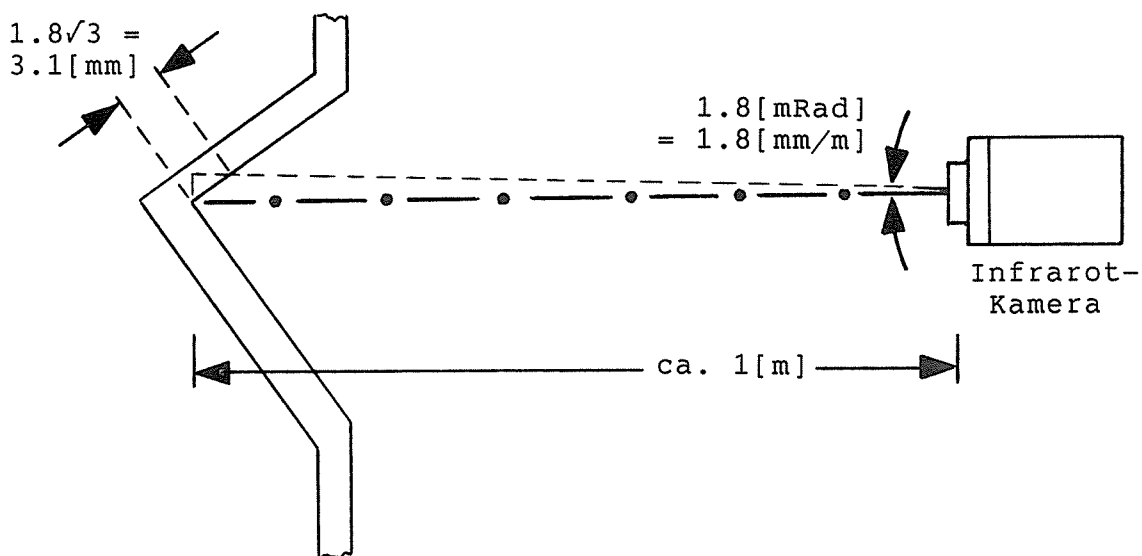


Abb. 4.6  
Begrenzung des Ortsauflösungsvermögens der Infrarotkamera im kritischen Ecken- und Kehlenbereich des Versuchsmodells

#### 4.4 Datenfluß der Meßtemperaturen

Der Datenfluß der Meßtemperaturen ist aus Abb. 4.7 zu ersehen. Nach der Stabilisierung des stationären Temperaturzustandes im Prüfstand wird die Infrarotkamera zeitlich nacheinander zunächst auf der Warmseite, dann auf der Kaltseite des Objektes positioniert. Am Steuergerät wird die Temperaturspanne der Anzeige (GAIN/OFFSET für Analogausgabe) entsprechend der beobachteten Maximaldifferenz eingestellt (Temperaturbild INNEN: 38 - 48 [°C], Temperaturbild AUSSEN: 16 - 26 [°C]). Die eingestellte Temperaturspanne hat Spielräume an beiden Bandenden für eventuelle Schwankungen des stationären Zustandes, so daß Über- oder Untersteuerung des Temperaturbildes nicht eintritt.

Die Meßtemperatur wird mit einer Bildfrequenz von 25 Bildern/Sekunde analog auf Videoband aufgezeichnet. Das Videoband ist in 5-Minuten-Zeiträume für jede Kameraposition eingeteilt, die jeweils mit einem "Etikett" in RGB-Farbe beginnen (1 Minute), gefolgt von der monochromatischen Temperaturmessung in Grau (3 Minuten) und endet mit der Aufzeichnung geometrischer Justiermarken, die aus V-förmig gebogenen Konstantan-Heizdrähten bestehen und kurzfristig über Transformator mit 4 [V], 4 [A] erwärmt werden (1 Minute, s. Abschnitt 5.2).

Das auf Videoband aufgezeichnete Analogbild kann auf dem Beistellmonitor durch Hinterbandkontrolle überprüft werden. Vor oder nach der Bandaufnahme ist zusätzlich das Analogbild On line für die spätere Temperatur-Kalibrierung im Rechner auszuwerten. Hierzu werden im Fadenkreuz-Modus geeignete Bildpunkte angesteuert, deren Ortstemperatur am Monitor in Digitalziffern angezeigt wird. Die der Bildwiederholfrequenz unterliegende Anzeige läßt erkennen, daß die kurzfristigen, konvektionsbedingten Temperaturschwankungen auf 0.1 [K] begrenzt sind. Zwei Temperaturen sind als  $t^*_{max}$  [°C] und  $t^*_{min}$  [°C] zu protokollieren, die später für eine lineare Umrechnung verwendet werden. Die zugehörigen Ortskoordinaten sind zu diesem Zeitpunkt aber noch nicht erhältlich. Diese werden später im Digitalbild bestimmt (s. Abb. 4.8). Die Lage der ausgewählten Temperaturpunkte ist daher so festzulegen, daß sie im Digitalbild problemlos wiederzufinden sind.

Das Videoband mit den gesammelten Meßergebnissen wird an einer Digitalen Bildverarbeitungsanlage weiterverarbeitet. Diese steuert den Bildeinzug unter gleichzeitiger Mittelwertbildung über eine Sequenz von 255 Einzelbildern (wenige Sekunden) und Analog/Digital-Wandlung bei Vorgabe von GAIN/OFFSET-Parametern für die Digitalausgabe. Die GAIN/OFFSET-Parameter greifen jetzt auf die in Millivolt zu interpretierende Analoginformation zu und liefern eine lineare Umrechnung in Graustufen von 8 Bit Darstellungstiefe. Bei der Einstellung ist wieder auf Über- oder Untersteuerung zu achten, sowie darauf, daß nichtlineare Effekte bei Annäherung an die Bandenden vermieden werden. Ein gewisser Dynamikverlust bei der Wahl von GAIN/OFFSET ist dagegen unkritisch, da das hierdurch induzierte Quantisierungsrauschen im Rahmen der späteren Transformation im Rechner mit ausgeglichen wird. Das Ergebnis der A/D-Wandlung kann am Monitor durch Umschalten zwischen On-line-Analogbild des Videobandes und Inhalt des Digitalbildspeichers überprüft werden. Die Akzeptanz orientiert sich am visuellen Vergleich der Kontraste.

Das eingezogene Digitalbild wird zunächst über ein lokales Netzwerk (SUN-Workstation / PC-NFS / ETHERNET) auf Massenspeicher abgelegt, von wo aus es später weitertransferiert wird. Jedoch müssen vorher die zum Digitalbild gehörigen geometrischen und thermischen Kalibrier-Informationen beschafft werden. Dieses geschieht am Bildverarbeitungsrechner (AT 286) im Menü-geführten Dialog mit der dort im-

plementierten Bildverarbeitungs-Software (ITI Serie 150/151). Insbesondere werden die Pixelnummern der geometrischen Justierungsmarken (s. Abb. 5.5) sowie die Pixelnummern der Temperaturfenster von  $t^*_{max}$  und  $t^*_{min}$  (s. oben, s. Abb. 4.8) benötigt. Die Anzeige der Pixelnummern bezieht sich auf die Struktur des Digitalbildes, das 480 Zeilen (von oben nach unten) und 512 Spalten (von links nach rechts) enthält.

Wie aus Abb. 4.8 zu ersehen ist, werden das Digitalbild selbst und seine thermischen Begleitinformationen (Analog- und Digitalbild) später zu einem Meßtemperatur-Bilddatensatz umgerechnet. Dieses geschieht am Großrechner (VAX-Cluster 6320/6520/8600) gleichzeitig mit weiteren Transformationen, die in Abschnitt 5.1 beschrieben werden. Abschnitt 5.2 erläutert, wie das Digitalbild geometrisch justiert wird.

Die auf Netzwerk-Massenspeicher abgelegte Digitalbilddatei wird in eine Filetransfer-fähige Gestalt konvertiert und mittels Terminal-emulation (SMARTERM) und Aufruf des Filetransfer-Programms (KERMIT) über eine 9.6 KBaud-Datenleitung zum Großrechner (VAX) übertragen. Die Konvertierung setzt jedes 8 Bit-Pixel in einen ASCII-Hexadezimalcode mit zwei Bytes um und führt nach je 1024 Bytes Record-Endezeichen ein. Diese Maßnahmen sind notwendig, um unzulässige Bitkombinationen auszuschließen und die Puffergröße des Filetransfer-Programms einzuhalten. Die Konvertierung wird an der VAX aus Speicherplatzgründen wieder rückgängig gemacht.

An der VAX werden je eine Bilddatei der Warmseite und der Kaltseite des stationären Zustandes gemeinsam mit den geometrischen und thermischen Kalibrier-Informationen zu einem Meßtemperatur-Datensatz verarbeitet (s. Abschnitt 5), der der nachfolgenden Finite-Differenzen-Analyse des zugehörigen stationären Wärmeleitungsproblems zugeordnet wird (s. Abschnitt 6).

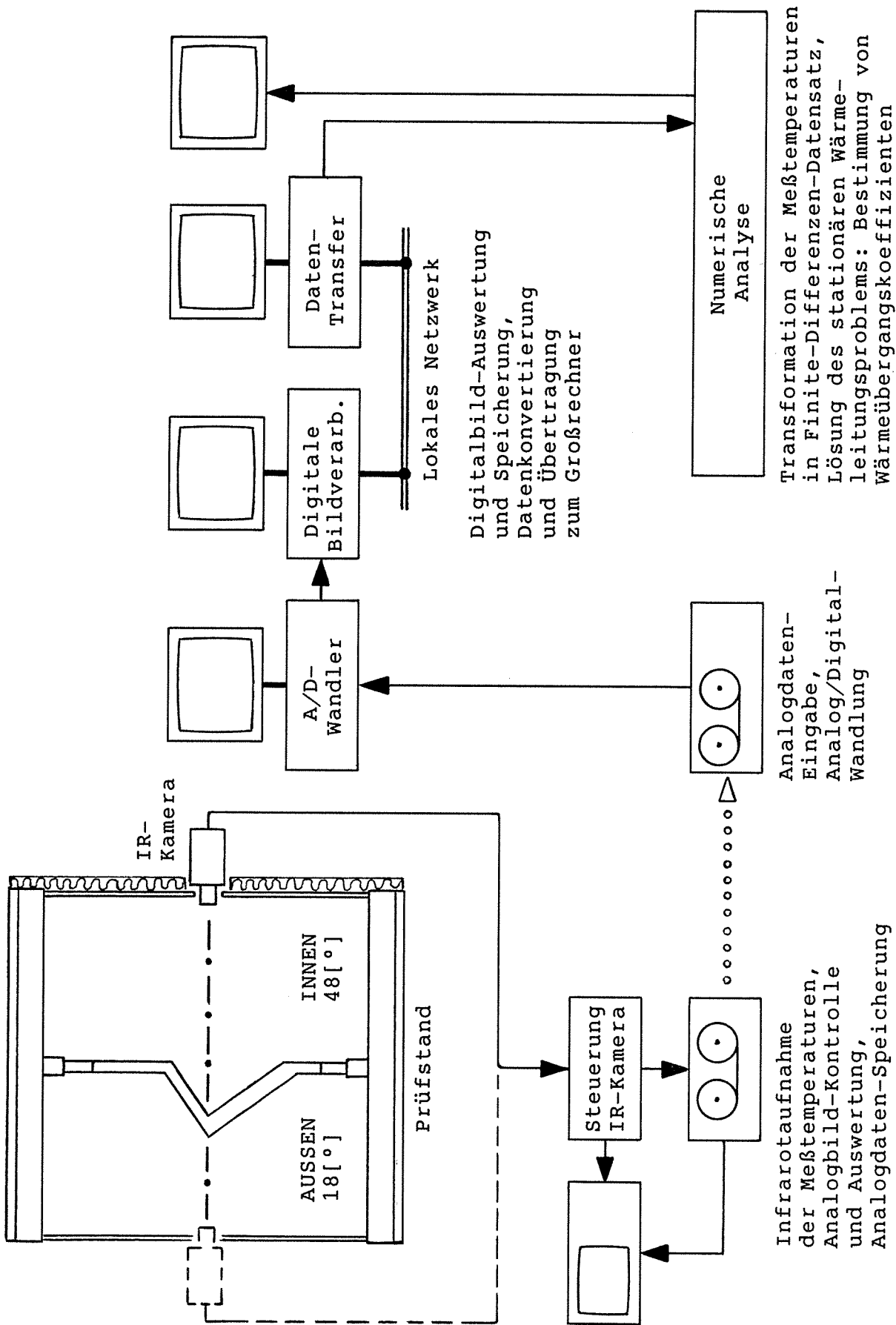


Abb. 4.7  
 Datenfluß der Meßtemperaturen: Gerätekonfiguration

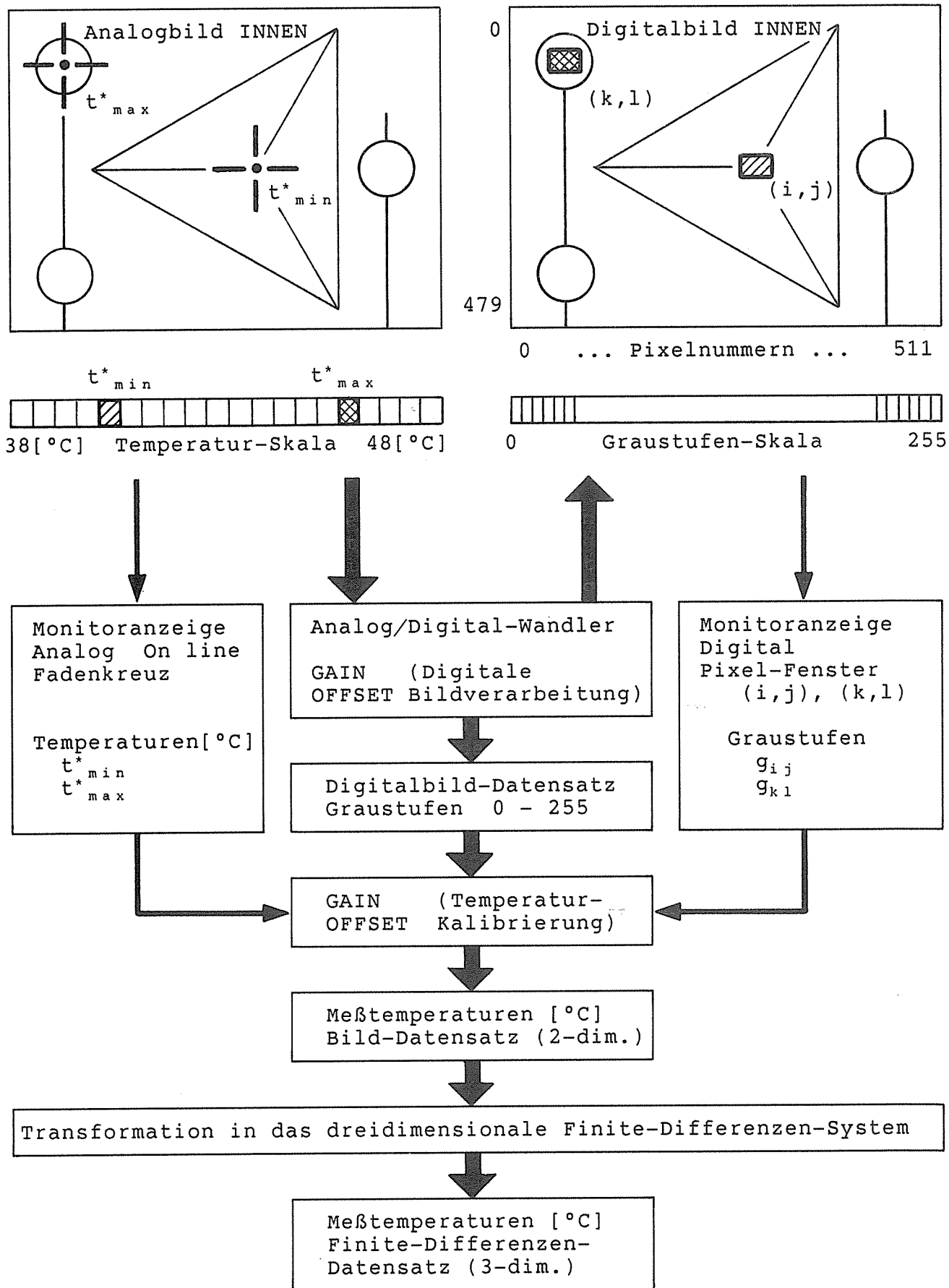


Abb. 4.8  
 Datenfluß der Meßtemperaturen: Auswertung von Analog- und Digital-  
 bild, Transformationen (hier am Beispiel der INNEN-Temperatur)

## 5 Transformation der Meßtemperaturen

Mit der Transformation der Meßtemperaturen wird das Bindeglied zwischen Messung und Rechnung bereitgestellt, das eine Adapterfunktion für verschiedene Datenkonventionen erfüllt. Die Transformation hat geometrische und thermische Aspekte zu berücksichtigen. Die geometrischen Aspekte sind:

- Struktur des Digitalbildes (Pixelordnung und Maßstab),
- Optische Projektionseigenschaften der Infrarotkamera (Zentralperspektive),
- Geometrische Konfiguration des Prüfobjektes (Pyramidengestalt),
- Drehbarkeit des Prüfobjektes in verschiedene Hauptwinkelstellungen,
- Ortszuordnung von Temperaturen auf räumlich angeordneten ebenen Oberflächen,
- Struktur des Rechenmodells (Dreidimensional/orthogonales Finite-Differenzen-Raster mit Oberflächen-Materialschichten und oberflächennahen Luftschichten).

Soweit Ortszuordnungen von Meßgenauigkeiten abhängen, ist zusätzlich dem Problem geometrischer Imperfektionen zu begegnen (s. Abschnitt 5.2). Ebenfalls mit dem Hilfsmittel der Transformation kann der vom Strahlungswinkel abhängige Einfluß der Emissionseigenschaften des Modellmaterials berücksichtigt werden (s. Abschnitt 5.4). Die Lösung der geometrischen Transformationsaufgabe für die Meßtemperaturen gliedert sich in zwei Hauptschritte (wobei die oben genannten Aspekte ineinander greifen):

- Transformation vom Digitalbild zur Modelloberfläche,
- Transformation in das Finite-Differenzen-System.

Die Lösung des thermischen Teils befaßt sich mit Skalierung und Kalibrierung, dem Einfluß des Abstrahlungswinkels auf die Emissivität, sowie deren Kopplung mit geometrischen Aspekten.

### 5.1 Koordinatensysteme

#### 5.1.1 Transformation vom Digitalbild zur Modelloberfläche

Das Digitalbildraster besteht aus 480 Zeilen und 512 Spalten, deren Pixel von links oben nach rechts unten geordnet sind. Abb. 5.1 zeigt schematisch je ein Digitalbild für innen und außen, denen Bildkoordinatensysteme  $x^I, y^I$  und  $x^A, y^A$  zugeordnet werden. Innen- und Außensystem sind spiegelbildlich zueinander. Hierdurch werden im dreidimensionalen Pyramidenmodell die Systeme parallel und richtungsgleich gehalten. Für die Skalierung von  $x^I, y^I$  und  $x^A, y^A$  werden die Bezugsmaße für das Pyramidenmodell aus geometrischer Beziehung beschafft und am Objekt nachgemessen. Gleichzeitig wird je ein Prototyp-Digitalbild innen und außen hinzugezogen. Die Bezugsmaße am Modell sind horizontal und vertikal orientiert. In den Prototyp-Digitalbildern werden die entsprechenden Pixeldifferenzen für die Skalierung bestimmt (s. Abschnitt 5.2, Abb. 5.5).

Aus den Bildkoordinaten ergeben sich durch ebene Translation und Rotation die Basiskoordinaten  $r^I, s^I$  und  $r^A, s^A$  (s. Abschnitt 5.2.2). Diese vermitteln die geometrisch justierte (von Imperfektionen bereinigte) Lage der Bildpunkte als Projektion auf die Objektträger-Oberflächenebene innen bzw. außen, wobei die Achsen der 3. Dimension  $t^I$  und  $t^A$  auf der Raumdiagonalen des Pyramidenmodells liegen (s. Abb. 5.1).

Von den Basiskoordinaten erfolgt der Übergang zu den Modelloberflächenkoordinaten in zwei Schritten (s. Abb. 5.2).

**Translation** in die Pyramidenspitze innen bzw. außen:

$$\begin{aligned} r^{I*} &= r^I - r^I_0 & (5.1) \\ t^{A*} &= r^A - r^A_0 & (5.2) \end{aligned}$$

wobei:

$$r^{I*} = \begin{bmatrix} r^{I*} \\ s^{I*} \\ t^{I*} \end{bmatrix}, \quad r^I = \begin{bmatrix} r^I \\ s^I \\ t^I (=0) \end{bmatrix}, \quad r^I_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l^I/\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

$$r^{A*} = \begin{bmatrix} r^{A*} \\ s^{A*} \\ t^{A*} \end{bmatrix}, \quad r^A = \begin{bmatrix} r^A \\ s^A \\ t^A (=0) \end{bmatrix}, \quad r^A_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l^A/\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} l^I &= l^A - (3 - \sqrt{3})d, \\ l^I &= \text{Pyramidenkantenlänge innen,} \\ l^A &= \text{Pyramidenkantenlänge außen,} \\ d &= \text{Plattendicke des Modellmaterials.} \end{aligned}$$

**Rotation** der verschobenen Basiskoordinaten in die Pyramidenkanten bei gleichzeitiger Drehung des Modells um den Hauptwinkel  $\phi$ :

$$\begin{aligned} u^I &= T r^{I*} & (5.3) \\ u^A &= T r^{A*} & (5.4) \end{aligned}$$

wobei:

$$u^I = \begin{bmatrix} u^I \\ v^I \\ w^I \end{bmatrix}, \quad u^A = \begin{bmatrix} u^A \\ v^A \\ w^A \end{bmatrix},$$

$$T = \sqrt{(2/3)} \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & -1/\sqrt{2} \\ \cos(\phi+4\pi/3) & \sin(\phi+4\pi/3) & -1/\sqrt{2} \\ \cos(\phi+2\pi/3) & \sin(\phi+2\pi/3) & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Die bisherigen Transformationsschritte stellen den grundsätzlichen Zusammenhang zwischen Digitalbild und Modelloberfläche her, indem die Struktur des Digitalbildes, die geometrische Konfiguration des Pyramidenmodells und dessen aktuelle Hauptwinkellage  $\phi$  berücksichtigt werden.

Im folgenden muß noch die Abbildung eines beliebigen Bildpunktes der Basisebene auf die zuzuordnende Modelloberfläche unter Zentralperspektive (Infrarotkamera) beschafft werden. Die Herleitung ist für innen und außen gleich. Sie wird daher zunächst in einem allgemeinen Basissystem  $r, s, t$  angeschrieben und später sinngemäß auf  $r^I, s^I, t^I$  bzw.  $r^A, s^A, t^A$  übertragen (s. Abb. 5.3).

Gegeben sind die Ortsvektoren dreier Punkte  $Q_1, Q_2, Q_3$ , die eine Oberflächenebene im Raum aufspannen (Pyramidenteilfläche):

$$q_1 = \begin{bmatrix} q_{1r} \\ q_{1s} \\ q_{1t} \end{bmatrix}, \quad q_2 = \begin{bmatrix} q_{2r} \\ q_{2s} \\ q_{2t} \end{bmatrix}, \quad q_3 = \begin{bmatrix} q_{3r} \\ q_{3s} \\ q_{3t} \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

ferner der Abstand  $a$  des Infrarotkameraobjektivs von der Basisebene  $r, s$ :



$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

sowie ein Bildpunkt  $P'$  des Digitalbildes in der Basisebene  $r,s$ :

$$\mathbf{p}' = \begin{bmatrix} p'_r \\ p'_s \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Gesucht ist der zum Bildpunkt  $P'$  gehörige Objektpunkt  $P$  auf der Oberfläche  $Q_1, Q_2, Q_3$ :

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_r \\ p_s \\ p_t \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Die Oberflächenebene  $Q_1, Q_2, Q_3$  kann zunächst in der Hesse-Normalform dargestellt werden ( $\#$  = Kreuzprodukt):

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_0 &= (\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) \# (\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_1) \\ \mathbf{n} &= \mathbf{h}_0 / \sqrt{(\mathbf{h}_0^T \mathbf{h}_0)} \\ \mathbf{h} &= \mathbf{n}^T \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{h} &= h \mathbf{n} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Ferner gelten die Beziehungen:

$$\mathbf{b} = \mathbf{a} - \mathbf{p}' \quad (5.10)$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{h} + \mathbf{g} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + k \mathbf{b} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{h}^T \mathbf{g} = 0 \quad (5.13)$$

Substitution von (5.11) in (5.12) und Linksmultiplikation mit  $\mathbf{h}^T$  ergibt:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^T \mathbf{p}' + k \mathbf{h}^T \mathbf{b} &= \mathbf{h}^T \mathbf{h} + \mathbf{h}^T \mathbf{g} \\ \mathbf{h}^T \mathbf{p}' + k \mathbf{h}^T \mathbf{b} &= \mathbf{h}^T \mathbf{h} + \mathbf{h}^T \mathbf{g} \\ \underline{\hspace{10em}} &= 0, \text{ siehe (5.13)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= \mathbf{h}^T (\mathbf{h} - \mathbf{p}') / \mathbf{h}^T \mathbf{b} \\ \mathbf{p} &= \mathbf{p}' + k \mathbf{b} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Wie oben erwähnt, ist die Lösung  $\mathbf{p}$  zunächst im Basissystem  $r,s,t$  definiert.  $\mathbf{p}$  wird auf die Innen- und Außenseite des Modells angewendet und in (5.1), (5.2) und (5.3), (5.4) eingesetzt.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_r \\ p_s \\ p_t \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{p}^I_r = \begin{bmatrix} p^I_r \\ p^I_s \\ p^I_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^A_r = \begin{bmatrix} p^A_r \\ p^A_s \\ p^A_t \end{bmatrix}.$$

**Translation:**

$$\mathbf{p}^{I*}_r = \mathbf{p}^I_r - \mathbf{r}^I_0 \quad (5.15)$$

$$\mathbf{p}^{A*}_r = \mathbf{p}^A_r - \mathbf{r}^A_0 \quad (5.16)$$

**Rotation:**

$$\mathbf{p}^I_u = \mathbf{T} \mathbf{p}^{I*}_r \quad (5.17)$$

$$\mathbf{p}^A_u = \mathbf{T} \mathbf{p}^{A*}_r \quad (5.18)$$

wobei:

$$\mathbf{p}^I_u = \begin{bmatrix} p^I_u \\ p^I_v \\ p^I_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^{I*}_r = \begin{bmatrix} p^{I*}_r \\ p^{I*}_s \\ p^{I*}_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^I_r = \begin{bmatrix} p^I_r \\ p^I_s \\ p^I_t \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}^A_u = \begin{bmatrix} p^A_u \\ p^A_v \\ p^A_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^{A*}_r = \begin{bmatrix} p^{A*}_r \\ p^{A*}_s \\ p^{A*}_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^A_r = \begin{bmatrix} p^A_r \\ p^A_s \\ p^A_t \end{bmatrix}.$$

Der transformierte Bildpunkt  $\mathbf{p}^I_u$  bzw.  $\mathbf{p}^A_u$  liegt nun - sofern er sich nicht völlig außerhalb des Pyramidenbereiches befindet - in einer der Oberflächenebenen  $u^I, v^I, w^I, u^A, v^A, w^A$  oder  $u^I, v^I, w^I, u^A, v^A, w^A$ . Die jeweils dritte Vektorkomponente in  $\mathbf{p}^I_u$  oder  $\mathbf{p}^A_u$  ist Null. Dieses läßt sich auch im numerischen Algorithmus zeigen, wo die Null-Komponente nur den digitalen Rundungsfehler aufweist.

### 5.1.2 Transformation in das Finite-Differenzen-System

Die in Abschnitt 5.1.1 eingeführten Modelloberflächen-Koordinatensysteme  $u^I$  (5.3) und  $u^A$  (5.4) werden in das globale System  $x$  des Finite-Differenzen-Rasters eingebettet:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Abb. 5.4 zeigt den Zusammenhang. Das FD-Raster ist in Abschnitt 6 im einzelnen beschrieben. Hier ist für die Koordinatentransformation nur wesentlich, daß unterschieden wird zwischen sehr flachen oberflächennahen Luftschichten ( $d^L = 2$  [mm]) und Oberflächen-Materialschichten ( $d^0 = 2$  [mm]) sowie der eigentlichen Materialschicht ( $d = 4$  [cm]), die in sich für numerische Belange weiter unterteilt sein kann (s. Abschnitt 6).

Translation:

$$\mathbf{p}^I_x = \mathbf{p}^I_u + \mathbf{p}^I_0, \quad (5.20)$$

$$\mathbf{p}^A_x = \mathbf{p}^A_u + \mathbf{p}^A_0, \quad (5.21)$$

$$\mathbf{p}^I_x = \begin{bmatrix} p^I_x \\ p^I_y \\ p^I_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^I_0 = \begin{bmatrix} d^L+d-d^0/2 \\ d^L+d-d^0/2 \\ d^L+d-d^0/2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}^A_x = \begin{bmatrix} p^A_x \\ p^A_y \\ p^A_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}^A_0 = \begin{bmatrix} d^L+d^0/2 \\ d^L+d^0/2 \\ d^L+d^0/2 \end{bmatrix}.$$

Es sei angemerkt, daß die Verschiebung (5.21) wegen der kleinen Beträge physikalisch kaum von Bedeutung ist. Numerisch hat sie jedoch (ebenso wie (5.20)) die Wirkung, daß die mit Temperatur beaufschlagten Oberflächenebenen des Versuchsmodells in die Schwerpunktebenen der Oberflächenschichten des Finite-Differenzen-Modells verschoben werden. Dieses ermöglicht die Verifikation der Temperaturen in dem aus anderen Gründen (s. Abschnitt 4.3) sensitiven Ecken- und Kehlenbereich.

Der Übergang zum globalen Koordinatensystem  $x$  schafft die Grundlage für ein einheitliches Vorgehen bei Meßtemperaturen und rechnerisch ermittelten, iterativ zu verbessernden Vergleichstemperaturen (s. Abschnitt 6). Der hierzu notwendige Schritt der Interpolation der Meßtemperaturen auf das Finite-Differenzen-Raster ist in Abschnitt 5.5 beschrieben.

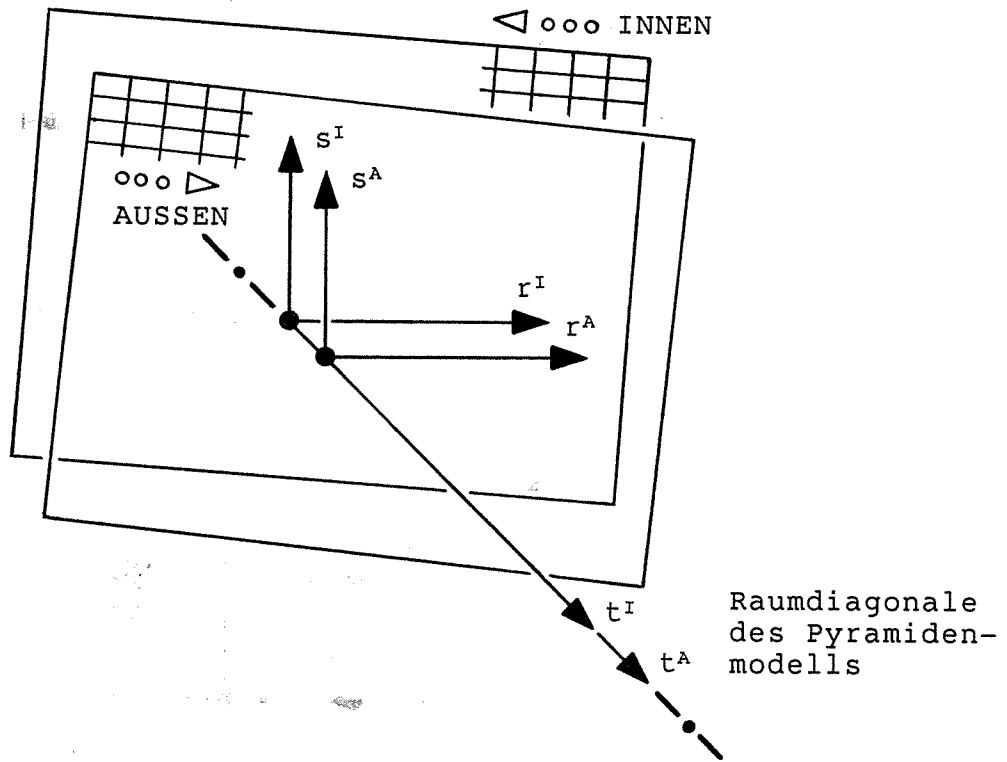
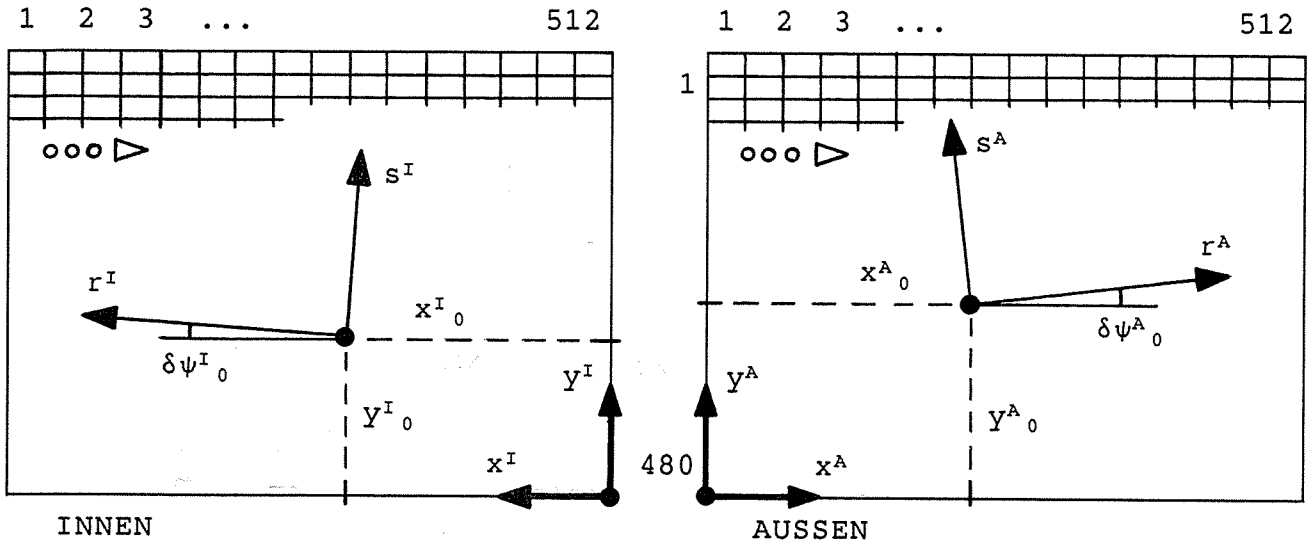


Abb. 5.1  
 Bild-Koordinatensysteme innen und außen:  $x^I, y^I$  und  $x^A, y^A$   
 Transformation in Basiskordinaten  $r^I, s^I, t^I$  und  $r^A, s^A, t^A$

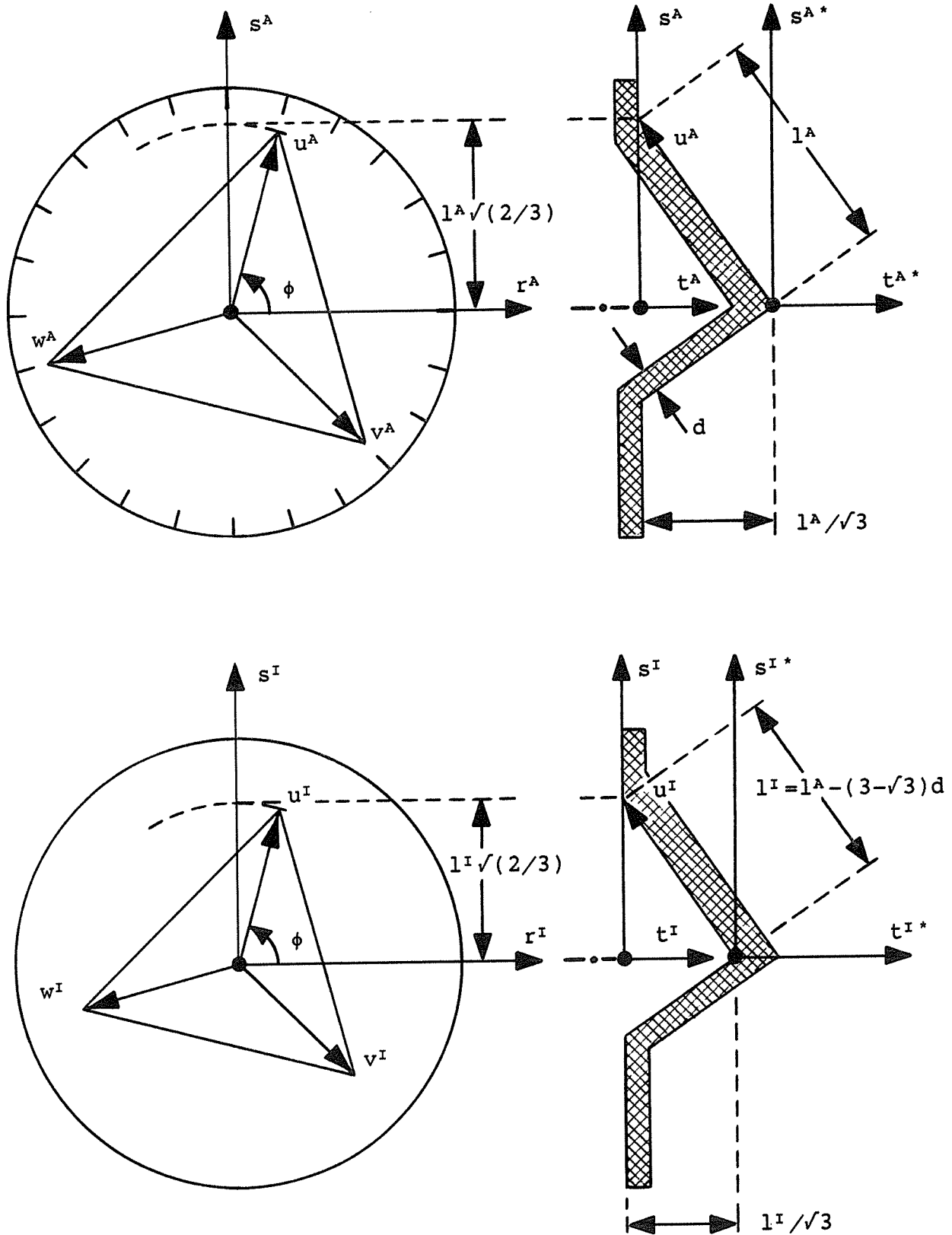


Abb. 5.2  
 Basis-Koordinatensysteme innen und außen:  $r^I, s^I, t^I$  und  $r^A, s^A, t^A$   
 Transformation in Modelloberflächenkoordinaten  $u^I, v^I, w^I$  und  $u^A, v^A, w^A$

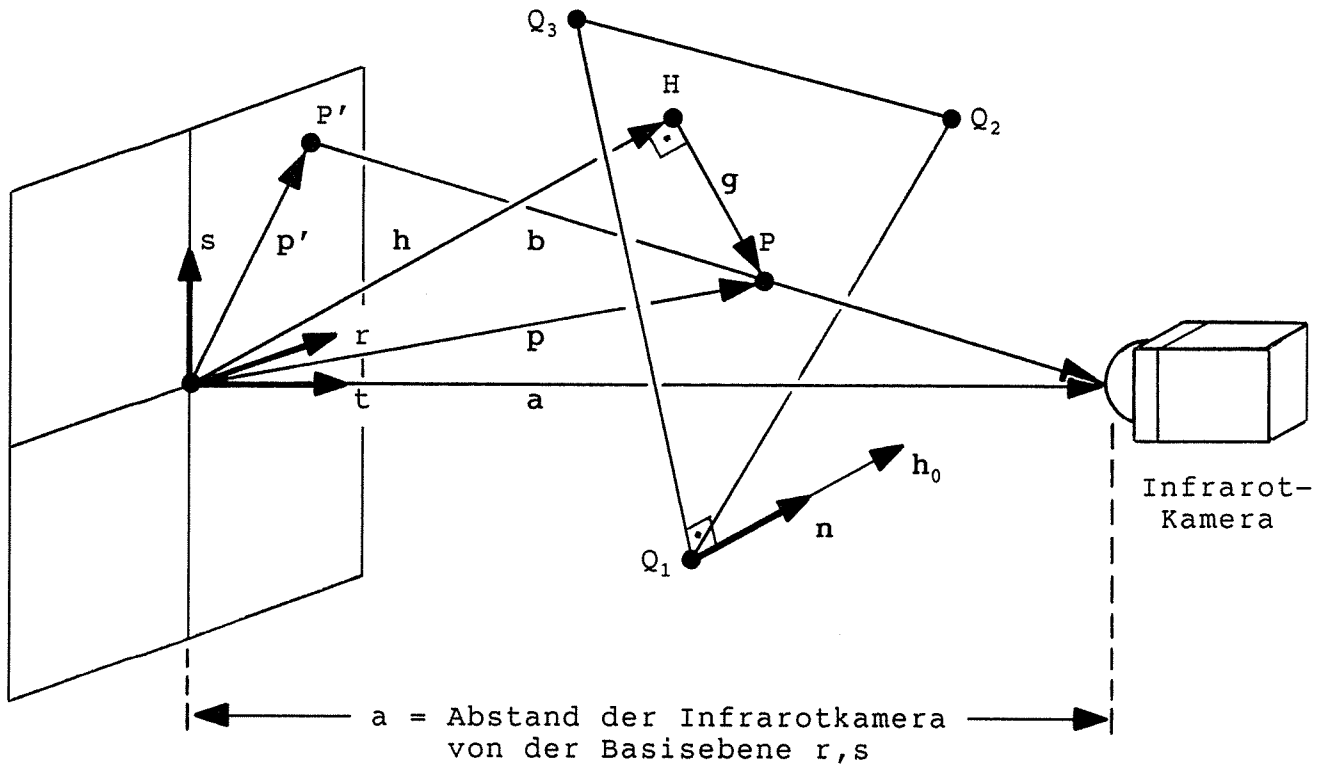


Abb. 5.3  
 Projektive Beziehung zwischen Objektpunkt  $P$  der Ebene  $Q_1, Q_2, Q_3$  (Anwendung: Pyramidenoberfläche) und Bildpunkt  $P'$  der Basisebene  $r, s$

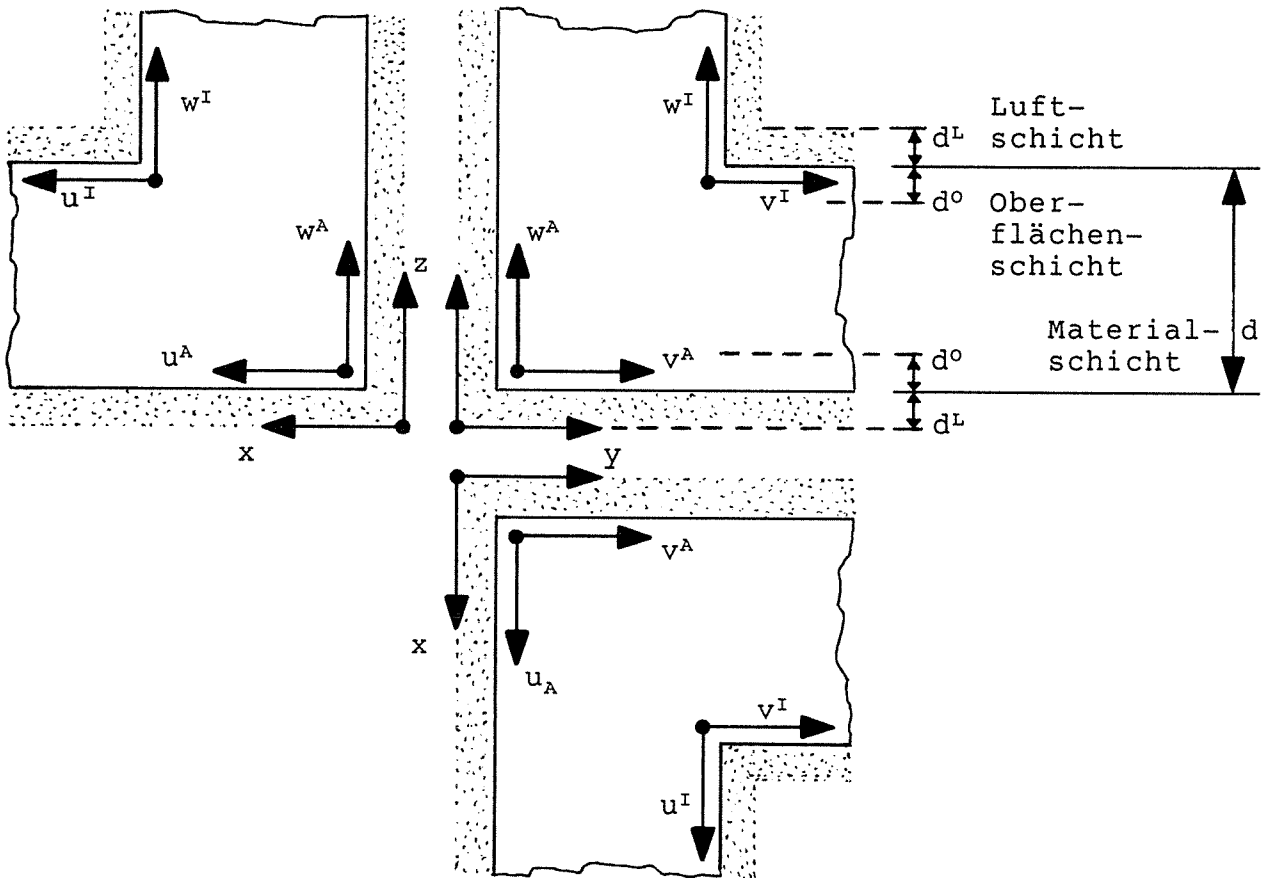


Abb. 5.4  
 Modelloberflächen-Koordinatensysteme:  $u^I, v^I, w^I$  und  $u^A, v^A, w^A$   
 Transformation in globale Koordinaten  $x, y, z$  (FD-Koordinaten)

## 5.2 Geometrische Justierung

Die Ortszuordnung der Temperaturen erfordert zum einen die horizontale und vertikale Skalierung des Digitalbildes bezogen auf die Modellabmessungen. Zum anderen ist der Hauptwinkel  $\phi$  des drehbaren Versuchsmodells simultan zur rechnerischen Rotation um  $\phi$  zu verwalten. Die hierbei in Kauf zu nehmenden Imperfektionen der Modell-Einstellung und der Positionierung der Infrarotkamera sollen durch rechnerischen Ausgleich im Mittel kompensiert werden.

### 5.2.1 Skalierung zwischen Digitalbild und Modell

Abb. 5.5 zeigt schematisch die Digitalbilder je eines Temperaturzustandes auf der Innenseite und Außenseite des Modells in Hauptwinkelstellung  $\phi = 0$  [°]. Die Temperaturdifferenzen bilden sich an den Übergangskanten zwischen Pyramidenmodell und Objektträgerplatte als Konturen ab, die zur Ortszuordnung verwendet werden können. Weitere Unterstützung liefern keilförmige Markierungen aus Aluminiumfolie, die auf den Polystyrol-Untergrund geklebt sind. Diese heben sich wegen ihrer von Polystyrol abweichenden Emissivität im Temperaturbild ab (zeigen daher eine verfälschte Temperatur!) und ermöglichen durch ihre Formgebung die Zentrierung dreier Punkte  $S_1, S_2, S_3$ , die ein gleichseitiges Dreieck aufspannen. Zusätzlich werden die Punkte  $S_1, S_2, S_3$  durch V-förmig gebogene Heizdrähte markiert, die bei kurzfristiger Erwärmung mit 4 [V], 4 [A] sichtbar werden, und deren Knickpunkte zur Ortsbestimmung dienen.

Dieses geschieht (wie in Abschnitt 4.4 erwähnt) durch Auswertung des Digitalbildes am Bildverarbeitungsrechner, indem die zu den interessierenden geometrischen Orten gehörigen Pixelnummern als Schätzwerte in der Umgebung relativer Temperatur-Minima oder -Maxima bestimmt werden.

Die zugehörigen Maße am Modell sind bekannt.  
Es ergibt sich folgende Skalierung (s. Abb. 5.5):

**Bildkoordinaten innen:**

$$x^I = x_{\max}^I - (m_{\text{pix}}^I - 0.5) x_{\max}^I / 512 \quad (5.22)$$

$$y^I = y_{\max}^I - (n_{\text{pix}}^I - 0.5) y_{\max}^I / 480 \quad (5.23)$$

wobei:

$$\begin{aligned} x^I, y^I &= \text{aktuelle Bildpunktkoordinaten innen,} \\ x_{\max}^I &= \Delta x^I * 512 / (j_{\text{pix}}^I - i_{\text{pix}}^I) = \text{Bildausschnitt} \\ y_{\max}^I &= \Delta y^I * 480 / (l_{\text{pix}}^I - k_{\text{pix}}^I) \quad \text{innen,} \\ \Delta x^I &= \sqrt{6}/4 * l^I = \text{Bezugsmaße am Modell} \\ \Delta y^I &= \sqrt{2}/2 * l^I \quad \text{innen,} \\ l^I &= \text{Pyramidenkantenlänge innen,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{\text{pix}}^I, n_{\text{pix}}^I &= \text{horizontale und vertikale aktuelle Pixelnummer,} \\ i_{\text{pix}}^I, j_{\text{pix}}^I &= \text{horizontale Bezugs-Pixelnummern links, rechts,} \\ k_{\text{pix}}^I, l_{\text{pix}}^I &= \text{vertikale Bezugs-Pixelnummern oben, unten.} \end{aligned}$$

## Bildkoordinaten außen:

$$x^A = (m_{\text{pix}}^A - 0.5) x_{\text{max}}^A / 512 \quad (5.24)$$

$$y^A = y_{\text{max}}^A - (n_{\text{pix}}^A - 0.5) y_{\text{max}}^A / 480 \quad (5.25)$$

wobei:

$x^A, y^A$  = aktuelle Bildpunktkoordinaten außen,

$$x_{\text{max}}^A = \Delta x^A * 512 / (j_{\text{pix}}^A - i_{\text{pix}}^A) = \text{Bildausschnitt}$$

$$y_{\text{max}}^A = \Delta y^A * 480 / (l_{\text{pix}}^A - k_{\text{pix}}^A) \quad \text{außen,}$$

$$\Delta x^A = \sqrt{6}/4 * l^A = \text{Bezugsma\~{a}\ss e am Modell}$$

$$\Delta y^A = \sqrt{2}/2 * l^A \quad \text{au\~{a}\ss en,}$$

$$l^A = \text{Pyramidenkantenl\~{a}\ng e au\~{a}\ss en,}$$

$m_{\text{pix}}^A, n_{\text{pix}}^A$  = horizontale und vertikale aktuelle Pixelnummer,

$i_{\text{pix}}^A, j_{\text{pix}}^A$  = horizontale Bezugs-Pixelnummern links, rechts,

$k_{\text{pix}}^A, l_{\text{pix}}^A$  = vertikale Bezugs-Pixelnummern oben, unten.

### 5.2.2 Justierung Hauptwinkel $\phi$ und Infrarotkameraposition

Der Hauptwinkel  $\phi$  wird im Rahmen der Me\~{s}serie in Schritten zu  $\Delta\phi = 15$  [°] am drehbaren Pyramidenmodell von Hand eingestellt. Zwischen den einzelnen Messungen mu\~{s} die Infrarotkamera auf der Innen- und Au\~{u}enseite (Warm- und Kaltseite) des Versuchsaufbaus (s. Abschnitt 4) jeweils neu positioniert werden. Hierbei treten kleine Positionierungsfehler auf, die zu kompensieren sind. Abb. A3.1 und 5.1 zeigen das Prinzip der Korrektur, dessen Durchf\~{u}hrung gekoppelt wird mit der Transformation von den Bildkoordinaten  $x^I, y^I$  bzw.  $x^A, y^A$  zu den Basiskoordinaten  $r^I, s^I$  bzw.  $r^A, s^A$  (s. Abschnitt 5.1.1):

$$r^I = (x^I - x_0^I) \cos(\delta\psi_0^I) + (y^I - y_0^I) \sin(\delta\psi_0^I) \quad (5.26)$$

$$s^I = - (x^I - x_0^I) \sin(\delta\psi_0^I) + (y^I - y_0^I) \cos(\delta\psi_0^I) \quad (5.27)$$

$$r^A = (x^A - x_0^A) \cos(\delta\psi_0^A) + (y^A - y_0^A) \sin(\delta\psi_0^A) \quad (5.28)$$

$$s^A = - (x^A - x_0^A) \sin(\delta\psi_0^A) + (y^A - y_0^A) \cos(\delta\psi_0^A) \quad (5.29)$$

Hierin sind:

$x_0^I, y_0^I$   
 $x_0^A, y_0^A$  = Ursprung der Basiskoordinaten (innen, au\~{u}en) mit Kompensation geometrischer Imperfektionen,

$\delta\psi_0^I = \psi_0^I - \psi^I$   
 $\delta\psi_0^A = \psi_0^A - \psi^A$  = Korrekturwinkel zwischen Bild- und Basiskoordinaten (innen, au\~{u}en),

$\psi_0^I$   
 $\psi_0^A$  = aus der Sch\~{a}tzung  $S_1, S_2, S_3$  (s. Abb. A3.1) durch Ausgleich berechneter Ist-Winkel  $\psi_0$ ,

$\psi^I = \phi^I - \pi/3$   
 $\psi^A = \phi^A - \pi/3$  = auf den Hauptwinkel  $\phi$  bezogener Soll-Winkel  $\psi$  des Dreiecks  $P_1, P_2, P_3$  (s. Abb. A3.1).

Die Bestimmung von  $x_0^I, y_0^I$  und  $\psi_0^I$  bzw.  $x_0^A, y_0^A$  und  $\psi_0^A$  erfolgt jeweils durch eine Ausgleichsrechnung, die in Abschnitt A3 hergeleitet wird. Hierzu werden durch Auswertung der Digitalbilder in der gedrehten Lage  $\phi$  mit Hilfe von (5.22), (5.23) oder (5.24), (5.25) (s.

Abschnitt 5.2.1) Schätzwerte der drei Punkte  $S_1, S_2, S_3$  bestimmt (s. Abb. 5.5), die zum Gegenstand der Ausgleichsrechnung gemacht werden. Die berechneten Werte von  $x_0, y_0$  und  $\psi_0$  zeigen die Güte der manuellen "Grob"-Positionierung der Infrarotkamera und der Hauptwinkeleinstellung  $\phi$  an. Insbesondere liegt  $\delta\psi_0$  in der Regel nahe bei Null. Mit der Justierung wird die Genauigkeit der Ortszuordnung der Meßtemperaturen zum Rechenmodell unterstützt.

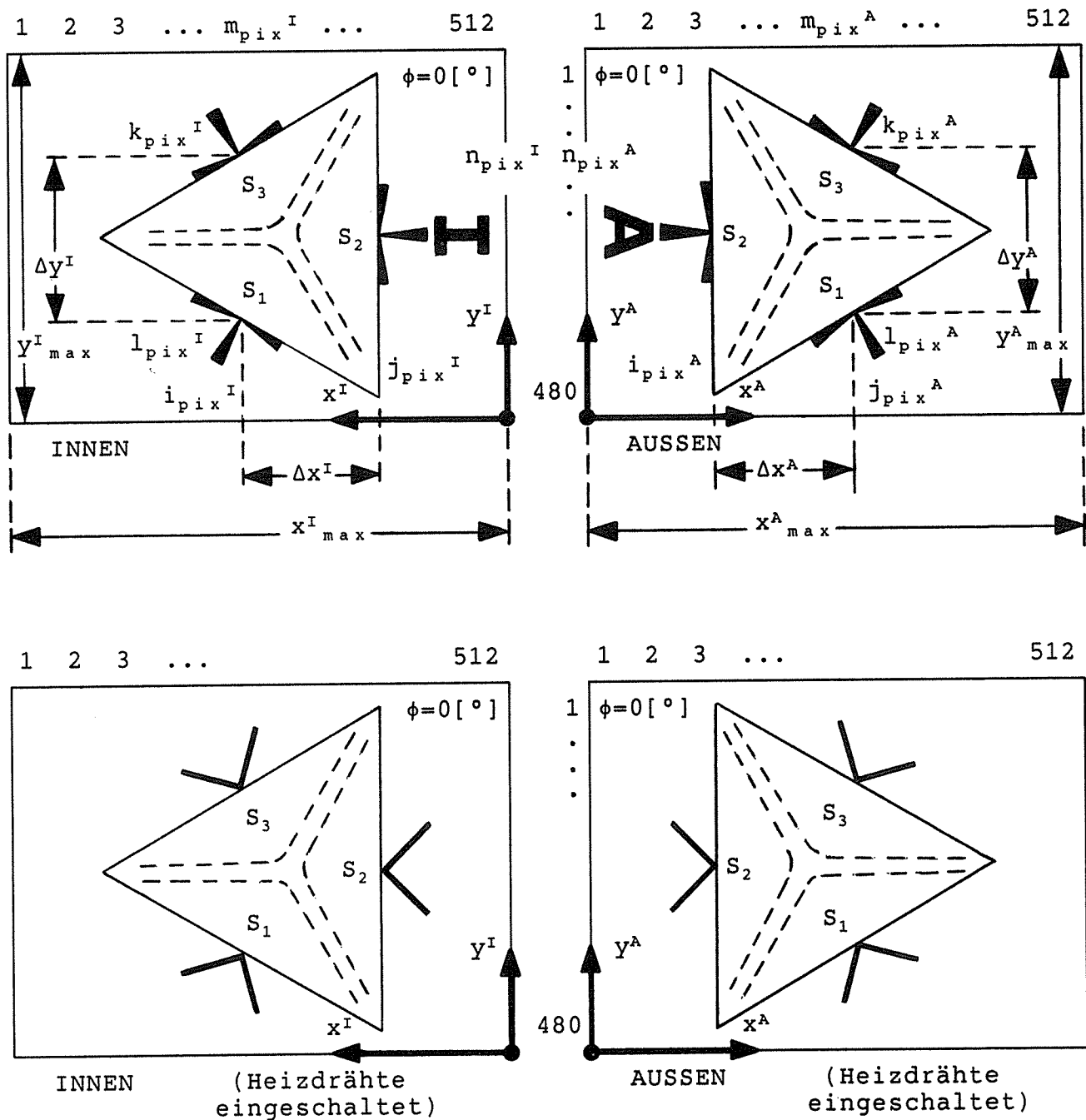


Abb. 5.5 Geometrische Justierung der Digitalbilder innen und außen bezüglich des Pyramidenmodells: Schätzwerte  $S_1, S_2, S_3$  aus Meßmarkierungen (Keile aus Aluminiumfolie, V-förmig gebogene Heizdrähte)



### 5.3 Temperaturkalibrierung

Die Meßtemperaturen werden von der Infrarotkamera über Analog/Digital-Wandler zum Rechner übertragen, ohne daß die Temperaturskala in [°C] im Digitalbild direkt mitverwaltet wird (s. Abschnitt 4.4). Stattdessen werden das Analogbild thermisch und das Digitalbild geometrisch für die Zwecke der Temperaturkalibrierung im Rechenmodell ausgewertet (s. Abb. 4.8).

Aus dem Analogbild werden zwei ausgewählte Temperaturwerte  $t_{min}^*$  und  $t_{max}^*$  übernommen, die sich signifikant voneinander unterscheiden müssen, um für die Aufstellung einer linearen Temperaturskala geeignet zu sein. "Min" und "Max" stehen für "niedrig" und "hoch", müssen aber nicht die Extremwerte des Digitalbildes sein. Parallel dazu werden die korrespondierenden Orte im Digitalbild aufgesucht und deren Intensitätswerte  $g_{min}$  und  $g_{max}$  bestimmt. Da in der Umgebung dieser Orte mit einem gewissen Pixelrauschen zu rechnen ist, empfiehlt es sich, die benötigten Intensitätswerte über ein kleines Fenster der Umgebung zu mitteln:

$$g_{min} = \frac{\sum_{(i,j)} g_{ij}}{m} \quad (5.30)$$

$$g_{max} = \frac{\sum_{(k,l)} g_{kl}}{n} \quad (5.31)$$

Hierin sind  $i,j$  bzw.  $k,l$  Laufindizes und  $m$  bzw.  $n$  die Pixelanzahlen der geometrischen Fenster. Für die Umrechnung aller Pixel eines Digitalbildes in Temperaturwerte [°C] folgt die lineare Funktion:

$$t^* = t_{min}^* + \frac{t_{max}^* - t_{min}^*}{g_{max} - g_{min}} (g - g_{min}) \quad (5.32)$$

$g$  = Intensitätswert eines Pixels im Digitalbild (Graustufe),  
 $t^*$  = zugehöriger Meßtemperaturwert in [°C].

Die Umrechnung wird für die Innen- und Außenseite jeweils getrennt vorgenommen. Es sei angemerkt, daß der hier postulierte lineare Zusammenhang zwischen Pixelintensitäten im Digitalbild und Temperaturen [°C] sich auf die linearen Kalibriereigenschaften der Infrarotkamera und des Analog/Digital-Wandlers stützt, deren Einhaltung vorausgesetzt wird.

### 5.4 Strahlungswinkelabhängige Emissivität

Das dreidimensionale Oberflächenprofil des Pyramidenmodells wird von der mit Weitwinkelobjektiv bestückten Infrarotkamera unter zentralperspektivischer Verzerrung abgerastert. Die hierdurch notwendige geometrische Entzerrung führt auf die Koordinatentransformation, die in Abschnitt 5.1 beschrieben ist. Hierbei fällt rechnerisch auch der Abstrahlungswinkel  $\beta$  von der Modelloberfläche an, der für die Emissivität des Modellmaterials von Bedeutung ist (s. Abb. 5.6).

Um den Abstrahlungswinkel  $\beta$  für einen Ausgleich des winkelabhängigen Emissivitätseinflusses auf die Temperaturanzeige des Infrarot-Thermogramms nutzen zu können, soll für das Modellmaterial Polystyrol die den Emissivitätseinfluß enthaltende Temperatur-Charakteristik bestimmt werden. Hierzu werden Kalibriermessungen durchgeführt.

Die Kalibrierversuche bedienen sich der für die Lufttemperaturmessung angefertigten "Meßbaken" (s. Abschnitt 4.3). Diese werden auf der Warmseite des Experiments bei Referenztemperaturen von 20 [°C] bis 50 [°C] in Abständen von 10 [K] durch Punktmessung (digitales Fenster auf der Meßbake) mittels der Infrarotkamera unter verschiedenen Abstrahlungswinkeln von 0 [°] bis 75 [°] mit einer Schrittweite von 15 [°] aufgenommen und die hierbei von der Infrarotkamera an-

gezeigten Temperaturen protokolliert. Die Referenztemperaturen sind vorher als stationäre Zustände zu stabilisieren. Abb. 5.7 zeigt die typische Emissions-Charakteristik für eine bestimmte Referenztemperatur. Abb. 5.8 zeigt die durch die Emissivität beeinflusste Temperatur-Charakteristik bei Abwicklung des Winkels  $\beta$  in linearisierter Diagrammform und Ergänzung für alle gewählten Referenztemperaturen. Hierdurch entsteht eine Raumfläche

$$t^* = f(\beta, t^{\text{Ref}}), \quad (5.33)$$

die sich zur rechnerischen Ermittlung interpolierter Werte ergänzend zu den angezeigten Meßtemperaturen eignet.

Die Kalibrierversuche werden mehrfach wiederholt und die so gewonnenen Meßdaten als Stichprobe behandelt, die einer zweidimensionalen Ausgleichsanalyse zu unterziehen sind. Hierzu dient das in Abschnitt A2 beschriebene Hermite-Ausgleichsverfahren.

Die aus (5.33) so entstehende ausgeglichene Raumfläche wird im Rahmen der Transformation der Meßtemperaturen des Pyramidenmodells als Korrekturfunktion eingesetzt. Abb. 5.9 zeigt das Korrekturprinzip: Eine von der Infrarotkamera angezeigte Meßtemperatur  $t^*$  beschreibt eine Isokline im Korrekturdiagramm. Bringt man diese mit dem zugehörigen ortsabhängigen, geometrisch ermittelten Abstrahlungswinkel  $\beta$  zum Schnitt, so folgt aus dem Schnittpunkt die zu  $t^*$  gehörige, auf den Abstrahlungswinkel Null umgerechnete, korrigierte Meßtemperatur  $t^{\text{Korr}}$ . Hierbei wird der benötigte Schnittpunkt der  $t^*$ -Isokline mit der Vertikalebene  $\beta$  wegen der Nichtlinearität der Funktion (5.33) iterativ bestimmt.

Beim Modellmaterial Polystyrol zeigt sich, daß der Einfluß der strahlungswinkelabhängigen Emissivität mit der Höhe der Referenztemperatur ansteigt. Bei 50 [°C] verändert sich die winkelabhängige Anzeige der Infrarotkamera kontinuierlich um bis zu 2 [K]. In Abschnitt 7.2 wird eine Sensitivitätsstudie vorgestellt, die den hieraus folgenden Einfluß auf die zu berechnenden Wärmeübergangskoeffizienten wiedergibt.

Die hier beschriebene Vorgehensweise behandelt den Einfluß des Abstrahlungswinkels  $\beta$  auf die Emissivität unter Berücksichtigung der Referenztemperatur in zweiparametrischer Form. Weitere Parameter, die von Interesse sein können, sind der Einfluß des Strahlungsaustausches mit der Umgebung, die Aufspaltung in Transmission, Emission und Reflektion, sowie der Einfluß der Bandpaß-Eigenschaften des Detektors der Infrarotkamera bei verschiedenen Referenztemperaturen.

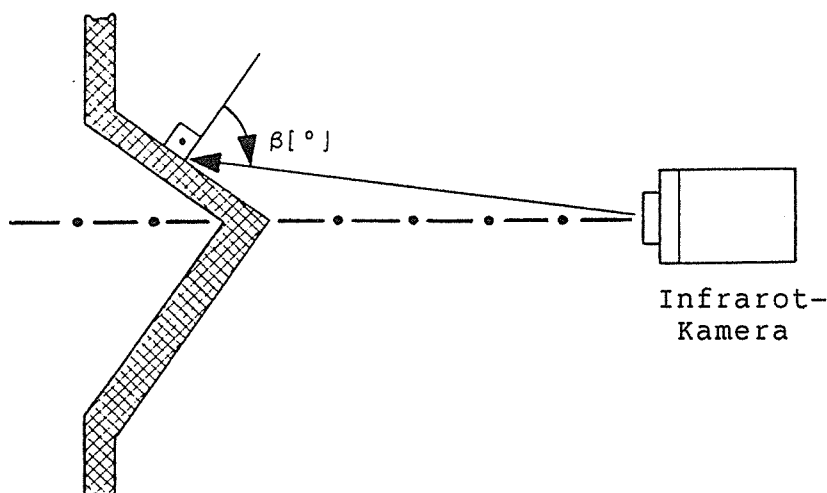


Abb. 5.6  
Strahlungswinkel  $\beta$  an der Oberfläche des Pyramidenmodells in Beziehung zur Position der Infrarotkamera

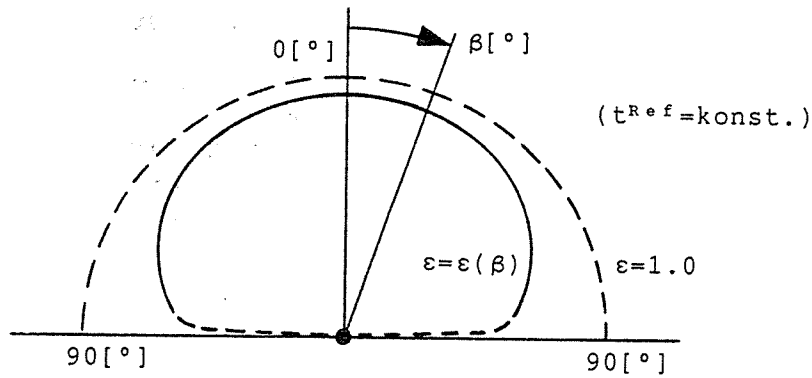


Abb. 5.7  
Strahlungswinkelabhängige Emissions-Charakteristik:  
Emissionsgrad  $\varepsilon = \varepsilon(\beta)$  für eine bestimmte Referenztemperatur

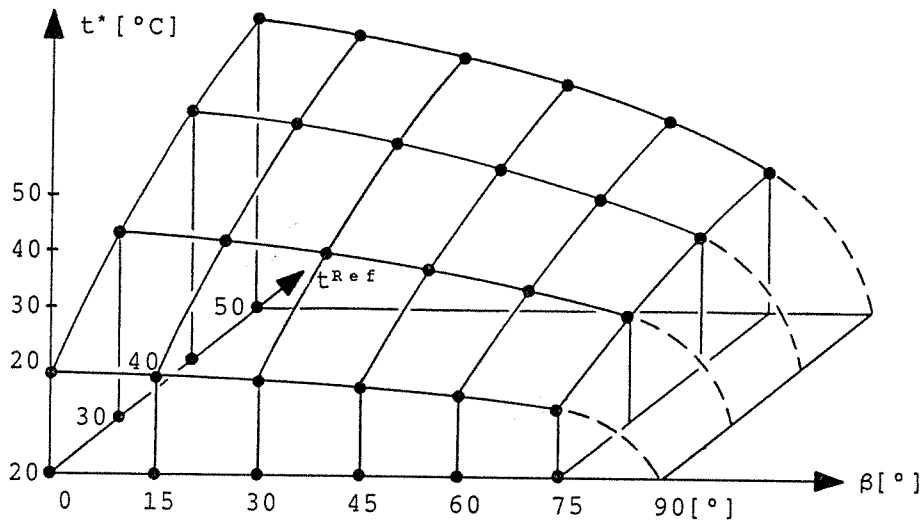


Abb. 5.8  
Strahlungswinkelabhängige Temperatur-Charakteristik (Abwicklung)  
für verschiedene Referenztemperaturen (Raumfläche  $t^* = f(\beta, t^{Ref})$ )  
auf der Grundlage von Versuchsergebnissen)

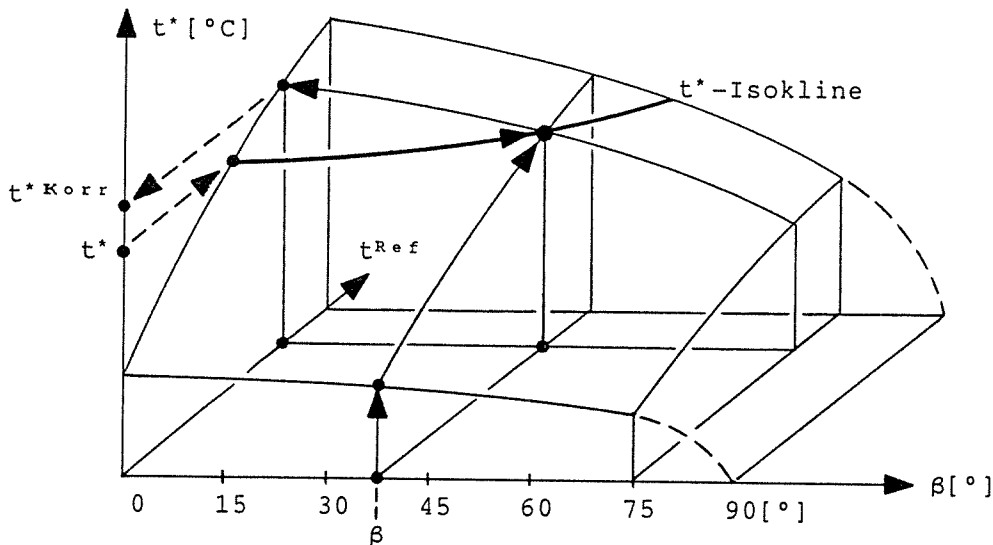


Abb. 5.9  
Korrektur des strahlungswinkelabhängigen Emissivitätseinflusses:  
Ermittlung der korrigierten Meßtemperatur  $t^{*Korr}$  abhängig vom be-  
rechneten Strahlungswinkel  $\beta$  und der angezeigten Meßtemperatur  $t^*$

## 5.5 Interpolation der Meßtemperaturen in Finite Differenzen

Die gemäß Abschnitt 5.1, 5.2 (geometrisch) und gemäß Abschnitt 5.3, 5.4 (thermisch) in das globale Koordinatensystem  $x$  (s. Formel (5.19)) transformierten Meßtemperaturen bilden sich auf der Modelloberfläche als durch die Projektion verzerrtes Raster entsprechend der Digitalbildstruktur ab. Die Temperaturintensitäten selbst sind durch Einflüsse der Meßtechnik (Infrarotdetektor, Analogelektronik, Digitalwandlung) verrauscht.

Abb. 5.10 zeigt das Prinzip der Projektion der Meßtemperaturen schematisch unter Verwendung eines graphischen Gitters von 8 Pixeln Maschenweite: In der Darstellung der Zentralperspektive aus der Position der Infrarotkamera (oben links) erscheint das Gitter dem Digitalbild entsprechend unverzerrt. Bei Parallelprojektion (oben rechts) und Kavalierverspektive zur graphischen Ausrichtung des Pyramidenmodells (Mitte links) wandert das projizierte Gitter entsprechend mit. Um vom Pixel-orientierten Raster, das während der bisherigen Transformationschritte beibehalten wurde (Abschnitt 5.1 bis 5.4), auf das Finite-Differenzen-Raster (Mitte rechts) zu gelangen, ist eine geometrische Umorientierung der Meßtemperaturen auf andere Orte erforderlich.

Die Datenmenge der "netto" verwertbaren Meßtemperaturen hat eine Größenordnung von ca. 59000 auf der Innenseite sowie ca. 77000 auf der Außenseite des Modells bei jeweils  $480 * 512 = 245760$  "Brutto"-Werten pro Digitalbild. Ihre Zuordnung zu dem in Abschnitt 6 beschriebenen Finite-Differenzen-Raster wird durch ein Interpolationsverfahren hergestellt, wozu das in Abschnitt A1 und A2 behandelte Hermite-Ausgleichsverfahren dient.

Abb. 5.10 zeigt hierzu am Beispiel einer Modellinnenfläche das Rauschen der digitalisierten Meßtemperaturen als Intensitätengebirge (Ausschnittvergrößerung des Spitzenbereiches von ca. 5 [K], unten links), sowie den Effekt der Glättung (unten rechts), der sich beim Ausgleichsverfahren mit einstellt.

Dieses ermittelt jeweils für die Innen- und Außenoberfläche des Modells eine Interpolationsfunktion, die drei Hauptwirkungen in sich vereinigt:

- Datenreduktion von der o.g. Größenordnung der Digitalbild-Meßtemperaturen auf die Größenordnung des Finite-Differenzen-Rasters (z.B.  $9*9$  FD-Schwerpunkte pro ebener Fläche innen,  $14*14$  FD-Schwerpunkte pro ebener Fläche außen),
- Glättung der verrauschten Meßtemperaturen,
- Geometrische Umorientierung der Meßtemperaturen von dem verzerrt abgebildeten Digitalbild-Raster auf die Ortszuordnung des orthogonalen Finite-Differenzen-Rasters (s. Abb. 5.10).

Bei Meßdaten von hoher meßtechnischer Qualität wird die Glättung durch die Hermite-Funktion weniger in Anspruch genommen. Hier hat die Nutzung der Interpolationseigenschaft des Verfahrens Vorrang. Jedoch wird die Glättung bedeutsam, wenn nur so meßtechnische Verfälschungen der Temperaturen korrigiert werden können, die die physikalische Konsistenz betreffen. Dieses ist z.B. dann der Fall, wenn Temperatursprünge in unmittelbar benachbarten Punkten auftreten, die im numerischen Modell aus Gleichgewichtsgründen den physikalisch unzulässigen Ansatz negativer Wärmeübergangskoeffizienten erfordern würden.

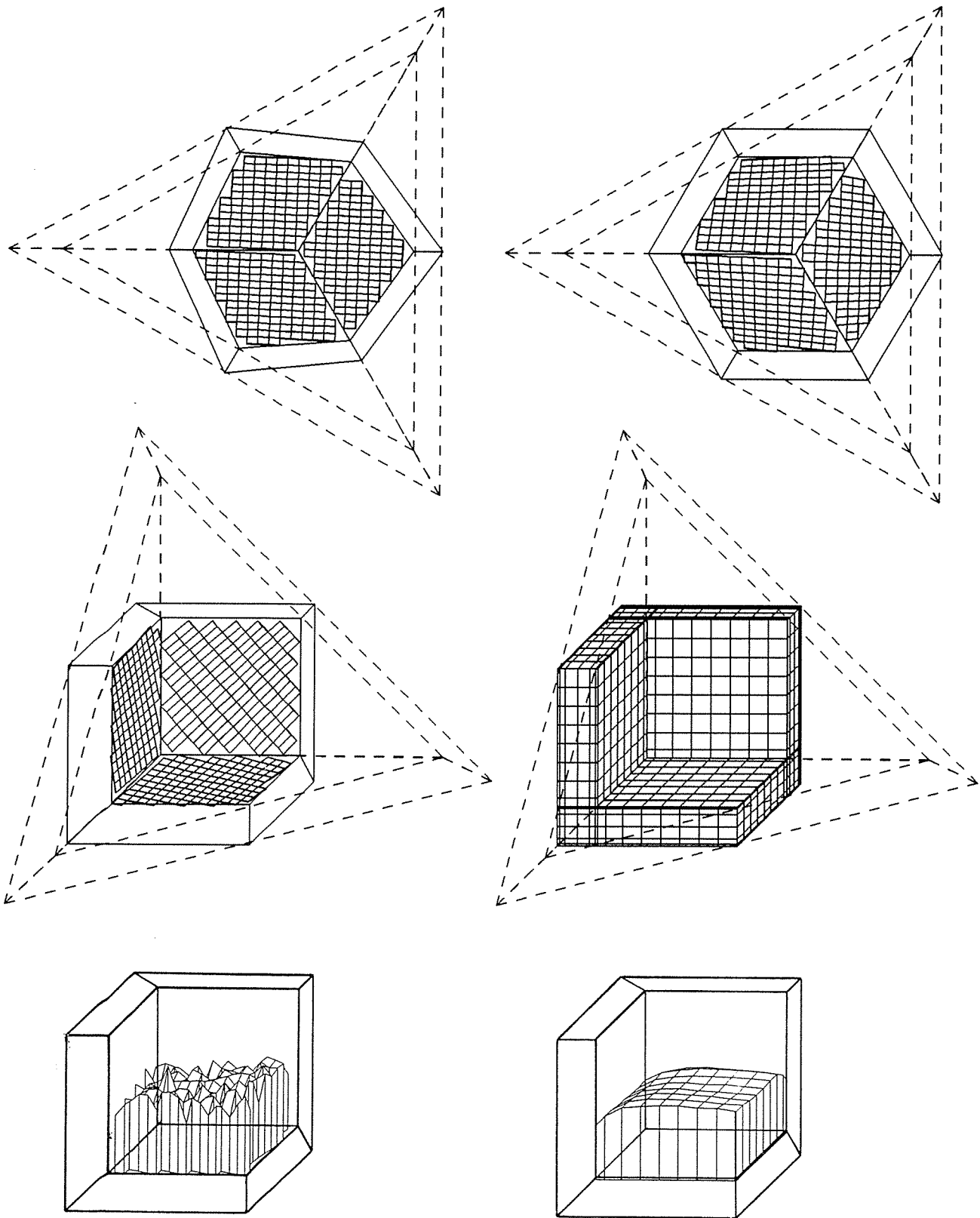


Abb. 5.10

Projektion der Meßtemperaturen auf die Modelloberfläche (hier innen) in Zentralperspektive aus der Position der IR-Kamera (oben links), Parallelprojektion (oben rechts), Kavalierperspektive (Mitte links), Geometrische Umorientierung auf das Finite-Differenzen-Raster (Mitte rechts), Rauschen und Glättung der Meßtemperaturen (unten)

## 6 Numerische Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten

Das numerische Berechnungsverfahren löst das stationäre Wärmeleitungsproblem (s. Abschnitt 3.1) nach der Finite-Differenzen-Methode. (Diese ist für die zu lösende Aufgabe der Finite-Elemente-Methode gleichwertig.)

Für die Kopplung der numerischen Berechnung mit der Meßtechnik wird das Rechenverfahren in eine Iterationsstrategie eingebettet, die in jedem Iterationsschritt eine Beziehung zwischen Meßtemperaturen und berechneten Temperaturen herstellt. Hierzu werden vorher die Meßtemperaturen - wie in Abschnitt 5 beschrieben - auf das Format der Berechnung transformiert.

Die eigentlichen Zielgrößen der Berechnung, die Wärmeübergangskoeffizienten, werden mittels einer physikalisch plausiblen Prediktorvorschrift (s. Abschnitt 6.4) bestimmt und anschließend iterativ mit Hilfe der Lösung des Wärmeleitungsproblems verifiziert bzw. korrigiert. Die Konvergenz des Verfahrens hängt von den Eigenschaften der Prediktorvorschrift einerseits, sowie der Meßtemperaturen andererseits ab. Die Akzeptanz der berechneten Wärmeübergangskoeffizienten ist an die Erfüllung der im Rechenmodell getroffenen Voraussetzungen gebunden.

### 6.1 Finite-Differenzen-Verfahren für stationäre Probleme

Für die Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems kommt das Programmsystem STAT3D (siehe [5]) zum Einsatz. Dieses hat folgende Grundfähigkeiten:

- Abbildung dreidimensionaler, orthogonaler Strukturen,
- Materialien mit unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten,
- Stationäre Wärmestromeinspeisungen,
- Freie Oberflächen und adiabatische Randbedingungen,
- Stationäre, örtlich unterschiedliche Wärmeübergangskoeffizienten an freien Oberflächen,
- Stationäre Lufttemperaturen innen und außen,
- Berechnung des stationären Temperaturprofils für das gesamte System.

Die obigen Programmfähigkeiten werden für die Modellierung einer dreidimensionalen, orthogonalen Raumecke entsprechend dem Versuchsmodell (s. Abschnitt 4.2) eingesetzt. Es wird einschichtiges Material mit homogen/isotroper Wärmeleitfähigkeit angenommen. Wärmestromeinspeisungen treten nicht auf.

Für einen Rechenschritt ist ein vollständiger Datensatz einschließlich der zu prognostizierenden Wärmeübergangskoeffizienten bereitzustellen. Dieser wird von einem Datensatz-Generierungsprogramm automatisch erzeugt und im Zuge des Iterationsverfahrens (s. Abschnitt 6.3) automatisch modifiziert.

Die Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems ist mit großen Datenmengen sowohl während des Lösungsprozesses, als auch in der Ergebnisausgabe verbunden. Für die Datenhaltung umfangreicher Experiment/Rechnung-Serien ist daher eine selektive Spezialausgabe der unverzichtbaren Daten erforderlich. Dieses sind die Skalarfelder der Oberflächentemperaturen des Rechenmodells und die korrespondierenden Wärmeübergangskoeffizienten des letzten Iterationsschrittes.

## 6.2 Rechenmodell

Das Rechenmodell besteht aus einem dreidimensionalen, orthogonalen Finite-Differenzen-Raster, welches den "Netto"-Auswertungsbereich der Pyramidenspitze des Versuchsmodells (s. Abschnitt 4.2) simuliert. Dem Versuchsmodell entsprechend werden drei aneinander grenzende Wände abgebildet, die als Raumecke eines Gebäudes mit Innen- und Außenseite gedeutet werden können.

Das Finite-Differenzen-Modell muß zwischen Materialschichten, Oberflächenschichten und Luftschichten unterscheiden. Das zugehörige Raster besteht aus Knotenpunkten und deren orthogonaler Vernetzung (Finite-Differenzen-Beziehungen). Jeder Knotenpunkt ist Schwerpunkt eines quaderförmigen Einzugsbereiches mit den geometrischen Abmessungen  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  in [m] und beschreibt einen finiten Material- oder Luftbereich. Allen FD-Knotenpunkten werden Temperaturen  $t$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] zugeordnet. Diese sind in den Materialbereichen die System-Unbekannten des stationären Wärmeleitungsproblems. In den Luftbereichen werden die Temperaturen als Randbedingungen  $t_i^L$  (innen) und  $t_a^L$  (außen) gesetzt. Materialbereiche werden durch isotrope Wärmeleitfähigkeiten  $\lambda$  [W/mK] charakterisiert. Da die vorliegende Problemstellung nur ein Material enthält, das homogen/isotrop angenommen wird, erhalten alle Material-Knotenpunkte dasselbe  $\lambda$ . Luftbereiche werden mit Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  [W/m<sup>2</sup>K] belegt. Da diese Hauptgegenstand der Untersuchung sind, wird für jeden FD-Knotenpunkt, der eine Luftschicht in Oberflächennähe darstellt, ein eigener Koeffizient  $\alpha$  datentechnisch verwaltet.

Bei der Aufstellung eines Datensatzes für die Berechnung eines stationären Temperaturzustandes müssen alle Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  konstant vorgegeben werden. Sie sind daher als Systemparameter innerhalb eines Rechenschrittes den ebenfalls konstant zu setzenden Wärmeleitfähigkeiten  $\lambda$  vergleichbar. Jedoch werden die  $\alpha$ -Werte im Zuge einer Iterationsstrategie schrittweise modifiziert (s. Abschnitt 6.3). Das numerische Verfahren zur Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems unterscheidet nicht wie DIN 4108, Teil 5 zwischen  $\alpha_i$  (innen) und  $\alpha_a$  (außen), da die Systematik des Rechenprogramms diese Unterscheidung so nicht benötigt. Jedoch werden  $\alpha_i$  und  $\alpha_a$  im Prediktorverfahren (s. Abschnitt 6.4) eingeführt, da sich hier das physikalische Plausibilitätskriterium auf die Unterscheidung von "innen" und "außen" stützt.

Bei der Festlegung der Netzdichte des Finite-Differenzen-Rasters (Einzugsbereiche  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  der FD-Schwerpunkte) sind folgende Gesichtspunkte zu beachten:

- Materialbereiche sind der Charakteristik des zu berechnenden Temperaturprofils entsprechend grob oder fein zu diskretisieren. Die Entscheidung hierüber liegt im Ermessen des Programm-benutzers (STAT3D, siehe [5]).
- Oberflächenbereiche passen sich in zwei der drei Richtungen wegen der Raster-Orthogonalität automatisch den Materialbereichen an. Da Oberflächenbereiche aber programmintern wie Materialbereiche verarbeitet werden, ist die dritte Richtung (orthogonal zur Oberfläche) geometrisch um eine Größenordnung kleiner auszubilden. Diese Maßnahme liefert eine Approximation der Oberfläche durch eine entsprechend dünne Materialschicht bei gewährleisteter numerischer Stabilität des zu berechnenden Gesamtsystems.
- Luftbereiche passen sich in zwei der drei Richtungen wegen der Raster-Orthogonalität ebenfalls automatisch den Oberflächen- und Materialbereichen an. Die dritte Richtung (orthogonal zur

Oberfläche) kann willkürlich gewählt werden und ergibt sich bereichsweise aus der Systematik des Gesamtrasters. Physikalisch ist die dritte Richtung aber ohne Bedeutung. Die Erklärung hierfür ist identisch mit der Erläuterung der Definition des Wärmedurchgangswiderstandes  $1/k$  gemäß DIN 4108, Teil 5 für eindimensionale Probleme: Hier gehen die Wärmeübergangswiderstände  $1/\alpha_i$  und  $1/\alpha_a$  ohne geometrischen Bezug ein, während im Wandinnern die Wärmedurchlaßwiderstände  $s/\lambda_R$  sich auf die Dicke  $s$  des Bauteils beziehen.

Abb. 6.1 und 6.2 zeigen das gewählte Rechenmodell. Dieses ist in jeweils 15 Rasterlinien in den globalen Richtungen  $x, y, z$  mit den zugehörigen geometrischen Einzugsbereichen  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  eingeteilt.

Die den Schichten einer Wandscheibe zugeordneten Rasternummern haben folgende Bedeutung:

- |                       |                          |                     |
|-----------------------|--------------------------|---------------------|
| - Raster Nr. 1:       | Luftschicht außen        | $(\alpha_a, t_a^L)$ |
| - Raster Nr. 2:       | Oberflächenschicht außen | $(\lambda, t_a)$    |
| - Raster Nr. 3, 4, 5: | Materialschichten        | $(\lambda, t)$      |
| - Raster Nr. 6:       | Oberflächenschicht innen | $(\lambda, t_i)$    |
| - Raster Nr. 7:       | Luftschicht innen        | $(\alpha_i, t_i^L)$ |

Die auf Raster Nr. 2 und 6 liegenden Oberflächentemperaturen  $t$  sind nach ihrer rechnerischen Ermittlung die Vergleichsgrößen zu den mit Infrarotthermographie gemessenen (s. Abschnitt 4.3) und auf das hier vorliegende Raster transformierten (s. Abschnitt 5) Meßtemperaturen des Versuchsmodells. Ihre Gegenüberstellung ist Gegenstand der Iterationsstrategie.

Das in Abschnitt 6.4 beschriebene Prediktorverfahren für Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  setzt diese mit den Oberflächentemperaturen  $t$  in Beziehung. Physikalisch sind die Orte für  $\alpha$  und  $t$  an der Oberfläche identisch. Im Rechenmodell kann diese Ortsidentität aber nur approximiert werden, indem je zwei FD-Schwerpunkte für Luftbereich und Oberflächenmaterial mit numerisch kleinem Abstand einander gegenübergestellt werden. Im Außenbereich werden die auf Raster Nr. 1 liegenden Koeffizienten  $\alpha_a$  mit den unmittelbar benachbarten Oberflächentemperaturen  $t$  auf Raster Nr. 2 indexmäßig gekoppelt. Entsprechend werden im Innenbereich die Koeffizienten  $\alpha_i$  auf Raster Nr. 7 mit den Temperaturen  $t$  auf Raster Nr. 6 gekoppelt.

In räumlicher Ausdehnung erstreckt sich das Rechenmodell bis Raster Nr. 15. Hier wird angenommen, daß ein genügend großer Abstand zum eigentlich interessierenden Pyramidenspitzenbereich besteht, so daß für die Interpretation des hier herrschenden örtlichen stationären Zustandes eindimensionale Verhältnisse in Wandmitte und zweidimensionale Verhältnisse in der Kehle des Modells realistisch sind. Zur Modellbegrenzung werden auf Raster Nr. 15 adiabatische Randbedingungen gesetzt. Temperaturgradienten und Wärmeströme können sich hier nur parallel zur Modell-Querschnittsebene einstellen. D.h.: Ein Wärmeaustausch mit der Umgebung senkrecht zum Rand findet nicht statt.



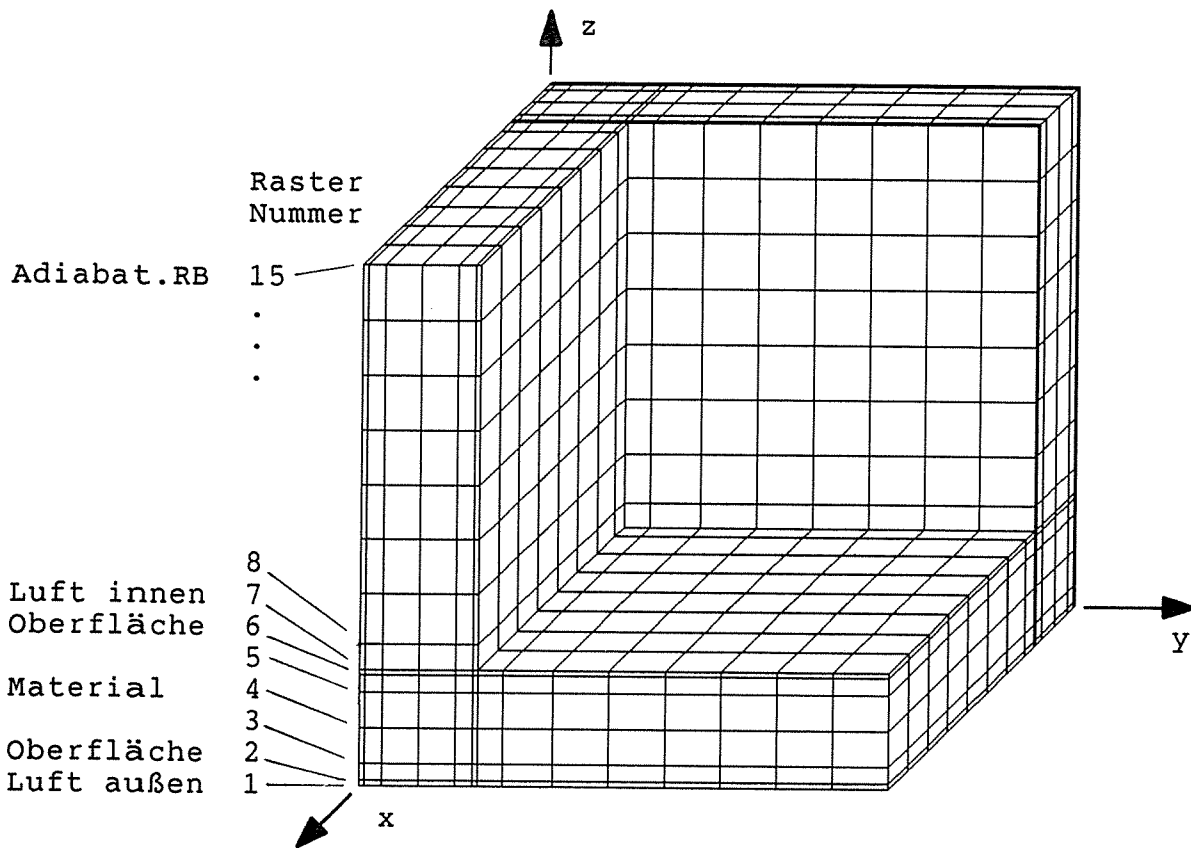


Abb. 6.1  
Finite-Differenzen-Rechenmodell für stationäre Wärmeleitungsprobleme

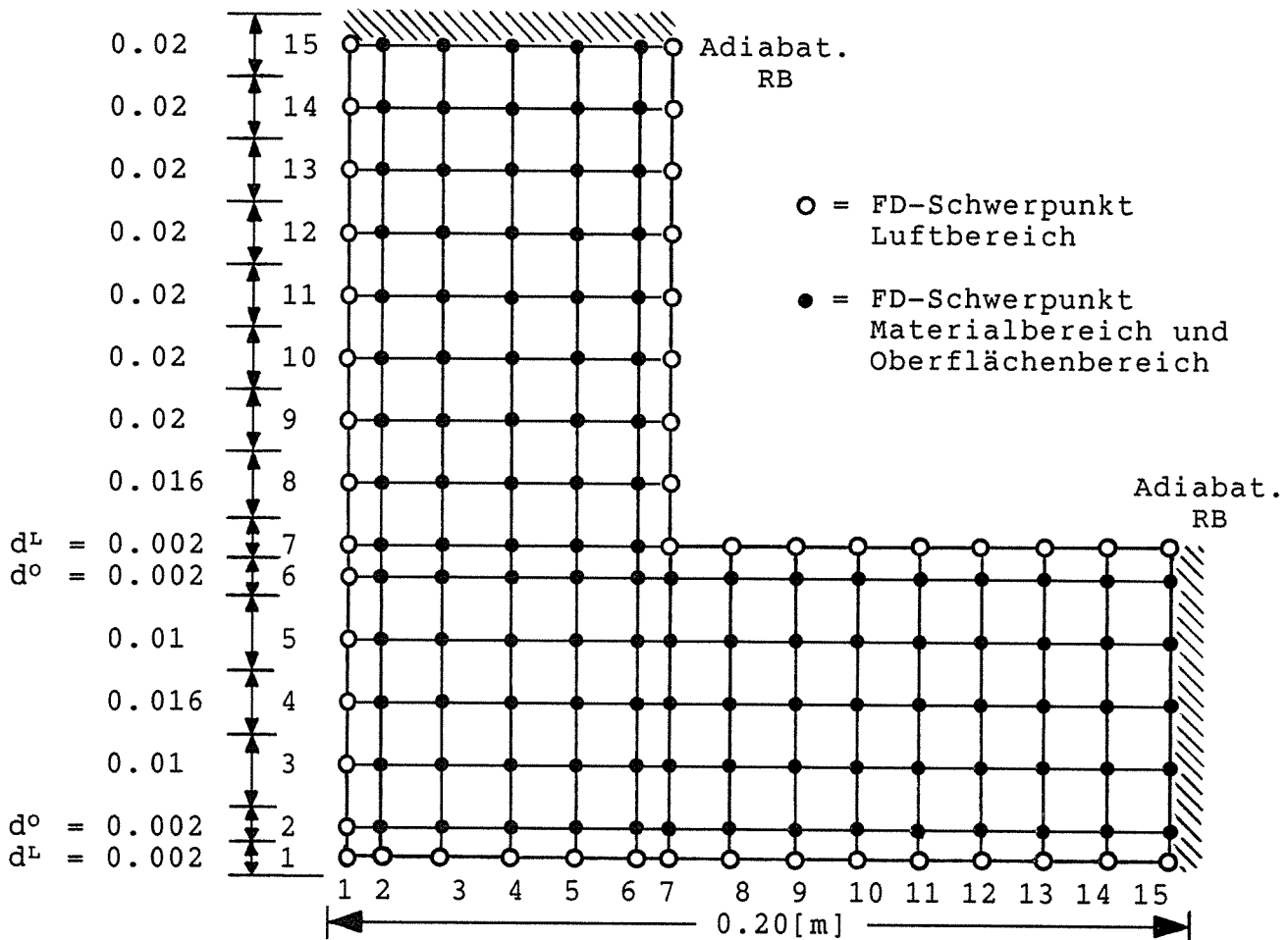


Abb. 6.2  
Querschnitt durch das Finite-Differenzen-Rechenmodell  
Abmessungen [m] der FD-Einzugsbereiche, Adiabatische Randbedingungen

### 6.3 Iterationsstrategie

Die Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems beginnt mit der Aufstellung eines Datensatzes, der das in Abschnitt 6.2 beschriebene Rechenmodell enthält. Dieses beschreibt die geometrischen Beziehungen der dreidimensionalen Raumecke, die adiabatischen Randbedingungen an den entfernt liegenden Rändern, die den "Netto"-Ausschnitt des Pyramidenmodells begrenzen, die isotrop und konstant angenommene Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des Modellmaterials Polystyrol, sowie die aus dem Versuch übernommenen Lufttemperaturen  $t_i^L$  (innen) und  $t_a^L$  (außen).

Zur Aufstellung des Datensatzes gehört auch eine erste Schätzung der gesuchten Wärmeübergangskoeffizienten. Hier genügt es, als "Startlösung" ein konstantes Feld  $\alpha_0$  innen und außen gleich anzusetzen, dessen Größenordnung z.B. der DIN 4108 entnommen werden kann. Wie sich später zeigt, konvergieren die  $\alpha^{(i)}$  bei Verwendung eines geeigneten Prediktors (s. Abschnitt 6.4) bereits im ersten Iterationsschritt  $i = 1$  in die richtige Richtung und erreichen nach drei bis vier Iterationsschritten die Größenordnung der gesuchten Lösung, die in den Folgeschritten nur noch numerisch verfeinert wird (s. Abb. 7.2).

Abb. 6.3 zeigt das Flußdiagramm des Iterationszyklus zur Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten.

Mit der "Startlösung"  $\alpha^{(0)} = \alpha_0$  wird das zum stationären Gleichgewicht gehörige Temperaturprofil durch Lösung des Wärmeleitungsproblems berechnet. Dieses enthält die Temperaturen aller Finite-Differenzen-Schwerpunkte, die als Material-Punkte einschließlich der Oberflächenschichten definiert sind (s. Abschnitt 6.2). Aus der berechneten Lösung werden die Oberflächentemperaturen  $t^{(0)}$  selektiert und den transformierten Meßtemperaturen  $t^*$  gegenübergestellt. Deren Differenz  $r = t^* - t^{(0)}$  geht in das Konvergenzkriterium nach der Fehlerquadrat-Methode mit  $-r^T r < \varepsilon$  ein.

Mit den Systemgrößen  $\alpha^{(0)}$ ,  $t^{(0)}$ ,  $t^*$ ,  $t_i^L$ ,  $t_a^L$  ist es möglich, gemäß einer Prediktorvorschrift (s. Abschnitt 6.4) eine verbesserte Schätzung der Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha^{(1)}$  zu gewinnen. Diese ersetzt die obige "Startlösung"  $\alpha^{(0)}$  im Datensatz für das stationäre Wärmeleitungsproblem, wodurch sich der Iterationszyklus nunmehr mit der allgemeinen Zählung  $i = i + 1$  schließt.

Bei der Wahl eines geeigneten Konvergenzkriteriums  $\varepsilon$  ist das tatsächliche Systemverhalten zugrundezulegen. Hier zeigt sich, daß bei der überwiegenden Mehrzahl der Finite-Differenzen-Schwerpunkte die Temperaturdifferenzen nach einigen Iterationsschritten Werte von  $|t^* - t^{(i)}| < 0.01$  [K] unterschreiten. In den Modell-Innenkehlen bleiben jedoch Residuen der Größenordnung  $|t^* - t^{(i)}| = 1.5$  [K] bis ca. 4.2 [K] übrig (wegen Begrenzung des Auflösungsvermögens der IR-Kamera, s. Abschnitt 4.3), die bei der Gesamtbewertung der Problemlösung zwar tolerierbar sind, numerisch aber das Fehlerquadrat  $r^T r$  belasten. Werden diese Anteile weiter mitgeführt, so ergibt sich nach einigen Iterationsschritten ein Rest von ca.  $r^T r = 100.0$ , der nicht weiter reduzierbar ist.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse in Abschnitt 7.4 werden dort alle Berechnungen auf zehn Iterationsschritte ausgedehnt und  $\varepsilon$  entsprechend niedrig gesetzt. Die dann erreichten Residuen  $r^T r$  zeigen die unterschiedliche Qualität der geometrischen Justierung der Meßtemperaturen (s. Abschnitt 5.2).

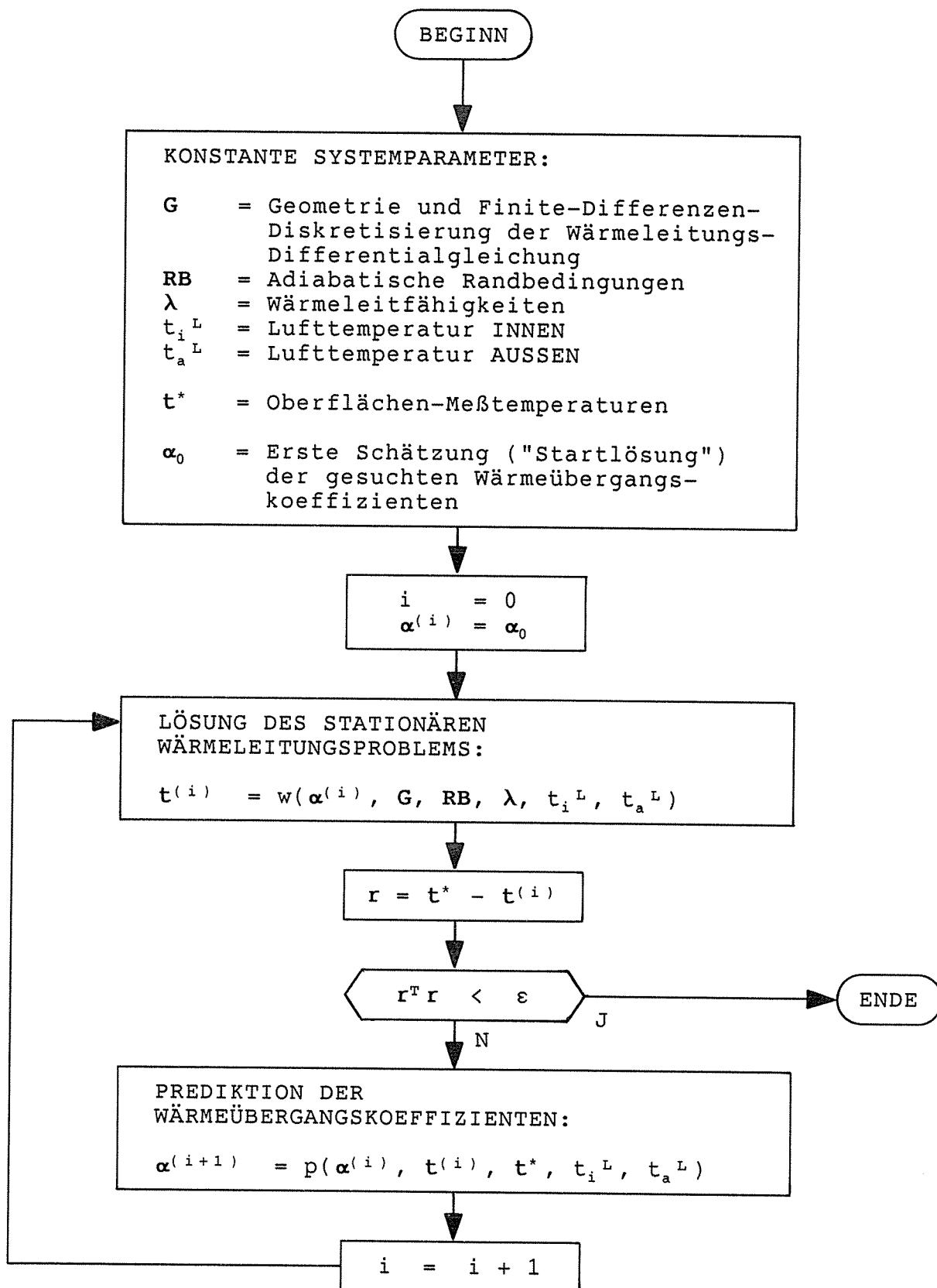


Abb. 6.3  
Iterationszyklus zur Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten

## 6.4 Prediktion der Wärmeübergangskoeffizienten

Der Rechengang zur iterativen Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten ist in Abb. 6.3 dargestellt. Funktionstüchtigkeit und Konvergenzeigenschaften des Verfahrens hängen entscheidend davon ab, wie die als Eingangsgrößen des stationären Wärmeleitungsproblems vorzugebenden Koeffizienten  $\alpha$  bestimmt und sukzessive verbessert werden. Als erste Schätzung kann ein konstantes Oberflächen-Skalarfeld  $\alpha_0 = \{\alpha_0, \dots, \alpha_0\}$  dienen, dessen Werte der aus DIN 4108 [3] oder anderen Quellen bekannten Größenordnung entsprechen. Die hiermit gewonnene Startlösung des Wärmeleitungsproblems liefert ein Oberflächen-Temperaturprofil  $t^{(0)}$ , das erwartungsgemäß von den Meßtemperaturen  $t^*$  deutlich abweicht. Gesucht wird nun eine Strategie, die Temperaturdifferenzen

$$r = t^* - t^{(i)} \quad (6.1)$$

tendenziell zu Null zu machen. Hierzu werden verschiedene Prediktorvorschriften für  $\alpha$  formuliert (s. Abb. 6.6, 6.7) und numerisch im Systemverhalten getestet. Allen Formeln gemeinsam liegt die Überlegung zugrunde, daß die unmittelbare Nachbarschaftsbeziehung zwischen einer Oberflächentemperatur  $t$  und dem korrespondierenden Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  (senkrecht zur Wandoberfläche) eine größere Wechselwirkung zwischen beiden erzeugt als die Koppelbeziehung mit entfernteren Größen (parallel zur Wandoberfläche und im Wandinnern, s. Abb. 6.5). Die Prediktorformeln gehen daher von den Rahmenbedingungen des eindimensionalen Wärmeleitungsproblems (s. Abb. 6.4) aus: Je mehr sich eine Oberflächentemperatur  $t$  der benachbarten Lufttemperatur  $t^L$  annähert, desto kleiner ist dort der Wärmeübergangswiderstand  $1/\alpha$  bzw. desto größer der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$ . Die hierbei vernachlässigten Einflüsse der dreidimensionalen Systemkopplung werden bei der anschließenden Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems automatisch mitberücksichtigt. Die Ermittlung der Gleichgewichtstemperaturen wird damit zum "Korrektorverfahren". Abb. 6.6 und 6.7 zeigen lineare und logarithmische Prediktoransätze, die im folgenden diskutiert werden.

**Ansatz 1** stellt ein lokales Sekantenverfahren dar, das sich auf zwei vorangehende Gleichgewichtszustände  $\{\alpha^{(i-1)}, t^{(i-1)}\}$  und  $\{\alpha^{(i)}, t^{(i)}\}$  stützt und unter Bezugnahme auf die angestrebte Meßtemperatur  $t^*$  komponentenweise (eindimensional, s.o.) die Prediktion  $\alpha^{(i+1)}$  liefert:

$$\alpha^{(i+1)} = \alpha^{(i-1)} + \frac{t^* - t^{(i-1)}}{t^{(i)} - t^{(i-1)}} (\alpha^{(i)} - \alpha^{(i-1)}) \quad (6.2)$$

Der Begriff "lokale Sekante" bezieht sich auf die analytisch nicht geschlossen darstellbare Funktion  $\alpha = f(t, \dots)$ , die die Gesamtheit aller stationären Gleichgewichtszustände umfaßt. Der Prediktor funktioniert bei Vorgabe eines numerisch simulierten Temperaturfeldes  $t^*$  gut und konvergiert in wenigen Schritten zur erwarteten Lösung. Bei einem realen Meßtemperaturfeld  $t^*$  kann jedoch numerische Instabilität auftreten, wenn  $t^*$  durch starke örtliche Schwankungen der Temperaturgradienten in der Wandoberfläche gekennzeichnet ist. Diese sind aber aufgrund meßtechnischer Einflüsse bei der Temperaturmessung nicht immer auszuschließen. Das dann typische Divergenzverhalten des Prediktors, gefolgt von "numerischen Schwingungen" wird in Abb. 6.8 (oben links) verdeutlicht.

**Ansatz 2** schafft hier Abhilfe, indem durch Fixierung eines Stützpunktes auf die Stelle  $\{\alpha=0.0, t=t_i^L\}$  innen, bzw.  $\{\alpha=0.0, t=t_a^L\}$  außen

ein globales Sekantenverfahren hergestellt wird:

$$\alpha_i^{(i+1)} = \frac{t_i^* - t_a^L}{t_i^{(i)} - t_a^L} \alpha_i^{(i)} \quad (6.3)$$

$$\alpha_a^{(i+1)} = \frac{t_i^L - t_a^*}{t_i^L - t_a^{(i)}} \alpha_a^{(i)} \quad (6.4)$$

Das Verfahren ist numerisch stabil, konvergiert aber extrem langsam. Dieses ist auf die ungünstige Suchrichtung für ein verbessertes  $\alpha$  zurückzuführen, die die globale Sekantenwirkung bezüglich der nicht-linearen Funktion  $\alpha = f(t, \dots)$  mit sich bringt.

**Ansatz 3** geht vom Grundgedanken der Fixierung eines Stützpunktes wie Ansatz 2 aus, sucht jedoch zusätzlich das nichtlineare Verhalten von  $\alpha$  durch eine physikalisch plausible Ersatzfunktion (natürlicher Logarithmus) auszudrücken. Diese interpretiert den fixierten Stützpunkt als den ideellen Grenzfall, bei dem die an die Wandoberfläche angrenzende Luftschicht hundertprozentige Wärmedämmung (Isolierung) ausübt. Bei endlicher Wärmeleitfähigkeit der Wand und endlichem Wärmeübergangskoeffizienten der gegenüberliegenden Luftschicht wäre dann auf der betrachteten Oberfläche der Wärmeübergang Null, und es würde sich hier die Temperatur der Gegenseite einstellen. Diese Betrachtung gilt sowohl für die Verhältnisse an der Innenwand als auch - bei sinngemäßer Vertauschung der Lage des Fixpunktes - an der Außenwand (s. Abb. 6.7 oben). Das dem Fixpunkt gegenüberliegende Intervall der Temperaturspanne  $t_i - t_a$  spiegelt dagegen physikalisch den ideellen Grenzfall hundertprozentigen Wärmedurchgangswider, bei dem Wandtemperatur und Lufttemperatur identisch wären. Der Wärmeübergangskoeffizient geht in diesem Fall gegen unendlich.

$$\alpha_i^{(i+1)} = \frac{\ln((t_i^L - t_i^*) / \Delta t^L)}{\ln((t_i^L - t_i^{(i)}) / \Delta t^L)} \alpha_i^{(i)} \quad (6.5)$$

$$\alpha_a^{(i+1)} = \frac{\ln((t_a^* - t_a^L) / \Delta t^L)}{\ln((t_a^{(i)} - t_a^L) / \Delta t^L)} \alpha_a^{(i)} \quad (6.6)$$

$$\Delta t^L = t_i^L - t_a^L$$

Der Prediktor erweist sich als numerisch stabil und zeigt klares, überlineares Konvergenzverhalten, was seine physikalische Plausibilität bestätigt.

**Ansatz 4** basiert auf denselben Überlegungen wie Ansatz 3, drückt jedoch die physikalischen Verhältnisse reziprok aus, indem die Grenzfalle durch die Wärmeübergangswiderstände  $1/\alpha$  dargestellt werden (s. Abb. 6.7 unten). Die Ansatzfunktionen 3 und 4 sind einander verwandt, aber nicht exakt umkehrbar. Ansatz 4 wird nach  $\alpha$  aufgelöst.

$$\alpha_i^{(i+1)} = \frac{\ln((t_i^{(i)} - t_a^L) / \Delta t^L)}{\ln((t_i^* - t_a^L) / \Delta t^L)} \alpha_i^{(i)} \quad (6.7)$$

$$\alpha_a^{(i+1)} = \frac{\ln((t_i^L - t_a^{(i)}) / \Delta t^L)}{\ln((t_i^L - t_a^*) / \Delta t^L)} \alpha_a^{(i)} \quad (6.8)$$

$$\Delta t^L = t_i^L - t_a^L$$

Ebenso wie Ansatz 3 arbeitet auch dieser Prediktor numerisch stabil. Sein Konvergenzverhalten ist gegenüber dem obigen sogar noch etwas verbessert (s. Abb. 6.8 unten rechts), wobei der Grund für das unterschiedliche Verhalten allein in der besseren Wirklichkeitsnähe des Krümmungsverhaltens von Ansatz 4 zu suchen ist.

Der Prediktor (6.7), (6.8) wird dem Verfahren zur iterativen Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten zugrundegelegt.

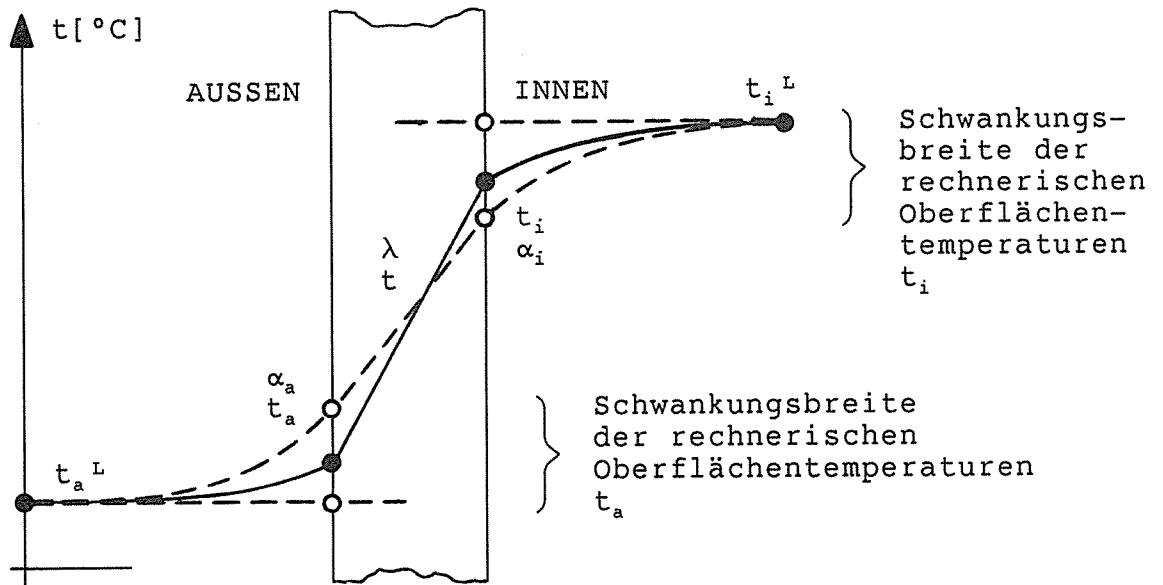


Abb. 6.4  
Temperaturprofil des Eindimensionalen Wärmeleitungsproblems

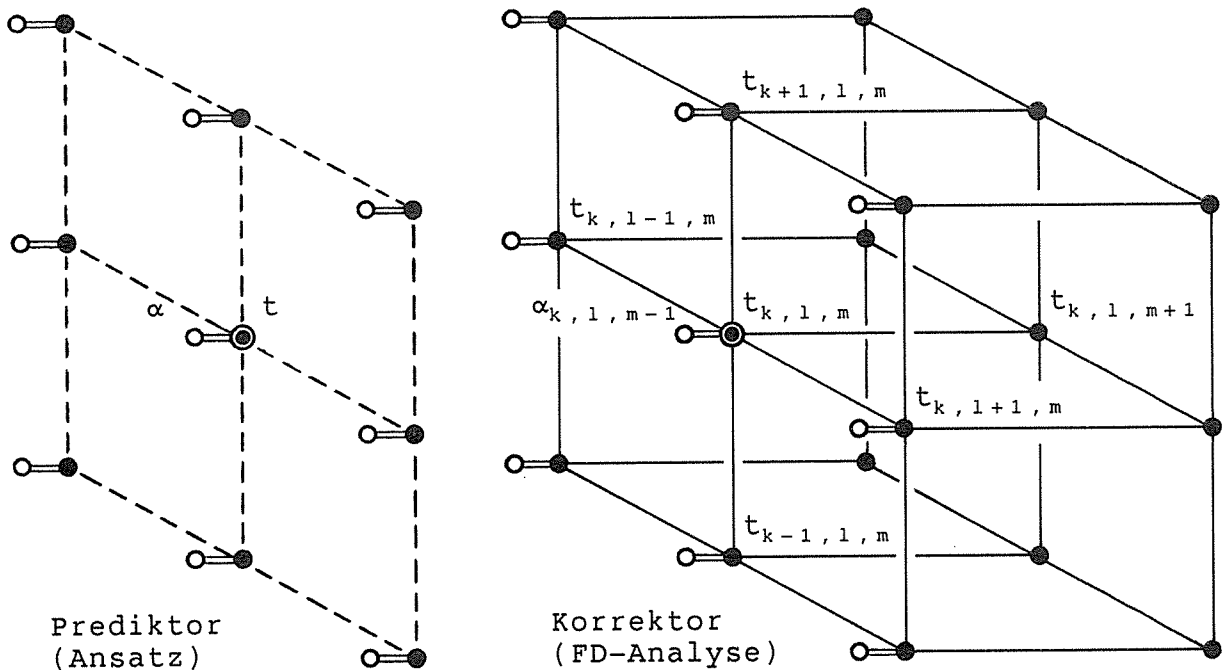


Abb. 6.5  
Eindimensionale (Prediktor) und dreidimensionale (Korrektor) Koppelbeziehungen zwischen Temperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten (bezogen auf einen Oberflächenpunkt  $k, l, m$  des FD-Rasters)

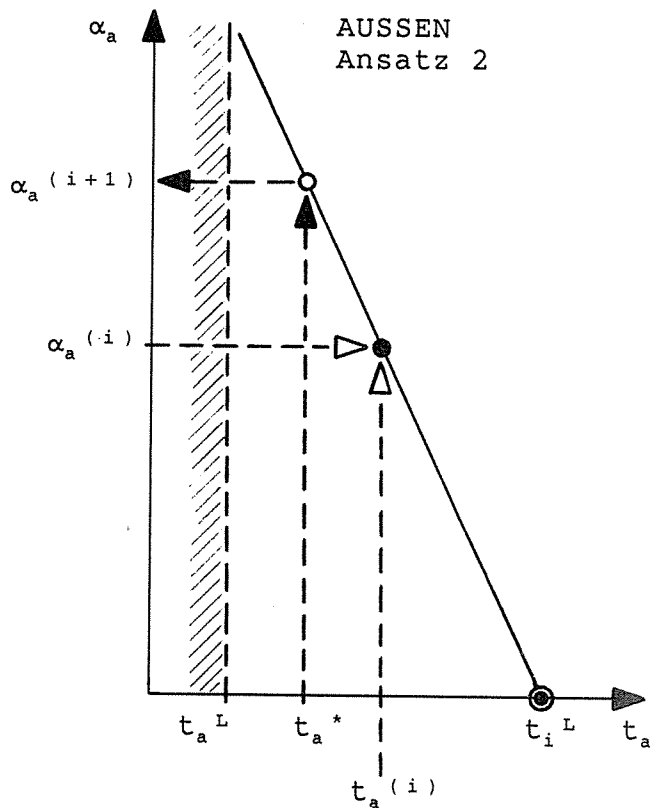
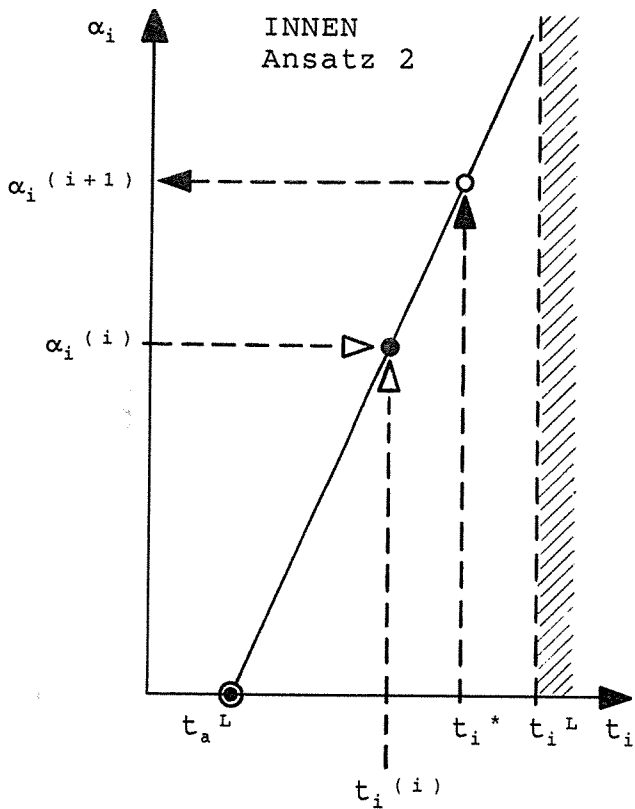
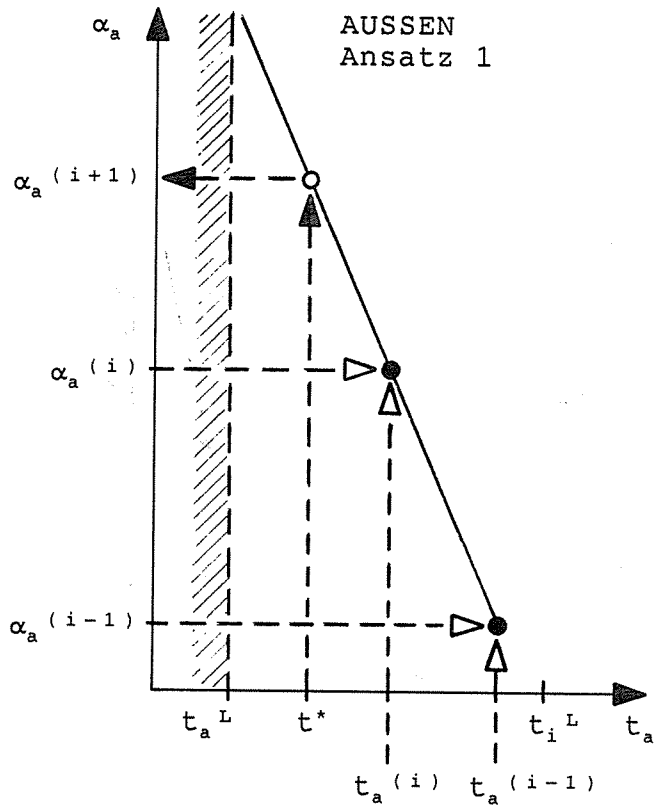
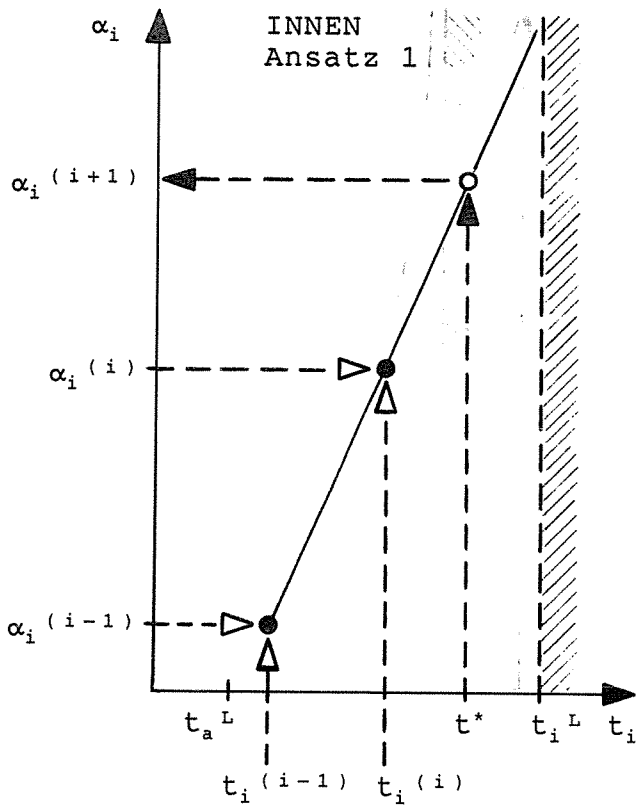


Abb. 6.6

Lineare Prediktoren für Wärmeübergangskoeffizienten

oben: Freie Interpolation und Extrapolation (zwei Stützstellen)

unten: Gebundene Interpolation und Extrapolation (eine Stützstelle)

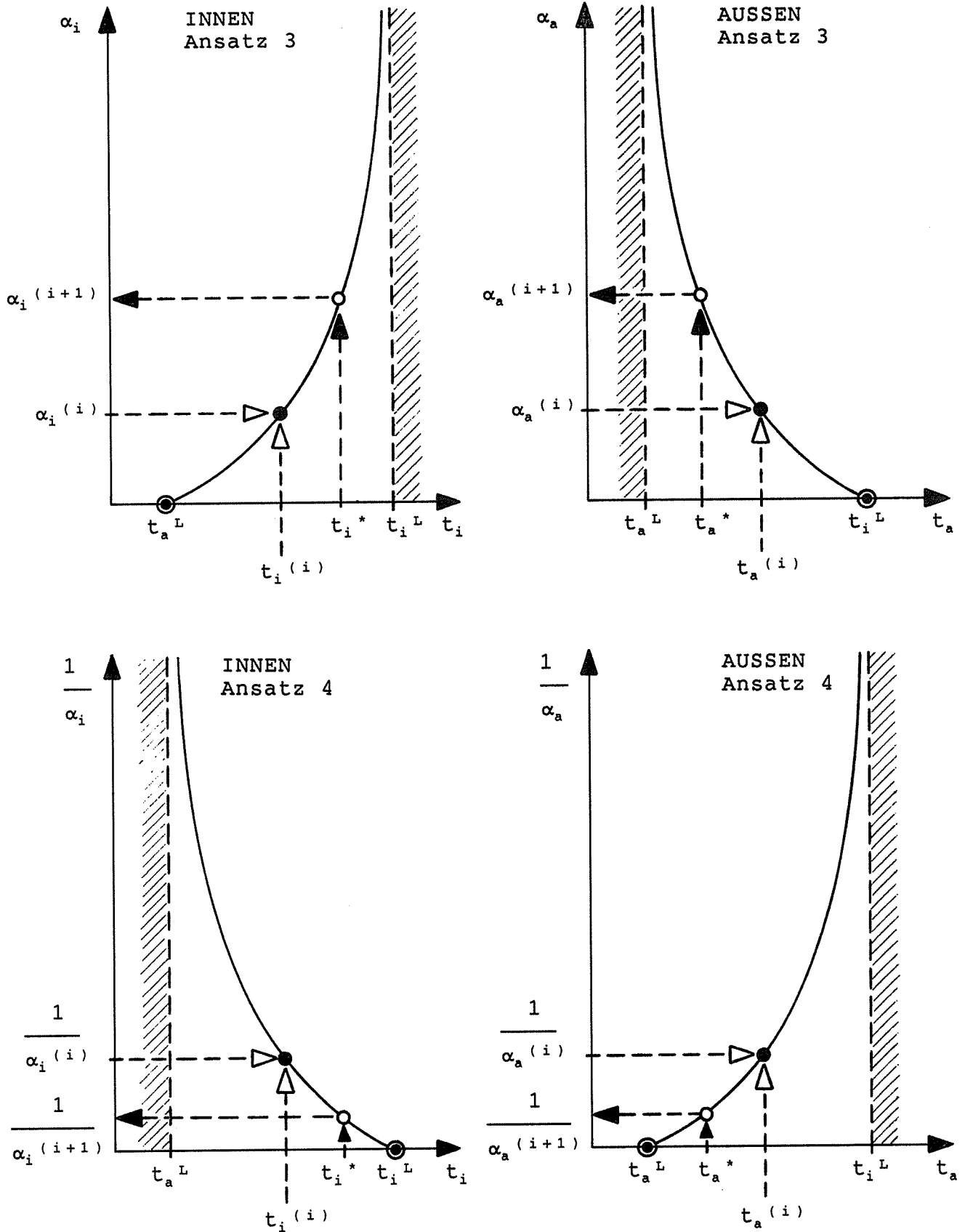


Abb. 6.7  
 Logarithmische Prediktoren für Wärmeübergangskoeffizienten  
 oben: Direkte Interpolation und Extrapolation ( $\alpha$ )  
 unten: Reziproke Interpolation und Extrapolation ( $1/\alpha$ )



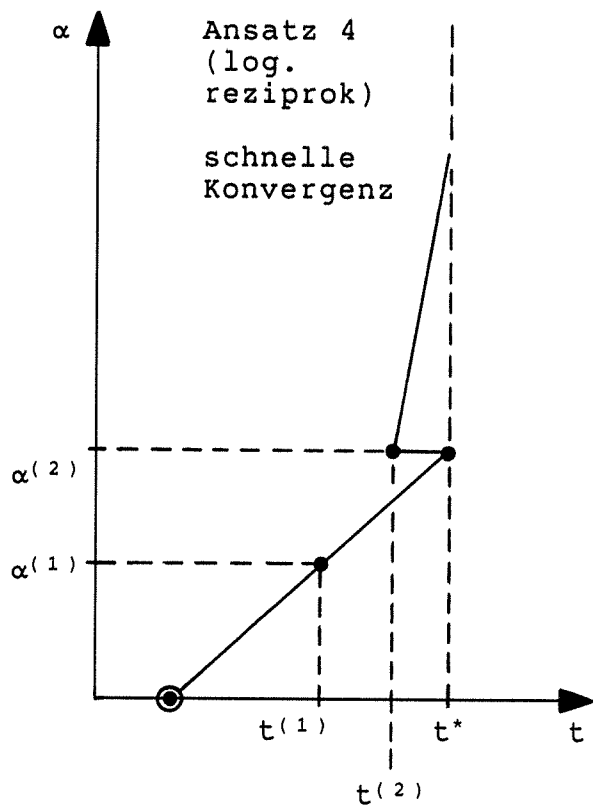
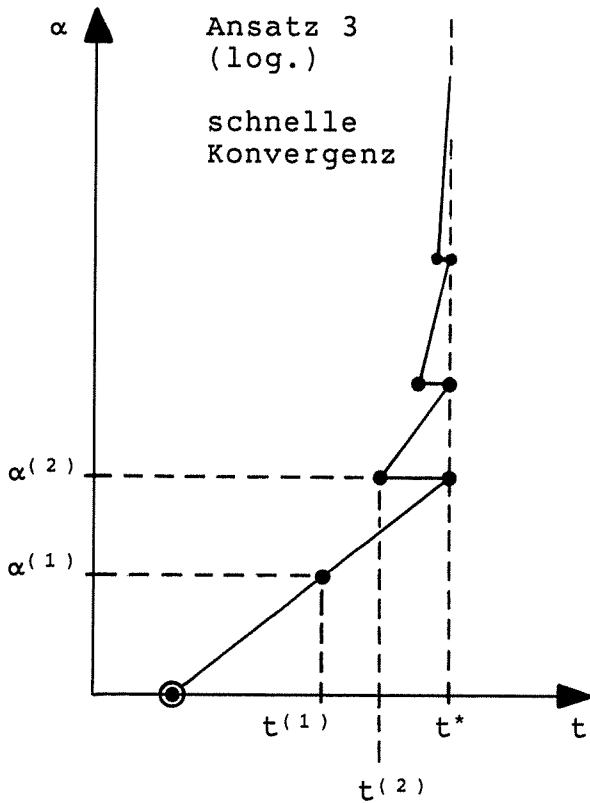
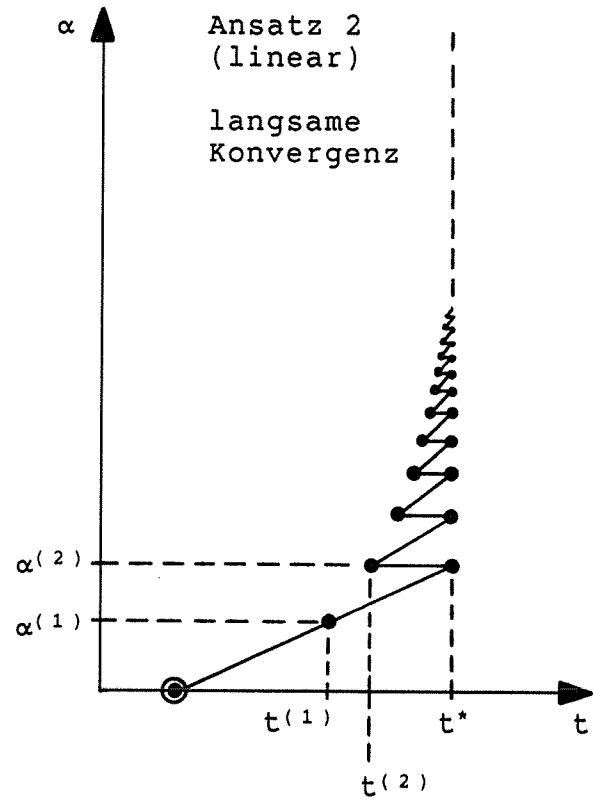
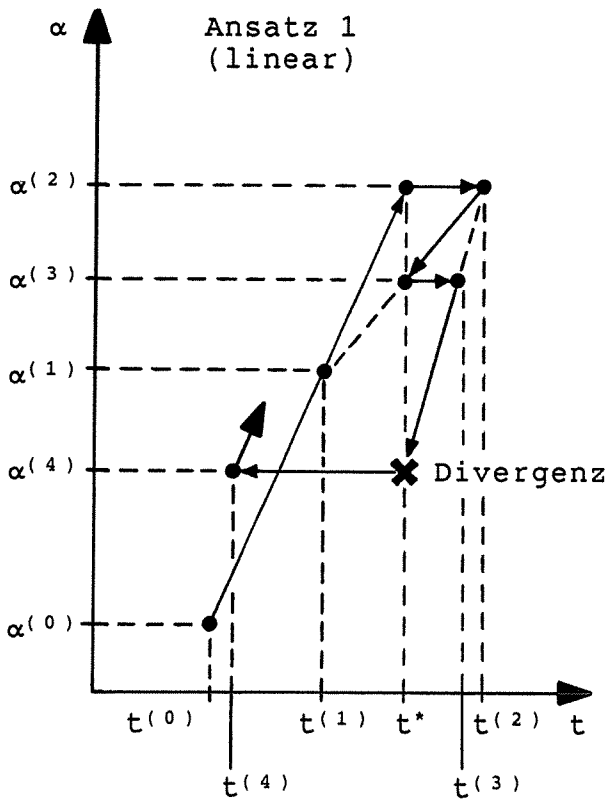


Abb. 6.8 Divergenz- und Konvergenzverhalten verschiedener Prediktoren

## 6.5 Ausgleich der Wärmeübergangskoeffizienten

Das Konzept der Kopplung von Versuch und Rechnung zur Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems durch Temperaturmessung und iterative Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten ist an die Erfüllung von Voraussetzungen gebunden, die nicht durchgängig erfüllt sind. Hierzu zählen u.a.:

- Geometrische Imperfektionen des Versuchsmodells, die vom idealisierten Rechenmodell nicht erfaßt werden,
- Unregelmäßigkeiten in der Porenstruktur und Dichteverteilung des Modellmaterials Polystyrol, die im Rechenmodell homogen und isotrop angenommen werden,
- Unkenntnis der tatsächlichen Luftströmungsverhältnisse an der Modelloberfläche, die in Teilbereichen des Versuchsaufbaus durch Abweichung vom symmetrisch erwarteten Verhalten sichtbar werden,
- Begrenzung des Auflösungsvermögens der Infrarotkamera bei der zweidimensionalen Temperaturmessung.

Da die beteiligten physikalischen Größen ein thermodynamisches Gleichgewichtssystem bilden, werden die Wärmeübergangskoeffizienten als letztlich zu bestimmende Zielgrößen für alle vorangehenden Inkonsistenzen "bestraft". Insbesondere fallen zwei vom erwarteten Sollergebnis abweichende Verhaltensweisen auf:

- In den Innenkehlen des Modells folgt die mit der Infrarotkamera gemessene Temperatur nicht dem hier anzutreffenden scharfen Temperaturknick, sondern rundet diesen ein wenig aus (s. Abb. 6.9). Die korrespondierende berechnete Temperatur hat dagegen die der Finite-Differenzen-Diskretisierung entsprechende höhere Genauigkeit (s. Abb. 6.10). Diese Diskrepanz veranlaßt das Prediktorverfahren für Wärmeübergangskoeffizienten (s. Abschnitt 6.4), solche  $\alpha$ -Werte vorzuschlagen, die im nächstfolgenden Iterationsschritt in der Modell-Innenkehle die Differenz  $t^{(i)} - t^*$  verringern. So geht  $\alpha$  hier - den physikalischen Erwartungen widersprechend, jedoch numerisch plausibel - gegen "unendlich".
- In bestimmten lokal eingrenzenden Wandbereichen fällt auf, daß hier die berechneten Wärmeübergangskoeffizienten abweichend von ihrer Umgebung höhere Werte annehmen. Hier ist möglicherweise eine höhere Materialdichte des Polystyrols für den Effekt verantwortlich. In diesem Falle wird der höhere Wärmedurchgang durch eine größere Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  verursacht, die dem Rechenmodell aber nicht bekannt ist, so daß rechnerisch  $\alpha$  mit dem Effekt beaufschlagt wird. Als weitere mögliche Ursache kommt erhöhte Konvektion im Einflußbereich des Heißluftgebläses in Betracht, wodurch der Wärmeübergangswiderstand  $1/\alpha$  gegen Null bzw.  $\alpha$  gegen "unendlich" tendiert.

Es empfiehlt sich, die rechnerische Lösung der Wärmeübergangskoeffizienten vor der weitergehenden Deutung einem Ausgleichsverfahren für die Glättung lokaler Sprünge zu unterziehen. Hierzu dient das in Abschnitt A1 und A2 beschriebene Hermite-Verfahren. Dieses beseitigt die oben beschriebenen Singularitäten von  $\alpha$  in den Innenkehlen des Modells, kann aber große Abweichungen von den getroffenen Annahmen, z.B. ein bereichsweise höheres  $\lambda$ , nicht vollständig kompensieren. Bei singulärem Verhalten von  $\alpha$  wegen Konvektion ist die Glättung sogar unerwünscht (s. Abb. 6.11).

Die in Abschnitt 7 vorgestellten Ergebnisse zeigen die berechneten Wärmeübergangskoeffizienten nach Ausgleichsanalyse. Der Vergleich der numerischen Differenzen mit den ursprünglich berechneten  $\alpha$ -Werten bestätigt die Zweckmäßigkeit der Vorgehensweise.

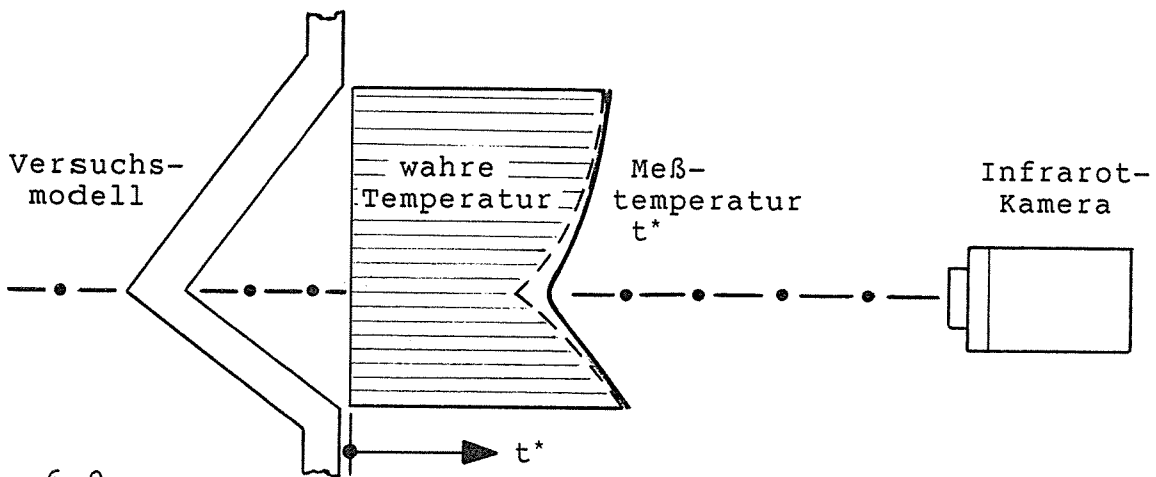


Abb. 6.9  
 Meßtemperatur bei begrenzter Auflösungsgenauigkeit der Infrarotkamera in der Modell-Innenkehle

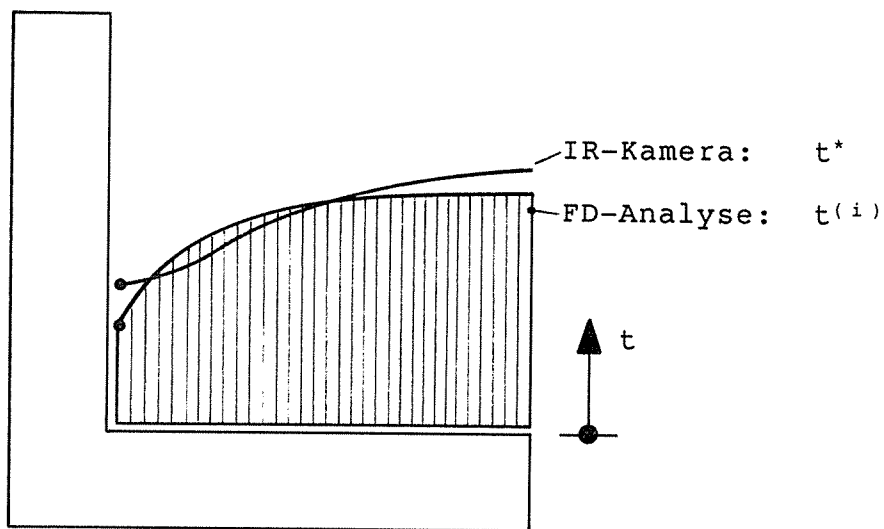


Abb. 6.10  
 Genauigkeitsunterschiede von Meßtemperatur und durch FD-Analyse berechneter Temperatur in der Modell-Innenkehle

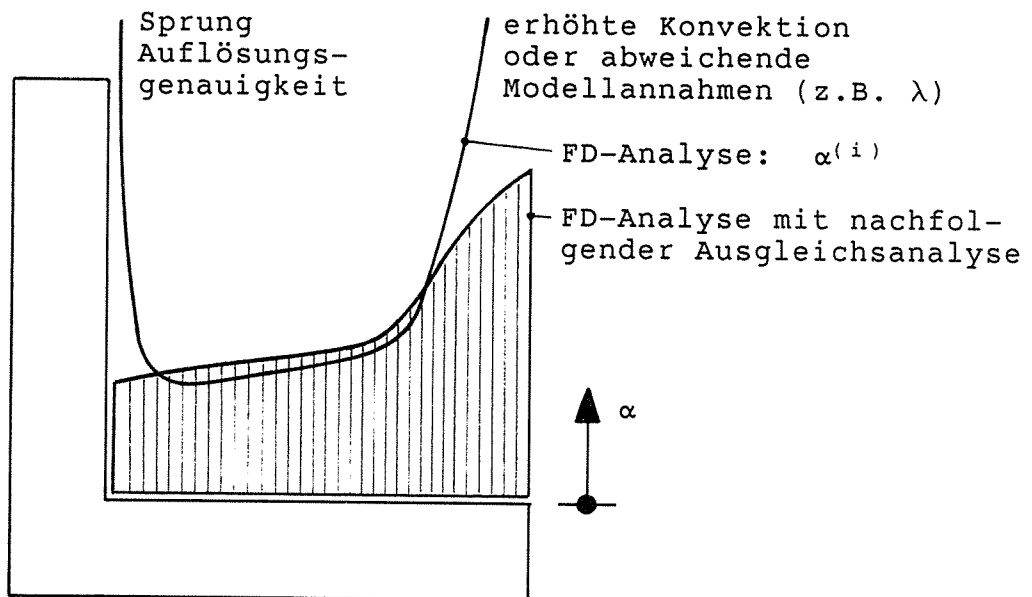


Abb. 6.11  
 Rechnerisch ermittelte und durch Ausgleichsanalyse geglättete Wärmeübergangskoeffizienten

## 7 Ergebnisse

### 7.1 Sensitivitätsstudie Iteration

Die Brauchbarkeit des numerischen Verfahrens zur Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten hängt entscheidend von der Stabilität und den Konvergenzeigenschaften des Iterationsalgorithmus ab. Hierbei spielt das numerische Verhalten des Prediktors die Hauptrolle (s. Abschnitt 6.3, 6.4).

Abb. 7.2 und 7.3 zeigen die ersten drei Iterationsschritte einer für die ganze Serie typischen Folge. Das Pyramidenmodell befindet sich hier in der Grundstellung (Hauptwinkel  $\phi = 0 [^\circ]$ ). Der Ventilator für die Windsimulation außen ist ausgeschaltet. Die hierzu gehörige Temperaturmessung mit der Infrarotkamera ist Abb. 7.6 zu entnehmen.

Die Rechnung beginnt mit der Vorgabe eines konstanten Skalarfeldes von Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_0 = \{30.0, \dots, 30.0\}$  innen und außen. (Diese "Startlösung" liegt oberhalb der wärmeschutztechnischen Kennwerte für den rechnerischen Nachweis von Gebäuden und Bauteilen nach DIN 4108, Teil 4, Tabelle 5. Dort gelten  $\alpha_i = 5.88 [W/m^2 K]$  und  $\alpha_a = 25.0 [W/m^2 K]$  als kleinster und größter anzunehmender Rechenwert).

Die zu  $\alpha^{(0)} = \alpha_0$  gehörige Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems  $t^{(0)}$  ist erwartungsgemäß vollsymmetrisch bezüglich aller drei Koordinatenrichtungen  $x, y, z$  (hier nicht abgebildet).  $t^{(0)}$  ist Eingangsgröße in die Prediktorformel (6.7), (6.8) und führt dort in Gegenüberstellung zur Meßtemperatur  $t^*$  zur ersten verbesserten Schätzung  $\alpha^{(1)}$  (Iterationsschritt  $i = 1$ ).

Wie aus Abb. 7.2 zu ersehen ist, bildet sich bereits bei  $\alpha^{(1)}$  die typische Verteilung der Wärmeübergangskoeffizienten auf der Innen- und Außenoberfläche des Rechenmodells aus, deren iterative Verbesserungen  $\alpha^{(2)}$  und  $\alpha^{(3)}$  die Wanderungstendenz der  $\alpha$ -Isoklinen erkennen lassen.

Verfolgt man z.B. die Entwicklung in der Innenkehle parallel zur  $y$ -Achse, so ergibt sich hier die Tendenz:

$$\begin{aligned}\alpha_i^{(0)} &= 30.0, \dots, 30.0, \\ \alpha_i^{(1)} &= 10.0 \text{ bis } 20.0, \\ \alpha_i^{(2)} &= 10.0 \text{ bis } 15.0, \\ \alpha_i^{(3)} &= 5.0 \text{ bis } 10.0.\end{aligned}$$

Auf der  $x, y$ -Innenfläche stabilisieren sich bei alternierendem Konvergenzverhalten Maximalwerte in der Klasse  $\alpha_i^{(3)} = 20.0$  bis  $25.0 [W/m^2 K]$ . Die beiden übrigen Innenflächen  $y, z$  und  $z, x$  zeigen oberhalb von etwa  $\alpha_i^{(3)} = 15.0 [W/m^2 K]$  einen monotonen, steiler werdenden Anstieg mit der Tendenz,  $\alpha_i$  gegen "unendlich" wandern zu lassen. Dieses Phänomen ändert sich mit der Drehung des Hauptwinkels des Pyramidenmodells und wird in Abschnitt 7.4 erörtert.

Auf der Außenoberfläche konvergieren die  $\alpha$ -Isoklinen schneller als innen zu ihrer endgültigen Lage. Typischerweise bildet sich längs der Außenkanten des Pyramidenmodells ein geometriebedingter Abfall der Wärmeübergangskoeffizienten in den Wertebereich  $\alpha_a^{(3)} = 0.0$  bis  $5.0 [W/m^2 K]$  aus. Die übrige Verteilung auf den Außenflächen gestaltet sich ruhiger als innen und erreicht den Wertebereich  $\alpha_a^{(3)} = 25.0$  bis  $30.0 [W/m^2 K]$ . Unsymmetrien ändern sich mit der Drehung des Hauptwinkels des Pyramidenmodells und werden in Abschnitt 7.4 erörtert.

Die zu  $\alpha^{(0)}$  bis  $\alpha^{(3)}$  gehörigen rechnerischen Lösungen für das Temperaturprofil  $t^{(0)}$  bis  $t^{(3)}$  auf der Innen- und Außenoberfläche des

Pyramidenmodells sind gegenüberliegend in Abb. 7.3 dargestellt. Der synoptische Vergleich der Veränderungstendenz zwischen Temperatur-Isoklinen und Wärmeübergangskoeffizienten ergibt eine höhere Sensitivität von  $\alpha$  im Vergleich zu  $t$ . Weitere numerische Verbesserungen und Anpassung der Lösung  $t^{(i)}$  an die Meßtemperatur  $t^*$  (s. Abb. 7.6) werden mit den Iterationsschritten  $i = 4$  bis 10 erreicht.

Als Beispiel für ein typisches Residual wird tabellarisch die Differenz  $\Delta t = t^* - t^{(10)}$  auf der z,x-Oberfläche innen und außen angegeben. Die Größenordnung und Ausprägung sind charakteristisch für die ganze Serie (s. Abb. 7.1). Hierbei folgt die Indizierung den Rasternummern des zugrundeliegenden Finite-Differenzen-Modells (s. Abb. 6.2).

Die auffallend hohen Residualwerte in den Innenkehlen des Modells zeigen den in Abschnitt 4.3 und 6.5 erwähnten Effekt der Begrenzung der Auflösungsgenauigkeit der Infrarotkamera in Relation zur Genauigkeit des numerischen Verfahrens (s. Abb. 4.6 und 6.9, 6.10). Dessen Auswirkung auf das Gesamtergebnis bleibt aber gering, da der numerische Einzugsbereich der Rasternummer 6 die Breite 2 [mm] hat und eine Normalisierung bereits auf Rasternummer 7 erkennbar ist.

U000: Temperaturdifferenz Messung - Rechnung innen [K]

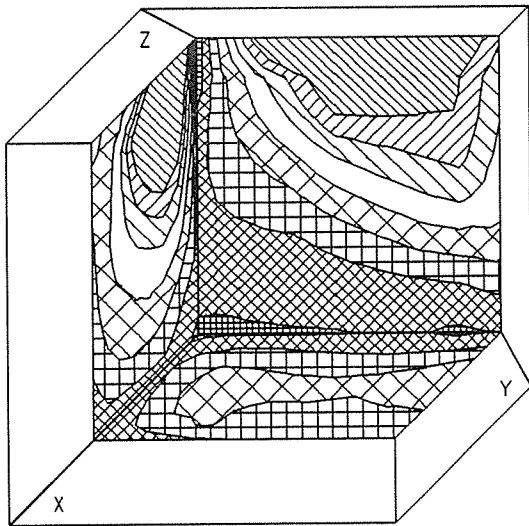
IX	IZ	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6		4.15	2.65	1.76	1.64	1.56	1.59	1.58	1.57	1.55	1.54
7		2.64	0.09	-0.03	.	0.02	0.03	0.05	0.06	0.06	0.09
8		1.77	-0.03	.	.	.	.	.	.	.	.
9		1.67	-0.02	.	.	.	.	.	0.07	0.18	0.34
10		1.58	-0.01	.	.	.	.	.	0.08	0.21	0.28
11		1.54	-0.01	.	.	.	.	.	0.04	0.20	.
12		1.53	.	.	.	.	.	.	.	0.01	.
13		1.49	.	.	.	.	.	.	.	.	.
14		1.46	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
15		1.41	0.02	.	.	.	.	.	.	.	.

U000: Temperaturdifferenz Messung - Rechnung außen [K]

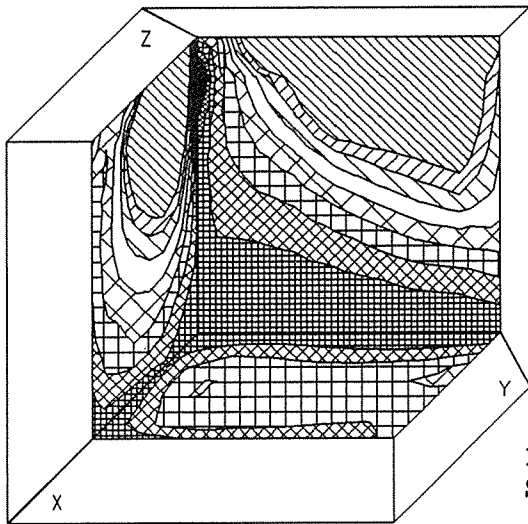
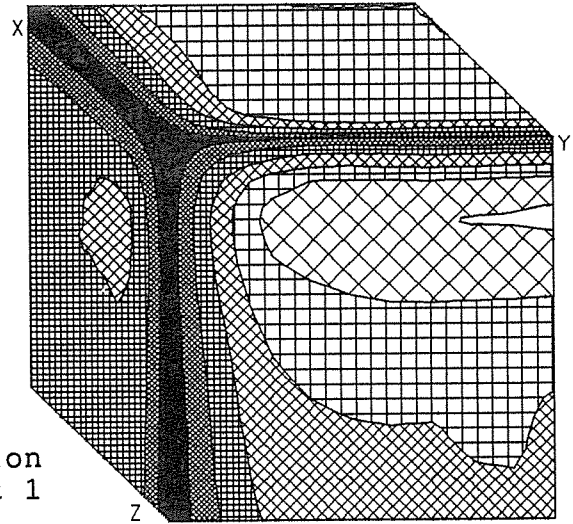
IX	IZ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2		.	.	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01
3		-0.01	0.03	0.04	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
4		-0.02	0.03	.	.	.	.	.	.	.	.
5		-0.02	0.02	.	.	.	.	.	.	.	.
6		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
7		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
8		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
9		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
10		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
11		-0.01	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
12		.	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
13		.	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
14		.	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.
15		.	0.01	.	.	.	.	.	.	.	.

Abb. 7.1

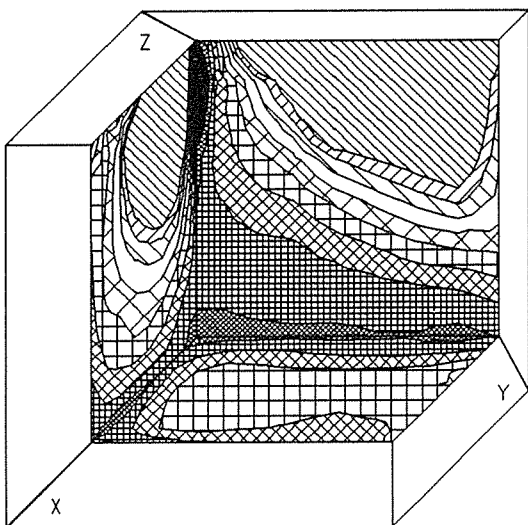
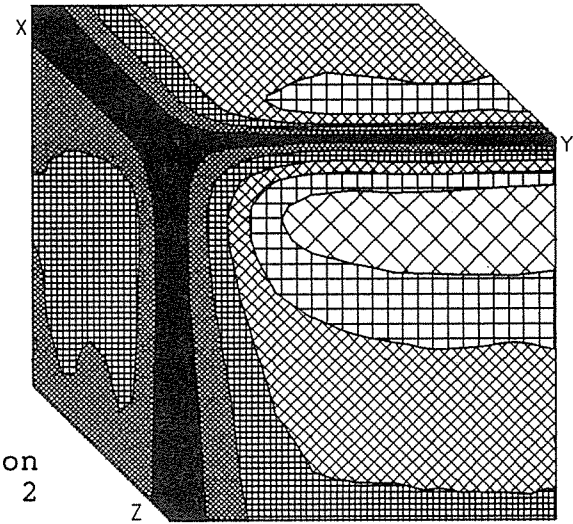
Temperaturresiduen zwischen Versuch und Numerischer Analyse, Kritische Werte in den Innenkehlen des Modells



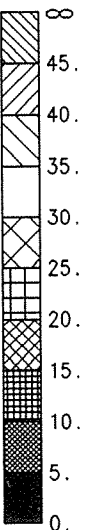
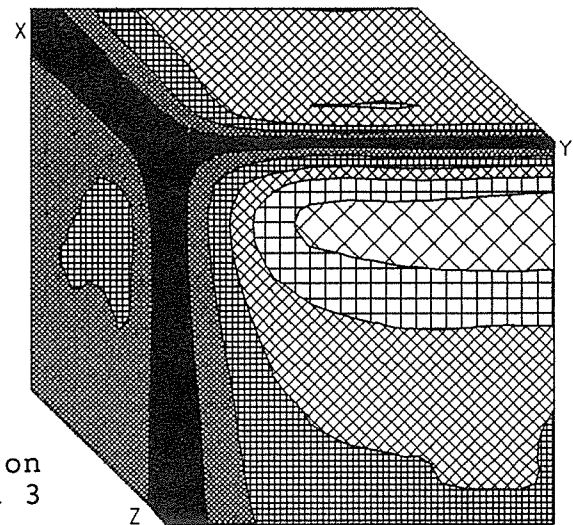
Iteration  
Schritt 1



Iteration  
Schritt 2



Iteration  
Schritt 3



Alpha [ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ] INNEN

Alpha [ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ] AUSSEN

Abb. 7.2  
Sensitivitätsstudie Iteration: Entwicklung der Wärmeübergangskoeffizienten in den ersten drei Iterationsschritten

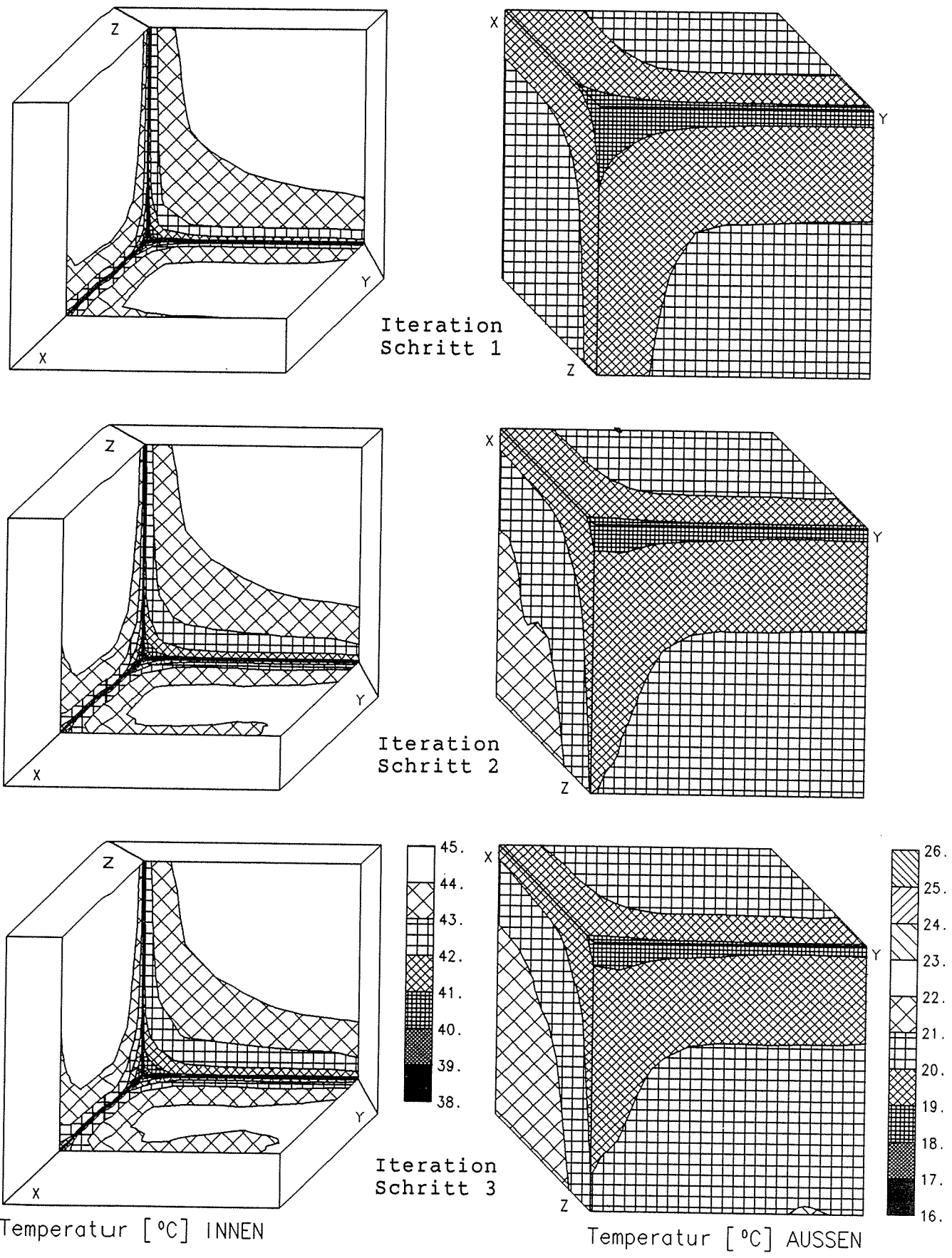


Abb. 7.3  
 Sensitivitätsstudie Iteration: Entwicklung der berechneten Temperaturen in den ersten drei Iterationsschritten

## 7.2 Sensitivitätsstudie Emissivität

Im folgenden wird für die Grundstellung des Pyramidenmodells (Hauptwinkel  $\phi = 0$  [°], Ventilator "AUS") untersucht, wie sich das zu berechnende  $\alpha$  ändert, wenn  $t^*$  der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Korrektur des Einflusses der strahlungswinkelabhängigen Emissivität von Polystyrol unterzogen wird.

Grundsätzlich ist festzustellen, daß jeder von der Oberflächennormale abweichende Strahlungswinkel  $\beta$  (s. Abb. 5.6) zu einer numerischen Erhöhung der von der Infrarotkamera angezeigten Temperatur führen muß. Dieses hat beim Pyramidenmodell insgesamt eine Erhöhung aller Temperaturen innen und außen zur Folge. Jedoch ist der korrigierende Einfluß nicht proportional zur ursprünglichen Temperatur, da sich

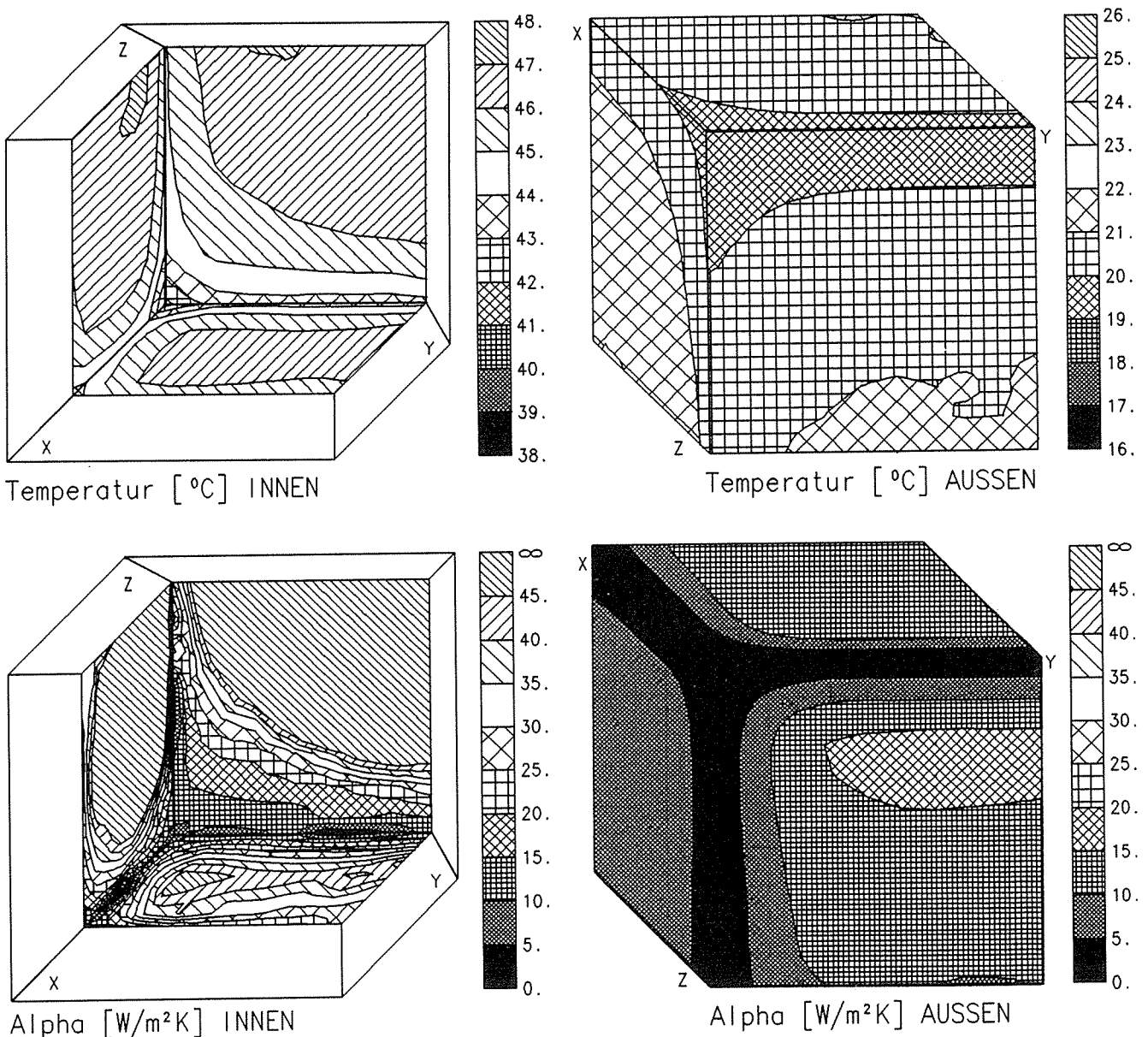


Abb. 7.4  
Sensitivitätsstudie Emissivität: Änderungsverhalten der berechneten Wärmeübergangskoeffizienten bei Korrektur des strahlungswinkelabhängigen Einflusses der Emissivität von Polystyrol auf die Temperaturanzeige



einerseits der Abstrahlungswinkel  $\beta$  ortsabhängig ändert, andererseits - wie in Abschnitt 5.4 beschrieben - verschiedene Referenztemperaturen innen und außen unterschiedliche Auswirkungen haben.

Das Ergebnis der Studie ist in Abb. 7.4 gezeigt. Das vom Emissivitätseinfluß bereinigte Meßtemperaturprofil erhöht sich größenordnungsmäßig um bis zu 2 [K] innen und 1 [K] außen. Gleichzeitig verringert sich auf der Innenseite des Modells die Temperaturdifferenz  $\Delta t = t_i^L - t_i$  zwischen Umgebungsluft und Modelloberfläche ein wenig, wobei die von den Meßbaken angezeigte Lufttemperatur sich etwas erhöht, da diese unter einem Abstrahlungswinkel von ca.  $\beta = 20 [^\circ]$  zur Infrarotkamera positioniert sind. Außen vergrößert sich die Temperaturdifferenz  $\Delta t = t_a - t_a^L$ . Die Veränderungen von  $\Delta t$  erlauben unmittelbare Schlußfolgerungen für das Änderungsverhalten der Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$ : Eine kleinere Temperaturdifferenz zwischen Luft und Oberfläche korreliert mit einem kleineren Wärmeübergangswiderstand  $1/\alpha$  bzw. größerem  $\alpha$  und umgekehrt. Zum Vergleich kann auf Abb. 7.6 vorgegriffen werden, wo ohne Emissivitätskorrektur gerechnet wurde. Die Gegenüberstellung der  $\alpha$ -Isoklinen von Abb. 7.4 und 7.6 bestätigt die erwartete Tendenz.

Eine Bewertung der Frage, ob durch die hier demonstrierte Korrektur auch eine signifikante Verbesserung des Gesamtergebnisses erzielt werden kann, ist sinnvollerweise aber nur im Zusammenhang mit der Erfassung weiterer Einflußparameter möglich, die in Abschnitt 5.4 aufgezählt sind. Größeren Einfluß auf das Ergebnis hat - wie aus Abschnitt 7.4 und Abb. 7.6 bis 7.21 zu ersehen ist - auf jeden Fall die Drehung der Hauptwinkelstellung des Pyramidenmodells, da diese die Luftströmungsverhältnisse und hiermit verbundenen Temperaturverteilungen wesentlich verändert.

### 7.3 Sensitivitätsstudie Wärmeleitfähigkeit

Beim Zusammenwirken von Experiment und Rechnung tritt das grundsätzliche Problem auf, daß die physikalischen Kenngrößen (s. Abschnitt 3) möglichst gut zur Übereinstimmung zu bringen sind. Im Experiment werden sich die Kenngrößen stets ihren wahren Werten entsprechend verhalten. Die numerische Analyse arbeitet dagegen mit Schätzungen.

Im folgenden soll durch Variation des Parameters Wärmeleitfähigkeit in der Rechnung die Größenordnung des eventuell gemachten Folgefehlers bei der Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten abgeschätzt werden. Dieses wird wie bei den übrigen Sensitivitätsstudien an der Grundstellung des Pyramidenmodells (Hauptwinkel  $\phi = 0 [^\circ]$ , Ventilator "AUS") demonstriert. (Es sei aber betont, daß es sich hierbei gedanklich zunächst nicht um die Simulation eines anderen Stoffes handelt, s. Abschnitt 7.7.)

Der rechnerisch in Ansatz gebrachte und in der Gesamtserie verwendete Wert der Wärmeleitfähigkeit von Polystyrol

$$\lambda = 0.032 \text{ [W/mK]}$$

ist eine Schätzung, die auf Vorversuchen der BAM zur experimentellen Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Dämmplatten eines industriellen Herstellers beruht. Die Vorversuche wurden mit Platten verschiedener Dicke durchgeführt, bei denen neben anderen Versuchsbedingungen das Zusammenwirken von Porenstruktur im Platteninnern und Oberflächenbeschaffenheit entscheidenden Einfluß auf das Versuchsergeb-

nis hat. Unterschiedliche Plattendicken führen hierbei zu unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten.  
 In der Sensitivitätsstudie wird  $\lambda$  wie folgt geändert:

$$\lambda = 0.040 \text{ [W/mK]}.$$

Das hiermit erzielte Berechnungsergebnis der Wärmeübergangskoeffizienten ist in Abb. 7.5 dargestellt. Der Vergleich mit Abb. 7.6 zeigt eine der Erhöhung von  $\lambda$  entsprechende Erhöhung der  $\alpha$ -Werte innen und außen. Da die der Berechnung zugrundeliegende Meßtemperaturverteilung  $t^*$  auf der Modelloberfläche sowie auch die Lufttemperaturen  $t_i^L$  (innen) und  $t_a^L$  (außen) sich nicht ändern, muß die Erhöhung der  $\alpha$ -Werte zur Erhöhung von  $\lambda$  proportional sein. Dies folgt aus dem Fourier'schen Gesetz und der Berechnung der Wärmestromdichte gemäß

$$Q = k (t_i^L - t_a^L),$$

$$1/k = 1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a.$$

Die mit dem Rechenprogramm STAT3D [5] erzielten Ergebnisse zeigen, daß alle Werte von  $\alpha$  für  $\lambda = 0.040$  um den Faktor  $c = 0.040/0.032$  höher sind als die für  $\lambda = 0.032$ .

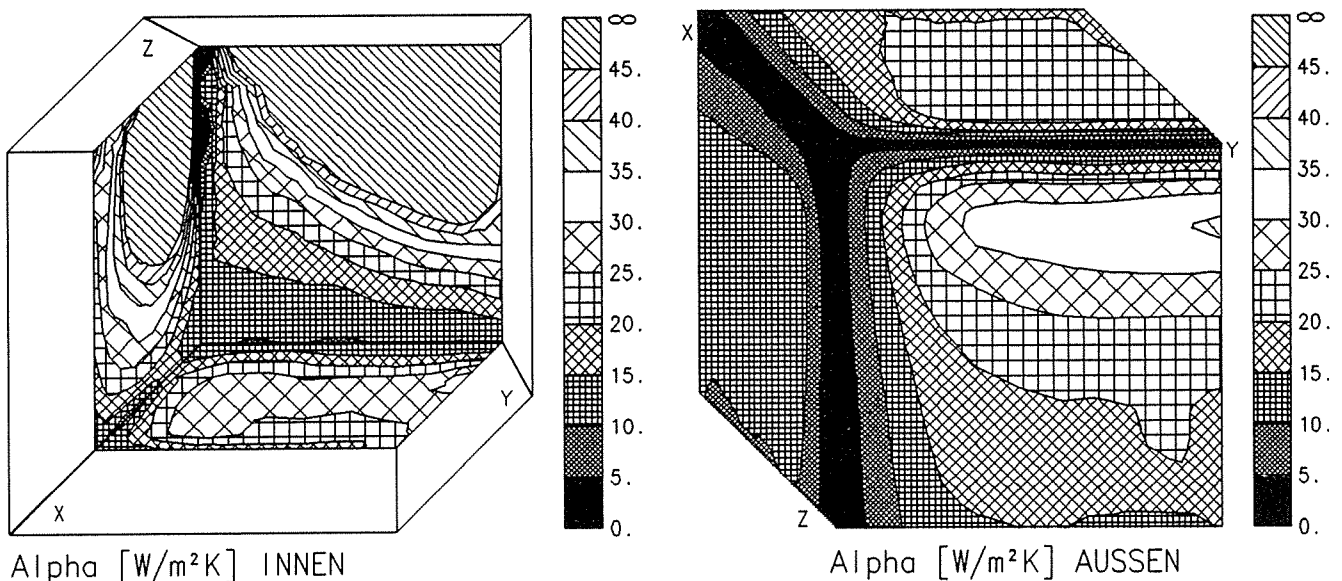


Abb. 7.5  
 Sensitivitätsstudie Wärmeleitfähigkeit: Änderungsverhalten der berechneten Wärmeübergangskoeffizienten bei Ansatz des Schätzwertes  $\lambda = 0.040 \text{ [W/mK]}$  für das Modellmaterial Polystyrol

#### 7.4 Hauptwinkelstellungen des Pyramidenmodells

Das auf seine Funktionsfähigkeit überprüfte numerische Verfahren wird zur Evaluierung einer Versuchsserie stationärer Wärmeleitzustände mit Temperaturmessung durch die Infrarotkamera eingesetzt. Die Versuchsserie beinhaltet eine Folge von Messungen, bei denen das in Abschnitt 4.2 beschriebene Modell jeweils in verschiedene Hauptwinkelstellungen positioniert wird. Wie aus Abb. 4.3 zu ersehen ist, sind die geplanten Hauptwinkelstellungen auf der drehbaren Objektträgerscheibe durch eine Winkelskala im Abstand von  $\Delta\phi = 15 [^\circ]$  markiert. Aufgrund der Dreieckssymmetrie des Modells überstreicht der Bereich unterschiedlicher Positionen den Winkelausschnitt von  $120 [^\circ]$ . Danach wiederholen sich frühere Winkelstellungen. Die hier dokumentierte Serie umfaßt die Hauptwinkel

$$\phi = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105 [^\circ].$$

Das Versuchsmodell simuliert die Außenwanddecke eines Gebäudebereiches (z.B. Erker), bei der ein Innenraum (z.B. Wohnbereich mit Raumtemperatur) und ein Außenraum mit Klimabedingungen (z.B. Winter, Windstille/Wind) unterschieden werden. Die Luftströmungsverhältnisse im Innenraum können aber nur näherungsweise erfüllt werden, da zur Aufrechterhaltung der Raumtemperatur auf der Warmseite des Prüfstandes bei einer Modelltemperatur von ca.  $48 [^\circ\text{C}]$  u.a. ein Heißluftgebläse eingesetzt wird, das gleichzeitig für eine gleichmäßige Temperaturverteilung in der Zylinderkammer sorgt. Die hierdurch versuchstechnisch bedingte Konvektion erfaßt auch die Randbereiche des Pyramidenmodells, klingt aber zur Pyramidenspitze hin ab. Auf der Außenseite, die als Kaltseite die Modelltemperatur von ca.  $18 [^\circ\text{C}]$  aufweist, herrscht bei "Windstille" normale Konvektion. Zur Simulation von "Wind" wird die Pyramidenspitze außen von einem Ventilator angeblasen. Beide Windsituationen sind in Abb. 7.6 bis 7.21 jeweils für eine Hauptwinkelstellung synoptisch dargestellt.

Jede Abbildung zeigt oben zunächst die beiden Infrarotthermogramme der Temperaturmessung innen und außen. In der Graustufenverteilung heben sich die Konturen der Dreiecksgestalt des Pyramidenmodells sowie der eingestellte Hauptwinkel ab. Zusätzlich werden die aufgestellten kreisförmigen Meßbaken für die Lufttemperaturmessung seitlich des Modells (s. Abschnitt 4.3) sowie die für die geometrische Justierung benutzten Aluminiumkeile und Heizdrahtmarkierungen (hier jedoch ausgeschaltet, s. Abschnitt 5.2.1) sichtbar. Die Umsetzung der Meßtemperaturen in Digitalbilddaten und Transformation auf Finite Differenzen ist in Abschnitt 5 beschrieben.

In der graphischen Darstellung der umgesetzten Meßtemperaturen in Bildmitte wird zur besseren Vergleichbarkeit aller Hauptwinkelstellungen eine einheitliche Projektionsart unter Bezugnahme auf das globale Koordinatensystem  $x, y, z$  (s. Abschnitt 5.1.2, Formel (5.19)) gewählt. Die dargestellten Meßtemperaturen sind mit denen aus der nachfolgenden numerisch-iterativen Analyse des zugehörigen Wärmeleitungsproblems (bis auf die Residuen nach Erfüllung des Konvergenzkriteriums, s. Abschnitt 7.1, Abb. 7.1) identisch. Bei sinngemäßem visuellem Vergleich mit den darüber abgebildeten Thermogrammen ist die Gleichheit der Temperaturdaten erkennbar.

Im unteren Teil der Abbildung sind die jeweils zugehörigen, durch numerische Analyse ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten innen und außen dargestellt.

Die Temperaturmessungen zeigen in allen Hauptwinkelstellungen in den Innenkehlen des Modells den geometriebedingten steilen Temperaturab-

fall, der für die bauphysikalische Bewertung und eventuell zu treffende konstruktive Schutzmaßnahmen von Bedeutung ist. Auf den angrenzenden Wandflächen bilden sich bei symmetrischer Geometrie unsymmetrische Isothermen aus, die im wesentlichen durch die tatsächlich herrschenden Konvektionsverhältnisse verursacht sind. Zusätzlich haben eventuell vorhandene lokale Inhomogenitäten des Modellmaterials Polystyrol. Diese können jedoch nicht aus den Ergebnissen der Einzelmessungen rechnerisch eliminiert werden. Erwartungsgemäß zeigt die Temperaturverteilung innen bei den Einzelmessungen zunächst kaum einen erkennbaren Einfluß der außen herrschenden Windsituation. Vielmehr werden die im synoptischen Vergleich zu sehenden Abweichungen in den Isothermen hervorgerufen durch geringfügige Schwankungen des im wesentlichen stabilen stationären Temperaturzustandes im Experiment (s. Abschnitt 4.1).

Auf der Außenoberfläche des Modells hat dagegen die Windsituation den Haupteinfluß auf das Temperaturprofil. Bei "Windstille" zeigt sich ein stärker ausgeprägtes Gradientenfeld, wobei erwartungsgemäß an den Außenkanten geometriebedingt die größte Annäherung an die Außen-Lufttemperatur erreicht wird. Die zu beobachtende verstärkte Abkühlung einer Einzelkante ist - wie auch im jeweils zugehörigen Thermogramm erkennbar - auf die Kühlwirkung durch die vorwiegende Vertikalrichtung der Außenkonvektion zurückzuführen. Hauptwinkelstellung  $\phi = 90$  [°] zeigt hierzu den Grenzfall vor dem "Umschalten" auf die Nachbarkante. Die Außenwandflächen sind durch die bei "Windstille" verringerte Konvektion und verstärkte Grenzschichtbildung entsprechend erwärmt.

Bei eingeschaltetem Ventilator zur Simulation von "Wind" werden die Außenflächen des Modells entsprechend stärker abgekühlt. Die Anblasrichtung des Ventilators liegt bis auf eine versuchstechnisch unvermeidliche Parallaxe (wegen der Position der Infrarotkamera) in der Nähe der Raumdiagonale des Versuchsmodells. Hierdurch verteilt sich der Kühleffekt fast gleichmäßig auf die drei beteiligten Wandflächen, wobei geometriebedingt wiederum die Umgebung der Kanten am stärksten gekühlt wird.

Die auf der Grundlage der Meßtemperaturen durch numerische Analyse des zugehörigen stationären Wärmeleitungsproblems ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten reagieren außerordentlich empfindlich auf Temperaturvariationen und andere physikalische Kenngrößen des Systems. Dieses Phänomen wird verständlich, wenn man sich anhand der Definition des Wärmedurchgangswiderstandes  $1/k = 1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a$  vergegenwärtigt, daß hier der Anteil  $s/\lambda$  stets größenordnungsmäßig überwiegt. Wird dieser konstant vorgegeben, so hat dieses im Rahmen eines Gesamtsystems, das auch über bekannte Temperaturen verfügt, zur Folge, daß  $1/\alpha_i$  und  $1/\alpha_a$  das einzige Regulativ zur Herstellung eines thermodynamischen Gleichgewichts bilden. Die Wärmeübergangskoeffizienten müssen in diesem Fall nicht nur ihre eigenen Werte annehmen, sondern darüberhinaus alle eingeschleppten physikalischen Inkonsistenzen abfangen. Diese können im vorliegenden Fall aus geometrischen und thermischen Meßfehlern, Abweichungen von der Voraussetzung der Homogenität und Isotropie des Materials, sowie Fehlannahme der Wärmeleitfähigkeit bestehen. Da die eventuell gemachten Fehler im nachhinein nicht mehr diagnostizierbar sind, kann eine relevante Aussage über die Wirklichkeitsnähe der berechneten Wärmeübergangskoeffizienten nicht aus Einzelmessung und Rechnung abgeleitet werden. In Abschnitt 7.5 und 7.6 werden daher in der Erwartung, daß gewisse Fehlerquellen kompensierbar sind, Einzelmessungen superponiert.

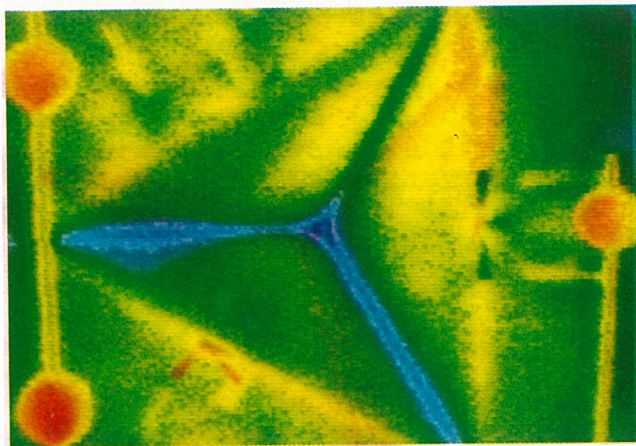
Dieses Verhalten der Wärmeübergangskoeffizienten voraussetzend zeigen die zu den einzelnen Hauptwinkelstellungen ermittelten Ergebnis-

se die nachfolgend beschriebenen Merkmale.

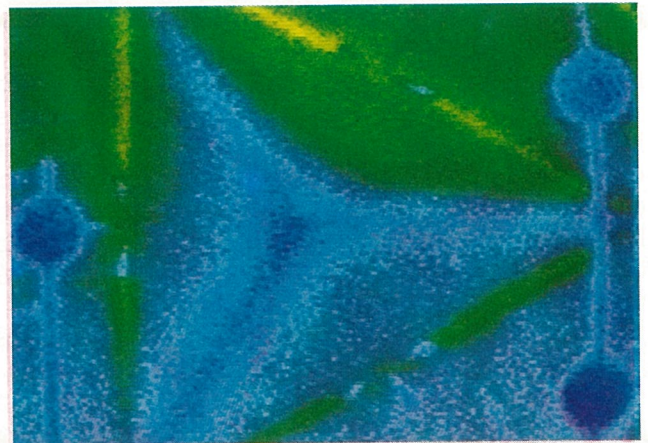
Die  $\alpha$ -Isoklinen verlaufen weitgehend parallel zu den korrespondierenden Isothermen. In den Innenkehlen des Modells nehmen sie ihre kleinsten Werte an, d.h. die Wärmeübergangswiderstände sind hier am größten. Dieses Verhalten entspricht der geometriebedingten Verminderung der Konvektion in den Innenkehlen und wird durch den hier herrschenden starken Temperaturabfall bestätigt, der noch durch den dreidimensionalen Verlauf der Adiabaten im Wandinnern gefördert wird. Mit zunehmendem Abstand von den Innenkehlen steigen die  $\alpha$ -Werte an und zeigen auf den Innenwandflächen bereichsweise die Tendenz, gegen "unendlich" zu gehen. Hier sind offenbar wegen starker versuchsstechnisch bedingter Konvektion die Wärmeübergangswiderstände Null. Diese Bereiche können für eine Übertragung vom Modell auf die Wirklichkeit einer Innenraumsituation mit tatsächlich niedriger Konvektion nicht verwendet werden. Mit der Drehung des Pyramidenmodells in andere Hauptwinkelpositionen verändern sich aber diese Bereiche im Zuge des allgemeinen Änderungsverhaltens der  $\alpha$ -Isoklinen. Dieses ist aus oben genannten Gründen stark ausgeprägt.

Auf den Außenflächen ist der Unterschied zwischen "Windstille" und "Wind" eindeutig zu erkennen. Bei "Windstille" erreichen die  $\alpha$ -Werte unterschiedliche Werteklassen, wobei ihre Isoklinen nicht immer parallel zur Temperatur verlaufen. Bereichsweise herrscht starke Unsymmetrie, sowie die Neigung zu singulärem Verhalten. Dieses hängt offenbar mit der im zugehörigen Temperaturprofil erkennbaren bevorzugten Konvektionsrichtung längs einer Außenkante zusammen, wo dann  $\alpha$  gegen "unendlich" geht. Auffällig ist aber, daß  $\alpha$  sofort in einen kleinen Wertebereich zurückgeht, wenn diese bevorzugte Konvektionsrichtung entfällt - siehe Hauptwinkelstellung  $\phi = 90 [^\circ]$ . Bei eingeschaltetem Ventilator zur Windsimulation gehen die Wärmeübergangskoeffizienten an den Außenflächen erwartungsgemäß gegen "unendlich", d.h. die Grenzschicht wird vollständig weggeblasen, die Wärmeübergangswiderstände sind Null. Dieses Verhalten ist praktisch unabhängig von der Hauptwinkelstellung des Pyramidenmodells.

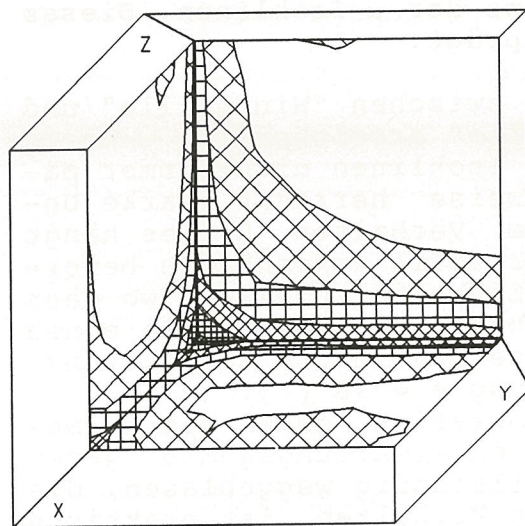




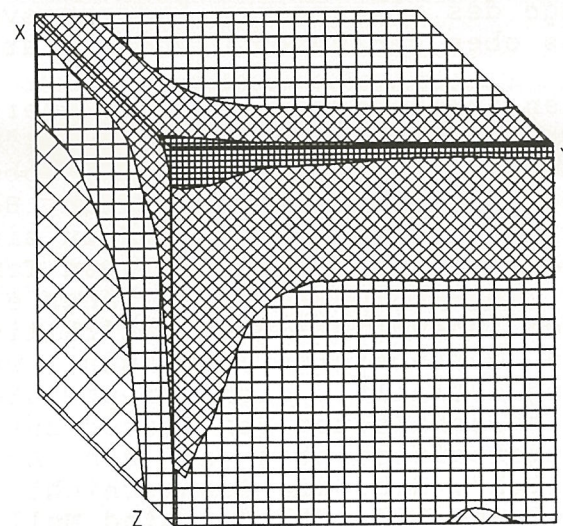
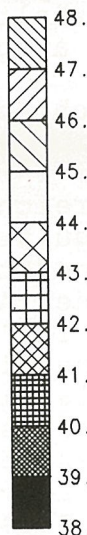
Temperatur Messung INNEN



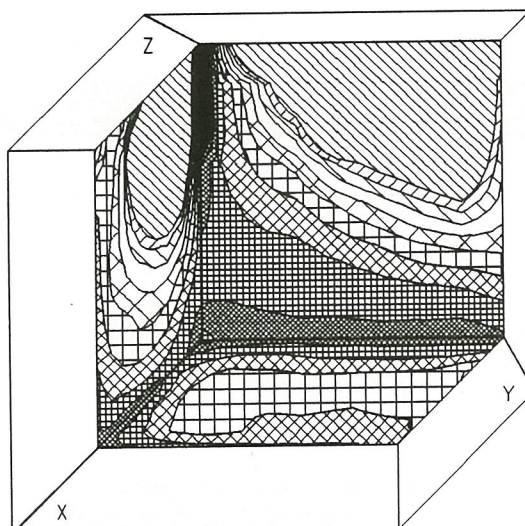
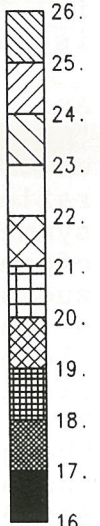
Temperatur Messung AUSSEN



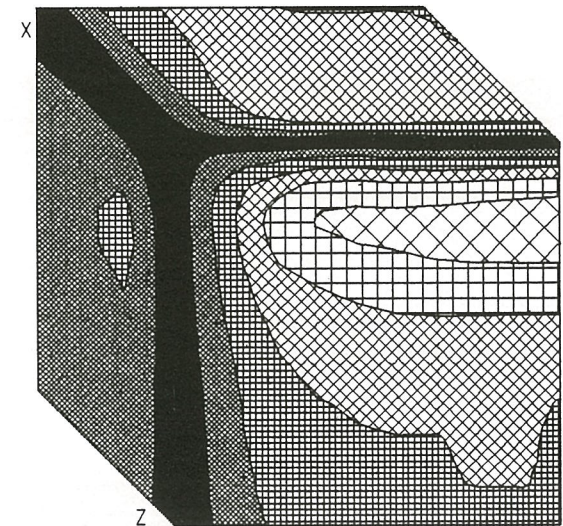
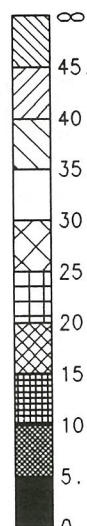
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

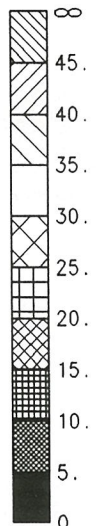
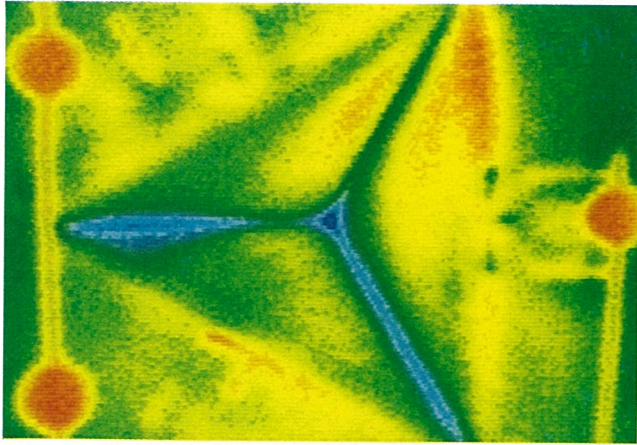
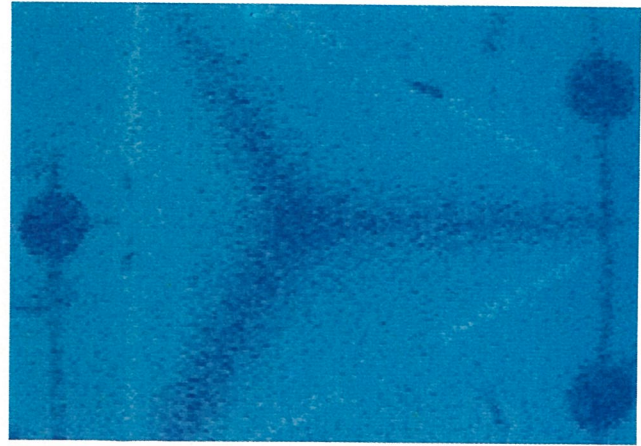


Abb. 7.6  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U000:  $\phi = 0 [^\circ]$ , Windsimulation "AUS"

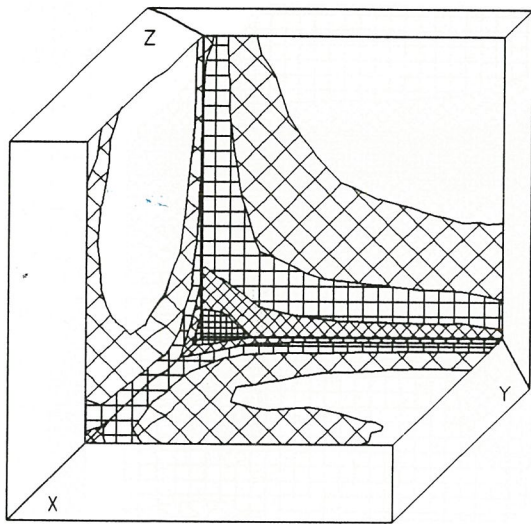




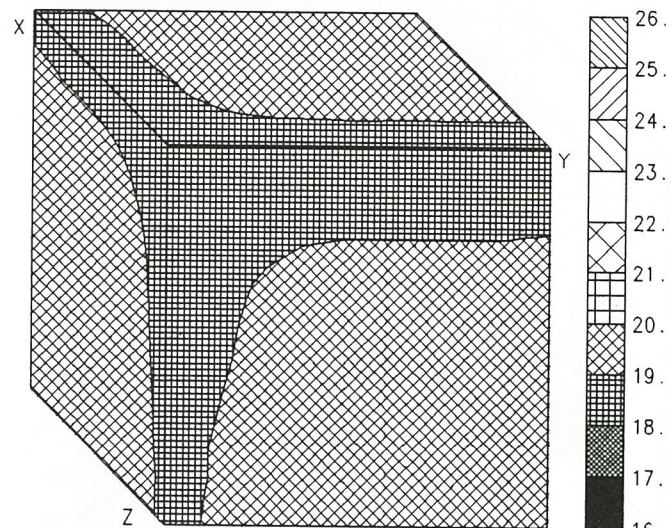
Temperatur Messung INNEN



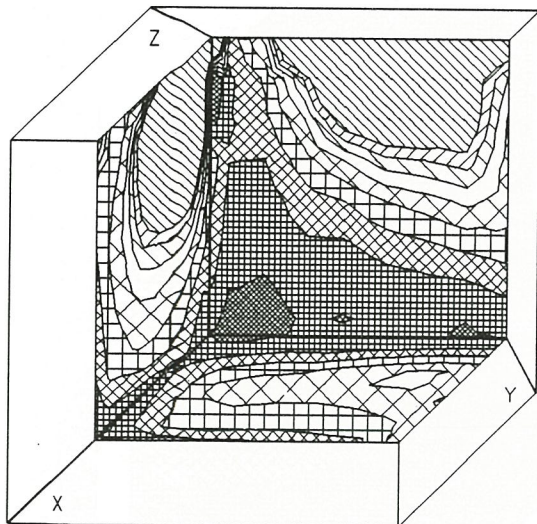
Temperatur Messung AUSSEN



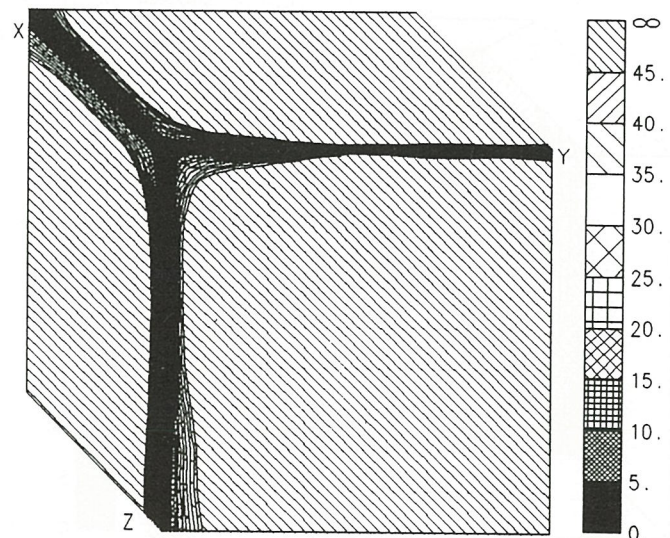
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



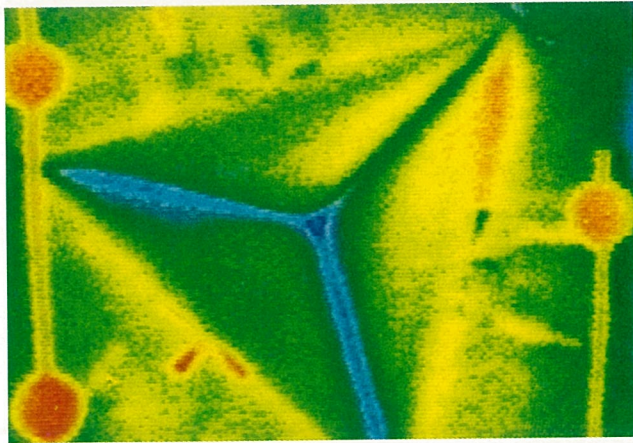
Alpha [W/m²K] INNEN



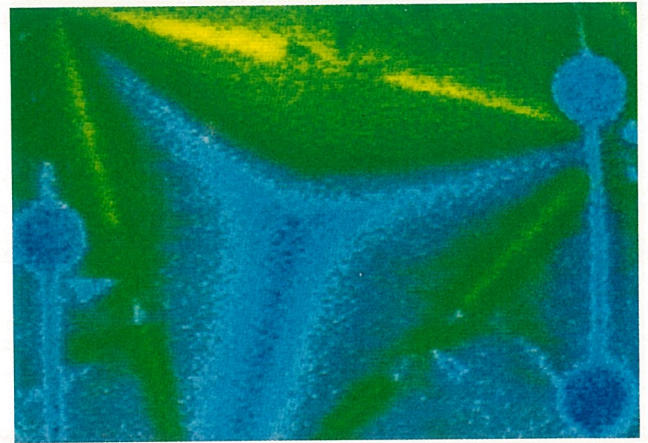
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.7  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V000:  $\phi = 0$  [°], Windsimulation "EIN"

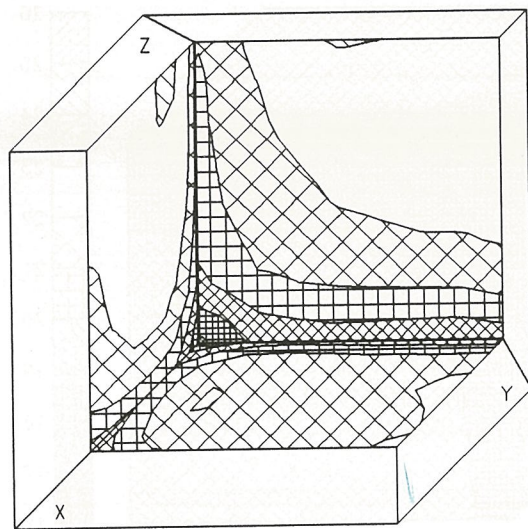




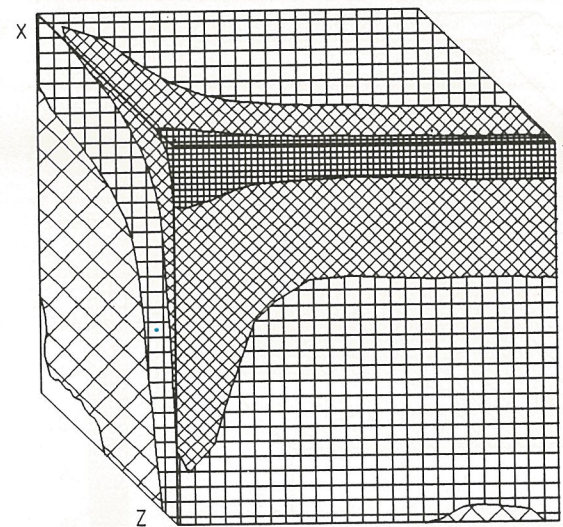
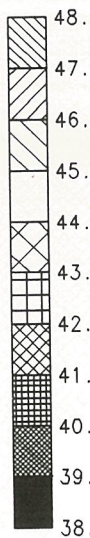
Temperatur Messung INNEN



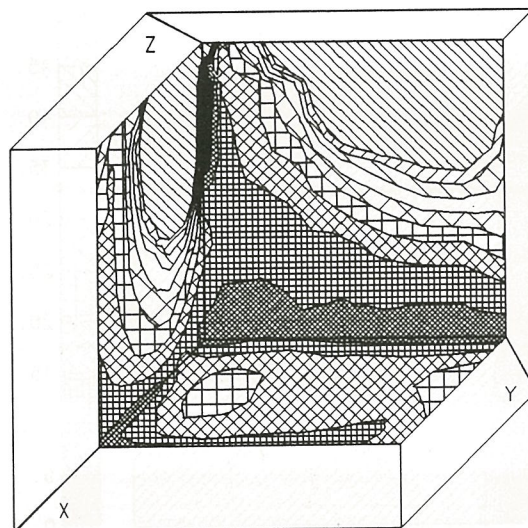
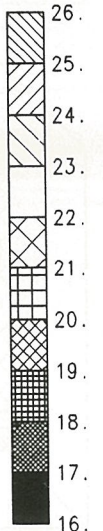
Temperatur Messung AUSSEN



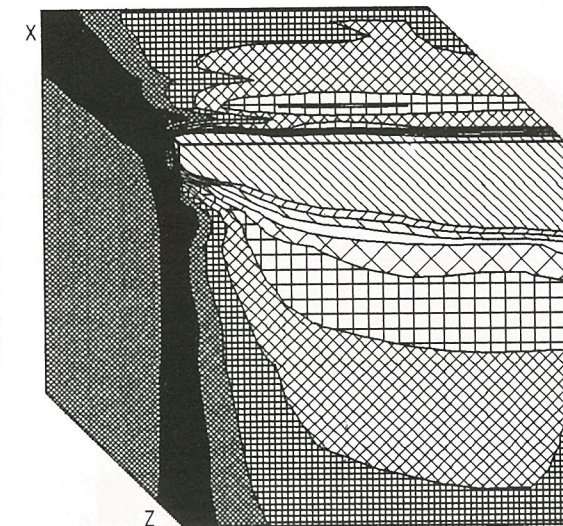
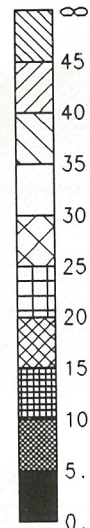
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] INNEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] AUSSEN

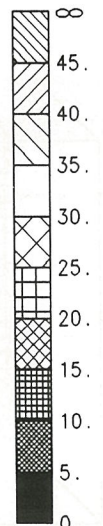
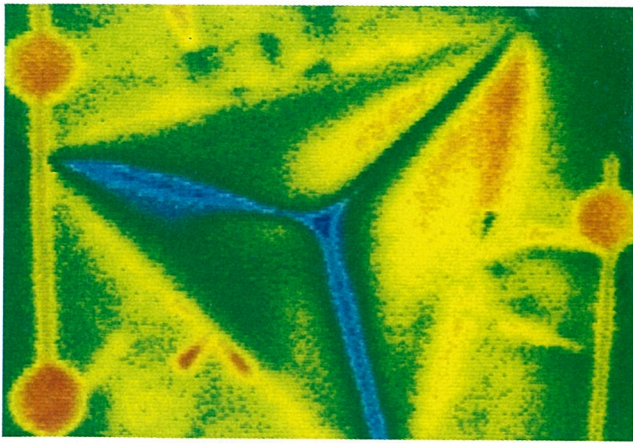
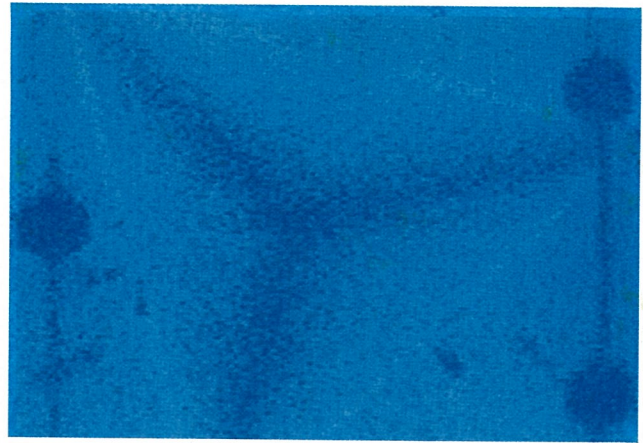


Abb. 7.8  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U015:  $\phi = 15$  [°], Windsimulation "AUS"

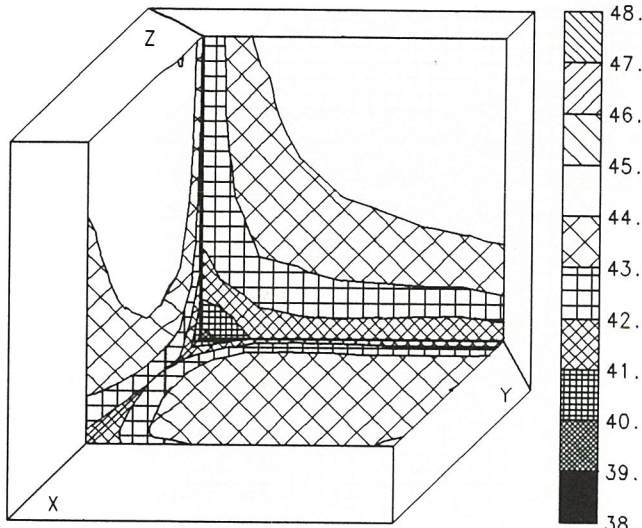




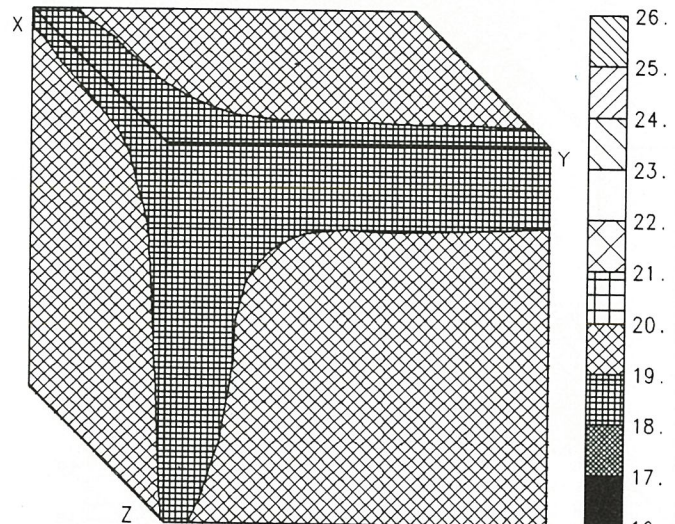
Temperatur Messung INNEN



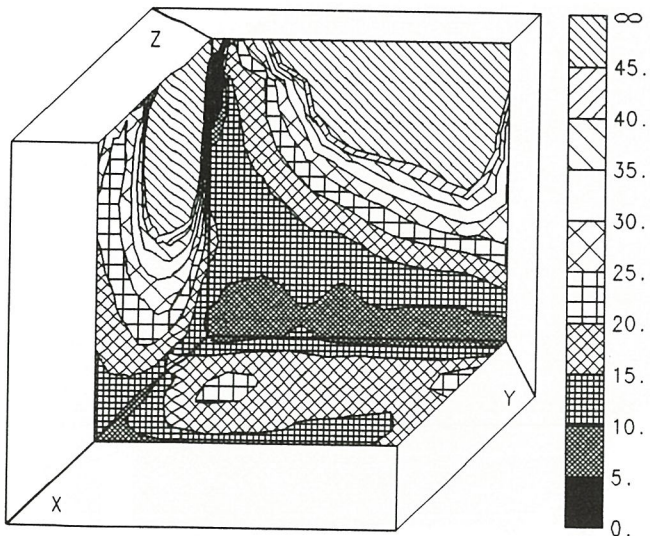
Temperatur Messung AUSSEN



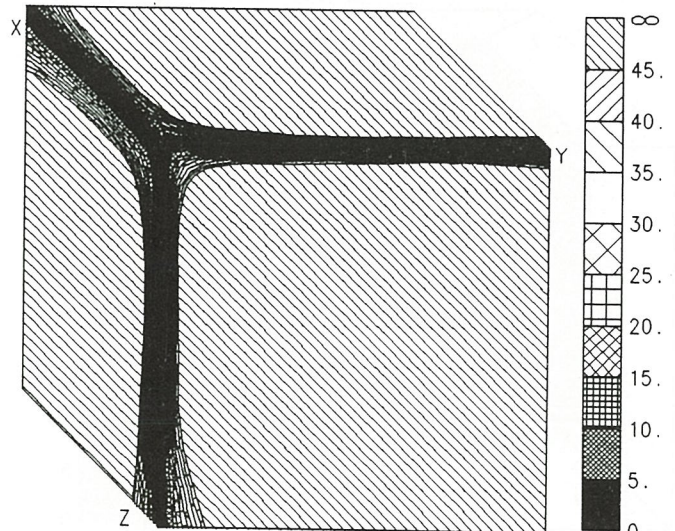
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



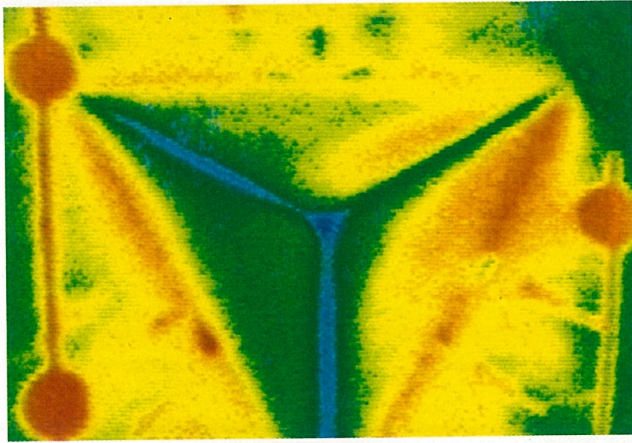
Alpha [W/m²K] INNEN



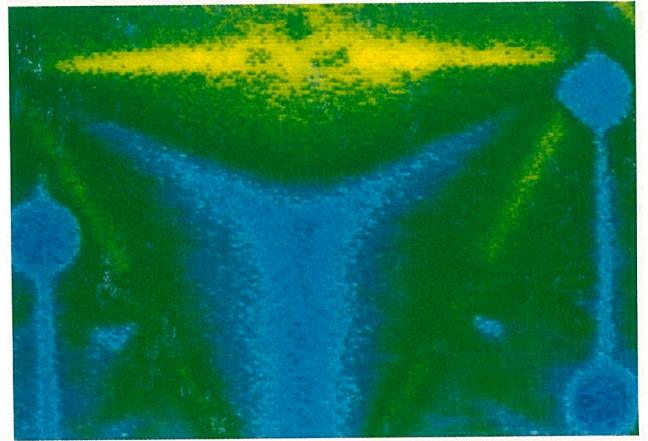
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.9  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V015:  $\phi = 15 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

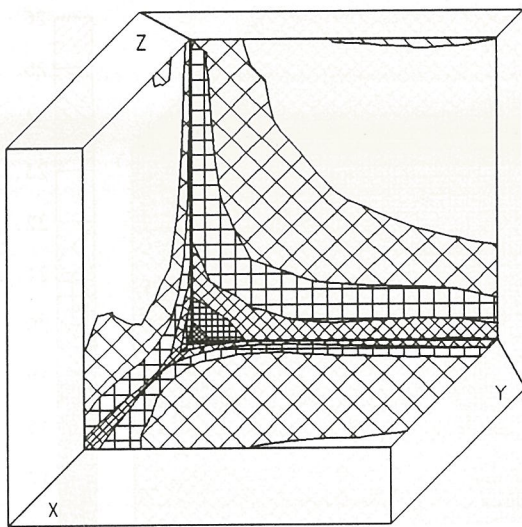




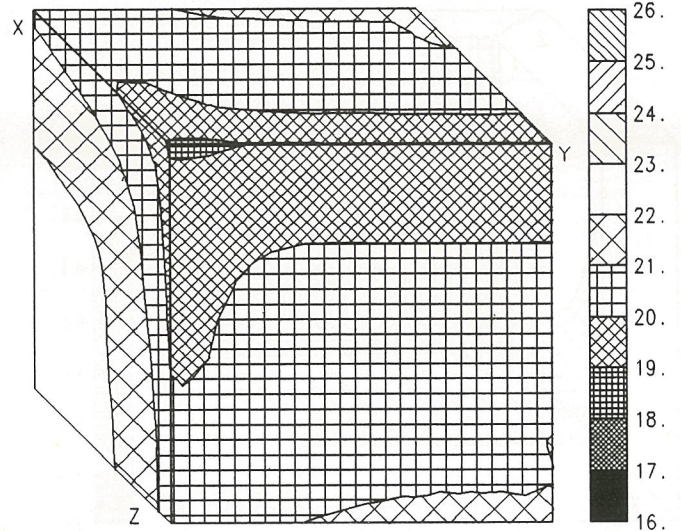
Temperatur Messung INNEN



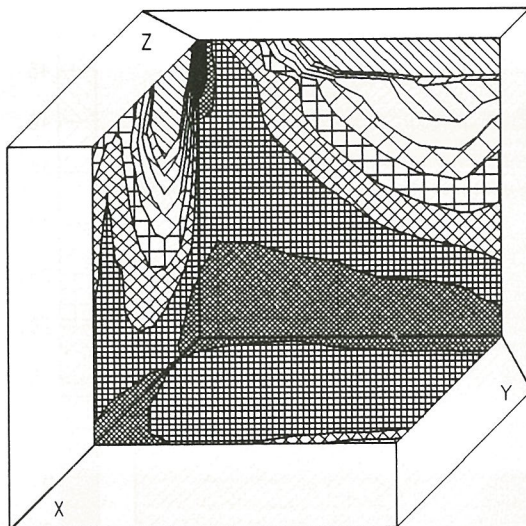
Temperatur Messung AUSSEN



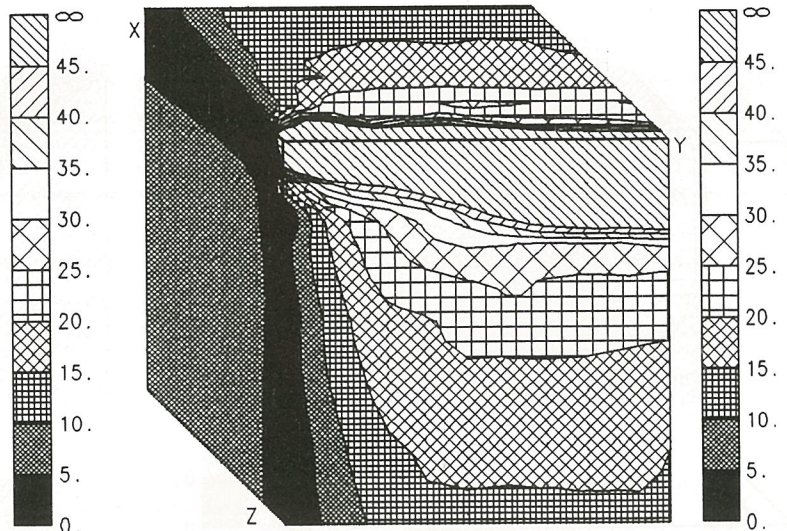
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



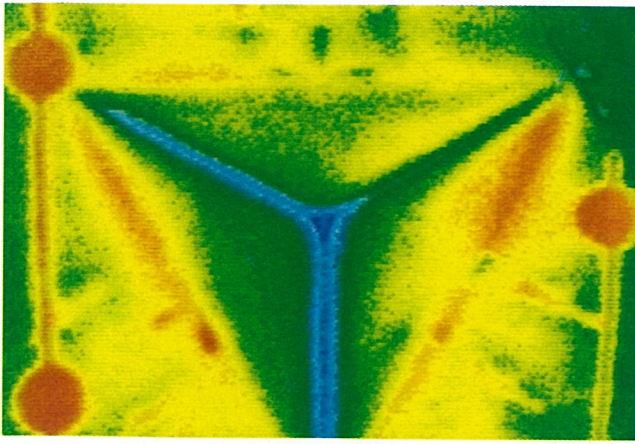
Alpha [W/m²K] INNEN



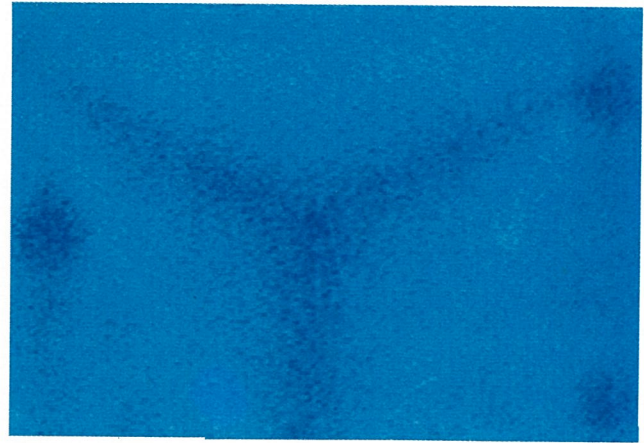
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.10  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U030:  $\phi = 30$  [°], Windsimulation "AUS"

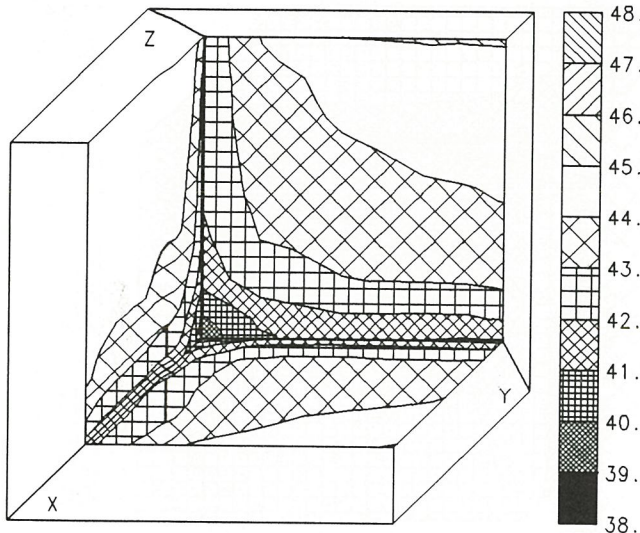




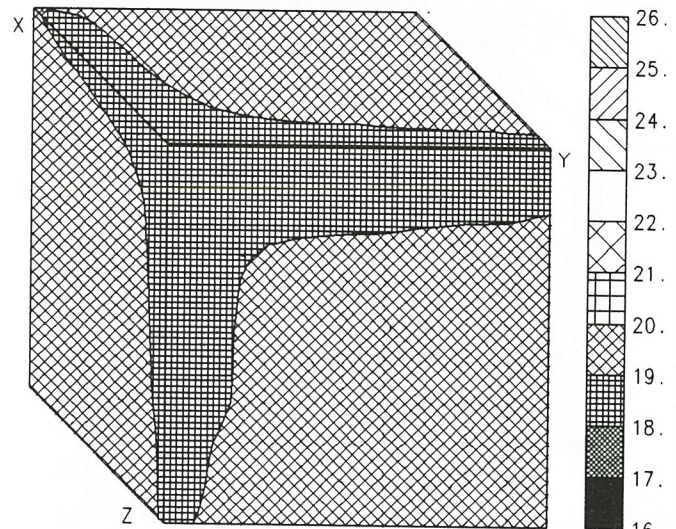
Temperatur Messung INNEN



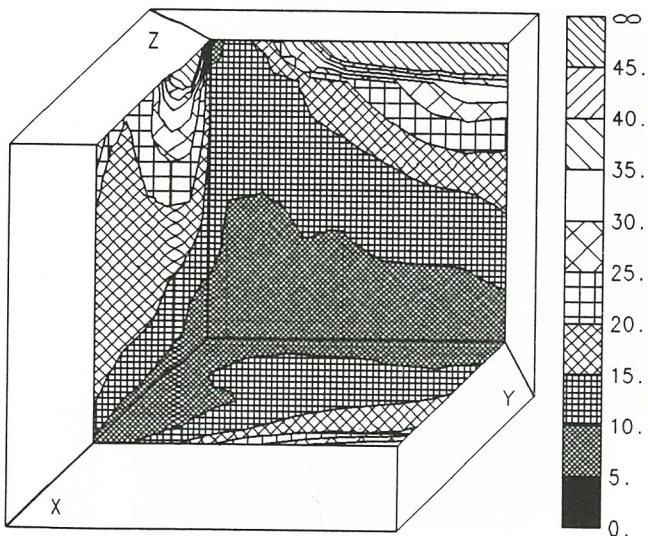
Temperatur Messung AUSSEN



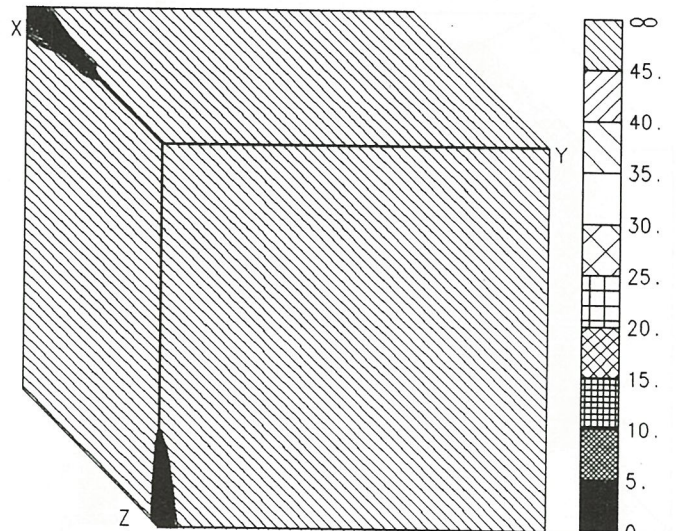
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



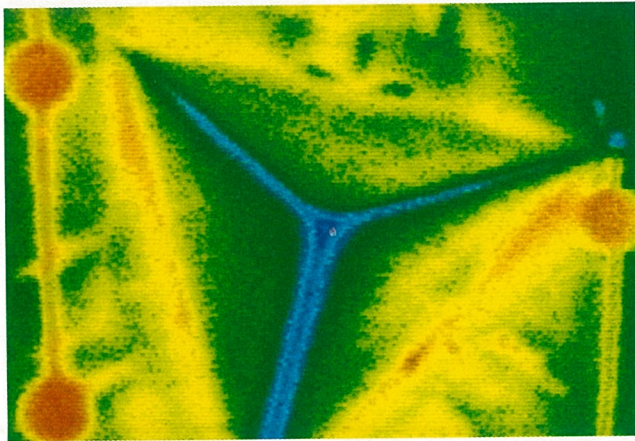
Alpha [W/m²K] INNEN



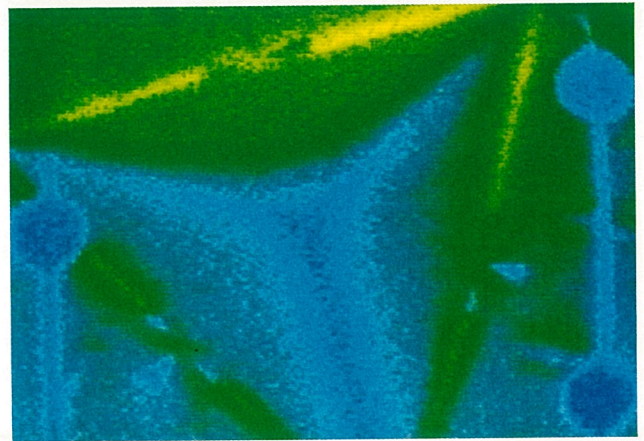
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.11  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V030:  $\phi = 30 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

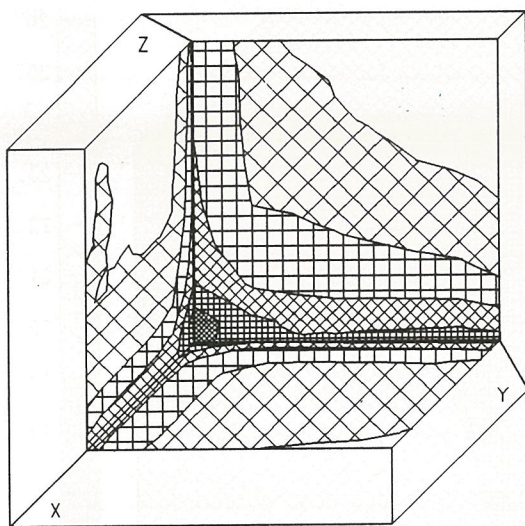




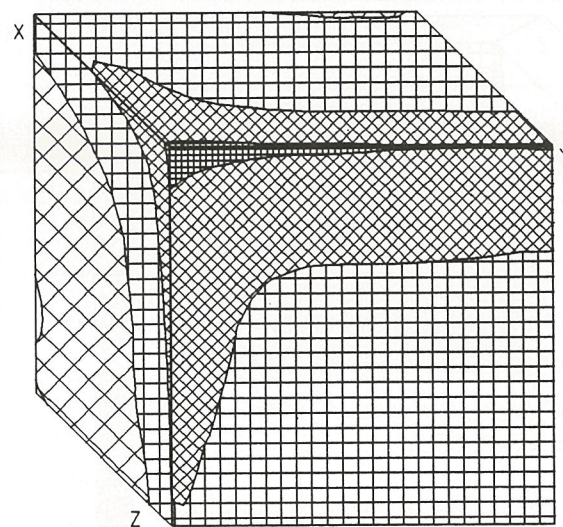
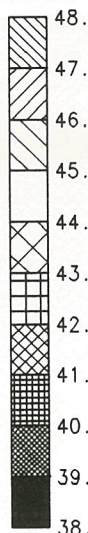
Temperatur Messung INNEN



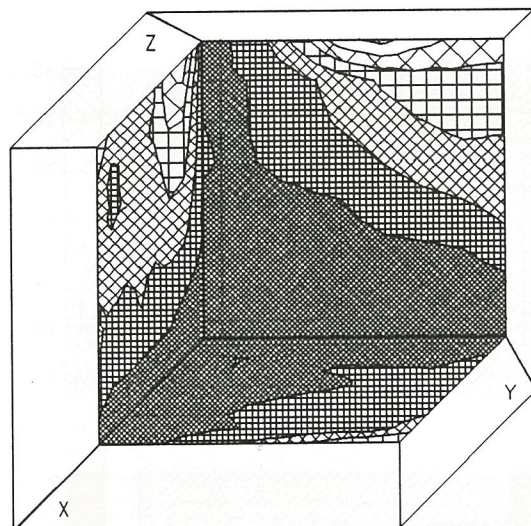
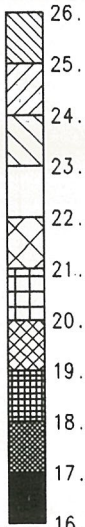
Temperatur Messung AUSSEN



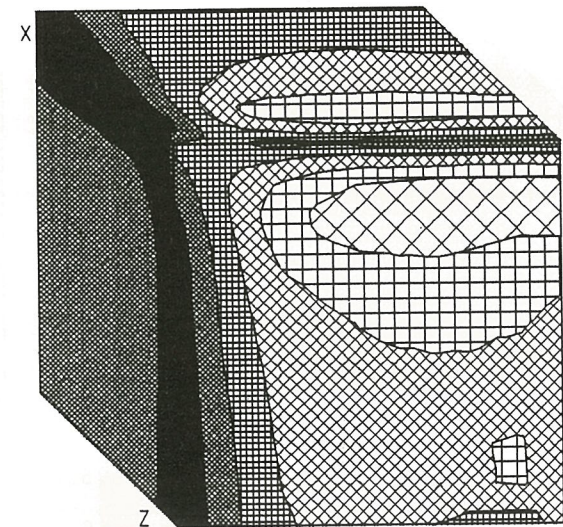
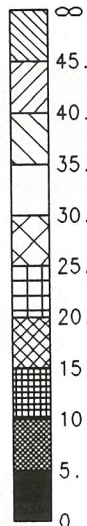
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] INNEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] AUSSEN

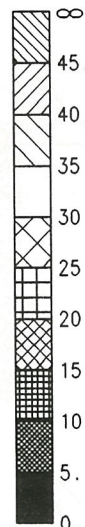
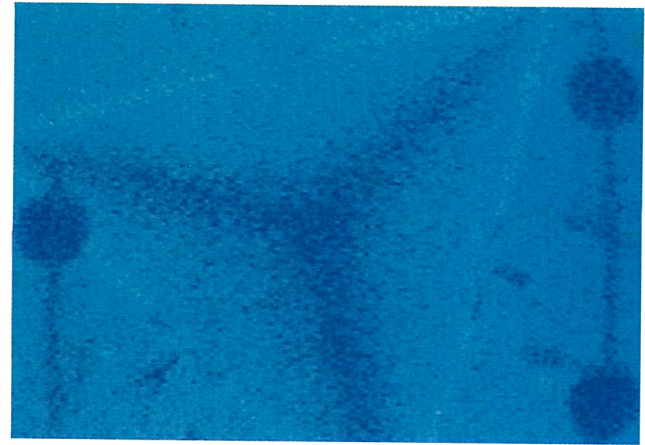
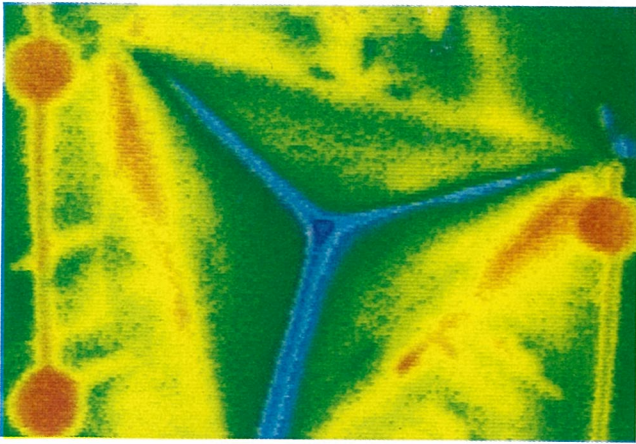


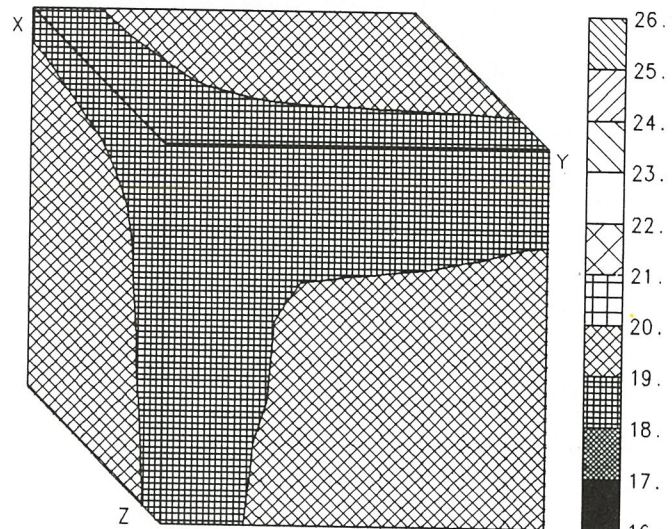
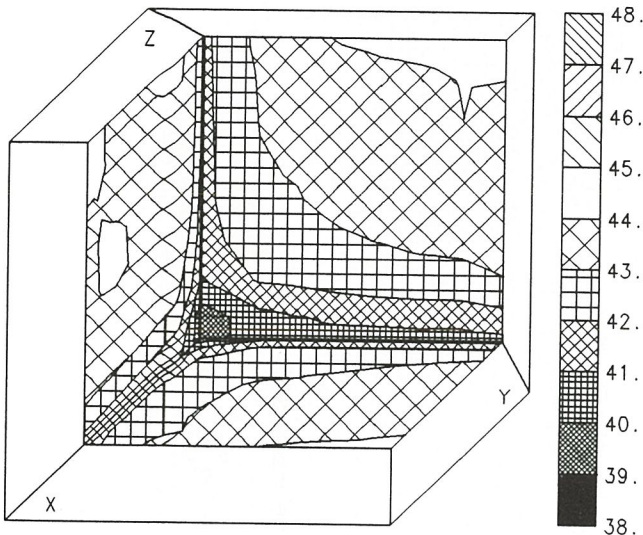
Abb. 7.12  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U045:  $\phi = 45$  [°], Windsimulation "AUS"





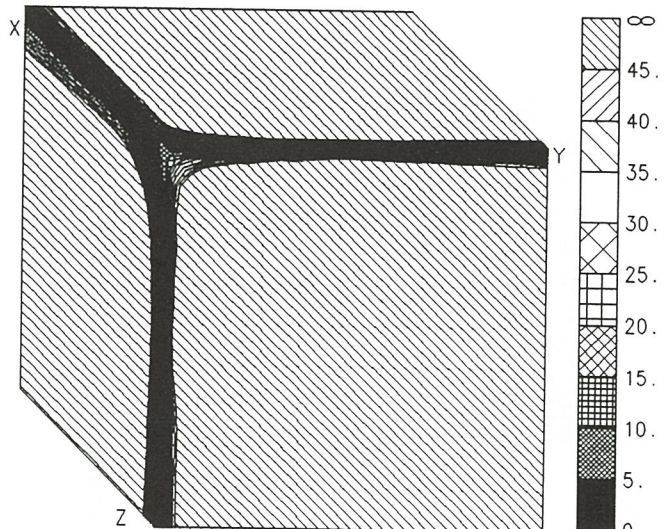
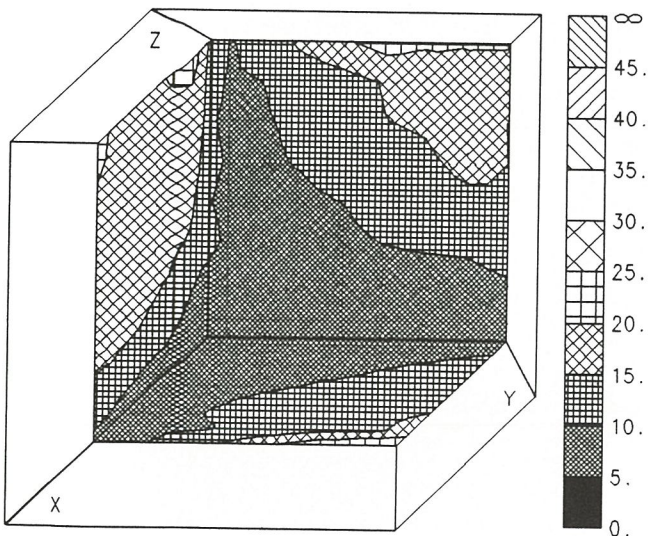
Temperatur Messung INNEN

Temperatur Messung AUSSEN



Temperatur [°C] INNEN

Temperatur [°C] AUSSEN

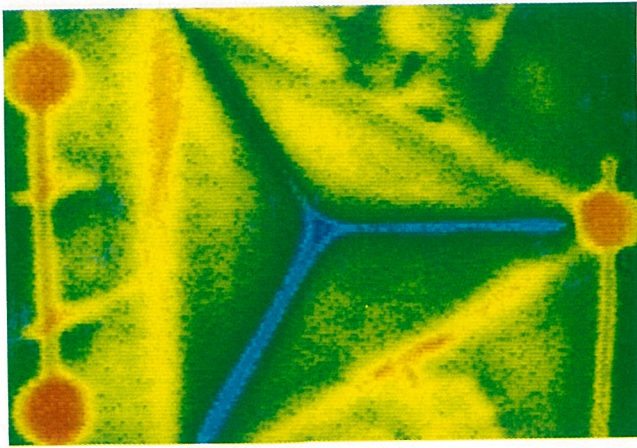


Alpha [W/m²K] INNEN

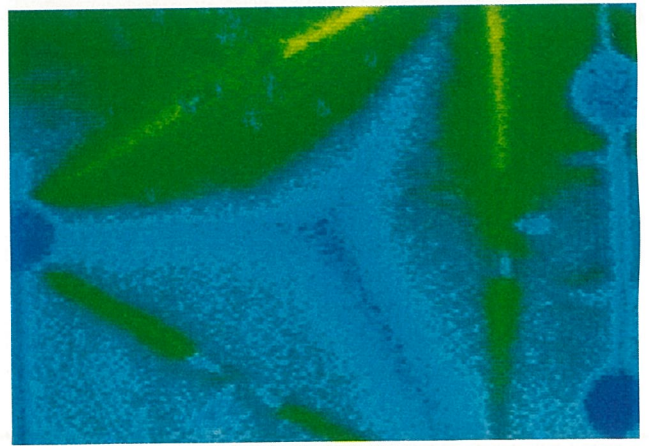
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.13  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V045:  $\phi = 45$  [°], Windsimulation "EIN"

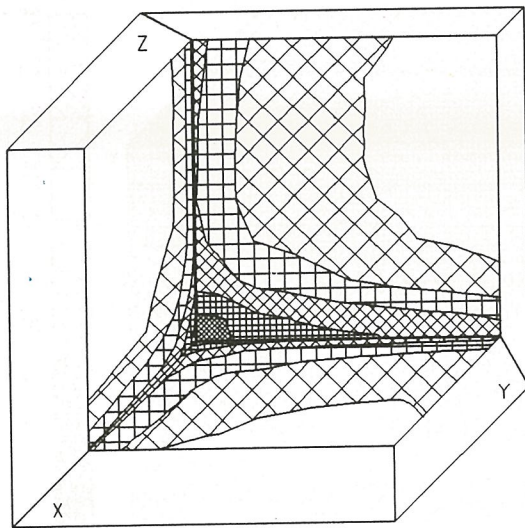




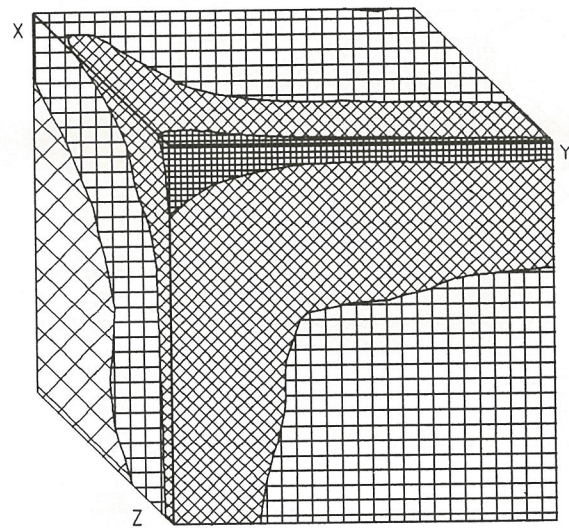
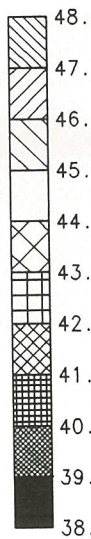
Temperatur Messung INNEN



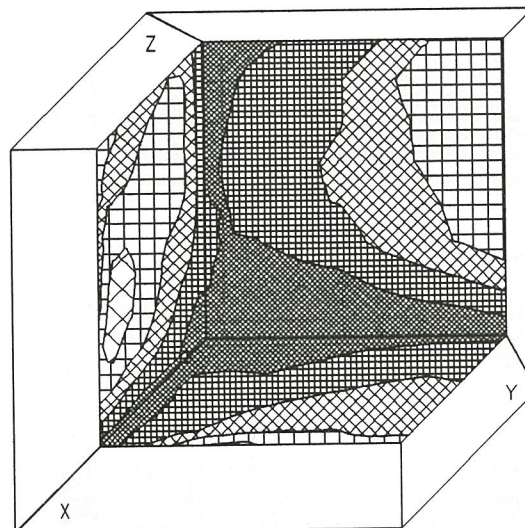
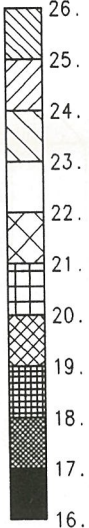
Temperatur Messung AUSSEN



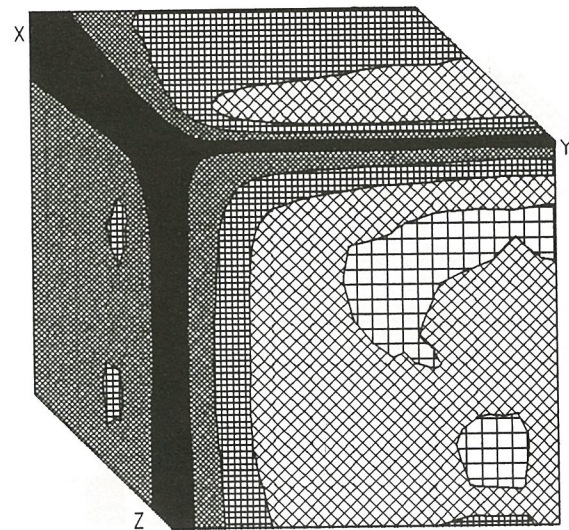
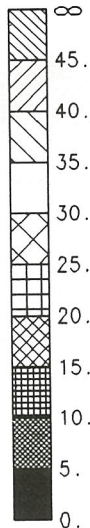
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

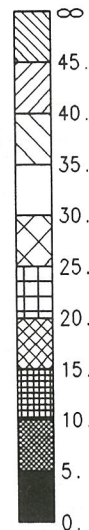
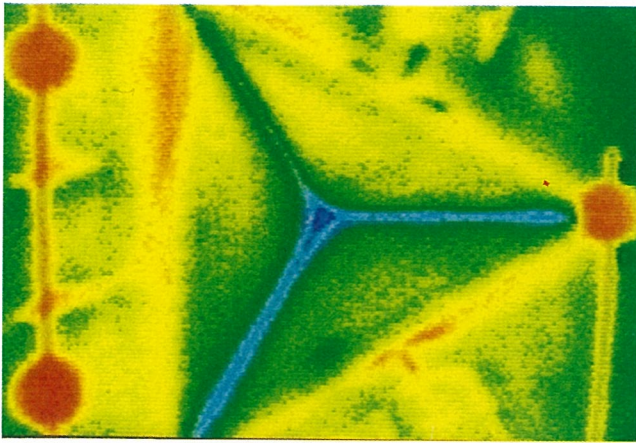
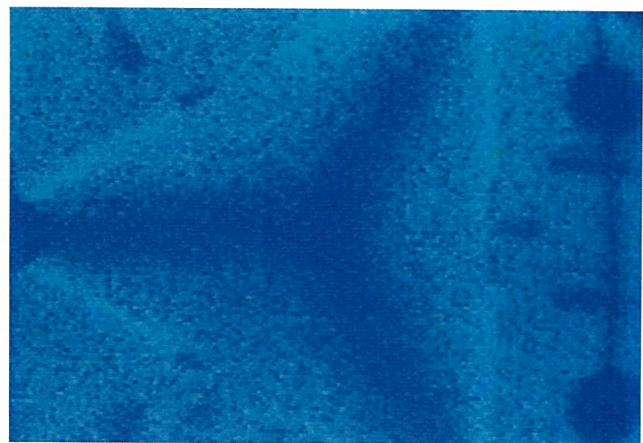


Abb. 7.14  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U060:  $\phi = 60 [^\circ]$ , Windsimulation "AUS"

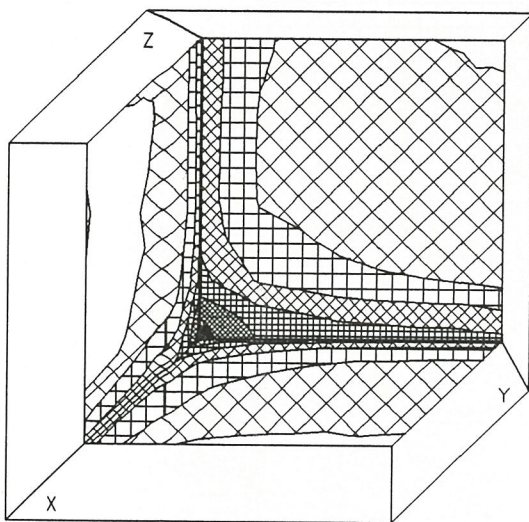




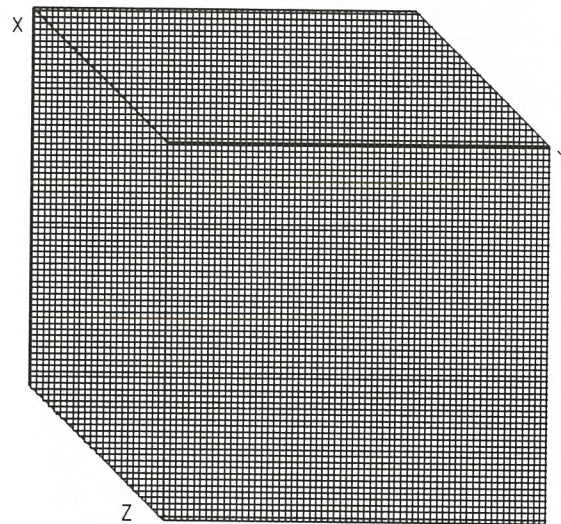
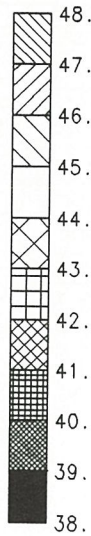
Temperatur Messung INNEN



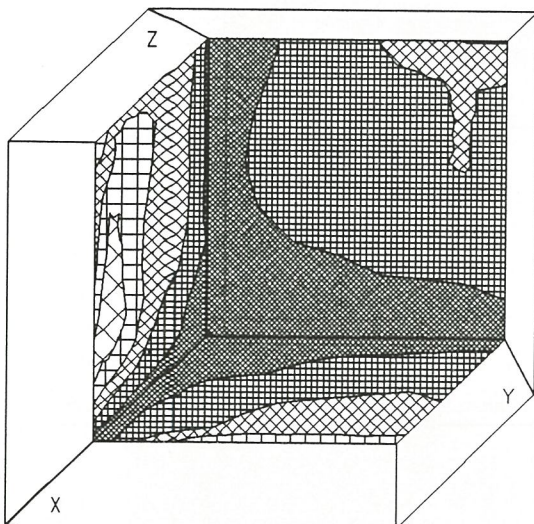
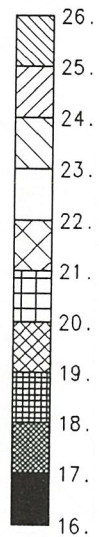
Temperatur Messung AUSSEN



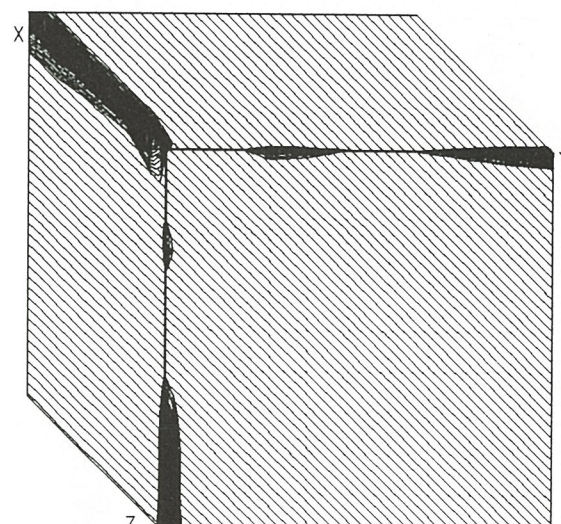
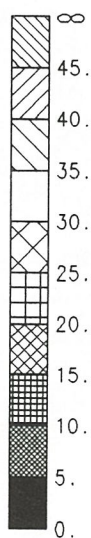
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] INNEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] AUSSEN

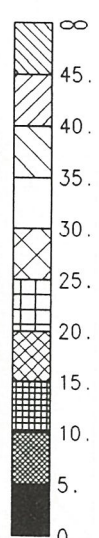
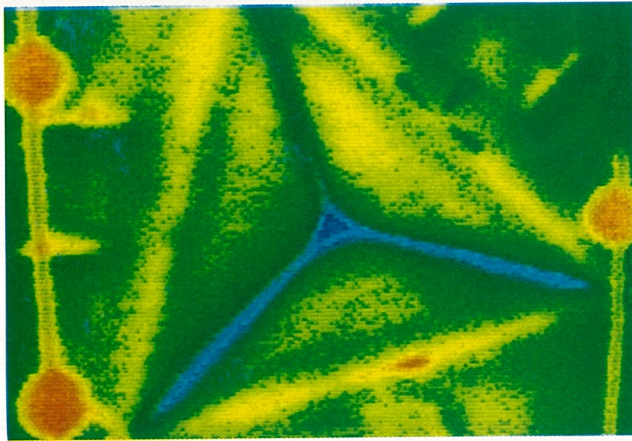
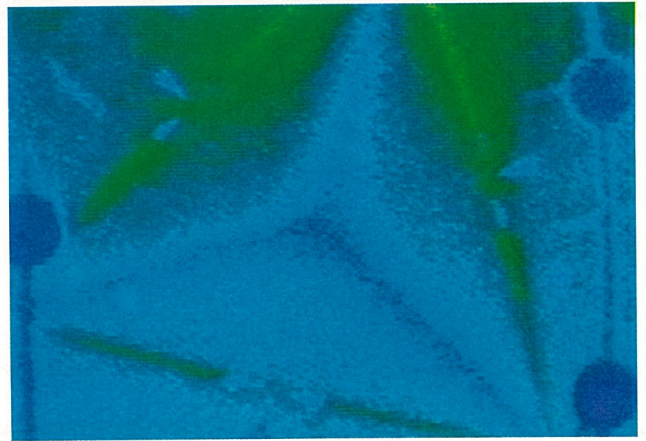


Abb. 7.15  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V060:  $\phi = 60 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

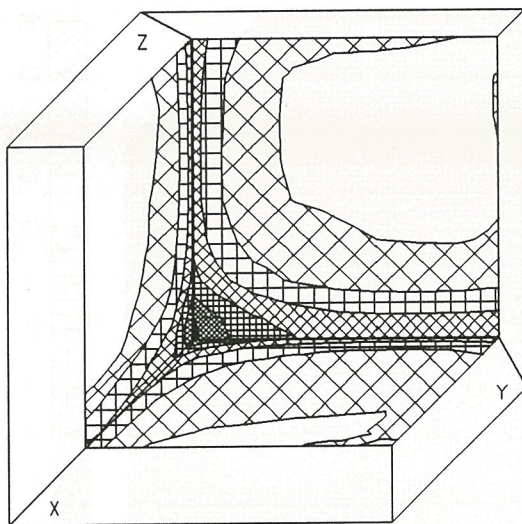




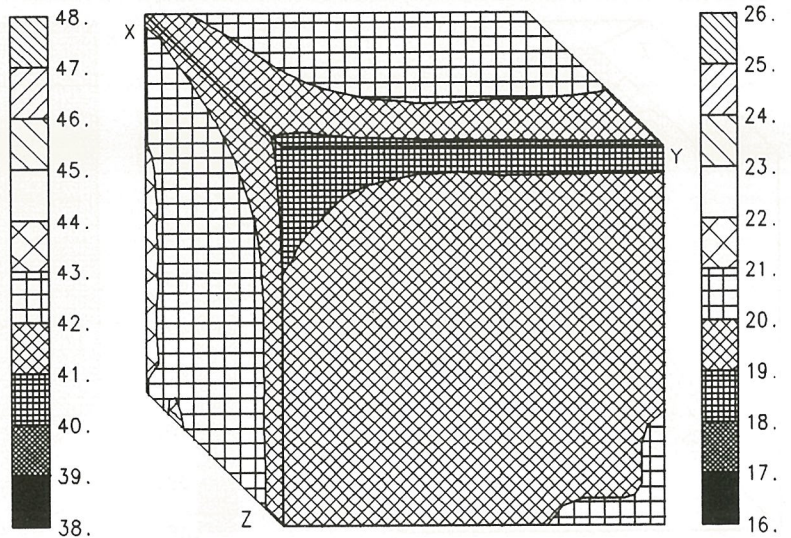
Temperatur Messung INNEN



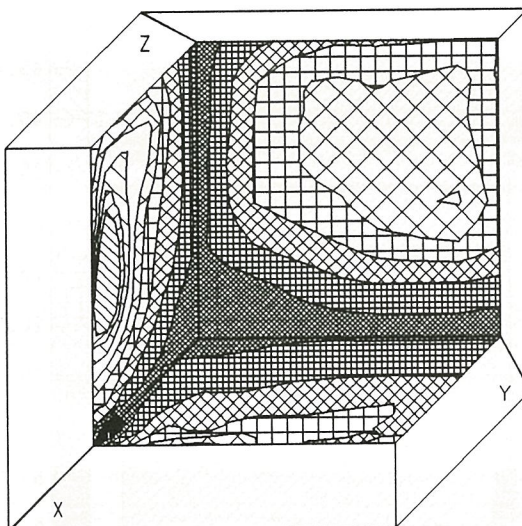
Temperatur Messung AUSSEN



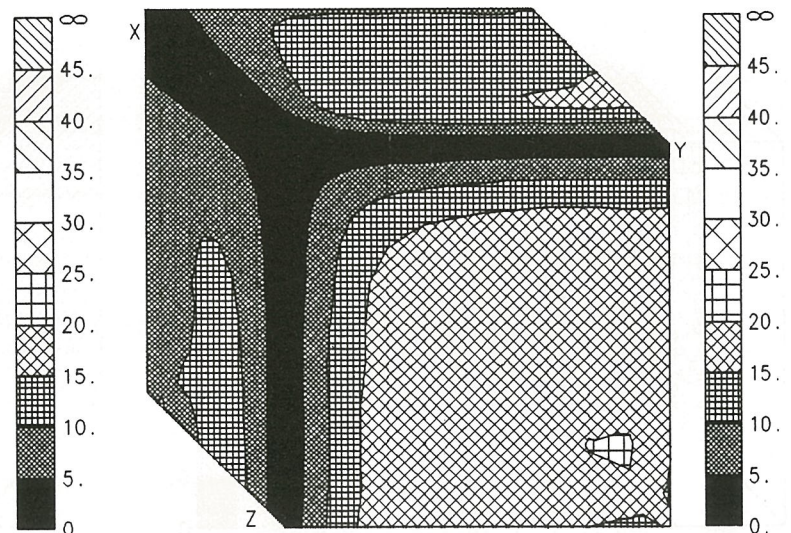
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



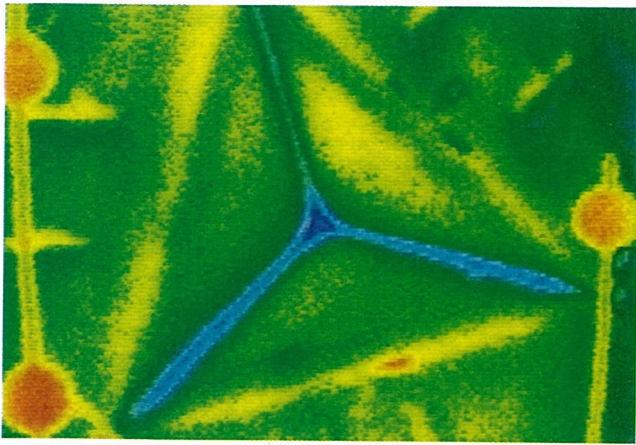
Alpha [W/m²K] INNEN



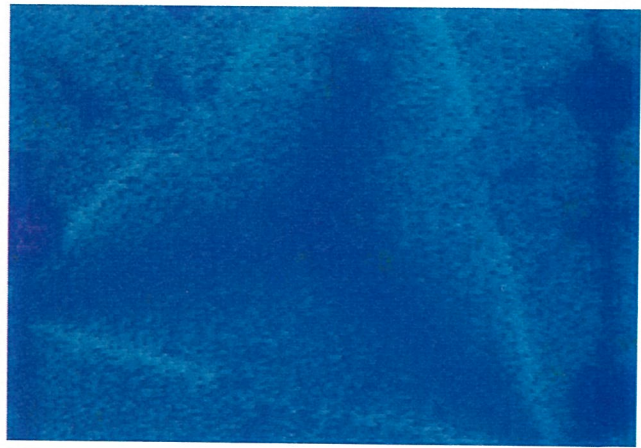
Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.16  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U075:  $\phi = 75 [^\circ]$ , Windsimulation "AUS"

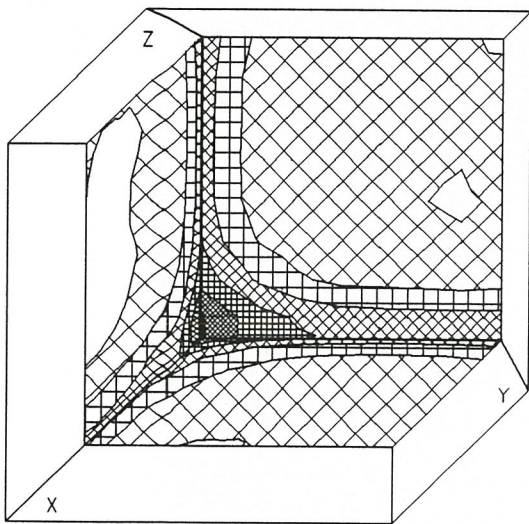




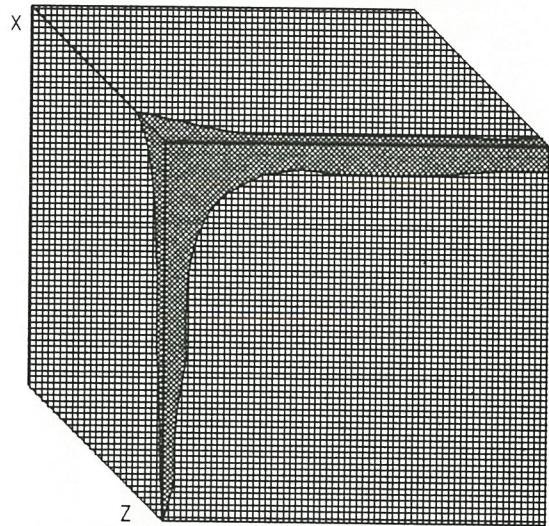
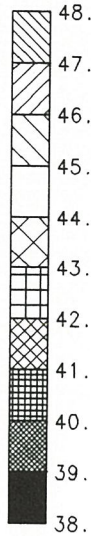
Temperatur Messung INNEN



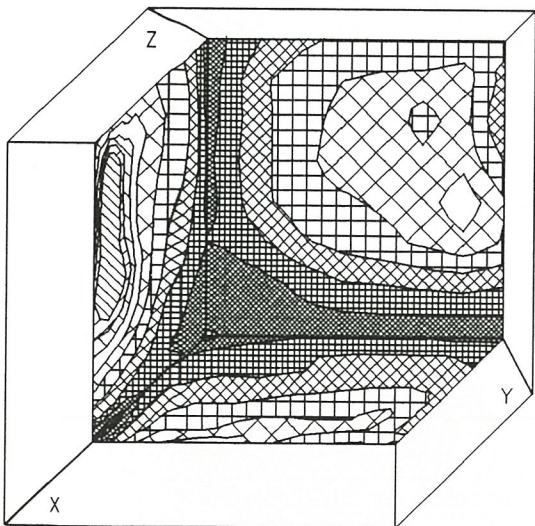
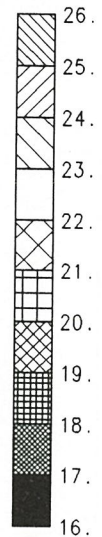
Temperatur Messung AUSSEN



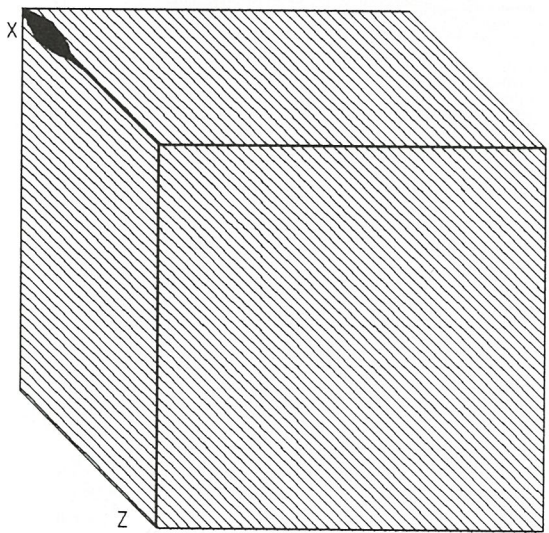
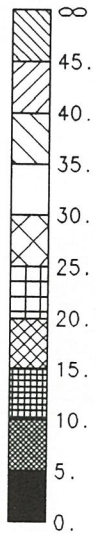
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

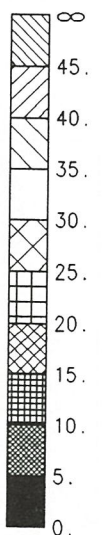
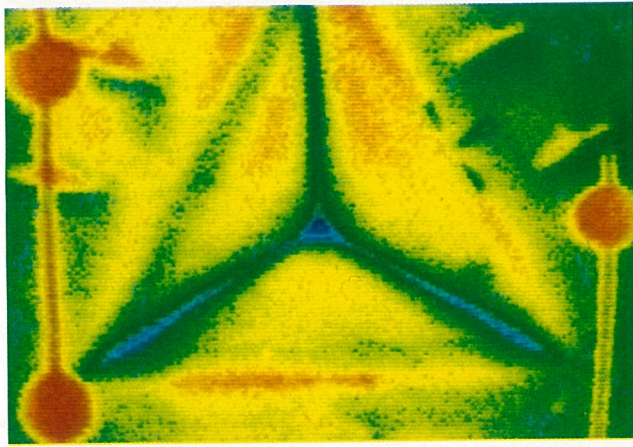
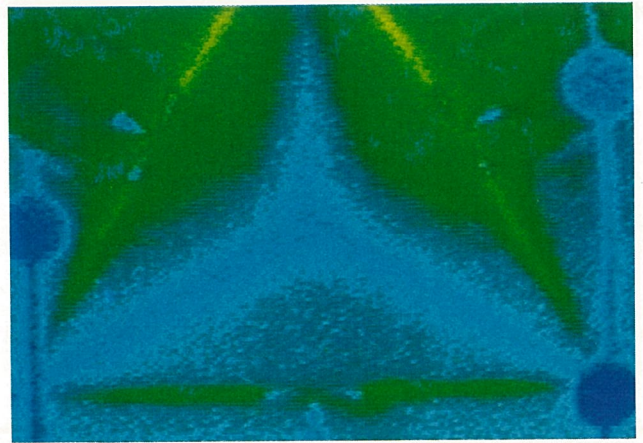


Abb. 7.17  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V075:  $\phi = 75 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

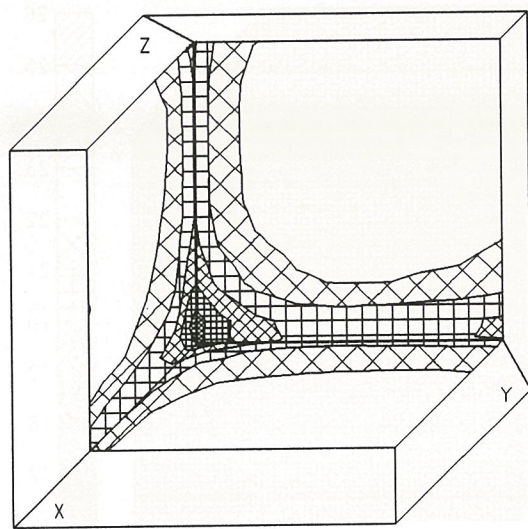




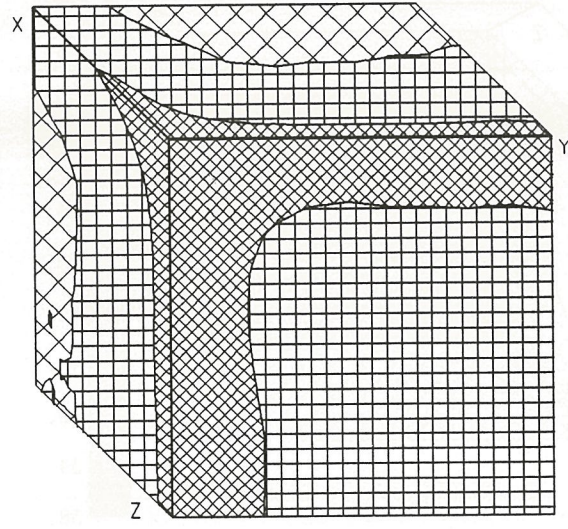
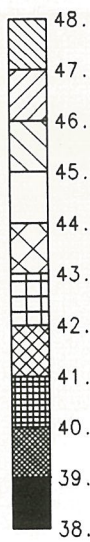
Temperatur Messung INNEN



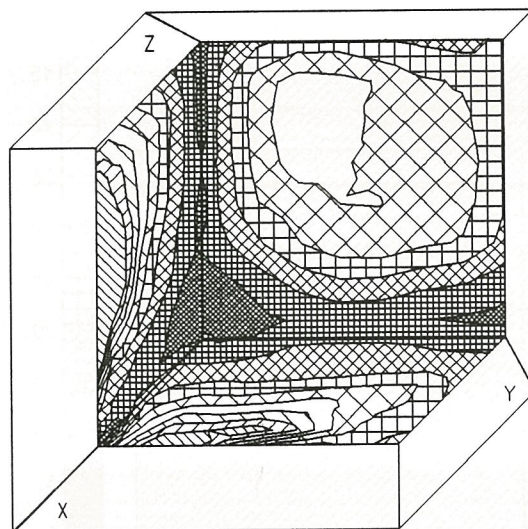
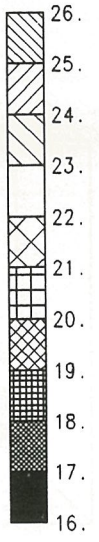
Temperatur Messung AUSSEN



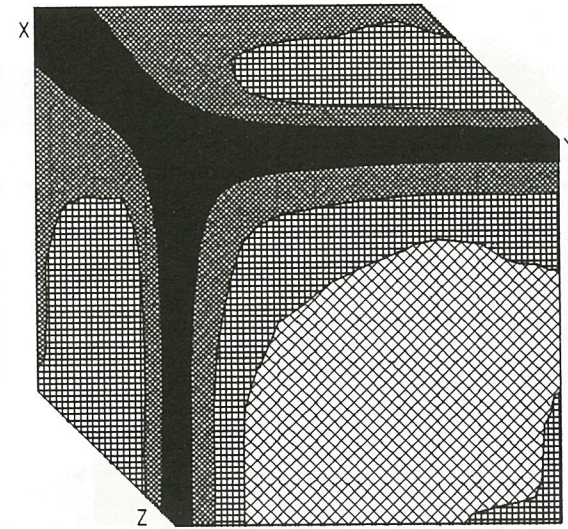
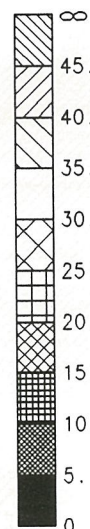
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] INNEN



Alpha [W/m<sup>2</sup>K] AUSSEN

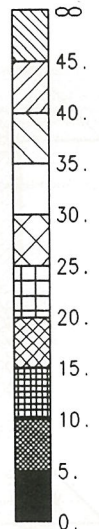
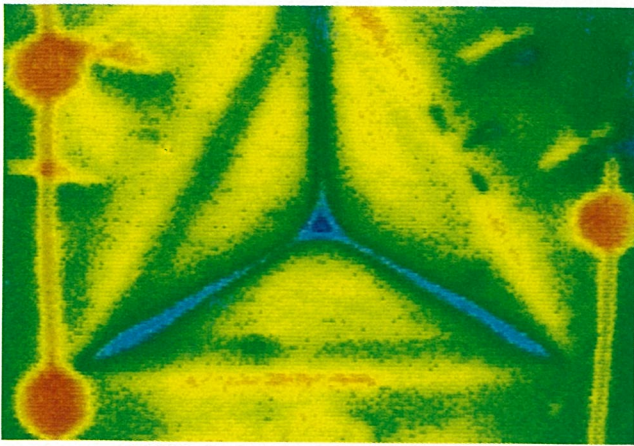
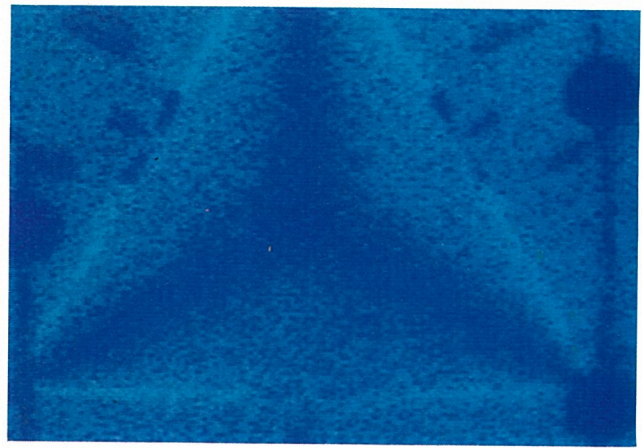


Abb. 7.18  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U090:  $\phi = 90$  [°], Windsimulation "AUS"

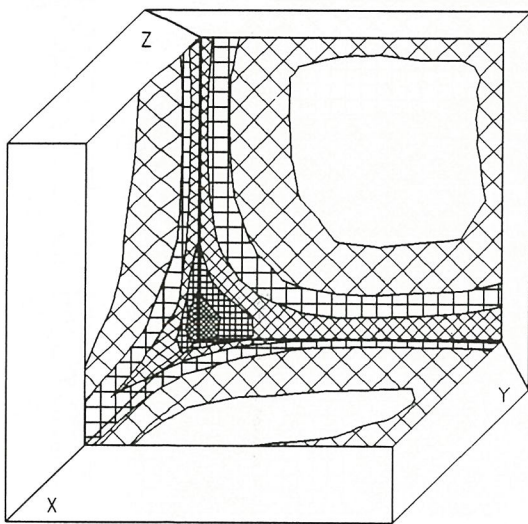




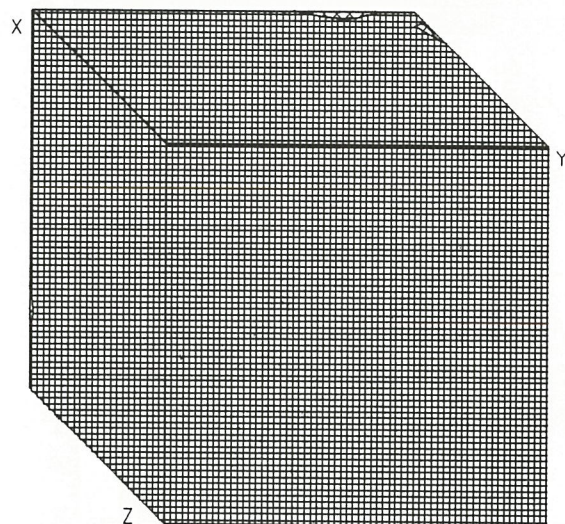
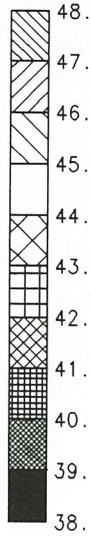
Temperatur Messung INNEN



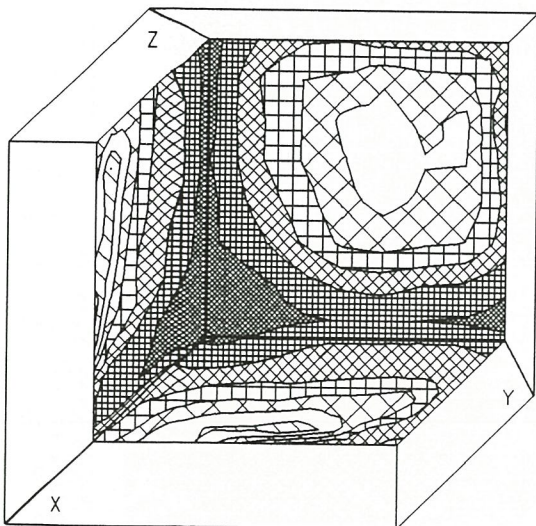
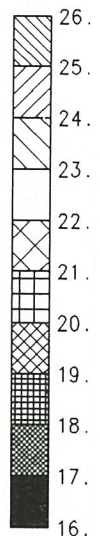
Temperatur Messung AUSSEN



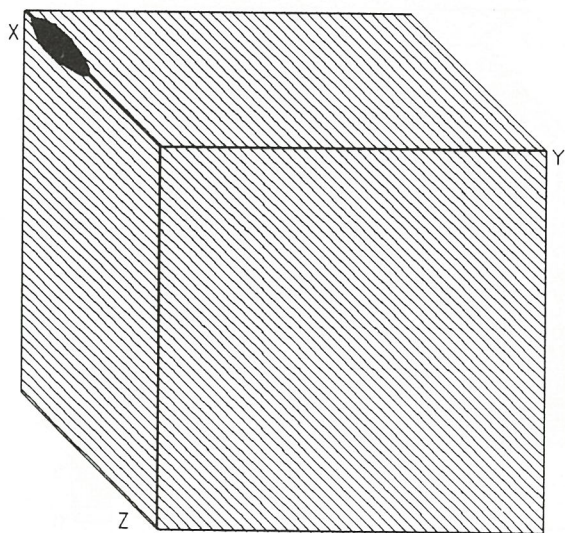
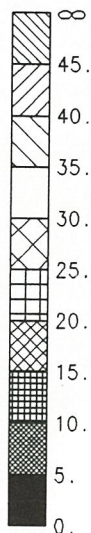
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

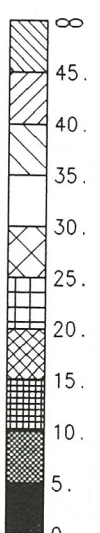
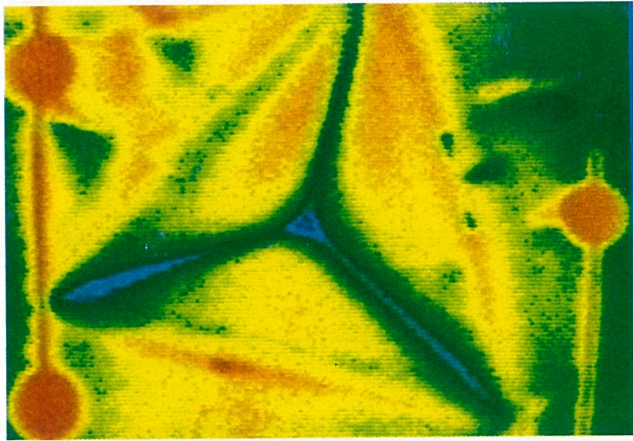
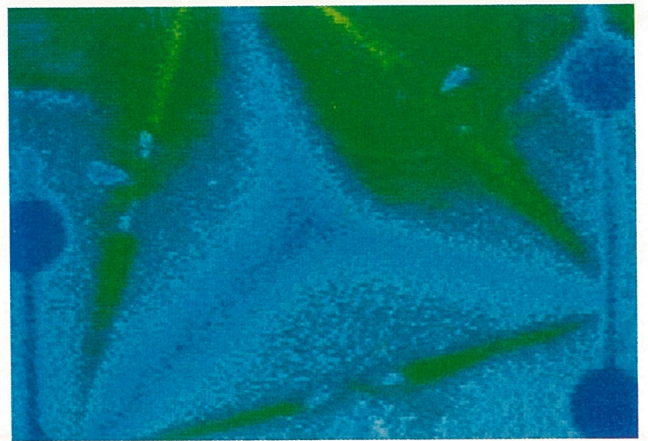


Abb. 7.19  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V090:  $\phi = 90 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

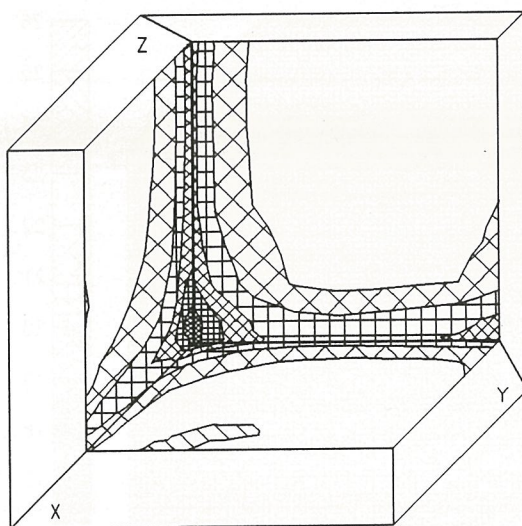




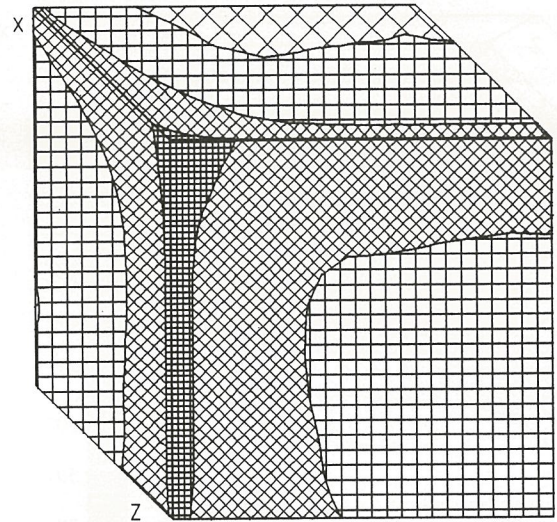
Temperatur Messung INNEN



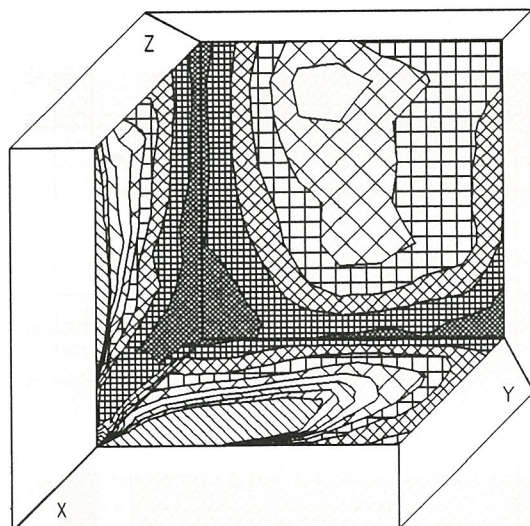
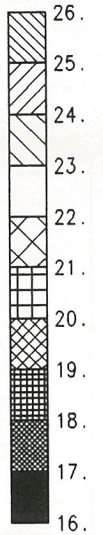
Temperatur Messung AUSSEN



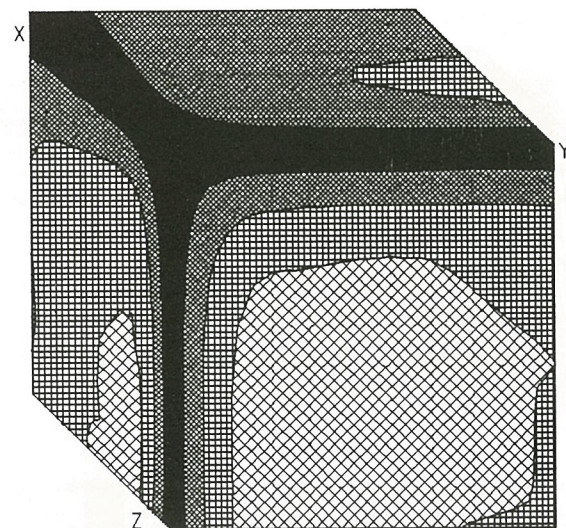
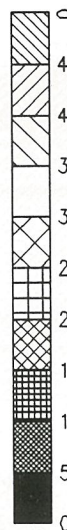
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

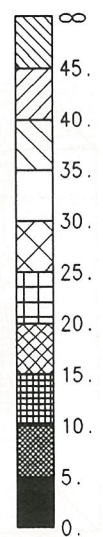
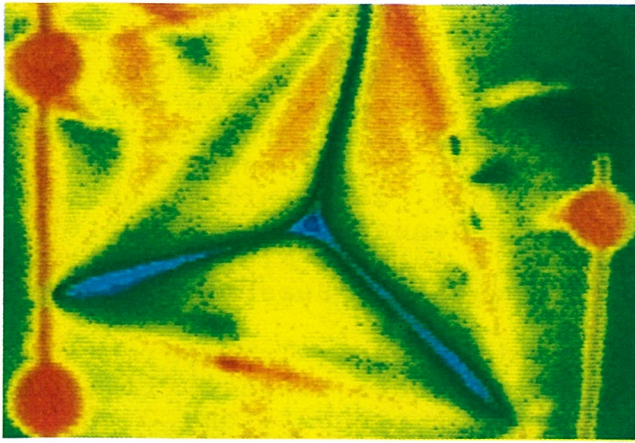
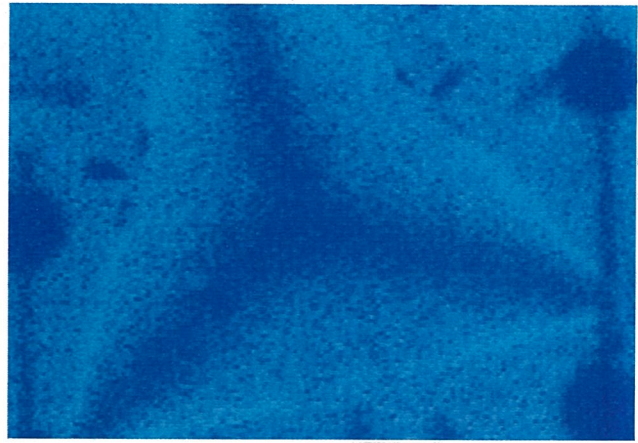


Abb. 7.20  
 Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf U105:  $\phi = 105 [^\circ]$ , Windsimulation "AUS"

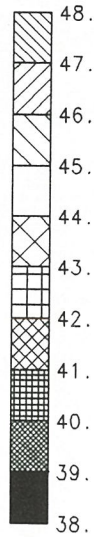
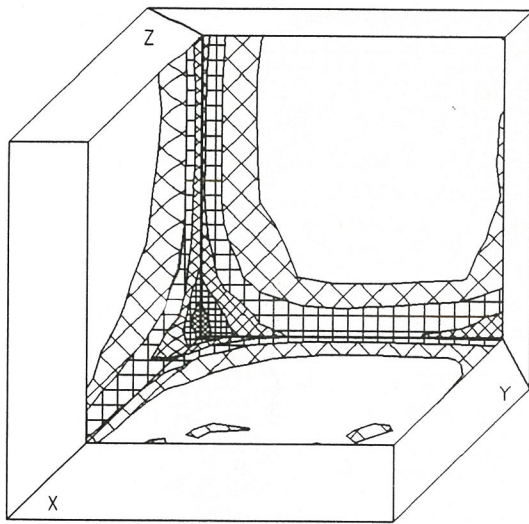




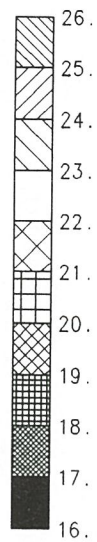
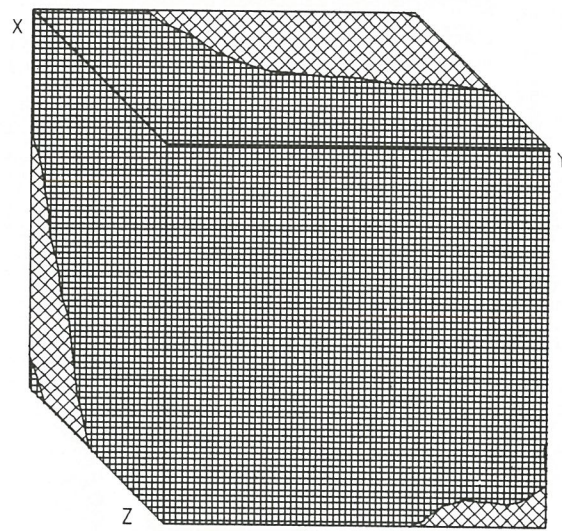
Temperatur Messung INNEN



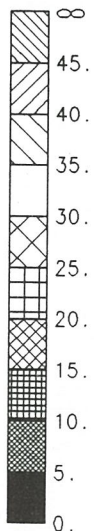
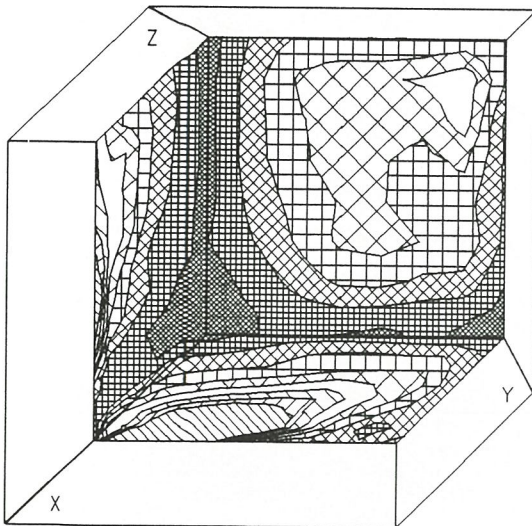
Temperatur Messung AUSSEN



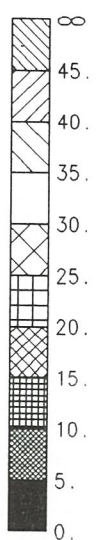
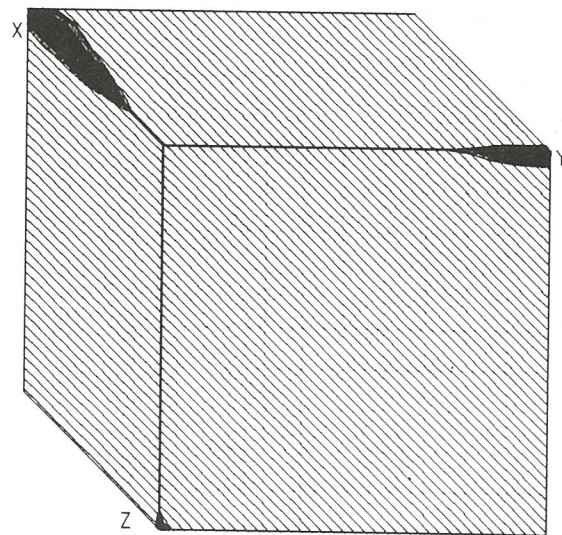
Temperatur [°C] INNEN



Temperatur [°C] AUSSEN



Alpha [W/m²K] INNEN



Alpha [W/m²K] AUSSEN

Abb. 7.21

Temperaturmessung  $t$  und Berechnung Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$   
 Rechenlauf V105:  $\phi = 105 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

## 7.5 Superposition

Wie in Abschnitt 7.4 ausgeführt, lassen die aus Einzelmessungen berechneten Wärmeübergangskoeffizienten wegen ihres sensitiven Verhaltens eine verallgemeinerbare, wirklichkeitsnahe Interpretation nicht direkt zu. Die Versuchsstrategie des drehbaren Pyramidenmodells ist aber bewußt unter dem Aspekt konzipiert, daß der Einfluß unterschiedlicher Luftströmungen und damit verbundenen Konvektionsunterschiede sowohl im Einzelfall untersucht als auch im Mittel erfaßt werden soll. Hierzu dient die im folgenden gezeigte Superposition.

Die für alle Hauptwinkelstellungen durchzuführende Transformation der Meßtemperaturen auf das einheitliche Format des Finite-Differenzen-Rasters führt auf eine für alle Messungen einheitliche Ortszu-

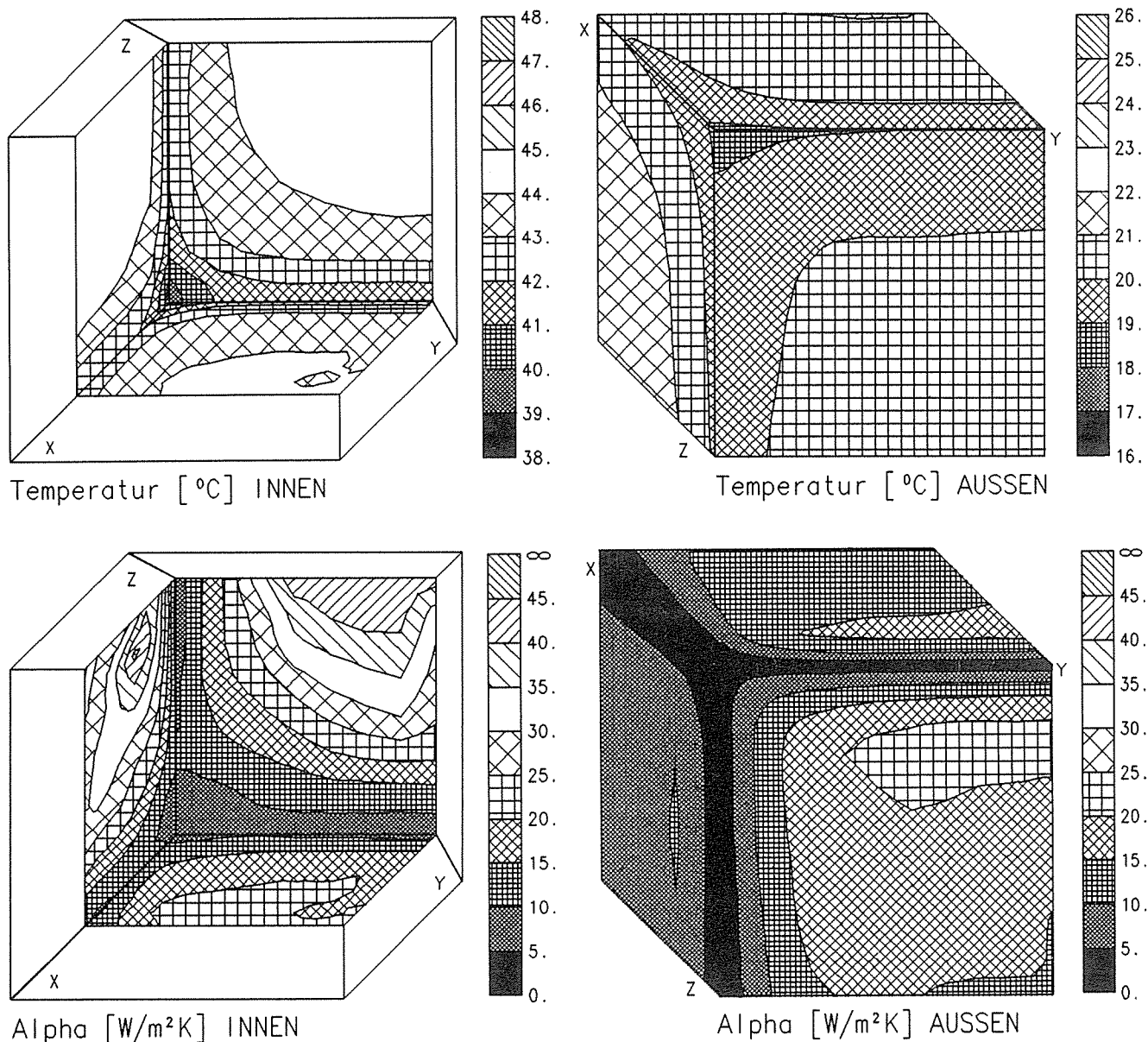


Abb. 7.22  
Superposition der Meßtemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten, Hauptwinkel  $\phi = 0,15,30,45,60,75,90,105$  [°], Windsimulation "AUS"



ordnung der Temperaturen, die über die FD-Rasternummern bequem verwaltet werden kann. Gleiches gilt für die korrespondierenden Wärmeübergangskoeffizienten. Somit lassen sich aus den berechneten Hauptwinkelstellungen

$$\phi = 0,15,30,45,60,75,90,105 [^\circ]$$

Mittelwerte der Meßtemperaturen und Mittelwerte der Wärmeübergangskoeffizienten berechnen:

$$t^M = \sum_{(\phi=0, \dots, 105)} t_\phi / 8 \quad (7.1)$$

$$\alpha^M = \sum_{(\phi=0, \dots, 105)} \alpha_\phi / 8 \quad (7.2)$$

Die Ergebnisse sind in Abb. 7.22 und 7.23 dargestellt.

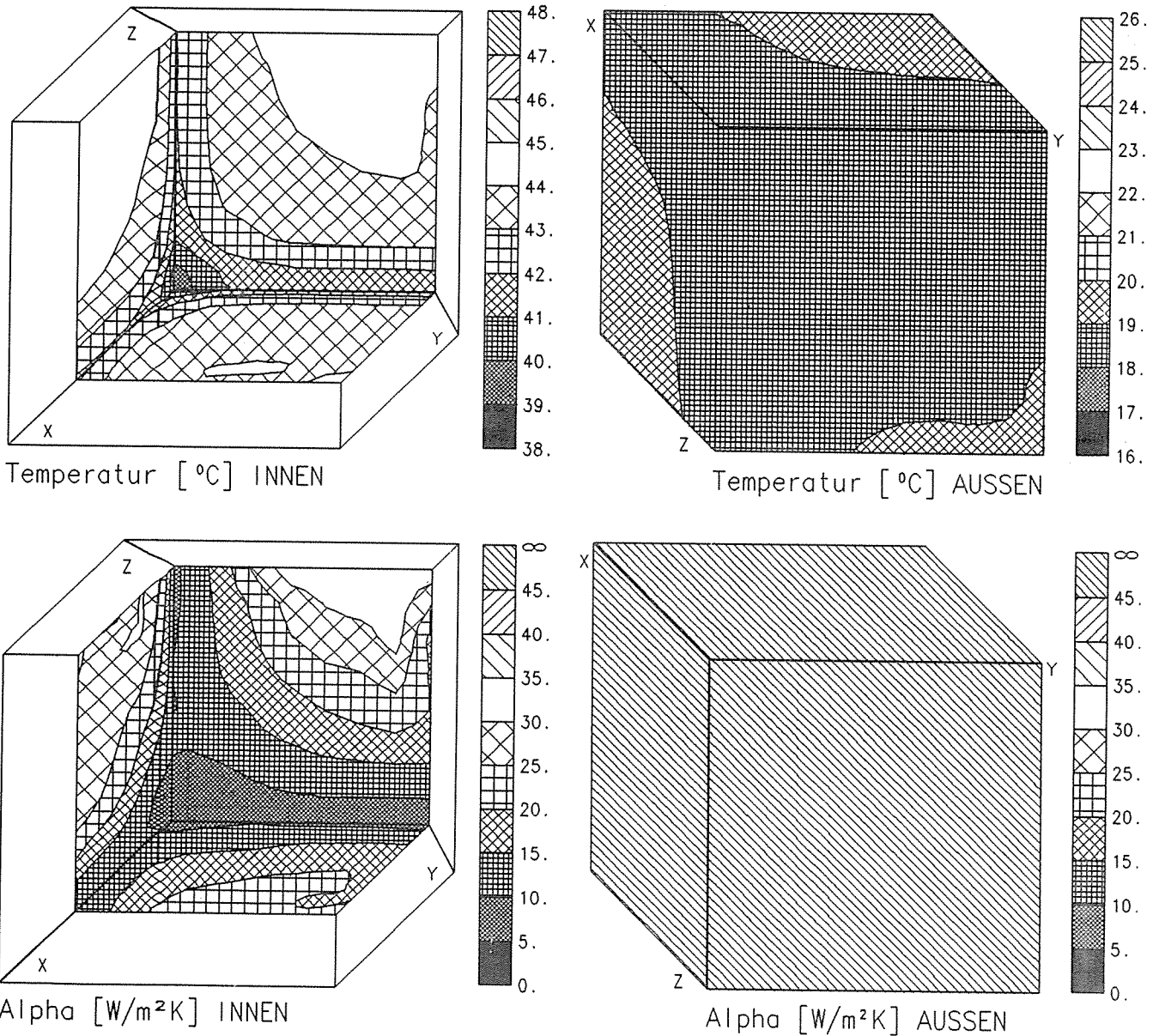


Abb. 7.23  
Superposition der Meßtemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten, Hauptwinkel  $\phi = 0,15,30,45,60,75,90,105 [^\circ]$ , Windsimulation "EIN"

Als Folge der Mittelwertbildung zeigt das Meßtemperaturprofil eine klare Tendenz zu symmetrischem Verhalten auf den drei angrenzenden Wandflächen jeweils innen und außen. Die Isothermen entwickeln einen hyperbelartigen Verlauf auf den Oberflächen. Die vom symmetrischen Verhalten abweichende Temperaturdifferenz hat die Größenordnung von ca. 1 [K]. Beispielsweise haben die Isotherme 44 [°C] auf der Innenoberfläche  $z_x$  und die Isotherme 43 [°C] auf der Innenoberfläche  $z_y$  fast gleichen örtlichen Verlauf. Inwieweit diese Temperaturdifferenz durch Reste unausgeglichener Konvektionsverhältnisse am Prüfstand oder vielleicht Schwankungen der realen Wärmeleitfähigkeit des Modellmaterials Polystyrol verursacht wird, muß offen bleiben. Der Vergleich der Windsimulationen (Ventilator "AUS" und "EIN") zeigt nach der Mittelwertbildung der Einzelmessungen eine Temperaturabsenkung auf der Innenoberfläche bei Außenwind, bei der auch die in Abschnitt 7.4 erwähnten geringfügigen Schwankungen des stationären Temperaturzustandes am Prüfstand im Mittel ausgeglichen sein dürften. Die Temperaturabsenkung wirkt sich aber mehr auf den Wandflächen selbst aus und hat offenbar weniger Einfluß auf das geometriebedingte Verhalten in den bauphysikalisch kritischen Innenkehlen und der Innenraumecke. Auf den Außenwandflächen bestärkt sich das stärker ausgeprägte Temperaturgradientenfeld bei "Windstille" gegenüber dem auf fast einheitliche Temperatur abgesenkten Niveau bei "Wind".

Die gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten zeigen weiterhin ihr sensitives Verhalten im Gesamtsystem, wie bereits in Abschnitt 7.4 beschrieben. Jedoch läßt sich nach der Mittelwertbildung deutlicher als bei den Einzelmessungen und Berechnungen ihr geometriebedingtes Verhalten von der "Übersteuerung" durch Konvektion trennen. Klammert man die entfernt liegenden Wandbereiche aus, auf denen  $\alpha$  wegen Konvektion gegen "unendlich" geht, so zeigt sich im interessierenden Bereich der Innenraumecke und den angrenzenden Kehlen ähnlich wie bei den Temperaturen die Tendenz, hyperbelartige Isoklinen zu bilden, wobei in der Raumecke die kleinsten Werte erreicht werden. Der Vergleich der Windsimulationen zeigt die Tendenz, bei Außenwind kleinere Wärmeübergangskoeffizienten auf den Innenwandflächen zu entwickeln. Auf den Außenwandflächen fallen die Wärmeübergangskoeffizienten bei "Windstille" ähnlich wie die Temperaturen zu den Außenkanten hin ab. Der bei den Einzelmessungen und Berechnungen beobachtete Einfluß einer bevorzugten Konvektionsrichtung ist auch nach der Mittelwertbildung parallel zur  $y$ -Kante sichtbar. Bei "Wind" gehen erwartungsgemäß die Wärmeübergangskoeffizienten auf den Außenflächen insgesamt gegen "unendlich".



## 7.6 Rechnerische Symmetrisierung

Studienhalber wird das Prinzip der Mittelwertbildung weitergeführt, indem nach der in Abschnitt 7.5 beschriebenen Superposition der Einzelergebnisse jetzt auch noch eine Spiegelung längs der Flächendiagonale jeder Einzelfläche  $xy$ ,  $yz$  und  $zx$  sowie Überlagerung der drei Flächen jeweils innen und außen vorgenommen wird. Dieses geschieht unter Bezugnahme auf die durch das Finite-Differenzen-Raster vorgegebene Ortszuordnung der Meßtemperaturen und berechneten Wärmeübergangskoeffizienten durch systematischen indexmäßigen Zugriff gemäß der Formel

$$\begin{aligned}
 w^S &= (w^M_{ijk} + w^M_{jik} + w^M_{kij} + w^M_{kji} + w^M_{jki} + w^M_{ikj}) / 6 \\
 w^S_{ijk} &= w^S \\
 w^S_{jik} &= w^S \\
 w^S_{kij} &= w^S \\
 w^S_{kji} &= w^S \\
 w^S_{jki} &= w^S \\
 w^S_{ikj} &= w^S ,
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

wobei  $w^M$  Mittelwerte gemäß Abschnitt 7.5 und  $w^S$  symmetrisierte Mittelwerte sind. Die Indizes  $i, j, k$  beziehen sich auf Rasternummern des Finite-Differenzen-Rasters. Formel (7.3) wird auf Temperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten jeweils innen und außen getrennt angewendet. Dann gelten folgende Indexbeziehungen:

Temperaturen innen ( $w = t_i$ ):

$$\begin{aligned}
 k &= 6 \\
 i &= 6, \dots, 15 \\
 j &= 6, \dots, 15 ,
 \end{aligned}$$

Temperaturen außen ( $w = t_a$ ):

$$\begin{aligned}
 k &= 2 \\
 i &= 2, \dots, 15 \\
 j &= 2, \dots, 15 ,
 \end{aligned}$$

Wärmeübergangskoeffizienten innen ( $w = \alpha_i$ ):

$$\begin{aligned}
 k &= 7 \\
 i &= 7, \dots, 15 \\
 j &= 7, \dots, 15 ,
 \end{aligned}$$

Wärmeübergangskoeffizienten außen ( $w = \alpha_a$ ):

$$\begin{aligned}
 k &= 1 \\
 i &= 1, \dots, 15 \\
 j &= 1, \dots, 15 .
 \end{aligned}$$

Die durch Symmetrisierung erzielten Rechenergebnisse sind in Abb. 7.24 und 7.25 dargestellt. Sie zeigen sowohl bei Temperaturen als auch bei Wärmeübergangskoeffizienten eine weitgehende Annäherung an die Idealgestalt eines hyperbelartigen Isoklinenverlaufes, obwohl sie sich ausschließlich aus den in Abb. 7.6 bis 7.21 wiedergegebenen Meßergebnissen und deren nachfolgender numerischer Analyse zusammensetzen. Es ist zu erwarten, daß bei Ergänzung der Versuch/Rechnungsreihe über den Bereich der restlichen Hauptwinkelstellungen  $\phi = 120$  [°] bis  $\phi = 345$  [°], bei denen sich die früheren Pyramidenmodell-Konstellationen mit zyklischer Vertauschung der Oberflächen  $xy$ ,  $yz$ ,  $zx$  wieder einstellen, die bisher erzielten Ergebnisse bestätigt und quantitativ präzisiert werden können.

Die bauphysikalische Interpretation der Ergebnisse in Abb. 7.24 und 7.25 orientiert sich an zwei Gesichtspunkten. Zum einen interessiert die Frage der Wärmedämmung von Bauteilen. Hierbei geht es vorzugsweise um die Evaluierung der Wärmeübergangskoeffizienten in Wandbereichen bei unterschiedlicher Konvektion. (Die Wandmittenbereiche stehen hier jedoch nicht im Vordergrund der Betrachtung.) Zum anderen stellt sich die Frage der geometriebedingten Wärmebrückenwirkung

in Ecke und Kehlen unter dem Aspekt des Bautenschutzes – insbesondere der Gefahr von Tauwasserbildung und deren Folgen. In Abb. 7.24 und 7.25 ist die typische geometriebedingte Temperaturabsenkung im Ecken- und Kehlenbereich der Raumecke zu erkennen. Diese wird gefördert durch die erhöhte Wärmeströmung im Wandinnern, wo die Adiabaten sich dreidimensional ausbreiten. Desweiteren wird die Temperaturabsenkung unterstützt durch die geometriebedingte verminderte Konvektion in Ecke und Kehlen. Diese zeigt sich in entsprechend niedrigen Werten der dort berechneten Wärmeübergangskoeffizienten.

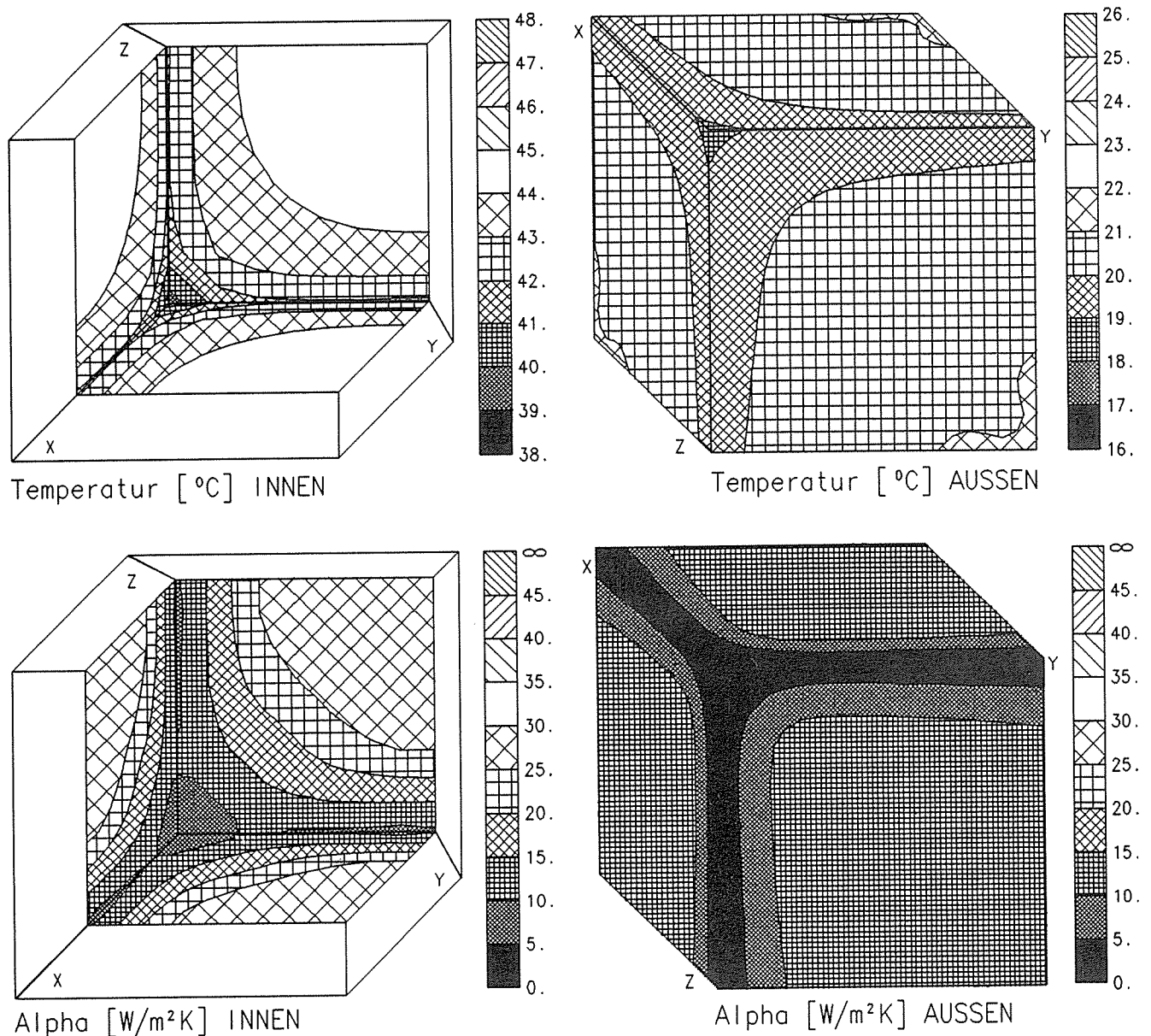


Abb. 7.24  
Rechnerische Symmetrisierung der superponierten Meßtemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten, Windsimulation "AUS"

Der Vergleich der Windsimulationen zeigt bei "Wind" - wie bereits in Abschnitt 7.5 festgestellt - eine signifikante zusätzliche Temperaturabsenkung innen und niedrigere Wärmeübergangskoeffizienten. Diese treten jedoch mehr in Wandmitte auf, wo die Frage der Wärmedämmung wesentlich ist. Der Ecken- und Kehlenbereich zeigt dagegen nur einen geringen Unterschied bei verschiedenen Windsimulationen. Hier werden Temperatur- und Wärmeübergangsverhältnisse vorrangig durch die dreidimensionale Wirkung der Wärmeleitung im Wandinnern bestimmt, d.h. durch geometriebedingte Wärmebrückenwirkung.

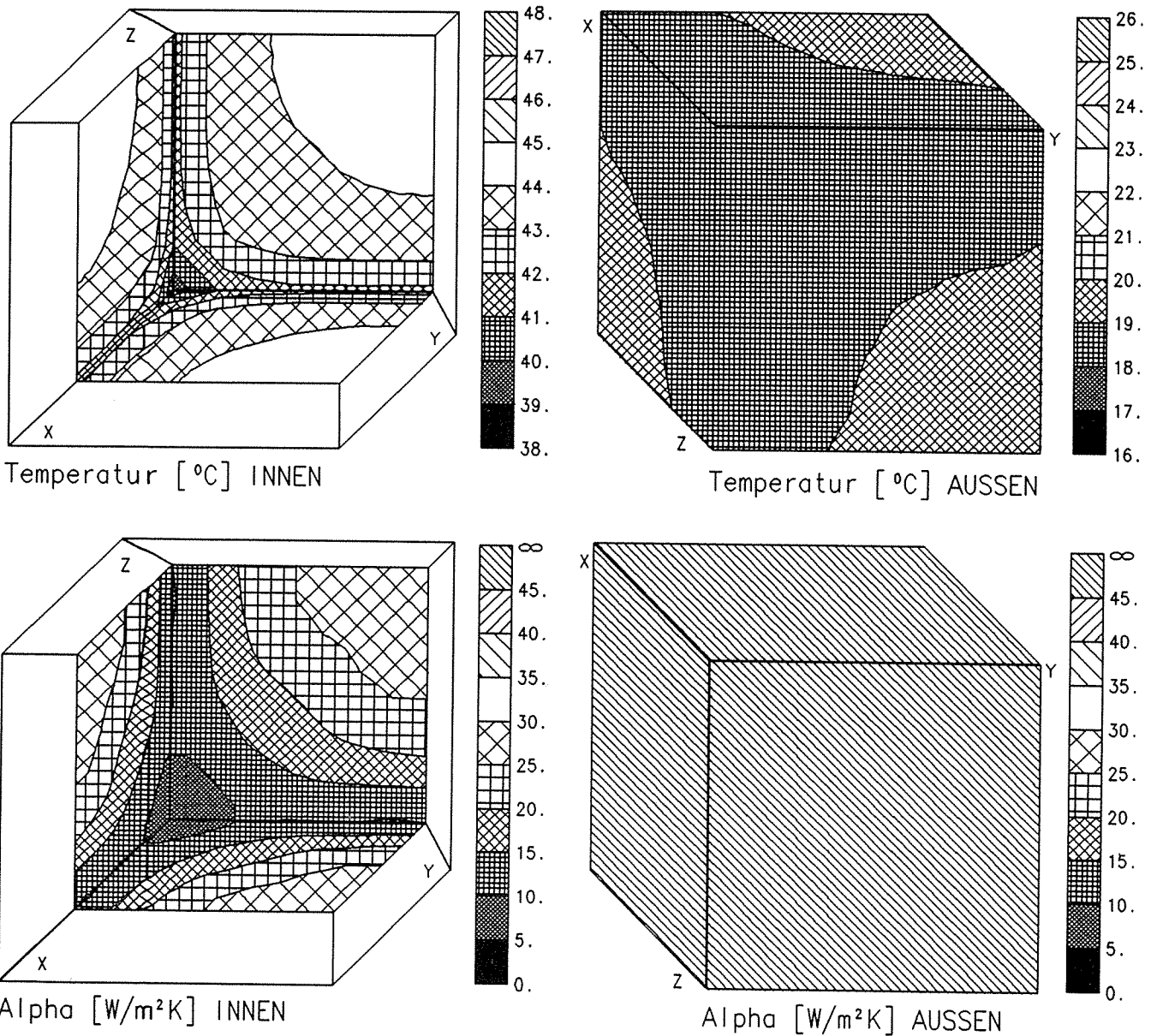


Abb. 7.25  
Rechnerische Symmetrisierung der superponierten Meßtemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten, Windsimulation "EIN"

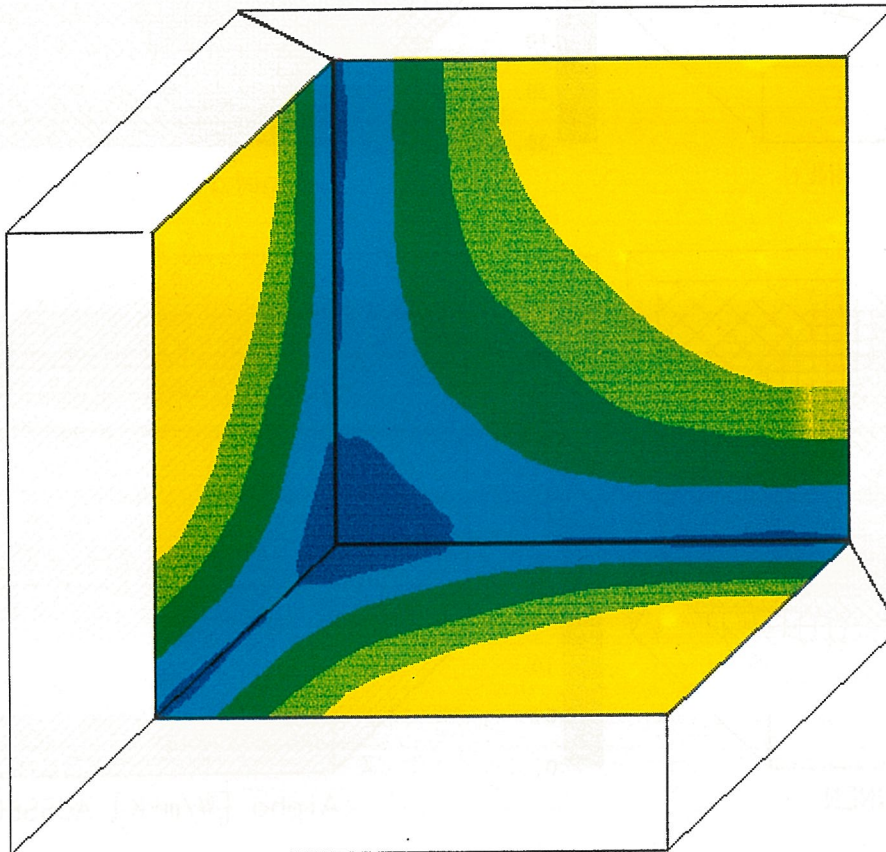
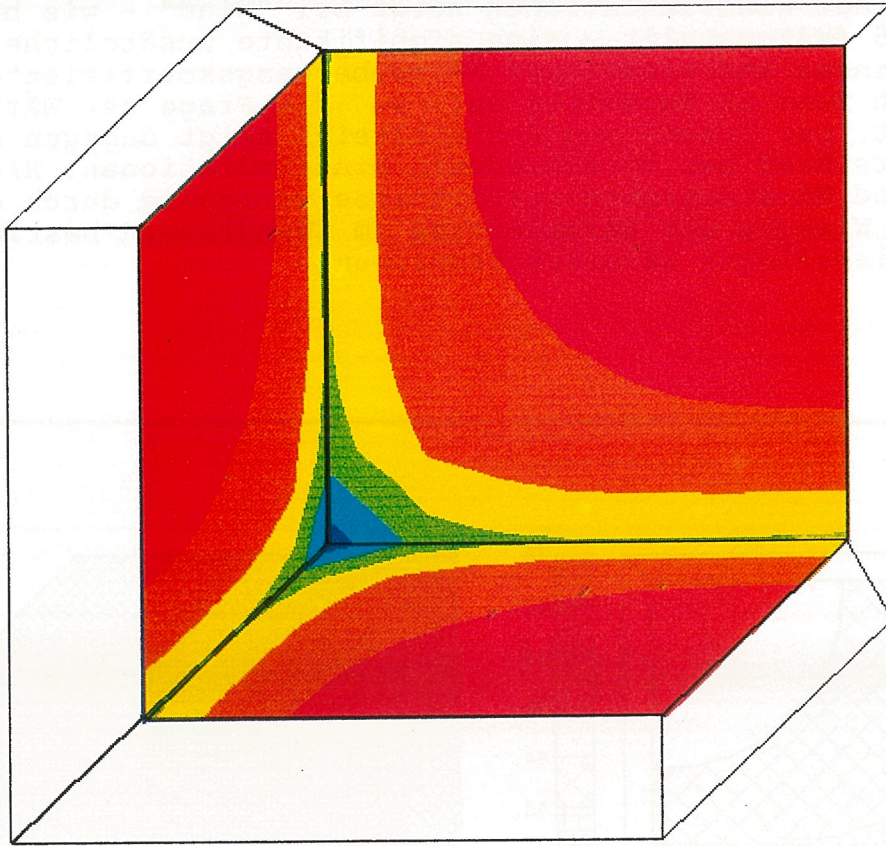


Abb. 7.26  
 Temperaturprofil (oben) und zugehörige Verteilung der Wärme-  
 übergangskoeffizienten (unten) im Bereich einer Innenraumecke  
 (Geometriebedingte Wärmebrücke)



## 7.7 Übertragung vom Modell auf die Wirklichkeit

Der Begriff des Modells wird im Rahmen der hier behandelten Problemstellung der Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten mit dreifacher Bedeutung verwendet:

- Versuchsmodell,
- Rechenmodell,
- Ähnlichkeitsmodell.

Die Beschreibung von Versuchsmodell und Rechenmodell und deren Zusammenwirken sind Gegenstand der Abschnitte 4 bis 6. Die erzielten Ergebnisse sind in Abschnitt 7.1 bis 7.6 dargestellt.

Im folgenden soll gezeigt werden, welche Möglichkeiten der Übertragung auf andere geometrische und thermische Maßstäbe mit den vorhandenen Versuchs- und Rechenergebnissen widerspruchsfrei gegeben sind. Vorausgesetzt wird, daß die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  [W/mK] als konstanter, nicht von anderen physikalischen Größen abhängiger Parameter behandelt werden kann. (Diese Voraussetzung wurde bereits in Abschnitt 4.3 als Begründung für den Verzicht auf die Kalibrierung der Absolut-Temperaturanzeige der Infrarotkamera herangezogen.) Dann gilt das Fourier'sche Gesetz in der linearen Form (hier eindimensional geschrieben):

$$q = \lambda \Delta t / \Delta x \quad (7.4)$$

wobei:

- $q$  = Wärmestromdichte [W/m<sup>2</sup>] bezogen auf  $\Delta x$ ,
- $\lambda$  = konstante Wärmeleitfähigkeit [W/mK],
- $\Delta t$  = Temperaturdifferenz [K],
- $\Delta x$  = Eindimensionale Bauteilabmessung [m] eines homogenen, isotropen Materials.

Dem Fourier'schen Gesetz entsprechend wird in DIN 4108, Teil 5 die Berechnungsvorschrift für die Wärmestromdichte und den Wärmedurchgang angegeben:

$$Q = k (t_i^L - t_a^L) \quad (7.5)$$

$$1/k = 1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a \quad (7.6)$$

wobei:

- $Q$  = Wärmestromdichte [W/m<sup>2</sup>] bezogen auf einschichtige Wand,
- $k$  = Wärmedurchgangskoeffizient [W/m<sup>2</sup>K],
- $t_i^L$  = Lufttemperatur innen [°C],
- $t_a^L$  = Lufttemperatur außen [°C],
- $\alpha_i$  = Wärmeübergangskoeffizient innen [W/m<sup>2</sup>K],
- $\alpha_a$  = Wärmeübergangskoeffizient außen [W/m<sup>2</sup>K],
- $\lambda$  = Wärmeleitfähigkeit [W/mK],
- $s$  = Einschichtige Bauteildicke [m].

An dieser Stelle sei noch einmal angemerkt, daß die Phänomenologie der Wärmeübergangskoeffizienten physikalisch dem Bereich der Fluid-dynamik zuzurechnen ist. Insofern stellt die Behandlung von Wärmeübergangskoeffizienten als stationäre Größen ein vereinfachtes Verfahren dar, dessen Legitimität sich aber aus dem Praxisbedarf des Wärmeschutznachweises von Bauten im langzeitigen Mittel ergibt. Auch das hier verwendete Rechenprogramm STAT3D [5] behandelt die Wärmeübergangskoeffizienten im Sinne des vereinfachten Verfahrens.

Die in (7.6) enthaltenen Wärmeübergangswiderstände  $1/\alpha_i$ ,  $1/\alpha_a$  können als Beiträge von Pseudo-Schichten gedeutet werden, deren Bauteildicke dimensionslos auf "1" normiert ist. In der Finite-Differenzen-Formulierung wird dieses berücksichtigt, indem die geometrischen Abmessungen dieser Pseudo-Schichten als gegenstandslos behandelt werden (s. Abschnitt 6.2).

Aus (7.5) und (7.6) ergibt sich durch Umformung zunächst die Beziehung:

$$Q (1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a) = (t_i^L - t_a^L), \quad (7.7)$$

die durch Erweiterung mit Koeffizienten  $c_0, c_1, c_2$  in die folgende äquivalente Form überführt werden kann:

$$c_1 Q (1/\alpha_i + (c_2 s)/(\lambda) + 1/\alpha_a) = c_1 ((t_i^L - c_0) - (t_a^L - c_0)) \quad (7.8)$$

$c_0, c_1, c_2$  werden als Ähnlichkeitskoeffizienten bezeichnet und im folgenden diskutiert. Die an der eindimensionalen Formulierung demonstrierten Verhältnisse können auf dreidimensionale Systeme übertragen werden.

### 7.7.1 Verschiebung der Temperaturskala

Wird das Temperaturprofil eines Systems in allen Komponenten um den Betrag  $c_0$  [K] verschoben (erhöht oder erniedrigt), so ändern sich bei Gültigkeit des linearen Fourier'schen Gesetzes die übrigen Systemgrößen des stationären Wärmeleitungsproblems nicht. Mit  $c_1 = 1$  und  $c_2 = 1$  folgt aus (7.8):

$$\begin{aligned} Q (1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a) &= (t_i^{LW} - t_a^{LW}), \\ t_i^{LW} &= t_i^L - c_0, \\ t_a^{LW} &= t_a^L - c_0, \end{aligned} \quad (7.9)$$

wobei:

$$\begin{aligned} c_0 &= \text{Ähnlichkeitskoeffizient in [K] für die} \\ &\quad \text{Verschiebung der Temperaturskala,} \\ t_i^L &= \text{Lufttemperatur innen ("Modell"),} \\ t_a^L &= \text{Lufttemperatur außen ("Modell"),} \\ t_i^{LW} &= \text{Lufttemperatur innen ("Wirklichkeit"),} \\ t_a^{LW} &= \text{Lufttemperatur außen ("Wirklichkeit").} \end{aligned}$$

Beispiel: Die Lufttemperaturen des Modellversuchs sind  $t_i^L = 48$  [°C] und  $t_a^L = 18$  [°C]. Werden diese durch die gedachte "Wirklichkeit" eines Winterszenarios ersetzt:  $t_i^{LW} = +25$  [°C],  $t_a^{LW} = -5$  [°C], so ändern sich die hiermit berechneten Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_i$ ,  $\alpha_a$  nicht. Das gesamte Temperaturprofil ist um den Betrag  $c_0 = 23$  [K] zu erniedrigen.

### 7.7.2 Expansion der Temperaturskala

Wird der dimensionslose Ähnlichkeitskoeffizient  $c_1$  größer oder kleiner als 1 gesetzt, so bewirkt dieses in (7.8) eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Temperaturspanne  $t_i^L - t_a^L$ . Koeffizient  $c_0$  wird in der Regel mitgesetzt. Mit  $c_2 = 1$  folgt:

$$\begin{aligned} c_1 Q (1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a) &= \Delta t^{LW}, \\ \Delta t^{LW} &= (t_i^{LW} - t_a^{LW}) = c_1 ((t_i^L - c_0) - (t_a^L - c_0)), \end{aligned} \quad (7.10)$$

wobei:

$c_0$  = Ähnlichkeitskoeffizient in [K] für Verschiebung,  
 $c_1$  = Ähnlichkeitskoeffizient in [-] für Expansion,  
 $\Delta t^{LW}$  = geänderte Temperaturspanne ("Wirklichkeit").

Beispiel: Das in Abschnitt 7.7.1 angenommene Winterszenario soll wie folgt verändert werden:  $t_i^{LW} = +25$  [°C],  $t_a^{LW} = -10$  [°C].  
Dieses wird bei Modelltemperaturen von  $t_i^L = 48$  [°C] und  $t_a^L = 18$  [°C] mit den Ähnlichkeitskoeffizienten

$c_0 = 26.5714$  [K]  
 $c_1 = 1.1667$  [-]

erreicht. Auf der linken Seite von (7.10) kann  $c_1$  wahlweise mit  $Q$  oder mit  $(1/\alpha_i + s/\lambda + 1/\alpha_a)$  assoziiert werden. Soll der Versuchsaufbau "Modell" und "Wirklichkeit" identisch beschreiben, so erhöht sich die Wärmestromdichte  $Q$  der "Wirklichkeit" um den Faktor  $c_1$ . Der Ähnlichkeitskoeffizient  $c_1$  kann aber auch distributiv den einzelnen Summanden des Wärmedurchgangswiderstandes zugeordnet werden, was am Beispiel des oben verwendeten  $c_1 = 1.1667$  als Erhöhung der Bauteildicke  $s$  oder Erniedrigung der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und gleichzeitig Erniedrigung der Wärmeübergangskoeffizienten der "Wirklichkeit" zu deuten ist.

### 7.7.3 Proportion von Bauteildicke und Wärmeleitfähigkeit

Unabhängig von der Einstellung der Temperaturskala durch  $c_0, c_1$  kann der Ähnlichkeitskoeffizient  $c_2$  im Rahmen der zur Widerspruchsfreiheit geforderten Proportionalität von  $s$  und  $\lambda$  in (7.8) zur Übertragung auf wirklichkeitsnahe Baumaterialien verwendet werden:

$$\begin{aligned} s^W &= c_2 s, \\ \lambda^W &= c_2 \lambda. \end{aligned} \tag{7.11}$$

Beispiel: Im vorliegenden Modellversuch werden die Materialdicke  $s = 0.04$  [m] und die Wärmeleitfähigkeit von Polystyrol  $\lambda = 0.032$  [W/mK] verwendet. Überträgt man diese mit  $c_2 = 10$  auf eine "Wirklichkeit" von  $s^W = 0.40$  [m] und  $\lambda^W = 0.32$  [W/mK], so kann dieses als praxisnahe Bauteildicke einer Wand aus mineralischem Baustoff (Leichtbeton, Gasbeton, Hohlblocksteine, usw.) gedeutet werden. Die im Modellversuch mit anschließender Rechnung gewonnenen Wärmeübergangskoeffizienten bleiben bei dieser "Wirklichkeit" unverändert.

## 8 Zusammenfassung

Die Kenntnis der Wärmeübergangsverhältnisse an Winkeln und Ecken von Außenbauteilen ist notwendig, um die dort auftretenden Wärmeströme berechnen zu können. Diese haben Einfluß auf die Temperaturverteilung im Innern der Bauteile und auf deren Oberfläche. Mit ihrer Berechnung unter vorgegebenen klimatischen Randbedingungen sind Aussagen zur Gefahr einer Tauwasserbildung möglich, die in Innenräumen zu Schäden durch Schimmelpilz führen kann.

Mit der vorliegenden Arbeit soll ein Beitrag zur Möglichkeit der Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten im Bereich geometriebedingter Wärmebrücken durch eine integrierte meß- und rechentechnische Problemlösung vorgestellt werden.

Hierbei kommt die Infrarotthermographie mit hochauflösenden geometrischen und thermischen Eigenschaften für die Temperaturmessung zum Einsatz. Gemessen werden die Oberflächentemperaturen an einem geometrisch verkleinerten Versuchsmodell unter stationären Bedingungen. Das Versuchsmodell, das eine Außenraumecke simuliert, hat Pyramidengestalt. Diese ermöglicht die gleichzeitige Erfassung der drei angrenzenden Innen- oder Außenwandbereiche durch eine Einstellung der Infrarotkamera. Das Versuchsmodell ist um seine horizontale Raumdiagonale drehbar angeordnet. Hiermit werden zyklische Vertauschung, Symmetrieeigenschaften und Einflüsse von Luftströmungen untersucht. Geometrische Abmessungen, Wärmeleitfähigkeit (hier Polystyrol) und Temperaturen werden im Modellmaßstab behandelt und können später in gewissem Rahmen über Ähnlichkeitsgesetze auf die physikalische Wirklichkeit realer Temperaturzustände und Bauteilabmessungen umgerechnet werden.

Die zu den Meßtemperaturen korrespondierenden Wärmeübergangskoeffizienten müssen rechnerisch bestimmt werden. Dies erfordert die schrittweise Übertragung der Meßdaten von der Infrarotkamera über Analogdatenspeicherung und Analog/Digitalwandlung zu einer digitalen Bildverarbeitung, wo geometrische Zuordnungen und Temperaturkalibrierung organisiert werden, sowie eine anschließende dreidimensionale Transformation auf das Format der rechnerischen Analyse. Hierbei findet - als Umkehr-Vorgang zur Infrarot-Messung - eine Projektion der Bilddaten auf die Pyramidenflächen des Modells statt, das im Rechner numerisch simuliert wird.

Für die Belange der rechnerischen Analyse ist es erforderlich, die verrauschten Meßtemperaturen zu glätten und punktwise dem Raster eines Finite-Differenzen-Modells zuzuordnen. Hierzu dient eine flächenweise in Ansatz gebrachte zweidimensionale Ausgleichsanalyse nach Hermite, die auch Übergangsbedingungen an angrenzenden Rändern erfüllt.

Das numerische Modell für die rechnerische Analyse des stationären Wärmeleitungsproblems wird nach der Finite-Differenzen-Methode aufgestellt. Das Modell beschreibt einschichtiges isotropes Material. Die Feinheit des Rasters kann den numerischen Erfordernissen entsprechend gewählt werden. In benachbarten Netzflächen an der Oberfläche korrespondieren jeweils Oberflächentemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten miteinander. Dem Wandkörper wird eine homogen/isotrop angenommene Wärmeleitfähigkeit zugeordnet. Den entfernten liegenden Luftbereichen werden jeweils Innen- und Außen-Lufttemperaturen als Randbedingungen zugeordnet.

Die direkte Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems mit dem hier angewendeten Verfahren setzt voraus, daß die Wärmeübergangskoeffizienten vorgegeben und die Temperaturen insgesamt berechnet werden. Die hier interessierende inverse Fragestellung nach den Wärme-



übergangskoeffizienten bei gegebenen Oberflächentemperaturen erfordert daher eine Iterationsstrategie, bei der die Wärmeübergangskoeffizienten physikalisch plausibel geschätzt und iterativ verbessert werden. Die Wahl eines entsprechenden Prediktors mit guten Konvergenzeigenschaften ist für Funktionstüchtigkeit und Leistungsfähigkeit des Rechenverfahrens entscheidend.

Die rechnerisch ermittelten Oberflächentemperaturen werden den Meßtemperaturen gegenübergestellt. Ihre Abweichungen dienen zur verbesserten Schätzung der Wärmeübergangskoeffizienten. Am Ende der Iteration sind Meßtemperaturen und berechnete Oberflächentemperaturen bis auf eine numerisch vorgegebene Toleranz identisch. Die ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten sind die Prognosewerte des letzten Iterationsschrittes der numerischen Analyse. Sie beschreiben gemeinsam mit den übrigen Systemparametern einen thermodynamischen Gleichgewichtszustand.

Sensitivitätsstudien zeigen, daß bereits kleine Variationen der Oberflächentemperaturen zu großen Ausschlägen der korrespondierenden Wärmeübergangskoeffizienten führen. Die systematische Ausnutzung der drehbaren Anordnung des Versuchsmodells zeigt im Ergebnis das stark ausgeprägte Umlagerungsverhalten von Oberflächentemperaturen und Wärmeübergangskoeffizienten unter dem Einfluß sich ändernder Konvektionsverhältnisse.

Für eine sinnvolle Interpretation der Ergebnisse und Übertragung auf bauphysikalische Fragestellungen des Wärmeschutzes und der Bauschadensvorbeugung erscheint es zweckmäßig, die versuchstechnisch und rechnerisch ermittelten Einzelergebnisse durch Mittelwertbildungen und rechnerische Symmetriebetrachtungen zu ergänzen. Dies entspricht zum einen der in der Baupraxis üblichen Vorgehensweise bei der wärmeschutztechnischen Bemessung, wo rechnerisch anzunehmende Kenngrößen jahreszeitliche oder andere klimatische Mittelwerte repräsentieren. Zum anderen ist die Mittelwertbildung ein bewährtes Prinzip zur Hervorhebung signifikanter Meßgrößenanteile bei gleichzeitiger Kompensierung von Schwankungen. Das klassische Konzept der Einführung von Wärmeübergangskoeffizienten zur Beschreibung von Konvektionsverhältnissen an Oberflächen geht auf Newton zurück. Physikalisch liegt diesem Konzept bereits a priori die Idee der Mittelung zugrunde, da z.B. sowohl laminare als auch turbulente Luftströmungen durch  $\alpha$  beschrieben werden sollen.

Die gemittelten Meßergebnisse für Temperaturen und zugehörigen Rechenergebnisse für Wärmeübergangskoeffizienten zeigen einen Trend zu symmetrischem Verhalten entsprechend der Symmetrie des Versuchsmodells. Wird darüberhinaus rechnerisch "zwangsweise" Symmetrie hergestellt, so verlaufen Isothermen und Isoklinen der Wärmeübergangskoeffizienten nahezu ideal hyperbolisch. Diese Kenngrößengestalt ist zugrundezulegen, wenn bei numerischen Analysen von Wärmetransportproblemen die anzunehmenden  $\alpha$ -Werte nicht konstant über die gesamte Oberfläche sein sollen. Ihre numerische Quantifizierung orientiert sich an den vorgelegten Ergebnissen. Insbesondere ist die Tendenz zu größeren oder kleineren Werten von Interesse. Bei konservativen rechnerischen Betrachtungen - d.h. Betrachtungen, die im Sinne der Fragestellung Ergebnisse auf der sicheren Seite liefern - sind die zu treffenden Annahmen hinsichtlich  $\alpha$  numerisch entsprechend zu setzen. Zum Beispiel ist bei Schadenssimulationen in der Innenraumecke eine Absenkung der Wärmeübergangskoeffizienten anzunehmen, bei Wärmedämmungsbetrachtungen dagegen eine Erhöhung.

## 9 Ausblick

Auf der Grundlage des hier behandelten Konzeptes lassen sich weitere Betrachtungen zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten anschließen. Diese können sich mit weitergehenden Kalibrierfragen befassen oder Variationen physikalischer Fragestellungen zum Inhalt haben.

Von Interesse ist z.B. die systematische Behandlung des Strahlungsaustausches zwischen Versuchsmodell und Umgebung des Prüfstandes, um eventuelle Störanteile im Meßtemperatursignal zu erfassen und rechnerisch zu korrigieren, die aus der Umgebung kommen und von der Modelloberfläche reflektiert werden. Hierzu müssen die beteiligten Materialien hinsichtlich Transmission, Emission und Reflektion kalibriert und die geometrische Gesamtkonfiguration von Prüfstand und Versuchsmodell numerisch modelliert werden.

Als physikalische Modifikationen sind Veränderungen der Materialoberfläche (z.B. Aluminium), Mehrschichtigkeit mit unterschiedlicher Wärmeleitfähigkeit, Änderungen der Geometrie (z.B. Abweichungen von der Orthogonalität) oder des übrigen konstruktiven Modellaufbaus denkbar. Von besonderem Interesse dürfte die Einführung von Durchfeuchtungsstrategien durch experimentell kontrollierte Taupunktunterschreitungen in Verbindung mit Temperaturgefälle sein. Hierzu könnte der zeitliche (instationäre) Ablauf der Zustandsänderungen durch eine Sequenz stationärer "Schnappschüsse" festgehalten und analysiert oder überhaupt instationär gerechnet werden.

Über das vorhandene Konzept hinausgehend wären Versuchs- und Rechenstrategien mit dem Ziel der wirklichkeitsnahen Erfassung von Konvektion. Dies würde eine Meßtechnik für die Bestimmung von Luftströmungen erfordern, die eine vollständige Evaluierung eines dreidimensionalen Strömungsfeldes zumindest durch punktweise Aufnahme eines Ortsrasters ermöglichen würde. Auf dieser Basis arbeiten z.B. Laser-Doppler-Anemometer. Die Beschreibung des zugehörigen fluidynamischen Feldproblems in einem numerischen Modell zieht aber eine entsprechend aufwendige Analyse nach sich und stellt hohe Anforderungen an die Güte der Meßdaten.

Die hier behandelte Problemlösung auf der Grundlage eines Pyramidenmodells ist gebunden an die explizite Beschreibung des Modells für die Zwecke der geometrie-abhängigen Transformationen. Um die Methode der Kombination von Meß- und Rechentechnik für beliebige Geometrien allgemein verfügbar zu machen, sind weitere meß- und auswertungstechnische Maßnahmen auf der Grundlage der Photogrammetrie erforderlich. Hierzu muß der Einsatz der Infrarotkamera kombiniert werden mit dem simultanen Einsatz z.B. von LCD-Kameras, die im Bereich des sichtbaren Lichts arbeiten und eine optische Stereo-Basis liefern, aus der sich das dreidimensionale Oberflächenprofil des zu messenden Objektes für jeden interessierenden Punkt herausrechnen läßt. Eine solche Methode wäre auch für den Einsatz bei Feldmessungen interessant, z.B. für reale Bauwerksoberflächen mit vorspringenden Erkern und unter einem meßtechnisch bedingten Neigungswinkel der Infrarotkamera.

## 10 Literatur

- [1] Michejew, M. A.:  
Grundlagen der Wärmeübertragung  
Verlag Technik, 2. Auflage, Berlin 1964
- [2] Chapman, A. J.:  
Heat Transfer  
Macmillan Publishing Co., Inc., New York 1974
- [3] DIN 4108: Wärmeschutz im Hochbau  
Beuth Verlag, Berlin, August 1981
- [4] Schickert, G.:  
Infrarotthermographie als Hilfsmittel bei bautechnischen  
Untersuchungen.  
Amts- und Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Material-  
prüfung (BAM) 12(1982), H. 4, S. 336-350
- [5] Rudolphi, R. und Müller, R.:  
Bauphysikalische Temperaturberechnungen in FORTRAN,  
Zwei- bzw. dreidimensionale stationäre Probleme des  
Wärmeschutzes  
B. G. Teubner, Stuttgart 1985
- [6] Erhorn, H. und Szerman, M. und Rath, J.:  
Wärme- und Feuchteübergangskoeffizienten in Außenwandecken  
von Wohnbauten  
Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Stuttgart, WB 33/88
- [7] Kasper, F.-J., Müller, R. und Rudolphi, R.:  
Numerische Untersuchung geometriebedingter Wärmebrücken  
(Winkel und Ecken) unter Einsatz hochauflösender Farbgraphik  
bei Berücksichtigung der Tauwasserproblematik und des  
Mindestluftwechsels  
BAM-Forschungsbericht 175, Berlin 1990
- [8] Weber, M. und Wagner, A.:  
Numerische Modellierung zur Unterstützung der zerstörung-  
freien Bauwerksdiagnostik  
in: Schickert, G. (Hrs.):  
Vorträge und Plakatberichte Internationales Symposium Zer-  
störungsfreie Prüfung im Bauwesen  
DGZfP / BAM, Berichtsband 21 (1991), Teil 1



## Anhang

### A1 Zweidimensionale Hermite-Ausgleichsanalyse

#### A1.1 Problemstellung

Gegeben ist ein Rechteckgebiet mit dem zugehörigen globalen Koordinatensystem  $x, y$  und den Abmessungen  $x_{\max}, y_{\max}$ . Dem Gebiet wird für beliebige Stellen  $x, y$  ein Skalarfeld von vorgegebenen Intensitäten  $t = G(x, y)$  zugeordnet (z.B. Meßwerte o.ä.), für die eine zweidimensionale Ausgleichsanalyse nach Hermite durchgeführt werden soll. Die zu  $G(x, y)$  korrespondierenden ausgeglichenen Intensitäten werden mit  $t = H(x, y)$  bezeichnet.

Während die Größen  $G(x, y)$  i.a. stochastisch verteilt sind, unterliegen die  $H(x, y)$  einer Ausgleichsfunktion, die es erlaubt, auch an anderen, nicht durch  $G$  besetzten Stellen  $x, y$  interpolierend weitere Intensitäten  $H$  zu bestimmen. Für die praktische Anwendung soll die in Ansatz gebrachte Ausgleichsfunktion die Eigenschaft haben, sich den Wünschen des Benutzers entsprechend steif oder flexibel zu verhalten. Dieses wird erreicht, indem das betrachtete globale Rechteckgebiet in lokale Segmente mit den lokalen Koordinaten  $r, s$  und der global und lokal identischen Intensitätenachse  $t$  unterteilt wird. In lokalen Koordinaten werden  $G(x, y)$  und  $H(x, y)$  zu  $G(r, s)$  und  $H(r, s)$ . Die zu bestimmende Ausgleichsfunktion soll innerhalb eines lokalen Segmentes einem zweidimensionalen Polynom 3. Grades genügen und global über die Segmente zusammengesetzt sein.

Abschnitt A1.2 und A1.3 behandeln die Herleitung der lokalen Ausgleichsfunktion. Abschnitt A1.4 zeigt die Akkumulation über das globale Gesamtgebiet und die Problemlösung.

#### A1.2 Einteilung des Ausgleichsgebietes in lokale Segmente

Das rechteckige Ausgleichsgebiet wird - wie oben erläutert - in lokale Segmente eingeteilt, die der Definition einer stückweise zusammengesetzten Ausgleichsfunktion dienen. Über jedes lokale Segment erstreckt sich eine zweidimensionale Ansatzfunktion nach Hermite (s. Abschnitt A1.3), die an den Segmenträndern die Übergangbedingungen in Stützwert (Funktionswert) und Neigung (1. Ableitung) zu den Nachbarsegmenten erfüllt. Die Beziehungen zwischen einem lokalen Segment und dem Gesamtgebiet werden geregelt durch Koordinatentransformation und Knotenpunktzuordnung (s. Abb. A1.1).

##### Koordinatentransformation:

Jedes lokale Segment  $k$  wird beschrieben durch ein rechteckiges Flächenstück, welches sich über normierte Koordinaten  $r, s$  jeweils von  $-1$  bis  $+1$  erstreckt. Der Ausgleichsansatz wird im  $r, s$ -System formuliert und in das globale  $x, y$ -System transformiert, dem das Gesamtgebiet zugeordnet ist. Die Transformation erfolgt mit:

$$\begin{aligned} r &= (2 n_x / x_{\max}) x - 2 i_x + 1 \\ s &= (2 n_y / y_{\max}) y - 2 i_y + 1 \end{aligned} \quad (\text{A1.1})$$

wobei:

$$\begin{aligned} i_x &= \text{lokaler Segmentindex in } x\text{-Richtung,} \\ n_x &= \text{lokale Segmentanzahl in } x\text{-Richtung,} \\ x_{\max} &= \text{max. Ausdehnung des Gesamtgebietes in } x\text{-Richtung,} \\ i_y &= \text{lokaler Segmentindex in } y\text{-Richtung,} \\ n_y &= \text{lokale Segmentanzahl in } y\text{-Richtung,} \\ y_{\max} &= \text{max. Ausdehnung des Gesamtgebietes in } y\text{-Richtung.} \end{aligned}$$

### Knotenpunktzuordnung:

Jedes lokale Segment  $k$  enthält vier Knotenpunkte mit den lokalen Nummern 1 bis 4 in der Reihenfolge gegen den Uhrzeigersinn. Das Gesamtgebiet dagegen besteht aus einem rechteckigen Knotenpunkte-Raster mit der Numerierungsreihenfolge: "von links nach rechts" ( $x$  - Richtung) und "von unten nach oben" ( $y$  - Richtung). Zwischen jeweils vier lokalen und globalen Knotenpunkten wird die Zuordnung über folgende Indexbeziehungen hergestellt:

$$\begin{array}{ll} \text{lokal:} & \text{global:} \\ 1 & (n_x + 1) i_y + i_x + 1 \\ 2 & (n_x + 1) i_y + i_x \\ 3 & (n_x + 1)(i_y - 1) + i_x \\ 4 & (n_x + 1)(i_y - 1) + i_x + 1 \end{array} \quad (\text{A1.2})$$

Transformation und Knotenpunktzuordnung werden im Algorithmus der Ausgleichsanalyse in einer Schleife über alle lokalen Segmente des Gesamtgebietes aufgerufen.

Die Einteilung des Ausgleichsgebietes in lokale Segmente ist grundsätzlich willkürlich und wird für die Anwendungen so gewählt, daß die durch die Ausgleichsanalyse entstehende Raumfläche sich den vorgegebenen Intensitäten in der gewünschten Weise anschmiegt. Je feinmaschiger das Netz der lokalen Segmente gewählt wird, desto unruhiger gestaltet sich die Ausgleichs-Raumfläche bei kleinerer Gesamtabweichung von den vorgegebenen Intensitäten - und umgekehrt: Je grobmaschiger das Netz, desto ruhiger die Ausgleichsfläche bei größerer Gesamtabweichung. Diese wird nach der Gauß'schen Fehlerquadrat-Methode minimiert (s. Abschnitt A1.4).

### A1.3 Lokale Hermite-Ansatzfunktionen

Jedes lokale Segment  $k$  wird durch einen zweidimensionalen Polynomansatz nach Hermite beschrieben, der im lokalen Koordinatensystem  $r, s$  formuliert wird. Der zweidimensionale Ansatz ergibt sich durch Multiplikation eindimensionaler Terme und Superposition der Einflüsse aus Stützwerten, ersten und gemischten Ableitungen. Die eindimensionalen Terme lauten:

$$\begin{array}{l} p_0(r) = 1/4 (2 + 3r - r^3) \\ q_0(r) = 1/4 (2 - 3r + r^3) \\ p_r(r) = 1/4 (-1 - r + r^2 + r^3) \\ q_r(r) = 1/4 (1 - r - r^2 + r^3) \\ \\ u_0(s) = 1/4 (2 + 3s - s^3) \\ v_0(s) = 1/4 (2 - 3s + s^3) \\ u_s(s) = 1/4 (-1 - s + s^2 + s^3) \\ v_s(s) = 1/4 (1 - s - s^2 + s^3) \end{array}$$

Sie erfüllen folgende Randbedingungen:

$$\begin{array}{lll} p_0(r): & p_0(-1)=0, & p_0(+1)=1, & p_0'(-1)=0, & p_0'( +1)=0 \\ q_0(r): & q_0(-1)=1, & q_0(+1)=0, & q_0'(-1)=0, & q_0'( +1)=0 \\ p_r(r): & p_r(-1)=0, & p_r(+1)=0, & p_r'(-1)=0, & p_r'( +1)=1 \\ q_r(r): & q_r(-1)=0, & q_r(+1)=0, & q_r'(-1)=1, & q_r'( +1)=0 \\ \\ u_0(s): & u_0(-1)=0, & u_0(+1)=1, & u_0'(-1)=0, & u_0'( +1)=0 \\ v_0(s): & v_0(-1)=1, & v_0(+1)=0, & v_0'(-1)=0, & v_0'( +1)=0 \\ u_r(s): & u_r(-1)=0, & u_r(+1)=0, & u_r'(-1)=0, & u_r'( +1)=1 \\ v_r(s): & v_r(-1)=0, & v_r(+1)=0, & v_r'(-1)=1, & v_r'( +1)=0 \end{array}$$

Multiplikation ergibt:

$$\begin{array}{ll}
 H_1(r,s) & = p_0(r) u_0(s) & H_{1r}(r,s) & = p_r(r) u_0(s) \\
 H_2(r,s) & = q_0(r) u_0(s) & H_{2r}(r,s) & = q_r(r) u_0(s) \\
 H_3(r,s) & = q_0(r) v_0(s) & H_{3r}(r,s) & = q_r(r) v_0(s) \\
 H_4(r,s) & = p_0(r) v_0(s) & H_{4r}(r,s) & = p_r(r) v_0(s) \\
 \\ 
 H_{1s}(r,s) & = p_0(r) u_s(s) & H_{1rs}(r,s) & = p_r(r) u_s(s) \\
 H_{2s}(r,s) & = q_0(r) u_s(s) & H_{2rs}(r,s) & = q_r(r) u_s(s) \\
 H_{3s}(r,s) & = q_0(r) v_s(s) & H_{3rs}(r,s) & = q_r(r) v_s(s) \\
 H_{4s}(r,s) & = p_0(r) v_s(s) & H_{4rs}(r,s) & = p_r(r) v_s(s)
 \end{array}$$

Die Bedeutung der zweidimensionalen Terme läßt sich am Beispiel des lokalen Knotenpunktes 1 wie folgt erläutern (s. Abb. A1.1):

$$\begin{array}{ll}
 H_1(r,s): & \text{Einfluß des Stützwertes } t_1 \\
 H_{1r}(r,s): & \text{Einfluß der Ableitung } \partial t_1 / \partial r \\
 H_{1s}(r,s): & \text{Einfluß der Ableitung } \partial t_1 / \partial s \\
 H_{1rs}(r,s): & \text{Einfluß der Ableitung } \partial^2 t_1 / \partial r \partial s
 \end{array}$$

(lokale Knotenpunkte 2 bis 4 entsprechend).

Bei der Superposition aller Einflüsse wird jeder zweidimensionale Term mit einem noch zu bestimmenden Koeffizienten  $a$  faktorisiert, der je nach Bedeutung des Ansatztermes die tatsächliche Größe eines Stützwertes oder einer Ableitung bezogen auf einen Knotenpunkt des lokalen Segmentes darstellt. Damit lautet der Hermite-Ansatz für einen beliebigen geometrischen Ort innerhalb eines lokalen Segmentes:

$$\begin{aligned}
 H_j &= H_j(r,s) = \\
 &+ a_1 H_1(r,s) + a_{1r} H_{1r}(r,s) + a_{1s} H_{1s}(r,s) + a_{1rs} H_{1rs}(r,s) \\
 &+ a_2 H_2(r,s) + a_{2r} H_{2r}(r,s) + a_{2s} H_{2s}(r,s) + a_{2rs} H_{2rs}(r,s) \\
 &+ a_3 H_3(r,s) + a_{3r} H_{3r}(r,s) + a_{3s} H_{3s}(r,s) + a_{3rs} H_{3rs}(r,s) \\
 &+ a_4 H_4(r,s) + a_{4r} H_{4r}(r,s) + a_{4s} H_{4s}(r,s) + a_{4rs} H_{4rs}(r,s)
 \end{aligned}$$

Index  $j$  bezeichnet die Nummer des geometrischen Ortes mit den Koordinaten  $r,s$  innerhalb des lokalen Segmentes  $k$ . Faßt man alle Koeffizienten  $a$  und die  $H$ -Funktionen in obiger Reihenfolge zu Vektoren  $a_k$  und  $h_j$  zusammen, so folgt:

$$H_j = a_k^T h_j \quad (\text{A1.3})$$

wobei:

$$a_k^T = [a_1 \quad \dots \quad a_{4rs}]^T \quad (\text{A1.4})$$

$$h_j^T = [H_1(r,s) \quad \dots \quad H_{4rs}(r,s)]^T \quad (\text{A1.5})$$

Während der Koeffizientenvektor  $a_k$  für ein lokales Segment  $k$  nur einmal aufzustellen ist, wird der Einflußvektor  $h_j$  für jeden auftretenden Beitrag  $j$  berechnet.

#### A1.4 Globales Minimum der Summe der gewichteten Fehlerquadrate

Die in Abschnitt A1.3 hergeleiteten Funktionswerte  $H_j$  repräsentieren die zu bestimmenden Ausgleichsintensitäten. Für ihre numerische Berechnung wird hier die Gauß-Methode der kleinsten Summe der Fehlerquadrate angewendet. Dabei gehen die den Intensitäten zuzuordnenden Flächenanteile des Ausgleichsgebietes als Gewichtungsfaktoren  $w_j$  ein. Die Flächenanteile können z.B. in globalen kartesischen Koor-



dinaten ausgedrückt werden:

$$w_j = \Delta x_j \Delta y_j / (x_{\max} y_{\max}) \quad (\text{A1.6})$$

Anstelle der Flächenanteile können die Gewichtungsfaktoren  $w_j$  aber auch andere Kriterien zur Berechnungsgrundlage haben. Mit der gegebenen Intensität  $G_j$  an einem beliebigen geometrischen Ort  $j$  und dem zugehörigen Ausgleichswert  $H_j$  sowie dem Gewichtungsfaktor  $w_j$  ergibt sich das Fehlerquadrat an der Stelle  $j$ :

$$\begin{aligned} r_j^2 &= (w_j H_j - w_j G_j)^2 \\ &= (\mathbf{a}_k^T w_j \mathbf{h}_j - w_j G_j)^2 \\ &= \mathbf{a}_k^T w_j^2 \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^T \mathbf{a}_k - 2 w_j^2 G_j \mathbf{h}_j^T \mathbf{a}_k + w_j^2 G_j^2 \\ &= \mathbf{a}_k^T w_j^2 \mathbf{H}_j \mathbf{a}_k - 2 w_j^2 G_j \mathbf{g}_j^T \mathbf{a}_k + w_j^2 G_j^2 \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

Darin ist  $w_j^2 \mathbf{H}_j = w_j^2 \mathbf{h}_j \mathbf{h}_j^T$  eine symmetrische Segmentmatrix der Größe 16 mal 16, die den gewichteten Beitrag der Hermite-Ansatzfunktionswerte eines geometrischen Ortes zu einem Segment enthält.  $w_j^2 \mathbf{g}_j = w_j^2 G_j \mathbf{h}_j$  ist ein Segmentvektor der Länge 16, der den gewichteten Einfluß einer gegebenen Intensität auf das zugehörige Segment enthält. Mit Summation über alle Stellen  $j$  eines lokalen Segmentes und Summation über alle lokalen Segmente  $k$  lautet die Minimum-Forderung für die Summe der Fehlerquadrate:

$$\begin{aligned} R &= \sum_{(k)} \sum_{(j)} r_j^2 \rightarrow \text{Minimum!} \\ R &= \sum_{(k)} \sum_{(j)} (\mathbf{a}_k^T w_j^2 \mathbf{H}_j \mathbf{a}_k - 2 w_j^2 \mathbf{g}_j^T \mathbf{a}_k + w_j^2 G_j^2) \\ &= \mathbf{a}^T \mathbf{H} \mathbf{a} - 2 \mathbf{g}^T \mathbf{a} + G_w \end{aligned} \quad (\text{A1.8})$$

→ Minimum!

Mit der doppelten Summation erfolgt der Übergang von der Ebene der lokalen Segmente auf die globale Ebene des Gesamtgebietes: Die Segmentvektoren  $\mathbf{a}_k$ ,  $w_j^2 \mathbf{g}_j$  und Segmentmatrizen  $w_j^2 \mathbf{H}_j$  werden jeweils zu Systemvektoren  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{g}$  und Systemmatrizen  $\mathbf{H}$  akkumuliert. Bei der Durchführung der Summation wird für jeden geometrischen Ort  $j$  des Ausgleichsgebietes das jeweilige lokale Segment ermittelt, in das dieser Ort fällt, und mittels der in Abschnitt A1.2 angegebenen Koordinatentransformation die lokalen Koordinaten  $r, s$  bestimmt. Diese dienen zur Berechnung der  $\mathbf{h}_j$ , aus denen die konstante Systemmatrix  $\mathbf{H}$  gebildet wird. Die Akkumulation wird gesteuert durch die in Abschnitt A1.2 beschriebene Knotenpunktzuordnung zwischen lokalen Segmenten und Gesamtgebiet.

Die Minimum-Bedingung wird erfüllt, wenn die erste Ableitung des Fehlerquadrates  $R$  nach allen Koeffizienten  $\mathbf{a}$  gegen Null geht. (Die Existenz des Minimums kann bei dieser Methode vorausgesetzt werden.)

$$\mathbf{R}_a = \partial R / \partial \mathbf{a} = 2 \mathbf{H} \mathbf{a} - 2 \mathbf{g} = 0! \quad (\text{A1.9})$$

Hieraus folgt ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung des Systemvektors der Koeffizienten  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{H} \mathbf{a} = \mathbf{g} \quad (\text{A1.10})$$

Das Gleichungssystem macht deutlich, daß die Nichtlinearität des gewählten Hermite-Polynomansatzes sich ausschließlich in der Systemmatrix  $\mathbf{H}$  niederschlägt, die zum Zeitpunkt der Gleichungslösung bekannt ist. Der Koeffizientenvektor  $\mathbf{a}$  dagegen geht nur linear in den Ausgleichsansatz ein, weshalb die Ausgleichsanalyse insgesamt

weiterhin als linear bezeichnet wird.

Das Gleichungssystem wird mit einem für positiv definite, symmetrische Matrizen geeigneten Gleichungslöser mittels Triangulation und Vor-/Rückwärtsauflösung gelöst. Mit dem Lösungsvektor  $\mathbf{a}$  wird schließlich das Ergebnis der Ausgleichsanalyse hergestellt: Nach Selektion der  $\mathbf{a}_k$  aus  $\mathbf{a}$  (Umkehrung der Akkumulation) ergeben sich jetzt durch Matrizenmultiplikation die gesuchten ausgeglichenen Intensitäten für alle geometrischen Orte  $j$ :

$$H_j = \mathbf{a}_k^T \mathbf{h}_j \quad (\text{A1.11})$$

Sofern es für die Bewertung des Verfahrens oder Beurteilung der Güte der dem Verfahren unterzogenen Daten (Intensitäten) von Interesse ist, läßt sich mit bekanntem  $\mathbf{a}$  nun auch die tatsächliche Größe des minimierten Fehlers  $R$  berechnen:

$$R = \mathbf{a}^T \mathbf{H} \mathbf{a} - 2 \mathbf{g}^T \mathbf{a} + \sum_{(k)} \sum_{(j)} w_j^2 G_j^2 \quad (\text{A1.12})$$

Der Einzelfehler als Differenz zwischen einer gegebenen und der zugehörigen ausgeglichenen Intensität ergibt sich aus (A1.7).

Wie in Abschnitt A1.1 gefordert, soll die Problemlösung auch die Möglichkeit enthalten, interpolierend weitere Intensitäten  $H$  an nicht durch  $G$  besetzten Stellen zu bestimmen. (Diese Interpolation kann Haupt-Anwendungszweck des Verfahrens sein.) Hierzu ist Formel (A1.3) lediglich so zu verwenden, daß Index  $j$  nun auch für beliebige weitere geometrische Orte  $r, s$  bzw.  $x, y$  gilt.

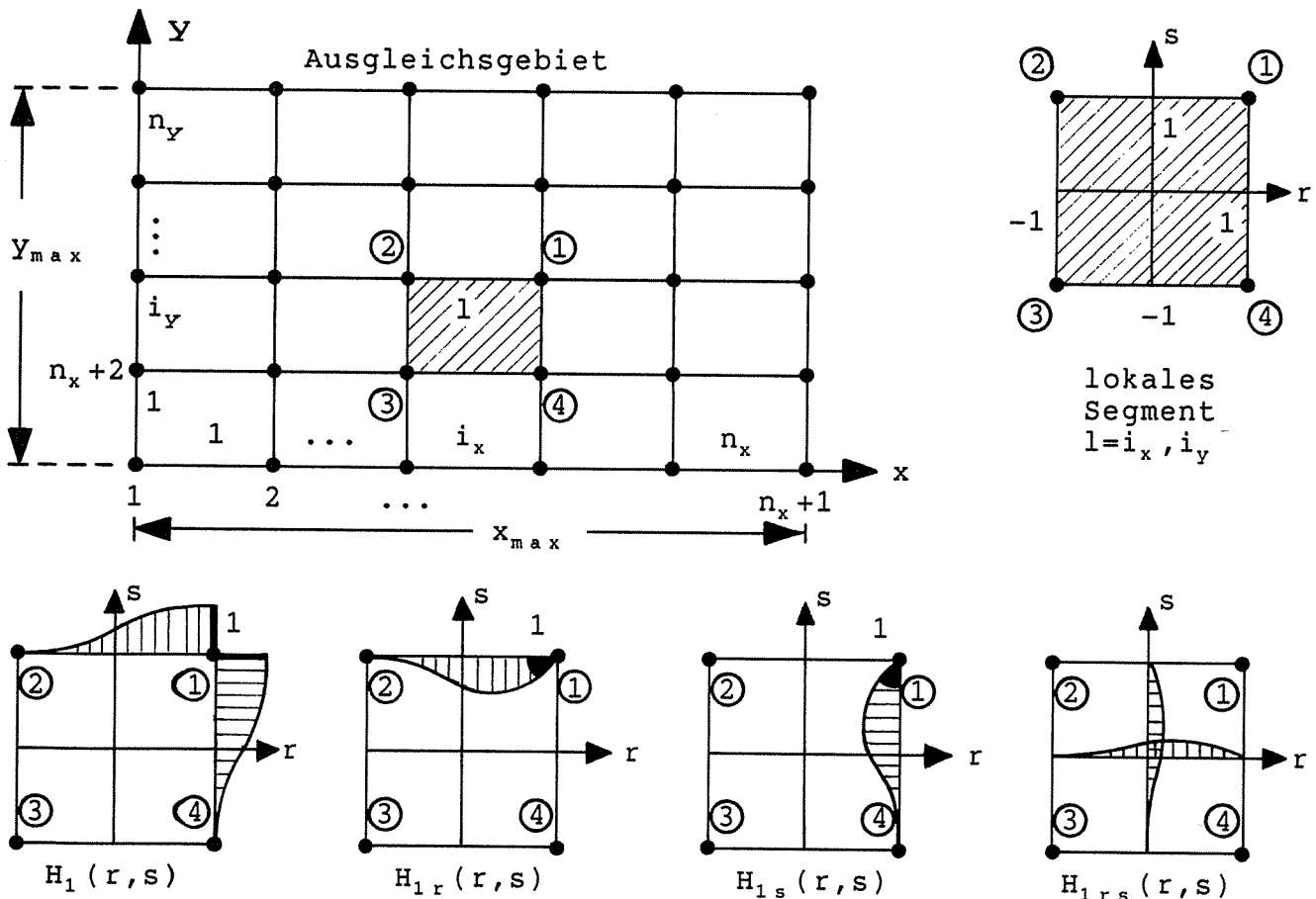


Abb. A1.1

Zweidimensionale Hermite-Ausgleichsanalyse:  
Einteilung des Ausgleichsgebietes in lokale Segmente,  
Koordinatentransformation, Knotenpunktzuordnung,  
lokale Ansatzfunktionen am Beispiel des Knotenpunktes 1



## A2 Koppelgleichungssystem für Übergangsbedingungen

Die in Abschnitt A1 behandelte zweidimensionale Hermite-Ausgleichsanalyse befaßt sich mit Problemen, die für ein globales Rechteckgebiet  $x_{max}, y_{max}$  in einem Koordinatensystem  $x, y$  formuliert sind.

Im folgenden soll eine dreidimensionale Kopplung zwischen drei Rechteckgebieten hergestellt werden, die sich an den Rändern berühren und dort gleiche Stützwerte sowie zum Teil gleiche Ableitungen besitzen (s. Abb. A2.1). Das Kopplungsproblem wird in einem Koordinatensystem  $x, y, z$  formuliert, in das der ebene Fall durch zyklische Koordinatenvertauschung eingeht.

Die drei Ausgleichsgebiete haben demnach die Abmessungen:

$$\begin{aligned} x_{max}, y_{max} & \text{ (Gebiet A),} \\ y_{max}, z_{max} & \text{ (Gebiet B),} \\ z_{max}, x_{max} & \text{ (Gebiet C).} \end{aligned}$$

Alle drei Gebiete sollen - wie in Abschnitt A1 - jeweils in lokale Segmente unterteilt sein, deren Raster durch die Segmentindizes  $i_x, i_y, i_z$  und Segmentanzahlen  $n_x, n_y, n_z$  festgelegt wird.

In Abschnitt A1 ist gezeigt, wie an den Knotenpunkten der lokalen Segmente Stützwerte  $t$  und Ableitungen  $\partial t / \partial x, \partial t / \partial y$ , sowie  $\partial^2 t / \partial x \partial y$  aufgestellt werden. Diese liegen nun für die drei Ebenen  $x, y, z$  und  $z, x$  vor. Ihnen sind Zeilen und Spalten des Gleichungssystems (A1.10) zugeordnet, auf die bei der Aufstellung des Koppelgleichungssystems zugegriffen wird.

An den Kopplungsrändern der drei Ausgleichsgebiete gelten für die Knotenpunkte der lokalen Segmente folgende Übergangsbedingungen:

**Kopplung im Koordinatenursprung:**

$$\begin{aligned} t^A & = t^B = t^C \\ \partial t^A / \partial x & = \partial t^C / \partial x \\ \partial t^B / \partial y & = \partial t^A / \partial y \\ \partial t^C / \partial z & = \partial t^B / \partial z \\ \partial^2 t^A / \partial x \partial y & = \partial^2 t^B / \partial y \partial z = \partial^2 t^C / \partial z \partial x \end{aligned} \quad (A2.1)$$

**Kopplung längs der x-Achse:**

$$\begin{aligned} t^A & = t^C \\ \partial t^A / \partial x & = \partial t^C / \partial x \end{aligned} \quad (A2.2)$$

**Kopplung längs der y-Achse:**

$$\begin{aligned} t^B & = t^A \\ \partial t^B / \partial y & = \partial t^A / \partial y \end{aligned} \quad (A2.3)$$

**Kopplung längs der z-Achse:**

$$\begin{aligned} t^C & = t^B \\ \partial t^C / \partial z & = \partial t^B / \partial z \end{aligned} \quad (A2.4)$$

Das Gleichungssystem (A1.10) für die zweidimensionale Ausgleichsanalyse wird im folgenden als Grundgleichungssystem bezeichnet. Dieses kann zunächst wie bisher für die drei Ausgleichsgebiete A, B und C getrennt aufgestellt werden:

$$H^A \mathbf{a}^A = \mathbf{g}^A \quad (A2.5)$$

$$H^B \mathbf{a}^B = \mathbf{g}^B \quad (A2.6)$$

$$H^C \mathbf{a}^C = \mathbf{g}^C \quad (A2.7)$$

Die Grundgleichungssysteme (A2.5), (A2.6), (A2.7) werden durch elementaren Zeilen- und Spaltentausch umgeordnet und in Submatrizen bzw. Subvektoren aufgeteilt:

$$H^A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ & & A_{33} & A_{34} \\ \text{symmetr.} & & & A_{44} \end{bmatrix}, \quad a^A = \begin{bmatrix} a^A_1 \\ a^A_2 \\ a^A_3 \\ a^A_4 \end{bmatrix}, \quad g^A = \begin{bmatrix} g^A_1 \\ g^A_2 \\ g^A_3 \\ g^A_4 \end{bmatrix}$$

$$H^B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ & & B_{33} & B_{34} \\ \text{symmetr.} & & & B_{44} \end{bmatrix}, \quad a^B = \begin{bmatrix} a^B_1 \\ a^B_2 \\ a^B_3 \\ a^B_4 \end{bmatrix}, \quad g^B = \begin{bmatrix} g^B_1 \\ g^B_2 \\ g^B_3 \\ g^B_4 \end{bmatrix}$$

$$H^C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ & & C_{33} & C_{34} \\ \text{symmetr.} & & & C_{44} \end{bmatrix}, \quad a^C = \begin{bmatrix} a^C_1 \\ a^C_2 \\ a^C_3 \\ a^C_4 \end{bmatrix}, \quad g^C = \begin{bmatrix} g^C_1 \\ g^C_2 \\ g^C_3 \\ g^C_4 \end{bmatrix}$$

Die obigen Submatrizen trennen jeweils zu koppelnde und nicht zu koppelnde Zeilen und Spalten der Grundgleichungssysteme voneinander:

$$\begin{aligned} A_{11}, & \quad a^A_1, \quad g^A_1: && \text{Regulärer Feldbereich A,} \\ A_{i2} = A_{2i}^T, & \quad a^A_2, \quad g^A_2: && \text{Koppelbereich x-Achse (t, } \partial t / \partial x), \\ A_{i3} = A_{3i}^T, & \quad a^A_3, \quad g^A_3: && \text{Koppelbereich y-Achse (t, } \partial t / \partial y), \\ A_{i4} = A_{4i}^T, & \quad a^A_4, \quad g^A_4: && \text{Koppelbereich Koordinatenursprung} \\ & & & \text{(t, } \partial t / \partial x, \partial t / \partial y, \partial^2 t / \partial x \partial y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{11}, & \quad a^B_1, \quad g^B_1: && \text{Regulärer Feldbereich B,} \\ B_{i2} = B_{2i}^T, & \quad a^B_2, \quad g^B_2: && \text{Koppelbereich y-Achse (t, } \partial t / \partial y), \\ B_{i3} = B_{3i}^T, & \quad a^B_3, \quad g^B_3: && \text{Koppelbereich z-Achse (t, } \partial t / \partial z), \\ B_{i4} = B_{4i}^T, & \quad a^B_4, \quad g^B_4: && \text{Koppelbereich Koordinatenursprung} \\ & & & \text{(t, } \partial t / \partial y, \partial t / \partial z, \partial^2 t / \partial y \partial z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{11}, & \quad a^C_1, \quad g^C_1: && \text{Regulärer Feldbereich C,} \\ C_{i2} = C_{2i}^T, & \quad a^C_2, \quad g^C_2: && \text{Koppelbereich z-Achse (t, } \partial t / \partial z), \\ C_{i3} = C_{3i}^T, & \quad a^C_3, \quad g^C_3: && \text{Koppelbereich x-Achse (t, } \partial t / \partial x), \\ C_{i4} = C_{4i}^T, & \quad a^C_4, \quad g^C_4: && \text{Koppelbereich Koordinatenursprung} \\ & & & \text{(t, } \partial t / \partial z, \partial t / \partial x, \partial^2 t / \partial z \partial x) \end{aligned}$$

Die Submatrizen und Subvektoren der Grundgleichungssysteme werden zum Koppelgleichungssystem akkumuliert:

$$H^K a^K = g^K \quad (A2.8)$$

wobei:

$$H^K = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & A_{12} & A_{13} & 0 & A_{14} \\ & B_{11} & 0 & 0 & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ & & C_{11} & C_{13} & 0 & C_{12} & C_{14} \\ & & & A_{22} + C_{33} & A_{23} & C_{32} & A_{24} + C_{34} \\ & & & & B_{22} + A_{33} & B_{23} & B_{24} + A_{34} \\ & & & & & C_{24} + B_{33} & C_{24} + B_{34} \\ \text{symmetr.} & & & & & & A_{44} + B_{44} + C_{44} \end{bmatrix}$$

$$a^K = \begin{bmatrix} a^A_1 \\ a^B_1 \\ a^C_1 \\ a^A_2 \quad (= a^C_3) \\ a^B_2 \quad (= a^A_3) \\ a^C_2 \quad (= a^B_3) \\ a^A_4 \quad (= a^B_4 = a^C_4) \end{bmatrix}, \quad g^K = \begin{bmatrix} g^A_1 \\ g^B_1 \\ g^C_1 \\ g^A_2 + g^C_3 \\ g^B_2 + g^A_3 \\ g^C_2 + g^B_3 \\ g^A_4 + g^B_4 + g^C_4 \end{bmatrix}.$$

Das Koppelgleichungssystem besitzt selbstadaptive Datenstruktur. Nach der Akkumulation unterscheidet sich also seine Struktur nicht mehr von der Grundgleichungssysteme. (A2.8) wird mit einem für positiv definite, symmetrische Matrizen geeigneten Gleichungslöser mittels Triangulation und Vor/Rückwärtsauflösung gelöst. Der Lösungsvektor  $a^k$  kann gemäß obiger Vorschrift wieder in seine Subvektoren zerlegt werden, aus denen sich die Lösungen  $a^A$ ,  $a^B$  und  $a^C$  der Ausgleichsgebiete A,B und C ergeben. Diese können - wie in Abschnitt A1 beschrieben - ausgewertet werden.

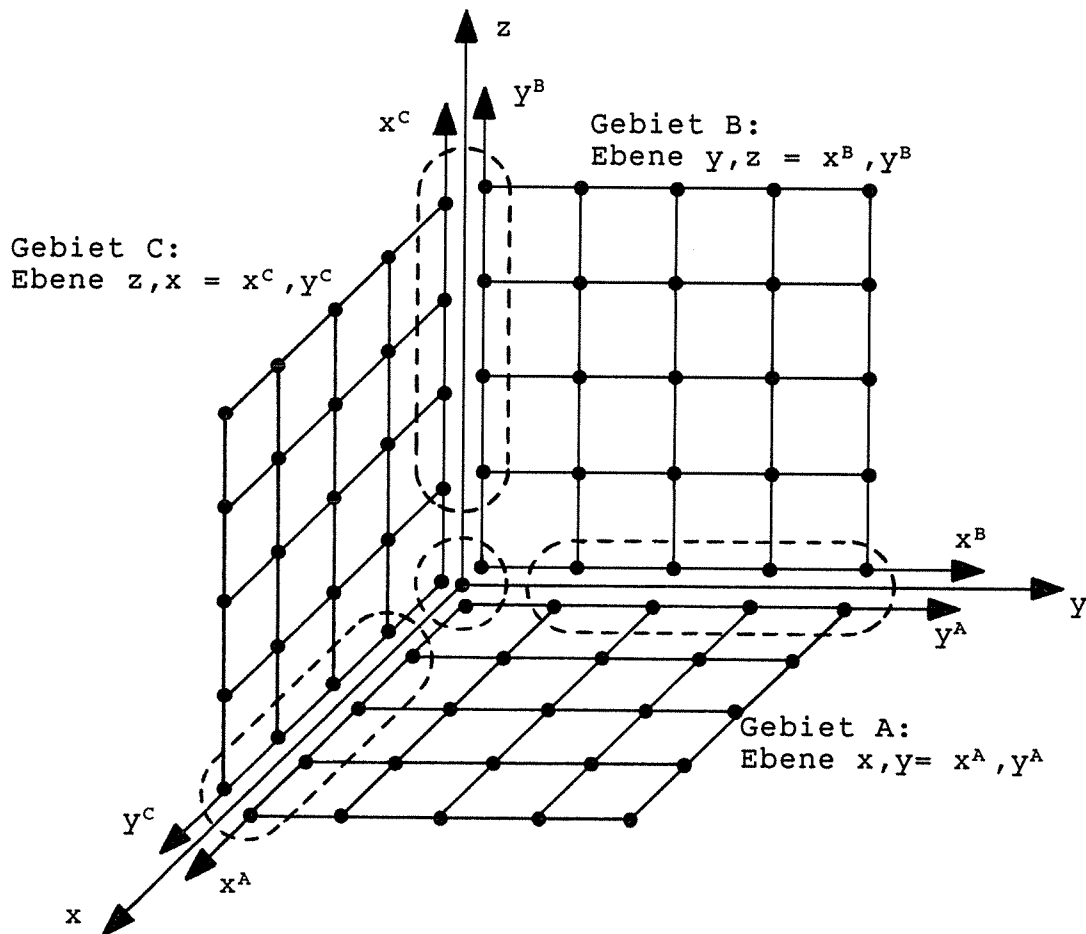


Abb. A2.1

Koppelbeziehungen zwischen drei Hermite-Ausgleichsproblemen:  
Gekoppelte Stützwerte und Ableitungen längs der Achsen  $x, y, z$





### A3 Korrektur geometrischer Imperfektionen

Gegeben sind drei Schätzpunkte  $S_1, S_2, S_3$  mit den Koordinaten  $x_1^s, y_1^s, x_2^s, y_2^s$  und  $x_3^s, y_3^s$  in einer Ebene  $x, y$ . Die Schätzpunkte sollen näherungsweise ein gleichseitiges Dreieck beschreiben (s. Abb. A3.1).

Gesucht wird eine Koordinatentransformation der Ebene  $x, y$  (Translation, Rotation) in eine Ebene  $r, s$  derart, daß ein in der Ebene  $r, s$  liegendes, vorgegebenes gleichseitiges Dreieck mit den Eckpunkten  $P_1, P_2, P_3$  bezüglich seiner Koordinaten  $x_1, y_1, x_2, y_2$  und  $x_3, y_3$  soweit möglich mit  $S_1, S_2, S_3$  zur Deckung gebracht wird. Die gefundene Koordinatentransformation dient zur Justierung der Lage aller Punkte der Ebene  $x, y$  durch Korrektur geometrischer Imperfektionen der Schätzpunkte  $S_1, S_2, S_3$  (s. Abb. 5.5).

Die Lösung des Problems führt auf eine Ausgleichsanalyse, bei der die Summe der Fehlerquadrate der Abstände  $S_1-P_1, S_2-P_2$  und  $S_3-P_3$  zum Minimum gemacht wird:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= (x_1 - x_1^s)^2 + (y_1 - y_1^s)^2 \\ d_2^2 &= (x_2 - x_2^s)^2 + (y_2 - y_2^s)^2 \\ d_3^2 &= (x_3 - x_3^s)^2 + (y_3 - y_3^s)^2 \\ f &= d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \rightarrow \text{Minimum!} \end{aligned} \quad (\text{A3.1})$$

Um das Minimum zu bestimmen, muß (A3.1) nach den gesuchten Koordinatentransformations-Parametern abgeleitet werden. Abb. A3.1 zeigt die gesuchte Lage der von Imperfektionen bereinigten Ebene  $r, s$  relativ zur Ebene  $x, y$ . In der Ebene  $r, s$  ist der Koordinatenursprung gleichzeitig Mittelpunkt des gegebenen gleichseitigen Dreiecks  $P_1, P_2, P_3$ , dessen übrige Lage durch einen Soll-Winkel  $\psi$  und einen Radius  $r = O - P_1$  festgelegt ist. Der gesuchte Ursprung des  $r, s$ -Systems ist  $x_0, y_0$ , die zugehörige rotierte Lage wird durch den Korrekturwinkel

$$\delta\psi_0 = \psi_0 - \psi \quad (\text{A3.2})$$

angegeben, wobei  $\psi_0$  den aufgrund der Schätzung  $S_1, S_2, S_3$  vom Soll-Winkel  $\psi$  abweichenden, hier zu bestimmenden Ist-Winkel bezeichnet. Für die Punkte  $P_1, P_2, P_3$  ergeben sich im  $x, y$ -System die Beziehungen:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + r \cos(\psi_0) \\ y_1 &= y_0 + r \sin(\psi_0) \\ x_2 &= x_0 + r \cos(\psi_0 + 4\pi/3) \\ y_2 &= y_0 + r \sin(\psi_0 + 4\pi/3) \\ x_3 &= x_0 + r \cos(\psi_0 + 2\pi/3) \\ y_3 &= y_0 + r \sin(\psi_0 + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

Am gesuchten Minimum von  $f$  sind die Ableitungen von (A3.1) nach  $x_0, y_0$  und  $\psi_0$  gleich Null. Daher wird gefordert:

$$\begin{aligned} \partial f / \partial x_0 &= 0! \\ \partial f / \partial y_0 &= 0! \\ \partial f / \partial \psi_0 &= 0! \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

Wie sich allerdings durch Inspektion der Problemstellung zeigt, existiert auch ein Maximum als "Lösung", wenn das zu justierende Dreieck  $P_1, P_2, P_3$  um ca.  $180 [^\circ]$  gegen  $S_1, S_2, S_3$  verdreht ist. Die Lösungsstrategie muß daher den Ausschluß des Maximums mit enthalten. Dieses ist aber unproblematisch, da die im gesuchten Winkel  $\psi_0$  enthaltene Imperfektion  $\delta\psi_0 = \psi_0 - \psi$  in der Umgebung von Null liegt.

Setzt man (A3.3) in (A3.1) ein so folgt:

$$f = (x_0 + r \cos(\psi_0) - x_1^s)^2 + (y_0 + r \sin(\psi_0) - y_1^s)^2 + (x_0 + r \cos(\psi_0 + 4\pi/3) - x_2^s)^2 + (y_0 + r \sin(\psi_0 + 4\pi/3) - y_2^s)^2 + (x_0 + r \cos(\psi_0 + 2\pi/3) - x_3^s)^2 + (y_0 + r \sin(\psi_0 + 2\pi/3) - y_3^s)^2$$

Ableitung nach  $x_0$ :

$$\frac{\partial f}{\partial x_0} = 2(x_0 + r \cos(\psi_0) - x_1^s) + 2(x_0 + r \cos(\psi_0 + 4\pi/3) - x_2^s) + 2(x_0 + r \cos(\psi_0 + 2\pi/3) - x_3^s) = 0! \quad (\text{A3.5})$$

Ableitung nach  $y_0$ :

$$\frac{\partial f}{\partial y_0} = 2(y_0 + r \sin(\psi_0) - y_1^s) + 2(y_0 + r \sin(\psi_0 + 4\pi/3) - y_2^s) + 2(y_0 + r \sin(\psi_0 + 2\pi/3) - y_3^s) = 0! \quad (\text{A3.6})$$

Ableitung nach  $\psi_0$ :

$$\frac{\partial f}{\partial \psi_0} = 2(x_0 + r \cos(\psi_0) - x_1^s)(-r \sin(\psi_0)) + 2(y_0 + r \sin(\psi_0) - y_1^s)(r \cos(\psi_0)) + 2(x_0 + r \cos(\psi_0 + 4\pi/3) - x_2^s)(-r \sin(\psi_0 + 4\pi/3)) + 2(y_0 + r \sin(\psi_0 + 4\pi/3) - y_2^s)(r \cos(\psi_0 + 4\pi/3)) + 2(x_0 + r \cos(\psi_0 + 2\pi/3) - x_3^s)(-r \sin(\psi_0 + 2\pi/3)) + 2(y_0 + r \sin(\psi_0 + 2\pi/3) - y_3^s)(r \cos(\psi_0 + 2\pi/3)) = 0! \quad (\text{A3.7})$$

Die gesuchte Lösung wird aus (A3.5), (A3.6) und (A3.7) iterativ bestimmt. Setzt man einen iterierten Schätzwert  $\psi_0^{(i)}$  in (A3.5) und (A3.6) ein, so ergeben sich die korrespondierenden  $x_0^{(i)}$  und  $y_0^{(i)}$  durch Elimination. Diese werden in (A3.7) eingesetzt, und es folgt für  $\psi_0^{(i)}$ :

$$\frac{\partial f}{\partial \psi_0} = z \quad (\text{i.a.} \neq 0) \quad (\text{A3.8})$$

$z$  wird zur Zielfunktion, deren Nulldurchgang anzeigt, daß die Lösung  $x_0, y_0, \psi_0$  gefunden worden ist. Die Iteration kann nach der Regula falsi durchgeführt werden, wobei - wie oben erwähnt - darauf zu achten ist, daß die Konvergenz auf das Minimum und nicht auf das ebenfalls vorhandene Maximum erfolgt.

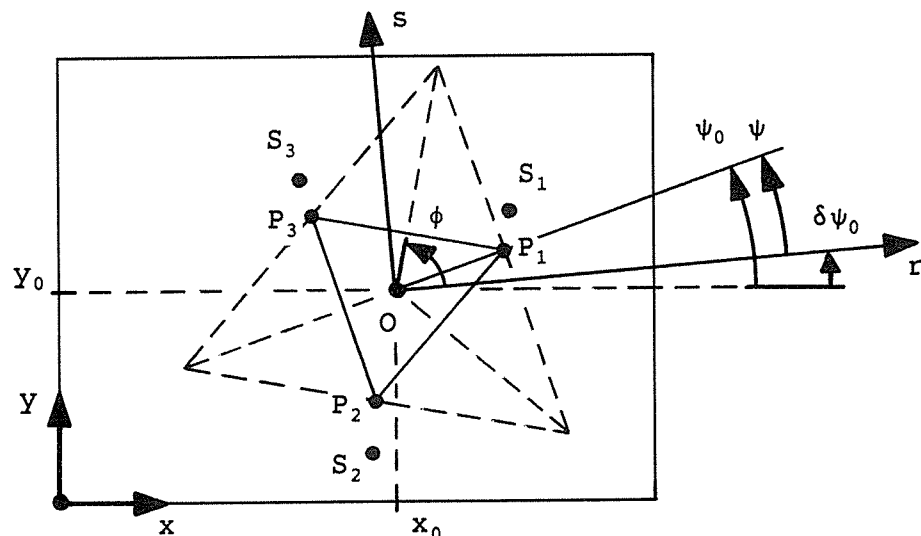


Abb. A3.1

Korrektur geometrischer Imperfektionen: Justierung der Punkte  $P_1, P_2, P_3$  bezüglich  $S_1, S_2, S_3$ , Transformation vom  $x, y$ - zum  $r, s$ -System

## A4 Rechner-Aspekte

### A4.1 Transformation der Meßtemperaturen

Die bei der Temperaturmessung mit Infrarotthermographie anfallenden Digitalbilddaten werden an einem VAX-Rechner im Dialogbetrieb in einen Datensatz umgewandelt, der der nachfolgenden Finite-Differenzen-Analyse zugeführt wird.

#### Eingabe:

- Digitalbilddatei INNEN, 480 Zeilen, 512 Spalten, 8 Bits/Pixel
- Digitalbilddatei AUSSEN, 480 Zeilen, 512 Spalten, 8 Bits/Pixel
- Definitionsdatei Pyramidensystem (geometrische und thermische Kalibrierinformationen, Finite-Differenzen-Raster, sonstige Steuerparameter)

#### Ausgabe:

- Meßtemperatur-Datensatz (bei Finite-Differenzen-Raster von 15\*15\*15 Knotenpunkten: 818 Temperatur-Werte)

### A4.2 Iterative Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten

Die iterative Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten wird an einem VAX-Rechner im Stapelbetrieb (i.a. Nachtläufer) organisiert. Dabei wird mittels Kommandoprozedur eine Iterationsschleife gesteuert, die im Wechsel zunächst einen Datensatz für das Rechenprogramm STAT3D aufstellt (Prediktor-Rechnung) und anschließend mit STAT3D das zugrundeliegende stationäre Wärmeleitungsproblem löst (Korrektor-Rechnung). Insgesamt werden 10 Iterationszyklen durchlaufen.

Der Rechenzeitbedarf hängt von den Leistungsmerkmalen des verwendeten VAX-Rechners, sowie dessen Auslastungsgrad durch mehrere Benutzer ab.

Folgende Rechner können derzeit im Cluster angesteuert werden:

VAX	Prozessoren	MIPS
6320	2 parallel	2 * 4
6520	2 parallel	2 * 13
8600	1	4

Die längste Wartezeit auf das Ende eines Iterations-Rechenlaufes betrug im vorliegenden Fall mehr als 18 Stunden Verweilzeit auf der VAX 8600 (bei großer Benutzerbelastung), die kürzeste Wartezeit im Wochenendbetrieb: 2 Stunden auf der VAX 6520.

#### Eingabe:

- Meßtemperatur-Datensatz (bei Finite-Differenzen-Raster von 15\*15\*15 Knotenpunkten: 818 Temperatur-Werte)
- Definitionsdatei Pyramidensystem (Finite-Differenzen-Raster, sonstige Steuerparameter)

#### Ausgabe:

- Letzte Prediktion der zu ermittelnden Wärmeübergangskoeffizienten (bei Finite-Differenzen-Raster von 15\*15\*15 Knotenpunkten: 848 Alpha-Werte)

- Rechnerisch ermitteltes Temperaturprofil für das ganze Finite-Differenzen-System (bei FD-Raster von 15\*15\*15 Knotenpunkten: 3375 Temperatur-Werte)

Das Konvergenzverhalten eines Iterationslaufes wird durch Ausgabe der Temperaturresiduen (Fehlerquadrate der Temperaturdifferenzen zwischen Messung und Berechnung) überprüft.  
Für die Serie der Hauptwinkelstellungen  $\phi = 0 [^\circ]$  bis  $105 [^\circ]$  ergibt sich folgende Entwicklung der Residuen:

Rechenläufe U (Windsimulation "AUS"):

IT	U000	U015	U030	U045	U060	U075	U090	U105
1	561.2	645.7	745.2	765.3	676.1	687.2	772.4	733.1
2	203.5	227.4	247.9	256.5	231.9	234.2	275.7	268.8
3	96.4	100.9	93.0	99.3	94.6	92.3	118.6	124.9
4	84.1	86.1	76.1	81.7	79.5	77.4	100.0	106.7
5	81.8	83.2	74.3	79.9	78.0	76.1	96.3	102.9
6	80.4	81.5	73.4	78.9	77.1	75.5	94.1	100.7
7	79.2	80.1	72.5	77.9	76.3	74.8	92.4	99.0
8	78.2	79.0	71.8	77.2	75.6	74.2	91.1	97.8
9	77.5	78.2	71.2	76.6	75.0	73.7	90.1	97.0
10	77.0	77.7	70.8	76.2	74.7	73.3	89.3	96.3

Rechenläufe V (Windsimulation "EIN"):

IT	V000	V015	V030	V045	V060	V075	V090	V105
1	278.5	277.3	473.2	512.1	487.9	383.4	429.8	379.1
2	153.2	136.3	168.8	171.4	159.3	160.7	187.2	171.5
3	125.9	106.8	120.1	108.7	103.5	134.5	152.6	133.5
4	118.1	100.8	116.2	104.4	101.3	132.0	147.1	127.2
5	113.6	97.7	115.0	103.4	101.3	130.5	143.8	123.8
6	110.3	95.2	113.4	102.0	100.4	128.7	140.8	120.9
7	108.1	93.3	112.0	100.6	99.4	127.1	138.5	118.7
8	106.6	91.9	111.0	99.6	98.6	125.9	136.7	116.9
9	105.5	90.9	110.2	98.9	98.0	125.1	135.4	115.7
10	104.6	90.2	109.7	98.3	97.6	124.4	134.5	114.9

Die Entwicklung der Residuen zeigt, daß aufgrund der Konvergenzeigenschaften des Prediktors in der Regel bereits nach etwa drei Iterationsschritten die Größenordnung der gesuchten Lösung erreicht wird.

Der unterschiedliche Grad des weiteren Rückganges ist auf die unterschiedliche physikalische Konsistenz der Meßdaten - insbesondere Imperfektionen der geometrischen Justierung zurückzuführen.

Die auch nach weiteren Iterationsschritten nicht mehr reduzierbaren Temperaturdifferenzen beruhen auf der Begrenzung des Auflösungsvermögens der Infrarotkamera.



## Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

- Nr. 1/1968  
**Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)**  
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft
- Nr. 2/1970 (vergriffen)  
G. Andreae  
**Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitern**
- Nr. 3/1970  
J. Ziebs  
**Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile**
- Nr. 4/1970 (vergriffen)  
A. Burmester  
**Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit – Grundlagen und Vergütungsverfahren**
- Nr. 5/1971  
N. Steiner  
**Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken**
- Nr. 6/1971  
P. Schneider  
**Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen**
- Nr. 7/1971  
H.-J. Petrowitz  
**Chromatographie und chemische Konstitution – Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie**
- Nr. 8/1971  
H. Veith  
**Zum Spannungs-Drehungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung**
- Nr. 9/1971  
K.-H. Möller  
**Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen**
- Nr. 10/1972  
D. Aurich, E. Martin  
**Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode**
- Nr. 11/1972  
H.-J. Krause  
**Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden**
- Nr. 12/1972  
H. Feuerberg  
**Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren**
- Nr. 13/1972  
K.-H. Habig, K. Kirschke, W.-W. Maennig, H. Tischer  
**Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen  $760$  und  $2 \cdot 10^{-7}$  Torr**
- Nr. 14/1972  
E. Fischer  
**Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz**
- Nr. 15/1972  
H. Pohl  
**Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse**
- Nr. 16/1972  
E. Knublauch  
**Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadensfeuer**
- Nr. 17/1972  
P. Reimers  
**Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen**
- Nr. 18/1973  
W. Struck  
**Das Sprödbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**
- Nr. 19/1973  
K. Kaffanke, H. Czichos
- Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen**
- Nr. 20/1973  
R. Rudolphi  
**Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden**
- Nr. 21/1973  
D. Klaffke, W. Maennig  
**Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung**
- Nr. 22/1973  
R. Rudolphi, E. Knublauch  
**Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen**
- Nr. 23/1973  
W. Ruske  
**Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen**
- Nr. 24/1973  
J. Stanke, E. Klement, R. Rudolphi  
**Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung**
- Nr. 25/1973  
E. Knublauch  
**Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen**
- Nr. 26/1974  
P. Jost, P. Reimers, P. Weise  
**Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM – Eigenschaften und erste Anwendungen**
- Nr. 27/1974  
H. Wüstenberg  
**Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall**
- Nr. 28/1974  
H. Heinrich  
**Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern**
- Nr. 29/1974  
P. Schneider  
**Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelet für senkrechten, schrägen und allseitigen Schallenfall**
- Nr. 30/1974 (vergriffen)  
H. Czichos, G. Salomon  
**The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology**
- Nr. 31/1975  
G. Fuhrmann  
**Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung**
- Nr. 32/1975  
R. Rudolphi, B. Böttcher  
**Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen**
- Nr. 33/1975  
A. Wagner, G. Kieper, R. Rudolphi  
**Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nichtstationären Meßverfahrens**
- Nr. 34/1976 (vergriffen)  
H.-J. Deppe  
**Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoff**
- Nr. 35/1976  
E. Limberger  
**Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper – Vorschlag für ein Prüfverfahren –**
- Nr. 36/1976 (vergriffen)  
J. Hundt  
**Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles**
- Nr. 37/1976  
W. Struck  
**Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen – Vorschlag für ein Prüfverfahren –**
- Nr. 38/1976  
K.-H. Habig  
**Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionisiertem Stahl 42 CrMo 4**
- Nr. 39/1976  
K. Kirschke, G. Kempf  
**Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit nicht-Newtonschem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Scherbeanspruchung**
- Nr. 40/1976  
H. Hantsche  
**Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren**
- Nr. 41/1976  
B. Böttcher  
**Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten**
- Nr. 42/1976  
S. Dietlen  
**Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft**
- Nr. 43/1976  
W. Struck  
**Das Sprödbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches**
- Nr. 44/1976  
W. Matthees  
**Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms „Stab-Werk“**
- Nr. 45/1976  
W. Paatsch  
**Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten**
- Nr. 46/1977 (vergriffen)  
G. Schickert, H. Winkler  
**Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung**  
**Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses**
- Nr. 47/1977  
A. Plank  
**Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen**
- Nr. 48/1977  
U. Holzlöhner  
**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn**
- Nr. 49/1977  
G. Wittig  
**Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung**
- Nr. 50/1978 (vergriffen)  
N. Czaika, N. Mayer, C. Amberg, G. Magiera, G. Andreae, W. Markowski  
**Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und -überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern**
- Nr. 51/1978  
J. Sickfeld  
**Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen**
- Nr. 52/1978  
A. Tomov  
**Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung**
- Nr. 53/1978  
R.-G. Rohrmann, R. Rudolphi  
**Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge**
- Nr. 54/1978  
H. Sander  
**Magnetisches Verhalten dünner Eisenschichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung**
- Nr. 55/1978  
D. Klaffke  
**Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristallite polykristalliner 99,999 %-Al-Proben bei Biegewechselbeanspruchung**
- Nr. 56/1979  
W. Brüner, C. Langlie  
**Stabilität von Sandwichbauteilen**
- Nr. 57/1979  
M. Stadthaus  
**Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung**

- Investigations on Inspection-Media for Magnetic-Particle-Testing
- Nr. 58/1979  
W. Struck  
**Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau**
- Nr. 59/1979  
G. Plauk  
**Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl**
- Nr. 60/1979  
H. Spreckelmeyer, R. Helms, J. Ziebs  
**Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken**
- Nr. 61/1979  
K. Richter  
**Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems**
- Nr. 62/1979  
W. Gerisch, G. Becker  
**Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle**
- Nr. 63/1979  
E. Behrend, J. Ludwig  
**Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase**
- Nr. 64/1980  
W. Rücker  
**Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung**
- Nr. 65/1980  
P. Schmidt, D. Aurich, R. Helms, H. Veith, J. Ziebs  
**Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte**
- Nr. 66/1980  
M. Hattwig  
**Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung**
- Nr. 67/1980  
W. Mathees  
**Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung**
- Nr. 68/1980  
D. Petersohn  
**Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Stereomeßtechnik. Entwicklung eines volleuzentrischen Präzisions-Goniometers**
- Nr. 69/1980  
F. Buchhardt, P. Brandl  
**Untersuchungen zur Integrität des Liners von Reaktorsicherheitschillen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise**
- Nr. 70/1980 (vergriffen)  
G. Schickert  
**Schwellenwerte beim Betondruckversuch**
- Nr. 71/1980  
W. Mathees, G. Magiera  
**Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen**
- Nr. 72/1980  
R. Rudolphi  
**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen**
- Nr. 73/1980  
P. Wegener  
**Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen**
- Nr. 74/1980  
R. Rudolphi, R. Müller  
**ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz**
- Nr. 75/1980  
H.-J. Heinrich  
**Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen**
- Nr. 76/1980  
D. Klaffke, W.-W. Maennig  
**Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop**
- Nr. 77/1981  
M. Gierloff, M. Maulzsch  
**Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen**
- Nr. 78/1981  
W. Rücker  
**Dynamische Wechselwirkung eines Schienen-Swellensystems mit dem Untergrund**
- Nr. 79/1981  
V. Neumann  
**Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflußten Kalttribneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch**
- Nr. 80/1981  
A. Plank, W. Struck, M. Tzschätzsch  
**Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten**
- Nr. 81/1981  
J. Schmidt  
**Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik**
- Nr. 82/1982  
R. Helms, H.-J. Kühn, S. Ledworowski  
**Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches**  
**Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test**
- Nr. 83/1982  
H. Czichos, P. Feinle  
**Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen**  
**- Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen -**
- Nr. 84/1982  
R. Müller, R. Rudolphi  
**Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)**
- Nr. 85/ISBN 3-88314-231-X/1982  
H. Czichos  
**Technische Materialforschung und -prüfung**  
**- Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm „Basic Technological Research“ -**  
**Materials Research and Testing**  
**- Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme “Basic Technological Research” -**
- Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/1982  
K. Niesel, P. Schimelwitz  
**Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügemerkmale**
- Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/1982  
B. Isecke, W. Stichel  
**Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren**
- Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/1983  
A. Erhard  
**Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall**
- Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/1983  
D. Conrad, S. Dietlen  
**Untersuchungen zur Zerfallsfähigkeit von Distickstoffoxid**
- Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/1983  
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**
- Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/1983  
M. Weber  
**Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz**
- Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/1983  
L. Auersch  
**Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden**
- Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/1983  
P. Studt  
**Unterdrückung stickstoff-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen**
- Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/1983  
Xian-Quan Dong  
**Untersuchungen der Störerschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen**
- Nr. 95/ISBN 3-88314-289-1/1983  
M. Römer  
**Über die Fokussierung des Schallfeldes von Ultraschall-Prüfköpfen mit Fresnelschen Zonenplatten**
- Nr. 96/ISBN 3-88314-296-4/1983  
H. Eifler  
**Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken**
- Nr. 97/ISBN 3-88314-297-2/1983  
G. Fuhrmann, W. Schwarz  
**Typische Bruchflächenausbildung thermoplastischer Kunststoffe nach wechselnder mechanischer Beanspruchung**
- Nr. 98/ISBN 3-88314-312-X/1983  
E. Schnabel  
**Bestimmung des elastischen Verhaltens von Maschinenwaren**  
**- Stretch- und Erholungsvermögen -**
- Nr. 99/ISBN 3-88314-317-0/1983  
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von Stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen**  
**Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**
- Nr. 100/ISBN 3-88314-298-0/1984  
G. Klamrowski, P. Neustupny  
**Untersuchungen zur Prüfung von Beton auf Frostwiderstand**
- Nr. 101/ISBN 3-88314-327-8/1984  
P. Reimers, J. Goebels, H. Heidt, P. Weise, K. Wilding  
**Röntgen- und Gammastrahlen Computer-Tomographie**
- Nr. 102/ISBN 3-88314-335-9/1984  
G. Magiera  
**Weiterentwicklung des hydraulischen Kompensationsverfahrens zur Druckspannungsmessung in Beton**
- Nr. 103/ISBN 3-88314-328-6/1984  
D. Schnitger  
**Radiographie mit Elektronen aus Metallverstärkerfolien**
- Nr. 104/ISBN 3-88314-339-1/1984  
M. Gierloff  
**Beeinflussung von Betoneigenschaften durch Zusatz von Kunststoffdispersionen**
- Nr. 105/ISBN 3-88314-345-6/1984  
B. Schulz-Forberg  
**Beitrag zum Bremsverhalten energieumwandelnder Aufsetzpuffer in Aufzugsanlagen**
- Nr. 106/ISBN 3-88314-360-X/1984  
J. Lehnert  
**Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last**
- Nr. 107/ISBN 3-88314-361-8/1984  
W. Stichel, J. Ehreke  
**Korrosion von Stahlradiatoren**
- Nr. 108/ISBN 3-88314-363-4/1984  
L. Auersch  
**Durch Bodenerschütterungen angeregte Gebäudeschwingungen - Ergebnisse von Modellrechnungen**
- Nr. 109/ISBN 3-88314-381-2/1985  
M. Omar  
**Zur Wirkung der Schrumpfbinderung auf den Schweißspannungszustand und das Spröbruchverhalten von unterpulvergeschweißten Blechen aus St E 460 N**
- Nr. 110/ISBN 3-88314-382-0/1985  
H. Walde, B. Kropp  
**Wasserstoff als Energieträger**
- Nr. 111/ISBN 3-88314-383-9/1985  
K. Ziegler  
**Über den Einfluß der Initiierung auf die detonative Umsetzung von Analex-Sprengstoffen unter Berücksichtigung sicherheitstechnischer Gesichtspunkte**
- Nr. 112/ISBN 3-88314-409-6/1985  
W. Lützwow  
**Zeitstandverhalten und strukturelle Veränderungen von vielfach wiederverarbeiteten Polyethylenen**
- Nr. 113/ISBN 3-88314-410-X/1985  
R. Helms, H. Henke, G. Oelrich, T. Saito  
**Untersuchungen zum Frequenzeinfluß auf die Schwingungskorrosion von Offshore-Konstruktionen**

- Nr. 114/ISBN 3-88314-419-3/1985  
P. Rose, P. Raabe, W. Daum, A. Szameit  
**Neue Verfahren für die Prüfung von Reaktorkomponenten mittels Röntgen- und Gammastrahlen**
- Nr. 115/ISBN 3-88314-420-7/1985  
K. Richter  
**Farbempfindungsmerkmal Elementaruntun und Buntheitsabstände als Funktion von Farbart und Leuchtdichte von In- und Umfeld**
- Nr. 116/ISBN 3-88314-460-6/1985  
F.-J. Kasper, R. Müller, R. Rudolphi, A. Wagner  
**Theoretische Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten von Fensterkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung der Rahmenproblematik**
- Nr. 117/ISBN 3-88314-468-1/1985  
H. Czichos, G. Sievers  
**Materials Technologies and Techno-Economic Development  
A Study for the German Foundation for International Development (Deutsche Stiftung für Internationale Entwicklung)**
- Nr. 118/ISBN 3-88314-469-X/1985  
H. Treumann, H. Andre, E. Blossfeld, N. Pfeil, M.-M. Zindler  
**Brand- und Explosionsgefahren explosionsgefährlicher Stoffe bei Herstellung und Lagerung. Modellversuche mit pyrotechnischen Sätzen und Gegenständen**
- Nr. 119/ISBN 3-88314-472-X/1985  
J. Herter, K. Brandes, E. Limberger  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil I  
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members  
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part I**
- Nr. 120/ISBN 3-88314-514-9/1986  
A. Hecht  
**Zerstörungsfreie Korngrößenbestimmung an austenitischen Feinblechen mit Hilfe der Ultraschallrückstreuung**
- Nr. 121/ISBN 3-88314-530-0/1986  
P. Feinle, K.-H. Habig  
**Versagenskriterien von Stahlgleitpaarungen unter Mischreibungsbedingungen: Einflüsse von Stahzzusammensetzung und Wärmebehandlung**
- Nr. 122/ISBN 3-88314-521-1/1986  
J. Mischke  
**Entsorgung kerntechnischer Anlagen**  
Sonderkolloquium der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) am 10. 12. 1985 mit Beiträgen von B. Schulz-Förberg, K.E. Wieser und B. Droste
- Nr. 123/ISBN 3-88314-531-9/1986  
D. Rennoch  
**Physikalisch-chemische Analyse sowie toxische Beurteilung der beim thermischen Zerfall organisch-chemischer Baustoffe entstehenden Brandgase**
- Nr. 124/ISBN 3-88314-538-6/1986  
H.-M. Thomas  
**Zur Anwendung des Impuls-Wirbelstromverfahrens in der zerstörungsfreien Materialprüfung**
- Nr. 125/ISBN 3-88314-540-8/1986 (vergriffen)  
B. Droste, U. Probst  
**Untersuchungen zur Wirksamkeit der Brandschutzisolierung von Flüssiggas-Lagertanks**
- Nr. 126/ISBN 3-88314-547-5/1986  
W. Stichel  
**Korrosion und Korrosionsschutz von Metallen in Schwimmhallen**
- Nr. 127/ISBN 3-88314-564-5/1986 (vergriffen)  
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter, K. Berner  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members  
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil I  
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part I**
- Nr. 128/ISBN 3-88314-568-8/1986 (vergriffen)  
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter, K. Berner  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members  
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil II  
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part II**
- Nr. 129/ISBN 3-88314-569-6/1980 (vergriffen)  
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter, K. Berner  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load**
- Zugversuche an Betonstahl mit erhöhter Dehgeschwindigkeit  
Reinforcing Steel Tension Tests with high strain rates**
- Nr. 130/ISBN 3-88314-570-X/1986  
W. Struck  
**Einfache Abschätzung der Durchbiegung und der Energieaufnahme von Trägern aus duktilem Material bei Belastung durch eine Einzelkraft**
- Nr. 131/ISBN 3-88314-585-8/1986  
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load  
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil II  
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part II**
- Nr. 132/ISBN 3-88314-595-5/1987  
Chr. Herold, F.-U. Vogdt  
**Ermittlung der Ursachen von Schäden an bituminösen Dachabdichtungen unter besonderer Berücksichtigung klimatischer Beanspruchungen**
- Nr. 133/ISBN 3-88314-609-9/1987 (vergriffen)  
M. Woydt, K.-H. Habig  
**Technisch-physikalische Grundlagen zum tribologischen Verhalten keramischer Werkstoffe**
- Nr. 134/ISBN 3-88314-615-3/1987  
G. Andreae, G. Niessen  
**Über den Kernstrahlungseinfluß auf Dehnungsmeßstreifen**
- Nr. 135/ISBN 3-88314-618-8/1987  
J. Ludwig, W.-D. Mischke, A. Ulrich  
**Untersuchungen über das Verhalten von Tankcontainern für unter Druck verflüssigte Gase bei Fallbeanspruchungen**
- Nr. 136/ISBN 3-88314-636-6/1987  
H.-J. Deppe, K. Schmidt  
**Untersuchung zur Beurteilung von Brettschichtverleimungen für den Holzbau**
- Nr. 137/ISBN 3-88314-637-4/1987  
D. Aurich  
**Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte auf der Grundlage von Forschungsergebnissen auf dem Gebiete der Komponentensicherheit**
- Nr. 138/ISBN 3-88314-635-8/1987  
M. Dogunke, F. Buchhardt  
**Zur geowissenschaftlichen Einordnung des Gebietes der Bundesrepublik Deutschland und einer sicheren Auslegung technischer Systeme gegen den Lastfall Erdbeben.**
- Nr. 139/ISBN 3-88314-658-7/1987  
J. Olschewski, S.-P. Scholz  
**Numerische Untersuchung zum Verhalten des Hochtemperaturwerkstoffes Nimonic PE 16 unter monotoner und zyklischer Belastung bei Verwendung verschiedener plastischer und viskoplastischer Materialmodelle**
- Nr. 140/ISBN 3-88314-643-9/1987  
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**
- Nr. 141/ISBN 3-88314-694-3/1987  
F. Buchhardt, W. Matthees, G. Magiera, F. Mathiak  
**Zum Einfluß des Sicherheits- und Auslegungserdbebens auf die Bemessung von Kernkraftwerken**
- Nr. 142/ISBN 3-88314-695-1/1987  
H. Treumann, G. Krüger, N. Pfeil, S. von Zahn-Ullmann  
**Sicherheitstechnische Kenndaten und Gefährzahlen binärer Mischungen aus oxidierenden und verbrennlichen Substanzen**
- Nr. 143/ISBN 3-88314-701-X/1987  
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter  
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen  
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members  
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen bei Stoßbelastung  
Experimental and numerical investigations concerning Load Bearing Behaviour of Reinforced Concrete Members under Impact Load**
- Nr. 144/ISBN 3-88314-702-8/1987  
F. Buchhardt, G. Magiera, W. Matthees, M. Weber, J. Altes  
**Nichtlineare dynamische Berechnungen zum Penetrationsverhalten des AVR-Reaktorgebäudes**
- Nr. 145/ISBN 3-88314-711-7/1987  
U. Holzlöhner  
**Untersuchung selbstähnlicher Systeme zur Bestimmung von Materialeigenschaften von Reibungsböden**
- Nr. 146/ISBN 3-88314-714-1/1987  
W. Schön, M. Mallon  
**Untersuchungen zur Wirksamkeit von Wasserberieselungseinrichtungen als Brandschutzmaßnahme für Flüssiggas-Lagertanks**
- Nr. 147/ISBN 3-88314-720-6/1987  
H.-D. Kleinschrodt  
**Lösung dynamischer Biege- und Torsionsprobleme von Stabsystemen aus dünnwandigen elastischen Stäben mit offenem Querschnitt mittels frequenzabhängiger Ansatzfunktionen**
- Nr. 148/ISBN 3-88314-774-5/1988  
W. Müller  
**Theoretische Untersuchung von Variationsprinzipien für elastoplastisches Materialverhalten sowie Entwicklung und numerische Erprobung von Finite-Element-Verfahren für den ebenen Spannungszustand**
- Nr. 149/ISBN 3-88314-775-3/1988  
U. Holzlöhner  
**Bestimmung baugrunddynamischer Kenngrößen aus der Untersuchung von Bodenproben**
- Nr. 150/ISBN 3-88314-776-1/1988  
M. Weber  
**VG3D Zeichenprogramm für Vektorgraphische Darstellung dreidimensionaler Strukturen**
- Nr. 151/ISBN 3-88314-785-0/1988  
L. Auersch-Saworski  
**Wechselwirkung starrer und flexibler Strukturen mit dem Baugrund insbesondere bei Anregung durch Bodenerschütterungen**
- Nr. 152/ISBN 3-88314-796-6/1988  
G. Plauk, G. Kretschmann, R.-G. Rohrmann  
**Untersuchung des baulichen Zustandes und der Tragfähigkeit vorgespannter Riegel von Verkehrszeichenbrücken der Berliner Stadtautobahn**
- Nr. 153/ISBN 3-88314-797-4/1988  
H. Sander, W.-W. Maennig  
**Magnetisches Verhalten von Eisenproben bei mechanischer Wechselbeanspruchung**
- Nr. 154/ISBN 3-88314-822-9/1988  
K. Breitzkreutz, R. Uttech, K. Haedecke  
**Druckgesinterte Stähle als zertifiziertes Referenzmaterial für die Spektrometrie**
- Nr. 155/ISBN 3-88314-825-3/1988  
L. Auersch  
**Zur Entstehung und Ausbreitung von Schienenverkehrerschütterungen: Theoretische Untersuchungen und Messung am Hochgeschwindigkeitszug Intercity Experimental**
- Nr. 156/ISBN 3-88314-887-3/1989  
G. Klamrowski, P. Neustupny, H.-J. Deppe, K. Schmidt, J. Hundt  
**Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit von Faserzementen**
- Nr. 157/ISBN 3-88314-888-1/1989  
E. Limberger, K. Brandes  
**Versuche zum Verhalten von Stahlbetonbalken mit Übergreifungsstößen der Zugbewehrung unter stoßartiger Belastung**
- Nr. 158/ISBN 3-88314-889-X/1989  
R. Wäsche, K.-H. Habig  
**Physikalisch-chemische Grundlagen der Feststoffschmierung - Literaturübersicht -**
- Nr. 159/ISBN 3-88314-890-3/1989  
R. Müller, R. Rudolphi  
**Berechnung des Wärmedurchlaßwiderstandes und der Temperaturverteilung im Querschnitt von Hausschornsteinen nach DIN 18160 Teil 6**
- Nr. 160/ISBN 3-88314-917-9/1989  
W. Matthees  
**Entwicklung eines Makroelementes durch Kondensation am Beispiel der Lastfälle Flugzeugabsturz und Erdbeben bei Boden-Bauwerk-Wechselwirkung mit biegeweichen Fundamenten**
- Nr. 161/ISBN 3-88314-920-9/1989  
G. Mellmann, M. Maultzsch  
**Untersuchung zur Ermittlung der Biegefestigkeit von Flachglas für bauliche Anlagen**
- Nr. 162/ISBN 3-88314-921-7/1989  
W. Brünner  
**Untersuchungen zur Tragfähigkeit großer Glasscheiben**
- Nr. 163/ISBN 3-88314-922-5/1989  
W. Brünner, G. Mellmann, W. Struck  
**Biegefestigkeit und Tragfähigkeit von Scheiben aus Flachglas für bauliche Anlagen**
- Nr. 164/ISBN 3-88314-934-9/1989  
R. Helms, B. Jaenicke, H. Wolter, C.-P. Bork  
**Zur Schwingfestigkeit großer geschweißter Stahlträger**

Nr. 165/ISBN 3-88314-935-7/1989

P. Göbel, L. Meckel, W. Schiller

**Untersuchung zur Erarbeitung von Kennwerten bei  
Einrichtungsmaterialien (Holzwerkstoffen, Möbeln  
und Textilien) hinsichtlich der Formaldehyd-  
Emission.**

**Teil B: Textilien**

Nr. 166/ISBN 3-88314-936-5/1989

K. Breitzkreutz

**Modelle für Stereologische Analysen**

Nr. 167/ISBN 3-88314-937-3/1989

A. Mitakidis, W. Rücker

**Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum  
bei transienten Belastungsvorgängen**

Nr. 168/ISBN 3-88314-958-6/1990

F.-J. Kasper, R. Müller, R. Rudolphi

**Numerische Untersuchung geometriebedingter Wär-  
mebrücken (Winkel und Ecken) unter Einsatz hoch-  
auflösender Farbgraphik bei Berücksichtigung der  
Tauwasserproblematik und des Mindestluftwechsels**

Nr. 169/ISBN 3-88314-959-4/1990

Chr. Kohl, W. Rücker

**Integration der Untergrounddynamik in das Programm-  
system MEDYNA, dargestellt am Beispiel des Intercity  
Experimental (ICE)**

Nr. 170/ISBN 3-88314-960-8/1990

P. Studt, W. Kerner, Tin Win

**Untersuchung der mikrobiologischen Schädigung  
wassergemischter Kühlschmierstoffe mit dem Ziel  
der Verbesserung der Arbeitshygiene, der Minderung  
der Geruchsbelastung und der Menge zu entsorgen-  
der Emulsionen**

Nr. 171/ISBN 3-88314-997-7/1990

F. Buchhardt

**Ein Operator zur Koppelung beliebig benachbarter dy-  
namischer Systeme am Beispiel der Boden-Bauwerk-  
Wechselwirkung**

Nr. 172/ISBN 3-88314-998-5/1990

J. Vielhaber, G. Plauk

**Grenztragfähigkeit großer Verbundprofilstützen**

Nr. 173/ISBN 3-88314-999-3/1990

B. Droste, J. Ludwig, B. Schulz-Forberg

**Höherwertige Transporttechnik und ihre Konsequen-  
zen für die Beförderung gefährlicher Güter**

Nr. 174/ISBN 3-88429-021-8/1990

D. Aurich

**Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer  
Versagenskonzepte**

Nr. 175/ISBN 3-88429-022-6/1990

W. Brocks, D. Klingbeil, J. Olschewski

**Lösung der HRR-Feld-Gleichungen der elastisch-pla-  
stischen Bruchmechanik**

Nr. 176/ISBN 3-88429-035-6/1990

W. Matthees, G. Magiera

**Iterative Dekonvulation der seismischen Basiser-  
regung für den Zeitraum**

Nr. 177/ISBN 3-89429-090-0/1991

G. Schickert, H. Krause, H. Wiggenhauser

**Studie zur Anwendung zerstörungsfreier Prüfver-  
fahren bei Ingenieurbauwerken**

Nr. 178/ISBN 3-89429-429-9/1991

G. Andreae, J. Knapp, G. Niessen

**Entwicklung und Untersuchung eines kapazitiven  
Hochtemperatur-Dehnungsaufnehmers für Einsatz-  
temperaturen bis ca. 1000 °C**

Nr. 179 / ISBN 3-89429-100-1 / 1991

H. Eifler

**Die Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbeton-  
Plattenbalken, bewehrt mit naturhartem Betonstahl  
BST 500 S im Bereich negativer Biegemomente**

Nr. 180 / ISBN 3-89429-101-X / 1991

E. Klement, G. Wieser

**Zur numerischen Übertragbarkeit von Prüfungser-  
gebnissen an Hausschornsteinen auf Schornsteine  
mit anderen lichten Querschnitten**

Nr. 181/ISBN 3-89429-105-2/1991

H. Czichos, R. Helms, J. Lexow

**Industrial and Materials Technologies: Research and  
Development Trends and Needs**

Nr. 182/ISBN 3-89429-145-1/1992

M. Weber

**Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten im  
Bereich geometriebedingter Wärmebrücken**