

BAM Bundesanstalt für
Materialforschung und -prüfung

Forschungsbericht 202

Über eine Verteilungsfunktion mit Parametern
für Median, Spannweite, Schiefe und Wölbung;
Konzept und Anwendung

Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt



Aufgaben der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)

Die Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung ist als Bundesoberbehörde im Geschäftsbereich des Bundesministers für Wirtschaft das technisch-wissenschaftliche Staatsinstitut der Bundesrepublik Deutschland für Materialtechnologien, Chemische Analytik und Sicherheitstechnik. Dieser Komplex stellt in allen Industrieländern einen technologischen Schlüsselbereich dar, da Materialien als Konstruktions- und Funktionswerkstoffe die Grundlage der gesamten Technik bilden. Die Materialforschung, die zuverlässige, normengerechte Prüfung und chemische Analyse sowie die sicherheitstechnische Beurteilung von Werkstoffen, Bauteilen und Konstruktionen sind wesentliche Voraussetzungen für eine leistungs- und wettbewerbsfähige Wirtschaft im Hinblick auf die Anforderungen an Qualität und Zuverlässigkeit technischer Produkte, Umweltschutzanforderungen und die Notwendigkeit der sparsamen Verwendung von Rohstoffen und Energie.

Die Bundesanstalt hat die Aufgabe, die Entwicklung der deutschen Wirtschaft zu fördern, indem sie Werkstoff- und Materialforschung betreibt, die Materialprüfung sowie die chemische Analytik und Sicherheitstechnik stetig weiterentwickelt.

In diesem Rahmen bestehen folgende Arbeitsschwerpunkte:

1. Technisch-wissenschaftliche Grundlagen des Materialwesens, der Sicherheitstechnik und der chemischen Analytik einschließlich zugehöriger Referenzmaterialien und -verfahren

2. Materialsicherung einschließlich Qualitätssicherung, Materialschutz, Recycling
3. Öffentliche technische Sicherheit
4. Technologien im Umwelt- und Gesundheitsschutz
5. Technologien in der Energiesicherung
6. Technologie- und Wissenstransfer

Ihre Arbeiten gliedern sich in:

- A Forschung und Entwicklung, besonders auf denjenigen Gebieten, die der Leistungssteigerung der Wirtschaft, der Sicherheitstechnik sowie der Schaffung und Erhaltung volkswirtschaftlicher Werte dienen,
- B Prüfung und Untersuchung von Stoffen und technischen Produkten auf der Basis von Gesetzen, Verordnungen oder technischen Regeln,
- C Beratung und Information von Bundesministerien sowie Durchführung von Aufgaben, die ihr von diesen im Einvernehmen mit dem Bundesministerium für Wirtschaft übertragen werden, Durchführung von Aufträgen aus der Wirtschaft, Beratung und Information von Wirtschafts- und Verbraucherorganisationen sowie Mitwirkung in nationalen und internationalen Gremien und Normenausschüssen und bei der Technischen Zusammenarbeit mit Entwicklungsländern.

Die Ergebnisse ihrer und fremder wissenschaftlicher Arbeiten hat die Bundesanstalt zu sammeln, zu ordnen und der Allgemeinheit zugänglich und nutzbar zu machen.

Forschungsbericht 202

**Über eine Verteilungsfunktion mit Parametern
für Median, Spannweite, Schiefe und Wölbung;
Konzept und Anwendung**

Dipl.-Ing. Jürgen Schmidt

48 Seiten, 16 Abbildungen, 10 Tabellen

Herausgegeben von der

Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)
Unter den Eichen 87, 12205 Berlin
☒ 12200 Berlin
Telefon (030) 81 04-0
Telefax (030) 8 11 20 29

Copyright © 1994 by Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven

Herstellung:
Wirtschaftsverlag NW
Verlag für neue Wissenschaft GmbH
Am Alten Hafen 113-115 · 27568 Bremerhaven
☒ Postfach 10 11 10 · 27511 Bremerhaven
Telefon (04 71) 4 60 93-95
Telefax (04 71) 4 27 65

ISSN 0938-5533
ISBN 3-89429-481-7

Zusammenfassung

Aus einer einfachen mathematischen Struktur, die die als Verteilungsfunktion allgemein definierte Formulierung und deren Differentialquotienten, die Verteilungsdichte, enthält, sind durch unterschiedliche Verfügung über die unabhängige Variable einige häufig verwendete Verteilungsfunktionen abzuleiten. Bei Austausch des Differentialquotienten in dieser Grundstruktur gegen einen speziell definierten Differenzenquotienten ergibt sich eine Verteilungsfunktion, die durch Einführung des Medians als Parameter eine neuartige Vorstellung von der Struktur natürlicher Verteilungen vermittelt. Mit der Einführung eines Potenzparameters ist ein Maß für die Wölbung zu erhalten. Die Formulierung der unabhängigen Variablen enthält zwei weitere Parameter, mit denen die Grenzen der Verteilung angegeben werden und die zusammen mit dem Median ein Maß für die Schiefe ergeben. Die neuartige Funktion eignet sich für eine Linearisierung, so daß Extrapolationen in die Grenzbereiche der Verteilung ausgeführt werden können. Das Verfahren für die rechnerische Bestimmung der vier Parameter wird angegeben.

Summary

Proceeding on a simple mathematical structure, including the distribution function in the general defined formulation and its differential derivation, the distribution density, some of the often used distribution functions can be obtained by different dispositions of the independent variable.

In exchange of the differential derivation in this ground structure for a specially defined quotient of differences a distribution function results which, by application of the median as a parameter conveys a novel idea of the structure of natural distributions. The application of a power parameter yields a measure of the kurtosis. The formulation of the independent variable includes two additional parameters which designate the boundaries of the distribution and yields together with the median a measure of the skewness. The new function is suitable for tests of linearity so that extrapolations in the boundary areas of the distribution are possible. The procedures of arithmetical determination of the four parameters are given.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Die Grundstruktur für einige bekannte Verteilungsfunktionen	7
3	Die Änderungen an der Grundstruktur; die Einführung des Medians als Parameter	8
4	Die Verfügung über die unabhängige Variable; die Einführung von Grenzparametern	9
5	Die Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz als Kriterium für die Anwendbarkeit der Verteilungsfunktion	10
5.1	Das Maß für die Schiefe einer Verteilungsdichte	10
5.2	Das Maß für die Wölbung einer Verteilungsdichte	11
6	Die Verfügung über die unabhängige Variable der y-X-Transformation	11
6.1	Fragestellung	11
6.2	Vorbereitung	11
6.3	Lösungen der Kategorie I	12
6.4	Lösungen der Kategorie II	12
7	Die Berechnung der drei Lageparameter (Grenzparameter und Median)	13
7.1	Die Grundrechnung	13
7.2	Der Stützpunkttest	14
7.3	Die Kriterien für die beste Anpassung	15
8	Zusammenfassung und Schlußbemerkung	16
9	Literatur	17
 <u>Anlagen</u>		
1	Median und Erwartungswert	19
2	Exponentialfunktion und Fundamentalform der neuartigen Verteilungsfunktion	21
3	Besonderheiten der Fundamentalform $R(y)$	23
4	Ableitung der Formeln für die Berechnung der Grenzparameter y_1 und y_0	27
5	Beispiele der Anwertung	29
6	Überlegungen zu den Parametern für die Schiefe und für die Wölbung	35
7	Das neuartige Verfahren der Selektion als Alternative zu dem Verfahren der linearen Regression	41

1 Einleitung

Für die sicherheitstechnische Beurteilung zündbarer Stoffe werden Proben in Versuchseinrichtungen Belastungen ausgesetzt, durch die nach Art von Ja/Nein-Ergebnissen Zündungen ausgelöst werden oder nicht (relative Zündhäufigkeiten). Die Beträge, beispielsweise einer mechanischen oder thermischen Belastung, werden in festgelegten Abständen geändert, und die Zündhäufigkeiten werden ausgezählt. Je weniger Einzelversuche ausgeführt werden, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei besonders geringen Belastungen keine Zündungen und bei besonders hohen Belastungen nur Zündungen registriert werden. Für sicherheitstechnische Belange sind jedoch besonders die Häufigkeiten in diesen Ausläufern einer Häufigkeitsverteilung von Interesse, nämlich für die Einschätzung der Empfindlichkeit eines Stoffes im unteren Ausläufer (relative Häufigkeit nahe Null) und für die Beurteilung der Funktionssicherheit von Zündern im oberen Ausläufer (relative Häufigkeit nahe Eins). Darum ist an mathematische Formulierungen für die Verknüpfung der Häufigkeiten mit den Beträgen der Belastung (Verteilungsfunktion), die die Ergebnisse

im mittleren Bereich der Verteilung gut beschreiben, die Forderung zu stellen, daß Extrapolationen in die Ausläufer der Verteilung möglich sind.

Es wird ein mathematisches Modell vorgestellt, aus dem sich ein Verfahren zur Linearisierung der Daten-Darstellung entwickeln läßt. Mit der Möglichkeit der Linearisierung ist die Möglichkeit der geforderten Extrapolationen gegeben.

Bei vielfacher Erprobung des Verfahrens hat sich ergeben, daß außer Verteilungen von Zündhäufigkeiten (Beispiele 1 und 2 in Anlage 5) auch andere statistische Verteilungen, wie solche nach Art "Belastung/Wirkung" (Beispiel 3 in Anlage 5) und Verteilungen der Biometrie (Beispiel 4 in Anlage 5), gut zu beschreiben sind. Andere Bereiche der erprobten Anwendung sind Verteilungen der Korngrößen von Schüttgütern, der Dosis – Mortalität, der Konzentration chemischer Stoffe sowie Streuungen von Werkstück – Abmessungen und von Meßergebnissen.

2 Die Grundstruktur für einige bekannte Verteilungsfunktionen

Es sei t eine positive reelle Zahl, die den Betrag eines Meßwertes angibt oder eine dem Meßwert eindeutig zugeordnete Größe. Weiterhin sei t die Variable einer kontinuierlich verlaufenden Funktion $F(t)$, die in dem Bereich zwischen Null und Eins existiert, die mit t monoton ansteigt und die in dem Bereich $0 < F(t) < 1$ stetig ist. Mit diesen Erklärungen ist $F(t)$ als Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen T charakterisiert, mit der die Wahrscheinlichkeit numerisch angegeben wird, daß diese Variable T kleiner oder gleich t ist:

$$F(t) = \Pr (T \leq t).$$

Als Grundstruktur für einige bekannte Verteilungsfunktionen wird die Beziehung

$$L(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} \quad (1)$$

eingeführt.

Aus verschiedenen Ansätzen für $L(t)$ lassen sich daraus die folgenden Verteilungsfunktionen ableiten:

1) Mit dem Ansatz

$$L_1 = c_1 = \text{const. für alle } t \quad (2a)$$

und der Festsetzung $F(t=0) = 0$ ergibt die

Integration von

$$\frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(1 - F(t)) = c_1$$

bekanntlich die Exponentialverteilung zur Basis e :

$$F(t) = 1 - e^{-c_1 t} .$$

2) Mit dem Ansatz der Proportionalität von $L(t)$ zu der Variablen t :

$$L_2 = c_2 t \quad (2b)$$

und der Festsetzung $F(t=0) = 0$ ergibt die Integration von

$$\frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(1 - F(t)) = c_2 t$$

die als Rayleigh-Verteilung bekannte Funktion

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{c_2}{2} t^2}$$

3) Mit dem erweiterten Ansatz der Proportionalität von $L(t)$ zu einer Potenz der Variablen t :

$$L_3 = c_3 t^b; \quad b > 0, \text{ reell} \quad (2c)$$

und der Festsetzung $F(t=0) = 0$ ergibt die Integration von

$$\frac{dF(t)}{1-F(t)} = -\frac{d}{dt} \ln(1-F(t)) = c_3 t^b$$

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{c_3}{b+1} t^{b+1}}$$

Aus dieser Form der Verteilungsfunktion ergeben sich die speziellen Funktionen:

3a) Die Weibull-Verteilung (Lit. 1):

Es wird als unabhängige Variable $t = x - x_u$ gewählt, indem wegen $F(t=0) = 0$ mit x_u eine untere Begrenzung der Verteilung angenommen wird. Die Potenz ist $b+1 = m$ und der Maßstabsparameter $m/c_3 = x_0$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{(x-x_u)^m}{x_0}}$$

3b) Die Verteilung nach Rosin, Rammler und Sperling (Lit. 2) für die Korngrößenverteilung von Schüttgütern. Mit dem Korngrößen-Durchmesser d ist der Siebdurchgang

$$D(d) = 1 - e^{-\left(\frac{d}{d'}\right)^n}$$

mit den Parametern $b+1 = n$ und $n/c_3 = d'^n$.

Der Unterschied zu der Weibull-Verteilung besteht in der Annahme, daß sich die Verteilung bis zum Durchmesser Null erstreckt.

3 Die Änderungen an der Grundstruktur; die Einführung des Medians als Parameter

In dem vorstehenden Abschnitt wird gezeigt, daß sich aus der Grundstruktur

$$L(t) = \frac{dF(t)}{1-F(t)} \quad (1)$$

einige der bekannten, häufig verwendeten Verteilungsfunktionen ableiten lassen. Diese Grundstruktur ist die Basis für die Gegenüberstellung einer neuartigen Verteilungsfunktion zu dem System bekannter Funktionen. Es werden zwei Änderungen vorgenommen:

- Anstelle des Differentialquotienten wird der Differenzenquotient einer Funktion $F^*(t)$

$$\frac{F^*(t_a) - F^*(t_b)}{t_a - t_b}$$

eingeführt, der bekanntlich nach dem Zentralwert-Satz der Infinitesimalrechnung bei dem Übergang $t_b \rightarrow t_a$ in den Differentialquotienten übergeht.

- Statt des Grenzüberganges $t_b \rightarrow t_a$ wird, bei fixiertem $t_a = t$, der Übergang $F^*(t_b \rightarrow 0) = 0$ ausgeführt. Dann stellt der Quotient

$$\frac{F^*(t)}{t} = D(t)$$

eine mittlere Verteilungsdichte zwischen Null und t dar; sie wird durch

$$D(t) = D\left[\overline{0 \div t}\right] \quad (3)$$

beschrieben.

Mit diesen beiden Änderungen wird anstelle der Struktur (1) die Struktur

$$L^*(t) = \frac{D\left[\overline{0 \div t}\right]}{1-F^*(t)} = \frac{F^*(t)}{t(1-F^*(t))}$$

gesetzt. Es wird ein Differentialquotient gegen einen speziell definierten Differenzenquotienten ausgetauscht.

Wenn in Analogie zu dem Ansatz

$$L_1 = c_1 \quad (2a)$$

$$L_1^* = c_1^* = \text{const.} \quad \text{für alle } t$$

angesetzt wird, und der durch

$$F^*(t_{1/2}) = 1 - F^*(t_{1/2})$$

definierte Median $t_{1/2}$ eingeführt wird, ergibt sich:

$$L_1^* = \frac{1}{t_{1/2}} = \frac{F^*(t)}{t(1-F^*(t))},$$

also

$$c_1^* = \frac{1}{t_{1/2}} \quad \text{und}$$

$$\frac{F^*(t)}{1-F^*(t)} = \frac{t}{t_{1/2}} \quad ; \quad F^*(t) = \frac{t}{t_{1/2} + t} \quad (4)$$

Dies ist die Fundamentalform der neuartigen Verteilungsfunktion. Einige Konsequenzen der Einführung des Medians als Parameter werden in der Anlage 1 ausgeführt. In der Anlage 2 wird diese Fundamentalform der Exponentialfunktion zur Basis e gegenübergestellt.

Die Fundamentalform wird erweitert, indem in Analogie zu dem Ansatz

$$L_3(t) = c_3 t^b \quad (2c)$$

der Ansatz

$$L_3^*(t) = c_3^* t^b$$

eingeführt wird. Die Analogie besteht also darin, daß, wie bei bekannten Verteilungsfunktionen, die Variable zur Potenz erhoben wird. Somit ist, mit der Funktion $p(t)$ anstelle von $F^*(t)$:

$$L_3^*(t) = \frac{p(t)}{t(1-p(t))} = c_3^* t^b.$$

Mit der Einführung des Medians $t_{1/2}$ durch

$$p(t_{1/2}) = 1 - p(t_{1/2}) \quad \text{wird}$$

$$L_3^*(t_{1/2}) = \frac{1}{t_{1/2}} = c_3^* t_{1/2}^b,$$

also

$$c_3^* = \frac{1}{t_{1/2}^{(b+1)}}$$

und mit $b+1 = a$:

$$q(t) = \frac{p(t)}{1-p(t)} = \frac{t^a}{t_{1/2}^a} \quad ; \quad p(t) = \frac{t^a}{t_{1/2}^a + t^a}.$$

Dies ist die allgemeine Form der neuartigen Verteilungsfunktion.

Der Quotient

$$q(t) = \frac{p(t)}{1-p(t)} \quad (5)$$

wird als Alternativen-Quotient bezeichnet.

4 Die Verfügung über die unabhängige Variable; die Einführung von Grenzparametern

Es werden folgende vier Prinzipien zusammengefügt:

- die Konzeption der mit (3) definierten mittleren Verteilungsdichte,
- die Einführung einer unteren Begrenzung der Verteilung (Grenzparameter y_0), wie bei der Weibull-Verteilung,
- die Einführung einer oberen Begrenzung der Verteilung (Grenzparameter y_1),
- die Fundamentalform der Verteilungsfunktion und deren allgemeine Form.

Die Verteilungsfunktion $R(y)$ mit den in Abschnitt 2 bezeichneten Eigenschaften der Funktion $F(t)$ wird für den Bereich zwischen y_0 und y durch

$$R(y) = D \left| \overline{y_0 \div y} \right| (y - y_0)$$

beschrieben und für den Bereich zwischen y und y_1 durch

$$1 - R(y) = D \left| \overline{y \div y_1} \right| (y_1 - y).$$

Ferner wird erklärt:

$$R(y \leq y_0) = 0 \quad \text{und} \quad R(y \geq y_1) = 1.$$

Der Quotient

$$Q(y) = \frac{R(y)}{1-R(y)} = \frac{D \left| \overline{y_0 \div y} \right|}{D \left| \overline{y \div y_1} \right|} \frac{y - y_0}{y_1 - y}$$

wird mit der Fundamentalform (4) verglichen:

Mit der als $y-X(y)$ - Transformation bezeichneten Rechenvorschrift

$$X(y) = \frac{y - y_0}{y_1 - y} \quad (6)$$

wird eine neue Variable anstelle der Variablen t eingeführt. Die Größe $t_{1/2}$ wird ersetzt durch

$$K = \frac{D|y \div y_1|}{D|y_0 \div y|} \quad (7)$$

Mit dieser Verfügung über die unabhängige Variable durch Einführung von Grenzparametern ist die Fundamentalform:

$$Q(y) = \frac{X(y)}{K} ; \quad R(y) = \frac{X(y)}{K + X(y)} \quad (8)$$

Der Übergang von der Fundamentalform zu der allgemeinen Form wird durch das Potenzieren

$$Q^a(y) = q(y)$$

vollzogen:

$$q(y) = \frac{X^a(y)}{K^a} ; \quad p(y) = \frac{X^a(y)}{K^a + X^a(y)} \quad (9)$$

Die Funktion $q(y)$ wird als X^a -Theorem bezeichnet, die Funktion $p(y)$ als X^a -Verteilung. Die beiden Funktionen sind durch

$$q = \frac{p}{1 - p}$$

verknüpft.

5 Die Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz als Kriterium für die Anwendbarkeit der Verteilungsfunktion

Mit der allgemeinen Form des X^a -Theorems ist nach Einführung der Variablen X die Struktur der neuartigen Verteilungsfunktion gegeben:

$$q = \frac{p}{1 - p} = \frac{X^a}{K^a} \quad (9)$$

Aus der logarithmierten Form des Theorems

$$\ln q = a(\ln X - \ln K)$$

ergibt sich für die Frage nach dessen Anwendbarkeit das Kriterium, daß sich – sofern K und a Konstanten sind – in einem graphischen Netz, in dem die beiden Koordinaten logarithmisch unterteilt sind, eine empirische Verteilung als eine Punktfolge darstellen lassen muß, die sich um eine Gerade gruppiert. Diese Möglichkeit der Linearisierung ist für viele dokumentierte empirische Verteilungen nachgewiesen worden; ein Beispiel ist in *Bild 1* angegeben. Weitere Beispiele sind in Anlage 5 angeführt.

Anhand dieser Gegebenheit der Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz wird bestätigt, daß empirisch ermittelte Verteilungen existieren, für die die Größe

$$K = \frac{D|y \div y_1|}{D|y_0 \div y|} \quad (7)$$

und der Potenzparameter a charakterisierende Konstanten sind.

5.1 Das Maß für die Schiefe einer Verteilungsdichte

Mit (7) wird ausgesagt, daß das Verhältnis der mittleren Verteilungsdichten in den Bereichen $y \div y_1$ und $y_0 \div y$ unabhängig von der Verteilungsvariablen y ist. Die Konstante K ergibt sich aus den Lageparametern y_0 , $y_{1/2}$ und y_1 als zusammengesetzter Parameter; denn aus der Fundamentalform

$$Q(y) = \frac{X(y)}{K} \quad (8)$$

ergibt sich mit der Definition für den Median

$$Q(y_{1/2}) = 1$$

und der y - X -Transformation

$$X(y) = \frac{y - y_0}{y_1 - y} \quad (6)$$

der Median der reduzierten Verteilung

$$K = X(y_{1/2}) = \frac{y_{1/2} - y_0}{y_1 - y_{1/2}} = X_{1/2} \quad (7a)$$

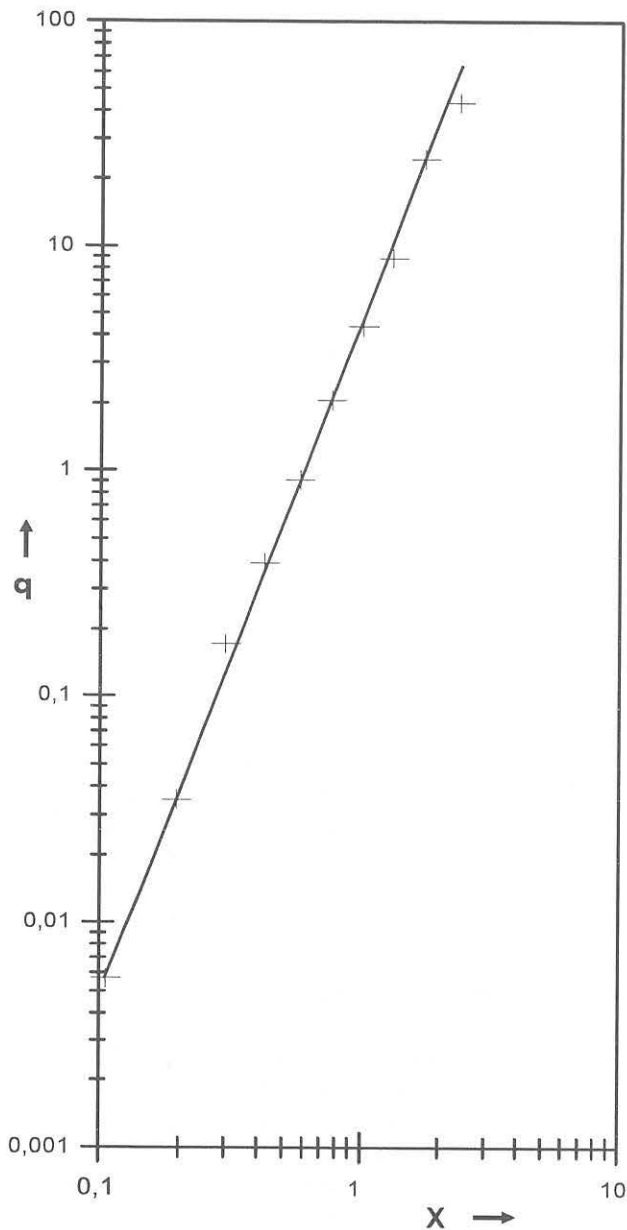


Bild 1:
Beispiel für die Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz

Weil eine Verteilung bei dem Abszissenwert $X(y_{1/2})$ in Hälften geteilt wird, d. h. in den Bereichen $y_0 \div y_{1/2}$ und $y_{1/2} \div y_1$ jeweils die Hälfte der Daten liegt, ist der zusammengesetzte Parameter (7a) ein Maß für die Schiefe der Dichte der reduzierten Verteilung.

Die allgemeine Form der X^a -Verteilung und des X^a -Theorems ist somit

$$p(X) = \frac{X^a}{X_{1/2}^a + X^a}$$

und

$$q(X) = \frac{X^a}{X_{1/2}^a} \quad (9a)$$

5.2 Das Maß für die Wölbung einer Verteilungsdichte

Bei der Erprobung des X^a -Theorems durch Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz und bei dem im folgenden beschriebenen rechnerischen Verfahren zur Parameter-Bestimmung hat es sich als hinreichend erwiesen, für den Potenzparameter a , gemessen als Anstieg der Geraden im DLN in (mm/mm), eine ganze Zahl von kleinem Betrag anzusetzen.

Es sind bisher die Zahlen Zwei, Drei und Vier, aber auch Eins aufgetreten. Zu der Frage, ob diese Vorgabe der Ganzzahligkeit auch sinnvoll begründet werden können, werden in der Anlage 6 Überlegungen beschrieben.

6 Die Verfügung über die unabhängige Variable der $y - X$ -Transformation

6.1 Fragestellung

Mit dem Median ist der Betrag auf der Maßskala einer Verteilung lokalisiert, bei dem die Verteilung genau halbiert wird. Wenn anstelle der Maßvariablen x eine Funktion $y = y(x)$ eingeführt wird, mit der die Maßvariable eindeutig übertragen wird, muß auch der Median eindeutig übertragen werden. Diese Bedingung gilt nicht nur für den Median als speziellem Quantil, sondern für alle Quantile der Verteilung, also für die ganze Skala der Maßvariablen, einschließlich der Grenzparameter. Bei Rechnung mit $y = y(x)$ muß für alle x eindeutig

$p(y) = p(x)$ sein. In den folgenden Ausführungen werden Funktionen angegeben, für die diese Bedingung erfüllt ist.

6.2 Vorbereitung

Wegen

$$p = \frac{q}{1+q} = \frac{Q^a}{1+Q^a}$$

ist $p(y) = p(x)$ genau dann erfüllt, wenn für alle x $Q(y) = Q(x)$ ist.

Wegen

$$Q = \frac{X}{X_{1/2}} \quad (8)$$

ist $Q(y) = Q(x)$ genau dann erfüllt, wenn für alle x $X(y) = kX(x)$ mit $k = \text{const.}$ ist.

Somit ist $p(y) = p(x)$ genau dann erfüllt, wenn für alle x

$$\frac{y - y_0}{y_1 - y} = k \frac{x - x_0}{x_1 - x} \quad (!)$$

ist.

6.3 Lösungen der Kategorie I

6.3.1 Die Bedingung (!) ist für alle Linearkombinationen $y = Ax + B$ erfüllt; denn die additive Konstante B wird durch die Differenzbildungen eliminiert, und die multiplikative Konstante A durch die Quotientenbildung. Es ist $k = 1$, also

$$Q(y) = Q(x)$$

6.3.2 Die Bedingung (!) ist für die Übertragung in die Kehrwert-Skala erfüllt. Mit $y = \frac{1}{x}$ wird

$$X(1/x) = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}}{\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x}} = \frac{x_1}{x_0} \cdot \frac{x - x_0}{x_1 - x} = \frac{x_1}{x_0} X(x),$$

somit $k = \frac{x_1}{x_0}$ und

$$Q(1/x) = \frac{kX(x)}{kX(x_{1/2})} = Q(x).$$

6.3.3 Die Ansätze unter 6.3.1 (Linearkombination) und 6.3.2 (Kehrwert-Skala) sind Spezialfälle des Ansatzes

$$y = \frac{Ax + B}{Cx + D}; \quad Cy = A - \frac{AD - BC}{Cx + D}.$$

Mit den Zwischenschritten in der Rechnung:

$$(Cx + D)(Cx_0 + D)(y - y_0) = (AD - BC)(x - x_0),$$

$$(Cx + D)(Cx_1 + D)(y_1 - y) = (AD - BC)(x_1 - x)$$

ergibt sich

$$X(y) = \frac{y - y_0}{y_1 - y} = \frac{Cx_1 + D}{Cx_0 + D} \cdot \frac{x - x_0}{x_1 - x} = kX(x)$$

mit $k = \frac{Cx_1 + D}{Cx_0 + D}$ und somit

$$Q(y) = \frac{X(y)}{X(y_{1/2})} = \frac{kX(x)}{kX(x_{1/2})} = Q(x).$$

6.3.4 Beispiele für die Umwandlung nach Kategorie I sind:

- Umrechnung von Grad Kelvin oder Grad Fahrenheit in Grad Celsius,
- Übertragung der Wellenlängen- in die Frequenzskala.

Wenn zu der Maß-Variablen ein positiver oder negativer Betrag addiert werden soll, oder eine Addition sinnvoll ist, muß mit der Kategorie I und darf nicht mit Kategorie II (siehe 6.4) gerechnet werden. Dies gilt auch für den Kehrwert der Maß-Variablen.

6.4 Lösungen der Kategorie II

6.4.1 Für eine geometrische oder physikalische Größe, die durch Potenzieren und Multiplizieren mit Konstanten aus einer Maßvariablen abgeleitet wird, wird die Bedingung (!) erfüllt, wenn mit den Logarithmen der Größen gerechnet wird. Bei Vorgabe einer Funktion

$$y = ax^b$$

ist infolge Elimination der Konstanten wie in Abschnitt 6.3:

$$X(\ln y) = \frac{\ln y - \ln y_0}{\ln y_1 - \ln y} = \frac{\ln x/x_0}{\ln x_1/x} = X(\ln x)$$

also $k = 1$ und somit $Q(\ln y) = Q(\ln x)$. Die Logarithmen der Lageparameter werden wie die Logarithmen der Variablen übertragen. Die Lageparameter ergeben sich durch Delogarithmieren.

6.4.2 Beispiele für die Umwandlung nach Kategorie II sind:

- Änderung der Basis des Logarithmus'

- Verwendung des Radius' als Maßvariable für den Querschnitt eines kreiszylindrischen Körpers oder für das Volumen einer Kugel
- Gleichmäßige Geschwindigkeit eines Körpers als Maß für dessen Impuls und kinetische Energie.

Wenn die Maßvariable mit einem konstanten Exponenten potenziert werden soll, oder ein Potenzieren sinnvoll ist, muß mit Kategorie **II** und darf nicht mit Kategorie **I** (siehe 6.3) gerechnet werden. Eine Ausnahme hiervon ist der Exponent (-1).

7 Die Berechnung der drei Lageparameter (Grenzparameter und Median)

Für die Rechentechnik zur Bestimmung eines Parameter-Tripels $(y_0; y_1; y_{1/2})$ sind zwei Varianten geeignet:

- Die Reihenfolge "Schritt für Schritt" unter Verwendung eines programmierbaren Taschenrechners und
- Die Auswertung unter Verwendung eines Personal-Computers (PC) mit der Möglichkeit weitgehender Automatisierung.

In diesem Abschnitt 7 werden unter den Ziffern 7.1 und 7.2 die einzelnen Rechenschritte der ersten Variante beschrieben, die zugleich die Bestandteile der Programmierung für den PC-Betrieb sein müssen.

Bei der Beschreibung der Rechenschritte wird vorausgesetzt, daß aus der Datenmenge vom Umfang n zunächst wenige Daten ausgewählt werden. Dies bedeutet keine hervorgehobene Bewertung dieser Vorwahl-Daten, denn in die Rechnungen bis zur End-Auswahl für die beste Anpassung werden alle n Daten gleichermaßen einbezogen.

Die Kriterien für die End-Auswahl werden unter Ziffer 7.3 beschrieben.

7.1 Die Grundrechnung

7.1.1 Der Rechengang mit vorgegebenen Daten (Fixpunkten)

Aus drei Fixpunkten (y_i, Q_i) , $i = a, b$ und c , werden die Grenzparameter y_0 und y_1 berechnet:

$$y_0 = \frac{\frac{1}{Q_a} y_a (y_b - y_c) - \frac{1}{Q_b} y_b (y_a - y_c) + \frac{1}{Q_c} y_c (y_a - y_b)}{\frac{1}{Q_a} (y_b - y_c) - \frac{1}{Q_b} (y_a - y_c) + \frac{1}{Q_c} (y_a - y_b)}$$

$$y_1 = \frac{Q_a y_a (y_b - y_c) - Q_b y_b (y_a - y_c) + Q_c y_c (y_a - y_b)}{Q_a (y_b - y_c) - Q_b (y_a - y_c) + Q_c (y_a - y_b)}$$

Die Ableitungen dieser Formeln werden in der Anlage 4 angegeben. Es wird festgelegt:

$$y_a > y_b > y_c \quad \text{und} \quad Q_a > Q_b > Q_c$$

In der Anlage 3 unter Nr. 5 wird gezeigt, daß bei der Auswahl der Daten die Bedingung

$$\frac{Q_a - Q_b}{y_a - y_b} > \frac{Q_b - Q_c}{y_b - y_c}$$

einzuhalten ist.

Mit einem der Fixpunkte $i = a, b$ oder c wird der zusammengesetzte Parameter K berechnet:

$$K = X(y_{1/2}) = \frac{X(y_i)}{Q_i}$$

und mit

$$y_{1/2} = \frac{y_1 K + y_0}{K + 1} \quad \left(\text{Umkehrung von } K = \frac{y_{1/2} - y_0}{y_1 - y_{1/2}} \right)$$

der Median als dritter Lageparameter.

Aus jedem Fixpunkt-Tripel errechnet sich ein Parameter-Tripel. Mit jedem Parameter-Tripel ist im Doppel-Logarithmennetz eine Gerade bestimmt.

7.1.2 Die Vorbereitungen für den Rechengang nach 7.1.1

Die Rechenwerte y_i ($i = a, b$ und c) werden, je nach der Dimension der aus den Maßvariablen x_i abgeleiteten physikalischen Größe, nach den in Abschnitt 6 unterschiedenen Kategorien **I** oder **II** aus den x_i -Werten übertragen.

Die Alternativen-Quotienten sind in die Rechnungen in der reduzierten Form

$$Q_i = q_i^{1/a}, \quad i = a, b \text{ und } c$$

einzubringen. Sofern der Potenzparameter a nicht bekannt ist, ist zu dessen Ermittlung eines der beiden Verfahren

- der Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz (Abschnitt 5) oder
- der Reduzierung der Verteilung $p(y/a > 1)$ zu der Verteilung $p(y/a = 1) = R(y)$ (Anlage 3, Ziffer 4) anzuwenden.

Aus einer dieser graphischen Darstellungen sind auch die drei anfangs vorzugebenden Fixpunkte zu entnehmen. Dabei ergeben sich in der Regel Unsicherheiten, indem mehrere Kombinationen zur Auswahl stehen. Es ist jedoch gleichgültig, mit welcher Kombination der Rechengang begonnen wird; denn zu der besten Auswahl führen die nachfolgenden Rechenschritte oder das PC-Rechenverfahren.

7.2 Der Stützpunkt-Test

In diesem Unterabschnitt wird die Gruppierung der Daten einer Verteilung um eine Gerade im Doppel-Logarithmennetz (DLN) betrachtet. Demgemäß bezieht sich die Bezeichnung "Gerade" auf die Gerade

$$\ln q = a(\ln X(y) - \ln X(y_{1/2})) \quad (\text{Abschnitt 5})$$

und die Bezeichnung "Abstand von der Geraden" auf die Differenz logarithmierter Beträge von Alternativen-Quotienten.

7.2.1 Der Abstand eines Meßpunktes von einer vorgegebenen Geraden; der Lagefaktor

Mit einem Fixpunkt-Tripel sei nach 7.1 das zugehörige Parameter-Tripel berechnet und somit eine Gerade im DLN bestimmt worden. Ein nicht auf dieser Geraden liegender vierter Meßpunkt $(X(y_j), Q_j)$ wird mit der Hilfsgröße S_j erfaßt (Bild 2).

$$\ln X_j - \ln S_j = \ln Q_j - \ln 1; \quad S_j = \frac{X_j}{Q_j}; \quad Q_j = \frac{X_j}{S_j}$$

Mit $Q_j^* = X_j / X^*(y_{1/2})$ wird der vierte Punkt auf die vorgegebene Gerade übertragen. Dann ist

$$\frac{Q_j^*}{Q_j} = \frac{X_j S_j}{X^*(y_{1/2}) X_j} = \frac{S_j}{X^*(y_{1/2})} = G_j$$

ein Maß für den Abstand des vierten Punktes von der Geraden. Bei Rücknahme der Reduzierung des Alternativen-Quotienten wird

DLN

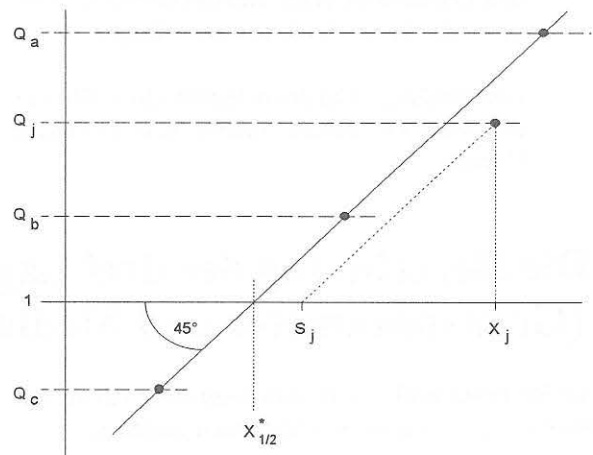


Bild 2:

Einführung der Hilfsgröße S_j für den Stützpunkt-Test

$$g_j = G_j^a = \left[\frac{Q_j^*}{Q_j} \right]^a = q_j^* / q_j = \left[S_j / X^*(y_{1/2}) \right]^a$$

Die Größe g wird als Lagefaktor bezeichnet. Meßpunkte, die unterhalb der vorgegebenen Geraden liegen, haben einen Faktor größer Eins, und solche, die oberhalb dieser Geraden liegen, einen Faktor kleiner Eins.

7.2.2 Die Ermittlung eines Stützpunktes

Aus einer Grundrechnung mit einem vorgegebenen Fixpunkt-Tripel (y_i, Q_i) , ($i = a, b$ und c), ergibt sich ein Parameter-Tripel und damit eine Gerade im DLN. Mit den Parametern $y_0, y_1, X^*(y_{1/2})$ und a werden die $(n - 3)$ Lagefaktoren g_j ($j \neq i$) der nicht auf der Geraden liegenden Meßpunkte berechnet; die Rechenfolge ist:

$$S_j = \frac{1}{Q_j} \frac{y_j - y_0}{y_1 - y_j}; \quad G_j = \frac{S_j}{X^*(y_{1/2})}; \quad g_j = G_j^a.$$

Aus den $(n - 3)$ Lagefaktoren wird derjenige ausgewählt, der am dichtesten bei Eins liegt. Der zugehörige Punkt (y_d, Q_d) ist der gesuchte Stützpunkt.

An dem Beispiel der Tabelle 1 wird eine Bewertung demonstriert:

In der Auswertung mit $a = 2$ ist der zugehörige Stützpunkt der Meßwert der Nr. 2. Mit $g = 1,01$ ist dieser Lagefaktor nach aller Erfahrung als gut zu werten. Dagegen ist der Lagefaktor $1/g = 1,07$ des Meßwertes der Nr. 5 in der Auswertung mit $a = 1$ als vergleichsweise schlecht zu werten. Dies ist zugleich ein Hinweis darauf, daß die Auswertung mit $a = 2$ der Auswertung mit $a = 1$ vorzuziehen ist.

Tabelle 1:

Auswahl des Stützpunktes nach der Grundrechnung

Erste Spalte: Nummer des Meßwertes
 Zweite Spalte: Grundrechnung mit $a = 2$ und mit den Tripel-Nrn. 1, 6 und 7
 Dritte Spalte: Grundrechnung mit $a = 1$ und mit den Tripel-Nrn. 1, 2 und 7

Nr.	g (a=2)	g (a=1)
1	1	1
2	1,01	1
3	$1,22^{-1}$	$(1,18)^{-1}$
4	1,36	1,50
5	$(1,26)^{-1}$	$(1,07)^{-1}$
6	1	1,27
7	1	1

Die Liste der Lagefaktoren einer aktuellen Grundrechnung läßt erkennen, ob das vorgegebene Tripel die Verteilung – vorbehaltlich der weiteren Auswertung – gut repräsentieren könnte. Hierfür gibt das Produkt der $(n - 3)$ Lagefaktoren einen Hinweis: Je geringer die Abweichung dieses Produktes von Eins ist, desto besser wird durch die Gerade die Verteilung beschrieben. Beispielsweise sind diese Produkte in den Auswertungen der Tabelle 1:

$$\frac{1,01 \cdot 1,36}{1,22 \cdot 1,26} = \frac{1}{1,12} \quad \text{für } a = 2 \quad \text{und}$$

$$\frac{1,50 \cdot 1,27}{1,18 \cdot 1,07} = 1,51 \quad \text{für } a = 1.$$

Das Produkt 1,12 im ersten Fall ist nach aller Erfahrung als gut zu werten, das Produkt 1,51 im zweiten Fall als vergleichsweise schlecht. Die Beurteilung der Repräsentation, die als Positionsanalyse bezeichnet wird, ist für die End-Auswertung von Bedeutung.

7.2.3 Das beste Quadrupel

Aus dem nunmehr vorliegenden Meßpunkte-Quadrupel sind drei weitere Tripel zu entnehmen. Die Punkte mit den Indizes a, b, c und d sind neu zu ordnen. Wenn beispielsweise der vierte Punkt zwischen den Punkten (y_a, Q_a) und (y_b, Q_b) liegt, also $y_a > y_d > y_b > y_c$ ist, sind die Punkte wie folgt zu indizieren:

Tabelle 2:

Umindizierung der Meßpunkte zur Bestimmung des besten Tripels aus einem Quadrupel

Nr.	Neue Indizierung			
	a'	b'	c'	
1	a	b	c	Ausgangstripel
2	a	d	b	Neue Tripel
3	a	d	c	
4	d	b	c	

Für jedes der drei weiteren Tripel ist die Grundrechnung nach 7.1.1 durchzuführen. Ferner sind die Lagefaktoren zu bestimmen und – für jede Grundrechnung einzeln – die Produkte der Lagefaktoren. Besonders zu beachten sind die Lagefaktoren des jeweils vierten Punktes, z. B. nach der Rechnung, indiziert mit a, d und b, der Lagefaktor des Punktes (y_c, Q_c) . Anhand der vier Lagefaktoren g_d (Nr.1), g_c (Nr.2), g_b (Nr.3) und g_a (Nr.4) wird aus dem besten Quadrupel das beste Tripel für die weitere Auswertung bereitgehalten.

Damit ist der Stützpunkt-Test abgeschlossen.

Im Verlauf der Berechnung der Lagefaktoren kann sich herausstellen, daß ein fünfter Punkt in die Auswertung einzubeziehen ist, weil dessen Lagefaktor näher an Eins liegt als die übrigen im Verlauf der Rechnung erhaltenen Lagefaktoren. Dann wird der weitere Rechengang zu modifizieren sein, wenn nicht die Auswertung unter Verwendung eines Personal-Computers vorgenommen wird.

7.3 Die Kriterien für die beste Anpassung; die End-Auswahl

7.3.1 Die drei Kriterien

Die Reihenfolge "Schritt für Schritt" zur Ermittlung der besten Anpassung ist

- Die Berechnung eines Parameter-Tripels aus einem aktuellen Daten-Tripel
- Die Berechnung der Lagefaktoren mit dem aktuellen Parameter-Tripel und des Produktes dieser Faktoren
- Die Ermittlung eines vierten Punktes mit dem Stützpunkt-Test (aktuelles Quadrupel)
- Die Ermittlung des besten Tripels aus dem aktuellen Quadrupel.

Die Reihenfolge ist aus einem einzigen Tripel entwickelt worden. Obwohl sich in der Regel im Verlauf der Reihenfolge herausstellt, ob ein anderes Tripel zu einem besseren Ergebnis führt, kann eine solche automatische Korrektur nicht mit vollständiger Sicherheit erwartet werden. Vollständige Sicherheit ist nur gewährleistet wenn Rechnungen mit allen möglichen Tripel-Kombinationen aus der Datenmenge vom Umfang n ausgeführt werden, also

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!}$$

Rechnungen. Wenn die Ergebnisse aller Rechnungen vorliegen, sind für die End-Auswahl die drei folgenden Kriterien anzuwenden:

- A.) Das Primärkriterium
Eine Verteilung wird von demjenigen Tripel am besten repräsentiert, aus dem sich der Lagefaktor mit der kleinsten Abweichung von Eins errechnet.
- B.) Das Sekundärkriterium
Eine Verteilung wird von demjenigen Tripel am besten repräsentiert, aus dem sich das Produkt der Lagefaktoren mit der kleinsten Abweichung von Eins errechnet.
- C.) Das Konform-Kriterium
Eine Verteilung wird von zwei Tripeln gleichgut repräsentiert, wenn die einzelnen Lageparameter y_0, y_1 und $y_{1/2}$ in hinreichender Anzahl von Dezimalstellen übereinstimmen.

Für eine Bewertung nach dem Primärkriterium ist das neuartige Prinzip des Verfahrens der Anpassung anzuwenden, nämlich das Suchen nach der geringsten Abweichung eines vierten Meßpunktes von der durch drei Meßpunkte eindeutig vorgegebenen Funktion. Dieses Prinzip ist kein Spezifikum des X^a -Theorems; es kann auch anstelle des Prinzips der linearen Regression für die Parameter-Bestimmung von Linearkombinationen zwischen Einstell- und Meßgrößen verwendet werden (Anlage 7).

Nach dem Sekundärkriterium wird das Ergebnis des Primärkriteriums positiv gewertet, wenn sich die Abweichungen von der vorgegebenen Funktion annähernd ausgleichen, und negativ, wenn die Meßpunkte des ausgewählten Tripels in der Gesamtheit der Meßpunkte ausgeprägt einseitig orientiert sind.

Im Idealfall führen die beiden Kriterien zur Auswahl des gleichen Tripels. Wenn sich unterschiedliche Tripel ergeben, kann nach dem Konform-Kriterium entschieden werden:

Die unterschiedlichen Beträge eines Lageparameters werden gerundet. Wenn sie in einer annehmbaren Anzahl von Dezimalstellen (Stellenzahl) übereinstimmen, ist der Lageparameter mit dem gerundeten Betrag bestimmt. Für die Wahl der Stellenzahl ist die Stellenzahl der Meßwerte maßgebend.

7.3.2 Bemerkungen zum PC-Betrieb

Bei einer schematischen Auswertung unter Einsatz eines PC müssen, neben den Speicherbereichen für die Meßdaten, für jedes der "n über drei" Ausgangstripel Speicherbereiche für

- das Parameter-Tripel
- die Liste der jeweils $(n - 3)$ Lagefaktoren und
- das Produkt dieser $(n - 3)$ Lagefaktoren

verfügbar sein. Diese Daten (Ergebnis-Satz) müssen bereitgehalten werden für die Bewertung nach den drei vorgenannten Kriterien und für das Ausdrucken der nach diesen Kriterien in Betracht kommenden Ergebnis-Sätze.

Beispiel für zehn Meßpunkte, also 120 Ausgangstripel: Für jedes der 120 Parameter-Tripel ergibt sich ein minimaler Lagefaktor. Es wird ein Grenz-Lagefaktor vorgegeben; ein realistischer Wert ist $g_{min} = 1,01$ (bzw. $1/g_{min} = 1,01$). Durch diese Vorgabe werden (beispielsweise) elf Ergebnis-Sätze ausgewählt. Die 109 Ergebnis-Sätze mit größerem Betrag von g (bzw. $1/g$) bleiben außer Betracht. Dies ist die Auswahl nach dem Primärkriterium. Von den elf zunächst ausgewählten Ergebnis-Sätzen werden weiterhin diejenigen verworfen, für die das Produkt der Lagefaktoren (bzw. dessen Kehrwert) besonders groß ist; ein realistischer Grenzwert ist 1,2. Dies ist die Auswahl nach dem Sekundärkriterium. Die verbleibenden (beispielsweise) fünf Ergebnis-Sätze werden der End-Auswahl zugeführt, indem das Konform-Kriterium angewendet wird, und damit die Wahl der Stellenzahl für die Angabe der Lageparameter getroffen wird.

Im Idealfall wird sich das Parameter-Tripel der End-Auswahl aus einem einzigen Meßpunkte-Quadrupel ergeben.

8 Zusammenfassung und Schlußbemerkung

Wenn in der Differentialgleichung für die e -Funktion

$$L(t) = ct^b$$

$$\frac{dF(t)}{dt} = L(1 - F(t))$$

anstelle der Konstanten L eine Potenzfunktion

eingesetzt wird, ergeben sich durch Integration und Verfügung über die Konstanten b und c bekannte Verteilungsfunktionen. Wenn der Differentialquotient gegen den speziellen Differenzenquotienten F/t ausgetauscht

wird, ergibt sich eine Verteilungsfunktion, deren Struktur zu dem Ansatz führt, den zwar begrifflich definierten, aber bisher nur als Ersatzmaß provisorisch verwendeten Median als Parameter einzuführen. Mit dem Austausch des Differential- gegen den Differenzenquotienten wird anstelle der Verteilungsdichte die mittlere Verteilungsdichte eingeführt, deren konsequente Anwendung einen Ansatz für die unabhängige Variable der neuartigen Verteilungsfunktion ergibt. Die Variable läuft über eine Skala, die durch eine Transformation aus der Maßskala gebildet wird. Mit dieser Transformation werden die untere und die obere Begrenzung der Verteilung als Parameter einbezogen. Damit ist ein Maß für die Spannweite der Verteilung gegeben. Aus den drei Lageparametern (Median und Grenzparameter) ist ein Maß für die Schiefe der Verteilungsdichte zu erhalten. Als vierter Parameter wird ein Exponent eingeführt. Dieser sogenannte Potenzparameter stellt ein Maß für die Wölbung der Verteilungsdichte dar.

In sieben Anlagen werden weitere Gegenüberstellungen zu bekannten Methoden der Beschreibung statistischer Verteilungen behandelt, Folgerungen aus der konzipierten Alternative zu diesen Methoden aufgezeigt, und anhand von Beispielen der Auswertung weitere Erläuterungen für die Anwendung gegeben.

Die Reihenfolge der Ausführungen in den Abschnitten 2 bis 7 zeigt nicht den Weg auf, der zu dem Konzept der Verteilungsfunktion geführt hat. Die Funktion ist auf empirischem Wege ohne mathematisch-statistische Vorgaben an dokumentierten Verteilungen entwickelt worden. Die Struktur der Funktion und der unabhängigen Variablen hat gegenüber der ersten Mitteilung in Lit. (3)(a) keine Änderung erfahren. Das rechnerische Verfahren zur Bestimmung der vier Parameter ist dagegen weiterentwickelt worden. Durch diese Entwicklung hat sich ergeben, daß bei einigen der in Lit. (3) aufgeführten Beispielen die Auswertung fehlerhaft war. Der neuere Stand der Technik zur Parameter-Bestimmung führt bei Einsatz eines Personal-Computers zu einer weitgehend automatischen Auswertung

9 Literatur

- (1) W. Weibull
A Statistical Distribution Function of Wide Applicability
Journ.Appl.Mech., 18 (1951), S. 293-297
- (2) P. Rosin, E. Rammner
Die Kornzusammensetzung des Mahlgutes im Lichte der Wahrscheinlichkeitslehre
Kolloid-Zeitschrift, 67 (1934), S. 16-26
- (3)(a) J. Schmidt
Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik
Forschungsbericht 81 der BAM, Dezember 1981
- (3)(b) J. Schmidt
Ein mathematisches Modell für Häufigkeitsverteilungen mit vier Parametern
Zeitschrift "Material und Technik", 14 (1986) 3, S. 136-144
- (3)(c) J. Schmidt
Verknüpfung der Zündhäufigkeit mit der ursprünglichen Belastung zündbarer Stoffe (Ein mathematisches Modell für Häufigkeitsverteilungen mit vier Parametern)
4. Sicherheitstechnische Vortragsveranstaltung am 9. und 10. September 1987
PTB-Bericht W-33 (Herausgeber H. Steen), S. 52-69

Anlage 1

Median und Erwartungswert

Der Median (Zentralwert) ist definiert als Betrag der Variablen, bei dem die relative Häufigkeit 50% beträgt. Er ist als Testgröße in Gebrauch, z. B. bei der Qualitätsüberwachung einer Fertigung. Bei jeder Beschreibung empirischer statistischer Daten durch eine mathematische Formulierung läßt sich der Median graphisch oder rechnerisch bestimmen.

Die Einführung des Medians als explizit erklärtem Parameter einer Verteilungsfunktion hat grundlegende Konsequenzen für die Vorstellung von der Struktur natürlicher Verteilungen. Dies zeigt sich, wenn der Median mit dem Erwartungswert der mathematischen Statistik verglichen wird.

Die einfachste Form des Erwartungswertes ist der arithmetische Mittelwert einer diskreten Verteilungsdichte. Er wird gebildet als Summe der Produkte mit den Faktoren

- Maßkoordinate von Elementen in einem Maßintervall (Verteilungsklasse)

und

- Relative Häufigkeit der Elemente in diesem Maßintervall.

Diese Größe wird in Analogie zum Schwerpunkt einer Massepunkte-Verteilung gebildet; es können die einzelnen statistischen Elemente als Massen von gleichem Betrag angesehen werden.

Bei der Halbierung einer statistischen Verteilung durch den Median werden dagegen die Maßkoordinaten nur danach unterschieden, ob sie über oder unter dem Median liegen.

Die beiden Parameter "Median" und "arithmetischer Mittelwert" fallen nur bei einer Verteilung zusammen, deren Dichte genau symmetrisch ist.

An zwei Beispielen ist zu erkennen, welche Konsequenzen sich aus der Unverträglichkeit der gegenübergestellten Vorstellungen von natürlichen Verteilungen ergeben:

- a.) Weil in der neuartigen Verteilungsfunktion der Median explizit als Parameter enthalten ist, ist die Verwendung des arithmetischen Mittelwertes auszuschließen. Daraus folgt, daß auch das Verfahren der linearen Regression nicht angewendet werden kann; denn dieses Verfahren enthält die Berechnung eines arithmetischen Mittelwertes. Somit war für die Bestimmung der optimalen Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz (Abschnitt 5) ein anderes Verfahren zu entwickeln, nämlich das in Abschnitt 7 dargestellte Verfahren nach dem Prinzip der Selektion, bestehend aus dem Stützpunkt-Test und der Positionsanalyse.
- b.) Die aus der Sicht der mathematischen Formulierung konzipierte Analogie zwischen einer Massepunkte-Verteilung und einer statistischen Verteilung wird in der mathematischen Statistik weitergeführt, indem analog zum Trägheitsmoment der Massepunkte-Verteilung ein Moment der statistischen Verteilung definiert wird. Weil bei der Beschreibung statistischer Verteilungen mit der neuartigen Funktion die erstgenannte Analogie nicht aufrechterhalten werden kann, wäre auch die Anwendung von statistischen Momenten nicht systemgerecht.

Anlage 2

Exponentialfunktion und Fundamentalform der Verteilungsfunktion

1.) Mit der Exponentialfunktion

$$(1 - F(t)) = e^{(-\lambda t)}$$

werden Vorgänge beschrieben, bei denen die differentielle Änderung der Funktion für alle Beträge der unabhängigen Variablen t dem Betrag der Funktion proportional ist

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lambda(1 - F(t)).$$

Ein Beispiel der Anwendung ist der zeitliche Verlauf des radioaktiven Zerfalls mit dem prozentualen Anteil $F(t)$ der zur Zeit t zerfallenen Atome, der Zerfallskonstanten λ und der Halbwertszeit $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$.

Der Exponentialfunktion in der Form

$$F(t) = 1 - e^{-(t/t_{1/2})\ln(2)}$$

wird die neuartige Funktion

$$F^*(t) = \frac{t}{t_{1/2} + t}$$

gegenübergestellt (Bild 2-1).

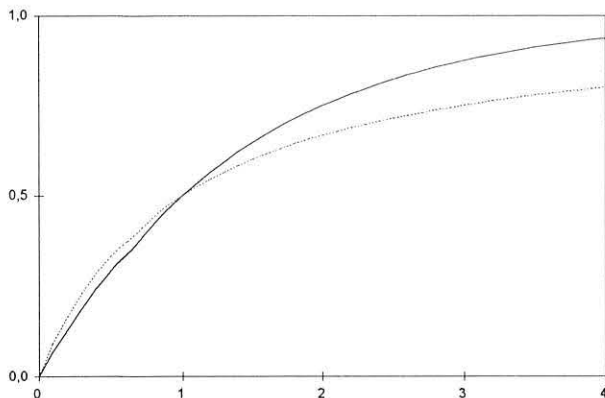


Bild 2-1
Exponentialfunktion $F(t)$ und Fundamentalform der X^a -Verteilung $F^*(t)$ (d. h. $a=1$) (punktierter Kurvenzug) mit gleichem $t_{1/2}=1$ des 50%-Punktes.

Ein Beispiel der Anwendung der mit $F^*(t)$ gegebenen Struktur ist die Beschreibung der empirisch ermittelten Langmuir'schen Adsorptionsisotherme:

Mit der Variablen c als Konzentration des an einem festen Körper in einem Gasraum oder in einer Lösung zu adsorbierenden Stoffes, der adsorbierten Menge A , der Sättigungsadsorption A_0 und der charakteristischen Konstante B ist

$$\frac{A}{A_0} = \frac{c}{B+c} \quad ; \quad \frac{A}{A_0 - A} = \frac{c}{B} .$$

Das Verhältnis von genutzter zu nicht genutzter Adsorptionskapazität ist proportional zur Konzentration.

2.) Der Differentialquotient einer Verteilungsfunktion ist die Verteilungsdichte. Verteilung und Verteilungsdichte sind für den gleichen Betrag der unabhängigen Variablen erklärt. Für eine Verteilung, die mit der Exponentialfunktion

$$F(t) = 1 - e^{(-\lambda t)}$$

beschrieben wird, ist die Dichte an der gleichen Stelle t :

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{(-\lambda t)} .$$

Für eine Verteilung, die mit der Funktion

$$F^*(t) = \frac{t}{t_{1/2} + t}$$

beschrieben wird, ist deren Differentialquotient

$$\frac{dF^*(t)}{dt} = \frac{t_{1/2}}{(t_{1/2} + t)^2} = \frac{F^*(t)}{t} (1 - F^*(t))$$

an einer Stelle \bar{t} der mittleren Verteilungsdichte

$$\frac{F^*(t)}{t} = \frac{1}{t_{1/2} + t}$$

an der Stelle t gleichzusetzen:

$$\frac{dF^*(t)}{dt} \Big|_{\bar{t}} = \frac{t_{1/2}}{(t_{1/2} + \bar{t})^2} = \frac{1}{t_{1/2} + \bar{t}}$$

Somit ist:

$$(t_{1/2} + \bar{t})^2 = t_{1/2}(t_{1/2} + \bar{t})$$

$$(1 - F^*(\bar{t}))^2 = 1 - F^*(\bar{t})$$

Anlage 3

Besonderheiten der Fundamentalform $R(y)$

Die Fundamentalform

$$R_{(y)} = \frac{X_{(y)}}{K + X_{(y)}} \quad (\text{Abschnitt 4 (8)})$$

ist die allgemeine Form der X^a -Verteilung mit $a=1$. Es existieren Verteilungen, die diesen Potenzparameter $a=1$ aufweisen; eine solche Verteilung ist in der Anlage 5 mit dem Beispiel 2 aufgeführt.

Bei dem empirischen Verfahren der Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz (DLN) (Abschnitt 5) erweist sich K als eine Konstante. Sie ist der Median der Verteilung und das Maß für die Schiefe der Verteilungsdichte.

In dieser Anlage werden fünf Besonderheiten der Fundamentalform behandelt:

1.) In der Graphik $R(X)$ läßt sich die Funktion nach der Proportion

$$\frac{R}{X} = \frac{1}{K + X}$$

mit den parallelen Geraden durch die Punkte $(0;0)$ und $(X;R)$ sowie $(-K;0)$ und $(X;1)$ punktweise konstruieren (Bild 3-1). Die untere Gerade schneidet die durch den Punkt $(X;0)$ laufende Ordinaten-Parallele in dem Punkt $(X;R)$ der Kurve $R(X)$.

In der Form der Funktion $(1-R)(K+X)=K$ ist zu erkennen, daß deren Graphik eine Hyperbel ist. Die zur Abszisse parallele Asymptote läuft durch den Punkt $(0;1)$, die zur Ordinate parallele Asymptote durch den Punkt $(-K;0)$.

2.) Bei Umstellung der Proportion zu

$$\frac{R}{X/K} = \frac{1}{1 + X/K}$$

und nach Einzeichnen der Abszissen-Parallele durch den nach 1.) konstruierten Kurvenpunkt $(X/K;R)$ (Bild 3-2) ist eine rechteckige Fläche mit den Eckpunkten $(0;0)$, $(0;R)$, $(-1;R)$ und $(0;-1)$ zu erhalten, deren Inhalt R ist.

Der Flächeninhalt ist, wie die Länge der Ordinaten-Strecke des Kurvenpunktes, ein Maß für die relative Häufigkeit der Daten mit den Maßen kleiner oder gleich X/K . Dies bedeutet: Mit der Verteilungsfunktion $R(X)$ wird die gebräuchliche Maßnahme gerechtfertigt, in der

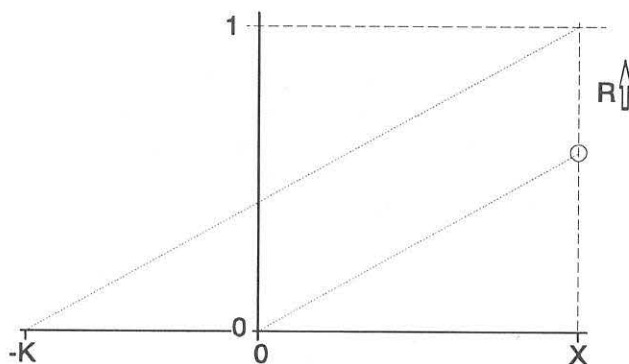


Bild 3-1
Konstruktion von einzelnen Punkten der Verteilung $R(X)$

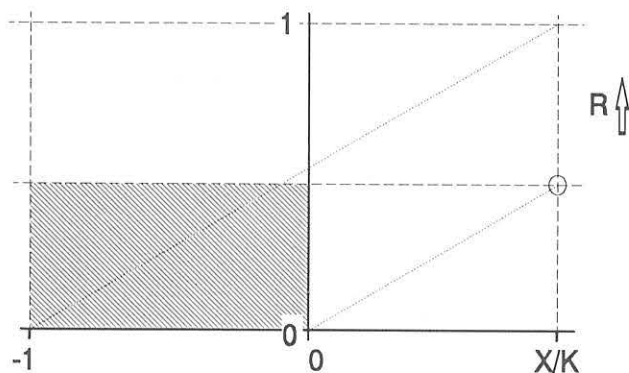


Bild 3-2
Übertragung der Verteilung $R(X/K)$ in eine Gleichverteilung

Graphik einer Verteilung die Ordinaten-Strecke proportional zu der relativen Häufigkeit aufzutragen. Die Verteilung der Daten über der Skala eines meßbaren Merkmales wird durch die Bildung der relativen Häufigkeiten in eine Gleichverteilung über den Zahlenbereich zwischen Null und Eins übertragen.

3.) Für die Berechnung der Lageparameter (Abschnitt 7 und Anlage 4) sind die reduzierten Alternativen-Quotienten

$$Q = q^{1/a}$$

zu bilden, wenn die Verteilung einen Potenzparameter $a > 1$ aufweist. Wegen

$$R = \frac{Q}{1+Q} \quad \text{und} \quad q = \frac{p}{1-p}$$

ist die Verteilung $p(X_{(y)})$ nach

$$R = \frac{q^{1/a}}{1+q^{1/a}} = \frac{p^{1/a}}{(1-p)^{1/a} + p^{1/a}}$$

in die reduzierte Verteilung $R(X_{(y)})$ umzurechnen. Diese Verteilung ist mit der Fundamentalform (8) identisch.

4.) Mit der Linearisierung im DLN läßt sich der Potenzparameter a der Verteilung bestimmen (Abschnitt 5). Ein anderes Verfahren zur Bestimmung von a ergibt sich, wenn anstelle der Graphik $p(y|a > 1)$ die Graphik $p(y|a = 1) = R(y)$ aufgetragen wird:

4.1) Vorbereitung: Die Verteilung $R(X)$ wird mit

$$X(y) = \frac{y - y_0}{y_1 - y} \quad \text{und} \quad X(y_{1/2}) = K$$

($K \neq 1$, d. h.: Verteilungsdichte unsymmetrisch)

ausgeschrieben:

$$R(y) = \frac{y - y_0}{K(y_1 - y) + (y - y_0)} = \frac{1}{1 - K} \frac{y - y_0}{y - \frac{y_0 - Ky_1}{1 - K}}$$

Mit der Konstanten $\frac{y_0 - Ky_1}{1 - K} = y_{as}$ wird

$$R(y) = \frac{1}{1 - K} \frac{y - y_0}{y - y_{as}} = \frac{1}{1 - K} \left(1 - \frac{y_0 - y_{as}}{y - y_{as}} \right)$$

und

$$\left(\frac{1}{1 - K} - R \right) (y - y_{as}) = \frac{y_0 - y_{as}}{1 - K} = \frac{K}{1 - K} (y_1 - y_0)$$

Die Graphik dieser Beziehung ist eine Hyperbel mit der zur Abszisse parallelen Asymptote $\frac{1}{1 - K} = R_{as}$ und der zur Ordinate parallelen Asymptote y_{as} . Die Hyperbel weist keinen Wendepunkt auf; denn es ist

$$\frac{dR}{dy} = \frac{R_{as} - R}{y - y_{as}} \quad \text{und} \quad \frac{d^2R}{dy^2} = -\frac{2}{y - y_{as}} \frac{dR}{dy}$$

und somit wegen $R \neq R_{as}$ für alle y :

$$\frac{dR}{dy} \neq 0, \quad \text{also auch} \quad \frac{d^2R}{dy^2} \neq 0.$$

4.2) Folgerung: Verteilungen $p(y|a > 1)$ weisen einen Wendepunkt auf; denn $a > 1$ ist ein Maß für die Wölbung einer Verteilungsdichte (Abschnitt 5, Nr. 5.2)). Wenn die Meßpunkte einer Graphik $p(y)$ erkennen lassen, daß ein Kurvenzug durch die Punkte einen

Wendepunkt durchläuft, werden Graphiken der reduzierten Verteilung $R(y)$ mit unterschiedlichen ganzzahligen Potenzparametern erprobt. Die Graphik mit dem gesuchten Potenzparameter ist daran zu erkennen, daß der zeichnerisch angepaßte Kurvenzug keinen Wendepunkt aufweist. Es ist ratsam, zunächst die Reduzierung mit $a = 2$ auszuführen, ggf. mit $a = 3$ usw.. Das Beispiel in dem Bild 3-3 hat $a = 3$ zum Ergebnis.

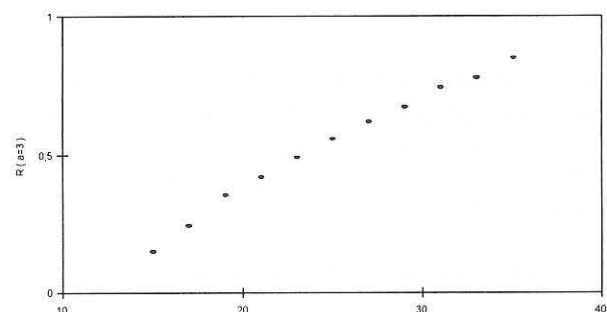
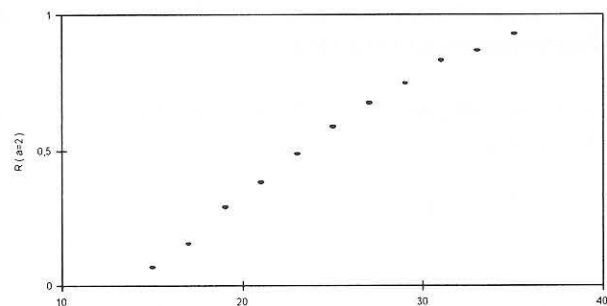
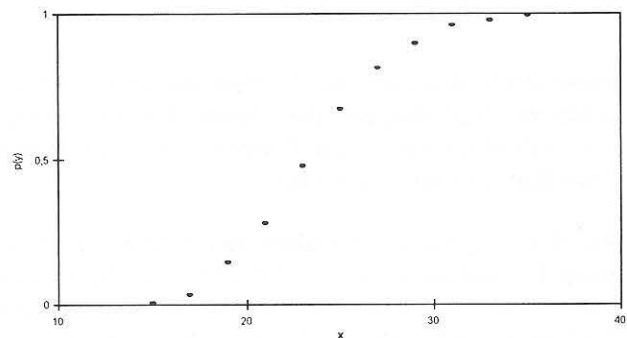


Bild 3-3

Beispiel für die Reduzierung einer Verteilung $p(y|a > 1)$

Gegenüber dem Verfahren der Linearisierung im DLN hat dieses Verfahren der Reduzierung den Vorteil, daß erste Schätzwerte für die Grenzparameter nicht durch Probieren ermittelt werden müssen, sondern aus der Graphik der reduzierten Verteilung durch zeichnerische Extrapolation zu erhalten sind.

5.) Für die Grundrechnungen zur Bestimmung der Lageparameter sind jeweils drei Meßpunkte $(y_i; Q_i)$, $i = a, b$ und c , auszuwählen. Es ist festgelegt, daß

$$y_a > y_b > y_c \quad \text{und} \quad Q_a > Q_b > Q_c$$

sein soll (Abschnitt 7, Nr. 7.1.1) und Anlage 4). Für die Wahl der Meßpunkte besteht eine Einschränkung:

Die Funktion des reduzierten Alternativen-Quotienten läßt in der Form

$$\left(Q + \frac{1}{K}\right)(y_1 - y) = \frac{y_1 - y_0}{K}$$

erkennen, daß die Graphik $Q = Q(y)$ eine Hyperbel ist mit der zur Abszisse parallelen Asymptote durch den Punkt $(0; -1/K)$ und der zur Ordinate parallelen Asymptote durch den Punkt $(y_1; 0)$ ist. Die erste und die zweite Ableitung

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{Q + 1/K}{y_1 - y}; \quad \frac{d^2Q}{dy^2} = -\frac{2}{y_1 - y} \frac{dQ}{dy}$$

sind für alle y positiv. Daraus ergibt sich für die

Konstellation der drei Meßpunkte die einschränkende Bedingung

$$\frac{Q_a - Q_b}{y_a - y_b} > \frac{Q_b - Q_c}{y_b - y_c} \quad (\text{Bild 3-4}).$$

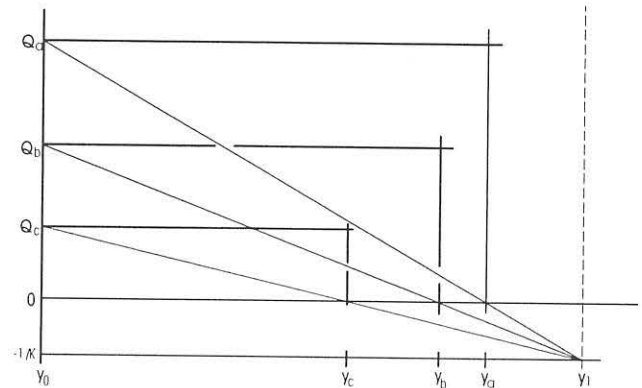


Bild 3-4

Konstruktion nach $\frac{Q_i}{y_i - y_0} = \frac{1}{K} \frac{1}{y_1 - y_i}$; $i = a, b$ und c

(imText: (6) und (8)) $\frac{Q_a - Q_b}{y_a - y_b} > \frac{Q_b - Q_c}{y_b - y_c}$

Anlage 4

Ableitung der Formeln für die Berechnung der Grenzparameter y_1 und y_0

1.) Erklärung

Die Beziehung des X^a -Theorems in der Fundamentalf orm

$$Q_i = \frac{X_i}{X_{1/2}} \quad ((8) \text{ im Text})$$

mit $X_i = \frac{y_i - y_0}{y_1 - y_i} \quad ((6) \text{ im Text})$

wird an drei mit den Indices

$$i = a, b \text{ und } c$$

gekennzeichneten Punkten fixiert, d. h.: es werden drei Meßwert-Paare $\{y_i; Q_i\}$ vorgegeben.

2.) Die Formel für y_1

Die zwei Ausdrücke

$$y_a(y_b - y_c) - y_b(y_a - y_c) + y_c(y_a - y_b)$$

und

$$y_0[(y_b - y_c) - (y_a - y_c) + (y_a - y_b)]$$

sind beide identisch Null ($\equiv 0$), also auch die Differenz der Ausdrücke:

$$(y_a - y_0)(y_b - y_c) - (y_b - y_0)(y_a - y_c) + (y_c - y_0)(y_a - y_b) \equiv 0$$

Bei Erweiterung mit $(y_1 - y_i)$ ergibt sich unter Verwendung von (6) der Ausdruck:

$$X_a(y_1 - y_a)(y_b - y_c) - X_b(y_1 - y_b)(y_a - y_c) + X_c(y_1 - y_c)(y_a - y_b) \equiv 0$$

Durch Multiplikation mit $\frac{1}{X_{1/2}}$ werden die reduzierten Alternativen-Quotienten (8) eingeführt:

$$Q_a(y_1 - y_a)(y_b - y_c) - Q_b(y_1 - y_b)(y_a - y_c) + Q_c(y_1 - y_c)(y_a - y_b) = 0$$

Dieser Ausdruck ist nicht mehr identisch Null zu setzen; er ist die Bestimmungsgleichung für den Grenzparameter y_1 , der sich explizit zu

$$y_1 = \frac{Q_a y_a (y_b - y_c) - Q_b y_b (y_a - y_c) + Q_c y_c (y_a - y_b)}{Q_a (y_b - y_c) - Q_b (y_a - y_c) + Q_c (y_a - y_b)}$$

ergibt.

3.) Die Formel für y_0

Analog zu der Ableitung unter 2.) wird die Differenz

$$(y_1 - y_a)(y_b - y_c) - (y_1 - y_b)(y_a - y_c) + (y_1 - y_c)(y_a - y_b) \equiv 0$$

gebildet, mit $(y_i - y_0)$ erweitert und mit $X_{1/2}$ multipliziert. Dann ist:

$$\frac{1}{Q_a}(y_a - y_0)(y_b - y_c) - \frac{1}{Q_b}(y_b - y_0)(y_a - y_c) + \frac{1}{Q_c}(y_c - y_0)(y_a - y_b) = 0$$

die Bestimmungsgleichung für den Grenzparameter y_0 , der sich explizit zu

$$y_0 = \frac{\frac{1}{Q_a} y_a (y_b - y_c) - \frac{1}{Q_b} y_b (y_a - y_c) + \frac{1}{Q_c} y_c (y_a - y_b)}{\frac{1}{Q_a} (y_b - y_c) - \frac{1}{Q_b} (y_a - y_c) + \frac{1}{Q_c} (y_a - y_b)}$$

ergibt.

Anlage 5

Beispiele der Anwendung

In dieser Anlage werden vier Beispiele für die Anwendung des X^a -Theorems aufgeführt. Die Beispiele sind in der Absicht gewählt, Besonderheiten bei der Auswertung erläutern zu können.

In dem Beispiel 1 wird dargelegt, wie nach einer abgeschlossenen Auswertung die von der ermittelten Formel für die Verteilung abweichenden Meßwerte zu beurteilen sind. Zu unterscheiden sind Abweichungen, die infolge der Ganzzahligkeit diskreter Verteilungen auftreten, von Abweichungen, die stochastisch bedingten Störungen zuzuschreiben sind.

Mit dem Beispiel 2 wird eine Verteilung angegeben, deren Potenzparameter Eins ist, die also von Natur aus als Fundamentalform der X^a -Verteilung vorliegt.

Während die beiden ersten Beispiele dem Bereich der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe angehören, sind die beiden weiteren Beispiele aus anderen Bereichen der Statistik ausgewählt. In der Ermittlung der Daten besteht der Unterschied darin, daß bei Zündhäufigkeiten, wie auch bei Tierversuchen, kumulierte Häufigkeiten gezählt werden, während bei Verteilungen, wie solche der Werkstück-Beanspruchung oder der Biometrie, Häufigkeitsdichten ermittelt werden.

Das Beispiel 3 ist eine Verteilung, die in der Norm für herkömmliche Verfahren der Auswertung angegeben ist, und zwar zur Demonstration der Vorgabe, daß eine Normalverteilung vorliegt. Die Beschreibung als X^a -Verteilung bestätigt ein spezifisches Merkmal der Normalverteilung, nämlich die Symmetrie der Verteilungsdichte. An dem Beispiel wird die Beurteilung nach den drei Kriterien der End-Auswahl beschrieben.

Anhand des Beispiels 4 soll gezeigt werden, daß mit der X^a -Verteilung auch extrem liegende Meßwerte erfaßt werden, deren Abweichung in der herkömmlichen Technik der Auswertung Anlaß zu der Frage gibt, ob ein verfälschter Wert vorliegen könnte.

Beispiel 1: Zündhäufigkeit von Zündhölzern

Datenmaterial: Bestimmung der Reibempfindlichkeit, BAM 4.31 *1)

x = Reibkraft [10^{-3} N]

z = Anzahl an Zündungen

v = 100 Elemente bei jeder Reibkraft-Einstellung

Potenzparameter: $a = 2$; $p = \frac{z}{v}$ $q = \frac{p}{1-p}$

In der Tabelle 5-1 sind die Zufallsvariablen X und die g -Werte mit den Lageparametern $x_0 = 5,5$; $x_1 = 329$ und $X_{1/2} = 123,6$ berechnet. Die Lageparameter der vier Tripel des besten Quadrupels sind in Tabelle 5-2 aufgeführt.

Tabelle 5-1

Zählwerte zur Bestimmung der Reibempfindlichkeit einer Sorte Zündhölzer; Positionsanalyse nach Auswertung mit dem besten Meßwerte-Tripel

	x	z	q	X	g	z^{*-z}
1	25,0	1	0,010	0,064	1,23	0,23
2	30,5	3	0,031	0,084	$1,46^{(-1)}$	-0,93
3	39,5	4	0,042	0,117	1	0
4	49,5	7	0,075	0,157	$1,004^{(-1)}$	-0,03
5	79,5	21	0,27	0,297	1	0
6	99,5	29	0,41	0,410	1,24	4,6
7	119,0	57	1,33	0,540	$1,50^{(-1)}$	-10,1
8	129,0	56	1,27	0,618	$1,10^{(-1)}$	-2,4
9	178,5	80	4,0	1,15	1	0
10	198,0	87	6,7	1,47	$1,03^{(-1)}$	-0,34
					Produkt g	$1,63^{(-1)}$

Tabelle 5-2

Lageparameter, berechnet mit den vier Tripeln des besten Quadrupels

Tripel-Nm.	x_0	x_1	$x_{1/2}$	$X(x_{1/2})$
3; 5 und 9	5,5	329	123,6	0,575
3; 4 und 9	6,0	332	123,3	0,562
3; 4 und 5	6,3	355	124,9	0,515
4; 5 und 9	5,1	328	123,7	0,581

*1) Berichtigung der in der Lit. (3)(a) angegebenen falschen Auswertung.

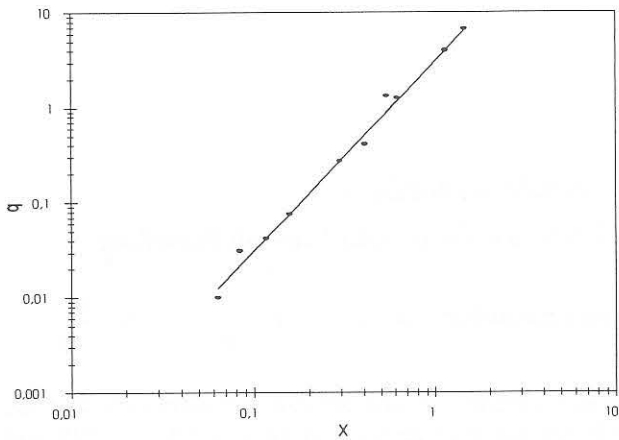


Bild 5-1a
Graphik der Verteilung als Gerade im Doppel-Logarithmenetz

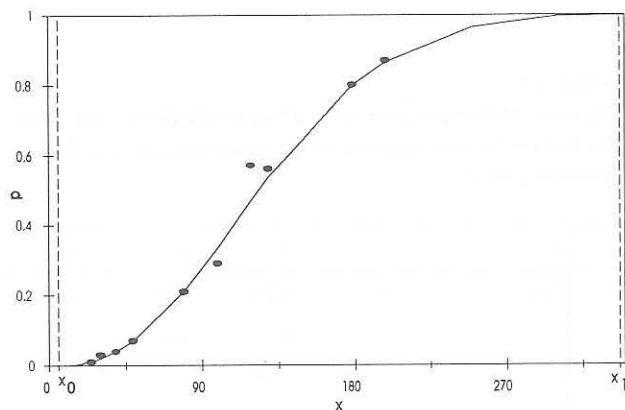


Bild 5-1b
Graphik der Verteilung; relative Häufigkeit über der Maß-Variablen

Nach Abschluß der Auswertung können die bei dem Erfassen der Daten aufgetretenen stochastisch bedingten Abweichungen angegeben werden. Die Sollwerte z^* ergeben sich aus den Lagefaktoren

$$g = \frac{q^*}{q}$$

mit den Sollwerten

$$q^* = \frac{z^*}{v - z^*},$$

den Zählwerten q und dem Stichproben-Umfang v zu:

$$z^* = v \left[\frac{1}{gq} + 1 \right]^{(-1)}$$

In der Tabelle sind die Differenzen zwischen Sollwert z^* und Zählwert z angegeben. Bei den Meßwerten der Nummern 3; 5 und 9 treten keine Differenzen auf, denn mit diesem Tripel ist die als beste Anpassung gewertete Funktion bestimmt worden. Für den Meßwert der Nr. 4, der als Stützpunkt ermittelt worden ist, ergibt sich aus

$g = 1,004^{(-1)}$ die Differenz $z^* - z = -0,03$; sie ist im Hinblick auf die Zählgenauigkeit als Null zu werten.

Die Ungenauigkeit der Zählung ist dadurch bedingt, daß mit der Anzahl z an Zündungen bei v Versuchen ein Bereich

$$z - 0,5 < z^* < z + 0,5$$

angegeben wird. Für die relative Häufigkeit besteht also eine Unbestimmtheit

$$|p^* - p| < \frac{1}{2v}.$$

Diese Unbestimmtheit ist von der Unbestimmtheit aufgrund stochastisch bedingter Abweichungen zu unterscheiden.

Die Ausführungen bedeuten, daß in dem angegebenen Beispiel die Meßwerte der Nummern 1 und 10 als reguläre Bestimmungen akzeptiert werden können.

Als stochastisch bedingte Abweichungen bleiben (gerundet):

Nr.	$z^* - z$
2	-1
6	+5
7	-10
8	-2

Wenn die besonders ausgeprägte Abweichung von $z^* - z = -10$ bei dem Meßpunkt Nr. 7 außer Betracht bleibt, ergibt sich mit einem Produkt der übrigen neun g -Werte

$$\frac{1,63^{(-1)}}{1,50^{(-1)}} = 1,1^{(-1)}$$

eine nach aller Erfahrung gute Beurteilung nach der Positionsanalyse (Sekundärkriterium, Abschnitt 7, Nr. 7.3.1)).

Beispiel 2: Zündhäufigkeit von Hexogen

Datenmaterial: Bestimmung der Schlagempfindlichkeit, BAM 4.31
Fallgewicht: 2 kg

x = Fallhöhe [cm]

v = Anzahl an Versuchen

z = Anzahl an Zündungen

Potenzparameter: $a = 1$; $p = \frac{z}{v}$; $q = \frac{p}{1-p}$

Tabelle 5-3
Zählwerte zur Bestimmung der Schlagempfindlichkeit von Hexogen

Nr.	x	v	z	p	q
1	35	15	1	0,067	0,0714
2	40	20	7	0,350	0,538
3	45	15	5	0,333	0,500
4	50	17	11	0,647	1,83
5	60	15	12	0,800	4,00
6	70	15	13	0,867	6,50

Bei $x = 30$ cm: $v = 20$, $z = 0$

Lageparameter, berechnet mit dem Tripel der Nummern 1, 2 und 5:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= 34,1 \text{ cm} \\ x_1 &= 89,5 \text{ cm} \\ x_{1/2} &= 44,1 \text{ cm} \end{aligned} \right\} X(x_{1/2}) = 0,220$$

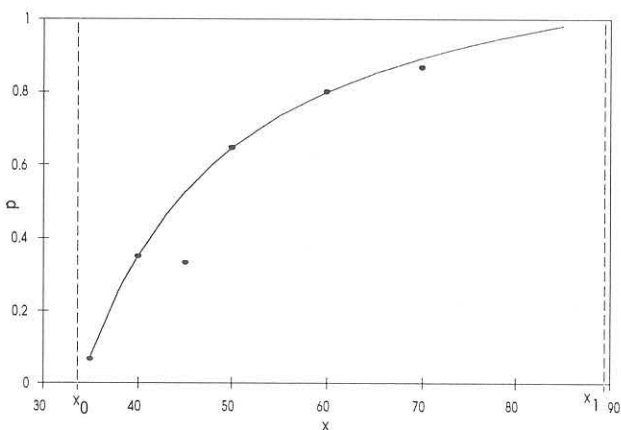
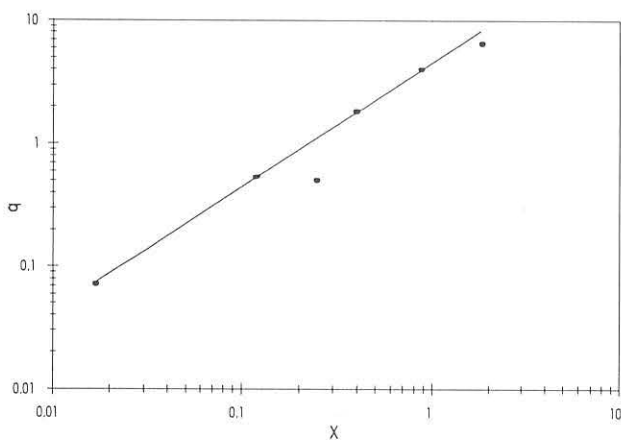


Bild 5-2
Graphik der Verteilung als Gerade im Doppel-Logarithmenetz $q = q(X)$ und als relative Häufigkeit über der Maß-Variable $p = p(x)$.

Auswertung mit diesen Parametern:

Tabelle 5-4
Positionsanalyse zur Unterscheidung stochastisch bedingter von meßtechnisch bedingten Abweichungen.

Nr.	X	g	$z^* - z$
1	0,017	1	0
2	0,12	1	0
3	0,25	2,22	2,9
4	0,40	1,0024 ⁽⁻¹⁾	-0,01
5	0,88	1	0
6	1,84	1,30	0,41

Produkt g: 2,9

Der Meßwert Nr. 4 ist der Stützpunkt. Bei den Zählungen zu Nr. 3 sind unter 15 Versuchen fünf Zündungen aufgetreten. Nach der Auswertung wären acht Zündungen zu erwarten. Der Meßwert Nr. 6 ist als reguläre Bestimmung zu akzeptieren. (Hierzu und zur Berechnung der Differenzen ($z^* - z$) aus den Lagefaktoren g: Ausführungen zum Beispiel 1)

Beispiel 3: Bruchkraft eines Garnes

Datenmaterial aus: DIN 53 804, Teil 1, September 1981
"Statistische Auswertungen, Meßbare (kontinuierliche) Merkmale",
Anhang A, Beispiel A.2.

x = Bruchkraft [10^{-2} N], Klassen-Obergrenzen

v = 75 Elemente

z = kumulierte Häufigkeit

p = relative kumulierte Häufigkeit

Potenzparameter: $a = 3$;

$$p = \frac{z}{v} \quad q = \frac{p}{1-p} \quad X = \frac{x - x_0}{x_1 - x}$$

Tabelle 5-6
Lageparameter, berechnet mit den vier Tripeln des besten Quadrupels.

Tripel-Nrn.	x_0	x_1	$x_{1/2}$	$X(x_{1/2})$	$x_1 - x_0$
1; 3 und 4	42,47	116,42	80,006	1,031	73,95
1; 3 und 6	42,47	116,48	80,011	1,030	74,01
1; 4 und 6	42,49	116,50	80,009	1,028	74,01
3; 4 und 6	42,52	116,54	80,009	1,026	74,02

Tabelle 5-5
Zählwerte der statischen Verteilung von Bruchkräften eines Garnes.

Nr.	x	z	p	q ^{1/3}	X
1	60	2	0,027	0,302	0,310
2	65	5	0,067	0,415	0,437
3	70	12	0,160	0,575	0,591
4	75	23	0,307	0,762	0,783
5	80	39	0,520	1,03	1,03
6	85	52	0,693	1,31	1,35
7	90	62	0,827	1,68	1,79
8	95	70	0,933	2,41	2,44
9	100	73	0,973	3,32	3,49
10	105	74	0,987	4,20	5,44
11	110	75	1	-	-

Auswertung nach den drei Kriterien der End-Auswahl (Abschnitt 7, Nr. 7.3.1 im Text)

In der Tabelle 5-7 werden die Positionsanalysen für die vier Tripel des besten Quadrupels wiedergegeben. Das Quadrupel besteht aus den Meßpunkten Nr. 1; 3; 4 und 6.

Tabelle 5-7
Positionsanalyse zur End-Auswahl nach drei Kriterien.

Nr.	1; 3 und 4	1; 3 und 6	1; 4 und 6	3; 4 und 6
	g	g	g	g
1	1	1	1	1,002 ⁽⁻¹⁾
2	1,08	1,08	1,08	1,07
3	1	1	1,0003	1
4	1	1,0003 ⁽⁻¹⁾	1	1
5	1,08 ⁽⁻¹⁾	1,09 ⁽⁻¹⁾	1,08 ⁽⁻¹⁾	1,08 ⁽⁻¹⁾
6	1,001	1	1	1
7	1,11	1,11	1,11	1,11
8	1,04 ⁽⁻¹⁾	1,04 ⁽⁻¹⁾	1,05 ⁽⁻¹⁾	1,05 ⁽⁻¹⁾
9	1,08	1,07	1,07	1,06
10	2,02	2,00	1,99	1,99
Produkt g	2,33	2,26	2,25	2,21

a.) Nach dem Primärkriterium sind die Tripel der Nrn. 1; 4; 6 ($g_{\min} = 1,0003$ der Nr. 3) und der Nrn. 1; 3; 6 ($g_{\min} = 1,0003^{(-1)}$ der Nr. 4) gleichwertig die besten Tripel

b.) Nach dem Konform-Kriterium werden durch Rundungen die Beträge der Lageparameter $x_0 = 42,5$;

$x_1 = 116,5$ und $x_{1/2} = 80,0$ gewählt. Daraus ergibt sich das Maß für die Schiefe der Verteilungsdichte $X(x_{1/2}) = 1,027$. Die Verteilungsdichte ist also fast vollkommen symmetrisch ($X(x_{1/2}) \approx 1$).

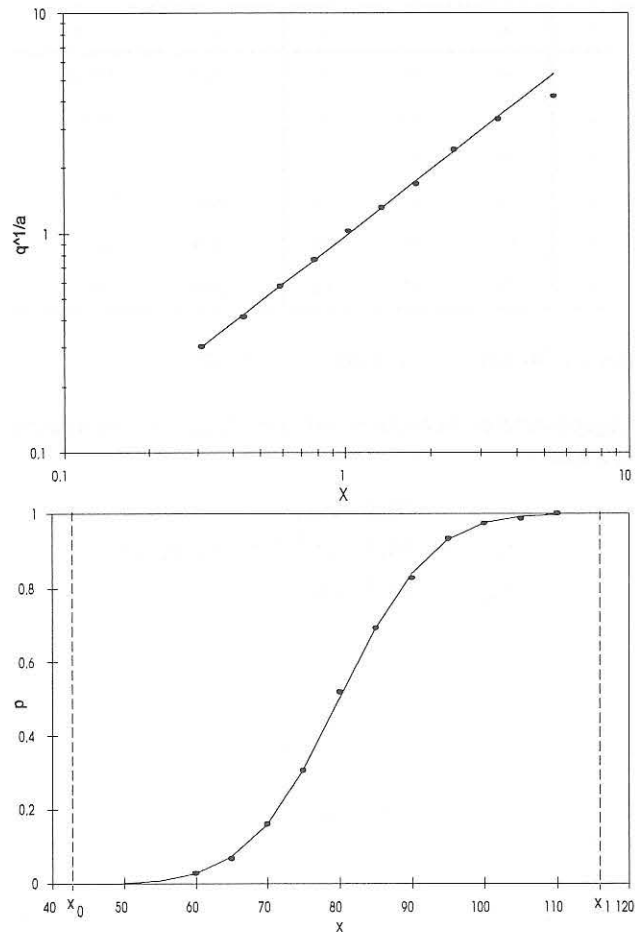


Bild 5-3
Graphik der Verteilung als Gerade im Doppel-Logarithmennetz und als relative Häufigkeit über der Maß-Variablen

c.) Nach dem Sekundärkriterium ergibt sich mit dem Produkt der g-Werte von 2,25 eine Bewertung "schlecht". Jedoch wird der Mangel hauptsächlich durch den g-Wert der Nr. 10 bewirkt. Wenn das Produkt der g-Werte durch den g-Wert der Nr. 10 geteilt wird, wenn also der Meßpunkt Nr. 10 außer Betracht bleibt, ergibt sich mit 1,13 ein akzeptables Produkt aus den g-Werten der Meßwerte Nrn. 1 bis 9.

Mit der Beziehung

$$z^* = v \left[\frac{1}{gq} + 1 \right]^{(-1)}$$

die in dem Beispiel 1 angegeben ist, wäre mit $q = 74$; $g = 2$ und $v = 75$:

$$z^* = 74,50 \text{ anstelle } z = 74.$$

Der Zählwert der Nr. 10 ist also nicht als abnormer Wert zu betrachten; die Abweichung liegt innerhalb des Intervalls, das durch die Zählung der Elemente und den Stichproben-Umfang vorgegeben ist.

Beispiel 4: Häufigkeit der Körpergewichte von Männern

Datenmaterial aus: H. Immich – Medizinische Statistik; Eine Einführungsvorlesung; Seite 203
F. K. Schattauer Verlag Stuttgart – New York 1974

x = Obergrenzen der Gewichtsklassen [kg]

$v = 400$ = Stichprobenumfang

z = kumulierte Häufigkeit

p = relative kumulierte Häufigkeit

Potenzparameter: $a = 4$; $p = \frac{z}{v}$ $q = \frac{p}{1-p}$

Tabelle 5-8

Zählwerte der statistische Verteilung der Gewichte von 400 Männern.

Nr.	x	z	p	$q^{1/4}$	X
1	34,9	1	0,003	0,224	0,042
2	39,9	2	0,005	0,266	0,079
3	44,9	4	0,010	0,317	0,118
4	49,9	21	0,053	0,485	0,160
5	54,9	54	0,135	0,629	0,205
6	59,9	105	0,263	0,772	0,254
7	64,9	173	0,433	0,934	0,308
8	69,9	247	0,618	1,13	0,366
9	74,9	299	0,748	1,31	0,429
10	79,9	333	0,833	1,49	0,499
11	84,9	357	0,893	1,70	0,576
12	89,9	377	0,943	2,01	0,661
13	94,9	384	0,960	2,21	0,756
14	99,9	392	0,980	2,65	0,862
15	104,9	395	0,988	2,98	0,982
16	109,9	397	0,993	3,39	1,12
17	114,9	397	0,993	3,39	1,28
18	119,9	398	0,995	3,76	1,46
19	124,9	399	0,998	4,47	1,67

Der 400ste Zählwert liegt in der Klasse zwischen 160 kg und 164,9 kg.

Lageparameter:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= 28,7 \text{ kg} \\ x_1 &= 182,5 \text{ kg} \\ x_{1/2} &= 66,8 \text{ kg} \end{aligned} \right\} X(x_{1/2}) = 0,329 = \text{Ma\ss f\ur die Schiefe.}$$

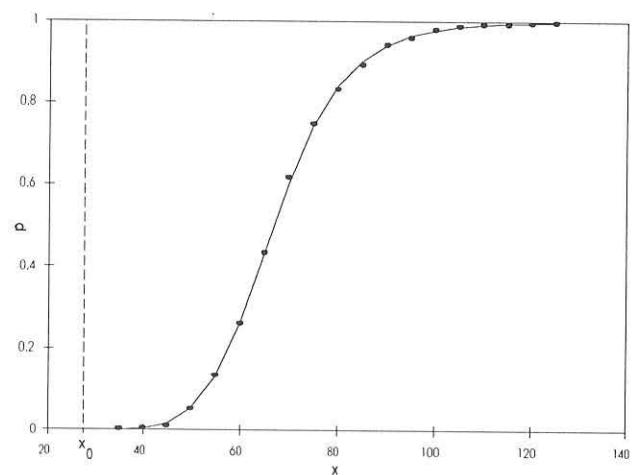
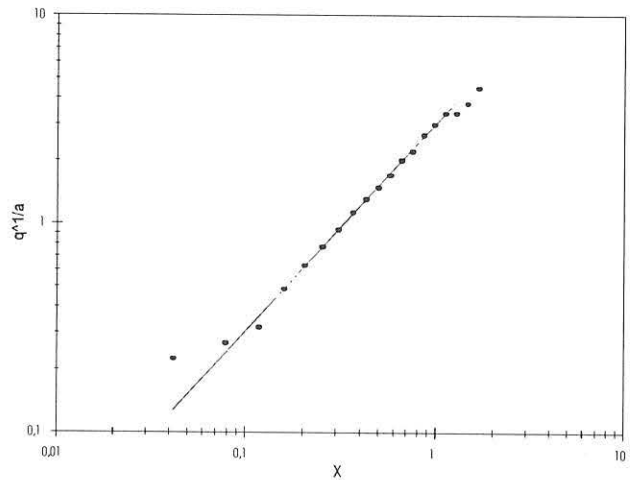


Bild 5-4

Graphik der Verteilung als Gerade im Doppel-Logarithmennetz $z^* = 0,11 Q = Q(X)$ mit $Q = q^{1/4}$ und als relative Häufigkeit $p = p(x)$

Berechnung der Lageparameter mit dem Tripel Nrn. 4; 7 und 15. Stützpunkt ist der Zählwert Nr. 6.

Extrem abseits vom Median liegende Zählwerte, wie in diesem Beispiel der 400ste Zählwert, geben Anlaß zu Überlegungen, ob diese Werte der Stichprobe zuzurechnen sind, ob sie also in den Ausläufern der Verteilung liegen. Die mit der Auswertung nach dem X^a -Theorem gegebene Möglichkeit der Extrapolation bietet eine Entscheidung. In dem Beispiel wird der Bereich zwischen 160 kg und 164,9 kg erfaßt; denn die obere Grenze der Verteilung liegt bei 182,5 kg. Die Häufigkeit des Auftretens für Gewichte über 160 kg bzw. 164,9 kg liegen nach der Auswertung bei

$$1-p = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ bzw. } 1-p = 3,3 \cdot 10^{-6}.$$

Statt des Zählwertes $z = 1$ in Klasse Nr. 1 wäre nach der Auswertung $z^* = 0,11$ zu erwarten.

Anlage 6

Überlegungen zu den Parametern für die Schiefe und für die Wölbung

Bei der Erprobung mit dem Verfahren der Linearisierung im Doppel-Logarithmennetz erweist es sich, daß für die Beschreibung von Daten einer empirischen Verteilung zwei charakteristische Parameter zu erhalten sind, nämlich ein Maß für die Schiefe und ein Maß für die Wölbung der Verteilung (Abschnitt 5). In dieser Anlage wird die Frage behandelt, ob eine Verteilung mit einem Potenzparameter, der größer als Eins ist, die vereinigte Verteilung zweier korrelierender Einzel-Verteilungen sein kann. Es wird die Möglichkeit aufgezeigt, über die Parameter für die Schiefe und Wölbung die Einzel-Verteilungen korrelierender Teil-Merkmale zu einer Verteilung des resultierenden Merkmals zu vereinigen. Weiterhin wird mit dem Kalkül der Wahrscheinlichkeit die bei der Erprobung als hinreichend erkannte Vorgabe begründet, für den Potenzparameter eine ganze Zahl von kleinem Betrag anzusetzen.

1.) Vorbereitungen

1.1) Bezeichnungen

Die Maße des Teil-Merkmales A sind über der Skala der Variablen u verteilt. Die Maße des Teil-Merkmales B sind über der Skala der Variablen v verteilt. Die Maße des resultierenden Merkmals C sind über der Skala der Variablen w verteilt.

1.2) Umskalierung der Maße

Es wird vorausgesetzt, daß die Grenzparameter der drei Verteilungen bekannt sind. Die drei Maßskalen werden auf eine gemeinsame Skala r in dem Bereich $0 \leq r < 1$ bezogen:

$$r(u) = \frac{u - u_0}{u_1 - u_0}; \quad r(v) = \frac{v - v_0}{v_1 - v_0}; \quad r(w) = \frac{w - w_0}{w_1 - w_0}$$

$$1 - r(u) = \frac{u_1 - u}{u_1 - u_0}; \quad 1 - r(v) = \frac{v_1 - v}{v_1 - v_0};$$

$$1 - r(w) = \frac{w_1 - w}{w_1 - w_0}$$

Die Zufallsvariablen ergeben sich mit der Transformation

$$X(y) = \frac{y - y_0}{y_1 - y} \quad ((6), \text{ Abschnitt 4 im Text}),$$

hier:

$$X(r) = \frac{r}{1 - r},$$

zu

$$X(u) = X(r(u)); \quad X(v) = X(r(v)); \\ X(w) = X(r(w)).$$

Diese Umskalierungen sind Übertragungen durch Linearkombinationen (Abschnitt 6, Nr 6.31 im Text).

1.3) Mittlere Verteilungsdichten

Die Fundamentalform des X^a -Theorems beschreibt entweder eine empirische Verteilung mit dem Potenzparameter $a = 1$ oder eine reduzierte Verteilung (Anlage 3, Ziffer 4). Mit den Beziehungen

$$R = \frac{X(r)}{X(r_{1/2}) + X(r)} = \frac{r}{(1 - r) \cdot X(r_{1/2}) + r} = h_0(r) \cdot r$$

$$1 - R = \frac{X(r_{1/2})}{X(r_{1/2}) + X(r)} = \frac{X(r_{1/2}) \cdot (1 - r)}{(1 - r) \cdot X(r_{1/2}) + r} = h_1(r) \cdot (1 - r)$$

werden die mittleren Verteilungsdichten definiert:

$$\frac{R}{r} = h_0(r) = D \left| \overline{0 + r} \right| \quad (\text{Schreibweise in Abschnitt 3 und 4})$$

$$\frac{1 - R}{1 - r} = h_1(r) = D \left| \overline{r + 1} \right| \quad (\text{Schreibweise in Abschnitt 4})$$

Aus dem Alternativen-Quotienten in der Fundamentalform

$$Q = \frac{R}{1 - R} = \frac{X(r)}{X(r_{1/2})} = \frac{r h_0(r)}{h_1(r)(1 - r)} = X(r) \frac{h_0(r)}{h_1(r)}$$

ergibt sich das Maß für die Schiefe

$$X(r_{1/2}) = \frac{h_1(r)}{h_0(r)}$$

in dem Bereich $0 \leq r < 1$ als Konstante.

2.) Graphiken: Mittlere Verteilungsdichten über den umskalierten Maßen

2.1) In den Bildern 6-1a) und 6-1b) sind Graphiken der mittleren Dichten zweier Einzel-Verteilungen in der Fundamentalform ($a=1$) mit den Medianen $r_{1/2}(A)=0,4$ und $r_{1/2}(B)=0,15$ dargestellt. Die Rechtecke sind also jeweils Maße für die Hälfte der Daten:

$$h_0(r_{1/2}(i)) \cdot r_{1/2}(i) = h_1(r_{1/2}(i)) \cdot (1 - r_{1/2}(i)) = \frac{1}{2}$$

mit $i = A$ und B . Die Bestimmung von $r_{1/2}(C)$ bzw. $h_0(r_{1/2}(C))$ und $h_1(r_{1/2}(C))$ ist erst am Schluß dieser Abhandlung möglich.

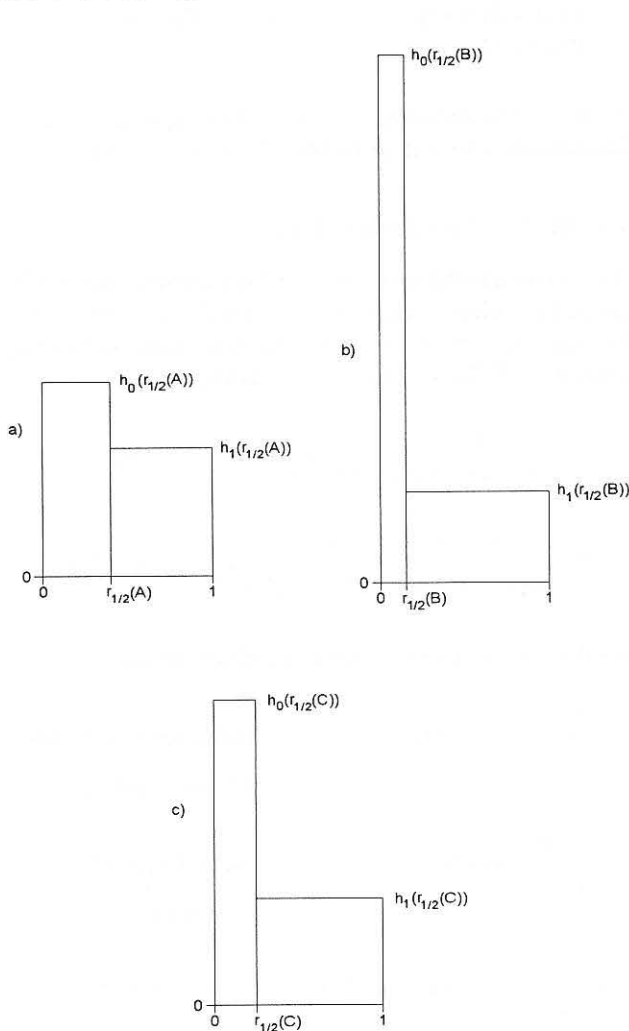


Bild 6-1

Mittlere Verteilungsdichten

$$h_0(r_{1/2}(i)) \cdot r_{1/2}(i) = h_1(r_{1/2}(i)) \cdot (1 - r_{1/2}(i)) = 0,5; \quad i = A, B \text{ und } C$$

2.2) Die Graphik-Technik wird zunächst formal auf den Fall angewendet, daß für die Einzel-Verteilungen der Teil-Merkmale A und B und für die vereinigte Verteilung des resultierenden Merkmals C das gleiche umskalierte Maß $r^*=0,3$ vorgegeben wird. Dies führt zu den

Graphiken der Bilder 6-2a), 6-2b) und – nachfolgend – 6-2c).

Der Rechengang für eine Graphik ist:

$$\left. \begin{aligned} \text{Vorgabe von } r_{1/2}; \quad X(r_{1/2}) &= \frac{r_{1/2}}{1 - r_{1/2}} \\ \text{Vorgabe von } r^*; \quad X(r^*) &= \frac{r^*}{1 - r^*} \end{aligned} \right\} Q = \frac{X(r^*)}{X(r_{1/2})}$$

$$R = \frac{Q}{1 + Q}; \quad h_0(r^*) = \frac{R}{r^*}; \quad h_1(r^*) = \frac{1 - R}{1 - r^*}.$$

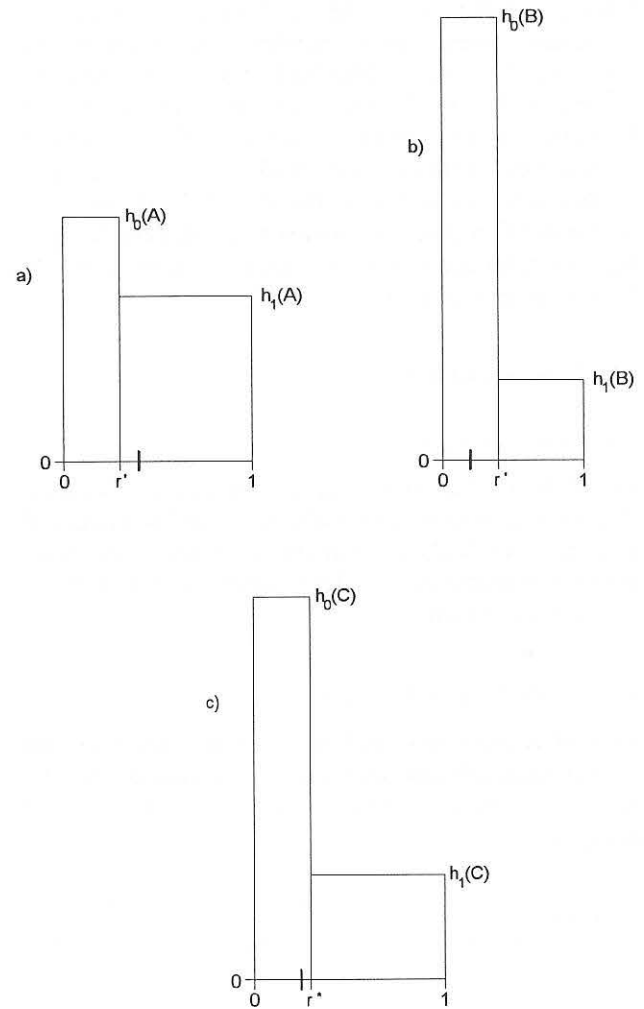


Bild 6-2

Mittlere Verteilungsdichten

$$h_0(r^*(i)) = h_0(i) \text{ und } h_1(r^*(i)) = h_1(i); \quad i = A, B \text{ und } C$$

3) Die Vereinigung von Einzel-Verteilungen

3.1) Formulierungen

Die Merkmale A , B und C werden präzisiert:

A bedeutet: Die Maße der Elemente sind kleiner oder gleich $r^*(A)$

B bedeutet: Die Maße der Elemente sind kleiner oder gleich $r^*(B)$

C bedeutet: Die Maße der Elemente sind kleiner oder gleich $r^*(C)$

Demgemäß wird formuliert:

$$\begin{aligned} p(A) &= \Pr[r(u) \leq r^*(A)] \\ 1 - p(A) &= p(\bar{A}) = \Pr[r(u) > r^*(A)] \\ p(B) &= \Pr[r(v) \leq r^*(B)] \\ 1 - p(B) &= p(\bar{B}) = \Pr[r(v) > r^*(B)] \\ p(C) &= \Pr[r(w) \leq r^*(C)] \\ 1 - p(C) &= p(\bar{C}) = \Pr[r(w) > r^*(C)] \end{aligned}$$

Die Alternativen-Quotienten sind somit:

$$q(A) = \frac{p(A)}{p(\bar{A})}; \quad q(B) = \frac{p(B)}{p(\bar{B})}; \quad q(C) = \frac{p(C)}{p(\bar{C})}$$

Funktionen mit $a > 1$ werden die Bezeichnungen p und q zugeordnet, Funktionen mit $a = 1$ die Bezeichnungen R und Q .

3.2) Der Ansatz für die Vereinigung von zwei Verteilungen

In dem *Bild 6-3* sind die Geraden für zwei Verteilungen

$$\ln q(A) = a_1 [\ln X(r^*) - \ln X(r_{1/2}(A))] \quad (A)$$

$$\ln q(B) = a_2 [\ln X(r^*) - \ln X(r_{1/2}(B))] \quad (B)$$

speziell für $a_1 = 1$ und $a_2 = 2$, im Doppel-Logarithmennetz aufgetragen. Es wird ein Abszissenwert $X(r^*)$ vorgegeben; dies bedeutet, daß

$$X(u^*) = X(v^*) = X(r^*)$$

gesetzt wird, und somit die umskalierten Maße für die Merkmale A und B gleichgesetzt werden:

$$r(u^*) = r(v^*) = r^*$$

Es erscheint naheliegend, diejenige dritte Gerade

$$\ln q(C) = a_3 [\ln X(r^*) - \ln X(r_{1/2}(C))] \quad (C)$$

der vereinigten Verteilung zuzuschreiben, die sich aus der logarithmischen Addition

$$\ln q(C) = \ln q(A) + \ln q(B)$$

ergibt. Der Ansatz für die Vereinigung ist also:

$$q(C) = q(A) \cdot q(B)$$

Die Vereinigung wird ebenfalls bei dem Abszissenwert vorgenommen:

$$X(w^*) = X(r^*); \quad r(w^*) = r^*$$

Für die drei Merkmale liegen somit die umskalierten Maße auf einer gemeinsamen Skala. Dieser Fall ist unter Ziffer 2.2) dieser Anlage formal behandelt worden:

Die Einzel-Verteilungen von A (*Bild 6-2a*) und von B (*Bild 6-2b*) werden zu der Verteilung von C (*Bild 6-2c*) vereinigt.

Die Maße für die Wölbung und die Schiefe der vereinigten Verteilung ergeben sich aus der Addition der Geraden (A) und (B) zur Geraden (C):

$$\begin{aligned} \ln q(C) &= (a_1 + a_2) \ln X(r^*) \\ &\quad - [a_1 \ln X(r_{1/2}(A)) + a_2 \ln X(r_{1/2}(B))] \\ &= a_3 \ln X(r^*) - a_3 \ln X(r_{1/2}(C)) \end{aligned}$$

Weil dies für jede Vorgabe der Variablen $X(r^*)$ gelten muß, ergibt sich durch Vergleich der Konstanten:

$$a_3 = a_1 + a_2$$

Das Maß für die Wölbung der vereinigten Verteilung ist die Summe der Maße für die Wölbungen der Einzel-Verteilungen

$$X^{a_3}(r_{1/2}(C)) = X^{a_1}(r_{1/2}(A)) X^{a_2}(r_{1/2}(B))$$

die Beziehung zwischen den Maßen der Schiefe.

In dem Beispiel des *Bildes 6-3* ist:

$$X^3(r_{1/2}(C)) = X^1(r_{1/2}(A)) X^2(r_{1/2}(B))$$

und somit:

$$q(C) = q(A) q(B) = \frac{X(r^*)}{X(r_{1/2}(A))} \frac{X^2(r^*)}{X^2(r_{1/2}(B))} = \frac{X^3(r^*)}{X^3(r_{1/2}(C))}$$

Wenn die Parameter der beiden Einzel-Verteilungen bekannt sind – oder die Parameter einer Einzel-Verteilung und der vereinigten Verteilung –, sind die Maße für die Schiefe und die Wölbung der jeweils dritten Verteilung bestimmt. Für das jeweils dritte Merkmal ist die Verteilung im Bereich der Variablen r der Umskalierung bestimmt.

Die bei Auswertungen nach dem X^a -Theorem vorausgesetzte Ganzzahligkeit des Potenzparameters ist

eine Vorgabe, die mit der vorstehenden Ableitung weder bestätigt noch ausgeschlossen wird.

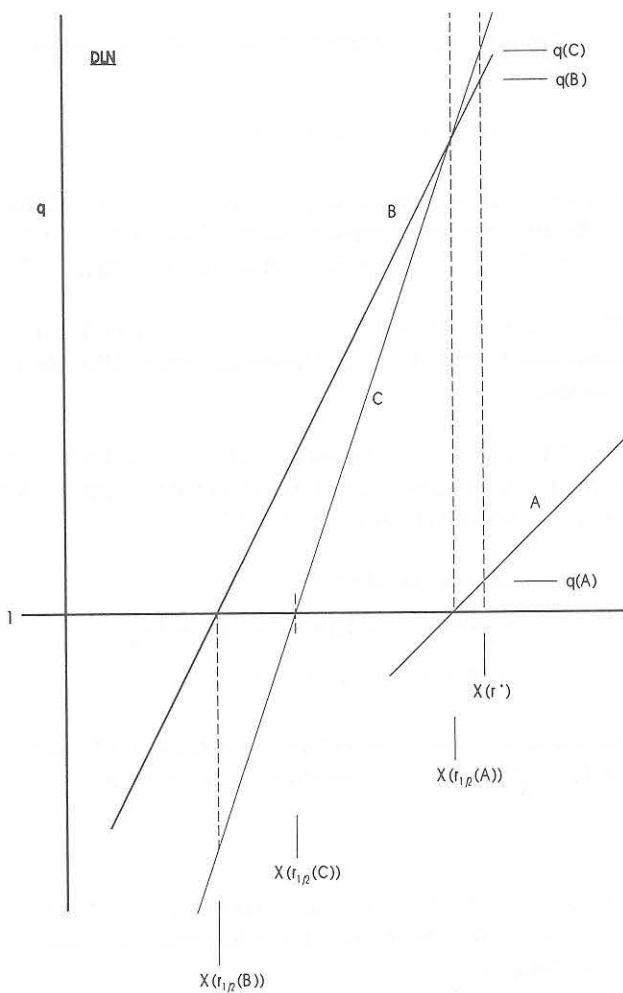


Bild 6-3:
Ansatz $q(C) = q(A) q(B)$ und Bestimmung der Parameter für Wölbung und Schiefe der vereinigten Verteilung

Nachträge zu den Bildern 6-1c und 6-2c:

Aus den Maßen für die Schiefe der Einzel-Verteilungen, jeweils $a=1$, ergibt sich das Maß für die Schiefe der vereinigten Verteilung aus:

$$X^2(r_{1/2}(C)) = X(r_{1/2}(A)) X(r_{1/2}(B))$$

und somit:

$$r_{1/2}(C) = \frac{X(r_{1/2}(C))}{1 - X(r_{1/2}(C))} \quad \text{(zu Bild 6.1c)}$$

Mit den vorgegebenen Größen $Q(A)$, $Q(B)$ und r^* ergibt sich die Rechenfolge

$$q(C) = Q(A) Q(B);$$

$$p(C) = \frac{q(C)}{1 + q(C)};$$

$$h_0 = \frac{p(C)}{r^*}; \quad h_1 = \frac{1 - p(C)}{1 - r^*} \quad \text{(zu Bild 6-2c)}$$

3.3) Die Vereinigung von Verteilungen durch Multiplikation von Alternativen-Quotienten in dem Kalkül der Wahrscheinlichkeit.

Unter der Ziffer 3.1) dieser Anlage sind relative Häufigkeiten als Maße für Wahrscheinlichkeiten interpretiert. Es wird das Kalkül der Wahrscheinlichkeit auf diese Häufigkeiten angewendet, wobei Verknüpfungen durch bedingte Wahrscheinlichkeiten auftreten.

In dem Bild 6-4 werden mit einer Gabel-Struktur zunächst formal die Kombinationen (Konjunktionen) der Teil-Merkmale A und B zu dem resultierenden Merkmal C und der Komplementär-Merkmale \bar{A} , \bar{B} und \bar{C} aufgezeigt (1. Spalte). Sodann werden für die weitere Herleitung die Konjunktionen angegeben, die bei der Vereinigung der Einzel-Verteilungen logisch möglich sind (2. und 3. Spalte).

Für das Lesen in der Gabel-Struktur wird ein Beispiel angegeben:

Das Merkmal A trete mit der Wahrscheinlichkeit $p(A)$ einzeln auf und gemeinsam mit dem Komplementär-Merkmal \bar{B} mit einer Wahrscheinlichkeit $p(A\bar{B}) = p(A)p(\bar{B}/A)$. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(\bar{B}/A)$ ist der prozentuale Anteil von $p(A)$, der auch der Zweier-Konjunktion $p(A\bar{B})$ zugehört. Ferner ist $p(A\bar{B}C) = p(A\bar{B})p(C/A\bar{B})$ die Wahrscheinlichkeit für das gemeinsame Auftreten der Merkmale A , \bar{B} und C , und somit die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(C/A\bar{B})$ der prozentuale Anteil von $p(A\bar{B})$, der auch der Dreier-Konjunktion $p(C/A\bar{B})$ zugehört.

In der zweiten Spalte sind die Konjunktionen aufgeführt, die das resultierende Merkmal C enthalten, in der dritten Spalte diejenigen, die das komplementäre Merkmal \bar{C} enthalten.

Ein Individuum, das die Teil-Merkmale A und B aufweist, kann nicht das komplementäre resultierende Merkmal \bar{C} aufweisen. Die Konjunktion $p(A\bar{B}\bar{C})$ kann nicht auftreten. Weil also kein Anteil von $p(AB)$ zu $p(A\bar{B}\bar{C})$ gehört, muß $p(ABC)$ mit $p(AB)$ identisch sein, d. h.:

$$p(C/AB) = \frac{p(ABC)}{p(AB)} = 1$$

Konjunktionen					
Formal	mit Merkmal C		mit Merkmal \bar{C}		Merkmal \bar{C}
	Merkmal C	Merkmal \bar{C}	Merkmal C	Merkmal \bar{C}	
$p(A B C)$	$p(A B C)$	\div	$p(A B/C) \cdot p(C)$ $= p(A B)$	\div	\div
$p(A B \bar{C})$	\div	0	\div	0	0
$p(A \bar{B} C)$	$p(A \bar{B} C)$	\div	$p(A \bar{B}/C) \cdot p(C)$	\div	\div
$p(A \bar{B} \bar{C})$	\div	$p(A \bar{B} \bar{C})$	\div	$p(A \bar{B}/\bar{C}) \cdot p(\bar{C})$	\div
$p(\bar{A} B C)$	$p(\bar{A} B C)$	\div	$p(\bar{A} B/C) \cdot p(C)$	\div	\div
$p(\bar{A} B \bar{C})$	\div	$p(\bar{A} B \bar{C})$	\div	$p(\bar{A} B/\bar{C}) \cdot p(\bar{C})$	\div
$p(\bar{A} \bar{B} C)$	0	\div	0	\div	\div
$p(\bar{A} \bar{B} \bar{C})$	\div	$p(\bar{A} \bar{B} \bar{C})$	\div	$p(\bar{A} \bar{B}/\bar{C}) \cdot p(\bar{C})$ $= p(\bar{A} \bar{B})$	\div

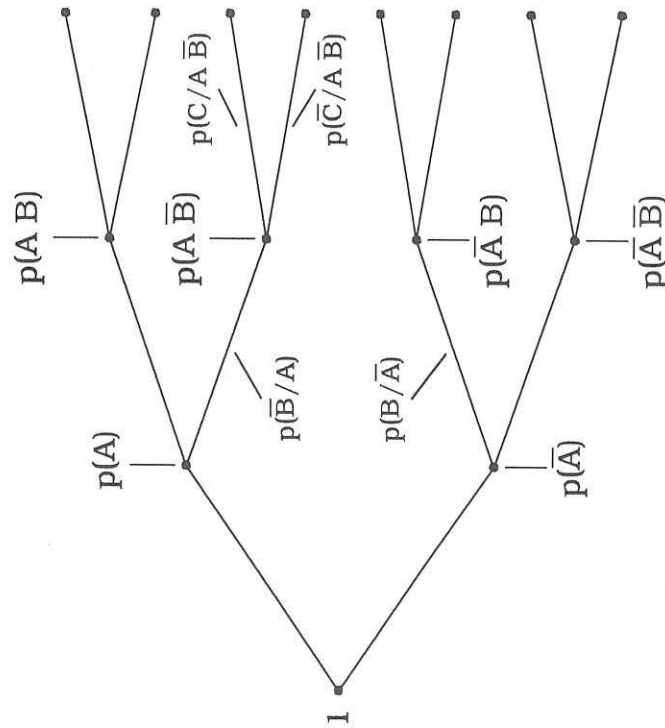


Bild 6-4
Gabel-Struktur zur Bestimmung der logisch möglichen Merkmale-Kombinationen (Konjunktionen)

und

$$p(ABC) = p(C/AB)p(AB) = p(AB/C)p(C) = p(AB)$$

(vierte Spalte).

Ebenso ist die Konjunktion $p(\overline{A}\overline{B}C)$ logisch auszuschließen und darum:

$$p(\overline{A}\overline{B}C) = p(\overline{C}/\overline{A}\overline{B})p(\overline{A}\overline{B}) = p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C})p(\overline{C}) = p(\overline{A}\overline{B})$$

(fünfte Spalte).

Die Summe der Konjunktionen in der vierten Spalte bzw. fünften Spalte ist $p(C)$ bzw. $p(\overline{C})$; denn die Summe der prozentualen Anteile

$$p(AB/C); \quad p(A\overline{B}/C) \quad \text{und} \quad p(\overline{A}\overline{B}/C) \quad \text{an} \quad p(C)$$

$$\text{bzw.} \quad p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C}); \quad p(A\overline{B}/\overline{C}) \quad \text{und} \quad p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C}) \quad \text{an} \quad p(\overline{C})$$

muß Eins sein. Beispiel: $p(A\overline{B}/C)$ ist der prozentuale Anteil von $p(\overline{A}\overline{B}C)$ an der Häufigkeit $p(C)$.

Aus der Summe der ersten bzw. zweiten Spalte

$$p(C) = p(AB) + p(A\overline{B}C) + p(\overline{A}\overline{B}C)$$

$$\text{bzw.} \quad p(\overline{C}) = p(\overline{A}\overline{B}) + p(A\overline{B}\overline{C}) + p(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$$

wird formuliert:

$$p(AB) = \left[1 - \frac{p(A\overline{B}C)}{p(C)} - \frac{p(\overline{A}\overline{B}C)}{p(C)} \right] p(C) \quad (!)$$

$$p(\overline{A}\overline{B}) = \left[1 - \frac{p(A\overline{B}\overline{C})}{p(\overline{C})} - \frac{p(\overline{A}\overline{B}\overline{C})}{p(\overline{C})} \right] p(\overline{C}) \quad (!)$$

Es werden die hypothetischen Aussagen

$$p(A\overline{B}/\overline{C}) = p(A\overline{B}C) \quad \text{und} \quad p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C}) = p(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$$

eingeführt; das bedeutet:

Die prozentualen Anteile von $p(A\overline{B}C)$ an $p(C)$ und von $p(A\overline{B}/\overline{C})$ an $p(\overline{C})$ sind gleich.

Die prozentualen Anteile von $p(\overline{A}\overline{B}C)$ an $p(C)$ und von $p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C})$ an $p(\overline{C})$ sind gleich.

Die Schreibweise

$$\frac{p(A\overline{B}/\overline{C})}{p(\overline{C})} = \frac{p(A\overline{B}C)}{p(C)} \quad \text{und} \quad \frac{p(\overline{A}\overline{B}/\overline{C})}{p(\overline{C})} = \frac{p(\overline{A}\overline{B}C)}{p(C)}$$

zeigt, daß die beiden Klammer-Ausdrücke in den Formulierungen (!) gleich sind, daß also

$$\frac{p(C)}{p(\overline{C})} = \frac{p(AB)}{p(\overline{A}\overline{B})}$$

ist. In der Schreibweise unter Ziffer 3.1) dieser Anlage ist

$$q(C) = \frac{p(AB)}{p(\overline{A}\overline{B})} = \frac{p(A)p(B/A)}{p(\overline{A})p(\overline{B}/\overline{A})} = \frac{p(B)p(A/B)}{p(\overline{B})p(\overline{A}/\overline{B})}$$

$$q(C) = q(A) \frac{p(B/A)}{p(\overline{B}/\overline{A})} = q(B) \frac{p(A/B)}{p(\overline{A}/\overline{B})}$$

Aus dem Vergleich dieser Beziehungen mit dem Ansatz für die Vereinigung der Einzel-Verteilungen

$$q(C) = q(A)q(B)$$

ist eine korrigierende Folgerung zu ziehen:

Wenn $q(A)$ als Alternativen-Quotient der Wahrscheinlichkeit $p(A)$ erklärt wird, ist anstelle von $q(B)$ das Verhältnis

$$\frac{p(B/A)}{p(\overline{B}/\overline{A})} \neq \frac{p(B)}{p(\overline{B})} = q(B)$$

einzusetzen. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$p(B/A) = \frac{p(AB)}{p(A)} \quad \text{und} \quad p(\overline{B}/\overline{A}) = \frac{p(\overline{A}\overline{B})}{p(\overline{A})}$$

geben an:

$p(B/A)$ ist der prozentuale Anteil derjenigen Individuen mit dem Merkmal A , der auch das Merkmal B aufweist. $p(\overline{B}/\overline{A})$ ist der prozentuale Anteil derjenigen Individuen mit dem Merkmal \overline{A} der auch das Merkmal \overline{B} aufweist. Wenn $q(B)$ als Alternativen-Quotient der Wahrscheinlichkeit $p(B)$ erklärt wird, ist in Analogie zu folgern:

Anstelle von $q(A)$ ist das Verhältnis

$$\frac{p(A/B)}{p(\overline{A}/\overline{B})} \neq \frac{p(A)}{p(\overline{A})} = q(A)$$

einzusetzen.

Mit der Anwendung des Kalküls der Wahrscheinlichkeit ist als korrigierende Folgerung die begriffliche Klarstellung zu erhalten:

Bei der Vereinigung der Einzel-Verteilungen zweier korrelierender Teil-Merkmale zu der Verteilung des resultierenden Merkmals durch Multiplikation der

Alternativen-Quotienten ist einer dieser Quotienten ein Verhältnis bedingter Wahrscheinlichkeiten. Die Bedingtheit liegt in der Korrelation der Teil-Merkmale begründet.

Die in der Anlage aufgezeigte Möglichkeit, Verteilungen korrelierender Merkmale zu einer Verteilung zu

vereinigen, führt zu der Vermutung, daß die Anzahl dieser Merkmale mit dem Potenzparameter gegeben ist. Diese Vermutung ist aus der Struktur des X^a -Theorems allein nicht abzuleiten; sie läßt sich jedoch bei Interpretation von relativen Häufigkeiten als Maße für Wahrscheinlichkeit bestätigen, wenn eine zusätzliche Annahme hinzugezogen wird.

Anlage 7

Das neuartige Verfahren der Selektion als Alternative zu dem Verfahren der linearen Regression

Das für Auswertungen nach dem X^a -Theorem entwickelte Verfahren der Selektion (Abschnitt 7) ist eine Rechentechnik, die auch für die Analyse von linearen Zusammenhängen zwischen Einstell- und Meßgrößen verwendet werden kann.

Den ermittelten Daten (n Meßpunkte) soll eine Gerade

$$w = Au + B$$

angepaßt werden. Die Schritte der Einzelrechnung sind:

- a.) Mit zwei Meßpunkten $(u_i; w_i)$, $i = a$ und b , werden die Konstanten A und B berechnet.
- b.) Die Abstände (Lagedifferenzen) der $(n-2)$ übrigen Meßpunkte $(u_j; w_j)$, $j \neq i$, zu der durch A und B gegebenen Geraden werden berechnet. Die – dem Betrag nach – kleinste Lagedifferenz weist der Meßpunkt $(u_c; w_c)$ auf (Stützpunkt-Test).
- c.) Die $(n-2)$ Lagedifferenzen werden aufsummiert. Dieses Rechenschema wird für alle möglichen Meßpunkte-Paare ausgeführt; das sind

$$N = \binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

Ergebnis-Sätze. Aus jeder der N Rechnungen ergibt sich ein Meßpunkt $(u_c; w_c)$ mit der kleinsten der $(n-2)$ Lagedifferenzen. Nach dem Primärkriterium werden aus den N Ergebnis-Sätzen diejenigen ausgewählt, bei denen die – dem Betrag nach – kleinste Lagedifferenz unterhalb eines vorgegebenen Grenzwertes liegt.

Mit dem Sekundärkriterium wird ermittelt, auf welche der nach dem Primärkriterium ausgewählten Ergebnis-Sätze die Forderung zutrifft, daß sich die Lagedifferenzen annähernd ausgleichen, daß also die Summe der Lagedifferenzen möglichst klein ist.

Im Idealfall wird sich ein Meßpunkte-Paar ergeben, dem sowohl die kleinste aus den N Lagedifferenzen, als auch die kleinste Summe der jeweils $(n-2)$ Lagedifferenzen zuzuordnen ist. Mit der Geraden, die durch die zugehörigen Konstanten bestimmt ist, wird der lineare Zusammenhang der ermittelten Daten am besten repräsentiert.

In dem Fall, daß sich nach den beiden Kriterien unterschiedliche Meßpunkte-Paare ergeben, ist das Konform-Kriterium anzuwenden: Jede der beiden Konstanten muß nach Rundung auf eine angemessene Anzahl von Dezimalstellen von gleichem Betrag sein.

Bisher erschienene Forschungsberichte der BAM

Nr. 1/1968

Forschung und Entwicklung in der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM)
Rechenschaftsbericht für den Bundesminister für Bildung und Wissenschaft

Nr. 2/1970 (vergriffen)

G. Andreas
Zum Problem des Feuchtigkeitsschutzes von Dehnungsmeßstreifen und Halbleitergebern

Nr. 3/1970

J. Ziebs
Über das mechanische Verhalten von Aluminium-Stahl-Freileitungsseilen als Beispiel für Verbundbauteile

Nr. 4/1970 (vergriffen)

A. Burmester
Formbeständigkeit von Holz gegenüber Feuchtigkeit - Grundlagen und Vergütungsverfahren

Nr. 5/1971

N. Steiner
Die Bedeutung der Netzstellenart und der Netzwerkkettendichte für die Beschreibung der elastischen Eigenschaften und des Abbaus von elastomeren Netzwerken

Nr. 6/1971

P. Schneider
Zur Problematik der Prüfung und Beurteilung des Luftschallschutzes von Bauelementen bei unterschiedlichen Einbaubedingungen

Nr. 7/1971

H.-J. Petrowitz
Chromatographie und chemische Konstitution - Untersuchungen über den Einfluß der Struktur organischer Verbindungen auf das Verhalten bei der Dünnschicht-Chromatographie

Nr. 8/1971

H. Veith
Zum Spannungs-Drehungs-Verhalten von Baustählen bei Wechselbeanspruchung

Nr. 9/1971

K.-H. Möller
Untersuchung über die sichernde Wirkung poröser Massen in Acetylenflaschen

Nr. 10/1972

D. Aurich, E. Martin
Untersuchungen über die Korngrößenbestimmung mit Ultraschall zur Entwicklung einer für die Praxis geeigneten zerstörungsfreien Meßmethode

Nr. 11/1972

H.-J. Krause
Beitrag zur Kenntnis der Schnittriefenbildung und Schnittgütwerte beim Brennschneiden

Nr. 12/1972

H. Feuerberg
Über Veränderungen von Nylon-6-Fasern beim Texturieren

Nr. 13/1972

K.-H. Habig, K. Kirschke, W.-W. Maennig, H. Tischer
Festkörpergleitreibung und Verschleiß von Eisen, Kobalt, Kupfer, Silber, Magnesium und Aluminium in einem Sauerstoff-Stickstoff-Gemisch zwischen 760 und $2 \cdot 10^{-7}$ Torr

Nr. 14/1972

E. Fischer
Untersuchungen zur Amplitudenabhängigkeit der Ultraschalldämpfung in Metallen bei 20 kHz

Nr. 15/1972

H. Pohl
Studie und Probleme der chemischen Edelmetall-Analyse

Nr. 16/1972

E. Knublauch
Über Ausführung und Aussagefähigkeit des Normbrandversuches nach DIN 4102, Blatt 2, im Hinblick auf die Nachbildung natürlicher Schadenfeuer

Nr. 17/1972

P. Reimers
Aktivierungsanalyse mit schnellen Neutronen, Photonen und geladenen Teilchen

Nr. 18/1973

W. Struck
Das Spröbruchverhalten des Baustahles R St 37-2 N in geschweißten Konstruktionen, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches

Nr. 19/1973

K. Kaffanke, H. Czichos
Die Bestimmung von Grenzflächentemperaturen bei tribologischen Vorgängen

Nr. 20/1973

R. Rudolphi
Brandrisiko elektrischer Leitungen und Installationen in Wänden

Nr. 21/1973

D. Klaffke, W. Maennig
Die kontinuumsmechanische Erfassung des zeitlichen Ablaufs der elastisch-plastischen Dehnungen bei der Zerrüttung

Nr. 22/1973

R. Rudolphi, E. Knublauch
Untersuchungen für ein Prüfverfahren zur Bemessung der Brandschutzbekleidung von Stahlstützen

Nr. 23/1973

W. Ruske
Reichs- und preußische Landesanstalten in Berlin. Ihre Entstehung und Entwicklung als außeruniversitäre Forschungsanstalten und Beratungsorgane der politischen Instanzen

Nr. 24/1973

J. Stanke, E. Klement, R. Rudolphi
Das Brandverhalten von Holzstützen unter Druckbeanspruchung

Nr. 25/1973

E. Knublauch
Über das Brandgeschehen vor der Fassade eines brennenden Gebäudes unter besonderer Berücksichtigung der Feuerbeanspruchung von Außenstützen

Nr. 26/1974

P. Jost, P. Reimers, P. Weise
Der Elektronen-Linearbeschleuniger der BAM - Eigenschaften und erste Anwendungen

Nr. 27/1974

H. Wüstenberg
Untersuchungen zum Schallfeld von Winkelprüfköpfen für die Materialprüfung mit Ultraschall

Nr. 28/1974

H. Heinrich
Zum Ablauf von Gasexplosionen in mit Rohrleitungen verbundenen Behältern

Nr. 29/1974

P. Schneider
Theorie der dissipativen Luftschalldämmung bei einem idealisotropen porösen Material mit starrem Skelet für senkrechten, schrägen und allseitigen Schalleinfall

Nr. 30/1974 (vergriffen)

H. Czichos, G. Salomon
The Application of Systems Thinking and Systems Analysis to Tribology

Nr. 31/1975

G. Fuhrmann
Untersuchungen zur Klärung des Verhaltens thermoplastischer Kunststoffe bei Wechseldehnungsbeanspruchung

Nr. 32/1975

R. Rudolphi, B. Böttcher
Ein thermo-elektrisches Netzwerkverfahren zur Berechnung stationärer Temperatur- und Wärmestromverteilungen mit Anwendungsbeispielen

Nr. 33/1975

A. Wagner, G. Kieper, R. Rudolphi
Die Bestimmung der Temperaturleitfähigkeit von Baustoffen mit Hilfe eines nicht-stationären Meßverfahrens

Nr. 34/1976 (vergriffen)

H.-J. Deppe
Untersuchungen zur Vergütung von Holzwerkstoff

Nr. 35/1976

E. Limberger
Der Widerstand von Platten, die als Beplankungsmaterial leichter Wände verwendet werden, gegenüber dem Aufprall harter Körper - Vorschlag für ein Prüfverfahren -

Nr. 36/1976 (vergriffen)

J. Hundt
Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles

Nr. 37/1976

W. Struck
Die stoßartige Beanspruchung leichter, nichttragender Bauteile durch einen mit der Schulter gegenprallenden Menschen - Vorschlag für ein Prüfverfahren -

Nr. 38/1976

K.-H. Habig
Verschleißuntersuchungen an gas-, bad- und ionitriertem Stahl 42 CrMo 4

Nr. 39/1976

K. Kirschke, G. Kempf
Untersuchung der viskoelastischen Eigenschaften von Flüssigkeiten (mit Nicht-Newton'schem Fließverhalten) insbesondere bei höherer Schwerbeanspruchung

Nr. 40/1976

H. Hantsche
Zum Untergrundabzug bei energiedispersiven Spektren nach verschiedenen Verfahren

Nr. 41/1976

B. Böttcher
Optische Eigenschaften cholesterinischer Flüssigkeiten

Nr. 42/1976

S. Dietlen
Ermittlung der Mindestzündenergie brennbarer Gase in Mischung mit Luft

Nr. 43/1976

W. Struck
Das Spröbruchverhalten geschweißter Bauteile aus Stahl mit zäh-sprödem Übergang im Bruchverhalten, dargestellt mit Hilfe der Methode des Temperaturvergleiches

Nr. 44/1976

W. Matthees
Berechnung von räumlichen, linear elastischen Systemen, die aus finiten Stab- und Balkenelementen zusammengesetzt sind, unter Verwendung des Programms "Stab-Werk"

- Nr. 45/1976
W. Paatsch
Untersuchung des Elektrodenverhaltens im Vakuum aufgedampfter Metallschichten
- Nr. 46/1977 (vergriffen)
G. Schickert, H. Winkler
Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung
Results of Test Concerning Strength and Strain of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stresses
- Nr. 47/1977
A. Plank
Bautechnische Einflüsse auf die Tragfähigkeit von Kunststoffdübeln für Fassadenbekleidungen
- Nr. 48/1977
U. Holzlhöner
Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last, angewendet auf die Fundamente einer geplanten Schnellbahn
- Nr. 49/1977
G. Wittig
Untersuchungen zur Anwendung von Mikrowellen in der zerstörungsfreien Prüfung
- Nr. 50/1978 (vergriffen)
N. Czaika, N. Mayer, C. Amberg, G. Magiers, G. Andreae, W. Markowski
Zur Meßtechnik für die Sicherheitsbeurteilung und Überwachung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern
- Nr. 51/1978
J. Sickfeld
Auswirkung von chemischen und physikalisch-technologischen Einflußfaktoren auf das Beständigkeitsverhalten von Oberflächenbeschichtungen auf der Basis von Reaktionsbeschichtungsstoffen
- Nr. 52/1978
A. Tomov
Zum Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf das tribologische Verhalten von Werkstoffen hoher Härte bei reiner Festkörperreibung
- Nr. 53/1978
R.-G. Rohrmann, R. Rudolphi
Bemessung und Optimierung beheizbarer Straßen- und Brückenbeläge
- Nr. 54/1978
H. Sander
Magnetisches Verhalten dünner Eisen-schichten bei mechanischer Wechselbeanspruchung
- Nr. 55/1978
D. Klaffke
Beobachtung und Orientierungsbestimmung der Oberflächenkristalle polykristalliner 99,999 %-A1-Proben bei Biegewechselbeanspruchung
- Nr. 56/1979
W. Brünner, C. Langlie
Stabilität von Sandwichbauteilen
- Nr. 57/1979
M. Stadthaus
Untersuchungen an Prüfmitteln für die Magnetpulverprüfung
Investigations on Inspection-Media for Magnetic Particle-Testing
- Nr. 58/1979
W. Struck
Ermittlung des Bauteilwiderstandes aus Versuchsergebnissen bei vereinbartem Sicherheitsniveau
- Nr. 59/1979
G. Plauk
Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der
- Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl**
- Nr. 60/1979
H. Spreckelmeyer, R. Helms, J. Ziebs
Untersuchungen zur Erfassung der Kaltformbarkeit von Feinblechen beim Strecken
- Nr. 61/1979
K. Richter
Beschreibung von Problemen der höheren Farbmimetrie mit Hilfe des Gegenfarbensystems
- Nr. 62/1979
W. Gerisch, G. Becker
Geomagnetobiologisch bedingter Zusammenhang zwischen der Fraßaktivität von Termiten und der Zahl der Sterbefälle
- Nr. 63/1979
E. Behrend, J. Ludwig
Untersuchungen an Stopfbuchsen von Ventilen und Schiebern für Gase
- Nr. 64/1980
W. Rücker
Ermittlung der Schwingungserregung beim Betrieb schienengebundener Fahrzeuge in Tunneln sowie Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Ausbreitung von Erschütterungen im Tunnel und dessen Umgebung
- Nr. 65/1980
P. Schmidt, D. Aurich, R. Helms, H. Veith, J. Ziebs
Untersuchungen über den Einfluß des Spannungszustandes auf bruchmechanische Kennwerte
- Nr. 66/1980
M. Hattwig
Auswirkung von Druckentlastungsvorgängen auf die Umgebung
- Nr. 67/1980
W. Matthees
Beitrag zur dynamischen Analyse von vorgespannten und vorbelasteten Feder-Masse-Systemen mit veränderlicher Gliederung unter stoßartiger Beanspruchung
- Nr. 68/1980
D. Petersohn
Oberflächenmeßverfahren unter besonderer Berücksichtigung der Stereomeßtechnik. Entwicklung eines volleuzentrischen Präzisions-Goniometers
- Nr. 69/1980
F. Buchhardt, P. Brandl
Untersuchungen zur Integrität den Liners von Reaktorsicherheitshüllen (Containments) in Stahlbeton- und Spannbetonbauweise
- Nr. 70/1980 (vergriffen)
G. Schickert
Schwellenwerte beim Betondruckversuch
- Nr. 71/1980
W. Matthees, G. Magiera
Untersuchungen über durch den Boden gekoppelte dynamische Wechselwirkungen benachbarter Kernkraftwerksbauten großer Masse unter seismischen Einwirkungen
- Nr. 72/1980
R. Rudolphi
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen am Beispiel von Stahl- und Holzstützen
- Nr. 73/1980
P. Wegener
Vergleichende Untersuchungen zum Tragverhalten von Klemmkupplungen für Stahlrohrgerüste nach bestehenden deutschen Prüfvorschriften und geplanten europäischen bzw. internationalen Prüfnormen
- Nr. 74/1980
R. Rudolphi, R. Müller
ALGOL-Computerprogramm zur Berechnung zweidimensionaler instationärer Temperaturverteilungen mit Anwendungen aus dem Brand- und Wärmeschutz
- Nr. 75/1980
H.-J. Heinrich
Beitrag zur Kenntnis des zeitlichen und örtlichen Druckverlaufs bei der plötzlichen Entlastung unter Druck stehender Behälter und Behälterkombinationen
- Nr. 76/1980
D. Klaffke, W.-W. Maennig
Deformationsverhalten von Rein- und Reinstaluminium sowie Cu 99,9 und St 37 bei Biegewechselbeanspruchung im Rasterelektronenmikroskop
- Nr. 77/1981
M. Gierloff, M. Mautzsch
Untersuchung des Verhaltens von Lagerzementen
- Nr. 78/1981
W. Rücker
Dynamische Wechselwirkung eines Schienenschwellensystems mit dem Untergrund
- Nr. 79/1981
V. Neumann
Ein Beitrag zur Untersuchung der wasserstoffbeeinflussten Kalttrißneigung höherfester niedriglegierter Feinkornbaustähle mit dem Implantversuch
- Nr. 80/1981
A. Plank, W. Struck, M. Tzschätzsch
Ursachen des Teileinsturzes der Kongreßhalle in Berlin-Tiergarten
- Nr. 81/1981
J. Schmidt
Graphisch-rechnerisches Verfahren zum Erfassen der Zündhäufigkeit zündbarer Stoffe; Anwendung auf Datenmaterial aus dem Bereich der Statistik
- Nr. 82/1982
R. Helms, H.-J. Kühn, S. Ledworowski
Zur werkstoffmechanischen Beurteilung des Kerbschlagbiegeversuches
Assessment of the mechanical behaviour of materials in the notched bar impact test
- Nr. 83/1982
H. Czichos, P. Feinle
Tribologisches Verhalten von thermoplastischen Kunststoffen
- Kontaktdeformation, Reibung und Verschleiß, Oberflächenuntersuchungen -
- Nr. 84/1982
R. Müller, R. Rudolphi
Übertragbarkeit der Ergebnisse von Brandprüfungen im Kleinprüfstand (Vergleichsversuche)
- Nr. 85/ISBN 3-88314-231 -X/1982
H. Czichos
Technische Materialforschung und -prüfung - Entwicklungstendenzen und Rahmenvorschläge für ein EG-Programm "Basic Technological Research" Materials Research and Testing - Development Trends and Outline Proposals for a Community Programme "Basic Technological Research" -
- Nr. 86/ISBN 3-88314-232-8/1982
K. Niesel, P. Schimmelwitz
Zur quantitativen Kennzeichnung des Verwitterungsverhaltens von Naturwerksteinen anhand ihrer Gefügemerkmale
- Nr. 87/ISBN 3-88314-240-9/1982
B. Isecke, W. Stichel
Einfluß baupraktischer Umgebungsbedingungen auf das Korrosionsverhalten von Spannstählen vor dem Injizieren

- Nr. 88/ISBN 3-88314-254-9/1983
A. Erhard
Untersuchungen zur Ausbreitung von Longitudinalwellen an Oberflächen bei der Materialprüfung mit Ultraschall
- Nr. 89/ISBN 3-88314-263-8/1983
D. Conrad, S. Dietlen
Untersuchungen zur Zerkfallfähigkeit von Distickstoffoxid
- Nr. 90/ISBN 3-88314-264-6/1983
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**
- Nr. 91/ISBN 3-88314-265-4/1983
M. Weber
Dreidimensionale Analyse von unbewehrtem Beton mit nichtlinear-elastischem Materialgesetz
- Nr. 92/ISBN 3-88314-266-2/1983
L. Auersch
Ausbreitung von Erschütterungen durch den Boden
- Nr. 93/ISBN 3-88314-283-2/1983
P. Studt
Unterdrückung stick-slip-induzierter Kurvengeräusche schienengebundener Fahrzeuge durch eine physikalisch-chemische Oberflächenbehandlung der Schienen
- Nr. 94/ISBN 3-88314-284-0/1983
Xian-Quan Dong
Untersuchungen der Störschwingungen beim Kerbschlagbiegeversuch und deren Abschwächungen
- Nr. 95/ISBN 3-88314-289-1/1983
M. Römer
Über die Fokussierung des Schallfeldes von Ultraschall-Prüfköpfen mit Fresnelschen Zonenplatten
- Nr. 96/ISBN 3-88314-296-4/1983
H. Eifler
Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken
- Nr. 97/ISBN 3-88314-297-2/1983
G. Fuhrmann, W. Schwarz
Typische Bruchflächenausbildung thermoplastischer Kunststoffe nach wechselnder mechanischer Beanspruchung
- Nr. 98/ISBN 3-88314-312-X/1983
E. Schnabel
Bestimmung des elastischen Verhaltens von Maschenwaren - Stretch- und Erholungsvermögen -
- Nr. 99/ISBN 3-88314-317-0/1983
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members**
- Nr. 100/ISBN 3-88314-298-0/1984
G. Klamrowski, P. Neustupny
Untersuchungen zur Prüfung von Beton auf Frostwiderstand
- Nr. 101/ISBN 3-88314-327-8/1984
P. Reimers, J. Goebbels, H. Heidt, P. Weise, K. Wilding
Röntgen- und Gammastrahlen-Computer-Tomographie
- Nr. 102/ISBN 3-88314-335-9/1984
G. Magiers
Weiterentwicklung des hydraulischen Kompensationsverfahrens auf Druckspannungsmessung in Beton
- Nr. 103/ISBN 3-88314-328-6/1984
D. Schnitger
Radiographie mit Elektronen aus Metallverstärkerfolien
- Nr. 104/ISBN 3-88314-339-1/1984
M. Gierloff
Beeinflussung von Betoneigenschaften durch Zusatz von Kunststoffdispersionen
- Nr. 105/ISBN 3-88314-345-6/1984
B. Schulz-Forberg
Beitrag zum Bremsverhalten energieumwandelnder Aufsetzpuffer in Aufzugsanlagen
- Nr. 106/ISBN 3-88314-360-X/1984
J. Lehnert
Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last
- Nr. 107/ISBN 3-88314-361-8/1984
W. Stichel, J. Ehreke
Korrosion von Stahlradiatoren
- Nr. 108/ISBN 3-88314-363-4/1984
L. Auersch
Durch Bodenerschütterungen angeregte Gebäudeschwingungen - Ergebnisse von Modellrechnungen
- Nr. 109/ISBN 3-88314-381-2/1985
M. Omar
Zur Wirkung der Schrumpfbinderung auf den Schweißspannungszustand und das Spröbruchverhalten von unterpulvergeschweißten Blechen aus St E 460 N
- Nr. 110/ISBN 3-88314-382-0/1985
H. Walde, B. Kropp
Wasserstoff als Energieträger
- Nr. 111/ISBN 3-88314-383-9/1985
K. Ziegler
Über den Einfluß der Initiierung auf die detonative Umsetzung von Andex-Sprengstoffen unter Berücksichtigung sicherheitstechnischer Gesichtspunkte
- Nr. 112/ISBN 3-88314-409-6/1985
W. Lützwow
Zeitstandverhalten und strukturelle Veränderungen von vielfach wiederverarbeiteten Polyethylenen
- Nr. 113/ISBN 3-88314-410-X/1985
R. Helms, H. Henke, G. Oelrich, T. Saito
Untersuchungen zum Frequenzeinfluß auf die Schwingungskorrosion von Offshore-Konstruktionen
- Nr. 114/ISBN 3-88314-419-3/1985
P. Rose, P. Raabe, W. Daum, A. Szameit
Neue Verfahren für die Prüfung von Reaktorkomponenten mittels Röntgen- und Gammastrahlen
- Nr. 115/ISBN 3-88314-420-7/1985
K. Richter
Farbempfindungsmerkmal Elementarblau und Buntheitsabstände als Funktion von Farbart und Leuchtdichte von In- und Umfeld
- Nr. 116/ISBN 3-88314-460-6/1985
F.-J. Kasper, R. Müller, R. Rudolphi, A. Wagner
Theoretische Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten von Fensterkonstruktionen unter besonderer Berücksichtigung der Rahmenproblematik
- Nr. 117/ISBN 3-88314-468-1/1985
H. Czichos, G. Sievers
**MaterialsTechnologies and Techno-Economic Development
A Study for the German Foundation for International Development (Deutsche Stiftung für Internationale Entwicklung)**
- Nr. 118/ISBN 3-88314-469-X/1985
H. Treumann, H. Andre, E. Blossfeld, N. Pfeil, M.-M. Zindler
Brand- und Explosionsgefahren explosionsgefährlicher Stoffe bei Herstellung und Lagerung - Modellversuche mit pyrotechnischen Sätzen und Gegenständen
- Nr. 119/ISBN 3-88314-472-X/1985
J. Herter, K. Brandes, E. Limberger
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil 1
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part 1**
- Nr. 120/ISBN 3-88314-514-9/1986
A. Hecht
Zerstörungsfreie Korngrößenbestimmung an austenitischen Feinblechen mit Hilfe der Ultraschallrückstreuung
- Nr. 121/ISBN 3-88314-530-0/1986
P. Feinle, K.-H. Habig
Versagenskriterien von Stahlgleitpaarungen unter Mischreibungsbedingungen; Einflüsse von Stahlzusammensetzung und Wärmebehandlung
- Nr. 122/ISBN 3-88314-521-1/1986
J. Mischke
**Entsorgung kerntechnischer Anlagen
Sonderkolloquium der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) am 10. 12. 1985 mit Beiträgen von B. Schulz-Forberg, K. E. Wieser und B. Droste**
- Nr. 123/ISBN 3-88314-531-9/1986
D. Rennoch
Physikalisch-chemische Analyse sowie toxische Beurteilung der beim thermischen Zerfall organisch-chemischer Baustoffe entstehenden Brandgase
- Nr. 124/ISBN 3-88314-538-6/1986
H.-M. Thomas
Zur Anwendung des Impuls-Wirbelstromverfahrens in der zerstörungsfreien Materialprüfung
- Nr. 125/ISBN 3-88314-540-8/1986 (vergriffen)
B. Droste, U. Probst
Untersuchungen zur Wirksamkeit der Brandschutzisolierung von Flüssiggas-Lagertanks
- Nr. 126/ISBN 3-88314-547-5/1986
W. Stichel
Korrosion und Korrosionsschutz von Metallen in Schwimmhallen
- Nr. 127/ISBN 3-88314-564-5/1986 (vergriffen)
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter, K. Berner
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil 1
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part 1**
- Nr. 128/ISBN 3-88314-568-8/1986 (vergriffen)
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter, K. Berner
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
Versuche an Stahlbetonbalken, Teil 11
Tests on Reinforced Concrete Beams, Part 11**
- Nr. 129/ISBN 3-88314-569-6/1980 (vergriffen)
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter, K. Berner
**Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load
Zugversuche an Betonstahl mit erhöhter Dehngeschwindigkeit
Reinforcing Steel Tension Tests with high strain rates**

- Nr. 130/ISBN 3-88314-570-X/1986
W. Struck
Einfache Abschätzung der Durchbiegung und der Energieaufnahme von Trägern aus duktilem Material
- Nr. 131/ISBN 3-88314-585-8/1986
E. Limberger, K. Brandes, J. Herter
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Members under Impact Load
Versuche an Stahlbetonplatten, Teil 11
Tests on Reinforced Concrete Slabs, Part 11
- Nr. 132/ISBN 3-88314-595-5/1987
Chr. Herold, F.-U. Vogdt
Ermittlung der Ursachen von Schäden an bituminösen Dachabdichtungen unter besonderer Berücksichtigung klimatischer Beanspruchungen
- Nr. 133/ISBN 3-88314-609-9/1987 (vergriffen)
M. Woydt, K.-H. Habig
Technisch-physikalische Grundlagen zum tribologischen Verhalten keramischer Werkstoffe
- Nr. 134/ISBN 3-88314-615-3/1987
G. Andreas, G. Niessen
Über den Kernstrahlungseinfluß auf Dehnungsmeßstreifen
- Nr. 135/ISBN 3-88314-618-8/1987
J. Ludwig, W.-D. Mischke, A. Ulrich
Untersuchungen über das Verhalten von Tankcontainern für unter Druck verflüssigte Gase bei Fallbeanspruchungen
- Nr. 136/ISBN 3-88314-636-6/1987
H.-J. Deppe, K. Schmidt
Untersuchung zur Beurteilung von Brett-schichtverleimungen für den Holzbau
- Nr. 137/ISBN 3-88314-637-4/1987
D. Aurich
Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte auf der Grundlage von Forschungsergebnissen auf dem Gebiete der Komponentensicherheit
- Nr. 138/ISBN 3-88314-635-8/1987
M. Dogurike, F. Buchhardt
Zur geowissenschaftlichen Einordnung des Gebietes der Bundesrepublik Deutschland und einer sicheren Auslegung technischer Systeme gegen den Lastfall Erdbeben
- Nr. 139/ISBN 3-88314-658-7/1987
J. Olschewski, S.-P. Scholz
Numerische Untersuchung zum Verhalten des Hochtemperaturwerkstoffes Nimonic PE 16 unter monotoner und zyklischer Belastung bei Verwendung verschiedener plastischer und viskoplastischer Materialmodelle
- Nr. 140/ISBN 3-88314-643-9/1987
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively Loaded Reinforced Concrete Members
- Nr. 141/ISBN 3-88314-694-3/1987
F. Buchhardt, W. Matthees, G. Magiera, F. Mathiak
Zum Einfluß des Sicherheits- und Auslegungserdbebens auf die Bemessung von Kernkraftwerken
- Nr. 142/ISBN 3-88314-695-1/1987
H. Treumann, G. Krüger, N. Pfeil, S. von Zahn-Ullmann
Sicherheitstechnische Kenndaten und Gefährzahlen binärer Mischungen aus oxidierenden und verbrennlichen Substanzen
- Nr. 143/ISBN 3-88314-701-X/1987
K. Brandes, E. Limberger, J. Herter
Kinetische Grenztragfähigkeit von stoßartig belasteten Stahlbetonbauteilen
Kinetic Load Bearing Capacity of Impulsively
- Loaded Reinforced Concrete Members**
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen bei Stoßbelastung
Experimental and numerical Investigations concerning Load Bearing Behaviour of Reinforced Concrete Members under Impact Load
- Nr. 144/ISBN 3-88314-702-8/1987
F. Buchhardt, G. Magiera, W. Matthees, M. Weber, J. Altes
Nichtlineare dynamische Berechnungen zum Penetrationsverhalten des AVR-Reaktor-gebäudes
- Nr. 145/ISBN 3-88314-711-7/1987
U. Holzlhöner
Untersuchung selbstähnlicher Systeme zur Bestimmung von Materialeigenschaften von Reibungsböden
- Nr. 146/ISBN 3-88314 714-1/1987
W. Schon, M. Mallon
Untersuchungen zur Wirksamkeit von Wasserberieselungseinrichtungen als Brandschutzmaßnahme für Flüssiggas-Lagertanks
- Nr. 147/ISBN 3-88314-720-6/1987
H.-D. Kleinschrodt
Lösung dynamischer Biege- und Torsionsprobleme von Stabsystemen aus dünnwandigen elastischen Stäben mit offenem Querschnitt mittels frequenzabhängiger Ansatzfunktionen
- Nr. 148/ISBN 3-88314-774-5/1988
W. Müller
Theoretische Untersuchung von Variationsprinzipien für elastoplastisches Materialverhalten sowie Entwicklung und numerische Erprobung von Finite-Element-Verfahren für den ebenen Spannungszustand
- Nr. 149/ISBN 3-88314-775-3/1988
U. Holzlhöner
Bestimmung baugrunddynamischer Kenngrößen aus der Untersuchung von Bodenproben
- Nr. 150/ISBN 3-88314-776-1/1988
M. Weber
VG3D Zeichenprogramm für vektorgraphische Darstellung dreidimensionaler Strukturen
- Nr. 151/ISBN 3-88314-785-0/1988
L. Auersch-Saworski
Wechselwirkung starrer und flexibler Strukturen mit dem Baugrund insbesondere bei Anregung durch Bodenerschütterungen
- Nr. 152/ISBN 3-88314-796-6/1988
G. Plauk, G. Kretschmarin, R.-G. Rohrmann
Untersuchung des baulichen Zustandes und der Tragfähigkeit vorgespannter Riegel von Verkehrszeichenbrücken der Berliner Stadtautobahn
- Nr. 153/ISBN 3-88314-797-4/1988
H. Sander, W.-W. Maennig
Magnetisches Verhalten von Eisenproben bei mechanischer Wechselbeanspruchung
- Nr. 154/ISBN 3-88314-822-9/1988
K. Breikreutz, P.-J. Uttech, K. Haedecke
Druckgesinterte Stähle als zertifiziertes Referenzmaterial für die Spektrometrie
- Nr. 155/ISBN 3-88314-825-3/1988
L. Auersch
Zur Entstehung und Ausbreitung von Schienenverkehrserschütterungen: Theoretische Untersuchungen und Messungen am Hochgeschwindigkeitszug Intercity Experimental
- Nr. 156/ISBN 3-88314-887-3/1989
G. Klamrowski, P. Neustupny, H.-J. Deppe, K. Schmidt, J. Hundt
Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit von Faserzementen
- Nr. 157/ISBN 3-88314-888-1/1989
E. Limberger, K. Brandes
Versuche zum Verhalten von Stahlbetonbalken mit Übergreifungsstößen der Zugbewehrung unter stoßartiger Belastung
- Nr. 158/ISBN 3-88314-889-X/1989
R. Wäsche, K.-H. Habig
Physikalisch-chemische Grundlagen der Feststoffschmierung - Literaturübersicht
- Nr. 159/ISBN 3-88314-890-3/1989
R. Müller, R. Rudolphi
Berechnung des Wärmedurchlaßwiderstandes und der Temperaturverteilung im Querschnitt von Hausschornsteinen nach DIN 18160, Teil 6
- Nr. 160/ISBN 3-88314-917-9/1989
W. Matthees
Entwicklung eines Makroelementes durch Kondensation am Beispiel der Lastfälle Flugzeugabsturz und Erdbeben bei Boden-Bauwerk-Wechselwirkung mit biegeweichen Fundamenten
- Nr. 161/ISBN 3-88314-920-9/1989
G. Mellmann, M. Maultzsch
Untersuchung zur Ermittlung der Biegefestigkeit von Flachglas für bauliche Anlagen
- Nr. 162/ISBN 3-88314-921-7/1989
W. Brünner
Untersuchungen zur Tragfähigkeit großer Glasscheiben
- Nr. 163/ISBN 3-88314-922-5/1989
W. Brünner, G. Mellmann, W. Struck
Biegefestigkeit und Tragfähigkeit von Scheiben aus Flachglas für bauliche Anlagen
- Nr. 164/ISBN 3-88314-934-9/1989
R. Helms, B. Jaenicke, H. Wolter, C.-P. Bork
Zur Schwingfestigkeit großer geschweißter Stahlträger
- Nr. 165/ISBN 3-88314-935-7/1989
P. Gobel, L. Meckel, W. Schiller
Untersuchung zur Erarbeitung von Kennwerten bei Einrichtungsmaterialien (Holzwerkstoffen, Möbeln und Textilien) hinsichtlich der Formaldehyd-Emission - Teil B: Textilien
- Nr. 166/ISBN 3-88314-936-5/1989
K. Breikreutz
Modelle für Stereologische Analysen
- Nr. 167/ISBN 3-88314-937-3/1989
A. Mitakidis, W. Rücker
Erschütterungsausbreitung im elastischen Halbraum bei transienten Belastungsvorgängen
- Nr. 168/ISBN 3-88314-958-6/1990
F.-J. Kasper, R. Müller, R. Rudolphi
Numerische Untersuchung geometriebedingter Wärmebrücken (Winkel und Ecken) unter Einsatz hochauflösender Farbgraphik bei Berücksichtigung der Tauwasserproblematik und des Mindestluftwechsels
- Nr. 169/ISBN 3-88314-959-4/1990
Chr. Kohl, W. Rucker
Integration der Untergrunddynamik in das Programmsystem MEDYNA, dargestellt am Beispiel des Intercity Experimental (ICE)
- Nr. 170/ISBN 3-88314-960-8/1990
P. Studt, W. Kerner, Tin Win
Untersuchung der mikrobiologischen Schädigung wassergemischter Kühlschmierstoffe mit dem Ziel der Verbesserung der Arbeitshygiene, der Minderung der Geruchsbelastung und der Menge zu entsorgender Emulsionen
- Nr. 171/ISBN 3-88314-997-7/1990
F. Buchhardt
Ein Operator zur Koppelung beliebig benachbarter dynamischer Systeme am Beispiel der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung

- Nr. 172/ISBN 3-88314-998-5/1990
J. Vielhaber, G. Plauk
Grenztragfähigkeit großer Verbundprofilstützen
- Nr. 173/ISBN 3-88314-999-3/1990
B. Droste, J. Ludwig, B. Schulz-Forberg
Höherwertige Transporttechnik und ihre Konsequenzen für die Beförderung gefährlicher Güter
- Nr. 174/ISBN 3-88429-021-8/1990
D. Aurich
Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte
- Nr. 175/ISBN 3-88429-022-6/1990
W. Brocks, D. Klingbeil, J. Olschewski
Lösung der HRR-Feld-Gleichungen der elastisch-plastischen Bruchmechanik
- Nr. 176/ISBN 3-88429-035-6/1990
W. Matthees, G. Magiera
Iterative Dekonvolution der seismischen Basiserregung für den Zeitraum
- Nr. 177/ISBN 3-89429-090-0/1991
G. Schickert, M. Krause, H. Wiggenhauser
Studie zur Anwendung zerstörungsfreier Prüfverfahren bei Ingenieurbauwerken
- Nr. 178/ISBN 3-89429-429-9/1991
G. Andrae, J. Knapp, G. Niessen
Entwicklung und Untersuchung eines kapazitiven Hochtemperatur-Dehnungsaufnehmers für Einsatztemperaturen bis ca. 1000 °C
- Nr. 179 / ISBN 3-89429-100-1/1991
H. Eifler
Die Drehfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbeton-Plattenbalken, bewehrt mit naturhartem Betonstahl BSt 500 S im Bereich negativer Biegemomente
- Nr. 180/ISBN 3-89429-101-X/1991
E. Klement, G. Wieser
Zur numerischen Übertragbarkeit von Prüfungsergebnissen an Hausschornsteinen auf Schornsteine mit anderen lichten Querschnitten
- Nr. 181/ISBN 3-89429-105-2/1991
H. Czichos, R. Helms, J. Lexow
Industrial and Materials Technologies Research and Development Trends and Needs
- Nr. 182/ISBN 3-89429-145-1/1992
M. Weber
Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten im Bereich geometriebedingter Wärmebrücken
- Nr. 183/ISBN 3-89429-163-X/1992
F. Buchhardt
Zur Dekonvolution im Zeitbereich
- Nr. 184/ISBN 3-89429-164-8/1992
M. Maultzsch, W. Stichel, E.-M. Vater
Feldversuche zur Einwirkung von Auftaumitteln auf Verkehrsbauwerke (im Rahmen des Großversuchs "Umweltfreundlicheres Streusalz")
- Nr. 185/ISBN 3-89429-165-6/1992
Renate Müller
Ein numerisches Verfahren zur simultanen Bestimmung thermischer Stoffeigenschaften oder Größen aus Versuchen Anwendung auf das Heißdraht-Parallelverfahren und auf Versuche an Hausschornsteinen
- Nr. 186/ISBN 3-89429-211-3/1992
B. Löffelbein, M. Woydt, K.-H. Habig
Reibungs- und Verschleißuntersuchungen an Gleitpaarungen aus Ingenieurkeramischen Werkstoffen in wässrigen Lösungen
- Nr. 187/ISBN 3-89429-216-4/1992
Th. Schneider, E. Santner
Mikrotribologie: Stand der Forschung und Anwendungsmöglichkeiten. Literaturübersicht
- Nr. 188/ISBN 3-89429-243-1/1992
K. Mallwitz
Verfahren zur Vorausermittlung der Setzung von Fundamenten auf geständerten Strecken infolge zyklischer Beanspruchung
- Nr. 189/ISBN 3-89429-244-X/1992
W. Matthees, G. Magiera
Impedanzeigenschaften von Finiten Elemente Modellen bei Integration im Zeitraum
- Nr. 190/ISBN 3-89429-245-8/1992
G. Zachariev
Untersuchung des Versagens thermoplastischer Kunststoffe im Kurzzeit-Zugversuch und Retardations-Zugversuch
- Nr. 191/ISBN 3-89429-246-6/1992
H.-M. Bock, S. Erbay, J. With
Kritische Stahlttemperatur als charakteristischer Kennwert für die Feuerwiderstandsdauer von Bauwerkssystemen aus Stahl
- Nr. 192/ISBN 3-89429-329-2/1993
D. Aurich
Analyse und Weiterentwicklung bruchmechanischer Versagenskonzepte; Lokales Ribwachstum, Ermittlung des Ribwiderstandsverhaltens aus der Kerbschlagarbeit
- Nr. 193/3-89429-291-1/1993
W. Gerisch, Th. Fritz, S. Steinborn
Statistical Consulting in the Frame of VAMAS. The Role of the Technical Working Arfea/Advisory Group. Statistical Techniques for Interlaboratory Studies and Related Projects (VAMAS Report No. 13)
- Nr. 194/ISBN 3-89429-330-6/1993
U. Krause
Ein Beitrag zur mathematischen Modellierung des Ablaufs von Explosionen
- Nr. 195/ISBN 3-89429-331-4/1993
U. Schmidtchen, G. Würsig
Lagerung und Seetransport großer Mengen flüssigen Wasserstoffs am Beispiel des "Euro-Québec Hydro-Hydrogen Pilot Projekts. Überblick über die in Deutschland anzuwendenden Gesetze, Verordnungen und technischen Regeln
- Nr. 196/ISBN 3-89429-362-4/1993
D. Lietze
Untersuchungen über das Anlaufen von Detonationen im Innern geschlossener Systeme
- Nr. 197/ISBN 3-89429-400-0/1993
A. Skopp
Tribologisches Verhalten von Siliziumnitridwerkstoffen bei Festkörpergleitreibung zwischen 22 °C und 1000 °C
- Nr. 198/ISBN 3-89429-421-3/1994
St. Meretz
Ein Beitrag zur Mikromechanik der Interphase in polymeren Faserverbundwerkstoffen
- Nr. 199/ISBN 3-89429-422-1/1994
W. F. Rücker, S. Said
Erschütterungsübertragung zwischen U-Bahntunneln und dicht benachbarten Gebäuden
- Nr. 200/ISBN 3-89429-423-X/1994
D. Arndt, K. Borchardt, P. Croy, E. Geyer, J. Henschen, C. Maierhofer, M. Niedack-Nad, M. Rudolph, D. Schaurich, F. Weise, H. Wiggenhauser
Anwendung und Kombination zerstörungsfreier Prüfverfahren zur Bestimmung der Mauerwerksfeuchte im Deutschen Dom
- Nr. 201/ISBN 3-89429-475-2/1994
U. Holzlöhner, H. August, T. Meggyes, M. Brune
Deponieabdichtungssysteme; Statusbericht
- Nr. 202/ISBN 3-89429-481-7/1994
J. Schmidt
Über eine Verteilungsfunktion mit Parametern für Median, Spannweite, Schiefe und Wölbung; Konzept und Anwendung

**Bundesanstalt für
Materialforschung und -prüfung (BAM)**

**Federal Institute for
Materials Research and Testing**

**Institut Fédéral pour la
Recherche et l'Essai des Matériaux**

Unter den Eichen 87
D-12205 Berlin
☒ D-12200 Berlin

Telefon (030) 81 04-0
Telefax (030) 8 11 20 29
Telex 1 83 261 bamb d

- *Berichte*
- *Gutachten*
- *Zulassungen*
- *Zertifikate*
- *Tagungspapiere*
- *Prüfungszeugnisse*
- *Prüfstellenanerkennungen*

